國 立 交 通 大 學

工 業 工 程 與 管 理 學 系

碩士論文

雙占市場中競爭廠商
價格與交期訂定之研究

Pricing Decision and Lead-Time Setting
in a Duopoly Market

研究生：葉濬韶

指導教授：洪一薰 博士

中 華 民 國 九 十 七 年 七 月

雙占市場中競爭廠商價格與交期訂定之研究

Pricing Decision and Lead-Time Setting in a Duopoly Market

研 究 生：葉濬韶　　Student：Chun-Shao Yeh

指導教授：洪一薰　博士　　Advisor：Dr. I-Hsuan Hong

國立交通大學

工業工程與管理學系

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Industrial Engineering and Management

College of Management

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master of Science

In

Industrial Engineering

July 2008

Hsin-Chu, Taiwan, Republic of China

中 華 民 國 九 十 七 年 七 月

雙占市場中競爭廠商價格與交期訂定之研究

研究生：葉濬韶　　　　　　　　　　　　　　　　　　指導教授：洪一薰 博士

國立交通大學工業工程與管理研究所碩士班

中文摘要

對於接單生產(MTO)的廠商，價格與允諾交期的訂定是兩個重要的決策，本論文對在雙占市場中的兩大競爭廠商，建構數學模型，在符合市場限制條件下，找到均衡價格與交期，當兩大廠商用此決策時，雙方均無法單方面改變決策使自己的收益變好。顧客對兩競爭廠商的需求量取決於雙方所訂定的價格與交期。本論文亦針對求解的存在且唯一性做討論，當兩競爭廠商的規模相當時，將可證明均衡解是存在且唯一的；規模不同時，僅可證明求解的存在。最後，利用台灣 TFT-LCD 面板業為案例對模型的參數進行敏感度分析。

關鍵字：雙占市場、允諾交期、價格、存在、唯一

Pricing Decision and Lead-Time Setting in a Duopoly Market

Student: Chun-Shao Yeh   Advisor: Dr. I-Hsuan Hong

Department of Industrial Engineering and Management

National Chiao Tung University

ABSTRACT

Pricing and lead time are two important decisions in Make-to-Order (MTO) businesses. This research considers the competition of a duopoly market consisting of two MTO firms and presents a model to determine the equilibrium price and lead time of these two competing firms where each firm maximizes its own revenue and is subject to its own constraints in a duopoly market. In the model, customer mean demand rates of two competing firms are assumed as functions of committed lead times and prices provided by these two firms and the market. Furthermore, we discuss the existence and uniqueness of the equilibrium solution to the problem. When two competing firms are with the same scale, there exist a unique equilibrium price and lead time. However, when the scale of two competing firms is different, the property of uniqueness may not hold. Finally, we conduct the sensitivity analysis of changes in given parameters and draw some managerial insights.

Keywords: Duopoly; Price; Lead time; Existence; Uniqueness

誌謝

本研究能夠順利完成，首先要感謝的是洪一薰老師的指導，在這兩年給予我許多意見及想法，在研究跟寫作上，總是不厭其煩的指導，並且一步一步的帶領著我把論文完成；同時也要感謝許錫美老師，在研究過程中，常常提供很多建議。另外，感謝口試委員巫木誠老師與彭德保老師在論文口試時提供諸多寶貴建議，使論文更為完備。

在研究所這兩年中，給我幫助的人實在太多了，感謝516的同門景芳、學弟潤生、老柯、修齊及鄧志鋒學長的鼓勵並在寫論文期間給予的支援；感謝002修課共同夥伴與固定飯友的景閎、智偉與泰盛學長陪我度過許多喇賽時光；最後感謝工管碩95級的同學與諮商中心的老師與志工們時常給予的鼓勵與幫助。

學生生活終於要結束了，謝謝我的父母葉放清先生與梁慧敏女士，一路從大學到重考到研究所，對我的支持與關心，並提供一個溫暖的家，讓我能沒有家庭負擔的將論文完成。謹以此論文獻給我的家人以及關心我的師長、朋友們。

濬韶

于 風城交大

2008.7.10

目錄

中文摘要 .... **I**

ABSTRACT .... **II**

誌謝 .... **III**

目錄 .... **IV**

圖目錄 .... **VI**

表目錄 .... **VII**

第一章　緒論 **1**

1.1　研究動機與背景 1

1.2　研究目的 3

1.3　論文架構 3

第二章　文獻回顧 **4**

2.1.　最佳價格與交期訂定之相關文獻 4

2.2 價格與交期之競爭之研究相關文獻 5

2.3 本研究與過去研究不同之處 6

第三章　兩大寡占廠商交期與價格之訂定 **7**

3.1　問題描述 7

3.1.1 範圍與限制 8

3.1.2 符號(Notation)說明 8

3.1.3 模型定義 10

3.2 演算法 11

3.2.1 充分條件之證明 12

3.2.2 充分條件之下的 KKT 模型 16

3.2.3 範例說明 18

3.3 價格與交期均衡解存在且唯一之討論 19

3.3.1 兩大廠商對稱情況之討論 21

3.3.2 兩大廠商非對稱情況之討論 23

3.3.2.1 最佳反應式在不同 E, F_1, F_2, G, H_1, H_2 組合中 t_X 與 t_Y 的關係圖 25

3.3.2.2 最佳反應式聯立之討論 30

第四章　數值案例與參數分析 **32**

4.1 國內廠商之調查 32

4.2 模型參數分析 33
4.2.1 改變 μ_X 之參數分析 33
4.2.2 改變 s_X 之參數分析 35
4.2.3 改變 α_1 與 α_2 之參數分析 36
4.2.4 改變 β_1 與 β_2 之參數分析 37
4.2.5 改變 m_1 之參數分析 39
4.2.6 改變 m_2 之參數分析 41
4.3 小結 43
第五章 結論與未來研究方向 44
5.1 結論 44
5.2 未來研究方向 44
附錄 46
1. **LEMMA 3** 之證明 46
2. **PROPOSITION 2** 之證明 50
參考文獻 58

圖目錄

圖 1 兩最佳反應式交點存在之示意圖 30
圖 2 μ_X 之參數分析($\mu_Y = 7,000$) 34
圖 3 s_X 之參數分析($s_Y = 0.95$) 35
圖 4 α_1 與廠商利潤關係圖 36
圖 5 α_1 與廠商交期關係圖 37
圖 6 α_1 與廠商價格關係圖 37
圖 7 β_1 與廠商利潤關係圖 38
圖 8 β_1 與廠商交期關係圖 38
圖 9 β_1 與廠商價格關係圖 39
圖 10 m_1 與廠商利潤關係圖 40
圖 11 m_1 與廠商交期關係圖 40
圖 12 m_1 與廠商價格關係圖 41
圖 13 m_2 與廠商利潤關係圖 42
圖 14 m_2 與廠商交期關係圖 42
圖 15 m_2 與廠商價格關係圖 42
圖 16 當 $a < 0$ 、 $c > 0$ 且 $b \le 0$ 時之 $f(x)$ 示意圖 47
圖 17 當 $a < 0$ 、 $c > 0$ 且 $b > 0$ 時之 $f(x)$ 示意圖 48
圖 18 當 $a > 0$ 、 $c < 0$ 且 $b \le 0$ 時之 $f(x)$ 示意圖 49
圖 19 當 $a > 0$ 、 $c < 0$ 且 $b > 0$ 時之 $f(x)$ 示意圖 50
圖 20 $\mathrm{P}(t_X)$ 的示意圖(A) 52
圖 21 $\mathrm{P}(t_X)$ 的示意圖(B) 54
圖 22 $\mathrm{T}(t_X)$ 是否恆正與 E, F_1, H_1 間關係之示意圖 57

表目錄

表 1 台灣 TFT-LCD 面板業市場之模擬參數........33
表 2 改變 μ_X 之均衡解($\mu_Y = 7,000$)........34
表 3 改變 s_X 之均衡解($s_Y = 0.95$)........35
表 4 改變 α_1 與 α_2 之均衡解........36
表 5 改變 β_1 與 β_2 之均衡解........38
表 6 改變 m_1 之均衡解($m_2 = 3,000$)........40
表 7 改變 m_2 之均衡解($m_1 = 10,000$)........41

第一章　緒論

1.1 研究動機與背景

近年來，許多產業有大者恆大的趨勢，市場被少數領導廠商所控制，如半導體業的台積電(TSMC)與聯電(UMC)、TFT- LCD 面板業的奇美(CHIMEI)跟友達(AUO)、微處理機(microprocessor)業的 Intel 與 AMD、石油業的中油與台塑、非酒精飲料(soft drink)的百事可樂(Pepsi)與可口可樂(Coca-Cola)等。根據資料統計，TFT-LCD 面板業中，友達及奇美分別為世界第三大廠及第四大廠，在 2006 年，友達的全球市占率為 17.1%、奇美為 11.3%[前兩名分別是南韓的三星電子(SAMSUNG)(19.6%)以及 LG Philips LCD(19.3%)][1]，當年所有台灣產業在全球的市場佔有率為 42.2%[2]，也就是說在台灣，友達和奇美這兩家公司加起來占了超過半數，近七成的市場。

由兩家領導廠商控制大部分市場的情況，我們稱之為雙頭寡占(Duopoly)，對顧客而言，根據自己的偏好、選擇與哪家供應商訂貨，廠商當時的決策是顧客下訂單的依據。在雙頭寡占市場當中，有兩家大廠商，一家廠商若是改變決策，顧客的決定會因此受到影響，他們可能改變選擇，若是顧客取消對此家廠商的訂貨，他們的訂單，大多數會轉移到另一家大廠商。故一家廠商改變決策，不只影響本身的結果，同時也會影響到競爭廠商，這是雙頭寡占市場的特性。

以往顧客在選擇供應商下訂單時，會考慮的因素包括了：品質(quality)、交期(lead-time)與價格(price)等條件，這些資訊是由顧客跟廠商接觸後得知。近年來拜科技所賜，顧客不一定需要在跟廠商接觸後才能得到這些資訊，可以利用網路上的電子平台，Stigler (1983)提出了搜尋成本(searching cost)的概念，裡頭指出，對交期、價格等資訊的搜尋是需要費用的，因為在搜尋交期與價格的費用往往比較低，

[1] 資料來源：友達(AUO)2006 年報 P.39 (http://www.auo.com/auoDEV/index.php)
[2] 資料來源：奇美(CHEMEI)2006 年報 P.38 (http://www.cmo.com.tw/)

所以顧客會對此來做搜尋，通常也會依據價格與交期做為對廠商好壞的判斷因素，他們會在不同交期與價格之偏好組合中，選擇效用最大的廠商下單，所以對供應商而言，價格與交期的訂定會格外的重要。另外，由於現在的競爭廠商太多，對供應商來說，尤其是大廠商，品質已經是基本的條件，廠商不願意因為生產出太多不良品而打壞自己的招牌，所以對品質要求的程度遠比顧客來得嚴格，因此本研究並不去探討品質好與不好的問題。

對顧客而言，理所當然希望較低的價格與較短的交期，對供應商，做決策的目的要使得總利潤最大化，而總利潤的決定因素，與「訂單到達率」、「價格」以及「生產成本」有關，訂單到達率與價格的增加，會使總利潤增加，而生產成本的增加，卻會使得總利潤減少。要使得市場佔有率愈大，就需要符合顧客偏好，也就是交期與價格要愈低；交期的訂定會影響到生產成本，為了縮短交期，需要多做一些策略，包括了外包、員工加班等，這些都是要花成本的，故交期愈短，所花的成本相對的就會提高。由此可知，「訂單到達率」與「價格」之間，存在著權衡關係(trade-off)，無法經由改變價格，同時增加兩者；而「訂單到達率」與「生產成本」間也同時存在權衡關係，無法經由改變交期，同時增加市場佔有率並減少生產成本；故要使得總利潤最大，如何在交期與價格的訂定找到一個平衡點，是個很重要的議題。

在雙頭寡占市場當中，「訂單到達率」不只跟廠商的交期與價格有關，對手廠商的價格跟交期同樣也會影響。若是對手廠商的決策比自己更符合顧客的偏好，本身的訂單就會轉移到對手廠商；相反地，若是自己的決策比對手廠商更符合顧客下訂單時的偏好，訂單就會轉移到自己的廠商來。

綜合上述的比較，在雙頭寡占的市場，價格與交期的訂定對於廠商獲利的影響是非常大；如何在已知或未知競爭廠商的決策時，訂定最適合自己的決策？這是一值得研究的議題。

1.2 研究目的

因為搜尋成本較低的緣故，顧客下訂單會依據價格與允諾交期來選擇供應商，當屬於一家廠商獨大時的獨占市場(monopoly)，在價格與交期的訂定時，只需要考慮符合市場的限制條件，如何使得總利潤最大即可，因為這個大廠商在各項條件包括：產能、技術、品質、成本等條件皆優於競爭對手很多，所以就算價格與交期不符合本身偏好，大部分的訂單仍然會選擇此家大廠商。

在兩大家廠商占據大部份的市場的雙頭寡占，由於這兩家廠商的各項條件一產能、技術、品質、成本皆相當，顧客多了比較的機會，所以大廠商在訂定交期與價格，不只要考慮符合市場限制，同時，顧客下單的偏好以及對手廠商的決策，都得列入考慮範圍；若是其中一家大廠商所訂定的交期與價格較符合顧客的偏好，訂單會轉移到這家廠商，而另外一家廠商也可以根據對手的策略而做一些改變，重新找回原本的訂單，以維持本身的市佔率。本研究研究的對象為雙頭寡占，大廠商在雙頭寡占市場中，做決策所考慮的條件遠比獨占市場時來得複雜。

在雙占市場當中，通常是因應對手的情況而做決策，若是對手的情況改變，則需要重新做決策；對廠商來說，反覆的決策會消耗很多人力以及成本。本研究目的，為了避免重複做決策，所以要找到一個方法，在已知兩家廠商以及市場的各項條件下，若兩家大廠商皆使用此方法時，所得到的決策為最適合的，也就是說，就是任何一家廠商無法經由單獨決策的改變而使得其利潤增加。

1.3 論文架構

本論文第一章說明研究動機及問題定義；第二章，對相關文獻做回顧；第三章對交期與價格的訂定，建構一個演算法，並利用數學方法證明其可行性，並做求解存在與唯一的討論；第四章，對國內 TFT-LCD 產業為案例做模型的參數分析；最後，第五章是本論文的結論與建議。

第二章　文獻回顧

本研究是在於給定廠商的各項條件，包括了訂單到達率函數、廠商服務率、最低服務水準時，要如何決定交期與價格，以使得廠商的利潤最大，或是在與其他廠商競爭的情況下，個別的利潤最大。過去文獻中，學者在研究交期與價格的問題時，我們可以把它分為兩大類，一是最佳價格與交期訂定之相關文獻；二是價格與交期之競爭的研究之相關文獻，並說明本研究與過去研究不同之處

2.1. 最佳價格與交期訂定之相關文獻

在 Palaka et al.(1998)、Ray and Jewkes(2004)、Hatoum and Chang(1997) 、Ha(1998)、ElHafsi(2000)與 So and Song(1998)等人均指出，價格與交期會對顧客需求造成影響，而且價格與交期分別對訂單的到達率呈線性關係，當價格提高，訂單到達率就會下降，當交期延長時，訂單到達率也會降低；Palaka et al.(1998)與 Ray and Jewkes(2004)認為，交期的長短會影響到價格多寡，Ray and Jewkes (2004)把交期與價格寫成線型關係，當交期減短，價格相對會提高，故此時的訂單到達率只與價格呈線性關係。

在了解訂單到達率與交期跟價格的關係之後，如何判斷利潤大小，也是必要條件； Hatoum and Chang(1997)與 Palaka et al.(1998)認為在生產產品的同時，生產量超過訂單量需要負擔存貨成本，生產量少於訂單量須賠償顧客損失，故在單位生產產品獲得利潤後，必須扣掉這些損失，所得到的答案才是所謂的淨利潤，而我們要使淨利潤最大化，而 Ray and Jewkes(2004)認為總利潤是單位利潤總和扣除生產成本即可，但是廠商準時交貨的機率必須大於所給定的服務水準，而廠商準時交貨的機率大於所給定的服務水準，這個限制條件 Palaka et al.(1998)也有提到。

在廠商接受訂單生產產品時，Palaka et al.(1998)、Ray and Jewkes(2004)與 Hatoum and Chang(1997)都認為廠商雖然可利用交期與價格的改變決定訂單到達

率，但是訂單到達率不能超過該廠商的服務率，否則將無法服務到所有訂單；所以廠商的服務率要比訂單到達率還來得大，會是限制的條件。

在知道交期與價格對廠商所造成的影響後，我們可以依照上述的這些求利潤與限制條件的觀念，來決定該如何訂定廠商的交期與價格，使得利潤最大化。

2.2 價格與交期之競爭之研究相關文獻

在 2.1 節當中，我們回顧了幾篇文獻，在單一廠商當中，如何訂定交期與價格使得獲利最大，在本節當中，同樣會回顧一些文獻，不過此時的市場，有兩家以上的競爭廠商，個別廠商所做的決定，將會影響到自己的市場佔有率，同時也會影響到其他廠商的市場佔有率。

在廠商決定價格時，Li and Lee(1994)及 Chen and Wan(2002)認為，若是比其他廠商先決定自己的價格，會占有較大的優勢，此觀念是根據 Lieberman and Montgomery(1988)的先行者優勢(first mover advantage)而來，因為比對方提早決定價格，就可以在考慮對方所有可能決策的情況下，做出對自己最有利的決定，若是對方已經先決定價格，這個優勢就不存在。

Lederer and Li(1997)將顧客分兩群，對需求較敏感或是對時間較敏感；對於不同種顧客採取不同種策略，不同策略生產出的東西品質也會不同，而在品質相同時，一家廠商的價格與交期必須比另一家廠商為佳，便可獲得較高的市占率。

在已知交期與價格跟利潤的關係時，Chen and Wan(2002)與 Kalai et al.(1992)認為兩廠商最終會達到一個奈許均衡解(Nash Equilibrium)，當達到奈許均衡解(Nash Equilibrium)時，廠商無法單靠改變自己的決策增加其利潤。

陳子文(2004)提出在寡占市場中，兩家規模相當的廠商分別在競爭及合作關係中決定交期與價格使公司利潤最大，廠商的利潤取決於產品變動成本、損失接單的機會成本以及閒置成本，在已知其他小廠商還有對手的交期與價格時，一廠商用列舉搜尋法得到最適合之交期與價格，而另一廠商也用同樣的方法找出最適合

之交期與價格，由於兩家廠商規模相當，在重複競爭賽局，最後得到一均衡解。吳宜穆(2005)根據陳子文(2004)所提出的假設，做了一些改變，假設廠商規模相當，為了提高訂單到達率、準時出貨率必須滿足最低服務水準，此時的利潤與產品價格跟訂單到達率有關，而訂單到達率與自己及另一家廠商的交期與價格呈線性關係，故在得知另外一家廠商及其他小廠商的價格與交期時，利用非線性規劃找出對自己最適合之交期與價格，同樣的，另外一家廠商也利用同樣方法找出最適合之交期與價格，在重複競爭後，最後找到一均衡解。所謂的重複競爭，假設甲、乙兩廠商，乙先訂定決策，甲依照乙的決策訂定最適合自己的決策，再來乙又根據甲新訂的決策重新訂定自己的決策，以此類推下去。

2.3 本研究與過去研究不同之處

過去研究除了陳子文(2004)、吳宜穆(2005)及 Kalai et al.(1992)，在對訂單到達率訂定時，只考慮單一廠商的交期與價格，而 Kalai et al.(1992)未說明如何在競爭情況下單一廠商算出最適解的方法，陳子文(2004)與吳宜穆(2005)假設兩大競爭廠商規模相當，利用重複競爭的方式找出最適合之交期與價格，也就是其均衡解。本研究延用吳宜穆(2005)的模型，利用不同的求解方法，在競爭市場上，有別於重複競爭的多重步驟，可以快速找到兩大廠商對價格及交期的均衡解，這個均衡解會使得兩大廠商沒有誘因單方面改變自己的決策。本研究亦對求解結果，做存在且唯一之討論，以探討模型及求解方法在廠商各種情況的可行性。

第三章　兩大寡占廠商交期與價格之訂定

3.1 問題描述

本研究針對雙頭寡占的市場當中，假設有兩家大廠商(X、Y)及其他小廠商(合稱 M)，兩大廠商的規模遠大於其他任何一家廠商，市場上其他小廠商的價格與交期假設為固定，不受這兩大廠商的決策而有所影響，生產環境為訂單式的生產。

當顧客下訂單時，會偏好較短的交期與較低的價格，但是廠商所給定的交期與價格，必為正數。在訂定模型時，假設訂單只對價格與交期有所偏好，因為交期與價格間具有權衡關係(trade-off)，在廠商產能固定時，要縮短允諾交期，就要投入更多的成本，而投入的成本將會反應在價格之上，當價格對顧客的影響力愈大時，交期的影響力就愈小，反過來也是一樣，故廠商的決策就要考慮顧客的對交期與價格的偏好程度。

顧客會對大廠商或是小廠商(市場)有所偏好，有些顧客偏好跟大廠商下訂單，也有些顧客偏好跟市場下訂單。若是偏好跟大廠商下訂單，則兩大競爭廠商決策的差異會對訂單量影響很大，相對地，若是偏好跟市場上其他小廠商下訂單，則相對上兩大競爭廠商決策的差異對訂單量影響就很小。

顧客下訂單的偏好程度，以係數來表示，係數值愈大代表偏好程度愈高；在本研究中考慮顧客只對價格跟交期有所偏好，假設對價格與對交期的偏好係數和為一。顧客對大廠商與小廠商亦有所偏好，對大廠商間的偏好、對市場的偏好，偏好係數和亦為一。

吳宜穆(2005)論文中，建構競爭環境中兩大雙占廠商均衡價格及交期之求解模型，兩大競爭廠商之決策會互相影響彼此之營收或利潤，本研究針對吳宜穆(2005)所提出之模型加以修改，發展求解兩大競爭廠商均衡價格及交期的演算法，而以下是吳宜穆(2005)模型的簡述：

3.1.1 範圍與限制

以下敘述本研究的範圍以及假設條件。Chen and Wan(2002)、Hatoum and Chang(1997)與 Li and Lee(1994)等人的研究，在 MTO(make-to-order)生產系統，訂定其生產環境為 M/M/1 等候模式，此與本研究的情況類似，故假設本研究生產環境呈 M/M/1 等候模式；M/M/1 在此代表的意義，是訂單到達時間符合普瓦松過程(Poission process)，生產產品的時間服從指數分配(exponential distribution)，且工廠一次只針對一張訂單做生產。

本研究之決策變數為短期決策，所以本研究假設廠商的產能固定，而且生產成本也是固定的，研究在固定的產能跟生產成本下，該如何訂定價格與交期才能使得其利潤最大。

顧客選擇對哪家廠商下訂單，在於廠商的決策是否符合顧客的偏好，本研究中，假設市場上只有一種類型的顧客，它們只會對價格與交期有所偏好，不過偏好的程度是固定的。本研究希望大廠商不會因為其他小廠商的價格與交期改變而影響決策，故假設其他小廠商價格與交期是固定且不變的。

將以上假設整理如下：

1. 廠商生產環境為 M/M/1 等候模型。
2. 廠商產能固定，不考慮產能擴充。
3. 顧客對交期與價格有相同的偏好，且具有敏感性。
4. 市場中的其他小廠商，交期與價格為固定；並不因大廠商決策之改變而影響。
5. 廠商的生產成本是固定的。

3.1.2 符號(Notation)說明

我們把符號分為決策變數(decision variable)及參數(parameter)兩種，以下是決

策變數和參數的定義：

決策變數(decision variable)：

t_X ：X 廠商交期

p_X ：X 廠商價格

t_Y ：Y 廠商交期

p_Y ：Y 廠商價格

參數(parameter)：

t_M ：小廠商的交期，不會受到 X 廠商與 Y 廠商的影響

p_M ：小廠商的價格，亦不會受到 X 廠商與 Y 廠商的影響

α_1 ：訂單在 X 廠商(Y 廠商)與市場間差異的偏好

α_2 ：訂單在 X 廠商與 Y 廠商之間差異的偏好

β_1 ：訂單對交期的偏好

β_2 ：訂單對價格的偏好

m_1 ：交期之修正參數

m_2 ：價格之修正參數

s ：最低服務水準，也就是準時交貨的機率，介於 0 和 1 之間

λ_0 ：當兩大廠商(X、Y)的價格與交期皆相同時其訂單到達率

μ_X ：X 廠商的產能

μ_Y ：Y 廠商的產能

因為本研究假設在市場中，只有兩大競爭廠商(X、Y)以及其他小廠商(M)，當顧客要選擇大廠商下訂單時，他們只會比較此大廠商與另一家競爭廠商的差異、以及與其他小廠商上的差異，所以α_1與α_2和為 1，令本研究假設顧客只對交期與價格偏好，故β_1與β_2和為 1。

因為價格與交期的單位不一樣，且單位價格的改變與單位交期的改變對廠商的影響也不一樣；當討論對廠商的影響時，必須要訂定修正參數，使得價格與交期可以同時討論，設m_1為交期的修正參數，即單位價格對訂單到達率的改變量；

而 m_2 為價格的修正參數，即單位交期時間對訂單到達率的改變量，m_1、m_2 皆為正數。

3.1.3 模型定義

$\lambda_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M)$ 為廠商 i 的訂單到達率，其中 $i, j \in \{X, Y\}, i \neq j$，針對 X 與 Y 兩大廠商，訂單的到達率與競爭廠商及市場間之決策的差異有關，決策變數為交期與價格，故我們可以寫成下列相關式，i、j 分別代表兩廠商：

$$\begin{aligned}
&\lambda_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M) \propto (t_j - t_i)\\
&\lambda_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M) \propto (t_M - t_i)\\
&\lambda_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M) \propto (p_j - p_i)\\
&\lambda_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M) \propto (p_M - p_i)
\end{aligned} \tag{1}$$

由(1)可以得知，當廠商與另一家廠商間的價格與交期差距愈大，或是廠商與市場價格與交期差距愈大，訂單到達率會影響愈大，吳宜穆(2005)改寫訂單到達率為下列表示方式：

$$\begin{aligned}
\lambda_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M) = \lambda_0 &- m_1 \cdot \beta_1 \cdot [\alpha_1 \cdot (t_i - t_M) + \alpha_2 \cdot (t_i - t_j)]\\
&- m_2 \cdot \beta_2 \cdot [\alpha_1 \cdot (p_i - p_M) + \alpha_2 \cdot (p_i - p_j)]
\end{aligned} \tag{2}$$

根據(2)所得到的 $\lambda_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M)$，我們把廠商 i，$i \in \{X, Y\}$ 的利潤模型描述如下：

$$Max \quad \pi_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M) = p_i \cdot \lambda_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M) \tag{3}$$

$$s.t. \quad 1 - \mathrm{e}^{-(\mu_i - \lambda_i) \cdot t_i} \geq \mathrm{s} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
&\lambda_i(t_i, p_i \mid t_j, p_j, t_M, p_M)\\
&\quad = \lambda_0 - m_1 \cdot \beta_1 \cdot [\alpha_1 \cdot (t_i - t_M) + \alpha_2 \cdot (t_i - t_j)]\\
&\qquad - m_2 \cdot \beta_2 \cdot [\alpha_1 \cdot (p_i - p_M) + \alpha_2 \cdot (p_i - p_j)]
\end{aligned} \tag{5}$$

$$t_i, p_i, t_j, p_j > 0 \tag{6}$$

廠商 i 之目標式(3)為價格與訂單到達率的乘積，亦即此廠商的總收入；根據 3.1.1 節的假設，廠商的生產成本是固定的；此模型是為了找出在不同交期與價格組合

中，何者獲利最高，對於廠商，利潤函數應為收入扣掉成本，也就是總收入扣除掉一個固定的成本，為了模型符號簡化起見，所以目標式用總收入來表示，所得到的結果是大者恆大，不會受影響。

因為顧客會根據廠商的允諾交期選擇廠商，故廠商在訂定允諾交期後，達交率必須大於最低服務水準 s，也就是說，廠商在允諾交期前，生產滿足顧客訂單機率要比 s 還大。因為本研究假設廠商生產環境為 M/M/1 的等候模型，也就是顧客的到達率符合指數分配、廠商的服務率也符合指數分配，故我們可以把限制式寫成(4)。

若是廠商的產出的速度比訂單到達的速度還慢的話，此時，將廠商服務率以產能表示之。訂單會越積越多，在限制條件中，原本應該訂定訂單到達率 λ_i 要比廠商產能 μ_i 小，不過(4)中，當滿足最低服務水準，產能一定要比訂單到達率來得高，因為當 $\lambda_i > \mu_i$，則

$$e^{-(\mu_i-\lambda_i)\cdot t_i} > e^0 > 1$$

$$1-e^{-(\mu_i-\lambda_i)\cdot t_i} < 1-1 = 0$$

根據參數 s 的範圍假設,最低服務水準 s 必定大於 0,不合,所以模型中已隱含 $\lambda_i \le \mu_i$ 之限制條件。

3.2 演算法

式(3)～(6)為廠商 i 價格及交期之模型，本研究中針對 X 廠商與 Y 廠商的競爭情況，即 X 廠商與 Y 廠商之間彼此價格及交期的決策會影響雙方的目標函數，求解兩廠商價格及交期的均衡解，在均衡解中，X 廠商與 Y 廠商均沒有誘因改變目前的決策。(3)～(6)為一個非線性規劃模型，因為兩廠商的交期與價格均為未知，本研究之主要目的是求解 X 廠商與 Y 廠商價格及交期之均衡解。在 Taha(2007)提到，關於非線性規劃(Nonlinear Programming)的問題，針對凸規劃問題(Convex Programming Problems)，可列出模型的 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 條件求解。因

為所列出的 KKT 條件是模型的必要條件(Necessary Condition)，當也是充分條件(Sufficient Condition)時，則將 KKT 條件聯立後，求得之解即為最佳解。

3.2.1 充分條件之證明

當模型能符合充分條件，列出其 KKT 條件後所求得之解才能確定是均衡解，接著是本研究的模型，充分條件之證明。根據 Bazaraa et al. (1993)提到，若求解模型符合：(1) 求極小值的目標式為一個擬凸函數(Pseudo-convex function)或求極大值的目標式為一個擬凹函數(Psuedo-concave function)，(2)限制式所圍成的可行區域為一個凸集合(convex set)，則此模型符合充分條件。由於 X 廠商與 Y 廠商的情況對稱，故以 X 廠商的模型來說明該模型符合這兩點之要求，以下用 **Lemma 1** 與 **Lemma 2** 說明之。

為了方便計算，根據(5)，我們改寫訂單到達率 $\lambda_X(t_X, p_X \mid t_Y, p_Y, t_M, p_M)$ 如下：

$$\begin{aligned}
&\lambda_X(t_X, p_X \mid t_Y, p_Y, t_M, p_M) \\
&= \lambda_0 - m_1 \cdot \beta_1 \cdot [\alpha_1 \cdot (t_X - t_M) + \alpha_2 \cdot (t_X - t_Y)] \\
&\qquad - m_2 \cdot \beta_2 \cdot [\alpha_1 \cdot (p_X - p_M) + \alpha_2 \cdot (p_X - p_Y)] \\
&= u_0' - u_1 \cdot t_X - u_2 \cdot p_X + u_3 \cdot t_Y + u_4 \cdot p_Y
\end{aligned} \tag{7}$$

其中，

$$\begin{aligned}
&u_0' = \lambda_0 + \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot m_1 \cdot t_M + \alpha_1 \cdot \beta_2 \cdot m_2 \cdot p_M \\
&u_1 = \beta_1 \cdot m_1 \\
&u_2 = \beta_2 \cdot m_2 \\
&u_3 = \alpha_2 \cdot \beta_1 \cdot m_1 \\
&u_4 = \alpha_2 \cdot \beta_2 \cdot m_2 \\
&u_5 = -\ln(1-s) \\
&u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 > 0
\end{aligned} \tag{8}$$

此外，並改寫(4)；因為當 $x \in R$，e^x 為嚴格遞增函數，也就是說：

$$e^a \le e^b \Rightarrow a \le b, \quad a, b \in R \tag{9}$$

故根據(9)我們可得知：

$$e^x \le a \Rightarrow e^x \le e^{\ln a} \Rightarrow x \le \ln a \;\; for\ a \ge 0,\ x \in R \tag{10}$$

再根據(7)所得簡化的 $\lambda_X(t_X, p_X \mid t_Y, p_Y, t_M, p_M)$，把(4)改寫如下：

$$
\begin{aligned}
&1-e^{-(\mu_X-\lambda_X)\cdot t_X} \geq s \\
&\Rightarrow -(\mu_X-\lambda_X)\cdot t_X \leq \ln(1-s) \\
&\Rightarrow (u_0'-u_1\cdot t_X-u_2\cdot p_X+u_3\cdot t_Y+u_4\cdot p_Y-\mu_X)\cdot t_X \leq -u_5 \\
&\Rightarrow (u_0-u_1\cdot t_X-u_2\cdot p_X)\cdot t_X \leq -u_5
\end{aligned} \tag{11}
$$

其中 $u_0=u_0'+u_3\cdot t_Y+u_4\cdot p_Y-\mu_X$ 。

故 X 廠商的可行解範圍為(6)、(11)，可表示為 S：

$$
\begin{aligned}
S &= \left\{(t_X,p_X)\middle|(6),(11)\right\} \\
&= \left\{(t_X,p_X)\middle|\begin{array}{l} t_X>0,\ p_X>0, \\ (u_0-u_1\cdot t_X-u_2\cdot p_X)\cdot t_X \leq -u_5 \end{array}\right\}
\end{aligned} \tag{12}
$$

Definition 1 (Mereau and Paquet, 1974) 當 $f(x)$ 為求極小值的目標式，令 $M(X,\beta)=\nabla^2 f(x)+\beta\cdot\nabla f(x)\cdot\nabla f(x)^T$ ，若存在 β ，$0\leq\beta<+\infty$，使得 $M(X,\beta)$ 為半正定矩陣(positive semi-definite)時，則 $f(x)$ 為擬凸函數(Pseudo-convex function)。

Lemma 1 廠商 X 目標函式(3)為擬凹函數(Psuedo-concave function)

***Proof*：**

我們令 $\pi_X'=-\pi_X(t_X,p_X|t_Y,p_Y,t_M,p_M)=-p_X\cdot\lambda_X(t_X,p_X|t_Y,p_Y,t_M,p_M)$ ，即要證明 π_X' 為擬凸函數，根據 **Definition 1**，必須存在 β ，$0\leq\beta\leq+\infty$，使得 $M(X,\beta)$ 對所有 $\bar{X}=(t_X,p_X)\in S$ ，是半正定矩陣(positive semi-definite)。

π_X' 對 p_X 與 t_X 的一次偏微分如下：

$$
\nabla(\pi_X')=\begin{bmatrix}\frac{\partial(\pi_X')}{\partial p_X}\\ \frac{\partial(\pi_X')}{\partial t_X}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\lambda_X+u_2p_X\\ u_1p_X\end{bmatrix}
$$

π_X' 對 p_X 與 t_X 的二次偏微分如下：

$$
\nabla^2(\pi_X')=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2(\pi_X')}{\partial p_X^2} & \frac{\partial^2(\pi_X')}{\partial p_X\partial t_X}\\ \frac{\partial^2(\pi_X')}{\partial t_X\partial p_X^2} & \frac{\partial^2(\pi_X')}{\partial t_X^2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2u_2 & u_1\\ u_1 & 0\end{bmatrix}
$$

$$
M(X,\beta)=\nabla^2(\pi_X')+\beta\cdot\nabla(\pi_X')\cdot\nabla(\pi_X')^T
$$

$$M(X,\beta)=\begin{bmatrix}2u_2 & u_1\\ u_1 & 0\end{bmatrix}+\beta\begin{bmatrix}\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)^2 & u_1p_X\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)\\ u_1p_X\left(-\lambda_X+u_2p_X\right) & (u_1p_X)^2\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}2u_2+\beta\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)^2 & u_1+\beta\cdot u_1p_X\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)\\ u_1+\beta\cdot u_1p_X\left(-\lambda_Xu_2p_X\right) & \beta\cdot(u_1p_X)^2\end{bmatrix}$$
$$\begin{aligned}\det\left|M(X,\beta)\right| &= \left[2u_2+\beta\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)^2\right]\beta\cdot(u_1p_X)^2-\left[u_1+\beta\cdot u_1p_X\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)\right]^2\\ &=\left[2\beta\cdot(u_1p_X)^2\cdot u_2+\beta^2\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)^2\cdot(u_1p_X)^2\right]\\ &\quad-\left[u_1^{\ 2}+2\cdot\beta\cdot u_1^{\ 2}p_X\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)+\beta^2\cdot\left(u_1p_X\right)^2\cdot\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)^2\right]\\ &=2\beta\cdot(u_1p_X)^2\cdot u_2-u_1^{\ 2}-2\beta\cdot u_1^{\ 2}p_X\left(-\lambda_X+u_2p_X\right)\\ &=u_1^{\ 2}\cdot\left(2\beta\cdot p_X\cdot\lambda_X-1\right)\end{aligned}$$

因為廠商不管如何增加其生產速度，仍然需要有一段時間生產產品，廠商由接單到交貨，一定需要時間，否則不能準時交貨，而所需的最短時間即為交期下界；廠商無論如何降低利潤，生產產品仍然需要固定成本，這個固定成本即為價格的下界，訂價不能低於價格下界，否則是做賠本生意。顧客下訂單會以價格與交期為依據，當廠商所訂定的價格愈高，訂單到達率會遞減，當廠商定價到了一個極限，將不會有顧客，此極限可以當成價格之上界。一樣的，交期到達一個極限也不會有顧客下訂單，這個極限可稱做交期上界。在此，分別以 $\overline{p_X}$ 、 $\underline{p_X}$ 、 $\overline{t_X}$ 與 $\underline{t_X}$ 代表價格與交期之上下界。

存在 $\beta=\dfrac{1}{2\varphi}$ ，其中 $\varphi=\underline{p_X}\cdot(u_0'-u_1\cdot\overline{t_X}-u_2\cdot\overline{p_X}+u_3\cdot\underline{t_Y}+u_4\cdot\underline{p_Y})$ ，很明顯 φ 為 $p_X\lambda_X$ 之下界(Lower bound)，所以 $\varphi< p_X\lambda_X$ ，即 $\dfrac{p_X\lambda_X}{\varphi}>1$，使得

$$\begin{aligned}\det\left|M(X,\beta)\right| &= u_1^2\left(2\beta\cdot p_X\lambda_X-1\right)\\ &=u_1^2\left(p_X\lambda_X/\varphi-1\right)>0\end{aligned}$$

再者，$M(X,\beta)$ 之對角線矩陣元素皆為非負之實數，所以存在 $\beta=\dfrac{1}{2\varphi}$ 使得對所有 $\bar{X}=(t_X,p_X)\in S$，$M(X,\beta)$ 是一個半正定矩陣、故 π_X' 為擬凸函數，而目標式(3)為擬凹函數。 ∈

Lemma 2 廠商 X 可行解區域 S 為凸集合(convex set)。

Proof.

令 $\vec{z}_1=(t_1,p_1)\in S$ ，$\vec{z}_2=(t_2,p_2)\in S$ ，考慮 $\vec{z}=\alpha\cdot\vec{z}_1+(1-\alpha)\cdot\vec{z}_2, 0\le\alpha\le 1$ ，我們要證明 $\vec{z}$ 也在可行解區域 S 內，即證明 $\vec{z}$ 符合(6)與(11)。

因為 $t_1>0$ 、$t_2>0$ ，所以 $t=\alpha\cdot t_1+(1-\alpha)\cdot t_2>0$ ，同時可得，$p=\alpha\cdot p_1+(1-\alpha)\cdot p_2>0$ ，所以 $\vec{z}$ 符合(6)。

因為 $t_1>0$ ，又根據(11)，$(u_0-u_1\cdot t_1-u_2\cdot p_1)\cdot t_1\le \ln(1-s)$ ，經過移項：

$$(u_0-u_1\cdot t_1-u_2\cdot p_1)\le\frac{\ln(1-s)}{t_1} \tag{13}$$

同理

$$(u_0-u_1\cdot t_2-u_2\cdot p_2)\le\frac{\ln(1-s)}{t_2} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
&(u_0-u_1\cdot t\ -u_2\cdot p\ )\cdot t\\
&=(u_0-u_1\cdot(\alpha\cdot t_1+(1-\alpha)\cdot t_2)-u_2\cdot(\alpha\cdot p_1+(1-\alpha)\cdot p_2))\cdot(\alpha\cdot t_1+(1-\alpha)\cdot t_2)\\
&=[\alpha\cdot(u_0-u_1\cdot t_1-u_2\cdot p_1)+(1-\alpha)\cdot(u_0-u_1\cdot t_2-u_2\cdot p_2)]\cdot(\alpha\cdot t_1+(1-\alpha)\cdot t_2)
\end{aligned}$$

$$\le\left(\alpha\cdot\frac{\ln(1-s)}{t_1}+(1-\alpha)\cdot\frac{\ln(1-s)}{t_2}\right)\cdot(\alpha\cdot t_1+(1-\alpha)\cdot t_2)$$

$$=\ln(1-s)\cdot\left(\frac{\alpha}{t_1}+\frac{1-\alpha}{t_2}\right)\cdot(\alpha\cdot t_1+(1-\alpha)\cdot t_2)$$

$$=\ln(1-s)\cdot\left(\alpha^2+(1-\alpha)^2+\alpha\cdot(1-\alpha)\cdot\frac{t_2}{t_1}+\alpha\cdot(1-\alpha)\cdot\frac{t_1}{t_2}\right)$$

$$=\ln(1-s)\cdot\left(\alpha^2+(1-\alpha)^2+\alpha\cdot(1-\alpha)\cdot(\frac{t_2}{t_1}+\frac{t_1}{t_2})\right)^{**}$$

[**]根據柯西不等式(Cauchy Inequality)：

$$(a_1^2+a_2^2+\cdots a_n^2)\cdot(b_1^2+b_2^2+\cdots b_n^2)\ge(a_1\cdot b_1+a_2\cdot b_2+\cdots+a_n\cdot b_n)^2$$

$$\Rightarrow(x+y)\cdot(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})\ge(\sqrt{\frac{x}{x}}+\sqrt{\frac{y}{y}})^2=(1+1)^2$$

$$\Rightarrow 2+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\ge 4,$$

$$\Rightarrow\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\ge 2\quad for\ x,y>0$$

$$\leq \ln(1-s)\cdot\left(\alpha^2+(1-\alpha)^2+2\cdot\alpha\cdot(1-\alpha)\right)$$
$$=\ln(1-s)\cdot\left(\alpha+(1-\alpha)\right)^2$$
$$=\ln(1-s)$$

得證；$\vec{z}$ 符合(11)。

根據以上的證明，$\vec{z}\in S$ ，代表在可行解區域 S 上的任兩點 $\vec{z}_1$ 跟 $\vec{z}_2$ 連線，均在可行解區域 S 內，所以可行解區域 S 為一凸集合(convex set)，得證。 ∈

根據 **Lemma 1** 及 **Lemma 2**，X 廠商的目標式為擬凹函數，可行解的範圍是一凸集合，故可以知道，X 廠商的 KKT 充分條件成立；同理可證，Y 廠商的 KKT 充分條件成立。

3.2.2 充分條件之下的 KKT 模型

根據(3)～(6)，找出 X 廠商的拉格拉斯函數(Lagrangian function) Ω_x 並列出模型如下，其中 $a_1\sim a_3$ 是對偶變數(dual variable)：

$$\Omega_x = p_X\cdot\lambda_X - a_1\cdot\left(-(\mu_X-\lambda_X)\cdot t_X-\ln(1-s)\right)-a_2\cdot\left(-p_X\right) - a_3\cdot\left(-t_X\right) \tag{15}$$

$$\begin{aligned}&\lambda_X(t_X,p_X\,|\,t_Y,p_Y,t_M,p_M)\\&=\lambda_0-m_1\cdot\beta_1\cdot[\alpha_1\cdot(t_X-t_M)+\alpha_2\cdot(t_X-t_Y)]\\&\quad -m_2\cdot\beta_2\cdot[\alpha_1\cdot(p_X-p_M)+\alpha_2\cdot(p_X-p_Y)]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial\Omega_X}{\partial p_X}=\lambda_X-m_2\cdot\beta_2\cdot p_X+a_1\cdot m_2\cdot\beta_2\cdot t_X+a_2=0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial\Omega_X}{\partial t_X}=-m_1\cdot\beta_1\cdot p_X-a_1\cdot\left(-\mu_X+\lambda_X-m_1\cdot\beta_1\cdot t_X\right)+a_3=0 \tag{17}$$

$$a_1\cdot\left(-(\mu_X-\lambda_X)\cdot t_X-\ln(1-s)\right)=0 \tag{18}$$

$$a_2 p_X=0 \tag{19}$$

$$a_3 t_X=0 \tag{20}$$

$$-(\mu_X-\lambda_X)\cdot t_X\leq\ln(1-s) \tag{21}$$

$$p_X>0 \tag{22}$$

$$t_X > 0 \tag{23}$$

$$a_1, a_2, a_3 \geq 0 \tag{24}$$

對 X 廠商而言，變數為t_X與 p_X ，將其對Ω_x做一次偏微分並令之為 0，(16)、(17)與(24)是此模型的對偶條件式(dual feasibility)， $a_1 \sim a_3$ 分別是這幾個限制條件的對偶變數，是非負實數，(21)～(23)是原問題之條件式，也就是模型的可行性條件式(primal feasibility)，(18)～(20)為互補差餘條件式(complementary slackness)；綜合以上，(16)～(24)為 X 廠商的 KKT 條件。

利用同樣的方法可寫出 Y 廠商的 KKT 條件，其中$a_4 \sim a_6$為對偶變數：

$$\begin{aligned}\Omega_Y = {} & p_Y \cdot \lambda_Y - a_4 \cdot \left(-(\mu_Y - \lambda_Y) \cdot t_Y - \ln(1-s)\right) - a_5 \cdot \left(-p_Y\right) \\ & - a_6 \cdot \left(-t_Y\right)\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}&\lambda_Y(t_Y, p_Y \mid t_X, p_X, t_M, p_M) \\ &= \lambda_0 - m_1 \cdot \beta_1 \cdot [\alpha_1 \cdot (t_Y - t_M) + \alpha_2 \cdot (t_Y - t_X)] \\ &\quad - m_2 \cdot \beta_2 \cdot [\alpha_1 \cdot (p_Y - p_M) + \alpha_2 \cdot (p_Y - p_X)]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Omega_Y}{\partial p_Y} = \lambda_Y - m_2 \cdot \beta_2 \cdot p_Y + a_4 \cdot m_2 \cdot \beta_2 \cdot t_Y + a_5 = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial \Omega_Y}{\partial t_Y} = -m_1 \cdot \beta_1 \cdot p_Y - a_4 \cdot \left(-\mu_Y + \lambda_Y - m_1 \cdot \beta_1 \cdot t_Y\right) + a_6 = 0 \tag{27}$$

$$a_4 \cdot \left(-(\mu_Y - \lambda_Y) \cdot t_Y - \ln(1-s)\right) = 0 \tag{28}$$

$$a_5 p_Y = 0 \tag{29}$$

$$a_6 t_Y = 0 \tag{30}$$

$$-(\mu_Y - \lambda_Y) \cdot t_Y \leq \ln(1-s) \tag{31}$$

$$p_Y > 0 \tag{32}$$

$$t_Y > 0 \tag{33}$$

$$a_4, a_5, a_6 \geq 0 \tag{34}$$

Hobbs (2001)針對能源競爭市場上，求解多位參與者均衡決策變數之方法為同時對所有參與者之 KKT 條件求聯立解，而得到每位參與者之均衡解。本研究亦將 X 廠商與 Y 廠商的 KKT 條件(16)～(24)、(26)～(34)，同時聯立求解，所要求得

之未知數為$\left(t_X, p_X, t_Y, p_Y, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\right)$共有 10 個，也包括了 X 與 Y 廠商的交期與價格以及對偶變數。

3.2.3 範例說明

本節假設一個範例，將上一節所提到 X 廠商與 Y 廠商的 KKT 條件(16)～(24)、(26)～(34)聯立求解。假設其他小廠商的交期t_M為 5、價格p_M為 10。兩廠商價格與交期與市場皆相等時之訂單到達率λ_0為 3、兩廠商服務率μ_X、μ_Y均為 5、最低服務水準 s 為 95%。α_1與α_2分別為 0.2 與 0.8，β_1與β_2分別為 0.5 與 0.5，m_1與m_2分別為 1 與 0.5。分別將這些數字帶入 X 廠商與 Y 廠商的 KKT 條件：

X 廠商的 KKT 條件，

$$\Omega_x = p_X \cdot \lambda_X - a_1 \cdot \left(-(5-\lambda_X)\cdot t_X - \ln(1-0.95)\right) - a_2 \cdot \left(-p_X\right) - a_3 \cdot \left(-t_X\right) \tag{35}$$

$$\begin{aligned} &\lambda_X(t_X, p_X \mid t_Y, p_Y, t_M, p_M) \\ &= 3 - 1\cdot 0.5\cdot[0.2\cdot(t_X - 5) + 0.8\cdot(t_X - t_Y)] \\ &\qquad - 0.5\cdot 0.5\cdot[0.2\cdot(p_X - 10) + 0.8\cdot(p_X - p_Y)] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Omega_X}{\partial p_X} = \lambda_X - 0.5\cdot 0.5\cdot p_X + a_1\cdot 0.5\cdot 0.5\cdot t_X + a_2 = 0 \tag{36}$$

$$\frac{\partial \Omega_X}{\partial t_X} = -1\cdot 0.5\cdot p_X - a_1\cdot\left(-\mu_X + \lambda_X - 1\cdot 0.5\cdot t_X\right) + a_3 = 0 \tag{37}$$

$$a_1 \cdot \left(-(5-\lambda_X)\cdot t_X - \ln(1-0.95)\right) = 0 \tag{38}$$

$$a_2 p_X = 0 \tag{39}$$

$$a_3 t_X = 0 \tag{40}$$

$$-(5-\lambda_X)\cdot t_X \le \ln(1-0.95) \tag{41}$$

$$p_X > 0 \tag{42}$$

$$t_X > 0 \tag{43}$$

$$a_1, a_2, a_3 \ge 0 \tag{44}$$

Y 廠商的 KKT 條件

$$\Omega_Y = p_Y \cdot \lambda_Y - a_4 \cdot \left(-(5-\lambda_Y)\cdot t_Y - \ln(1-0.95)\right) - a_5 \cdot \left(-p_Y\right) - a_6 \cdot \left(-t_Y\right) \tag{45}$$

$$\begin{aligned} &\lambda_Y(t_Y, p_Y \mid t_X, p_X, t_M, p_M) \\ &= 3 - 1\cdot 0.5\cdot[0.2\cdot(t_Y - 5) + 0.8\cdot(t_Y - t_X)] \\ &\qquad - 0.5\cdot 0.5\cdot[0.2\cdot(p_Y - 10) + 0.8\cdot(p_Y - p_X)] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Omega_Y}{\partial p_Y} = \lambda_Y - 1\cdot 0.5\cdot p_Y + a_4\cdot 0.5\cdot 0.5\cdot t_Y + a_5 = 0 \tag{46}$$

$$\frac{\partial \Omega_Y}{\partial t_Y} = -1\cdot 0.5\cdot p_Y - a_4\cdot\left(-5 + \lambda_Y - 1\cdot 0.5\cdot t_Y\right) + a_6 = 0 \tag{47}$$

$$a_4 \cdot \left(-(5-\lambda_Y)\cdot t_Y - \ln(1-0.95)\right) = 0 \tag{48}$$

$$a_5 p_Y = 0 \tag{49}$$

$$a_6 t_Y = 0 \tag{50}$$

$$-(5-\lambda_Y)\cdot t_Y \le \ln(1-0.95) \tag{51}$$

$$p_Y > 0 \tag{52}$$

$$t_Y > 0 \tag{53}$$

$$a_4, a_5, a_6 \ge 0 \tag{54}$$

將(35)至(54)的條件，利用 mathematica，求得的一組可行解答案，數據如下：$\left(t_X, t_Y, p_X, p_Y, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\right) = \left(1.51, 1.51, 16.66, 16.66, 3.09, 0, 0, 3.09, 0, 0\right)$。此時 X 廠商與 Y 廠商的利潤均為 50.24。

在$\left(t_X, t_Y, p_X, p_Y\right) = \left(1.51, 1.51, 16.66, 16.66\right)$時，X 廠商或 Y 廠商無法因單獨改變決策，而使自己的利潤增加，故此時廠商的交期為均衡交期、價格為均衡價格，而算出之利潤 50.24 為 X 廠商與 Y 廠商的均衡利潤。

3.3 價格與交期均衡解存在且唯一之討論

證明了模型的充分條件後，可知經由(16)～(24)以及(26)～(34)聯立所得的解必為模型的均衡解。這一節裡面，我們所要討論的是，經由上述條件聯立所求得之

解是否存在及是否唯一。

在討論求解之存在且唯一性時，分成兩種情況，一種是 X 與 Y 兩大廠商對稱的，此時兩大廠商的產能、技術、成本、品質等條件皆相同；另一種則是 X 與 Y 兩大廠商非對稱的，此時兩大廠商的條件並非完全相同。

從(16)～(24)、(26)～(34)的條件中，可延伸出對偶變數的相關條件，以 **Observation 1**、**Observation 2** 與 **Observation 3** 列出如下。

Observation 1 在 X 廠商與 Y 廠商的 KKT 條件中，對偶變數 a_2、a_3、a_5 與 a_6 均等於 0。

Proof.

根據(22)與(23)，交期與價格不為 0，為了要符合(19)與(20)，則

$$a_2 = a_3 = 0 \tag{55}$$

同理，

$$a_5 = a_6 = 0 \tag{56}$$

Observation 2 在 X 廠商與 Y 廠商的 KKT 條件中，對偶變數 a_1 與 a_4 不為 0。

Proof.

觀察(17)，m_1、β_1、p_X 均不為 0，所以其乘積亦不為 0，

$$m_1 \cdot \beta_1 \cdot p_X \neq 0$$

再者，(55)的條件中，$a_3 = 0$，帶回(17)可得

$$-a_1 \cdot \left(-\mu_X + \lambda_X - m_1 \cdot \beta_1 \cdot t_X\right) \neq 0$$

故

$$a_1 \neq 0 \tag{57}$$

同理可證，

$$a_4 \neq 0 \tag{58}$$

Observation 3 廠商 $i,\ i=\{X,Y\}$ 達交率等於其最低服務水準，即$1-\mathrm{e}^{-(\mu_i-\lambda_i)\cdot t_i}=\mathrm{s}$

Proof.

因為在(57)得知，$a_1 \neq 0$，又(18)，所以

$$-(\mu_X-\lambda_X)\cdot t_X-\ln(1-s)=0$$

同理，由(58)與(28)可得，

$$-(\mu_Y-\lambda_Y)\cdot t_Y-\ln(1-s)=0$$

當$i=\{X,Y\}$時，

$$-(\mu_i-\lambda_i)\cdot t_i-\ln(1-s)=0$$

即

$$1-\mathrm{e}^{-(\mu_i-\lambda_i)\cdot t_i}=\mathrm{s} \tag{59}$$

3.3.1 兩大廠商對稱情況之討論

在兩大廠商的產能、技術、成本、品質等各項條件皆相等時，即$\mu_X=\mu_Y$，當達到均衡解時，雙方的交期與價格必定相等；即$t_X=t_Y$，$p_X=p_Y$，為了簡化符號，我們令$\mu=\mu_X=\mu_Y$，$t=t_X=t_Y$，$p=p_X=p_Y$，此時(16)～(24)與(26)～(34)的條件相同，所以只需針對(16)～(24)聯立求解。在已知(55)跟(57)的條件後，化簡(16)～(24)，將所要求得之未知數減少成(t,p,a_1) 3 個。利用(8)所假設的符號，改寫模型KKT 條件(16)～(24)如下：

$$u_0'-u_1\cdot\alpha_1\cdot t-u_2\cdot(1+\alpha_1)\cdot p+a_1\cdot u_2\cdot t=0 \tag{60}$$

$$-u_2\cdot p-a_1\cdot\left(u_0'-u_1\cdot(1+\alpha_1)\cdot t-u_2\cdot\alpha_1\cdot p-\mu\right)=0 \tag{61}$$

$$\left(u_0'-u_1\cdot\alpha_1\cdot t-u_2\cdot\alpha_1\cdot p-\mu\right)\cdot t+u_5=0 \tag{62}$$

$$p>0 \tag{63}$$

$$t>0 \tag{64}$$

$$a_1 > 0 \tag{65}$$

Lemma 3 一元三次方程式 $f(x)=a\cdot x^3+b\cdot x+c$ 中，當 $a\cdot c<0$ 時，只要 b 為實數，僅存在一個正數 x 為 $f(x)=0$ 的根。

Proof. 請見附錄 1。

Proposition 1 在兩廠商對稱，簡化後之 KKT 條件(60)、(61)、(62)、(63)、(64)、與(65)可找到存在且唯一的一組解。

Proof.

此時有三個未知數 (t,p,a_1)，因為(60)、(61)與(62)為 (t,p,a_1) 間的關係式、(63)、(64)與(65)是 (t,p,a_1) 分別的範圍。當所求得解是存在的，表示將(60)、(61)與(62)聯立，所求得之 (t,p,a_1) 範圍在(63)、(64)與(65)內，若是僅能求得一組解，表示所求得之解是唯一的。

由於(63)與(64)的條件，t_X 與 p_X 恆為正數，故可以將(62)移項，使得 t_X 為 p_X 的函數，過程如下所示，

$$
\begin{aligned}
&(u_0'-u_1\cdot\alpha_1\cdot t-u_2\cdot\alpha_1\cdot p-\mu)\cdot t+u_5=0\\
&\Rightarrow u_0'-u_1\cdot\alpha_1\cdot t-u_2\cdot\alpha_1\cdot p-\mu_X=\frac{-u_5}{t}\\
&\Rightarrow (u_0'-u_1\cdot\alpha_1\cdot t-\mu)=u_2\cdot\alpha_1\cdot p-\frac{u_5}{t}\\
&\Rightarrow (u_0'-u_1\cdot\alpha_1\cdot t-\mu)+\frac{u_5}{t}=u_2\cdot\alpha_1\cdot p\\
&\Rightarrow p=\frac{1}{u_2\cdot\alpha_1}\left[(u_0'-u_1\cdot\alpha_1\cdot t-\mu)+\frac{u_5}{t}\right]
\end{aligned} \tag{66}
$$

(66)為 t 與 p 的關係。

再者，將(60)與(62)帶入(61)，三個等式合併成一個，原先的 p 與 a_1 在合併時被消除了，此時得到了一個等式如下，其未知數只有 t。

$$-u_1 \cdot \mu \cdot t + u_5 \cdot \left[\frac{u_0'}{\alpha_1} - (1+\frac{1}{\alpha_1}) \cdot \mu \right] \cdot \frac{1}{t} + (1+\frac{1}{\alpha_1}) \frac{u_5^{\ 2}}{t^2} = 0 \tag{67}$$

由(64)的條件，$t > 0$，將(67)等號左邊與右邊同乘t^2不會影響結果，得到式子如下：

$$-A \cdot t^3 - B \cdot t + C = 0 \tag{68}$$

其中

$$A = u_1 \cdot \mu$$
$$B = -u_5 \cdot \left[\frac{u_0'}{\alpha_1} - (1+\frac{1}{\alpha_1}) \cdot \mu \right]$$
$$C = (1+\frac{1}{\alpha_1}) \cdot u_5^{\ 2}$$
$$A, C > 0$$

因為$(-A) \cdot C < 0$，根據 **Lemma 3**，僅有一個正數t能符合(68)，此時之t即為符合 KKT 條件的均衡解，又根據(66)，一個t會對應唯一一個 p。所以在兩大競爭廠商對稱情況下，本模型所求得之價格與交期的均衡解是存在且唯一。 ∈

3.3.2 兩大廠商非對稱情況之討論

在兩大廠商非對稱情況下，它們的條件非完全相同，無法假設 X 廠商與 Y 廠商之價格與交期是否相同。聯立求解兩廠商的 KKT 條件(16)～(24)與(26)～(34)，將(8)帶入，並加入 **Observation 1**、**Observation 2** 與 **Observation 3** 得到的條件(55)～(59)，得新的 KKT 條件式如下：

$$\frac{\partial \Omega_X}{\partial p_X} = u_0' - u_1 t_X - 2u_2 p_X + u_1 \alpha_2 t_Y + u_2 \alpha_2 p_Y + a_1 u_2 t_X = 0 \tag{69}$$

$$\frac{\partial \Omega_X}{\partial t_X} = -u_1 p_X - a_1 \left(u_0' - \mu_X - 2u_1 t_X - u_2 p_X + u_1 \alpha_2 t_Y + u_2 \alpha_2 p_Y \right) = 0 \tag{70}$$

$$\left(u_0' - \mu_X - u_1 t_X - u_2 p_X + u_1 \alpha_2 t_Y + u_2 \alpha_2 p_Y \right) t_X + u_5 = 0 \tag{71}$$

$$\frac{\partial \Omega_Y}{\partial p_Y} = u_0' - u_1 t_Y - 2u_2 p_Y + u_1 \alpha_2 t_X + u_2 \alpha_2 p_X + a_4 u_2 t_Y = 0 \tag{72}$$

$$\frac{\partial \Omega_Y}{\partial t_Y} = -u_1 p_Y - a_4 \left(u_0' - \mu_Y - 2u_1 t_Y - u_2 p_Y + u_1 \alpha_2 t_X + u_2 \alpha_2 p_X \right) = 0 \tag{73}$$

$$\left(u_0' - \mu_Y - u_1 t_Y - u_2 p_Y + u_1 \alpha_2 t_X + u_2 \alpha_2 p_X\right) t_Y + u_5 = 0 \tag{74}$$

$$a_1, a_4 > 0, t_X, t_Y, p_X, p_Y > 0 \tag{75}$$

此時的未知數為$\left(t_X, p_X, t_Y, p_Y, a_1, a_4\right)$，(69)～(74)分別為此六個未知數間之關係式，(75)為這些未知數之範圍。

將(71)與(74)整理，求得 p_X 與 t_X 、 t_Y 之關係式，以及 p_Y 與 t_X 、 t_Y 之關係式，以 $p_X = f_X(t_X, t_Y)$ 、 $p_Y = f_Y(t_X, t_Y)$ 表示，

$$\begin{aligned} p_X = f_X\left(t_X, t_Y\right) = & \frac{1}{u_2(1-\alpha_2{}^2)}\left[u_0(1+\alpha_2) - \mu_X - \alpha_2 \mu_Y\right] - \frac{u_1 t_X}{u_2} \\ & + \frac{u_5}{u_2(1-\alpha_2{}^2) t_X} + \frac{\alpha_2 u_5}{u_2(1-\alpha_2{}^2) t_Y} \end{aligned} \tag{76}$$

$$\begin{aligned} p_Y = f_Y\left(t_X, t_Y\right) = & \frac{1}{u_2(1-\alpha_2{}^2)}\left[u_0(1+\alpha_2) - \mu_Y - \alpha_2 \mu_X\right] - \frac{u_1 t_Y}{u_2} \\ & + \frac{u_5}{u_2(1-\alpha_2{}^2) t_Y} + \frac{\alpha_2 u_5}{u_2(1-\alpha_2{}^2) t_X} \end{aligned} \tag{77}$$

再將(69)與(70)合併以消去a_1，並將 p_X 與 p_Y 以(76)及(77)所求得之 $f_X(t_X, t_Y)$ 、 $f_Y(t_X, t_Y)$ 代替，整理過後的結果如下，此時的決策變數僅剩t_X 與t_Y ；

$$\begin{aligned} & \frac{u_5{}^2(2-\alpha_2{}^2)}{t_X{}^2(1-\alpha_2{}^2)} - u_1 \mu_X t_X + \frac{u_5}{t_X t_Y (1-\alpha_2{}^2)} u_5 \alpha_2 \\ & + \frac{u_5 t_Y}{t_X t_Y (1-\alpha_2{}^2)}\left[u_0(1+\alpha_2) - \mu_X(2-\alpha_2{}^2) - \alpha_2 \mu_Y\right] = 0 \end{aligned} \tag{78}$$

同理，將(72)與(73)合併以消去a_4，並將 p_X 與 p_Y 以(76)及(77)所求得之 $f_X(t_X, t_Y)$ 、 $f_Y(t_X, t_Y)$ 代替，整理之後如下，決策變數同樣是t_X 與t_Y ；

$$\begin{aligned} & \frac{u_5{}^2(2-\alpha_2{}^2)}{t_Y{}^2(1-\alpha_2{}^2)} - u_1 \mu_Y t_Y + \frac{u_5}{t_X t_Y (1-\alpha_2{}^2)} u_5 \alpha_2 \\ & + \frac{u_5 t_X}{t_X t_Y (1-\alpha_2{}^2)}\left[u_0(1+\alpha_2) - \mu_Y(2-\alpha_2{}^2) - \alpha_2 \mu_X\right] = 0 \end{aligned} \tag{79}$$

欲知經由 X 廠商與 Y 廠商的 KKT 條件是否能找到均衡解，即聯立(78)與(79)，看能否找到一組正數解$\left(t_X, t_Y\right)$。

為了簡化符號，令：

$$E = \frac{u_5^{\ 2}(2-\alpha_2^{\ 2})}{(1-\alpha_2^{\ 2})}$$
$$F_1 = u_1\mu_X$$
$$F_2 = u_1\mu_Y$$
$$G = \frac{u_5^{\ 2}\cdot\alpha_2}{(1-\alpha_2^{\ 2})}$$
$$H_1 = \frac{u_5}{(1-\alpha_2^{\ 2})}\left[u_0(1+\alpha_2)-\mu_X(2-\alpha_2^{\ 2})-\alpha_2\mu_Y\right]$$
$$H_2 = \frac{u_5}{(1-\alpha_2^{\ 2})}\left[u_0(1+\alpha_2)-\mu_Y(2-\alpha_2^{\ 2})-\alpha_2\mu_X\right]$$

經由已知的參數範圍，判斷得知E, F_1, F_2, G為正數；將(78)的左式及右式同乘t_X，並將(79)的左式及右式同乘t_Y，把E, F_1, F_2, G帶入，改寫式子如下：

$$E - F_1\cdot t_X^{\ 3} + G\cdot\frac{t_X}{t_Y} + H_1\cdot t_X = 0 \tag{80}$$

$$E - F_2\cdot t_Y^{\ 3} + G\cdot\frac{t_Y}{t_X} + H_2\cdot t_Y = 0 \tag{81}$$

在E, F_1, F_2, G, H_1, H_2為不同組合條件下，畫出(80)與(81)兩家廠商對t_X與t_Y之最佳反應式，圖形為兩條線，在t_X與t_Y皆為正的狀況，若兩條線會相交，表示經由 KKT 條件求解是存在的，若兩條線僅僅相交於一點，表示經由 KKT 條件求解是存在且唯一的，以下為各種情況的討論內容。

3.3.2.1 最佳反應式在不同E, F_1, F_2, G, H_1, H_2組合中t_X與t_Y的關係圖

要討論t_X與t_Y存在且唯一性，已知$t_X, t_Y > 0$，在此範圍內，將兩個最佳反應式畫成t_X與t_Y之關係圖，觀察這兩個式子在圖中是否會有交點跟有幾個交點。由於(80)與(81)的情況對稱，以下是討論(80)在範圍$t_X, t_Y > 0$間的t_X與t_Y的關係圖。

Observation 4 在$t_X > 0$與$t_Y > 0$的條件下，$F_1\cdot t_X^{\ 3} - H_1\cdot t_X - E > 0$。

Proof.

因為$t_Y > 0$，(80)移項後可得到：

$$t_Y = \frac{G \cdot t_X}{F_1 \cdot t_X{}^3 - H_1 \cdot t_X - E} \tag{82}$$

又$t_X > 0$且$G > 0$，故可得下列關係式：

$$F_1 \cdot t_X{}^3 - H_1 \cdot t_X - E > 0 \tag{83}$$

得證。 €

根據 **Lemma 3**，因為$F_1 \cdot (-E) < 0$，所以求解$F_1 \cdot t_X{}^3 - H_1 \cdot t_X - E = 0$時，剛好存在一個正根$t_X{}^{A}$。

對t_Y做t_X的一階偏微分，經化簡後如下：

$$\frac{\partial t_Y}{\partial t_X} = \frac{-G \cdot (2F_1 \cdot t_X{}^3 + E)}{\left(F_1 \cdot t_X{}^3 - H_1 \cdot t_X - E\right)^2}$$

根據(83)，且已知G、E、F_1、t_X皆為正數，此時$\frac{\partial t_Y}{\partial t_X}$恆為負數，所以$t_Y$隨著$t_X$增加而遞減。

當$t_X = t_X{}^{A}$時，在(82)中，t_Y的式子中分母趨近於 0，而分子為恆大於 0 之正數，故得到：

$$\lim_{t_X \to t_X{}^{A}} t_Y = \lim_{t_X \to t_X{}^{A}} \left(\frac{G \cdot t_X}{F_1 \cdot t_X{}^3 - H_1 \cdot t_X - E} \right) = \infty$$

而當t_X趨近於無限大時，在(82)中，t_Y的式子中分母與分子都趨近於無限大，利用 L'Hospital Rule 計算下式：

$$\begin{aligned}
&\lim_{t_X \to \infty} t_Y \\
&= \lim_{t_X \to \infty} \left(\frac{G \cdot t_X}{F_1 \cdot t_X{}^3 - H_1 \cdot t_X - E} \right) \\
&= \lim_{t_X \to \infty} \left(\frac{G}{3 \cdot F_1 \cdot t_X{}^2 - H_1} \right) = 0
\end{aligned}$$

由(82)，對t_Y做t_X的二階偏微分，經化簡後得到下式，

$$\frac{\partial^2 t_Y}{\partial {t_X}^2}=\frac{2G\cdot\left[E\cdot\left(6F_1\cdot {t_X}^2-H_1\right)+F_1\cdot {t_X}^3\cdot\left(3F_1\cdot {t_X}^2+H_1\right)\right]}{\left(F_1\cdot {t_X}^3-H_1\cdot t_X-E\right)^3}$$

為了要了解(80)在t_X及t_Y平面上的凹凸性，觀察$\frac{\partial^2 t_Y}{\partial {t_X}^2}$的正負關係：因為(83)之不等式，$\frac{\partial^2 t_Y}{\partial {t_X}^2}$分母為正，而且分子中$G>0$，所以$\frac{\partial^2 t_Y}{\partial {t_X}^2}$的正負關係僅與$\left[E\cdot\left(6F_1\cdot {t_X}^2-H_1\right)+F_1\cdot {t_X}^3\cdot\left(3F_1\cdot {t_X}^2+H_1\right)\right]$有關，令

$\mathrm{T}(t_X)=E\cdot\left(6F_1\cdot {t_X}^2-H_1\right)+F_1\cdot {t_X}^3\cdot\left(3F_1\cdot {t_X}^2+H_1\right)$，查看$\mathrm{T}(t_X)$在不同$E, F_1, H_1$組合中的正負關係。以下分別以$H_1\geq 0$與$H_1<0$討論之。

(1) 當$H_1\geq 0$時

首先，當$H_1=0$，在$t_X>0$時，$\mathrm{T}(t_X)$恆為正數。當$H_1>0$時，令(83)之左式為$\mathrm{B}(t_X)=F_1\cdot {t_X}^3-H_1\cdot t_X-E$，將其一次微分$\mathrm{B}'(t_X)=3\cdot F_1\cdot {t_X}^2-H_1$，二次微分$\mathrm{B}''(t_X)=6\cdot F_1\cdot t_X$。當$\mathrm{B}'(t_X)=0$時，$\mathrm{B}(t_X)$之極值在$t_X=\pm\sqrt{\frac{H_1}{3F_1}}$時發生，以下討論其為極大值或是極小值。

(a) 因為$\mathrm{B}''\left(-\sqrt{\frac{H_1}{3F_1}}\right)<0$，則當$t_X=-\sqrt{\frac{H_1}{3F_1}}$時，$\mathrm{B}(t_X)$為相對極大值；

(b) 因為$\mathrm{B}''\left(\sqrt{\frac{H_1}{3F_1}}\right)>0$，則當$t_X=\sqrt{\frac{H_1}{3F_1}}$時，$\mathrm{B}(t_X)$為相對極小值；

再者，$\mathrm{B}(t_X)$只存在最多兩個相對極值，故可以知道$\mathrm{B}(t_X)$的圖形走向：

i. 當$t_X<-\sqrt{\frac{H_1}{3F_1}}$時，$\mathrm{B}(t_X)$為遞增函數；

ii. 當$-\sqrt{\frac{H_1}{3F_1}}\leq t_X\leq\sqrt{\frac{H_1}{3F_1}}$時，$\mathrm{B}(t_X)$為遞減函數；

iii. 當$t_X \ge \sqrt{\dfrac{H_1}{3F_1}}$時，$\mathrm{B}(t_X)$為遞增函數。

因為$\mathrm{B}(0) = -E < 0$，並根據以上結果可得，在$0 \le t_X \le \sqrt{\dfrac{H_1}{3F_1}}$範圍內，$\mathrm{B}(t_X) < \mathrm{B}(0)$，也就是此範圍的$\mathrm{B}(t_X)$恆為負值；在$t_X \ge \sqrt{\dfrac{H_1}{3F_1}}$範圍內，$\mathrm{B}(t_X)$隨$t_X$增加而遞增；也就是說，此時的$\mathrm{B}(t_X)$才有可能為正值。故當$\mathrm{B}(t_X) > 0$時，$t_X$範圍必在$t_X > \sqrt{\dfrac{H_1}{3F_1}}$內。由於(83)的條件中，$\mathrm{B}(t_X) > 0$，且$t_X$之可行區域為$t_X > 0$，故$t_X > \sqrt{\dfrac{H_1}{3F_1}}$，即$3F_1 \cdot t_X{}^2 - H_1 > 0$，所以$6F_1 \cdot t_X{}^2 - H_1 > 0$。將此條件帶回$\mathrm{T}(t_X)$，則$\mathrm{T}(t_X)$恆大於0。綜合$H_1 = 0$與$H_1 > 0$，$\mathrm{T}(t_X)$均恆大於0，即$\dfrac{\partial^2 t_Y}{\partial t_X{}^2}$恆為正數。

(2) 當$H_1 < 0$時

因為在$H_1 < 0$時，在所有E, F_1, H_1間的關係中，並非所有情況下$\mathrm{T}(t_X)$恆為正數，在 **Proposition 2** 討論$\mathrm{T}(t_X)$恆為正數與否跟E, F_1, H_1間的關係。

Proposition 2 當$H_1 < 0$時，

當$\dfrac{1}{6}H_1\sqrt{\dfrac{-H_1}{6F_1}} + 4E > 0$，對所有$t_X > 0$，$\mathrm{T}(t_X)$恆為正數，

當$\dfrac{1}{6}H_1\sqrt{\dfrac{-H_1}{6F_1}} + 4E < 0$，對部分$t_X > 0$，$\mathrm{T}(t_X) < 0$；而對部分$t_X > 0$，$\mathrm{T}(t_X) > 0$。

Proof. 證明請見附錄 2

綜合以上結果，(80)之圖形在t_Y與t_X皆為正數時，t_Y隨著t_X增加而遞減；且

$$\lim_{t_X \to t_X{}^{A}} t_Y = \infty \text{，其中 } F_1 \cdot t_X{}^{A} - H_1 \cdot t_X{}^{A} - E = 0$$

$$\lim_{t_X \to \infty} t_Y = 0$$

而(80)圖形凹凸性質整理如下：

(a) 對所有正數E, F_1, G，當$H_1 > 0$時，$\dfrac{\partial^2 t_Y}{\partial t_X{}^2}$恆大於 0，$t_Y$與$t_X$關係為凸函數(convex function)。

(b) 對所有正數E, F_1, G，當$H_1 \in \left\{ H_1 \middle| H_1 < 0, \dfrac{1}{6} H_1 \sqrt{\dfrac{-H_1}{6F_1}} + 4E > 0 \right\}$時，$\dfrac{\partial^2 t_Y}{\partial t_X{}^2}$恆大於 0，$t_Y$與$t_X$關係為凸函數。

(c) 對所有正數E, F_1, G，當$H_1 \in \left\{ H_1 \middle| H_1 < 0, \dfrac{1}{6} H_1 \sqrt{\dfrac{-H_1}{6F_1}} + 4E < 0 \right\}$時，$\dfrac{\partial^2 t_Y}{\partial t_X{}^2}$不為恆正，此時無法確定$t_Y$與$t_X$關係為凸函數或凹函數(concave function)。

觀察(81)，由於它的情況與(80)類似，所以用相同的證明方法，得到以下結論。(81)之圖形在t_Y與t_X皆為正數時，t_X隨著t_Y增加而遞減，且

$$\lim_{t_Y \to t_Y{}^{A}} t_X = \infty \text{，其中 } F_2 \cdot t_Y{}^{A} - H_2 \cdot t_Y{}^{A} - E = 0$$

$$\lim_{t_Y \to \infty} t_X = 0$$

而(81)圖形的凹凸性質整理如下：

(a) 對所有正數E, F_2, G，當$H_2 > 0$時，$\dfrac{\partial^2 t_X}{\partial t_Y{}^2}$恆大於 0，$t_Y$與$t_X$關係為凸函數。

(b) 對所有正數E, F_2, G，當$H_2 \in \left\{ H_2 \middle| H_2 < 0, \dfrac{1}{6} H_2 \sqrt{\dfrac{-H_2}{6F_2}} + 4E > 0 \right\}$時，$\dfrac{\partial^2 t_X}{\partial t_Y{}^2}$恆大於 0，$t_X$與$t_Y$關係為凸函數。

(c) 對所有正數E, F_2, G，當$H_2 \in \left\{ H_2 \middle| H_2 < 0, \dfrac{1}{6} H_2 \sqrt{\dfrac{-H_2}{6F_2}} + 4E < 0 \right\}$時，$\dfrac{\partial^2 t_X}{\partial t_Y{}^2}$不為恆

正，此時無法確定t_Y與t_X關係凸函數或凹函數。

3.3.2.2 最佳反應式聯立之討論

以t_X為橫坐標，t_Y為縱座標，畫出(80)與(81)的關係圖。在t_X與t_Y皆為正數之情況下，兩曲線(80)與(81)中，t_Y隨t_X的增加而遞減。當t_Y趨近於無限大，此時(80)的t_X較(81)的為大；而是當t_X趨近於無限大，此時(80)的t_Y卻較(81)來得小；因為(80)與(81)均為連續的，故根據其範圍，兩條線必有交點存在，如圖 1 所示。

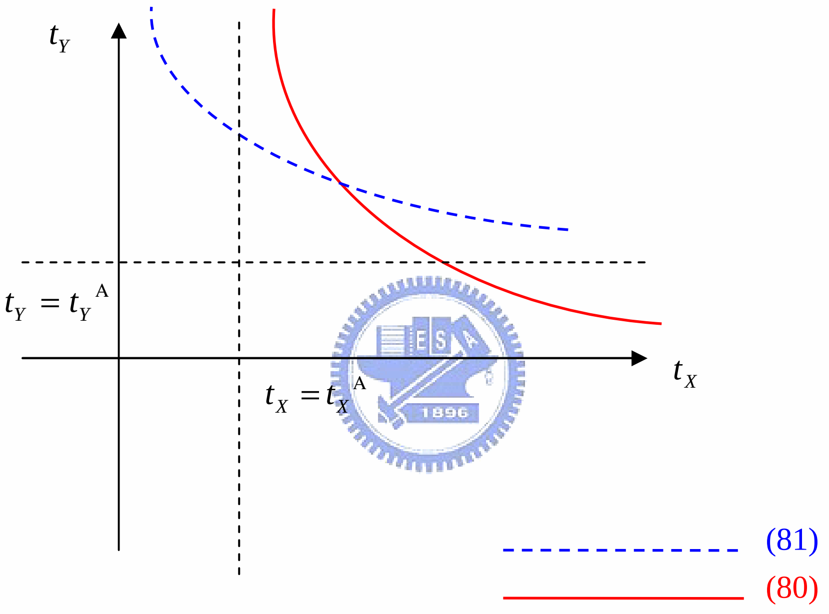

圖 1 兩最佳反應式交點存在之示意圖

定義區間SS，

$$SS = \left\{ \begin{pmatrix} E, F_1, F_2, \\ G, H_1, H_2 \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{l} E > 0, F_1 > 0, F_2 > 0, G > 0 \\ H_1 > 0 \cup \left\{ H_1 < 0, \frac{1}{6} H_1 \sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}} + 4E > 0 \right\}, \\ H_2 > 0 \cup \left\{ H_2 < 0, \frac{1}{6} H_2 \sqrt{\frac{-H_2}{6F_2}} + 4E > 0 \right\} \end{array} \right\}$$

當$(E, F_1, F_2, G, H_1, H_2) \in SS$，代表兩條線(80)與(81)凸性相同，均為凸函數，此

時剛好交於一點，故存在唯一一組$\left(t_X, t_Y\right)$。當$\left(E, F_1, F_2, G, H_1, H_2\right) \notin SS$，兩條線(80)與(81)的凸性不一致，可為凸函數亦可為凹函數，此時兩條件至少交於一點，所以存在一組以上之$\left(t_X, t_Y\right)$。

求得$\left(t_X, t_Y\right)$之後，帶回(76)可求得$p_X = f_X(t_X, t_Y)$，帶回(77)可求得$p_Y = f_Y(t_X, t_Y)$，也就是得到對應之p_X與p_Y。所以，經由 KKT 條件，若得到兩大廠商的交期是唯一的時候，其價格必定也是唯一。綜合以上結論，在符合所有 KKT 條件下，必定有解的存在；若$\left(E, F_1, F_2, G, H_1, H_2\right) \in SS$，能找到唯一解，若$\left(E, F_1, F_2, G, H_1, H_2\right) \notin SS$，至少能找到一組解。

第四章　數值案例與參數分析

本章將以 2005 年台灣 TFT-LCD 面板業的資料為依據，藉此找到各個參數的範圍；利用第三章所提出之模型及求解方法，針對兩大廠商在參數改變時，它們的均衡利潤以及價格跟交期間是如何變化，並對此變化做詳細分析。

4.1 國內廠商之調查

觀察 2005 年台灣的 TFT-LCD 的面板業市場，其中最大的兩家廠商分別以 X 與 Y 表示。根據王子銘(2005)的統計資料，市場廠商的面板，每一季平均供貨量在 6400 千片左右，而 X 廠商每季的出貨量約 8000 千片、Y 廠商每季的出貨量約 6850 千片。因為參數λ_0約等於平均需求、μ_X與μ_Y分別為廠商產能，故根據以上資料並大約做個修正，訂定參數$\lambda_0 = 6000$、$\mu_X = 7000$與$\mu_Y = 7000$。

由 DisplaySearch[3]的統計資料，在當年的市場，X 與 Y 兩家共占了全世界市場的 27%，此部分占了全台灣的 80%。參數α_1與α_2分別代表顧客對小廠商的偏好以及對大廠商的偏好，由資料得知，兩大廠商的市占率占了 80%，故在此訂定，$\alpha_2 = 0.8$、則$\alpha_1 = 0.2$。

根據 DisplaySearch 的統計資料跟網路暱稱「傻獅子」的奇摩部落格[4]的統計資料，2005 年大尺寸 LCD 的平均銷售價格(ASP)，市場上的平均約為 179 美元、X 廠商約 202 美元，而 Y 廠商約 219 美元；依據以往的經驗，TFT-LCD 工廠的製造週期時間(cycle time)約為兩週，績效較好的廠商可以減少大約兩三天左右。在第三章的參數中，t_M與p_M分別代表小廠商上的平均交期與價格，在這個產業，交期即製造週期時間，價格即平均銷售價格，所以以上面的資料並做個修正，得$t_M = 0.17$季、$p_M = 180$美元。此時 X 廠商價格約為 202 美元，Y 廠商價格約為 219 美元，兩廠商的交期大概 0.15 季左右。

[3] http://www.displaysearch.com/cps/rde/xchg/displaysearch/hs.xsl/index.asp
[4] http://tw.myblog.yahoo.com/maysunny-blog/article?mid=568&prev=582&next=498&l=f&fid=57

因為無法得知顧客在購買面板時，對價格與交期是如何偏好的，在本研究中，假設其偏好程度相等，也就是$\beta_1 = \beta_2 = 0.5$；同樣地，因為無法得知兩廠商的最低服務水準，已知業界在大多情況下廠商皆訂 0.95 為服務水準，故假設服務水準$s_X = s_Y = 0.95$。

綜合以上幾段的敘述，將所得到的參數整理起來，此時尚未得到m_1與m_2的值；以不同的(m_1, m_2)組合帶入第三章的所提出的模型與求解方法，在$(m_1, m_2) = (10000, 3000)$時，發現所算出 X 廠商與 Y 廠商的價格與交期，與實際 X 及 Y 廠商價格、交期資料接近，故本研究假設$(m_1, m_2) = (10000, 3000)$。

4.2 模型參數分析

由上一節，找到了符合台灣 TFT-LCD 面板業市場的各個參數值，本節將以這些數值為依據，討論單一參數的改變，對兩大廠商均衡利潤、價格與交期的影響。本節將要改變的參數分別為(1) μ_X、(2) s_X、(3) α_1與α_2、(4) β_1與β_2、(5) m_1、及(6) m_2。

本研究的參數，根據台灣 TFT-LCD 面板業市場，調整並整理如表 1，參數分析皆以此為基準。

表 1 台灣 TFT-LCD 面板業市場之模擬參數

$t_M = 0.17$	$m_1 = 10000$	$s_X = 0.95$	$\lambda_0 = 6000$
$p_M = 180$	$m_2 = 3000$	$s_Y = 0.95$	
$\alpha_1 = 0.8$	$\beta_1 = 0.5$	$\mu_X = 7000$	
$\alpha_2 = 0.2$	$\beta_2 = 0.5$	$\mu_Y = 7000$	

4.2.1 改變μ_X之參數分析

除了μ_X，其餘參數均以表 1 中之數值帶入，而μ_X依序用 5000、6000、7000、

8000、9000 帶入，以第三章的 KKT 模型求解，得兩廠商的均衡價格與交期，以及均衡利潤，如下表所示。

表 2 改變 μ_X 之均衡解($\mu_Y = 7{,}000$)

μ_X (千片/季)	π_X (萬美元/季)	t_X (季)	p_X (美元)	π_Y (萬美元/季)	t_Y (季)	p_Y (美元)
5000	95	0.179	180.37	126	0.150	179.72
6000	109	0.162	178.58	124	0.150	178.25
7000	123	0.149	176.77	123	0.149	176.77
8000	137	0.138	174.96	122	0.148	175.29
9000	150	0.129	173.14	121	0.148	173.82

將表 2 的資料畫圖來分析，當 $\mu_X \neq \mu_Y$ 時兩大廠商是非對稱的，此時訂定應變數為兩大廠商均衡解的比值，觀測當 μ_Y 不變時，自變數 μ_X 改變，比值會如何變化，並畫圖表示。

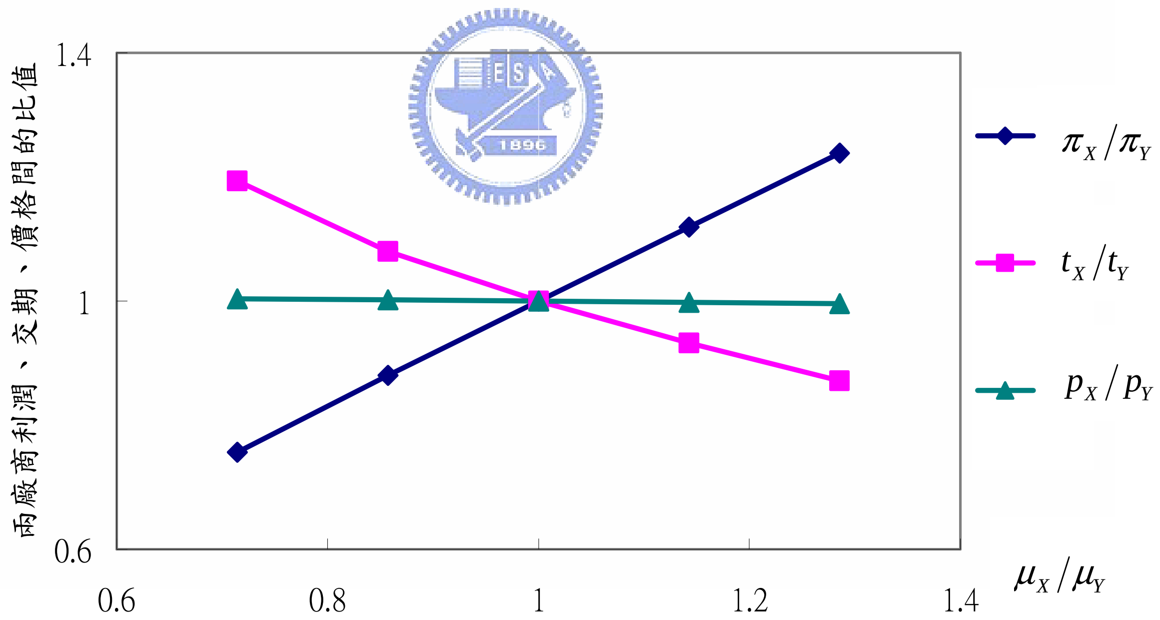

圖 2 μ_X 之參數分析($\mu_Y = 7{,}000$)

由圖 2 發現，當 μ_X 增加時，X 廠商的利潤對 Y 廠商的利潤比值增加，由 π_X/π_Y 這條線可以看出。兩大廠商的價格比值不因 μ_X 增加而有太大改變，但是交期的比值會隨著 μ_X 增加而減少，造成這樣的原因，是 μ_X 增加表示 X 廠商的產能增加，

不過因為廠商競爭的關係，無法將價格調降，所以用縮短交期來吸引顧客，以增加利潤。

4.2.2 改變 s_X 之參數分析

除了 s_X ，其餘參數均以表 1 中之數值帶入，當兩大廠商的服務率不同時，即 $s_X \neq s_Y$ ，他們是屬於非對稱，將 s_X 以 0.9、0.925、0.95、0.975、0.99 帶入，利用第三章的模型算出兩廠商的均衡價格、交期以及利潤，如表 3 所示，並將兩大廠商均衡解的比值當作應變數，在 s_X 改變畫圖來分析。

表 3 改變 s_X 之均衡解($s_Y = 0.95$)

s_X	π_X (萬美元/季)	t_X (季)	p_X (美元)	π_Y (萬美元/季)	t_Y (季)	p_Y (美元)
0.9	123.99	0.130	176.83	123.35	0.149	176.77
0.925	123.74	0.138	176.80	123.36	0.149	176.77
0.95	123.38	0.149	176.77	123.38	0.149	176.77
0.975	122.92	0.165	176.72	123.35	0.149	176.77
0.99	122.28	0.185	176.66	123.39	0.149	176.77

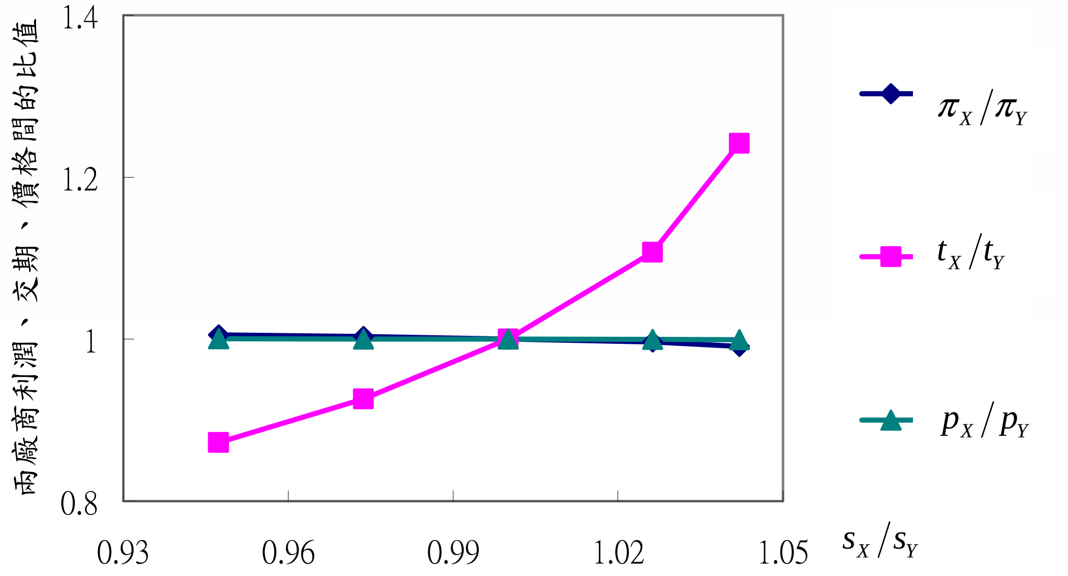

圖 3 s_X 之參數分析($s_Y = 0.95$)

由圖 3，兩廠商交期的比值會隨著 s_X 提高而提高，因為 X 廠商的最低服務水準增加，為了使達交率符合最低服務水準，只能將它的交期提高。由於兩大廠商

競爭的關係，故圖 3 中價格的比值並無明顯差異。綜合以上，當 s_X 提高，X 廠商的價格無太大差異，但交期卻明顯的比 Y 廠商高很多，所以它對 Y 廠商利潤比值反而會下降。由此可知，當兩大廠商的最低服務水準到達一個程度，單一廠商不會刻意提高本身的服務率。

4.2.3 改變 α_1 與 α_2 之參數分析

除了 α_1 與 α_2，其餘的參數均以表 1 中之數值帶入，改變參數 α_1，以 0.1、0.3、0.5、0.7、0.9 帶入，因為 $\alpha_2 = 1-\alpha_1$，故參數 α_2 也跟著改變，分別求出兩廠商的均衡價格、交期與利潤，以表 4 示之。

表 4 改變 α_1 與 α_2 之均衡解

α_1	α_2	π_X (萬美元/季)	t_X (季)	p_X (美元)	π_Y (萬美元/季)	t_Y (季)	p_Y (美元)
0.1	0.9	121.11	0.147	173.51	121.11	0.147	173.51
0.3	0.7	124.15	0.149	177.86	124.15	0.149	177.86
0.5	0.5	124.76	0.150	178.73	124.76	0.150	178.73
0.7	0.3	125.01	0.150	179.10	125.01	0.150	179.10
0.9	0.1	125.17	0.150	179.31	125.17	0.150	179.31

因為此時兩大廠商對稱，所以 X 廠商的均衡解與 Y 廠商的均衡解是一樣的。畫出 X 廠商的均衡利潤、價格、交期與 α_1 間的關係圖如下。

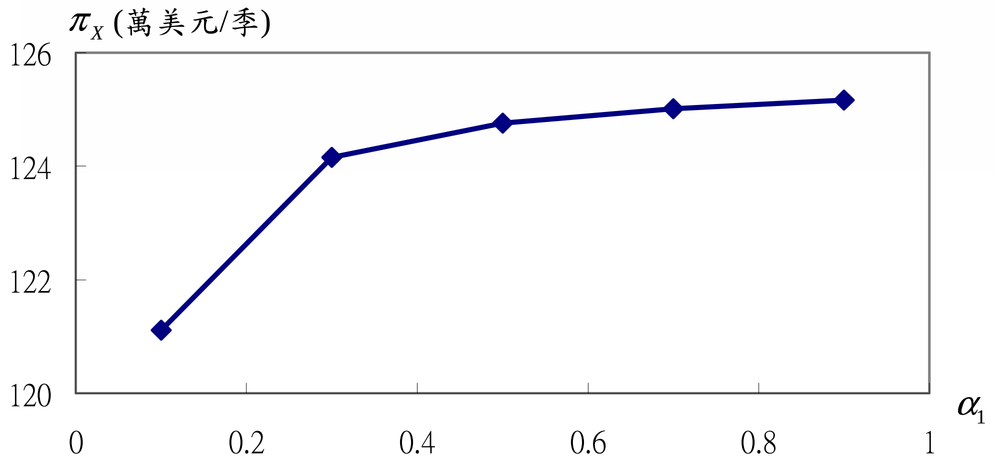

圖 4 α_1 與廠商利潤關係圖

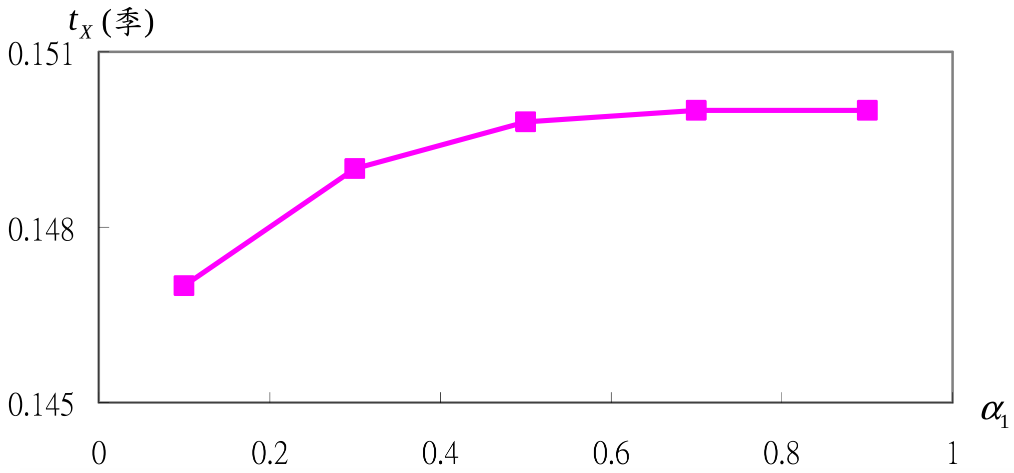

圖 5 α_1 與廠商交期關係圖

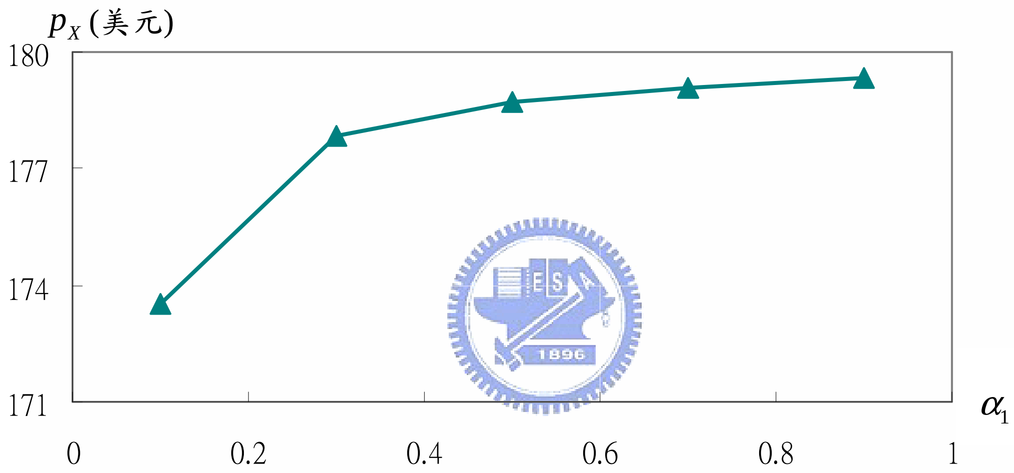

圖 6 α_1 與廠商價格關係圖

因為 α_1 表示大廠商與小廠商間差異的影響程度，當 α_1 越大，大廠商與小廠商間的差距會縮小。因為大廠商的價格與交期遠優於其他小廠商的價格與交期，所以當兩者之間差距縮小，就是大廠商的均衡價格與交期皆增加。廠商的利潤與它的定價有很大的關係，故當 α_1 增加，X 廠商的利潤也跟著增加。

4.2.4 改變 β_1 與 β_2 之參數分析

除了 β_1 與 β_2，其餘的參數均以表 1 中之數值帶入，改變參數 β_1，以 0.1、0.3、0.5、0.7、0.9 帶入，因為 $\beta_2 = 1 - \beta_1$，故參數 β_2 也跟著改變，求出均衡價格交期與利潤，以表 5 示之。

表 5 改變β_1與β_2之均衡解

β_1	β_2	π_X (萬美元/季)	t_X (季)	p_X (美元)	π_Y (萬美元/季)	t_Y (季)	p_Y (美元)
0.1	0.9	124.52	0.451	178.05	124.52	0.451	178.05
0.3	0.7	124.05	0.229	177.55	124.05	0.229	177.55
0.5	0.5	123.38	0.149	176.77	123.38	0.149	176.77
0.7	0.3	122.04	0.096	175.11	122.04	0.096	175.11
0.9	0.1	116.39	0.046	167.86	116.39	0.046	167.86

因為此時兩大廠商對稱，畫出 X 廠商的均衡利潤、價格、交期與β_1間的關係圖，如下：

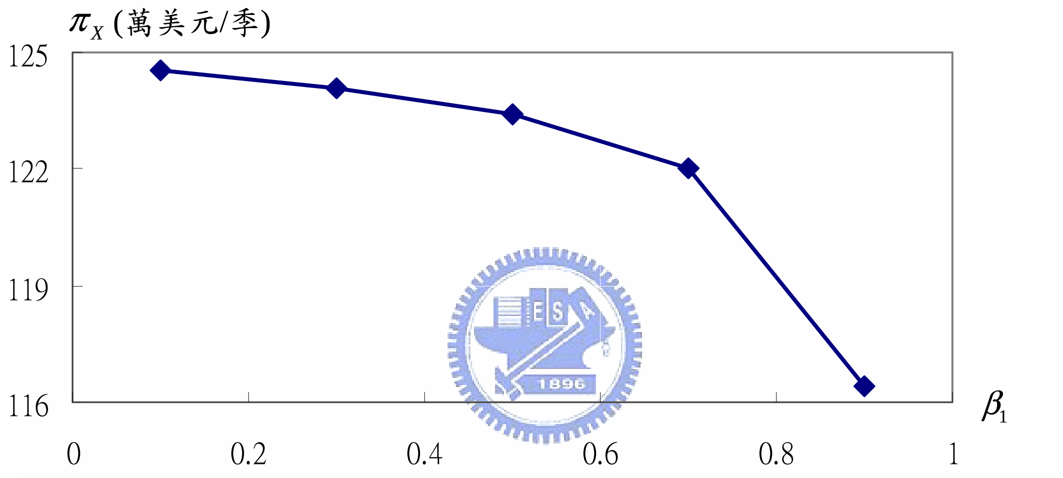

圖 7 β_1與廠商利潤關係圖

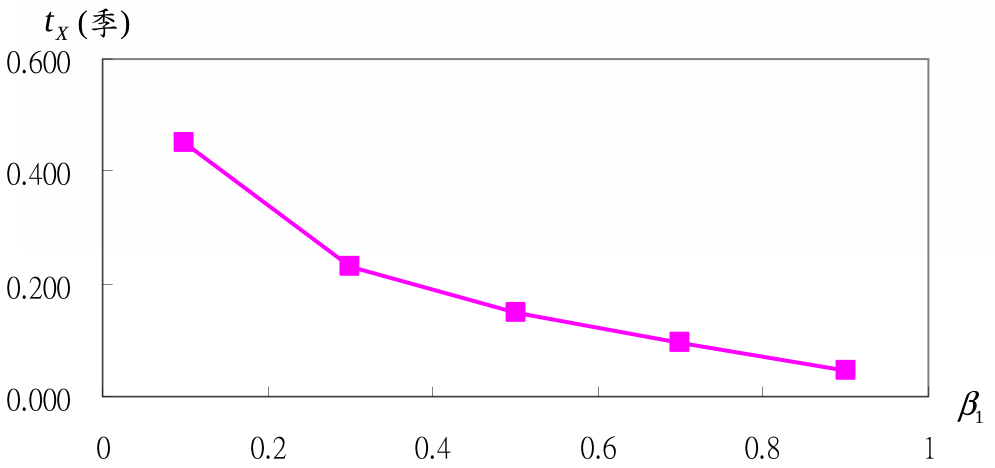

圖 8 β_1與廠商交期關係圖

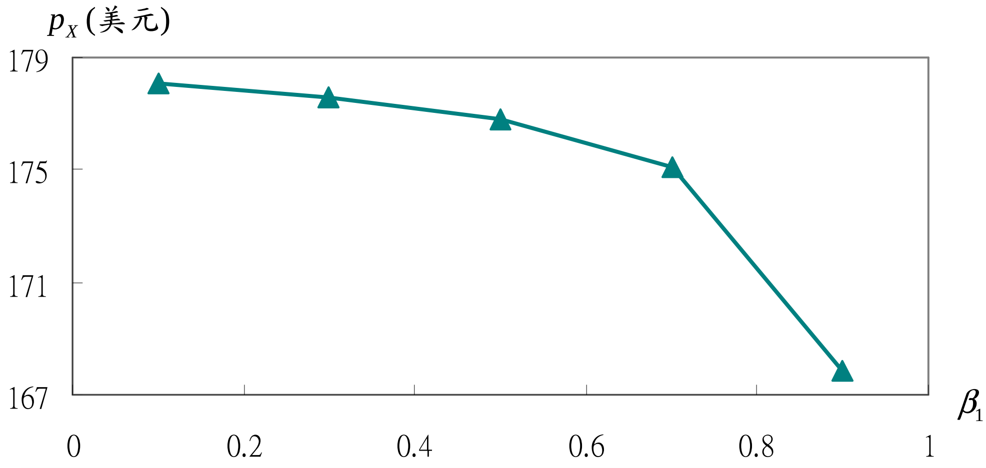

圖 9 β_1與廠商價格關係圖

因為β_1為顧客對交期的偏好、β_2為顧客對價格的偏好，兩者關係互補。由圖 9 可以得知，當β_1增加，即β_2減少，此時 X 廠商價格的訂定對整個廠商的影響程度會減低，所以 X 廠商的均衡價格會下降，且下降幅度隨著β_1增加而增加，不過不論如何，其均衡價格皆優於小廠商的價格(p_M)。

當β_1增加，X 廠商交期的訂定對整個廠商影響程度會上升，但由圖 8 發現，在不同β_1時，廠商交期的均衡解，可能比其他小廠商(t_M)來得大，也有可能來得小，且隨著β_1增加而減少。在$\beta_1 = 0.1$、0.3 時，X 廠商的均衡交期比其他小廠商來得大，而$\beta_1 = 0.5$、0.7、0.9 時卻比其他小廠商來得小。由圖 7 發現到，廠商的利潤隨著β_1增加而減少，意味此時價格對整體廠商的利潤來得較重要。

4.2.5 改變m_1之參數分析

除了m_1，其餘的參數均以表 1 中之數值帶入，改變參數m_1，以 8000、9000、10000、11000、12000 帶入，求出均衡價格交期與利潤，如表 6。

表 6 改變 m_1 之均衡解($m_2 = 3,000$)

m_1	π_X (萬美元/季)	t_X (季)	p_X (美元)	π_Y (萬美元/季)	t_Y (季)	p_Y (美元)
8000	123.37	0.167	176.71	123.37	0.167	176.71
9000	123.38	0.157	176.74	123.38	0.157	176.74
10000	123.38	0.149	176.77	123.38	0.149	176.77
11000	123.39	0.142	176.80	123.39	0.142	176.80
12000	123.40	0.136	176.84	123.40	0.136	176.84

此時兩大廠商均對稱，畫出 X 廠商的均衡利潤、價格、交期與 m_1 間的關係圖，如下：

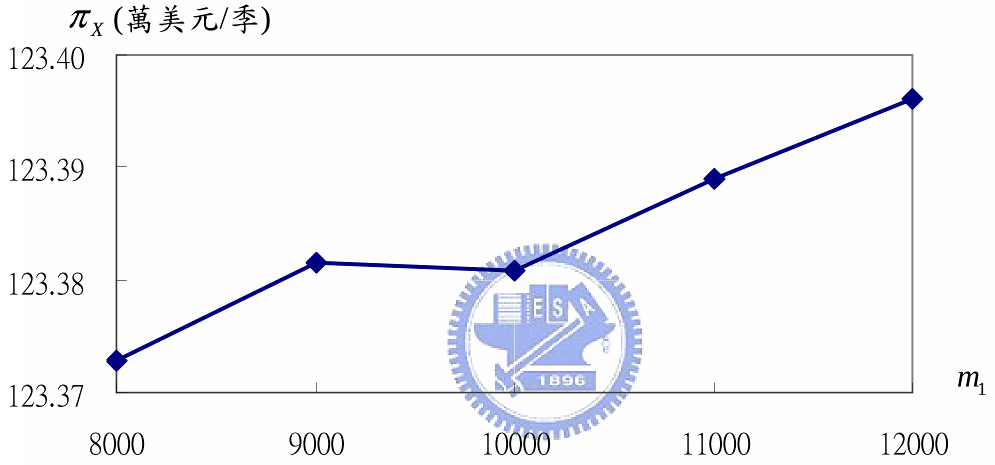

圖 10 m_1 與廠商利潤關係圖

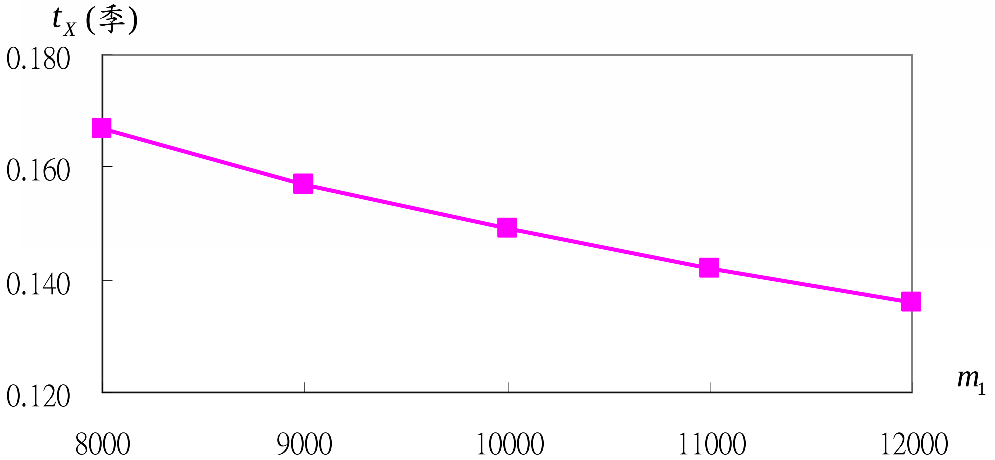

圖 11 m_1 與廠商交期關係圖

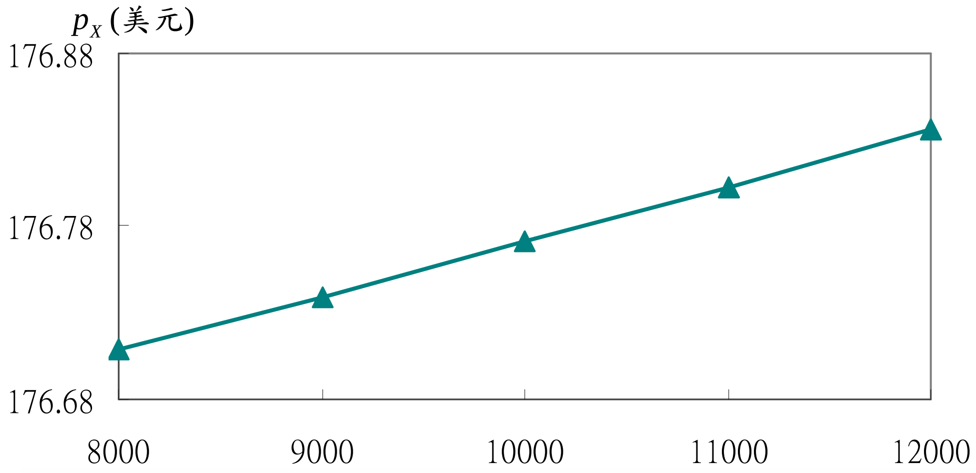

圖 12 m_1 與廠商價格關係圖

因為 m_1 是廠商間交期的差距對其訂單到達率的影響程度，m_2 是廠商間價格的差距對其訂單到達率的影響程度。由圖 11，當 m_1 增加，X 廠商的均衡交期會降低，以減少它與其他小廠商間交期的差距。由圖 12，X 廠商的均衡價格隨著 m_1 增加而增加，因為當 m_2 不變 m_1 增加，則廠商間價格的差距與訂單到達率影響相對減少。觀察圖 10，m_1 的增加對廠商的利潤變化無直接關係，可增也可減，不過大致上，利潤會隨著 m_1 增加而增加，造成這樣的原因，是由於 m_1 不只分別影響價格跟交期，它與兩者間還存有交互關係，這個交互關係因為 m_1 不同而有所改變。

4.2.6 改變 m_2 之參數分析

除了 m_2，其餘的參數均以表 1 中之數值帶入，改變參數 m_2，以 1000、2000、3000、4000、5000 帶入，求出其均衡價格交期與利潤。

表 7 改變 m_2 之均衡解($m_1 = 10,000$)

m_2	π_X (萬美元/季)	t_X (季)	p_X (美元)	π_Y (萬美元/季)	t_Y (季)	p_Y (美元)
1000	119.18	0.082	171.14	119.18	0.082	171.14
2000	122.29	0.12	175.32	122.29	0.12	175.32
3000	123.38	0.149	176.77	123.38	0.149	176.77
4000	123.95	0.173	177.51	123.95	0.173	177.51
5000	124.30	0.194	177.96	124.30	0.194	177.96

此時兩大廠商均對稱，畫出 X 廠商的均衡利潤、價格、交期與 m_1 間的關係圖：

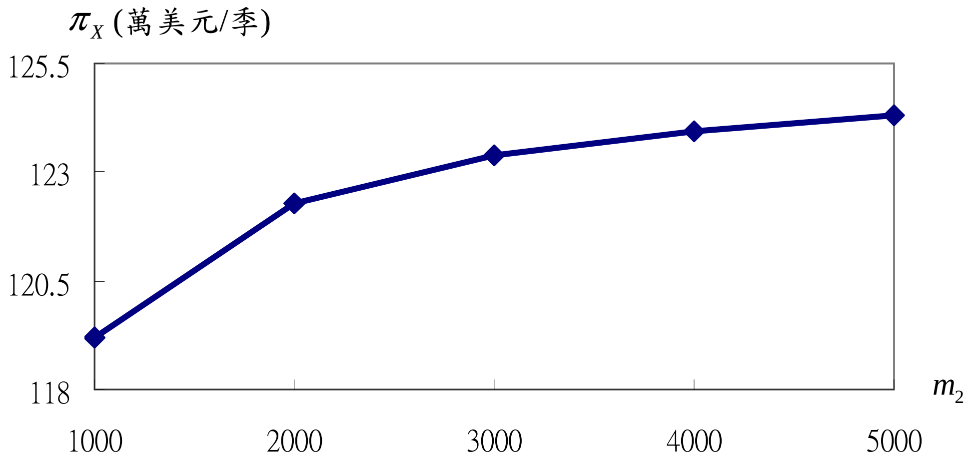

圖 13 m_2 與廠商利潤關係圖

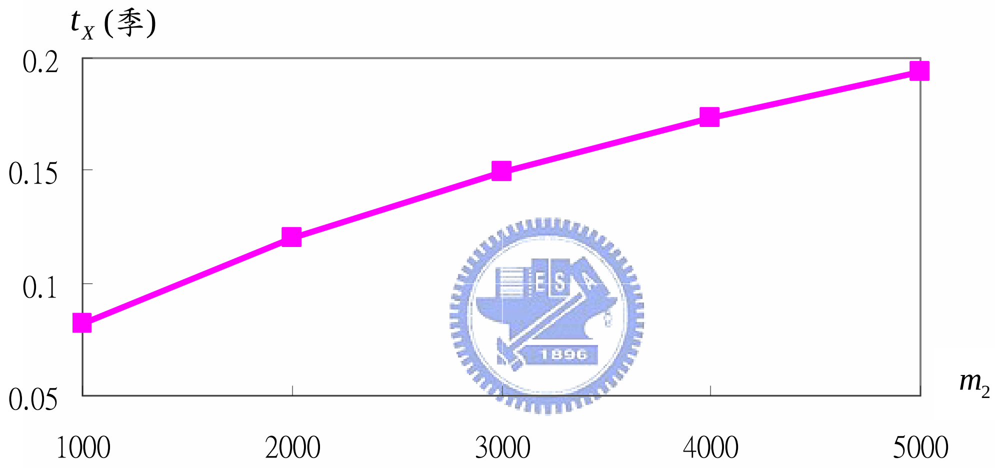

圖 14 m_2 與廠商交期關係圖

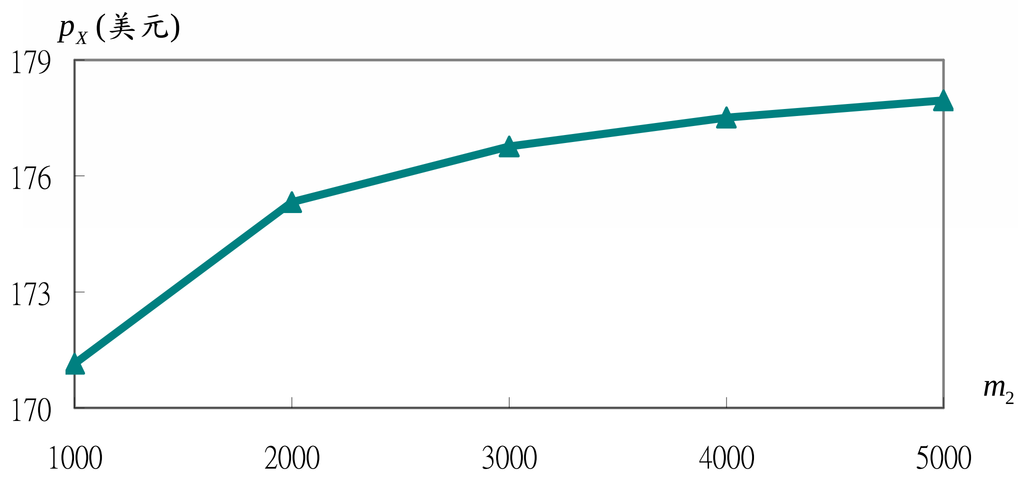

圖 15 m_2 與廠商價格關係圖

延續 4.2.5，討論 m_2 與 X 廠商均衡解間的關係，此時廠商的均衡利潤隨著 m_2 增加而增加。當 m_2 增加，即廠商間價格的差距對其訂單到達率的影響程度增加，所

以在圖 13 中，交期會隨著m_2增加而增加；特別的是，在圖 15 中，X 廠商的價格反而隨著m_2增加而增加，會造成這樣的原因，是此時的兩廠商為對稱，廠商以利潤最大化的目的的，兩家廠商同時提高價格，會同時增加兩家廠商的利潤，此種情況類似兩家廠商合作。

4.3 小結

在由台灣 TFT-LCD 面板業的資料為依據，對參數作分析，發現一些值得探討的地方。

1. 兩大競爭廠商中，產能愈大，理所當然能獲得較大的利潤。因為競爭的關係，兩家廠商無論產能為何，價格仍然接近，但是產能愈大，會使得廠商交期減短，藉此增加競爭力而獲得更大的利潤。
2. 最低服務水準為了使得廠商的服務達到一定水準所訂定的限制條件，當所訂定的最低服務水準越高，廠商利潤反而會下降。故兩大競爭廠商，最好的情況是它們所訂定的最低服務水準是相同的。

第五章　結論與未來研究方向

5.1 結論

本研究是在競爭環境下針對雙占市場中的兩大廠商，建構模型，求解兩家廠商之均衡價格與交期，使得自己與對手廠商在均衡狀態下都沒有誘因去改變其決策，並且針對演算法的合理性做詳細的分析與探討。本研究亦針對台灣 TFT-LCD 產業，蒐集資料並利用本論文的演算法，找出兩大競爭廠商的均衡解並做參數分析，以了解各參數對此產業的影響為何。以下分做幾點，將本研究主要的結論與貢獻整理如下：

1. 雙占競爭市場中，在已知顧客對價格與交期的偏好，跟對大廠商與小廠商的偏好，利用本論文所找到的演算法，可使得兩大競爭廠商很快找到適合雙方的均衡解，有別於以往兩家廠商在找到均衡解前需重複競爭，而節省計算時間。
2. 本研究在找到演算法之後，針對此演算法，做求解存在且唯一之討論。在兩大競爭廠商對稱，也就是他們的產能、技術、成本、品質皆相同時，用演算法所求得之均衡解可以證明是存在且唯一的。而在兩大競爭廠商非對稱時，用演算法所求得之均衡解可以證明是存在的，在部分條件下，可證明是唯一的，但在其他條件下，有可能存在多組均衡解，不過仍然有可能具有唯一性。
3. 本論文第四章的案例分析，以台灣雙占競爭市場的產業之一的 TFT-LCD 面板業為例，將這個產業的數據與本研究之演算法結合，可更了解影響現實產業的因素為何，以及參數變化對競爭產業之影響。

5.2 未來研究方向

本研究之後，未來可發展之研究，列出如下：

1. 對求解存在且唯一性，做出更嚴謹的證明。
2. 模型建構時，考慮市場上有對交期敏感與價格敏感的兩群顧客。

3. 在現實情況下，訂單到達率與廠商的產能間是有關係的，將這個條件帶入模型當中。

4. 利用本模型將更多雙占市場的產業做參數分析，並將所得的數據用資料探勘(data mining)來比較其與現實情況下的差異。

附錄

1. **Lemma 3** 之證明

$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x + c$$

(1) 當 $a < 0$ 、 $c > 0$ 時

此時 $a \cdot c < 0$ ，觀察 $f(x)$ 之圖形。

首先，將 $f(x)$ 對 x 做一次及二次微分：

$$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + b$$

$$f''(x) = 6 \cdot a \cdot x$$

在 $x > 0$ 時， $f''(x) < 0$ 恆成立，也就是說 $f(x)$ 是一個凹函數。當 $f(x)$ 為遞減函數，則 $|\Delta f(x)|$ 會隨著 x 增加而增大；又當 $f(x)$ 為遞增函數，則 $|\Delta f(x)|$ 會隨著 x 增加而減小。

將 $f(x)$ 分兩種情況討論，第一種是 $b \leq 0$ ，第二種是 $b > 0$

情況一 $b \leq 0$

此時 $f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + b < 0$ 恆成立， $f(x)$ 為遞減函數， $f(x)$ 隨著 x 增加而遞減；已知 $f(0) = c > 0$ ，且因 $f(x)$ 為凹函數，必定存在一點 $x > 0$ ，使得 $f(x) = 0$ 。如圖 16 所示。

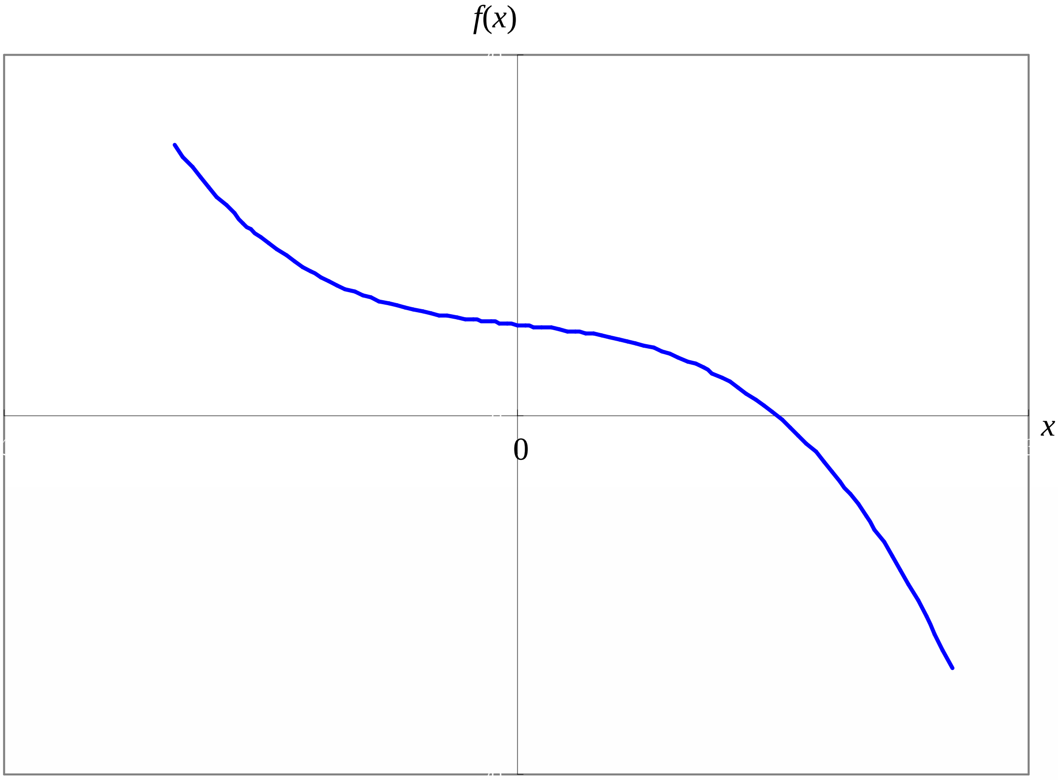

圖 16 當 $a<0$ 、 $c>0$ 且 $b\le 0$ 時之 $f(x)$ 示意圖

情況二 $b>0$

當 $f'(x)=0$，此時 $x=\pm\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ ，以下分別以 $x=\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 及 $x=-\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 討論之。

(a) 當 $x=-\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 時，$x<0$ ， $f''(x)>0$ ，此點為 $f(x)$ 之局部極小值(local minimum)

(b) 當 $x=\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 時， $x>0$ ， $f''(x)<0$ ，此點為 $f(x)$ 之局部極大值(local maximum)

又可以知道，0 介於 $-\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 與 $\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 之間，當 $0\le x\le\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 時， $f(x)$ 隨著 x 增加而增加，當 $x\ge\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 時， $f(x)$ 隨著 x 增加而遞減。

因為 $f(0)=c>0$ ，所以

$$f\left(\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}\right)>c>0$$

又在 $x>\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ ， $f(x)$ 遞減且恆為凹函數，故在此範圍內存在唯一一點，使得 $f(x)=0$ ，如圖 17 所示。

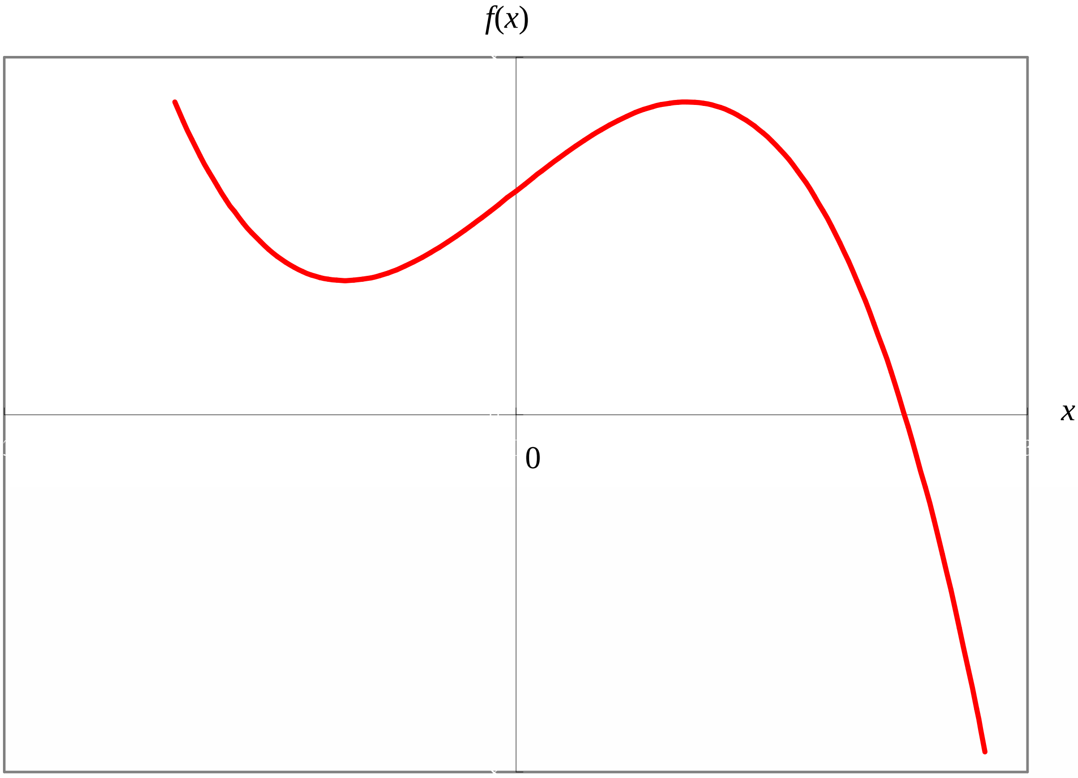

圖 17 當$a<0$、$c>0$且$b>0$時之$f(x)$示意圖

綜合**情況一、情況二**，一元三次方程式$f(x)=a\cdot x^3+b\cdot x+c$，當$a<0$、$c>0$，在$x>0$時，存在唯一一個根使得$f(x)=0$。

(2) 當$a>0$、$c<0$時

此時$a\cdot c<0$，觀察$f(x)$之圖形。

首先，將$f(x)$對x做一次及二次微分：

$$f'(x)=3\cdot a\cdot x^2+b$$

$$f''(x)=6\cdot a\cdot x$$

在$x>0$時，$f''(x)>0$恆成立，也就是說$f(x)$是一個凸函數。當$f(x)$為遞減函數，則$|\Delta f(x)|$會隨著x增加而減少；又當$f(x)$為遞增函數，則$|\Delta f(x)|$會隨著x增加而增加。

將$f(x)$分兩種情況討論，第一種是$b<0$，第二種是$b\geq 0$

情況一 $b\geq 0$

此時 $f'(x)=3\cdot a\cdot x^2+b>0$ 恆成立，$f(x)$ 為遞增函數，$f(x)$ 隨著 x 增加而增加；已知 $f(0)=c<0$，且因 $f(x)$ 為凸函數，必定存在一點 $x>0$，使得 $f(x)=0$，如圖 18 所示。

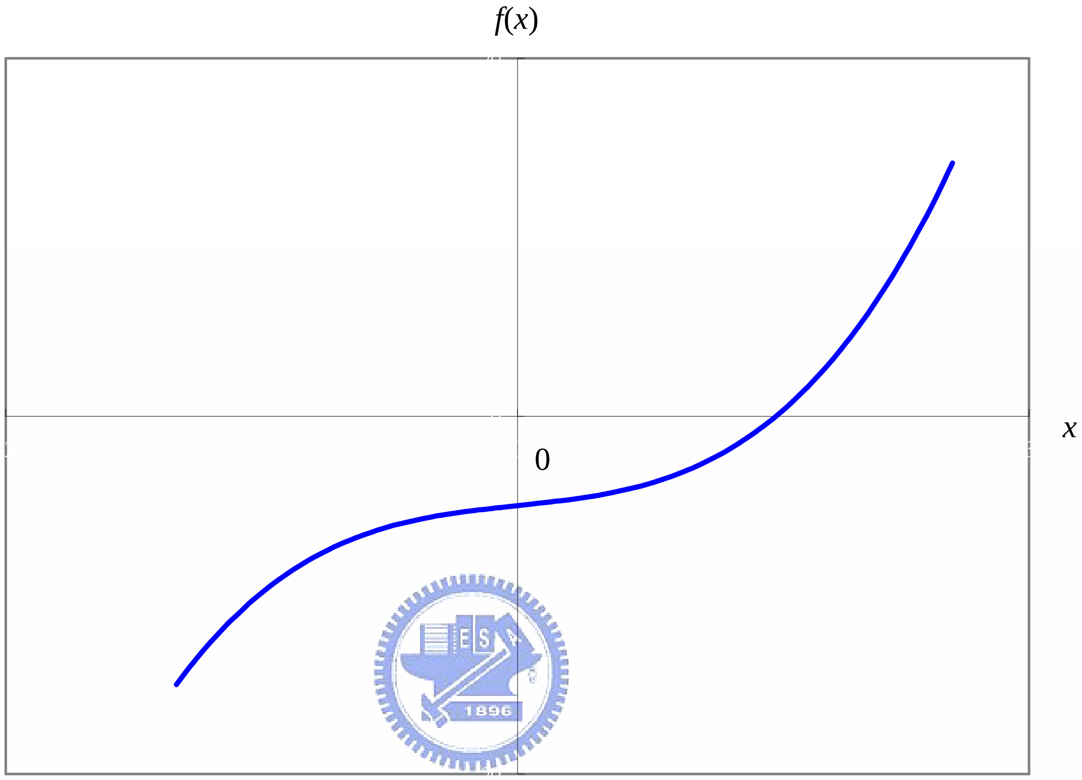

圖 18 當 $a>0$、$c<0$ 且 $b\le 0$ 時之 $f(x)$ 示意圖

情況二 $b<0$

當 $f'(x)=0$，此時 $x=\pm\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$，以下分別以 $x=\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 及 $x=-\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 討論之。

(a) 當 $x=-\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 時，$x<0$，$f''(x)<0$，此點為 $f(x)$ 之局部極大值。

(b) 當 $x=\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 時，$x>0$，$f''(x)>0$，此點為 $f(x)$ 之局部極小值。

又可以知道，0 介於 $-\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 與 $\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 之間，當 $0\le x\le\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 時，$f(x)$ 隨著 x 增加而減少，當 $x\ge\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$ 時，$f(x)$ 隨著 x 增加而增加，如圖 19 所示。

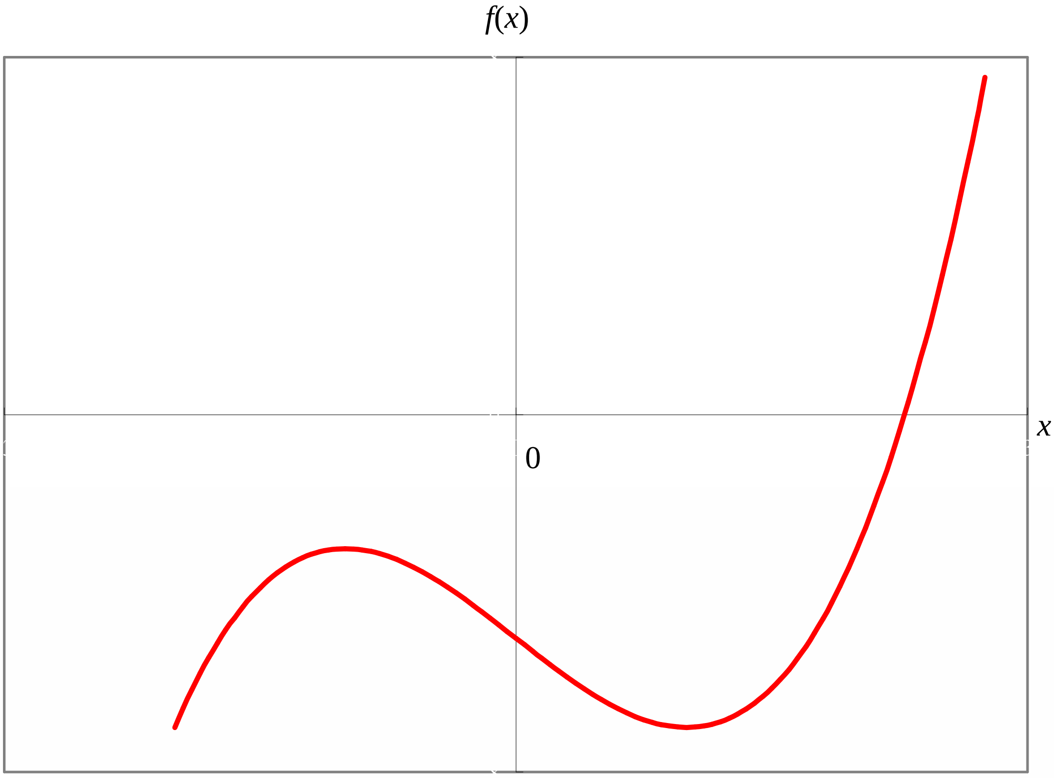

圖 19 當$a>0$、$c<0$且$b>0$時之$f(x)$示意圖

因為$f(0)=c<0$，所以

$$f(\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}})>c>0$$

又在$x>\sqrt{\frac{-b}{3\cdot a}}$，$f(x)$遞增且恆為凸函數，故在此範圍內存在唯一一點，使得$f(x)=0$

綜合**情況一**與**情況二**，一元三次方程式$f(x)=a\cdot x^3+b\cdot x+c$，當$a<0$、$c>0$，在$x>0$時，存在唯一一個根使得$f(x)=0$；

綜合(1)、(2)，$f(x)=a\cdot x^3+b\cdot x+c$中當$a\cdot c<0$，無論$b$的大小為何，僅存在一個正數$x$為$f(x)=0$的根。 ∈

2. **Proposition 2** 之證明

為了觀察$\mathrm{T}(t_X)=E\cdot\left(6F_1\cdot t_X{}^2-H_1\right)+F_1\cdot t_X{}^3\cdot\left(3F_1\cdot t_X{}^2+H_1\right)$的極大值與極小值存在地點，先對其化簡並做一次微分與二次微分：

$$
\begin{aligned}
\mathrm{T}(t_X) &= 3F_1^2 t_X^{\ 5} + F_1 H_1 t_X^{\ 3} + 6EF_1 t_X^{\ 2} - EH_1 \\
\mathrm{T}'(t_X) &= 15F_1^2 t_X^{\ 4} + 3F_1 H_1 t_X^{\ 2} + 12EF_1 t_X \\
&= 3F_1 t_X \cdot \left(5F_1 t_X^{\ 3} + H_1 t_X + 4E\right) \\
\mathrm{T}''(t_X) &= 60F_1^2 t_X^{\ 3} + 6F_1 H_1 t_X + 12EF_1 \\
&= 6F_1 \cdot \left(10F_1 t_X^{\ 3} + H_1 t_X + 2E\right)
\end{aligned}
$$

當$\mathrm{T}'(t_X)=0$，t_X處會產生極值，若是此時的$\mathrm{T}''(t_X)>0$，其為相對極小值，而$\mathrm{T}''(t_X)<0$，其為相對極大值。

以下分兩種情況討論$\mathrm{T}(t_X)$在t_X為正之範圍；(a) 對所有的E,F_1,G，$\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E>0$。(b) 對所有的$E,F_1,G$，$\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E<0$。

(a) 對所有的E,F_1,G，$\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E>0$：

令$\mathrm{P}(t_X)=5F_1t_X^{\ 3}+H_1t_X+4E$，也就是說，$\mathrm{T}'(t_X)=3F_1t_X\cdot\mathrm{P}(t_X)$，為觀察其圖形，對$\mathrm{P}(t_X)$做一次及二次微分，

$$
\begin{aligned}
\mathrm{P}'(t_X) &= \left(15F_1 t_X^{\ 2} + H_1\right) \\
\mathrm{P}''(t_X) &= 30F_1 t_X
\end{aligned}
$$

$\mathrm{P}'(t_X)=0$的根為$t_X=\pm\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}$，當$t_X=-\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}$時，$\mathrm{P}''(t_X)<0$為相對極大值，而當$t_X=\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}$時，$\mathrm{P}''(t_X)>0$為相對極小值。所以

i. 當$t_X<-\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}$，$\mathrm{P}(t_X)$隨$t_X$增加而遞增；

ii. 當$-\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}<t_X<\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}$，$\mathrm{P}(t_X)$隨$t_X$增加而遞減；

iii. 當 $t_X > \sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}$ ，$\mathrm{P}(t_X)$ 隨 t_X 增加而遞增。

因為在相對極小值時，

$$\mathrm{P}\left(\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}\right)=\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E>0$$

又 $\mathrm{P}(0)=4E>0$，所以當 t_X 為正數時，$\mathrm{P}(t_X)$ 恆正，如圖 20 所示。

在 t_X 為正數時，$\mathrm{P}(t_X)$ 恆正，又 F_1 為正數，所以 $\mathrm{T}'(t_X)$ 恆大於 0，$\mathrm{T}(t_X)$ 隨著 t_X 增加而遞增。因為 $\mathrm{T}(0)=-EH_1>0$ ，表示此時 $\mathrm{T}(t_X)$ 恆正。

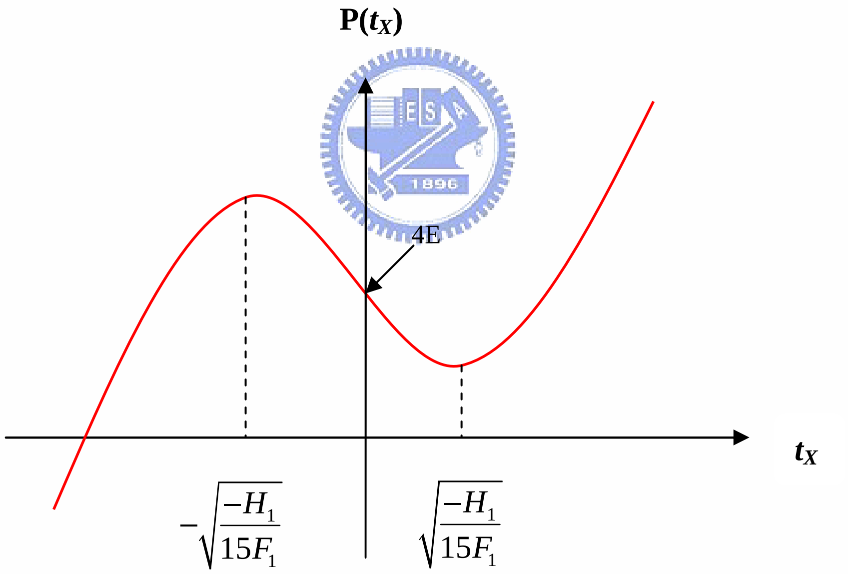

圖 20 $\mathrm{P}(t_X)$ 的示意圖(a)

(b) 對所有的 E,F_1,G ，$\dfrac{2}{3}H_1\sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}+4E<0$

在此情況下， t_X 在不同範圍下，$\mathrm{P}(t_X)$ 為遞增或遞減的條件，如同情況(a)所示，

i.　當$t_X < -\sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}$，$\mathrm{P}(t_X)$隨$t_X$增加而遞增。

ii.　當$-\sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}} < t_X < \sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}$，$\mathrm{P}(t_X)$隨$t_X$增加而遞減。

iii.　當$t_X > \sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}$，$\mathrm{P}(t_X)$隨$t_X$增加而遞增。

因為在相對極小值時，即$t_X = \sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}$，

$$\mathrm{P}\left(\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}\right) = \frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}} + 4E < 0$$

又$\mathrm{P}(0) = 4E > 0$，所以在$t_X > 0$時，有兩個根符合$\mathrm{P}(t_X) = 0$，由小到大分別為t_{X_1}、t_{X_2}，而且，

$$\begin{aligned} &0 < t_{X_1} < \sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}} \\ &t_{X_2} > \sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}} \end{aligned} \tag{84}$$

如圖 21 所示。

在$t_X \geq 0$時，$\mathrm{T}'(t_X) = 0$的根為 0、t_{X_1}與t_{X_2}， 此三根也是$\mathrm{T}(t_X)$的極值所在，將其帶入$\mathrm{T}''(t_X)$中。$\mathrm{T}''(t_{X_1})$為負，表示此時為相對極大值，而$\mathrm{T}''(0)$與$\mathrm{T}''(t_{X_2})$為正，表示此時為相對極小值。

在$t_X \geq 0$時，若相對極小值$\mathrm{T}(0)$與$\mathrm{T}(t_{X_2})$的值皆大於 0，則$\mathrm{T}(t_X)$恆為正數，若至少有一個相對極小值小於 0，則$\mathrm{T}(t_X)$不恆為正數。以下分別是$\mathrm{T}(0)$與$\mathrm{T}(t_{X_2})$數值之討論。

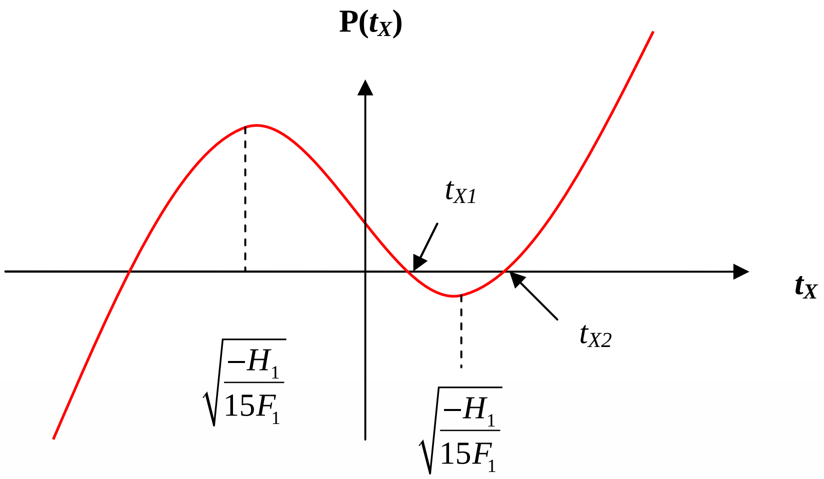

圖 21 $P(t_X)$ 的示意圖(b)

已知 $T(0) = -EH_1 > 0$，再者，因為 $P(t_{X_2}) = 0$，即 $5F_1 t_{X_2}{}^3 + H_1 t_{X_2} + 4E = 0$，將 $E = -\frac{1}{4}(5F_1 t_{X_2}{}^3 + H_1 t_{X_2})$ 帶入 $T(t_{X_2})$ 如下：

$$
\begin{aligned}
T(t_{X_2}) &= 3F_1^2 t_{X_2}{}^5 + F_1 H_1 t_{X_2}{}^3 + 6EF_1 t_{X_2}{}^2 - EH_1 \\
&= \frac{1}{4}\cdot\begin{bmatrix} 12F_1^2 t_{X_2}{}^5 + 4F_1 H_1 t_{X_2}{}^3 \\ -6(5F_1 t_{X_2}{}^3 + H_1 t_{X_2})F_1 t_{X_2}{}^2 + (5F_1 t_{X_2}{}^3 + H_1 t_{X_2})H_1 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{4}\cdot(-18F_1^2 t_{X_2}{}^5 + 3F_1 H_1 t_{X_2}{}^3 + H_1^2 t_{X_2}) \\
&= \frac{t_{X_2}}{4}\cdot(H_1 + 6F_1 t_{X_2}{}^2)\cdot(H_1 - 3F_1 t_{X_2}{}^2)
\end{aligned} \tag{85}
$$

將 E, F_1, H_1 間的關係分成兩種情況來討論，**情況一**，$P\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right) < 0$，即

$$
\begin{aligned}
& P\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right) < 0 \\
\Rightarrow\ & 5F_1\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right)^3 + H_1\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right) + 4E < 0 \\
\Rightarrow\ & \frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}} + 4E < 0
\end{aligned}
$$

情況二，$P\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right)>0$，即 $\frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E>0$。

情況一 參數間關係 $\frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E<0$

$P\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right)<0$，因為 $P\left(t_{X_2}\right)=0$，所以可以得到，$P\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right)<P\left(t_{X_2}\right)$。根據上述說明中 $P\left(t_X\right)$ 的增減與 t_X 範圍的關係：當 $t_X>\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}$，$P\left(t_X\right)$ 隨 t_X 增加而遞增。

由(84)，$t_{X_2}>\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}$，另外，我們可以很明顯的判斷，$\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}>\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}$，所以 t_{X_2} 與 $\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}$ 皆在 $t_X>\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}$ 範圍之內且在此範圍內，$P(\bullet)$ 為遞增函數，故當 $P\left(t_{X_2}\right)>P\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right)$ 時，$t_{X_2}>\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}$。

由(85)得到，$T\left(t_{X_2}\right)=\frac{t_{X_2}}{4}\cdot\left(H_1+6F_1t_{X_2}{}^2\right)\cdot\left(H_1-3F_1t_{X_2}{}^2\right)$，$\frac{t_{X_2}}{4}>0$，由於 $H_1<0$，所以 $\left(H_1-3F_1t_{X_2}{}^2\right)<0$，又因為 $t_{X_2}>\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}$，即 $t_{X_2}{}^2>\frac{-H_1}{6F_1}$，$F_1$ 為正，故 $6F_1t_{X_2}{}^2>-H_1$，即 $H_1+6F_1t_{X_2}{}^2>0$，綜合以上，$T\left(t_{X_2}\right)<0$。

情況二 參數間關係 $\frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E>0$

$P\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right)>0$，因為 $P\left(t_{X_2}\right)=0$，所以可以得到，$P\left(\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}\right)>P\left(t_{X_2}\right)$。根據上

述說明中$\mathrm{P}(t_X)$的增減與t_X範圍的關係：當$t_X > \sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}$，$\mathrm{P}(t_X)$隨$t_X$增加而遞增。

由(84)，$t_{X_2} > \sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}$，另外，我們可以很明顯的判斷，$\sqrt{\dfrac{-H_1}{6F_1}} > \sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}$，所以$t_{X_2}$與$\sqrt{\dfrac{-H_1}{6F_1}}$皆在$t_X > \sqrt{\dfrac{-H_1}{15F_1}}$範圍之內，且在此範圍內，$\mathrm{P}(\bullet)$為遞增函數，故當$\mathrm{P}(t_{X_2}) < \mathrm{P}\left(\sqrt{\dfrac{-H_1}{6F_1}}\right)$時，$t_{X_2} < \sqrt{\dfrac{-H_1}{6F_1}}$。

由(85)得到，$\mathrm{T}(t_{X_2}) = \dfrac{t_{X_2}}{4}\cdot\left(H_1 + 6F_1 t_{X_2}{}^2\right)\cdot\left(H_1 - 3F_1 t_{X_2}{}^2\right)$，$\dfrac{t_{X_2}}{4}>0$，由於$H_1 < 0$，所以$\left(H_1 - 3F_1 t_{X_2}{}^2\right) < 0$，又因為$t_{X_2} < \sqrt{\dfrac{-H_1}{6F_1}}$，即$t_{X_2}{}^2 < \dfrac{-H_1}{6F_1}$，$F_1$為正，故$6F_1 t_{X_2}{}^2 < -H_1$，即$H_1 + 6F_1 t_{X_2}{}^2 < 0$，綜合以上，$\mathrm{T}(t_{X_2}) > 0$。

將**情況一**與**情況二**的結果整理如下，E, F_1, G, H_1之間的關係：

$$
\begin{aligned}
&\text{當 } \frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}} + 4E < 0 \Rightarrow \mathrm{T}(t_{X_2}) < 0 \\
&\text{當 } \frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}} + 4E > 0 \Rightarrow \mathrm{T}(t_{X_2}) > 0
\end{aligned}
\tag{86}
$$

當$\mathrm{T}(t_{X_2}) > 0$，即$\mathrm{T}(t_X)$恆為正數，而$\mathrm{T}(t_{X_2}) < 0$，表示部分$\mathrm{T}(t_X)$為負值。

綜合(a)與(b)以上，當$H_1 < 0$且$t_X > 0$時，(a)的結果如下：

$$\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}} + 4E > 0 \Rightarrow \mathrm{T}(t_X) > 0 \text{ 恆成立}$$

而(b)的結果如下，

$$\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E<0,\ \frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E>0 \Rightarrow \mathrm{T}(t_X)>0\text{ 恆成立}$$

$$\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E<0,\ \frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E<0 \Rightarrow \mathrm{T}(t_X)\text{ 可為正亦可為負}$$

將(a)與(b)的結果合併整理，對 $\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E>0$ 與

$\left\{\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E<0,\ \frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E>0\right\}$ 的區域取聯集，即 E,F_1,H_1 之間的關係為 $\frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E>0$。而 $\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E<0$ 與 $\frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E<0$ 的交集就是 $\frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E<0$，以圖 22 說明之。

<table>
<tr><td colspan="1">$\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E>0$</td><td colspan="2">$\frac{2}{3}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E<0$</td></tr>
<tr><td>T (t$_X$) >0恆成立</td><td>T (t_X) >0恆成立</td><td>T (t_X) >0不恆成立</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\frac{1}{6}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E>0$</td><td>$\frac{1}{6}H_1\sqrt{\frac{-H_1}{6F_1}}+4E<0$</td></tr>
</table>

圖 22 $\mathrm{T}(t_X)$ 是否恆正與 E,F_1,H_1 間關係之示意圖

重新改寫 E,F_1,H_1 間的關係所能影響之 $\mathrm{T}(t_X)$ 範圍如下：

$$\frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E>0 \Rightarrow \mathrm{T}(t_X)>0\text{ 恆成立}$$

$$\frac{H_1}{6}\sqrt{\frac{-H_1}{15F_1}}+4E<0 \Rightarrow \mathrm{T}(t_X)\text{ 可能為正亦可能為負}$$

€

參考文獻

Bazaraa, M. S. and H. D. Sherali, and C. M. Shetty, *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms* 3^{rd} Edition.

Chen, H. and Y. W. Wan, 2003. “Price competition of make-to-order firms.” *IIE Transactions* **35** 817-832.

ElHafsi, M., 2000. “An operational decision model for lead-time and price quotation in congested manufacturing system. *European Journal of Operational Research* **126** 355-370

Ha, A. Y., 1998. “Incentive-Compatible pricing for a service facility with joint production and congestion externalities.” *Management Science* **44**(12) 1623-1636

Hatoum, K. W. and Y. L. Chang, 1997. “Trade-off between quoted lead time and price.” *Production planning and control* **8**(2) 158-172

Hobbs, B. F. 2001. “Linear Complementarity Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Markets.” *IEEE Transactions on Power Systems* **16**(2) 194-202

Kalai, E., M. I. Kamien, M. Rubinovitch, 1992. “Optimal service speeds in a competitive environment.” *Management Science* **38**(8)

Lederer, P. J. and L. Li, 1997. “Pricing, production, scheduling, and delivery-time competitive.” *Operations Research* **45**(3) 407-420.

Li, L. and Y. S. Lee, 1994. “Pricing and delivery-time performance in a competitive environment.” *Management Science* **40**(5) 633-646.

Lieberman, M. B. and D. B. Montgomery, 1988. "First-Mover Advantages." *Strategic Management Journal* **9** (Special Issue) 41-58.

Mereau, P. and J. Paquet, 1974. “Second Order Conditions for Pseudo-Convex

Functions." *SIAM Journal on Applied Mathematics* **27**(1) 131-137

Palaka, K., S. Erlebacher, D. H. Kropp, 1998. "Lead-time setting, capacity utilization, and pricing decisions under lead-time dependent demand." *IIE Transactions* **30** 151-163

Ray, S. and E. M. Jewkes, 2004. "Customer lead time management when both demand and price are lead time sensitive." *European Journal of Operational Research* **153** 769-781.

So, K. C. and J. S. Song, 1998. "Price, delivery time guarantees and capacity selection." *European Journal of Operational Research* **111** 28-49.

Stigler, G. J., 1983. *The Organization of Industry*

Taha, H. A., 2007. *An Introduction of Operations Research* 8th edition.

陳子文，2004，「寡占市場競爭環境下最適交期及價格之訂定」，國立交通大學工業工程與管理研究所碩士論文。

吳宜穆，2005，「競爭環境下兩大寡占廠商之價格與交期訂定之研究」，國立交通大學工業工程與管理研究所碩士論文。

王子銘，2005，「透視 TFT-LCD 面板暨顯示器產業未來發展趨勢」，TRI 拓墣產業研究所。