

# 國立交通大學

理學院碩士在職專班網路學習組

## 碩士論文

激發式動態呈現教學設計之研究

以二元一次方程式的圖形為例

A Study on Instructional Design by Trigger-based Animation  
in the Graphs of Linear Equations in Two Variables

研究生：洪榮忠

指導教授：陳明璋 博士

袁媛 博士

中華民國九十七年六月

激發式動態呈現教學設計之研究

以二元一次方程式的圖形為例

A Study on Instructional Design by Trigger-based Animation  
in the Graphs of Linear Equations in Two Variables

研 究 生：洪榮忠

Student：Jung-Chung Hung

指 導 教 授：陳明璋

Advisor：Ming-Jang Chen

袁 媛

Yuan Yuan

國 立 交 通 大 學  
理 學 院 網 路 學 習 學 程  
碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Degree Program of E-Learning  
College of Science

National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in

Degree Program of E-Learning

June 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年六月

# 激發式動態呈現教學設計之研究 以二元一次方程式的圖形為例

學生：洪榮忠

指導教授：陳明璋 博士

袁 媛 博士

國立交通大學碩士在職專班網路學習組

## 摘要

如何利用現代資訊科技融入課堂協助學生的學習，一直是教育專家努力的方向。教材以課堂授課為導向的呈現方式，除了傳統的黑板、粉筆外，利用『激發式動態呈現』的教學簡報，從激發學生的注意力進而引導學習；其方法是以一個物件控制一連串訊息的動態呈現，或多個物件來控制單一訊息的呈現，教學訊息可選擇性、隨意性或預先安排的呈現，因此教師可適性地與全班互動。

延續過去學者所提出的教材設計原則，本研究將以七年級數學教材中二元一次方程式的圖形為例，去檢視以激發式動態呈現的教學設計相較於一般傳統的簡報教學，是否有較好的學習成就和較低的認知負荷。

本研究採準實驗設計，以兩個七年級的班級學生進行教學實驗，由實驗得到的結果顯示，激發式動態呈現的教學設計可以協助低學業成就的學生，不論在學習成就或降低認知負荷都有較佳的表現。

關鍵詞：多媒體學習、激發式動態呈現、認知負荷、學習成就

# A Study on Instructional Design by Trigger-based Animation in the Graphs of Linear Equations in Two Variables

Student : Jung-Chung Hung

Advisor : Dr. Ming-Jang Chen

Dr. Yuan Yuan

Degree Program of E-Learning  
National Chiao Tung University

## Abstract

How to use modern information science and technology to help students' learning in the classroom has been the education experts' goal. Instead of using the traditional blackboard and chalk method to present subject content in the classroom, "Instructional Design by Trigger-based Animation" methodology stimulates students' attention and guides them into learning much more effectively; The method is to control the presentation dynamically with a succession of information about an object, or many objects can control the presentation of a single concept. Subject content can be presented optionally randomly or in advance, so that the teacher can interact with the whole class on an equal level.

To continue the design principle of the teaching material that scholars had put forward, this study takes "the graphs of linear equation with two variables" in Seventh Grade Mathematics teaching material as the example, to compare the methodology of trigger-based animation with the traditional methodology to investigate whether there is better learning achievement and a lower cognitive load.

This study uses a quasi-experimental design. The teaching experiment will be conducted with two classes of Seventh graders. The results obtained from the experiments show that the "Instructional Design by Trigger-based Animation" methodology can help the students who are poor achievers do better on not only learning achievement but reducing the cognitive load.

Keyword: multimedia learning, trigger-based animation, cognition load, learning achievement

# 目次

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 摘要 .....                     | i  |
| 英文摘要 .....                   | ii |
| 表目錄 .....                    | v  |
| 圖目錄 .....                    | vi |
| 第一章 緒論 .....                 | 1  |
| 1-1 研究背景和動機 .....            | 1  |
| 1-2 研究的目的 .....              | 2  |
| 1-3 研究的問題 .....              | 5  |
| 1-4 研究的範圍與限制 .....           | 6  |
| 1-5 論文架構 .....               | 6  |
| 第二章 文獻探討 .....               | 8  |
| 2-1 訊息處理理論與知覺歷程 .....        | 8  |
| 2-1.1 訊息處理理論 .....           | 8  |
| 2-1.2 知覺歷程 .....             | 12 |
| 2-2 認知負荷理論 .....             | 18 |
| 2-2.1 認知負荷理論對認知架構的基本假設 ..... | 18 |
| 2-2.2 認知負荷的來源 .....          | 20 |
| 2-2.3 認知負荷的種類 .....          | 21 |
| 2-2.4 認知負荷理論的教學應用 .....      | 22 |
| 2-3 多媒體學習認知理論 .....          | 24 |
| 2-3.1 多媒體學習認知理論 .....        | 24 |
| 2-3.2 多媒體教材設計原則 .....        | 28 |
| 2-4 數學簡報教材設計原則 .....         | 32 |
| 2-4.1 數學簡報系統 (MathPS) .....  | 32 |
| 2-4.2 教學法與學習理論 .....         | 39 |
| 第三章 研究方法 .....               | 44 |
| 3-1 研究對象 .....               | 45 |
| 3-2 研究設計 .....               | 47 |
| 3-3 研究工具設計 .....             | 49 |
| 3-3.1 實驗教材製作 .....           | 49 |

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| 3-3.2 問卷製作 .....                 | 51  |
| 3-4 實施步驟與過程 .....                | 54  |
| 3-5 資料分析方法 .....                 | 55  |
| 第四章 結果與討論 .....                  | 56  |
| 4-1 樣本的敘述統計資料 .....              | 56  |
| 4-1.1 甲乙班教學實驗相關敘述統計 .....        | 56  |
| 4-1.2 學業成就分組下甲乙班相關敘述統計 .....     | 58  |
| 4-2 研究假設的檢驗與說明 .....             | 61  |
| 4-2.1 教學設計與學業成就對學習成就的影響 .....    | 61  |
| 4-2.2 教學設計與學業成就對降低認知負荷量的影響 ..... | 67  |
| 4-2.3 學業成就與認知負荷量的相關性 .....       | 71  |
| 4-3 結果摘要 .....                   | 73  |
| 第五章 結論與建議 .....                  | 74  |
| 5-1 研究結論 .....                   | 74  |
| 5-2 研究貢獻 .....                   | 74  |
| 5-3 實務上的建議 .....                 | 75  |
| 5-4 未來研究方向 .....                 | 76  |
| 參考文獻 .....                       | 78  |
| 中文部分 .....                       | 78  |
| 英文部分 .....                       | 79  |
| 附錄 .....                         | 81  |
| 附錄一 各主題單元投影片教學過程簡述（教材分析） .....   | 81  |
| 附錄二 各單元受測試題內容 .....              | 96  |
| 附錄三 二元一次方程式的圖形教學活動設計表 .....      | 101 |



## 表目錄

|  |    |
|--|----|
| 表 1-1 教材呈現指標 .....                         | 3  |
| 表 1-2 學習者/教師授課不同導向之媒體教材特質比較分析表 .....       | 4  |
| 表 2-1 認知負荷的教學效應 .....                      | 22 |
| 表 2-2 三種多媒體訊息的觀點 .....                     | 25 |
| 表 2-3 兩種多媒體設計的觀點 .....                     | 26 |
| 表 2-4 兩種多媒體學習的含意 .....                     | 26 |
| 表 2-5 兩種多媒體學習的目標 .....                     | 27 |
| 表 2-6 三種多媒體學習的結果 .....                     | 27 |
| 表 2-7 MathPS 繪圖環境的各項功能 .....               | 33 |
| 表 2-8 MathPS 按鈕式動態呈現的功能 .....              | 35 |
| 表 2-9 MathPS 2.20e 版的系統操作功能說明表 .....       | 36 |
| 表 2-10 講解式與發現式教學法對照表 .....                 | 40 |
| 表 2-11 Gagne 九大教學事件 .....                  | 41 |
| 表 3-1 甲乙班上學期數學成績平均數及標準差摘要表 .....           | 46 |
| 表 3-2 甲乙班上學期數學成績常態性檢定摘要表 .....             | 46 |
| 表 3-3 甲乙班上學期成績獨立樣本 t 考驗摘要表 .....           | 47 |
| 表 3-4 實驗設計分組細格表 .....                      | 47 |
| 表 3-5 各階段主題單元教材分析簡述 .....                  | 50 |
| 表 3-6 受測試題分類、難度、鑑別度說明表 .....               | 52 |
| 表 3-7 認知負荷評量表 .....                        | 53 |
| 表 4-1 甲乙班教學實驗相關敘述統計資料摘要總表 .....            | 56 |
| 表 4-2 低學業成就分組下甲乙班相關敘述統計資料摘要總表 .....        | 58 |
| 表 4-3 高學業成就分組下甲乙班相關敘述統計資料摘要總表 .....        | 59 |
| 表 4-4 2×2 二因子變異數分析資料 (學習成就) .....          | 61 |
| 表 4-5 二因子變異數分析摘要表 (教學設計與學業成就對學習成就) .....   | 62 |
| 表 4-6 單純主要效果獨立樣本 t 考驗摘要表 (學習成就) .....      | 64 |
| 表 4-7 各分組分班記憶題、遷移題平均數及標準差摘要表 .....         | 65 |
| 表 4-8 分組獨立樣本 t 考驗摘要表 (記憶題與遷移題成績) .....     | 65 |
| 表 4-9 2×2 二因子變異數分析資料 (認知負荷量) .....         | 67 |
| 表 4-10 二因子變異數分析摘要表 (教學設計與學業成就對認知負荷量) ..... | 68 |
| 表 4-11 學業成就分組獨立樣本 t 考驗摘要表 (認知負荷量) .....    | 70 |
| 表 4-12 學習成就與認知負荷量的相關分析資料 .....             | 72 |
| 表 4-13 分析結果摘要表 .....                       | 73 |

## 圖目錄

|   |    |
|---|----|
| 圖 1-1 教材分析定義圖 .....                             | 2  |
| 圖 1-2 研究目的概念圖 .....                             | 5  |
| 圖 2-1 訊息處理的內在心理歷程 .....                         | 9  |
| 圖 2-2 求作二元一次方程式的圖形基模示意圖 .....                   | 12 |
| 圖 2-3 知覺歷程 .....                                | 16 |
| 圖 2-4 數學課堂內學生學習之知覺歷程 .....                      | 16 |
| 圖 2-5 認知負荷構念圖 .....                             | 20 |
| 圖 2-6 多媒體學習的認知模型 .....                          | 25 |
| 圖 3-1 研究流程圖 .....                               | 44 |
| 圖 3-2 研究架構圖 .....                               | 45 |
| 圖 3-3 教學實驗的過程圖 .....                            | 55 |
| 圖 4-1 教學設計與學業成就對學習成就影響之交互效果圖示 (以學業成就為個別線) ..... | 62 |
| 圖 4-2 教學設計與學業成就對學習成就影響之交互效果圖示 (以班別為個別線) .....   | 63 |
| 圖 4-3 各階段的學習成就成績平均數比較折線圖 .....                  | 67 |
| 圖 4-4 教學設計與學業成就對認知負荷影響之交互效果圖示 (以學業成就為個別線) ..... | 68 |
| 圖 4-5 教學設計與學業成就對認知負荷影響之交互效果圖示 (以班別為個別線) .....   | 69 |
| 圖 4-6 各階段的認知負荷量平均數比較折線圖 .....                   | 71 |



# 第一章 緒論

在只有粉筆和黑板的教學下，就沒有好的教學品質嗎？在從前科技未如現在的時代背景，人們的學習就停滯不前嗎？我想答案都是否定的。好的教學包含的因素有很多，教材的呈現一直是非常重要的環，而數學教材的呈現更是有別其他的學科，如何利用現代的科技協助數學的學習，也一直是許多教育專家努力的目標。本研究將探討一個適合課堂教學環境的數學簡報教學設計對不同學業成就的學生在學習成就與認知負荷的影響。

本章共分為五節。第一節說明研究背景與動機。第二節說明研究目的。第三節說明研究問題。第四節為研究範圍與限制。第五節為論文架構。

## 1-1 研究背景和動機

現今在國中的數學教學現場中，研究者所見，真正將資訊科技融入教學仍不普及，相對於教育部推動的「中小學資訊科技融入教學總藍圖」（教育部，2001）的四年指標之一，教師（含新任及在職）均能運用資訊科技融入教學，教學活動時間達20%，感覺仍有一段不小的差距。雖然幾年下來，透過推廣、競賽等方式，網路上所見到的數學教學教材愈來愈多，許多教師雖然花了很多的時間和心力去製作教材，卻常因在製作數位教材的過程中缺乏一個數學教材製作的準則，使得花了許多時間所作出的教材在實際的課堂應用效果大打折扣，事倍功半。

應用在的課堂上的數學多媒體教材，除了傳統的黑板、粉筆外，目前所見常為影片、Flash、GSP、Excel、PowerPoint...等等，但礙於軟體的本身的特性，此類教材多為輔助傳統的課堂學習，而非完全取代。如何使教師易於上手去設計一個以課堂授課為導向，學生學習為中心的數學多媒體教材，透過上課前精心製作的教材與教學設計，使學生在相同的教學時間內有更多的學習內容及深度，在研究者接觸到由交通大學陳明璋博士領導的Informath團隊所發展的PowerPoint外掛軟體「MathPS」，其在幾何構圖和教學訊息的呈現的創意皆令人驚豔。「MathPS」利用普及率極高的PowerPoint軟體，以激發式動態呈視與物件導向的方式，輔以多媒體教材設計的原則及認知負荷的控制，建構一個適合教師和學生互動的課堂教學活動環境，期待能由本研究的結果，更進一步確認其在教學實務上運用的實用價值，提供教師們在教室授課的另一個不錯的選擇。

## 1-2 研究的目的

為了設計一份應用激發式動態呈視的教學簡報，所需要的教材設計原則與相關理論涵蓋非常廣，而且在一份完整的教學單元中，這些原則與理論常不是單獨使用，而是相輔相成。由於學習者對教學訊息的擷取及內化是一個複雜的過程，礙於工作記憶區（working memory）容量的限制，若學習者經常需要重複地由投影片上搜尋、過濾、組織、重整訊息，而耗用大量的工作記憶區的資源，將連帶影響學習的效果。所以如果能了解如何將訊息明確的呈現、建立訊息之關連性，將有助於工作記憶有效的運用，提升訊息處理效果。因此在設計教學活動前對教材內容的分析變得格外重要。

本研究以『教材分析』一詞來涵蓋這些教材設計原則、呈現指標及相關的理論，如下圖1-1；教師以本身的專業素養找出教學教材中的關鍵重點，輔以教材的設計原則或理論去安排教學設計，其中要強調的就是一個在教學中不容忽視的因素，即學習者的認知負荷的控制。以激發式動態呈現的方式去設計教學課程，目的不只在降低教學中教材呈現不當所產生的外在認知負荷，更要在學習者認知負荷不超載的情形下，利用適時安排有效的增生認知負荷使學生獲得有意義的學習（meaningful learning）。

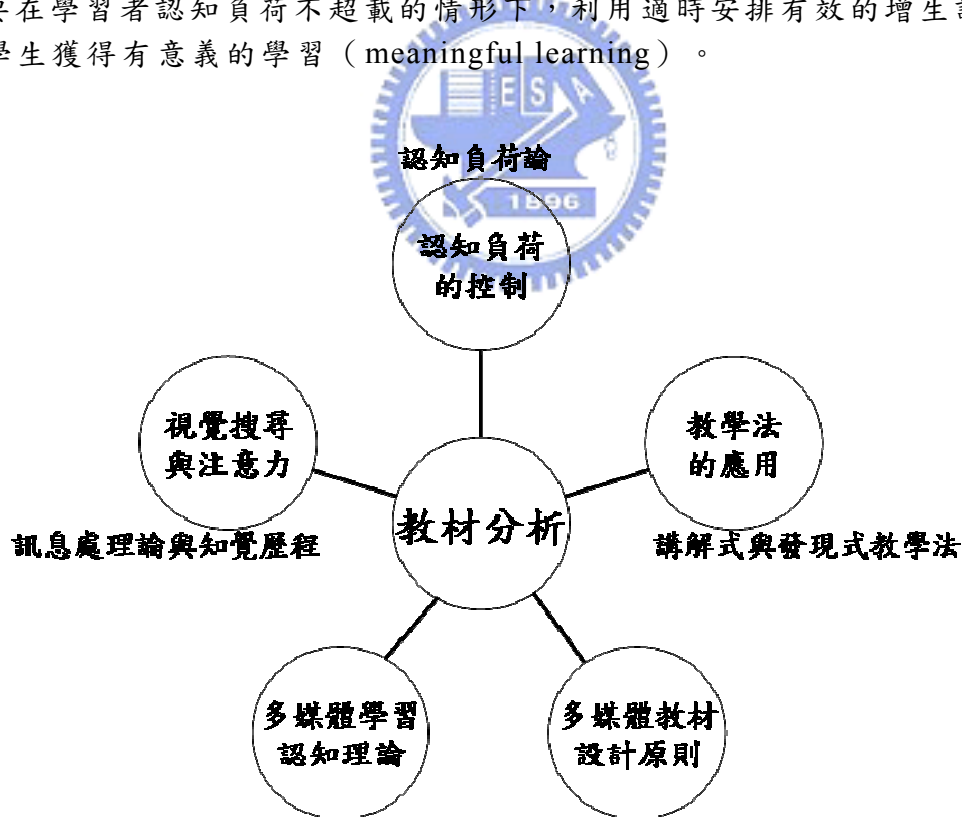


圖1-1教材分析定義圖

自從澳洲學者Sweller將認知負荷理論的理念引入教育界，認為學習認知過程中，是先經過工作記憶區的注意和處理後，才能將知識或技能存入長期記憶區。認知負荷理論對教材呈現或教學設計一直是不容忽視的一環。Mayer和Moreno（2003）以如何降低認知負荷的觀點，依據多項研究的實驗結果提出九個多媒體教材設計的原則；隨著多媒體學習（multimedia learning）的研究日益廣泛，Mayer（2005）再次整理歸納出十項多媒體教材設計原則，其中包含：多媒體、空間接近、時間接近、連貫、形式、多餘、個人化、互動、信號及個別差異等十個原則。蘇柏奇（2005）依據邱建偉（2004）提出教材在動態呈現時所要注意的原則，考慮觀察者的視覺、教材的內容、課堂上的應用，再歸納出指標、層次、群化/關聯、對比/比較/演化、步驟、動態/互動/隨意、結構、銜接/連貫/重整、溝通性等九個教材呈現指標，如下表1-1。

表1-1教材呈現指標（蘇柏奇，2005）

| 原則       | 說明  |
|----------|---|
| 指標       | 靜態與動態指標（標籤）、符號、圖示、語言，以避免重複搜尋訊息              |
| 層次       | 掌握訊息角色與呈現的比重，以呈現主題。                         |
| 群化／關聯    | 建立相關訊息視覺關聯。                                 |
| 對比／比較／演化 | 相似性與差異性之呈現。                                 |
| 步驟       | 概念分解或步驟化。                                   |
| 動態／互動／隨意 | 依授課情境呈現教學內容，調整教學步調。                         |
| 結構       | 訊息結構化，有助於探索訊息，抽象概念的呈現。                      |
| 銜接／連貫／重整 | 導覽、銜接與重整的性質，可以協助學生在偶而無法跟上教師的步調時，能夠重新審視先前內容。 |
| 溝通性      | 教師、學生、與教材三者可以溝通的環境。                         |

以上所提到的一些原則，都是為了將教材中的關鍵重點在學習者的認知負荷不超載的情形下，作有效的呈現；因應此一教學實務上的需求，陳明璋博士在2007年提出了『激發式動態呈現』（Trigger-based Animation）（Chen & Tan, 2007）教學設計，其理念是以課堂中教師授課為導向的教學環境，教室內的投影幕為顯示訊息的地方，由教師主導教材的呈現順序及其詮釋。教師面對全班的學生上課時，除了與全班同學互動外，須同時兼顧全班的整體性與學生的個別性，利用PowerPoint結合MathPS的互動特性，可賦予教師對教材進度與呈現方式充份的控制力。以下將學習者和教師授課兩種不同導向之媒體教材特質作一比較，整理如下表1-2。

表 1-2 學習者/教師授課不同導向之媒體教材特質比較分析表（陳明璋，2005）

| 學習者／教師授課不同導向之媒體教材特質比較 |  |  |
|-----------------------|--|--|
| 導向                    | 學習者為導向   | 教師授課為導向  |
| 地點                    | 單一電腦，軟體 / 網頁   | 教室大銀幕  |
| 對象                    | 每一個個別學生  | 全班同學   |
| 教材特性                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 教材能與學生互動，有些聰明</li> <li>● 教學流程規劃清楚</li> <li>● 動態呈現，不易設計，適性化不易</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 教材呈現模式單純，設計簡單</li> <li>● 教師主導呈現的順序及詮釋</li> <li>● 詮釋即時、有彈性且多元</li> </ul> |
| 互動特性                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 個別性互動</li> <li>● 學習者依個人特性啟動學習內涵</li> </ul>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 由教師主導，同時與全班同學互動</li> <li>● 需同時兼顧全班的整體性與個別性</li> <li>● 整體同步性強</li> </ul> |
| 呈現模式                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 文字、圖像、動畫、聲音、軟體模擬、軟體操作</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 文字、圖像、動畫、聲音、軟體模擬、軟體操作、肢體語言</li> </ul>                                   |
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 自我掌控式視覺呈現</li> <li>● 系統掌控式視覺呈現</li> </ul>                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 系統掌控式視覺呈現</li> <li>● 教師掌控式視覺呈現</li> </ul>                               |
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 一般以文字、圖像為主，語音為輔</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 一般以文字、圖像與語音同等重要</li> </ul>  |
| 教材設計考量因素              | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 學習者之個別性</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 整體性、同步性</li> </ul>  |
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 學習能力、空間能力、性別差異、感官型態、認知型態、先備知識</li> </ul>                                |  |
| 教材設計成本                | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 成本高</li> <li>● 修改不易</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● 成本低</li> <li>● 修改容易</li> </ul>  |

不同以往一般傳統（只以固定步驟出現）簡報教材，『激發式動態呈現』的教學簡報，以一個物件控制一連串訊息的動態呈現，或多個物件來控制單一訊息的呈現，教學訊息可選擇性、隨意性或預先安排的呈現，由老師掌握教學過程中與全班或部分學生的互動，協助學生在訊息的選擇、組織、整合，保持工作記憶區（working memory）不會發生認知負荷超載（overloading），再輔以互動溝通的視覺鷹架引導，使學生能在引發的先備知識上去建構新的

知識，除了能達到有意義的學習外，使學習也更有成效，這也是激發式動態呈現教學設計的精神。

現今在一般的國中教學現場，學生學習數學的興趣比起國小少了許多，其中的因素除了教材內容的本身難度提昇外，教師在教學時呈現教材的不適當所產生的額外認知負荷，如果又未適時的引導，將使得學生在學習時更添困難，學習成就高的學生或許還可以跟上教學的步調，但學業成就較低的學生可能更加挫敗而放棄。

本研究的主要目的是探究以激發式動態呈現的教學設計，對於不同數學學業成就的學生在課堂學習過程中，是否能有效減低認知負荷並獲得更多學習。概念如下圖1-2。

## ■ 一般數學簡報教材



討論在學習成就中  
記憶(測驗)  
遷移(測驗)

討論學生特質對  
學習成就的影響

討論認知負荷  
的變化?(問卷)

## ■ 激發式動態呈現教學設計數學簡報教材

圖 1-2 研究目的概念圖

### 1-3 研究的問題

綜合之前的說明，本研究將以激發式動態呈現教學設計為研究主軸，設計國中七年級二元一次方程式的圖形單元教材，去檢視激發式動態呈現的教學設計，對不同學業成就學生在學習成就和認知負荷是否產生影響？

本研究要探討的問題如下：

1. 『激發式動態呈現』的教學設計，對不同數學學業成就的學生在學習成就的影響為何？
2. 『激發式動態呈現』的教學設計，對不同數學學業成就的學生在認知負荷的影響為何？
3. 學習成就與認知負荷量之間的相關性為何？

## 1-4 研究的範圍與限制

本研究是以國中七年級下學期二元一次方式的圖形為教材設計的範圍，因為此階段正是銜接代數（文字）和幾何（圖形）兩個部分的重要關鍵，文字和圖像的呈現常是相輔相成的。

在本研究的教學實驗中，每個階段、過程雖力求嚴謹，但以課堂上授課的背景下，所產生的變因仍不少，以下為本研究的教學實驗中所遇到的一些限制，說明如下：

1. 本研究的對象並非研究者原授課的班級，彼此的熟悉度畢竟不足，雖然在正式做教學實驗前已先行到該班級代課，並請原任課數學老師配合告知學生因課務調整之故，會有連續的兩天數學課是由代課老師（研究者）上課，使學生沒有受實驗的感受，保持教學實驗結果的客觀性，但學生在教學實驗後的表現是否會因教師的不同而有所差異。
2. 本研究只以某國中兩個七年級的班級為樣本，有效樣本為61位，再細分為四組，每組約15位左右，樣本數略少，故有統計樣本不足的問題。且本研究的對象為新竹縣湖口鄉某國中的兩班七年級學生，因此也不宜過度推論到其他地區的學生。
3. 本研究所得到的結論或可作為其他單元及其他學科的相關研究參考，但仍要考量單元和學科不同的限制。

## 1-5 論文架構

本論文共分成五章，各章內容簡要陳述如下：

第一章 緒論：

說明研究背景與動機、研究的目的、研究的問題、研究的範圍及限制與論文架構。

第二章 文獻探討：

依研究目的進行有關『教材分析』所涵蓋的文獻探討，說明經過教材分析後，以激發式動態呈現教學設計的教材，所發展的研究架構與研究假設。介紹知覺理論、多媒體學習認知理論、認知負荷理論、數學簡報系統（MathPS）的教學應用及探討學習及教學理論。

### 第三章 研究方法：

說明本研究的研究方法、研究架構、研究假說與實驗設計。

### 第四章 結果與討論：

由實驗所收集的資料，檢定本研究的假說，並說明研究的發現與結果。

### 第五章 結論與建議：

說明本研究的實證結果、研究結論，並提出後續研究的建議與方向。



## 第二章 文獻探討

本研究的目的是探討以『激發式動態呈現』的教學設計對不同數學學業成就的學生的學習成就與認知負荷的影響。本章將依研究目的進行有關教材分析所涵蓋的文獻探討，說明經過教材分析後，以激發式動態呈現的教學設計，所發展的研究架構與研究假設。本章共分成四節：第一節介紹訊息處理論及知覺歷程。第二節介紹認知負荷理論。第三節介紹多媒體學習的認知理論。第四節介紹數學簡報系統（MathPS）的教學應用及教學法。

### 2-1 訊息處理論與知覺歷程

#### 2-1.1 訊息處理論

是由認知心理學發展出來的分支學派，其焦點放在促使學習所產生的記憶與儲存的過程。將學習的過程視為如同電腦處理資訊一般，探究如何接收及存訊息使其成為長期記憶（將所學的新事物奠基在即有的知識上），並瞭解學習者如何經由感官覺察、注意、辨識、轉換、記憶等內在心理活動，以吸收並運用知識的歷程。訊息處理是不能直接觀察的內在心理運作歷程。在此一內在歷程中，一般認為其中包括三個心理特徵：

1. 訊息處理是階段性的。
  2. 各階段的功能不一，居於前者屬暫時性，居於後者屬永久性。
  3. 訊息處理不是單向直進式，而是前後交互作用的（張春興，2004）。
- 訊息處理的內在心理歷程如圖 2-1 所示。



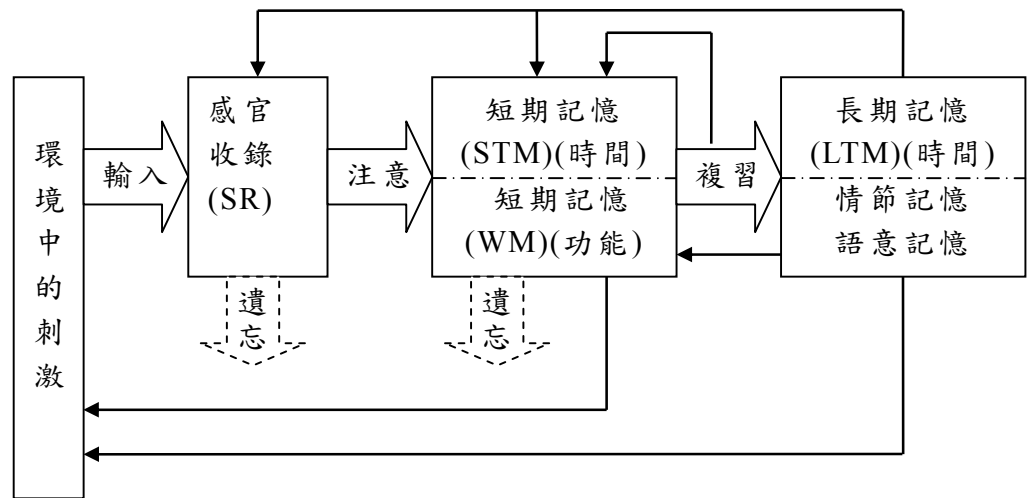


圖 2- 1 訊息處理的內在心理歷程（引自翁嘉鴻，2001）

一般提到訊息處理論皆是根據Atkinson與Shiffrin在1968年所創的模式（Roblyer,2004），假定在人腦中包含了某些如同電腦處理訊息般的組織。翁嘉鴻(2001)分析感官收錄、短期記憶及長期記憶的特點，今整理如下：

1. 感官收錄（sensory register, SR）

其功能為負責接收所有由器官（如眼、耳、鼻、嘴或手感覺）感覺到的訊息。許多訊息處理學家認為，訊息即使被感覺到（瞬間），但如果不加注意，它在進入短期記憶區前就會消失。

2. 短期記憶（short-term memory, STM）

或稱工作記憶，訊息處理的心理歷程起於環境中的刺激。凡是能夠影響個體感官之產生反應者，均為訊息處理的刺激來源。這些刺激經由感官收錄（sensory register, SR）來接收，刺激表徵的方式是感官性的，且持續時間極短，（以視覺為例，只有1至2秒），會隨著時間經過而消失。若刺激經選擇性的「注意」後，將置入短期記憶區中，人們注意到的事物將進入到可暫時保存長達5到20秒的工作記憶，對個體的行為，具有兩種重要作用：

- (1) 對注意到的刺激作出適當反應。如與人對談的反應或閱讀文字符號的反應等，都是接受刺激的同時亦做出反應的心理活動。此種反應過後，如目的已達，短期記憶的作用已盡，不再繼續進一步處理，所記者隨即流失，便成遺忘。

(2) 如個體認為所處理的訊息是重要的，他就採用複習 (rehearsal) 的方式，使之保持較長久的時間，然後輸入長期記憶區 (long-term memory)。短期記憶在有限的時間內，除接受從感官收錄輸入進來的訊息，並適時做出反應之外，另具有工作記憶區 (working memory, WM) 的功能。工作記憶區是指個體對訊息性質的深一層認識與理解 (張春興, 2004)，亦可以視為個人的意識。Sweller, van Merriënboer & Paas (1998) 認為工作記憶區有其容量上的限制，Miller (1956) 指出工作記憶區可以保留  $7 \pm 2$  單位的訊息。工作記憶區之功用主要為組織、建構、比較及處理資訊，當資訊間的交互關係越複雜時，所能處理的量將越少。早期的學者多認為工作記憶區為一個單一的架構，但近來的理論指出，工作記憶區包含多個處理單元，分別處理不同性質的資訊。如 Baddeley (1992) 認為工作記憶區 (working memory) 可以細分為「語音迴路」(phonological loop) 和「視覺空間擷取器」(visual-spatial sketch pad)；其中「語音迴路」負責處理語音及經由文字所轉化而來的語音 (verbal material)；「視覺空間擷取器」則處理圖片及圖表 (visual material)，以上兩個子單元都由中央執行單元 (central executive) 來管理。若能同時利用多個子單元來處理資訊，工作記憶區的容量將會增大。在多媒體教材的設計中，如何善用有限的工作記憶區將成為一個重要的考量因素。

### 3. 長期記憶 (long-term memory, LTM)

長期記憶區指保持訊息長期不忘的永久記憶區 (permanent memory)。但有部分心理學家認為訊息若無定期使用，即使儲存在長期記憶中仍會遺失。長期記憶與短期記憶除了在時間上不同之外，另有二項不同之處，

- (1) 短期記憶區的容量是有限的，而長期記憶的容量是無限的。
- (2) 長期記憶中儲存的訊息或知識，在性質上與短期記憶中暫時儲存的資訊不同，儲存 (storage) 在長期記憶中的訊息，大致分為兩類：一為情節記憶 (episodic memory)，指有關生活情節的實況記憶；另一類為語意記憶 (semantic memory)，是指有關語文所表達之意義的記憶 (張春興, 2004)。儲存在長期記憶區中的資訊以「基模」的方式儲存，但人類無法直接處理長期記憶區中的基模，必須藉由工作記憶區的過濾來處理。

在這裡所提到的「基模」(schema)一詞是來自於Bartlett在1932年提出的基模理論(schema theory)，他認為基模乃是組織過去的反應或過去的經驗(羅綸新, 1995)。Marcus (1996)認為基模是指能將多個訊息元件依據需要組織整合為單一元件的認知結構。Sweller et al. (1998)也認為基模為知識的主要元件，儲存在長期記憶區中，其功能除了提供知識的組織和儲存機制外，亦能降低工作記憶區的負荷。簡單來說，可視為當個體遇到某事物時，就會用其原有的認知結構去核對及處理。此種認知結構稱之為基模，也就是個體原有的先備知識。

學生在學習新的知識時，知識的學習在短期記憶區中進行，長期記憶則負責知識的儲存。雖然在工作記憶區中能處理的元件(elements)有其容量及時間上的限制，但元件的大小、複雜度卻沒有限制。藉由接受進入到短期記憶區的訊息及原有的先備知識(基模)相連結，可以增強工作記憶區處理資訊量的能力，集合而組成一個較大的基模，然後以此為單位去記憶，也就是說，藉由新舊知識的連結，基模的結構可以變得更複雜，但仍被視為短期記憶區處理的一個單位，因此，基模可以降低工作記憶區的負荷。Sweller & Sweller (2006)指出所有教學的目標是長期記憶的改變。如果在長期記憶區中的基模都未改變，則表示學習無效。

如本研究所提及的二元一次方程式的圖形單元中，我們希望在學習者日後對此單元的記憶絕非單獨的元件記憶，如列表找方程式的解、以坐標表示解、描出兩個對應解的坐標、連接此兩點坐標表示對應的二元一次方程式的圖形。我們希望的是在有效的學習之下，這些單獨的元件記憶可以建立相關的連結，使二元一次方程式的圖形形成認知結構(基模)存入長期記憶區。以供日後相關學習的資料庫。如下圖2-2。

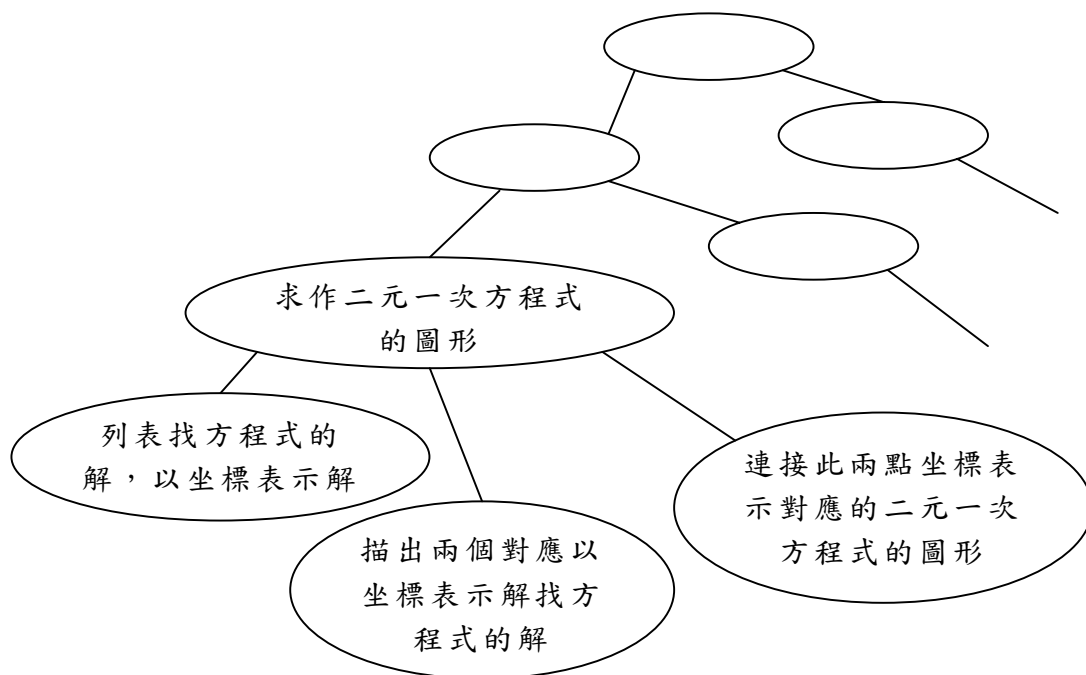


圖 2-2 求作二元一次方程式的圖形基模示意圖

## 2-1.2 知覺歷程

課堂上的教學活動進行是從吸引學生的注意力到進入教學內容獲得知識的知覺歷程，因此如何吸引學生的注意力是非常重要的。William James 在 1890 年強調注意的本義是其對心的支配，以明確而鮮明的形式呈現，在許多幾乎是同時出現的物件中，或一連串的想法中，去除眾多，只擇其一。它的本質是集中 (focalization)、專心 (concentration)，和意識 (consciousness)。(Eysenck & Keane, 2000/2003)。心理學家 Zimbardo 指出注意力的功能之一是選擇某部份的感覺輸入，以供進一步處理，並整理出對於注意力有以下幾種不同的理論，各有實例研究證明 (蘇柏奇，2005)。

### 1. 過濾器理論：

過濾器理論認為同時呈現的刺激或訊息平行 (同時) 進入一個感覺緩衝區裡，在這短暫的儲存時間裡，訊息受到物理屬性的分析，利用這些屬性分析的結果，過濾器過濾無需進一步處理的訊息，只有經由受到注意的管道所傳遞的訊息，才能被偵測器所偵測，進行深一層的處理。

### 2. 減弱理論：

減弱理論認為注意的過濾並不像一個簡單的開關器一樣，截然關閉無需注意的訊息。注意的過濾作用應該只是使未受注意的訊息處在不完全或減

弱的處理狀態，以利有限容量之管道傳遞必須注意的訊息。在此模式中，受注意的頻道遠比不受注意的頻道得到較多的處理，但被忽略的訊息仍然得到某些較高水平、有意義的分析。

### 3. 後期選擇理論：

後期選擇理指出早期訊息的處理是沒有選擇性的，所有的刺激（即使同時呈現）都能自動的受到分析而達到辨識的效果，亦即達到刺激辨識之前的訊息處理是相當自動化的，注意力的機制是發生在刺激辨識之後。

學生在課堂上除了耳朵聽老師的授課，另外一個接受教學訊息的主要方式就是視覺搜尋（visual search）。最具影響力的視覺搜尋取向的理論是由 Treisman & Gormican（1988）所提出的特徵整合論（the feature integration theory）。主要分成兩個階段，簡述如下：

#### 第一階段、特徵登記階段：

首先，視覺利用光線從外界刺激物體提取特徵。提取特徵一種平行的、自動化的加工過程，不需要集中性注意。此階段對於找出環境中能以單一特性來界定的物體相當純熟，你可以平行地在環境中搜尋一個單一顯著的特性。Treisman 假定，視覺早期階段只能檢測少數獨立的特徵，這些特徵包括顏色、大小、反差、傾斜性、曲率和線段端點等。

#### 第二階段、特徵整合階段：

在此階段中，知覺系統把彼此分開的特徵正確聯繫起來，形成某一物體的表徵。此時需要集中性注意，是一種非自動化、序列的處理。

學生從被引起注意到利用視覺搜尋教學訊息，接下來說明教學訊息的知覺刺激如何作處理。心理學家將知覺刺激分為「遠側刺激」和「近側刺激」。所謂「遠側刺激」是指外界的實際物體，而「近側刺激」則為視網膜上的視覺影像。當個體接收到外界的遠側刺激時，便會在視網產生視覺影像，但兩者各自分離的事件。知覺可視為從包含在近側刺激中的訊息判斷遠側刺激的歷程。一般而言，知覺有以下幾項特徵，今整理如下：

1. 相對性：個體對於外界物體的知覺，會受到該物體周圍刺激性質的影響。例如，顏色的對比，又如矮個子站在高個子旁邊，矮個子的會顯得更矮。
2. 選擇性：並不是所有外界刺激都有相等的反應，知覺是有選擇性的，我們經常只集中在少數刺激上，這個現象和個體的注意力關係密切。Kemp & Smellie（1994）指出由於瞬間可能有多個刺激同時發生，個體只能擇部分刺激作反應。而選擇乃依據個人的經驗或當時最能引起

注意的物件所作的決定。

3. 恆常性：儘管物件在視網膜影像的大小和形狀發生很大的變化，但它的知覺大小和形狀仍然不變，稱為知覺恆常(Eysenck & Keane, 2003)。知覺的恆常性除了受刺激物本身組織特性的影響外，還與本身的經驗有相當的關聯性(林俊良, 2004)。
4. 整體性：完形心理學者指出：「心理現象中，整體並不等於部分之和，整體乃是先於部分而又決定各個部分」。指出：「部分之總合不等於整體，因此整體不能分割；整體是由各部分所決定。反之，各部分也由整體所決定」(Koffka, 2000)。
5. 組織性：知覺具有組織性，它可以靈活組織各種孤立的造型，使其成為知覺的整體，而非雜亂的線條、點或顏色(林俊良, 2004)。完形心理學者認為我們對於接近的、相似的、連續的部份物體，常常主動加以有系統地組織。

心理學家Zimbardo 和 Gerrig (1997) 認為廣泛層面而言，知覺(perception) 意味著理解外在環境中的物體和事件的整體歷程。並將這個歷程區分為感覺、知覺組織、對物體的檢定／辨認三個階段。分別敘述如下：

#### 1. 感覺 (sensation)：

在感覺的處理階段，物理能量會被偵測到，並轉換成神經能量和感覺經驗；外在的物理能量(如光線或聲波)依照感覺接受器所受的刺激轉化成大腦的神經活動。這也是任何學習發生的開端，此階段已出現刺激選擇和變換，以視覺為例，視網膜細胞重視邊緣、稜角和光度差異，然而不會被恆定、不變動的刺激所激發。在此同時，大腦皮質細胞則從它們得自視網膜神經細胞的輸入中抽取有關特徵和空間頻率的訊息。

#### 2. 知覺組織 (perceptual organization)：

在組織階段，大腦把感覺組織成前後一貫的心象，並產生物體和型態的知覺；將簡單的感覺特徵(如顏色、稜端和線條)綜合(統合與組合)成事後可以辨認的物體之知覺表象，亦即來自感覺偵測器的訊息被大腦處理器所組織、修正，將刺激形象和元素轉變成可被認識的形體。此階段可能涉及對物體的可能大小、形狀、移動、距離和方位的估計，此估計統合了我們過去的知識、接收自感官的現存證據及知覺背景內的刺激。

#### 3. 檢定／辨認 (identification／recognition)：

在檢定階段，物體的知覺表象會和記憶表徵互做比較，以辨認出熟悉和有意義的物體；作用在於指派意義給知覺表象。由「物體看起來像什麼？」的知覺問題轉換為檢定的問題—「這物體是什麼？」，同時也轉換為辨認問題—「該物體有什麼功能？」。為了檢定和辨認某物為何、名稱及如何

適當的應對它，便涉及認知歷程，也就是工作記憶和長期記憶的交互作用，其中包括個體對該物體或事件的相關記憶及本身的價值觀、信念與態度。

然而對於知覺的歷程，也有學者存在不同的看法，有部分學者主張所有外界的知識都是直接來自感官，沒有任何內在表徵涉入，知覺是從下往上的歷程所驅動；另有學者主張知覺仰賴內在歷程，是由上行歷程及下行歷程所驅動。簡要說明如下：

#### 1. Helmholtz 傳統理論：

Helmholtz 強調「經驗」在知覺中的重要性，主張感官所提供不足的訊息可以藉由無意識推論而增加，因為這些推論會對感覺訊息加添意義。他指出知覺是所呈現的刺激跟內在假設、期望、知識、動機與情緒方面的因素之間交互影響，所得到的最終產物，是一種主動建構的過程。

#### 2. Gibson 生態視覺：

Gibson 指出：抵達眼睛的光型態是一種光的配列，此種有結構的光包含了來自環境並照射到眼睛的視覺訊息，提供關於空間內物件佈局的明確或不變訊息，知覺牽涉到直接透過共振作用揀取由光的配列所提供的豐富訊息，幾乎沒有訊息處理涉入其中 (Eysenck & Keane, 2003)。因此，沒有必要去考慮原始的感覺，亦不需要去尋找較高水平的知覺推論系統，簡言之，知覺是直接的。

綜合以上的觀點，Zimbardo 和 Gerrig (1997) 認為「資料引導的歷程」以物理現實為基礎，處理片段的訊息，然後把刺激之具體的、物理的特徵轉換為生理譯碼，最終成為抽象的表徵；同時產生了對立的歷程，當在解釋知覺物體時，「概念引導的歷程」涉及知覺者的過去經驗、知識、預期、記憶、動機、文化背景和語言。當我們知覺自己的環境時，這兩種歷程經常交互作用。Eysenck 和 Keane (2003) 指出當觀看的情境良好時，視知覺可能大部份取決於上行歷程；當觀看的情境因刺激呈現的時間急速或刺激不夠清楚而惡化時，就需要下行歷程。下圖2-3可清楚說明以上論述。

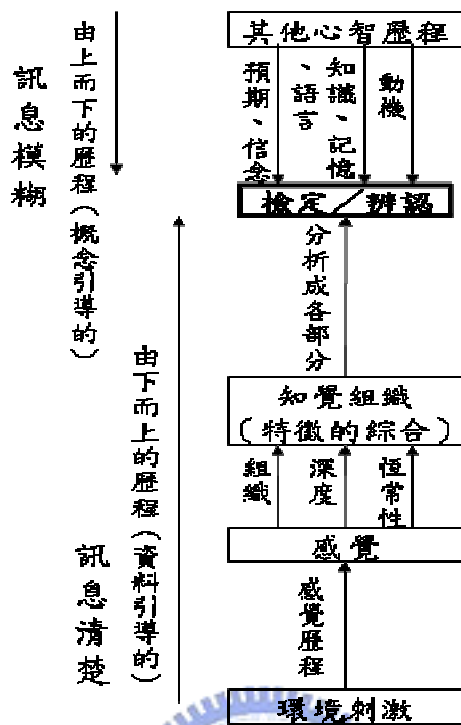


圖 2-3 知覺歷程 (引自游恆山譯, 1997)

本研究要探討的是以課堂授課為背景的教學設計，有關學生在數學課堂內的知覺歷程，蘇柏奇 (2005) 針對這個部分有一個清楚的描述如下圖 2-4。

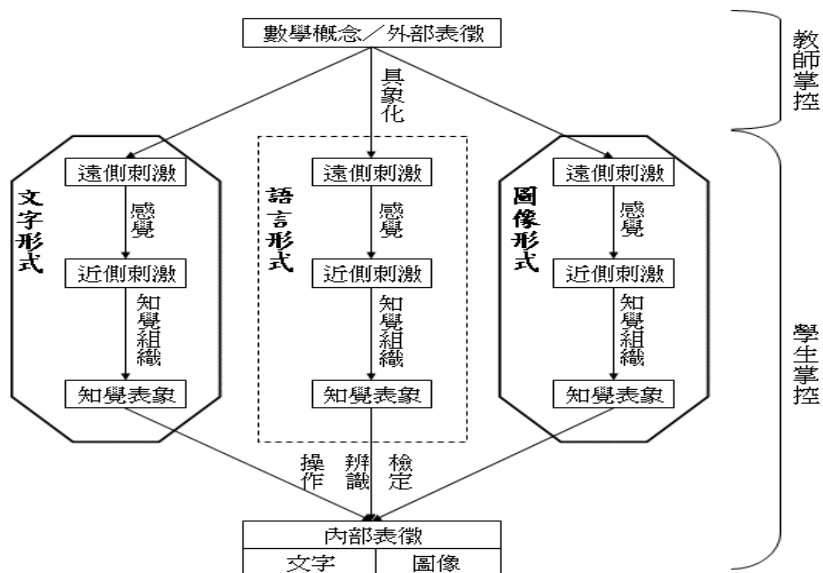


圖 2-4 數學課堂內學生學習之知覺歷程 (蘇柏奇, 2005)



針對其歷程分為文字、語言及圖像三種形式，其中文字可以聽覺或視覺形態呈現，分階段說明如下：

1. 教師將數學概念具象化為不同形式的遠側刺激：

遠側刺激包含文字、語言及圖像三種形式，其中文字可以聽覺或視覺形態呈現，對學生而言是多元的遠側刺激。此三種形式的遠側刺激在教學的過程中可能同時出現，例如：教師以一個圖型來解說概念；也可能單獨出現，例如：讓教師以口述一個之前學過的定理或概念。呈現遠側刺激之方式、內容與順序是由老師所掌握，而教材單元特性、教學設計、教學策略及教師個人的數學背景、教育理念、特質及對學生的瞭解等，都是影響遠側刺激之呈現的因素。

2. 學生透過感覺的歷程，將多元的遠側刺激登錄為近側刺激：

自此階段之後的歷程，都是由學生掌握，屬於學生內心的個別歷程，老師具有引導、影響的作用，但關鍵因素仍由學生自覺或不自覺的掌控。遠側刺激的接收與近側刺激的形成幾乎是同步的。除了生理上的障礙或注意力選擇的差別外，大多數學生所登錄的近側刺激都雷同。以視覺而言，近側刺激是指視網膜上之成象；以聽覺而言，則是指所聽到的聲音。

3. 學生透過知覺組織的歷程，將近側刺激轉換為知覺表象：

此階段不涉及認知活動，知覺表象受近側刺激的客觀因素及時空脈絡之直接影響，大部份人所得到的知覺表象都雷同。完形心理學派及認知心理學等曾對知覺組織的歷程提出許多實徵性的實驗結果。此階段所產生的知覺表象是否容易被學生操作或辨認，是影響學習成就的關鍵因素之一，所以教材呈現的重要性可見一斑。

4. 學生透過檢定、辨認和操作歷程，綜合、理解知覺表象形成內部表徵：

此階段涉及到學生的經驗（先備知識）及時空脈絡上的主觀認知因素，因此，不但不同的學生形成內部表徵所需之時間會有個別差異，而且無法確保所有學生所形成的內部表徵和教師所預計的相符合。內部表徵可以透過問答或紙筆測驗的方式來檢驗。學生的內部表徵是透過檢定、辨認和操作歷程，理解多元的知覺表象所形成的綜合體，構成內部表徵的圖像訊息及文字訊息之比重是動態的，且對不同學生而言，比重具有個別差異性。（蘇柏奇，2005）

## 2-2 認知負荷理論

「認知負荷」(Cognitive Load)源自於歐美的人體工學與人因工學領域，心理、生理與認知層面，探討工作與任務對執行者的影響與適合性。最早應用在軍事訓練及各種企業上，稱為「心智工作負荷」(mental workload)，並以此為指標作為任務、工作或操作系統設計上的參考，盡量減少任務與工作對執行者的心智負荷，以增加執行時的績效(黃克文，1996)。

澳洲學者J. Sweller將認知負荷理論的理念引入教育界，他認為學習認知過程中，是先經過工作記憶區的注意和處理後，才能將知識或技能存入長期記憶區。每一次的有效學習是不斷地將接受到的訊息放在工作記憶區中作組織、整合的處理，在工作記憶區容量是有限的限制下，一些與學習內容無關的資訊，會佔據「工作記憶」，而造成認知上的負荷。因此，他致力於探討學習者的認知層面，因教學方法、教學內容而產生的「認知負荷」，在學習過程中對概念獲得的負面影響，從而建立了「認知負荷理論」(陳蜜桃，2003)。

簡單來說，「認知負荷」就是處理訊息時心智(工作記憶)的負載狀態。而認知負荷理論就是在探討訊息處理時，訊息的呈現方式對工作記憶負載的影響，特別是減少無效的工作記憶負載，增加促進學習的工作負載。

其基本主張簡述如下：

1. 學習可以被定義為是長期記憶(基模)的改變。
2. 教學的目的應該是促進長期記憶基模的建構與自動化。
3. 教學應將人類認知架構納入考量。
4. 工作記憶受到時間和容量二個特性的嚴格限制。
5. 沈重的工作記憶會干擾學習。
6. 面對初學者，訊息應以直接的形式呈現而非間接的形式。

### 2-2.1 認知負荷理論對認知架構的基本假設

以自然演化的觀點來看人類認知的發展，人類的學習與問題解決及創造都與生物演化的發展非常類似，而人類認知架構和發展歷程與自然演化的訊息結構和歷程有類比關係，也可以說人類的認知架構只是自然選擇演化歷程的縮影。而認知的過程主要是長期記憶與工作記憶的交互作用。

Sweller, van Merriënboer, & Pass (1998) 提出四個認知負荷理論對認知架構基本假設，分述如下：

1. 工作記憶區的容量是有限的。  
若一次要處理的訊息過多，或要處理的元件中關聯性太過複雜，必須

互相參照才可理解，工作記憶區的資源（記憶容量及時間）將耗費更多，所產生的認知負荷勢必加重，造成學習的困難。

2. 長期記憶區的容量基本上是沒有限制的。

在這裡知識是以基模（schema）的形式儲存的。擁有愈大的基模就相當擁有愈大的資料庫一般，在日後面對任何新的學習時，一個擁有愈大的基模的學習者可以迅速地其中檢索，找出對應之道；相對一個擁有較少的基模的學習者就只能在工作記憶區中推理，認知的負荷自然加重，這就是專家和新手在學習時的差別。

3. 學習的過程需要工作記憶區主動積極從事理解（並且處理）教材訊息，把教材訊息轉換知識或技能以基模形式進行編碼存入長期記憶。作為日後面臨新的學習時的資料庫。

4. 如果處理的訊息超過工作記憶區的負荷，學習將是無效的。

所以保持工作記憶區不會面臨資源耗盡的窘境，使得教學事倍功半，在多媒體教材的設計安排上更是要注意

後續Sweller（2006）更針對工作記憶與長期記憶在自然的訊息處理系統（例如生物演化和人類認知中組織及管理外來的實體訊息）中所扮演的角色提出以下五個一般性原則，分述如下：

1. 訊息儲存原則

自然的訊息處理系統為了要順利處理變化莫測的外界的訊息，必須將這些訊息視作是熟悉的、可預期的，如同一般人過馬路時，是直覺式的去應對所遇到的實際情形，所以需要一個龐大的訊息資料庫來作適當的反應。長期記憶在此所扮演的就是一個以基模為單位的儲存的龐大資料庫，在這裡儲存的訊息資料是無期限的。

2. 借用與重組原則

如何快速建立訊息資料庫的方法是借用他人的長期記憶的知識(借用他人基模的訊息)，將此舊基模與新訊息的交互作用，與長期記憶中的現存知識組合，以建構出新的基模。該原則傾向將先備知識中不一致的訊息刪除而強調新訊息中與先備知識相同的部份，所以借來的訊息被重組過。

3. 隨機生成原則

人類最初的知識來自何處？在一無所知的情形下，隨機產生與測試的策略是無法避免的。經過不斷的隨機測試後，將有效的保留，無效的放棄，在長期記憶中建立新的訊息資料。

4. 變異訊息的狹隘限制性原則

對於外界環境的新訊息，工作記憶負責這些訊息的短暫儲存並作進一

步的處理，但是要注意工作記憶區的容量與時間是有限。

#### 5. 環境組織與連結原則

工作記憶的訊息來源為感官系統從環境中接收到訊息（受容量與時間的限制），與從長期記憶中得到有組織的訊息（不受容量與時間的限制）。工作記憶提供先備知識與環境一個有組織的連結進而引導如何反應。長期記憶的訊息決定我們在特定環境中的活動。

### 2-2.2 認知負荷的來源

根據 Sweller, et al. (1998)的定義，「認知負荷」（Cognitive Load）是將一特定工作加諸於學習者認知系統時所產生的負荷。也就是工作記憶的負荷（Working Memory Load）。他們進一步指出，認知負荷可視為一個多層次的構念，包括了「因果要素」（Causal Factors）與「評估要素」（Assessment Factors），如圖 2-5 所示。

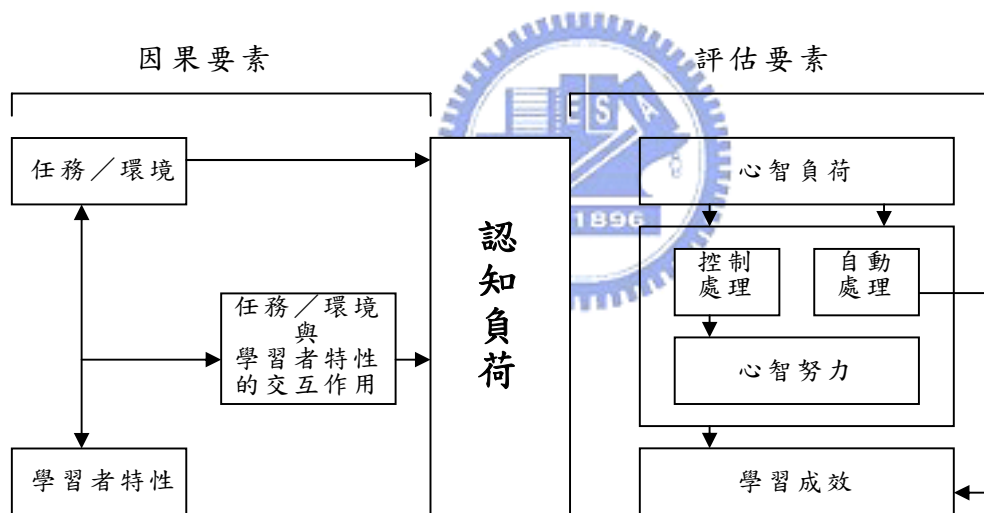


圖 2-5 認知負荷構念圖（Paas & van Merriënboer, 1994）

其中因果要素是造成認知負荷的來源，包括了以下三個要素：

1. 任務／環境的特性（Task／Environment Characteristics）：例如任務結構、任務新鮮感（Task Novelty）、報酬系統與時間壓力、噪音、與溫度等。
2. 學習者的特性（Subject Characteristics）：例如認知能力、認知型態（Cognitive Style）、先備知識與經驗等。本研究在這個部分要探討的

是認知能力的特性，即不同學業成就的學生接受教學訊息的差異。

3. 任務／環境與學習者的交互作用（Interactions）：例如透過績效、動機、激勵等因子影響認知負荷。

評估要素是認知負荷導致的結果，可包含以下三個層面：

1. 心理負荷（Mental Load）：由任務及環境的安排所造成的，如呈現的教材或教學的方式等外在因素。
2. 心智努力（Mental Effort）：個體為了順應任務需求所付出的能力與資源。
3. 績效（Performance）：結合上述三個因果要素呈現的反應。

## 2-2.3 認知負荷的種類

認知負荷的種類可分為三類，分述如下：

1. 內在認知負荷（intrinsic cognitive load）

來自於所要學習之訊息結構本身的特性造成的，因為教材本身的困難度很高，故不易由教學設計來改變。例如：對學習者來說，某教材中元件間（Elements）關聯性較低時較容易瞭解，因為該元件可以獨立的被處理，而不需參照其他資訊來源；但教材中如果元件之間具有高度相互關聯的關係時，儘管元件的數量與前者相同或更少，亦可能較難瞭解，其原因在於學習者必須將較多的元件同時置入工作記憶區中來思考，如此將造成較高的認知負荷而阻礙學習。以學習數學為例，數線可以輕易地學習，較不會產生認知負荷。但坐標平面上以兩條數線為基準，定義出 x 軸和 y 軸來呈現坐標的位置，其中兩條數線具有高度的聯結，學習的困難度比單獨的數線高，所以認知負荷較重。

2. 外在認知負荷（extraneous cognitive load）

來自於知識呈現的方式，泛指因教材設計和內容編排方式、或教學活動的本身，造成學習者的負荷，此種負荷是額外增加的，因此可以藉由教學設計的改良而降低。例如，教材內容的整合與編排不良使得學習者需要花費額外的心力去尋找相關的參考資料或索引時，所造成的負荷。

3. 增生（有效）認知負荷（germane cognitive load）

來自於我們需要習得與自動化相關基模的努力，這也可視為是外

在認知負荷的一種，當教學設計或活動中，安排適當難度的挑戰，適時引起學習者的先備知識，如此更有利於接下來的教學活動安排。

當以上三種認知負荷的總和超過了工作記憶區可以處理的最大極限時學習將會是無效的，因此在教學的設計中須要在每個過程中保持認知負荷不會超載。

## 2-2.4 認知負荷理論的教學應用

Sweller利用認知負荷依不同的適用情境及影響學習的認知負荷來源發展出的不同的教學效應，整理（吳慧敏，交大碩士在職專班演講內容，2008年1月5日）如下表2-1。

表 2-1 認知負荷的教學效應

| 教學效應                                    | 認知負荷來源 | 適用情境   |
|---|--------|--|
| 自由目標效應<br>the goal free effect          | 外在認知負荷 | 給予學習者特定目標的問題之學習狀況不如給予沒有特定或開放目標的問題之學習狀況。<br>只適用於解決方式之數量是有限的領域，以及那些所求出的解決方式是和與基模建構有教育性相關的領域。 |
| 工作範例效應<br>the worked example effect     | 外在認知負荷 | 給予問題去解決的學生在後續的知識測驗上表現不如那些給予解題實例去研讀的學生。所以教學需要實例示範。<br>適用於學生在該領域是新手時                         |
| 問題完成效應<br>the problem completion effect | 外在認知負荷 | 提供問題的部分解答，要求問題解決者去完成解題，結果顯示問題完成是比單純的問題解決來得好。<br>適用在問題的解決有類比性，學生可以在建立的基模上加深加廣。              |
| 分散注意力效應<br>the split attention effect   | 外在認知負荷 | 多元的訊息必需以心智上才能理解的呈現方式，不如將多元的訊息以整合的型式呈現。<br>適用於不同種類的訊息彼此互相指涉，而且這些訊息對於理解非常重要的情況下，才會發生效應。      |

|  |        |  |
|--|--------|--|
| 形式效應<br>the modality effect                          | 外在認知負荷 | 將需要了解的不同來源之訊，以不同的形式呈現，可以減少外在認知負荷。雙感官的呈現模式優於單一感官訊息呈現。善用視覺和聽覺。適用於必須在多項訊息均對於理解非常重要。               |
| 重覆（多餘）效應<br>the redundancy effect                    | 外在認知負荷 | 多種訊息在單獨存在時是可以理解，所附加的訊息並不增加教學訊息，那麼那些訊息都有重覆的，刪除重覆訊息的教學比有重覆訊息的效果還好。                               |
| 元素互動性效應<br>the element interactivity effect          | 內在認知負荷 | 使用高元素互動的材料而出現的分散注意力和多餘效應，在使用低元素互動的材料時這些效應就消失了。前述認知負荷效應只有在高元素互動性的情況下才會產生；如果內在認知負荷很低，教學流程就不顯得重要。 |
| 單獨互動元素效應<br>the isolated interaction elements effect | 內在認知負荷 | 如果把高元素互動性的教材先以沒有元素互動性的情形呈現，然後再呈現有互動的情形，結果會比呈現包含互動的完整訊息兩次，學習效果更好。即教材模組化。                        |
| 變化例子效應<br>the variable example effect                | 有效認知負荷 | 在元素維持穩定但增加變異性的情況下，所要學的是固定的，可以學得更快。適用於學習相同的元素，但變化呈現不同的例子。所有的互動元素必須是在工作記憶的負荷內處理。                 |
| 專家反向效應<br>the expert reversal effect                 | 外在認知負荷 | 原來對生手是必要的訊息和程序對專業程度較高的學習者變成是多餘或造成反效果。教學流程需要隨著專業能力的增加而有所改變。                                     |

|                                      |        |  |
|--------------------------------------|--------|--|
| 指引漸退效應<br>the guidance fading effect | 外在認知負荷 | 隨著專業知識的增加，學習者需要的引導愈來愈少。使用工作範例、問題完成與變化例子一系列的技巧比只用其中一項好  |
| 想像效應<br>the imagination effect       | 有效認知負荷 | 想像一個概念或是流程是比研讀來得好。<br>適用於基模已經習得了，還需要一些練習與複誦，使得基模能夠自動化。 |

本研究的教材中，在教材的呈現或教學的引導都將在附錄一的教材分析表中，去呈現教材製作和教學引導是利用上述何種教學效應。

## 2-3 多媒體學習認知理論

### 2-3.1 多媒體學習認知理論

Mayer (2001) 與多位專家以 Paivio (1986) 的雙碼理論 (Dual-Coding Theory) 為基本，提出「多媒體學習認知理論」(A Cognitive Theory of Multimedia Learning)。Mayer 的「多媒體學習認知理論」建立在三種基本假設，分別說明如下：

#### 1. 雙通道 (Dual channels)：

人類擁有兩個分開的通道來處理外來的視覺訊息 (visual information) 和語文訊息 (auditory information) (Paivio, 1986; Baddeley, 1992)。意即訊息的呈現可以文字或圖像的形式進入感官記憶中的聽覺或視覺通道。

#### 2. 有限的容量 (Limited capacity)：

人類在每個獨立通道的一次訊息處理量是有限的 (Baddeley, 1992; Chandler & Sweller, 1991)。即短期 (工作) 記憶區 (working memory) 的容量是有限的。而之前介紹的認知負荷理論就是探討這個問題。

#### 3. 主動有效處理 (Active processing)：

一個主動有效處理訊息過程包含選擇相關訊息、組織已選擇的訊息為一致的內在表徵、及整合此一致的內在表徵和先備知識。意即一個有效的處理，主要為將接收的訊息整合之前的先備知識，形成一個新的知識回存到長期記憶區，以基模 (Schema) 的形式儲存，

欲探討學生學習的成就，必先了解學生的認知過程，而利用多媒體教材



協助學習，更要去知道多媒體學習的認知理論，其模型如下圖2-6。

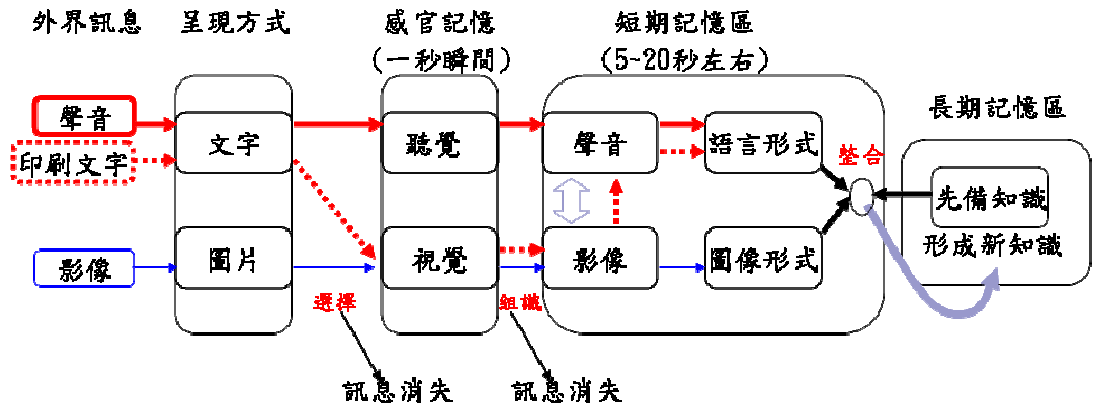


圖 2-6 多媒體學習的認知模型 (Mayer, 2001)

訊息以多媒體的方式呈現可分為文字形式與圖像形式

- 文字形式的呈現：物件以語言形式，例如使用印刷文字或講述的內容。
- 圖像形式的呈現：物件以影像形式，例如使用靜態圖片，包括圖片、相片或者地圖，或者使用動態圖片，包括動畫或錄影。

一個好的多媒體教材就是能協助學習者選擇 (Selecting)、組織 (Organizing)、整合 (Integrating) 多媒體訊息，而多媒體教材的設計原則的需求就是建立在此。設計課堂上使用的多媒體教材輔助學生有意義的學習，我們需要先知道什麼？Mayer提出一些看法如下：

1. 多媒體訊息有以下三種觀點，分別為其傳遞的媒介方式，呈視的模式與知覺的模式。本研究著重在呈視與知覺的模式，簡述如下表2-2。

表 2-2 三種多媒體訊息的觀點

| 三種多媒體訊息的觀點 |              |                    |
|------------|--------------|--------------------|
| 觀點         | 定義           | 例子                 |
| 多媒體的傳遞     | 兩種或多種的傳遞設備設計 | 電腦螢幕、擴音器或投影機、人的講述  |
| 呈現的模式      | 文字和圖像的表徵     | 螢幕上的文字和動畫;印刷的文字和圖例 |
| 知覺的模式      | 聽覺和視覺的意義     | 敘述和動畫;演講和投影片       |

2. 多媒體設計有兩種不同的觀點，分別是以科技為中心和以學習者為中心。一般而言，在多媒體的設計我們不以科技為導向，畢竟不是所有的教學者都有很好的處理先進科技的能力，粉筆、黑板和老師的生動口語引導也可以是很好的多媒體教學，只是會有一些限制及缺點，科技的運用應該是為了彌補其不足之處。以學習者為中心，協助學習者的認知才是王道。因此本研究所使用的多媒體設計軟體為極普及的PowerPoint簡報軟體，為了就是教學者使用的親和力，使教學者專心於以學習者為中心的教材設計，以避免數位落差所造成的影響。今將兩種多媒體設計的觀點簡述如下表2-3。

表 2- 3 兩種多媒體設計的觀點

| 兩種多媒體設計的觀點 |          |          |                  |
|------------|----------|----------|------------------|
| 設計形式       | 起始想法     | 目標       | 結論               |
| 科技為中心      | 多媒體科技的能力 | 提供知識的傳遞  | 如何利用尖端科技設計多媒體    |
| 學習者為中心     | 學習者是怎麼想? | 協助學習者的認知 | 如何運用多媒體去協助學習者的認知 |

3. 多媒體學習的含意有兩種不同的含意，分別為資訊的獲得和知識的建構，一般而言，我們在教學上希望學生不單只是資訊的獲得，更重要的知識的建構；在此要求下，教學者和學習者的定位會不同的表現，本研究在探討課堂授課的多媒體教材，當然是致力學習者知識的建構；但建構式的教學有時會太過於發散，使教學重點反而無法凸顯，故在教學設計上的適時講解與引導是有其必要性。兩種多媒體學習的含意簡述如下表2-4。

表 2- 4 兩種多媒體學習的含意

| 兩種多媒體學習的含意 |              |    |          |          |                   |
|------------|--------------|----|----------|----------|-------------------|
| 隱喻         | 定義           | 內容 | 學習者      | 教師       | 多媒體的目標            |
| 資訊的獲得      | 記憶資訊         | 資訊 | 被動的接受資訊  | 資訊的提供者   | 傳遞訊息；扮演傳遞的載具      |
| 知識的建構      | 建立一個有系統的知識結構 | 知識 | 主動的感覺製造者 | 知識建構的協助者 | 提供認知的引導；扮演有助益的溝通者 |

4. 多媒體學習的目標有兩個，分別為記憶和理解。一般而言，不管是記憶或理解在認知的過程中都有其重要性，如何使學習者在生手學習的情形下，引發其先備知識，將教學訊息轉成有結構的知識，以基模的形態存入長期記憶區，進而在之後的學習相關領域時可以是有更龐大的基模來聯結新習得的知識，亦即專家學習的方式。本研究在探討經過教材分析，以激發式動態呈現的教學設計對學生在數學學習成就的影響，所採的方式就是利用保留和遷移的測驗來檢驗學生在記憶和理解這兩個部分。今將兩種多媒體學習的目標簡述如下表2-5。

表 2-5 兩種多媒體學習的目標

| 兩種多媒體學習的目標 |                     |    |              |
|------------|---------------------|----|--------------|
| 目標         | 定義                  | 測驗 | 測驗的例子        |
| 記憶         | 重複或辨識已呈現過的物件能力      | 保留 | 二元一次方程式的作圖過程 |
| 理解         | 能把呈現過的物件應用在新的情境上的能力 | 遷移 | 畫出二元一次方程式的圖形 |

5. 多媒體學習有三種不同的結果分別為無學習、死背的學習、有意義的學習。我們當然希望任何的教學活動施行後在學生看到的是有意義的學習。所以利用保留和遷移的測驗可以審視教學活動的成效如何。今將三種多媒體學習的結果簡述如下表2-6。

表 2-6 三種多媒體學習的結果

| 三種多媒體學習的結果 |         |      |    |
|------------|---------|------|----|
| 學習的結果      | 認知的描述   | 測驗表現 |    |
|            |         | 保留   | 遷移 |
| 無學習        | 沒有獲得知識  | 差    | 差  |
| 死背的學習      | 獲得零碎的知識 | 好    | 差  |
| 有意義的學習     | 獲得完整的知識 | 好    | 好  |

在了解以上有關多媒體訊息的觀點、多媒體設計的觀點、多媒體學習的含意、多媒體學習的目標及多媒體學習的結果後，在多媒體學習的認知理論中最重要的是認知過程中的三個動作：選擇、組織和整合，分述如下：

### 1. 選擇：

當教材中同時包含文字與圖像資訊時，學習者可以先由感官記憶中的視覺或聽覺選擇相關文字與圖像建立文字資料庫與圖像資料庫，並儲存於語言工作記憶區與圖像工作記憶區中。所以在教材的呈視上如何使學習者方便選擇必要的訊息，是非常重要的。

### 2. 組織：

學習者能在語言工作記憶區中組織相關的文字資料庫，也能在圖像工作記憶區中組織相關的圖像資料庫。Mayer 所稱的組織乃指將短期記憶中的內容加以排列組合，形成一個合乎邏輯、一貫的整體，此即Paivio所稱的建立連結結構。經組織後的文字或圖形資料，Mayer 稱為情境模型（Situational Model）（宋曜廷，2000）。

### 3. 整合：

在學習者建立情境模型後，最後必須和學習者的先備知識加以整合，形成新的知識結構，以基模的形式存回長期記憶區，以利日後新的學習時的知識建構的資料庫。

以上三個過程都發生在工作記憶區中，因為受制於工作記憶區有時間及容量限制，長期記憶區的容量沒有限制，有效的學習有賴於多媒體教材能協助學習者在選擇、組織及整合訊息，在過程中儘量是一個無障礙的情況，能在認知的過程中，不會發生工作記憶區的運作超載，順利地把訊息轉成知識，所以接下來要探討的是影響甚大的教材設計原則。

## 2-3.2 多媒體教材設計原則

Mayer（2005）以多媒體認知理論為基礎及降低認知負荷的觀點，陸續以教學實驗提出在多媒體教材教學設計的一些原則，參考吳瑞源（2005）彙整出的九個多媒體教材教學設計原則，今整理如下：

### 1. 多媒體原則（Multimedia Principle）

多媒體原則指的是學生從文字加圖像學習的學習效果比單獨文字學習的學習效果好，因為當文字與圖片一起呈現時，學生才有機會去建構語文與圖像的心智模式與建構兩種心智模式之間的關連。從多媒體學習的認知理論觀點來看，文字與圖片對學習者來說為語文管道與圖像管道二個不同知識表徵系統，文字雖是分離的單位但以線性順序組成及呈現，圖像允許整體、非線性的訊息表徵，可能是人類知識表徵的原始型式（Mayer, 2001）。使用圖片可以更直覺地以接近人類視覺感官經驗來呈現教材。雖然相同的教材可以文字描述或圖片描繪等方式來進行，但

語文與圖像表徵有不同的訊息效果。兩者可彼此互補，但不能彼此取代。

## 2. 空間接近原則 (Spatial Contiguity Principle)

空間接近原則指的是當利用電腦螢幕或書本學習時，如果文字與圖片呈現的彼此位置較近時，學生的學習成就比文字與圖片兩者相對位置彼此較遠的學生較好。亦即相對應的文字與圖片彼此位置較接近時，學習者則不需使用認知資源於書本及電腦螢幕進行視覺搜尋，學習者比較有可能同時將相關訊息容納於工作記憶中。反之，如果相對應的文字與圖片彼此位置較遠離時，學習者則需使用認知資源於書本與電腦螢幕進行視覺搜尋，學習者較不可能同時將相關訊息容納於工作記憶中。從多媒體學習認知理論的主動有效學習 (active learning) 假設可知，學習者不僅是將訊息儲存於工作記憶區，而應是試著主動選擇相關文字

(words) 與圖片 (pictures) 組織成一致性的語文與圖像心智模式及整合這兩種模式來了解教材，形成新的知識存入長期記憶。然而電腦螢幕空間或書本空間皆為有限的空間資源 (limited resource)，因此有關多媒體設計的決定可視為此資源最具經濟的配置，決定在書本與電腦螢幕中如何配置空間、決定多少空間用於呈現文字、多少空間用於呈現圖片，多媒體設計者需要決定在電腦螢幕與書本中如何安排以文字為主的空間及以圖片為主的空間。

## 3. 時間接近原則 (Temporal Contiguity Principle)

時間接近原則指的是學生的學習成就在相對應的文字與圖片同時呈現時，比學生在相對應的文字與圖片分離呈現時的學習成就較好。時間和空間一樣都是個重要的有限資源，所以必須決定在多少時間內去決定何處放文字、何處放圖片。而教學設計不僅是呈現訊息，還必須以能鼓勵學習者從事適當認知處理的方式呈現，因此由學習是主動的過程的多媒體學習的認知理論假設可知，學習者主動的對呈現教材賦予意義。因此，在整合呈現時，學習者較有機會可以同時將相對應的語文與圖像表徵保留於工作記憶，並增加學習者心智整合語文表徵與圖像表徵的機會。

多媒體學習的認知理論認為分離的呈現是假設學習者可以完全的將先呈現的文字訊息保留於工作記憶以能和後來的動畫訊息整合，然而當文字先呈現時，因為工作記憶能力的嚴重限制，當後來的動畫呈現開始時，僅剩極少部分的敘述保留於語文工作記憶中，因此學習者對於文字與圖片之間的連結建立產生困難。因此，由Mayer (2001) 整理的相關實徵研究中得知，整合性的呈現文字與相對應圖片對學習者的學習成就優於分離性的文字與相對應圖片呈現。

#### 4. 連貫原則 (Coherence Principle)

連貫 (coherence) 指的是信息中元素間的結構關係；連貫效應 (coherence effect) 則是指當無關的資料或訊息 (material) 被排除時，學習者的學習成就優於當無關的資料或訊息 (material) 被納入時的學習成就。所以一味地加入有趣但不相關的文字、插圖、音樂或聲音會傷害學習，而當不需要的文字從多媒體呈現中被刪除時，學生的學習成就增加。

Mayer (2001) 舉出無關的資料或訊息可能會造成

- (1) 在工作記憶中競爭認知資源
- (2) 將學習者從重要的資料或訊息中分散注意力
- (3) 分裂組織中的資料或訊息處理
- (4) 可能使學習者繞著不適當主題組織資料或訊息。

#### 5. 形式原則 (Modality Principle)

形式原則指的是學生可從動畫搭配口語表達文字中得到比動畫搭配視覺文字較佳的學習成果，亦即學生在多媒體信息中的文字以口語表達文字呈現時比以視覺文字有較好的學習結果。

因為視覺文字、圖片、動畫皆利用到視覺／圖像管道，兩者在此管道中彼此競爭認知資源，當這個管道認知超荷時，聽覺／語文管道卻沒被使用到；但當文字以口語表達文字呈現時，口語表達文字使用到聽覺／語文管道，而圖片、動畫則使用到視覺／圖像管道，當兩種管道皆使用到時，彼此平衡。工作記憶區會有較大的容量去處理進來的訊息

#### 6. 多餘原則 (Redundancy Principle)

多餘原則指的是學生在動畫搭配口語表達文字的多媒體呈現得到的學習結果比在動畫同時搭配口語表達文字與視覺文字的多媒體呈現得到的學習結果佳。

當視覺文字與動畫皆以視覺呈現時，視覺／圖像管道將超荷 (overloaded)，較少的認知資源被用於相對應的文字 (words) 與圖片中的連結，因此降低有意義學習的機會。如果文字以口語表達文字呈現，則以聽覺管道感官接收，則視覺管道的負荷可被減小，可有更多認知資源被用於建立相對應文字與圖片之間的連結，增加有意義學習的機會。

Mayer (2001) 舉出，當圖像訊息以視覺呈現且媒體沒有提供如播放速率等學習者控制功能時，將視覺文字與口語表達文字同時呈現可能降低有意義學習的機會，但在第二語言學習的多媒體環境中，提供學生視覺文字的功能則可幫助其學習第二語言。

Mayer所提出的多餘原則較Sweller所提的多餘效應相似但廣度不同，Sweller所提的多餘效應指的是在任意的多媒體情境中，刪除多餘的訊息教材將比包含多餘的訊息教材有更好的學習成就；而Mayer所提出的多餘原則指的是在任意的多媒體情境中，動畫或圖示(illustration) 搭配敘述時的學習成就比動畫同時搭配字幕與敘述時的學習成就好。

#### 7. 個人化原則 (Personalization Principle)

個人化原則是指在教學時採用對話 (conversational style) 的方式會比採用正式 (formal style) 的方式得到更好的學習效果。而課堂上的教學就是教師利用教材和學生作為溝通的平台，本研究的受測者皆符合此原則。

#### 8. 互動原則 (Interactivity Principle)

互動原則是指如果學習者可以控制教材呈現的步驟時學習效果會比較好。因為認知資源有限容量的假設，學習者在工作記憶能維持運作的訊息是有限的，因此如果學習者可以控制教材呈現的步驟，將可依照自己的狀況調整學習速度，避免認知負荷因訊息太多而過高。在本研究中所強調的是以教師授課為導向的教室教學的環境，故此原則在本研究的教學實驗中並無使用的機會。

#### 9. 信號原則 (Signaling Principle)

信號原則指的是學生學習多媒體教材時，如果含有協助如何處理教材的信號，學生的了解程度比不含協助如何處理教材的信號的學生好。因為適當的提示能引導學習者將注意力投注在重要的教材內容上，如此可以避免學習者的注意力被不相關或不重要的內容吸引，造成認知資源不必要的浪費。激發式動態呈現的教學設計在吸引學生的注意方面，常運用此設計原則。

#### 10. 個別差異原則 (Individual Differences Principle)

個別差異原則指的是設計效應 (Design Effect) 對低知識 (low-knowledge) 的學習者比高知識 (high-knowledge) 的學習者效果來得強；對高空間 (high-spatial) 學習者比對低空間 (low-spatial) 學習者來得強。因為高知識學習者可以使用他們的先備知識來補償呈現中缺乏的指引，如從文字中形成適當的心智影像；然而，低知識學習者比較不能夠在缺乏指引時使用有用的認知處理。在多媒體信息中包含語文與視覺，所以多媒體學習者需要能夠形成 (form)、保留 (hold) 及使用 (use) 心智影像，而高空間學習者擁有從有效多媒體呈現中心智整合視

覺與語文表徵的認知能力；低空間學習者則必須將諸多的認知能力用於在記憶中保留住呈現的影像，以致於較不可能有足夠的能力用於心智整合視覺與語文表徵。本研究的探討重點之一，就是在檢視學生的學業成就特質（上學期的數學成績），在面對激發式動態呈現的教學設計時，其在學習成就與認知負荷上的表現為何？

以上提到的多媒體教材的設計原則，其實也和如何降低學習時的認知負荷相呼應。本研究的教材設計，也會由設計不同版本的簡報教材中去觀察教材設計原則的使用時機，對學習成就與認知負荷的影響。

## 2-4 數學簡報教材設計原則

### 2-4.1 數學簡報系統（MathPS）

Mathematical Presentation System（數學簡報系統，MathPS）是從2002年開始，由陳明璋博士策劃開發的軟體。這套軟體以一般教師普遍熟悉，常在資訊融入教學中使用的微軟「PowerPoint 簡報軟體」為平台，擷取PowerPoint簡報軟體的優點，使它成為我們資訊融入教學的有力工具；由於PowerPoint的普遍性、易操作下，教師才容易將本身豐富的教學經驗，與軟體做出最好的結合，使得教師在數位教材製作時的數位落差得以縮小，在教師的教學安排上可以更有教學需求的考量。

這套軟體擷取PowerPoint 簡報軟體的優點，去除其缺點，使它成為我們資訊融入教學的有力工具，並可以使得數位教材製作更加通俗化，具有累積性，並能解決數位落差所帶來的學習問題；MathPS 以微軟的「PowerPoint 簡報軟體」為平台，以降低數位落差、提升軟體製作普及性的前提下，運用簡單的介面，重組PowerPoint 的互動功能，發展出一套按鈕式動態呈現的互動模式，目的是為了改善原始簡報軟體對於數學操作性不足的部分，方便教學者設計教材（邱建偉，2004；彭元豐，2004）。

陳明璋博士更進一步基於認知科學與多媒體學習理論，提出激發式動態呈現（Trigger-based Animation）（Chen & Tan, 2007），配合視覺化（visualization）的方式希望能降低教材外部認知負荷，將教學內容更有結構地呈現在學習者的面前，能突顯出教學的重點，協助學習者進行有意義的學習。配合這個設計理念的重要演進，MathPS也正式改稱為AMA（Activate Mind Attention）系統。

MathPS 軟體發展的研究可概分為三個階段，第一個階段是系統環境，以資訊科技為主；第二階段是有關視覺、知覺及互動呈現，以視覺及知覺為



主；第三階段是教學設計，以數學教育為主（陳明璋，2006b）。以下就這三階段分別做說明如下：

### 1. MathPS 的系統環境

在 MathPS 的系統環境這方面，分別從 MathPS 的系統概念、繪圖功能、系統特色以及系統操作這四個面向進行探討：

#### (1) MathPS 的系統概念

MathPS 以 PowerPoint 為系統的平台，並以外掛軟體的方式，建構數學教材的編輯及課堂授課的環境。以 PowerPoint 為平台，是因為它原本已經具備教材步驟化編輯及步驟化呈現的不可或缺的優良環境，只要彌補 PowerPoint 中原有的繪圖功能的不足、動畫功能稍嫌複雜不易操作，導致缺乏課堂互動所需要功能、以及無法處理複雜的構圖等缺點後，在教學上就更能清楚的教授概念。因此，MathPS 系統的構成植基於

- ① 結合數學教材多元呈現之特性
- ② 編輯大量資訊的方法論
- ③ 簡報系統本身的功能

等三項要素，利用這三個要素進而在 PowerPoint 上建構一個具有累積教材以及教師課堂教學活動的環境。

#### (2) MathPS 的繪圖功能

MathPS 在構圖方面提供了幾何結構的構圖環境、複雜結構的構圖環境和自我相似構圖法，結合 PowerPoint 原有的環境為基礎，在繪圖環境上開發一系列的方法，如表 2-7 所示，讓整個系統在繪圖的運作簡易而流暢，發揮更好的效果。

表 2-7 MathPS 繪圖環境的各項功能（陳明璋，2006b）

| 功能 |    | MathPS                         | PowerPoint    | 創意運用                      |
|----|----|--------------------------------|---------------|---------------------------|
| 選取 |    | 篩選                             | 點選、圈選、累積、互補選取 | 分批選取 = 剪下 + 複製 + 貼上 + 剪貼簿 |
| 定位 | 座標 | 自訂格線、比例尺、鏡框法、顯示端點、中心點、邊、等分點、交點 | 格線、格點、尺規、輔助線  | 頁間定位 = 複製 + 貼上<br>磁力佈局法   |

|           |               |                                |                   |                       |
|-----------|---------------|--------------------------------|-------------------|-----------------------|
|           | <b>結構</b>     | 陣列、多邊形、圓上圓、等分點、放射點             |                   |                       |
|           | <b>磁力</b>     | 自訂磁力點、自訂點                      | 貼齊物件、貼齊格線         |                       |
| <b>操作</b> | <b>構圖</b>     | 幾何構圖                           | 繪圖                |                       |
|           | <b>變換</b>     | 幾何構圖、連線法、轉換器                   | 快取圖案、變更快取         | 以大制小<br>同步縮放、同步旋轉     |
|           | <b>複製</b>     | 定線、定框、定點、定角、原位、線鏡射、點鏡射、疊代、動畫縮放 | 縮放、旋轉、翻轉、剪下+貼上+複製 | 斜向等分對齊<br>比例尺=磁力+同步縮放 |
|           | <b>對齊</b>     |                                | 對齊與均分             |                       |
|           | <b>圖層</b>     | 多物件定序                          | 個別物件順序調整          | 剪貼簿                   |
|           | <b>概念</b>     | 雕琢構圖法、一舉多得                     | 表單、重複執行           |                       |
| <b>顯示</b> | 屬性、點、線、等分點、交點 |                                |                   |                       |

### (3) MathPS 的系統特色

MathPS 除了在構圖方面的特色外，在 2002 版之後 PowerPoint 的動態呈現除了提供自訂動畫，處理物件出現、強調、消失、及移動路徑等功能，更提供觸發程序的重要功能，藉由觸動一個物件，可循序或隨機啟動一系列的動態呈現，此激發式動態呈現 (Trigger-based Animation) 的精神也是 MathPS 進化為 AMA (activate mind attention) 系統的主要元素。Chen, Wu, & Tan (2008) 指出激發式動態呈現 (Trigger-based Animation, TA) 的特色，整理如下：

- ① 激發式動態呈現就是運用一個物件當激發器(trigger)控制一連串的動畫，同時一個訊息可以被一個以上的觸發器控制；因此，訊息可以由展演者以預定的、或隨意的順序及速度呈現，有彈性的呈現展演者的意念並與現場的聽眾互動。雖然此一概念並不是一個新的資訊技術，然而它卻被忽略了，未來它會是一個嶄新的數位內容呈現的模式及研究的主题。

- ② 激發器(trigger)可以是一個物件，此物件可以是一個訊息、一個獨立的物件或是鑲蓋在一個物件上的透明圖。
- ③ 觸發器(trigger)可以適當的布置在畫面之中，動態呈現與教材教法得以恰當的融合。

配合本研究強調激發式動態呈現在教學設計的應用，我們利用按鈕式動態呈現，提供數學簡報教材在步驟化呈現以及隨意呈現中交互的使用，使教學更具有彈性及適性化的效果；MathPS 系統基於教學的需求，組合 PowerPoint 動畫中的「出現」及「消失」兩功能，運用簡單的介面來取代 PowerPoint 上的複雜設定，根據不同的按鈕與訊息呈現模式，設計數個按鈕動態設定，利用此功能即可輕易達成教學訊息選擇性、隨意性地呈現，方便教師適性化教學，稱之為按鈕式動態呈現，也是本研究中激發式動態呈現的根本所在。如下表 2-8 所示。

表 2-8 MathPS 按鈕式動態呈現的功能

| 功能      |       | 說明                                     |
|---------|-------|--|
| 設定旋轉中心  |       | 設定定點旋轉                                 |
| 旋轉中心復原  |       | 解除旋轉中心的設定                              |
| 存動畫／貼動畫 |       | 動畫群體的複製、平移與縮放                          |
| 互動設定    | 開關／關閉 | 物件上設定透明按鈕，控制物件出現或消失                    |
|         | 多元開關  | 用不同的按鈕，控制不同物件顯現在同一個顯示區                 |
|         | 序列    | 用一按鈕控制一系列動畫                            |
|         | 接龍    | 物件輪流出現，並輪流當按鈕，控制下一個物件的出現。滑鼠隨著按鈕移到訊息所在。 |
|         | 層次    | 陣列式序列設定                                |
|         | 全開關   | 用一按鈕控制一群物件同時出現或消失                      |
|         | 突顯    | 自眾多資料中凸顯某些資料                           |
| 線開關     |       | 線段按鈕的開關設定                              |

#### (4) MathPS 的系統操作說明

MathPS 系統 2.20e 版的操作功能可分為八個部分，各有其不同的功能，現將將 MathPS 的功能整理成表 2-9，詳細的操作方法可參考 MathPS 使用手冊（陳明璋，2006a）。

表 2-9 MathPS 2.20e 版的系統操作功能說明表

| Show | Create | Conver  | Geometer | Structure | Animation | Measurement | Alignment |
|------|--------|---------|----------|-----------|-----------|-------------|-----------|
| 屬性   | 分點     | 異色化     | 中線       | 位置        | 設定旋轉中心    | 線刻度         | 左接        |
| 選取   | 線互切    | 同色化     | 中垂線      | 格線        | 旋轉中心復原    | 圓刻度         | 右接        |
| 累積   | 連線     | 線反向     | 平行線      | 方陣        | 存動畫       | 比例尺         | 上接        |
| 中心點  | 多邊形    | 調整圖層    | 垂線       | 六角陣       | 貼動畫       | 角度          | 下接        |
| 端點   | 圓上圓    | 直線化     | 角平分線     | 三角陣       | 開關        |             | 銜接        |
| 邊    | 放射線    | 曲線化     | 角多分線     | 二元樹       | 關閉        |             | 移左        |
| 交點   | 運轉線    | 折線化     | 弧        | 原形        | 多元        |             | 移右        |
| 等分點  |        | 分解表格    | 圓        | 定點        | 序列        |             | 移上        |
| 等距點  |        | 全群組     | 三角       | 定線        | 接龍        |             | 移下        |
| 設定   |        | 全分解     |          | 定框        | 層次        |             | 移中        |
| 回覆設定 |        | 自訂磁力    |          | 定角        | 全開關       |             |           |
|      |        | 清除磁力    |          | 貼上後解除群組   | 突顯        |             |           |
|      |        | 轉 PNG 圖 |          | 貼上後刪除原圖   | 線開關       |             |           |
|      |        |         |          | 圖形序列      | 加框        |             |           |
|      |        |         |          | 線鏡射       | 輪流        |             |           |
|      |        |         |          | 中垂線鏡射     | 首按        |             |           |
|      |        |         |          | 點鏡射       | 定位        |             |           |

## 2. MathPS 的相關文獻

以下針對有關 MathPS 的視覺及互動呈現的研究，分別從視覺設計理論基礎、知覺理論基礎兩方面來做說明。

### (1) MathPS 的視覺設計理論基礎

李進福(2005)在 MathPS 的視覺設計理論中指出教師的視覺素養是必要的。教師設計教學簡報教材時，除了內容上充實外，也應注意

視覺元素的安排、分辨主次要資訊、減低雜訊的產生，並儘量避免設計不必要的動畫，如此才能正確地發揮電腦輔助教學的特性。教師在利用 MathPS 進行教材設計時，應該先要熟知 MathPS 所必須要有的視覺設計理論。在以心理學理論及視覺設計為出發點，探討有關於視覺化設計實務，得到以下的結論：

- ①傳遞訊息時必須符合觀察者的心理傾向，也就是以觀察者熟悉的圖像或符號，幫助知覺辨認。
- ②教學媒體有許多引起學生注意力的工具，使用過當反而喪失訊息的對比性，造成反效果。
- ③教學媒體使用的目的在於減少學習者訊息處理時的認知負荷，並協助學習者統合舊有的基模及建立新的基模。
- ④當文字與圖像建立起良好的參照性聯結時，有交互幫助記憶與回憶的功能。
- ⑤點、線、面的造形，經由不同的設計可以給人不同的心理感受。
- ⑥色彩不可能單獨存在，一定會與其他背景色彩產生對比的效果。因此透過適當的配色，可達到色彩調合的效果。
- ⑦視覺設計師在構圖時，通常會考慮到畫面上的視覺焦點與畫面的平衡。並且利用連繫、底格、對齊、流動的技巧，達到畫面統一的效果。
- ⑧視覺成份與文字都是訊息傳達的工具，但是其屬性有所差異。掌握這兩方面的性質，將視覺成份與文字作良好的搭配，便可達成完善的訊息傳達目的。

## (2) MathPS 的知覺理論基礎

蘇柏奇 (2005) 在 MathPS 的知覺設計理論中歸納出下列結論：

- ①動態呈現教材時，為避免物件因位移而成為視覺焦點或因產生非連續過程的感覺而重新解讀訊息，物件必須準確定位，即必須符合定位性設計原則；靜態呈現教材時，牽涉到文字、圖像、口語等不同形式之訊息間的關聯，設計上必須遵循雙碼理論及認知負荷理論之研究成果。
- ②動、靜態呈現教材時，物件設計必須符合基本安排面向的設計原則，包含自行重整／架構完整性、層次性及群化／關聯性設計原則，其中，自行重整及架構完整性以層次性及群化／關聯性設計原則為基礎。
- ③知覺具有組織性及整體性的特性，妥善運用視覺元素、群化原則及圖地原理，可降低雜訊的干擾及組織教材的負擔，協助學生「型」的發

現，即達到層次性與群化／關聯性。操作上，透過實體圖層、顏色、大小及位置之設計來使物件的層次產生區隔；透過線條的連接、位置上的距離、具備相似的元素或共同的特質的設計來傳達物件的關聯性。

- ④ 師生互動面向包含溝通性及隨意性設計原則，按鈕與指標物件的設計，有利於師生及教材三者的互動。隨意性是指教材操作、呈現上的彈性，可透過按鈕式互動來達成；溝通性是指教師可以順利導引學生的注意力至正確物件上，以注意力及視覺搜尋之理論為基礎，可透過物件的視覺特徵或動靜之分的差異或外在的固定式指標、標號、底色或滑鼠游標來達成正確的溝通。
- ⑤ 基於適性化的需求，教材必須具備自行重整及架構完整性，操作上亦必須具備隨意性。

### 3. MathPS 的教學設計

利用MathPS的強大繪圖功能，可以輕易地取得數學物件、進行定位、處理複雜結構、提供更多的視覺空間以容納數學概念的呈現；再則利用數學簡報方式呈現，可事先就安排好教學相關的文字與圖形，不僅如同在黑板上一邊寫一邊講解，更少了書寫時所耗費的時間與無法及時注意學生反應的缺點，特別的是輔以激發式動態呈現的教學設計，教師可依教學內容和學生的反應，彈性地、適性地掌握教學內容及進度，甚至可以重複一些須要步驟化呈現的內容，比起傳統黑板或一般簡報教學多了和學生互動的時間與空間。

邱建偉（2004）指出應用MathPS可擷取PowerPoint的優點和克服其在應用上的缺點，適合作為數學領域資訊融入的工具，並說明以如下：

- ① 最普及的軟體之一：  
一般數學教師，都具備PowerPoint 基本操作能力，部分縣市更是要求老師必須通過基本資訊檢定。
- ② 通用型軟體：  
PowerPoint 架構在Windows 平台之上，與其他常見的軟體，可以通用。
- ③ 基本功能：  
PowerPoint 具有基本繪圖功能，本身的定位功能強大，很適合發展成適合數學媒體設計的平台。
- ④ 繪圖系統：  
數學教材設計，需要強大的繪圖功能，而PowerPoint只有基本繪圖功能，透過MathPS，我們可以將圖形作進一步的處理。

⑤ 複雜結構：

經過MathPS 的改善，利用系統的功能，可以產生並處理數學上的複雜結構，例如碎型。

⑥ 數學物件：

MathPS 可以輕鬆的產生多邊形，以及多邊形的對角線等複雜的數學物件。

⑦ 互動性：

我們必須要讓PowerPoint 有互動性，才能達到教學上的效果，PowerPoint 的動畫安排，需要手動一個個物件安排動畫，對一般老師而言，有相當的難度，透過MathPS 的動畫按鈕，可以幫助老師快速處理動畫按鈕。

在詢問一些看過MathPS設計出的數學教材的教師觀感後，教師都同意這樣的教學模組，能協助老師增進教學品質，也都願意在相關條件許可下，學習利用數學簡報系統設計數學教材；此外，看過此類教材的學生也同意透過此互動程序的教學模組，能協助學習，清楚地瞭解數學教授內容的意義。

因此本研究決定以MathPS的激發式動態呈現教學設計，來檢視和一般的簡報教材比較，是否有更好的教學成就與更佳降低學生認知負荷的效果。



## 2-4.2 教學法與學習理論

### 1. 現行教育方法的兩種觀點（指導式、建構式）

現行應用在教學現場的教學方式，大致可分為指導式教學與建構式教學，分別以 Ausubel 提出的講解式教學法與 Bruner 提出的發現式教學法這兩種為代表，兩種教學法各有其優勢也各自有相對的缺點。Molenda (1991) 認為，從講解式或發現式教學法之中二擇一會讓我們受益不多，需要找出一種對教師和學習者皆有利的結合方式 (Roblyer, 2004)。

學校的教學有一定的進度，為顧及教學進度，研究者觀察到大部分的教師在數學教學上，可能就捨棄比較耗時的發現式教學而以講解式教學為主。如果能在教材的設計上，不單屈就書本上的呈現教學訊息的限制（大多是一次呈現），在教材設計上將一些關鍵點隱藏，在教學時以引導的方式適時呈現，在此安排之下，學生不但可以有天馬行空的想法，但又不至於流於偏離主題，我真的很期待教科書能有這樣

的能力，不過顯然紙本教材很難給我們這樣的期待，所以利用 MathPS 發展出的激發式動態呈現的教學設計，在教學上應該較易取得此兩種教學法的平衡點，或許能使學生在學習成就上和降低認知負荷上有更好的表現。今將兩種教學法的特色整理如下表 2-10。

表 2-10 講解式與發現式教學法對照表

|      | 講解式教學法 (Ausubel)   | 發現式教學法 (Bruner)  |
|------|--|--|
| 學生   | 必須學習的訊息，以最後的形式呈現。學生只需學習和記住，不需要自己去發現原理。   | 學習者自行建構其知識系統，將要學習的訊息組織成最後的形式。  |
| 教師   | 提供學生必要的定義、原理或規則。教師將學習內容組織成最後型式，並有系統的呈現給學生，有助學習者在短期內獲得大量的知識   | 引導學生發現必要的定義、原理或規則。幫助學生發現知識結構的情境，鼓勵學生發現教材的最後型式  |
| 做法   | 由上到下，概念到具體。先呈現一個概念，接著提供例子，然後指出其應用和啟示。學生只需學習和記住，不需要自己去發現原理。主張有意義的學習。教科書的編寫也常是這種模式。  | 由下到上，由具體到歸納。以問題挑戰學生，使產生困惑，而開始了探究的過程。保留重要的概論，鼓勵學生自己探索問題。教師應幫助學生掌握學習領域的結構。強調整體圖樣和關係的重要。(頓悟學習 Aha!)   |
| 特性摘要 | <ul style="list-style-type: none"> <li>■ 專注於教學順序，由低階到高階。</li> <li>■ 明確陳述每個教學的目的，並有其搭配的試題。</li> <li>■ 較著重個人學習勝於小組學習。</li> <li>■ 強調傳統的講述教學與特定方式回應的評量方式。</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>■ 專注於提出問題、探索可能的解答。</li> <li>■ 追逐精通一般能力的共通目標，如問題解決及研究技巧。</li> <li>■ 較著重小組學習，而非個人學習。</li> <li>■ 強調傳統教學外的其他學習方式及評量方法。</li> </ul> |
| 相關理論 | 行為主義理論、訊息處理論   | 社會建構主義理論、鷹架理論、兒童的認知發展論、發現學習理論  |

David Ausubel 主張全部學習訊息以最終形式向學習者提示，教學是學生聽講及教師解釋教材，只要教材組織與呈現方式適當，講解式



教學法與發現教學法一樣可導致更多的理解與記憶。Ausubel 反對許多教育學家以為接受式學習就是死記的學習說法。任何的教學法都可能引出死記的或有意義的學習。Ausubel 重視有意義的學習，但他認為學生並不一定知道什麼是重要的或相關的，也未必能自行組織學習材料。因此主張「接受式學習」，亦即由教師將學習內容組織成最後的形式，並有系統的呈現給學生。從教學的觀點而言，稱之為「講解式教學法」(expository teaching)。

換言之，他認為「有意義的學習」主要發生於學習者將之與原有經驗相關聯，融入其認知結構。這和 Sweller (2006) 提出有意義的學習就在於長期記憶的改變相呼應。在現今的國中數學教學現場中，這或許是一個較可行的教學方式，而我們的研究教學方式也傾向講解式教學為主、發現式教學為輔的方式。這種教學方式有助於學習者在較少的時間內獲得較多的知識，且低成就者可模仿，高成就者可精熟。Gagne 利用訊息處理模式的內化過程推論出一套指導原則，讓教師可以遵循而安排理想的「學習條件」，他列出的九大教學事件，整理如下表 2-11。

表 2- 11 Gagne 九大教學事件

| 階段 | 教學事件    | 說明                                 |
|----|---------|------------------------------------|
| 1  | 引起學生注意  | 喚起和控制學生注意的活動                       |
| 2  | 提示教學目標  | 告知學生將會學會做什麼，從而引起學習動機               |
| 3  | 喚起舊有經驗  | 在學習新知能之前，複習所具備的先備知識，以便使新舊知識有機會產生連結 |
| 4  | 提供教材內容  | 呈現教材，以促進學習發生                       |
| 5  | 指導學生學習  | 教導式學習目標難易、知識屬性與學生學習風格而調整           |
| 6  | 展現學習行為  | 要學生可觀察的動作表現，來表達其內在的思維運作過程          |
| 7  | 適時給予回饋  | 及時告知結果，修正內在知識結構                    |
| 8  | 評定學習結果  | 確認最後學習的情況，決定是否要進行補教教學還是可以進一步學習     |
| 9  | 加強記憶與遷移 | 增強應用與記憶深度，用所學解決問題                  |

在教學過程中，上述表列中的第1-3階段會視教材內容和和實際教學狀況進行，第4-7階段須一再的循環，第8、9階段為課後依學生的學習成就再作應變。在本研究的教學實驗中，由於控制教學時間的因素，並沒有給學生相關例題自行練習，所以學生展現學習行為只能由上課的互動

中判斷，並適時給予回饋。除了此部分和第8、9兩階段為課後評估之外，教學的流程將依此方式進行。

## 2. 學習過程中的引導

在過去半個世紀中，從實驗研究所得到的證據，一致地顯示教學過程中提供最少的教學引導指示，不如在學習過程中將學習的重點強調引導來的有效且有效率（Kirschner, Sweller & Clark, 2006）。只有當學習者的先備知識足夠到可以和新的教學訊息相連結引起學習，教學過程中的引導效果才會有消退的現象。所以 Sweller 等多位學者提出對建構式或發現式的教學效果的質疑。因為在學習的過程中，尤其是新手學習的情形，大部分的學習者是需要適當的引導去引出欲學習的內容相關的先備知識來進行學習，而教學過程中的引導主要是聯繫著工作記憶中的訊息與長期記憶的整合，而發現式學習卻忽視了這一部分。

## 3. 整合講解式教學的策略

本研究在課堂授課的背景下，教學方式以講解式教學為主、發現式教學為輔的方式實施，Roblyer(2004)指出整合講解式教學的策略如下：

### (1) 補救發現的缺失，幫助對學習感到困難的學生進行有效的學習

建構理論其中的一個假設是，如果學生在小組情境或個人專題中見到學習內容與先備知識的關聯性，他們將自動自發的學習這些知識。但實際上，即使是最自動自發的學生也不一定如預期般的學會。造成這樣的失敗有許多因素，有一些是和學生本身的能力有關，還有一些因素並不是很清楚。利用練習與個別指導等工具資源已證實可以幫助教師有效的指導學生，更能激發對學習感到困難的學生進行學習。

### (2) 促進先備知識的熟練及自動性

如果學生可以不加思索地應用他們的先備知識，那麼對學習新的知識將更有益處。這和之前提到教學的目的應該是促進長期記憶基模的建構與自動化基模自動化是一致的。學生在課程中需要快速地回想相關的先備知識，所以教學的引導的作用就在於此。

### (3) 幫助有高度動機的學生進行有效、系統化的學習

目前的教學方法有時被批評為無法使學生產生動機及引起興趣，因為學習的內容和學生的需要或興趣並無太大的關聯。有些學生的學習動機是發自於內在而非外在，這些自發學生有時只是單單為了使自己達到高水準而積極向學。自發性的學生會去學習與自己相關的知識，或是為未來要學的概念建立基礎，他們最想要的學習方法往往是

最有效的一種。若教師對於學習內容能夠給予高品質的教材，對於這些學生是有相當的幫助。



### 第三章 研究方法

本研究的流程如下圖3-1。

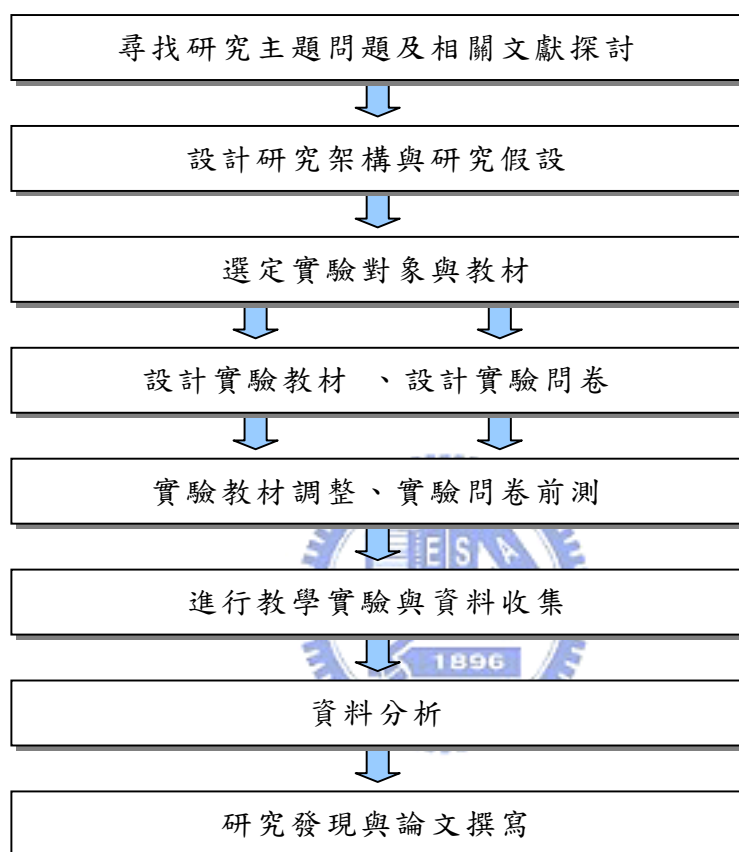


圖 3-1 研究流程圖

為了在研究過程中不影響學校正常教學運作，且更貼近實際的課堂教學現場，本研究以研究者任教的學校中的兩個七年級的班級作為受測樣本，因本校已成立數理及英語實驗班各一班，餘11班採常態分班，為求適用於較一般的情形，故挑選常態分班中的兩個班級（學生人數分別為32人、32人）參與實驗，實驗設計為準實驗研究法。研究架構如下圖3-2。

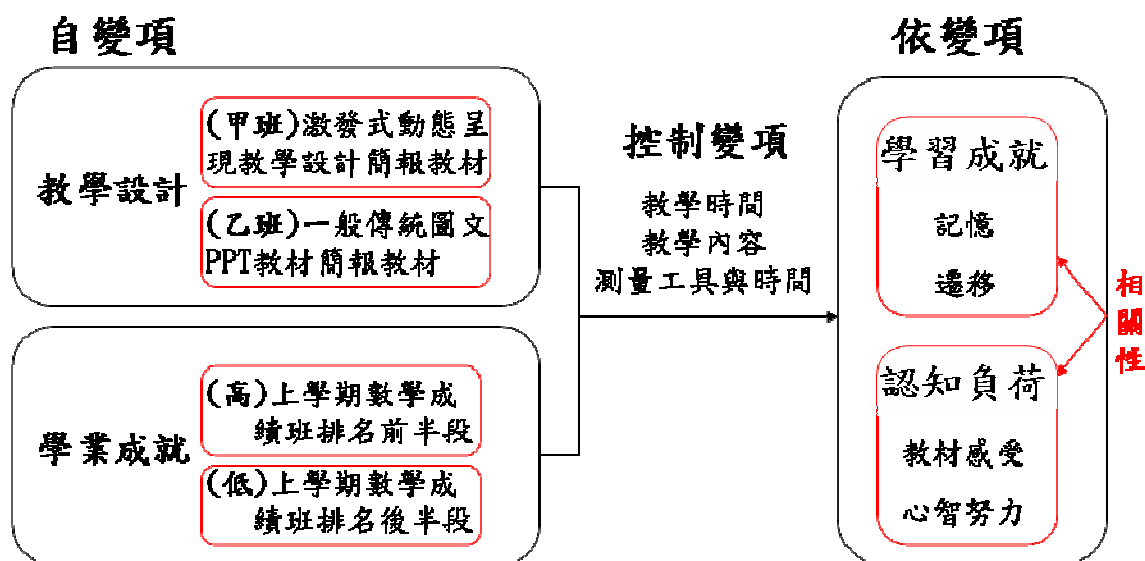


圖 3-2 研究架構圖

本章共分成五節，分別就研究對象、研究設計、研究工具設計、研究步驟與過程及資料分析方法等五個部分作說明。

### 3-1 研究對象



本研究的教學者為本文執筆者，有14年的國中數學教學經驗，受測學生為研究者所任教，位於新竹縣湖口鄉的某國民中學，全校共有36班（七年級13班、八年級12班、九年級11班），因七年級已成立數理及英語實驗班各一班，餘11班採S型分配常態分班，為求適用於較一般的情形，故挑選常態分班中的兩個班級參與實驗，以下採甲、乙班作為區分。

甲班32人為實驗組，乙班32人為控制組，因乙班有三位資源班的學生，平常上數學課時是到資源班去上課，因此只收集參與的29位學生的資料。雖這兩個班級不是研究者任教的班級，然為求實驗的準確度提昇，避免學生的新奇性效應，將在教學實驗前先至兩班以同樣的數學簡報內容及教學方式教授直角坐標平面的單元，使學生熟悉任教老師的教學方式，同時也為接下來的教學實驗，二元一次方程式的圖形教學奠立直角坐標平面的基礎。另外為了解學生的起點行為，將甲、乙兩班上學期的數學成績比較，考慮到數學成績較高的班級若安排成實驗組可能造成結果的影響因素，故將平均成績略低的甲班安排為實驗組（甲班），乙班安排為控制組（乙班）如下表3-1。

表 3-1 甲乙班上學期數學成績平均數及標準差摘要表

| 上學期成績  | 班別      | 個數 | 平均數   | 標準差    |
|--------|---------|----|-------|--------|
| 全班     | 甲班(實驗組) | 32 | 64.16 | 17.869 |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 67.17 | 19.099 |
| 低學業成就組 | 甲班(實驗組) | 16 | 48.75 | 8.622  |
|        | 乙班(控制組) | 14 | 50.93 | 11.997 |
| 高學業成就組 | 甲班(實驗組) | 16 | 79.56 | 8.899  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 82.33 | 9.263  |

在常態性檢定中，顯示上學期的數學成績符合常態分配，如下表3-2。

表 3-2 甲乙班上學期數學成績常態性檢定摘要表

| 上學期成績  | 班別      | Shapiro-Wilk 常態性檢定 |     |       |
|--------|---------|--------------------|-----|-------|
|        |         | 統計量                | 自由度 | 顯著性   |
| 全班     | 甲班(實驗組) | 0.957              | 32  | 0.222 |
|        | 乙班(控制組) | 0.939              | 29  | 0.094 |
| 低學業成就組 | 甲班(實驗組) | 0.954              | 16  | 0.559 |
|        | 乙班(控制組) | 0.908              | 14  | 0.149 |
| 高學業成就組 | 甲班(實驗組) | 0.948              | 16  | 0.463 |
|        | 乙班(控制組) | 0.906              | 15  | 0.116 |

在變異數的同質性檢定部分，利用Levene's test of homogeneity，以變異數分析（F檢定），可以發現甲乙班的學生不論在全班或學業成就分組下的考驗皆呈現無顯著差異，顯示學生在上學期的成績離散程度相同。獨立樣本t檢定的資料，也得知甲乙班學生在上學期的數學科的平均成績，不論在全班或學業成就分組下的考驗也皆呈現無顯著差異。顯示甲乙班的程度在全班或學業成就分組下可視為相同，資料如下表3-3。

表 3-3 甲乙班上學期成績獨立樣本 t 考驗摘要表

| 上學期<br>成績  | 比較樣本    | Levene's test |       | t      | 自由度 | 顯著性<br>(雙尾) |
|------------|---------|---------------|-------|--------|-----|-------------|
|            |         | F 檢定          | 顯著性   |        |     |             |
| 全班         | 甲班(實驗組) | .018          | 0.894 | -0.637 | 59  | 0.526       |
|            | 乙班(控制組) |               |       |        |     |             |
| 低學業成<br>就組 | 甲班(實驗組) | 3.396         | 0.076 | -0.576 | 28  | 0.569       |
|            | 乙班(控制組) |               |       |        |     |             |
| 高學業成<br>就組 | 甲班(實驗組) | 0.304         | 0.585 | -0.849 | 29  | 0.403       |
|            | 乙班(控制組) |               |       |        |     |             |

## 3-2 研究設計

本研究在探討以激發式動態呈現的教學設計，對學生的學習成就和認知負荷是否產生影響？由於實驗設計中強調課堂授課的背景，在不破壞原班級的完整性，及避免其他的干擾因素，本研究使用準實驗設計，利用獨立樣本二因子變異數分析去檢視不同學業成就的學生在不同的教學設計之下，學習成就和認知負荷的變化。以下表3-4為實驗設計分組細格表。

表 3-4 實驗設計分組細格表

| 因子   |            | 學業成就 ( 認知負荷量 ) |             | 合計人數 |
|------|------------|----------------|-------------|------|
|      |            | 高              | 低           |      |
| 教學設計 | 甲班 ( 實驗組 ) | 實一高 ( 16人 )    | 實一低 ( 16人 ) | 32人  |
|      | 乙班 ( 控制組 ) | 控一高 ( 15人 )    | 控一低 ( 14人 ) | 29人  |
| 合計人數 |            | 31人            | 30人         | 61人  |

就內在效度而言，本設計的優點在於有實驗、控制兩組可供比較，在學習成就皆施以前、後測，可了解兩組的條件是否整齊；若兩組的前測分數一致，可說成熟、測驗與工具等主要的影響力已受到控制，實驗處理發生影響，即可以肯定。至於缺點方面，因受試者非隨機選取，及其心理因素等無關變項較無法控制，故在本研究中，研究者和兩班的導師及任課數學老師已事先協調，先告知學生因原任課老師課程安排之故，暫由其他數學老師代理兩堂

數學課程，以減低受測學生的敏感性等心理干擾因素。

本研究的實驗變項如下：

■ 自變項

➤ 教學設計：

◇ 激發式動態呈現的教學設計的數學簡報教材（甲班-實驗組）

考量多媒體教材呈現原則，認知負荷控制效果。教學訊息可選擇性、隨意性或預先安排的呈現。

◇ 一般傳統數學簡報教材（乙班-控制組）

每張投影片內容多採一次呈現或循序呈現教材內容，利用光筆或滑鼠引導學生瀏覽。

➤ 學生的數學學業成就特質（學業成就分高低兩組）：

一般學校內的常態編班如欲實施數學能力分組教學時，常以兩個班級為單位，採各班可參考的數學成績排名前半段學生為一組，後半段學生為另一組，分組跑班上課。故本研究以受測的兩個班級上學期數學成績為參考，取班排名前半段為高數學學業成就學生，後半段低數學學業成就學生。（甲班：高 16 人，低 16 人），（乙班：高 15 人，低 14 人）

■ 控制變項

教學的時間、教材內容主題單元、測量時的工具和時間相同。

■ 依變項

➤ 學習成就（記憶及遷移）

由前測成績顯示學生對教學內容尚未學習過，故教學實驗後學生的受測成績可視為學生經過學習後的學習成就。

➤ 認知負荷（認知負荷評量）

包括教材感受和心智努力兩個向度的認知負荷量總和。

在本研究的教學實驗中，教學設計分為兩組，實驗組（甲班）施予經過教材分析後，以激發式動態呈現的教學設計發展出的數學簡報教材；控制組（乙班）施予一般傳統數學簡報教材。

實驗組的教學教材可視為是一個比較好的教學設計，在先前第二章的文獻探討中，由Mayer提出的個別差異原則（Individual Principle）指出，設計效應（Design Effect）對低知識（low-knowledge）的學習者比高知識

（high-knowledge）的學習者效果來得強；因為高知識學習者可以使用他們的先備知識來補償呈現中缺乏的指引，如從文字中形成適當的心智影像；然而，低知識學習者比較不能夠在缺乏指引時使用有用的認知處理。在記憶和



遷移方面的表現，可能也有此情形。

之前的許多學者的研究中，大都支持當學習者感受到的認知負荷量愈大時，則學習成就相對降低（郭璟瑜，2003），本研究也藉此教學實驗是探討學習成就與認知負荷量兩者的相關性。綜合以上，我們提出下列的假設：

假設一：教學設計與學業成就在學習成就的表現有顯著交互效果。

假設二：教學設計與學業成就在降低認知負荷量方面有顯著交互效果。

假設三：學習成就與認知負荷量之間具有相關性。

### 3-3 研究工具設計

#### 3-3.1 實驗教材製作

本研究以國中七年級下學期二元一次方式的圖形為教材設計的範圍，因為此階段正是銜接代數（文字）和幾何（圖形）兩個部分的重要關鍵。數學簡報教材的製作軟體是使用普及率極高的PowerPoint（PowerPoint 2002之後的版本）為平台，輔以由交通大學陳明璋博士領導的 Informath 團隊所發展的PowerPoint外掛軟體「MathPS」。

第一堂課的教材主要是為了使學生了解直角坐標的描點及象限的概念，兩個班級的簡報內容及教學方式法一樣。依國中數學能力指標中

■ 7-a-11 能運用直角座標系來標定位置。

分為二個主題單元教學。

1. 能運用直角坐標平面來標定位置。
2. 能判斷點在第幾象限或坐標軸上。

第二堂課的教材內容為研究者將國中數學能力指標有關二元一次方程式的圖形相關部分

■ 7-a-15 能在直角座標平面上描繪二元一次方程式的圖形。

■ 7-a-17 能在直角座標平面上認識解二元一次聯立方程式的解。

分成四個主題單元教學分別為

1. 二元一次方程式的解與圖形意義
2. 二元一次方程式在坐標平面上的作圖
3. 二元一次方程式圖形的分類
  - $ax+by=c$

- $ax+by=0$
- $by=c$
- $ax=c$

#### 4. 二元一次聯立方程式的圖形意義

本研究主要是探討在甲乙兩班的第二堂課教室授課中，經過教材分析，以激發式動態呈現教學設計的數學簡報教材教學，和一般傳統數學簡報教材教學，在學生的學習成就和認知負荷上的影響？兩班所使用的的教材投影片在內容重點上是一樣的，教材中的文字和圖片都和課程相關，符合多媒體設計中的連貫原則（Coherence Principle）；而且在一般教室授課為背景的前提下，教師利用教材和學生作為對話溝通的平台，本研究的受測者皆符合個人化原則（Personalization Principle）；在兩組的教學皆傾向講解式教學法，也符合形式原則（Modality Principle）。因甲班（實驗組）採激發式動態呈現教學設計（教學訊息可選擇性、隨意性或預先安排的呈現），在教學過程中使用增生認知負荷的機會較多。

四個主題單元的教材內容及教學過程簡述與教材分析見附錄一，各階段教材分析中所強調的原則與效應簡述如下表3-5。

表 3-5 各階段主題單元教材分析簡述

|          | 甲班教材（實驗組）   | 乙班教材（控制組） |
|----------|---|-----------|
| 第一階段主題單元 | 實驗組強調圖形和文字同時呈現的多媒體（Multimedia Principle）原則，以及多媒體設計原則中的信號原則（Signaling Principle）。利用虛線的區隔整合訊息，使文字訊息更易分辨，強調分散注意力效應（the split attention effect）。箭頭有相關群化的作用。計算時也多了動態指標的協助，對計算能力差的同學有一定的幫助。 |           |
| 第二階段主題單元 | 實驗組只以口語搭配列表找二組解和坐標上的描點連線作圖動作，呈現二元一次方程式的圖形作圖過程。強調多餘（redundancy）原則及效應。而控制組除了口語引導外另加上文字記錄列表、描點、連線的過程。<br>兩組皆以例題說明如何在坐標平面上畫出二元一次方程式的圖形，都有示範（worked example）效應。                            |           |

|          |   |
|----------|---|
| 第三階段主題單元 | <p>實驗組強調分散注意力效應，有關直線特徵的文字描述訊息（如未過原點的直線）接近方程式的樣式（如<math>ax+by=c</math>），方便學生對此兩個訊息做聯結。訊息逐步呈現，符合先前Mayer強調的分割原則（Segmentation Principle，學習者能夠從每一個片段中選擇文字及影像，並且有時間及能力去組織及整合被選擇的文字及影像，再進入下一片段。）；圖像中的個別教學訊息可凸顯強調，符合信號原則。</p> |
| 第四階段主題單元 | <p>實驗組以激發式動態呈現方式，配合虛線的彈性出現，使學生更易於掌握交點的坐標。動態呈現坐標移入表格中的動作，對吸引注意力有相當的幫助。彈性調整教學的訊息出現消失，在版面加上區塊虛線作為教學訊息的區隔，及箭頭聯結圖像和文字訊息之間的關係。強調的也是訊息的整合，即分散注意力效應。</p>  |

### 3-3.2 問卷製作

本研究的問卷包括：前測試卷、階段學習成就測驗、及認知負荷評量表。前測試卷主要是想了解學生在教學前對教材內容的熟悉程度；階段學習成就測驗為收集教學後學生的學習效果；認知負荷評量表主要收集受測學生在學習過程中，所知覺的認知負荷程度。分述如下：

#### 1. 前測試卷與階段學習成就測驗：

兩份試題皆為研究者依書商提供的題庫作編修，題目依教材內容設計。前測試卷目的在了解其對預計實驗的教材認識程度；階段學習成就測驗，則是收集各組受測學生的階段測驗成績，試題分為記憶和遷移兩類；題目依教材內容設計，題型、內容皆相同，但在階段學習成就測驗上的試題中，部分的數字及題目會稍做修改。選定相關題目後，採邏輯分析法，先經過 10 位任教國中數學的教師（任教年資從 3~20 年）依教授的內容和受測的試題的吻合程度，建議後保留 20 題，故有基本的專家效度。接著找了三個八年級的班級做試題預試，在回收的 105 份試卷中，內部一致性信度 Cronbach's  $\alpha$  值為 0.845，顯示有良好的信度。最後分析題目的鑑別度及難度，編製成符合四個階段教學內容的成就測驗成卷，每個階段四題，過程說明如下：

難度分析採高分組及低分組通過率之平均值，數值介於 0~1 之間，數值愈高表示題目難度愈低，高於 0.8 則太簡單，低於 0.2 則太難。

鑑別度為高分組的難度減去低分組的難度所得之值，鑑別度數值介於-1~1 之間，數值為負值為不具鑑別度，相關試題應刪去，數值在 0.2 以上即有參考價值，一般來說，鑑別度達 0.3 或較高一點，即可被接受（王文科、王智弘，2006）。

在古典測驗理論下，編製成就測驗的方法，往往僅考慮試題的內容和特徵（如：難度和鑑別度），就當成是選擇試題的依據；例如：先挑選出鑑別度較高（如：大於 0.25）的試題，再依據實施測驗的目的和考生的能力分配情況，挑選出難度較適中的試題，編成整份測驗（郭生玉，1990）。故本研究受測題目選擇以先選出鑑別度較高（0.25~0.4 以上）的題目，再從中選出難度指數較適合（0.2~0.8 之間）的題目依實際應用做部分修改。最後由分析後的試題中選出十六題，依實際教學教材的內容分析，有五個題目為教材中出現過的文字或圖形重點，可歸屬為記憶題，餘十一個題目則先要有基本概念才能解題，屬遷移題，每題得分皆為 1 分；每個主題單元教學後分別有四個相關內容的題目，除了分析學生在不同的數學簡報教材的教學成效外，也可在記憶和遷移部分的表現作分析。此十六個試題在學生受測後的信度分析，在內部一致性信度 Cronbach's  $\alpha$  值達 0.823，顯示也具良好的信度。其中 2~3 的題目原鑑別度只有 0.21，經修改後在後續兩組 61 人的測驗後得出難度為 0.5、鑑別度 0.41。各階段主題單元教學後的受測試題詳細內容見附錄二，難度、鑑別度與分類，今簡述如下表 3-6。

表 3-6 受測試題分類、難度、鑑別度說明表

| 題號<br>(階段~題號) | 類型 | 難度   | 鑑別度  | 題號<br>(階段~題號) | 類型 | 難度   | 鑑別度  |
|---------------|----|------|------|---------------|----|------|------|
| 1~1           | 記憶 | 0.5  | 0.64 | 3~1           | 記憶 | 0.46 | 0.57 |
| 1~2           | 遷移 | 0.79 | 0.43 | 3~2           | 記憶 | 0.23 | 0.46 |
| 1~3           | 遷移 | 0.8  | 0.25 | 3~3           | 遷移 | 0.66 | 0.54 |
| 1~4           | 遷移 | 0.48 | 0.82 | 3~4           | 遷移 | 0.61 | 0.43 |
| 2~1           | 記憶 | 0.32 | 0.57 | 4~1           | 遷移 | 0.41 | 0.82 |
| 2~2           | 遷移 | 0.45 | 0.89 | 4~2           | 記憶 | 0.79 | 0.43 |
| 2~3           | 遷移 | 0.36 | 0.21 | 4~3           | 遷移 | 0.65 | 0.5  |
| 2~4           | 遷移 | 0.68 | 0.36 | 4~4           | 遷移 | 0.3  | 0.61 |

2. 認知負荷評量表：

Paas (1992) 認為心智努力可藉由量表衡量，作為認知負荷的指標，並可反應績效達成時所付出的認知成本與教材的有效性。認知負荷評量主要目的是測量受測者學習過程中所知覺的認知負荷感。在第二章文獻探討時曾提及認知負荷的衡量包含心理負荷及心智努力，此處的心理負荷視為學生對教材的感受。本研究認知負荷問卷題目項敘述，修改自郭璟瑜 (2003) 測量認知負荷的題目。總共有兩題，每題以李克特氏量表採七點量表。以 1 分~7 分來表示由非常同意~非常不同意，兩題的得分的總和即為受測者之認知負荷量，分數愈高表示認知負荷量愈高。因本研究的教學實驗過程的四個階段施測時間 (包括四個成就測驗題) 分別只有 5 分鐘，在時間的限制下只安排兩個問卷題，目的為收集學生面對教材時在教材感受與心智努力的直覺感受。作法為教學實驗後馬上收集學生在面對教材立即反應的感受，故本研究安排的兩個問題仍可適當反應出學生在學習過程中的認知負荷量。在教學實驗的每個階段都會收集此兩個題目的分數，故認知負荷量的總得分最低為 8 分，最高為 56 分，題目敘述如下：

- 第一題 (教材感受) Q1：我認為第 X 部分的內容在學習上很容易。  
第二題 (心智努力) Q2：我覺得我花了很少的心力，就能學會第 X 部分教材的內容。

每個階段測驗之後都有認知負荷評量表，如下表 3-7，請學生圈選。

表 3-7 認知負荷評量表

|                               | 非常同意 | 同意 | 還算同意 | 無意見 | 有點不同意 | 不同意 | 非常不同意 |
|-------------------------------|------|----|------|-----|-------|-----|-------|
| 1.我認為第 X 部分的內容在學習上很容易         | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |
| 2.我覺得我花了很少的心力，就能學會第 X 部分教材的內容 | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |

### 3-4 實施步驟與過程

本研究受測的兩個班級不是研究者任教的班級，但為求實驗的準確度提昇，避免學生的新奇性效應，將在教學實驗前先和該班的任課數學老師商量，先告知學生因原任課老師課程安排之故，暫由研究者代理兩堂數學課程，以減低學生的心理干擾因素。

第一堂課兩個班級皆以同樣的數學簡報內容及教學方式教授直角坐標平面的單元，使學生熟悉代課老師的教學方式，同時也補充在第二堂的教學實驗中所需的先備知識（坐標平面的描點和象限的認識）。上課的過程以學習單輔助學習，並告知學習單的完成為隔天上第二堂數學課前要交的作業。除了在課堂上由老師的教學引導完成，也可帶回家再仔細作答。目的在鼓勵並確認學生習得隔天就要上的第二堂課的先備知識。並在本節最後15分鐘作前測試卷的施測，了解學生的起點行為。

第二堂數學課都是在第一堂課的隔天，兩個班級所教授的教材內容單元相同，為七年級下學期第三次段考的範圍，差別只有教學簡報的不同。遷就本教學實驗研究的時間，只取二元一次方程式的圖形的部分教材內容，再分為四個小部分的主題式教材，在每個部分內容教授完畢，即施以四個和此部分教材相關的試題和兩個有關認知負荷的問卷題目。

但是在正式教學實驗的第二堂課時，因為利用的是平常的數學課時間，如依教案的實施時間45分鐘應是足夠的，然而實際上課時，因與學生的互動或有延誤原排定的教學時間（但每階段的作答時間皆不受影響），以致兩個受測班級都用到了下課時間（約5分鐘），所以第四階段的作答可能會因學生急於下課而受影響。（因為發現了在學生的學習成就測驗題中，此階段的第4題，在兩班的學生中皆沒人答對，但該題的難度為0.3，鑑別度0.61，在所有的題目中並非最難。）

在兩個班級上課前的說明，除了告知今天的上課流程，並請同學在每一階段後的測驗認真作答，每階段前四題的配分，每題皆為1分，其中作圖題或配合題的評分為全對才給分。相關的成績會告訴原任課老師，作為平時成績的參考。至於問卷題純粹是研究者想了解學生在上課的感受，不會有任何成績的考量，請學生憑直覺回答。

預計實施時間為每一堂課（45分鐘），地點為班級的原教室，利用電腦及單槍輔助教學，教學活動過程全程錄影，以作為日後分析比較時的部分依據，教學活動設計如附錄三，教學實驗的過程如下圖3-3。

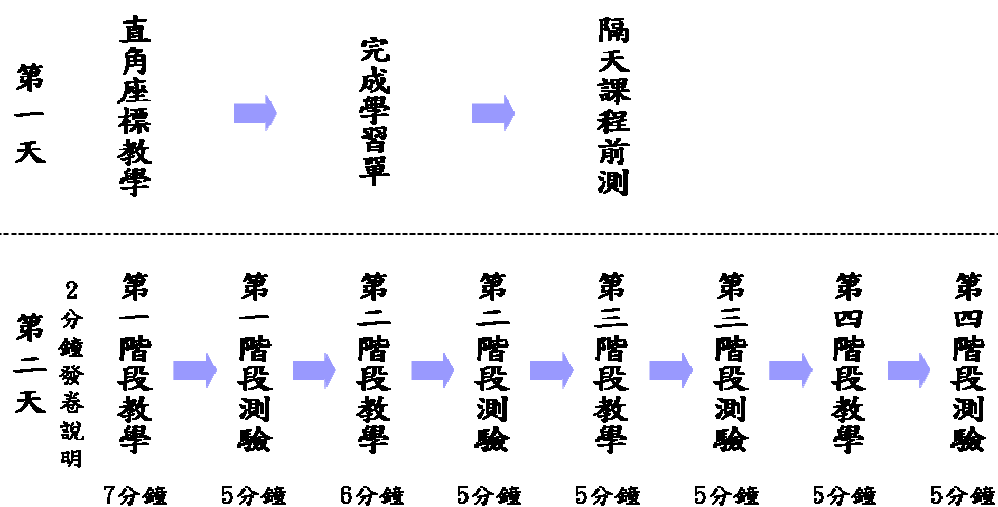


圖 3-3 教學實驗的過程圖

### 3-5 資料分析方法

本研究採用 Microsoft Excel 和 SPSS 12.0 中文視窗版的統計軟體作為資料分析的工具。

本研究探討教學設計和學業成就對學生的學習成就或認知負荷的交互效果，採獨立樣本二因子變異數分析；學習成就因有前測，前測採獨立樣本 t 檢定。

由於二因子變異數分析牽涉到二個因子的主要效果和交互效果的考驗，當交互效果顯著時，則需要進行單純主要效果的檢驗；如交互效果不顯著時，則只需要進行主要效果的檢驗；在這裡的主要效果的檢定，因為自變項中的水準都只有兩個（如甲乙班，高低組），所以在二因子變異數分析的資料中可直接判讀（邱皓政，2002）；至於單純主要效果的考驗，本研究將利用獨立樣本 t 考驗來檢定。

在比較不同學業成就在不同的教學設計上，記憶題與遷移題的成績，因為水準只有兩個，故採獨立樣本 t 檢定來考驗平均數的差異。最後在學習成就與認知負荷量之間是否有相關性，我們利用 Pearson 相關係數檢定。

本研究進行資料分析所採用的統計檢定顯著水準分為為 0.05 和 0.01 兩個等級。

## 第四章 結果與討論

本章將針對受測學生在教學實驗後，所收集的學習成就和認知負荷的數據作分析，來檢驗本研究的假說。本章共分為三節，第一節為整理受測樣本的敘述統計資料；第二節為研究假設的檢驗與說明；第三節為結果摘要。

### 4-1 樣本的敘述統計資料

#### 4-1.1 甲乙班教學實驗相關敘述統計

以下先將本研究的受測樣本（甲班實驗組、乙班控制組）在上學期的成績，以及在教學實驗前的前測成績、教學實驗後的後測學習成就（包含記憶、遷移）、認知負荷量（包含教材感受、心智努力），和各階段所得到的階段成績和認知負荷量等相關數據的平均數與標準差，整理如下表 4-1，所呈現的數據中可觀察到幾個現象，分述如下：

1. 兩個班級的前測成績分數普遍偏低（總分為 20 分），標準差偏高，顯示學生在教學實驗之前對本研究的教材內容尚未接觸。
2. 在記憶題的表現上，實驗組高於控制組；在遷移題的表現，控制組高於實驗組。
3. 各階段的單元主題教學後所測得的學習成就成績，實驗組只有在第二階段的成績落後控制組。
4. 各階段的單元主題教學後所測得的認知負荷量，無論在教材感受或心智努力方面，實驗組所得的數值皆低於控制組。

以上所看到的敘述，在統計檢定上所呈現的結果未必顯著，但以上述數據的趨勢觀察，對之前的假說又多了一些支持，我們也將在後續利用統計的檢定方式來驗證。

表 4-1 甲乙班教學實驗相關敘述統計資料摘要總表

|       | 班別      | 個數 | 平均數   | 標準差    |
|-------|---------|----|-------|--------|
| 上學期成績 | 甲班(實驗組) | 32 | 64.16 | 17.869 |
|       | 乙班(控制組) | 29 | 67.17 | 19.099 |
| 前測    | 甲班(實驗組) | 32 | 0.97  | 1.732  |
|       | 乙班(控制組) | 29 | 1.97  | 2.442  |



|        |         |    |       |        |
|--------|---------|----|-------|--------|
| 學習成就   | 甲班(實驗組) | 32 | 7.84  | 3.313  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 7.52  | 4.094  |
| 記憶題成績  | 甲班(實驗組) | 32 | 3.22  | 1.338  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 2.86  | 1.481  |
| 遷移題成績  | 甲班(實驗組) | 32 | 4.63  | 2.338  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 4.66  | 2.819  |
| 教材感受Q1 | 甲班(實驗組) | 32 | 15.47 | 5.442  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 17.31 | 6.130  |
| 心智努力Q2 | 甲班(實驗組) | 32 | 15.38 | 5.210  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 18.69 | 5.594  |
| 認知負荷量  | 甲班(實驗組) | 32 | 30.84 | 10.205 |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 36.00 | 11.074 |
| 階段一成績  | 甲班(實驗組) | 32 | 3.16  | 1.051  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 2.76  | 1.354  |
| 階段二成績  | 甲班(實驗組) | 32 | 1.44  | 1.343  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 1.69  | 1.312  |
| 階段三成績  | 甲班(實驗組) | 32 | 1.72  | 1.170  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 1.55  | 1.242  |
| 階段四成績  | 甲班(實驗組) | 32 | 1.53  | .879   |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 1.52  | .986   |
| 階段一Q1  | 甲班(實驗組) | 32 | 2.91  | 1.445  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 3.83  | 1.754  |
| 階段二Q1  | 甲班(實驗組) | 32 | 4.19  | 1.469  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 4.41  | 1.701  |
| 階段三Q1  | 甲班(實驗組) | 32 | 3.91  | 1.673  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 4.31  | 1.854  |
| 階段四Q1  | 甲班(實驗組) | 32 | 4.47  | 1.722  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 4.76  | 1.704  |
| 階段一Q2  | 甲班(實驗組) | 32 | 3.00  | 1.414  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 4.48  | 1.902  |
| 階段二Q2  | 甲班(實驗組) | 32 | 4.06  | 1.366  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 4.45  | 1.660  |
| 階段三Q2  | 甲班(實驗組) | 32 | 3.91  | 1.729  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 4.76  | 1.683  |
| 階段四Q2  | 甲班(實驗組) | 32 | 4.41  | 1.682  |
|        | 乙班(控制組) | 29 | 5.00  | 1.690  |

## 4-1.2 學業成就分組下甲乙班相關敘述統計

以下是在學業成就分組下，分別去看低學業成就組及高學業成就組中，甲班實驗組、乙班控制組在上學期的成績，以及在教學實驗前的前測成績、教學實驗後的後測學習成就（包含記憶、遷移）、認知負荷量（包含教材感受、心智努力），和各階段所得到的階段成績和認知負荷量等相關數據的平均數與標準差，整理如下表 4-2 和表 4-3，所呈現的數據中可觀察到幾個現象，分述如下：

1. 在低學業成就組中，經教學實驗後，在後測學習成就（包含記憶、遷移）及各階段的成績表現上，實驗組皆高於控制組。
2. 在低學業成就組中，經教學實驗後，所測得的認知負荷量（教材感受、心智努力），實驗組所得的數值皆低於控制組；各階段的表現也是如此。
3. 在高學業成就組中，除了在心智努力這方面的認知負荷量，實驗組低於控制組外，其他方面都未有低學業成就組所呈現的情形。

同樣地，以上所看到的敘述，在統計檢定上所呈現的結果也未必顯著，我們也將在後續利用統計的檢定方式來驗證。

### 1. 低學業成就組

表 4-2 低學業成就分組下甲乙班相關敘述統計資料摘要總表

| 低學業成就分組 | 班別      | 個數 | 平均數   | 標準差    |
|---------|---------|----|-------|--------|
| 上學期成績   | 甲班(實驗組) | 16 | 48.75 | 8.622  |
|         | 乙班(控制組) | 14 | 50.93 | 11.997 |
| 前測      | 甲班(實驗組) | 16 | 0.25  | 0.447  |
|         | 乙班(控制組) | 14 | 1.14  | 1.703  |
| 學習成就    | 甲班(實驗組) | 16 | 5.69  | 1.991  |
|         | 乙班(控制組) | 14 | 3.93  | 2.129  |
| 記憶題成績   | 甲班(實驗組) | 16 | 2.50  | 1.265  |
|         | 乙班(控制組) | 14 | 1.71  | 1.069  |
| 遷移題成績   | 甲班(實驗組) | 16 | 3.19  | 1.276  |
|         | 乙班(控制組) | 14 | 2.21  | 1.369  |
| 教材感受Q1  | 甲班(實驗組) | 16 | 16.31 | 5.654  |
|         | 乙班(控制組) | 14 | 20.21 | 4.742  |
| 心智努力Q2  | 甲班(實驗組) | 16 | 16.50 | 4.953  |
|         | 乙班(控制組) | 14 | 20.71 | 4.286  |

|       |         |    |       |        |
|-------|---------|----|-------|--------|
| 認知負荷量 | 甲班(實驗組) | 16 | 32.81 | 10.028 |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 40.93 | 8.598  |
| 階段一成績 | 甲班(實驗組) | 16 | 2.63  | 1.147  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 1.79  | 1.188  |
| 階段二成績 | 甲班(實驗組) | 16 | 0.88  | 0.719  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 0.64  | 0.745  |
| 階段三成績 | 甲班(實驗組) | 16 | 1.19  | 0.834  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 0.71  | 0.726  |
| 階段四成績 | 甲班(實驗組) | 16 | 1.00  | 0.632  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 0.79  | 0.699  |
| 階段一Q1 | 甲班(實驗組) | 16 | 3.50  | 1.461  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 4.71  | 1.490  |
| 階段二Q1 | 甲班(實驗組) | 16 | 4.56  | 1.413  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 5.00  | 1.519  |
| 階段三Q1 | 甲班(實驗組) | 16 | 3.81  | 1.797  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 5.07  | 1.439  |
| 階段四Q1 | 甲班(實驗組) | 16 | 4.44  | 1.632  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 5.43  | 1.399  |
| 階段一Q2 | 甲班(實驗組) | 16 | 3.56  | 1.315  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 5.29  | 1.590  |
| 階段二Q2 | 甲班(實驗組) | 16 | 4.44  | 1.094  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 4.93  | 1.592  |
| 階段三Q2 | 甲班(實驗組) | 16 | 3.94  | 1.806  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 5.14  | 1.292  |
| 階段四Q2 | 甲班(實驗組) | 16 | 4.56  | 1.459  |
|       | 乙班(控制組) | 14 | 5.36  | 1.216  |

## 2. 高學業成就組

表 4-3 高學業成就分組下甲乙班相關敘述統計資料摘要總表

| 高學業成就分組 | 班別      | 個數 | 平均數   | 標準差   |
|---------|---------|----|-------|-------|
| 上學期成績   | 甲班(實驗組) | 16 | 79.56 | 8.899 |
|         | 乙班(控制組) | 15 | 82.33 | 9.263 |
| 前測      | 甲班(實驗組) | 16 | 1.69  | 2.213 |
|         | 乙班(控制組) | 15 | 2.73  | 2.815 |
| 學習成就    | 甲班(實驗組) | 16 | 10.00 | 2.966 |
|         | 乙班(控制組) | 15 | 10.87 | 2.100 |

|        |         |    |       |        |
|--------|---------|----|-------|--------|
| 記憶題成績  | 甲班(實驗組) | 16 | 3.94  | 0.998  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 3.93  | 0.884  |
| 遷移題成績  | 甲班(實驗組) | 16 | 6.06  | 2.294  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 6.93  | 1.624  |
| 教材感受Q1 | 甲班(實驗組) | 16 | 14.63 | 5.265  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 14.60 | 6.162  |
| 心智努力Q2 | 甲班(實驗組) | 16 | 14.25 | 5.373  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 16.80 | 6.132  |
| 認知負荷量  | 甲班(實驗組) | 16 | 28.88 | 10.314 |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 31.40 | 11.388 |
| 階段一成績  | 甲班(實驗組) | 16 | 3.69  | 0.602  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 3.67  | 0.724  |
| 階段二成績  | 甲班(實驗組) | 16 | 2.00  | 1.592  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 2.67  | 0.900  |
| 階段三成績  | 甲班(實驗組) | 16 | 2.25  | 1.238  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 2.33  | 1.113  |
| 階段四成績  | 甲班(實驗組) | 16 | 2.06  | 0.772  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 2.20  | 0.676  |
| 階段一Q1  | 甲班(實驗組) | 16 | 2.31  | 1.195  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 3.00  | 1.604  |
| 階段二Q1  | 甲班(實驗組) | 16 | 3.81  | 1.471  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 3.87  | 1.727  |
| 階段三Q1  | 甲班(實驗組) | 16 | 4.00  | 1.592  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 3.60  | 1.957  |
| 階段四Q1  | 甲班(實驗組) | 16 | 4.50  | 1.862  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 4.13  | 1.767  |
| 階段一Q2  | 甲班(實驗組) | 16 | 2.44  | 1.315  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 3.73  | 1.907  |
| 階段二Q2  | 甲班(實驗組) | 16 | 3.69  | 1.537  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 4.00  | 1.648  |
| 階段三Q2  | 甲班(實驗組) | 16 | 3.88  | 1.708  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 4.40  | 1.957  |
| 階段四Q2  | 甲班(實驗組) | 16 | 4.25  | 1.915  |
|        | 乙班(控制組) | 15 | 4.67  | 2.024  |

## 4-2 研究假設的檢驗與說明

### 4-2.1 教學設計與學業成就對學習成就的影響

1. 假設一：教學設計與學業成就在學習成就的表現有顯著交互效果。

考驗假設一的虛無假設 $H_0$ ，敘述如下

$H_0$ ：教學設計與學業成就在學習成就上沒有顯著的交互效果。

#### 【統計分析資料】

以下將教學設計與學業成就對學習成就的 $2 \times 2$ 二因子變異數分析資料整理如下表 4-4，我們可以很清楚地看到每一個交叉分組的人數資料與平均數（標準差）的資料。

表 4-4  $2 \times 2$  二因子變異數分析資料（學習成就）

| 因子   |         | 學業成就         |             | 合計人數        |
|------|---------|--------------|-------------|-------------|
|      |         | 高            | 低           |             |
| 教學設計 | 甲班（實驗組） | 實—高（16人）     | 實—低（16人）    | （32人）       |
|      |         | <u>10.00</u> | <u>5.69</u> | <u>7.84</u> |
|      | 乙班（控制組） | 控—高（15人）     | 控—低（14人）    | （29人）       |
|      |         | <u>10.87</u> | <u>3.93</u> | <u>7.52</u> |
| 合計   | 人數      | （31人）        | （30人）       | （61人）       |
|      | 平均數     | <u>10.42</u> | <u>4.87</u> | <u>7.69</u> |

註：底線的數字為四個階段學習成就總和平均數

在下表 4-5 二因子變異數分析摘要表中，我們可以看到主要效果與交互效果的檢定結果。

表 4-5 二因子變異數分析摘要表（教學設計與學業成就對學習成就）

| 變異來源       | SS      | DF | MS      | F      | P       |
|------------|---------|----|---------|--------|---------|
| 組間         |         |    |         |        |         |
| 教學設計       | 3.026   | 1  | 3.026   | 0.553  | 0.460   |
| 學業成就       | 481.103 | 1  | 481.103 | 87.866 | 0.000** |
| 教學設計* 學業成就 | 26.202  | 1  | 26.202  | 4.785  | 0.033*  |
| 組內（誤差）     | 312.099 | 57 | 5.475   |        |         |
| 全體         | 811.082 | 60 |         |        |         |

以下的圖4-1和圖4-2則為不同個別線的交互效果剖面圖示。

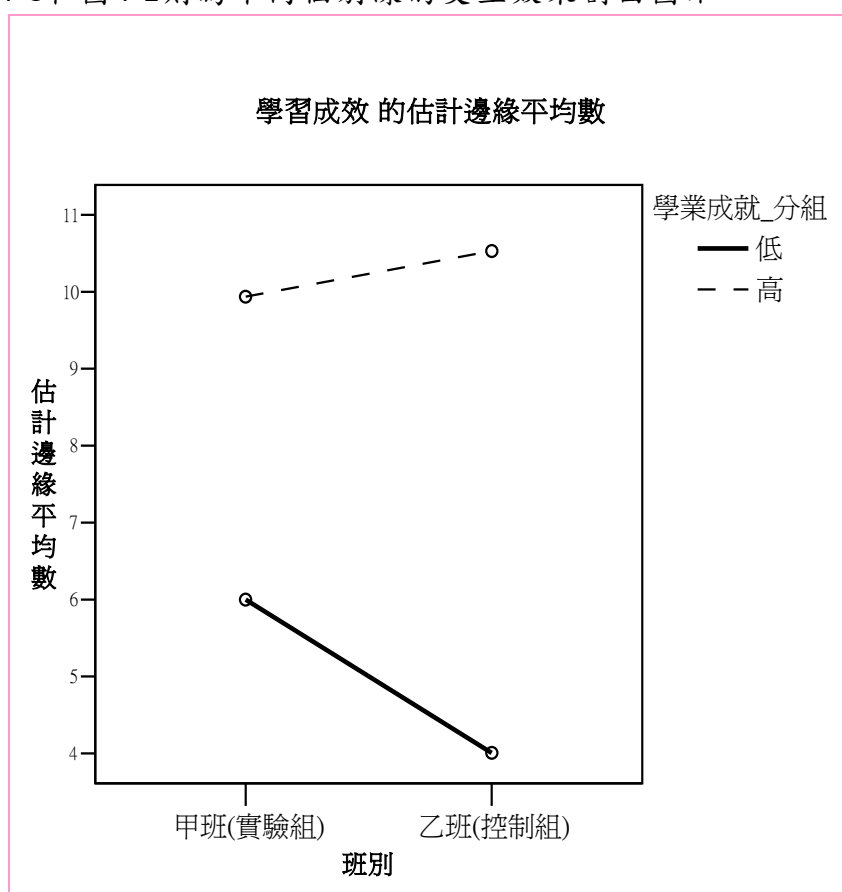


圖4-1 教學設計與學業成就對學習成就影響之交互效果圖示  
（以學業成就為個別線）

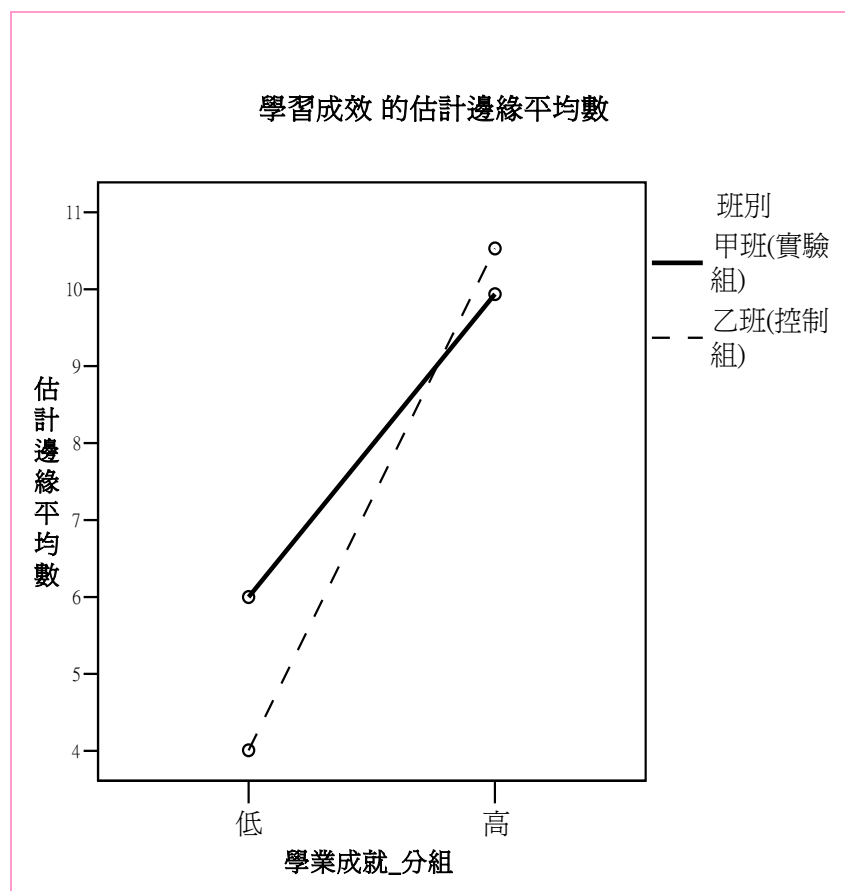


圖 4- 2 教學設計與學業成就對學習成就影響之交互效果圖示  
(以班別為個別線)

由表 4-5 二因子變異數分析摘要表中，我們可以看到教學設計和學業成就對學習成就的交互效果之檢定結果，F 值為 4.785，P 值為  $0.033 < 0.05$ ，顯示教學設計與學業成就在學習成就的表現有顯著交互效果。

在二因子變異數分析中，當交互效果達顯著時，任一個因子的效果都會受到另一個因子的不同水準而有所不同，因此主要效果即失去分析的價值（邱皓政，2002）。而要做的是單純主要效果考驗，討論在何種情況下，學習成就會提高或降低。今將單純主要效果變異數分析摘要如下表 4-6。

表 4-6 單純主要效果獨立樣本 t 考驗摘要表 (學習成就)

| 單純主要效果內容 | Levene's test |       | t      | 自由度 | 顯著性<br>(雙尾) |
|----------|---------------|-------|--------|-----|-------------|
|          | F 檢定          | 顯著性   |        |     |             |
| 教學設計因子   |               |       |        |     |             |
| 高學業成就組   | 2.675         | 0.113 | -0.933 | 29  | 0.359       |
| 低學業成就組   | 0.060         | 0.809 | 2.338  | 28  | 0.027*      |
| 學業成就因子   |               |       |        |     |             |
| 甲班 (實驗組) | 3.664         | 0.065 | -4.829 | 30  | 0.000**     |
| 乙班 (控制組) | 0.207         | 0.653 | -8.832 | 27  | 0.000**     |

#### 【假設驗證】

表 4-5 二因子變異數分析摘要表中，可以看到教學設計和學業成就對學習成就的交互效果之檢定結果，F 值為 4.785，P 值為  $0.033 < 0.05$ ，拒絕虛無假說  $H_0$ ，顯示教學設計與學業成就在學習成就的表現有顯著交互效果。假設一成立。

#### 【說明】

由表 4-6 單純主要效果獨立樣本 t 考驗摘要表中，可以看到在高學業成就組中，不同的教學設計在學習成就上並未呈顯著差異 (t 值為 -0.933，P 值為  $0.359 > 0.05$ )，顯示高學業成就組在學習成就的表現，實驗組與控制組沒有差異。

但是在低學業成就組中，不同的教學設計學習成就上呈顯著差異 (t 值為 2.338，P 值為  $0.027 < 0.05$ )，直接判讀學習成就平均數 (實驗組 5.69，控制組 3.93)，顯示低學業成就組在學習成就上的表現，實驗組優於控制組。此一現象的原因為教學設計上的不同造成的，可推知以激發式動態呈現的教學設計能給予數學學業成就較低的學生有更多的機會學習，協助其在教學過程中對教學訊息的選擇、組織與整合，進而有較好的學習效果。至於高學業成就組在學習成就的表現，實驗組與控制組沒有差異，可能的原因是認知負荷論中所提及的專家反效果所造成，因為學業成就較高的學生，其處理教學訊息的能力本來就比較好，所以在教學中許多的引導和提示對他們而言並不是必要的。

由剖面圖來分析，圖 4-1 可以看出在實驗組中的不同學業成就分組的學習成就差異，相較於控制組中的不同學業成就分組的學習成就差異縮小了，顯示實驗組的教學設計，使得低學業成就組的學生有比較多的進步，拉近了和高學業成就組的學習成就。由圖 4-2 可以看出在低學業成就組中



實驗組的學習成就優於控制組，但在高學業成就組中，沒有相同的現象，這顯示了實驗組的教學設計，對低學業成就組的學生有較好的學習成就；但在高學業成就組則無此現象。

至於在表 4-6 的下半部，我們可分別在不同的教學設計（實驗組與控制組）中，去看學業成就因子的單純主要效果，結果可發現不論在實驗組或控制組中，高學業成就組與低學業成就的學習成就皆達顯著差異，因為兩組在原本數學成績表現上本來就差異明顯，故可解釋為此兩組學生本質的必然結果，故不另做討論。

## 2. 記憶題和遷移題的表現

進一步探討在學業成就分組下，不同的教學設計在記憶題和遷移題的表現，今將各分組分班記憶題、遷移題的敘述統計資料整理如下表 4-7，以及各分組獨立樣本 t 考驗的結果整理如下表 4-8。

表 4-7 各分組分班記憶題、遷移題平均數及標準差摘要表

| 分組分班記憶題、遷移題成績 |     |         | 個數 | 平均數  | 標準差   |
|---------------|-----|---------|----|------|-------|
| 低學業<br>成就組    | 記憶題 | 甲班(實驗組) | 16 | 2.50 | 1.265 |
|               |     | 乙班(控制組) | 14 | 1.71 | 1.069 |
|               | 遷移題 | 甲班(實驗組) | 16 | 3.19 | 1.276 |
|               |     | 乙班(控制組) | 14 | 2.21 | 1.369 |
| 高學業<br>成就組    | 記憶題 | 甲班(實驗組) | 16 | 3.94 | .998  |
|               |     | 乙班(控制組) | 15 | 3.93 | .884  |
|               | 遷移題 | 甲班(實驗組) | 16 | 6.06 | 2.294 |
|               |     | 乙班(控制組) | 15 | 6.93 | 1.624 |

表 4-8 分組獨立樣本 t 考驗摘要表（記憶題與遷移題成績）

| 比較樣本       |         |         | Levene's test |       | t     | 自由度 | 顯著性<br>(雙尾) |
|------------|---------|---------|---------------|-------|-------|-----|-------------|
|            |         |         | F 檢定          | 顯著性   |       |     |             |
| 低學業<br>成就組 | 記憶<br>題 | 甲班(實驗組) | 0.595         | 0.447 | 1.823 | 28  | 0.079       |
|            |         | 乙班(控制組) |               |       |       |     |             |
|            | 遷移<br>題 | 甲班(實驗組) | 0.004         | 0.949 | 2.014 | 28  | 0.054       |
|            |         | 乙班(控制組) |               |       |       |     |             |

|                |         |         |       |       |        |    |       |
|----------------|---------|---------|-------|-------|--------|----|-------|
| 高學<br>業成<br>就組 | 記憶<br>題 | 甲班(實驗組) | 0.977 | 0.331 | 0.012  | 29 | 0.990 |
|                |         | 乙班(控制組) |       |       |        |    |       |
|                | 遷移<br>題 | 甲班(實驗組) | 3.108 | 0.088 | -1.212 | 29 | 0.235 |
|                |         | 乙班(控制組) |       |       |        |    |       |

### 【說明】

由表4-8各分組獨立樣本t考驗摘要表中，我們可以看到在低學業成就組中，不同的教學設計(甲乙班)在記憶題與遷移題的成績表現皆無顯著差異，但數據上也顯示非常接近顯著水準，所以本研究發現激發式動態呈現的教學設計對於數學學業成就較低的學生，在數學學習的記憶和遷移的表現有某些程度正面的趨勢，也期待在日後有相關的研究設計再作進一步探究。

至於在高學業成就組中，不同的教學設計(甲乙班)在記憶題與遷移的成績表現皆無顯著差異。顯示在高學業成就組中，不同教學設計(甲乙班)在記憶題與遷移的成績表現可視作相同。

### 3. 每個階段的學習成就表現

在前述表4-1甲乙班教學實驗相關敘述統計資料摘要表中，第一、三、四階段的學習成就成績實驗組高於控制組，但研究者發現了在第二階段的學習成就成績，實驗組低於控制組，如下圖4-3；在第二階段的教材設計中，強調的是多餘原則及其效應(redundancy)，在實驗組的教材中教學過程只以口述配合圖形說明，去掉多餘的視覺文字記錄；控制組則保留視覺文字紀錄。本研究發現在數學的學習過程中，多餘原則及效應未發揮其作用，可能是忽略了在前面第二章中MathPS的知覺理論提及教材的自行重整性，在數學學習過程中，每個教材畫面基於適性化的需求，必須具備自行重整及架構完整性，便於學生在學習的過程中可隨時銜接上進度，並有助以減少工作記憶區的負荷，增加學習認知。而多餘原則及其效應(redundancy)似乎和此論點相左，可能有待日後進一步的探究再作解釋。

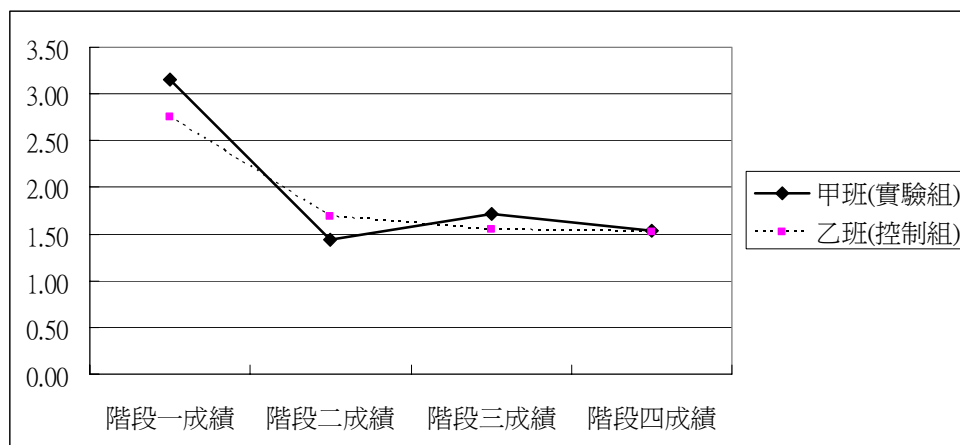


圖 4-3 各階段的學習成就成績平均數比較折線圖

## 4-2.2 教學設計與學業成就對降低認知負荷量的影響

### 1. 假設二：教學設計與學業成就對認知負荷量有顯著交互效果。

考驗假設二的虛無假設 $H_02$ ，敘述如下

$H_02$ ：教學設計與學業成就在認知負荷量沒有顯著的交互效果。

#### 【統計分析資料】

以下將教學設計與學業成就對認知負荷量的  $2 \times 2$  二因子變異數分析資料整理如下表 4-9，我們可以很清楚地看到每一個交叉分組的人數資料與平均數（標準差）的資料。

表 4-9  $2 \times 2$  二因子變異數分析資料（認知負荷量）

| 因子   |         | 學業成就                     |                          | 合計人數                  |
|------|---------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|
|      |         | 高                        | 低                        |                       |
| 教學設計 | 甲班（實驗組） | 實一高（16人）<br><u>28.87</u> | 實一低（16人）<br><u>32.81</u> | （32人）<br><u>30.84</u> |
|      | 乙班（控制組） | 控一高（15人）<br><u>31.40</u> | 控一低（14人）<br><u>40.93</u> | （29人）<br><u>36.00</u> |
| 合計   | 人數      | （31人）                    | （30人）                    | （61人）                 |
|      | 平均數     | <u>30.10</u>             | <u>36.60</u>             | <u>33.30</u>          |

註：底線的數字為四個階段認知負荷量總和平均數

在下表 4-10 二因子變異數分析摘要表中，我們可以看到主要效果與交互效果的檢定結果。

表 4-10 二因子變異數分析摘要表（教學設計與學業成就對認知負荷量）

| 變異來源       | SS        | DF | MS      | F     | P      |
|------------|-----------|----|---------|-------|--------|
| 組間         |           |    |         |       |        |
| 教學設計       | 430.386   | 1  | 430.386 | 4.172 | 0.046* |
| 學業成就       | 689.237   | 1  | 689.237 | 6.681 | 0.012* |
| 教學設計* 學業成就 | 118.817   | 1  | 118.817 | 1.152 | 0.288  |
| 組內（誤差）     | 5880.716  | 57 | 103.170 |       |        |
| 全體         | 74689.000 | 61 |         |       |        |

以下的圖4-4和圖4-5則為不同個別線的交互效果剖面圖示。

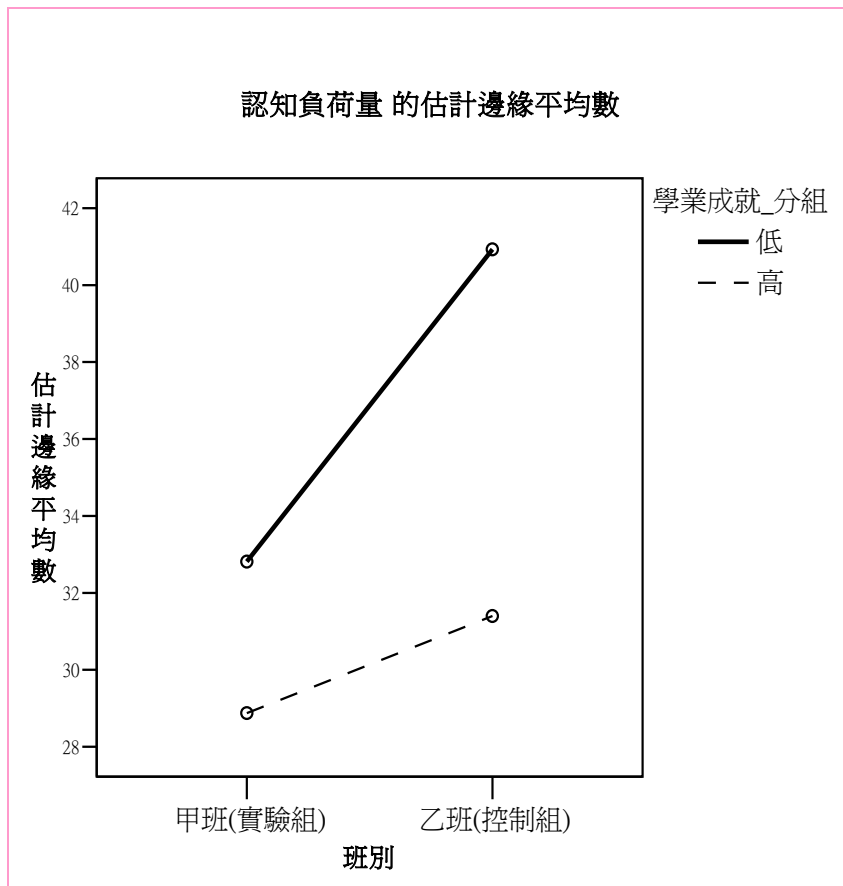


圖 4-4 教學設計與學業成就對認知負荷影響之交互效果圖示  
（以學業成就為個別線）

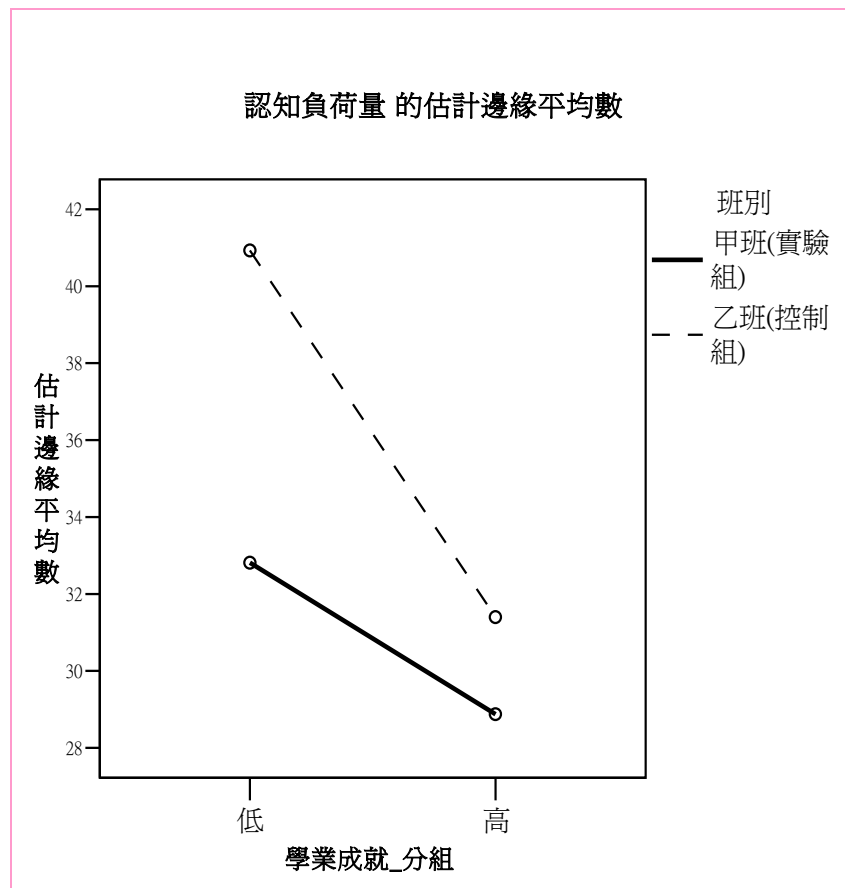


圖 4-5 教學設計與學業成就對認知負荷影響之交互效果圖示  
(以班別為個別線)

### 【假設驗證】

由表 4-10 二因子變異數分析摘要表中，我們可以看到教學設計與學業成就對認知負荷的交互效果之檢定結果，F 值為 1.152，P 值為  $0.288 > 0.05$ ，無法拒絕虛無假說  $H_0$ ，顯示教學設計與學業成就在降低認知負荷量的表現沒有顯著交互效果，假設二不成立。

### 【說明】

由表 4-10 得知教學設計和學業成就對認知負荷的交互效果並未呈顯著；但二個主要效果皆為顯著（教學設計：F 值為 4.172，P 值為  $0.046 < 0.05$ ；學業成就：F 值為 6.681，P 值為  $0.012 < 0.05$ ），在二因子變異數分析中，當交互效果未達顯著時，僅需進行主要效果的考驗。又二個因子都只有二個水準，故可直接比較平均數；由前述表 4-9 得知認知負荷量平均數，實驗組為 30.84，控制組為 36.00，顯示在降低認知負荷量的表現，實驗組優於控制組

(值愈小，表現愈好)。高學業成就組為30.10，低學業成就組為36.60，顯示在認知負荷量的表現，高學業成就組優於低學業成就組(值愈小，表現愈好)。

由剖面圖來分析，圖4-4可以看出在不論在實驗組或控制組中，高學業成就組的認知負荷量皆小於低學業成就組，原因可歸究於學生本質必然的結果，故不另做討論。但在實驗組的不同學業成就分組的認知負荷量差異，相較於控制組中的不同學業成就分組的認知負荷量差異縮小了，顯示實驗組的教學設計，使得低學業成就組的學生在認知負荷量有較大幅度的減少，拉近了和高學業成就組的認知負荷量。由圖4-5可以看出在低學業成就組中實驗組的認知負荷量低於控制組，在高學業成就組中，實驗組的的認知負荷量也低於控制組，進一步以t考驗檢定，高學業成就與低學業成就組是否在認知負荷量都達統計上的顯著差異，整理如下表4-11。

表 4- 11 學業成就分組獨立樣本 t 考驗摘要表 ( 認知負荷量 )

| 比較樣本   |         | Levene's test |       | t      | 自由度 | 顯著性<br>(雙尾) |
|--------|---------|---------------|-------|--------|-----|-------------|
|        |         | F 檢定          | 顯著性   |        |     |             |
| 低學業成就組 | 甲班(實驗組) | 0.084         | 0.774 | -2.362 | 28  | 0.025*      |
|        | 乙班(控制組) |               |       |        |     |             |
| 高學業成就組 | 甲班(實驗組) | 0.663         | 0.422 | -0.648 | 29  | 0.522       |
|        | 乙班(控制組) |               |       |        |     |             |

由上表中結果顯示實驗組的教學設計比起控制組教學設計，對低學業成就組的學生在降低認知負荷量方面都有較好的表現；但是對高學業成就組的學生在降低認知負荷量則沒有差異。此結果可解釋為藉由激發式動態呈現的教學設計，教學訊息可選擇性、適性地呈現之特性，可適時彌補學業成就較低的學生在選擇、組織與整合教學訊息，故可有效降低其認知負荷。至於學業成就較高的學生，其處理教學訊息的能力本來就較佳，故教學設計的優劣對他們的影響較小，許多在教學中的引導和提示對他們並不是必要的，甚至是增加其認知負荷的因素，此現象正好和認知負荷論中所提及的專家反效果相符。

## 2. 每個階段的認知負荷量

整理兩組在四個階段的認知負荷量平均數作比較，如下圖4-6；發現在每個階段的教材感受（Q1）或心智努力（Q2）的認知負荷量，實驗組均低於控制組，可推知實驗組（以激發式動態呈現的教學設計）可降低學生在學習過程中的認知負荷量。其中本研究也發現到在第二階段的學習中，兩組的認知負荷量最為接近，可解釋為第二階段所強調的多餘原則及效應，對學生在數學學習的過程中降低認知負荷量的作用，並無較明顯的幫助。可能也是忽略了教材的自行重整性，因為文字的記錄應有助以減少工作記憶區的負荷，而多餘原則及其效應（redundancy）似乎和此論點相左，同樣有待日後進一步的探究再作解釋。

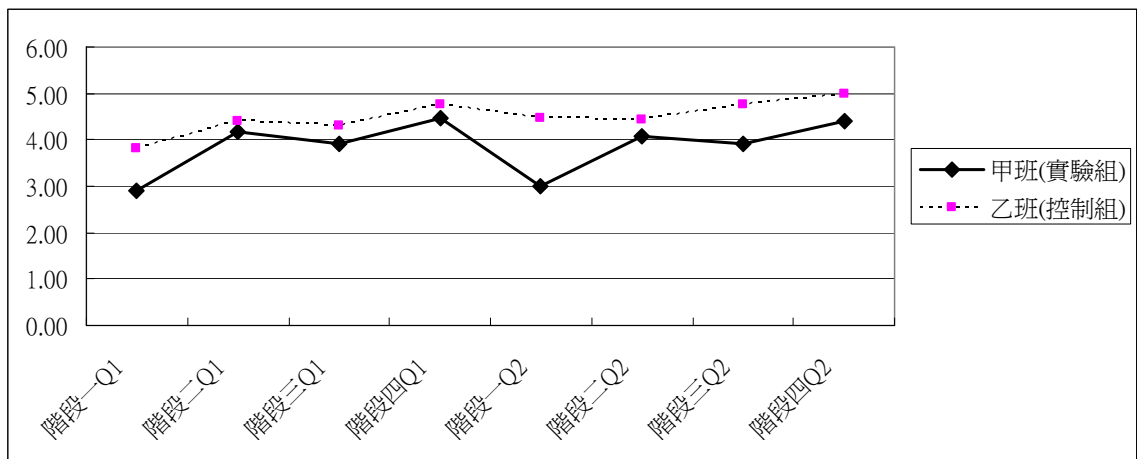


圖 4-6 各階段的認知負荷量平均數比較折線圖

### 4-2.3 學業成就與認知負荷量的相關性

假設三：學習成就與認知負荷量之間有顯著相關。

考驗假設三的虛無假設 $H_03$ ，敘述如下

$H_03$ ：學習成就與認知負荷量之間沒有顯著相關。

#### 【統計分析資料】

利用 Pearson 相關係數檢定學習成就與認知負荷量的相關性，所得資如下表4-12

表 4- 12 學習成就與認知負荷量的相關分析資料

|      |            | 認知負荷量     |
|------|------------|-----------|
| 學習成就 | Pearson 相關 | -0.470    |
|      | P          | 0.000**   |
|      | 又積平方和      | -1124.393 |
|      | 共變異數       | -18.740   |
|      | 個數         | 61        |

【假設驗證】

由表4-12中，我們可以看到Pearson 相關係數為-0.470，P值為0.000\*\* < 0.01，顯示學習成就與認知負荷量的相關性呈顯著負相關，所以拒絕H<sub>03</sub>。假設三成立。

【說明】

由上述的結果可知當學習者感受認知負荷量愈高時，其學習成就愈差；反之，當學習者感受認知負荷量愈低時，其學習成就愈佳。但此現象的前提是建立在學生願意參與學習的過程，並藉由選擇、組織及整合教學訊息來獲得新的知識；否則當學生毫無意願學習時，其認知負荷量為零，而學習的效果也同樣是零。

此結果也符合認知負荷論的主張及相關假設，因為學習的過程需要工作記憶主動地處理教學訊息，將其與先備知識融合為新的知識，包裝成更大的基模形式回存到長期記憶。受限於工作記憶在時間和容量有一定的承載能力，教學設計考量認知負荷的總量不超載變得特別重要，而不是一再大量地呈現教學訊息給學生，期待他們都能學習。

在本研究中，研究者發現不論在實驗組或控制組的學生，在經過教學後的學習成績皆呈明顯的進步，可說明學生所進行的是一個有效的學習。在這個情形之下，形成了學習成就和認知負荷量有明顯負相關的現象。因此在教材分析後，將教材以學生感受的認知負荷較低的形態呈現，可以使學習有更好的效果。



## 4-3 結果摘要

今將以上資料分析的重點與結果摘要如下表4-13。

表 4- 13 分析結果摘要表

| 分析重點                  | 結果   |
|-----------------------|--|
| 教學設計與學業成就在學習成就的表現。    | 有顯著交互效果。                                       |
| 不同的教學設計在學習成就上的表現。     | 低學業成就組中，實驗組優於控制組。                              |
| 不同的教學設計在記憶題和遷移題的表現。   | 低學業成就組中，兩組在記憶題與遷移題的成績表現皆無顯著差異，但數據上也顯示非常接近顯著水準。 |
| 教學設計與學業成就在降低認知負荷量的表現。 | 沒有顯著交互效果。                                      |
| 不同的教學設計在降低認知負荷量的表現。   | 實驗組優於控制組，低學業成就組的效果更好。                          |
| 學習成就與認知負荷量的相關性。       | 具有高度負相關。                                       |

## 第五章 結論與建議

本研究以準實驗法探討激發式動態呈現教學設計對與不同學業成就的學生在學習成就與認知負荷的影響。本章將針對本研究的結果作出結論與建議。本章共分成五節：第一節將依據第四章資料分析結果作出相關結論。第二節說明本研究貢獻。第三節說明研究限制。第四節依據研究結果提出實務建議。第五節為後續研究的建議。

### 5-1 研究結論

綜合第四章的資料分析，本研究得到以下的結論：

1. 激發式動態呈現的教學設計有助於數學學業成就較低的學生在數學上的學習。
2. 激發式動態呈現的教學設計有助於降低學生在數學學習的過程中感受到的認知負荷。特別是對於數學學業成就較低的學生助益更多。
3. 在學生真正參與學習的過程中，感受到的認知負荷量愈高，學習成就愈差；反之，當感受到的認知負荷量愈低，學習成就愈佳。即學習成就與認知負荷的關係為顯著的負相關。

### 5-2 研究貢獻

基於本研究所得的結論，我們可提出幾個研究貢獻

1. 數學簡報經教材分析，找出教學過程中的關鍵處，輔以激發式動態呈現的教學設計，我們可以使經過如此包裝方式的數學簡報更加有教學上的效用，提供在數學教學現場的教師們一個不錯的選擇。
2. 針對數學學業成就較低的學生，以激發式動態呈現教學設計的數學簡報，不論是在提高學習成就或降低認知負荷的表現都優於一

般的數學簡報。因此一般在學校常態編班下做主科能力分組教學時，在學業成就較低的分組學生上將更適用激發式動態呈現教學設計的數學簡報。

3. 在本研究中發現 Mayer 提出的多媒體教材設計原則中的多餘原則 (redundancy principle)，或 Sweller 提出減少認知負荷的多餘效應 (redundancy effect)，應用在本研究的數學教學設計上並未見其效果。在數學教學的過程中，重要的關鍵文字記錄仍是須要保留。

### 5-3 實務上的建議

本研究以二元一次方程式的圖形為教學的主要內容，此單元的內容在教學過程的訊息及教材物件元素皆有高度的相關性，即教學內容本身的內在認知負荷已不低，所以採用經教材分析，以激發式動態呈現的教學設計，經本研究教學實驗後顯示在提升學習成就與降低認知負荷的效果頗佳。由教學實驗的過程及結果，本研究提出有關教材製作、教學過程及教學環境三個方面在實務上的建議，分述如下：

#### 1. 教材製作方面

由本研究的結論可得，激發式動態呈現的教學設計有助於數學學業成就較低的學生在數學上的學習，以及學習過程中有效地降低認知負荷。因為在數學教學現場，學生常常是第一次學習所面對的教材內容，屬於生手學習。故在數學簡報教材設計中，利用激發式動態呈現的教學設計中物件控制的方法，適時展示教學的引導或提示所需的先備知識，協助學業成就較低的學生進行注意、組織到整合教學訊息。另外也要考量專家反效果的效應產生，一旦學生已熟知學習中所需的先備知識，或教材本身難度不高，過多的說明和提示反而是多餘的，這也是在教材製作中要去注意到的，此問題可以透過安排可關閉多餘教學訊息的按鈕來解決。因此教師在使用 PowerPoint 製作教材時需要深入了解自訂動畫的一些相關設定，輔以 MathPS 系統的協助，必定能在教材設計上有另一番的氣象。另外在數學教材中，也不是所有的單元都適合或一定非用資訊器材才能上課，重要的是教師對教學內容的充分了解，能以教材分析的方式去發現教學內容的關鍵之處，才能在教學重點處加以強調、引導。運用激發式動態呈現教學設計去構思教學，教師可以在傳統教學或一般單調的簡報教學之外，多一個有效的教學方式。

#### 2. 教學過程方面

教師利用激發式動態呈現的教學設計的簡報進行教學時，為維持

教學的流暢及教學品質的一致，建議在每個頁面的教學訊息都先有一套事先安排的循序出現模式，再考量在教學現場所面對的學生反應，適時呈現已安排好的教學訊息或關閉多餘的訊息。而且同一份教材在面對第一次學習與再次的複習的教學模式，以及面對生手或專家的呈現方法，可藉由教材中激發按鈕或物件做彈性的調整，因此在觸發物件或按鈕的安排需要有自己的熟悉模式或另外加註的說明。

### 3. 教學環境方面

在一般教室內以數學簡報方式進行教師授課為導向的教學，其中教室內的硬體支援也是一個影響教學的重要因素之一。以目前單槍投影機的流明（亮）度表現，要作到在不遮光的條件下也可清楚看見投影幕的內容已不是難事（避免學生在燈光不足之下，昏昏欲睡），而且投影機的單價也不再高不可攀，一般教師自有筆記電腦已相當普及。但是要在一般教室內，作到班班有單槍投影機，或許是礙於教育經費的因素，在目前中小學幾乎是看不到。如何解決此一問題，建議教師可向所在學校提議編列預算添購適當數量的較高流明度的投影機，供教師彈性使用。或者在教室數量足夠條件下，多設置有相關硬體設備的專科教室。



## 5-4 未來研究方向

本研究以教材分析為主軸，將二元一次方程式的圖形單元主題，以激發式動態呈現的教學設計進行教學實驗，而教材分析中所涵蓋的多媒體教材設計原則及減低認知負荷的相關效應，在之前的學者的相關研究中，都只是在一個循序步驟的教學情形下討論，本研究以激發式動態呈現的方式配合教材分析中的原則進行實驗，所得到的結論對數學教學是正向的。因此未來進一步的研究提出以下的建議

1. 可針對以激發式動態呈現的教學設計，去檢視 Mayer 與 Sweller 等學者提出的一些原則是否適用（例如第一階段的教材強調多媒體原則的效果）。特別是其中的多餘（redundancy）原則及效應在本研究中並未見其效果，此原則是否適用於數學學習，應可再進一步的探究。
2. 以激發式動態呈現的方式去設計其他單元或學科的簡報教材，檢視學生在學習成就及認知負荷上的表現，是否也如本研究所觀察到的現象。
3. 激發式動態呈現的教學設計對於數學學業成就較低的學生，在數學

學習的記憶和遷移的表現，雖然未達統計上的顯著支持 ( $\alpha=0.05$ )，但數據上也顯示非常接近此水準，所以本研究發現激發式動態呈現的教學設計對於數學學業成就較低的學生，在數學學習的記憶和遷移的表現可能有某些程度正面的趨勢，也期待在日後有相關的研究設計再作進一步探究。

4. 本研究的教學實驗中並未給學生有實例作練習的機會，較不同平常上課的模式，為更貼近實際上課的現場，可設計在教學過程給予實例練習，對提升學習成就應該會有更好的表現。
5. 最後，在教學實驗的過程中，研究者發現在使用自己設計的激發式動態呈現的教材時，所面臨到的不單是學生在提升學習成就及降低認知負荷的挑戰，另一方面，特別是在觸發按鈕的位置的掌握，雖然可以寫使用說明、或使按鈕顏色明顯（可能產生視覺干擾），然而也是一個額外的負擔。所以如何在設計此類簡報教材時，減低教師的負荷，訂出設計觸發按鈕的相關原則，相信是激發式動態呈現教學設計未來要克服的瓶頸之一。



## 參考文獻

### 中文部分

- 中國視聽教育學會譯 (1994), Kemp, J. E., & Smellie, D. C. 著。教學媒體的企劃、製作與運用。台北：正中。
- 王文科、王智弘 (2006)。教育研究法 (第十版)。台北：五南。
- 宋曜廷 (2000)。先前知識、文章結構與多媒體呈現對文章學習的影響。國立台灣師範大學教育心理與輔導學系博士論文。088NTNU0328003。
- 吳瑞源 (2005)。從認知負荷觀點探討在學習者控制環境下多媒體組合形式對學習成就影響之研究。佛光人文社會學院教育資訊學系碩士論文。094FGU00395008。
- 李素卿譯 (2003), Eysenck, M. W., & Keane, M. T. 著。認知心理學。台北：五南。
- 李進福 (2005)。數學教材設計之研究—以視覺設計理論為基礎。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程碩士論文。094NCTU5726003。
- 林俊良 (2004)。視覺傳達設計概說。台北：藝風堂。
- 邱皓政 (2002)。量化研究與統計分析體。台北：五南。
- 邱建偉 (2004)。在數學簡報系統上設計數學教材之研究。國立交通大學理學院網路學習碩士在職專班碩士論文。093NCTU5726007。
- 教育部 (2003)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北：教育部。
- 郭璟諭 (2003)。媒體組合方式與認知型態對學習成就與認知負荷之影響。國立中央大學資訊管理研究所碩士論文。091NCU05396010。
- 郭生玉 (1990)。心理與教育測驗 (第五版)。台北：精華。
- 翁嘉鴻 (2001)。以認知負荷觀點探討聽覺媒體物件之媒體呈現方式對學習成效之影響。國立中央大學資訊管理研究所碩士論文。089NCU00396033。
- 陳蜜桃 (2003)。認知負荷理論及其對教學的啟示。高師大教育學刊, 21, 29-51。
- 陳明璋 (2005)。數學簡報系統mathps。陳明璋主編。萬腦奔騰數學網 (第三輯)。新竹市：交通大學理學院網路學習碩士專班。
- 陳明璋等人編輯 (2006a)。「MathPS」使用手冊。2008.02.15, 取自：  
[www.cc.nctu.edu.tw/~mjchen/ftp/](http://www.cc.nctu.edu.tw/~mjchen/ftp/)
- 陳明璋 (2006b)。數學簡報系統 — 一個克服數位落差之教師專業發展環境，

第十屆全球華人計算機教育研討會，Jun. 2~5. 2006，北京清華大學。  
20061127，取自：

<http://www.cc.nctu.edu.tw/~mjchen/Publish/GCCCE2006-FullPaper-MS.pdf>

- 黃克文 (1996)。認知負荷與個人特質及學習成就之關聯。國立台北師範學院國民教育研究所碩士論文。084NTPTC576002。
- 張春興 (2004)。教育心理學。台北：東華書局。
- 游恆山譯 (1997)。Zimbardo, P. G., & Gerrig, R. J. 著。心理學導論。台北：五南。
- 彭元豐 (2004)。數學簡報系統的構圖環境之研究。國立交通大學理學院網路學習碩士在職專班碩士論文。093NCTU5726005。
- 黎煒譯 (2000)。Koffka, Kurt 著。格式塔心理學原理。台北：昭明。
- 魏立欣譯 (2004)。Roblyer, M. D. 著。教育科技融入教學。台北：高等教育文化。
- 羅綸新 (1995)。「多媒體輔助學習中旁白與文字解釋對生物學習之影響」，國科會計畫。
- 蘇柏奇 (2005)。數學教材設計之研究—以知覺理論為基礎。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程碩士論文。094NCTU5726004。



#### 英文部分

- Baddeley, A.D. (1992). "Is working memory working?" *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 44A(1), 1-31.
- Chen, M. J., & Tan, N. C. (2007, December 16-17). *A study of interactive mathematical environments for teacher with trigger-based animation*. Paper presented at the Asian Technology Conference in Mathematics, Taipei, Taiwan.
- Chen, M. J., Wu, H. M., & Tan, N. C (2008, Feb. 29 ~ Mar. 2). Making PowerPoint More Effective: A Test on Trigger-based Animation, *2nd International Cognitive Load Theory Conference*, Wollongong, Australia.
- Chandler, P. & Sweller, J. (1991). "Cognitive Load Theory and The Format of Instruction," *Cognitive and Instruction*, 8, 293-332.
- Kirschner, P. A., Sweller, J., and Clark, R. E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching. *Educational psychologist*, 41(2), 75-86.



- Miller, G. A. (1956). The magical number of seven, plus or minus two: some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63, 81–97.
- Marcus, N., Cooper, M. & Sweller, J. (1996). "Understanding Instructions," *Journal of Educational Psychology*, 88(1), 49-63.
- Mayer, R. E., Moreno, R., Boire, M., & Vagge, S. (1999). Maximizing constructivist learning from multimedia communications by minimizing cognitive load. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 638-643.
- Mayer, R. E. & Moreno, R. (2003). Nine ways to reduce cognitive load in multimedia learning. *Educational psychologist*, 38(1), 43–52.
- Mayer, R. E. (2001). *Multimedia Learning*. New York: Cambridge University press.
- Mayer, R. E. (2005). *The cambridge handbook of multimedia learning*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Molenda, M. (1991). A philosophical critique on the claims of "constructivism." *Educational Technology*, 31(9), 44-48.
- Paas, F.G.W.C., and van Merriënboer, J.J.G., (1994). "Variability of worked examples and transfer of geometrical problem-solving skills: A cognitive-load approach, *Journal of Educational Psychology*, 86(1), 122-133.
- Paas, F.G.W.C. (1992). "Training strategies for attaining transfer of problem-solving skill in statistics : A cognitive load approach," *Journal of Educational Psychology*, 84(4), 429-434.
- Paivio, A. (1986). *Mental Representations: A Dual Coding Approach*. Oxford, England: Oxford University Press.
- Paul A. Kirschner, John Sweller, & Richard E. Clark. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Evolutionary Psychology*, 41(2), 75-86.
- Sweller, J., van Merriënboer, J.J.G., and Paas, F.G.W.C. (1998). "Cognitive architecture and instructional design," *Educational Psychology Review*, 10(3), 251-297.
- Sweller, J., & Sweller, S. (2006). Natural information processing systems. *Evolutionary Psychology*, 4, 434-458.
- Treisman, A., & Gormican, S. (1988). Feature analysis in early vision: Evidence from search asymmetries. *Psychological Review*, 95(1), 15-48.



# 附錄

## 附錄一 各主題單元投影片教學過程簡述（教材分析）

### 第一主題單元投影片教學過程簡述（教材分析）

| 甲班教材（實驗組）   | 乙班教材（控制組）  |
|---|--|
| <p>二元一次方程式的解、數對、坐標</p> <p>攝氏35度 VS 華氏35度</p> <p>華氏度數 = <math>\frac{9}{5} \times</math> 攝氏度數 + 32</p>   | <p>二元一次方程式的解、數對、坐標</p> <p>攝氏35度 VS 華氏35度</p> <p>華氏度數 = <math>\frac{9}{5} \times</math> 攝氏度數 + 32</p>   |
| <p>二元一次方程式的解、數對、坐標</p> <p>攝氏35度 VS 華氏35度</p> <p>華氏度數 = <math>\frac{9}{5} \times</math> 攝氏度數 + 32</p> $y = \frac{9}{5}x + 32$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <math display="block">y = \frac{9}{5} \times 35 + 32</math> <p style="text-align: center; margin: 0;"><small>攝氏35度</small></p> </div>  | <p>二元一次方程式的解、數對、坐標</p> <p>攝氏35度 VS 華氏35度</p> <p>華氏度數 = <math>\frac{9}{5} \times</math> 攝氏度數 + 32 (設華氏度數為y, 攝氏度數為x)</p> <p>得 <math>y = \frac{9}{5}x + 32</math></p> <p>攝氏35度即 <math>x=35</math> 代入① 得 <math>y = \frac{9}{5} \times 35 + 32</math></p> |
| <p>教學過程簡述：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教學時皆步驟化呈現，文字訊息內容也結構化，口語引導相同。使學生了解攝氏溫度和華氏溫度的關係就是一個二元一次方程式。</li> <li>2. 甲教材多了溫度計的圖示，且可以動態按鈕呈現溫度計的上升位置，比乙教材加強了多媒體效應。</li> </ol>   |  |

甲班教材 (實驗組)

乙班教材 (控制組)

二元一次方程式的解、數對、坐標

攝氏35度 VS 華氏35度

華氏溫度 =  $\frac{9}{5} \times$  攝氏溫度 + 32

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$y = \frac{9}{5} \times 35 + 32$$

$$y = 95$$

$$x=35, y=95 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$



☺ ☺ ☺

二元一次方程式的解、數對、坐標

攝氏35度 VS 華氏35度

華氏溫度 =  $\frac{9}{5} \times$  攝氏溫度 + 32 (設華氏溫度為y, 攝氏溫度為x)

$$\text{得 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{攝氏35度即 } x=35 \text{ 代入①得 } y = \frac{9}{5} \times 35 + 32$$

$$\text{求出 } y=95 \Rightarrow \text{即為華氏 } 95 \text{ 度}$$

$$x=35, y=95 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

☺ ☺ ☺

二元一次方程式的解、數對、坐標

攝氏35度 VS 華氏35度

華氏溫度 =  $\frac{9}{5} \times$  攝氏溫度 + 32

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$y = \frac{9}{5} \times 35 + 32$$

$$y = 95$$

$$x=35, y=95 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\frac{35}{\text{攝氏35度}} = \frac{9}{5} \times x + 32$$



☺ ☺ ☺

二元一次方程式的解、數對、坐標

攝氏35度 VS 華氏35度

華氏溫度 =  $\frac{9}{5} \times$  攝氏溫度 + 32 (設華氏溫度為y, 攝氏溫度為x)

$$\text{得 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{攝氏35度即 } x=35 \text{ 代入①得 } y = \frac{9}{5} \times 35 + 32$$

$$\text{求出 } y=95 \Rightarrow \text{即為華氏 } 95 \text{ 度}$$

$$x=35, y=95 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{華氏35度即 } y=35 \text{ 代入①得 } 35 = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{求出 } x = \frac{5}{3} \Rightarrow \text{即為攝氏 } \frac{5}{3} \text{ 度}$$

$$x = \frac{5}{3}, y=35 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

☺ ☺ ☺

二元一次方程式的解、數對、坐標

攝氏35度 VS 華氏35度

華氏溫度 =  $\frac{9}{5} \times$  攝氏溫度 + 32

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$y = \frac{9}{5} \times 35 + 32$$

$$y = 95$$

$$x=35, y=95 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\frac{35}{\text{攝氏35度}} - \frac{32}{5} \times \frac{9}{5} \times x + 32$$



☺ ☺ ☺

二元一次方程式的解、數對、坐標

攝氏35度 VS 華氏35度

華氏溫度 =  $\frac{9}{5} \times$  攝氏溫度 + 32 (設華氏溫度為y, 攝氏溫度為x)

$$\text{得 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{攝氏35度即 } x=35 \text{ 代入①得 } y = \frac{9}{5} \times 35 + 32$$

$$\text{求出 } y=95 \Rightarrow \text{即為華氏 } 95 \text{ 度}$$

$$x=35, y=95 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{華氏35度即 } y=35 \text{ 代入①得 } 35 = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{求出 } x = \frac{5}{3} \Rightarrow \text{即為攝氏 } \frac{5}{3} \text{ 度}$$

$$x = \frac{5}{3}, y=35 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

☺ ☺ ☺

二元一次方程式的解、數對、坐標

攝氏35度 VS 華氏35度

華氏溫度 =  $\frac{9}{5} \times$  攝氏溫度 + 32

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$y = \frac{9}{5} \times 35 + 32$$

$$y = 95$$

$$x=35, y=95 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\frac{35}{\text{攝氏35度}} = \frac{9}{5} \times x + 32$$

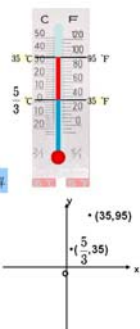
$$3 = \frac{9}{5}x$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ 攝氏 } \frac{5}{3} \text{ 度}$$

$$x = \frac{5}{3}, y=35 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

(x, y)  
→ (35, 95)  
用坐標來表示解

→ (5/3, 35)



☺ ☺ ☺

二元一次方程式的解、數對、坐標

攝氏35度 VS 華氏35度

華氏溫度 =  $\frac{9}{5} \times$  攝氏溫度 + 32 (設華氏溫度為y, 攝氏溫度為x)

$$\text{得 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{攝氏35度即 } x=35 \text{ 代入①得 } y = \frac{9}{5} \times 35 + 32$$

$$\text{求出 } y=95 \Rightarrow \text{即為華氏 } 95 \text{ 度}$$

$$x=35, y=95 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{華氏35度即 } y=35 \text{ 代入①得 } 35 = \frac{9}{5}x + 32$$

$$\text{求出 } x = \frac{5}{3} \Rightarrow \text{即為攝氏 } \frac{5}{3} \text{ 度}$$

$$x = \frac{5}{3}, y=35 \text{ 滿足 } y = \frac{9}{5}x + 32$$

用坐標來表示解 (35, 95) (5/3, 35)

☺ ☺ ☺

教學過程簡述：

1. 教學時皆步驟化呈現，引導學生做攝氏溫度和華氏溫度的換算，使學生了解有無限多的對應，即二元一次方程式有無限多組解。而且每一組解都可以數對表示，呈現在坐標平面上可視為一個點。
2. 甲教材多了虛線的區隔，使文字訊息更易分辨，有分散注意力效應。計算時也多了動態指標的協助，對計算能力差的同學有一定的幫助。箭頭有相關群化的作用。
3. 甲教材有坐標平面圖示，比乙教材仍是加強了多媒體效應。

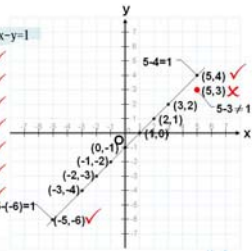
| 甲班教材（實驗組）  | 乙班教材（控制組） |         |            |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
|--|-----------|---------|------------|------------|----|----|---------|---|-----|----|---------|---|----|----|---------|---|---|----|--------|---|---|---|-------|---|---|---|-------|---|---|---|-------|----|----|---|---|---|--|---|-----|----|-----|----|----|----|---|---|-----|---|-----|----|----|---|---|---|---|---|-----|
| <p>一般二元一次方程式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</p> <p>探索 <math>x-y=1</math> 在直角坐標平面的圖形</p> <p>解：</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> <th>坐標(解)</th> <th>滿足 <math>x-y=1</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3</td><td>-4</td><td>(-3,-4)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-3</td><td>(-2,-3)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-2</td><td>(-1,-2)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>0</td><td>-1</td><td>(0,-1)</td><td>✓</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>   | x         | y       | 坐標(解)      | 滿足 $x-y=1$ | -3 | -4 | (-3,-4) | ✓ | -2  | -3 | (-2,-3) | ✓ | -1 | -2 | (-1,-2) | ✓ | 0 | -1 | (0,-1) | ✓ |   |   |       |   |   |   |       |   | <p>一般二元一次方程式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</p> <p>下表，每一組 <math>x</math>、<math>y</math> 值都是二元一次方程式 <math>x-y=1</math> 的解：</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>...</th> <th>-2</th> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td> <td>...</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table> <p>把這些解的點描繪在坐標平面上，如下圖。</p>   | x | ...   | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3  | 4 | ... | y  | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2   | 3 | ... |    |    |   |   |   |   |   |     |
| x  | y         | 坐標(解)   | 滿足 $x-y=1$ |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| -3   | -4        | (-3,-4) | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| -2   | -3        | (-2,-3) | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| -1   | -2        | (-1,-2) | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| 0  | -1        | (0,-1)  | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
|  |           |         |            |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
|  |           |         |            |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| x  | ...       | -2      | -1         | 0          | 1  | 2  | 3       | 4 | ... |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| y  | ...       | -3      | -2         | -1         | 0  | 1  | 2       | 3 | ... |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| <p>一般二元一次方程式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</p> <p>探索 <math>x-y=1</math> 在直角坐標平面的圖形</p> <p>解：</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> <th>坐標(解)</th> <th>滿足 <math>x-y=1</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3</td><td>-4</td><td>(-3,-4)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-3</td><td>(-2,-3)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-2</td><td>(-1,-2)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>0</td><td>-1</td><td>(0,-1)</td><td>✓</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>   | x         | y       | 坐標(解)      | 滿足 $x-y=1$ | -3 | -4 | (-3,-4) | ✓ | -2  | -3 | (-2,-3) | ✓ | -1 | -2 | (-1,-2) | ✓ | 0 | -1 | (0,-1) | ✓ |   |   |       |   |   |   |       |   | <p>一般二元一次方程式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</p> <p>下表，每一組 <math>x</math>、<math>y</math> 值都是二元一次方程式 <math>x-y=1</math> 的解：</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>...</th> <th>-2</th> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td> <td>...</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table> <p>把這些解的點描繪在坐標平面上，如下圖。</p> <p>接下來我們再多找一些 <math>x-y=1</math> 的解</p> | x | ...   | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3  | 4 | ... | y  | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2   | 3 | ... |    |    |   |   |   |   |   |     |
| x  | y         | 坐標(解)   | 滿足 $x-y=1$ |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| -3   | -4        | (-3,-4) | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| -2   | -3        | (-2,-3) | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| -1   | -2        | (-1,-2) | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| 0  | -1        | (0,-1)  | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
|  |           |         |            |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
|  |           |         |            |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| x  | ...       | -2      | -1         | 0          | 1  | 2  | 3       | 4 | ... |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| y  | ...       | -3      | -2         | -1         | 0  | 1  | 2       | 3 | ... |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| <p>一般二元一次方程式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</p> <p>探索 <math>x-y=1</math> 在直角坐標平面的圖形</p> <p>解：</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> <th>坐標(解)</th> <th>滿足 <math>x-y=1</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3</td><td>-4</td><td>(-3,-4)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-3</td><td>(-2,-3)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-2</td><td>(-1,-2)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>0</td><td>-1</td><td>(0,-1)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>(1,0)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>(2,1)</td><td>✓</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>(3,2)</td><td>✓</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> | x         | y       | 坐標(解)      | 滿足 $x-y=1$ | -3 | -4 | (-3,-4) | ✓ | -2  | -3 | (-2,-3) | ✓ | -1 | -2 | (-1,-2) | ✓ | 0 | -1 | (0,-1) | ✓ | 1 | 0 | (1,0) | ✓ | 2 | 1 | (2,1) | ✓ | 3   | 2 | (3,2) | ✓  |    |   |   |   | <p>一般二元一次方程式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</p> <p>如果我們再找出方程式 <math>x-y=1</math> 的其他組解，如下表：</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>...</th> <th>-3</th> <th>-1</th> <th>1</th> <th>3</th> <th>5</th> <th>7</th> <th>9</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td> <td>...</td> <td>-2</td> <td>-3</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table> <p>把這些解的點描繪在下方坐標平面上，可以得到的圖形。</p> | x | ... | -3 | -1  | 1  | 3  | 5  | 7 | 9 | ... | y | ... | -2 | -3 | 1 | 1 | 3 | 5 | 7 | ... |
| x  | y         | 坐標(解)   | 滿足 $x-y=1$ |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| -3   | -4        | (-3,-4) | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| -2   | -3        | (-2,-3) | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| -1   | -2        | (-1,-2) | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| 0  | -1        | (0,-1)  | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| 1  | 0         | (1,0)   | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| 2  | 1         | (2,1)   | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| 3  | 2         | (3,2)   | ✓          |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
|  |           |         |            |            |    |    |         |   |     |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| x  | ...       | -3      | -1         | 1          | 3  | 5  | 7       | 9 | ... |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |
| y  | ...       | -2      | -3         | 1          | 1  | 3  | 5       | 7 | ... |    |         |   |    |    |         |   |   |    |        |   |   |   |       |   |   |   |       |   |   |   |       |    |    |   |   |   |  |   |     |    |     |    |    |    |   |   |     |   |     |    |    |   |   |   |   |   |     |

一般二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形

探索  $x-y=1$  在直角坐標平面的圖形

解：

| x  | y  | 坐標(解)   | 滿足 $x-y=1$ |
|----|----|---------|------------|
| -3 | -4 | (-3,-4) | ✓          |
| -2 | -3 | (-2,-3) | ✓          |
| -1 | -2 | (-1,-2) | ✓          |
| 0  | -1 | (0,-1)  | ✓          |
| 1  | 0  | (1,0)   | ✓          |
| 2  | 1  | (2,1)   | ✓          |
| 3  | 2  | (3,2)   | ✓          |

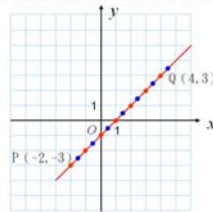


一般二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形

如果我們再找出方程式  $x-y=1$  的其他組解，如下表：

|   |     |   |   |   |   |   |   |   |     |
|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| x | ... | 3 | 1 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | ... |
| y | ... | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | ... |

把這些解的點描繪在下方坐標平面上，可以得到的圖形。



我們發現這些解（以●表示）的點同樣落在直線PQ上。

甲班教材（實驗組）

乙班教材（控制組）

教學過程簡述：（在以下的甲教材中，格線都可開關出現或消失）

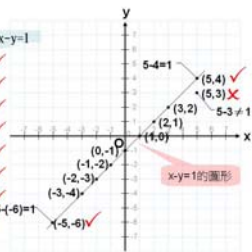
1. 教學時皆步驟化呈現，引導學生將二元一次方程式的多個解，以坐標的形態在坐標平面畫出，觀察這些點形成的圖形或軌跡。察覺二元一次方程式的解形成的圖形是一條直線。而且直線上的點也都滿足方程式。
2. 甲教材以激發式的動態呈現線上的點移動的過程，在吸引學生的注意力有相當的幫助。學生可隨滑鼠指標的引導，觀察點和方程式的解之間的關係。
3. 乙教材只能在已呈現的靜態訊息中以教師口語的引導去觀察點和方程式的解之間的關係。

一般二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形

探索  $x-y=1$  在直角坐標平面的圖形

解：

| x  | y  | 坐標(解)   | 滿足 $x-y=1$ |
|----|----|---------|------------|
| -3 | -4 | (-3,-4) | ✓          |
| -2 | -3 | (-2,-3) | ✓          |
| -1 | -2 | (-1,-2) | ✓          |
| 0  | -1 | (0,-1)  | ✓          |
| 1  | 0  | (1,0)   | ✓          |
| 2  | 1  | (2,1)   | ✓          |
| 3  | 2  | (3,2)   | ✓          |



結論一： $ax+by=c$ 的圖形是一條直線

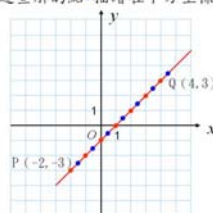
格線

一般二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形

如果我們再找出方程式  $x-y=1$  的其他組解，如下表：

|   |     |   |   |   |   |   |   |   |     |
|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| x | ... | 3 | 1 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | ... |
| y | ... | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | ... |

把這些解的點描繪在下方坐標平面上，可以得到的圖形。



我們發現這些解（以●表示）的點同樣落在直線PQ上。

直線PQ為 $x-y=1$ 的所有解在坐標平面上形成的圖形，我們說直線PQ是二元一次方程式 $x-y=1$ 的圖形，並將直線PQ稱為直線 $x-y=1$ 。

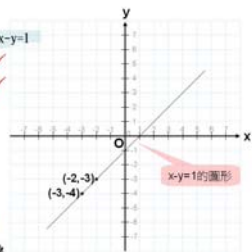
一般來說，形如 $ax+by=c$  ( $a \neq 0, b \neq 0$ )的二元一次方程式，其圖形在坐標平面上是一條直線，該直線上所有的點都分別代表原方程式的一組解。

一般二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形

探索  $x-y=1$  在直角坐標平面的圖形

解：

| x  | y  | 坐標(解)   | 滿足 $x-y=1$ |
|----|----|---------|------------|
| -3 | -4 | (-3,-4) | ✓          |
| -2 | -3 | (-2,-3) | ✓          |
|    |    |         |            |
|    |    |         |            |
|    |    |         |            |
|    |    |         |            |
|    |    |         |            |



結論一： $ax+by=c$ 的圖形是一條直線

結論二：只要找到兩個解就可決定直線

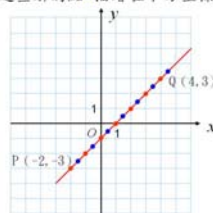
格線

一般二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形

如果我們再找出方程式  $x-y=1$  的其他組解，如下表：

|   |     |   |   |   |   |   |   |   |     |
|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| x | ... | 3 | 1 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | ... |
| y | ... | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | ... |

把這些解的點描繪在下方坐標平面上，可以得到的圖形。



我們發現這些解（以●表示）的點同樣落在直線PQ上。

直線PQ為 $x-y=1$ 的所有解在坐標平面上形成的圖形，我們說直線PQ是二元一次方程式 $x-y=1$ 的圖形，並將直線PQ稱為直線 $x-y=1$ 。

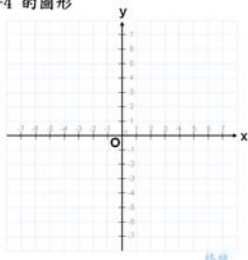
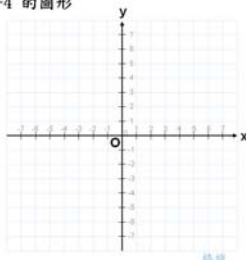
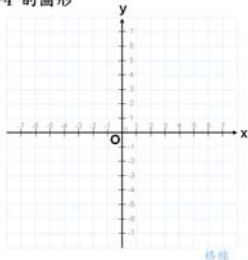
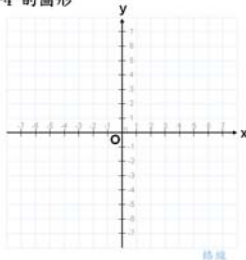
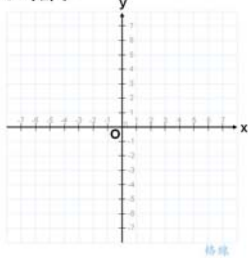
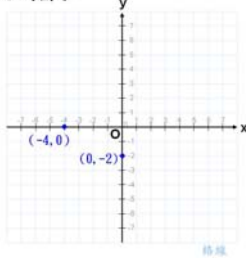
一般來說，形如 $ax+by=c$  ( $a \neq 0, b \neq 0$ )的二元一次方程式，其圖形在坐標平面上是一條直線，該直線上所有的點都分別代表原方程式的一組解。

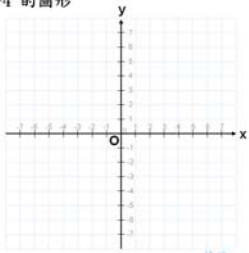
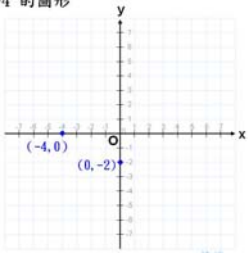
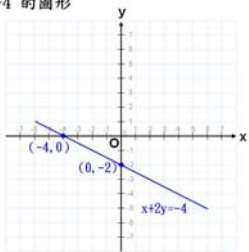
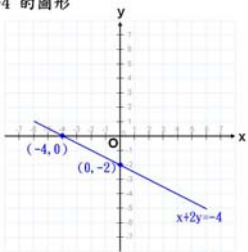
P、Q兩個點可以決定一條直線的方向

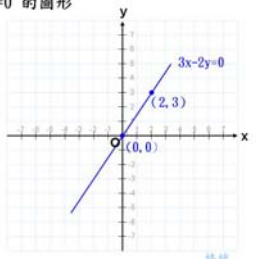
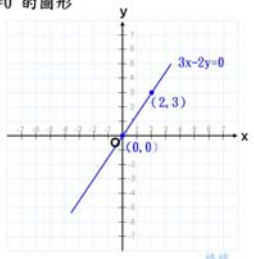

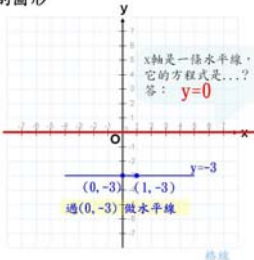
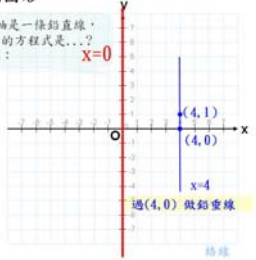
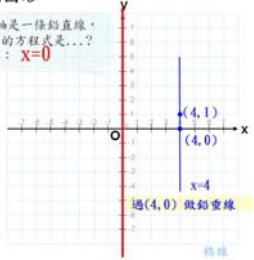
| 甲班教材（實驗組）   | 乙班教材（控制組） |
|---|-----------|
| <p>教學過程簡述：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 引導學生得出二元一次方程式的解形成的圖形是一條直線的結論。以及只需要直線上的兩個點就可決定此直線的方向的觀念，當作後二元一次方程式的作圖的先備知識。</li> <li>2. 甲教材以圖形搭配口語的方式引導學生的發現過程，乙教材則是在圖形和口語另加上說明文字的方式，當學生在一邊看圖一邊聽口語化引導時，又要去閱讀文字，認知的負荷量勢必比甲教材重。</li> <li>3. 甲教材在結論關鍵字有強調凸顯，也是一個靜態指標的應用。對學生的搜尋訊息時相當的幫助。</li> </ol> |           |



第二主題單元投影片教學過程簡述 (教材分析)

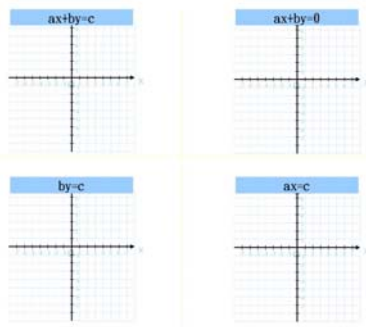
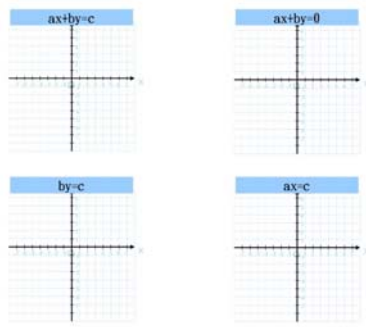
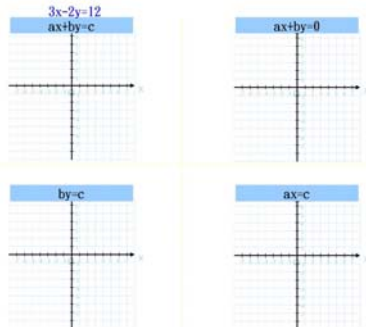
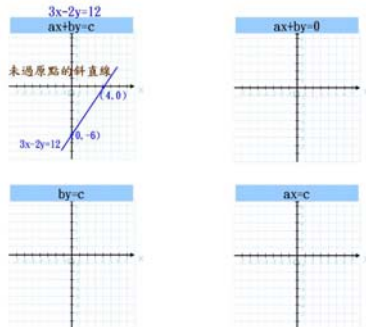
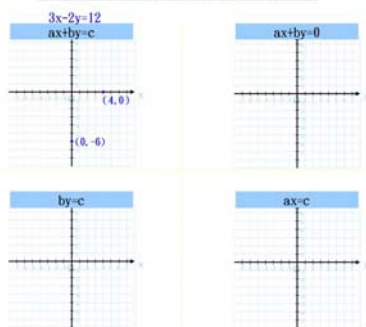
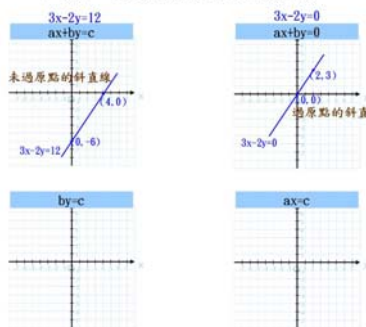
| 甲班教材 (實驗組)   | 乙班教材 (控制組)   |         |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
|--|--|---------|--|---|----|--|--------|--|--|---|---|---|----|---|----|---|--------|---------|---------|
| <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:</p>    | <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:</p>  |         |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>只要找到<math>x+2y=-4</math>的兩組解</p> <table border="1" data-bbox="183 963 391 1041"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>(x, y)</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>      | x  | 0       |  | y |    |  | (x, y) |  |  | <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>只要找到<math>x+2y=-4</math>的兩組解</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 列表(找出兩組解)</li> </ul> <table border="1" data-bbox="774 963 981 1041"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-4</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>(x, y)</td> <td>(0, -2)</td> <td>(-4, 0)</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 描點(畫出兩個點)<br/>描出(0, -2)、(-2, -3)</li> <li>• 連線(連成一條線)<br/>過(0, -2)、(-2, 3)做直線</li> </ul>    | x | 0 | -4 | y | -2 | 0 | (x, y) | (0, -2) | (-4, 0) |
| x  | 0  |         |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| y  |  |         |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| (x, y)   |  |         |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| x  | 0  | -4      |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| y  | -2   | 0       |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| (x, y)   | (0, -2)  | (-4, 0) |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>只要找到<math>x+2y=-4</math>的兩組解</p> <table border="1" data-bbox="183 1366 391 1444"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>(x, y)</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>  | x  | 0       |  | y | -2 |  | (x, y) |  |  | <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>只要找到<math>x+2y=-4</math>的兩組解</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 列表(找出兩組解)</li> </ul> <table border="1" data-bbox="774 1366 981 1444"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-4</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>(x, y)</td> <td>(0, -2)</td> <td>(-4, 0)</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 描點(畫出兩個點)<br/>描出(0, -2)、(-2, -3)</li> <li>• 連線(連成一條線)<br/>過(0, -2)、(-2, 3)做直線</li> </ul>  | x | 0 | -4 | y | -2 | 0 | (x, y) | (0, -2) | (-4, 0) |
| x  | 0  |         |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| y  | -2   |         |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| (x, y)   |  |         |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| x  | 0  | -4      |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| y  | -2   | 0       |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| (x, y)   | (0, -2)  | (-4, 0) |  |   |    |  |        |  |  |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |

|   |            |         |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
|---|------------|---------|----|---|----|---|--------|---------|---------|---|---|---|----|---|----|---|--------|---------|---------|
| <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:<br/>只要找到<math>x+2y=-4</math>的兩組解</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>-4</td></tr> <tr><td>y</td><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(0, -2)</td><td>(-4, 0)</td></tr> </table>  <p style="text-align: right; color: blue;">結線</p> | x          | 0       | -4 | y | -2 | 0 | (x, y) | (0, -2) | (-4, 0) | <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:<br/>只要找到<math>x+2y=-4</math>的兩組解</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 列表(找出兩組解)</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>-4</td></tr> <tr><td>y</td><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(0, -2)</td><td>(-4, 0)</td></tr> </table>  <p style="text-align: right; color: blue;">結線</p> | x | 0 | -4 | y | -2 | 0 | (x, y) | (0, -2) | (-4, 0) |
| x   | 0          | -4      |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| y   | -2         | 0       |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| (x, y)  | (0, -2)    | (-4, 0) |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| x   | 0          | -4      |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| y   | -2         | 0       |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| (x, y)  | (0, -2)    | (-4, 0) |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:<br/>只要找到<math>x+2y=-4</math>的兩組解</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>-4</td></tr> <tr><td>y</td><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(0, -2)</td><td>(-4, 0)</td></tr> </table>  <p style="text-align: right; color: blue;">結線</p> | x          | 0       | -4 | y | -2 | 0 | (x, y) | (0, -2) | (-4, 0) | <p style="text-align: center;"><u>一般式 <math>ax+by=c</math> 的圖形</u></p> <p>例1: 在坐標平面畫出 <math>x+2y=-4</math> 的圖形</p> <p>解:<br/>只要找到<math>x+2y=-4</math>的兩組解</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 列表(找出兩組解)</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>-4</td></tr> <tr><td>y</td><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(0, -2)</td><td>(-4, 0)</td></tr> </table>  <p style="text-align: right; color: blue;">結線</p> | x | 0 | -4 | y | -2 | 0 | (x, y) | (0, -2) | (-4, 0) |
| x   | 0          | -4      |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| y   | -2         | 0       |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| (x, y)  | (0, -2)    | (-4, 0) |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| x   | 0          | -4      |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| y   | -2         | 0       |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| (x, y)  | (0, -2)    | (-4, 0) |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| 甲班教材 (實驗組)  | 乙班教材 (控制組) |         |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |
| <p>教學過程簡述：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 接續第一單元主題，引導學生作出二元一次方程式在坐標平面的圖形。希望學生在此一單元習得由列表（找出兩組解）、描點、連線，三個步驟完成作圖。</li> <li>2. 甲教材沒有利用文字訊息說明每個步驟，只以口語化說明列表找出兩個解、描點、連線提示學生作圖過程。教學訊息以口語和視覺並行，期待學生利用聽覺和視覺雙通道接收教學訊息，強調多媒體教學設計原則及認知負荷論中的形式（modality）和多餘重覆（redundancy）效應。在表格中的訊息可視教學情形做隨意的單獨開關或全部開關，圖像中點、線皆為步驟化呈現並凸顯強調。</li> <li>3. 乙教材以文字加上口語說明每個步驟，文字訊息一次呈現，再由教師以滑鼠游標引導說明內容，圖形點、線只分兩步驟呈現，再引導說明。訊息在相同時間內呈現較久。</li> </ol>  |            |         |    |   |    |   |        |         |         |   |   |   |    |   |    |   |        |         |         |

|   |            |         |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
|---|------------|---------|---|---|----|----|--------|---------|---------|---|---|---|---|---|----|----|--------|---------|---------|
| <p style="text-align: center;"><b>形如 <math>ax+by=0</math> 的圖形</b> (<math>ax+by=c, c=0</math>時)</p> <p>例2: 在坐標平面畫出 <math>3x-2y=0</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>只要找到<math>3x-2y=0</math>的兩組解</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td>3</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(0, 0)</td><td>(2, 3)</td></tr> </table>  <p style="text-align: right; color: blue; font-size: small;">插錄</p>                | x          | 0       | 2 | y | 0  | 3  | (x, y) | (0, 0)  | (2, 3)  | <p style="text-align: center;"><b>形如 <math>ax+by=0</math> 的圖形</b> (<math>ax+by=c, c=0</math>時)</p> <p>例2: 在坐標平面畫出 <math>3x-2y=0</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>只要找到<math>3x-2y=0</math>的兩組解</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 列表(找出兩組解)</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td>3</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(0, 0)</td><td>(2, 3)</td></tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 描點(畫出兩個點)</li> </ul> <p>描出(0, 0)、(2, 3)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 連線(連成一直線)</li> </ul> <p>過(0, 0)、(2, 3)做直線</p>  <p style="text-align: right; color: blue; font-size: small;">插錄</p>                    | x | 0 | 2 | y | 0  | 3  | (x, y) | (0, 0)  | (2, 3)  |
| x   | 0          | 2       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| y   | 0          | 3       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| (x, y)  | (0, 0)     | (2, 3)  |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| x   | 0          | 2       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| y   | 0          | 3       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| (x, y)  | (0, 0)     | (2, 3)  |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| <p style="text-align: center;"><b>形如 <math>by=c</math> 的圖形</b> (<math>ax+by=c, a=0</math>時)</p> <p>例3: 在坐標平面畫出 <math>y=-3</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>將 <math>y=-3</math> (視作<math>0x+y=-3</math>)</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>y</td><td>-3</td><td>-3</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(0, -3)</td><td>(1, -3)</td></tr> </table>  <p style="text-align: right; color: blue; font-size: small;">插錄</p> | x          | 0       | 1 | y | -3 | -3 | (x, y) | (0, -3) | (1, -3) | <p style="text-align: center;"><b>形如 <math>by=c</math> 的圖形</b> (<math>ax+by=c, a=0</math>時)</p> <p>例3: 在坐標平面畫出 <math>y=-3</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>將 <math>y=-3</math> (視作<math>0x+y=-3</math>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 列表(找出兩組解)</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>y</td><td>-3</td><td>-3</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(0, -3)</td><td>(1, -3)</td></tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 描點(畫出兩個點)</li> </ul> <p>描出(0, -3)、(1, -3)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 連線(連成一直線)</li> </ul> <p>過(0, -3)、(1, -3)做直線</p>  <p style="text-align: right; color: blue; font-size: small;">插錄</p> | x | 0 | 1 | y | -3 | -3 | (x, y) | (0, -3) | (1, -3) |
| x   | 0          | 1       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| y   | -3         | -3      |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| (x, y)  | (0, -3)    | (1, -3) |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| x   | 0          | 1       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| y   | -3         | -3      |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| (x, y)  | (0, -3)    | (1, -3) |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| <p style="text-align: center;"><b>形如 <math>ax=c</math> 的圖形</b> (<math>ax+by=c, b=0</math>時)</p> <p>例4: 在坐標平面畫出 <math>x=4</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>將 <math>x=4</math> (視作<math>x+0y=4</math>)</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(4, 0)</td><td>(4, 1)</td></tr> </table>  <p style="text-align: right; color: blue; font-size: small;">插錄</p>       | x          | 4       | 4 | y | 0  | 1  | (x, y) | (4, 0)  | (4, 1)  | <p style="text-align: center;"><b>形如 <math>ax=c</math> 的圖形</b> (<math>ax+by=c, b=0</math>時)</p> <p>例4: 在坐標平面畫出 <math>x=4</math> 的圖形</p> <p>解:</p> <p>將 <math>x=4</math> (視作<math>x+0y=4</math>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 列表(找出兩組解)</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>x</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>(x, y)</td><td>(4, 0)</td><td>(4, 1)</td></tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 描點(畫出兩個點)</li> </ul> <p>描出(4, 0)、(4, 1)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 連線(連成一直線)</li> </ul> <p>過(4, 0)、(4, 1)做直線</p>  <p style="text-align: right; color: blue; font-size: small;">插錄</p>           | x | 4 | 4 | y | 0  | 1  | (x, y) | (4, 0)  | (4, 1)  |
| x   | 4          | 4       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| y   | 0          | 1       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| (x, y)  | (4, 0)     | (4, 1)  |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| x   | 4          | 4       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| y   | 0          | 1       |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| (x, y)  | (4, 0)     | (4, 1)  |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| 甲班教材 (實驗組)  | 乙班教材 (控制組) |         |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |
| <p>教學過程簡述：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>例2、例3、例4教學過程皆同例1。甲教材特別強調教學的過程為教師可彈性呈現訊息，及利用動畫凸顯圖形，即激發式動態呈現的精神。教學訊息切成比較小的單元，符合時間相近原則 (Temporal Contiguity Principle) 中的分割教學訊息的作法。</li> <li>乙教材一次呈現較多教學訊息，另<math>x=0</math>和<math>y=0</math>的文字訊息離圖較遠。以文字加上口語說明每個步驟。</li> </ol>   |            |         |   |   |    |    |        |         |         |   |   |   |   |   |    |    |        |         |         |



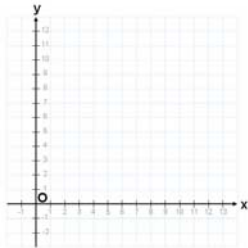
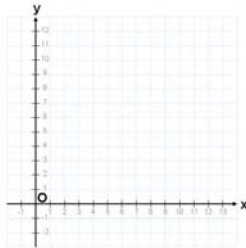
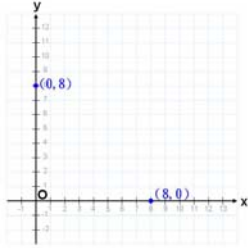
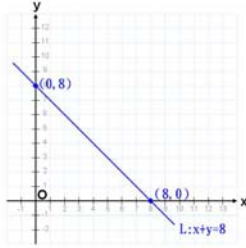
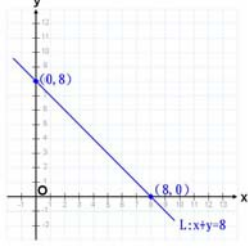
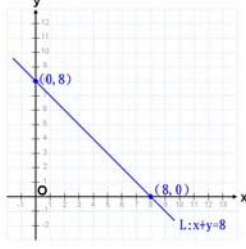
第三主題單元投影片教學過程簡述（教材分析）

| 甲班教材（實驗組）   | 乙班教材（控制組）  |
|---|--|
| <p>二元一次方程式圖形的分類</p>    | <p>二元一次方程式圖形的分類</p>    |
| <p>二元一次方程式圖形的分類</p>   | <p>二元一次方程式圖形的分類</p>   |
| <p>二元一次方程式圖形的分類</p>  | <p>二元一次方程式圖形的分類</p>  |

|   |   |
|---|---|
| <p>二元一次方程式圖形的分類</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=12</math><br/> <math>ax+by=c</math><br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>ax+by=0</math><br/> </div> </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>by=c</math><br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>ax=c</math><br/> </div> </div>  | <p>二元一次方程式圖形的分類</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=12</math><br/> <math>ax+by=c</math><br/>           未過原點的斜直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=0</math><br/> <math>ax+by=0</math><br/>           過原點的斜直線<br/> </div> </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>y=-3</math><br/> <math>by=c</math><br/>           水平直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>ax=c</math><br/> </div> </div>  |
| 甲班教材 (實驗組)  | 乙班教材 (控制組)  |
| <p>二元一次方程式圖形的分類</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=12</math><br/> <math>ax+by=c</math><br/>           未過原點的斜直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>ax+by=0</math><br/> </div> </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>by=c</math><br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>ax=c</math><br/> </div> </div>  | <p>二元一次方程式圖形的分類</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=12</math><br/> <math>ax+by=c</math><br/>           未過原點的斜直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=0</math><br/> <math>ax+by=0</math><br/>           過原點的斜直線<br/> </div> </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>y=0</math> (x軸)<br/> <math>y=-3</math><br/> <math>by=c</math><br/>           水平直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>ax=c</math><br/> </div> </div>   |
| <p>二元一次方程式圖形的分類</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=0</math><br/> <math>ax+by=c</math><br/>           未過原點的斜直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=0</math><br/> <math>ax+by=0</math><br/>           過原點的斜直線<br/> </div> </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>by=c</math><br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>ax=c</math><br/> </div> </div>  | <p>二元一次方程式圖形的分類</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=12</math><br/> <math>ax+by=c</math><br/>           未過原點的斜直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=0</math><br/> <math>ax+by=0</math><br/>           過原點的斜直線<br/> </div> </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>y=0</math> (x軸)<br/> <math>y=-3</math><br/> <math>by=c</math><br/>           水平直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>x=4</math><br/> <math>ax=c</math><br/>           鉛垂直線<br/> </div> </div> |
| <p>二元一次方程式圖形的分類</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=12</math><br/> <math>ax+by=c</math><br/>           未過原點的斜直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=0</math><br/> <math>ax+by=0</math><br/>           過原點的斜直線<br/> </div> </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>y=0</math> (x軸)<br/> <math>y=-3</math><br/> <math>by=c</math><br/>           水平直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>ax=c</math><br/> </div> </div> | <p>二元一次方程式圖形的分類</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=12</math><br/> <math>ax+by=c</math><br/>           未過原點的斜直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>3x-2y=0</math><br/> <math>ax+by=0</math><br/>           過原點的斜直線<br/> </div> </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>y=0</math> (x軸)<br/> <math>y=-3</math><br/> <math>by=c</math><br/>           水平直線<br/> </div> <div style="text-align: center;"> <math>x=4</math><br/> <math>ax=c</math><br/>           鉛垂直線<br/> </div> </div> |

|   |   |
|---|---|
| <p style="text-align: center;"><b>二元一次方程式圖形的分類</b></p>  | <p style="text-align: center;"><b>牛刀小試 (三)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 請同學依剛剛所學到的觀念作下一頁第三部分的四個問題。</li> <li>• 作完問題後，請依自己的感覺，<u>圈選問卷題的二個問題。</u></li> <li>• 作答時間5分鐘，聽老師指示停止作答</li> <li>• 請依指示再行翻頁，謝謝合作</li> </ul> |
| 甲班教材 (實驗組)  | 乙班教材 (控制組)  |
| <p><b>教學過程簡述：</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 接續第二單元主題，統整二元一次方程式在坐標平面的圖形的分類。甲乙班教材皆符合對比呈現的設計原則，方便學生有對比、比較的學習經驗。</li> <li>2. 甲教材以口語化和滑鼠指標說明每個步驟(包含描點、連線);四個分類都可隨意擇一呈現，可視學生的反應或要求，在同一頁面重複任一分類的單獨呈現或對比呈現。教學訊息可凸顯強調，符合信號(Signaling)原則。<br/>有關直線特徵的文字描述訊息(如未過原點的直線)接近方程式的樣式(如<math>ax+by=c</math>)，方便學生對此兩個訊息做聯結。圖像中的個別教學訊息可凸顯強調。</li> <li>3. 乙教材在四個分類採教學訊息分一次或二次呈現，再由教師以滑鼠游標引導說明內容，訊息在相同時間內呈現較久。<br/>有關直線特徵的文字描述訊息(如未過原點的直線)接近方程式的圖形，距離方程式的樣式(如<math>ax+by=c</math>)較遠。我們將在接下來的測驗題中的配合題，觀察是否造成影響。</li> </ol> |   |

第四主題單元投影片教學過程簡述（教材分析）

| 甲班教材（實驗組）   | 乙班教材（控制組） |       |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
|---|-----------|-------|---|---|---|---|-------|-------|-------|---|---|---|---|----|---|-------|--------|-------|---|---|---|---|---|---|---|-------|-------|-------|---|---|---|---|----|---|-------|--------|-------|
| <p style="text-align: center;"><b>二元一次聯立方程式的圖形意義</b></p> <p>例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式 <math>\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}</math> 的圖形</p> <p>(1) <math>x+y=8</math><br/>                     只要找到 <math>x+y=8</math> 的兩組解<br/> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>8</td></tr> <tr><td>y</td><td>8</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x,y)</td><td>(0,8)</td><td>(8,0)</td></tr> </table> </p>  <p>(2) <math>x-y=2</math></p>  | x         | 0     | 8 | y | 8 | 0 | (x,y) | (0,8) | (8,0) | <p style="text-align: center;"><b>二元一次聯立方程式的圖形意義</b></p> <p>例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式 <math>\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}</math> 的圖形</p> <p>(1) <math>x+y=8</math><br/>                     只要找到 <math>x+y=8</math> 的兩組解<br/> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>8</td></tr> <tr><td>y</td><td>8</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x,y)</td><td>(0,8)</td><td>(8,0)</td></tr> </table>                     描出(0,8)·(8,0)<br/>                     過(0,8)·(8,0)做直線L                 </p>  <p>(2) <math>x-y=2</math></p>  | x | 0 | 8 | y  | 8 | 0     | (x,y)  | (0,8) | (8,0)   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| x   | 0         | 8     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| y   | 8         | 0     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| (x,y)   | (0,8)     | (8,0) |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| x   | 0         | 8     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| y   | 8         | 0     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| (x,y)   | (0,8)     | (8,0) |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| <p style="text-align: center;"><b>二元一次聯立方程式的圖形意義</b></p> <p>例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式 <math>\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}</math> 的圖形</p> <p>(1) <math>x+y=8</math><br/>                     只要找到 <math>x+y=8</math> 的兩組解<br/> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>8</td></tr> <tr><td>y</td><td>8</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x,y)</td><td>(0,8)</td><td>(8,0)</td></tr> </table> </p>  <p>(2) <math>x-y=2</math></p>   | x         | 0     | 8 | y | 8 | 0 | (x,y) | (0,8) | (8,0) | <p style="text-align: center;"><b>二元一次聯立方程式的圖形意義</b></p> <p>例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式 <math>\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}</math> 的圖形</p> <p>(1) <math>x+y=8</math><br/>                     只要找到 <math>x+y=8</math> 的兩組解<br/> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>8</td></tr> <tr><td>y</td><td>8</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x,y)</td><td>(0,8)</td><td>(8,0)</td></tr> </table>                     描出(0,8)·(8,0)<br/>                     過(0,8)·(8,0)做直線L                 </p>  <p>(2) <math>x-y=2</math></p> | x | 0 | 8 | y  | 8 | 0     | (x,y)  | (0,8) | (8,0)   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| x   | 0         | 8     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| y   | 8         | 0     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| (x,y)   | (0,8)     | (8,0) |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| x   | 0         | 8     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| y   | 8         | 0     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| (x,y)   | (0,8)     | (8,0) |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| <p style="text-align: center;"><b>二元一次聯立方程式的圖形意義</b></p> <p>例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式 <math>\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}</math> 的圖形</p> <p>(1) <math>x+y=8</math><br/>                     只要找到 <math>x+y=8</math> 的兩組解<br/> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>8</td></tr> <tr><td>y</td><td>8</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x,y)</td><td>(0,8)</td><td>(8,0)</td></tr> </table> </p>  <p>(2) <math>x-y=2</math><br/>                     只要找到 <math>x-y=2</math> 的兩組解<br/> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x,y)</td><td>(0,-2)</td><td>(2,0)</td></tr> </table>                     描出(0,-2)·(2,0)<br/>                     過(0,-2)·(2,0)做直線M                 </p> | x         | 0     | 8 | y | 8 | 0 | (x,y) | (0,8) | (8,0) | x   | 0 | 2 | y | -2 | 0 | (x,y) | (0,-2) | (2,0) | <p style="text-align: center;"><b>二元一次聯立方程式的圖形意義</b></p> <p>例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式 <math>\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}</math> 的圖形</p> <p>(1) <math>x+y=8</math><br/>                     只要找到 <math>x+y=8</math> 的兩組解<br/> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>8</td></tr> <tr><td>y</td><td>8</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x,y)</td><td>(0,8)</td><td>(8,0)</td></tr> </table>                     描出(0,8)·(8,0)<br/>                     過(0,8)·(8,0)做直線L                 </p>  <p>(2) <math>x-y=2</math><br/>                     只要找到 <math>x-y=2</math> 的兩組解<br/> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>-2</td><td>0</td></tr> <tr><td>(x,y)</td><td>(0,-2)</td><td>(2,0)</td></tr> </table>                     描出(0,-2)·(2,0)<br/>                     過(0,-2)·(2,0)做直線M                 </p> | x | 0 | 8 | y | 8 | 0 | (x,y) | (0,8) | (8,0) | x | 0 | 2 | y | -2 | 0 | (x,y) | (0,-2) | (2,0) |
| x   | 0         | 8     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| y   | 8         | 0     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| (x,y)   | (0,8)     | (8,0) |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| x   | 0         | 2     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| y   | -2        | 0     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| (x,y)   | (0,-2)    | (2,0) |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| x   | 0         | 8     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| y   | 8         | 0     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| (x,y)   | (0,8)     | (8,0) |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| x   | 0         | 2     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| y   | -2        | 0     |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |
| (x,y)   | (0,-2)    | (2,0) |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |   |   |   |   |   |   |   |       |       |       |   |   |   |   |    |   |       |        |       |

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式  $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$  的圖形

(1)  $x+y=8$

只要找到  $x+y=8$  的兩組解

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| x     | 0     | 8     |
| y     | 8     | 0     |
| (x,y) | (0,8) | (8,0) |

(2)  $x-y=2$

只要找到  $x-y=2$  的兩組解

|       |        |       |
|-------|--------|-------|
| x     | 0      | 2     |
| y     | -2     | 0     |
| (x,y) | (0,-2) | (2,0) |

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式  $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$  的圖形

(1)  $x+y=8$

只要找到  $x+y=8$  的兩組解

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| x     | 0     | 8     |
| y     | 8     | 0     |
| (x,y) | (0,8) | (8,0) |

描出(0,8)、(8,0)  
過(0,8)、(8,0)做直線L

(2)  $x-y=2$

只要找到  $x-y=2$  的兩組解

|       |        |       |
|-------|--------|-------|
| x     | 0      | 2     |
| y     | -2     | 0     |
| (x,y) | (0,-2) | (2,0) |

描出(0,-2)、(2,0)  
過(0,-2)、(2,0)做直線M

教學過程簡述：

1. 引導學生在同一個坐標平面上畫出二元一次聯立方程式的圖形。基本上甲乙教學訊息都是有結構化的呈現，版面的排列清楚分明。
2. 甲教材仍是以圖形搭配口語的方式引導學生的步驟化作圖，教學訊息作適時的切割，符合分割 (Segmentation) 原則。可視學生的反應，以激發式動態呈現方式，調整教學訊息的呈現速度。
3. 乙教材仍是採教學訊息一次大量呈現，再由教師以滑鼠游標引導說明內容，訊息在相同時間內呈現較久。學生須注意教師在口語的引導說明。

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式  $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$  的圖形

(1)  $x+y=8$

只要找到  $x+y=8$  的兩組解

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| x     | 0     | 8     |
| y     | 8     | 0     |
| (x,y) | (0,8) | (8,0) |

(2)  $x-y=2$

只要找到  $x-y=2$  的兩組解

|       |        |       |
|-------|--------|-------|
| x     | 0      | 2     |
| y     | -2     | 0     |
| (x,y) | (0,-2) | (2,0) |

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式  $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$  的圖形

(1)  $x+y=8$

只要找到  $x+y=8$  的兩組解

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| x     | 0     | 8     |
| y     | 8     | 0     |
| (x,y) | (0,8) | (8,0) |

描出(0,8)、(8,0)  
過(0,8)、(8,0)做直線L

(2)  $x-y=2$

只要找到  $x-y=2$  的兩組解

|       |        |       |
|-------|--------|-------|
| x     | 0      | 2     |
| y     | -2     | 0     |
| (x,y) | (0,-2) | (2,0) |

描出(0,-2)、(2,0)  
過(0,-2)、(2,0)做直線M

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式  $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$  的圖形

(1)  $x+y=8$

只要找到  $x+y=8$  的兩組解

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| x     | 0     | 8     |
| y     | 8     | 0     |
| (x,y) | (0,8) | (8,0) |

(2)  $x-y=2$

只要找到  $x-y=2$  的兩組解

|       |        |       |
|-------|--------|-------|
| x     | 0      | 2     |
| y     | -2     | 0     |
| (x,y) | (0,-2) | (2,0) |

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式  $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$  的圖形

(1)  $x+y=8$

只要找到  $x+y=8$  的兩組解

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| x     | 0     | 8     | 5     |
| y     | 8     | 0     | 3     |
| (x,y) | (0,8) | (8,0) | (5,3) |

描出(0,8)、(8,0)  
過(0,8)、(8,0)做直線L

(2)  $x-y=2$

只要找到  $x-y=2$  的兩組解

|       |        |       |       |
|-------|--------|-------|-------|
| x     | 0      | 2     | 5     |
| y     | -2     | 0     | 3     |
| (x,y) | (0,-2) | (2,0) | (5,3) |

描出(0,-2)、(2,0)  
過(0,-2)、(2,0)做直線M

二元一次聯立方程式的圖形意義

例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式  $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$  的圖形

(1)  $x+y=8$

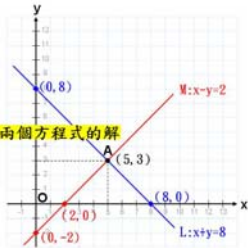
只要找到  $x+y=8$  的兩組解

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| x     | 0     | 8     | 5     |
| y     | 8     | 0     | 3     |
| (x,y) | (0,8) | (8,0) | (5,3) |

(2)  $x-y=2$

只要找到  $x-y=2$  的兩組解

|       |        |       |       |
|-------|--------|-------|-------|
| x     | 0      | 2     | 5     |
| y     | -2     | 0     | 3     |
| (x,y) | (0,-2) | (2,0) | (5,3) |



交點同時是兩個方程式的解

二元一次聯立方程式的圖形意義

例5：在同一坐標平面畫出聯立方程式  $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$  的圖形

(1)  $x+y=8$

只要找到  $x+y=8$  的兩組解

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| x     | 0     | 8     | 5     |
| y     | 8     | 0     | 3     |
| (x,y) | (0,8) | (8,0) | (5,3) |

描出(0,8)、(8,0)

過(0,8)、(8,0)做直線L

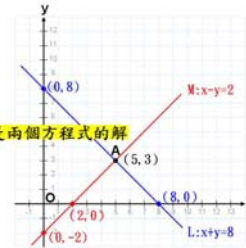
(2)  $x-y=2$

只要找到  $x-y=2$  的兩組解

|       |        |       |       |
|-------|--------|-------|-------|
| x     | 0      | 2     | 5     |
| y     | -2     | 0     | 3     |
| (x,y) | (0,-2) | (2,0) | (5,3) |

描出(0,-2)、(2,0)

過(0,-2)、(2,0)做直線M



交點同時是兩個方程式的解

教學過程簡述：

1. 引導學生發現在同一個坐標平面上畫出二元一次聯立方程式的圖形，圖形為兩條直線，其交點坐標恰為此二元一次聯立方程式的解。
2. 甲教材仍以激發式動態呈現方式，配合虛線的彈性出現，使學生更易於掌握交點的坐標。動態呈現坐標移入表格中的動作，對吸引注意力有相當的幫助。
3. 乙教材仍是採教學訊息較靜態的呈現，由教師以滑鼠游標引導說明內容。學生須注意教師在口語的引導說明。

甲班教材（實驗組）

乙班教材（控制組）

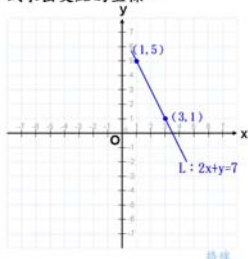
二元一次聯立方程式的圖形意義

例6：在坐標平面上分別畫出  $2x+y=7$  與  $3x-y=3$  的圖形。如果此兩直線有交點，試求出交點的坐標。

解

作直線 L:  $2x+y=7$  如右圖

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | 1 | 3 |
| y | 5 | 1 |



|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

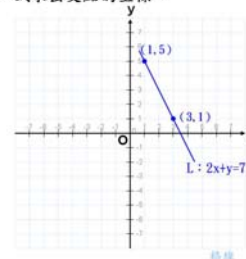
二元一次聯立方程式的圖形意義

例6：在坐標平面上分別畫出  $2x+y=7$  與  $3x-y=3$  的圖形。如果此兩直線有交點，試求出交點的坐標。

解

作直線 L:  $2x+y=7$  如右圖

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | 1 | 3 |
| y | 5 | 1 |



|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

二元一次聯立方程式的圖形意義

例6：在坐標平面上分別畫出  $2x+y=7$  與  $3x-y=3$  的圖形。如果此兩直線有交點，試求出交點的坐標。

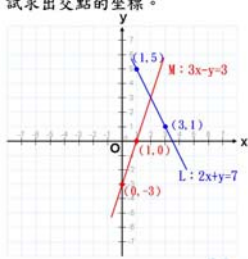
解

作直線 L:  $2x+y=7$  如右圖

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | 1 | 3 |
| y | 5 | 1 |

作直線 M:  $3x-y=3$  如右圖

|   |    |   |
|---|----|---|
| x | 0  | 1 |
| y | -3 | 0 |



|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

二元一次聯立方程式的圖形意義

例6：在坐標平面上分別畫出  $2x+y=7$  與  $3x-y=3$  的圖形。如果此兩直線有交點，試求出交點的坐標。

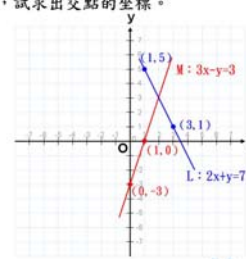
解

作直線 L:  $2x+y=7$  如右圖

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | 1 | 3 |
| y | 5 | 1 |

作直線 M:  $3x-y=3$  如右圖

|   |    |   |
|---|----|---|
| x | 0  | 1 |
| y | -3 | 0 |



|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例6：在坐標平面上分別畫出  $2x+y=7$  與  $3x-y=3$  的圖形。  
如果此兩直線有交點，試求出交點的坐標。

解

作直線  $L: 2x+y=7$  如右圖

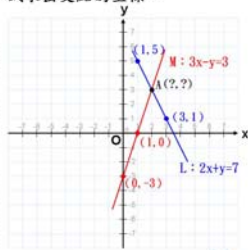
$$\begin{array}{r|l} x & 1 & 3 \\ y & 5 & 1 \end{array}$$

作直線  $M: 3x-y=3$  如右圖

$$\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ y & -3 & 0 \end{array}$$

解聯立方程式  
(為了找交點A)

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ 3x-y=3 \end{cases}$$



待續

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例6：在坐標平面上分別畫出  $2x+y=7$  與  $3x-y=3$  的圖形。  
如果此兩直線有交點，試求出交點的坐標。

解

作直線  $L: 2x+y=7$  如右圖

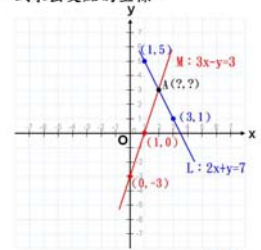
$$\begin{array}{r|l} x & 1 & 3 \\ y & 5 & 1 \end{array}$$

作直線  $M: 3x-y=3$  如右圖

$$\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ y & -3 & 0 \end{array}$$

解聯立方程式  
(為了找交點A)

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ 3x-y=3 \end{cases}$$



待續

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例6：在坐標平面上分別畫出  $2x+y=7$  與  $3x-y=3$  的圖形。  
如果此兩直線有交點，試求出交點的坐標。

解

作直線  $L: 2x+y=7$  如右圖

$$\begin{array}{r|l} x & 1 & 3 \\ y & 5 & 1 \end{array}$$

作直線  $M: 3x-y=3$  如右圖

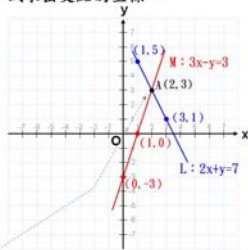
$$\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ y & -3 & 0 \end{array}$$

解聯立方程式  
(為了找交點A)

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ 3x-y=3 \end{cases}$$

可得  $x=2, y=3$

故直線  $L, M$  的交點為  $A(2, 3)$



待續

### 二元一次聯立方程式的圖形意義

例6：在坐標平面上分別畫出  $2x+y=7$  與  $3x-y=3$  的圖形。  
如果此兩直線有交點，試求出交點的坐標。

解

作直線  $L: 2x+y=7$  如右圖

$$\begin{array}{r|l} x & 1 & 3 \\ y & 5 & 1 \end{array}$$

作直線  $M: 3x-y=3$  如右圖

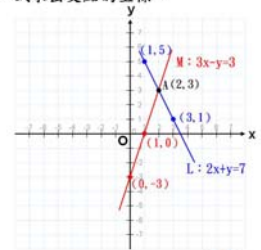
$$\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ y & -3 & 0 \end{array}$$

解聯立方程式  
(為了找交點A)

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ 3x-y=3 \end{cases}$$

可得  $x=2, y=3$

故直線  $L, M$  的交點為  $A(2, 3)$



待續

甲班教材 (實驗組)

乙班教材 (控制組)

教學過程簡述：

1. 引導學生可以利用解出二元一次聯立方程式的解來找出二條直線的交點坐標。
2. 甲教材仍以激發式動態呈現方式，彈性調整教學的訊息出現消失，在版面加上區塊虛線作為教學訊息的區隔，及箭頭聯結圖像和文字訊息之間的關係，強調訊息的整合，符合分散注意力效應。
3. 乙教材也仍是採教學訊息單純的循序出現，由教師以滑鼠游標引導說明內容。學生須注意教師在口語的引導說明。

班級：            座號：            姓名：

### 流程說明

- 本節課的教授內容為二元一次方程式的圖形，  
共分為四個部分進行，  
請同學在看完每個部分的教授內容後，  
依老師的指示，再翻頁作答，
- 每個部分各有四個有關教授內容的題目及二題的問卷  
題
- 可以在空白處計算，
- 請同學們細心作答。



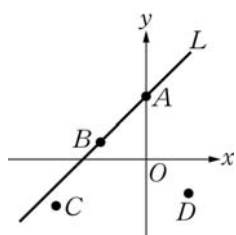
謝謝合作



本頁作答時間為 5 分鐘，聽老師指示停止作答。

### 受測試題(第一部分)

- ( ) 1. 將二元一次方程式的所有解以坐標的形式表示在直角坐標平面上，其圖形為何？  
 (A) 二個點 (B) 七個點 (C) 一條線段 (D) 一條直線。
- ( ) 2. 如附圖，直線  $L$  的方程式為  $x - y + 5 = 0$ ，則  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點中，哪些點的坐標是此方程式的解？  
 (A) 只有  $A$  點 (B) 只有  $A$ 、 $B$  兩點  
 (C) 只有  $C$ 、 $D$  兩點 (D)  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點都是



- ( ) 3. 哪一個點在  $x + 5y = 1$  上？  
 (A)  $(-4, -1)$  (B)  $(-3, 1)$  (C)  $(11, -2)$  (D)  $(1, 5)$ 。
4. 直線  $L$  的方程式為  $ax + 5y = 4$ ，若  $(1, -4)$  是  $L$  線上的一個點，則  $a$  的值為多少？  
 答案：\_\_\_\_\_

### 認知負荷量表

請在看過第一部分的教材後，試著回想自己的學習過程，並回答以下二個問題。

填答說明：請在右方的選項中，選出您真實的感受，並將對應的數字圈起來。

|                              | 非常同意 | 同意 | 還算同意 | 無意見 | 有點不同意 | 不同意 | 非常不同意 |
|------------------------------|------|----|------|-----|-------|-----|-------|
| 1. 我認為第一部分的內容在學習上很容易         | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |
| 2. 我覺得我花了很少的心力，就能學會第一部分教材的內容 | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |

本頁作答時間為 5 分鐘，作答完畢後，請等待老師指示再翻頁。

本頁作答時間為 5 分鐘，聽老師指示停止作答。

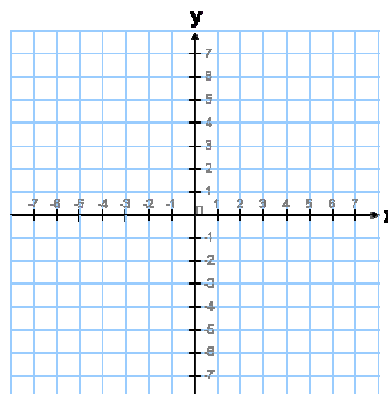
### 受測試題(第二部分)

1. 一般畫二元一次的圖形可分為那些步驟，請簡述過程。

答案：

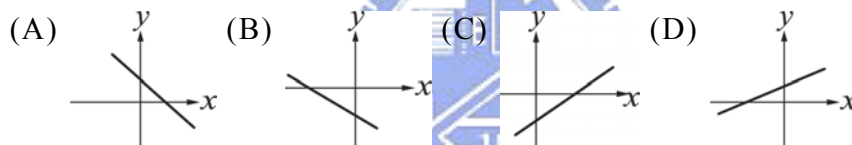
2. 請在右方直角坐標平面上畫出  $4y - 3x = 12$  的圖形

答案：



評分說明：  
正確描出兩點，連成直線圖形，給一分

- ( ) 3.  $ax + y = 3$  且  $a < 0$ ，則下列哪一個選項可能是正確的圖形？



- ( ) 4. 二元一次方程式  $5x = -30$  的圖形，不通過第幾象限？

(A) 一、二      (B) 一、四      (C) 二、三      (D) 三、四。

### 認知負荷量表

請在看過第二部分的教材後，試著回想自己的學習過程，並回答以下二個問題。

填答說明：請在右方的選項中，選出您真實的感受，並將對應的數字圈起來。

|                              | 非常同意 | 同意 | 還算同意 | 無意見 | 有點不同意 | 不同意 | 非常不同意 |
|------------------------------|------|----|------|-----|-------|-----|-------|
| 1. 我認為第二部分的內容在學習上很容易         | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |
| 2. 我覺得我花了很少的心力，就能學會第二部分教材的內容 | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |

本頁作答時間為 5 分鐘，作答完畢後，請等待老師指示再翻頁。

本頁作答時間為 5 分鐘，聽老師指示停止作答。

### 受測試題(第三部分)

1. 請觀察左欄二元一次方程式的形式，在空格中填入所對應的圖形特徵代號。

| 二元一次方程式的形式       | 在直角坐標平面的圖形特徵    |
|------------------|-----------------|
| 【    】 $ax+by=c$ | 【 A 】 水平直線      |
| 【    】 $ax+by=0$ | 【 B 】 鉛垂直線      |
| 【    】 $by=c$    | 【 C 】 通過原點的斜直線  |
| 【    】 $ax=c$    | 【 D 】 未通過原點的斜直線 |

2.  $y$  軸的直線方程式為何？

評分說明：  
配合題全對，給一分

答案：\_\_\_\_\_

(    ) 3.  $2x + 5y + k + 4 = 0$  的圖形通過原點，則  $k = ?$

(A) 4 (B)  $-4$  (C)  $-44$  (D)  $-46$ 。

(    ) 4. 通過  $(-4, -5)$  和  $x$  軸平行的直線方程式是

(A)  $x = -4$  (B)  $y = -5$  (C)  $x - 4 = 0$  (D)  $y - 5 = 0$ 。

### 認知負荷量表

請在看過第三部分的教材後，試著回想自己的學習過程，並回答以下二個問題。

填答說明：請在右方的選項中，選出您真實的感受，並將對應的數字圈起來。

|                              | 非常同意 | 同意 | 還算同意 | 無意見 | 有點不同意 | 不同意 | 非常不同意 |
|------------------------------|------|----|------|-----|-------|-----|-------|
| 1. 我認為第三部分的內容在學習上很容易         | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |
| 2. 我覺得我花了很少的心力，就能學會第三部分教材的內容 | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |

本頁作答時間為 5 分鐘，作答完畢後，請等待老師指示再翻頁。

本頁作答時間為 5 分鐘，聽老師指示停止作答。

### 受測試題(第四部分)

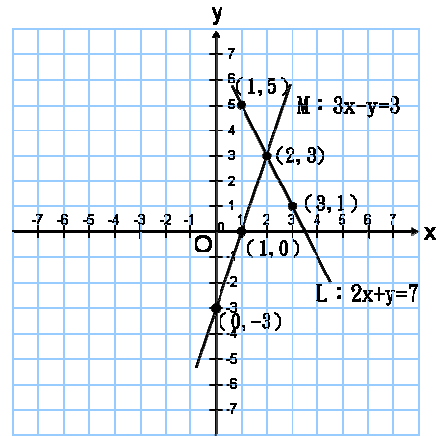
1.  $2x-5y=10$ 和x軸的交點坐標為何？

答案：\_\_\_\_\_

( ) 2. 二元一次聯立方程式  $\begin{cases} 3x-y=3 \\ 2x+y=7 \end{cases}$  的圖

示如右，請問它的解為下列何者？

(A) (1,5) (B) (2,3) (C) (3,1) (D) (1,0)

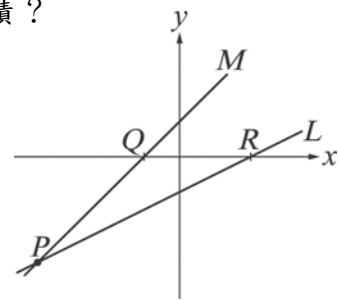


( ) 3. 若三條直線  $y=2x-4$ ， $x-3=0$ ， $-ax+2y=16$  相交於同一點，則 a 值為何？

(A) -4 (B) -3 (C) 4 (D) 3

4. 如圖  $L: y=\frac{1}{2}x-4$ ， $M: y=x+4$ ，則  $\triangle PQR$  的面積？

答案：\_\_\_\_\_



### 認知負荷量表

請在看過第四部分的教材後，試著回想自己的學習過程，並回答以下二個問題。

填答說明：請在右方的選項中，選出您真實的感受，並將對應的數字圈起來。

|                              | 非常同意 | 同意 | 還算同意 | 無意見 | 有點不同意 | 不同意 | 非常不同意 |
|------------------------------|------|----|------|-----|-------|-----|-------|
| 1. 我認為第四部分的內容在學習上很容易         | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |
| 2. 我覺得我花了很少的心力，就能學會第四部分教材的內容 | 1    | 2  | 3    | 4   | 5     | 6   | 7     |

測驗結束。請將題本回收，再次謝謝你的作答與配合。

附錄三 二元一次方程式的圖形教學活動設計表

|            |   |      |            |       |
|------------|---|------|------------|-------|
| 版本         | 部編版   | 單元名稱 | 二元一次方程式的圖形 |       |
| 設計時間       | 97 年 2 月 28 日   |      | 教學時數       | 45 分鐘 |
| 適用年級 (可複選) | 國小 <input type="checkbox"/> 一年級 <input type="checkbox"/> 二年級 <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級<br>國中 <input checked="" type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級  |      |            |       |
| 學習領域       | 數學領域  |      | 次領域        |       |
| 教學準備環境說明   | 1. 理想教學環境：<br><input type="checkbox"/> 電腦教室 <input checked="" type="checkbox"/> 班級教室 <input type="checkbox"/> 分組專科教室<br><input type="checkbox"/> 其他 _____<br>2. 理想資訊硬體設備：<br><input type="checkbox"/> 電子白板 <input checked="" type="checkbox"/> 單槍投影機 <input checked="" type="checkbox"/> 電腦<br><input type="checkbox"/> 電視 <input type="checkbox"/> 數位相機 <input type="checkbox"/> 實物投影機<br><input type="checkbox"/> 其他 _____<br>3. 教學所需特定軟體：<br><u>PowerPoint 為系統平台 (PowerPoint 2002 之後的版本)</u><br>4. 其他非資訊教具：<br>黑板、粉筆 _____ |      |            |       |
| 九年一貫領域能力指標 | 7-a-10 能由具體情境中列出二元一次方程式，並理解其解的意義。<br>7-a-11 能運用直角座標系來標定位置。<br>7-a-15 能在直角座標平面上描繪二元一次方程式的圖形。<br>7-a-17 能在直角座標平面上認識解二元一次聯立方程式的解。  |      |            |       |
| 設計理念       | 1. 教師配合簡報口語式的引導<br>2. 利用互動式按鈕呈現情境，並檢驗答案。  |      |            |       |
| 單元發展       | 由二元一次聯立方程式的學習到直線方程式的連結，為之後的線型函數打下根基。  |      |            |       |

|        |  |  |   |      |
|--------|--|--|---|------|
| 教學目標   | 1. 二元一次方程式的解與圖形意義<br>2. 二元一次方程式在坐標平面上的作圖<br>3. 二元一次方程式圖形的分類 <ul style="list-style-type: none"> <li>■ <math>ax+by=c</math></li> <li>■ <math>ax+by=0</math></li> <li>■ <math>by=c</math></li> <li>■ <math>ax=c</math></li> </ul> 4. 二元一次聯立方程式的圖形意義 |  |   |      |
| 學生前置經驗 | 1. 能由具體情境中列出二元一次方程式，並理解其解的意義。<br>2. 能運用直角座標系來標定位置。<br>3. 能由具體情境中列出二元一次聯立方程式，並能理解其解的意義。   |  |   |      |
| 教學活動   |  |  |   |      |
| 節數     | 教學流程   | 時間<br>(分)  | 教學資源運用  | 評量方式 |
| 課前準備   | 設計 PowerPoint 教學檔案展示課本相關問題討論和例題，帶領學生擷取課本內重點及完成所附之隨堂練習。利用簡報設計激發式按鈕動態呈現教材內容方式，將教材內容結構化呈現，形成學習鷹架，訓練學生能學習如何擷取課本重點。   |  | 注意事項： <ul style="list-style-type: none"> <li>● 移動滑鼠至畫面關鍵處出現小手時，即為按鈕安排之處，按下左鍵即有反應。</li> <li>● 當滑鼠為箭頭時按下左鍵或滾動輪為循序出現。</li> <li>● 當頁面左下方出現下一頁時，即準備到下一頁</li> </ul> |      |
| 引起動機   | 利用簡報設計激發式按鈕動態呈現教材內容方式，將教材內容結構化呈現，形成學習鷹架，引起學習動機。所以教師適時的提問是非常重要的。  |  |   |      |

|        |  |   |   |      |
|--------|--|---|---|------|
|        | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 發下受測題本，向受測學生說明本堂課的流程</li> <li>2. 第一部分教材教學活動</li> <li>3. 請同學翻到題本第一頁作第一部分的題目及問卷</li> <li>4. 第二部分教材教學活動</li> <li>5. 請同學翻到題本第二頁作第二部分的題目及問卷</li> <li>6. 第三部分教材教學活動</li> <li>7. 請同學翻到題本第三頁作第三部分的題目及問卷</li> <li>8. 第四部分教材教學活動</li> <li>9. 請同學翻到題本第四頁作第四部分的題目及問卷</li> <li>10. 收回題本，活動結束</li> </ol> | <p>2 分鐘</p> <p>7 分鐘</p> <p>5 分鐘</p> <p>6 分鐘</p> <p>5 分鐘</p> <p>5 分鐘</p> <p>5 分鐘</p> <p>5 分鐘</p> <p>5 分鐘</p> | <p>投影片、題本</p> <p>投影片、黑板、粉筆</p> <p>題本</p> <p>投影片、黑板、粉筆</p> <p>題本</p> <p>投影片、黑板、粉筆</p> <p>題本</p> <p>投影片、黑板、粉筆</p> <p>題本</p> | 紙筆測驗 |
| 輔助數位資料 | 自製簡報   |   |   |      |

