

國立交通大學

理學院 網路學習學程

碩士論文

星系旋轉曲線與質量分布的特性分析

The rotation curve and the mass distribution of spiral galaxies

研究生：楊青窈

指導教授：高文芳 教授

中華民國九十七年七月

星系旋轉曲線與質量分布的特性分析

The rotation curve and the mass distribution of spiral galaxies

研究生：楊青窈

Student : Ching-Yao Yang

指導教授：高文芳

Advisor : W.F. Kao

國立交通大學

理學院 網路學習學程

碩士論文



Submitted to Degree Program of E-Learning

College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Degree Program of E-Learning

July 2008

Hsinchu, Taiwan

中華民國九十七年七月

星系旋轉曲線與質量分布的特性分析

學生：楊青窈
指導教授：高文芳

國立交通大學
理學院
網路學習學程

中文摘要

由星際物質的旋轉速度可推知螺旋星系中的質量分布，和由星系中來自所有發光物質發出的光度所推算的質量有很大的落差。利用早期質量密度與旋轉速度的可解析模型，適度修正速度的邊界條件參考文獻發展出的新模型，此模型將質量密度公式轉換成一種新的形式，較易於進行電腦程式的運算與解析上的分析。文中我們利用解析模型擬合星系的旋轉曲線，再由質量密度公式推算螺旋星系的質量密度 μ ，接著從每個星系的視星等數據中計算出光度。推導所有星系的質-光比(M/L)，質-光比可以告訴我們星系中可見物質與暗物質的比例。以這些結果分析、探討星系旋轉曲線與質量分布的可能關聯，藉此探索螺旋星系中可見物質與暗物質的相關特性。

The rotation curve and the mass distribution of spiral galaxies

student : Ching-Yao Yang

Advisors : Dr. W.F. Kao

Degree Program of E-Learning

National Chiao Tung University

ABSTRACT

The mass distribution μ derived from the rotation curve is much larger than the mass distribution μ_L derived from the luminosity profile under the assumption of constant mass-to-light ratio (M/L). Analytic models of rotation curve are used to simulate a variety of spiral galaxies. As a result, we can obtain analytic result for the mass distribution function and study the pattern of the mass distribution functions of these spirals. The mass-to-light ratio is hence derived as a function of the radial distance r . These results may reveal the correlation between the nature of the dark matter and the luminous structure of the spirals.

致謝

回顧這兩年的研究歷程，真的是獲益甚多。身為在職生的我，平日當一個國小老師，結束工作後就轉換成一位學生，這樣的轉變讓我從不同的角度體驗到學習。

完成人生的第一本論文，心中除了喜悅還有無限的感謝。在論文研究時，許多給予我協助和鼓勵的人，在這裡向你們說聲謝謝。

首先，非常感謝指導教授高文芳老師這二年來的啟發與引導，他像是一位慈祥的爸爸一樣給予很大的空間進行摸索，在最重要的關鍵點提醒與協助，當我快要偏離研究主題時，恰如其分的給予指點迷津，讓我親自接觸到師者與學者的風範。

感謝專班同學們的熱情與幽默，也因為你們讓我這兩年的生活除了研究之外，還多采多姿，尤其是阿燦和Vicky，讓我在課業、工作、口試中都不會覺得很孤單。

同時，特別要感謝口試委員林貴林教授及陳永富教授，在口試時提供的意見，使我的論文更加完善與豐富。

這段期間也要感謝曾經在我徬徨的時候給我打氣的男友、朋友們以及家人，您的支持是我能順利完成論文的重要動力。在此，分享喜悅給所有幫助過我的人，感恩大家！

青窈 2008 仲夏 于交大浩然

目錄

第一章 序論.....	1
1.1 天體的觀測.....	1
1.2 星系的分類.....	1
1.3 潛藏質量(MISSING MASS)	3
第二章 理論架構.....	4
2.1 NEWTONIAN DYNAMICS模型	4
2.2 21 公分譜線與旋轉曲線量測原理	6
2.3 光度.....	7
第三章 程式及數值方法.....	9
3.1 星系的基本資料.....	9
3.2 旋轉曲線與質量密度的擬合結果.....	12
3.3 光度資料的取得.....	34
3.4 質-光比的比較.....	41
第四章 結論.....	57
參考資料.....	58
附錄.....	60



表目錄

表一	星系基本資料	9
表二	星系旋轉曲線與質量密度曲線的擬合	12
表三	3.2 節第一組(IC467、NGC1035、NGC7537、NGC2403)	23
表四	3.2 節第二組(NGC1085、NGC2815、NGC2775、NGC2841)	25
表五	3.2 節第三組(NGC300、NGC5585、NGC55)	27
表六	3.2 節第四組(WR66、NGC4682、NGC2742、NGC4062、UGC11810、NGC3198)	28
表七	3.2 節第五組(NGC801、NGC1620、NGC2708、NGC5371)	30
表八	3.2 節第六組(NGC7631、UGC4375、NGC3672)	32
表九	3.2 節第七組(NGC2998、NGC4321、NGC7083、NGC3281)	33
表十	星系視星等與光度	35
表十一	星系的M/L比值	42
表十二	3.4 節第一組(NGC701、NGC1035、NGC3067)	45
表十三	3.4 節第二組(NGC4682、NGC4062)	46
表十四	3.4 節第三組(NGC1620、NGC2403、NGC2708、IC467、NGC3198、NGC4800)	47
表十五	3.4 節第四組(NGC5033、NGC7331)	49
表十六	3.4 節第五組(NGC7537、NGC2639)	50
表十七	3.4 節第六組(NGC1087、NGC1357、NGC2998)	51
表十八	3.4 節第七組(NGC1085、NGC1325、NGC2742)	52
表十九	3.4 節第八組(NGC2775、UGC11810)	53
表二十	3.4 節第九組(NGC1353、NGC3495)	54
表二十一	旋轉曲線與質-光比皆相近的星系	55

圖目錄

圖一 哈伯的音叉圖[22]	2
圖二 DE VAUCOULEURS過渡型態的分類[22].....	2



第一章 序論

1.1 天體的觀測

西元 1609 年義大利人伽利略(Galileo Galilei)首度製造出望遠鏡，人們開始利用它來觀察天空，在觀測天空的同時，越來越多人注意到朦朧的天體，當時並不知道這些模糊的天體究竟是什麼，只是將他們記錄下來，暫時稱之為星雲(nebula)。

星雲究竟是什麼呢？大家仍有許多不同的揣測，到了二十世紀初，大部分天文學家仍舊認為宇宙中只是一個星系，也就是我們所處的銀河系(milky way galaxy)，儘管長時間以來陸續發現了許多不同的天體，但是他們依然相信這些天體都是包含在銀河系之中，只屬於銀河系的一部分，此時，人類的宇宙觀深信銀河系的邊界也就是宇宙的範圍，宇宙的大小就是銀河系的大小。在 1920 年，天文界有一個世紀大辯論主題就是針對星雲(現今的螺旋星系)在宇宙中的定位。

直到西元 1923 年，來自美國的艾德溫·哈伯(Edwin Hubble)對所謂的螺旋星雲(spiral nebula)觀測研究後提出了螺旋星雲是一個獨立星系的證據，他發現：這些模糊的天體就如同我們的銀河系一般，是由許多恆星所組成不只是雲氣聚集，此刻，螺旋星雲正名為螺旋星系(spiral galaxy)，銀河系只是宇宙中的一個部分，頓時，我們所認識的宇宙版圖突然間放大許多倍！

1.2 星系的分類

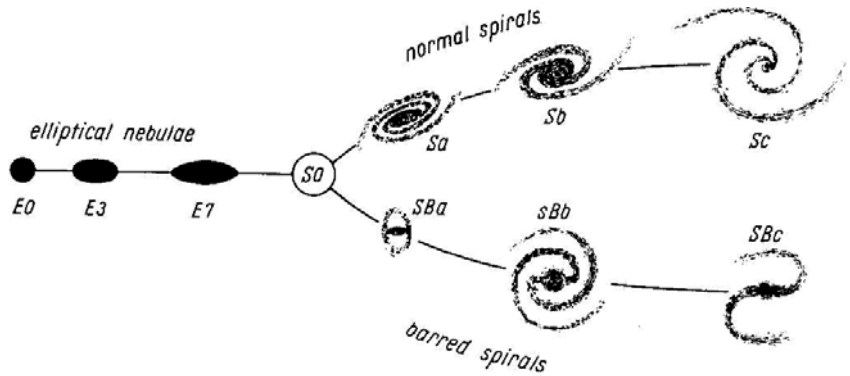
在觀測過許多的星系後，哈伯依照星系的外型(morphology)將它分類成今日所常用的哈伯音叉圖(Hubble tuning fork diagram)(圖一)。位在音叉圖(圖一)左側是由橢圓星系(elliptical nebulae)構成音叉的柄，而右側音叉的兩個分支統稱為螺旋星系，細分成典型的螺旋星系(normal spirals)和棒旋星系(barred spirals)。另外，有些型態不規則的星系我們就稱之為不規則星系(irregular galaxies)。後來再修訂將位在橢圓星系以及螺旋和棒旋星系之間的過渡帶為有透鏡狀外型的S0 星系。

星系型態的分類

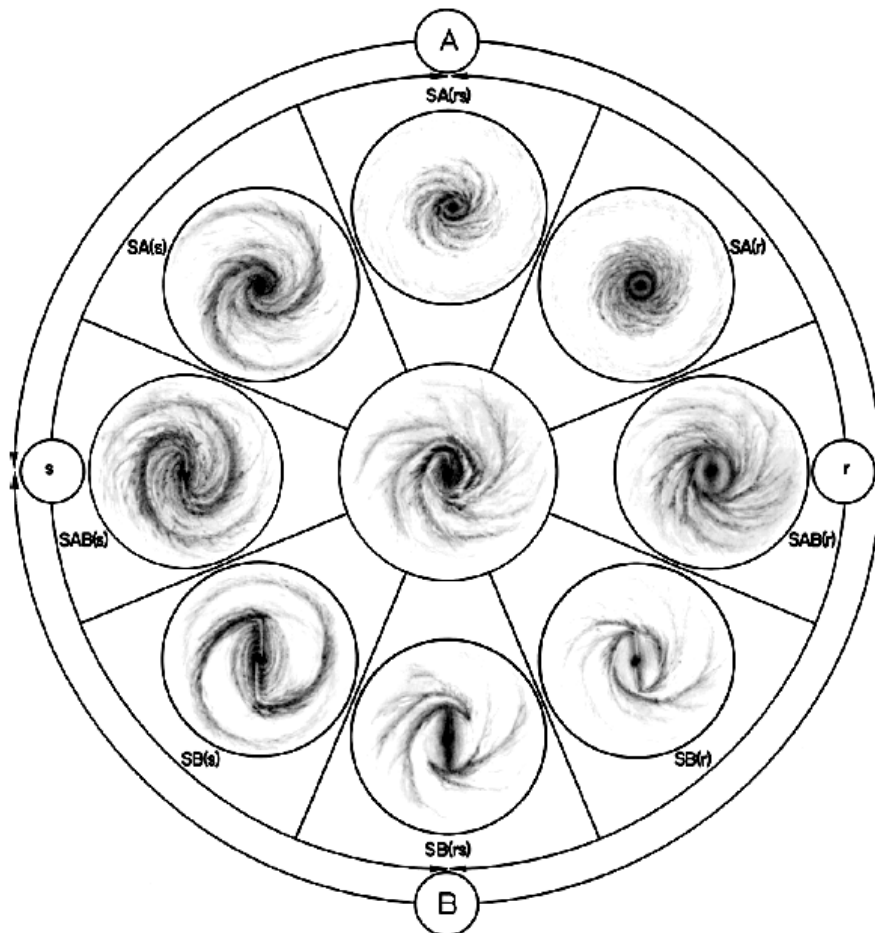
- 橢圓星系：根據星系的橢圓程度，又細分出 E0 至 E7 (圓-->橢圓)等八個等級。
- 螺旋星系：依照星系中心的螺旋臂疏密程度區分為Sa、Sb、Sc(密-->疏)。
- 棒旋星系：因星系中心為棒狀結構不像螺旋星系圓球狀的核球而命

- 名，有SBa、SBb、SBc(密-->疏)等分別。
- S0 星系：位在橢圓星系以及螺旋/棒旋星系之間的過渡帶，則是具有透鏡狀外型的 S0 星系。
- 不規則星系：此類星系呈現不規則的幾何形狀。

圖一 哈伯的音叉圖[22]



圖二 De Vaucouleurs過渡型態的分類[22]



接著在 1959 年法國天文學家 De Vaucouleurs 提出了過渡型態的分類方法(圖二)：除了明顯棒狀結構的棒旋星系 SB 與一般的螺旋星系 SA 之外，還可以分出介於兩者之間的過渡星系 SAB。而在星系中心若是有出現環圈的形狀以 S(r) 作為記號；反之若是沒有環圈形狀則以 S(s) 作為記號。在第三章我們

也將採用De Vaucouleurs的方法來分類星系的種類(type)。

1.3 潛藏質量(missing mass)

認識星系除了觀察並且分類出它的外形之外，質量也是一個非常基礎的特性。我們嘗試利用星系的亮度預測其質量，直覺的想法是根據亮度的分布情形，有多少光子被我們接收，可以利用恆星的模型回推星系從亮度測得的質量，但這個方法有一點困難的地方是我們不知是否所有的物質都會和電磁波有交互作用；另一個預測質量的方法是利用力學的知識，預期質量與重力是相互影響的，不論能否看見它都可以求得星系內部所有的質量。假設銀河系是一個廣大盤狀系統且我們一直處在銀河系內部，銀河系中所有的星體都繞著星系中心旋轉，星系中星體旋轉時向心力等於萬有引力。

$$\frac{V^2(r)}{r} = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)_{z=0}$$

其中 $\phi = \phi(r, z)$ 代表在圓柱座標系重力位能， $V(r)$ 代表星系內部各點距離中心 r 的公轉速度，可經由計算求出質量密度的分布情形。

在1970年Vera Rubin & Kent Ford發現銀河系外圍的星體公轉時量測的旋轉曲線(rotation curve)迅速攀升維持高速定值運行，也發現有許多星系呈現相似的狀況。實際經由望遠鏡觀測星系發現，這些星體由光學方法所計算出的質量不能讓螺旋星系外圍的星體維持著所觀察的公轉時量測的旋轉曲線。由於利用光學亮度所測得的質量以及力學概念所推得的質量並不符合，在星系中，利用旋轉曲線推導出來的質量遠大於由光度推導出來的質量，因此，科學家宣稱有大量我們尚未量測到的潛藏質量隱藏螺旋星系當中。本篇論文想要探討星系旋轉曲線與質量分布的可能關聯，藉此探索螺旋星系中暗物質的相關特性。

在本篇文章中，第二章將分別介紹Newtonian Dynamics模型、旋轉曲線(rotation curve)、光度(luminosity)的基本理論架構。第三章將列出各個星系根據實際觀測數據利用Newtonian Dynamics模型擬合的旋轉曲線結果，在這個模型中我們除了擬合旋轉曲線也一併模擬出質量密度分布曲線。接著，蒐集視星等觀測數據，經由轉換取得星系光度，進一步計算出各個星系質-光比。期待藉由分類相似旋轉曲線與相似質-光比的星系，觀察同一組星系它們由光學以及力學所推測出來的質量分布情形，更加了解星系的特性。

第二章 理論架構

過去 30 年，旋轉曲線推估螺旋星系中的質量分布情形，清楚發現利用旋轉曲線推導出來的質量與由光度推導出來的質量兩者不一致。為了解答螺旋星系的旋轉曲線觀測值與古典牛頓力學中所推算出來的估計值兩者的不同，天文物理學家們有著兩種不同的解釋方法。

第一種是在 1983 年由以色列物理學家Mordehai Milgrom提出的MOND理論(Modified Newtonian Dynamics)。它重建大尺度的牛頓力學模型，為了解決星系旋轉在牛頓第二運動定律所產生的誤差，即在微小加速運動上對牛頓第二運動定律($F=m \cdot a$)的修正。根據MOND理論的推演及實驗數據推論加入一個加速度臨界值

$$g_0 = 1.2 \times 10^{-8} \text{ cm s}^{-2} \quad (2.1)$$

他認為若重力場強度 g 小於臨界值，則牛頓第二運動定律($F=m \cdot a$)就必須修正為

$$F = m \times g_N = m \times \mu\left(\frac{g}{g_0}\right)g \quad (2.2)$$
$$\mu(x) = 1 \quad \text{if } |x| \gg 1$$
$$\mu(x) = x \quad \text{if } |x| \ll 1$$

第二種解釋方法是提出暗物質(dark matters)的概念，一般物質能夠透過接收它們所發射或者反射出來的電磁輻射來發現它們的存在，科學家相信目前只是尚未找出適當直接觀測暗物質方法，另一個可能是物質因為太暗所以不容易被發現，天文物理學家預測宇宙中充斥著我們尚未發現的暗物質。近年來科學家觀察對撞星系團的行為，聲稱從星系對撞的行為找出間接證據支持存在有暗物質[8]，也來越多的觀測間接證據支持暗物質的存在。

本篇論文並未使用Milgrom提出的MOND理論進行旋轉曲線的模擬，我們是將螺旋星系建構在一個廣大盤狀系統中，並假設存在於螺旋星系中的暗物質都位於這個盤面上，以這樣的前提利用Newtonian Dynamics的模型進行討論。

2.1 Newtonian Dynamics模型

旋轉曲線是指星系公轉時我們根據都卜勒效應量測到星系各點的速度，以距離星系中心 r 為 x 軸，星系中各點的速度為 y 軸繪製而成的曲線，它可以看出在星系不同的位置所測得的速度值。接下來我們將介紹本研究擬合旋轉曲線以及預測質量密度的數學模型。

利用早期質量密度與旋轉速度的可解析模型[21]，適度修正速度的邊界條件[10]發展出的新模型(Newtonian Dynamics模型)，此模型將原本的質量密度公式轉換成另外的一種形式，較易於進行電腦程式的運算與解析上的分析。於是，對於一個扁平的螺旋星系，我們假設它是一個圓盤系統。它的質

量密度公式遵守以下Fourier-Bessel轉換性質可以寫成：

$$\mu(r) = \int_0^{\infty} k dk \mu(k) J_0(kr) \quad (2.1.1)$$

$$\mu(k) = \int_0^{\infty} r dr \mu(r) J_0(kr) \quad (2.1.2)$$

其中 $J_m(x)$ 是Bessel function，其完備關係式(closure relation)為：

$$\int_0^{\infty} k dk J_m(kx) J_m(kx') = \frac{1}{x} \delta(x - x') \quad (2.1.3)$$

這個公式可以將(2.1.2)轉換成(2.1.1)。

$$\text{Green's equation: } \nabla^2 G(x) = -4\pi G \delta(r) \delta(z) \quad (2.1.4)$$

可以轉換成積分形式：

$$\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \int_0^{\infty} dk \exp[-k|z|] J_0(kr) \quad (2.1.5)$$

牛頓位能 ϕ_N 利用圓柱座標系統可以寫成：

$$\phi_N(r, z) = 2\pi G \int_0^{\infty} dk \mu(k) J_0(kr) \exp[-k|z|] \quad (2.1.6)$$

由面積密度，牛頓重力場可以寫成：

$$g_N(r) = -\partial_r \phi_N(r, z=0) = 2\pi G \int_0^{\infty} k dk \mu(k) J_1(kr) \quad (2.1.7)$$

最後我們可以得到面積密度：

$$\mu(r) = \frac{1}{2\pi G} \int_0^{\infty} dk \int_0^{\infty} dr' \partial_r [r' g_N(r')] J_0(kr) J_1(kr') \quad (2.1.8)$$

然後假設兩個合理的邊界條件， $rg_N(r)$ 在 $r \rightarrow 0$ 為零，且在 r 等於無窮大時其值不會無限大，我們可以更進一步定義函數 $H(r, r')$ ：

$$H(r, r') = \int_0^{\infty} dk J_0(kr) J_0(kr') \quad (2.1.9)$$

藉由這兩項假設與(2.1.9)可得 $\mu(r)$ ：

$$\mu(r) = \frac{1}{2\pi G} \int_0^{\infty} dr' \partial_r [r' g_N(r')] H(r, r') \quad (2.1.10)$$

在(2.1.9)中 $H(r, r')$ 可用橢圓函數 $K(x)$ 表示為：

$$H(r, r') = \frac{2}{\pi} K\left(\frac{r_{<}}{r_{>}}\right) \quad (2.1.11)$$

其中 $r_{<}$ 為 r, r' 的比較值，即 $r_{>} \equiv \max[r, r']$ 、 $r_{<} \equiv \min[r, r']$ 。

將橢圓函數定義：

$$K(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - x^2 \sin^2 \theta)^{-\frac{1}{2}} d\theta \quad (2.1.12)$$

$$E(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - x^2 \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}} d\theta \quad (2.1.13)$$

又因為 $V_N^2(r) = rg_N(r)$ ，所以我們從(2.1.10)得到質量密度公式：

$$\mu(r) = \frac{1}{2\pi G} \int_0^{\infty} \partial_r [V_N^2(r')] H(r, r') dr' \quad (2.1.14)$$

這是我們計算星系面積的基本公式，因為我們一開始取得的資訊是旋轉曲線，它代表的星系的公轉速度與半徑的關係，有了此公式後，我們可以方便的計算出星系的質量密度。

在此，我們先由面積密度公式得出牛頓速度以一個簡單的可積分模型：

$$V^2(r) = \frac{C_0^2 a}{\sqrt{r^2 + a^2}} \quad (2.1.15)$$

其中 C_0 和 a 皆為常數係數。

從(2.1.8)我們可以推出：

$$\mu(r) = \frac{1}{2\pi G} \int_0^\infty k dk \Lambda(k) J_0(kr) \quad (2.1.16)$$

在此處將 $\Lambda(k)$ 定義為：

$$\Lambda(k) = \int_0^\infty \frac{C_0^2 a}{\sqrt{r^2 + a^2}} J_1(kr) dr \quad (2.1.17)$$

為了要計算 $\Lambda(k)$ ，我們可以經由下面這個公式幫忙：

$$\int_0^\infty dk \exp[-kx] J_0(k) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad (2.1.18)$$

經過演算後，我們可以改寫成：

$$\int_0^\infty dk \exp[-kx] J_0(ka) = \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} \quad (2.1.19)$$

代入(2.1.16)可以得到：

$$\mu(r) = \frac{C_0^2}{2\pi G} \int_0^\infty dk (1 - \exp[-ak]) J_0(kr) = \frac{C_0^2}{2\pi G} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + a^2}} \right] \quad (2.1.20)$$

此處 a 、 C_0 都代表常數係數， $\mu(r)$ 代表以星系中心為0往外 r 的質量密度。

但我們由(2.1.15)發現 $V^2(r)$ 在 $r=0$ 時為一個常數 C_0^2 ，但根據觀測大部分星系在 $r=0$ 時其值為零。由此可知此公式對於某些星系不適用，因此我們對公式做以下修正：

$$V^2(r) = C_0^2 \left(\frac{a_1}{\sqrt{r^2 + a_1^2}} - \frac{a_2}{\sqrt{r^2 + a_2^2}} \right) \quad (2.1.21)$$

在(2.1.21)中，我們可以輕易的發現滿足在 $r=0$ 時 $V^2(r)$ 值為零，繼續將 $\mu(r)$ 改寫為：

$$\mu(r) = \frac{C_0^2}{2\pi G} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + a_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + a_2^2}} \right) \quad (2.1.22)$$

2.2 21 公分譜線與旋轉曲線量測原理

星系組成的主要氣體成分為氫氣和氦氣，因此天文物理學家發現可以利用測量氫原子的21公分譜線的紅位移現象來推知星系旋轉曲線。主要原理是中性氫原子的電子與氫核的自旋態變化，當電子從spin up躍遷到spin down時，也就是由高能躍遷到低能時，會發出頻率為1420.406兆赫（MHz）的光子，這就是波長為21公分的氫譜線電磁輻射。一般而言，21公分譜線在實驗室被觀察到的機率很小，但在星系懸臂當中有大量的氫，所以我們能夠測量。

接著利用都卜勒效應計算星系的旋轉曲線也就是星系的公轉速度，在都

卜勒效應中，藍位移(blue shift)代表靠近我們而來的部分，它的光譜波長縮短頻率增加；相反的，遠離我們而去的部分，其光譜波長增長頻率降低呈現紅位移(red shift)。公式如下：

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\frac{1 + \frac{v_{\text{平行}}}{c}}{1 - \frac{v_{\text{平行}}}{c}}} - 1 \quad (2.2.1)$$

其中相對速度在視線方向上的投影為 $v_{\text{平行}}$ ，原波長為 λ ， $\Delta\lambda$ 代表觀測到的波長減去原來的波長，光速 c ，都卜勒紅位移 z 。通過對氫 21 公分譜線強度的觀測，計算它的都卜勒位移(2.2.1)求出 $v_{\text{平行}}$ 後，扣掉其他方向速度，轉換成沿星系盤面切線方向速度，即是我們看到星系氣體的旋轉曲線，它可描繪出星系的結構，因此是探索星系有力的工具。

2.3 光度

光度 L (luminosity) 是指一個天體單位時間內所發出的總輻射能，這個量無法直接測定，在地球上能直接測定的是它的亮度 B (brightness)。我們若將一個點光源置於空球殼的中心，設它的光度 L 均勻的朝向四面八方，當球殼的表面積增加時，光源到表面積的距離稱為 r ，通過球殼的總輻射能也就是光度不變，而測量到的亮度 B 卻隨之下降。光度 L 代表天體單位時間內的發光能量，它是一個不受距離影響的定值，例如同一顆燈泡，在遠一點的地方看起來比較暗，近一點看起來比較亮，所以亮度 B 則會隨著距離的不同而與距離 r 的平方成反比，光度 L 不變。它們兩者的關係式如下：

$$B = \frac{L}{4\pi r^2} \quad (2.3.1)$$

星等系統這個概念起源於希臘的天文學家 Hipparchus，他依照目測亮度作分類，以肉眼可以看到的星點分作 6 等，其中 1 等星最亮，6 等星最暗。到了 19 世紀由英國的天文學家 Pogson 將人眼感觀標準公式化。

$$m_0 - m_1 = -2.5 \log_{10} \left(\frac{B_0}{B_1} \right) \quad (2.3.2)$$

視星等 m 和亮度 B 關係(2.3.2)，利用(2.3.1)將亮度 B 換算一下，因為有些天體離我們遠，有些天體離我們比較近，所以我們看到的亮光程度並不是該天體真正的亮光程度，因此假設該天體在 10 秒差距(pc)時的是星等稱為絕對星等 M ，把不同的天體放在同樣的距離比較它的亮與暗，其實就是在比較它的光度。則(2.3.2)可以改寫為

$$m - M = 2.5 \log_{10} \left(\frac{r^2}{10^2} \right) \quad (2.3.3)$$

再將它簡化成

$$m - M = 5 \log_{10} r - 5 \quad (2.3.4)$$

其中 r 代表光源到表面積距離的單位為秒差距(pc)。由(2.3.4)發現 $m - M$ 只和距離有關，因此它被稱為距離模數(distance modulus)，有時拿它來算出天體與我們的距離。

絕對星等實際上與距離已沒有關係，就如同光度一般，所以由(2.3.1)

和(2.3.2)可以看出絕對星等與光度間的關係為

$$M - M_0 = 2.5 \log_{10} \left(\frac{L_0}{L} \right) \quad (2.3.5)$$

除了上式表示法，我們也可以將絕對星等與光度表式成

$$M_{sun} - M = 2.5 \log_{10} \left(\frac{L}{L_{sun}} \right) \quad (2.3.6)$$

在測量的時候，我們只會挑某個區段的光譜來量測，通常我們稱為某個band，事實上我們要測量的天體在全域的光譜都會發亮，所以我們測量某段光譜並將它推展到全部的一個估計值稱為band這個常數。本篇論文計算的星系都是r-band這個區段下測量的，太陽在r-band發光強度[11]為 $M_{sun}=4.83$ ，(2.3.6)代表將的L值換成太陽光度 L_{sun} 的單位。因此若是一個星系經由測量得知亮度，由亮度便可計算得知絕對星等，爾後就可以由(2.3.6)知道該星系的光度L了。

將(2.3.6)化簡如下

$$L = 2.512^{4.83 - M} \quad (2.3.7)$$



第三章 程式及數值方法

3.1 星系的基本資料

這個章節我們介紹數個本研究將擬合的星系，為了比較時的統一，星系的種類我們參考NASA/IPAC extragalactic database[23]的資料。下表(表一)列出各個星系觀測時所使用的望遠鏡、觀測的時間以及星系基本資料的介紹，其中包含種類(Type)、方位角(Position angle)、傾斜角(Inclination)、距離(Distance)、赤經座標(RA)、赤緯座標(DEC)與 3.2 節擬合星系旋轉曲線的原始資料來源。

表一 星系基本資料

Name	Type	Position angle ($^{\circ}$)	Inclination ($^{\circ}$)	Distance (Mpc)	RA (h m s)	DEC ($^{\circ}$ ' ")		Ref.
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		(8)
NGC 7631 (UGC12539)	SA(r)b	76	66	81.2	23 18 55	7 56 38	Peg I Cluster	[1]
DC 24 (WR106 IC4771)	SBC	175	50	87.1	18 48 24.4	-63 14 54	DC 1842-63 Cluster	[1]
UGC 4375	SABc	0	50	39.3	8 23 06 ^b	22 39 0 ^b	Probable Foreground Galaxy	[1]
UGC 12498 (IC5309)	Sb	24	69	81.2	23 16 39	7 50 00	Peg I Cluster	[1]
WR 66 (F51)	SBb	156	65	87.1			DC 1842-63 Cluster	[1]
4m telescope plus RC spectrographs at Kitt Peak and Cerro Tololo Observatories in 1981 and 1982								
NGC 701	SB(rs)c	43	61	36.5	1 51 3.8	-9 42 8		[2]
NGC 801	Sc	150 49	86	119	2 3 45 ^b	38 15 33.2 ^b		[2]
NGC 1035	SA(s)c	138 60	71	24.5	2 39 28.9	-8 7 58		[2]
NGC 1087	SAB(rs)c	1	50	30.5	2 46 24	-0 30 0		[2]
NGC 2742	SA(s)c	88 178	58	27.3	9 7 33.6	60 28 47		[2]
NGC 2998	SAB(rs)c	53 143	62	95.6	9 48 43.6	44 4 50		[2]
NGC 3495	Scd(f)	20 110	78	19	11 1 16.2	3 37 44		[2]
NGC 3672	SA(s)c	8 98	70	33.1	11 25 2.5	-9 47 43		[2]

NGC 4062	SA(s)c	104	64	14.8	12 4 3.8 ^b	31 53 43 ^b		[2]
NGC 4321	SAB(s)bc	110 140 35	35	20	12 22 54	15 49 0		[2]
NGC 4682	SAB(s)cd	87	57	43	12 47 15.5	-10 3 47		[2]
IC 467	SAB(s)c	72	67	44.3	7 30 17.6	79 52 21		[2]
UGC 3691	SAcd	65	65	41.5	7 8 0 ^b	15 10 0 ^b		[2]
4m telescope plus RC spectrographs at Kitt Peak and Cerro Tololo Observatories								
NGC 1085	SA(s)bc	6 15 105	38.7	136	2 46 25.3	3 36 26		[3]
NGC 1325	SA(s)bc	76	66	81.2	3 24 25.6	-21 32 38		[3]
NGC 1353	SA(rs)bc	138	65	30	3 32 3.1	-20 49 4		[3]
NGC 1515	SAB(s)bc	14	81	19.1	4 4 2.9	-54 6 10		[3]
NGC 1620	SAB(rs)bc	25 115	69	68.4	4 36 37.2	-0 8 38		[3]
NGC 2708	SAB(s)b	28 118	61	35.5	8 56 8	-3 21 36		[3]
NGC 2815	SB(r)b	13	72	45.5	9 16 19.5	-23 38 4		[3]
NGC 3054	SAB(r)bc	22 112	50	43.1	9 54 28.9	-25 42 10		[3]
NGC 3067	SAB(r)ab	100 105	68	28.3	9 58 21.3	32 22 12		[3]
NGC 3223	SA(r)bc	40 310	52	52.4	10 21 35.3	-34 16 2		[3]
NGC 4448	SB(r)ab	93.9	69	19	12 28 15.2	28 37 16		[3]
NGC 4800	SA(rs)b	24.8	53	19.5	12 54 37.7	46 31 51		[3]
NGC 7083	SAB(rs)c	14 102	51	59.6	21 35 45.4	-63 54 17		[3]
NGC 7537	SAbc	78.9	79	57.3	23 14 34.7	4 29 54		[3]
NGC 7606	SA(s)b	63 150	66	47.5	23 19 6	-8 29 0		[3]
UGC 11810	SAB(r)bc	175	74	98.3	21 46 54 ^b	1 42 0 ^b		[3]
UGC 12810	SAB(r)bc	55	70	165	23 51 12 ^b	1 3 0 ^b		[3]
4m telescope plus RC spectrographs at Kitt Peak and Cerro Tololo Observatories, and Las Campanas 100 inch								
NGC 1024	SA(r)ab	149 155	68	71.7	2 39 11.8	10 50 49		[4]
NGC 1357	SA(s)ab	85	45	39.3	3 33 17	-13 39 49		[4]
NGC 2639	SA(r)a	135 140	65	66.5	8 43 37.4	50 12 20		[4]
NGC 2775	SA(r)ab	154.9	44	24.3	9 10 20.1	7 2 15		[4]
NGC 2844	SA(r)a	12.8	74	29.8	9 21 48.2	40 9 5		[4]
NGC 3281	SA(r)a	46 136 138	69	62.3	10 31 52.2	-34 51 12		[4]
4m telescope plus RC spectrographs at Kitt Peak and Cerro Tololo Observatories, and 2.5m telescope on Las Campanas								
UGC 2259	SB(s)dm*	155	43	7.33 ^a	2 44 47.61	37 19 52.3		[5]
Westerbork Synthesis Radio Telescope (WSRT) and optically with the 1.6m telescope of L'Observatoire du Mont Megantic								
NGC 300	SA(s)d*	105.6	42.3	1.8	0 52 31	-37 57 24		[6]

VLA in February 1987 and June 1988							
NGC 5585	SAB(s)d*	40	53	6.2°	14 18 30	56 56 0	[7]
1.6m telescope of L'Observatoire du Mont Megantic(OMM) in Quebec in 1987							
NGC 2574	SB(rs)ab	52	75	3	10 28 21.2	68 24 43	[8]
NGC 3109	SB(s)m*	93	75	1.36	10 3 6.6 ^b	-26 9 32 ^b	[8]
3.6m CFHT(Canada-France-Hawaii Telescope) in February 1994							
NGC 5585	SAB(s)d*	99	53	6.2°	14 19 48.1	56 43 44	[9]
3.6m CFHT(Canada-France-Hawaii Telescope) in February 1994							
NGC 7793	SA(s)d*	99.3	53.7	3.38	23 55 15.2	-32 52 10	[10]
VLA in October 1985							
NGC 55	SB(s)m*		78.6	1.6	0 12 24	-39 28 0	[11]
VLA in June 1988							
NGC 247	SAB(s)d*	171.1	75.4	2.53	0 44 40	-21 2 12	[12]
VLA in July 1985							
DDO 154	IB(s)m* IV-V	32.6~43.2	57.4	4	12 51 39.6	27 25 30	Dwarf Galaxy [13]
VLA in November 1985							
DDO 170	Im*	-55.6	84	14.6	13 13 30	25 42 0	Dwarf Galaxy [14]
VLA in November 1986							
NGC 2403	SAB(s)cd	122.5	60.2	3.25°	7 32 0.7	65 42 43	[15]
NGC 2841	SA(r)b	155	71~80	9.5°	9 18 35.8	51 11 27	[15]
NGC 2903	SB(s)d*	217	60~70	6.4°	9 29 20.3	21 43 21	[15]
NGC 3198	SB(rs)c	216	71.5	9.4°	10 16 51.3	45 48 03	[15]
NGC 5033	SA(s)c	342	66.4	11.9°	13 11 9.6	36 51 42	[15]
NGC 5371	SAB(rs)bc	11.7	52.9	34.8°	13 53 33.1	40 42 18	[15]
NGC 6503	SA(s)cd*	-59.4	73.8	5.9°	17 49 57.4	70 9 23	[15]
NGC 7331	SA(s)b	168	74.8	14.9°	22 34 46.4	34 9 23	[15]
Westerbork Synthesis Radio Telescope(WSRT) in 1982 and 1984							

Col. (2)-Type. *特殊星系標示:Sm(代表在螺旋與Irr之間的星系), Im(麥哲倫星系), Sd(Sc之外的星系), Sdm(介於Sd與Im之間的星系). 資料取自 <http://nedwww.ipac.caltech.edu/index.html>

Col. (3)-觀測時的方位角。

Col. (5)-估計距離時使用 $H_0=50\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ 。 ^a $H_0=100\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ 。

^c $H_0=75\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ 。

Col. (6)-(1950), ^b(J2000.0)。

Col. (7)-(1950), ^b(J2000.0)。

Col. (8)- 旋轉曲線擬合的原始資料來源:[1]Rubin, Ford et al. 1988、[2]Rubin, Thonnard et al. 1980、[3]Rubin, Thonnard et al. 1982、[4]Rubin, Burstein et al. 1985、[5]Carignan, Sancisi et al. 1988、[6]Puche, Carignan et al. 1990、[7]Cote, Carignan et al. 1991、

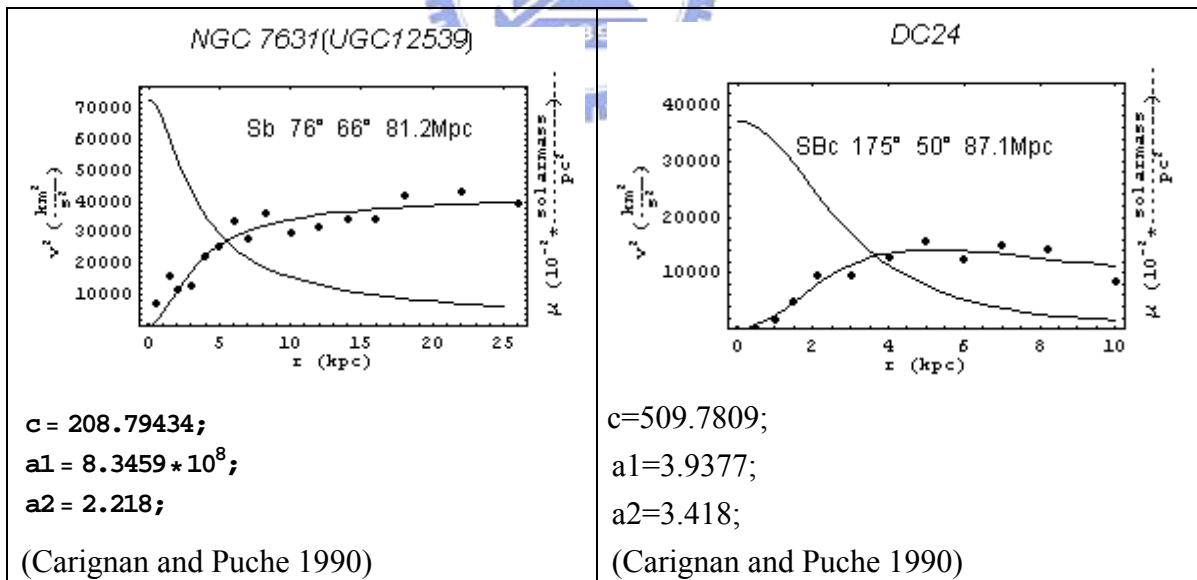
[8]Blais-Ouellette, Amram et al. 2001、[9]Blais-Ouellette, Carignan et al. 1999、[10]Carignan and Puche 1990、[11]Puche, Carignan et al. 1991、[12]C Carignan 1990、[13]C Carignan 1989、[14]Lake, Schommer et al. 1990、[15]Begeman 1987。

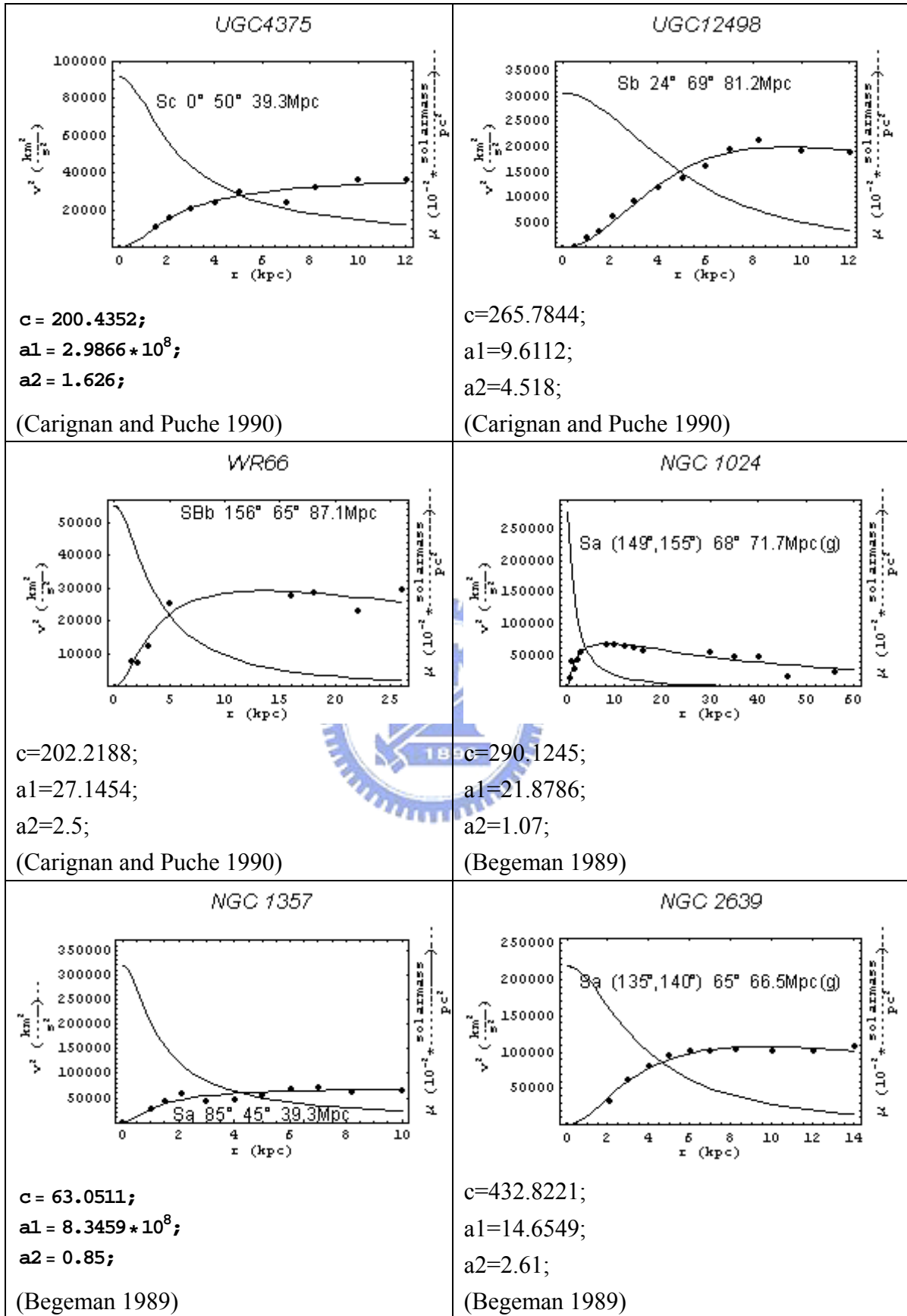
3.2 旋轉曲線與質量密度的擬合結果

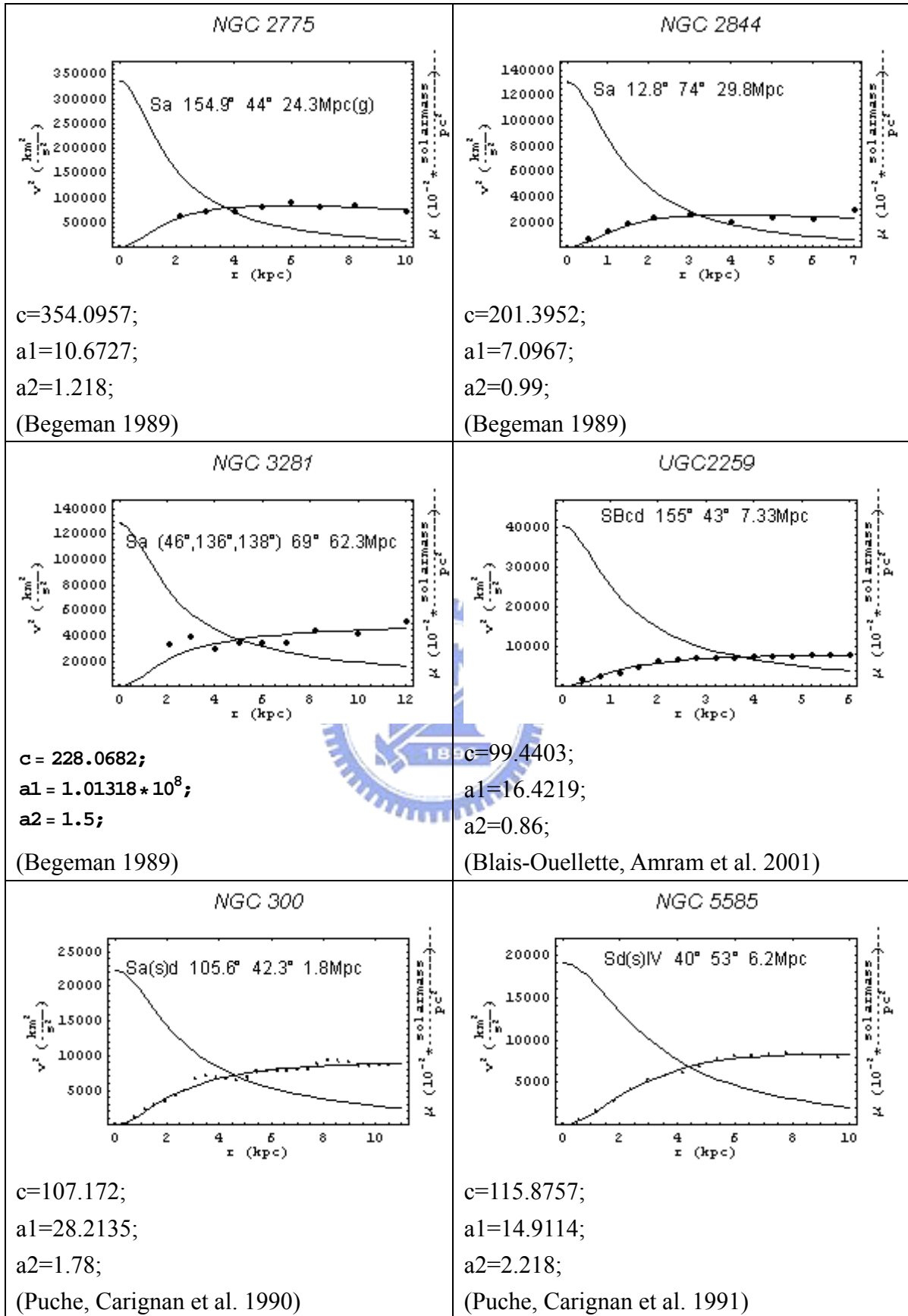
本研究藉由擬合(2.1.21)速度公式時所得到的常數係數 a_1 、 a_2 、 C ，再將這些係數代入(2.1.22)質量密度公式，利用mathematica軟體擬合出表二的圖形，擬合結果圖上的四組數字依序為星系種類(type)、方位角(position angle)、傾斜角(inclination)以及距離(distance)。

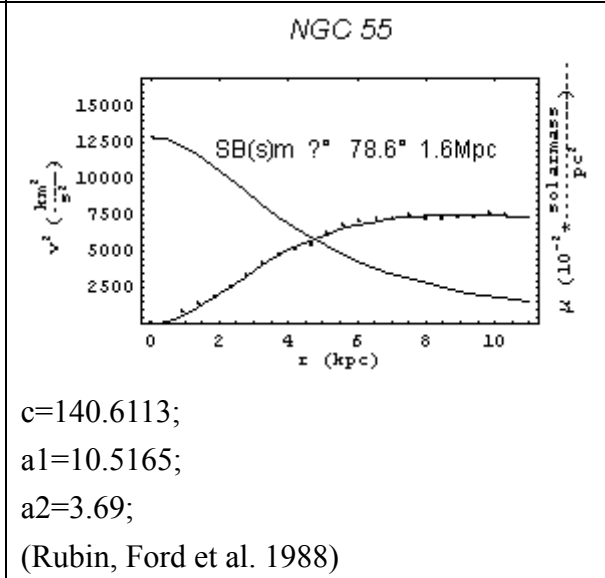
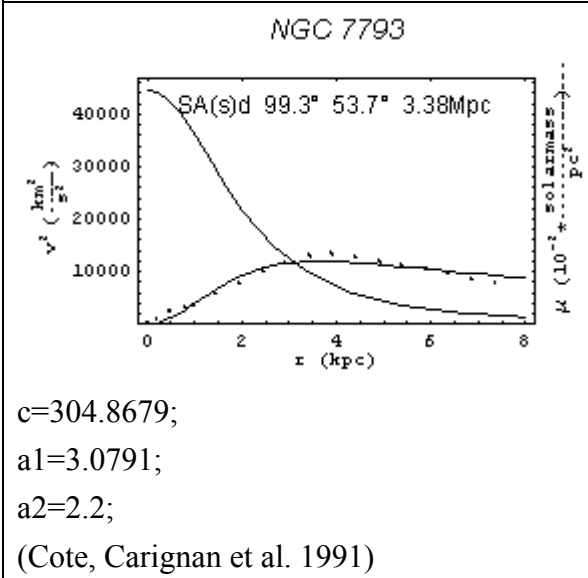
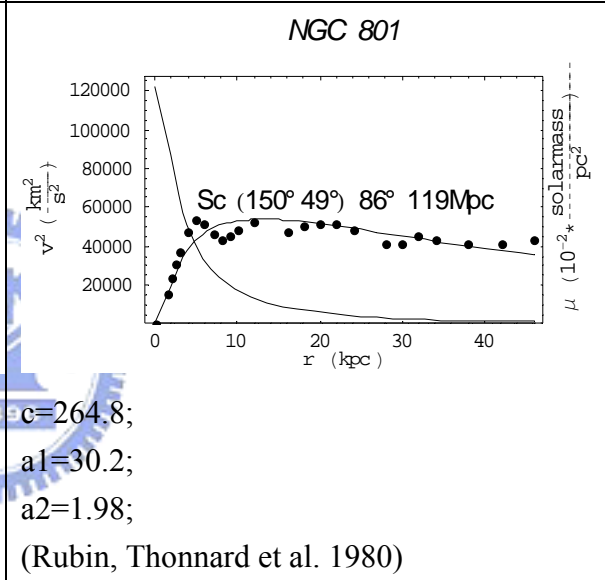
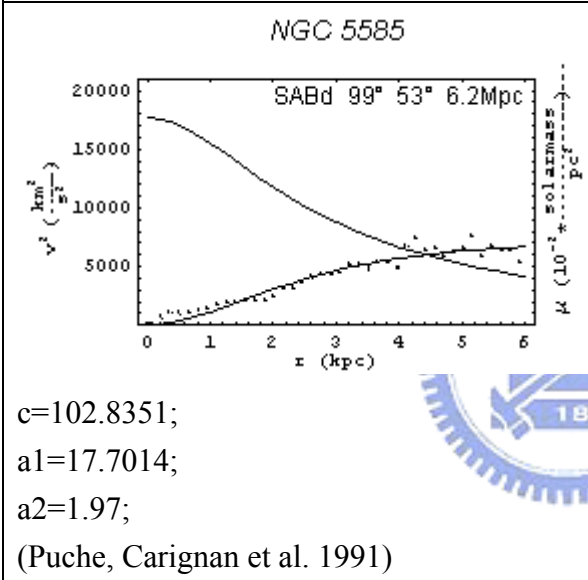
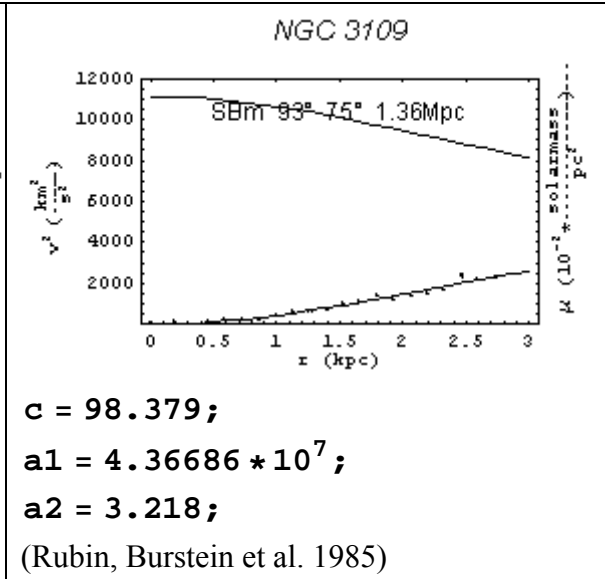
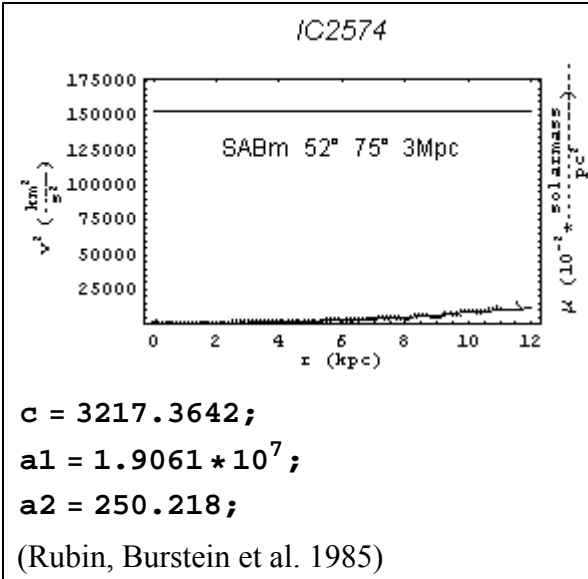
表二列出各個星系擬合的結果，圓點代表期刊發表的旋轉曲線實際觀測數據，靠近圓點的實線代表利用(2.1.21)擬合出來的結果，橫軸是星體到星系中心的距離，單位為千秒差距(kpc)，縱軸為速度的平方，單位為 $(\frac{km^2}{s^2})$ 。另一條左上右下的實線是質量密度曲線，縱軸為質量密度 μ ，橫軸依舊是星體到星系中心的距離，單位是千秒差距(kpc)，為了能夠共同繪製在同一張圖表中，將單位定為 $(10^{-2} \frac{solar\ mass}{pc^2})$ 。

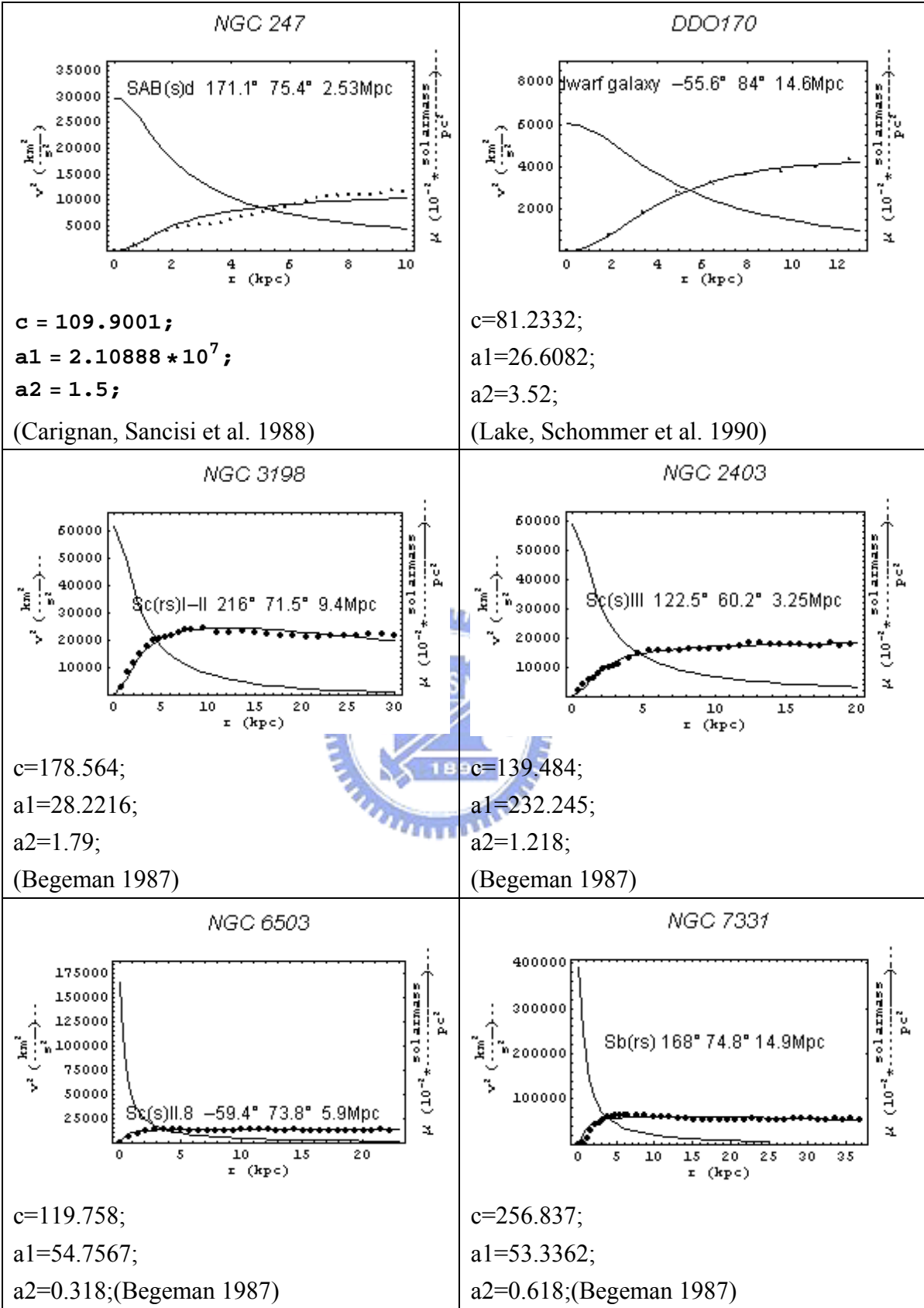
表二 星系旋轉曲線與質量密度曲線的擬合

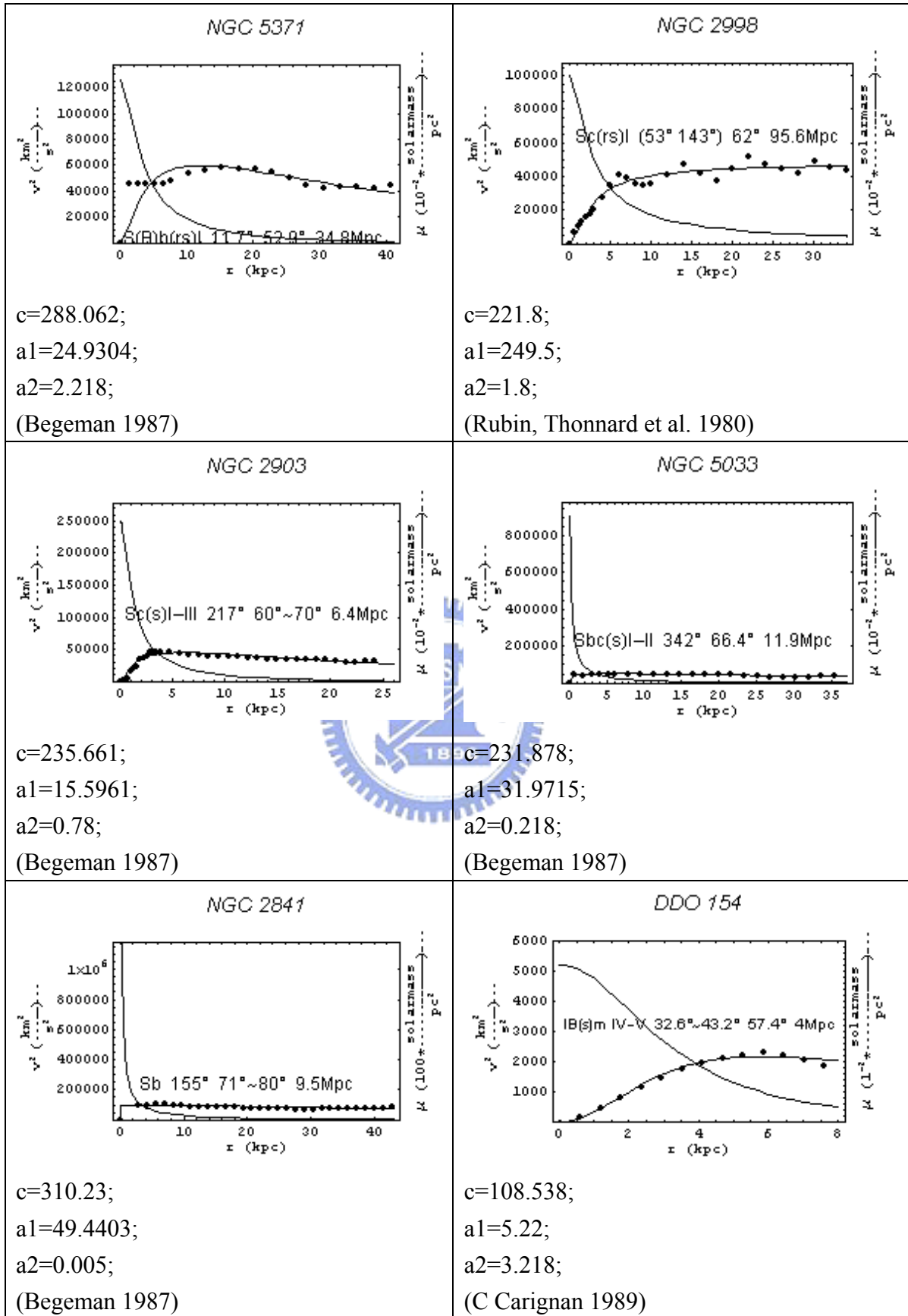


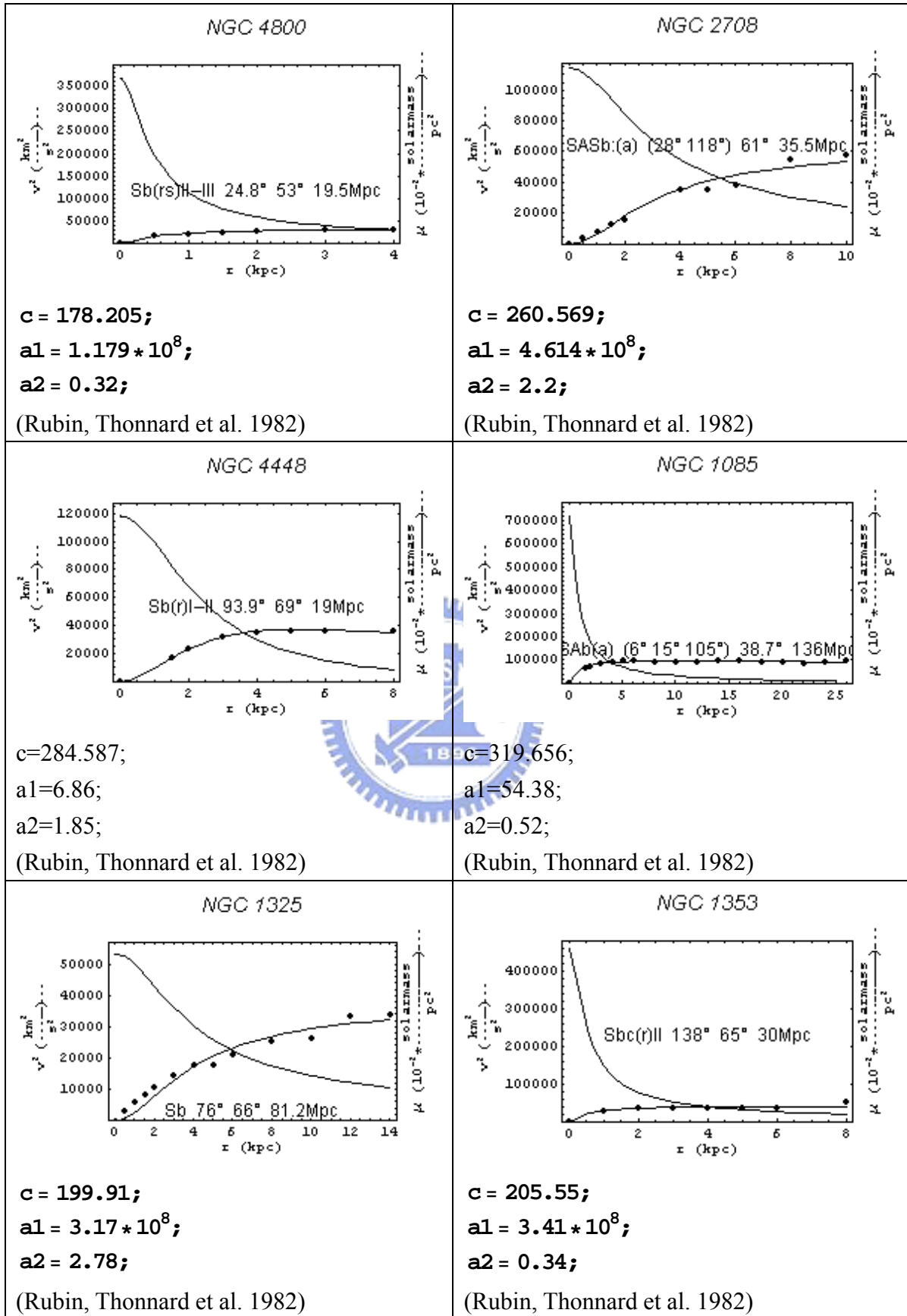


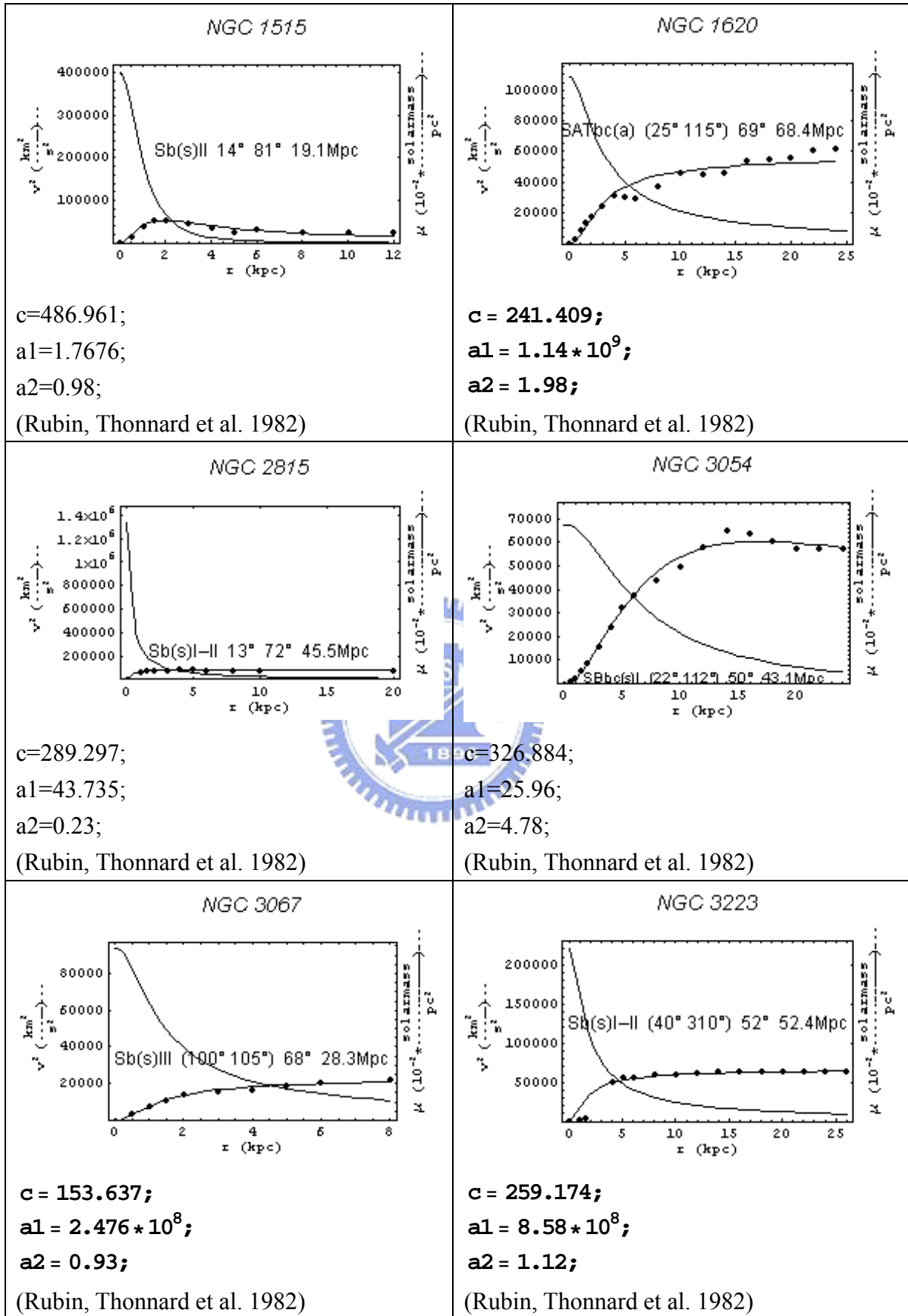


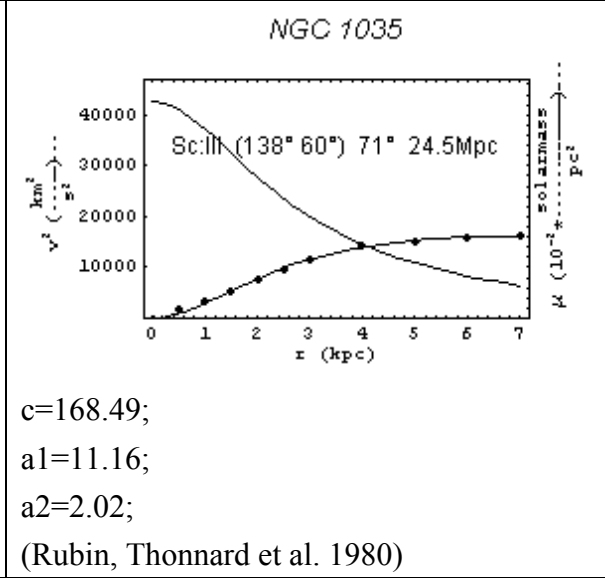
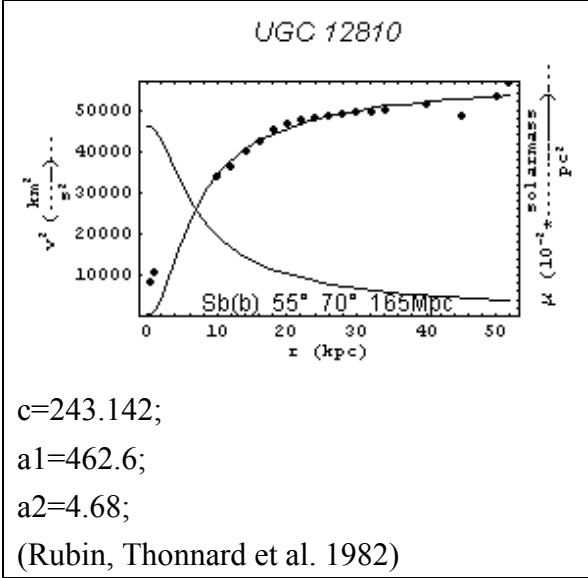
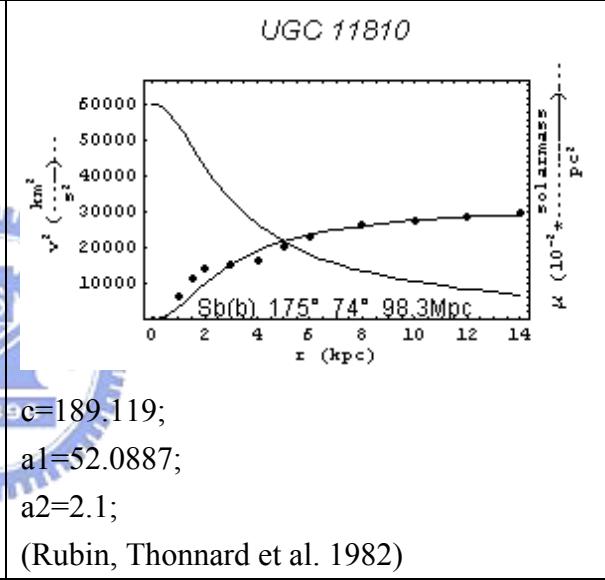
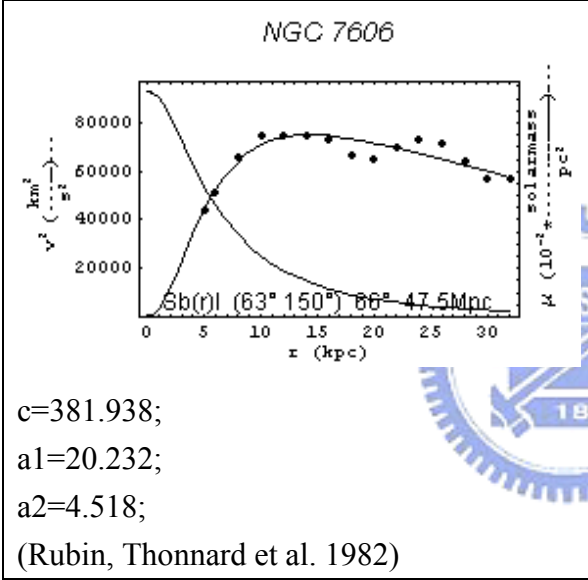
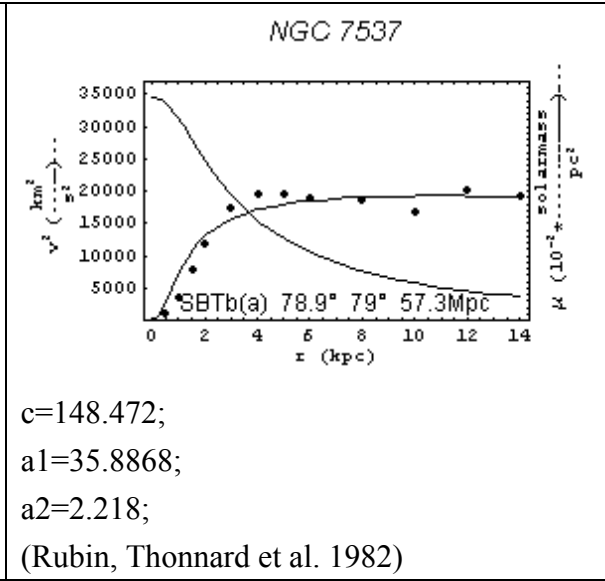
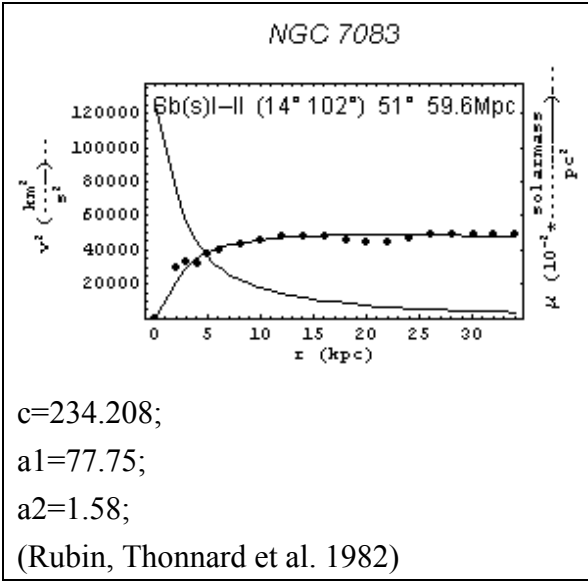


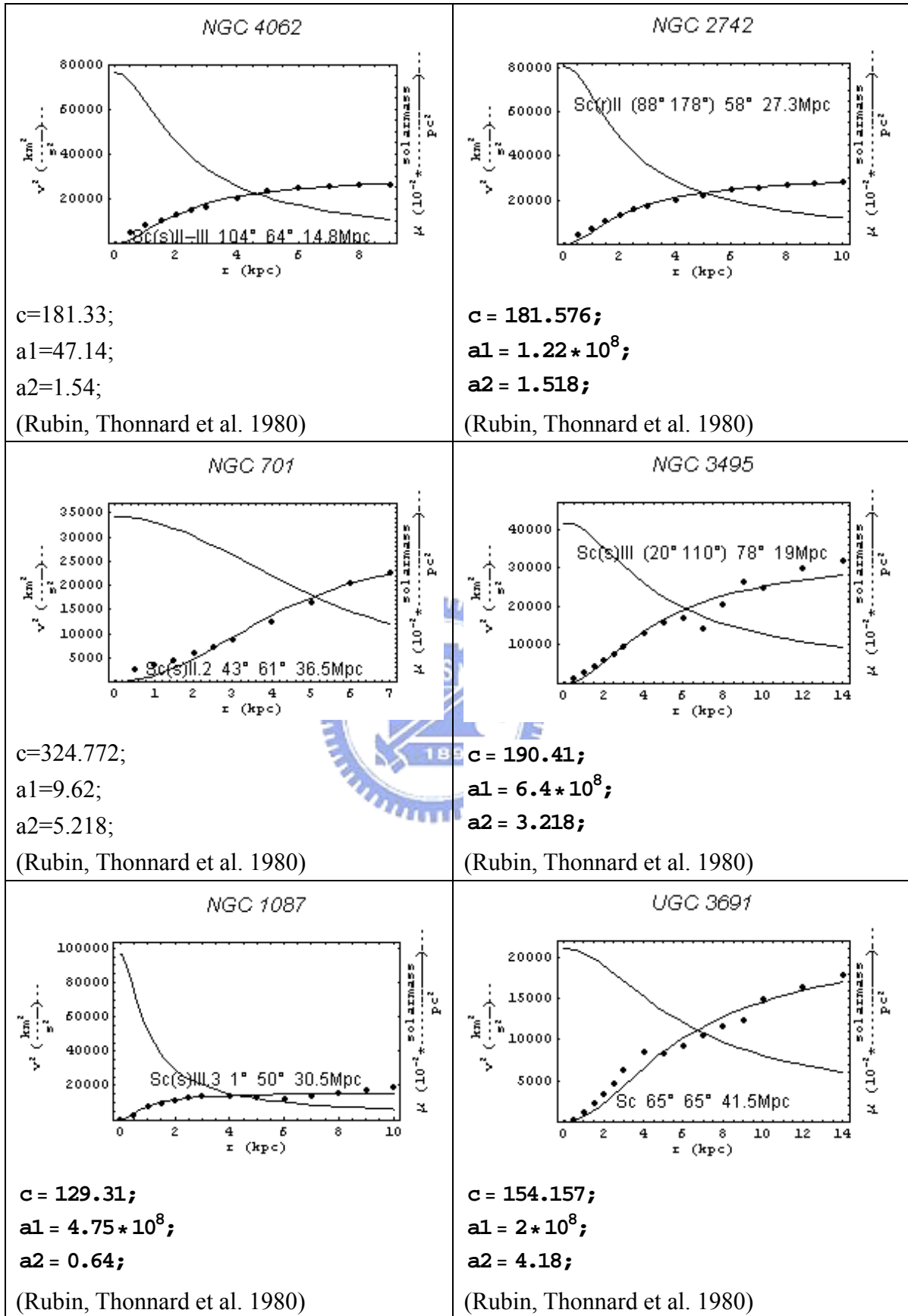


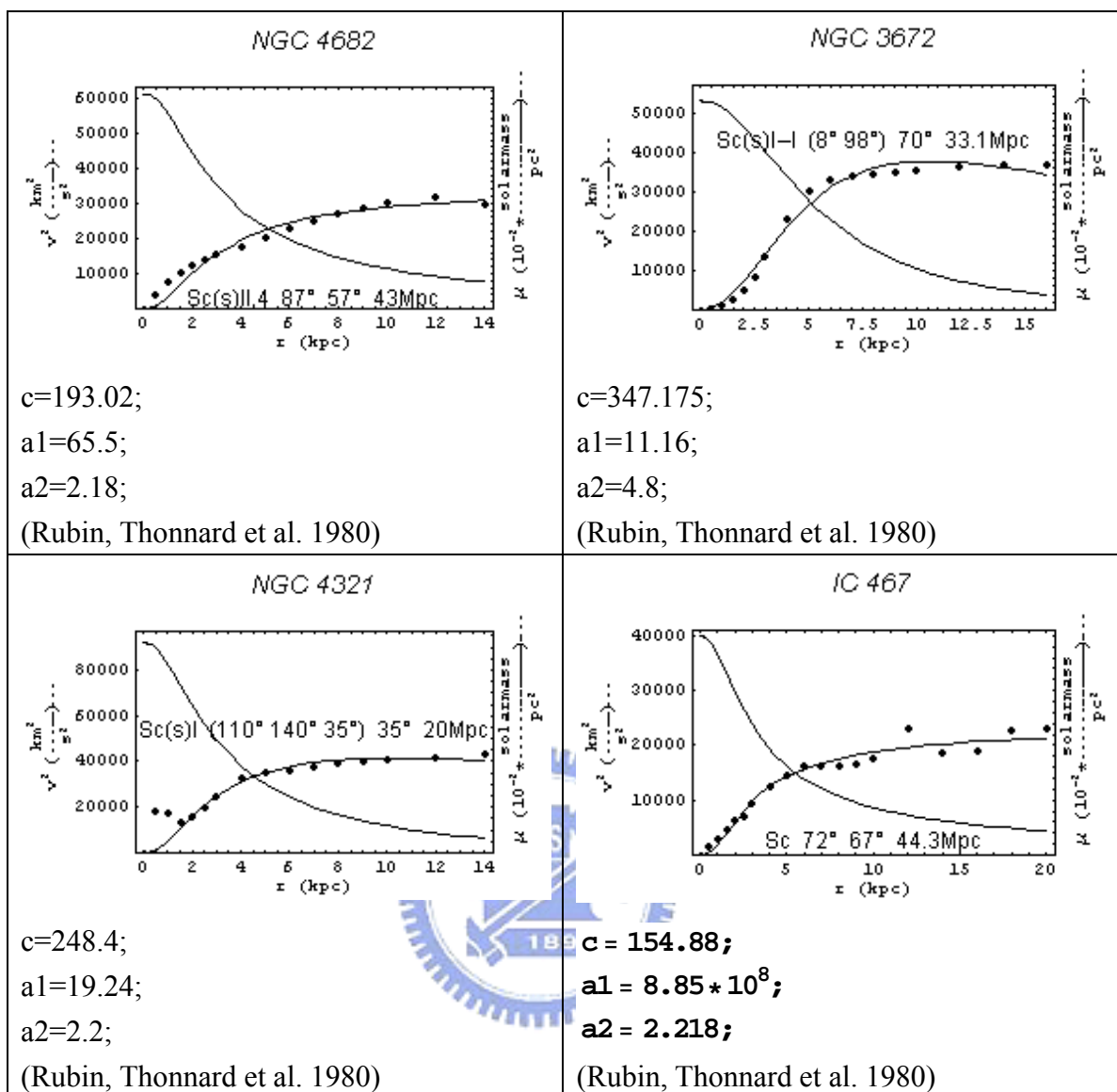












表二是將同一個星系的旋轉曲線與質量密度曲線繪製在同一圖之結果。為了看出具有相似旋轉曲線的星系同時有哪些特性，接下來我們利用表二的結果，將旋轉曲線相近的星系合併在同一張旋轉曲線圖中比較。

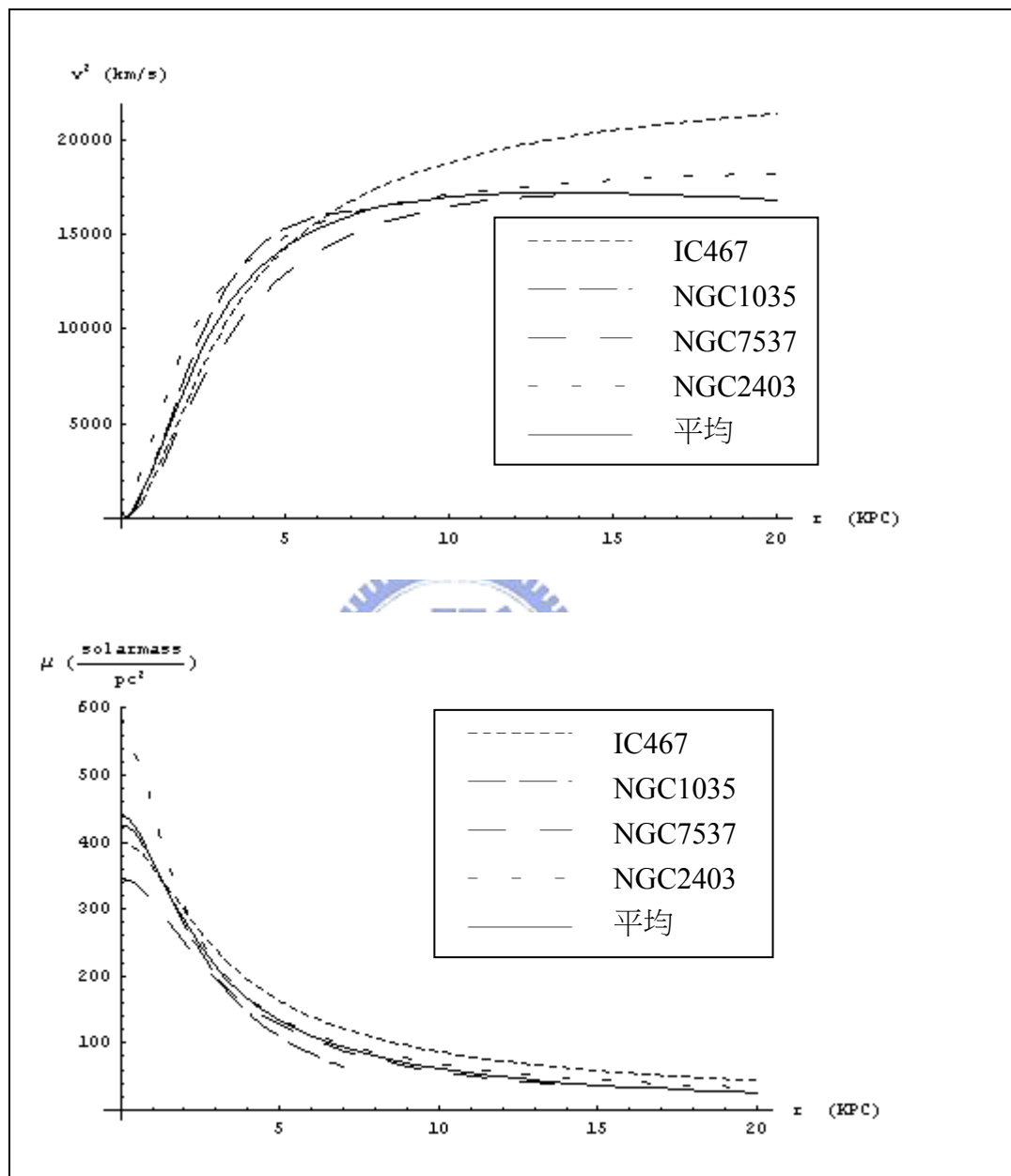
先定義相似旋轉曲線：我們把旋轉曲線與組平均相差小於 15% 的星系視為同一組。由於每一組各個星系半徑不盡相同，計算旋轉曲線組平均時，先將各個星系的半徑延伸到最大半徑再求出每一組的平均。計算與組平均的誤差時，則以實際的半徑大小為範圍進行計算，若是此星系與組平均相差大於 15% 便將它刪除，再重新計算組平均，直到該組所有星系與組平均相差皆小於 15%，才將它們視為相近的星系進行接續的比較。

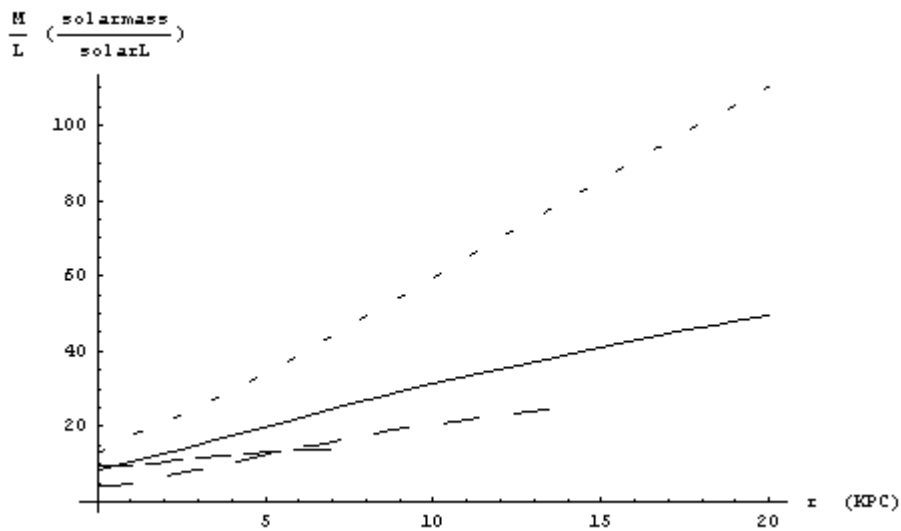
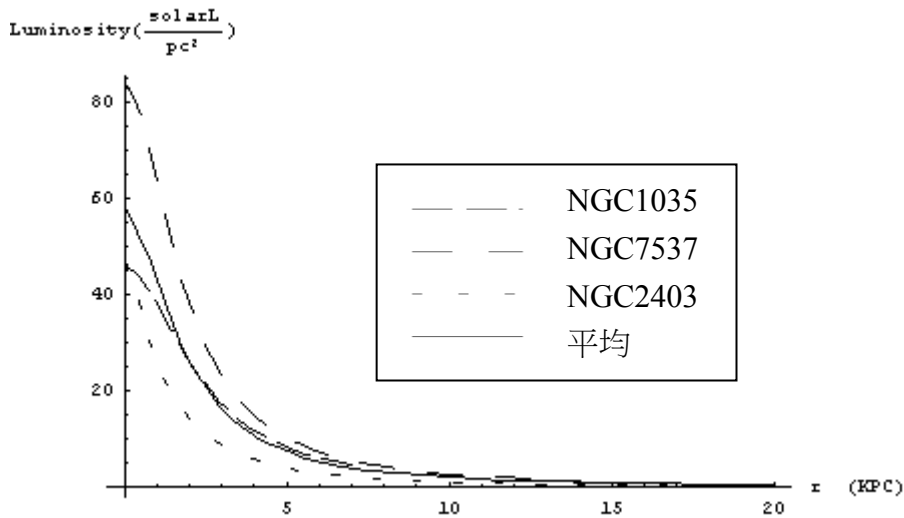
分別將同組星系在 3.1 節的基本資料例如：種類(Type)、方位角(Position angle)、傾斜角(Inclination)、距離(Distance)、赤經座標(RA)及赤緯座標(DEC)等與本節計算的質量密度曲線、3.3 節計算的光度曲線以及 3.4 節中計算質-光比等相關資料擺在同一圖表中進行比較，並將它們命名為 3.2 節第一組至 3.2 節第七組(表三至表九)。

光度以及質-光比都需要由視星等換算而來的，但是在尋找這些星系的視星等相關數據時發現許多文獻都未將視星等的相關數據陳列出來。直接將

質-光比視為一個特性並公布其值。因此，在下列的分析過程中並未全部有光度與質-光比的結果，僅有 3.2 節第一、二、四、五組的星系有光度與質-光比的數據，先在此說明。

表三 3.2 節第一組(IC467、NGC1035、NGC7537、NGC2403)

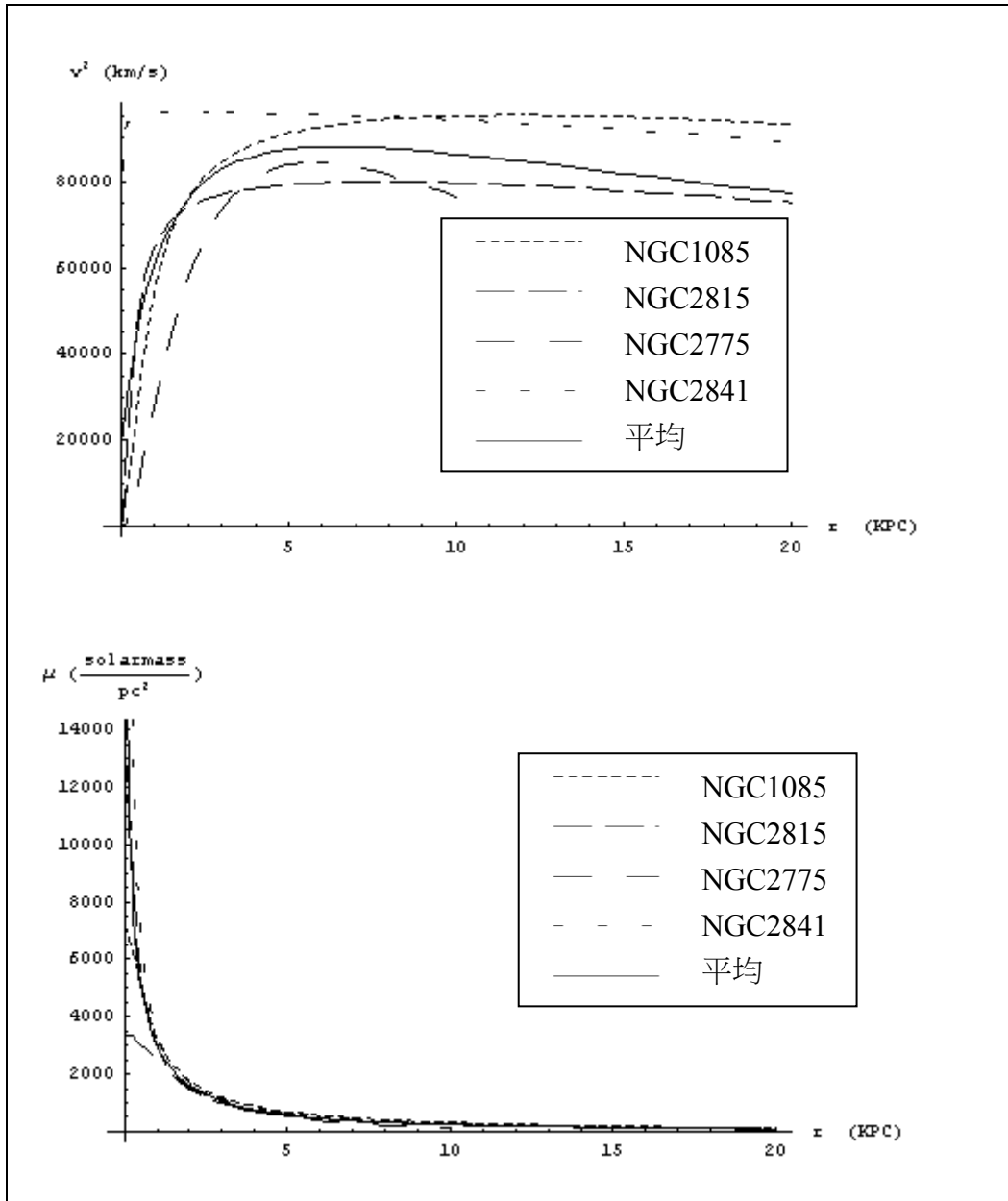


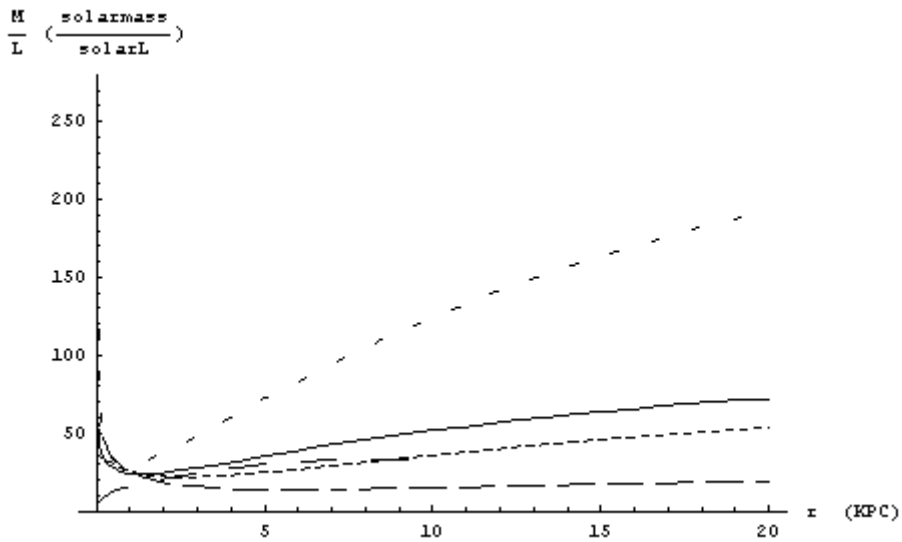
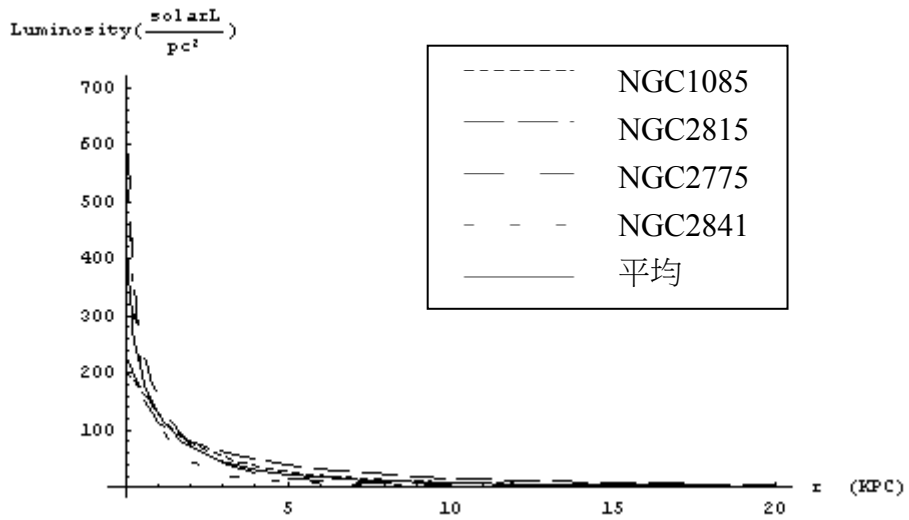


Name	Type	Position angle ($^{\circ}$)	Inclination ($^{\circ}$)	Distance (Mpc)	RA (h m s)	DEC ($^{\circ}$ ' ")	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
IC 467	SAB(s)c	72	67	44.3	7 30 17.6	79 52 21	
NGC 1035	SA(s)c	138.60	71	24.5	2 39 28.9	-8 7 58	
NGC 7537	SAbc	78.9	79	57.3	23 14 34.7	4 29 54	
NGC 2403	SAB(s)cd	122.5	60.2	3.25 $^{\circ}$	7 32 0.7	65 42 43	
星系	旋轉曲線與平均 的誤差值	質量密度分布與 平均的誤差值		光度曲線與平均 的誤差值		質-光比曲線與平 均的誤差值	
IC467	14%	40%					
NGC1035	5%	12%		8%		27%	
NGC7537	8%	7%		35%		37%	

NGC2403	8%	13%	45%	90%
---------	----	-----	-----	-----

表 四 3.2 節第二組(NGC1085、NGC2815、NGC2775、NGC2841)

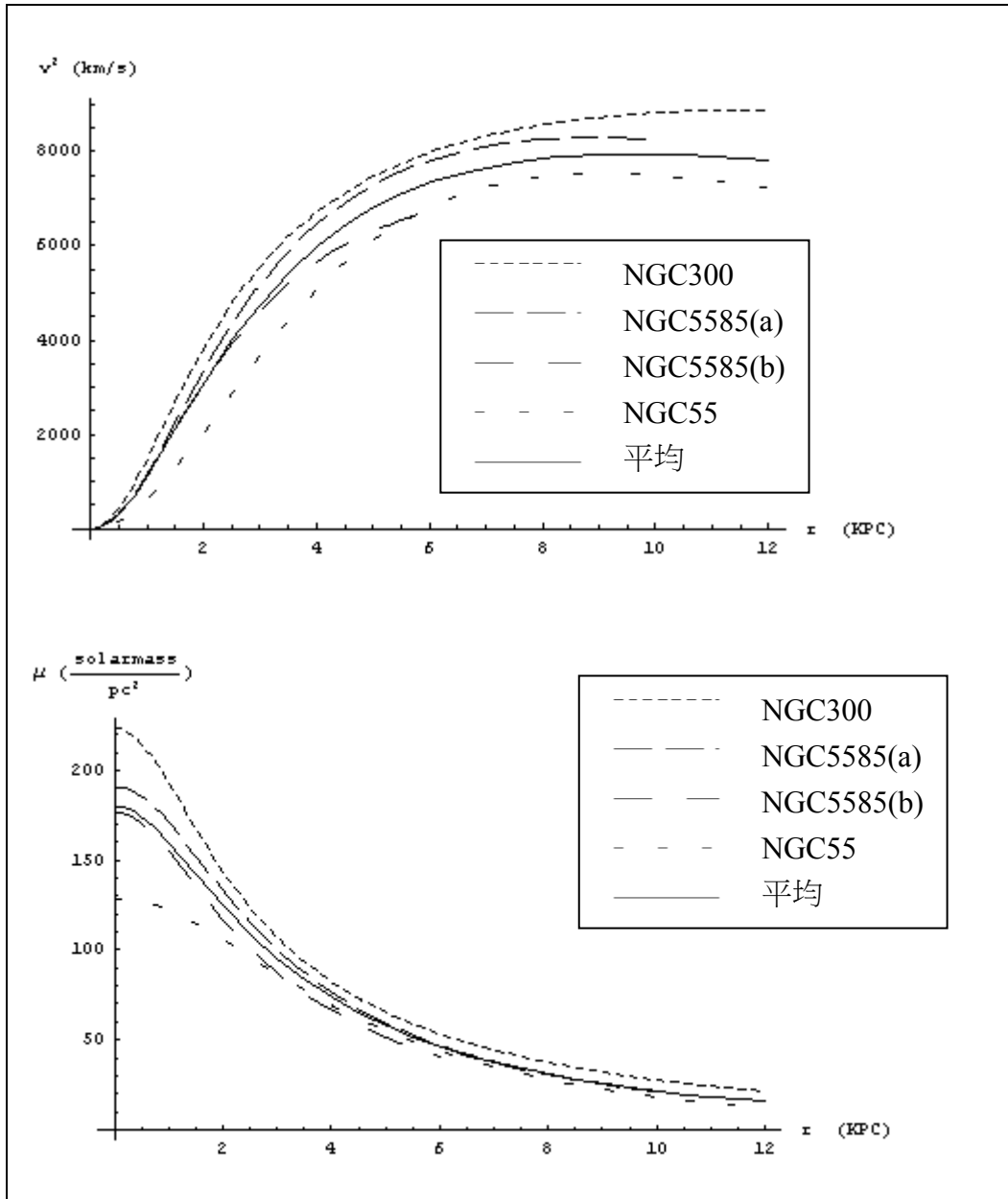




Name	Type	Position angle ($^{\circ}$)	Inclination ($^{\circ}$)	Distance (Mpc)	RA ($^{\text{h}} \text{m} \text{s}$)	DEC ($^{\circ} \text{ ' } \text{''}$)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NGC 1085	SA(s)bc	6 15 105	38.7	136	2 46 25.3	3 36 26	
NGC 2815	SB(r)b	13	72	45.5	9 16 19.5	-23 38 4	
NGC 2775	SA(r)ab	154.9	44	24.3	9 10 20.1	7 2 15	
NGC 2841	SA(r)b	155	71~80	9.5 $^{\circ}$	9 18 35.8	51 11 27	
星系	旋轉曲線與平均的誤差值	質量密度分布與平均的誤差值	光度曲線與平均的誤差值	質-光比曲線與平均的誤差值			
NGC1085	11%	25%	10%	26%			
NGC2815	6%	3.5%	85%	60%			
NGC2775	13%	20%	25%	24%			

NGC2841	14%	16%	60%	125%
---------	-----	-----	-----	------

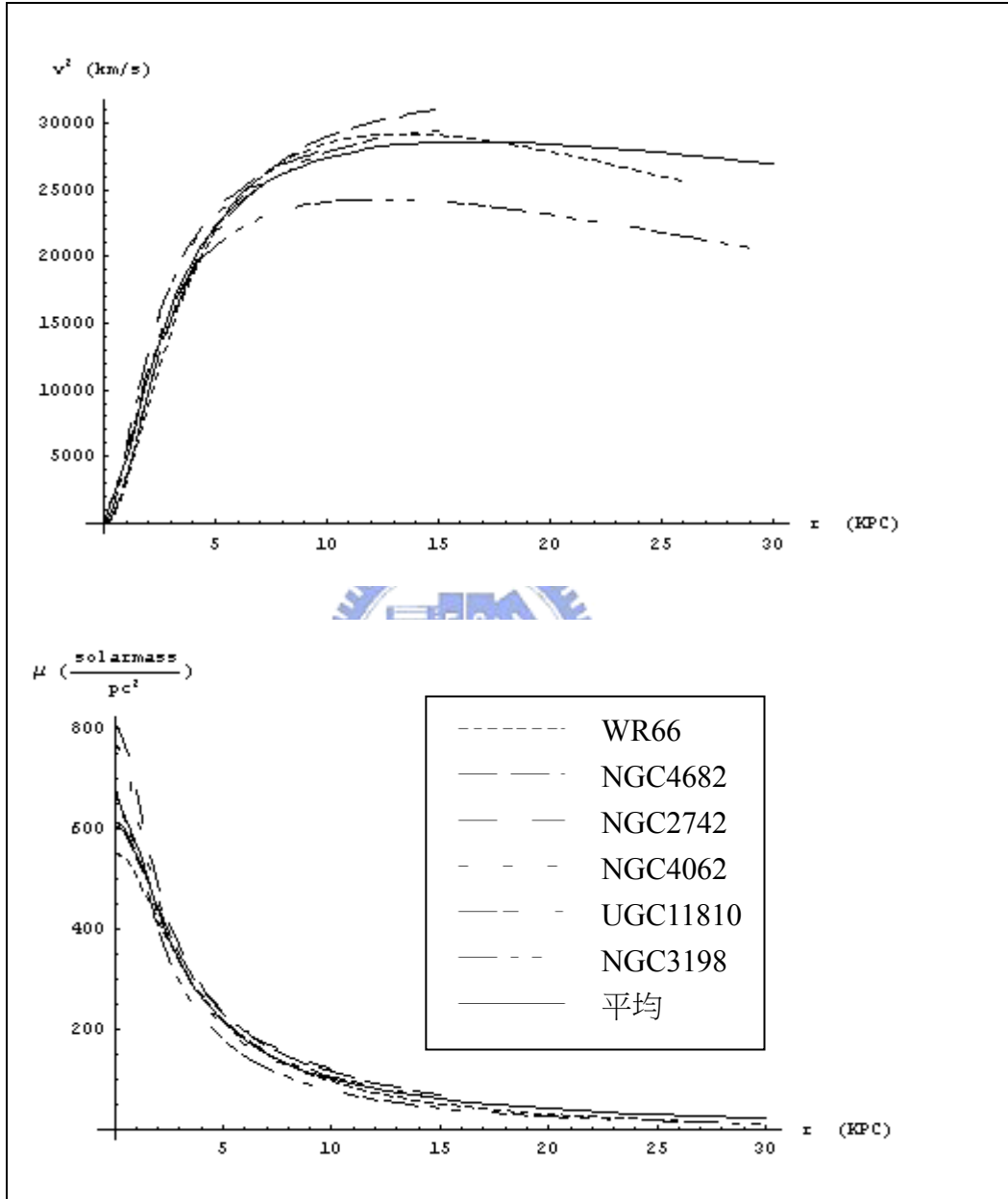
表五 3.2 節第三組(NGC300、NGC5585、NGC55)

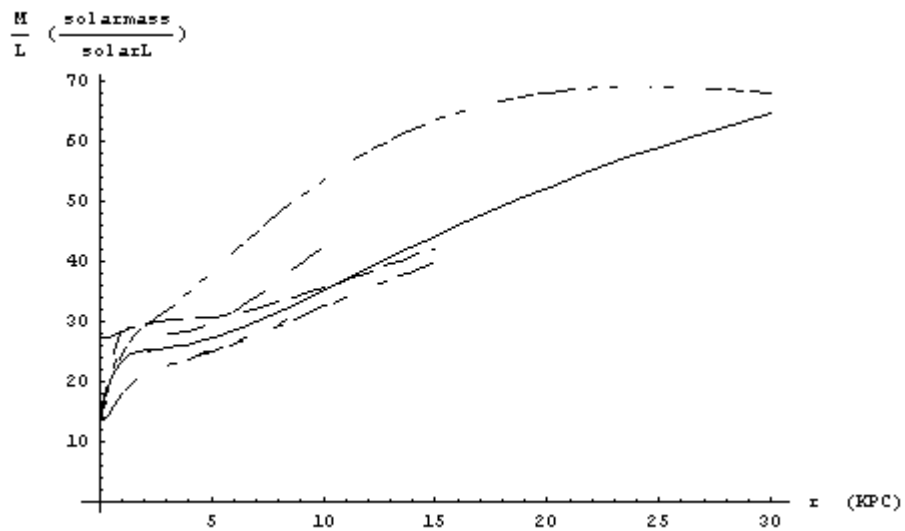
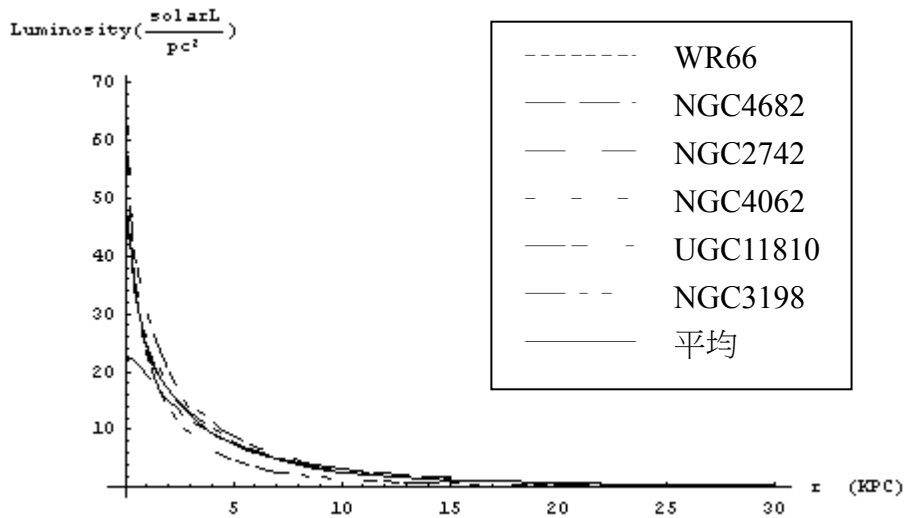


Name	Type	Position angle ($^{\circ}$)	Inclination ($^{\circ}$)	Distance (Mpc)	RA ($^{\text{h m s}}$)	DEC ($^{\circ} ' ''$)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NGC 300	SA(s)d	105.6	42.3	1.8	0 52 31	-37 57 24	
NGC 5585(a)	SAB(s)d	40	53	6.2 ^c	14 18 30	56 56 0	
NGC 5585(b)	SAB(s)d	99	53	6.2 ^c	14 19 48.1	56 43 44	
NGC 55	SB(s)m		78.6	1.6	0 12 24	-39 28 0	
星系	旋轉曲線與平均的誤差值			質量密度分布與平均的誤差值			
NGC300	14%			20%			

NGC5585(a)	6.5%	3%
NGC5585(b)	4.6%	6%
NGC55	14.5%	11%

表六 3.2節第四組(WR66、NGC4682、NGC2742、NGC4062、UGC11810、NGC3198)

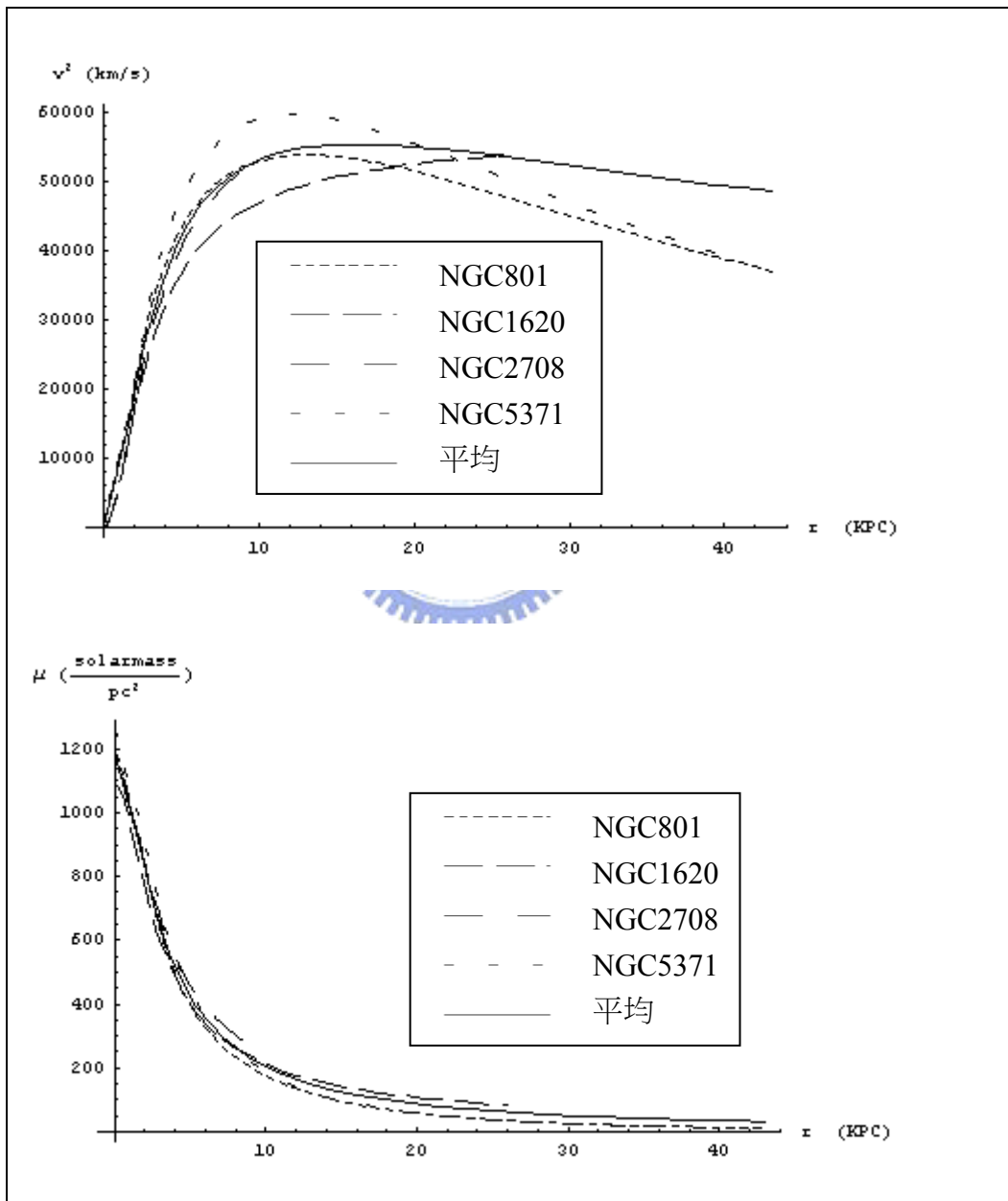


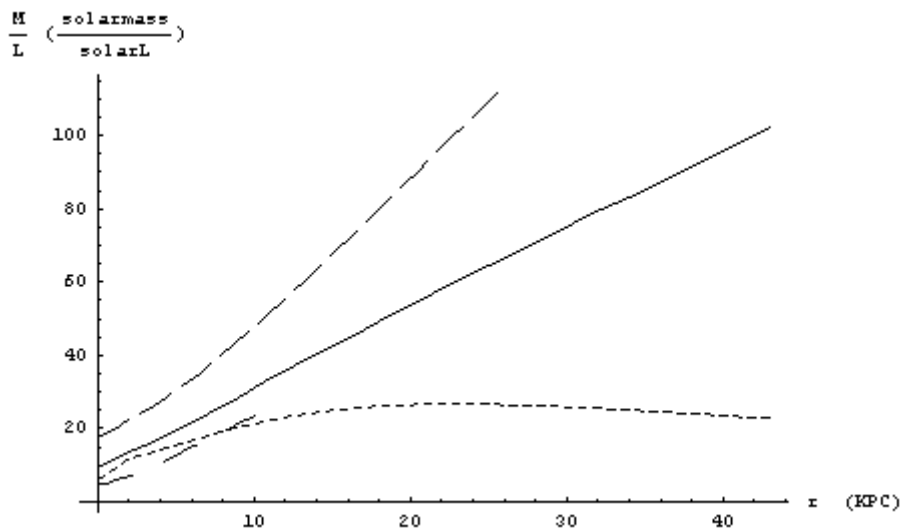
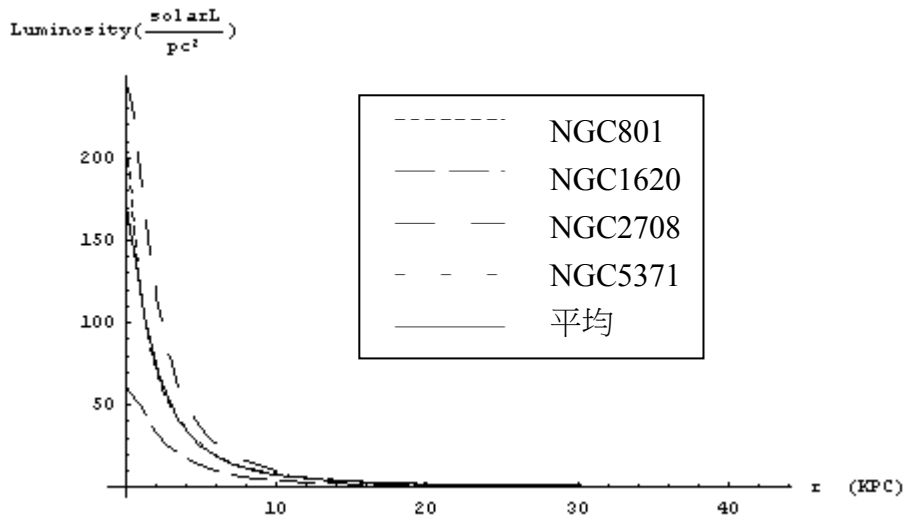


Name	Type	Position angle (°)	Inclination (°)	Distance (Mpc)	RA (h m s)	DEC (° ' ")	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
WR 66 (F51)	SBb	156	65	87.1			DC 1842-63 Cluster
NGC 4682	SAB(s)cd	87	57	43	12 47 15.5	-10 3 47	
NGC 2742	SA(s)c	88 178	58	27.3	9 7 33.6	60 28 47	
NGC 4062	SA(s)c	104	64	14.8	12 4 3.8 ^b	31 53 43 ^b	
UGC 11810	SAB(r)bc	175	74	98.3	21 46 54 ^b	1 42 0 ^b	
NGC 3198	SB(rs)c	216	71.5	9.4 ^c	10 16 51.3	45 48 03	
星系	旋轉曲線與平	質量密度分布與	光度曲線與平均	質-光比曲線與			

	均的誤差值	平均的誤差值	的誤差值	平均的誤差值
WR66	5%	15%		
NGC4682	6%	10%	13%	8%
NGC2742	8.7%	12%	4%	4%
NGC4062	7%	3%	8%	12%
UGC11810	3%	2%	19%	17%
NGC3198	15%	29%	43%	20%

表七 3.2 節第五組(NGC801、NGC1620、NGC2708、NGC5371)

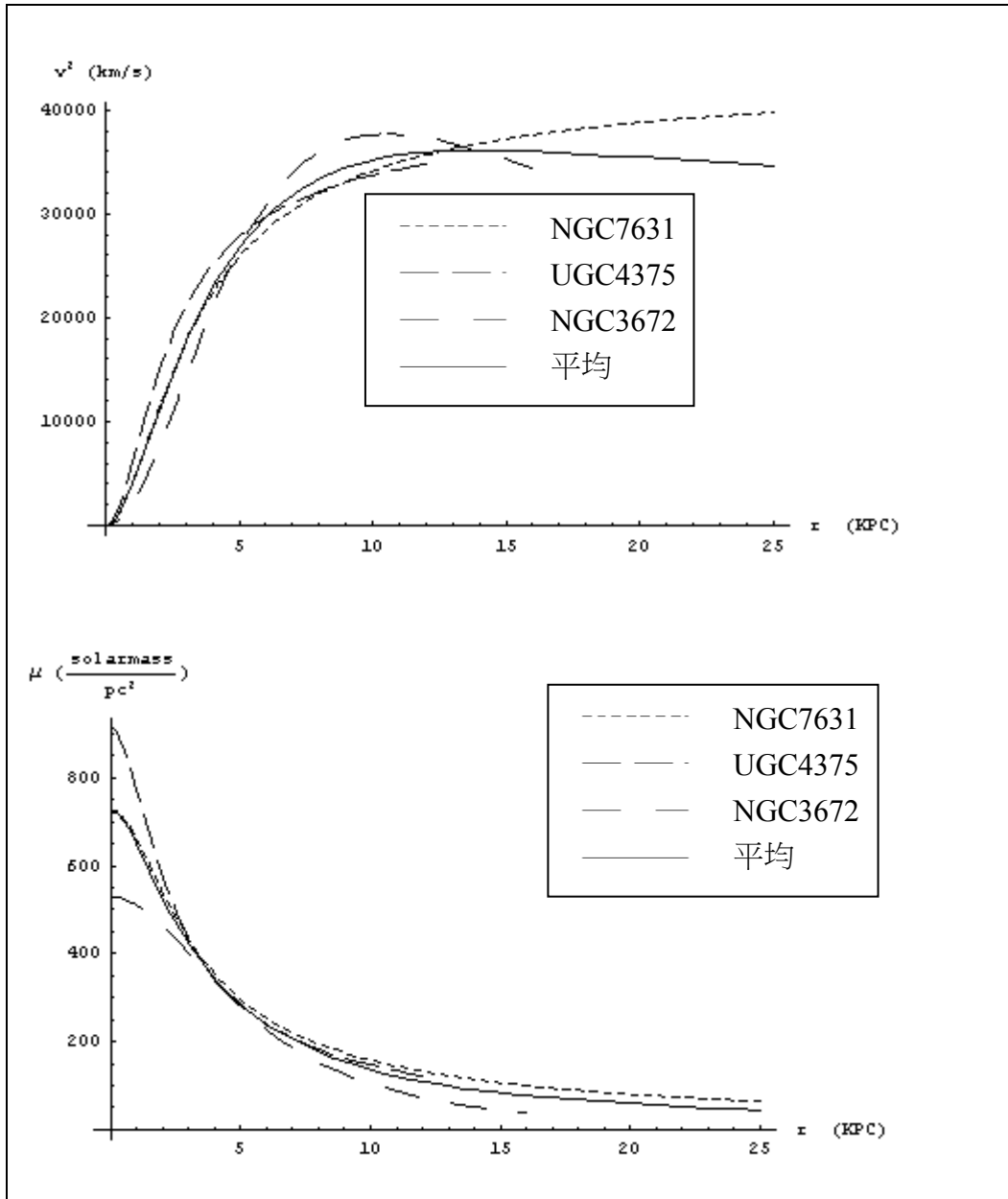




Name	Type	Position angle ($^{\circ}$)	Inclination ($^{\circ}$)	Distance (Mpc)	RA ($^{\text{h}} \text{m} \text{s}$)	DEC ($^{\circ} \text{ ' '}$)		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
NGC 801	Sc	150.49	86	119	2 3 45 ^b	38 15 33.2 ^b		
NGC 1620	SAB(rs)bc	25.115	69	68.4	4 36 37.2	-0 8 38		
NGC 2708	SAB(s)b	28.118	61	35.5	8 56 8	-3 21 36		
NGC 5371	SAB(rs)bc	11.7	52.9	34.8 ^c	13 53 33.1	40 42 18		
星系	旋轉曲線與平均 的誤差值	質量密度分布與 平均的誤差值	光度曲線與平 均的誤差值	質-光比曲線與 平均的誤差值				
NGC801	10%	34%	76%	52%				
NGC1620	8%	14%	26%	60%				
NGC2708	3.9%	9%	59%	35%				

NGC5371	10%	34%		
---------	-----	-----	--	--

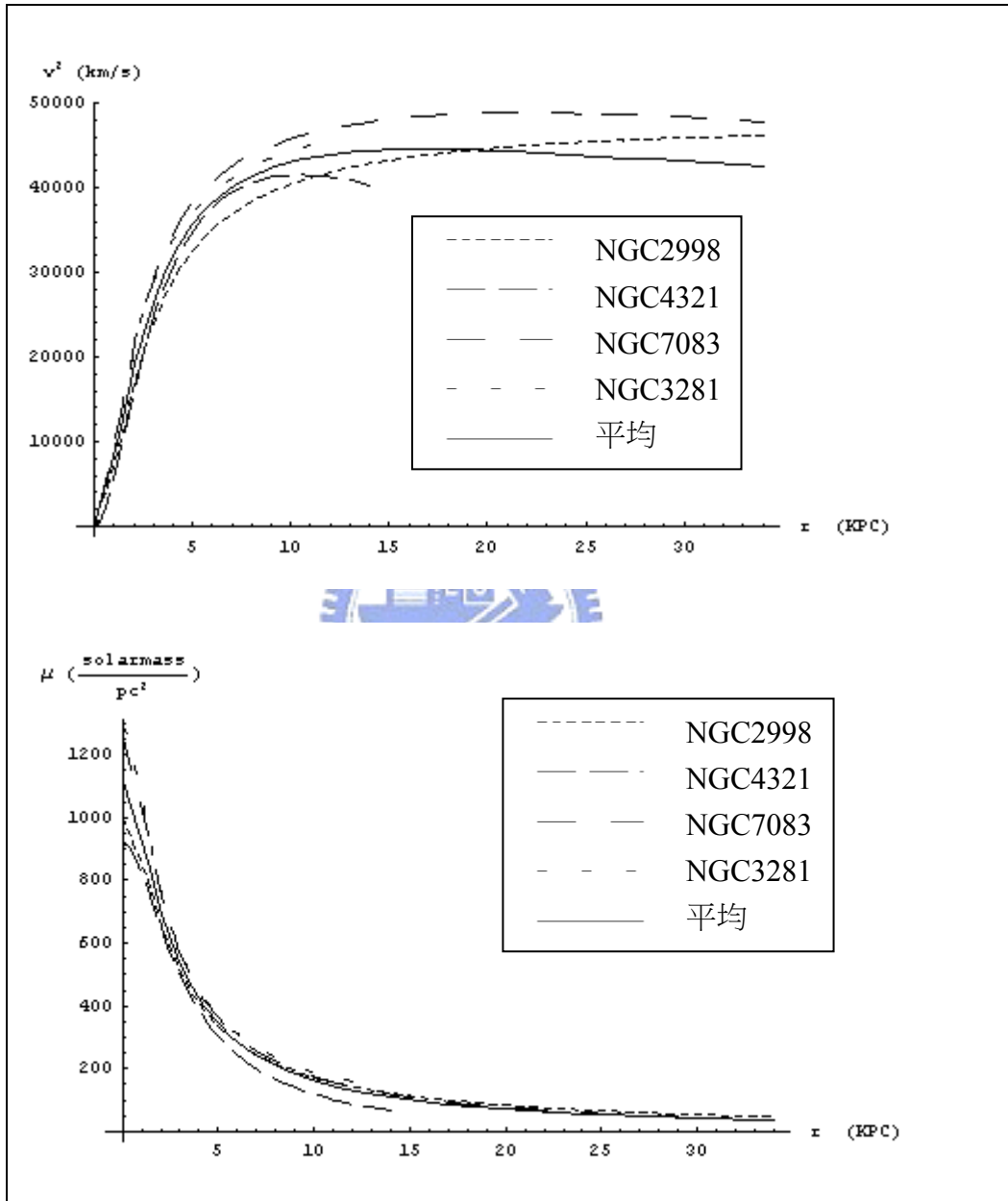
表 八 3.2 節第六組(NGC7631、UGC4375、NGC3672)



Name	Type	Position angle ($^{\circ}$)	Inclination ($^{\circ}$)	Distance (Mpc)	RA (h m s)	DEC ($^{\circ}$ ' ")	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NGC 7631 (UGC12539)	SA(r)b	76	66	81.2	23 18 55	7 56 38	Peg I Cluster
UGC 4375	SABc	0	50	39.3	8 23 06 ^b	22 39 0 ^b	Probable Foreground Galaxy
NGC 3672	SA(s)c	8 98	70	33.1	11 25 2.5	-9 47 43	

星系	旋轉曲線與平均的誤差值	質量密度分布與平均的誤差值
NGC7631	5%	20%
UGC4375	10%	5%
NGC3672	10%	21%

表九 3.2 節第七組(NGC2998、NGC4321、NGC7083、NGC3281)



Name	Type	Position angle ($^{\circ}$)	Inclination ($^{\circ}$)	Distance (Mpc)	RA ($^{\text{h}} \text{m} \text{s}$)	DEC ($^{\circ} \text{ ' } ''$)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NGC 2998	SAB(rs)c	53 143	62	95.6	9 48 43.6	44 4 50	
NGC 4321	SAB(s)bc	110 140 35	35	20	12 22 54	15 49 0	
NGC 7083	SAB(rs)c	14 102	51	59.6	21 35 45.4	-63 54 17	

NGC 3281	SAB(rs)a	46 136 138	69	62.3	10 31 52.2	-34 51 12	
星系	旋轉曲線與平均的誤差值			質量密度分布與平均的誤差值			
NGC2998	5%			13%			
NGC4321	6%			21%			
NGC7083	10%			5%			
NGC3281	6%			11%			

先將擁有相似旋轉曲線的星系視為同一組，再繪製其質量密度曲線、光度曲線、質-光比曲線與星系的基本資料一併比較。本節從數十個星系中找出七組相似旋轉曲線的星系，將它們命名為3.2節第一組至3.2節第七組(表三至表九)，經由組間與組內相互比較結果發現：

1. 旋轉曲線與質量密度有關

由組內比較發現，當星系旋轉曲線接近時，它們的質量密度曲線也很接近，與組平均相差約40%以內，其中又以與組平均相差20%為較多。因此我們可以推測，當星系擁有相似旋轉曲線，代表它們的質量密度分布情形相似。

2. 星系的外圍質-光比誤差較大

質-光比曲線與組平均發現，雖然同一組的星系其旋轉曲線類似，除了3.2節第四組(表六)之外，其他的質-光比的曲線與組平均的誤差值都很大，且靠近星系中心差異較小，星系外圍差異越來越大。

3. 旋轉曲線與星系種類以及傾斜角有關

經由組內比較基本資料發現，星系的種類(type)與傾斜角(inclination)非常接近。在種類中這個因素中，星系內部是否有棒狀結構(SA、SB、SAB)以及環圈結構(r、s)並沒有很明顯的影響，影響比較大的是星系螺旋臂的疏密程度(Sa、Sb、Sc)。在傾斜角這個因素中，同一組的星系它們傾斜角相差約在20度以內，視為接近。

4. Sb星系公轉速度會大於Sc星系的公轉速度

由組間比較種類與旋轉曲線的關係發現，不規則星系Sdm外圍旋轉曲線的值(公轉速度)較小，Sb星系外圍旋轉曲線的值(公轉速度)大於Sc星系旋轉曲線的值(公轉速度)，至於Sa本研究沒有足夠的數據得知結果。我們推測由於Sb星系旋臂較集中，而Sc星系旋臂較稀疏的關係，因此比較星系中心，Sb星系較Sc星系有更多質量聚集，會產生比較大的向心力，預期星系外圍可以觀測較大的公轉速度。

3.3 光度資料的取得

光度是指一個天體單位時間內所發出的總輻射能。這個章節我們根據Kent[11]、[12]、[13]所列舉出來的資料，它們是由F和J的濾鏡觀測再轉換成r-band(668nm)的視星等數值。已知太陽在r-band發光強度[11]為

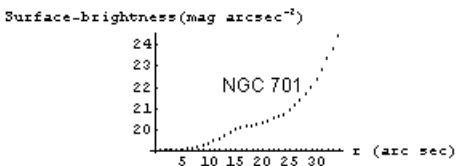
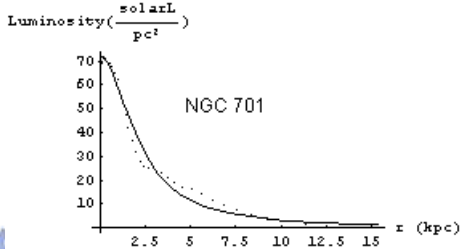
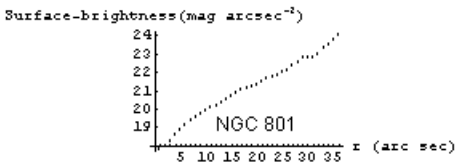
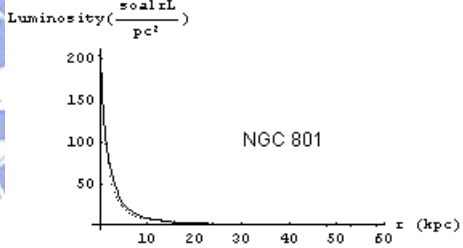
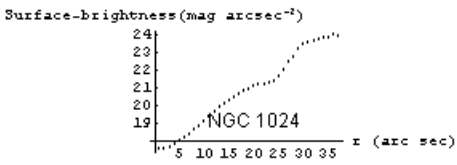
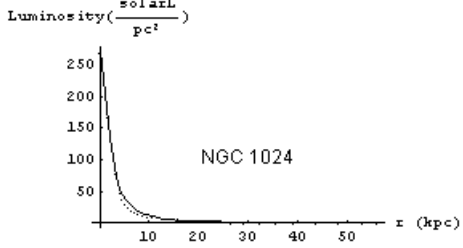
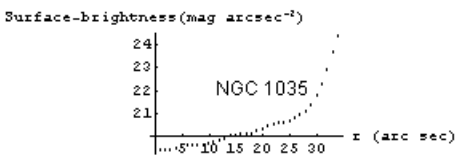
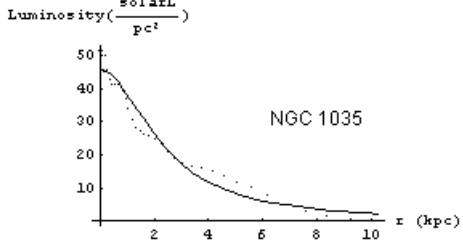
$M_{\text{sun}}=4.83$ ，利用(2.4.6)將計算的光度L值換成太陽光度 L_{sun} 的單位。因此若是一個星系經由測量得知視星等，由視星等可計算得知絕對星等，爾後就可以由(2.4.7)知道該星系的光度，其單位為太陽光度(solarLuminosity)。

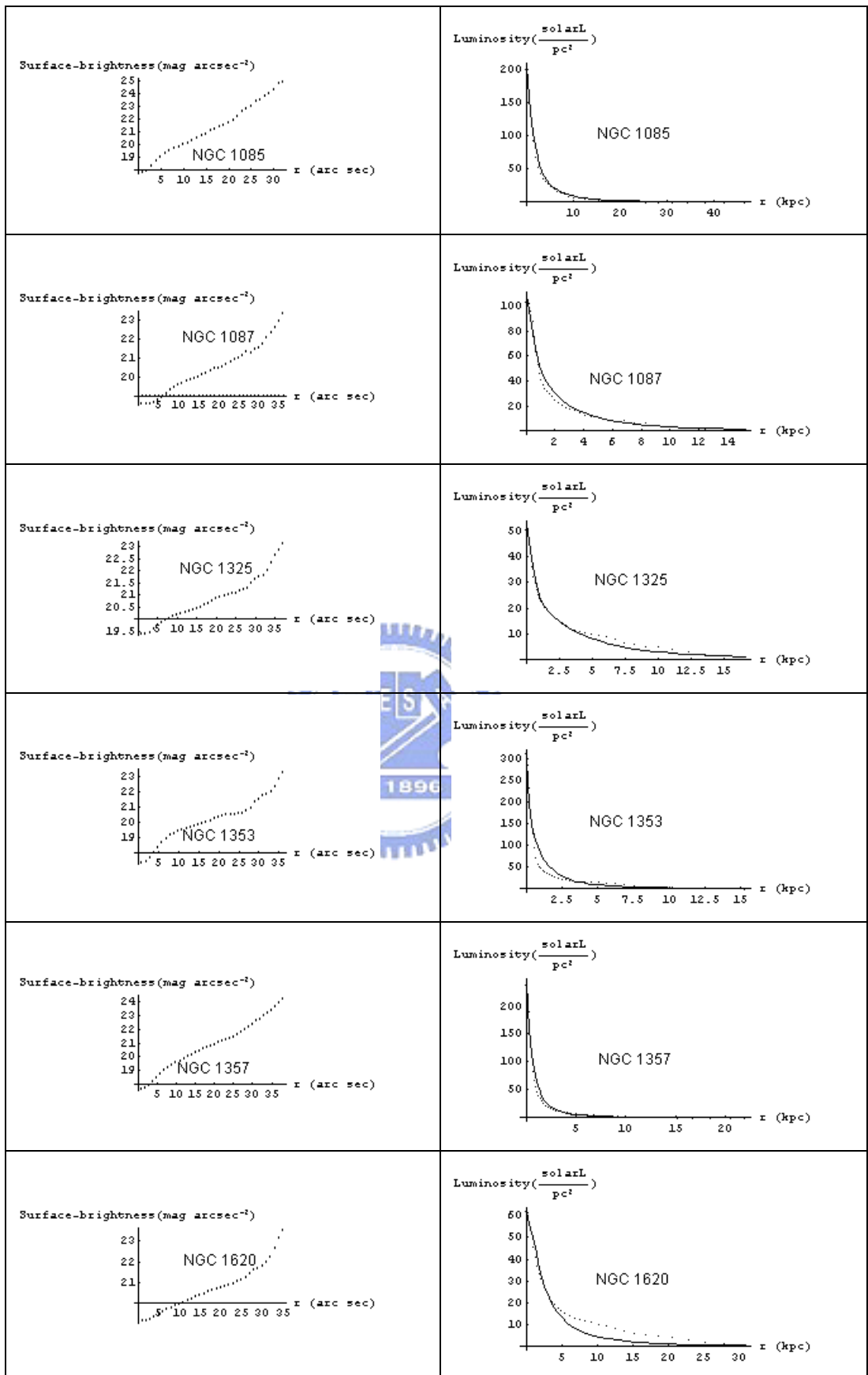
利用mathematica程式計算結果如下表(表十)：

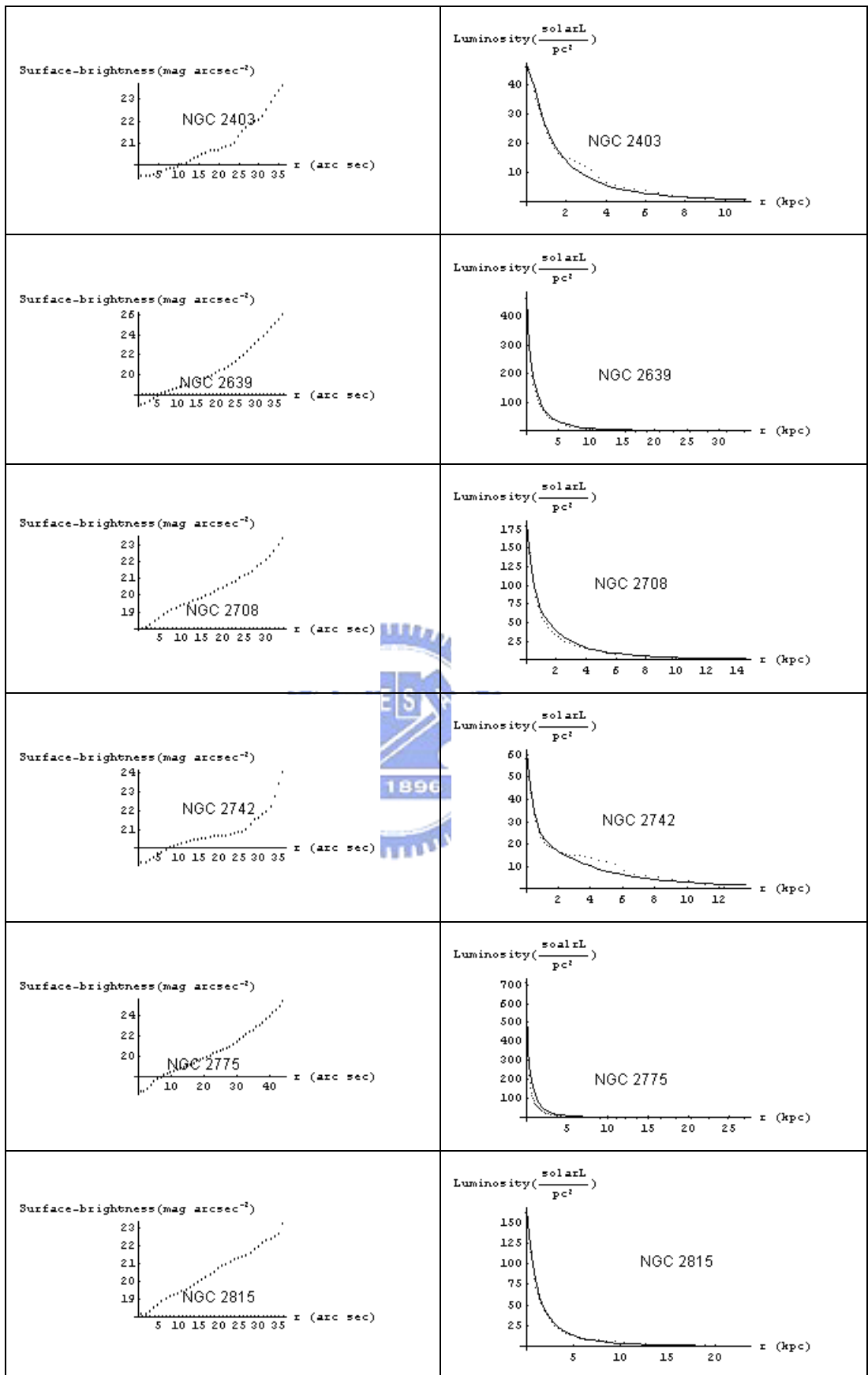
左欄為各個星系的每角秒平方的視星等(Surface-brightness)曲線。縱軸單位為每角秒平方的視星等強度(mag/arcsec²)，橫軸為角秒(arc sec)。

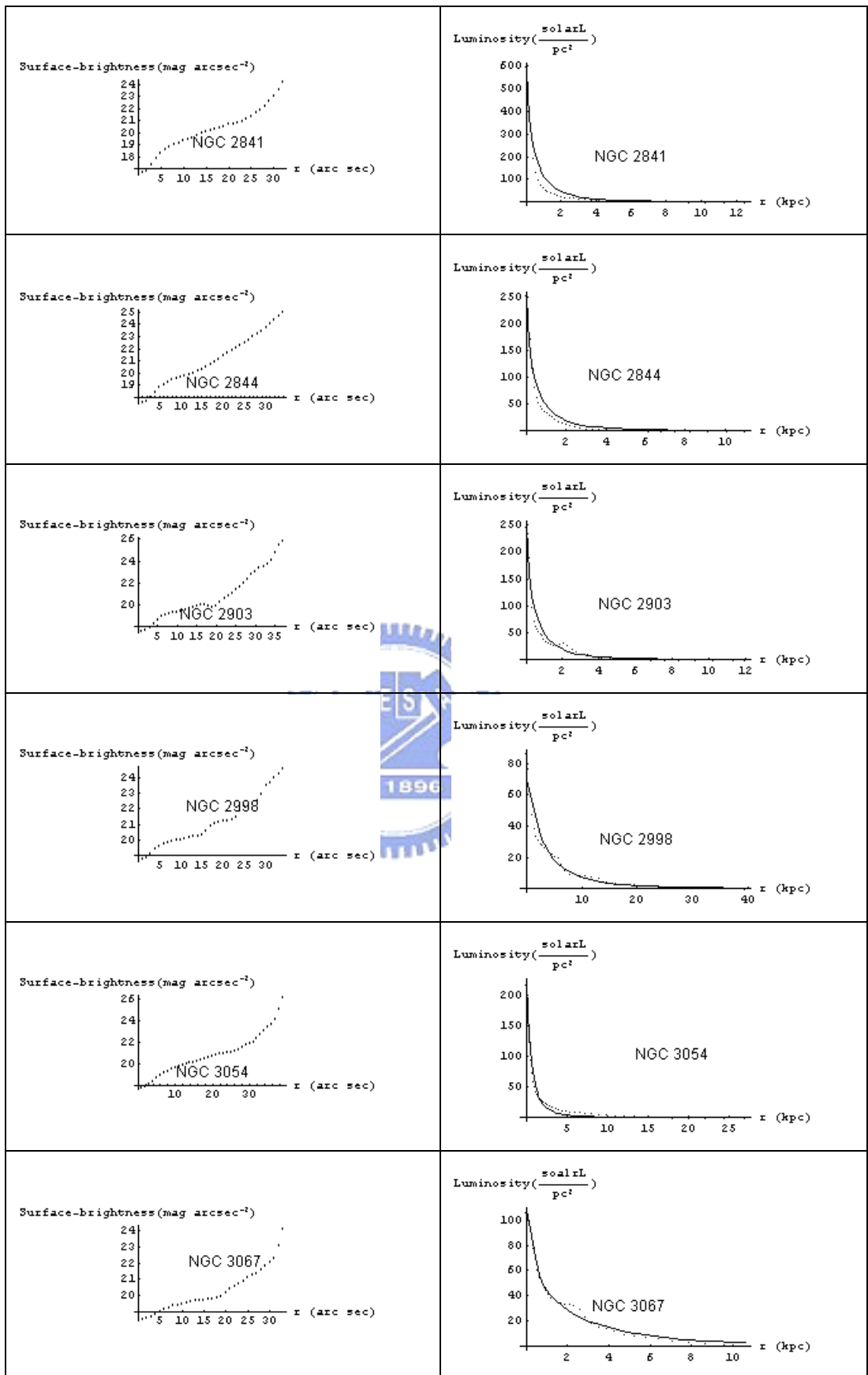
右欄為各個星系經過單位轉換後的光度曲線，為了之後計算比較的需要，我們將縱軸單位定為每秒差距平方的太陽光度($\frac{\text{solarL}}{\text{pc}^2}$)，橫軸為千秒差距(kpc)。

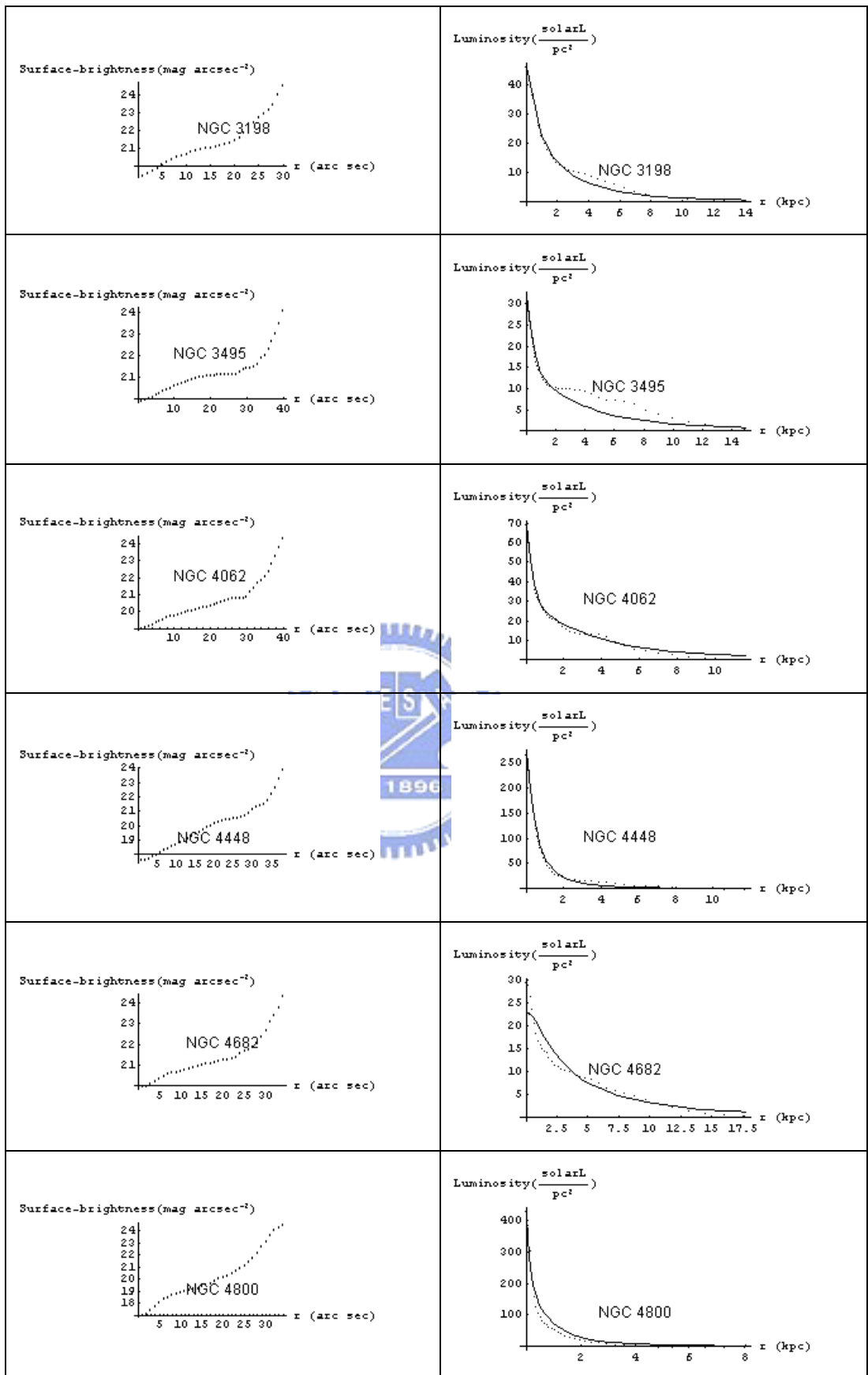
表十 星系視星等與光度

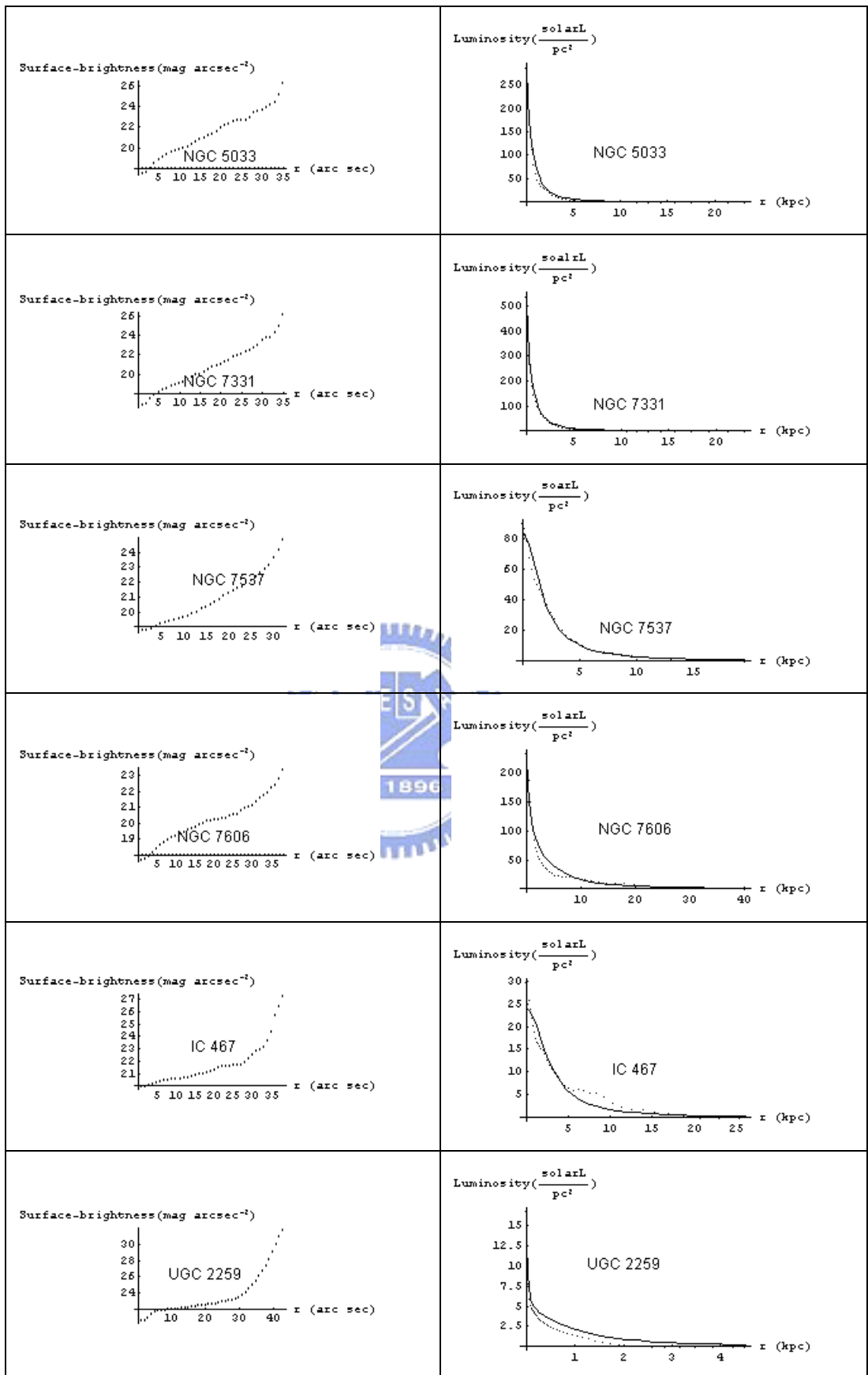
從資料中讀出每角秒平方的視星等	利用(2.4.7)算出光度L
	
	
	
	

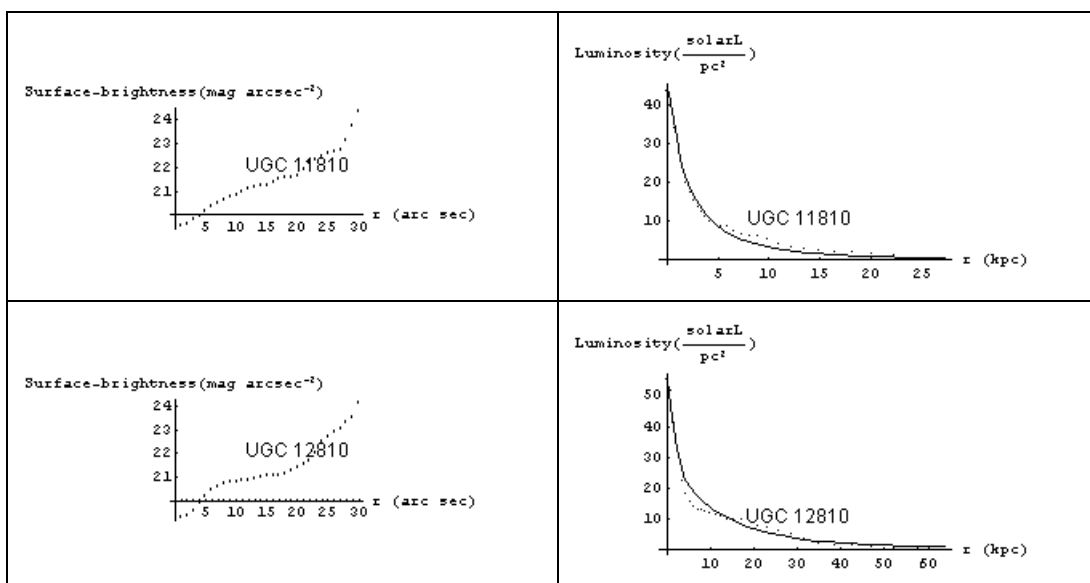










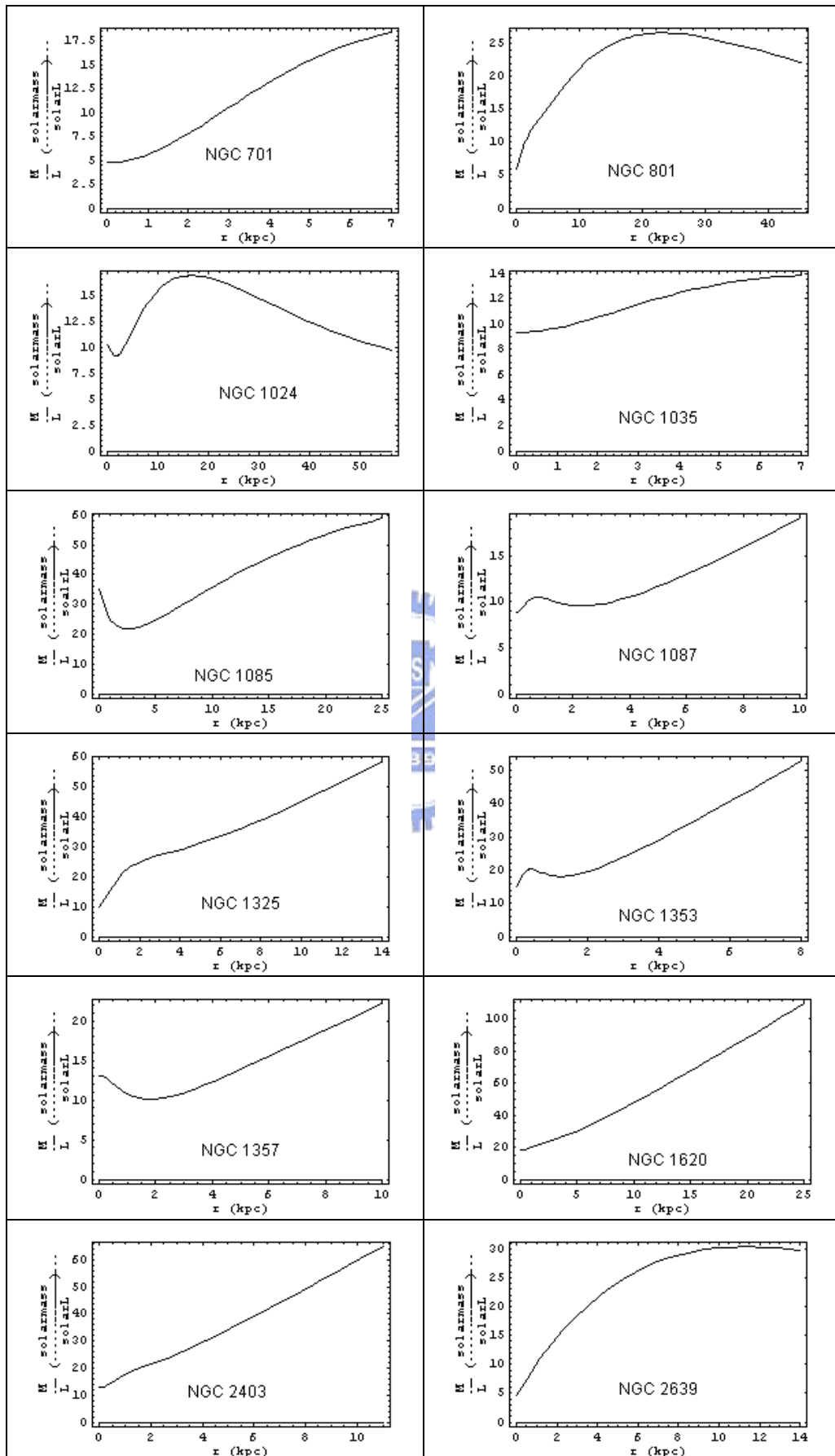


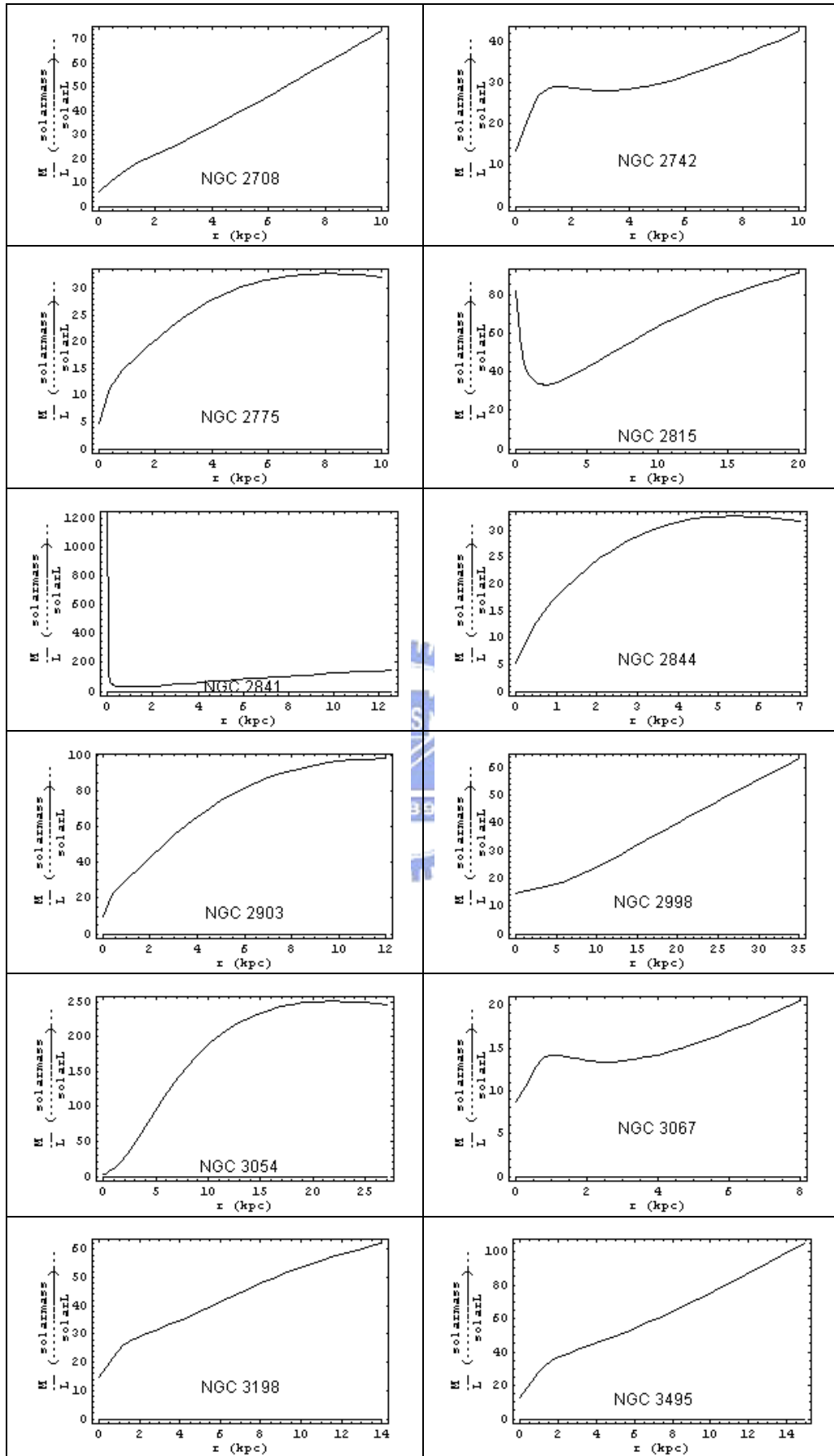
星系經由測量得知視星等[11]、[12]、[13]，從視星等計算得知絕對星等，再利用(2.4.7)求得該星系以太陽光度為單位的光度。由光度的結果(表十)中可以發現，星系的光度是隨著半徑遞減，中心的亮度相當強，在三十六個星系中除了NGC 1325、NGC 1620、NGC 4682、NGC 7606、IC 467、UGC 11810、UGC 12810 等七個星系之外，大部分的星系大約在 15kpc 之後光度便降到很小的值。若是由光度來推測星系的質量密度 μ_L 分布情形，得知星系絕大部分的可以觀測到的星體質量聚集在星系中心。

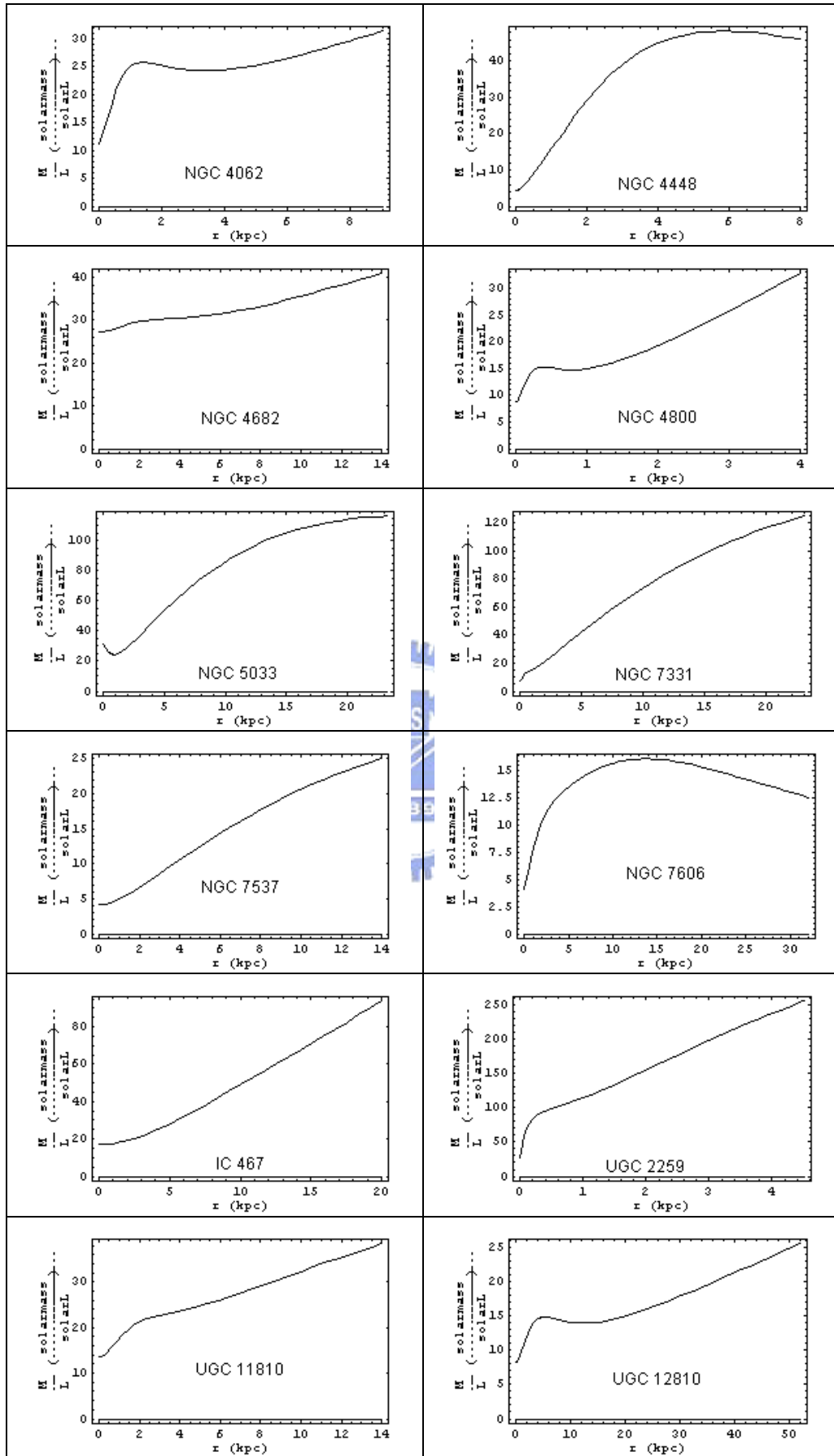
3.4 質-光比的比較

質-光比指單位空間內星系的質量除以星系的光度，通常以太陽為一單位，即太陽的質-光比為 1，它能夠告訴我們星系中可見物質和暗物質的比例。我們將 3.2 節利用力學概念求得的質量密度曲線與 3.3 節經由視星等轉換後的單位面積的光度曲線相除，在計算的過程我們已知質量密度的函數，但是我們所取得的光度值仍為分開的單一值，從 Tully-Fisher relation 所觀測出的規律發現星系光度和公轉速度的四次方成正比，因此我們先將光度擬合成一個與速度四次方相關的函數。再將兩個函數相除得到質-光比 $\frac{M}{L}$ 的結果(如表十一)，在此特別說明當我們利用力學方法推算出質量密度時星系的半徑 r_1 與利用視星等計算光度時星系的半徑 r_2 不一定相同，在此求星系質-光比時我們選取的半徑以 r_1 與 r_2 中較小的值進行運算。圖中縱軸為 $\frac{M}{L}$ 也就是質-光比其單位為太陽質量/太陽光度 ($\frac{\text{solar mass}}{\text{solar Luminosity}}$)，橫軸為千秒差距 (kpc)。

表 十一 星系的M/L比值







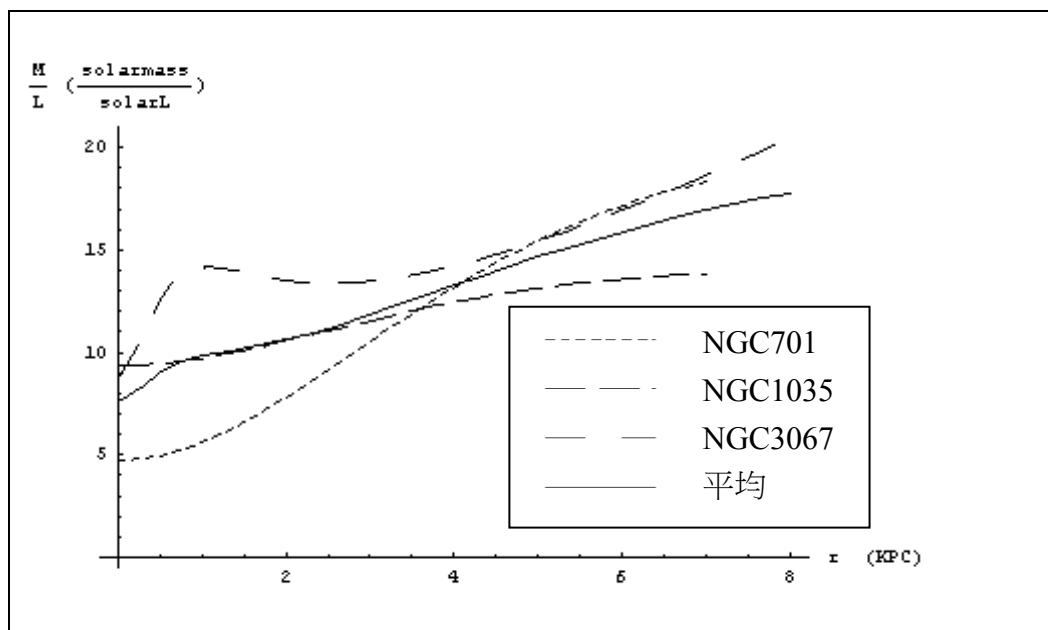
從表十一列舉出三十六個星系的結果發現，大部分星系質-光比都在

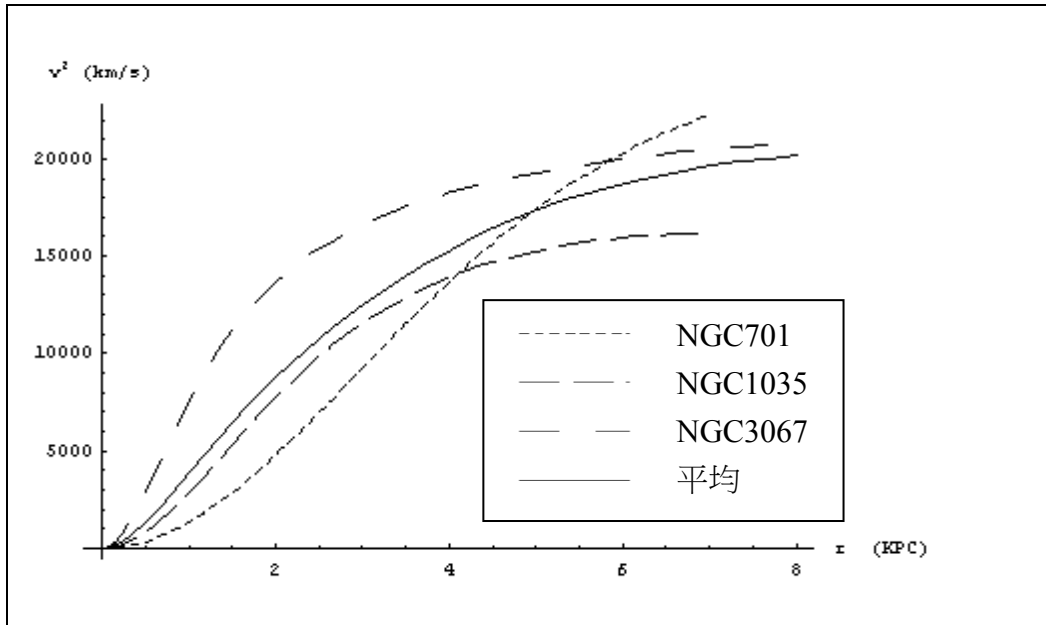
100 以內，比較 3.3 節光度與本節質-光比後，我們發現可觀測到的星體質量聚集在星系中心，但仍然有許多未被觀測到的質量位於星系中。為了更了解質-光比的分布情形，我們將星系的質-光比分成中心與外圍來討論，有二十個星系外圍的質-光比不超過 50，十個星系外圍的質-光比在 50~100 間，只有 UGC2259、NGC2815、NGC2841、NGC3054、NGC5033 和 NGC7331 六個星系的質-光比超過 100，在本研究列出的星系中一半以上的星系外圍質-光比小於 50。再觀察星系中心的質-光比，除了 NGC2815、NGC4682 和 NGC2259 這三個星系中心的質-光比約 30~50 間，其他星系中心的質-光比在 20 以內。由上面的討論發現，大部分的星系質-光比看起來沒有呈現定值，相對於星系中心而言，這些星系外圍質-光比較大，推測星系外圍有較多的質量尚未被我們利用光學量測到，顯示星系外圍隱藏有大量的暗物質。但由表十一的結果也發現 NGC801、NGC1024、NGC1035、NGC3067、NGC3495 共五個星系其質-光比維持定值。

在 3.2 節中，我們比較相近旋轉曲線，試圖找出它們的特性。在本節當中，我們針對相似的質-光比進行比較。在此先定義何謂相似的質-光比：各組質-光比與組平均相差小於 20% 者視為同一類。每一組我們先計算各個星系質-光比與組平均的誤差值。由於每一組各個星系的半徑不盡相同，計算質-光比曲線組平均時，先將各個星系的半徑延伸到最大半徑求出組平均。計算誤差時則以實際量得的半徑大小當作計算的範圍，若是此星系與組平均相差大於 20% 便將它刪除，重新計算該組平均，直到同組所有星系與組平均相差皆小於 20%，才將它們看成是接近可在同一組進行比較的星系。

我們把質-光比曲線與組平均相差小於 20% 的星系視為同一組，並分別將 3.2 節中的旋轉曲線與 3.1 節星系的基本資料例如：星系種類(type)、方位角(position angle)、傾斜角(inclination)、距離(distance)、赤經座標(RA)、赤緯座標(DEC)等放在比較表下方，以利比較。本次計算結果總共有九組，分別命名為 3.4 節第一組到 3.4 節第九組(表十二至表二十)：

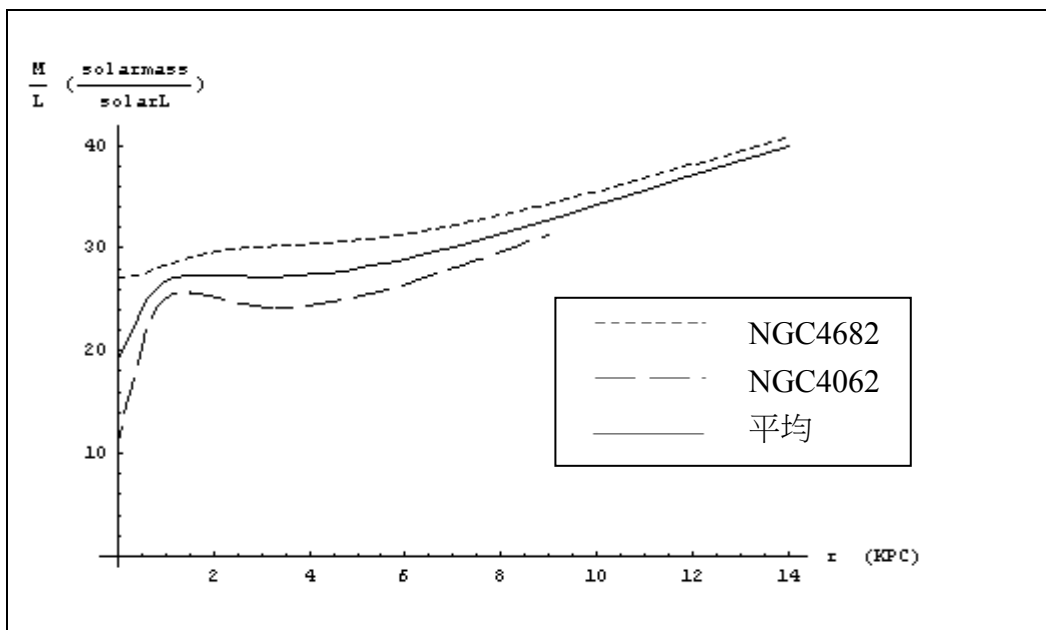
表 十二 3.4 節第一組(NGC701、NGC1035、NGC3067)





Name	Type	Position angle ($^{\circ}$)	Inclination ($^{\circ}$)	Distance (Mpc)	RA ($^{\text{h m s}}$)	DEC ($^{\circ} ' ''$)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NGC 701	SB(rs)c	43	61	36.5	1 51 3.8	-9 42 8	
NGC 1035	SA(s)c	138 60	71	24.5	2 39 28.9	-8 7 58	
NGC 3067	SAB(r)ab	100 105	68	28.3	9 58 21.3	32 22 12	
星系	質-光比曲線與平均的誤差值		旋轉曲線與平均的誤差值				
NGC701	14%		20%				
NGC1035	17%		12%				
NGC3067	15%		13%				

表 十三 3.4 節第二組(NGC4682、NGC4062)



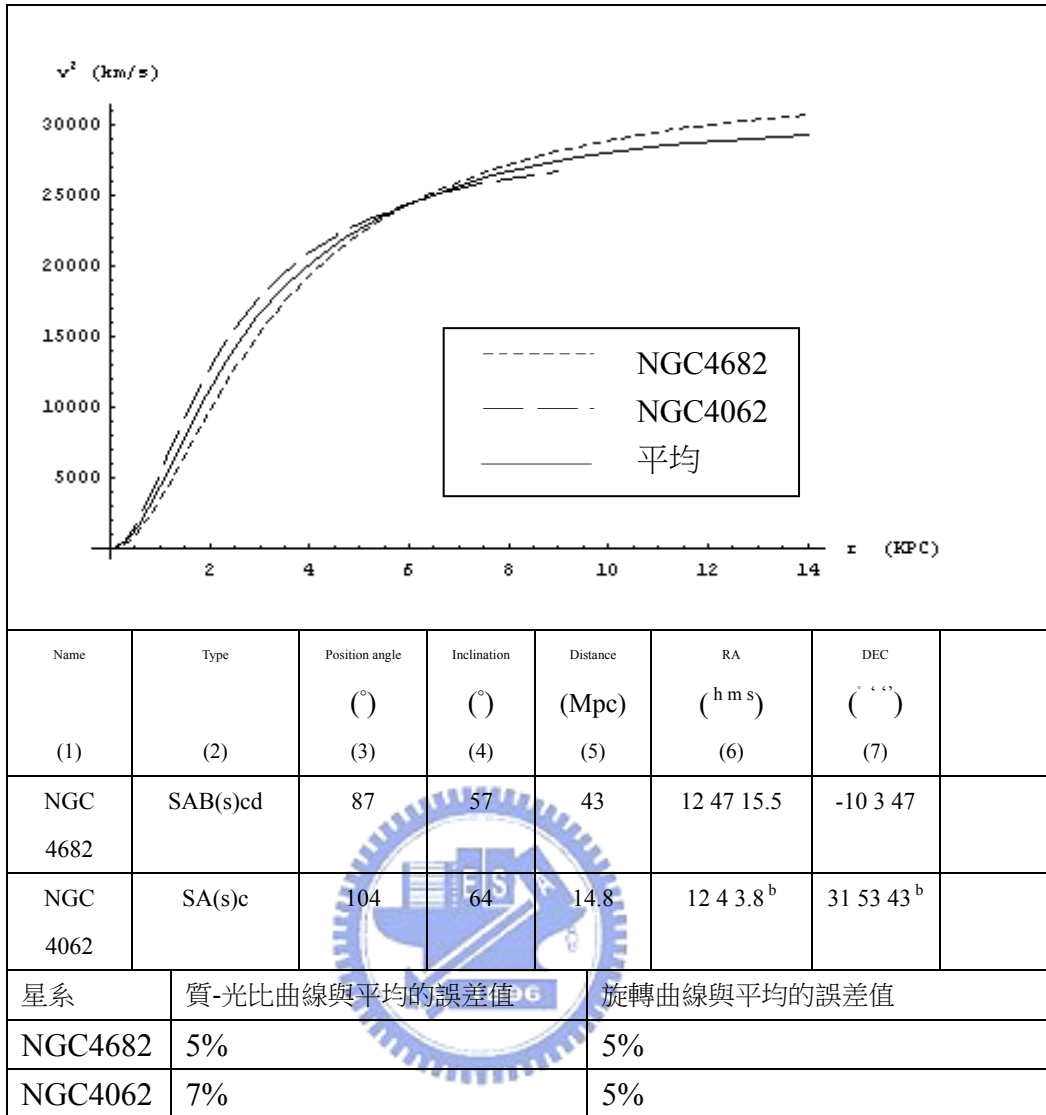
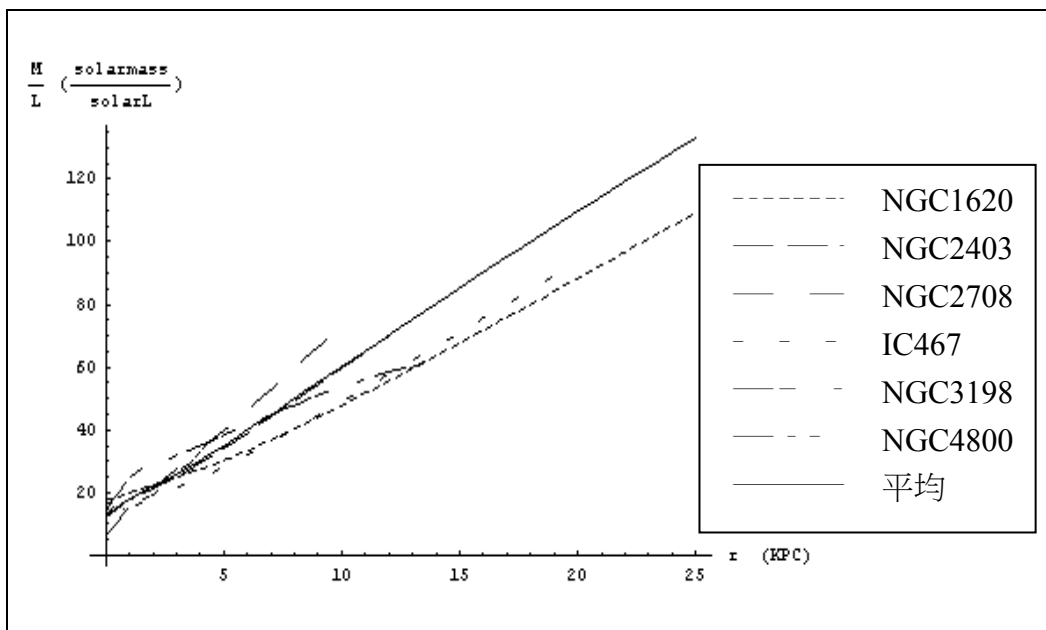
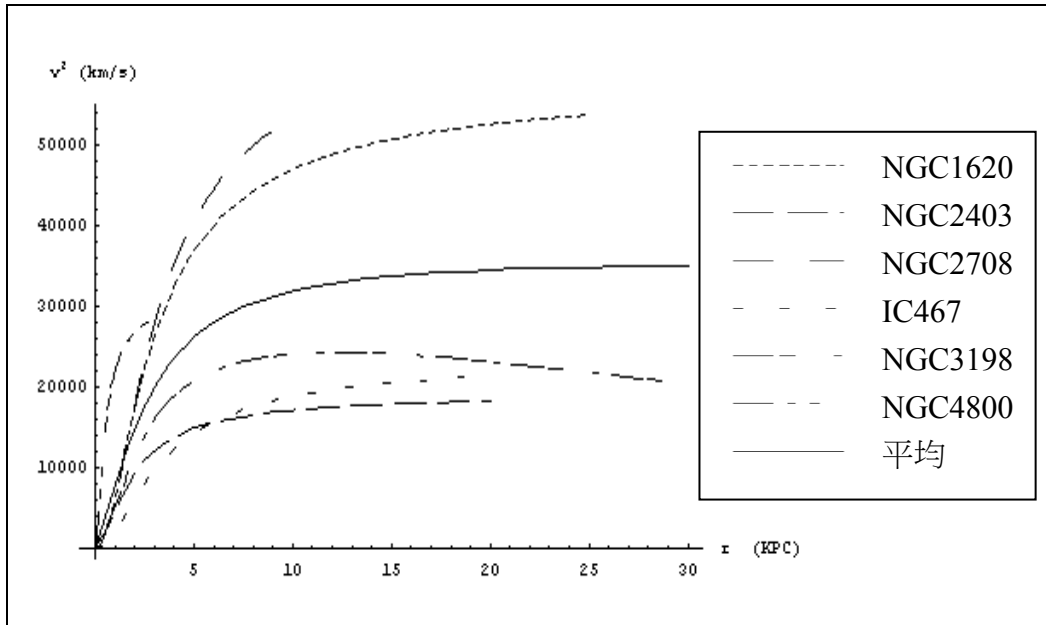


表 十四 3.4 節第三組(NGC1620、NGC2403、NGC2708、IC467、NGC3198、NGC4800)





Name	Type	Position angle ($^{\circ}$)	Inclination ($^{\circ}$)	Distance (Mpc)	RA ($^{\text{h}} \text{m} \text{s}$)	DEC ($^{\circ} \text{ ' } \text{''}$)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
NGC 1620	SAB(rs)bc	25 115	69	68.4	4 36 37.2	-0 8 38	
NGC 2403	SAB(s)cd	122.5	60.2	3.25 $^{\circ}$	7 32 0.7	65 42 43	
NGC 2708	SAB(s)b	28 118	61	35.5	8 56 8	-3 21 36	
IC 467	SAB(s)c	72	67	44.3	7 30 17.6	79 52 21	
NGC 3198	SB(rs)c	216	71.5	9.4 $^{\circ}$	10 16 51.3	45 48 03	
NGC 4800	SA(rs)b	24.8	53	19.5	12 54 37.7	46 31 51	
星系	質-光比曲線與平均的誤差值			旋轉曲線與平均的誤差值			
NGC1620	16%			44%			
NGC2403	1%			45%			
NGC2708	14%			50%			
IC467	16%			40%			
NGC3198	15%			30%			
NGC4800	17%			75%			

表 十五 3.4 節第四組(NGC5033、NGC7331)

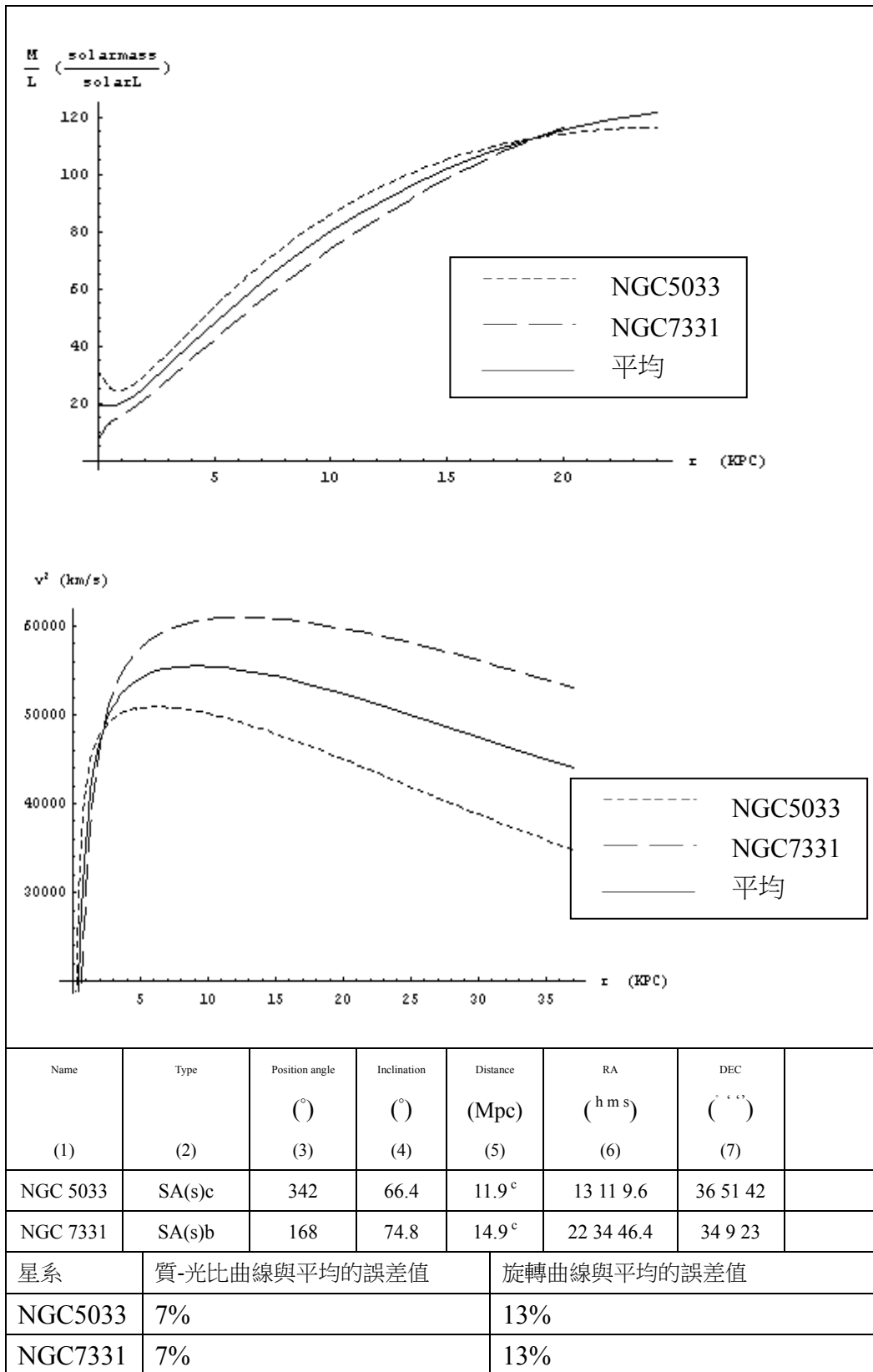


表 十六 3.4 節第五組(NGC7537、NGC2639)

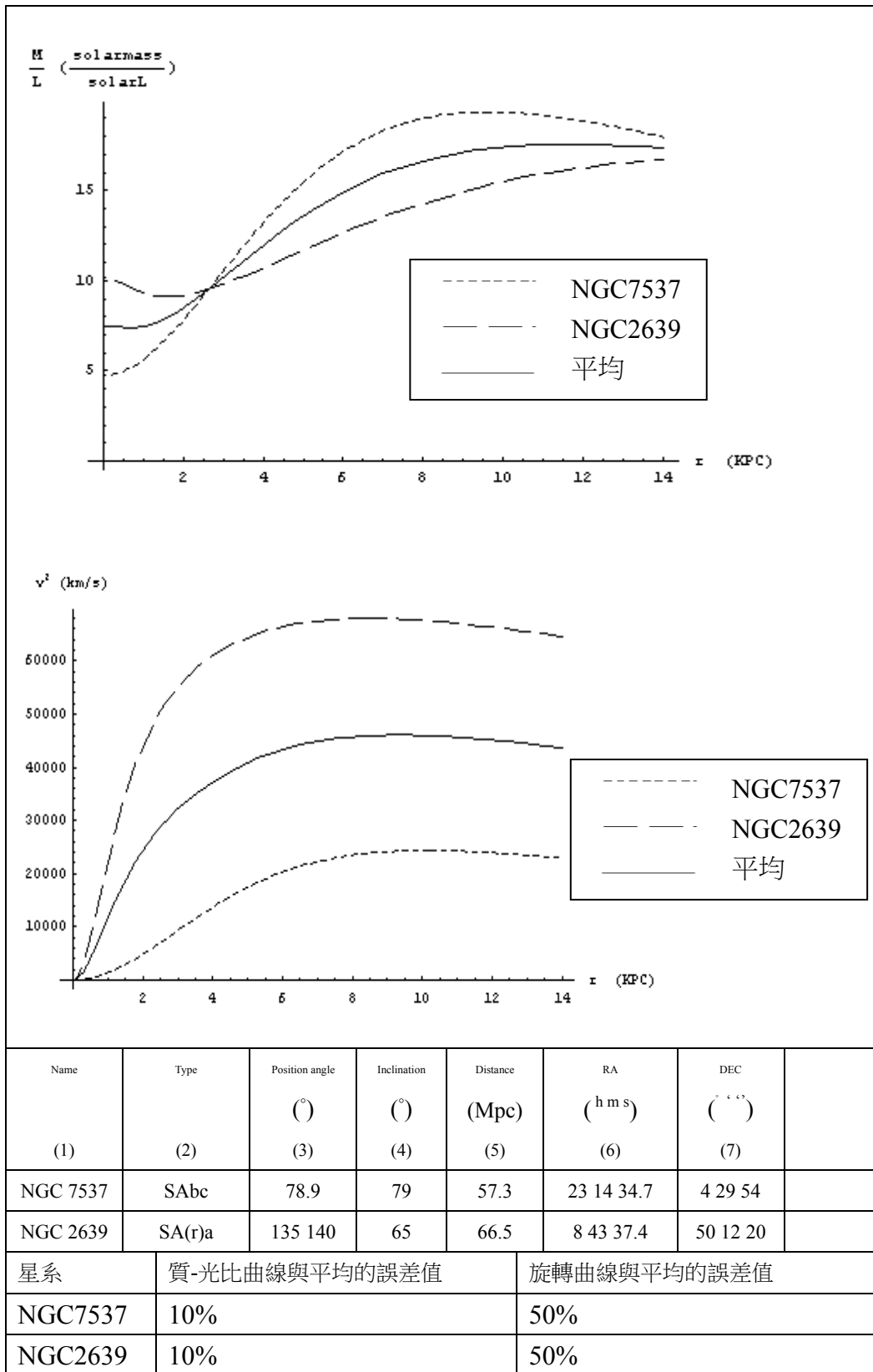


表 十七 3.4 節第六組(NGC1087、NGC1357、NGC2998)

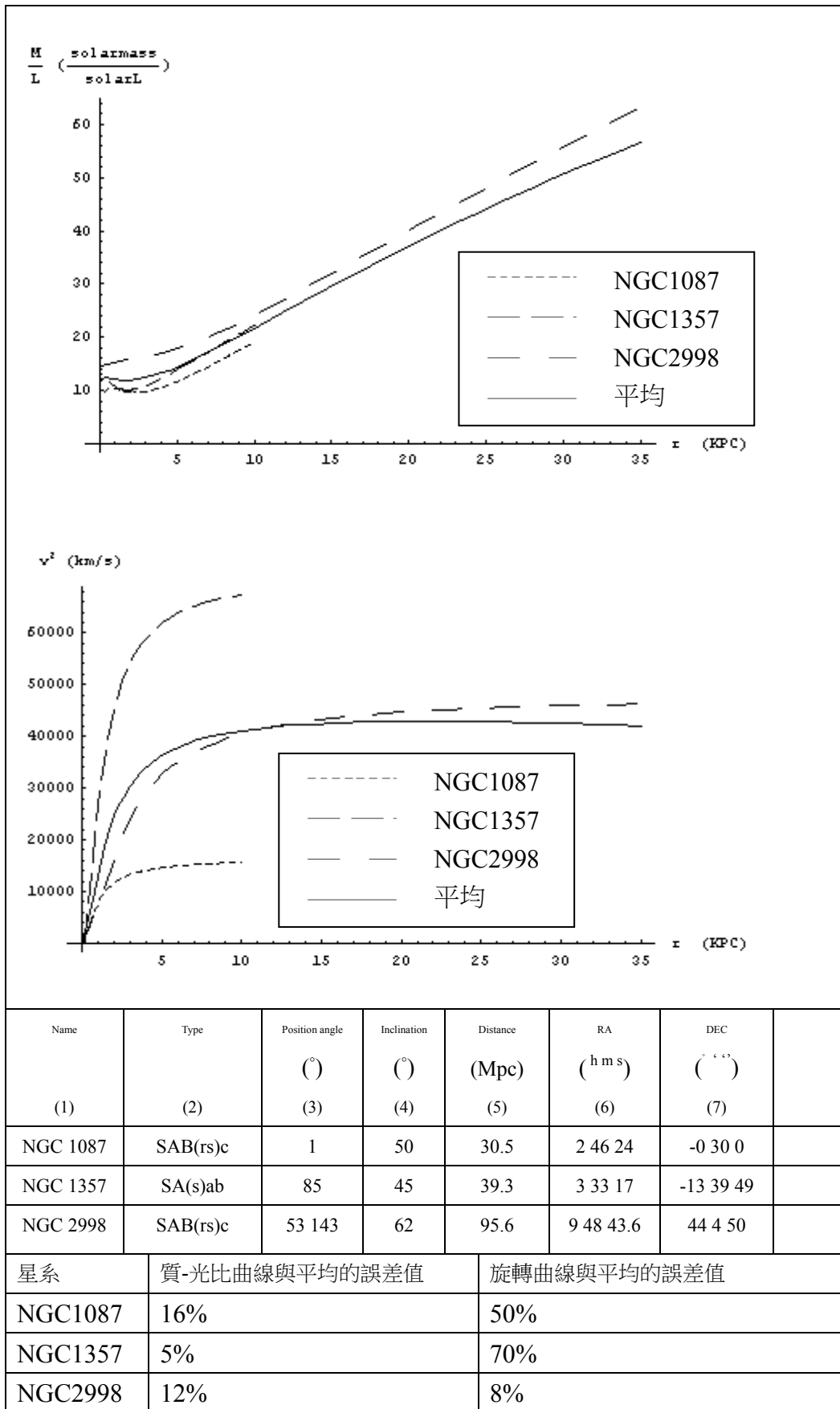


表 十八 3.4 節第七組(NGC1085、NGC1325、NGC2742)

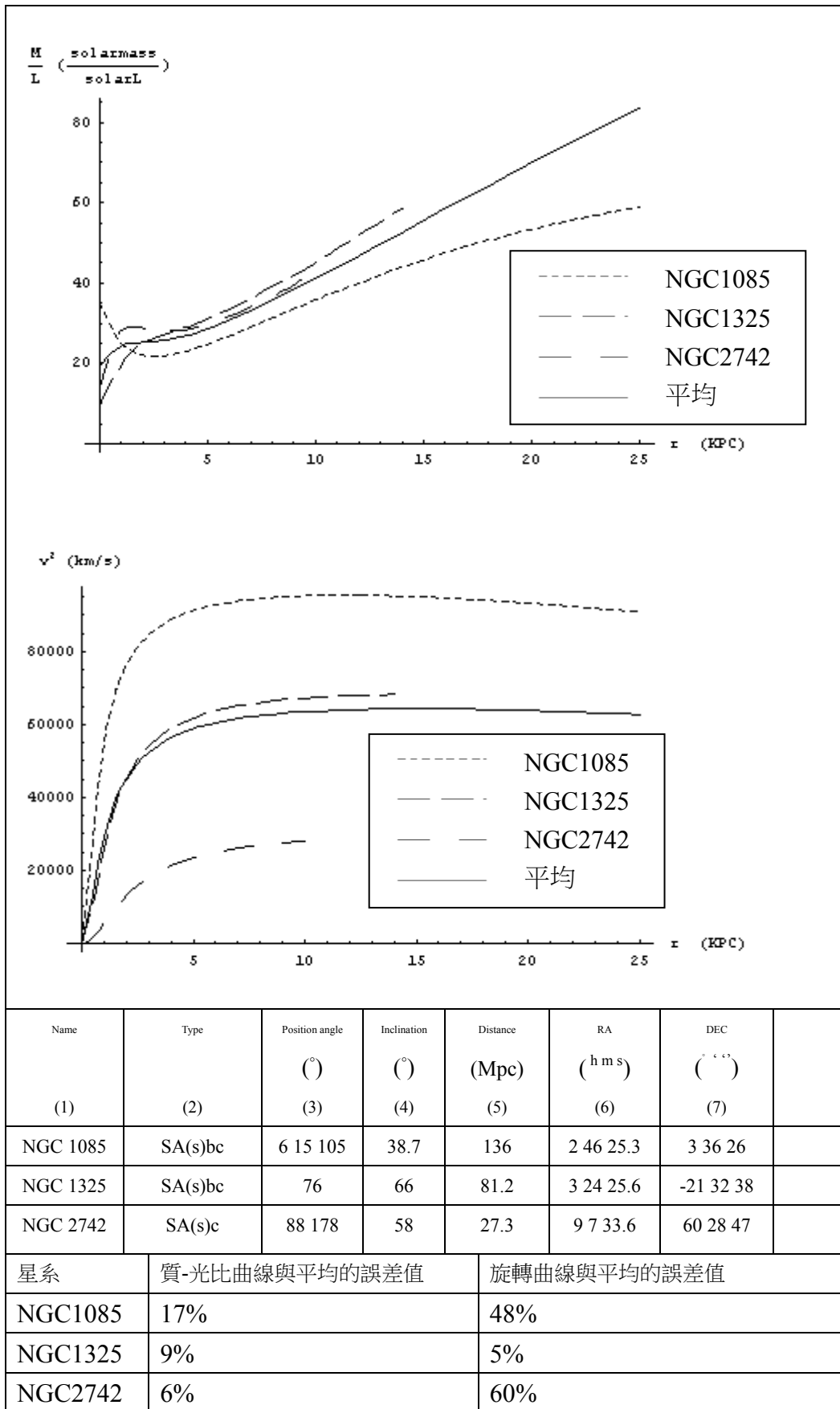


表 十九 3.4 節第八組(NGC2775、UGC11810)

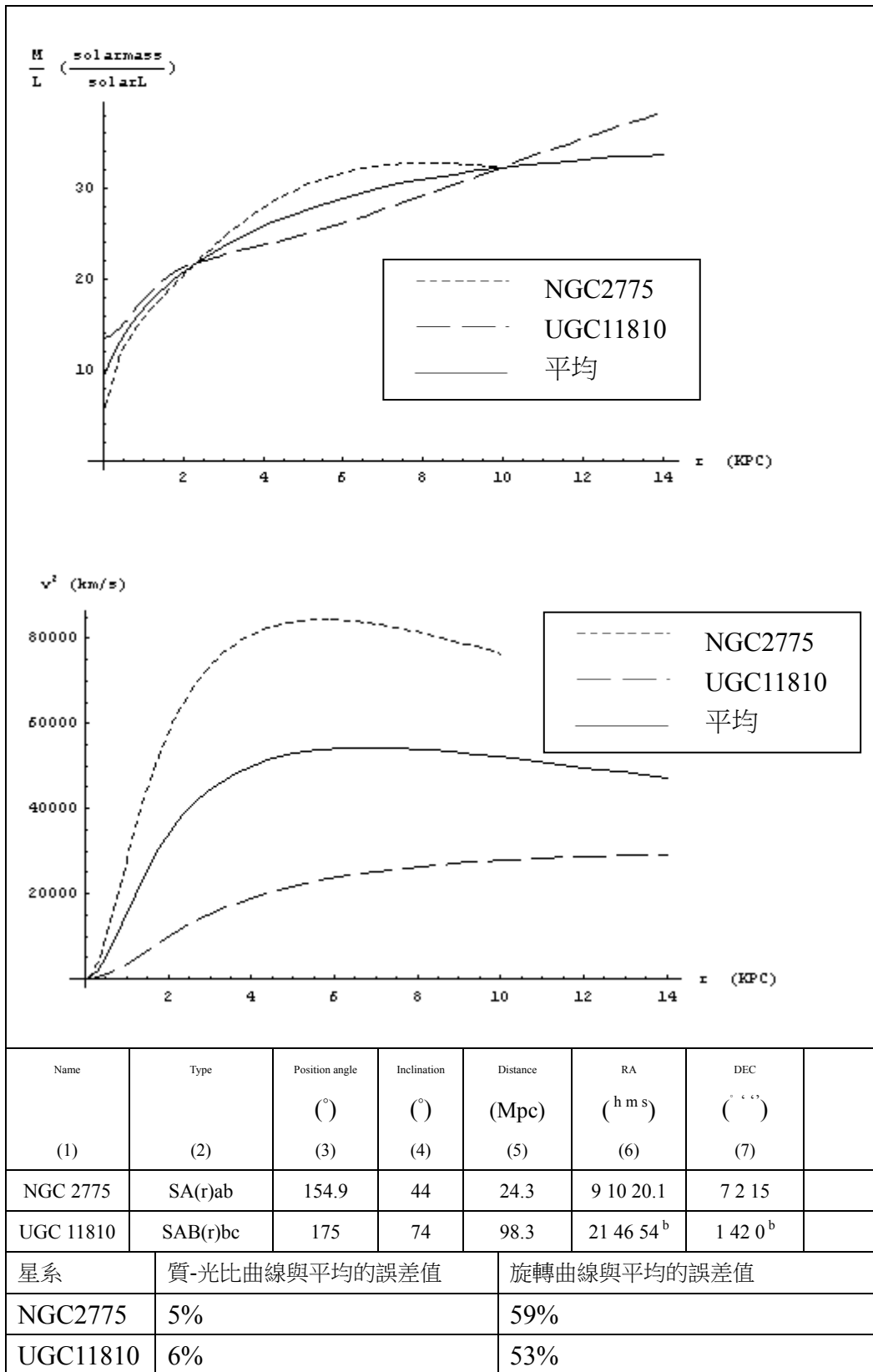
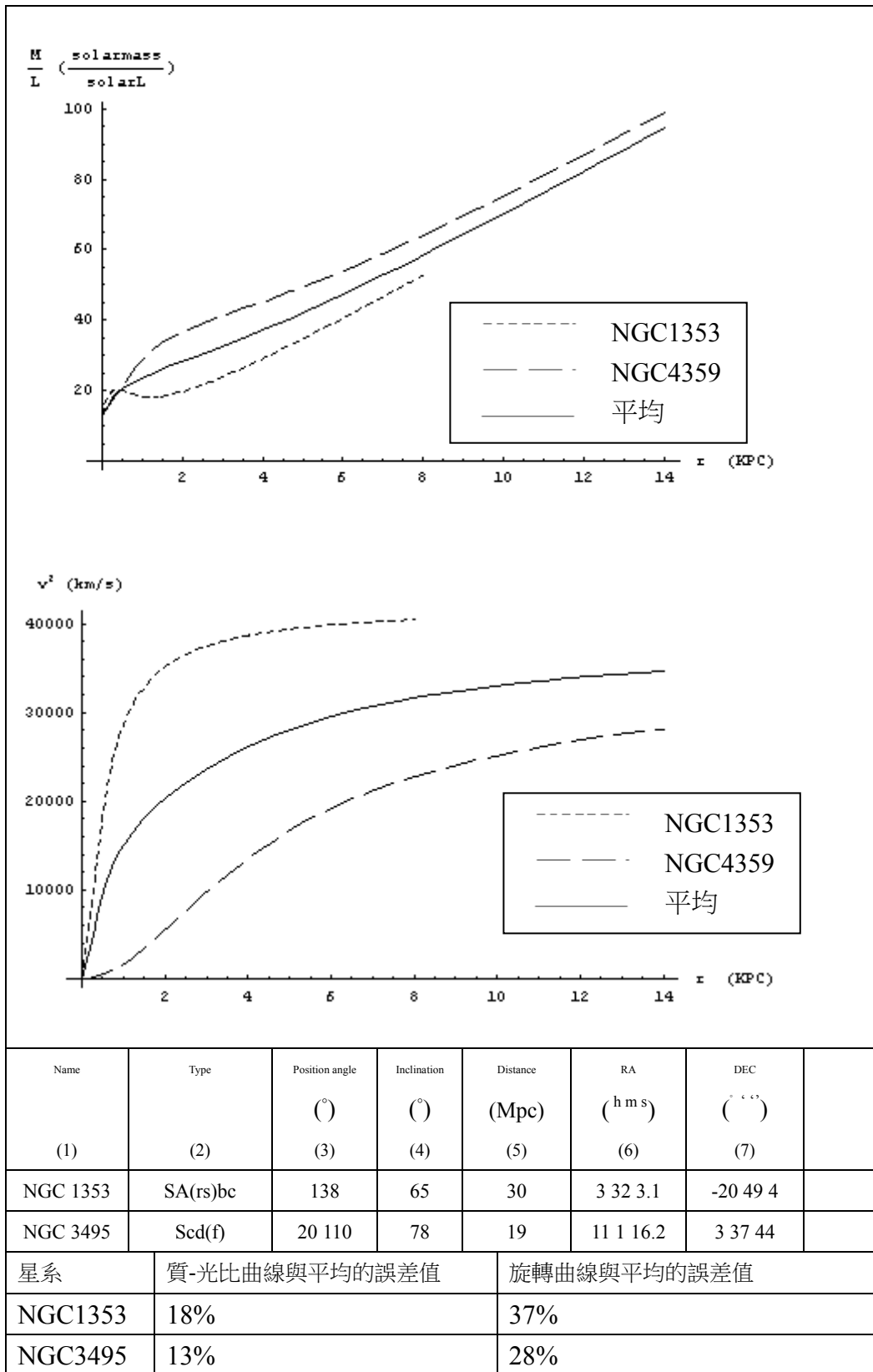


表 二十 3.4 節第九組(NGC1353、NGC3495)



我們把質-光比與組平均相差小於 20% 的星系視為同一組，並分別將 3.2 節中的旋轉曲線與 3.1 節星系的基本資料例如：星系種類(type)、方位角(position angle)、傾斜角(inclination)、距離(distance)、赤經座標

(RA)、赤緯座標(DEC)等一起比較。由本節九組相似質-光比的星系經過組間與組內的比較發現(表十二至表二十):

1. 星系外圍的質-光比較大

組間比較質-光比發現,質-光比曲線呈現越靠近星系中心值越小,越遠離星系中心值較大,若是比較同一組星系外圍與星系中心的質-光比,發現相差 2~6 倍之多,推測相較於星系中心而言,星系外圍的暗物質含量較多。

2. 質-光比曲線與星系種類、傾斜角有關

組內比較基本資料發現,擁有相似質-光比的星系它們的種類與傾斜角非常接近。觀察種類這個因素,除了星系的疏密程度(Sa、Sb、Sc)之外,星系中心棒狀結構(SA、SB、SAB)以及星系中心環圈結構(r、s)都在相似的質-光比星系中呈現相同結構。再觀察星系的傾斜角,它們相差約 20 度內,其中 3.4 節第一組、3.4 節第二組、3.4 節第四組、3.4 節第五組(表十二、表十三、表十五、表十六)這四組相近星系的傾斜角相差更小約 10 度的範圍。觀察 3.4 節第七組和 3.4 節第八組發現也有例外,它們的傾斜角高達 30 度,但是從種類這個因素中我們卻可以發現相當的接近,可見種類與傾斜角這兩個因素接近時可以找出相似質-光比的星系。在擁有相同質-光比的星系中,若是種類因素不那麼相近時,則傾斜角因素會更相近,反之亦然。

3. 質-光比與旋轉曲線的關係

組間比較質-光比與旋轉曲線的關係發現,3.4 節第一組、3.4 節第二組與 3.4 節第四組(表十二、表十三、表十五)它們的質-光比與旋轉曲線都非常相近,這三組星系的質-光比較大的組別其星系外圍的公轉速度也較大,呈正相關的趨勢,其餘六組相似質-光比它們的旋轉曲線卻出現很大的不同,因此無法看出任何關係。繼續組內的比較,也沒有看出質-光比與星系旋轉曲線呈正相關的關係。

在 3.2 節與 3.4 節中我們個別比較相近旋轉曲線的星系與相近質-光比的星系,並各自找出影響星系相近的可能因素。接下來我們希望比較旋轉曲線以及質-光比兩者皆相近的星系,參考 3.2 節與 3.4 節對於相近星系的定義:旋轉曲線與組平均相差 15%之內,質-光比曲線與組平均相差約 20%之內,同時符合這兩個條件的星系稱為相似的圖形。總共找出 3.2 節第四組(表六)、3.4 節第一組(表十二)、3.4 節第二組(表十三)、3.4 節第四組(表十五)共四組表列如下(表二十一):

表 二十一 旋轉曲線與質-光比皆相近的星系

3.2 節第四組(表六)							
Name	Type	Position angle	Inclination	Distance	RA	DEC	
(1)	(2)	(°)	(°)	(Mpc)	(^h ^m ^s)	([°] ['] ^{''})	
NGC 4682	SAB(s)cd	87	57	43	12 47 15.5	-10 3 47	
NGC 2742	SA(s)c	88 178	58	27.3	9 7 33.6	60 28 47	

NGC 4062	SA(s)c	104	64	14.8	12 4 3.8 ^b	31 53 43 ^b	
UGC 11810	SAB(r)bc	175	74	98.3	21 46 54 ^b	1 42 0 ^b	
3.4 節第一組(表十二)							
NGC 701	SB(rs)c	43	61	36.5	1 51 3.8	-9 42 8	
NGC 1035	SA(s)c	138 60	71	24.5	2 39 28.9	-8 7 58	
NGC 3067	SAB(r)ab	100 105	68	28.3	9 58 21.3	32 22 12	
3.4 節第二組(表十三)							
NGC 4682	SAB(s)cd	87	57	43	12 47 15.5	-10 3 47	
NGC 4062	SA(s)c	104	64	14.8	12 4 3.8 ^b	31 53 43 ^b	
3.4 節第四組(表十五)							
NGC 5033	SA(s)c	342	66.4	11.9 ^c	13 11 9.6	36 51 42	
NGC 7331	SA(s)b	168	74.8	14.9 ^c	22 34 46.4	34 9 23	

觀察 3.2 節與 3.4 節的結果發現，即使星系有相似的旋轉曲線不一定會得到相同的質-光比，有相似的質-光比也不一定會使星系有相同的旋轉曲線。在 3.2 節中，我們從七組相近旋轉曲線的星系中找出一組有相近質-光比的星系；在 3.4 節的結果，從九組相近質-光比的星系中，找出三組擁有相近旋轉曲線的星系。從 3.2 節與 3.4 節的比較結果中發現，利用相似質-光比來找相同的旋轉曲線比利用相似同旋轉曲線來找相同質-光比的星系更加容易。

表二十一列出四組旋轉曲線以及質-光比兩者皆相近的星系，從基本資料的比較可以看出這四組星系的種類與傾斜角也是相近。針對種類這個因素，在 3.2 節的討論中，我們只能看出與星系旋臂的疏密程度有關(Sa、Sb、Sc)，但在 3.4 節的比較結果中，可以更明顯的看出星系擁有相近旋轉曲線與質-光比時，除了星系的旋臂疏密程度之外，星系中心的棒狀結構(SA、SB、SAB)與星系中心的環圈結構(r、s)都呈現相近的趨勢。針對傾斜角這個因素，除了 3.2 節第四組(表六)的傾斜角大約相差在 15 度之外，其餘三組傾斜角更是小於 10 度，可推測當星系旋轉曲線與值-光比兩者皆相近時，星系的外型(morphology)與傾斜角皆可看出相近的結果。

組間比較觀察質-光比與旋轉曲線的關係發現，在質-光比與旋轉曲線皆相近的星系中，質-光比較大的組別其星系外圍的公轉速度也較大，呈正相關的趨勢，推測暗物質與一般物質皆相同程度影響著星系的旋轉曲線。

第四章 結論

我們假設螺旋星系是一個廣大盤狀系統，且存在於螺旋星系的暗物質都位在這個盤面上。本研究將文獻中螺旋星系旋轉曲線的觀測數據利用 Newtonian Dynamics 模型進行擬合，藉由擬合結果推算出該星系的質量密度曲線。本研究也蒐集星系視星等的觀測值，將視星等資料轉換成各個星系的光度曲線，再計算每個星系的質-光比進行分析比較。

先將相似旋轉曲線的星系歸納成同組。本研究找到七組擁有相似旋轉曲線的星系，同組內星系與組平均的誤差值皆不超過 15%，經過組間與組內的比較，發現旋轉曲線相近時，其質量密度分布情形也相同。旋轉曲線也與星系種類以及傾斜角有關，在種類方面我們發現星系旋臂疏密程度(Sa、Sb、Sc)有較明顯的相關，且Sb星系公轉速度會大於Sc星系的公轉速度，而星系中心的棒狀結構(SA、SB、SAB)與環圈結構(r、s)影響較小。在傾斜角方面，同組星系傾斜角相差多在 20 度內。再進一步觀察組內的質-光比，除了 3.2 節第四組(表六)之外，其他組別的質-光比差異都很大。

繼續我們將相似質-光比的星系視為同組進行比較，總共找出九組相近質-光比的星系，同組內的星系與組平均的誤差值皆不超過 20%，經過組間與組內的比較發現，質-光比與星系的種類與傾斜角有關，在種類這個因素中，根據組內的比較結果發現，相似星系除了有相近旋臂疏密程度(Sa、Sb、Sc)外，星系中心的棒狀結構(SA、SB、SAB)與環圈結構(r、s)都很相近。在傾斜角這個因素中，相似質光比星系的傾斜角在 30 度內。觀察質-光比在星系中的分布情形，質-光比在星系中心值較小，越靠近星系的外圍值越大，星系外圍的質-光比約為星系中心質-光比的 2~6 倍，可推測星系外圍有較多的暗物質存在。

觀察 3.2 節與 3.4 節的結果發現，即使星系有相似的旋轉曲線不一定會得到相同的質-光比，有相似的質-光比也不一定會使星系有相同的旋轉曲線。進一步比較 3.2 節與 3.4 節的結果觀察出，利用相似質-光比來找相同的旋轉曲線比利用相似同旋轉曲線來找相同質-光比的星系更加容易。

最後在眾多星系中我們尋找旋轉曲線與質-光比皆相近的星系，也就是同組間旋轉曲線與組平均相差小於 15%，且質-光比與組平均相差小於 20% 的星系，發現共有四組，分別為 3.2 節第四組(表六)、3.4 節第一組(表十二)、3.4 節第二組(表十三)、3.4 節第四組(表十五)，從表二十一整理的基本資料發現，當星系擁有相似的旋轉曲線與質-光比時，星系的種類與傾斜角也非常接近。在種類的因素中，不僅星系旋臂的疏密程度(Sa、Sb、Sc)皆近，星系中心的棒狀結構(SA、SB、SAB)與環圈結構(r、s)也相似。在傾斜角這個因素中，星系傾斜角最大相差 17 度，其中 3.4 節第一組(表十二)、3.4 節第二組(表十三)、3.4 節第四組(表十五)這三組傾斜角更相差 10 度內。在質-光比與旋轉曲線的關係中，質-光比較大的組別其星系外圍的公轉速度也較大，兩者呈正相關的趨勢。

參考資料

- [1] Begeman, K.G. (1987). Ph.D. thesis. Groningen University.
- [2] Blais-Ouellette, S., Amram, P., and Carignan, C. (2001). *Astron. J.* **121**, 1952.
- [3] Blais-Ouellette, S., Carignan, C., Amram, P., and Cote, S. (1999). *Astron. J.* **118**, 2123.
- [4] Carignan, C., Puche, D., and Bosma, A. (1990). *Astron. J.* **100**(3), 641.
- [5] Carignan, C., and Beaulieu, S. (1989). *Astrophys. J.* **347**, 760.
- [6] Carignan, C., and Puche, D. (1990). *Astron. J.* **100**(2), 394.
- [7] Carignan, C., Sancisi, R., and Albada, T.V. (1988). *Astron. J.* **95**(1), 37.
- [8] Clowe, D., Bradac, M., Gonzalez, A.H., Markevitch, M., Randall, S.W., Jones, C., and Zaritsky, D. *A direct empirical proof of the existence of dark matter*. astro-ph/0608407v1.
- [9] Cote, S., Carignan, C. and Sancisi, R. (1991). *Astron. J.* **102**(3), 904.
- [10] Kao, W.F., *Mass distribution of highly flattened galaxies and modified Newtonian dynamics*. 2006, astro-ph/0512535 v5.
- [11] Kent, S. (1986). *Astron. J.* **91**(6), 1301.
- [12] Kent, S. (1987). *Astron. J.* **93**(4), 816.
- [13] Kent, S. (1988). *Astron. J.* **96**(2), 514.
- [14] Lake, G., Schommer, R., and Gorkom, J.V. (1990). *Astron. J.* **99**(2), 547.
- [15] Puche, D., Carignan, C., and Bosma, A. (1990). *Astron. J.* **100**(5), 1468.
- [16] Puche, D., Carignan, C., and Wainscoat, R. (1991). *Astron. J.* **101**(2), 447.
- [17] Rubin, V.C., Burstein, D., Ford, W.K., and Thonnard, N. (1985). *Astrophys. J.* **289**, 81.
- [18] Rubin, V.C., Thonnard, N., and Ford, W.K. (1982). *Astrophys. J.* **261**, 439.

[19] Rubin, V., Thonnard, N., and Ford, J. W. K. (1980). *Astrophys. J.* **238**, 471.

[20] Rubin, V.C., Ford, W.K.J., and Whitmore, B.C. (1988). *Astrophys. J.* **333**, 522.

[21] Toomre, A. (1963). *Astrophys. J.* **138**, 385.

[22] Vaucouleurs, G. De (1959). *Handbuch der Physik.* **53**, 275.

[23] NASA/IPAC extragalactic database: <http://nedwww.ipac.caltech.edu/index.html>



附錄

一些常用的天文與物理單位轉換

1 acrsec = 1/60 acrmin = 1/3600 經度 重力常數 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$
1 KPC = 1000 PC = $3.085 \times 10^{19} \text{ m}$ 太陽質量 = $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
光速 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

Mathematica 數值計算程式

```
(* 擬合  $v^2 = c^2 \left( \frac{a_1}{\sqrt{x^2+a_1^2}} - \frac{a_2}{\sqrt{x^2+a_2^2}} \right)$  先猜出  $a_2$  再利用公式擬合出  $c$  和  $a_1$  的值 *)
(* 輸入資料 x7631 y7631 e7631 *)

Clear["Global`*"]
Remove["Global`*"]
<< Graphics`Graphics`

rx7631 = ReadList["D:\data\x7631.txt", Number];
(* 7631, 代表 Radius (KPC) *)
vy7631 = ReadList["D:\data\y7631.txt", Number];
(* 7631, 代表 v (km/s) *)
err7631 = ReadList["D:\data\e7631.txt", Number];
(* 7631, 代表 error *)
v76311 = (vy7631)^2;
errerr7631 = (err7631)^2;
exy7631 = Transpose[{rx7631, v76311, errerr7631}];
s7631 = Transpose[{rx7631, v76311}];
f2 = ErrorListPlot[exy7631, AxesOrigin -> {0, 0},
  Prolog -> AbsolutePointSize[4],
  AxesLabel -> {"r (KPC)", "v^2 (km/s)"}]

<< Statistics`NonlinearFit`

f = Block[{a2 = 2.218},
  NonlinearFit[s7631,
    c^2 * (a1 * (x^2 + a2^2)^0.5 - a2 * (x^2 + a1^2)^0.5) *
    ((x^2 + a2^2)^(-0.5)) * ((x^2 + a1^2)^(-0.5)), x, {c, a1}]]

f1 = Plot[{f, 0}, {x, 0, 26}];
f3 = Show[f2, f1, Frame -> True,
  FrameLabel -> {"label 1", "label 2", "label 3", "label 4"},
  PlotLabel -> StyleForm["NGC 7631 (UGC12539)", FontSize -> 14,
    FontFamily -> "Arial", FontSlant -> "Italic"],
  Epilog ->
  {Text[StyleForm["Sb 76° 66° 81.2Mpc", FontFamily -> "Arial",
    FontSize -> 12], {15, 2200}]}]
(* 四組數字分別為 Type, Position angle, Inclination, Distance *)
Export["1.gif", f3, "GIF"]
Block[{a2 = 2.218},
  BestFitParameters /.
  NonlinearRegress[s7631,
    c^2 * (a1 * (x^2 + a2^2)^0.5 - a2 * (x^2 + a1^2)^0.5) *
    ((x^2 + a2^2)^(-0.5)) * ((x^2 + a1^2)^(-0.5)), x,
    {c, a1}, RegressionReport -> BestFitParameters]]
```

```

G = 6.67 * 10-11;
c = 208.79434;
a1 = 8.3459 * 108;
a2 = 2.218;

y := 
$$\frac{c^2}{2 * \pi * G} \left( \frac{\sqrt{r^2 + a1^2} - \sqrt{r^2 + a2^2}}{\sqrt{r^2 + a1^2} * \sqrt{r^2 + a2^2}} \right) * \left( \frac{3.085 * 10^{19}}{1.99 * 10^{30}} \right) * 100;$$


f4 = Plot[y, {r, 0, 25}];
f5 = Show[f3, f4, PlotRange -> {0, 77000}, Frame -> True,
  FrameLabel -> {"r (kpc)", "v2 ( $\frac{\text{km}^2}{\text{s}^2}$ )", " ",
    "\mu (100 *  $\frac{\text{solarmass}}{\text{pc}^2}$ )"}];
Export["1-mu.gif", f5, "GIF"]

```

Luminosity 計算程式:

```

Clear["Global`*"]
Remove["Global`*"]
<<Graphics`Graphics`

rr1024 = ReadList["C:\data\xx1024.txt", Number];
(*1024,代表Radius (arc sec)*)
bb1024 = ReadList["C:\data\yy1024.txt", Number];
(*1024,代表Surface-brightness (mag arcsec-2*)
rxx1024 = ReadList["C:\data\zxx1024.txt", Number];
(*1024,代表Radius (kpc)*)

s1024 = Transpose[{rr1024, bb1024}];
f2 = ListPlot[bb1024, Prolog -> AbsolutePointSize[2],
  AxesLabel -> {"r (arc sec)", "Surface-brightness(mag arcsec-2)"},
  Epilog -> {Text[StyleForm["NGC 1024", FontFamily -> "Arial", FontSize -> 12], {20, 19}]}];
Export["s1024.gif", f2, "GIF"]
data1024 = Import["C:\data\yy1024.txt", "Table"]; M = data1024 - 5Log[10, 71.7 * 100000];

lum = 
$$\frac{(2.512^{4.83-M})}{\left(\frac{71.7 * 100000 * \pi}{180 * 3600}\right)^2};$$


lum1024 = Flatten[lum];

lumin1024 = Transpose[{rxx1024, lum1024}];

f3 = ListPlot[lumin1024, Prolog -> AbsolutePointSize[2], AxesLabel -> {"r (kpc)", "Luminosity( $\frac{L}{\text{pc}^2}$ )"},
  Epilog -> {Text[StyleForm["NGC 1024", FontFamily -> "Arial", FontSize -> 12], {30, 1900}]}];

```

<<Statistics\NonlinearFit`

f=

```
Block[{a2=1.48},  
  NonlinearFit[lumin1024,  
    c^4*((a1*(x^2+a2^2)^0.5-a2*(x^2+a1^2)^0.5)*((x^2+a2^2)^(-0.5))*((x^2+a1^2)^(-0.5)))^  
    2,x,{c,a1}]
```

```
f1=Plot[{f,0},{x,0,56}];
```

```
f4=Show[f1,f3,AxesLabel->{"r (kpc)", "Luminosity( $\frac{L}{pc^2}$ )"},
```

```
Epilog->{Text[StyleForm["NGC 1024",FontFamily->"Arial",FontSize->12],{30,190}]}];
```

```
Export["sbl024.gif",f4,"GIF"]
```

```
Block[{a2=1.48},
```

```
BestFitParameters/.NonlinearRegress[lumin1024,  
  c^4*((a1*(x^2+a2^2)^0.5-a2*(x^2+a1^2)^0.5)*((x^2+a2^2)^(-0.5))*((x^2+a1^2)^(-0.5)))^  
  2,x,{c,a1},RegressionReport->BestFitParameters]
```

計算出M/L



G = 6.67 * 10⁻¹¹;

c = 290.1245;

a1 = 21.8786;

a2 = 1.07;

(*由上一個計算得出的結果*)

d = 5.4039;

b1 = -2.78;

b2 = 1.48;

$$y := \frac{c^2}{2 * \pi * G} \left(\frac{\sqrt{x^2 + a1^2} - \sqrt{x^2 + a2^2}}{\sqrt{x^2 + a1^2} * \sqrt{x^2 + a2^2}} \right) * \left(\frac{3.085 * 10^{19}}{1.99 * 10^{30}} \right);$$

```
f4=Plot[{y,0},{x,0,60},AxesLabel->{"r (KPC)", "μ ( $\frac{\text{solarmass}}{pc^2}$ )"}];
```

y2 :=

$$d^4 * ((b1 * (x^2 + b2^2)^0.5 - b2 * (x^2 + b1^2)^0.5) * ((x^2 + b2^2)^(-0.5)) * ((x^2 + b1^2)^(-0.5)))^2;$$

```
f5=Plot[{y2,0},{x,0,56},AxesLabel->{"r (kpc)", "Luminosity( $\frac{L}{pc^2}$ )"}];
```

y3 = $\frac{y}{y2}$;

```
f5=Plot[{y3,0},{x,0,56},Frame->True,FrameLabel->{"r (kpc)", "μ ( $\frac{\text{solarmass}}{L}$ )", " ", ""},
```

```
Epilog->{Text[StyleForm["NGC 1024",FontFamily->"Arial",FontSize->12],{30,0.4}]}];
```

```
Export["ML1024.gif",f5,"GIF"]
```

速度比較圖:

```

c = 154.88;
a1 = 8.85 * 108;
a2 = 2.218;
c = 168.49;
a11 = 11.16;
a12 = 2.02;

f := c2 * (a1 * (x2 + a22)0.5 - a2 * (x2 + a12)0.5) *
  ((x2 + a22)-0.5) * ((x2 + a12)-0.5)
f1 = Plot[f, {x, 0, 20},
  AxesLabel -> {"r (KPC)", "v2 (km/s)"}];

f0 :=
  c2 * (a11 * (x2 + a122)0.5 - a12 * (x2 + a112)0.5) *
  ((x2 + a122)-0.5) * ((x2 + a112)-0.5)
f2 = Plot[f0, {x, 0, 7},
  PlotStyle -> {Dashing[{0.05, 0.05, 0.1}]},
  AxesLabel -> {"r (KPC)", "v2 (km/s)"}];
Show[f1, f2]

```

質量密度(μ)比較圖:



```

G = 6.67 * 10-11;
c = 154.88;
a1 = 8.85 * 108;
a2 = 2.218;
c1 = 168.49;
a11 = 11.16;
a12 = 2.02;

y :=  $\frac{c^2}{2 * \pi * G} \left( \frac{\sqrt{r^2 + a1^2} - \sqrt{r^2 + a2^2}}{\sqrt{r^2 + a1^2} * \sqrt{r^2 + a2^2}} \right) * \left( \frac{3.085 * 10^{19}}{1.99 * 10^{30}} \right) * 100;$ 
f5 = Plot[y, {r, 0, 20},
  AxesLabel -> {"r (KPC)", " $\mu (10^{-2} * \frac{\text{solarmass}}{\text{pc}^2})$ "}];

y1 :=  $\frac{c1^2}{2 * \pi * G} \left( \frac{\sqrt{r^2 + a11^2} - \sqrt{r^2 + a12^2}}{\sqrt{r^2 + a11^2} * \sqrt{r^2 + a12^2}} \right) * \left( \frac{3.085 * 10^{19}}{1.99 * 10^{30}} \right) * 100;$ 
f6 = Plot[y1, {r, 0, 7},
  PlotStyle -> {Dashing[{0.05, 0.05, 0.15}]},
  AxesLabel -> {"r (KPC)", " $\mu (10^{-2} * \frac{\text{solarmass}}{\text{pc}^2})$ "}];
f1 = Show[{f5, f6}];

```