

國立交通大學

機械工程學系

博士論文

主動纖維複材的脫層偵測與驗證

Detection and Verification for Delamination
of Active Fiber Composites

研究生：王多聞

指導教授：尹慶中 博士

中華民國九十九年五月

主動纖維複材的脫層偵測與驗證

Detection and Verification for Delamination
of Active Fiber Composites

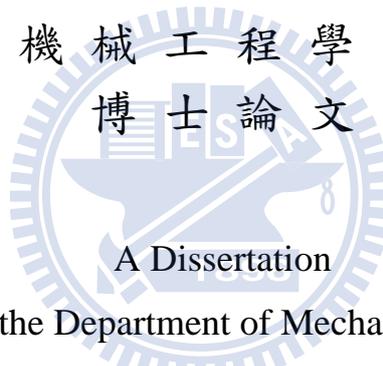
研究生：王多聞

Student : Dwo-Wen Wang

指導教授：尹慶中

Advisor : Chin-Chung Yin

國立交通大學
機械工程學系
博士論文



Submitted to the Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Doctor of Philosophy

in

Mechanical Engineering

May 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年五月

主動纖維複材的脫層偵測與驗證

研究生：王多聞

指導教授：尹慶中博士

國立交通大學機械工程學系

摘要

主動纖維複材是由一層直徑、長度相同的鉛鈦酸鉛纖維，以相同的方位整齊排列成一平面，再以環氧基樹脂填注於纖維之間，形成一片由壓電纖維與環氧基樹脂所構成的薄片，此薄片上下兩面各黏貼一片對稱排列之軟性指叉電極。這種材料具備了重量輕、可撓性、較佳的機電轉換性能、異向性靈敏度及韌性高的特性，能夠平順地與大型曲面的結構件結合在一起。

主動纖維複材黏貼在結構表面做為致動或信號偵測時，必須確保主動纖維複材與結構表面緊密結合，使其致動或感測能力確實無誤。本論文提出簡易、可靠的監測方法，以阻抗頻譜偵測主動纖維複材的黏貼狀況。黏貼在結構表面的主動纖維複材發生脫層時，脫離主結構的部分可視為單邊固定的懸臂板，此懸臂板的面內共振頻率與脫層尺寸相關。本研究將主動纖維複材與主結構的脫層分為脫層前緣與纖維垂直、平行及角落脫層三種情況進行探討。根據解析解、有限元素模擬與阻抗量測，確認面內的基本共振頻率與脫層大小成反比，並以電子光斑干涉證實脫層部分的共振為面內振動。此外，面內第二共振頻率與基本共振頻率的比值可用以辨識角落脫層前緣的走向。

Detection and Verification for Delamination of Active Fiber Composites

Student: Dwo-Wen Wang

Advisor: Ching-Chung Yin

Department of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

This dissertation presents a novel method to monitor the bonding condition of active fiber composites (AFCs), which are formed with unidirectionally aligned piezoelectric fibers embedded in epoxy matrix and sandwiched between two symmetrical interdigital electrodes. Because of their mechanical flexibility and toughness, AFCs can be tailored to fit smoothly with curved shell structures and used as integrated sensors/actuators to compose functional structures. Delamination between AFC patch and host structure should be avoided and surveyed through its service life. AFC excited by sinusoidal voltage works like a resonator. Its electric charge is proportional to the strain field experienced by the host material integrated over its coverage area. The electric impedance and mechanical displacement of the AFC patch adhered on an aluminum plate were investigated in a broad frequency range. The modal characteristics depend on the size and shape of delamination. Three kinds of delaminations, including front edge, side edge and corner edge delaminations, were explored and discussed in this dissertation. Analytical solution, finite element simulation, impedance measurement and verification of in-plane vibration using electronic speckle pattern interferometry were presented to show the method for detection of active fiber composites is simple and reliable. Further, the frequency ratio of the second to the fundamental resonance of in-plane vibration plays a significant role to determine the orientation of corner edge delamination.

誌 謝

自進入博士班進修以來，即承蒙指導教授尹慶中博士的耐心指導，並由其對學術研究的堅持而獲得啟發，首先要在此表達個人由衷的感謝與敬意。在此同時，非破壞檢測實驗室的游泰和學長、許世明學長、劉育翔同學、溫子達、許家豪、孫繼增、黃俊傑、蔡德新、黃國彰、張桓楨、陳俊宏、蘇裕為、施文斌、楊炘岳、李政良、蔡汶志、嚴承侯、潘權文、鍾重光、張逸涵、黃康哲、賴佑年、鄭博毅、吳昱瑾、蔡慶芳、黃室維、吳家宇、湯士杰、鄭智遠、王裕太、蔡旻軒諸位學弟妹，在個人學習、研究與生活中的協助與陪伴，幫我克服許多的困難而順利前進。其中汶志對本研究中的等效材料參數推算以及佑年在電子光斑干涉實驗的協助，均對本論文的完成有重大的幫助。

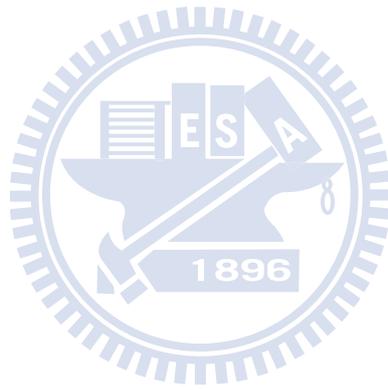
在漫長的進修過程中，家母王雲淑嬌女士以及內人廖淑惠的支持與體諒使我能無後顧之憂，在此更要表示衷心的感謝。亦要謝謝吾兒廣弘、廣任對父親疏於照顧的無怨。最後要感謝先父 王展飛先生的辛勤撫育與諄諄教誨，使我能在人生的道路上克服困難邁步向前。

謹以此文獻給我親愛的家人與朋友。

王 多 聞 謹誌

中華民國 99 年 5 月

本頁空白

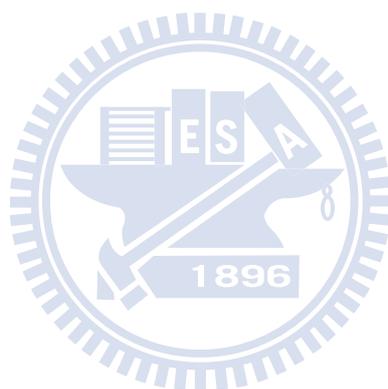


目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	v
表目錄	viii
圖目錄	x
符號說明	xxix
第一章	緒 論.....	1
1.1	研究背景.....	1
1.2	文獻回顧.....	2
1.3	內容簡述.....	5
第二章	理論分析與模擬.....	7
2.1	壓電材料的特性方程式.....	7
2.2	主動纖維複材的構造.....	9
2.3	主動纖維複材的材料特性分析模型.....	10
2.3.1	均勻場模型.....	10
2.3.2	有限元素模型.....	20
2.4	主動纖維複材的脫層行為分析.....	22
2.4.1	脫層前緣與纖維垂直的脫層.....	23
2.4.2	脫層前緣與纖維平行的脫層.....	26
2.4.3	二維的角落脫層.....	29
2.5	主動纖維複材的脫層有限元素模型.....	30
2.5.1	脫層前緣與纖維垂直的有限元素模型.....	31

2.5.2	脫層前緣與纖維平行時的有限元素模型	34
2.5.3	二維角落邊緣脫層的有限元素模型	35
2.5.3.1	L 邊與 W 邊相等的等邊角落脫層	36
2.5.3.2	L 邊大於 W 邊的角落脫層	37
2.5.3.3	L 邊小於 W 邊的角落脫層	37
第三章	實驗量測與結果.....	97
3.1	主動纖維複材的材料特性試驗.....	99
3.1.1	壓電常數量測.....	100
3.1.2	拉伸試驗.....	101
3.2	主動纖維複材的阻抗量測	104
3.2.1	阻抗與模態.....	104
3.2.2	阻抗量測方法.....	105
3.3	主動纖維複材的脫層量測試驗.....	105
3.3.1	脫層前緣與纖維方向垂直時的阻抗量測	105
3.3.2	邊緣脫層前緣與纖維平行的阻抗量測	107
3.3.3	二維邊緣脫層的阻抗量測.....	108
3.4	主動纖維複材脫層的驗證.....	108
3.4.1	電子光斑干涉術.....	108
3.4.2	主動纖維複材的振動面內振動量測	112
3.4.3	量測光學系統架設.....	115
3.4.4	量測結果.....	115
第四章	結果與討論.....	175
4.1	脫層前緣與纖維垂直以及與纖維平行的脫層結果.....	175
4.2	角落脫層的結果.....	178
第五章	結論與展望.....	196

5.1	結論.....	196
5.2	未來展望.....	197
參考文獻	198
附錄一	PFC 等效材料參數的修訂.....	204
附錄二	壓電纖維複材材料參數的轉換.....	206



表目錄

表 2-1	張量下標之對應表.....	8
表 2-2	有限元素四分之一模型的邊界條件	21
表 2-3	有限元素模型決定等效材料性質的負載條件	22
表 2-4	PZT5A 材料參數.....	30
表 2-5	等效材料之撓性常數、壓電常數與介電常數	31
表 2-6	修訂後的等效材料撓性常數.....	31
表 2-7	Type-I PFC 不同的脫層狀態模擬所得的共振頻率.....	33
表 2-8	Type-III PFC 的脫層前緣與纖維垂直時，不同的脫層狀態模擬 所得的共振頻率	34
表 2-9	Type-III PFC 的脫層前緣與纖維平行時，不同脫層尺寸模擬所 得的共振頻率	35
表 2-10	Type-III PFC 具不同邊長之等邊角落脫層，模擬所得的面內 共振頻率	36
表 2-11	W 邊為 20mm 時，角落脫層之面內共振頻率相對 L 邊長的 變化.....	37
表 2-12	L 邊為 20mm 時，角落脫層之面內共振頻率相對 W 邊長的 變化.....	38
表 3-1	ACI 公司提供的 PFC 相關尺寸、物性與電性數據表	98
表 3-2	ACI 公司所生產 PZT-5A 壓電纖維材料參數.....	99
表 3-3	KYOWA 雙軸應變規的規格.....	100
表 3-4	壓電常數 d_{31} 、 d_{33} 實驗數據表.....	101
表 3-5	萬能試驗機 MTS 拉伸結果表	103
表 3-6	撓性常數表.....	103

表 3-7	實驗條件及結果	103
表 3-8	實驗數據與等效模型預測值比較	104
表 3-9	Type-I PFC 的脫層前緣與纖維垂直，不同長度脫層的共振頻率量測值	106
表 3-10	Type-III PFC 脫層前緣與纖維垂直，不同長度脫層的共振頻率量測值	107
表 4-1	邊緣脫層前緣垂直纖維的 Type-I PFC 面內基本共振頻率	176
表 4-2	邊緣脫層前緣垂直纖維的 Type-III PFC 面內基本共振頻率	176
表 4-3	不同尺寸邊緣脫層之 Type-II PFC 在平行纖維方向之面內共振頻率	177
表 4-4	不同尺寸邊緣脫層之 Type-III PFC 在平行纖維方向之面內共振頻率	178
表 4-5	等邊角落脫層的 Type-III PFC 模擬與試驗結果比較	179
表 4-6	L 邊大於 W 邊之 Type-III PFC 角落脫層的模擬與試驗結果	179
表 4-7	L 邊小於 W 邊之 Type-III PFC 角落脫層的模擬與試驗結果	180
表 4-8	不同尺寸之 Type-III PFC 角落脫層的面內共振頻率計算值	181
表 4-9	材料參數對等邊角落脫層之面內共振頻率比值的影響	182

圖目錄

圖 2-1	壓電材料之壓電效應示意圖.....	39
圖 2-2	主動纖維複材的構造示意圖.....	39
圖 2-3	主動纖維複材的纖維極化過程示意圖	40
圖 2-4	Macro Fiber Composites 的構造示意圖.....	40
圖 2-5	主動纖維複材的四分之一代表性體積元素	41
圖 2-6	主動纖維複材的解析方法.....	41
圖 2-7	多層壓電纖維均勻的方形封裝模型	42
圖 2-8	主動纖維複材的矩形封裝模型.....	42
圖 2-9	有限元素分析的代表性體積元素模型。	43
圖 2-10	壓電纖維複材代表性體積元素的有限元素爆炸圖	43
圖 2-11	壓電纖維複材的脫層分類示意圖.....	44
圖 2-12	壓電纖維複材邊緣脫層分類示意圖	44
圖 2-13	脫離主結構而懸空的主動纖維複材示意圖	45
圖 2-14	Type-I PFC 主動纖維複材的 ANSYS 分析模型圖	45
圖 2-15	Type-I PFC 主動纖維複材 free-free 狀態時的分析阻抗響應.....	46
圖 2-16	Type-I PFC 主動纖維複材底面固定狀態時的分析阻抗響應.....	46
圖 2-17	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 13mm 邊緣脫層的分析阻抗 響應	47
圖 2-18	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 13mm 邊緣脫層的分析振形 (52,900Hz).....	47
圖 2-19	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 26mm 邊緣脫層的分析阻抗 響應	48
圖 2-20	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 26mm 邊緣脫層的分析振形 (26,400Hz).....	48

圖 2-21	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 39mm 邊緣脫層的分析阻抗 響應.....	49
圖 2-22	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 39mm 邊緣脫層的分析振形 (17,600Hz).....	49
圖 2-23	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 52mm 邊緣脫層的分析阻抗 響應.....	50
圖 2-24	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 52mm 邊緣脫層的分析振形 (13,200Hz).....	50
圖 2-25	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 65mm 邊緣脫層的分析阻抗 響應.....	51
圖 2-26	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 65mm 邊緣脫層的分析振形 (10,400Hz).....	51
圖 2-27	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 78mm 邊緣脫層的分析阻抗 響應.....	52
圖 2-28	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 78mm 邊緣脫層的分析振形 (8,700Hz).....	52
圖 2-29	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 91mm 邊緣脫層的分析阻抗 響應.....	53
圖 2-30	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 91mm 邊緣脫層的分析振形 (7,500Hz).....	53
圖 2-31	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 104mm 邊緣脫層的分析阻 抗響應.....	54
圖 2-32	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 104mm 邊緣脫層的分析振 形(6,500Hz).....	54
圖 2-33	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的分析阻 抗響應.....	55

圖 2-34	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的分析振 形(22,600Hz).....	55
圖 2-35	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 15mm 邊緣脫層的分析阻 抗響應.....	56
圖 2-36	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 15mm 邊緣脫層的分析振 形(18,600Hz).....	56
圖 2-37	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的分析阻 抗響應.....	57
圖 2-38	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的分析振 形(17,100Hz).....	57
圖 2-39	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 25mm 邊緣脫層的分析阻 抗響應.....	58
圖 2-40	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 25mm 邊緣脫層的分析振 形(16,400Hz).....	58
圖 2-41	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的分析阻 抗響應.....	59
圖 2-42	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的分析振 形(16,000Hz).....	59
圖 2-43	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 35mm 邊緣脫層的分析阻 抗響應.....	60
圖 2-44	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 35mm 邊緣脫層的分析振 形(15,600Hz).....	60
圖 2-45	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析阻 抗響應.....	61
圖 2-46	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析振	

	形(15,300Hz).....	61
圖 2-47	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 45mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	62
圖 2-48	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 45mm 邊緣脫層的分析振形(14,700Hz).....	62
圖 2-49	壓電纖維涵蓋區域之寬度 W 較纖維長度 L 大之 PFC 示意圖.....	63
圖 2-50	10mm 長 x 50mm 寬 x 0.4mm 厚的 Type-II PFC 主動纖維複材有限元素網格圖.....	63
圖 2-51	Type-II PFC 主動纖維複材 free-free 狀態的分析阻抗響應.....	64
圖 2-52	Type-II PFC 主動纖維複材底面固定時的分析阻抗響應.....	64
圖 2-53	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 5mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	65
圖 2-54	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	65
圖 2-55	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 5mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	66
圖 2-56	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 5mm 邊緣脫層的分析振形(39,900Hz).....	66
圖 2-57	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	67
圖 2-58	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的分析振形(28,100Hz).....	67
圖 2-59	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 15mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	68
圖 2-60	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 15mm 邊緣脫層的分析振	

	形(24,200Hz).....	68
圖 2-61	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	69
圖 2-62	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的分析振形(19,100Hz).....	69
圖 2-63	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 25mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	70
圖 2-64	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 25mm 邊緣脫層的分析振形(15,400Hz).....	70
圖 2-65	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	71
圖 2-66	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的分析振形(12,800Hz).....	71
圖 2-67	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 35mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	72
圖 2-68	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 35mm 邊緣脫層的分析振形(11,000Hz).....	72
圖 2-69	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析阻抗響應.....	73
圖 2-70	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析振形(9,600Hz).....	73
圖 2-71	二維的角落脫層區說明示意圖.....	74
圖 2-72	60mm 長 x 50mm 寬 x 0.4mm 厚的 Type-III PFC 在 free-free 時的分析阻抗響應.....	74
圖 2-73	Type-III PFC 完全黏著於鋁板時的分析阻抗響應.....	75

圖 2-74	Type-III PFC 在 L10mm x W10mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	76
圖 2-75	Type-III PFC 在 L10mm x W10mm 的角落脫層的分析振形 (49,700Hz).....	76
圖 2-76	Type-III PFC 在 L15mm x W15mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	77
圖 2-77	Type-III PFC 在 L15mm x W15mm 的角落脫層的分析振形 (34,900Hz).....	77
圖 2-78	Type-III PFC 在 L20mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	78
圖 2-79	Type-III PFC 在 L20mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (25,900Hz).....	78
圖 2-80	Type-III PFC 在 L25mm x W25mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	79
圖 2-81	Type-III PFC 在 L25mm x W25mm 的角落脫層的分析振形 (21,200Hz).....	79
圖 2-82	Type-III PFC 在 L30mm x W30mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	80
圖 2-83	Type-III PFC 在 L30mm x W30mm 的角落脫層的分析振形 (17,500Hz).....	80
圖 2-84	Type-III PFC 在 L35mm x W35mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	81
圖 2-85	Type-III PFC 在 L35mm x W35mm 的角落脫層的分析振形 (14,900Hz).....	81
圖 2-86	Type-III PFC 在 L40mm x W40mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	82

圖 2-87	Type-III PFC 在 L40mm x W40mm 的角落脫層的分析振形 (13,000Hz).....	82
圖 2-88	Type-III PFC 在 L45mm x W45mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	83
圖 2-89	Type-III PFC 在 L45mm x W45mm 的角落脫層的分析振形 (11,700Hz).....	83
圖 2-90	Type-III PFC 在 L50mm x W50mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	84
圖 2-91	Type-III PFC 在 L50mm x W50mm 的角落脫層的分析振形 (10,500Hz).....	84
圖 2-92	Type-III PFC 在 L25mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	85
圖 2-93	Type-III PFC 在 L25mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (24,700Hz).....	85
圖 2-94	Type-III PFC 在 L30mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	86
圖 2-95	Type-III PFC 在 L30mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (23,400Hz).....	86
圖 2-96	Type-III PFC 在 L35mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	87
圖 2-97	Type-III PFC 在 L35mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (22,400Hz).....	87
圖 2-98	Type-III PFC 在 L40mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	88
圖 2-99	Type-III PFC 在 L40mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (21,600Hz).....	88

圖 2-100	Type-III PFC 在 L45mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	89
圖 2-101	Type-III PFC 在 L45mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (20,800Hz).....	89
圖 2-102	Type-III PFC 在 L50mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	90
圖 2-103	Type-III PFC 在 L50mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (19,900Hz).....	90
圖 2-104	Type-III PFC 在 L20mm x W25mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	91
圖 2-105	Type-III PFC 在 L20mm x W25mm 的角落脫層的分析振形 (22,500Hz).....	91
圖 2-106	Type-III PFC 在 L20mm x W30mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	92
圖 2-107	Type-III PFC 在 L20mm x W30mm 的角落脫層的分析振形 (20,100Hz).....	92
圖 2-108	Type-III PFC 在 L20mm x W35mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	93
圖 2-109	Type-III PFC 在 L20mm x W35mm 的角落脫層的分析振形 (18,300Hz).....	93
圖 2-110	Type-III PFC 在 L20mm x W40mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	94
圖 2-111	Type-III PFC 在 L20mm x W40mm 的角落脫層的分析振形 (17,000Hz).....	94
圖 2-112	Type-III PFC 在 L20mm x W45mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	95

圖 2-113	Type-III PFC 在 L20mm x W45mm 的角落脫層的分析振形 (16,100Hz).....	95
圖 2-114	Type-III PFC 在 L20mm x W50mm 的角落脫層的分析阻抗 響應.....	96
圖 2-115	Type-III PFC 在 L20mm x W50mm 的角落脫層的分析振形 (15,300Hz).....	96
圖 3-1	ACI 公司生產之 PFC (Type-I)	116
圖 3-2	PFC 的剖面與相關尺寸	116
圖 3-3	PFC 一端的電極端子	116
圖 3-4	ACI 公司製造之 FIB-PFC-W54 壓電纖維複材.....	117
圖 3-5	由 FIB-PFC-W54 改製成 Type-II PFC: 長度 10mm 寬度 50mm 之主動纖維複材	117
圖 3-6	由 FIB-PFC-W54 改製成 Type-III PFC: 長度 60mm 寬度 50mm 之主動纖維複材	118
圖 3-7	壓電常數 d_{31} 、 d_{33} 量測裝置圖.....	118
圖 3-8	d_{31} 實驗曲線圖之一	119
圖 3-9	d_{33} 實驗曲線圖之一	119
圖 3-10	MTS 萬能試驗機拉伸裝置圖	120
圖 3-11	MTS 萬能拉伸試驗機之軸向應力對軸向應變曲線圖之一	120
圖 3-12	MTS 萬能拉伸試驗機之側向應變對軸向應變曲線圖之一	121
圖 3-13	HT-2102 電腦伺服控制材料試驗機執行拉伸試驗	121
圖 3-14	HT-2102 電腦伺服控制材料試驗機之軸向應力對軸向應變曲 線圖之一	122
圖 3-15	HT-2102 電腦伺服控制材料試驗機之側向應變對軸向應變曲 線圖之一	122
圖 3-16	典型壓電元件的阻抗響應曲線.....	123

圖 3-17	PFC 阻抗量測示意圖	123
圖 3-18	由網路分析儀量測所得的 Type-I PFC 阻抗圖	124
圖 3-19	PFC 與鋁板以環氧樹脂部分膠合模擬脫層缺陷之示意圖	124
圖 3-20	Type-I PFC 主動纖維複材完全黏貼在鋁板上的狀態	125
圖 3-21	Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 13mm 的邊緣脫層	125
圖 3-22	Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 26mm 的邊緣脫層	125
圖 3-23	Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 39mm 的邊緣脫層	126
圖 3-24	Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 52mm 的邊緣脫層	126
圖 3-25	Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 65mm 的邊緣脫層	126
圖 3-26	Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 78mm 的邊緣脫層	127
圖 3-27	Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 91mm 的邊緣脫層	127
圖 3-28	Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 104mm 的邊緣脫層	127
圖 3-29	Type-I PFC 完整黏貼在鋁板上的量測阻抗響應	128
圖 3-30	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 13mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應	128
圖 3-31	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 26mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應	129

圖 3-32	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 39mm 邊緣脫層的量測阻抗響應	129
圖 3-33	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 52mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應	130
圖 3-34	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 65mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應	130
圖 3-35	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 78 邊緣脫層時的量測阻抗響應	131
圖 3-36	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 91mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應	131
圖 3-37	Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 104mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應	132
圖 3-38	Type-III PFC 完全黏貼在鋁板上之狀態	132
圖 3-39	Type-III PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 10mm 的邊緣脫層態	133
圖 3-40	Type-III PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 20mm 的邊緣脫層	133
圖 3-41	Type-III PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 30mm 的邊緣脫層態	134
圖 3-42	Type-III PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 40mm 的邊緣脫層	134
圖 3-43	Type-III PFC 主動纖維複材 free-free 時的量測阻抗響應	135
圖 3-44	Type-III PFC 主動纖維複材完全黏貼在鋁板上的量測阻抗響應	135
圖 3-45	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 10mm 邊緣脫層時的量測	

	阻抗響應.....	136
圖 3-46	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 20mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應.....	136
圖 3-47	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 30mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應.....	137
圖 3-48	Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 40mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應.....	137
圖 3-49	Type-II PFC free-free 狀態下量測所得之阻抗響應.....	138
圖 3-50	Type-II PFC 完全黏貼在鋁板上.....	138
圖 3-51	Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 5mm 脫層前緣與纖維方向 平行的邊緣脫層.....	139
圖 3-52	Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 10mm 脫層前緣與纖維方 向平行的邊緣脫層.....	139
圖 3-53	Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 15mm 脫層前緣與纖維方 向平行的邊緣脫層.....	140
圖 3-54	Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 20mm 脫層前緣與纖維方 向平行的邊緣脫層.....	140
圖 3-55	Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 25mm 脫層前緣與纖維方 向平行的邊緣脫層.....	141
圖 3-56	Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 30mm 脫層前緣與纖維方 向平行的邊緣脫層.....	141
圖 3-57	Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 35mm 脫層前緣與纖維方 向平行的邊緣脫層.....	142
圖 3-58	Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 40mm 脫層前緣與纖維方 向平行的邊緣脫層.....	142

圖 3-59	Type-II PFC 主動纖維複材完全黏貼在鋁板上量測所得的阻 抗響應	143
圖 3-60	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 5mm 邊緣脫層時的量測阻 抗響應	143
圖 3-61	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 10mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應	144
圖 3-62	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 15mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應	144
圖 3-63	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 20mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應	145
圖 3-64	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 25mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應	145
圖 3-65	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 30mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應	146
圖 3-66	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 35mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應	146
圖 3-67	Type-II PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層時的量測 阻抗響應	147
圖 3-68	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 10mm 的邊緣脫層狀態	147
圖 3-69	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 20mm 的邊緣脫層狀態材 ..	148
圖 3-70	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 30mm 的邊緣脫層狀態	148
圖 3-71	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 40mm 的邊緣脫層狀態材 ..	149
圖 3-72	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的量測阻 抗響應	149
圖 3-73	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的量測阻	

	抗響應.....	150
圖 3-74	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的量測阻 抗響應.....	150
圖 3-75	Type-III PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的量測阻 抗響應.....	151
圖 3-76	具有相鄰兩邊為 10mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC.....	151
圖 3-77	具有相鄰兩邊為 20mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC.....	152
圖 3-78	具有相鄰兩邊為 25mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC.....	152
圖 3-79	具有相鄰兩邊為 30mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC.....	153
圖 3-80	具有相鄰兩邊為 35mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC.....	153
圖 3-81	具有相鄰兩邊為 40mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC.....	154
圖 3-82	具有相鄰兩邊為 45mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC.....	154
圖 3-83	具有相鄰兩邊為 50mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC.....	155
圖 3-84	具有相鄰兩邊為 10mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測 阻抗響應.....	155
圖 3-85	具有相鄰兩邊為 20mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測 阻抗響應.....	156
圖 3-86	具有相鄰兩邊為 25mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測 阻抗響應.....	156
圖 3-87	具有相鄰兩邊為 30mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測 阻抗響應.....	157
圖 3-88	具有相鄰兩邊為 35mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測 阻抗響應.....	157
圖 3-89	具有相鄰兩邊為 40mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測 阻抗響應.....	158

圖 3-90	具有相鄰兩邊為 45mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測 阻抗響應	158
圖 3-91	具有相鄰兩邊為 50mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測 阻抗響應	159
圖 3-92	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 30mm、W 邊 20mm 之 角落脫層	159
圖 3-93	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 40mm、W 邊 20mm 之 角落脫層	160
圖 3-94	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 50mm、W 邊 20mm 之 角落脫層	160
圖 3-95	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 30mm、W 邊 20mm 之 角落脫層的量測阻抗響應	161
圖 3-96	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 40mm、W 邊 20mm 之 角落脫層的量測阻抗響應	161
圖 3-97	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 50mm、W 邊 20mm 之 角落脫層的量測阻抗響應	162
圖 3-98	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 30mm 之 角落脫層	162
圖 3-99	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 40mm 之 角落脫層	163
圖 3-100	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 50mm 之角落脫層	163
圖 3-101	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 30mm 之角落脫層的量測阻抗響應	164
圖 3-102	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 40mm	

	之角落脫層的量測阻抗響應.....	164
圖 3-103	Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 50mm 之角落脫層的量測阻抗響應.....	165
圖 3-104	雷射光照射在物體表面所產生的光斑	165
圖 3-105	結構變形前後的光程差示意圖	166
圖 3-106	電子光斑干涉術面內振動量測示意圖	166
圖 3-107	PFC 主動纖維複材的面內振動振形量測光路佈建圖	167
圖 3-108	由 CCD 所拍攝的 PFC 參考影像.....	168
圖 3-109	由 CCD 所拍攝的 PFC 在驅動電壓增強後的影像.....	168
圖 3-110	將圖 3-109 的影像與圖 3-108 的影像相減後做處理後得到清 晰的干涉條紋(具 65mm 邊緣脫層之 Type-I PFC).....	168
圖 3-111	Type-III PFC 在垂直纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_1 軸向 面內基本振動的振形干涉條紋.....	169
圖 3-112	Type-III PFC 在垂直纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_1 軸向 模擬所得面內基本振動之振形等位移線圖.....	169
圖 3-113	Type-III PFC 在垂直纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_3 軸向 面內基本振動的振形干涉條紋.....	170
圖 3-114	Type-III PFC 在垂直纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_3 軸向 模擬所得面內基本振動之振形等位移線圖.....	170
圖 3-115	Type-III PFC 在平行纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_1 軸向 面內基本振動的振形干涉條紋.....	171
圖 3-116	Type-III PFC 在平行纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_1 軸向 模擬所得面內基本振動之振形等位移線圖.....	171
圖 3-117	Type-III PFC 在平行纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_3 軸向 面內基本振動的振形干涉條紋.....	172

圖 3-118	Type-III PFC 在平行纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_3 軸向 模擬所得面內基本振動之振形等位移線圖	172
圖 3-119	Type-III PFC 邊長 20mm 的等邊角落脫層 x_1 軸向面內基本振 動的振形干涉條紋	173
圖 3-120	Type-III PFC 邊長 20mm 的等邊角落脫層 x_1 軸向模擬所得面 內基本振動之振形等位移線圖	173
圖 3-121	Type-III PFC 邊長 20mm 的等邊角落脫層 x_3 軸向面內基本振 動的振形干涉條紋	174
圖 3-122	Type-III PFC 邊長 20mm 的等邊角落脫層 x_3 軸向模擬所得面 內基本振動之振形等位移線圖	174
圖 4-1	Type-I PFC 不同長度端緣脫層之面內基本共振頻率的分析、 模擬與量測值	183
圖 4-2	Type-III PFC 不同長度端緣脫層之面內基本共振頻率的模擬 與量測值	183
圖 4-3	Type-II PFC 不同寬度側緣脫層之面內基本共振頻率量測值	184
圖 4-4	Type-III PFC 不同寬度側緣脫層之面內基本共振頻率的模擬 與量測值	184
圖 4-5	Type-III PFC 不同邊長等邊角落脫層之面內基本共振頻率的 模擬與量測值	185
圖 4-6	W 邊為 20mm 之 Type-III PFC 的不等邊角落脫層之面內基本 共振頻率的模擬與量測值	185
圖 4-7	L 邊為 20mm 之 Type-III PFC 的不等邊角落脫層之面內基本 共振頻率的模擬與量測值	186
圖 4-8	L20W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (44,100Hz)	186

圖 4-9	L25W25 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (36,200Hz).....	187
圖 4-10	L30W30 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (29,900Hz).....	187
圖 4-11	L35W35 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (25,500Hz).....	188
圖 4-12	L40W40 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (22,200Hz).....	188
圖 4-13	L45W45 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (20,000Hz).....	189
圖 4-14	L50W50 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (17,900Hz).....	189
圖 4-15	L20W25 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (42,300Hz).....	190
圖 4-16	L20W30 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (40,900Hz)	190
圖 4-17	L20W35 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (39,600Hz)	191
圖 4-18	L20W40 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (37,600Hz).....	191
圖 4-19	L20W45 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (39,500Hz).....	192
圖 4-20	L20W50 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (38,900Hz).....	192
圖 4-21	L25W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (38,600Hz).....	193
圖 4-22	L30W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形	

	32,900Hz)	193
圖 4-23	L35W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (29,600Hz).....	194
圖 4-24	L40W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (27,600Hz).....	194
圖 4-25	L45W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (26,000Hz).....	195
圖 4-26	L50W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (24,800Hz).....	195



符號說明

A	: 主動纖維複材的截面積
A_m	: 樹脂成分的常數矩陣
A_p	: 壓電成分的常數矩陣
B	: 振動振幅
C_m	: 樹脂基材的材料勁度矩陣
C_p	: 壓電材料的材料勁度矩陣
c^E	: 等電場條件下的彈性勁度矩陣(elastic stiffness matrix)
c_{ij}^E	: 等電場條件下的彈性勁度常數(elastic stiffness constant)
D_i	: 電位移分量(electric displacement component)
D	: 電位移向量矩陣
d_{31} 、 d_{33}	: 壓電(應變)常數
d_{ip} 、 d_{op}	: 待測物的面內位移與面外位移
E_i	: 電場分量(electric field component)
E	: 電場矩陣
\bar{E}_3	: 楊氏模數
e	: 壓電常數矩陣(matrix of piezoelectric constants)
e_{ikl} 、 $e_{\alpha\beta}$: 壓電(應力)常數
f_r	: 共振頻率
h	: 代表性體積元素的高度
I_o 、 I_r	: 物光光強與參考光光強
k	: 主動纖維複材彈性支撐端的等效彈性常數
L	: 主動纖維複材脫層時在纖維方向的長度
p	: 電極間距
R_A 、 R_B	: 光到物體表面的光程距離

S_{ij} 、 S_{β}	: 應變分量(strain component)
S	: 應變張量矩陣
s_{33}^E 、 s_{31}^E	: 撓性常數(compliance)
T_{ij} 、 T_{α}	: 應力分量(stress component)
T	: 應力張量矩陣
U_o 、 U_r	: 照射於物體變形前物體光及參考光的電場強度
u_o 、 u_r	: 照射於物體變形前物體光及參考光的振幅
u_o 、 u_r	: 照射於物體變形前物體光及參考光的振幅大小
u_1 、 u_2 、	: 變形量
V_f	: 總體積比(total volume fraction)
w	: 電極寬度
δ_A 、 δ_B	: 光波的光程改變量
ϵ^S	: 等應變條件下的介電常數矩陣(matrix of dielectric constant)
ϵ_{ij}^S	: 等應變條件下的介電常數(dielectric constant)
ϵ_{ij}	: 應變分量
λ	: 光波長
v_2^p	: 壓電陶瓷在 x_2 方向上的材質成分體積百分比
v_2^m	: 樹脂基材在 x_2 方向上的材質成分體積百分比
\bar{v}_{31}	: 泊松比
σ_{ij}	: 應力
τ	: CCD 取像時間
ϕ	: 電位
ϕ_o 、 ϕ_r	: 照射於物體變形前物體光及參考光的初始相位
ω	: 振動角頻率

第一章 緒 論

1.1 研究背景

壓電材料(piezoelectric material)具備將機械能轉換為電能以及將電能轉換為機械能的特性，被廣泛應用於各種致動元件及感測元件，例如壓電馬達、壓電致動器以及一般常見的汽車倒車雷達、醫療用超音波掃描的感測元件等，皆是運用壓電材料製成的。壓電材料的形成可分為天然與人造兩種，石英即為一種天然形成的壓電材料。人造的壓電材料則可分成兩大類，一類是壓電塑膠，如氟化聚偏二氯乙烯(PVF₂)、聚偏二氟乙烯(PVDF)、三氟氯乙烯(VF₃)等均屬此類。另一類則是壓電陶瓷，如鋇鈦酸鉛(PZT)、鈦酸鋇(BaTiO₃)、鈦酸鉛鏷(PLT)等均屬之。

在人造的壓電材料當中，以 PZT 的壓電性能良好而廣為運用。PZT 的材質堅硬而易脆，成型之後不易二次加工，耐衝擊性能較差，使其應用受到限制。90 年代陸續有研究團隊以擠製成型法(extrusion)[1]、溶液凝膠法(solution-gelatin method, 簡稱 Sol-Gel)[2-3]、黏結懸液吐絲製程法(viscous suspension spin processing, 簡稱 VSSP)[4-5]以及黏滯塑性成形法(viscous plastic processing, 簡稱 VPP)[6]，製作出 PZT 的壓電纖維，使得壓電材料的運用進入了一個新的境界。

PZT 壓電材料製成纖維後，不以單一纖維的形式運用，通常與環氧基樹脂結合成壓電纖維複合材料的型態出現。壓電複合材料具備了重量輕、可撓性、較佳的機電轉換性能、異向性靈敏度及韌性高的特性，大幅擴大了它的應用範圍。1992 年麻省理工學院的研究團隊接受美國海軍的委託，開啟了主動纖維複材(active fiber composites, 簡稱 AFCs)的研發，以擠製法製成的壓電纖維結合環氧樹脂與指叉電極製作成主動纖維複材，能夠平順

的與大型曲面的結構件結合在一起[7]。AFCs 的性能深受壓電纖維的影響，壓電纖維的材料性質與纖維的製程密切相關。美國航空太空總署藍利研究中心(NASA Langley Research Center)利用切割技術，將 PZT 單體晶片(monolithic wafer)切割成矩形截面的纖維，再結合環氧樹脂與指叉電極製作成粗纖維複材(macro fiber composites，簡稱 MFC[8-9])，進一步的推廣了壓電纖維複材的研究與運用。壓電複合材料的厚度可達 $400\ \mu\text{m}$ 以下，已逐步被運用於多種功能結構上，作為抑制振動[10]、信號偵測與反制[11]、結構健康監測[12]、致動[13]及發電[14]等用途。

壓電纖維複材是由壓電纖維與環氧基樹脂所組成，尺寸大小由壓電纖維的長度所決定，目前可見到的壓電纖維複材貼片尺寸小至 $0.5''\times 0.685''$ ，大至 $5''\times 2''$ 均有。當晶片的切割技術及纖維製程技術逐漸進步的同時，壓電纖維複材貼片尺寸的增大是必然會實現的。在此同時，激振信號在貼片內傳遞的行為有必要深入的探討，以充分了解壓電纖維複材貼片的性能。

將壓電纖維複材黏貼在結構表面做為致動或信號偵測與反制時，必需確保壓電纖維複材與結構表面緊密結合以確保壓電纖維複材的致動或感測能力確實無誤。當壓電纖維複材尺寸日趨增大後，壓電纖維複材與結構黏著的缺陷發生的機會愈高，本研究即在探討壓電纖維複材貼片黏貼於結構表面使用後，壓電纖維複材貼片產生局部脫層時，能否藉由本身的特性或所產生的訊號，辨識出壓電纖維複材貼片是否有脫層現象發生以及脫層的大小。以儘早偵測出壓電纖維複材無法與結構緊密結合而產生致動的失誤或感測信號的誤判。

1.2 文獻回顧

Hagood *et al* [15]在 1993 應用表面指叉電極作為平板壓電陶瓷的驅動電極，可增強壓電陶瓷晶片的面內(in-plane)致動能力，並明顯的增強了平面

致動的異向性(anisotropy)。Bent 與 Hagood[16]於 1995 年運用指叉電極產生與壓電纖維的軸向一致的電場，利用到最主要的壓電效應，改善壓電纖維複材的性能，同時藉由均勻場模型(uniform field model)與有限元素模型(finite element model)，預測壓電纖維複材的材料性質。

Rossetti *et al* [17]於 2001 年指出主動纖維複材的指叉電極間距 p 與纖維直徑 h 之比值決定了主動纖維複材的驅動電壓大小，當 p/h 值較小時，所需的驅動電壓較小，但是效率也較低。當 p/h 值較高時，則需要較高的驅動電壓，此時的效率也較高。此外，壓電纖維的截面形狀對其致動性能也有顯著的影響，其研究結果顯示帶狀(ribbon)纖維不僅能改善與電極的接觸，還能提高纖維的體積比(fiber volume fraction)，致動效果明顯優於圓形截面的纖維。

Pettermann 與 Suresh [18]於 2000 年提出有限元素單位細胞模型(finite element unit cell model)，求解壓電纖維週期性排列之 1-3 型壓電複材的耦合效應問題。Schulz *et al* [19]於 2000 年將主動纖維複材貼片與結構結合，以 AFC 作為感測器使用具有足夠的靈敏度，可偵測出複材桿中纖維的斷裂，並可量測音洩及振動，可分布配置於結構上做為結構健康偵測之用。Tan 與 Tong [20]於 2002 年針對壓電複材的非線性行為，提出一維解析模型(one-dimensional analytical model)。

Nelson *et al* [21]於 2003 年利用四種不同方法製成的 PZT-5A 纖維，組成纖維體積比從 0.02 到 0.72 的 1-3 型壓電纖維複材，量測不同纖維體積比之試件的壓電應變常數(piezoelectric induced strain constants) d_{33} 與 d_{31} 、相對介電常數(relative dielectric constant) ϵ_{33} 、縱向耦合因子(longitudinal coupling factor) k_{33} 與縱向撓性(longitudinal compliance) s_{33} ，與解析解比對，求出纖維的性質。Nelson 等人認為 VPP 法製成的壓電纖維顯現出最佳材料行為。Nelson 等人也探討了指叉電極的最佳化設計，指出當指叉電極的寬度等於

基材厚度的一半時，壓電纖維複材可以獲得最佳的致動效果。基材愈薄，電極的間距可以縮短，降低所需的驅動電壓。Dent *et al* [22]於 2005 年從形態學的觀點探討不同製程的 PZT 纖維，亦證實以 VPP 法製成的壓電纖維較佳。

Beckert 與 Kreher [23]於 2003 年利用有限元素模型，詳細比較指叉電極驅動壓電單體薄片與壓電纖維複材的差異。電極間距增加時，所需的驅動電壓亦需提高，為避免介電材質的損毀或短路，在設計電極間距時，限制其最大間距 $\leq 1\text{mm}$ 。提高壓電纖維與電極間的中間層之介電常數，亦能有效提升致動器的變形效率。

Datta *et al* [24]於 2003 年運用自製的主動纖維複材貼片，進行結構損傷的偵測研究，試驗結果顯示以纖維方向為感應方向的感測元件，具有較佳的方向靈敏度。Mallik 與 Ray [25]於 2003 年運用細胞法(method of cells, MOC)與材料力學(the strength of materials)預測壓電纖維複材的等效材料參數。Nelson *et al* 等人[26]於 2004 年指出要精確量測壓電纖維複材中的纖維響應，纖維的體積比最好大於 0.6。

Wickramasinghe 與 Hagood [27]於 2004 年將主動纖維複材整合在直升機的旋翼上，展示其具備主動式振動控制的能力。其研究採用直徑 0.25mm 的 PZT-5A 纖維製成 AFC，並對此 AFC 執行 Nominal Actuation Performance 測試、應力與應變測試與受張力負載時的致動性能測試。

Brunner *et al* [28]在 2004 年運用瑞士商 EMPA 所製造的 AFC 作為音曳感測器。Brunner *et al* [30]在 2005 年提出主動纖維複材在致動與感測的優異表現，具有結構健康監測的潛力。

Huber *et al* [29]在 2005 年對 AFC 的製作程序與極化行為，提出最佳化的方法，詳細探討如何增加電極與壓電纖維的接觸與極化過程。Bowen *et al* [31]於 2006 年指出指叉電極的間隔(electrode separation)與基材厚度

(substrate thickness)的比值大於 4 時，壓電纖維複材能夠獲得最大 d_{33} 應變的 80%。

Nguyen 與 Kornmann [32]在 2006 年比較 AFC、MFC 與 PZT 單體致動器的動態特性，應用單元細胞模型(unit cell model)的作法，在有限元素模型中納入了一截完整的纖維與周圍的樹脂基材，以及左右相鄰的一對相同極性電極的一半。此一纖維單元包含了相鄰的兩段極性相反的 PZT 材料，其壓電應變常數為 d_{33} 、 d_{32} 與 d_{31} ，並將壓電纖維與電極的接觸角度納入考量。

Park *et al* [33]在 2006 年量測單體(mono block)PZT 壓電元件之電導納(electrical admittance)的虛部曲線斜率改變，作為單體壓電元件自我損傷診斷的方法。

1.3 內容簡述

本研究分成分析與實驗兩大部份進行。分析部分再分為解析模型的建立及有限元素模型的模擬，先說明主動纖維複材等效材料參數的推算，再進一步建立壓電纖維複材脫層的數學模式及有限元素模型。在數學分析模型的部份，利用均勻場模型將主動纖維複材取出一個代表性體積元素(representative volume element, RVE)，利用串聯與並聯的方法來模擬雙相材料(two-phase material)的等效性質(effective properties)。其次是利用有限元素軟體 ANSYS，對前述之代表性體積元素建立有限元素模型，藉由適當的機械與電性邊界條件的設定，推算壓電纖維複材的等效參數。壓電纖維複材的等效參數決定後，利用一維及二維的面內振動方程式及對應之邊界條件，推導出脫層時振動的解析解。再建立完整尺寸的壓電纖維複材有限元素模型，進行時諧激振分析找出壓電纖維複材的頻率響應。最後以有限元素分析壓電纖維複材黏著於鋁板上的頻率響應，模擬壓電纖維複材與鋁板

之間產生不同形式、尺寸大小的脫層狀況的阻抗頻率響應變化。

第二部份是以實驗結果驗證分析與模擬預測的正確性。首先對購入的 ACI (Advanced Cerametrics, Inc., Lambertville, NJ, USA) 公司製作之雙面電極壓電纖維複材 (piezoelectric fiber composites, 簡稱 PFC) 進行測試，施加不同的電壓於壓電纖維複材，量測其變形，與分析值比對，找出等效的材料參數。第二步是應用網路分析儀量測壓電纖維複材的阻抗，比對阻抗圖中的共振頻率與 ANSYS 分析所得的一致性。若不一致，則重新檢討 ANSYS 分析是否周全，並修正改善，使分析與測試所得結果趨於一致。完成壓電纖維複材本身的測試後，將不同尺寸的壓電纖維複材分別以 100% 完全黏著及部份黏著的方式，黏著於鋁板上，模擬壓電纖維複材完全黏貼於鋁板上及兩者之間產生不同尺寸的脫層狀況，量測各種不同狀況的壓電纖維複材之頻率響應。並以電子光斑干涉術量測壓電纖維複材在各種不同狀態的振動模態，驗證分析與量測的一致性。

最後將數學分析結果、有限元素模擬的結果與實驗結果整理比較，評估主動纖維複材黏貼在主結構上作為致動器或感測器的性能。若主動纖維複材發生邊緣脫層時，可藉由量測主動纖維複材本身阻抗響應的變化，判斷主動纖維複材是否黏著良好或偵知其發生脫層的比例，供主動纖維複材檢修之依據或修正主動纖維複材的靈敏度設定，避免信號判讀或對結構的致動產生誤差。

第二章 理論分析與模擬

本章將以壓電材料的本構方程式作為開始，說明主動纖維複材的等效材料參數的推導過程，再以此參數做為簡化主動纖維複材數學模型之基礎，建立其與主結構脫層剝離的數學解析及有限元素模型，預測發生脫層行為的響應。

2.1 壓電材料的特性方程式

壓電材料所具備的壓電性(piezoelectricity)是一種機電能量互換的現象，此種現象包含有兩種效應，分別是正壓電效應(direct piezoelectric effect)與逆壓電效應(converse piezoelectric effect)。將一機械應力施加於壓電材料時，壓電材料會在受力的兩端伴隨產生與應力大小成比例的電荷，當應力的方向相反時，電荷的極性亦會隨之改變，如圖 2-1(a)所示，此種效應稱之為壓電材料的正壓電效應，以壓電材料製作感測器(sensor)即是應用此種效應。施加直流電場於壓電材料極化方向的兩端時，材料的變形會隨著電場的大小而改變，當此一電場的方向相反時，壓電材料的變形方向亦隨之反向，如圖 2-1(b)所示，此種因外加電場而導致壓電材料變型的效應稱之為逆壓電效應，市場上許多壓電致動器(piezoelectric actuator)即是運用此種效應製成的致動元件。

壓電材料在受到機械應力或電場作用時，其本構方程式(constitutive equation)依據 IEEE Standard on Piezoelectricity [34]可表示如下：

$$T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k \quad (2.1.1)$$

$$D_i = e_{ikl} S_{kl} - \varepsilon_{ij}^S E_k \quad (2.1.2)$$

式中 T_{ij} 、 S_{kl} 分別為應力分量 (stress component) 與應變分量 (strain component)， c_{ijkl}^E 是等電場條件下的彈性勁度常數 (elastic stiffness constant)， e_{ikl} 是壓電常數 (piezoelectric constant)， D_i 是電位移分量 (electric displacement component)， E_k 為電場分量， ϵ_{ij}^S 為等應變條件下的介電常數 (dielectric constant)。依據 Voigt 表示法，(2.1.1) 與 (2.1.2) 式之下標可參考表 2-1 之對應關係，簡化成下列所示：

表 2-1 張量下標之對應表

ij 或 kl	α 或 β
11	1
22	2
33	3
23 或 32	4
31 或 13	5
12 或 21	6

$$T_\alpha = c_{\alpha\beta}^E S_\beta - e_{k\alpha} E_k \quad (2.1.3)$$

$$D_i = e_{i\beta} S_\beta + \epsilon_{ik}^S E_k \quad (2.1.4)$$

或以矩陣的形式寫成

$$\mathbf{T} = \mathbf{c}^E \mathbf{S} - \mathbf{e}^T \mathbf{E} \quad (2.1.5)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e} \mathbf{S} + \boldsymbol{\epsilon}^S \mathbf{E} \quad (2.1.6)$$

式中 \mathbf{T} 、 \mathbf{S} 分別為應力張量矩陣與應變張量矩陣， \mathbf{c}^E 是等電場條件下的彈性勁度矩陣， \mathbf{e} 是壓電常數矩陣， \mathbf{e}^T 為壓電常數矩陣之轉置， \mathbf{D} 是電位移向量矩陣， \mathbf{E} 為電場矩陣， $\boldsymbol{\epsilon}^S$ 為等應變條件下的介電常數矩陣。

壓電纖維複材沿 x_3 方向受高電壓極化處理，成為具有橫向等向性的六方堆積(hexagonal)壓電材料，其材料特性可以下列矩陣式表示：

彈性勁度矩陣為

$$\mathbf{c}^E = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix} \quad (2.1.7)$$

壓電常數矩陣為

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.1.8)$$

介電常數矩陣為

$$\boldsymbol{\varepsilon}^S = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \quad (2.1.9)$$

2.2 主動纖維複材的構造

主動纖維複材的主要構造如圖 2-2 所示，它是由一層直徑、長度相同、由 PZT 原料經燒結製成的壓電纖維，在同一平面上以相同的方位整齊排列，再以環氧基樹脂填注於纖維之間，形成一片由壓電纖維與環氧基樹脂所構成的薄片，此薄片上下兩面黏貼兩片軟性印刷電極，兩者互相對稱且左右相鄰之指叉電極極性相反。在指叉電極上施加高壓極化電壓，使壓電纖維沿軸向產生正負相間的極性，如圖 2-3 所示。此後，若對指叉電極通電，

即可使壓電纖維伸長或縮短，或經由主結構帶動壓電纖維的伸縮而測出結構的變形。

目前的壓電纖維複材製品，雖然有 AFCs 與 MFC 之分，其基本構造與作用原理均相同，唯一的差別在於 MFC 是自 PZT 單體晶片切割成矩形截面的纖維所構成，其主要構造如圖 2-4 所示。由於受限於材料的取得，本研究目前僅針對主動纖維複材進行探討。

2.3 主動纖維複材的材料特性分析模型

圖 2-5 所示為一主動纖維複材的四分之一區塊模型，此一區塊是以平行三個座標軸所張出的平面為對稱面，取出部份結構，作為模型的代表性體積元素。圖 2-5 中的參數 h 、 w 與 p 分別代表主動纖維複材的厚度、電極寬度及電極的間距。

本節的目的在於推導一個能預測耦合場介質(couple field media)的等效性質(effective property)，由壓電纖維與環氧樹脂基材之材料性質構成模型。建立此一模型需要從微觀的角度了解其結構，先區別不同材質成分，再藉一系列重複形成結構本體的元素，將巨觀的負載與邊界條件依序以微觀的角度施加在代表性體積元素上，透過個別元素的反應(response)決定整體結構的反應。本文將以材料力學的方法建立主動纖維複材的數學分析模型，找出等效材料特性。

2.3.1 均勻場模型

混合律(rule of mixtures)利用並聯與串聯的方式分析兩種材質成分之材料的等效性質，均勻場方法就是混合律的推廣。如同均勻場的名稱所揭

示，此種方法首先假設每一材質都受到均勻的機械與電場作用。因此均勻場模型依據簡單的組合律決定巨觀的性質。

圖 2-6 所示為本文所討論之主動纖維複材的解析方法。Bent 與 Hagood [16] 運用此法將代表性體積元素劃分成三種不同的狀況，探討各成份材質對整體複材反應的主要貢獻。均勻場狀況 A 與 B 探討成份材質遠離電極時的主要機械反應與電性反應，雖然成份材質在電極下方的極化方向是歪曲的，狀況 A 與 B 中假設在 x_3 方向(即纖維軸向)的極化是均勻的。狀況 C 則是探討在電極區域，壓電纖維局部的電性行為及低介電性樹脂基材的場集中現象。狀況 C 中樹脂基材位於電極之下，將壓電纖維與電極隔開，在此狀況中僅考慮樹脂基材與壓電陶瓷電氣效應的組合，不考慮樹脂基材對整體結構機械性質的貢獻，亦即僅考慮樹脂降低了作用在壓電纖維的電場強度。就實際意義而言，均勻場模型是依電場電力線方向，將代表性體積元素分解展開的方法。針對各個狀況的幾何形狀分析，得到其巨觀的性質後，將三種狀況求出的特性組合，得到一整體的組合模型。

依據 IEEE Standard on Piezoelectricity [34] 的規範，線性正交主動材料 (linear orthotropic active material) 的本構方程式可寫成

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & -e_{31} \\ c_{12}^E & c_{22}^E & c_{23}^E & -e_{32} \\ c_{13}^E & c_{23}^E & c_{33}^E & -e_{33} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & \varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.3.1.1)$$

對純壓電陶瓷而言，在式中 $c_{22}^E = c_{11}^E$ ， $e_{32} = e_{31}$ ， $c_{23}^E = c_{13}^E$ 。樹脂基材的壓電常數 e_{ij} 均為零，此外樹脂基材的彈性勁度元素 c_{ij} 與介電常數 ε_{ij} 均無上標，以便與壓電材料的常數有所區別。本文所採用的模型假設壓電材料的極化方向與 x_3 同向且均勻分布。

1. 狀況 A：運用均勻場模型探討問題，首先需辨識出在兩種不同成分上，那些場變數(field variables)相等，將其視為獨立變數，再將本構關係以獨立變數的函數表示。在狀況 A 中的獨立變數分別是 S_1 、 T_2 、 S_3 與 E_3 ，在均勻場的假設條件下，上述變數在兩種成分中均是相等的，例如壓電與樹脂兩種成分在 x_3 方向的應變相等。在狀況 A 下，可將方程式(2.3.1.1)改寫成上述四個獨立變數的函數。

$$T_1 = \frac{c_{11}^E c_{22}^E - c_{12}^E c_{12}^E}{c_{22}^E} S_1 + \frac{c_{12}^E}{c_{22}^E} T_2 + \frac{c_{13}^E c_{22}^E - c_{12}^E c_{23}^E}{c_{22}^E} S_3 + \frac{c_{12}^E e_{32} - c_{22}^E e_{31}}{c_{22}^E} E_3 \quad (2.3.1.2)$$

$$S_2 = -\frac{c_{12}^E}{c_{22}^E} S_1 + \frac{1}{c_{22}^E} T_2 - \frac{c_{23}^E}{c_{22}^E} S_3 + \frac{e_{32}}{c_{22}^E} E_3 \quad (2.3.1.3)$$

$$T_3 = \frac{c_{13}^E c_{22}^E - c_{23}^E c_{12}^E}{c_{22}^E} S_1 + \frac{c_{23}^E}{c_{22}^E} T_2 + \frac{c_{33}^E c_{22}^E - c_{23}^E c_{23}^E}{c_{22}^E} S_3 + \frac{c_{23}^E e_{32} - c_{22}^E e_{33}}{c_{22}^E} E_3 \quad (2.3.1.4)$$

$$D_3 = \frac{c_{22}^E e_{31} - c_{12}^E e_{32}}{c_{22}^E} S_1 + \frac{e_{32}}{c_{22}^E} T_2 + \frac{c_{22}^E e_{33} - c_{23}^E e_{32}}{c_{22}^E} S_3 + \frac{e_{32} e_{32} + c_{22}^E \epsilon_{33}^S}{c_{22}^E} E_3 \quad (2.3.1.5)$$

樹脂成分的壓電常數 e_{ij} 先設定為零，並令其為等向性(isotropic)的彈性體，則上述方程式可寫成

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ S_2 \\ T_3 \\ D_3 \end{Bmatrix}_p = \mathbf{A}_p \begin{Bmatrix} S_1 \\ T_2 \\ S_3 \\ E_3 \end{Bmatrix}_p, \quad \begin{Bmatrix} T_1 \\ S_2 \\ T_3 \\ D_3 \end{Bmatrix}_m = \mathbf{A}_m \begin{Bmatrix} S_1 \\ T_2 \\ S_3 \\ E_3 \end{Bmatrix}_m \quad (2.3.1.6)$$

其中之 \mathbf{A}_p 與 \mathbf{A}_m 分別是壓電成分與樹脂成分的常數矩陣，分列如下：

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} \frac{c_{11}^E c_{22}^E - c_{12}^E c_{12}^E}{c_{22}^E} & \frac{c_{12}^E}{c_{22}^E} & \frac{c_{13}^E c_{22}^E - c_{12}^E c_{23}^E}{c_{22}^E} & \frac{c_{12}^E e_{32}^E - c_{22}^E e_{31}^E}{c_{22}^E} \\ -\frac{c_{12}^E}{c_{22}^E} & \frac{1}{c_{22}^E} & -\frac{c_{23}^E}{c_{22}^E} & \frac{e_{32}^E}{c_{22}^E} \\ \frac{c_{13}^E c_{22}^E - c_{23}^E c_{12}^E}{c_{22}^E} & \frac{c_{23}^E}{c_{22}^E} & \frac{c_{33}^E c_{22}^E - c_{23}^E c_{23}^E}{c_{22}^E} & \frac{c_{23}^E e_{32}^E - c_{22}^E e_{33}^E}{c_{22}^E} \\ \frac{c_{22}^E e_{31}^E - c_{12}^E e_{32}^E}{c_{22}^E} & \frac{e_{32}^E}{c_{22}^E} & \frac{c_{22}^E e_{33}^E - c_{23}^E e_{32}^E}{c_{22}^E} & \frac{e_{32}^E e_{32}^E + c_{22}^E \varepsilon_{33}^S}{c_{22}^E} \end{bmatrix} \quad (2.3.1.7)$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \frac{c_{11} c_{22} - (c_{12})^2}{c_{22}} & \frac{c_{12}}{c_{22}} & \frac{c_{13} c_{22} - c_{12} c_{23}}{c_{22}} & 0 \\ -\frac{c_{12}}{c_{22}} & \frac{1}{c_{22}} & -\frac{c_{23}}{c_{22}} & 0 \\ \frac{c_{13} c_{22} - c_{23} c_{12}}{c_{22}} & \frac{c_{23}}{c_{22}} & \frac{c_{33} c_{22} - (c_{23})^2}{c_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2.3.1.8)$$

結構所受的平均應力為兩種成分所受應力依成分的體積百分比，等比例組合而成。例如：在 x_3 方向上的平均應力可表示為

$$\bar{T}_3 = \nu_2^p T_3^p + \nu_2^m T_3^m \quad (2.3.1.9)$$

式中 ν_2^p 為壓電陶瓷在 x_2 方向上的材質成分百分比， ν_2^m 為樹脂基材在 x_2 方向上的材質成分百分比， T_3^p 為壓電陶瓷在 x_3 方向上的應力， T_3^m 為樹脂基材在 x_3 方向上的應力。

依照上述之作法，可將(2.3.1.2)~(2.3.1.5)改寫成

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{T}_3 \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \nu_2^p \begin{Bmatrix} T_1 \\ S_2 \\ T_3 \\ D_3 \end{Bmatrix}_p + \nu_2^m \begin{Bmatrix} T_1 \\ S_2 \\ T_3 \\ D_3 \end{Bmatrix}_m = \nu_2^p \mathbf{A}_p \begin{Bmatrix} S_1 \\ T_2 \\ S_3 \\ E_3 \end{Bmatrix}_p + \nu_2^m \mathbf{A}_m \begin{Bmatrix} S_1 \\ T_2 \\ S_3 \\ E_3 \end{Bmatrix}_m \quad (2.3.1.10)$$

$$\therefore \begin{Bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{T}_3 \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \nu_2^p \mathbf{A}_p \begin{Bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix} + \nu_2^m \mathbf{A}_m \begin{Bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix} = \bar{\mathbf{A}} \begin{Bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix} \quad (2.3.1.11)$$

再將上式寫成(2.3.1.1)的形式，可得

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{T}_3 \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & -e_{31}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & -e_{33}^{eff} \\ e_{31}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & \epsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix}_A \begin{Bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix} \quad (2.3.1.12)$$

式中

$$c_{11}^{eff} = \nu_2^p c_{11}^E + \nu_2^m c_{11} - \frac{\nu_2^p \nu_2^m (c_{12} - c_{12}^E)^2}{\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E} \quad (2.3.1.13)$$

$$c_{12}^{eff} = \frac{\nu_2^p c_{11} c_{12}^E + \nu_2^m c_{22}^E c_{12}}{\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E} \quad (2.3.1.14)$$

$$c_{13}^{eff} = c_{13}^E \nu_2^p + \nu_2^m c_{12} - \frac{\nu_2^p \nu_2^m (c_{12} - c_{12}^E)(c_{12} - c_{23}^E)}{(\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E)} \quad (2.3.1.15)$$

$$c_{22}^{eff} = \frac{c_{22}^E c_{11}}{\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E} \quad (2.3.1.16)$$

$$c_{23}^{eff} = \frac{\nu_2^p c_{23}^E c_{11} + \nu_2^m c_{12} c_{22}^E}{\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E} \quad (2.3.1.17)$$

$$c_{33}^{eff} = \nu_2^p c_{33}^E + \nu_2^m c_{11} - \frac{\nu_2^p \nu_2^m (c_{12} - c_{23}^E)^2}{(\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E)} \quad (2.3.1.18)$$

$$e_{31}^{eff} = \nu_2^p e_{31} - \frac{\nu_2^p e_{32} \nu_2^m (c_{12}^E + c_{12})}{\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E} \quad (2.3.1.19)$$

$$e_{32}^{eff} = \frac{\nu_2^p e_{32} c_{11}}{\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E} \quad (2.3.1.20)$$

$$e_{33}^{eff} = \nu_2^p e_{33} + \frac{\nu_2^p e_{32} \nu_2^m (c_{12} - c_{23}^E)}{\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E} \quad (2.3.1.21)$$

$$\varepsilon_{33}^{eff} = \nu_2^p \varepsilon_{33}^S + \nu_2^m \varepsilon_{33} + \frac{e_{32}^2 \nu_2^p \nu_2^m}{\nu_2^p c_{11} + \nu_2^m c_{22}^E} \quad (2.3.1.22)$$

2. 狀況 B：假設壓電纖維材料的極化方向是沿著纖維的軸向均勻分布，或是相對於 x_3 軸具軸對稱特性，狀況 B 與狀況 A 均代表遠離電極的纖維與基材的組合，唯一的差別僅是 x_1 軸與 x_2 軸的調換，因此狀況 B 的獨立變數為 T_1 、 S_2 、 S_3 與 E_3 ，故僅需將狀況 A 材料等效常數推導過程中的下標 1 與 2 對調，例如：

$$\begin{array}{l} c_{11} \rightarrow c_{22} \\ c_{13} \rightarrow c_{23} \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{l} c_{11}^E \rightarrow c_{22}^E \\ c_{13}^E \rightarrow c_{23}^E \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{l} c_{11}^{eff} \rightarrow c_{22}^{eff} \\ c_{13}^{eff} \rightarrow c_{23}^{eff} \\ \vdots \end{array}$$

並將壓電陶瓷在 x_1 方向上的材質成分百分比 ν_1^p 取代 ν_2^p ，同理以 ν_1^m 取代 ν_2^m ，整理後可得

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{T}_3 \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & -e_{31}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & -e_{33}^{eff} \\ e_{31}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & \varepsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix}_B \begin{Bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix} \quad (2.3.1.23)$$

式中

$$c_{11}^{eff} = \frac{c_{11}^E c_{11}}{\nu_1^p c_{11} + \nu_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.24)$$

$$c_{12}^{eff} = \frac{v_1^p c_{12}^E c_{11} + v_1^m c_{12} c_{11}^E}{v_1^p c_{11} + v_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.25)$$

$$c_{13}^{eff} = \frac{v_1^p c_{13}^E c_{11} + v_1^m c_{12} c_{11}^E}{v_1^p c_{11} + v_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.26)$$

$$c_{22}^{eff} = v_1^p c_{22}^E + v_1^m c_{11} - \frac{v_1^p v_1^m (c_{12} - c_{12}^E)^2}{v_1^p c_{11} + v_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.27)$$

$$c_{23}^{eff} = v_1^p c_{23}^E + v_1^m c_{12} - \frac{v_1^p v_1^m (c_{12} - c_{12}^E)(c_{12} - c_{13}^E)}{v_1^p c_{11} + v_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.28)$$

$$c_{33}^{eff} = v_1^p c_{33}^E + v_1^m c_{11} - \frac{v_1^p v_1^m (c_{12} - c_{13}^E)^2}{v_1^p c_{11} + v_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.29)$$

$$e_{31}^{eff} = \frac{v_1^p e_{31} c_{11}}{v_1^p c_{11} + v_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.30)$$

$$e_{32}^{eff} = v_1^p e_{32} + \frac{v_1^p v_1^m e_{31} (c_{12} - c_{12}^E)}{v_1^p c_{11} + v_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.31)$$

$$e_{33}^{eff} = v_1^p e_{33} + \frac{v_1^p v_1^m e_{31} (c_{12} - c_{13}^E)}{v_1^p c_{11} + v_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.32)$$

$$\varepsilon_{33}^{eff} = v_1^p \varepsilon_{33}^S + v_1^m \varepsilon_{33} + \frac{v_1^p v_1^m (e_{31})^2}{v_1^p c_{11} + v_1^m c_{11}^E} \quad (2.3.1.33)$$

3. 狀況 C：本節主要探討電場對於壓電成分的影響程度。因樹脂基材的機械作用已在狀況 A 與 B 中探討過，故本節僅考慮電場穿透過基材的貢獻。本狀況的獨立變數分別是 S_1 ， S_2 ， T_3 與 D_3 。

與前兩狀況同理，將本構方程式(2.3.1.1)改寫成如下所示：

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ S_3 \\ E_3 \end{Bmatrix}_{p,m} = \mathbf{C}_{p,m} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ T_3 \\ D_3 \end{Bmatrix}_{p,m} \quad (2.3.1.34)$$

式中 \mathbf{C}_p 與 \mathbf{C}_m 分別代表壓電材料的材料常數矩陣與樹脂基材的材料常數矩陣。 x_3 方向的平均電場可以寫成

$$\bar{E}_3 = \nu_3^p E_3^p + \nu_3^m E_3^m \quad (2.3.1.35)$$

式中 ν_3^p 為壓電纖維成分在 x_3 方向的百分比， ν_3^m 為樹脂成分在 x_3 方向的百分比。 E_3^p 為壓電纖維成分在 x_3 方向兩端的電場分量， E_3^m 為樹脂成分在 x_3 方向兩端的電場分量。如本節一開始所述，在此狀況中僅考慮樹脂基材與壓電陶瓷電氣效應的組合，不考慮樹脂基材對整體結構機械性質的貢獻，因此可得下列各式：

$$\bar{T}_1 = T_1^p \quad \bar{T}_2 = T_2^p \quad \bar{S}_3 = S_3^p \quad (2.3.1.36)$$

結合上述兩式，可將狀況 C 之本構方程式寫成

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ S_3 \\ \nu_3^p E_3 \end{Bmatrix}_p + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \nu_3^m E_3 \end{Bmatrix}_m = \bar{\mathbf{C}} \begin{Bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{T}_3 \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} \quad (2.3.1.37)$$

再將上式重組如下式：

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{T}_3 \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & -e_{31}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & -e_{33}^{eff} \\ e_{31}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & \varepsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix}_C \begin{Bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix} \quad (2.3.1.38)$$

式中

$$c_{11}^{eff} = c_{11}^E + \frac{v_3^m e_{31}^2}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.39)$$

$$c_{12}^{eff} = c_{12}^E + \frac{v_3^m e_{31} e_{32}}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.40)$$

$$c_{13}^{eff} = c_{13}^E + \frac{v_3^m e_{31} e_{33}}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.41)$$

$$c_{22}^{eff} = c_{22}^E + \frac{v_3^m e_{32}^2}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.42)$$

$$c_{23}^{eff} = c_{23}^E + \frac{v_3^m e_{32} e_{33}}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.43)$$

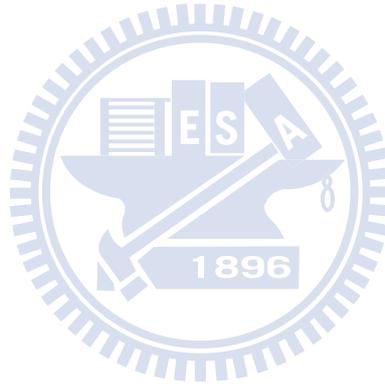
$$c_{33}^{eff} = c_{33}^E + \frac{v_3^m e_{33}^2}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.44)$$

$$e_{31}^{eff} = \frac{\epsilon_{33} e_{31}}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.45)$$

$$e_{32}^{eff} = \frac{\epsilon_{33} e_{32}}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.46)$$

$$e_{33}^{eff} = \frac{\epsilon_{33} e_{33}}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.47)$$

$$\epsilon_{33}^{eff} = \frac{\epsilon_{33} \epsilon_{33}^S}{v_3^p \epsilon_{33} + v_3^m \epsilon_{33}^S} \quad (2.3.1.48)$$



將 A、B、C 三種狀況組合起來，可得到主動纖維複材的等效性質。依據壓電纖維包覆於樹脂基材中的情況，可將 A、B、C 三種狀況組合的模式

分成兩種情形討論如後。

組合模式一：均勻封裝

在此種組合模式中，A、B、C 三種狀況的組合順序是 A→B→C。亦即將狀況 A 所得的等效材料性質代入狀況 B 之壓電陶瓷的材料性質，找出狀況 B 的等效材料性質，再將之代入狀況 C 的壓電陶瓷的材料性質中，求得其等效的材料性質，即為整體的等效材料性質。此種組合模式在壓電纖維被樹脂基材均勻包覆時，能提供精確的預測。當樹脂基材均勻包覆壓電纖維時，各軸向的樹脂體積百分比是相等的，亦即 $v_1^p = v_2^p$ 。

對均勻的方形封裝 (uniform square packing) 而言，封裝比值 (packing fraction) 的最大值為 $\pi/4$ ，如圖 2-8 所示。在均勻場模型中，假設纖維的截面為正方形，壓電纖維必須保有相同的總體積比 (total volume fraction, V_f)，故

$$v_f = v_1^p v_2^p = \frac{\pi}{4} X_1 X_2 \quad (v_1^p = v_2^p) \quad (2.3.1.49)$$

式中 X_1 與 X_2 稱為圓形截面纖維複材的陶瓷線性比值 (ceramic linear fraction)。狀況 C 中的比值 v_3^p 代表壓電陶瓷沿著電場路徑長度的體積比值，此比值是體積比值 v_2^p 及指叉電極幾何形狀的函數，可寫成

$$v_3^p = \frac{\frac{p}{2}}{\frac{p}{2} + \left(\frac{h}{2}\right) v_2^m} = \frac{\frac{p}{h}}{\frac{p}{h} + (1 - v_2^p)} \quad (w \ll p) \quad (2.3.1.50)$$

由上式可得知狀況 C 的壓電纖維體積比值決定於指叉電極間距與壓電纖維複材結構厚度的比值。當 p/h 值較大時，體積比值 v_3^p 會迅速趨近於 1。

組合模式二：矩形封裝

壓電纖維周圍被樹脂基材均勻包覆的情況近似於纖維補強複合材料。在本文所討論的主動纖維複材中，壓電纖維與電極間的距離較相鄰兩纖維間的距離小，如圖 2-8 所示。 X_1 與 X_2 不一定等於 1， X_1 可能落在 0.1~0.9 之間，而 X_2 約在 0.92。當 X_1 與 X_2 的差異增大時，組合模式一的組合順序不再適用此種狀況。當 X_2 趨近於 1 時，狀況 C 中的樹脂材料變成非常小的區域，存在電極與壓電纖維之間，明顯影響纖維的反應。採用 C→A→B 的組合順序，可使主動纖維複材的性質受到介於纖維與電極間樹脂的影響較顯著，纖維與纖維之間樹脂的影響則較小。狀況 A 與狀況 B 依然能精確的表示其機械性質。當 X_1 與 X_2 的互相趨近時，組合模式一與組合模式二能得到相似的結果。

當 X_2 趨近於 1 時，代表壓電纖維非常接近底部與頂部的電極，複合材料在這種臨界區域的反應急劇變化，無法由狀況 C 的體積比值所掌握。公式(2.3.1.50)中的 v_2^p 代表纖維與電極間的平均距離，對均勻封裝且壓電纖維直徑遠小於厚度的情況是適當的。當纖維靠近電極時，則必須以 X_2 取代 v_2^p ，因此可得

$$v_3^p = \frac{\frac{p}{h}}{\frac{p}{h} + (1 - X_2)} \quad (w \ll p) \quad (2.3.1.51)$$

2.3.2 有限元素模型

有限元素分析模型的建立採用 ANSYS 有限元素程式。與均勻場模型一樣自代表性體積元素著手，由單一壓電纖維與周圍包覆樹脂基材間的體積

比開始，建立一個四分之一的代表性體積模型，如圖 2-9 所示，圖中標示為 1b、2b 與 3b 的三個面為此代表性體積元素的對稱面。此一代表性體積元素由六個具有適當機械與電性邊界條件的面所組成。1a、2a、3a 分別代表表面法向量與 x_1 、 x_2 、 x_3 軸正向同向的表面。在上述三個面上均無應變存在，僅在此三個面的法線上有一致的位移。例如在 1a 面上的所有點可在 x_1 軸向上移動，且其位移量均相等。在 x_3 方向上的一致性代表垂直於纖維方向的面在變形後，仍然保持為一平面狀態，此一狀況在遠離纖維端點時依然存在。

1b、2b、3b 分別代表表面法向量與 x_1 、 x_2 、 x_3 軸的負向同向之表面。這三個面為此一四分之一模型的對稱面，亦即電性與機械性質相對於此三個面具有對稱性。就機械性質而言，對稱性意謂在對稱面上的法向位移為零。就電性的對稱性而言，對稱面上的法向電位移為零。表 2-2 所列為有限元素四分之一模型的邊界條件，這些邊界條件不會因負載不同而有變化。

表 2-2 有限元素四分之一模型的邊界條件

面	機械邊界條件	電性邊界條件
1a	一致的 u_1	$D_1=0$
2a	一致的 u_2	電極上有一致的 V ，其他位置 $D_2=0$
3a	一致的 u_3	$D_3=0$
1b	$u_1=0$	$D_1=0$
2b	$u_2=0$	$D_2=0$
3b	$u_3=0$	一致的 V

應用一連串的虛擬實驗可計算主動壓電纖維的等效材料性質。以不同的負載條件施加在代表性體積元素上，可求出對應的等效材料參數，如表

2-3 所列。例如第一個負載狀況限制 1a、2a、3a 三個面的位移為零，施加一電壓於頂面電極上，另一面電極(3b)則設定為接地，將各節點的力與電荷相加，可以計算出材料的等效介電常數與等效壓電常數。同理，在類似的試驗中，電極上的電壓為零時，在不同的面上施加位移，可求出材料的等效勁度常數。

圖 2-10 所示為 ANSYS 分析中的代表性體積元素的爆炸圖，其中的六面體元素是利用自動化網格所產生。每個六面體元素有八個節點，每個節點僅考慮三個軸向位移及一個電壓，共四個自由度。

表 2-3 有限元素模型決定等效材料性質的負載條件

項次	機械負載	電性負載	可獲得材料參數			
1	在 1a、2a、3a 面上之 $u_i=0$	施加電壓 V 於電極上	ϵ_{33}^{eff}	e_{31}^{eff}	e_{32}^{eff}	e_{33}^{eff}
2	在 1a 面上之施加一位移 u_1	設定電極之 $V=0$	c_{11}^{eff}	c_{12}^{eff}	c_{13}^{eff}	e_{31}^{eff}
3	在 2a 面上之施加一位移 u_2	設定電極之 $V=0$	c_{22}^{eff}	c_{12}^{eff}	c_{23}^{eff}	e_{32}^{eff}
4	在 3a 面上之施加一位移 u_3	設定電極之 $V=0$	c_{33}^{eff}	c_{13}^{eff}	c_{23}^{eff}	e_{33}^{eff}

2.4 主動纖維複材的脫層行為分析

主動纖維複材的脫層模式可概分成兩種類型。第一種是邊緣脫層，脫層的發生是由主動纖維複材的邊緣開始的。第二種是中間脫層，脫層是由主動纖維複材的內部產生的，如圖 2-11 所示。本研究將專注在邊緣脫層的偵測探討。

由邊緣開始產生的脫層可依脫層區域與纖維的軸向間的關係簡化成三種不同的狀況，分別是 (1) 脫層前緣與纖維垂直的脫層，(2) 脫層前緣與纖

維平行的脫層，(3)二維的角落脫層，如圖 2-12 所示。

2.4.1 脫層前緣與纖維垂直的脫層

主動纖維複材是由單一軸向的壓電纖維排列整齊後，以環氧基樹脂黏結成一薄片，並在其上下兩面貼上對稱的指叉電極而成，如圖 2-2 所示。在實際的運用上是將主動纖維複材黏結於主結構表面，當主動纖維複材發生邊緣脫層時，脫離主結構部分的主動纖維複材如同是一端固定的主動纖維複材懸臂梁，如圖 2-13 所示。

由於指叉電極的布建上下對稱，作用於壓電纖維的電場僅能造成壓電纖維在其纖維方向的伸展與收縮，壓電纖維並不會產生彎曲或扭曲。故以時諧的正弦波電壓施加於主動纖維複材的電極時，不會激振出彎曲模態與扭曲模態，此一特性可運用作為偵測主動纖維複材與主結構之間脫層的一個重要性質。

假設脫層的纖維長度為 L ，可將脫離主結構的主動纖維複材視為一端固定之彈性體，僅受到軸向(x_3)之正向應力作用，橫向之正向應力均為零。由 (2.1.3) 之壓電方程式可知

$$T_1 = c_{11}^E S_1 + c_{12}^E S_2 + c_{13}^E S_3 - e_{31} E_3 = 0 \quad (2.4.1)$$

$$T_2 = c_{12}^E S_1 + c_{11}^E S_2 + c_{13}^E S_3 - e_{31} E_3 = 0 \quad (2.4.2)$$

$$T_3 = c_{13}^E S_1 + c_{13}^E S_2 + c_{33}^E S_3 - e_{33} E_3 = \sigma_{33} \quad (2.4.3)$$

上式中之 S_1 、 S_2 與 S_3 分別為橫向與軸向之正向應變，分別可寫成

$$S_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad , \quad S_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \quad , \quad S_3 = \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad (2.4.4)$$

E_3 為施加於軸向的電場分量，與電位 ϕ 的關係可寫成

$$E_3 = -\frac{\partial \phi}{\partial x_3} \quad (2.4.5)$$

σ_{33} 為軸向的正向應力。將上式代入一維柱體之軸向自由振動方程式[35]

$$\frac{\partial}{\partial x_3} [\sigma_{33} A] = \rho A \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad (2.4.6)$$

可得

$$\bar{c}_{33}^E \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + \bar{e}_{33} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad (2.4.7)$$

式中之

$$\bar{c}_{33}^E = c_{33}^E - \frac{2(c_{13}^E)^2}{c_{11}^E + c_{12}^E} \quad (2.4.8)$$

$$\bar{e}_{33} = e_{33} - \frac{2c_{13}^E e_{31}}{c_{11}^E + c_{12}^E} \quad (2.4.9)$$

由(2.1.4)式可將橫向的電位移寫成

$$D_1 = e_{15} S_5 + \varepsilon_{11}^S E_1 \quad (2.4.10)$$

$$D_2 = e_{15} S_4 + \varepsilon_{22}^S E_2 \quad (2.4.11)$$

因壓電纖維複材的致動電場主要作用於纖維方向(僅有 E_3 存在), 使壓電纖維產生軸向變形, 忽略 $x_1 x_3$ 面及 $x_2 x_3$ 面的剪變形 S_5 與 S_4 , 橫向的電位移 D_1 與 D_2 也忽略不計。軸向的電位移可寫成

$$\begin{aligned} D_3 &= e_{31} (S_1 + S_2) + e_{33} S_3 + \varepsilon_{33}^S E_3 \\ &= \frac{2e_{31}}{c_{11}^E + c_{12}^E} \left[c_{13}^E \left(-\frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + e_{31} \left(-\frac{\partial \phi}{\partial x_3} \right) \right] + e_{33} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \varepsilon_{33}^S \left(-\frac{\partial \phi}{\partial x_3} \right) \\ &= \left(e_{33} - \frac{2e_{31}c_{13}^E}{c_{11}^E + c_{12}^E} \right) \frac{\partial u_3}{\partial x_3} - \left(\varepsilon_{33}^S + \frac{2e_{31}^2}{c_{11}^E + c_{12}^E} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_3} \end{aligned} \quad (2.4.12)$$

將 D_3 代入靜電方程式 $D_{k,k} = 0$ 中, 可得

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = \frac{\bar{e}_{33}}{\bar{\varepsilon}_{33}^S} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \quad (2.4.13)$$

將(2.4.13)式代入(2.4.7)式, 可得壓電纖維複材在其軸向伸縮的振動方程式為

$$\left(\bar{c}_{33}^E + \frac{\bar{e}_{33}^2}{\bar{\epsilon}_{33}^S} \right) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \quad 0 < x_3 < L \quad (2.4.14)$$

式中之

$$\bar{\epsilon}_{33}^S = \epsilon_{33}^S + \frac{2e_{31}^2}{c_{11}^E + c_{12}^E} \quad (2.4.15)$$

\bar{c}_{33}^E , \bar{e}_{33} , 與 $\bar{\epsilon}_{33}^S$ 分別為有效的彈性常數、壓電常數與介電常數。為進一步簡化上式，令

$$\bar{E}_3 = \bar{c}_{33}^E + \frac{\bar{e}_{33}^2}{\bar{\epsilon}_{33}^S} \quad (2.4.16)$$

邊緣脫層壓電纖維複材的一端設為固定彈性支撐，另一端為自由端，其邊界條件可寫成

$$k u_3(0) - A \bar{c}_{33}^E \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \Big|_{x_3=0} = 0 \quad (2.4.17)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial x_3} \Big|_{x_3=L} = 0 \quad (2.4.18)$$

式中的 A 代表主動纖維複材的截面積， k 代表彈性支撐端的等效彈性常數。

將邊界條件代入求解上述之振動方程式，可得其頻率方程式為

$$\tan(\beta L) = \frac{kL}{A \bar{c}_{33}^E} \frac{1}{\beta L} \quad (2.4.19)$$

式中之參數

$$\beta^2 = \rho \bar{E}_3^{-1} \omega^2 \quad (2.4.20)$$

當(2.4.19)式中的參數 $kL(A \bar{c}_{33}^E)^{-1}$ 值趨近於無限大時，頻率方程式會退化成 $\cos(\beta L) = 0$ 。在此種狀況下，共振頻率 f_r 會近似於

$$f_r = \frac{r}{4} \sqrt{\frac{\bar{E}_3}{\rho L^2}}, \quad r = 1, 3, 5, \dots \quad (2.4.21)$$

參數 $kL(A\bar{c}_{33}^E)^{-1}$ 正比於彈性常數與脫層長度的乘積，當此參數較大時，脫層部分伸縮振動的低頻共振頻率會顯現出比例關係，為基本共振頻率的奇數(1, 3, 5, ...)倍。當脫層的長度較短時，共振頻率會較小於對應之基本頻率的倍數，而當脫層的長度較長時，此種差異會逐漸消失。此種共振頻率的奇數倍數關係，可作為判別主動纖維複材與主結構介面之邊緣脫層長度的依據。

2.4.2 脫層前緣與纖維平行的脫層

本節所要探討的脫層狀況係指邊緣脫層的前緣與主動纖維複材的纖維平行之脫層，如圖 2-12 (b)所示。

若主動纖維複材與主結構介面的脫層前緣與纖維平行，主要的脫層會沿 x_1 方向成長，此時除考慮纖維方向(x_3)之正向應力 σ_{33} 作用外， x_1 方向與纖維垂直之正向應力 σ_{11} 亦須納入考量，厚度方向之橫向正向應力 σ_{22} 仍可視為零。由(2.1.3)之壓電方程式可知

$$T_1 = c_{11}^E S_1 + c_{12}^E S_2 + c_{13}^E S_3 - e_{31} E_3 = \sigma_{11} \quad (2.4.22)$$

$$T_2 = c_{12}^E S_1 + c_{11}^E S_2 + c_{13}^E S_3 - e_{31} E_3 = 0 \quad (2.4.23)$$

$$T_3 = c_{13}^E S_1 + c_{13}^E S_2 + c_{33}^E S_3 - e_{33} E_3 = \sigma_{33} \quad (2.4.24)$$

$$T_4 = c_{44}^E S_4 = \sigma_{23} = 0 \quad (2.4.25)$$

$$T_5 = c_{44}^E S_5 = \sigma_{13} \quad (2.4.26)$$

$$T_6 = c_{66}^E S_6 = \sigma_{12} = 0 \quad (2.4.27)$$

上式中的應變 S_5 可寫成

$$S_5 = 2\varepsilon_{13} = \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad (2.4.28)$$

由(2.4.23)式可得

$$S_2 = \frac{e_{31}E_3 - c_{12}^E S_1 - c_{13}^E S_3}{c_{11}^E} \quad (2.4.29)$$

將(2.4.29)式代入(2.4.22)式，可得

$$\sigma_{11} = \left(c_{11}^E - \frac{c_{12}^E c_{12}^E}{c_{11}^E} \right) S_1 + \left(c_{13}^E - \frac{c_{12}^E c_{13}^E}{c_{11}^E} \right) S_3 + \left(\frac{c_{12}^E e_{31}}{c_{11}^E} - e_{31} \right) E_3 \quad (2.4.30)$$

(2.4.30)式可改寫成如下：

$$\sigma_{11} = Q_1^E S_1 + Q_2^E S_3 + \bar{e}_{31} E_3 \quad (2.4.31)$$

式中

$$Q_1^E = c_{11}^E - \frac{c_{12}^E c_{12}^E}{c_{11}^E} \quad (2.4.32)$$

$$Q_2^E = c_{13}^E - \frac{c_{12}^E c_{13}^E}{c_{11}^E} \quad (2.4.33)$$

$$\bar{e}_{31} = e_{31} \left(\frac{c_{12}^E}{c_{11}^E} - 1 \right) \quad (2.4.34)$$

將(2.4.29)式代入(2.4.24)式，可得

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= c_{13}^E S_1 + \left[\frac{c_{13}^E e_{31} E_3 - c_{13}^E c_{12}^E S_1 - c_{13}^E c_{13}^E S_3}{c_{11}^E} \right] + c_{33}^E S_3 - e_{33} E_3 \\ &= c_{13}^E S_1 + \frac{c_{13}^E e_{31} E_3}{c_{11}^E} - \frac{c_{13}^E c_{12}^E S_1}{c_{11}^E} - \frac{c_{13}^E c_{13}^E S_3}{c_{11}^E} + c_{33}^E S_3 - e_{33} E_3 \\ &= \left[c_{13}^E - \frac{c_{13}^E c_{12}^E}{c_{11}^E} \right] S_1 + \left[c_{33}^E - \frac{c_{13}^E c_{13}^E}{c_{11}^E} \right] S_3 + \left[\frac{c_{13}^E e_{31}}{c_{11}^E} - e_{33} \right] E_3 \end{aligned} \quad (2.4.35)$$

將上式改寫成

$$\sigma_{33} = Q_2^E S_1 + Q_3^E S_3 + \bar{e}_{33} E_3 \quad (2.4.36)$$

式中

$$Q_2^E = c_{13}^E - \frac{c_{13}^E c_{12}^E}{c_{11}^E} \quad (2.4.33)$$

$$Q_3^E = c_{33}^E - \frac{c_{13}^E c_{13}^E}{c_{11}^E} \quad (2.4.38)$$

$$\bar{e}_{33} = \frac{c_{13}^E}{c_{11}^E} e_{31} - e_{33} \quad (2.4.39)$$

二維平板的面內運動方程式為

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (2.4.40)$$

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad (2.4.41)$$

將(2.4.26)與(2.4.30)代入(2.4.40)，可得

$$\frac{\partial}{\partial x_1} [Q_1^E S_1 + Q_2^E S_3 + \bar{e}_{31} E_3] + \frac{\partial}{\partial x_3} [c_{44}^E S_5] = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (2.4.42)$$

將(2.4.26)與(2.4.35)代入(2.4.41)，可得

$$\frac{\partial}{\partial x_1} [c_{44}^E S_5] + \frac{\partial}{\partial x_3} [Q_2^E S_1 + Q_3^E S_3 + \bar{e}_{33} E_3] = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad (2.4.43)$$

將(2.4.4)、(2.4.5)與(2.4.28)代入(2.4.42)與(2.4.43)可得

$$Q_1^E \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + c_{44}^E \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} + Q_2^E \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3 \partial x_1} + c_{44}^E \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (2.4.44)$$

$$c_{44}^E \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} + Q_2^E \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} + c_{44}^E \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + Q_3^E \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} - \bar{e}_{33} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad (2.4.45)$$

前述之電位移方程式(2.1.4)可分別表示如下：

$$D_1 = e_{15} S_5 + \varepsilon_{11}^S E_1 \quad (2.4.8)$$

$$D_2 = e_{15} S_4 + \varepsilon_{22}^S E_2 \quad (2.4.9)$$

$$D_3 = e_{31} (S_1 + S_2) + e_{33} S_3 + \varepsilon_{33}^S E_3 \quad (2.4.10)$$

因壓電纖維複材的致動電場主要作用於纖維方向(僅有 E_3 存在而 E_1 及 $E_2=0$)，使壓電纖維在其軸向產生變形。忽略厚度方向的作用， $D_2=0$ 。

由(2.4.4)、(2.4.5)與(2.4.28)知，電位移 D_1 與 D_3 可寫成

$$D_1 = e_{15} \left[\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right] \quad (2.4.46)$$

$$D_3 = \left(e_{31} - \frac{e_{31}c_{12}^E}{c_{11}^E} \right) \frac{\partial u_1}{\partial x_1} - \left(\frac{e_{31}c_{13}^E}{c_{11}^E} - e_{33} \right) \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \left(\varepsilon_{33}^S + \frac{e_{31}e_{31}}{c_{11}^E} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_3} \quad (2.4.47)$$

由壓電材料的準靜電方程式 $D_{k,k} = 0$ 中可得

$$\frac{\partial D_1}{\partial x_1} + \frac{\partial D_3}{\partial x_3} = 0 \quad (2.4.48)$$

將(2.4.46)與(2.4.47)代入上式可得

$$\left(\frac{e_{31}c_{12}^E}{c_{11}^E} - e_{15} - e_{31} \right) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} - e_{15} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \left(\frac{e_{31}c_{13}^E}{c_{11}^E} - e_{33} \right) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} = \left(\varepsilon_{33}^S + \frac{e_{31}e_{31}}{c_{11}^E} \right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} \quad (2.4.49)$$

求解(2.4.44)、(2.4.45)與(2.4.49)構成之聯立方程式，可獲得異向性(anisotropic)平板的面內(in-plane)共振頻率與振動模態。

求解平板的振動問題時，通常採用 Rayleigh-Ritz 法[36,37,38,39]、Kantorovich 法[40]或是重疊法[41,42]等數值方法求解。為免去不同數值方法繁瑣的求解驗證，本研究中將直接利用受到普遍認可的套裝有限元素分析軟體 ANSYS，求出主動纖維複材的面內共振頻率與振動模態。

2.4.3 二維的角落脫層

本節探討的脫層狀況係指邊緣脫層的前緣與主動纖維複材的纖維既不平行也不垂直的脫層，如圖 2-12 (c)所示。簡單的說，也就是從矩形主動纖維複材的角落延展的脫層。與前一節遭遇的問題相同，此種狀況亦將以有限元素分析法來求解。

2.5 主動纖維複材的脫層有限元素模型

以前述章節的方法得到主動纖維複材的等效材料參數後，壓電纖維與環氧樹脂組成的模型可簡化為一個由單一等效材料建立的模型，如此可減少有限元素模型的網格數目並縮短電腦的運算時間。

本節中將依據最初向 ACI 公司所購入的主動纖維複材之尺寸，建立一長度為 130mm、寬度為 9mm、厚度為 0.4mm 的主動纖維複材(後續在本文中稱之為 Type-I PFC)的 ANSYS 分析模型。為減少有限元素分析模型所佔用的計憶體空間，將此模型的纖維長度方向劃分成 1300 等份的網格，厚度方向上劃分成 4 等份的網格，在寬度方向劃分成 4 等份的網格，並以 8 個節點的 solid5 元素進行分析，如圖 2-14 所示。PFC 的材料參數在研究初始階段採用表 2-4 所列的 PZT5A 材料參數，以期對 PFC 的模型有一初步的理解。表 2-5 所列為蔡汶志[37]獲得的 PFC 等效材料參數，在本研究中為使模擬結果更接近量測結果，將進一步以共振頻率反算材料係數進行修正(如附錄一)，所得之等效材料參數如表 2-6 所列。

表 2-4 PZT5A 材料參數

	s_{11}^E	s_{12}^E	s_{13}^E
撓性常數($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)	16.4	-5.74	-7.22
	s_{33}^E	s_{44}^E	s_{66}^E
	18.8	47.5	44.3
壓電常數($\times 10^{-12} \text{ cl/N}$)	d_{31}	d_{33}	d_{15}
	-171	374	584
介電常數比	$\epsilon_{11}^T / \epsilon_0$		$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$
	1,730		1,700

表 2-5 等效材料之撓性常數、壓電常數與介電常數[37]

楊氏模數 (GPa)	\bar{E}_2 6.192	\bar{E}_3 23.3	
泊松比	ν_{21} 0.326	ν_{23} 0.098	ν_{31} 0.373
剪力模數 (GPa)	G_{23} 1.826		
撓性常數($\times 10^{-12}$ m ² /N)	s_{11}^E 161.495	s_{12}^E -52.667	s_{13}^E -16.013
	s_{33}^E 42.917	s_{44}^E 547.746	s_{66}^E 428.323
壓電常數 (cI/m ²)	e_{31} -0.203	e_{33} 7.978	e_{15} 0.009
壓電常數 ($\times 10^{-12}$ m/V)	d_{31} -149.821	d_{33} 348.89	d_{15} 5.095
介電常數比	$\epsilon_{11}^S / \epsilon_0$ 9.623		$\epsilon_{33}^S / \epsilon_0$ 354.377
介電常數比	$\epsilon_{11}^T / \epsilon_0$ 9.628		$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$ 675.618

表 2-6 修訂後的等效材料撓性常數

撓性常數 ($\times 10^{-12}$ m ² /N)	s_{11}^E 83.574	s_{12}^E -52.667	s_{13}^E -16.013
	s_{33}^E 34.878	s_{44}^E 547.746	s_{66}^E 428.323

2.5.1 脫層前緣與纖維垂直的有限元素模型

本節將以有限元素模型進行分析，由邊界條件的改變模擬主動纖維複材局部脫層的狀態，計算各種脫層狀況的阻抗響應頻譜，探討主動纖維複材的阻抗響應是否會因為脫層的發生而產生變化。茲將此分析模型及預測

結果詳述如下：

首先對此模型進行 free-free 狀態的時諧(harmonic)分析，其阻抗響應計算結果如圖 2-15 所示，阻抗響應頻譜中的波谷所在即為其共振頻率。將模型底面的節點固定，以模擬主動纖維複材固定於結構物表面的狀態，此種狀態的阻抗響應如圖 2-16 所示。比較圖 2-15 與圖 2-16，若 PFC 貼片的底面固定，共振頻率明顯的升高，如例：free-free 狀態的第一模態發生在 11kHz，底面固定時的第一模態則延至 1.7MHz 才出現。

將主動纖維複材的纖維長度設為原有長度的十分之一，模擬主動纖維複材在纖維方向產生 13mm 部分脫層狀況，此時主動纖維複材的阻抗響應如圖 2-17 所示。由此圖中可發現第一個振動模態出現在 52.9kHz。圖 2-18 為前述產生脫層部分的主動纖維複材在 52.9kHz 時的振動模態，由此圖可看出此種振動是一種面內的振動。

同理，將主動纖維複材的纖維長度修改成原有長度的十分之二，以模擬主動纖維複材在纖維方向產生 26mm 的脫層狀況，此時主動纖維複材的阻抗響應如圖 2-19 所示。由此圖中可發現前兩個共振模態出現在 26.4kHz 與 76.5kHz。圖 2-20 所示為 26.4KHz 時的振動模態。

接著，再將主動纖維複材的纖維長度修改成原有長度的十分之三，模擬主動纖維複材在纖維方向產生 39mm 的脫層，圖 2-21 所示為其阻抗響應。此圖中的前三個共振模態出現在 17.6kHz、51.7kHz 與 84.5kHz。圖 2-22 所示為 17.6kHz 時的振動模態。

當主動纖維複材的纖維長度修改成原有長度的十分之四，模擬主動纖維複材在纖維方向產生 52mm 的脫層，其阻抗響應如圖 2-23 所示。前三個共振模態分別出現在 13.2kHz、39.8kHz 與 65.7kHz，圖 2-24 所示為 13.2kHz

時的振動模態。

同理，依序可找出主動纖維複材在纖維方向產生 65、78、91 與 104mm 的脫層狀況，其阻抗響應及對應的第一個面內振動模態分別如圖 2-25 ~圖 2-32 所示，將上述各個不同模擬狀況所得的共振頻率列於表 2-7。

表 2-7 Type-I PFC 不同的脫層狀態模擬所得的共振頻率

Debonding length (mm)	1 st mode (Hz)	2 nd mode (Hz)	3 rd mode (Hz)
13	53,600		
26	26,700	78,800	
39	18,500	55,000	89,900
52	13,300	39,800	65,700
65	10,700	31,800	52,800
78	8,900	26,500	44,000
91	7,600	22,800	37,800
104	6,600	19,900	33,100

圖 2-33~圖 2-48 所顯示的是長 60mm x 寬 50mm 的相同材質主動纖維複材(後續皆稱之為 Type-III PFC)在纖維長度方向產生 10、15、20、25、30、35、40 與 45mm 的邊緣脫層之阻抗響應模擬結果及對應的第一個面內振動模態。計算所採用之 PFC 材料參數為等效之材料參數。綜合上述的各個不同模擬狀況可得表 2-8。

由表 2-7 與表 2-8 可知當主動纖維複材的脫層發生時，主動纖維複材的共振模態會較完整貼著於結構物時要提早發生，脫層的長度愈長，共振模態發生的頻率會愈低。

表 2-8 Type-III PFC 的脫層前緣與纖維垂直時，不同的脫層狀態模擬所得的共振頻率

脫層長度(mm)	1 st mode(Hz)
10	22,600
15	18,600
20	17,100
25	16,400
30	16,000
35	15,600
40	15,300
45	14,700

2.5.2 脫層前緣與纖維平行時的有限元素模型

前一節中 Type-I PFC 的有限元素分析模型係依 ACI 公司所生產的 PFC 規格而設定，以此種尺寸的 PFC 探討邊緣脫層(如圖 2-12b 所示)，因其纖維所涵蓋的寬度範圍僅有 9mm，在如此小的範圍內要區分出不同比例的脫層寬度，實驗不易控制。為有利於實驗的掌握，將有限元素模擬的模型修改成纖維長度較短，但纖維所涵蓋的寬度較寬的型式，長 10mm x 寬 50mm x 厚 0.4mm，本文後續稱之為 Type-II PFC，圖 2-49 所示為此種 PFC 之示意圖。

以 Type-II PFC 進行脫層前緣與纖維方向平行的脫層分析，可縮小有限元素模型的尺寸，減少占用的記憶體空間，並加快運算的速度。如圖 2-50 所示，此種模型在纖維長度方向畫分成 50 個網格，寬度方向畫分成 50 個網格，在厚度方向則畫分成 4 個網格，進行模擬分析。

圖 2-51 所示為 Type-II PFC 主動纖維複材模型 free-free 狀態的時諧

(harmonic)分析計算之阻抗響應圖。將模型底面的節點固定，以模擬主動纖維複材固定於結構物表面的狀態，此種狀態的導納響應如圖 2-52 所示。圖 2-53 與圖 2-54 分別為模擬主動纖維複材分別具有 5mm 與 40mm 的平行於纖維方向的邊緣脫層時的阻抗響應。

本小節應用有限元素法分析 Type-III PFC 具有 5、10、15、20、25、30、35 與 40mm 平行於纖維方向的邊緣脫層，對應之阻抗響應與第一個面內振動的振形分別如圖 2-55~圖 2-70 所示。將上述不同程度脫層的分析結果綜整得表 2-9。

表 2-9 Type-III PFC 的脫層前緣與纖維平行時，不同脫層尺寸模擬所得的共振頻率

脫層長度(mm)	1 st mode(Hz)
5	39,900
10	28,100
15	24,200
20	19,100
25	15,400
30	12,800
35	11,000
40	9,600

2.5.3 二維角落邊緣脫層的有限元素模型

前述兩小節分別模擬了邊緣脫層之前緣與纖維垂直及平行的狀況，但邊緣脫層亦有可能由主動纖維複材的角落開始發生。本文所討論的角落脫層定義為脫層前緣、平行纖維的邊(簡稱 L 邊)及垂直纖維的邊(簡稱 W 邊)所圍成之直角三角型，如圖 2-71 所示。這種角落脫層又可細分成三種情況

來探討。第一種情況是 L 邊與 W 邊相等的等邊角落脫層，第二種是 L 邊大於 W 邊的角落脫層，第三種是 L 邊小於 W 邊的角落脫層。本小節將對這三種角落脫層的有限元素模型建立與預測結果逐一說明及討論。

2.5.3.1 L 邊與 W 邊相等的等邊角落脫層

等邊角落脫層的主動纖維複材是採用致動區域長度為 60mm、寬度為 50mm 的 PFC 執行實驗量測，因此有限元素模型以此為基準建立。為簡化模型，脫層前緣依據電極的間距而建模成階梯狀的邊緣。圖 2-72 所示為長 60mm、寬 50mm 的 Type-III PFC 主動纖維複材於 free-free 狀態下的數值分析阻抗圖，將其完全黏貼於鋁板表面的模擬阻抗響應如圖 2-73 所示。圖 2-74~圖 2-91 分別為邊長 10、15、20、25、30、35、40、45、50mm 之等邊角落脫層的 ANSYS 分析阻抗圖及其對應的基本面內共振之振形。綜整各等邊角落脫層的基本共振頻率如表 2-10 所列。

表 2-10 Type-III PFC 具不同邊長之等邊角落脫層，模擬所得的面內共振頻率

脫層邊長(mm)	1 st mode (Hz)
10	49,700
15	34,900
20	25,900
25	21,200
30	17,500
35	14,900
40	13,000
45	11,700
50	10,500

2.5.3.2 L 邊大於 W 邊的角落脫層

因為 PFC 為異向性材料，其材料特性在壓電纖維複材的纖維方向與寬度方向的差異頗大，預期角落脫層在 L 邊與 W 邊不等時的結構響應應有差異存在。本小節先探討脫層角落的 W 邊為 20mm，L 邊則分別為 25、30、35、40、45、50mm 的情況。圖 2-92 ~圖 2-103 分別為上述各狀況之數值分析阻抗圖及對應的基本面內共振之振形圖，基本面內共振頻率則如表 2-11 所列。

表 2-11 W 邊為 20mm 時，角落脫層之面內共振頻率相對 L 邊長的變化

角落脫層邊長 L/W(mm)	1 st in-plane mode (Hz)
20/20	25,900
25/20	24,700
30/20	23,400
35/20	22,400
40/20	21,600
45/20	20,800
50/20	19,900

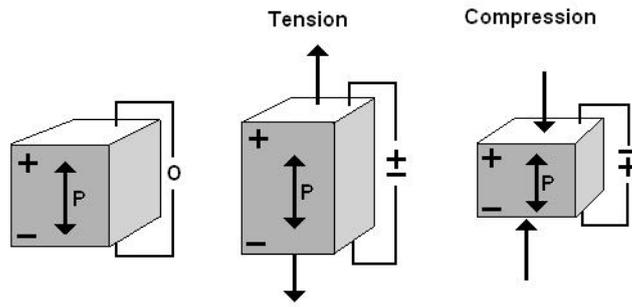
2.5.3.3 L 邊小於 W 邊的角落脫層

本小節探討角落脫層的 L 邊為 20mm，W 邊分別為 25、30、35、40、45、50mm 的情況。圖 2-104 ~圖 2-115 分別為上述各狀況之數值分析阻抗圖及對應之基本面內共振振形圖，各基本面內共振頻率則如表 2-12 所列

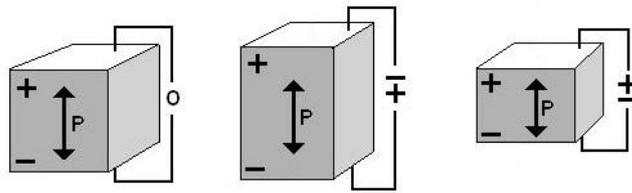
表 2-12 L 邊為 20mm 時，角落脫層之面內共振頻率相對 W 邊長的變化

角落脫層邊長 L/W(mm)	1 st in-plane mode (Hz)
20/20	25,900
20/25	22,500
20/30	20,100
20/35	18,300
20/40	17,000
20/45	16,100
20/50	15,300





(a) 正壓電效應



(b) 逆壓電效應

圖 2-1 壓電材料之壓電效應示意圖

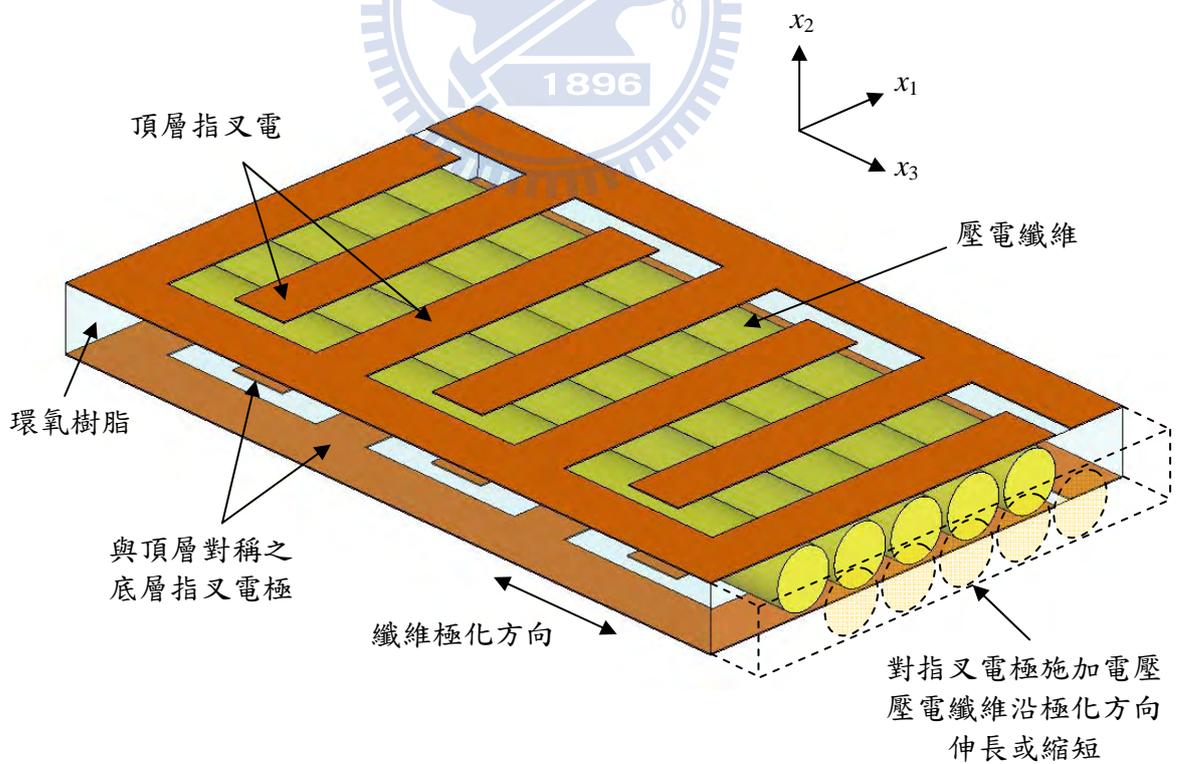


圖 2-2 主動纖維複材的構造示意圖

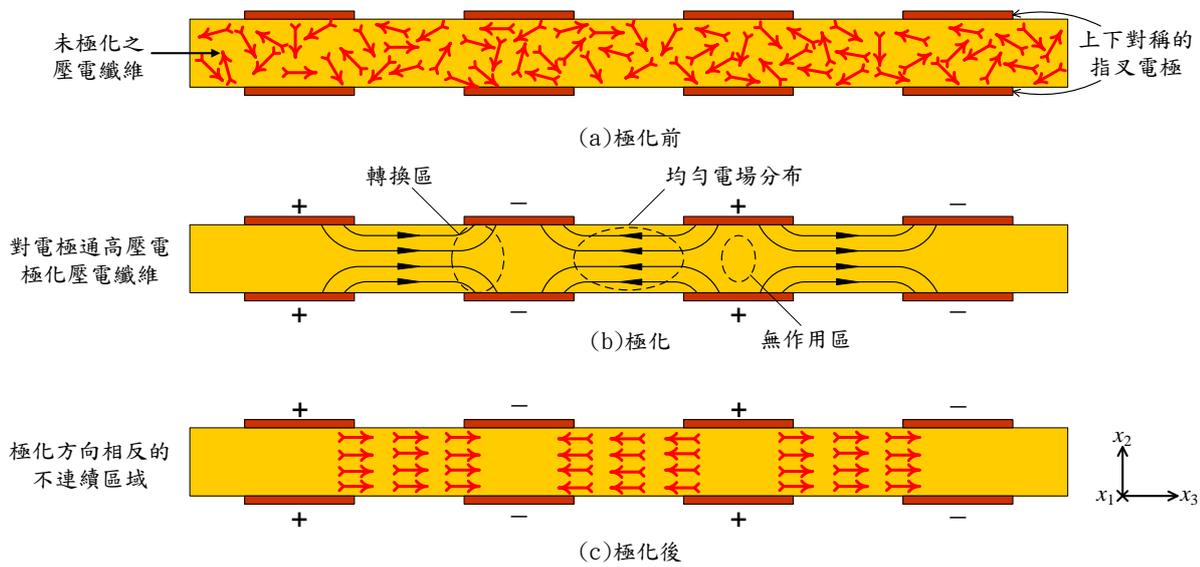


圖 2-3 主動纖維複材的纖維極化過程示意圖

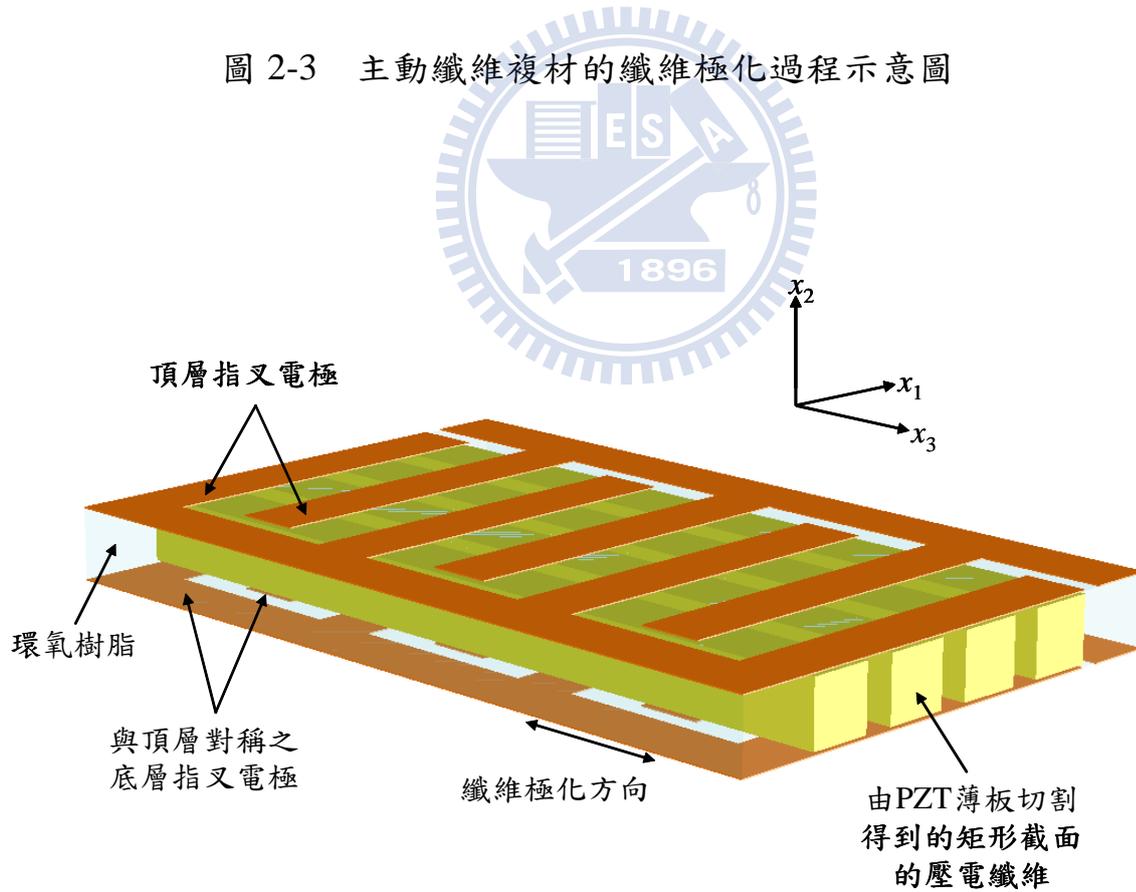


圖 2-4 Macro Fiber Composites 的構造示意圖

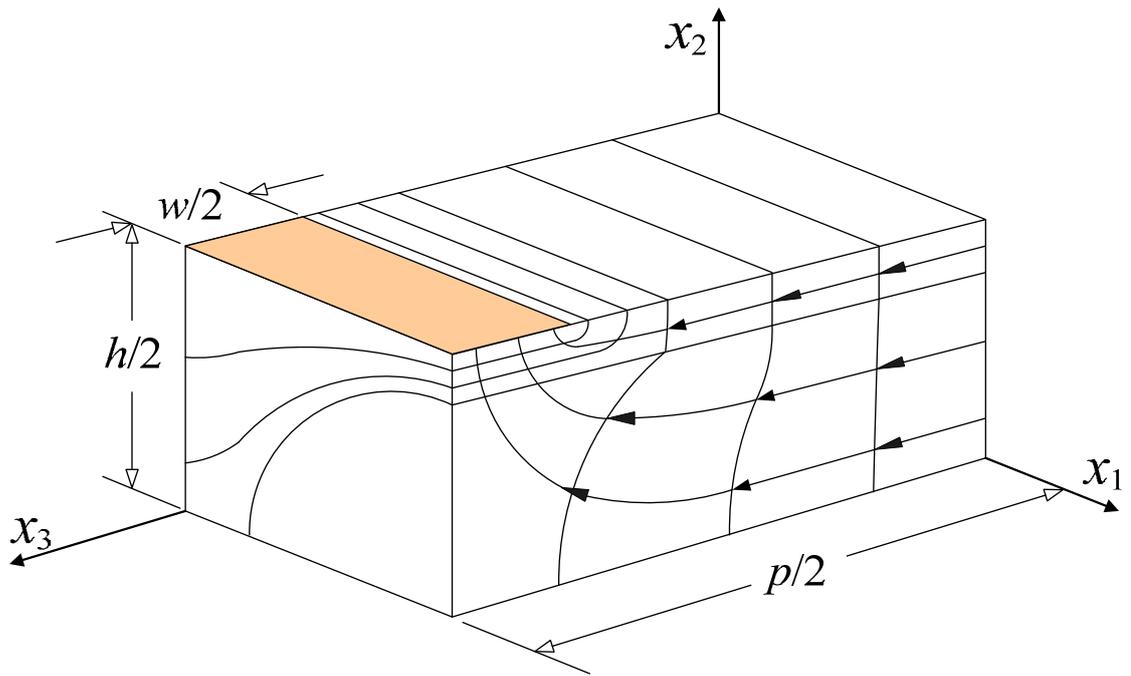


圖 2-5 主動纖維複材的四分之一代表性體積元素

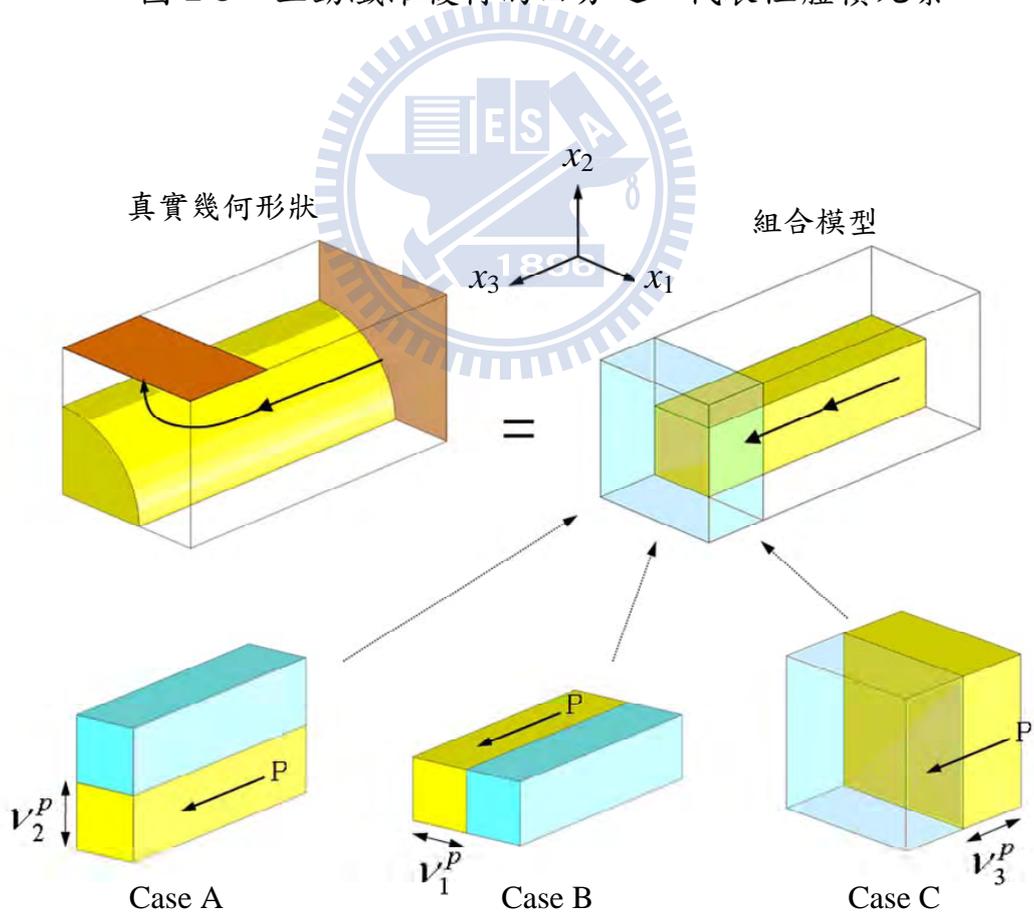


圖 2-6 主動纖維複材的解析方法

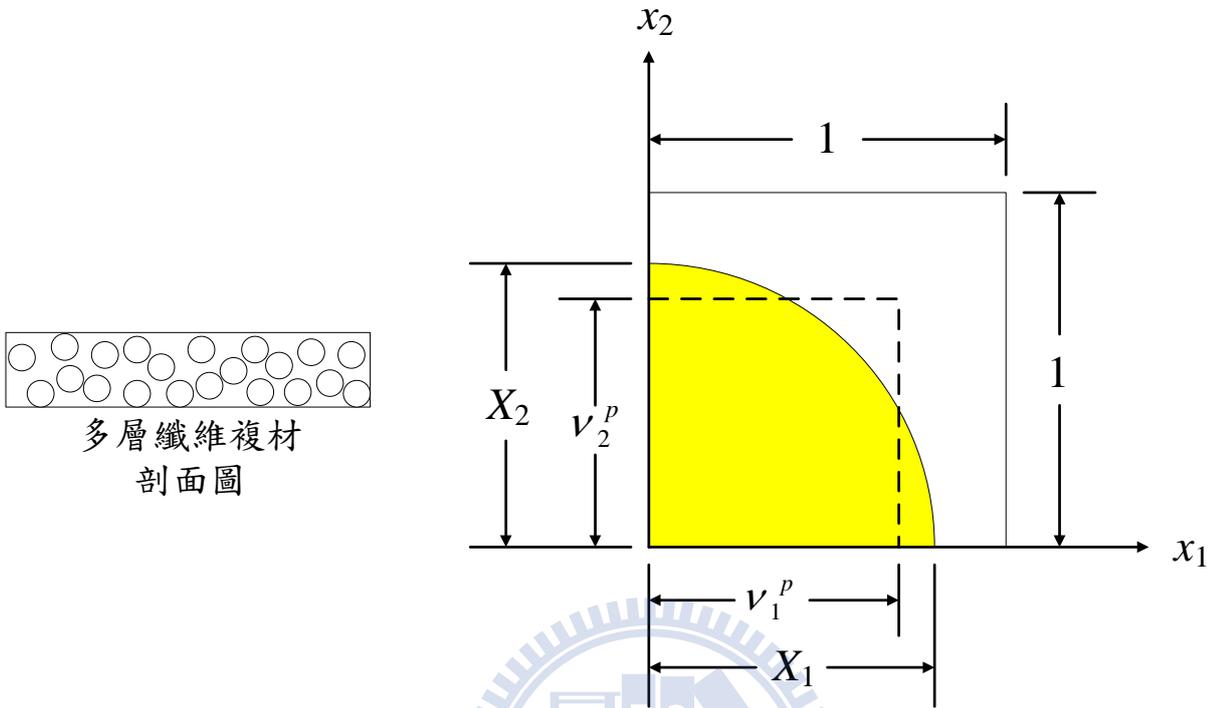


圖 2-7 多層壓電纖維均勻的方形封裝模型

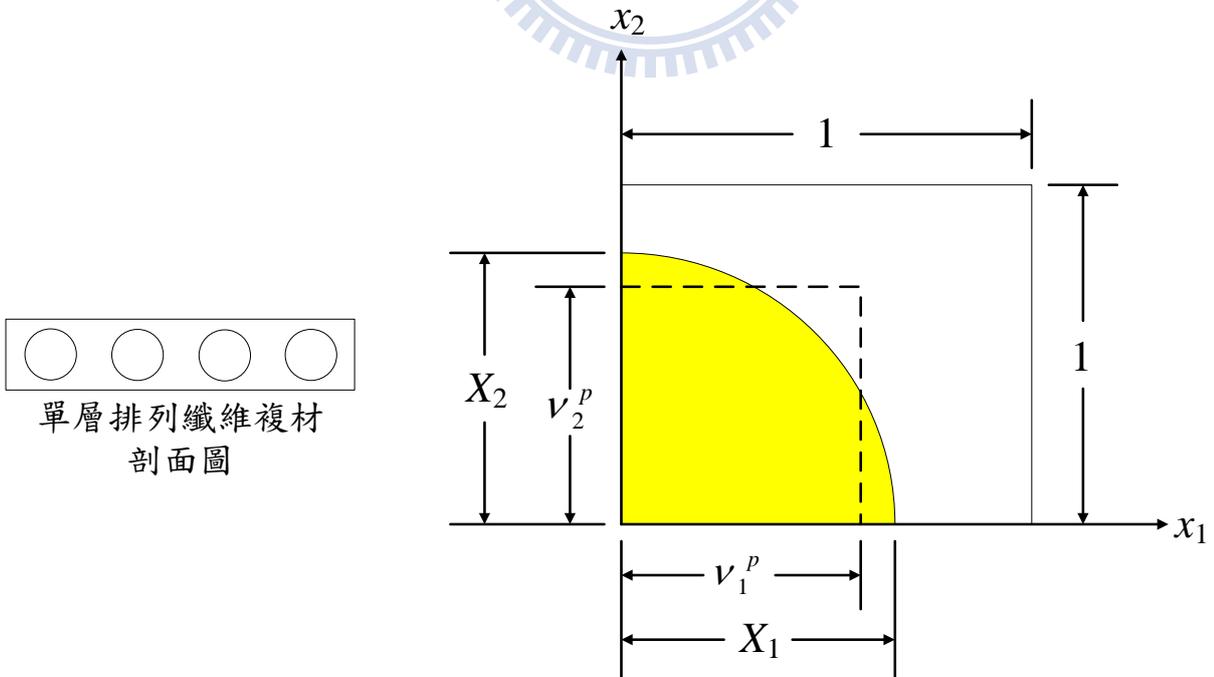


圖 2-8 主動纖維複材的矩形封裝模型

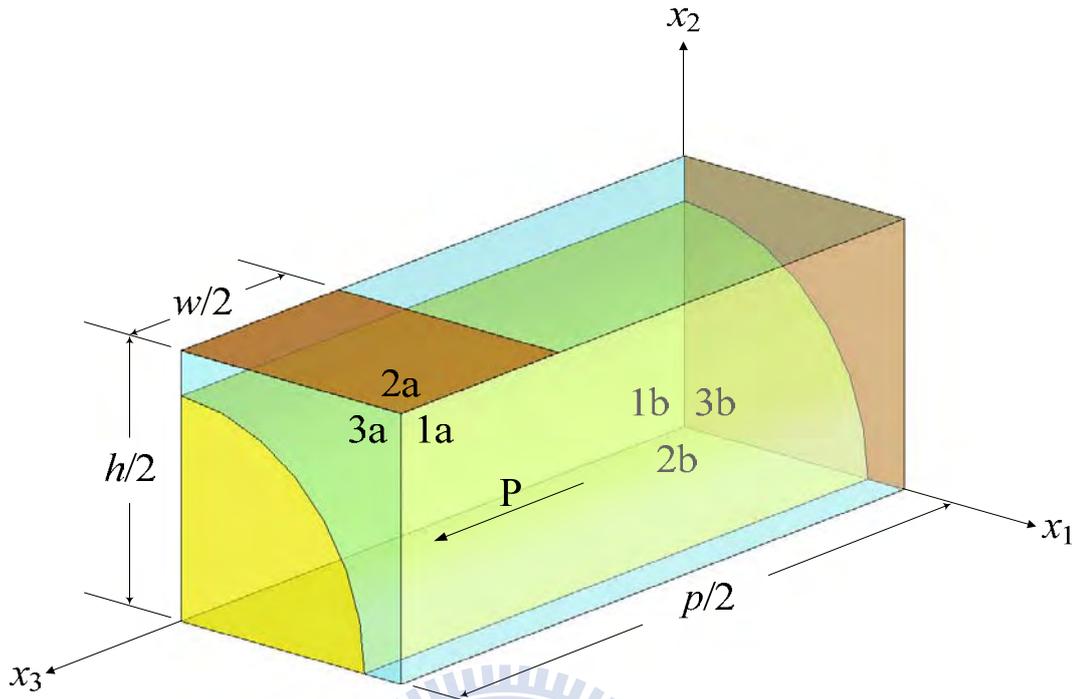


圖 2-9 有限元素分析的代表性體積元素模型。

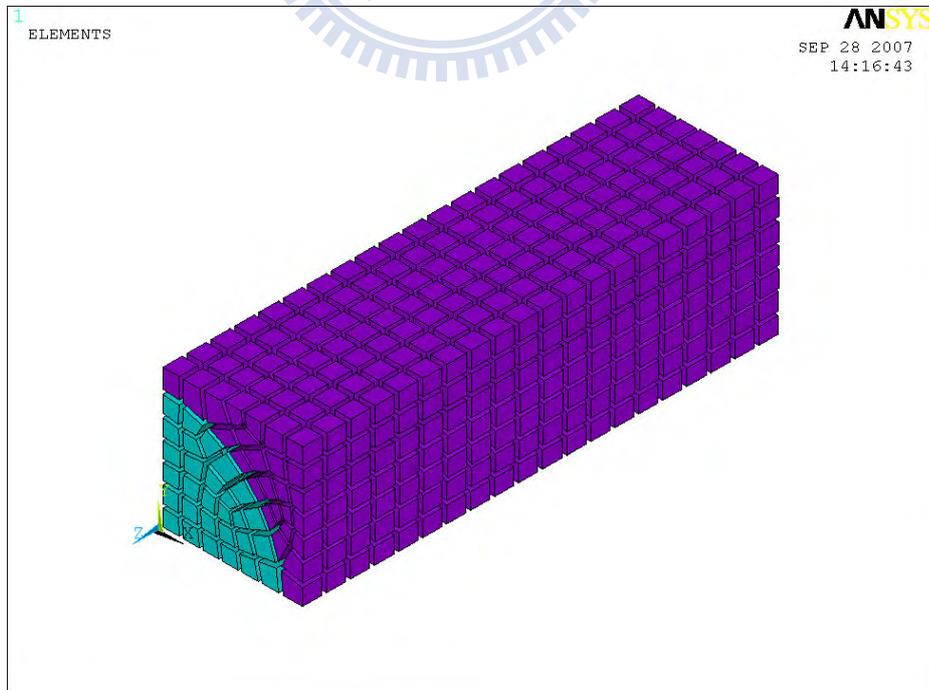


圖 2-10 壓電纖維複材代表性體積元素的有限元素爆炸圖

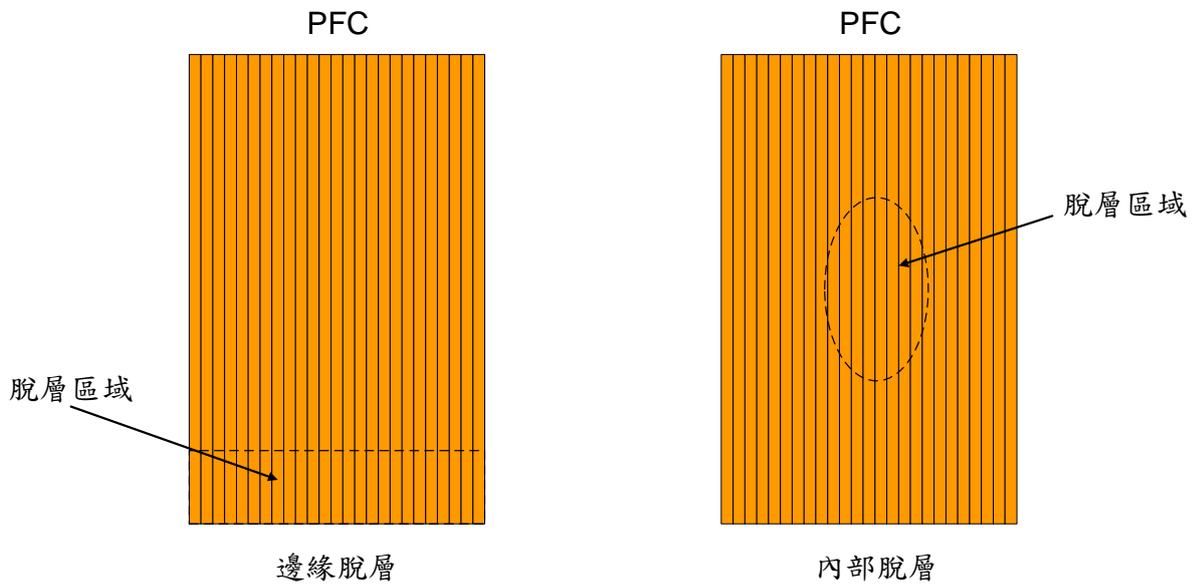


圖 2-11 壓電纖維複材的脫層分類示意圖

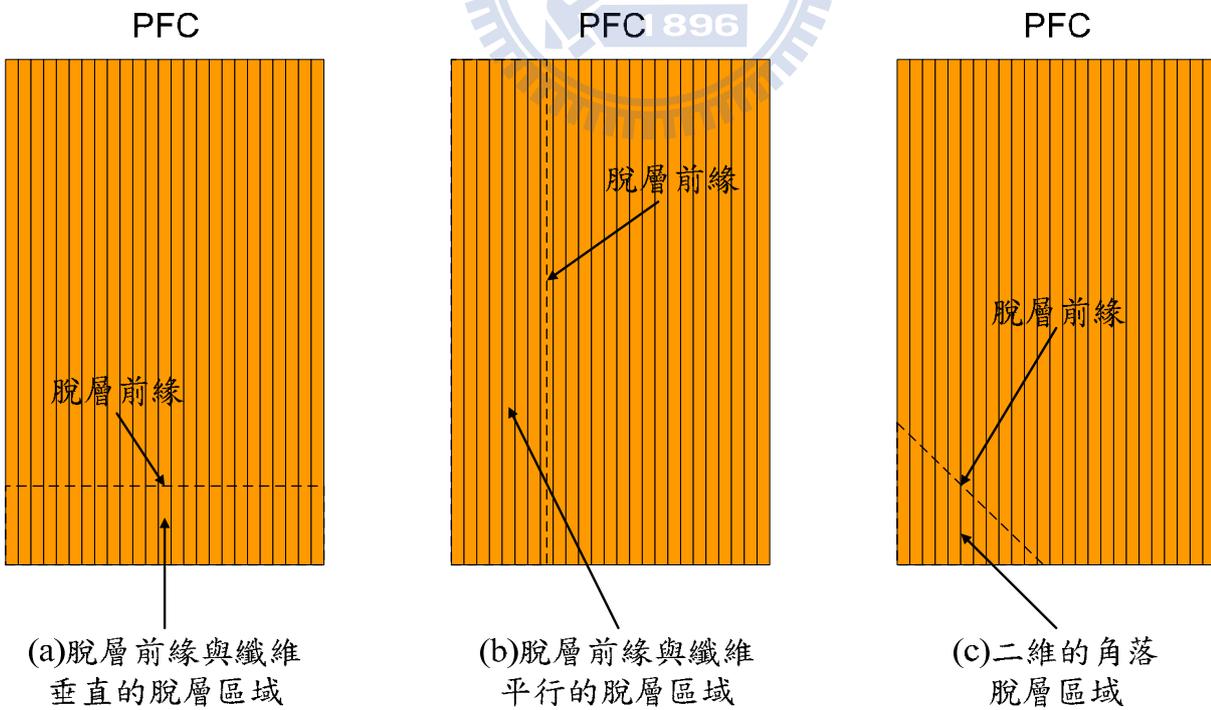


圖 2-12 壓電纖維複材邊緣脫層分類示意圖

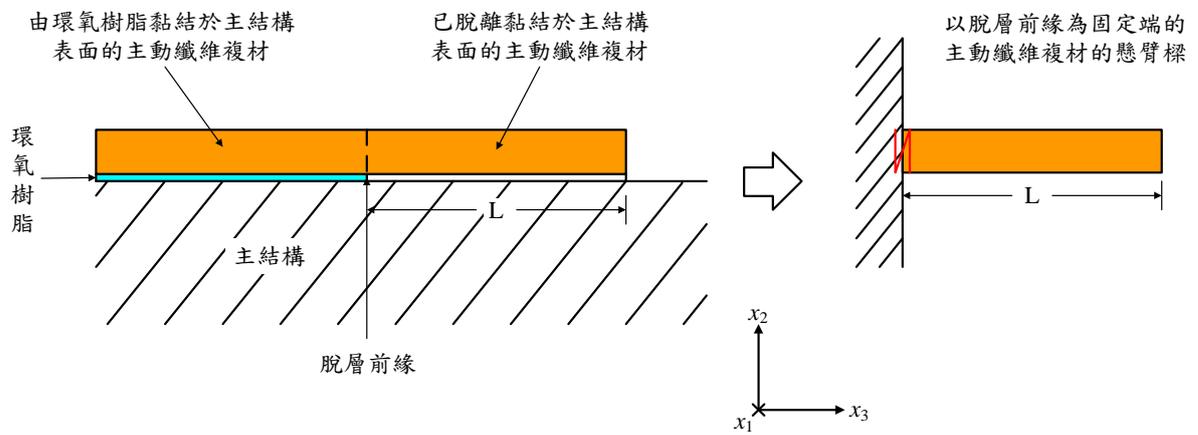


圖 2-13 脫離主結構而懸空的主動纖維複材示意圖

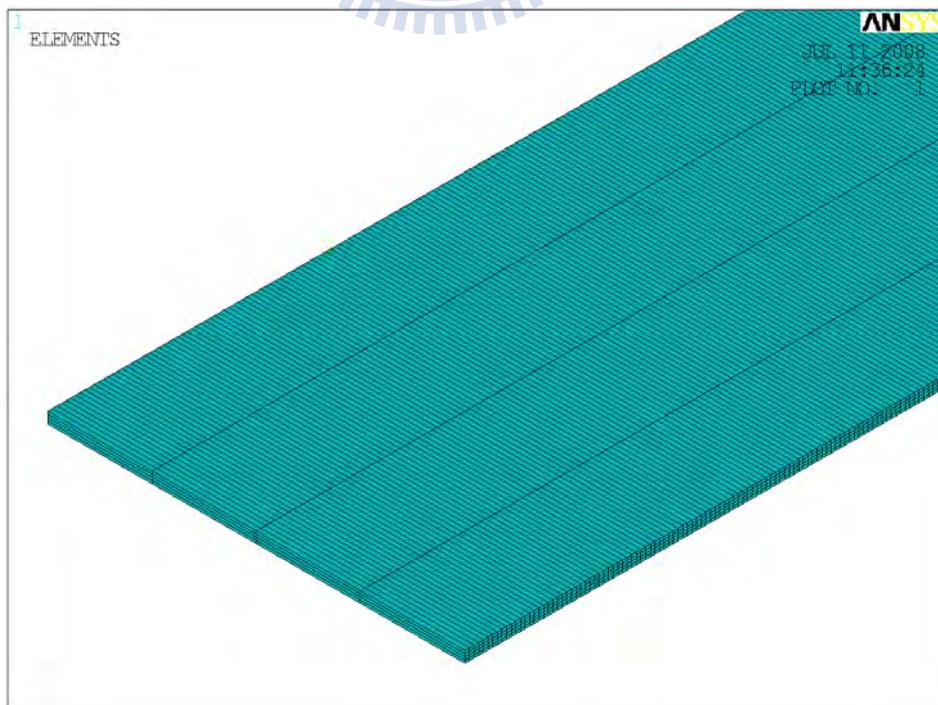


圖 2-14 Type-I PFC 主動纖維複材的 ANSYS 分析模型圖

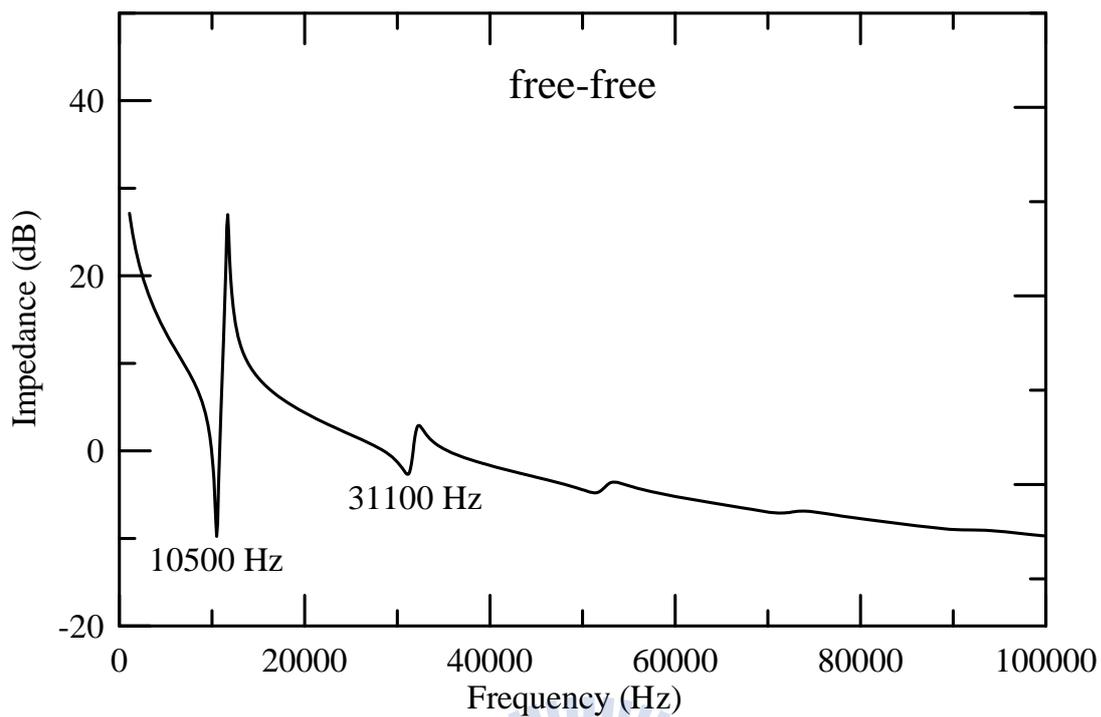


圖 2-15 Type-I PFC 主動纖維複材 free-free 狀態時的分析阻抗響應

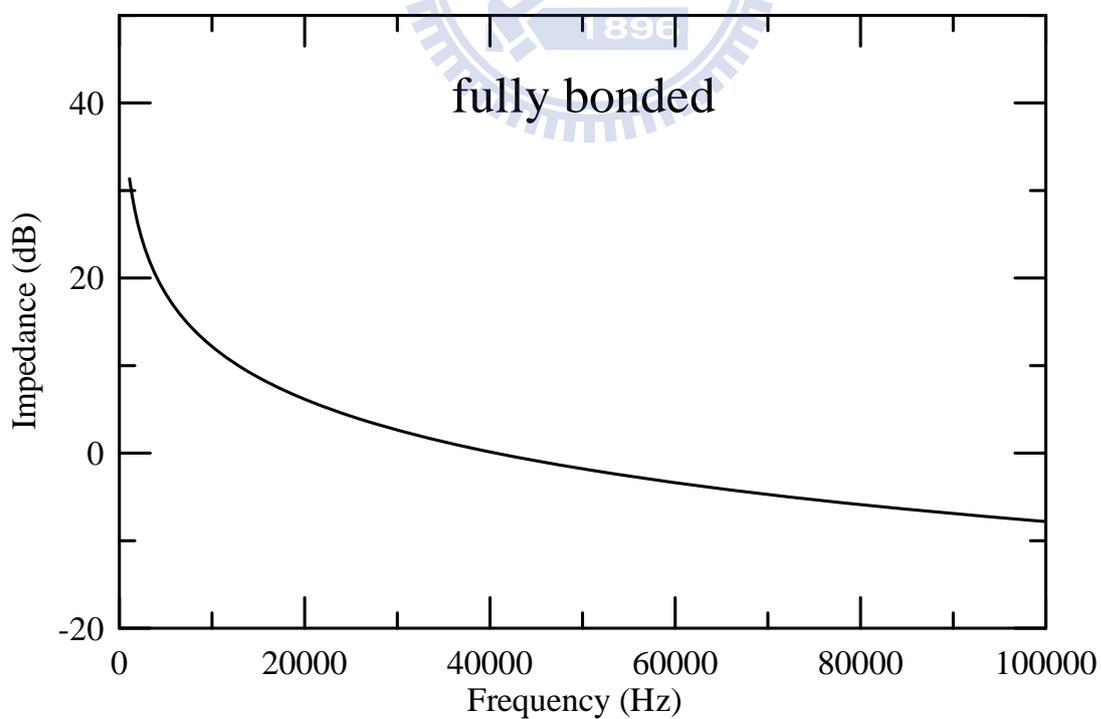


圖 2-16 Type-I PFC 主動纖維複材底面固定狀態時的分析阻抗響應

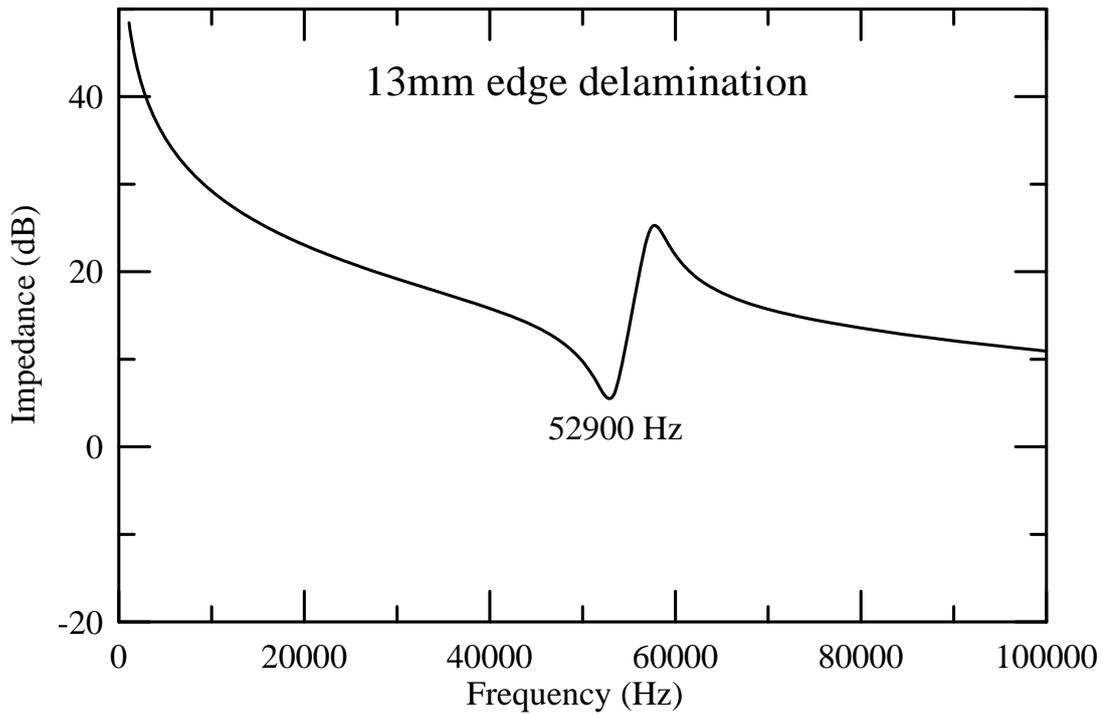


圖 2-17 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 13mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

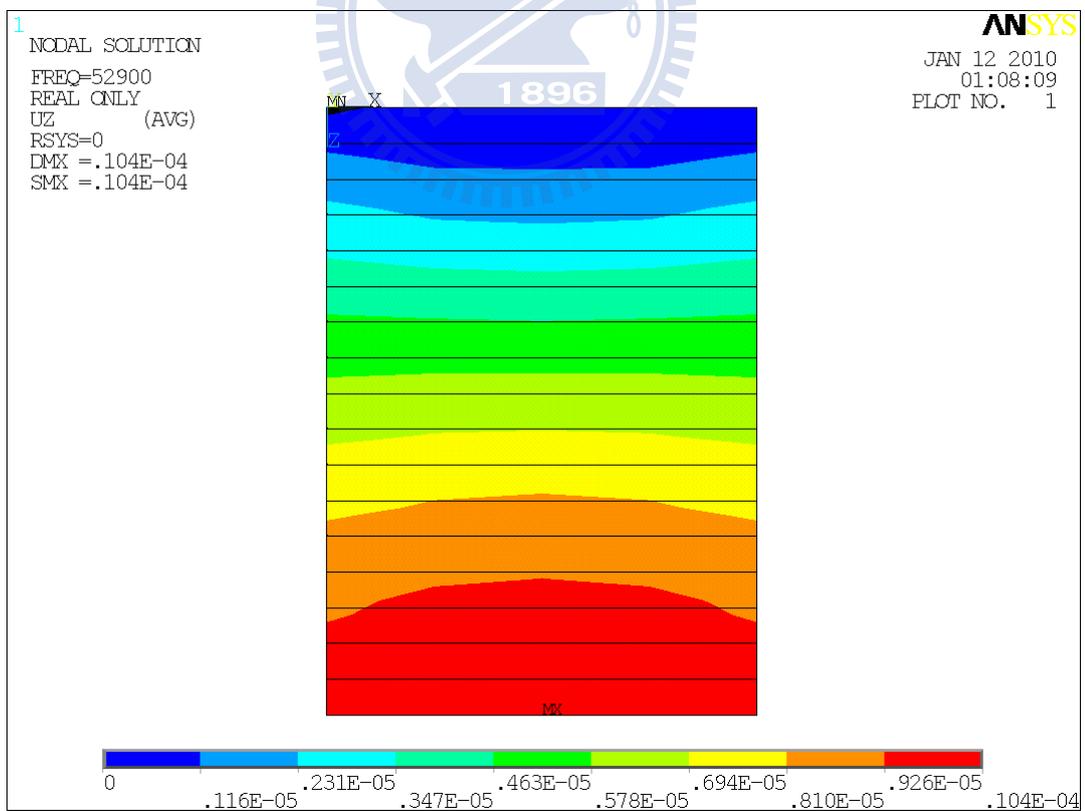


圖 2-18 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 13mm 邊緣脫層的分析振形 (52,900Hz)

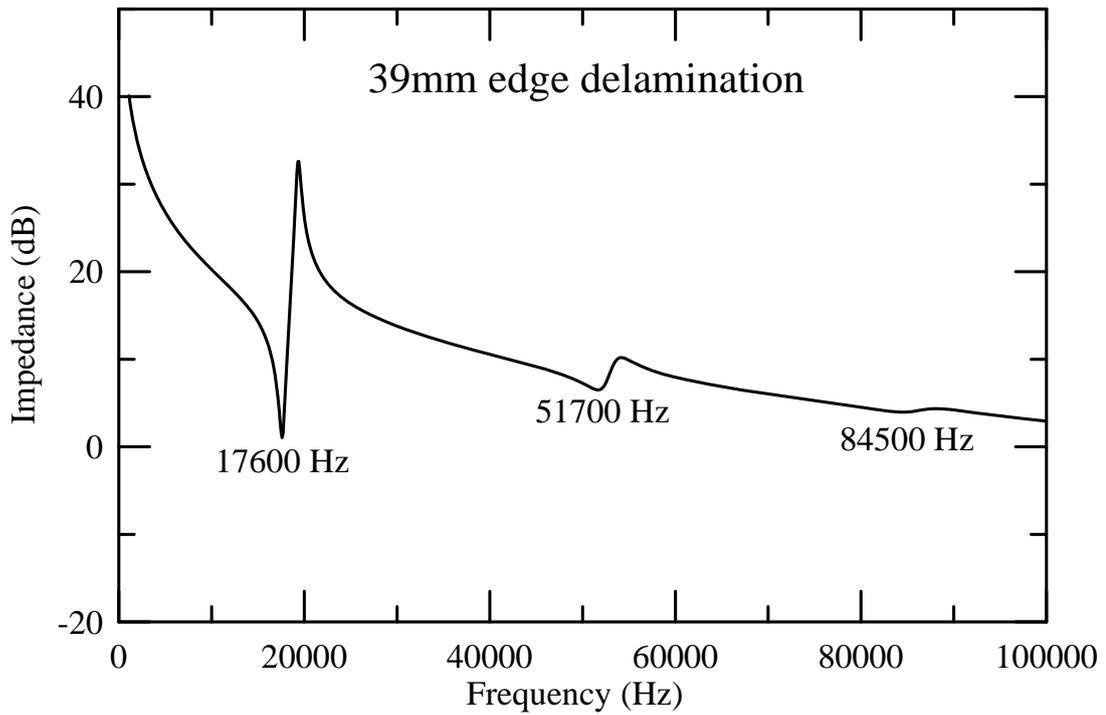


圖 2-21 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 39mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

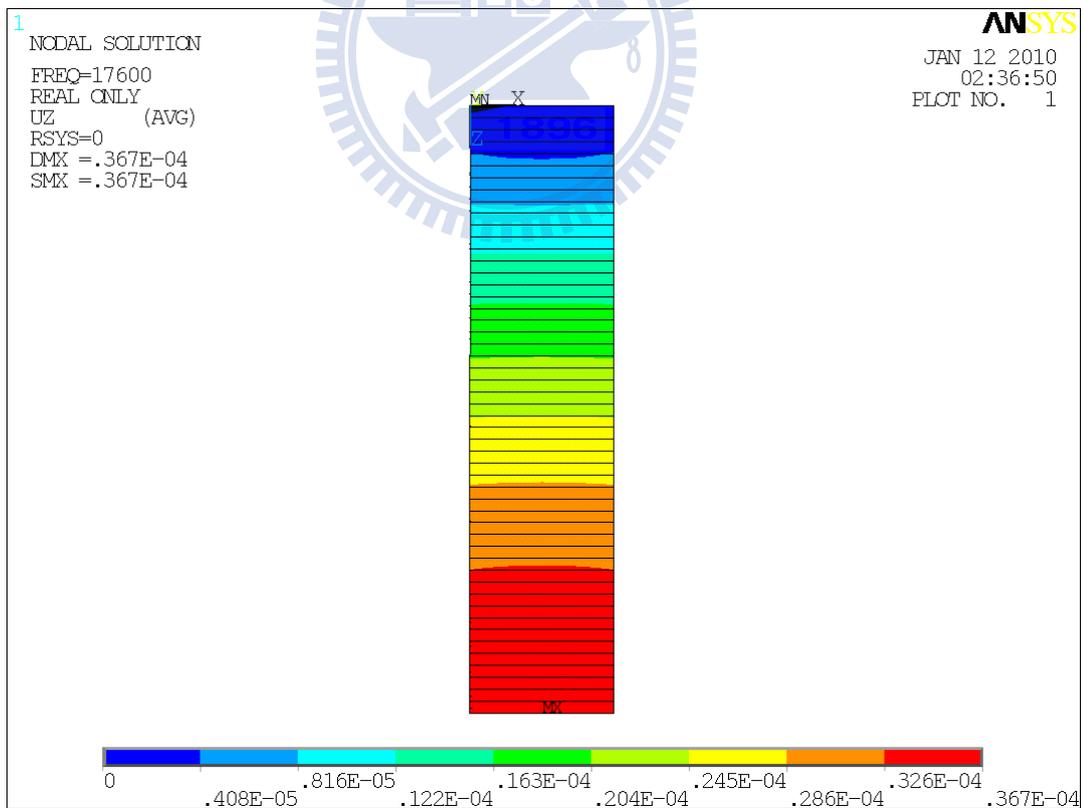


圖 2-22 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 39mm 邊緣脫層的分析振形 (17,600Hz)

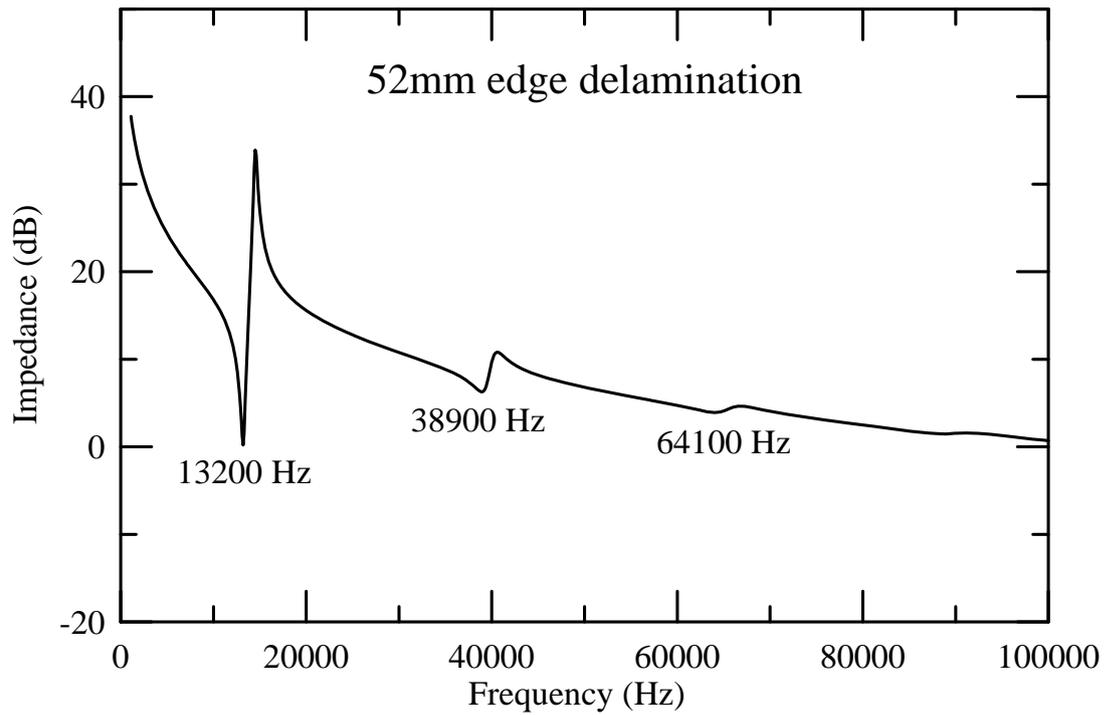


圖 2-23 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 52mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

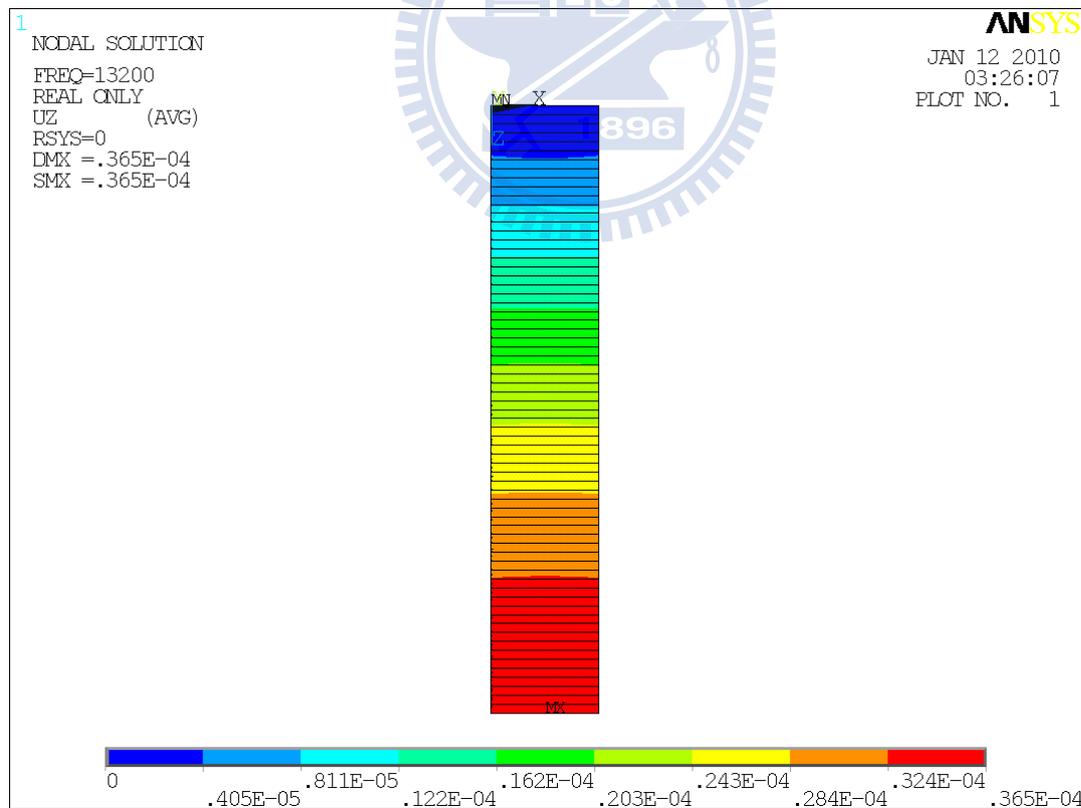


圖 2-24 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 52mm 邊緣脫層的分析振形 (13,200Hz)

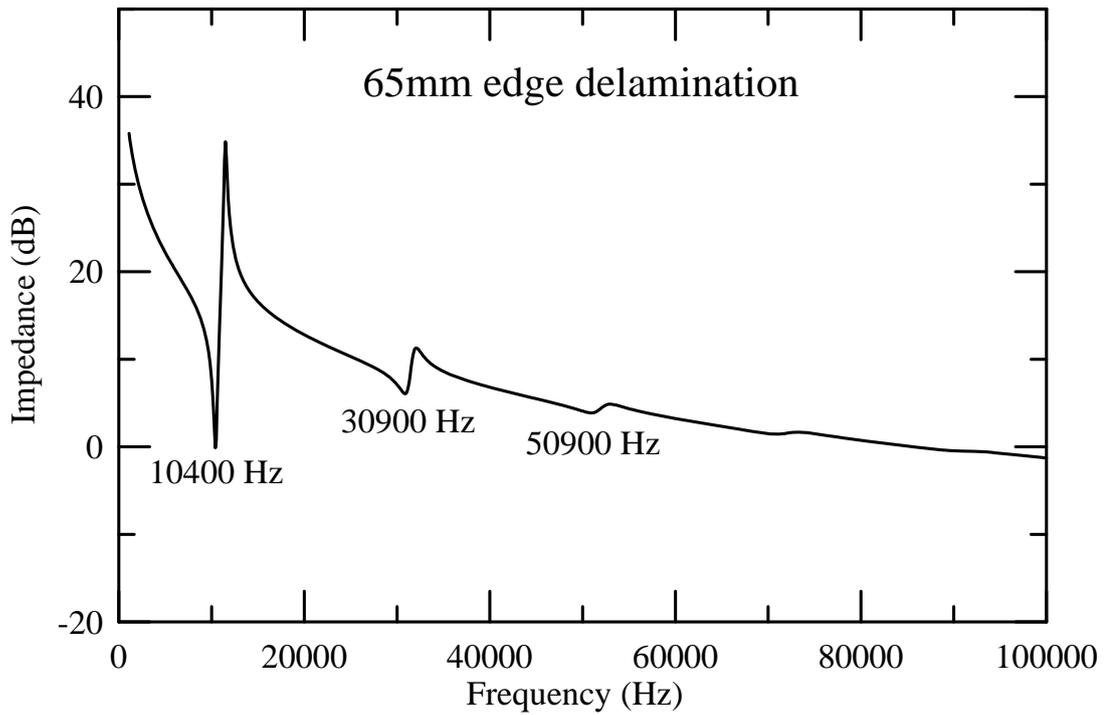


圖 2-25 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 65mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

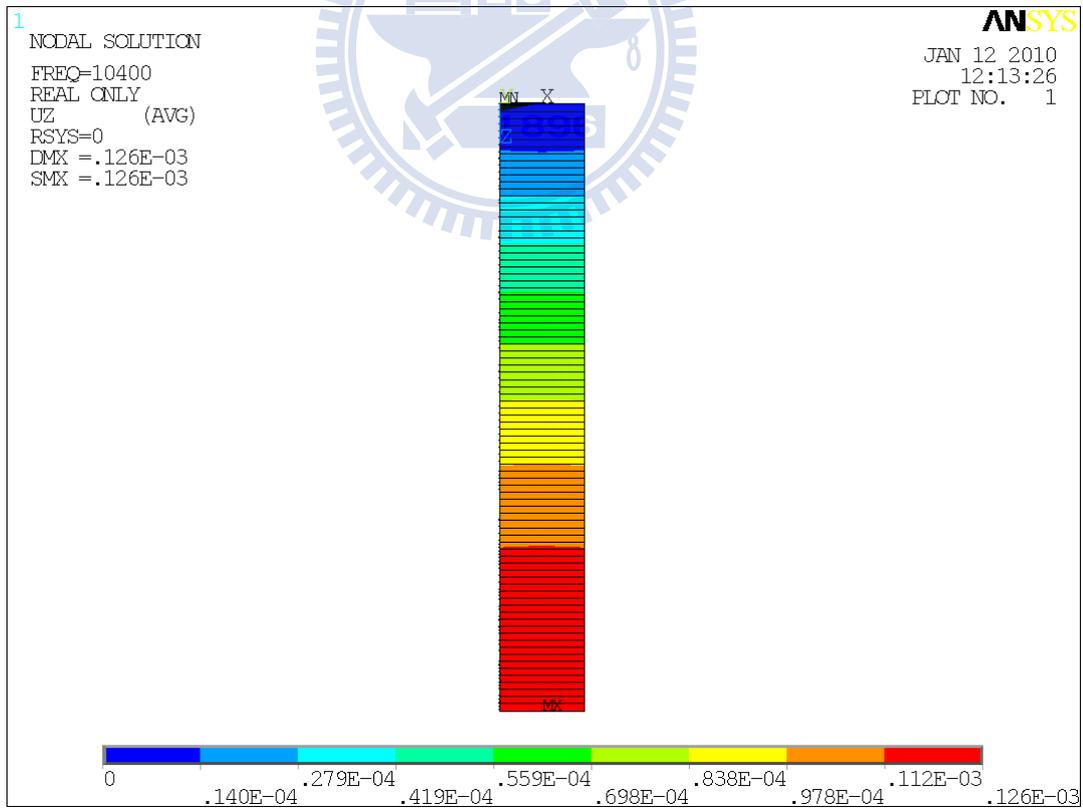


圖 2-26 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 65mm 邊緣脫層的分析振形 (10,400Hz)

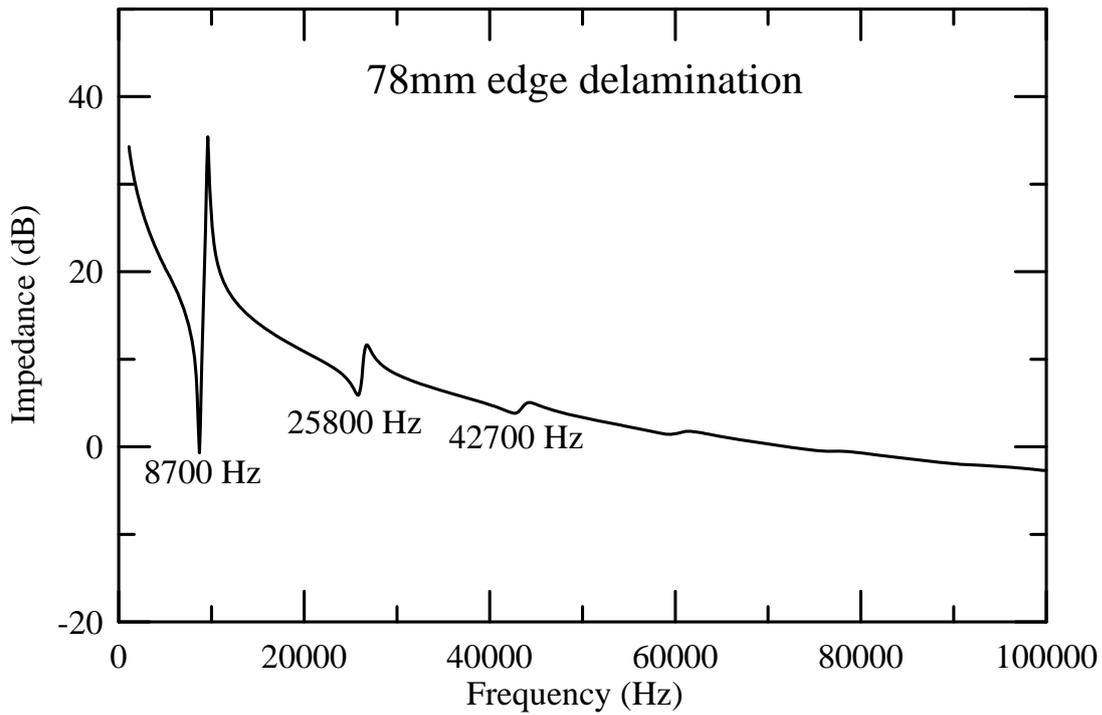


圖 2-27 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 78mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

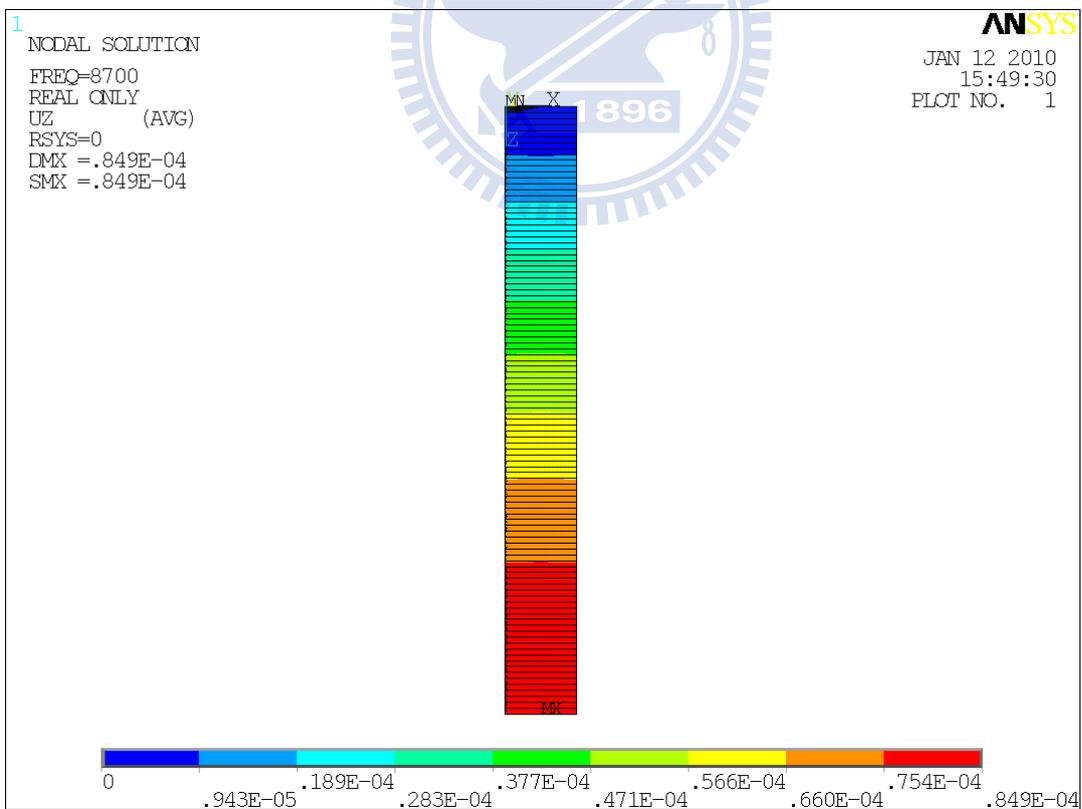


圖 2-28 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 78mm 邊緣脫層的分析振形 (8,700Hz)

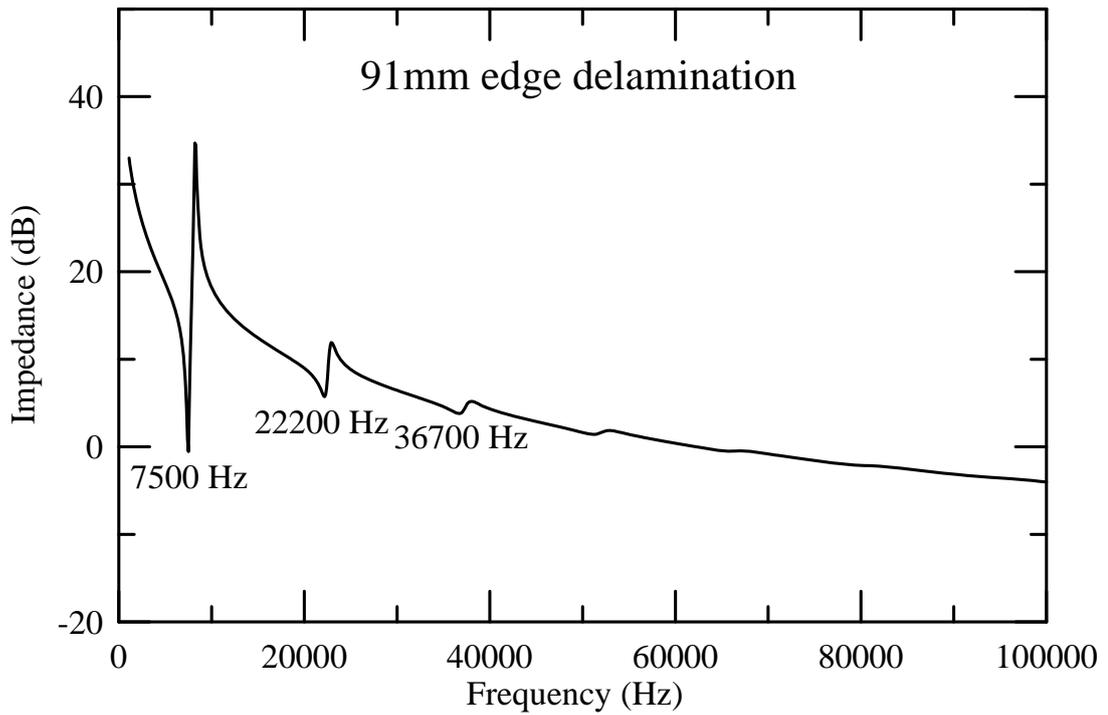


圖 2-29 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 91mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

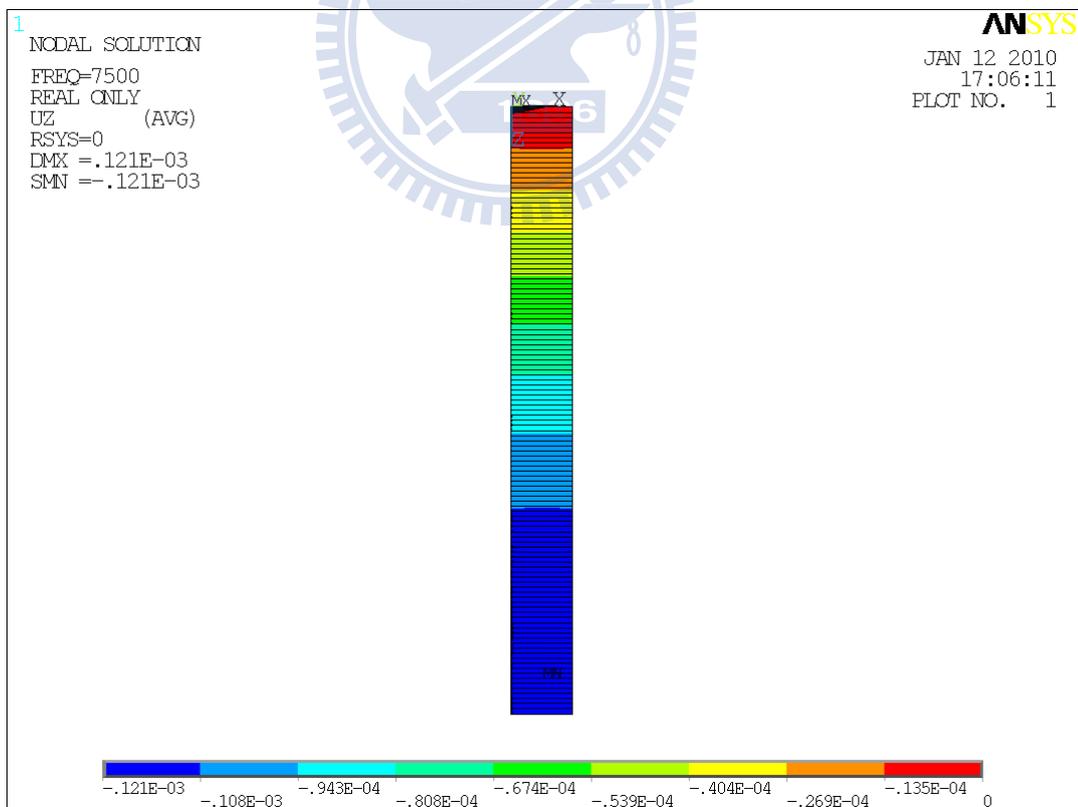


圖 2-30 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 91mm 邊緣脫層的分析振形 (7,500Hz)

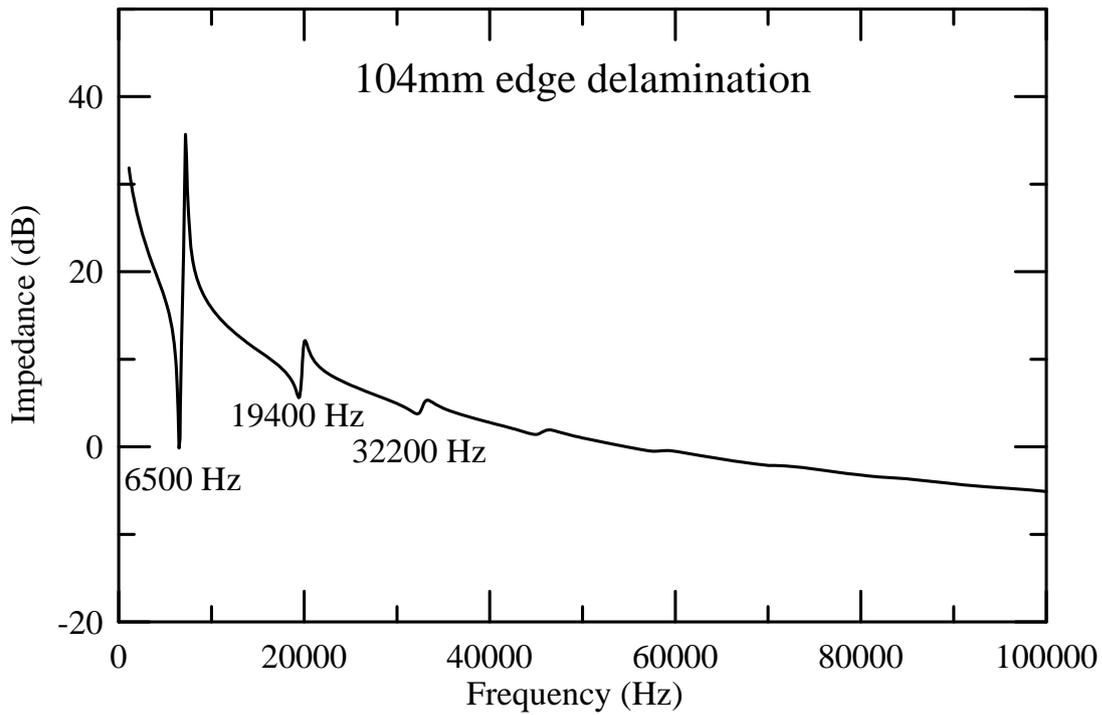


圖 2-31 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 104mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

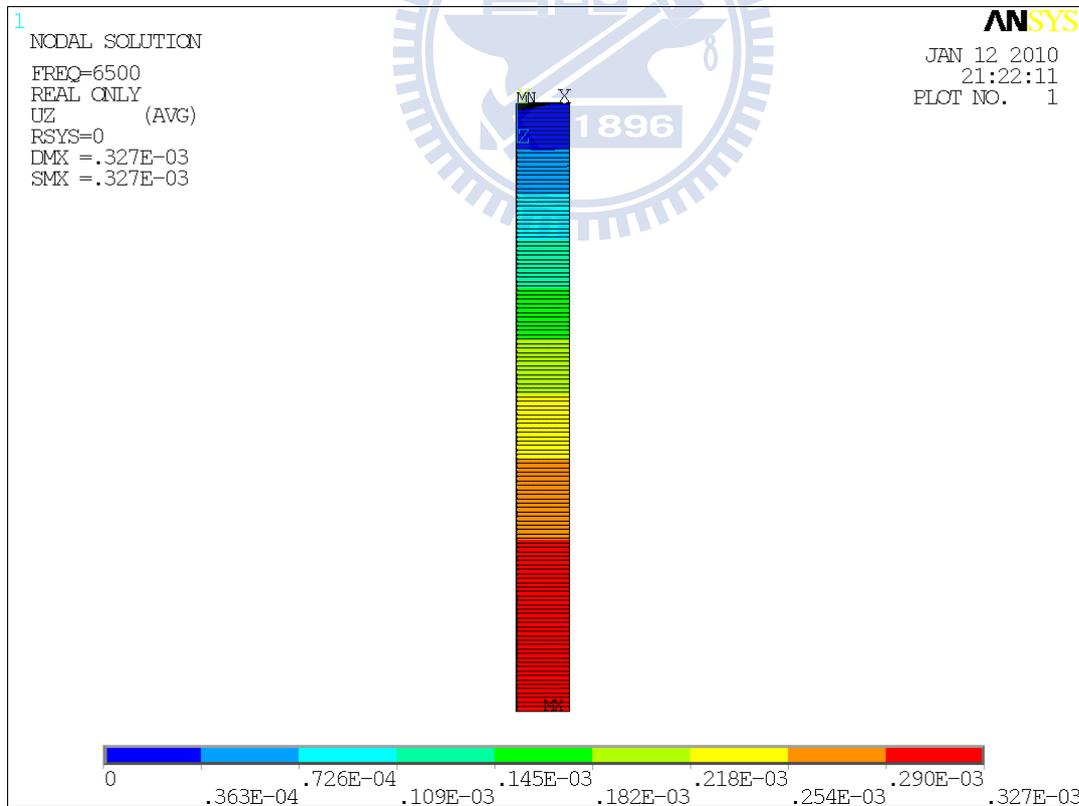


圖 2-32 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 104mm 邊緣脫層的分析振形 (6,500Hz)

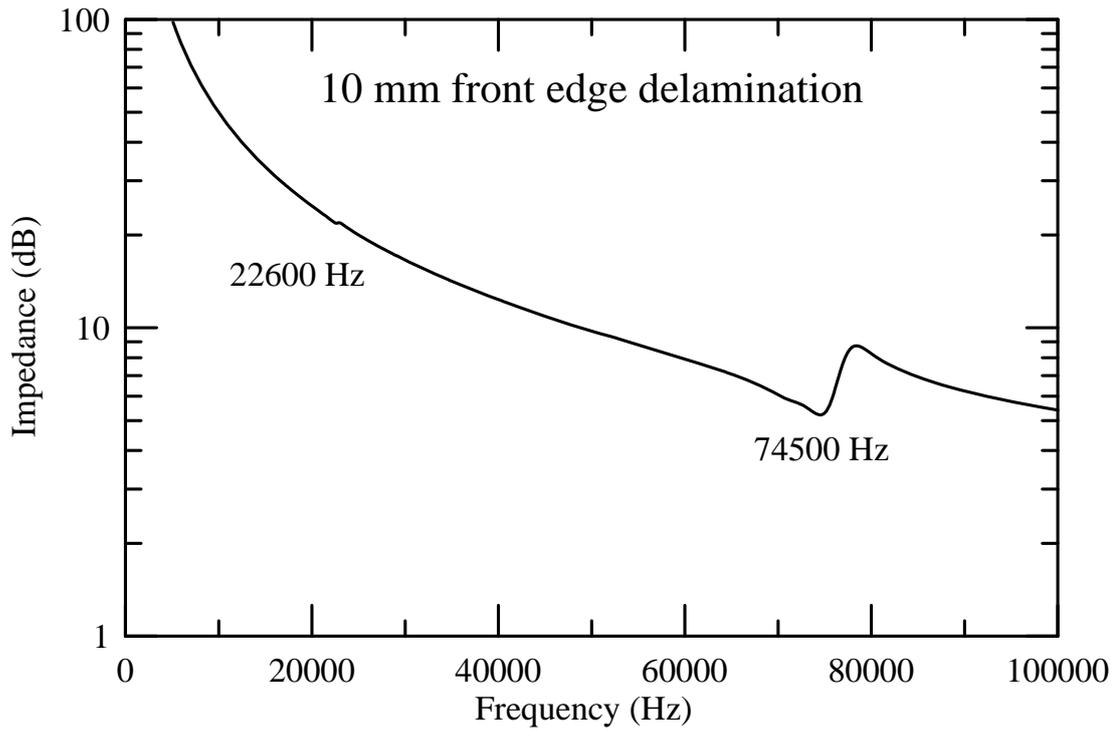


圖 2-33 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

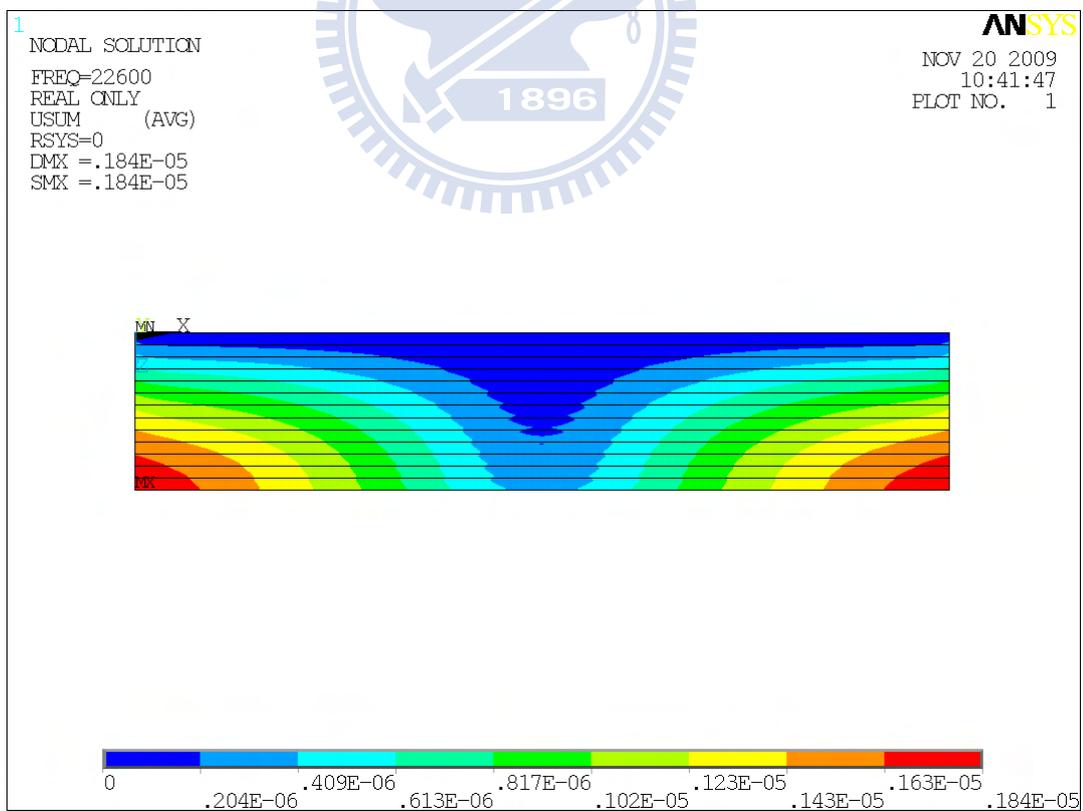


圖 2-34 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的分析振形 (22,600Hz)

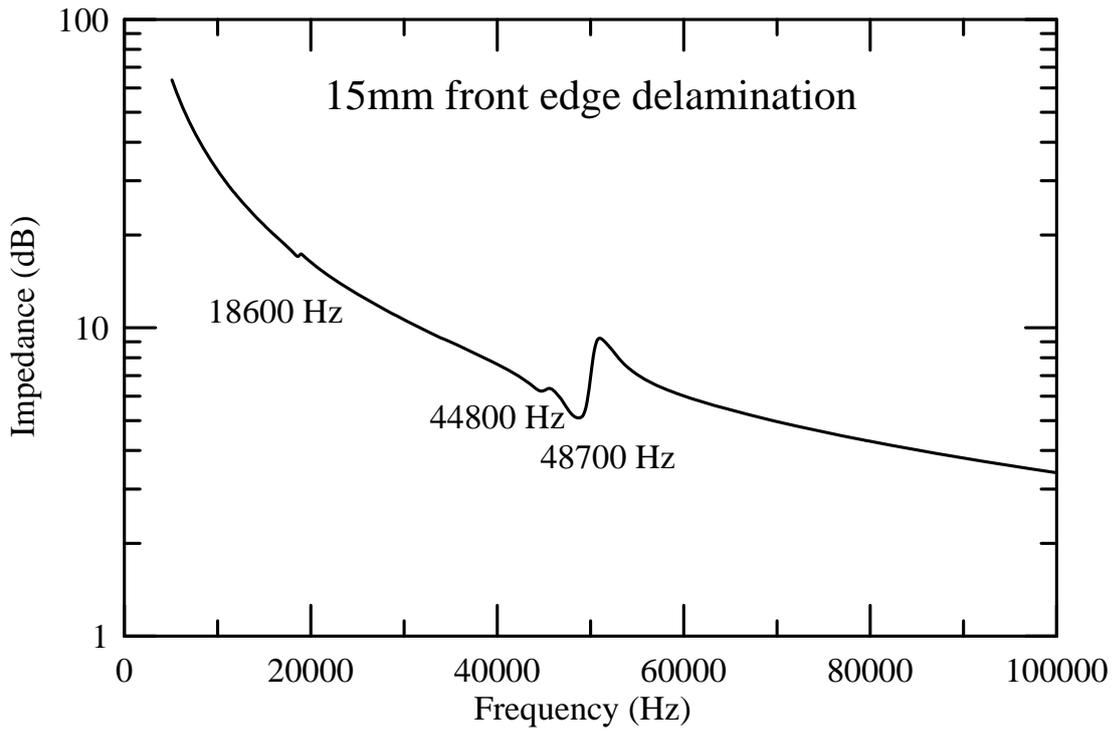


圖 2-35 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 15mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

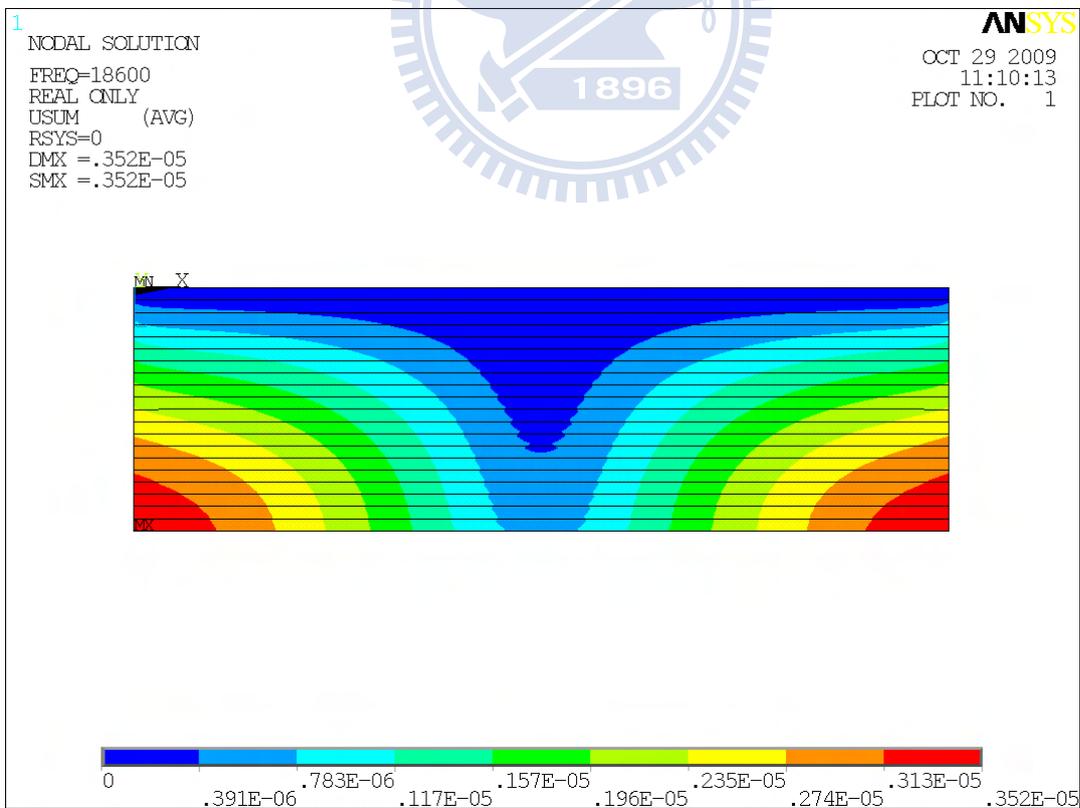


圖 2-36 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 15mm 邊緣脫層的分析振形 (18,600Hz)

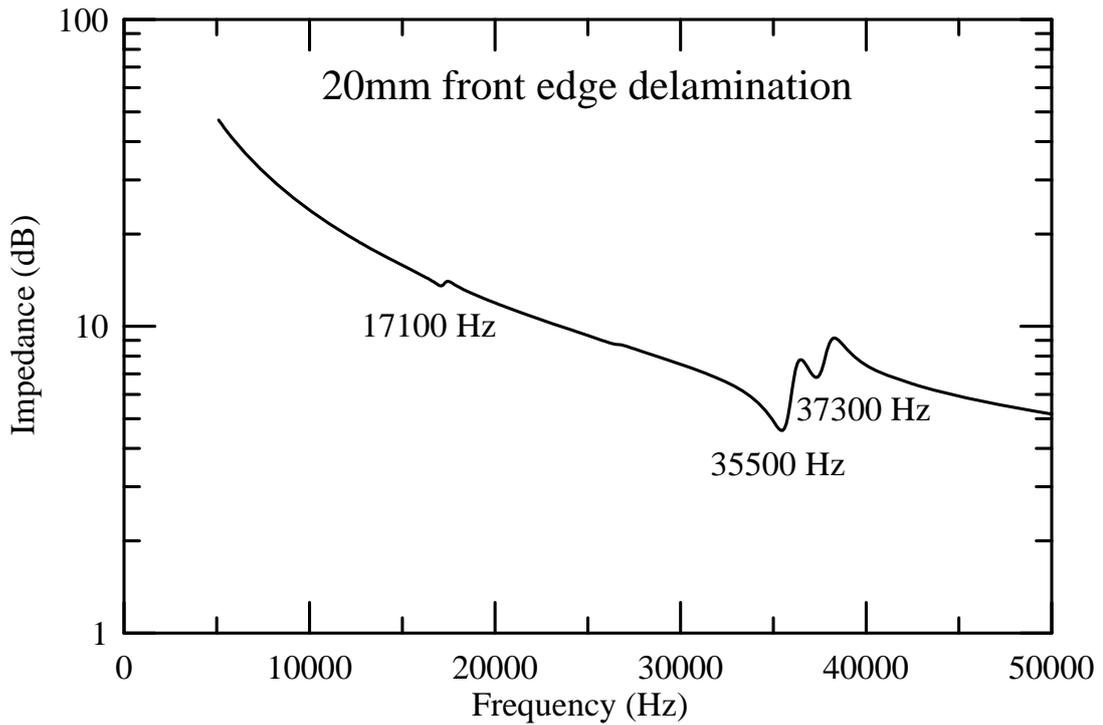


圖 2-37 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

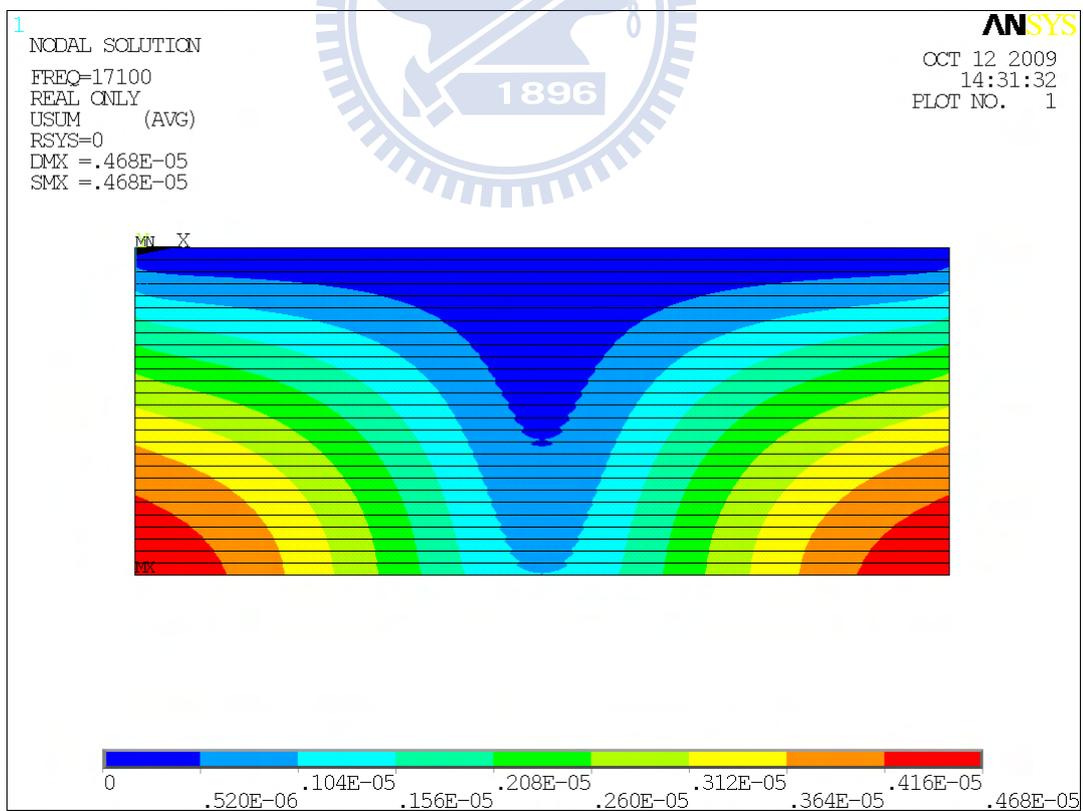


圖 2-38 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的分析振形 (17,100Hz)

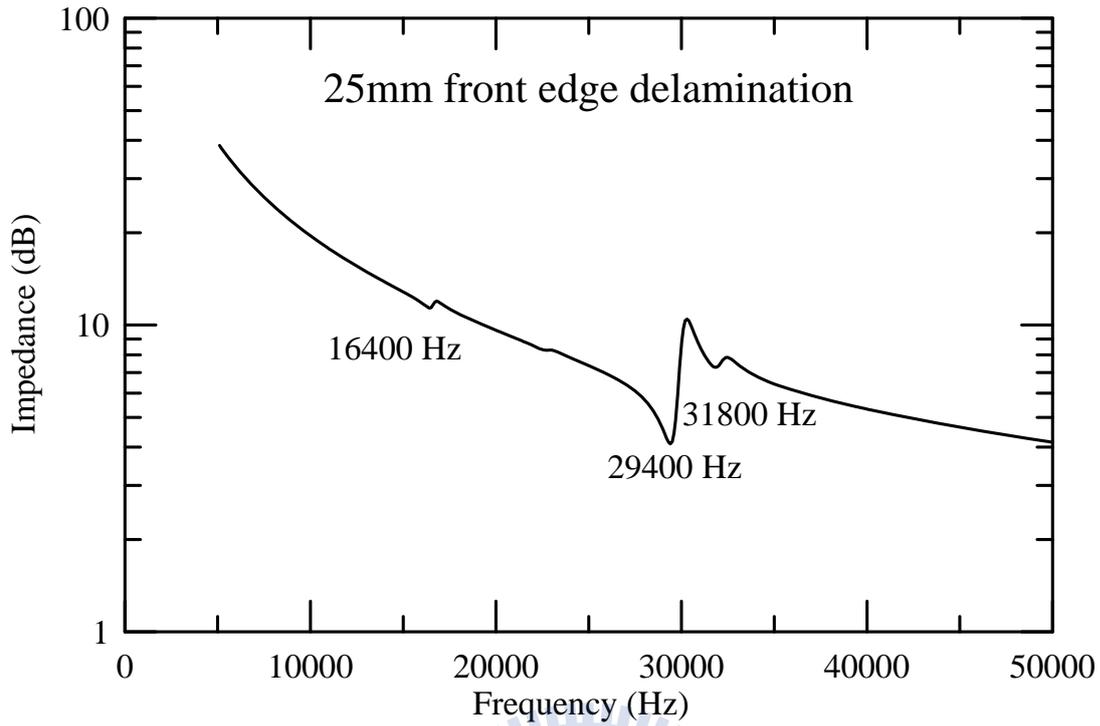


圖 2-39 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 25mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

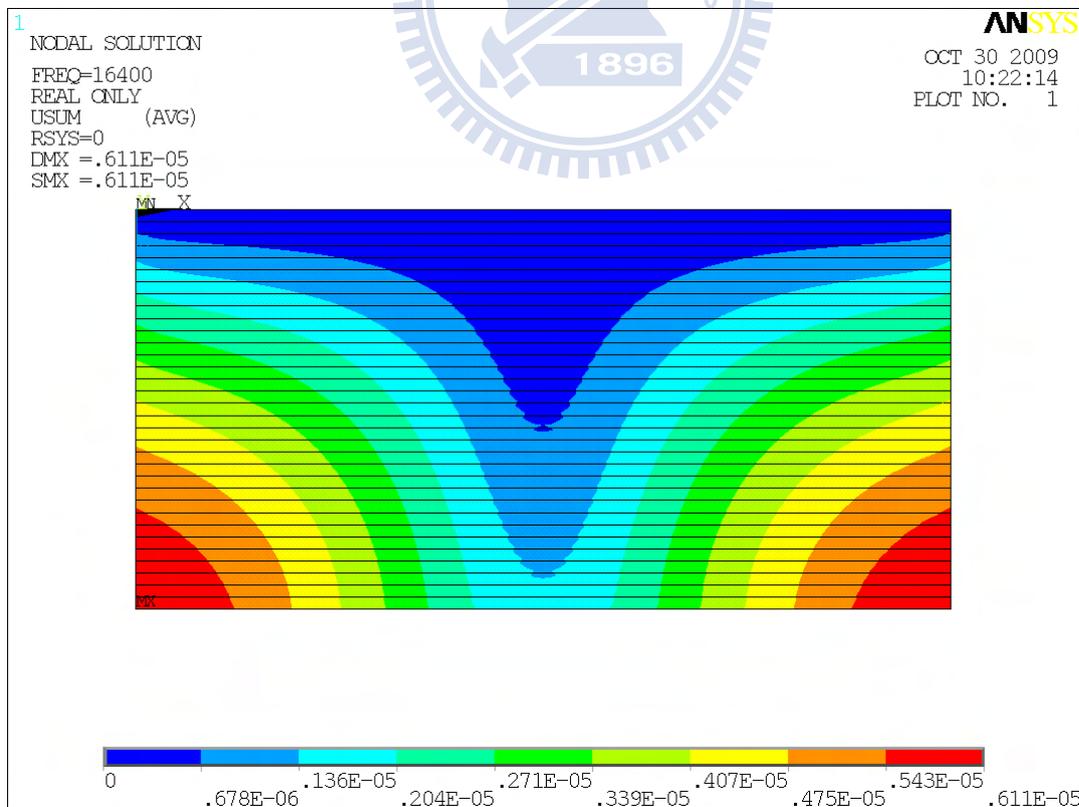


圖 2-40 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 25mm 邊緣脫層的分析振形 (16,400Hz)

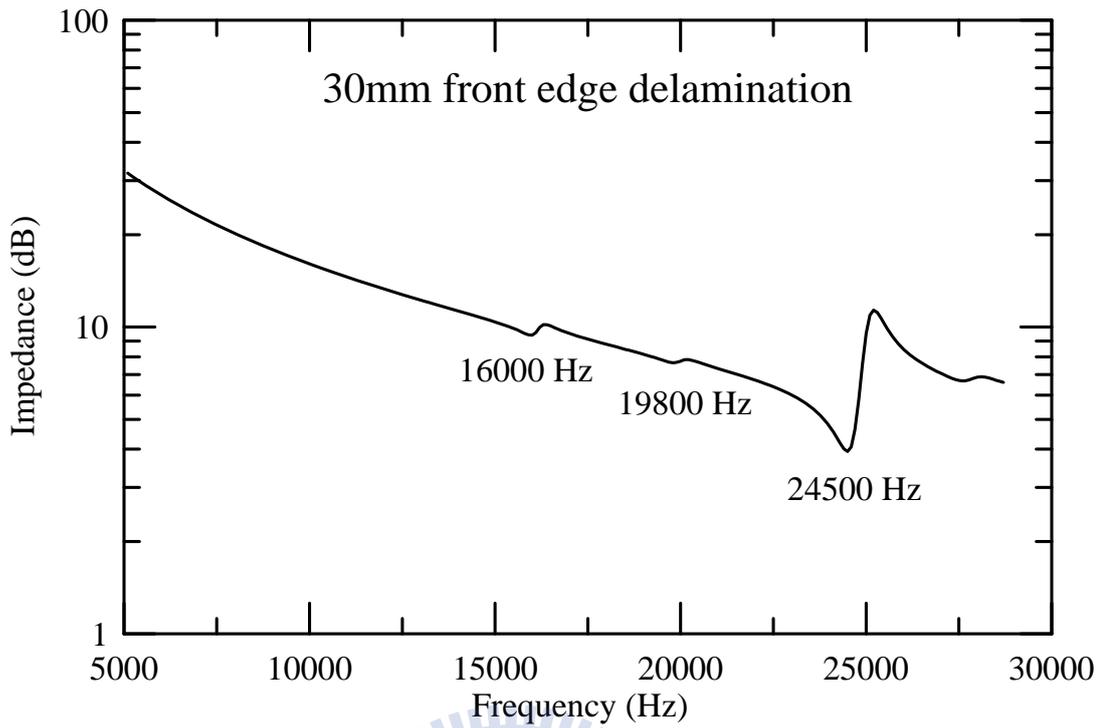


圖 2-41 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

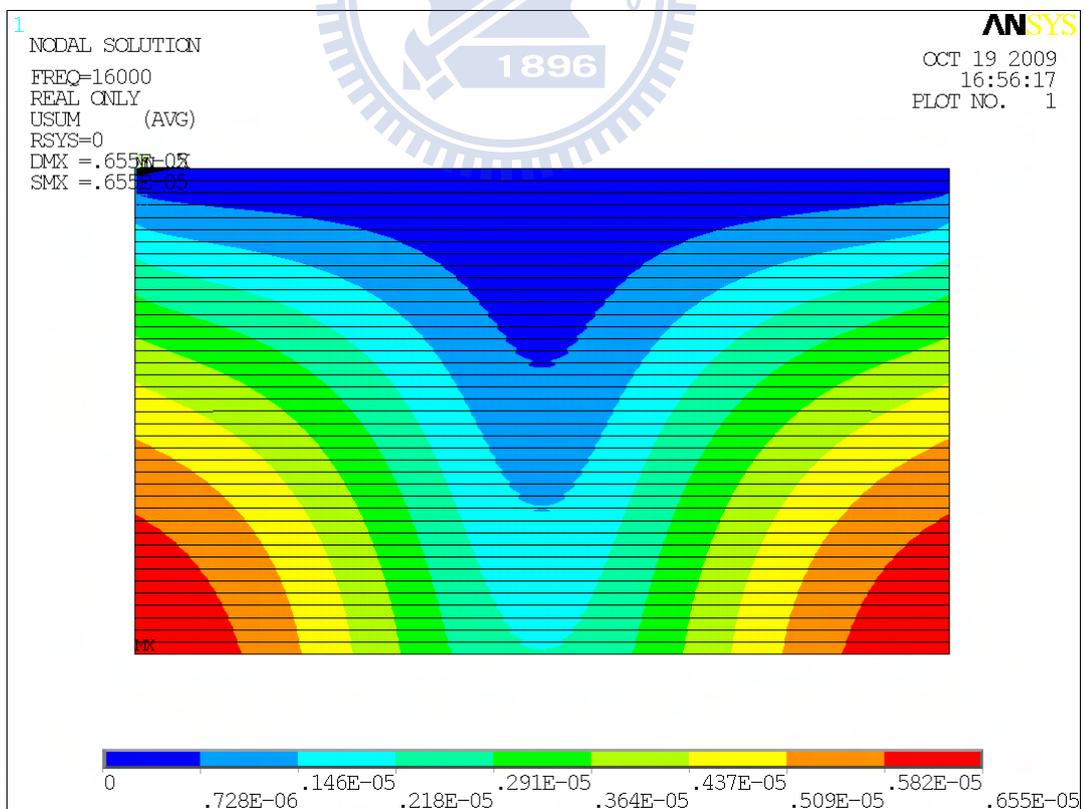


圖 2-42 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的分析振形 (16,000Hz)

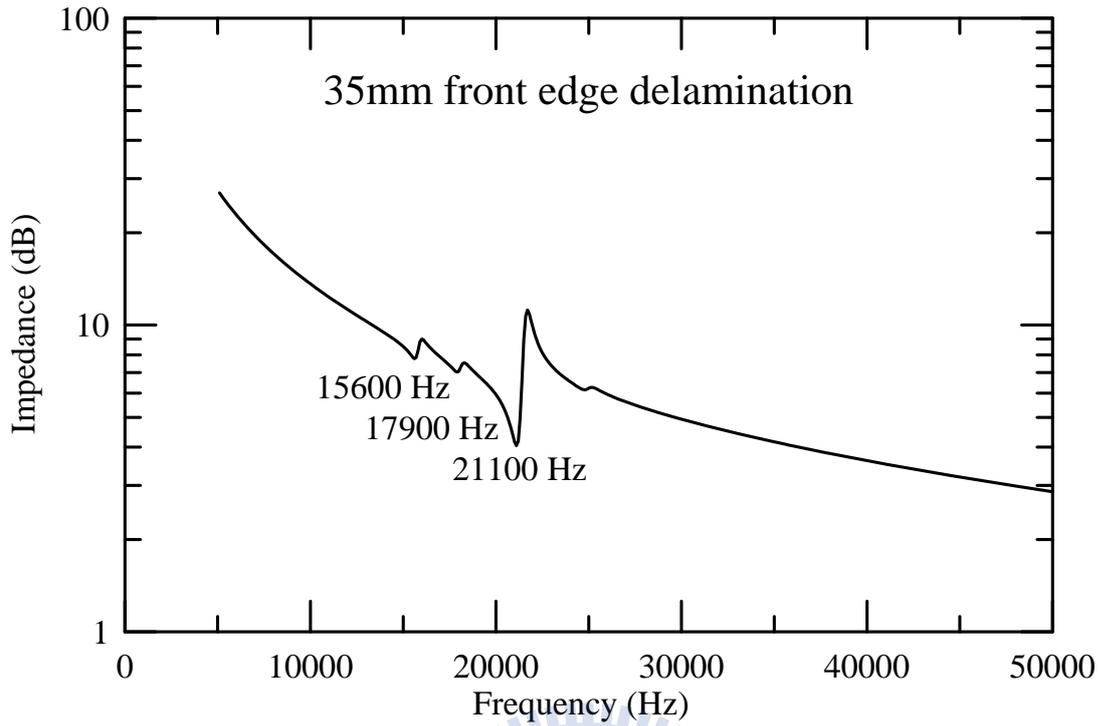


圖 2-43 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 35mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

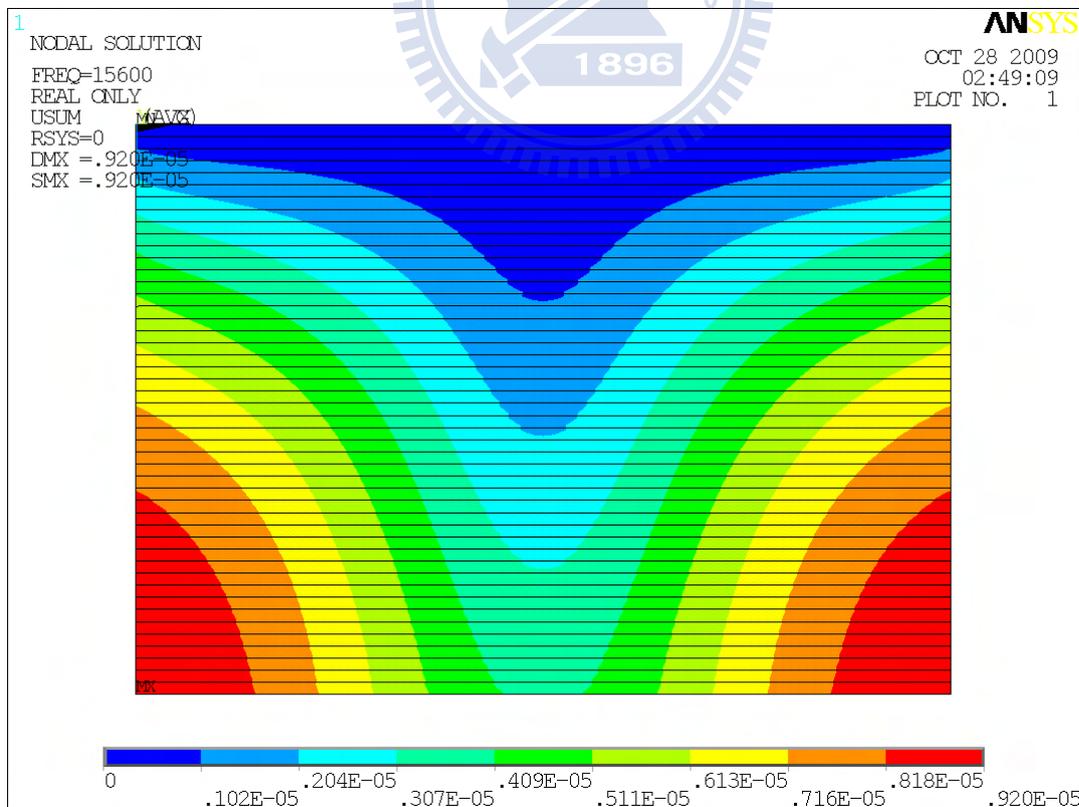


圖 2-44 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 35mm 邊緣脫層的分析振形 (15,600Hz)

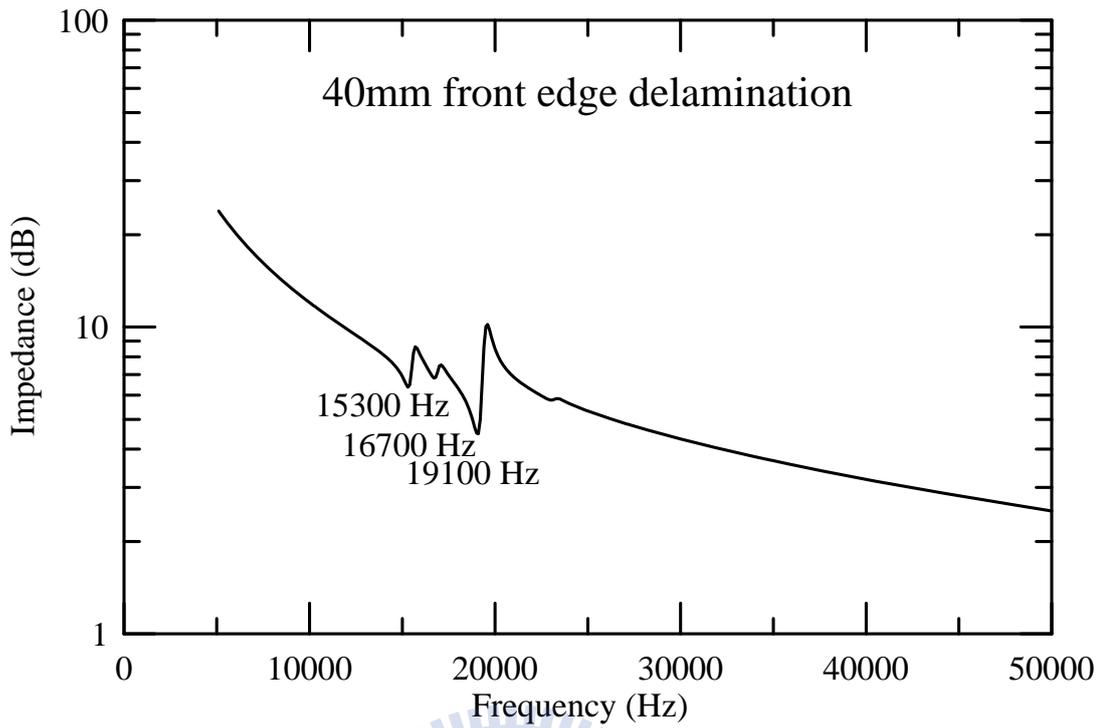


圖 2-45 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

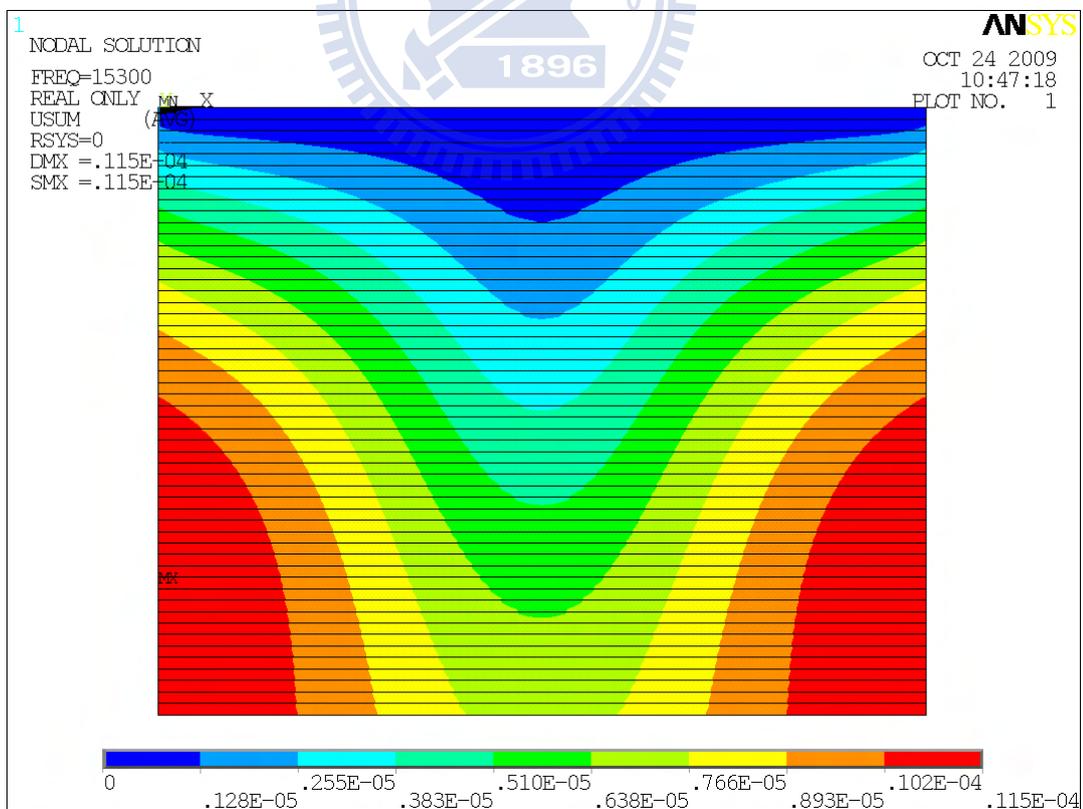


圖 2-46 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析振形 (15,300Hz)

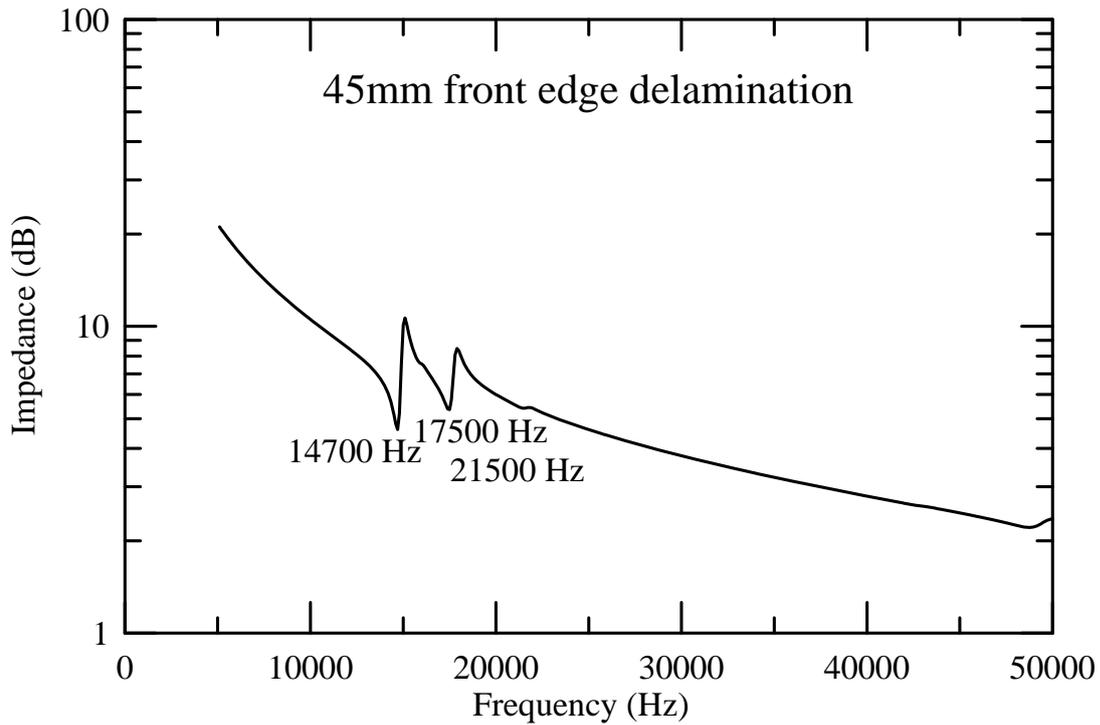


圖 2-47 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 45mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

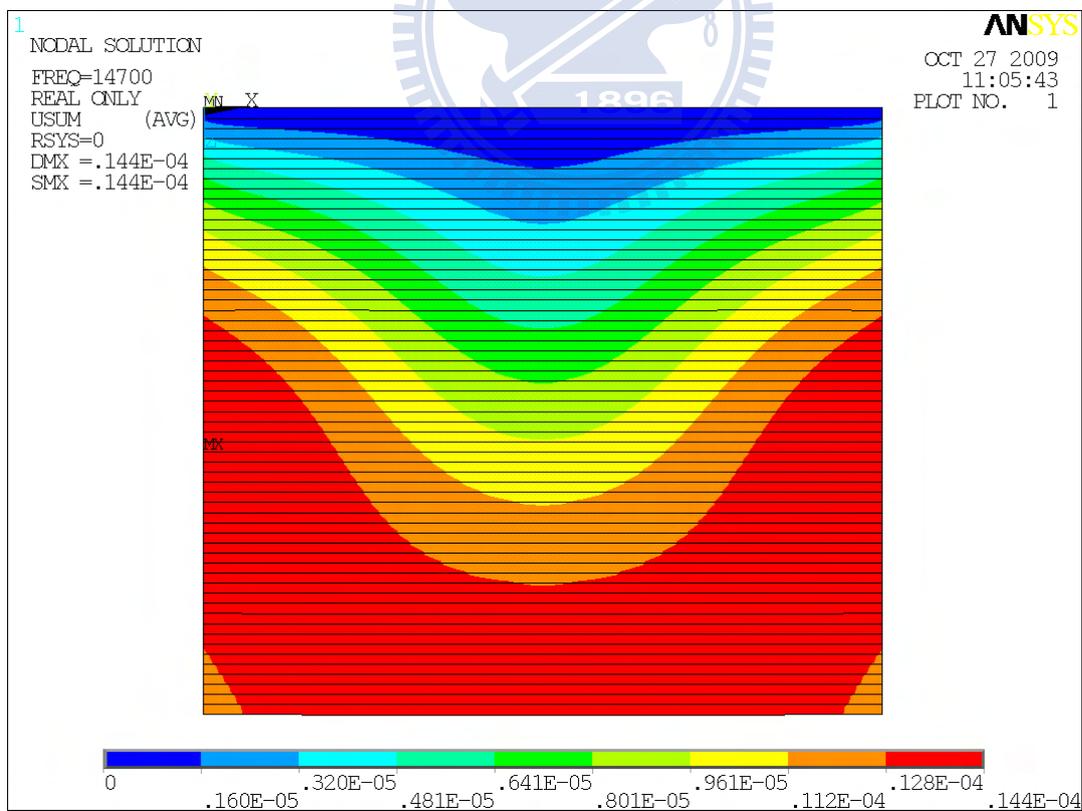


圖 2-48 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 45mm 邊緣脫層的分析振形 (14,700Hz)

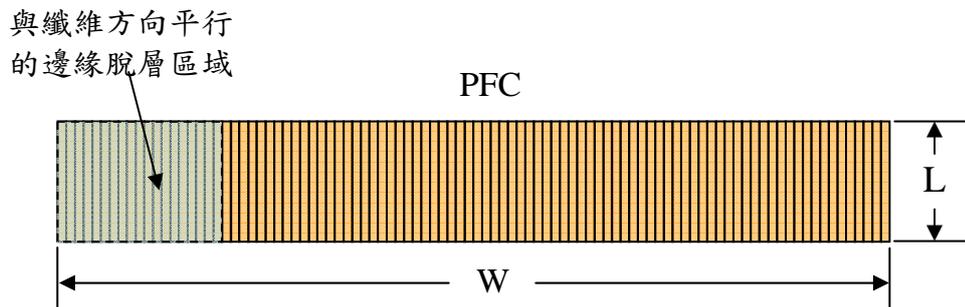


圖 2-49 壓電纖維涵蓋區域之寬度 W 較纖維長度 L 大之 PFC 示意圖

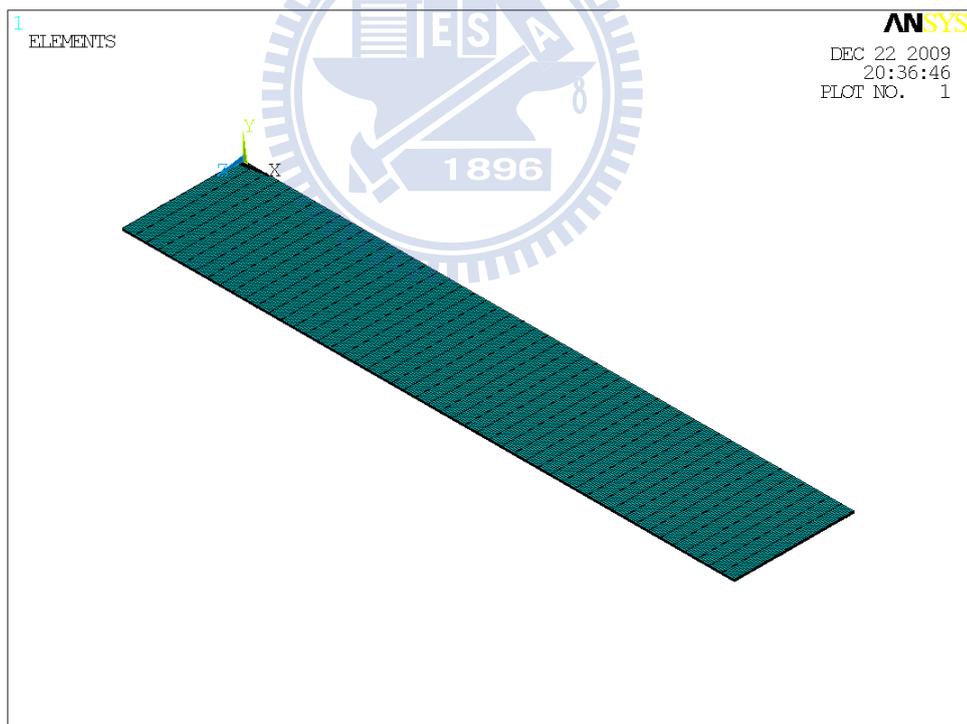


圖 2-50 10mm 長 x 50mm 寬 x 0.4mm 厚的 Type-II PFC 主動纖維複材有限元素網格圖

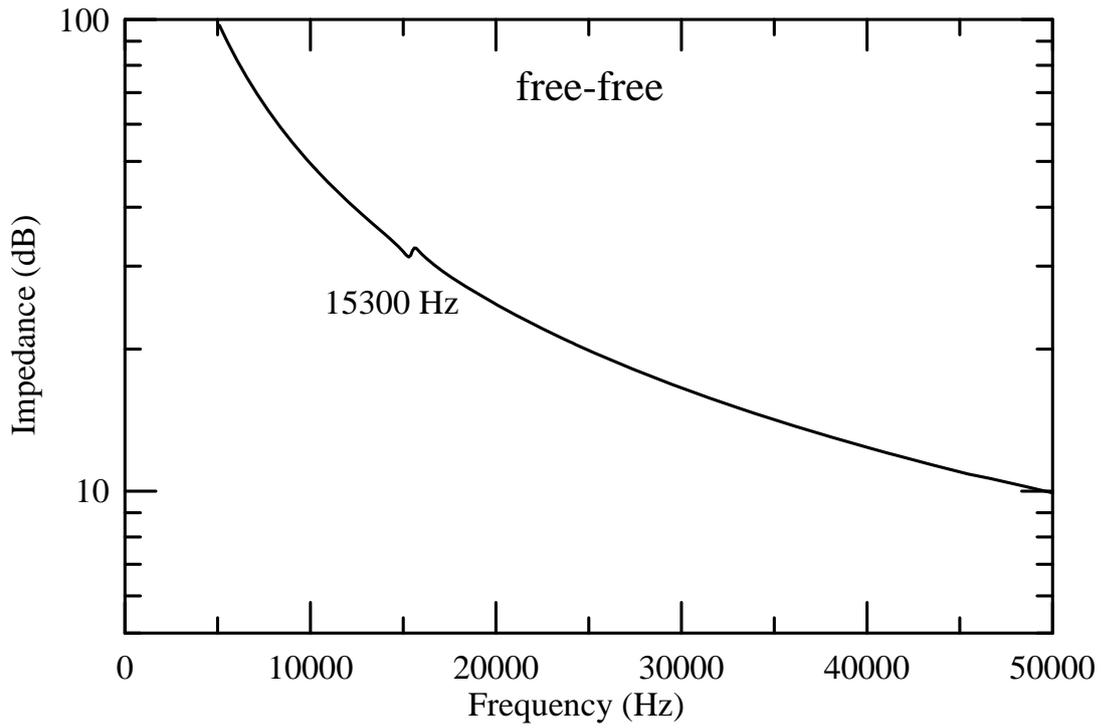


圖 2-51 Type-II PFC 主動纖維複材 free-free 狀態的分析阻抗響應

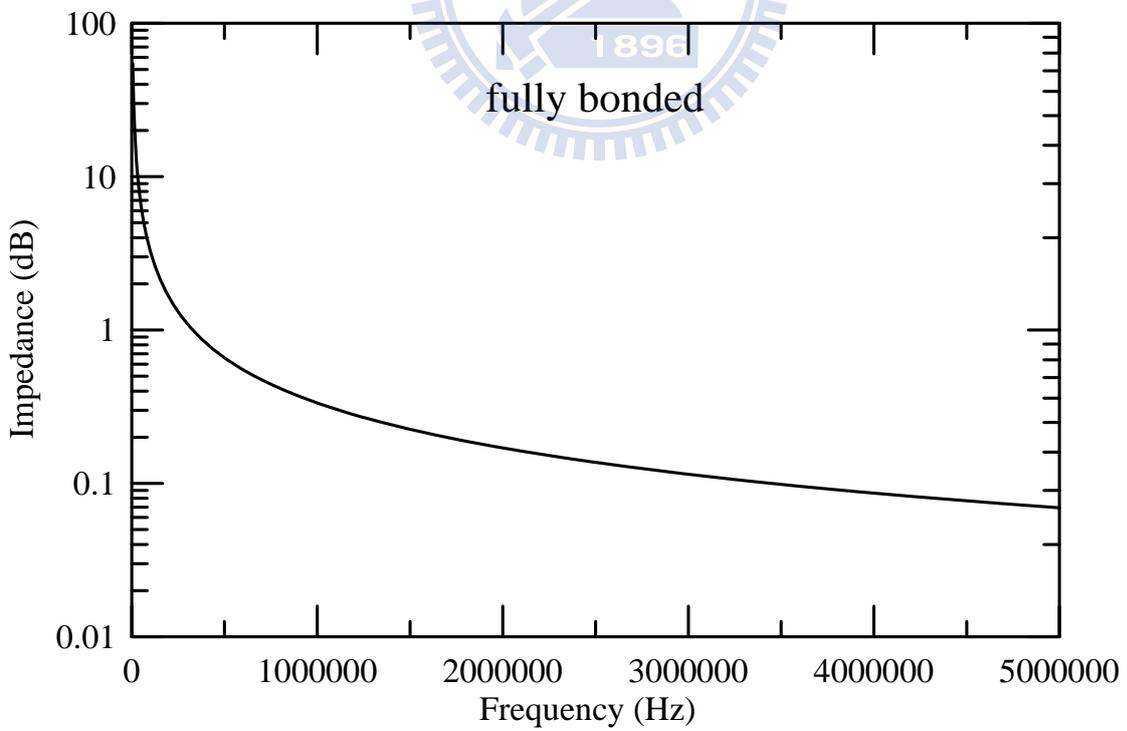


圖 2-52 Type-II PFC 主動纖維複材底面固定時的分析阻抗響應

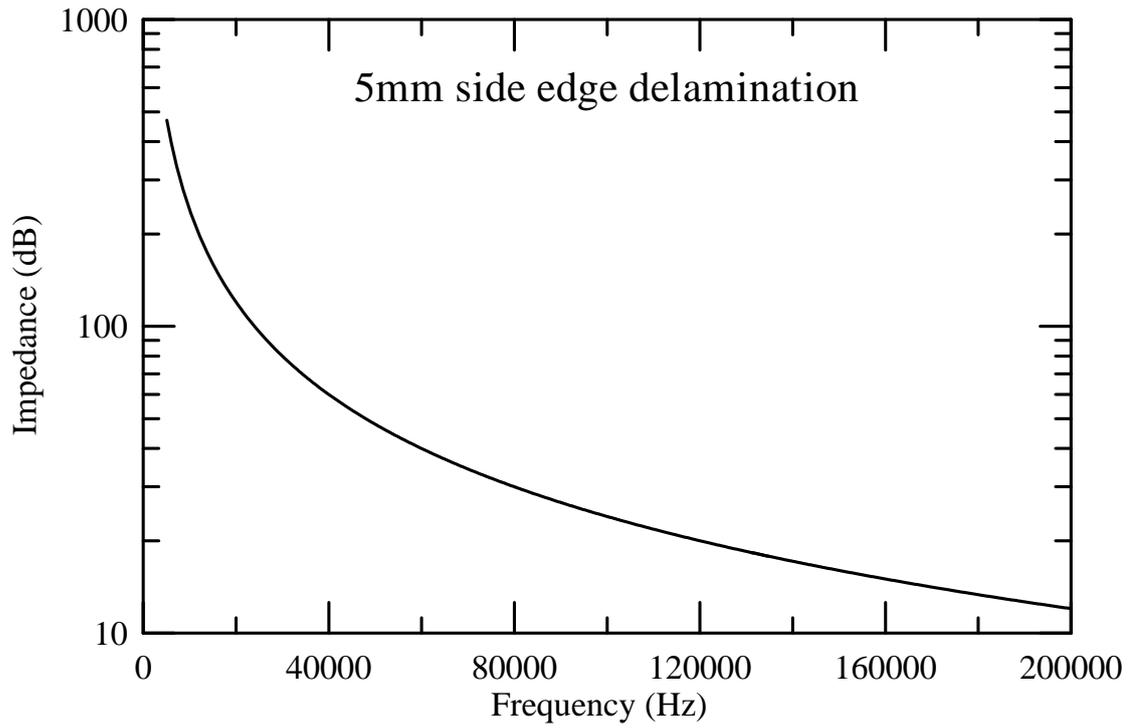


圖 2-53 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 5mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

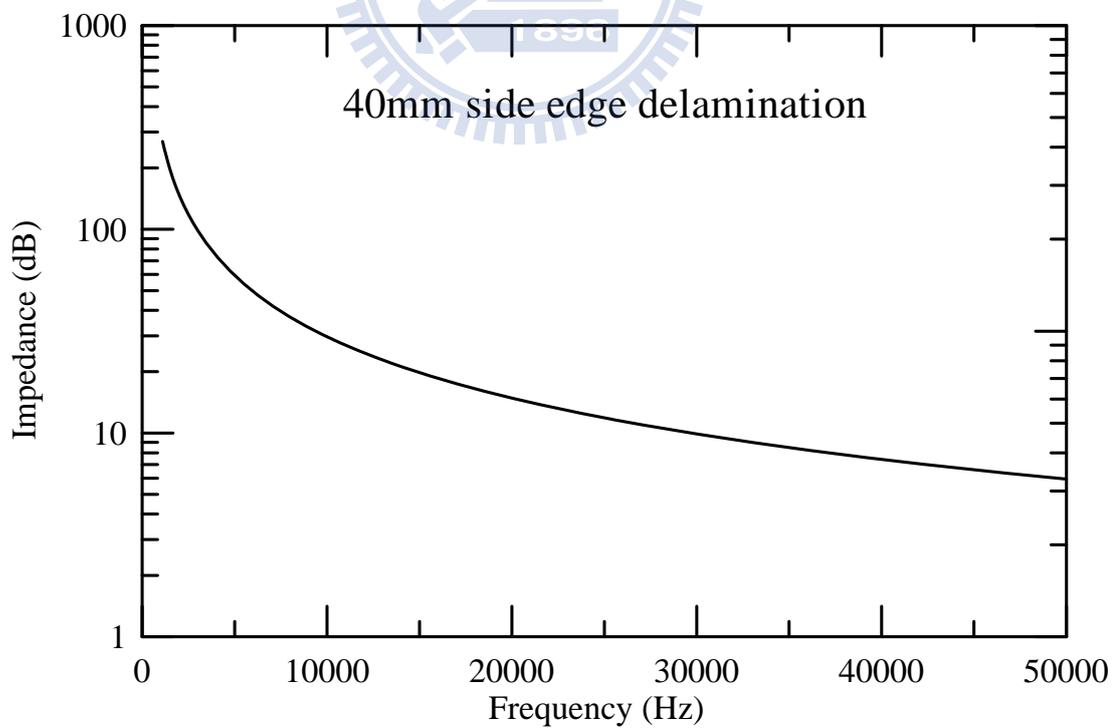


圖 2-54 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

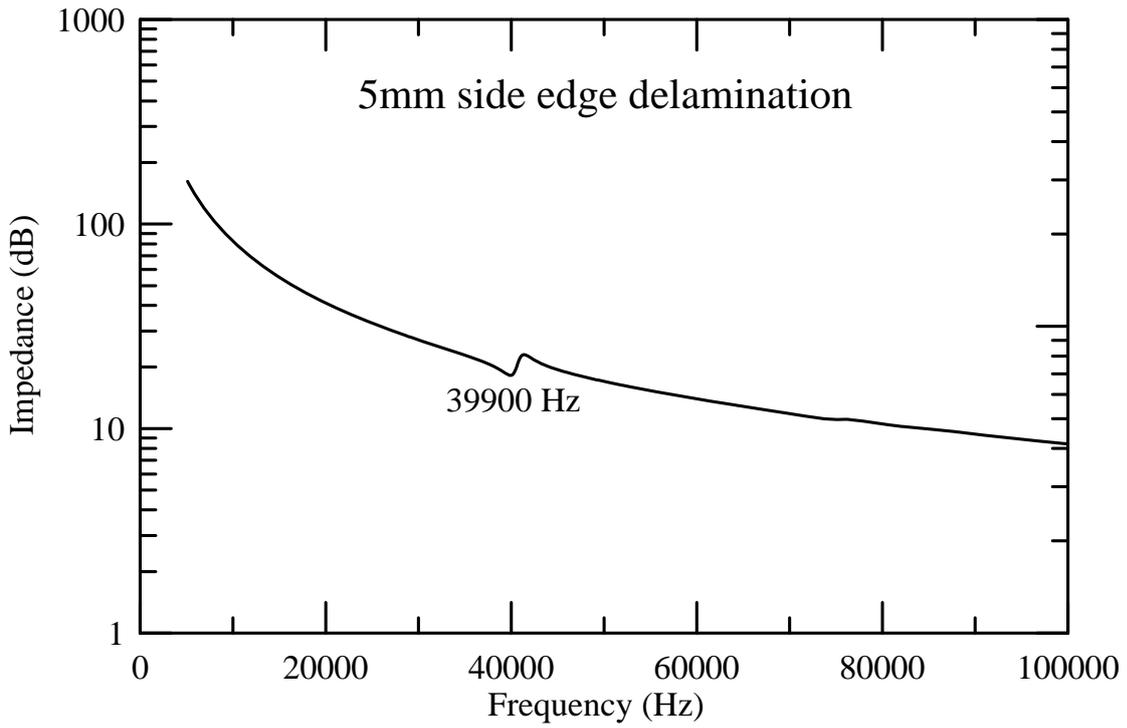


圖 2-55 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 5mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

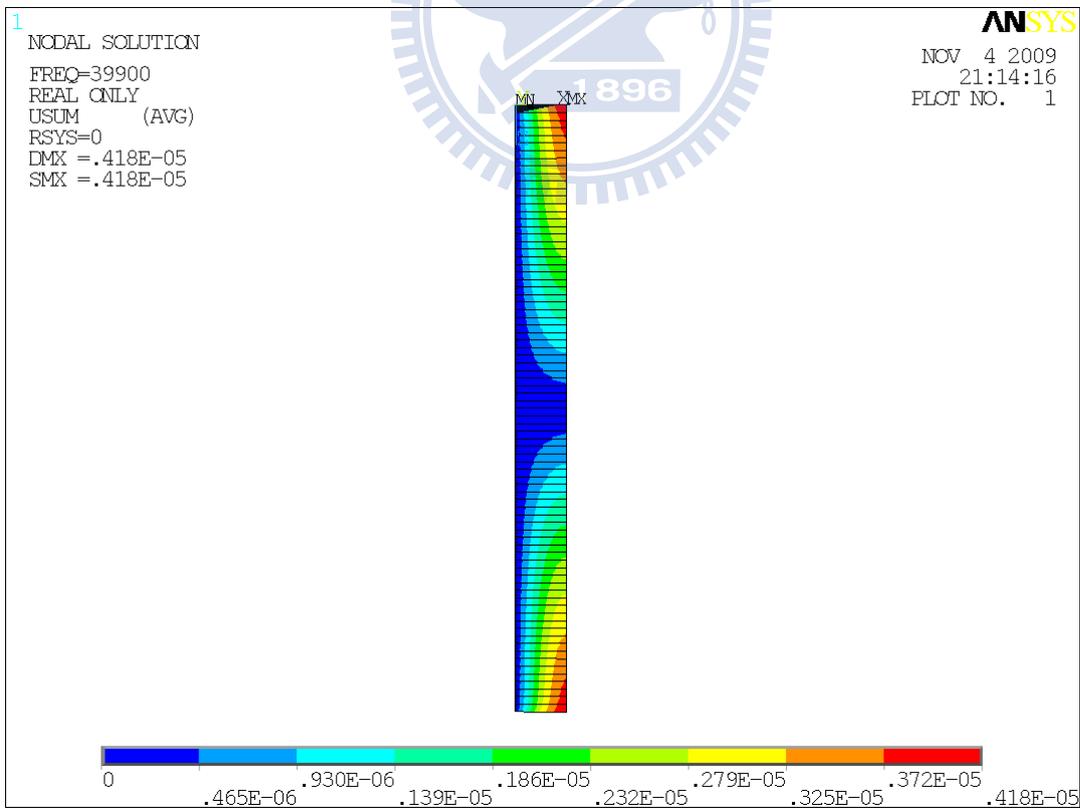


圖 2-56 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 5mm 邊緣脫層的分析振形 (39,900Hz)

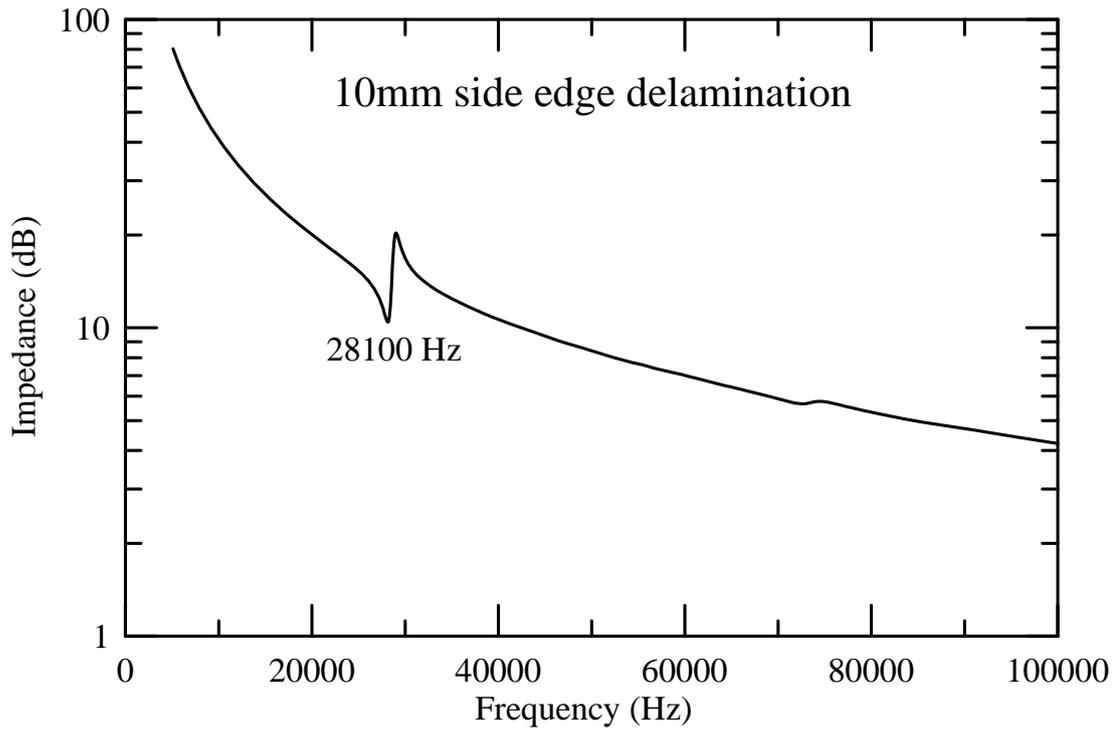


圖 2-57 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

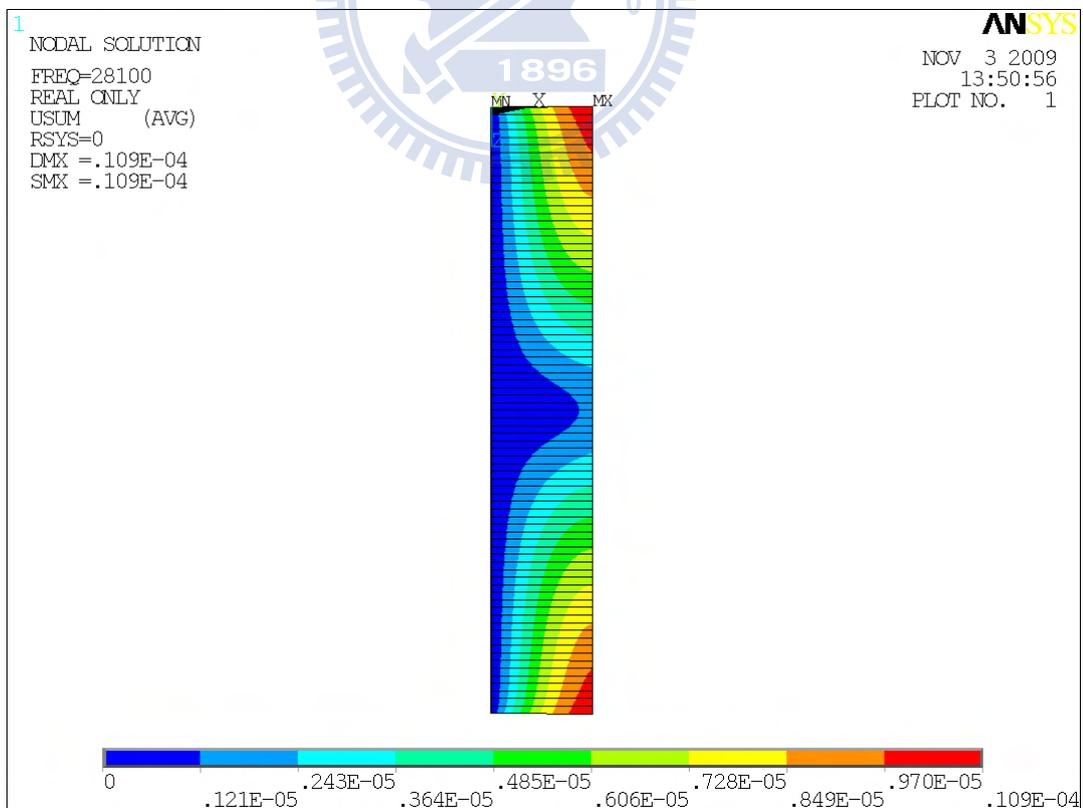


圖 2-58 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的分析振形 (28,100Hz)

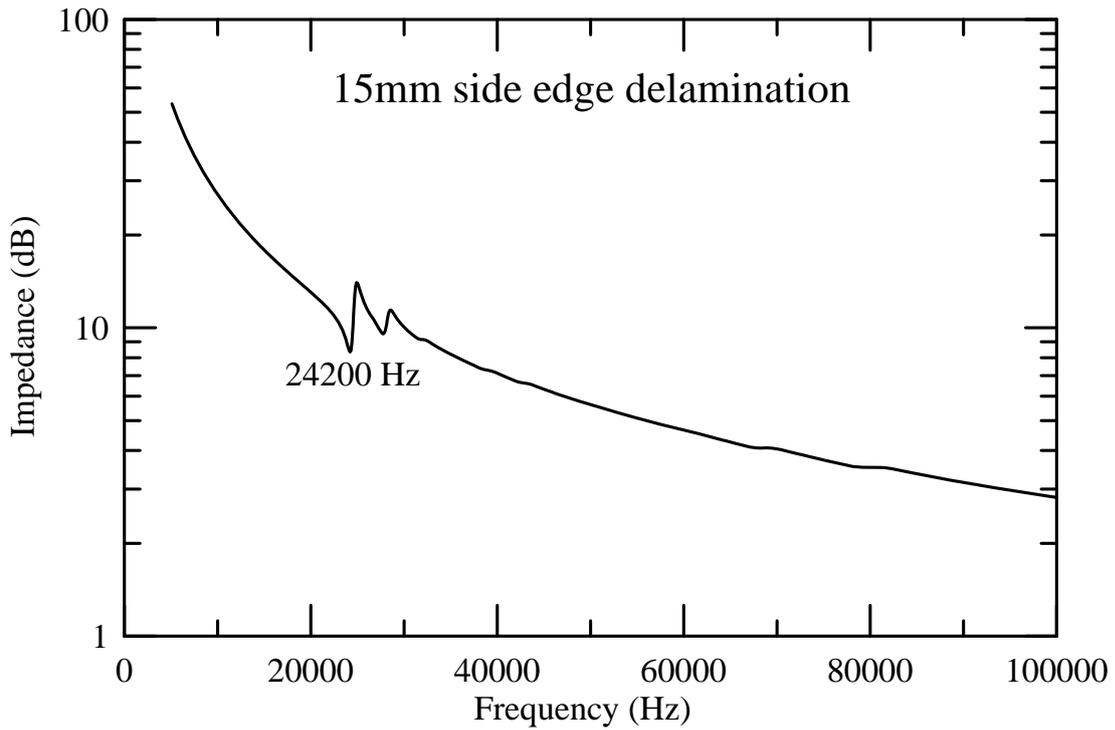


圖 2-59 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 15mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

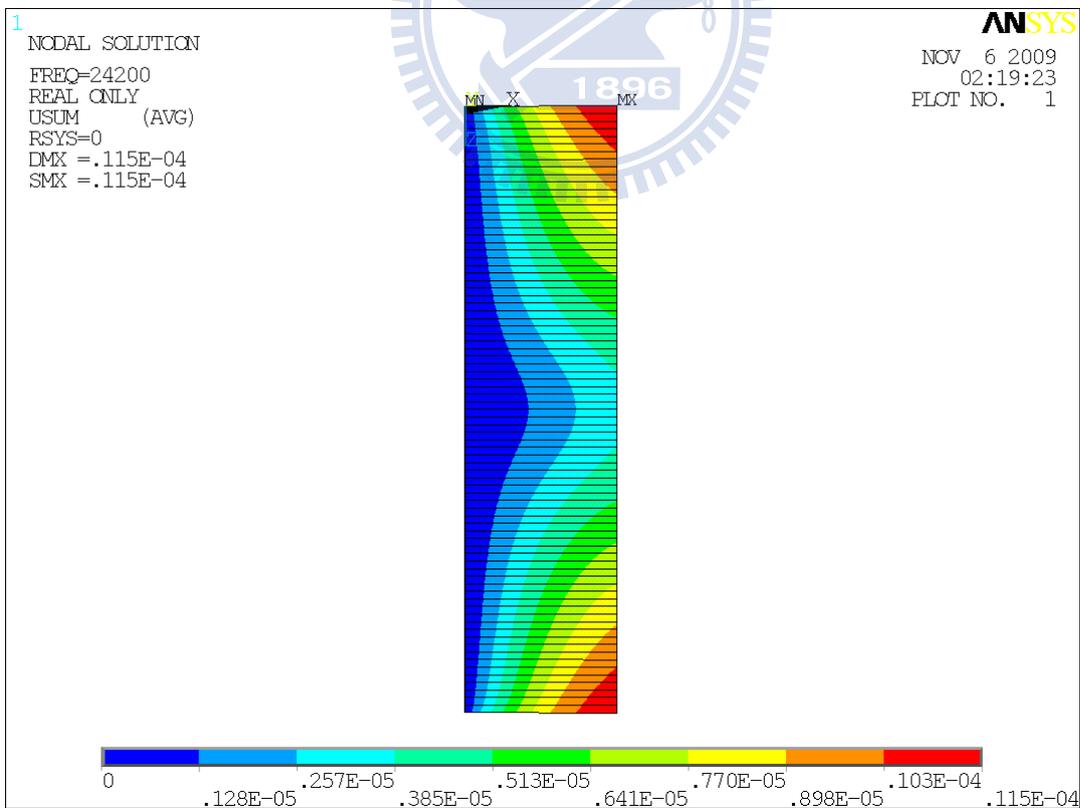


圖 2-60 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 15mm 邊緣脫層的分析振形 (24,200Hz)

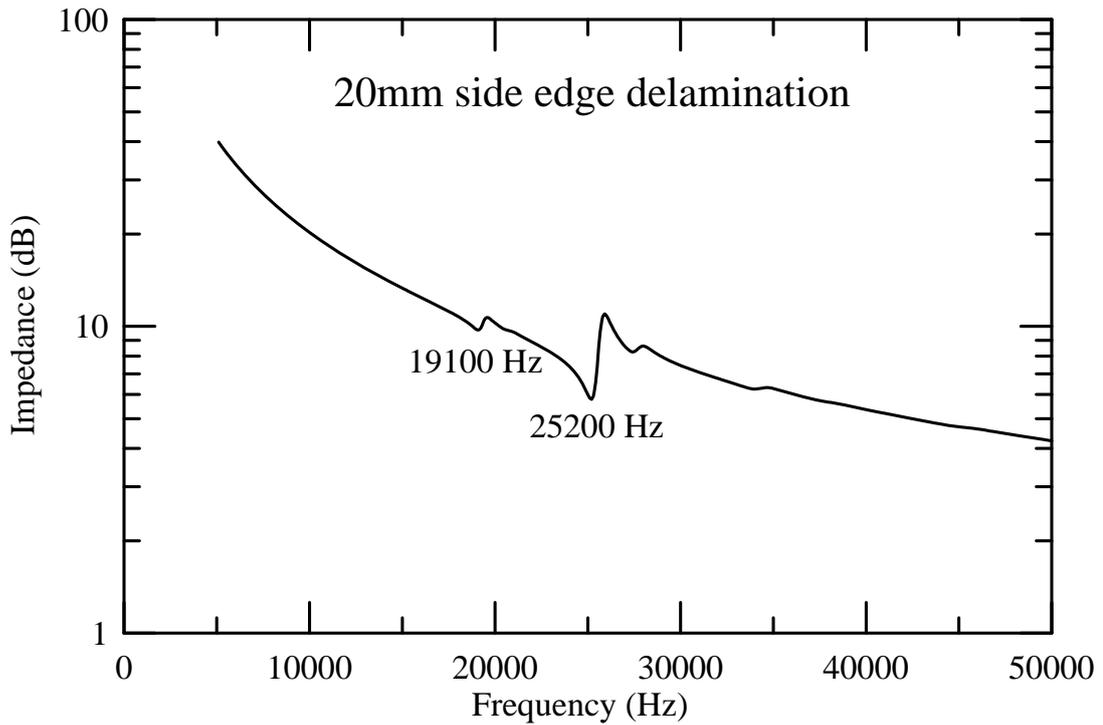


圖 2-61 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

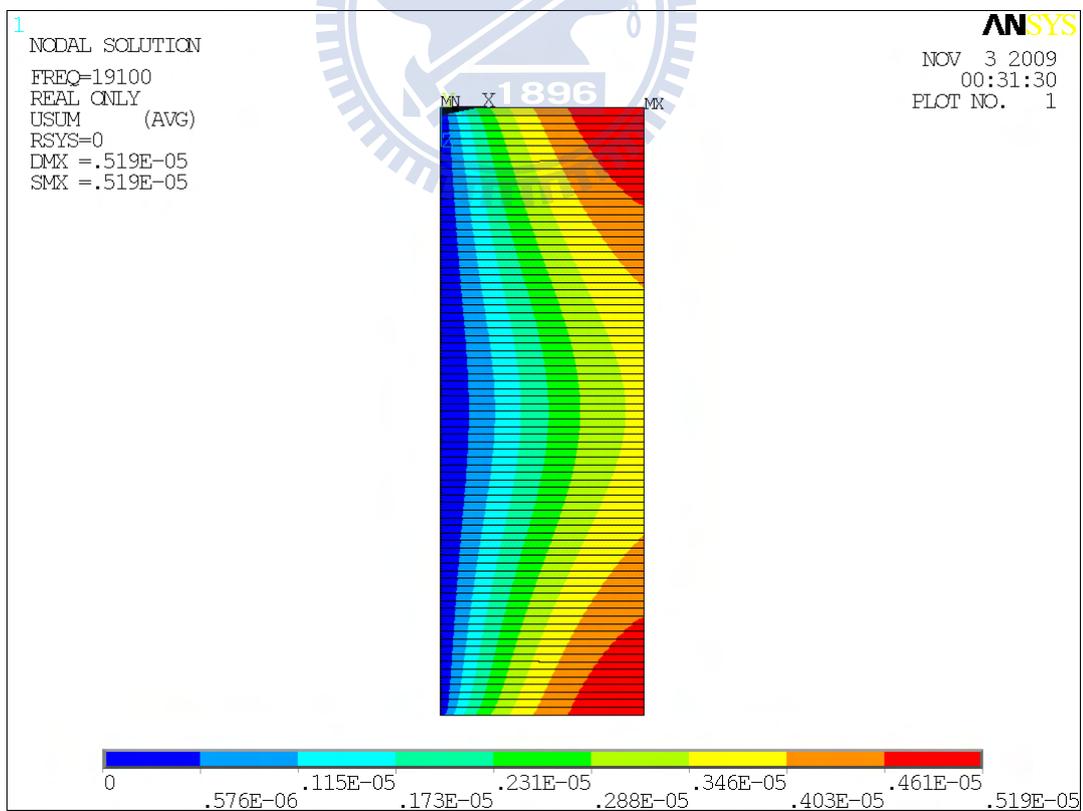


圖 2-62 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的分析振形 (19,100Hz)

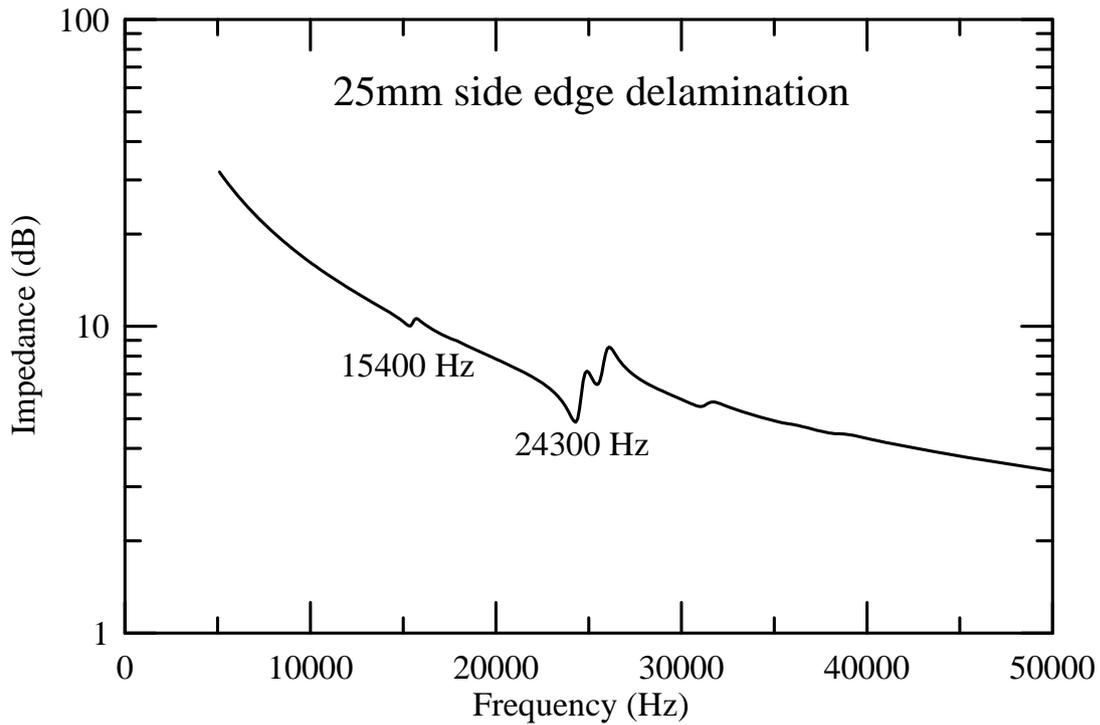


圖 2-63 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 25mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

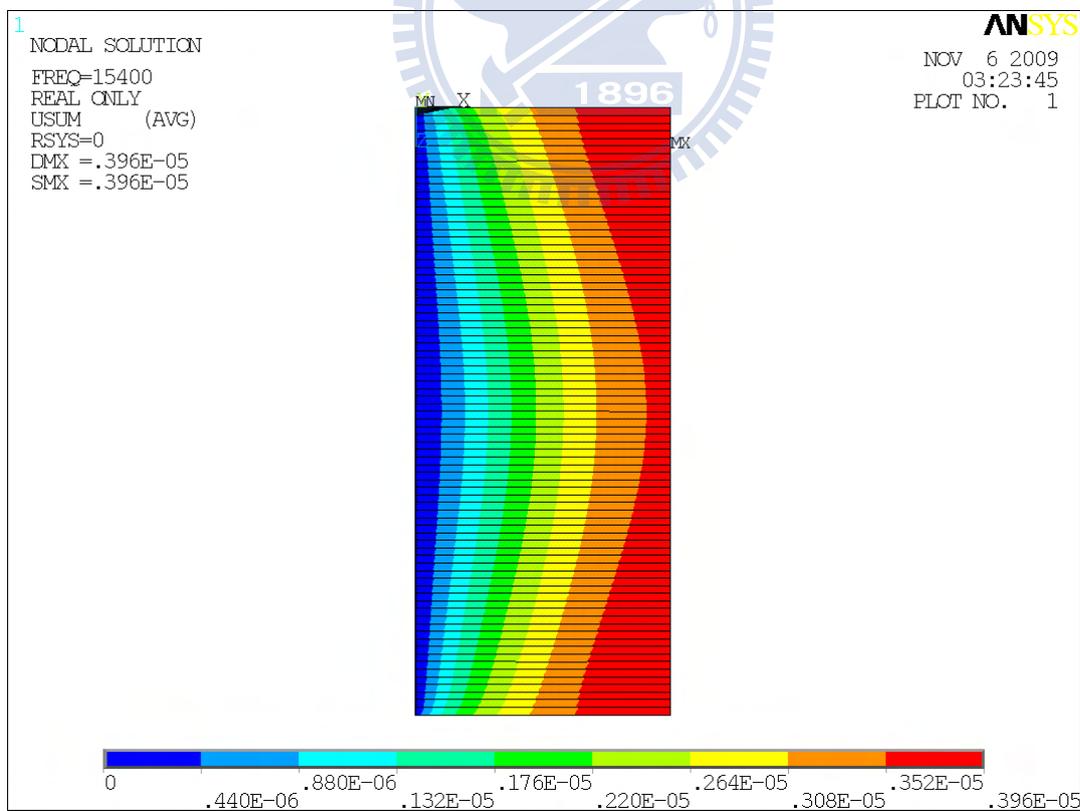


圖 2-64 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 25mm 邊緣脫層的分析振形 (15,400Hz)

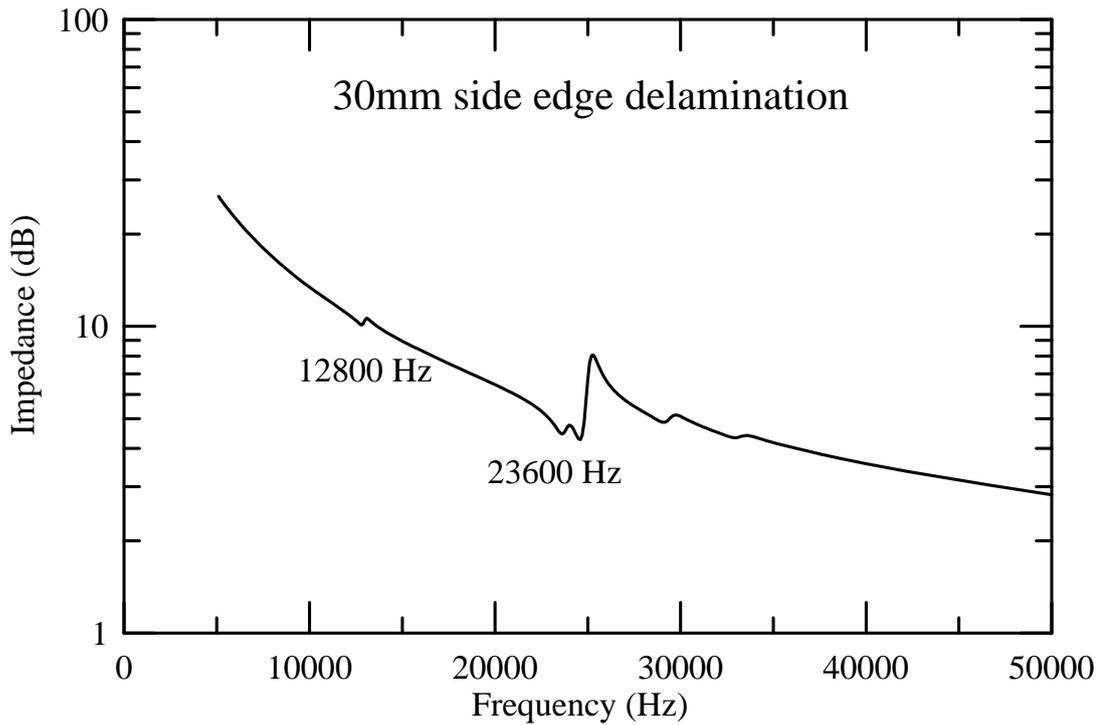


圖 2-65 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

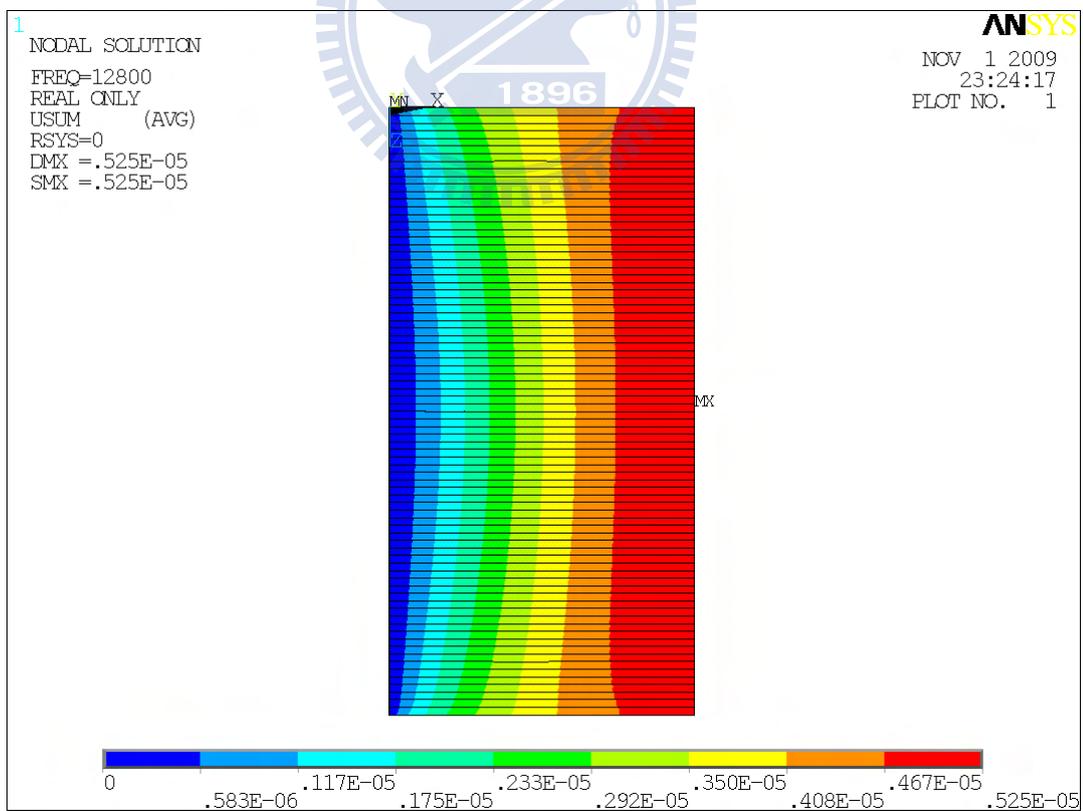


圖 2-66 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的分析振形 (12,800Hz)

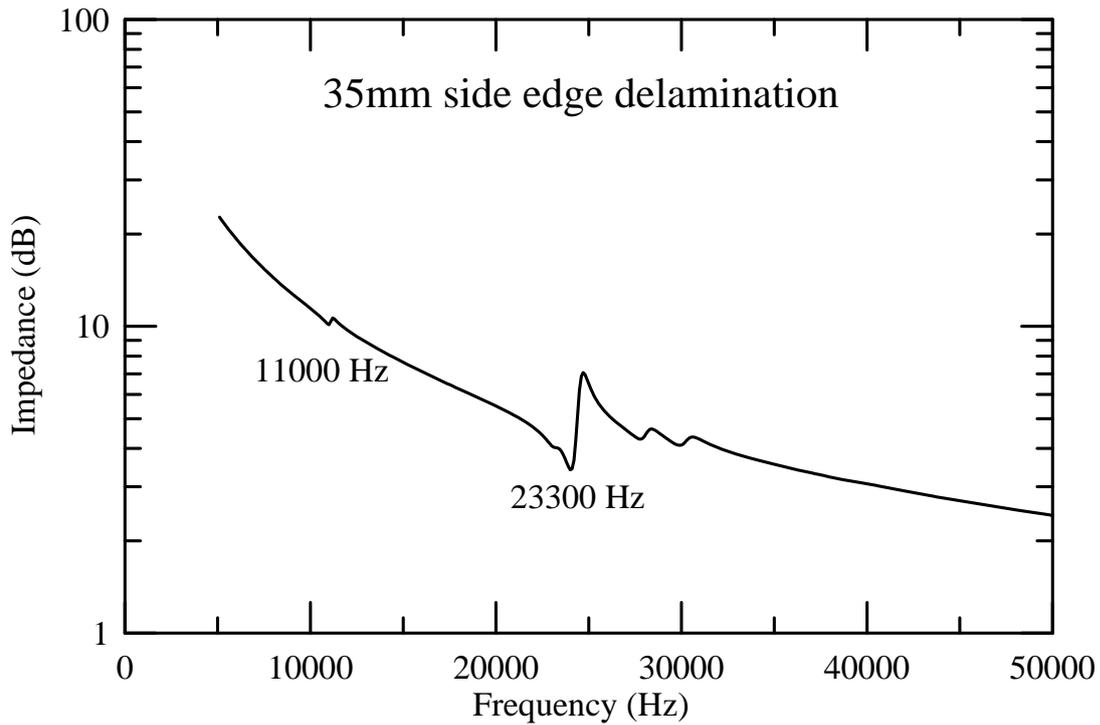


圖 2-67 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 35mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

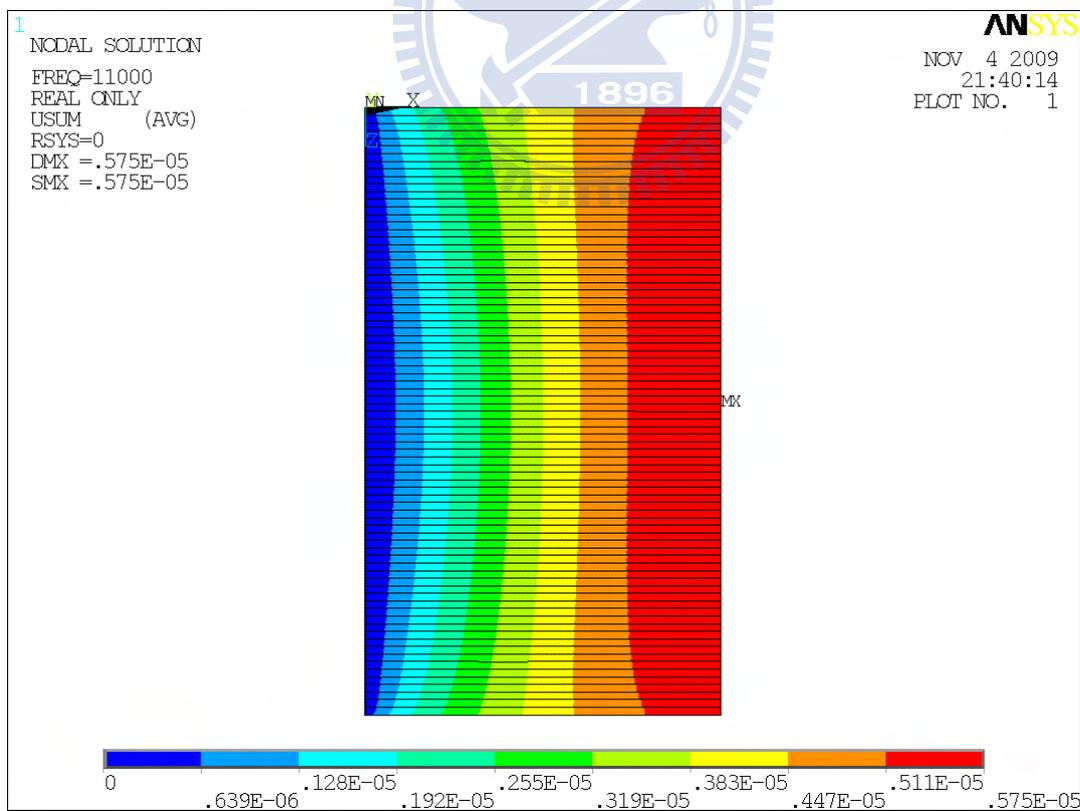


圖 2-68 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 35mm 邊緣脫層的分析振形 (11,000Hz)

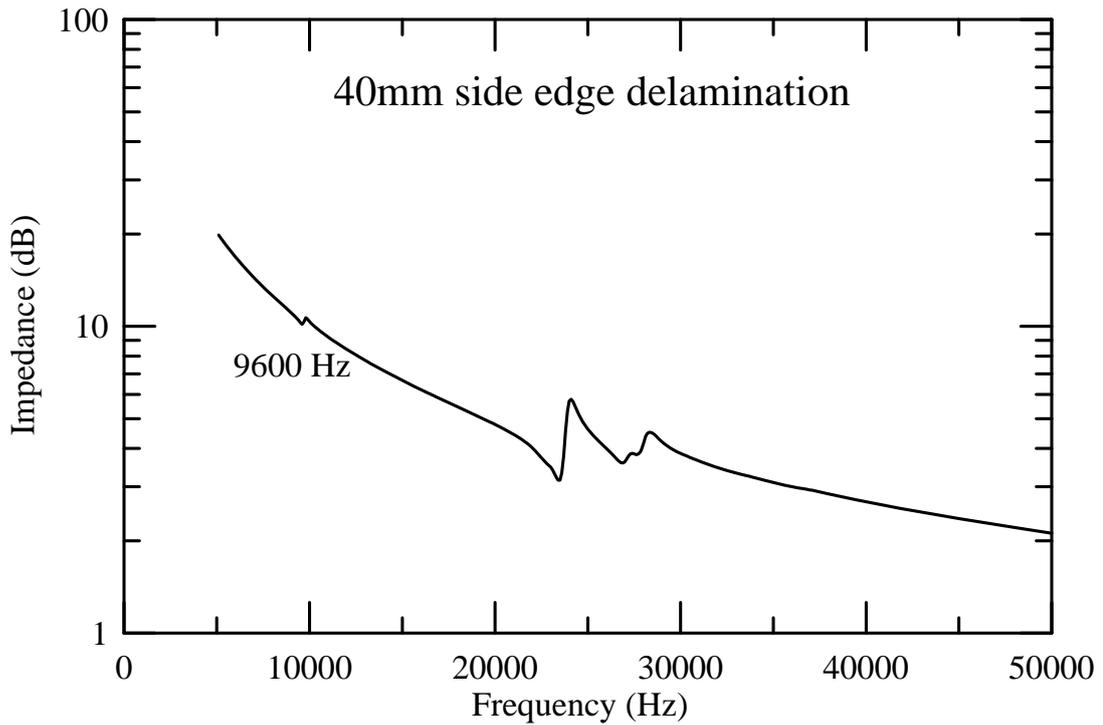


圖 2-69 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析阻抗響應

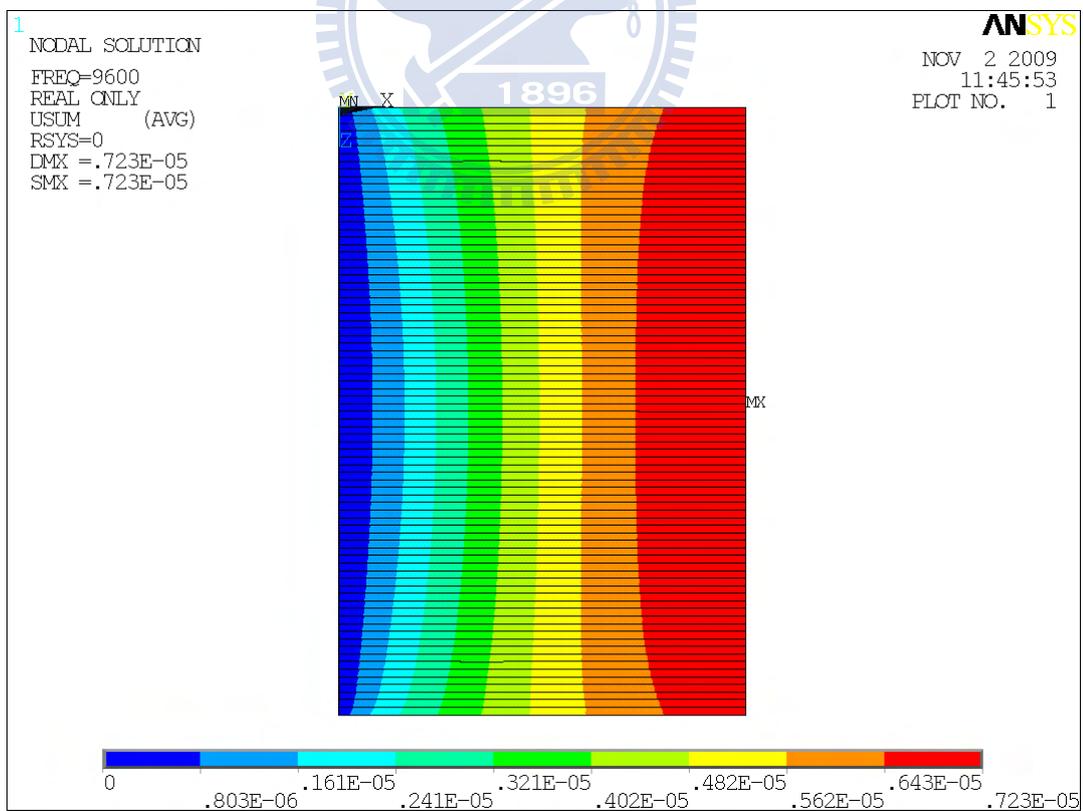


圖 2-70 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的分析振形 (9,600Hz)

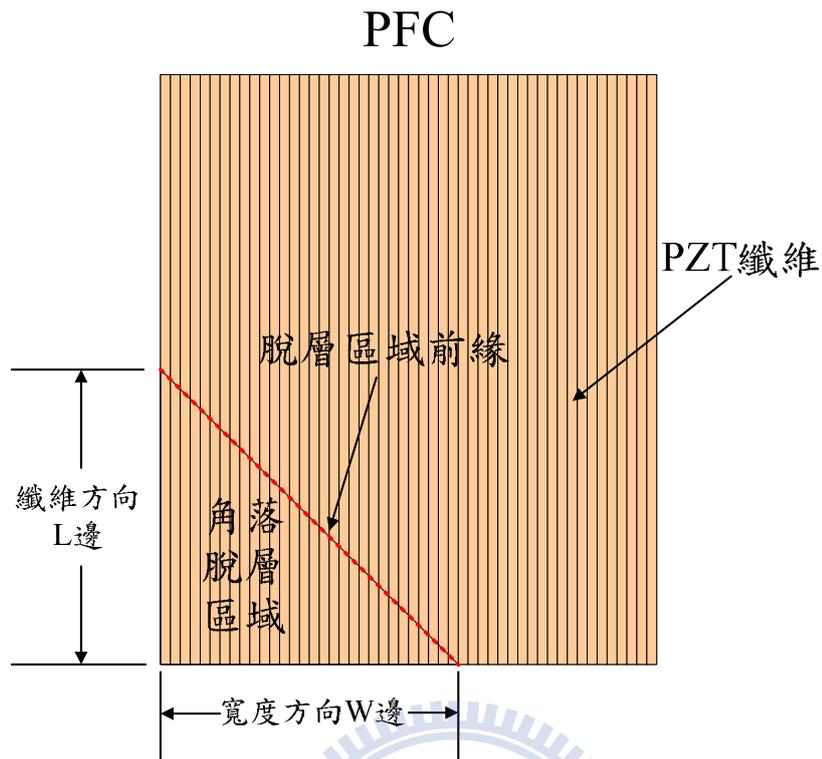


圖 2-71 二維的角落脫層區說明示意圖

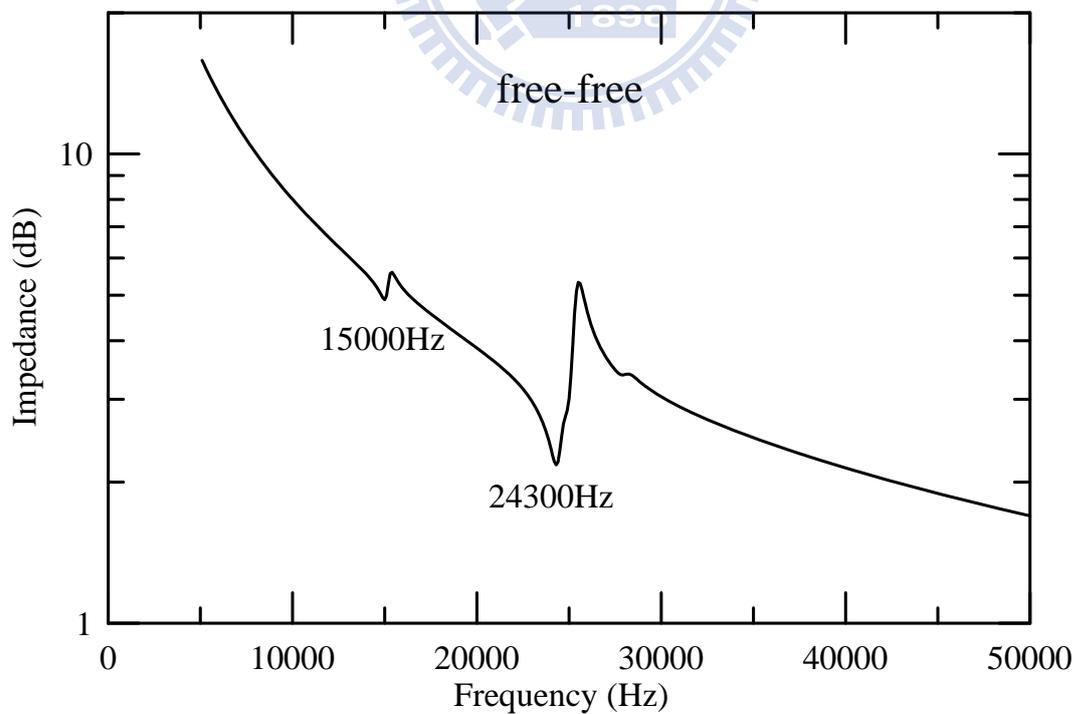


圖 2-72 60mm 長 x 50mm 寬 x 0.4mm 厚的 Type-III PFC 在 free-free 時的分析阻抗響應

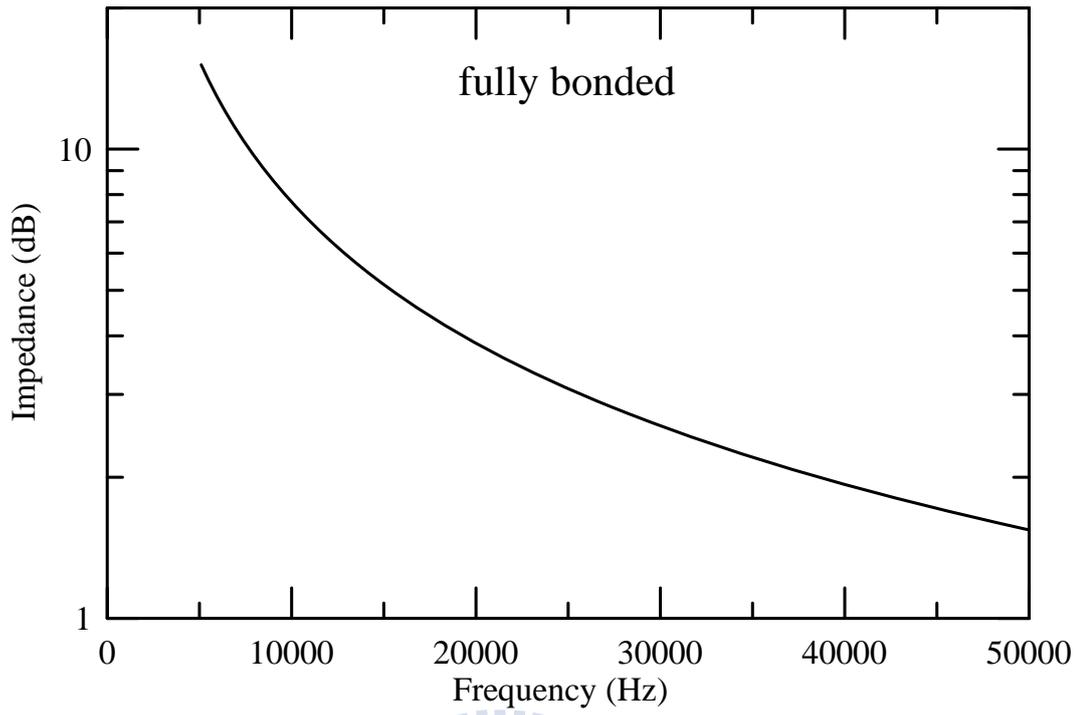


圖 2-73 Type-III PFC 完全黏著於鋁板時的分析阻抗響應



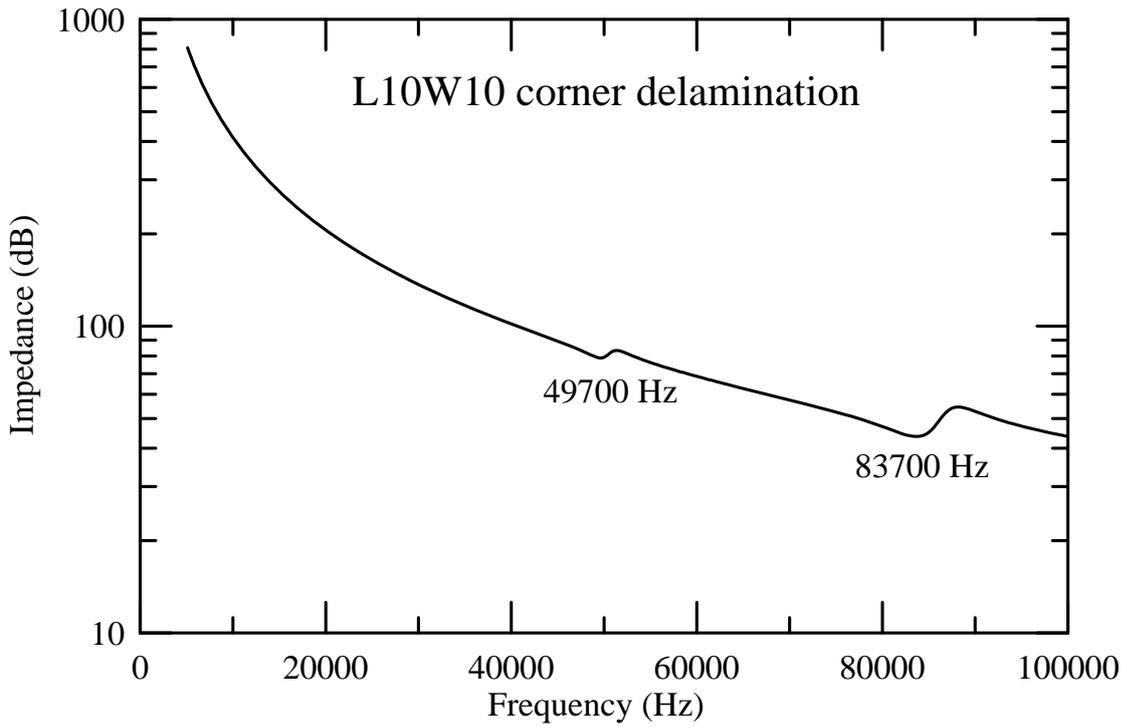


圖 2-74 Type-III PFC 在 L10mm x W10mm 的角落脫層的分析阻抗響應

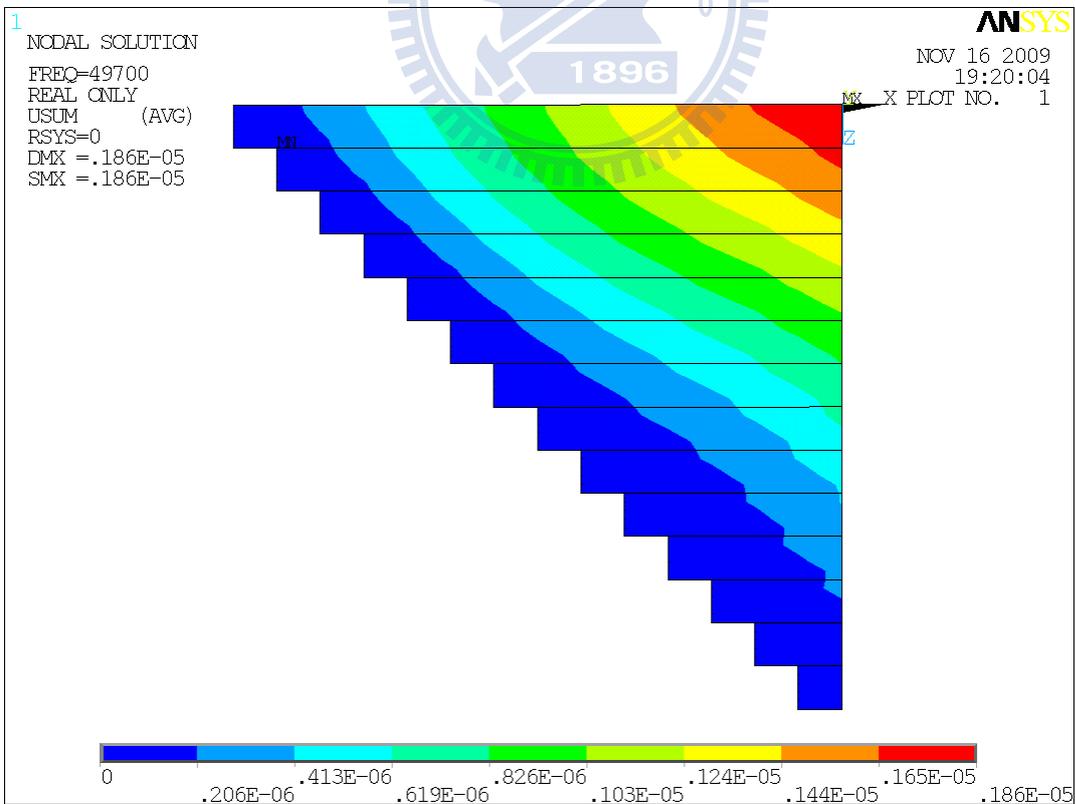


圖 2-75 Type-III PFC 在 L10mm x W10mm 的角落脫層的分析振形 (49,700Hz)

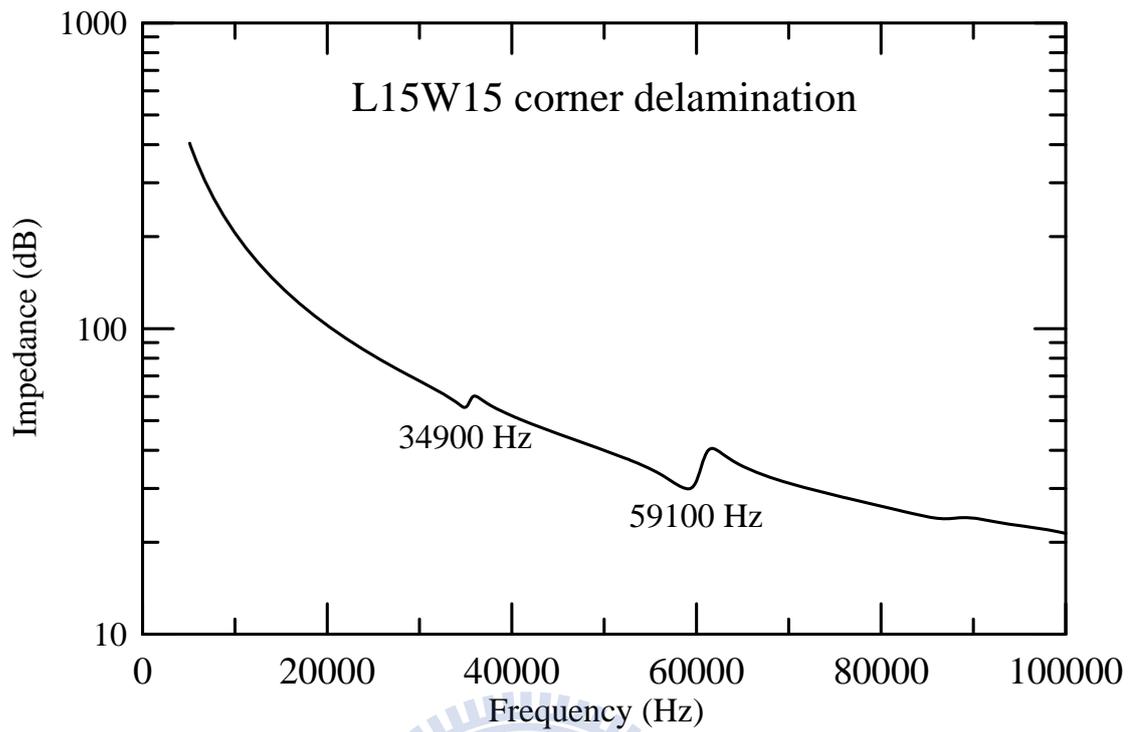


圖 2-76 Type-III PFC 在 L15mm x W15mm 的角落脫層的分析阻抗響應

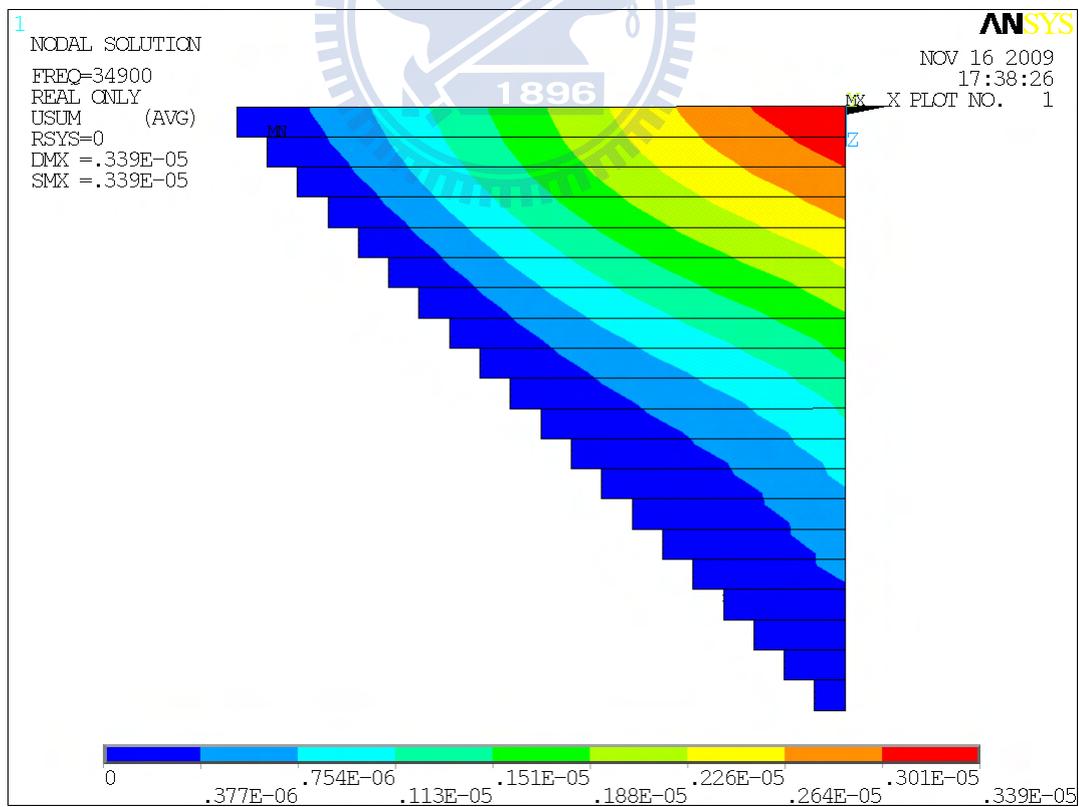


圖 2-77 Type-III PFC 在 L15mm x W15mm 的角落脫層的分析振形 (34,900Hz)

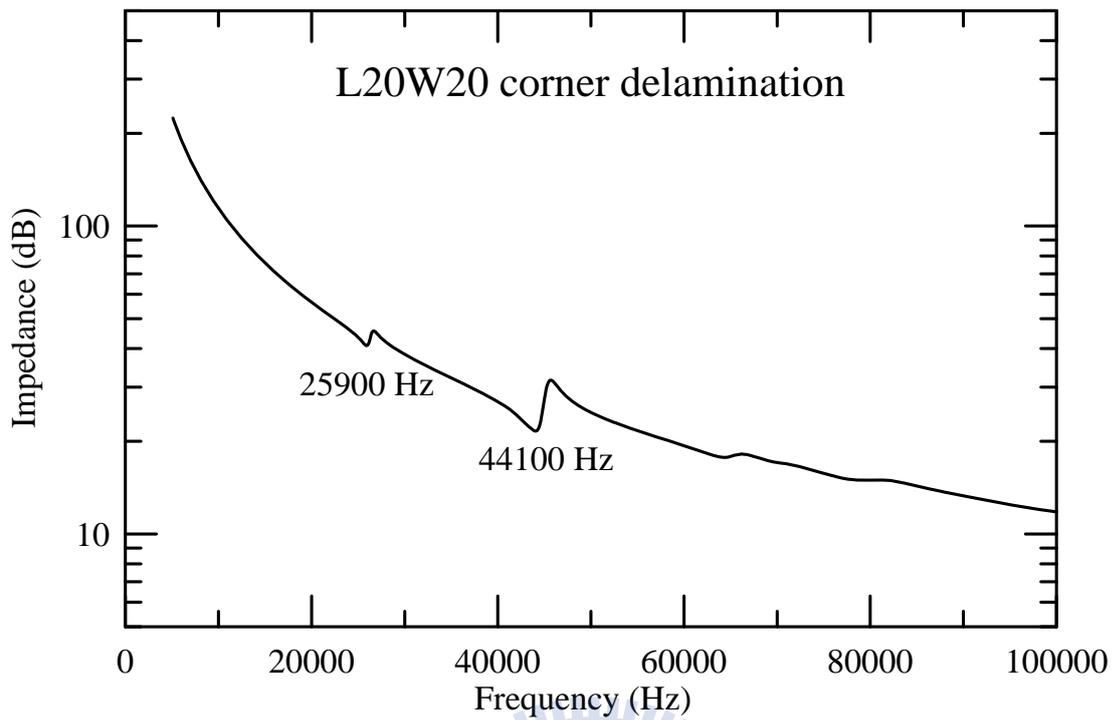


圖 2-78 Type-III PFC 在 L20mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗響應

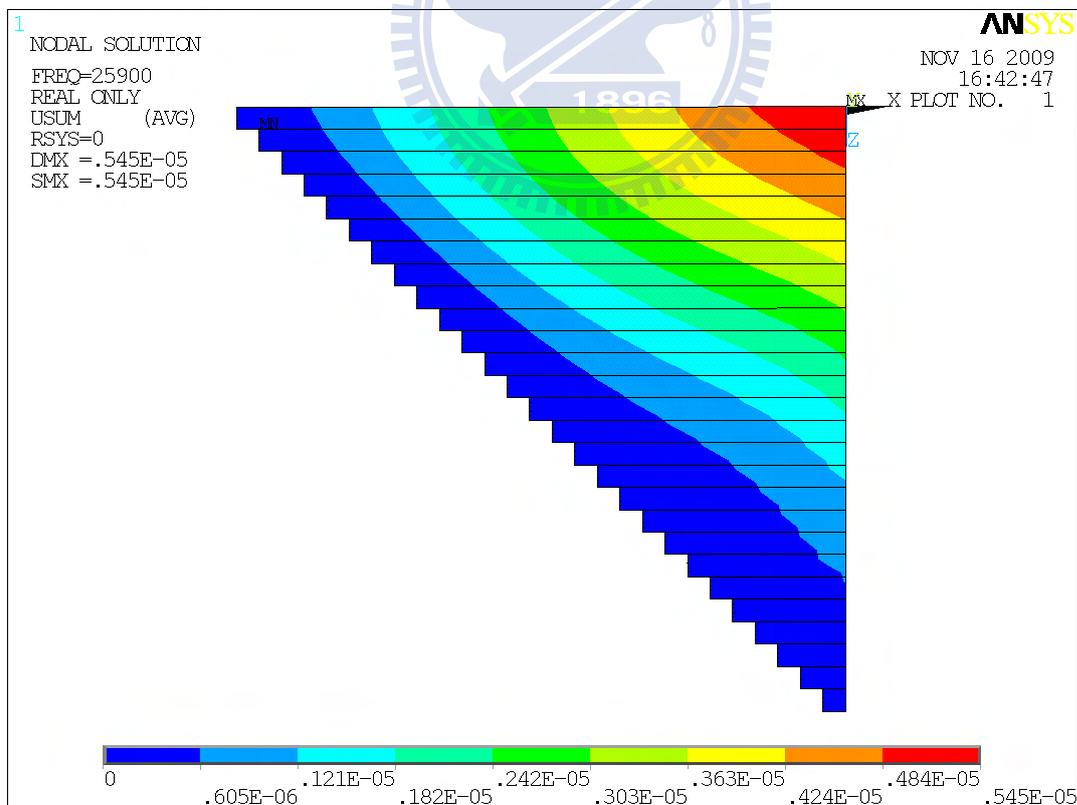


圖 2-79 Type-III PFC 在 L20mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (25,900Hz)

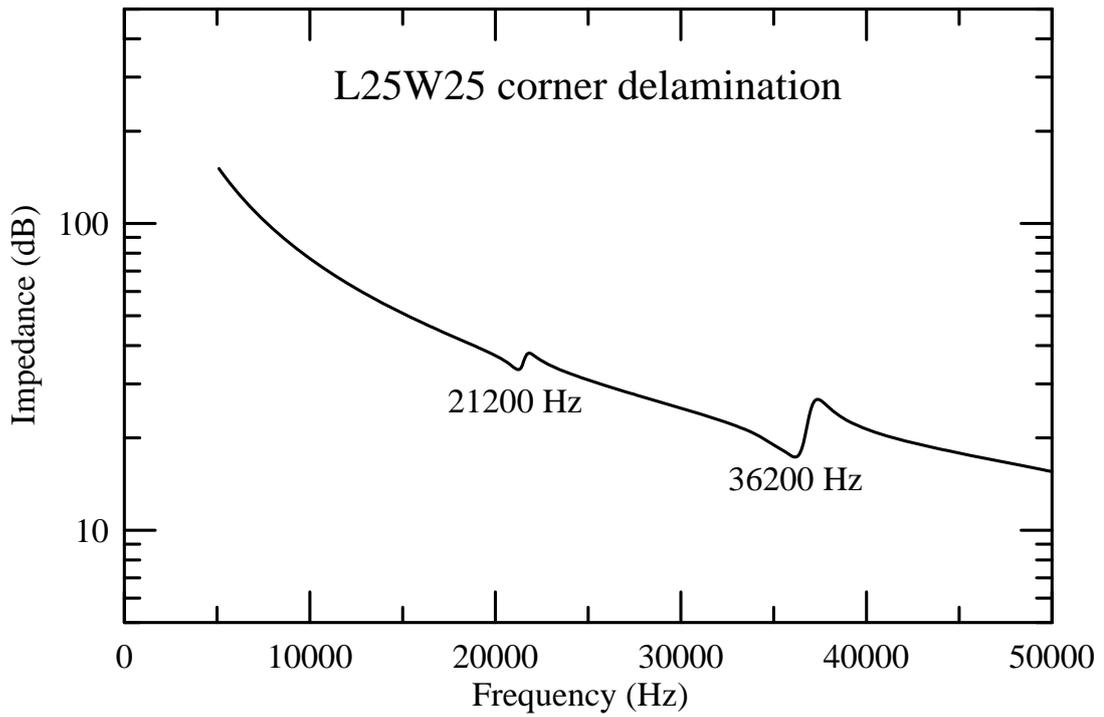


圖 2-80 Type-III PFC 在 L25mm x W25mm 的角落脫層的分析阻抗響應

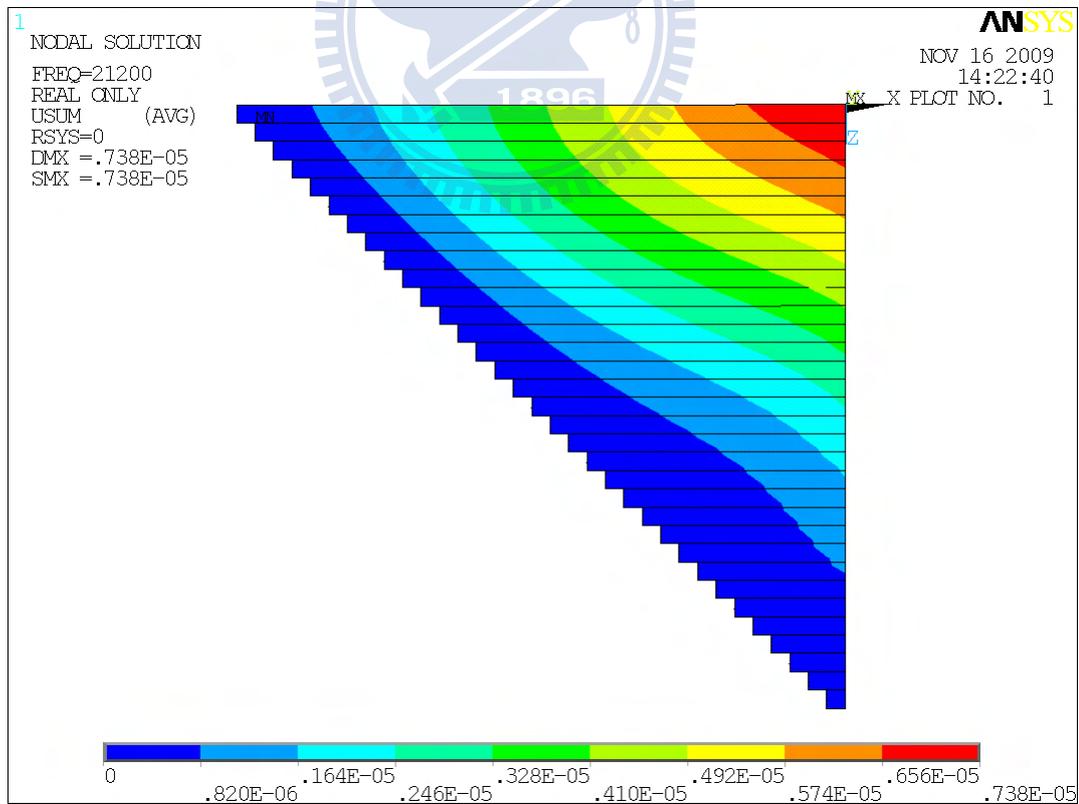


圖 2-81 Type-III PFC 在 L25mm x W25mm 的角落脫層的分析振形 (21,200Hz)

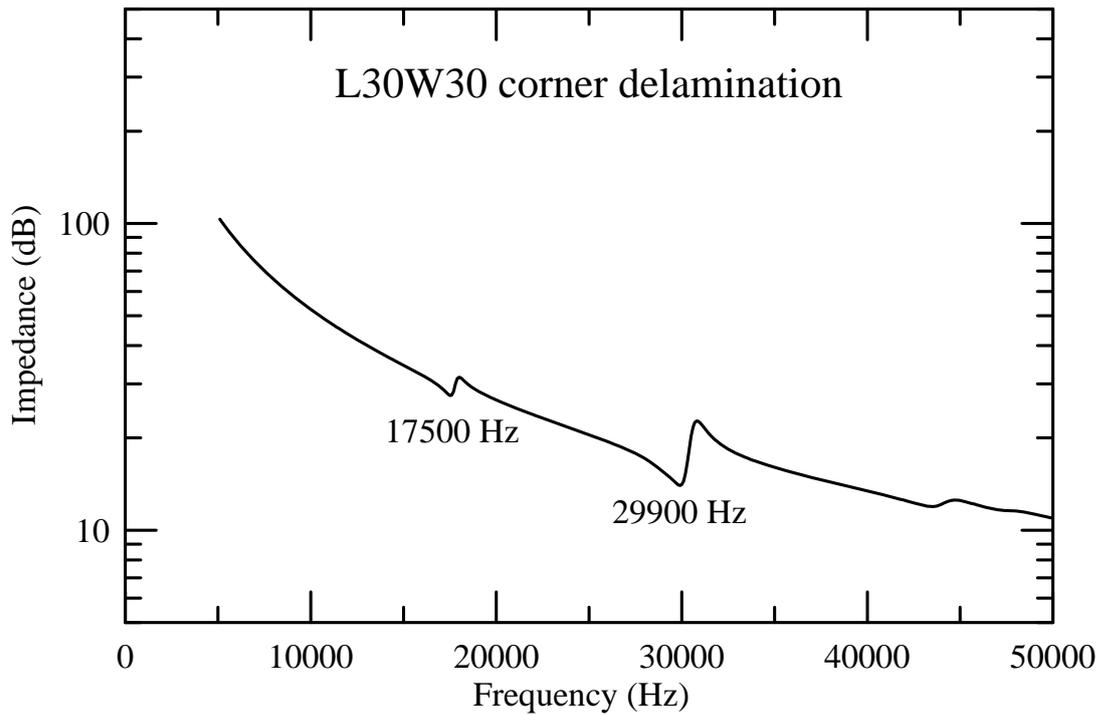


圖 2-82 Type-III PFC 在 L30mm x W30mm 的角落脫層的分析阻抗響應

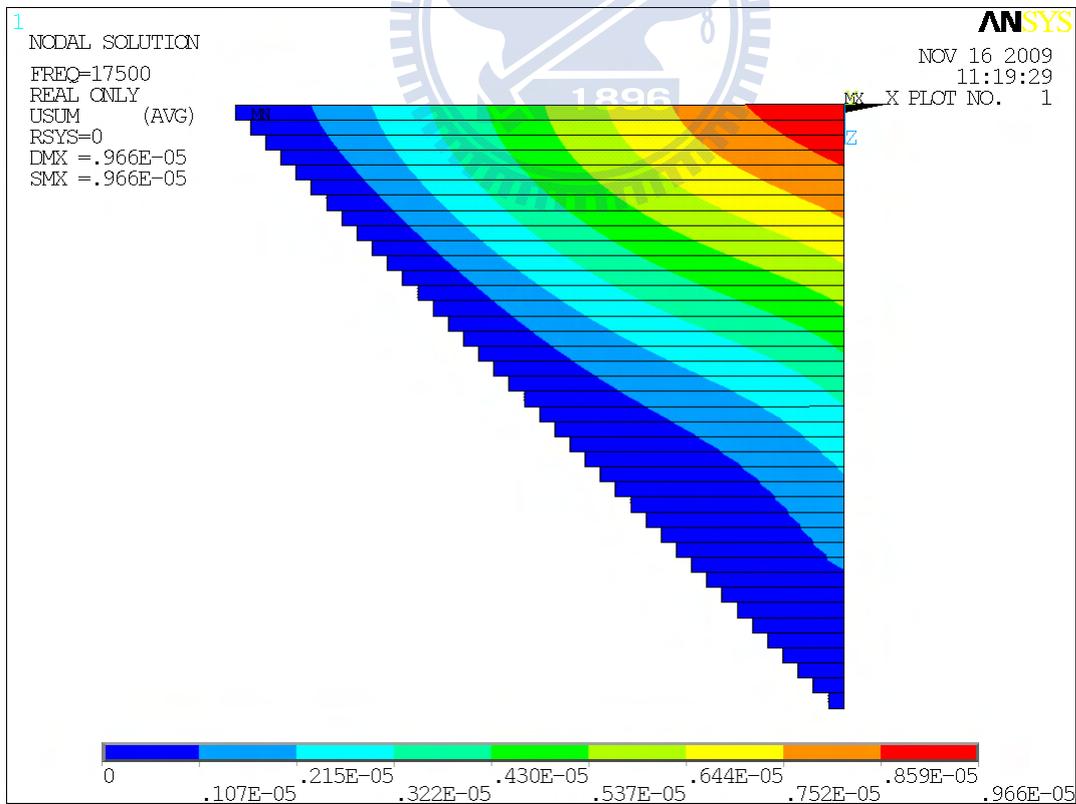


圖 2-83 Type-III PFC 在 L30mm x W30mm 的角落脫層的分析振形 (17,500Hz)

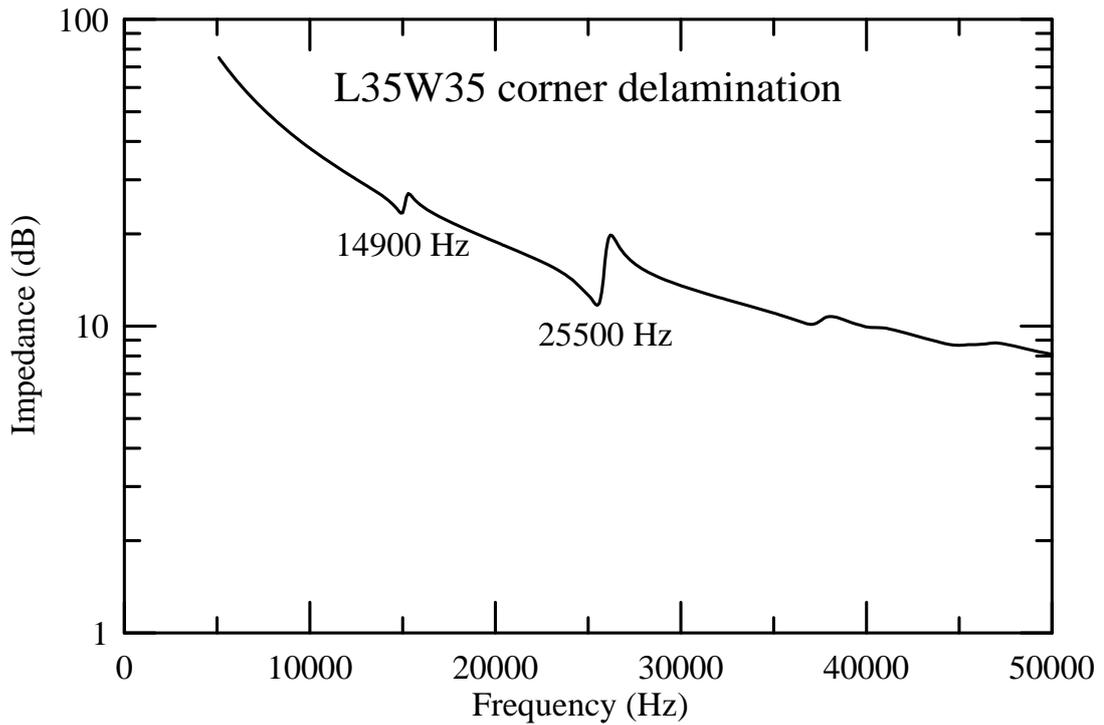


圖 2-84 Type-III PFC 在 L35mm x W35mm 的角落脫層的分析阻抗響應

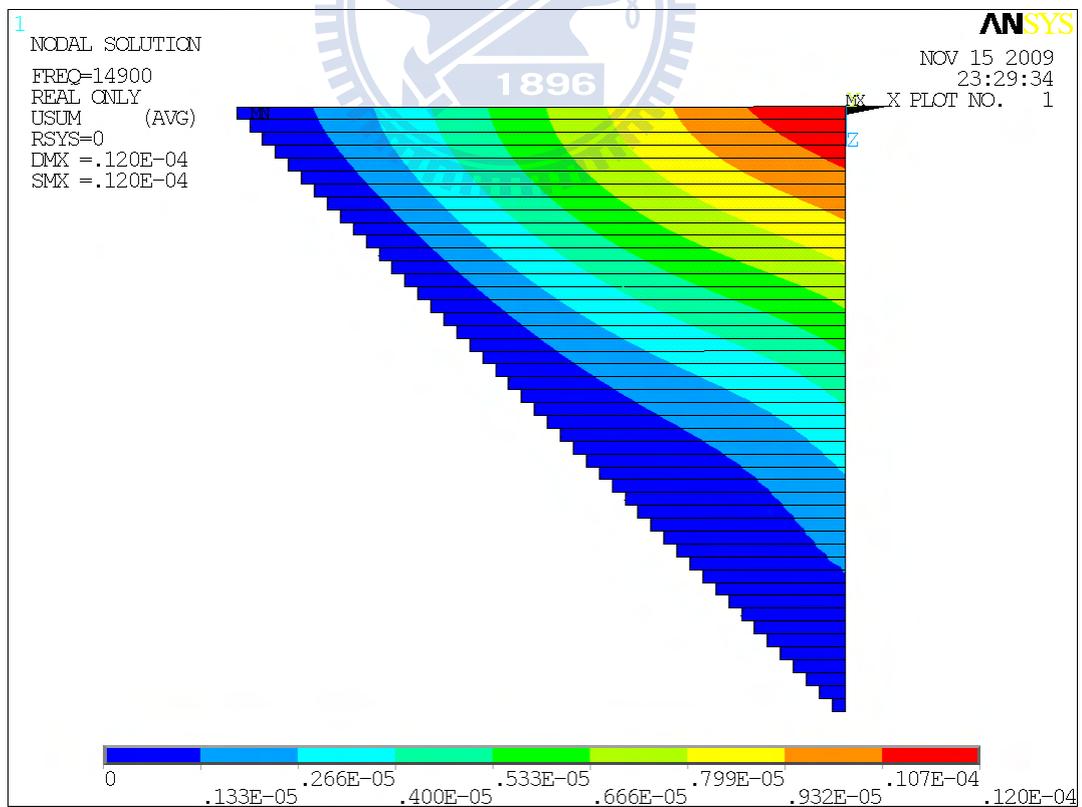


圖 2-85 Type-III PFC 在 L35mm x W35mm 的角落脫層的分析振形 (14,900Hz)

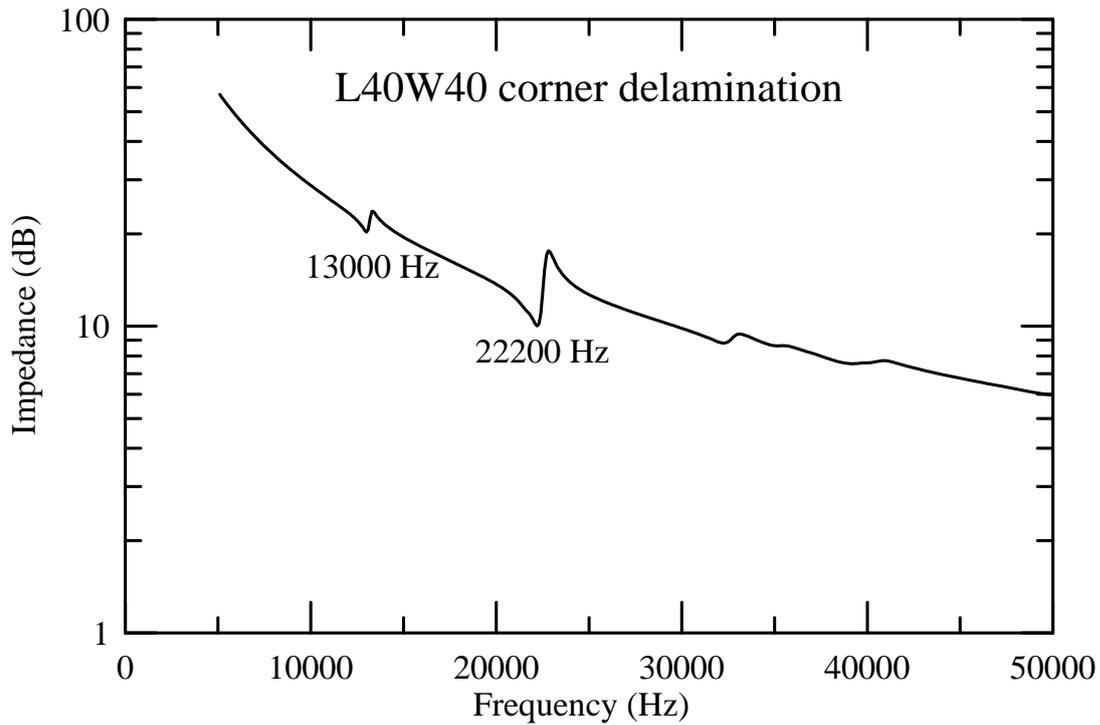


圖 2-86 Type-III PFC 在 L40mm x W40mm 的角落脫層的分析阻抗響應

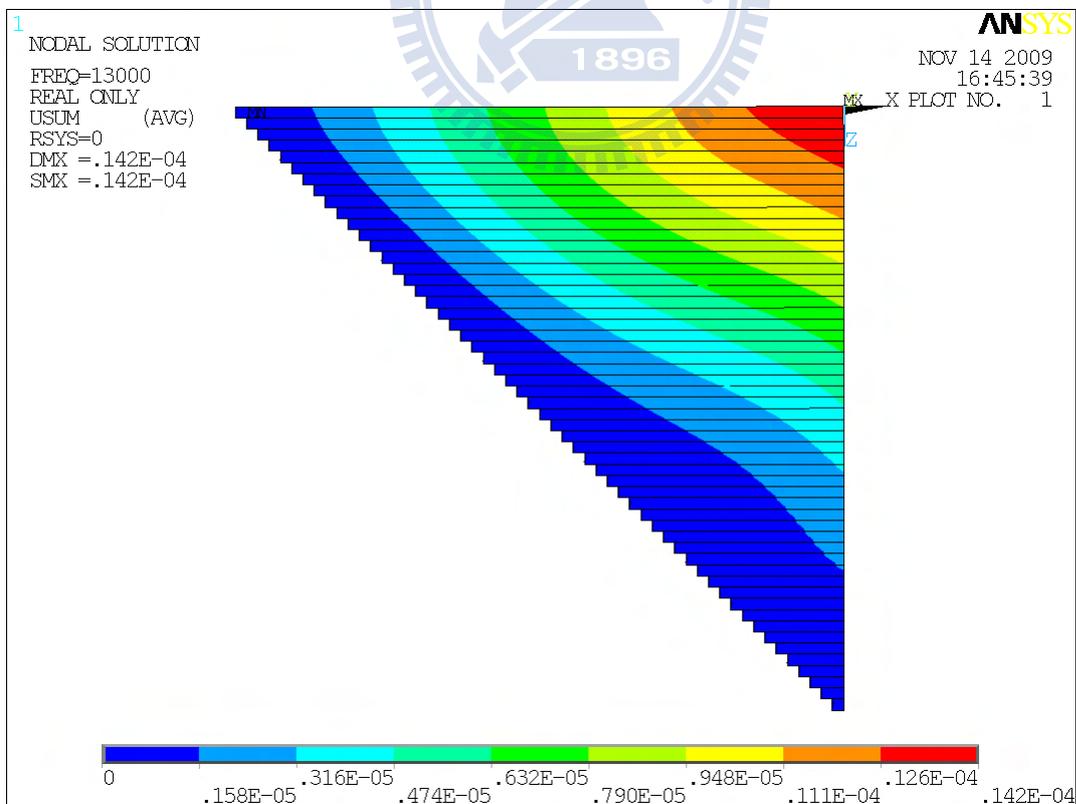


圖 2-87 Type-III PFC 在 L40mm x W40mm 的角落脫層的分析振形 (13,000Hz)

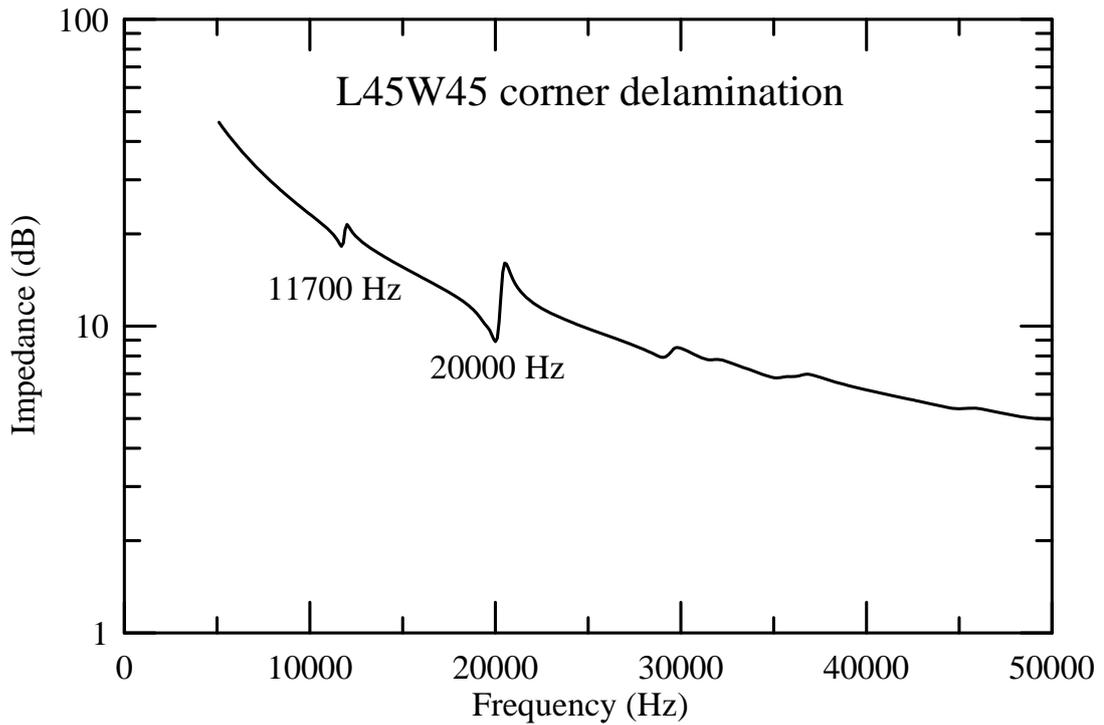


圖 2-88 Type-III PFC 在 L45mm x W45mm 的角落脫層的分析阻抗響應

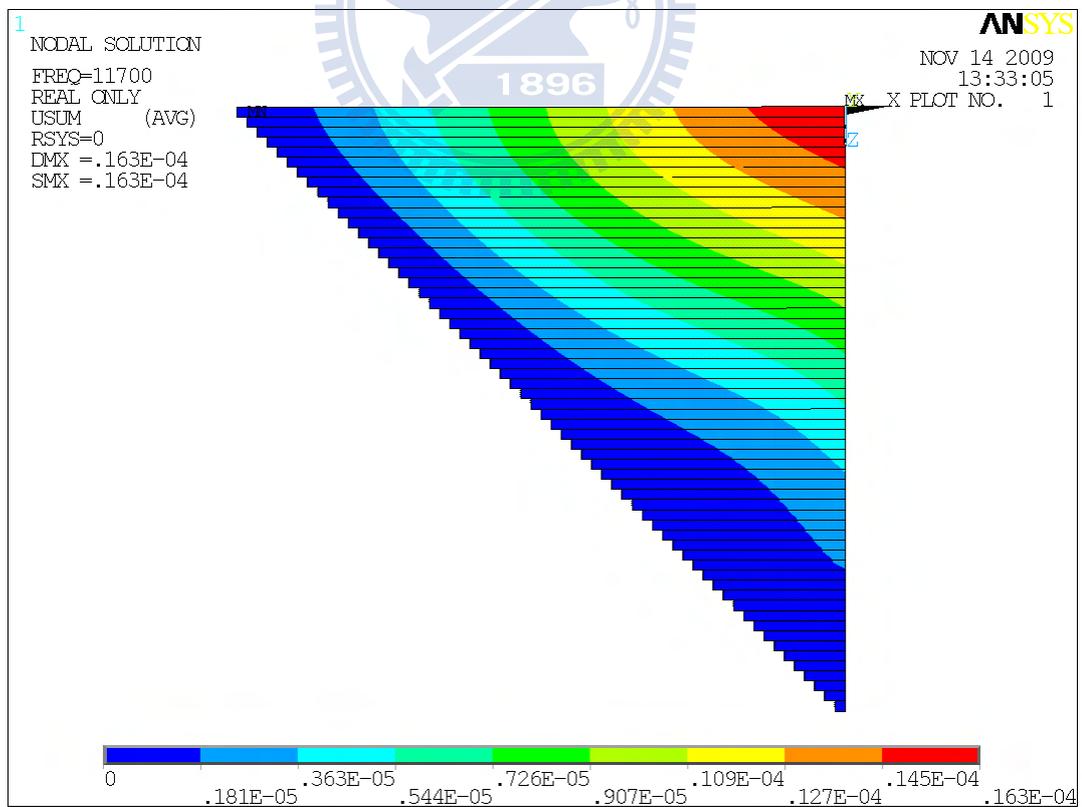


圖 2-89 Type-III PFC 在 L45mm x W45mm 的角落脫層的分析振形 (11,700Hz)

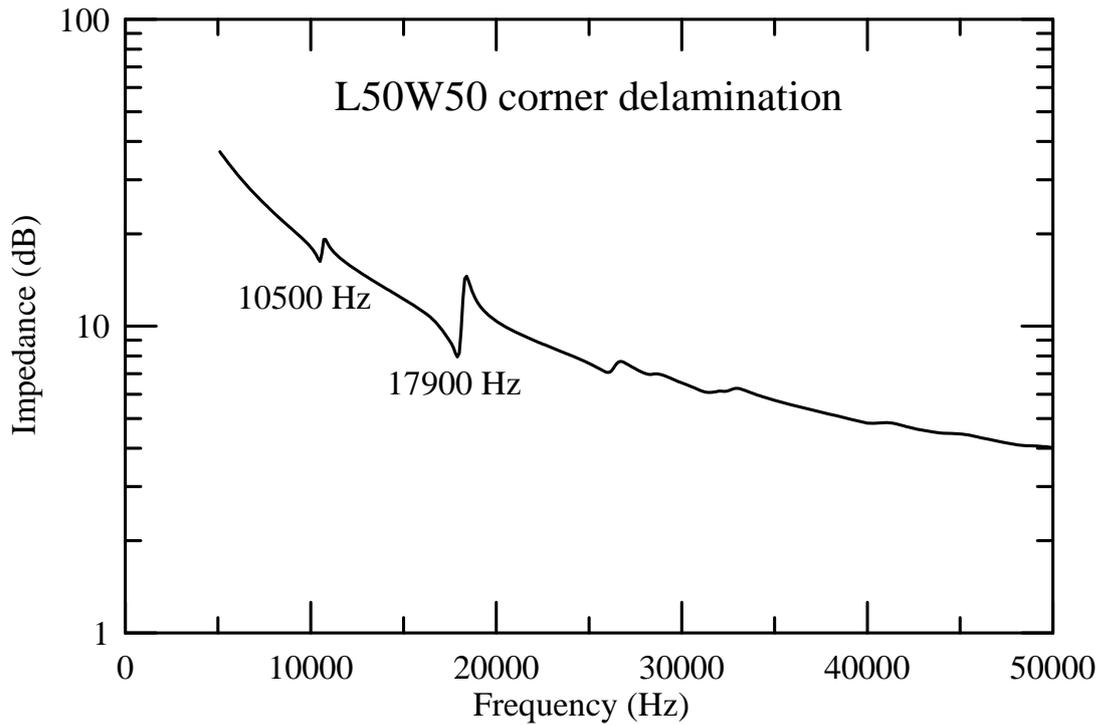


圖 2-90 Type-III PFC 在 L50mm x W50mm 的角落脫層的分析阻抗響應

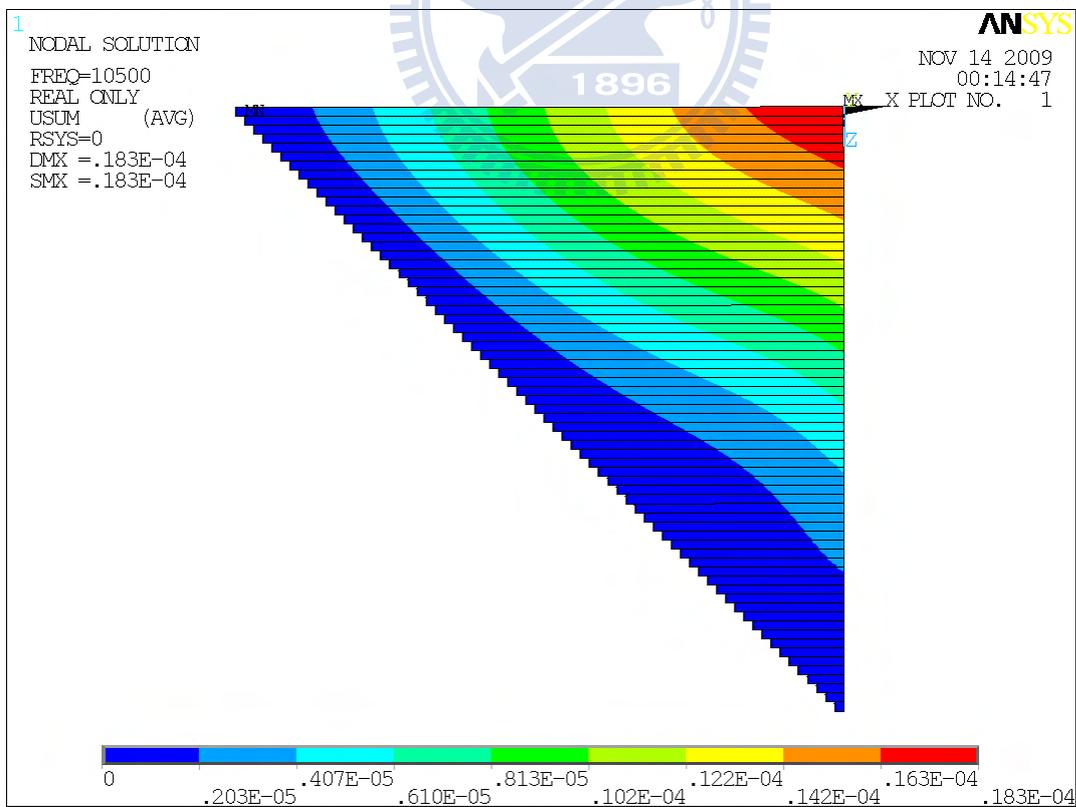


圖 2-91 Type-III PFC 在 L50mm x W50mm 的角落脫層的分析振形 (10,500Hz)

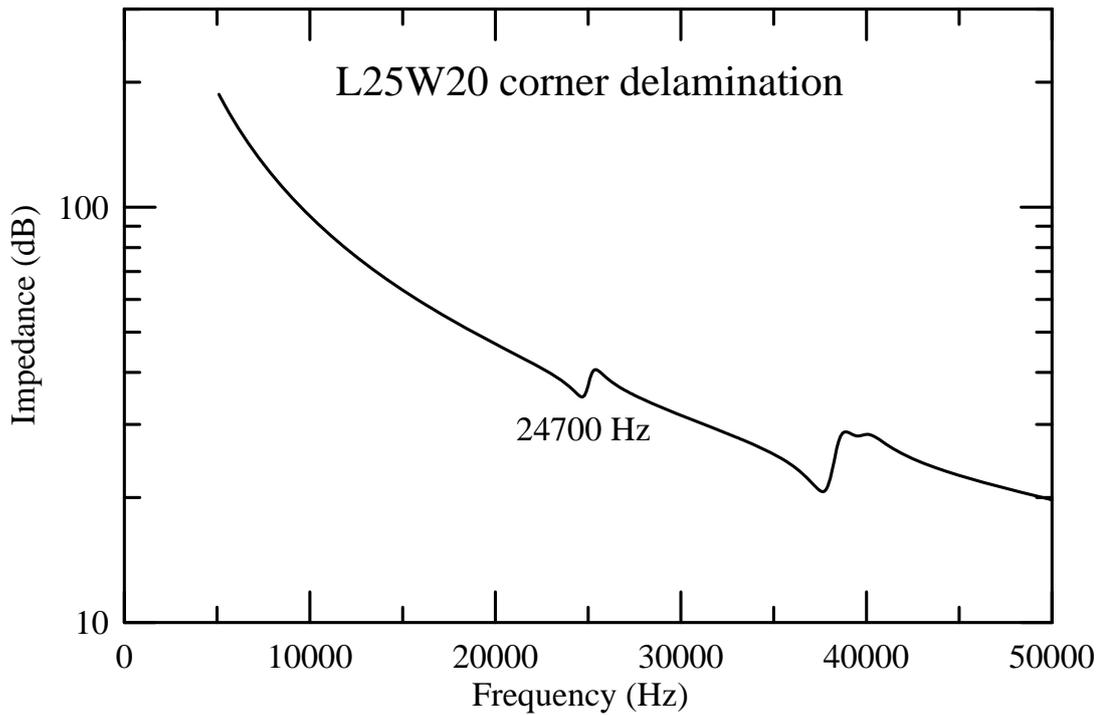


圖 2-92 Type-III PFC 在 L25mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗響應

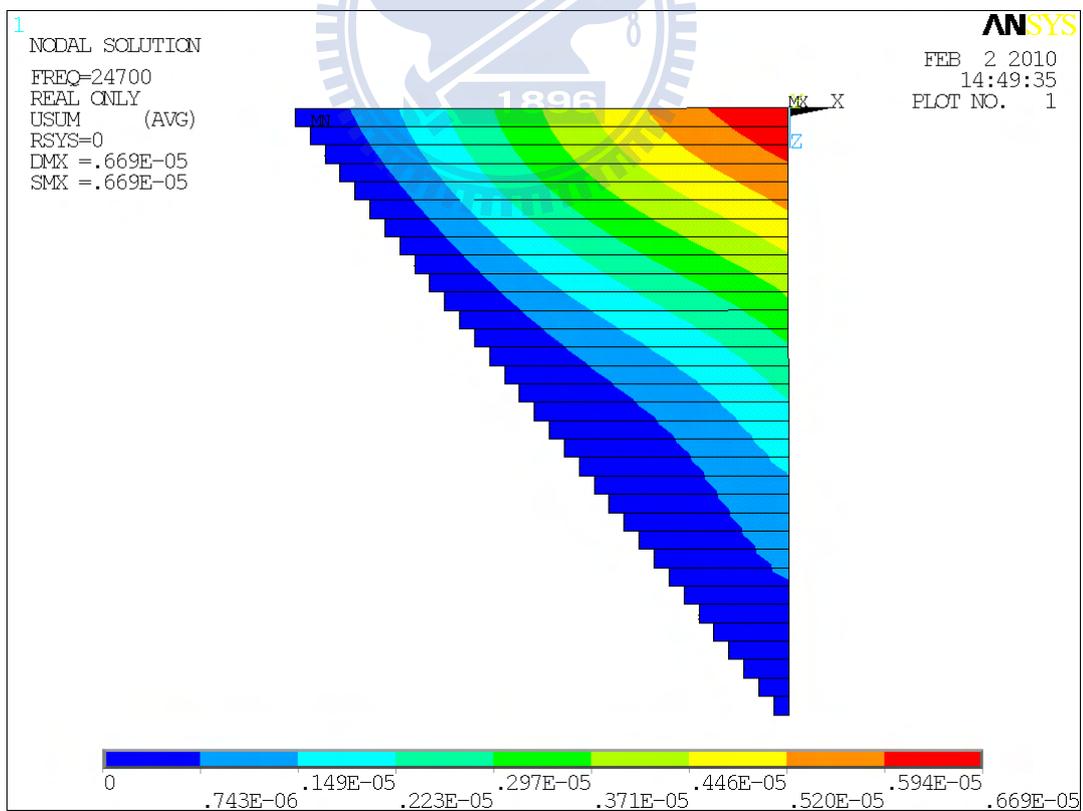


圖 2-93 Type-III PFC 在 L25mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (24,700Hz)

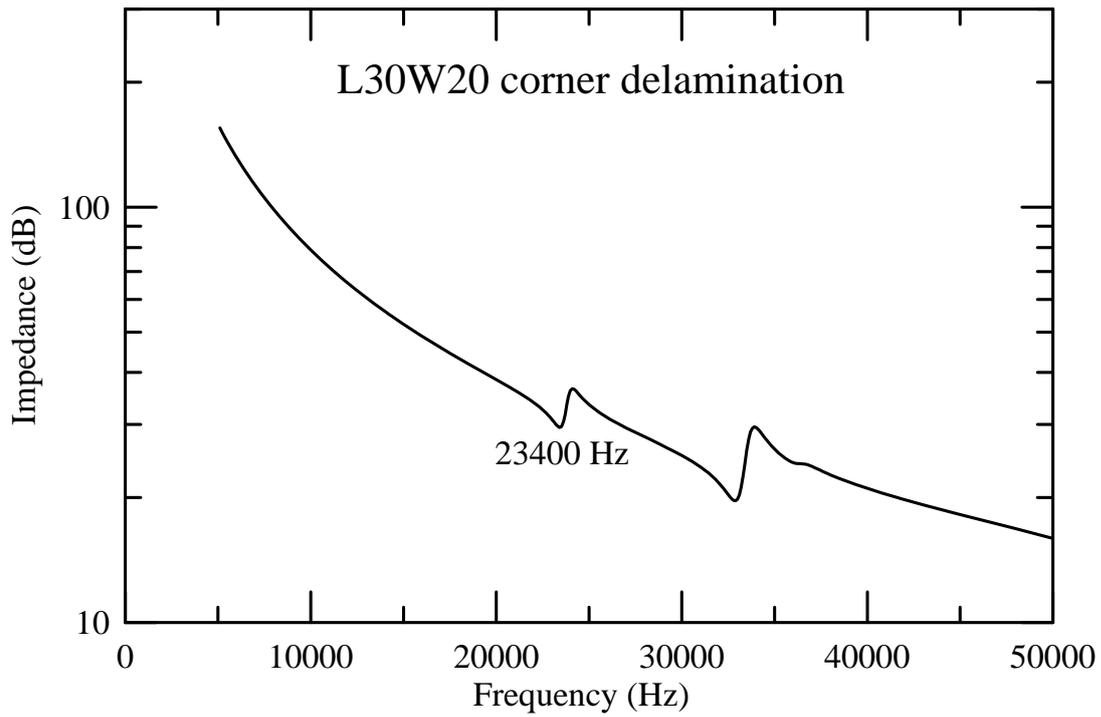


圖 2-94 Type-III PFC 在 L30mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗響應

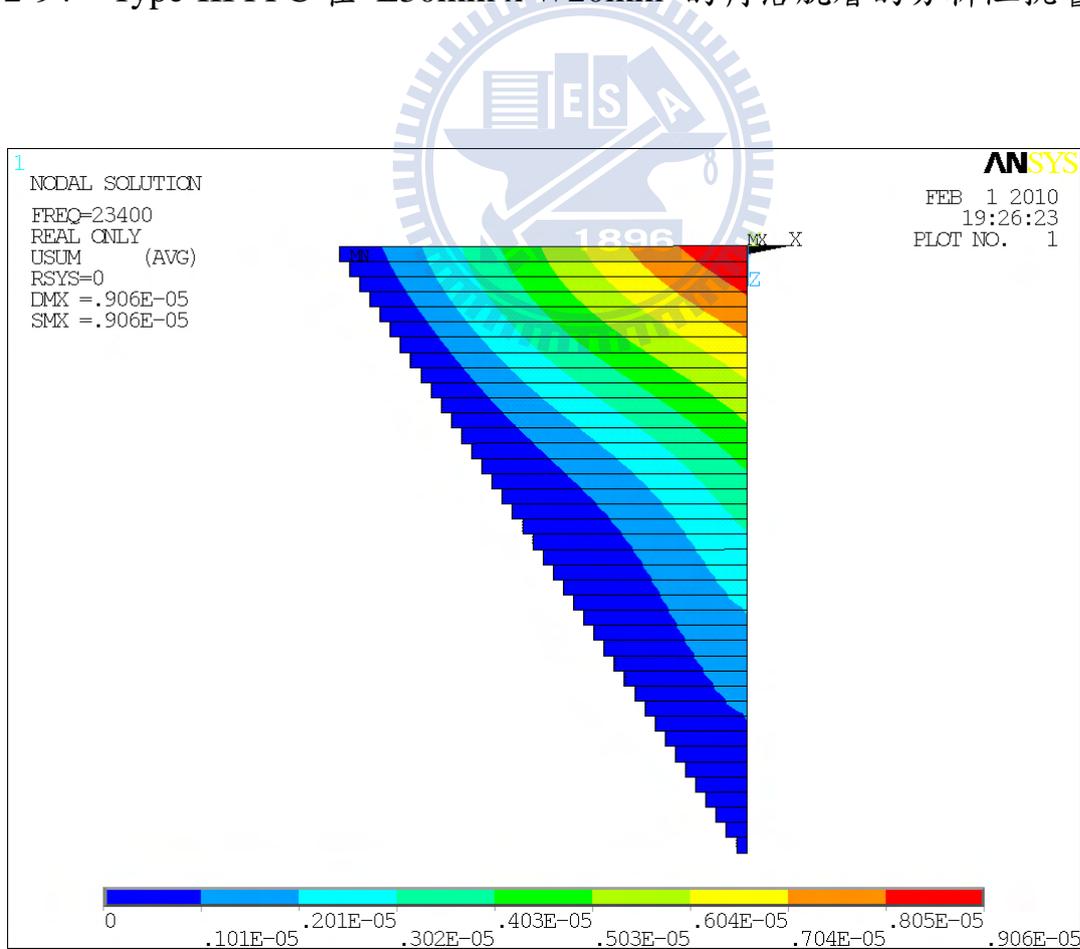


圖 2-95 Type-III PFC 在 L30mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (23,400Hz)

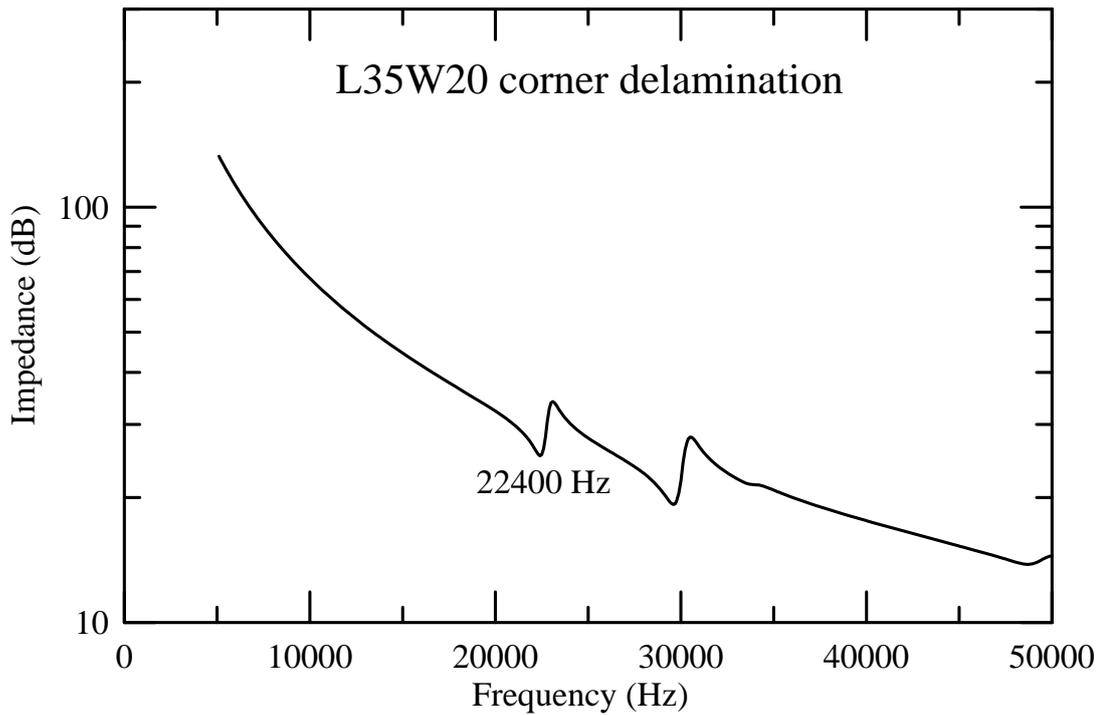


圖 2-96 Type-III PFC 在 L35mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗響應

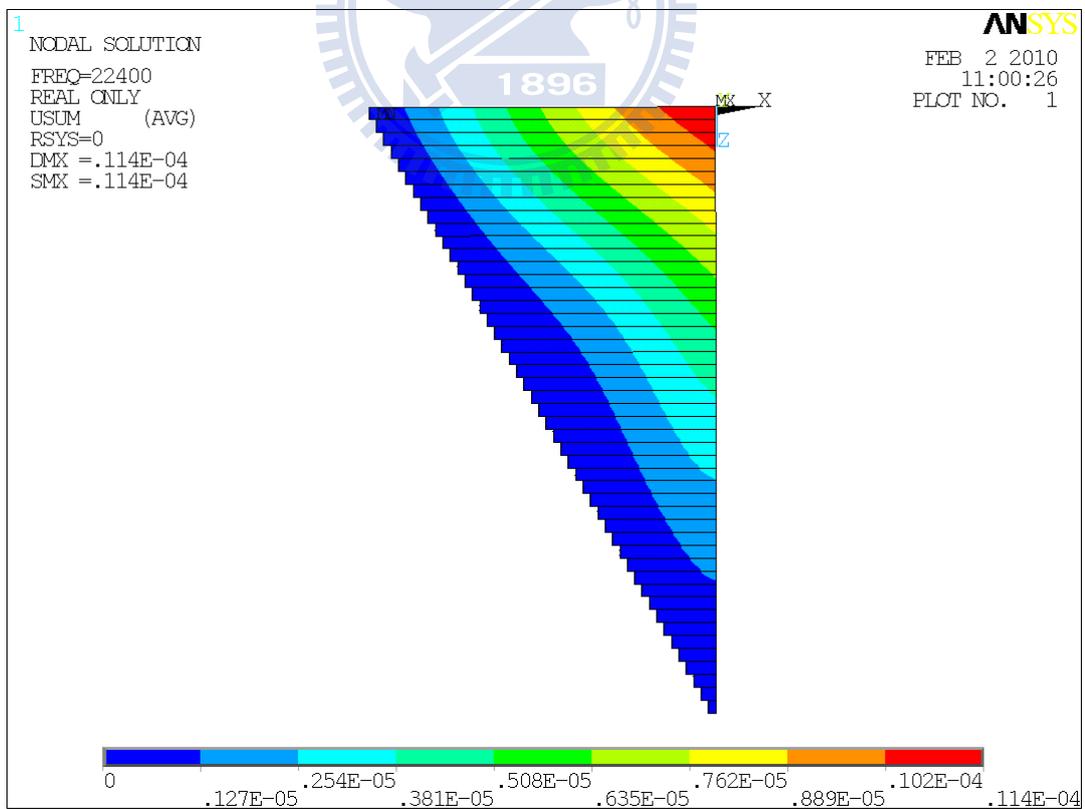


圖 2-97 Type-III PFC 在 L35mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (22,400Hz)

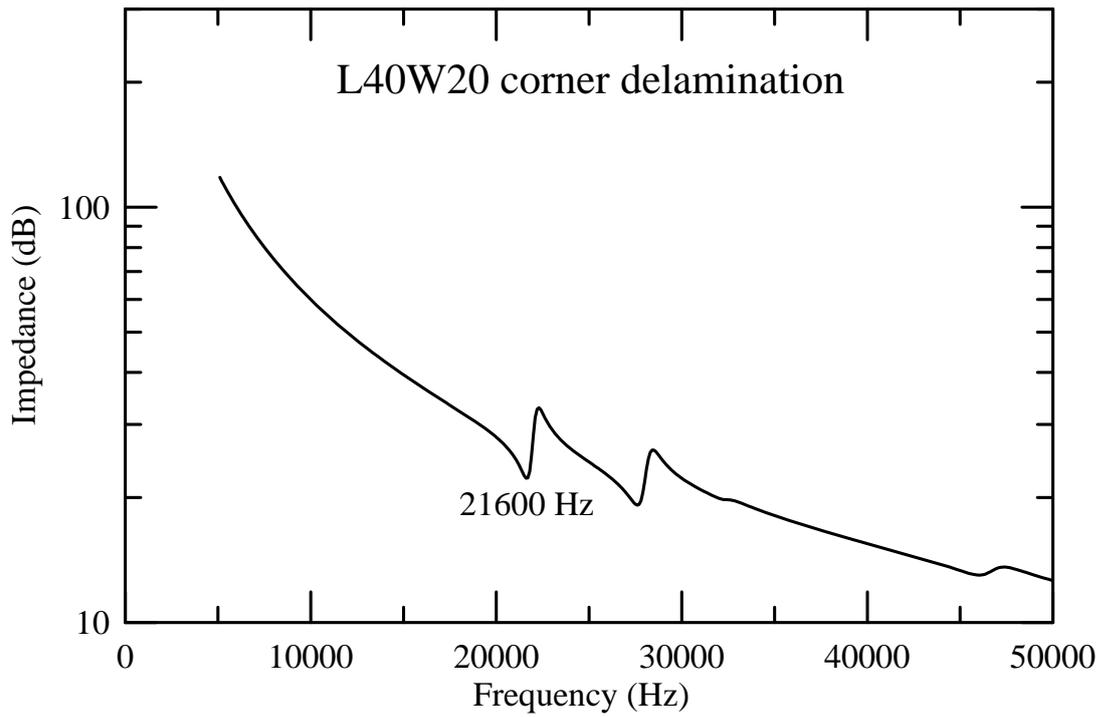


圖 2-98 Type-III PFC 在 L40mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗響應

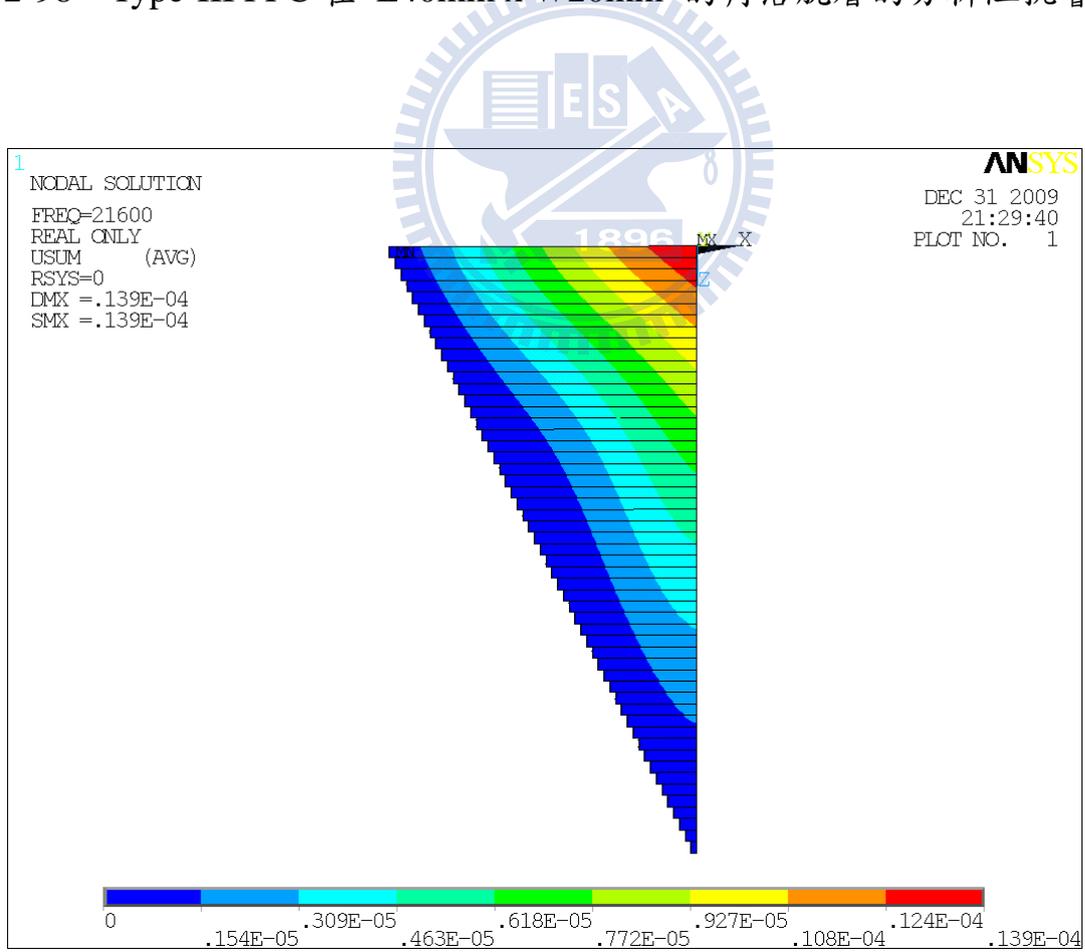


圖 2-99 Type-III PFC 在 L40mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (21,600Hz)

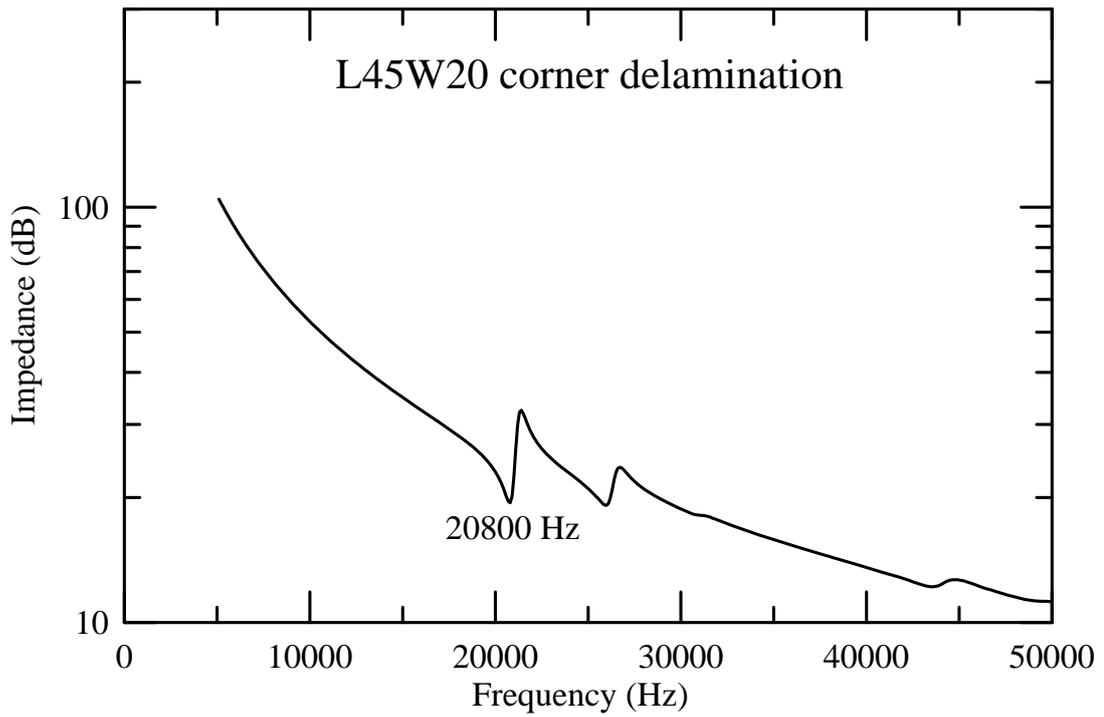


圖 2-100 Type-III PFC 在 L45mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗響應

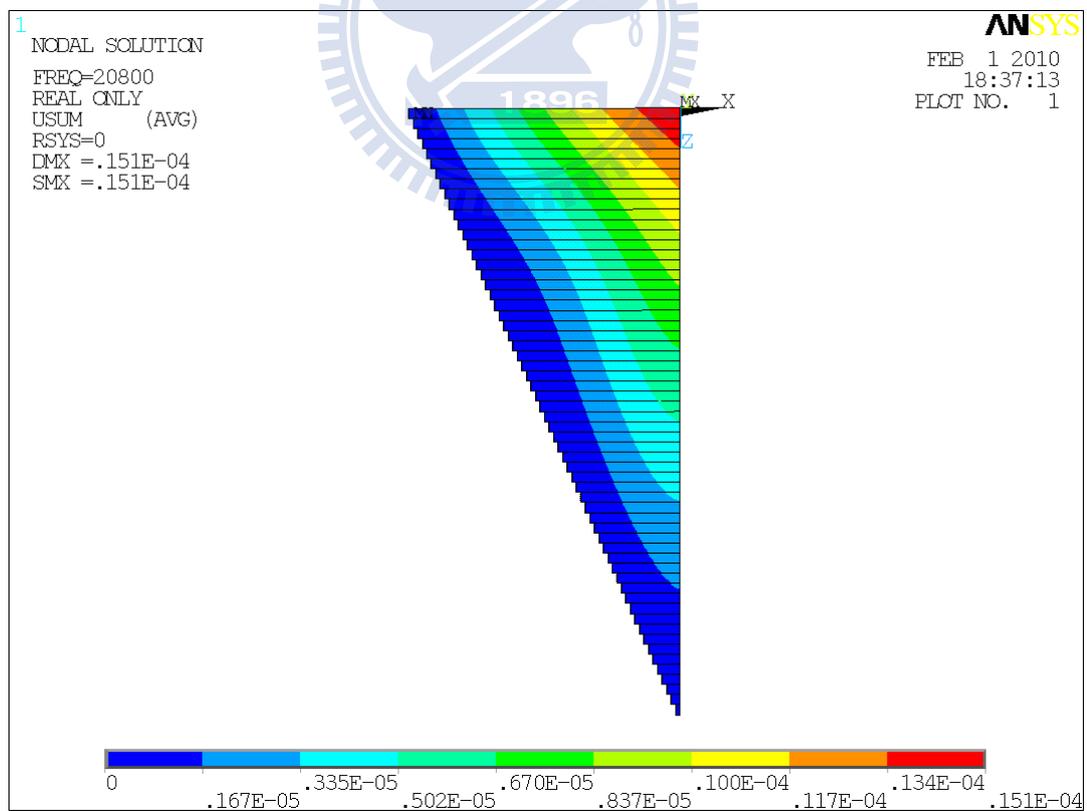


圖 2-101 Type-III PFC 在 L45mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (20,800Hz)

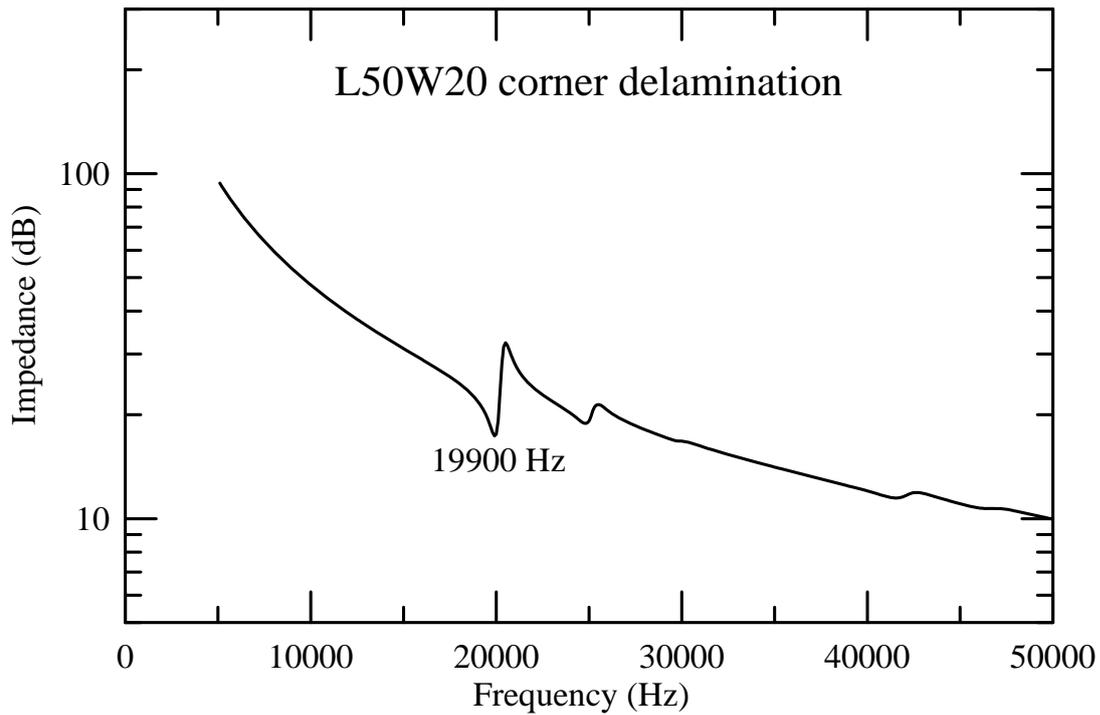


圖 2-102 Type-III PFC 在 L50mm x W20mm 的角落脫層的分析阻抗響應

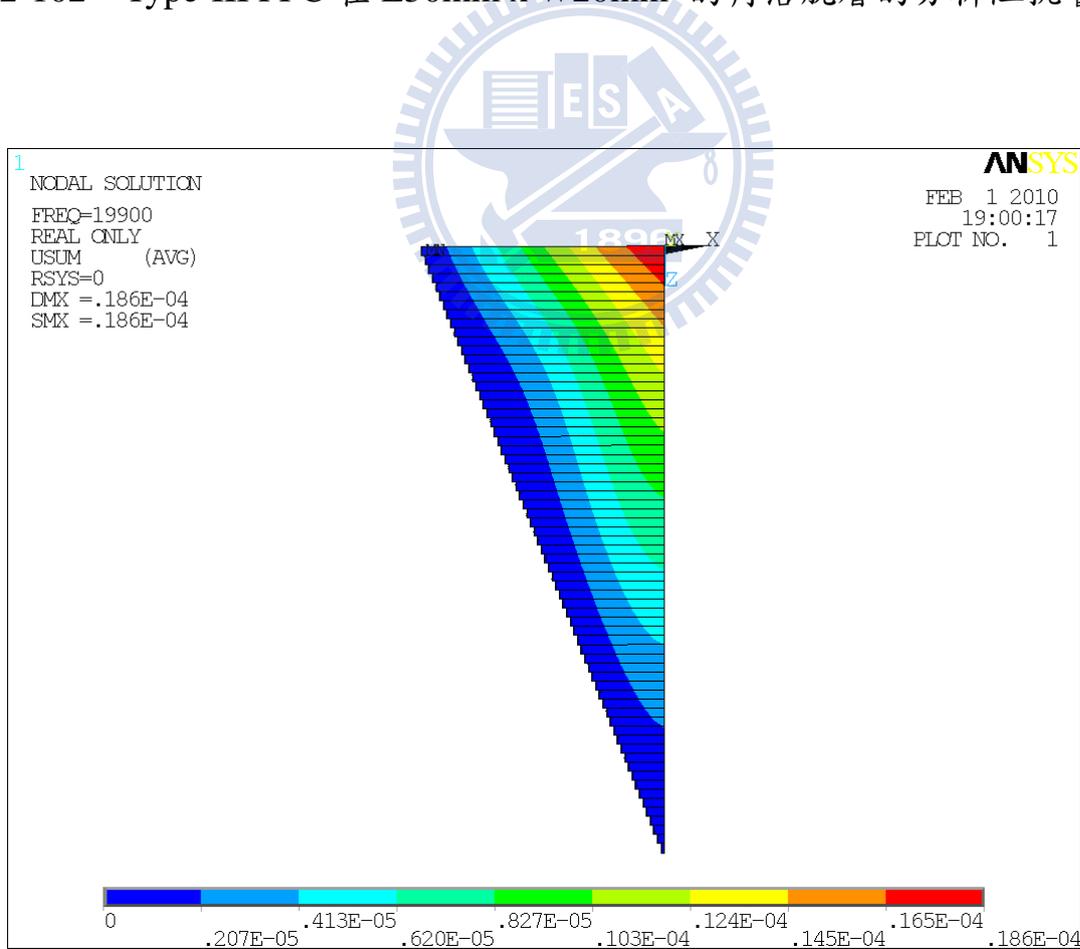


圖 2-103 Type-III PFC 在 L50mm x W20mm 的角落脫層的分析振形 (19,900Hz)

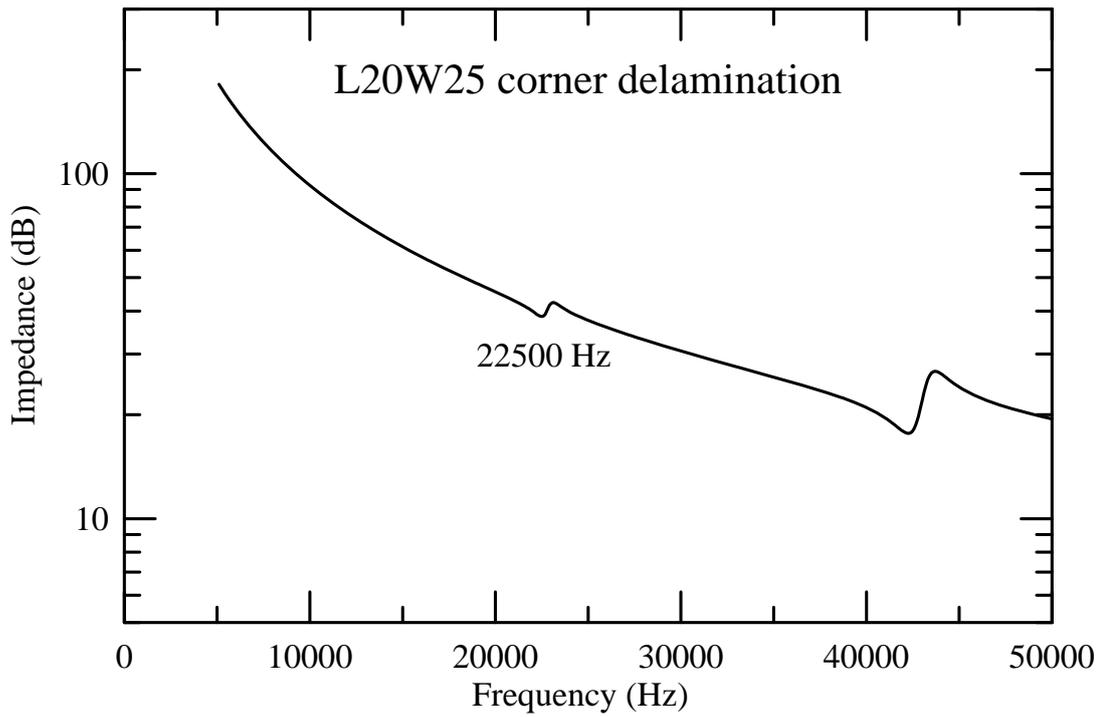


圖 2-104 Type-III PFC 在 L20mm x W25mm 的角落脫層的分析阻抗響應

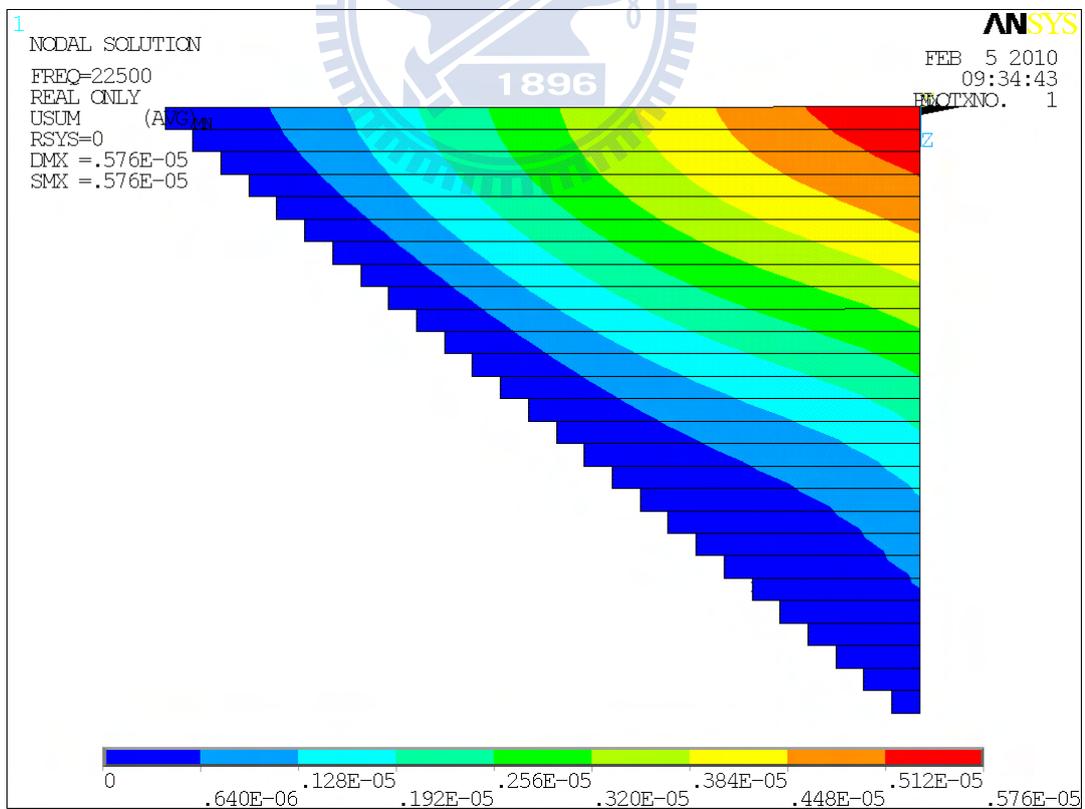


圖 2-105 Type-III PFC 在 L20mm x W25mm 的角落脫層的分析振形 (22,500Hz)

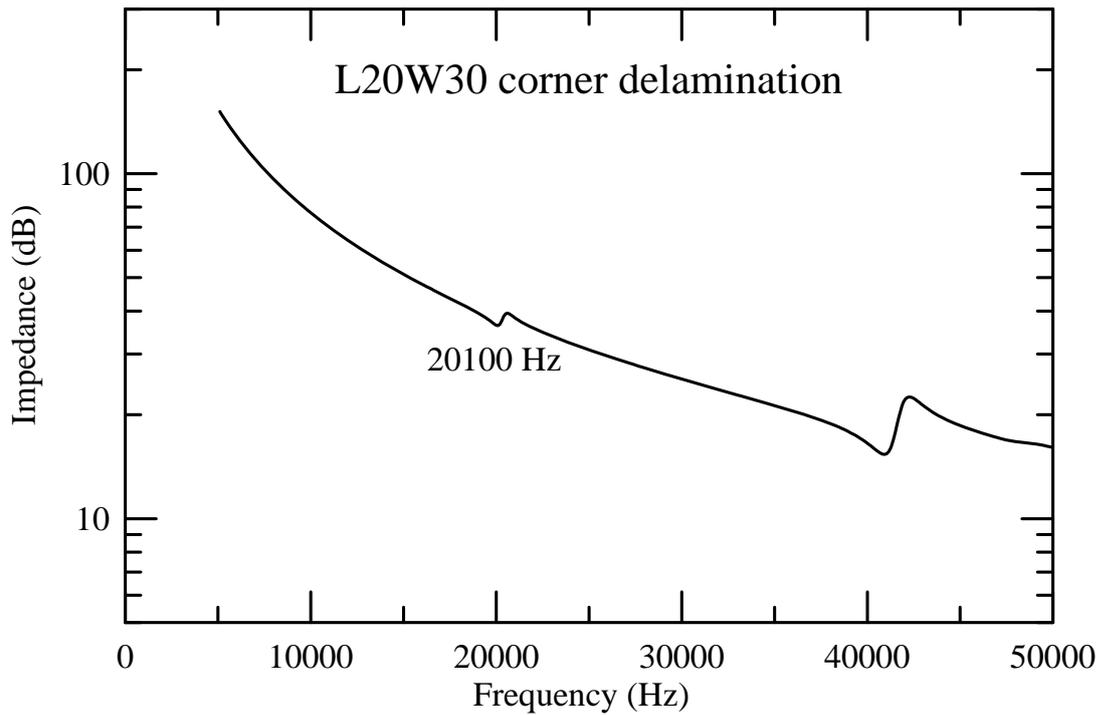


圖 2-106 Type-III PFC 在 L20mm x W30mm 的角落脫層的分析阻抗響應

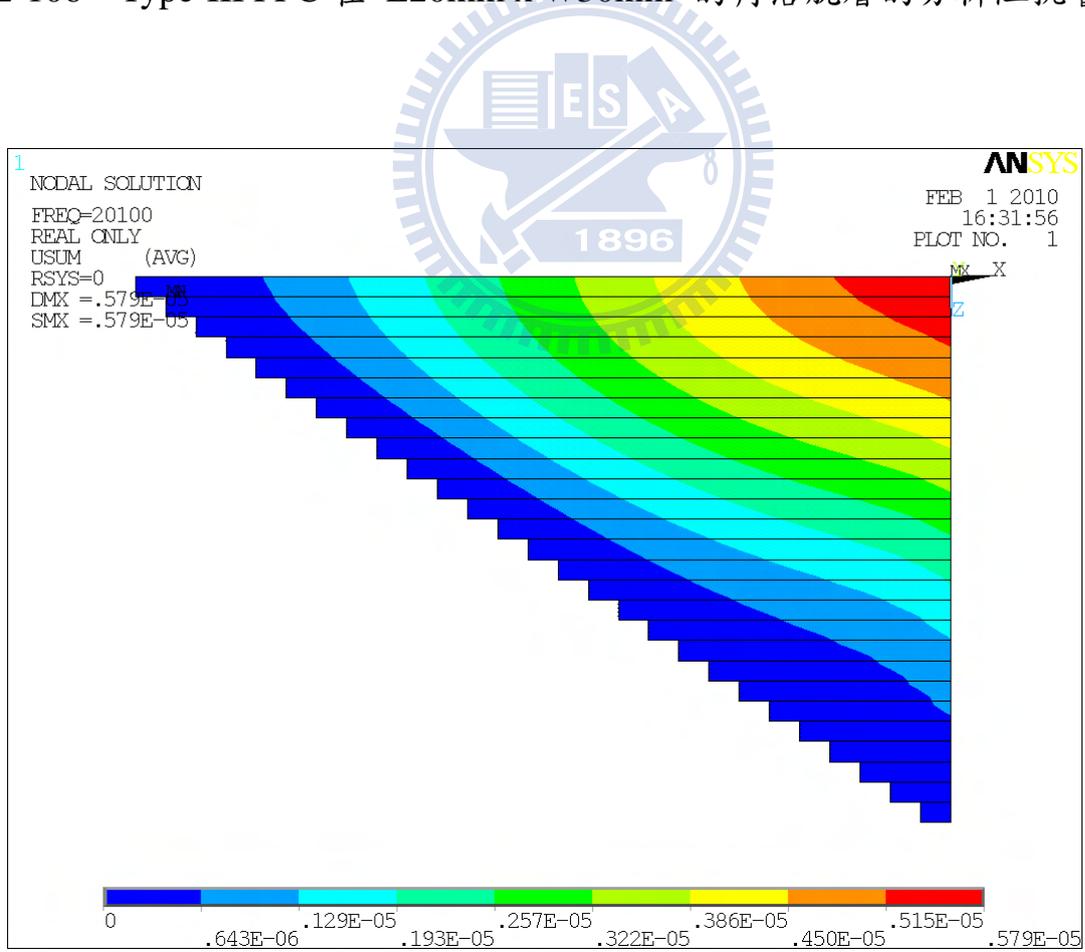


圖 2-107 Type-III PFC 在 L20mm x W30mm 的角落脫層的分析振形 (20,100Hz)

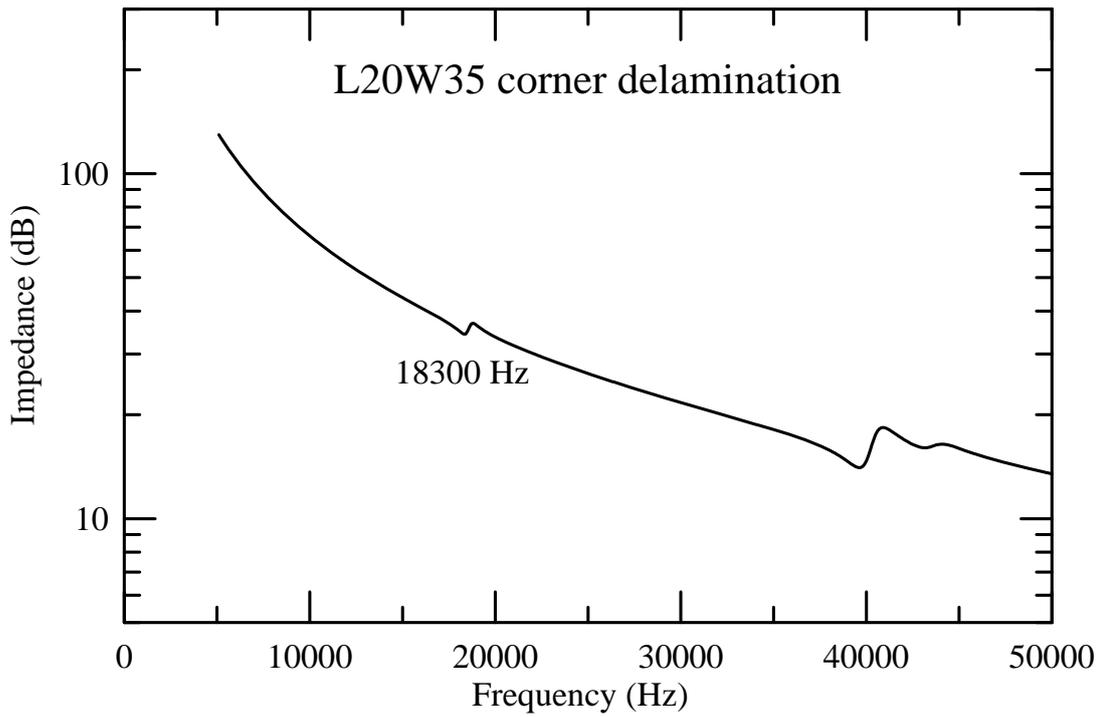


圖 2-108 Type-III PFC 在 L20mm x W35mm 的角落脫層的分析阻抗響應

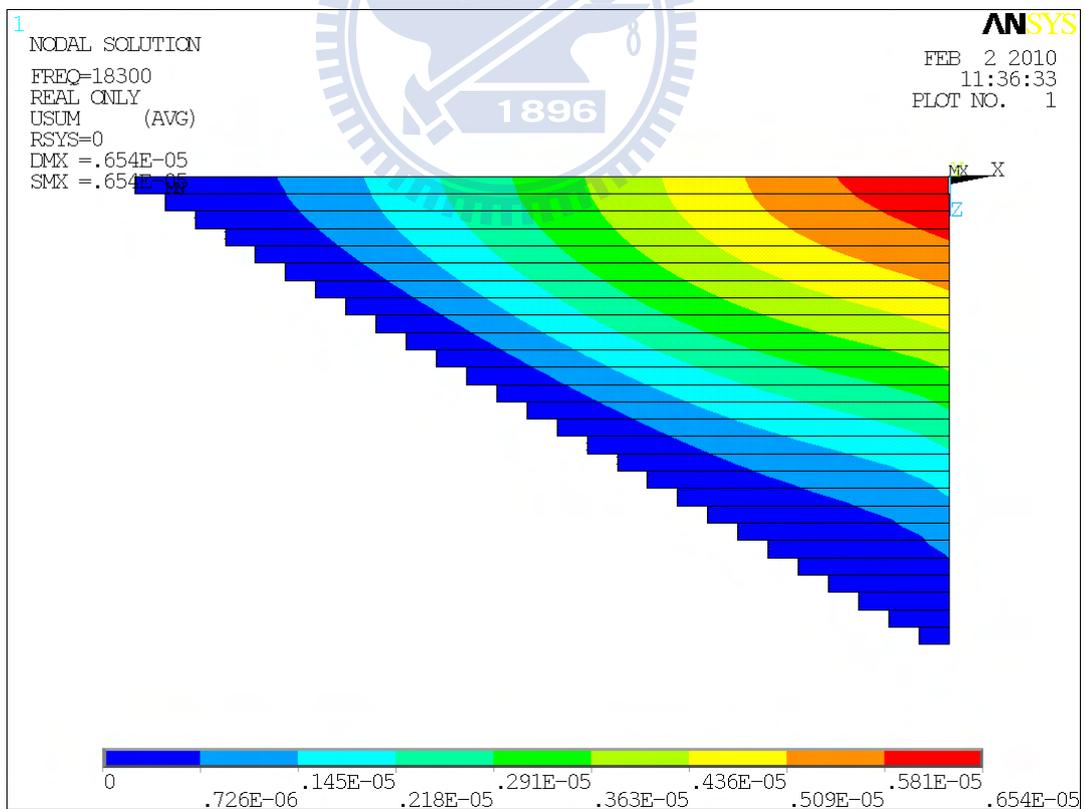


圖 2-109 Type-III PFC 在 L20mm x W35mm 的角落脫層的分析振形 (18,300Hz)

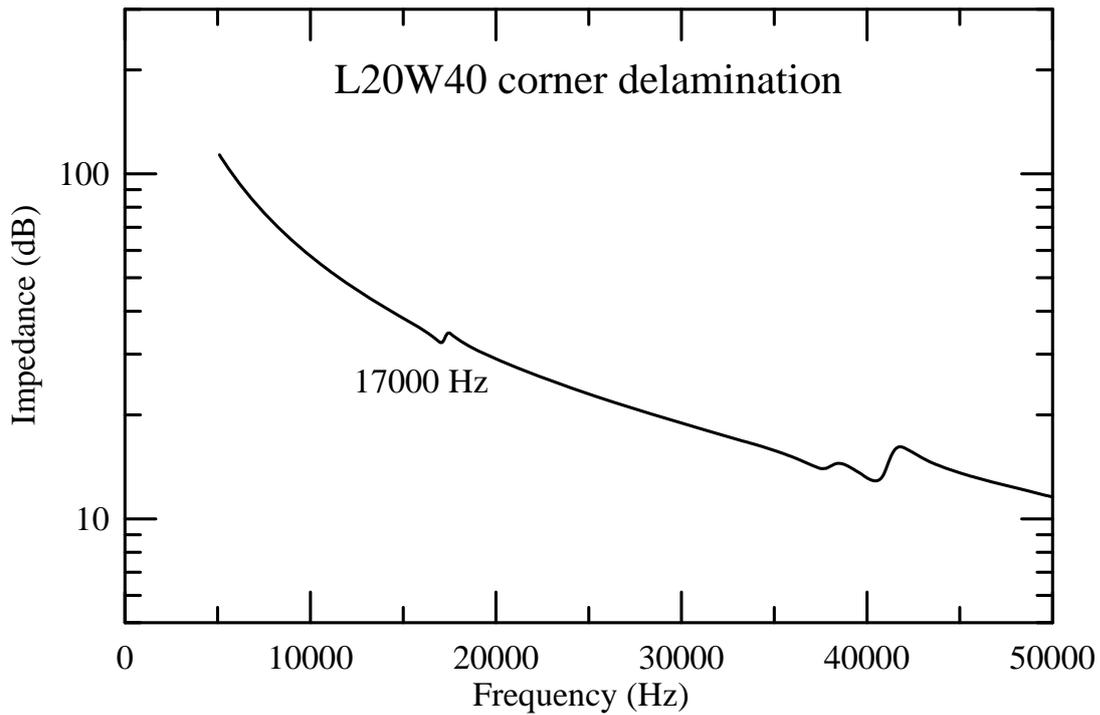


圖 2-110 Type-III PFC 在 L20mm x W40mm 的角落脫層的分析阻抗響應

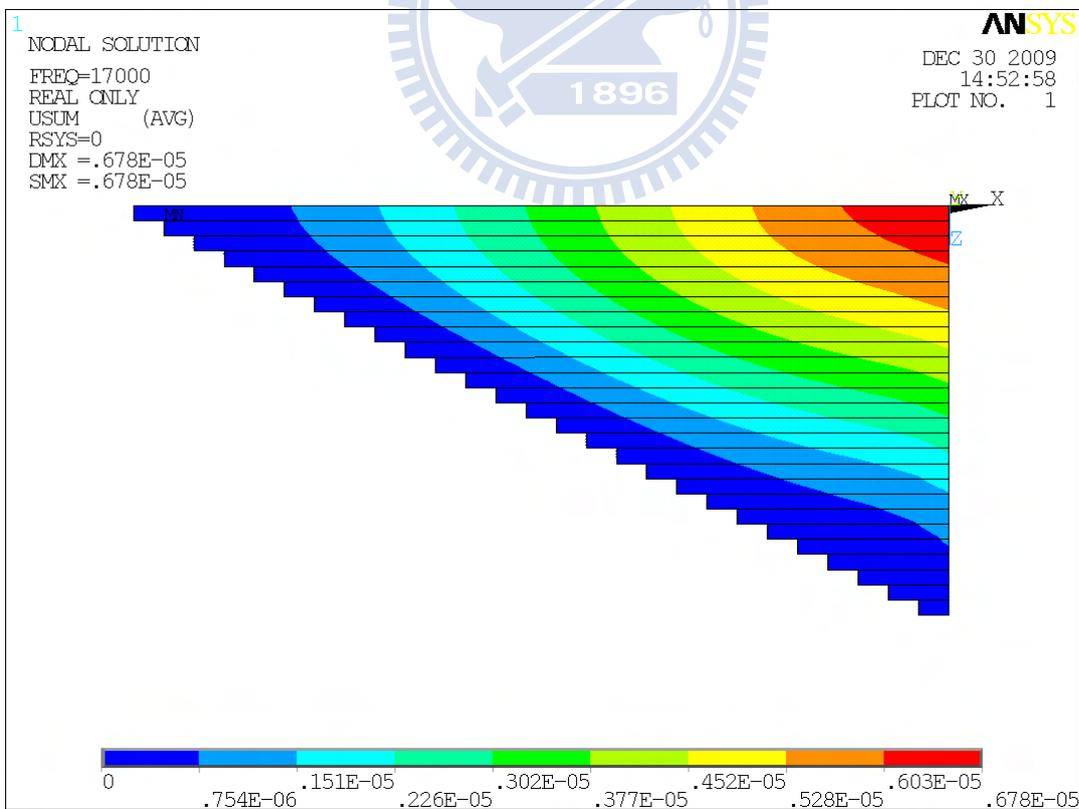


圖 2-111 Type-III PFC 在 L20mm x W40mm 的角落脫層的分析振形 (17,000Hz)

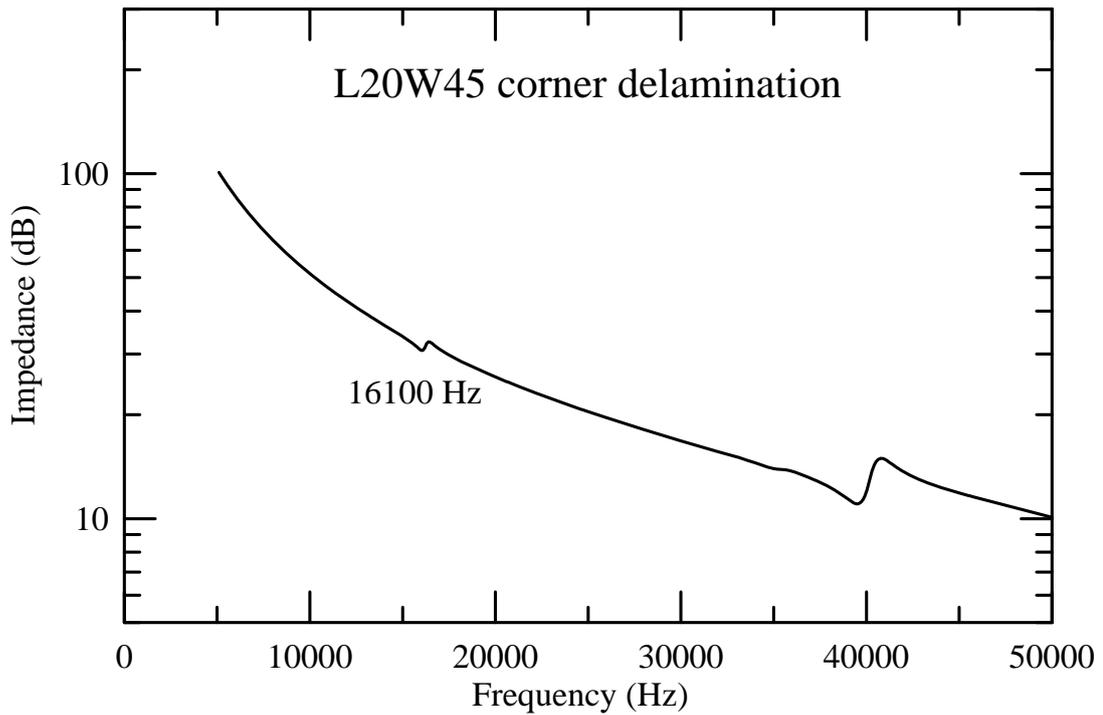


圖 2-112 Type-III PFC 在 L20mm x W45mm 的角落脫層的分析阻抗響應

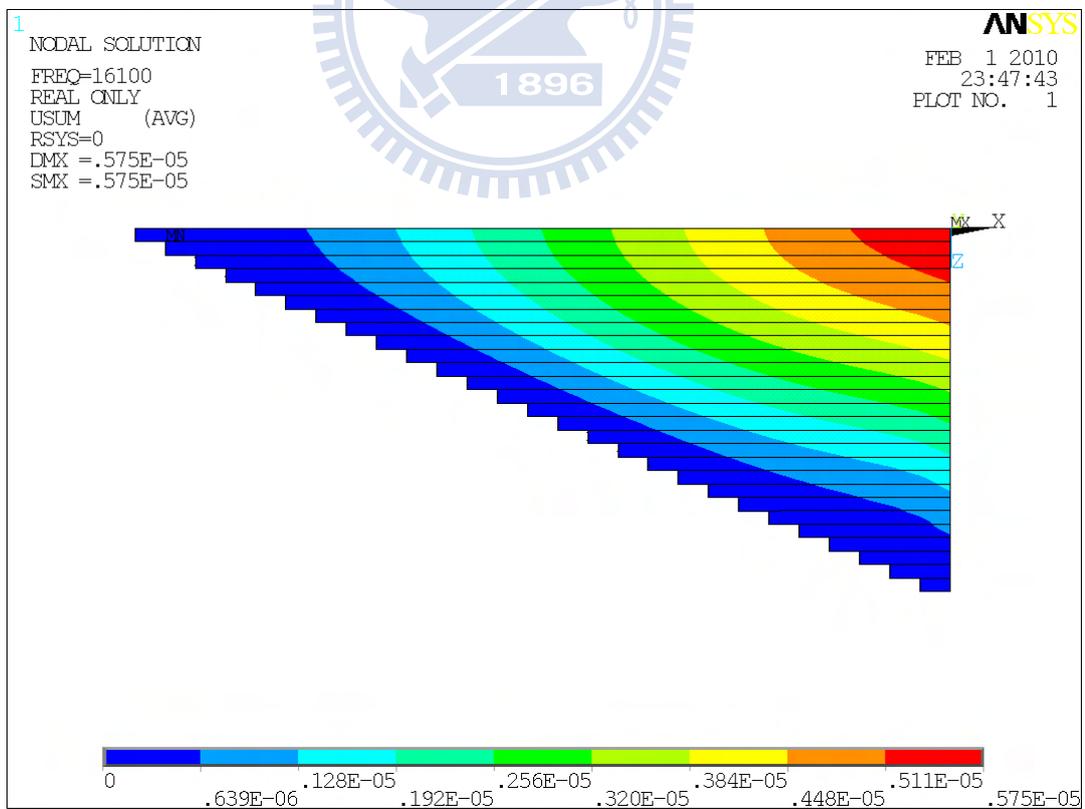


圖 2-113 Type-III PFC 在 L20mm x W45mm 的角落脫層的分析振形 (16,100Hz)

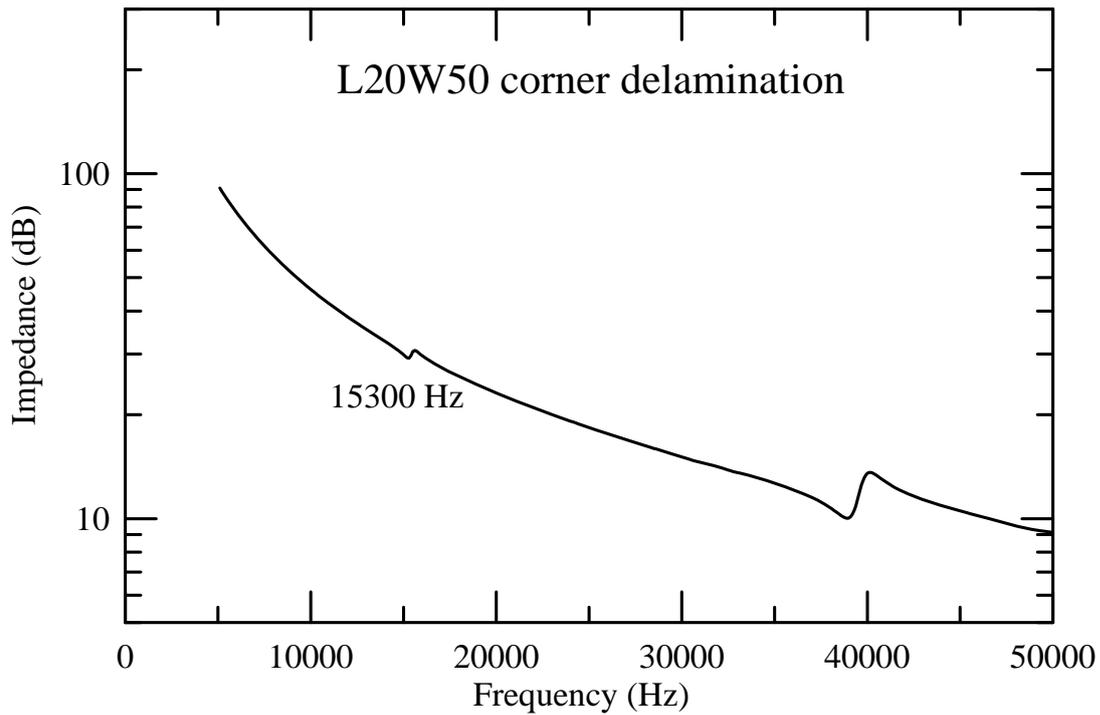


圖 2-114 Type-III PFC 在 L20mm x W50mm 的角落脫層的分析阻抗響應

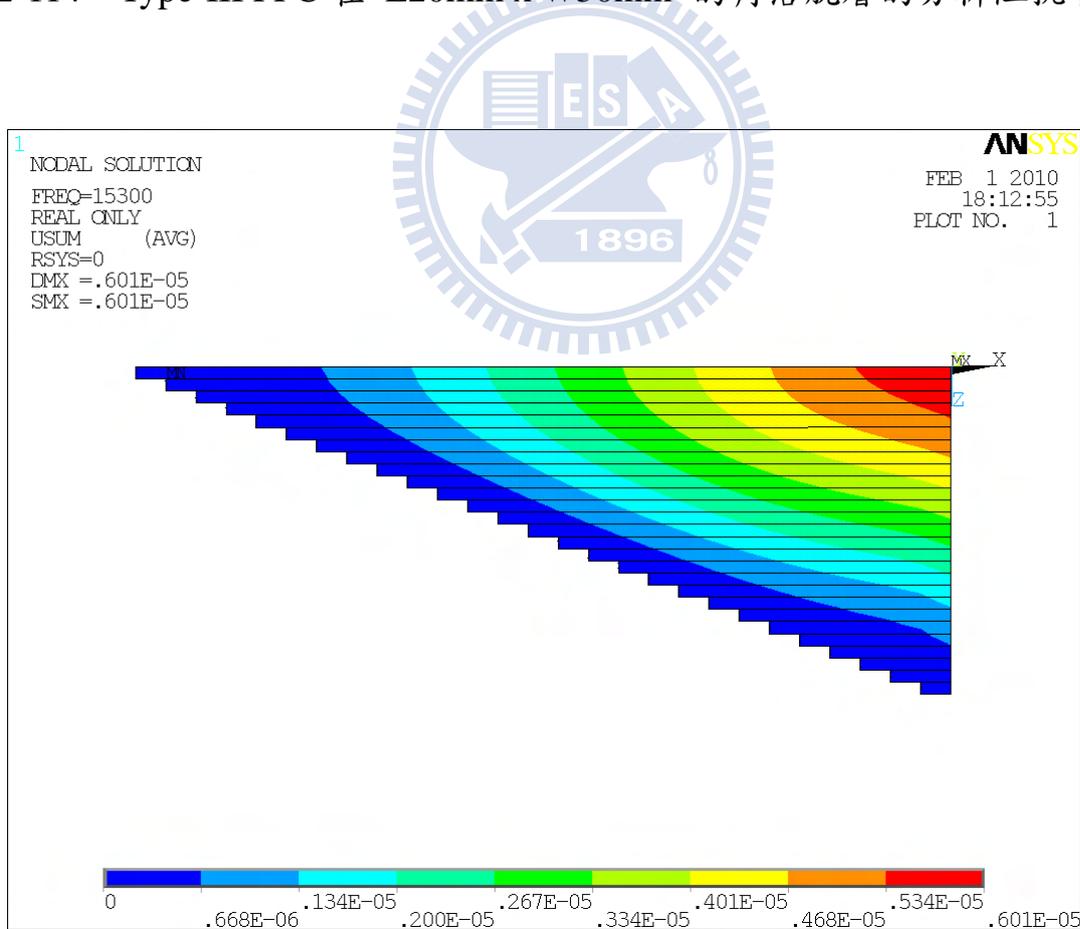


圖 2-115 Type-III PFC 在 L20mm x W50mm 的角落脫層的分析振形 (15,300Hz)

第三章 實驗量測與結果

本研究的試驗執行分成兩大部份，第一部分是主動纖維複材的材料特性量測，運用試驗方法找出主動纖維複材的等效材料參數，並與第二章分析求出之等效參數比較，提高分析模型預測之準確性。第二部分是將主動纖維複材黏貼於鋁板上進行實際的量測。本研究所採用之主動纖維複材為美國 ACI (Advanced Cerametrics, Inc., Lambertville, New Jersey, USA) 公司所產製的 PFC 貼片，第一種稱之為 Type-I PFC，尺寸為長度 6 英吋、寬度 0.5 英吋、總厚度為 0.4mm，指叉電極的厚度為 25.4 μ m，電極間距與電極寬度均為 0.5mm。壓電纖維的材料為 PZT-5A，纖維的直徑為 250 μ m，如圖 3-1 ~ 圖 3-3 所示。第二種 ACI 公司編號為 FIB-PFC-W54，其尺寸為長度 6 英吋、寬度 2 英吋、總厚度為 0.4mm (如圖 3-4 所示)，為減少試件的消耗並配合分析與實驗的進行，本研究將此種尺寸的 PFC 貼片裁成長度 10mm x 寬度 50mm 的 Type-II PFC(如圖 3-5 所示)與長度 60mm x 寬度 50mm 的 Type-III PFC(如圖 3-6 所示)。ACI 公司提供之 PFC 相關數據如表 3-1 所列，表 3-2 所列則為壓電纖維之相關數據。

表 3-1 ACI 公司提供的 PFC 相關尺寸、物性與電性數據表

Electrode	Pitch (mm)	0.5
	Thickness (μm)	25.4
Fiber	Type	PZT-5A
	Diameter (μm)	250
AFC	Overall dimension (mm)	154x15.3x0.4
	Active dimension (mm)	128x10x0.4
	Weight (g)	2.05
	Density (g/cm^3)	2.17
	Areal density (g/cm^2)	0.087
Performance	Average strain (microstrain, 3kV_{pp} , 600V_{dc})	2300
	Blocking force (lb)	120
	d_{33} (pm/V)	260
	s_{33}^E	40×10^{-12}
	s_{13}^E	-11×10^{-12}
	k_{33}	495
	Operation voltage (V)	-1500 to 2800

表 3-2 ACI 公司所生產 PZT-5A 壓電纖維材料參數

Properties	PZT-5A
Density(g/cm ³)	7.5
Young's Modulus ($\times 10^{10}$ N/m ²)	6.6
Curie Temperature (°C)	350
Mechanical Q	100
Dielectric Constant (1 kHz)	1725
Dissipation Factor (1 kHz)	2.0
k_{31}	0.36
k_p	0.62
k_{33}	0.72
k_{15}	0.69
d_{31} ($\times 10^{-12}$ m/V)	-173
d_{33} ($\times 10^{-12}$ m/V)	380
d_{15} ($\times 10^{-12}$ m/V)	582
g_{31} ($\times 10^{-3}$ Vm/N)	-11.5
g_{33} ($\times 10^{-3}$ Vm/N)	25.0
g_{15} ($\times 10^{-3}$ Vm/N)	38.2
s_{11}^E ($\times 10^{-12}$ m ² /N)	15.2
s_{12}^E ($\times 10^{-12}$ m ² /N)	-5.3
s_{33}^E ($\times 10^{-12}$ m ² /N)	18.3

3.1 主動纖維複材的材料特性試驗

本節的主要目的是以實驗方法找出所使用之壓電纖維複材的等效材料參數，將之做為數值分析及有限元素分析的依據。材料特性量測主要分為

壓電常數量測與阻抗量測，茲分別敘述如後。

3.1.1 壓電常數量測

壓電常數量測的目的是在確認壓電纖維複材的實際壓電常數，施加電壓於 PFC 的電極，使其產生變形，直接量測其變形量或經由黏貼在 PFC 上的應變規量測其應變，再推算其等效材料參數。首先在 Type-I PFC 的壓電纖維複材試片上黏貼 KYOWA (KYOWA Electronic Instruments Co. Ltd., Tokyo, Japan) 公司製造的雙軸應變規，型號為 KFG-2-120-D16-11 L1M2S，詳細規格如表 3-3 所列。

表 3-3 KYOWA 雙軸應變規的規格

Type	KFG-2-120-D16-11 L1M2S	
Gage Length	2	mm
Gage Resistance (24°C, 50%RH)	120.4 ± 0.4	Ω
Gage Factor (24°C, 50%RH)	2.08 ± 1.0	%
Adoptable Thermal Expansion	11.7	PPM/°C
Transverse Sensitivity (24°C, 50%RH)	0.70	%

在量測壓電常數 d_{31} 、 d_{33} 時，為了確保結構處於 free-free 狀態，將試片置於泡棉上，以最大電壓可達 2500V 之高電壓供應器 (PS325, Stanford Research Systems, Sunnyvale, CA, USA)，由低至高施加正電壓於試片的正負極上，由應變量測儀 (P-3500, Vishay Measurements Group, Inc, Wendell, NC, USA) 量測軸向及側向應變，每階段施加電壓增量 20V 並紀錄其應變讀數，實驗裝置如圖 3-7 所示。依據壓電材料的本構方程式 $\mathbf{S} = \mathbf{d}^T \mathbf{E} + \mathbf{s}^E \mathbf{T}$ ，在 free-free 狀態下，由纖維方向 (x_3 方向) 電場激發的軸向及側向應變，可求得

壓電常數 d_{31} 、 d_{33} ，實驗量測結果如圖 3-8 與圖 3-9 所示。表 3-4 所列為 d_{31} 與 d_{33} 各量測 4 次實驗數據， d_{31} 與 d_{33} 量測的平均值約為 -156.66 及 324.39×10^{-12} cI/N。

表 3-4 壓電常數 d_{31} 、 d_{33} 實驗數據表

Specimen	d_{31} (10^{-12} cI/N)	d_{33} (10^{-12} cI/N)
No.1	-158.568	322.94
No.2	-156.914	321.39
No.3	-155.033	327.587
No.4	-156.11	325.646
Average	-156.66	324.39

3.1.2 拉伸試驗

拉伸試驗的主要目的是在量測壓電纖維複材的楊氏模數 \bar{E}_3 以及泊松比 $\bar{\nu}_{31}$ 。試驗使用 MTS (Eden Prairie, Minnesota, USA) 公司的 MTS 810 system 萬能拉伸試驗機及弘達儀器公司(台北, 台灣)生產的 HT-2102 電腦伺服控制材料試驗機，執行拉伸試驗。為了掌握壓電纖維複材試片的最大容許拉伸力量，首先進行拉伸強度測試，設定萬能拉伸試驗機以 0.01 mm/s 的速度，將製作好的試片拉伸至破壞或 65N 停止。同時，應用惠斯通電橋量測應變規上電阻值變化並將此數據傳輸送至資料擷取系統進行分析，實驗裝置如圖 3-10 所示。

圖 3-11 與圖 3-12 所示為軸向應力對軸向應變、側向應變對軸向應變的關係，實驗數據如表 3-5 所列。軸向應變小於 250μ 時，應力應變曲線的斜率皆呈現上昇。量測壓電常數時，所記錄的應變讀數皆不超過 200μ ，懷疑拉伸力達 65N 時，試片已經發生塑性變形。因此選擇圖中軸向應變 250μ 所對應的拉伸力約 35N，作為下次拉伸試驗的負載上限。

MTS 萬能拉伸試驗機之荷重元最小讀數為 100N，在此限制下的實驗數據將有明顯的偏差，因此選用弘達公司製造的 HT-2102 電腦伺服控制材料試驗機，其搭配較小的荷重元，最大負荷為 20kg (約 200N)，進行拉伸試驗，可以獲得較精準的數值。另外將試片的正負極末端牽引出的電線，接觸拉伸試驗機的機台，形成共地的短路狀態，避免壓電纖維複材試片受到拉伸產生的正壓電效應影響應變規電阻值變化，如圖 3-13 所示。另設計一開路 (open circuit) 的對照組，進行相同條件的拉伸試驗，量測軸向楊氏模數 \bar{E}_3 、泊松比 $\bar{\nu}_{31}$ 。如圖 3-14 至圖 3-15 所示，短路與開路狀態的楊氏模數及泊松比分別為 22.516GPa、0.298 及 21.641GPa、0.302，兩者間存在些微差異。推測可能原因如下：

- (1) 因為施力的範圍較小(上限約 35N)，所造成壓電效應不顯著，因此兩種情況 \bar{E}_3 值僅有些微變化。
- (2) 實驗誤差。因為施力的範圍在儀器的最低限度附近，造成應變值發生跳動情形。
- (3) 由壓電材料的本構方程式 $\mathbf{S} = \mathbf{d}^T \mathbf{E} + \mathbf{s}^E \mathbf{T}$ 可知，當應力固定時，應變與電場強度呈現正比關係，因此軸向電場的開路試片的應變會大於短路情況的應變。
- (4) 泊松比 (ν_{31}) 在兩種情況下，受限於施力的範圍，實驗數據差異不大。

楊氏模數 \bar{E}_3 及泊松比 $\bar{\nu}_{31}$ 均為工程常數 (engineering constants)，利用公式 $s_{33}^E = 1/\bar{E}_3$ 、 $s_{31}^E = -\bar{\nu}_{31}/\bar{E}_3$ ，可求得撓性常數 s_{33}^E 、 s_{31}^E ，實驗數據整理如表 3-6 所列。為了方便檢閱，將上述量測壓電常數及拉伸試驗的實驗步驟及結果歸納成表 3-7。表 3-8 所列則為實驗數據、等效模型預測值及 ACI 公司附錄之比較。

表 3-5 萬能試驗機 MTS 拉伸結果表

Specimen	\bar{E}_3 (GPa)	$\bar{\nu}_{31}$
No.1	5.864	0.29
No.2	6.73	0.179
No.3	5.517	0.146

表 3-6 撓性常數表

measurement	s_{33}^E (10^{-12} m ² /N)	s_{31}^E (10^{-12} m ² /N)
short circuit	44.413	-13.235
open circuit	46.208	-13.955
average	45.311	-13.595

表 3-7 實驗條件及結果

量測常數	d_{31} 、 d_{33}	\bar{E}_3 、 $\bar{\nu}_{31}$
計算公式	$\mathbf{S} = \mathbf{d}^T \mathbf{E} + \mathbf{s}^E \mathbf{T}$	$\bar{E}_3 = \sigma_{33} / \epsilon_{33}$ ， $\bar{\nu}_{31} = -\epsilon_{11} / \epsilon_{33}$
量測系統	應變量測儀(Vishay Measurements Group P-3500)、 高電壓供應器(Stanford Research Systems)	萬能拉伸試驗機(MTS 810 system)、 惠斯通電橋(Kyowa, 120Ω)、 電腦數據擷取、伺服控制材料試驗機(弘達 HT-2102)
實驗結果	$d_{31} = -156.661 (\times 10^{-12} \text{ cl/N})$ $d_{33} = 324.392 (\times 10^{-12} \text{ cl/N})$	short circuit : $\bar{E}_3 = 22.516 \text{ GPa}$ ， $\nu_{31} = 0.298$ open circuit : $\bar{E}_3 = 21.641 \text{ GPa}$ ， $\nu_{31} = 0.302$

表 3-8 實驗數據與等效模型預測值比較

	\bar{E}_3 (GPa)	$\bar{\nu}_{31}$	d_{31} (10^{-12} cI/N)	d_{33} (10^{-12} cI/N)
實驗量測	22.078	0.3	-156.661	324.392
等效模型	23.3	0.373	-149.821	348.89
ACI 產品附錄	25	0.275	-	260

3.2 主動纖維複材的阻抗量測

主動纖維複材具備輕薄的特性，無法以傳統加速計量測其振動的特性。但其具備壓電特性，可藉由阻抗量測知道其共振頻率，基本原理說明如下。



3.2.1 阻抗與模態

電阻抗是壓電元件的一項顯著特徵。壓電元件受到高頻驅動時的阻抗會與非壓電介質的阻抗有顯著的差異。此種差異源於電能輸入到機械運動輸出的耦合。

電阻抗的定義為通過元件的電壓降除以通過元件的電流。對於一個簡單幾何的壓電元件而言，電阻抗在給定之頻率範圍內的響應呈現類似圖 3-16 所示。具有相同外型與介電性的非壓電元件的阻抗如圖中的藍色線條所示。由於電氣共振和反共振的存在，使得壓電阻具有獨特性。因電力輸入信號的激振導致壓電元件的機械共振。對於每一個具備機械共振的壓電元件而言，共振/反共振的現象會成對存在於阻抗中。

3.2.2 阻抗量測方法

量測 PFC 的阻抗響應可獲得 PFC 的共振頻率，由共振頻率推算結構的等效材料參數。阻抗量測的主要裝備是網路分析儀 (HP8751A；Hewlett Packard, Palo Alto, CA, USA)，網路分析儀輸出一掃頻正弦波信號，將此信號接至網路分析儀的參考信號輸入端，同時將此掃頻正弦波信號接至 PFC 的正極上，另將 PFC 的負極以一信號線接至網路分析儀的 Ch-A(如圖 3-17 所示)。網路分析儀的相關量測參數設定後，可量獲 PFC 的阻抗。圖 3-18 所示為 PFC 在 free-free 狀態下所量測得到的阻抗頻譜，圖中的波谷即為 PFC 在纖維方向振動的共振頻率。

3.3 主動纖維複材的脫層量測試驗

本節的主要目的是量測脫層狀態下，主動纖維複材的阻抗響應。試驗配合 ANSYS 的模擬，區分成(一)脫層前緣與纖維垂直狀況、(二)脫層前緣與纖維平行狀況以及(三)角落脫層狀況。在角落脫層的試驗中又可細分為等邊角落脫層、L 邊大於 W 邊的角落脫層與 L 邊小於 W 邊的角落脫層。茲就各種不同脫層狀況的試驗於後續各節中詳細說明。

3.3.1 脫層前緣與纖維方向垂直時的阻抗量測

模擬邊緣脫層與纖維方向垂直的作法是將 ACI 公司製造的 PFC 以 Henkel (Dusseldorf, Germany)公司製造的 LOCTITE Hysol E-120HP 環氧樹脂，黏貼在一模擬主結構的鋁板(長 600mm × 寬 600mm × 厚 5mm)上，並在 PFC 的纖維方向上離電極端子較遠的一端，分別留有不同比例的面積不與鋁板黏貼，模擬 PFC 具有脫層的狀況，如圖 3-19 所示。圖 3-20 為 Type-I

的壓電纖維複材完全黏貼在鋁板的照片，圖 3-21~圖 3-28 所示為纖維方向具有 13、26、39、52、65、78、91 與 104mm 邊緣脫層的試件，圖 3-29~圖 3-37 所示分別為上述 Type-I 壓電纖維複材的阻抗響應量測曲線。表 3-9 則為 Type-I PFC 在不同長度脫層時之量測結果比較表。

表 3-9 Type-I PFC 的脫層前緣與纖維垂直，不同長度脫層的共振頻率量測值

脫層長度(mm)	第一模態(Hz)	第二模態(Hz)	第三模態(Hz)
13	39,538		
26	23,394	69,813	
39	15,688	46,738	74,375
52	13,269	37,288	62,000
65	10,456	30,538	51,000
78	8,656	25,531	42,406
91	7,306	21,763	36,500
104	6,406	18,500	31,044

圖 3-38~圖 3-42 則分別為 Type-III PFC 完全黏貼在鋁板上及分別具有 10、20、30 與 40mm 垂直纖維之邊緣脫層的試件，圖-43 為 Type-III PFC 在 free-free 狀態時的阻抗響應，圖 3-44 為 Type-III PFC 在完全黏著於鋁板時的阻抗響應，圖 3-45~圖 3-48 所示則分別為具備上述脫層之壓電纖維複材量測的阻抗響應量測曲線。表 3-10 則為 Type-III PFC 在不同長度脫層時之量測結果比較表。

表 3-10 Type-III PFC 脫層前緣與纖維垂直，不同長度脫層的共振頻率量測值

脫層長度(mm)	1 st mode (Hz)
10	-----
20	18,771
30	17,643
40	16,030

3.3.2 邊緣脫層前緣與纖維平行的阻抗量測

Type-I PFC是ACI 公司早期所推出的產品，為一細長的帶狀，不易製作本節所要探討的脫層狀況。ACI後來推出型號為FIB-PFC-W54的壓電纖維複材，寬度可達50mm，如圖3-4所示。本試驗將此型號的壓電纖維複材裁切成纖維長度為10mm、寬度為50mm的Type-II PFC(如圖3-5所示)以及纖維長度為60mm、寬度為50mm的Type-III PFC(如圖3-6所示)，以利製作脫層前緣與纖維平行的邊緣脫層。Type-II PFC在free-free狀態下的阻抗響應如圖3-49所示。圖3-50所示為Type-II PFC以Loctite Hysol E-120HP環氧基樹脂黏貼在5mm厚的鋁板上的照片。圖3-51~圖3-58為壓電纖維複材與5mm厚的鋁板之間設有5、10、15、20、25、30、35及40mm寬的邊緣脫層。圖3-59為Type-II PFC完全黏於鋁板的阻抗頻率響應函數。圖3-60~圖3-67為HP8751A網路分析儀量測前述各種脫層的阻抗頻率響應函數。

圖3-68~圖3-71為Type-III PFC黏貼於5mm厚的鋁板上並分別設有10、20、30及40mm寬之邊緣脫層的照片。圖3-72~圖3-75為量測各種尺寸脫層的阻抗頻率響應函數。

3.3.3 二維邊緣脫層的阻抗量測

二維邊緣脫層的壓電纖維複材試件是纖維長度為60mm、寬度50mm及厚度為0.4mm之Type-III PFC，如圖3-6所示。試驗分成纖維方向L邊與寬度方向W邊相同的等邊角落脫層、L邊大於W邊及L邊小於W邊的不等邊角落脫層三種狀況。

圖3-76~圖3-83為Type-III PFC黏貼在鋁板但分別有10、20、30、35、40、45與50mm的之邊角落脫層的照片。前述Type-III PFC的各種等邊角落脫層的阻抗響應量測曲綫則分別示於圖3-84~圖3-91。

不等邊的角落脫層之W邊為20mm、L邊分別為30、40與50mm的不等邊角落脫層照片如圖3-92~圖3-94所示，其阻抗頻率響應則如圖3-95~圖3-97所示。

不等邊的角落脫層之L邊為20mm、W邊分別為30、40與50mm的不等邊角落脫層照片如圖3-98~圖3-100所示，所對應的阻抗頻率響應如圖3-101~圖3-103所示。

3.4 主動纖維複材脫層的驗證

前述章節已說明主動纖維複材產生邊緣脫層的偵測技術，本節將說明應用電子光斑干涉術證實阻抗量測所得之頻率即為數值模擬對應之模態。茲就電子光斑干涉術的理論及實驗架構說明如下。

3.4.1 電子光斑干涉術

干涉術(interferometry)主要利用同調光(coherent light)相位一致的特

性，將之分成兩道光路入射至待測物表面，物體表面發生變形時，將會造成光程的變化。這種光程的變化會造成干涉光場相位之改變，呈現明暗相間的條紋於成像面上。

電子光斑干涉術於 1971 年由 Butters 與 Leendertz 所提出[38]。此種量測法先將雷射光照射在待測物體與參考鏡面上，在將兩道光反射進入電子照相機後，產生干涉。於待測物變形前後各擷取一光斑圖形，將兩圖形之照度相減而獲得干涉條紋，由於不需拍全像底片，也不需在暗房中操作，比傳統的全像(holographic)技術在時間及空間上都方便許多，所以被廣泛運用到物體受負載後的變形量測。電子光斑干涉術(electronic speckle pattern interferometry, ESPI)是一種利用電子影像感測元件及數位影像處理技術記錄低空間頻率(low spatial frequency)的全像干涉術。此種技術具即時、全域與非接觸的量測優點，靜態量測可以得到待測物變形量。動態量測可以得到待測物的振形，是一種用途廣泛的光學量測方法。依據待測物變形方向作區別，可分為面外量測與面內量測兩種系統架構。面外量測主要是針對垂直待測物表面的位移，面內量測則是針對平行待測物表面之位移。

將雷射照射在物體的粗糙表面後，於照射面呈現一層亮度不規則的細微亮點稱之為斑點，如圖 3-104 所示。當入射光打在空間中一平面，該面的粗糙度決定反射光的振幅與相位。假設入射光源具有高同調性(如雷射)，粗糙表面之高度變化大於光源的波長，將造成光程相位差改變量超過 2π 以上，破壞初始相位的規律性，即產生散射現象，並於空間中彼此干涉而形成亮暗顆粒，即為斑點效應(speckle effect)。斑點的大小取決於光源的波長及光學系統中的透鏡焦距、光圈。

以 U_o 及 U_r 分別表示照射於物體變形前之物體光及參考光，兩道光的電場強度為

$$U_o = u_o e^{i\varphi_o} \quad (3.4.1.1)$$

$$U_r = u_r e^{i\varphi_r} \quad (3.4.1.2)$$

其中 u_o 及 u_r 為兩道光的振幅， φ_o 及 φ_r 為初始相位。令 I_1 為照在物體變形前光干涉強度，

$$I_1 = u_o^2 + u_r^2 + 2u_o u_r \cos(\varphi_o - \varphi_r) \quad (3.4.1.3)$$

物體受外力變形後，物體光電場強度中的相位產生 $\Delta\varphi_o$ 的相位差，因此物體光電場強度變成

$$U_o = u_o e^{i(\varphi_o + \Delta\varphi_o)} \quad (3.4.1.4)$$

參考光維持不變仍為

$$U_r = u_r e^{i\varphi_r} \quad (3.4.1.2)$$

故變形後的光干涉強度可寫成

$$I_2 = u_o^2 + u_r^2 + 2u_o u_r \cos(\varphi_o + \Delta\varphi_o - \varphi_r) \quad (3.4.1.5)$$

在進行面內變形量測時，分別以 U_A 及 U_B 的來表示照射於物體變形前兩道光的電場強度：

$$U_A = u_A e^{i\varphi_A}, \quad \varphi_A = \frac{2\pi R_A}{\lambda} \quad (3.4.1.6)$$

$$U_B = u_B e^{i\varphi_B}, \quad \varphi_B = \frac{2\pi R_B}{\lambda} \quad (3.4.1.7)$$

$$U = U_A + U_B \quad (3.4.1.8)$$

其中 u_A 及 u_B 為兩道光的振幅， φ_A 及 φ_B 為初始相位， R_A 及 R_B 分別為兩道光到物體表面的光程距離， λ 為光波長。

當兩光源為同源且 $R_A = R_B$ 時，則 $u_A = u_B = u$ ，代入(3.4.1.3)式可得

$$I_1 = u^2 + u^2 + 2u^2 \cos(\varphi_A - \varphi_A) = 4u^2 \quad (3.4.1.9)$$

當物體變形後，兩光波的光程分別改變為 δ_A 與 δ_B ，如圖 3-105 所示。

$$\delta_A = d_{ip} \sin \alpha + d_{op} \cos \alpha \quad (3.4.1.10)$$

$$\delta_B = d_{ip} \sin \beta - d_{op} \cos \beta \quad (3.4.1.11)$$

上兩式中 d_{ip} 與 d_{op} 分別為待測物的面內位移與面外位移。此時兩道光電場的強度成為

$$U'_A = u_A e^{i\varphi'_A} \quad , \quad \varphi'_A = \frac{2\pi(R_A + \delta_A)}{\lambda} \quad (3.4.1.12)$$

$$U'_B = u_B e^{i\varphi'_B} \quad , \quad \varphi'_B = \frac{2\pi(R_B - \delta_B)}{\lambda} \quad (3.4.1.13)$$

變形後兩道光波合成的電場強度為

$$\begin{aligned} U' &= U'_A + U'_B \\ &= u \left(e^{i2\pi(R+\delta_A)/\lambda} + e^{i2\pi(R-\delta_B)/\lambda} \right) \end{aligned} \quad (3.4.1.14)$$

由(3.4.1.3)式知，此時光強度可表示為

$$\begin{aligned} I_1' &= u_A^2 + u_B^2 + 2u_A u_B \cos(\varphi'_A - \varphi'_B) \\ &= u_A^2 + u_B^2 + 2u_A u_B \cos \left[\frac{2\pi(R_A + \delta_A)}{\lambda} - \frac{2\pi(R_B - \delta_B)}{\lambda} \right] \\ &= 2u^2 \left[1 + \cos \frac{2\pi(\delta_A + \delta_B)}{\lambda} \right] \end{aligned} \quad (3.4.1.15)$$

將變形前的光強(3.4.1.9)減去變形後的光強(3.4.1.15)可得

$$\begin{aligned} I_2 &= I_1 - I_1' \\ &= 4u^2 - 2u^2 \left[1 + \cos \frac{2\pi(\delta_A + \delta_B)}{\lambda} \right] \\ &= 2u^2 \left\{ 1 - \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left[d_{ip} (\sin \alpha + \sin \beta) + d_{op} (\cos \alpha - \cos \beta) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.4.1.16)$$

當兩物光的入射角相等時($\alpha = \beta = \theta$)，則(3.4.1.16)式可簡化為

$$I_2 = 2u^2 \left\{ 1 - \cos \left[\frac{4\pi \sin \theta}{\lambda} d_{ip} \right] \right\} \quad (3.4.1.17)$$

當 $(4\pi \sin \theta / \lambda) d_{ip} = (2n + 1)\pi, n = 0, 1, 2, \dots$ 時， I_2 的值最大。故當結構的

面內位移

$$d_{ip} = \frac{(2n+1)\lambda}{4\sin\theta} \quad (3.4.1.18)$$

在光干涉圖上會呈現亮紋。當 $(4\pi\sin\theta/\lambda)d_{in} = 2n\pi, n = 0, 1, 2, \dots$ 時， I_2 的值為零。在結構的面內位移

$$d_{ip} = \frac{n\lambda}{2\sin\theta} \quad (3.4.1.19)$$

在光干涉圖上會呈現暗紋。由(3.4.1.18)與(3.4.1.19)的亮暗紋差可得面內位移為

$$d_{ip} = \frac{\lambda}{2\sin\theta} \quad (3.4.1.20)$$

將電子光斑干涉術運用於振動量測是針對待測物屬於穩態的運動特性，其運動方式對時間而言是週期性變化，這種量測最廣泛的方法是應用均時法(time-averaging method)。均時法的特點主要是利用 CCD 在曝光時間內連續擷取並儲存物體振動時的影像，進行影像處理。處理後的影像在物體節線區(nodal)會較亮，所以我們能很清楚看到全場干涉圖的結線位置。以數學式表示，均時法所得到的條紋皆由零階貝索函數(zero-order Bessel function)控制，這種現象與實驗所觀察到相符合。茲就電子光斑干涉術的面內振動量測原理說明之。

3.4.2 主動纖維複材的振動面內振動量測

1996 年 Wang [39] 等人提出振幅變動的電子光斑干涉術 (amplitude-fluctuation ESPI, AF-ESPI)，主要是利用 CCD 擷取兩個振幅不同的影像，進行影像相減處理，其基本理論如下。

首先對正在振動的試片擷取一張影像作參考，其光強可表示為

$$I_1 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \left\{ I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left[\varphi + \frac{2\pi}{\lambda} 2B \sin \theta \cos \omega t\right] \right\} dt \quad (3.4.2.1)$$

其中， τ 為 CCD 取像時間， I_o 為物光光強， I_r 為參考光光強， θ 為兩物光夾角之半， B 為振幅， ω 為振動角頻率。如圖 3-106 所示。

$$\text{令 } \Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} (2B \sin \theta) \quad (3.4.2.2)$$

則(3.4.2.1)式可寫成

$$I_1 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \left\{ I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos[\varphi + \Gamma B \cos \omega t] \right\} dt \quad (3.4.2.3)$$

上式中

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau} \cos[\varphi + \Gamma B \cos \omega t] dt &= \text{Re} \left\{ \int_0^{\tau} \exp[i\varphi + i\Gamma B \cos \omega t] dt \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ e^{i\varphi} \int_0^{\tau} \exp[i\Gamma B \cos \omega t] dt \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ e^{i\varphi} \int_0^{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\Gamma B) e^{in\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)} dt \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ e^{i\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\Gamma B) e^{in\frac{\pi}{2}} \frac{e^{-in\omega\tau} - 1}{-in\omega} \right\} \end{aligned} \quad (3.4.2.4)$$

令 $n=0$ ，則(3.4.2.4)式可簡化為

$$\int_0^{\tau} \cos[\varphi + \Gamma B \cos \omega t] dt = \tau (\cos \varphi) J_0(\Gamma B) \quad (3.4.2.5)$$

將(3.4.2.5)式代入(3.4.2.3)式中，得到

$$I_1 = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} (\cos \varphi) J_0(\Gamma B) \quad (3.4.2.6)$$

其中， J_0 為第一類的零階貝索函數(zero-order Bessel function of the first kind)。

繼續調整激振振幅產生 ΔB 之微量變化取第二張影像，此時之光強度為

$$I_2 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \left\{ I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos[\varphi + \Gamma(B + \Delta B) \cos \omega t] \right\} dt \quad (3.4.2.7)$$

其中

$$\begin{aligned} & \int_0^{\tau} \cos[\varphi + \Gamma(B + \Delta B) \cos \omega t] dt \\ &= \operatorname{Re} \left\{ e^{i\varphi} \int_0^{\tau} \exp[i\Gamma(B + \Delta B) \cos \omega t] dt \right\} \\ &= \operatorname{Re} \left\{ e^{i\varphi} \int_0^{\tau} \exp[i\Gamma B \cos \omega t] \exp[i\Gamma \Delta B \cos \omega t] dt \right\} \end{aligned} \quad (3.4.2.8)$$

對 $\exp[i\Gamma \Delta B \cos \omega t]$ 做泰勒級數展開後，忽略三次以上之高次項，再代入(3.4.2.8)式，積分後可得到

$$\int_0^{\tau} \cos[\varphi + \Gamma(B + \Delta B) \cos \omega t] dt = \tau \left[1 - \frac{1}{4} \Gamma^2 (\Delta B)^2 \right] J_0(\Gamma B) \quad (3.4.2.9)$$

將(3.4.2.9)代回(3.4.2.7)式，得到第二張影像之光強

$$I_2 = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} (\cos \varphi) \left[1 - \frac{1}{4} \Gamma^2 (\Delta B)^2 \right] J_0(\Gamma B) \quad (3.4.2.10)$$

將第二張影像之光強減去第一張影像之光強，即(3.4.2.10)式與(3.4.2.6)式相減，其光強度可表示為

$$\begin{aligned} I = I_2 - I_1 &= 2\sqrt{I_o I_r} \left| (\cos \varphi) \frac{1}{4} \Gamma^2 (\Delta B)^2 J_0(\Gamma B) \right| \\ &= \frac{\sqrt{I_o I_r}}{2} \left| (\cos \varphi) \Gamma^2 (\Delta B)^2 J_0(\Gamma B) \right| \end{aligned} \quad (3.4.2.11)$$

由(3.4.2.11)式觀察得知，振動振幅是由 $|J_0(\Gamma B)|$ 的函數控制。由零階貝索函數的特性得知，當振幅 $B=0$ 時， $|J_0(\Gamma B)|$ 為最大值，恰好對應振動時節線區影像亮度是最亮的實驗結果。反之當振幅愈大時則影像的亮度愈小。

3.4.3 量測光學系統架設

參考圖 3-106 所示，以一道波長為 532nm 之綠光雷射光先入射至分光鏡(beam splitter)，經過分光鏡將單一光路一分為二後，兩道光束皆入射至空間濾波器(spatial filter)後，經過 40 倍物鏡擴束後，通過 25 μ m 的針孔成球面波，照射在待測物上。實驗過程中，利用函數產生器輸出穩定的正弦波信號，經過高壓功率放大器(A-303; A.A. Lab-Systems, Ramat-Gan, ISRAEL)放大電壓，再驅動待測之壓電纖維複材。採用 CCD 相機(Basler A1021, Lecky Integration, Little Falls, NY, USA)擷取驅動電壓變化前後的兩張影像，一張當作參考影像，如圖 3-108 所示，另一張則是電壓增加的影像，如圖 3-109 所示。兩張影像相減後，做影像處理，即可得到清晰的干涉條紋如圖 3-110 所示。

3.4.4 量測結果

應用電子光斑干涉術量測主動纖維複材面內振動的振形，由阻抗量測可獲得 PFC 的共振頻率，再以此頻率之正弦波驅動壓電纖維複材，使其脫層處於共振狀態，電子光斑干涉術測得的振形與數值模擬之振形比對，證明壓電纖維複材的振動即為脫層區域的面內振動。首先利用網路分析儀量測主動纖維複材之阻抗曲線圖，阻抗響應之波谷即為主動纖維複材試片之面內共振頻率。再以函數產生器輸出該頻率之正弦波，並以功率放大器將驅動電壓放大後，驅動主動纖維複材產生振動，以 CCD 照相機拍攝兩組不同振幅的電子光斑干涉圖，兩者相減後，以影像處理程式將試片的振形呈現出來。圖 3-111~圖 3-122 分別為不同型別的主動纖維複材，在不同的邊界條件下，以電子光斑干涉術量測之振形及相同條件下的數值模擬的振形。由平行 x_1 軸與 x_3 軸的位移分量之振形可知，數值模擬獲得脫層之主動纖維複材的共振頻率確實是脫層區域的面內共振。

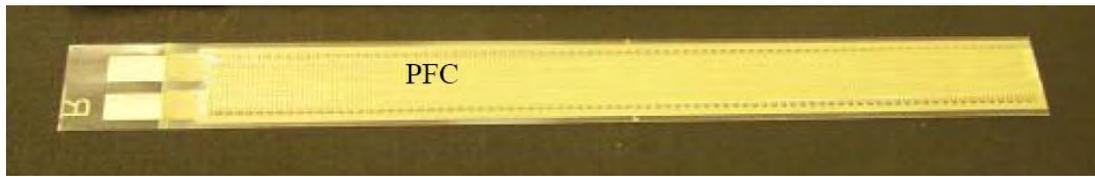


圖 3-1 ACI 公司生產之 PFC (Type-I)

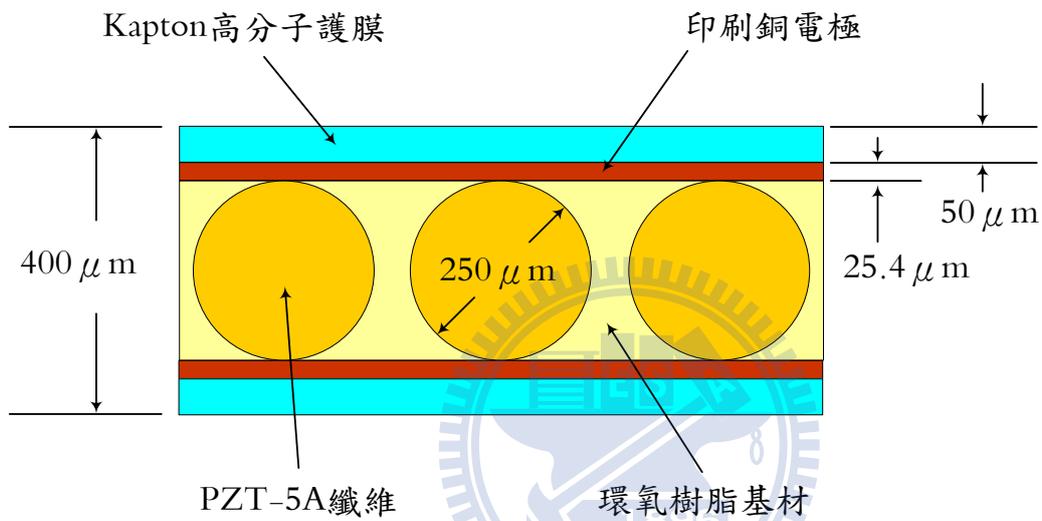


圖 3-2 PFC 的剖面與相關尺寸

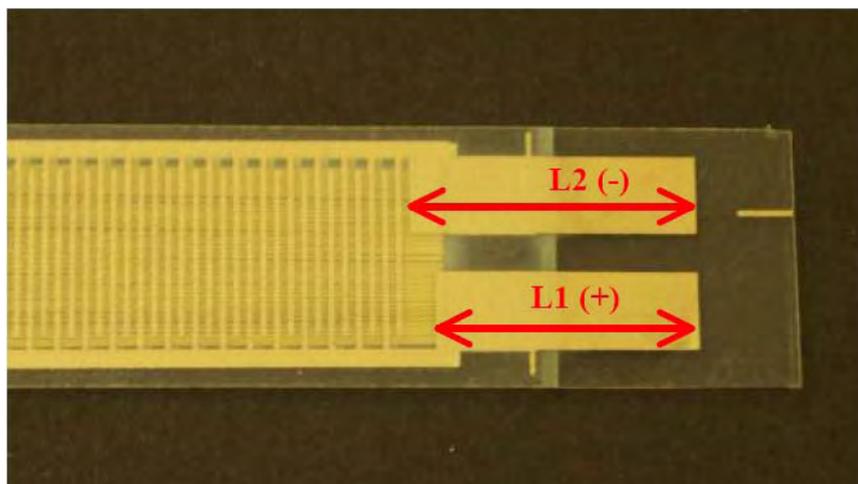


圖 3-3 PFC 一端的電極端子

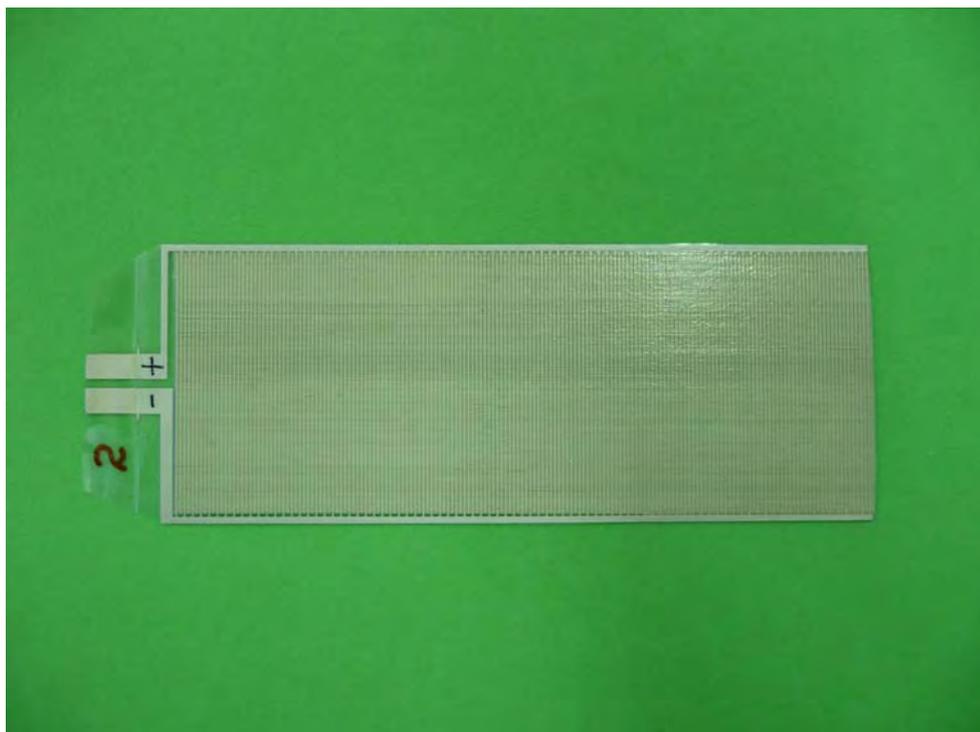


圖 3-4 ACI 公司製造之 FIB-PFC-W54 壓電纖維複材

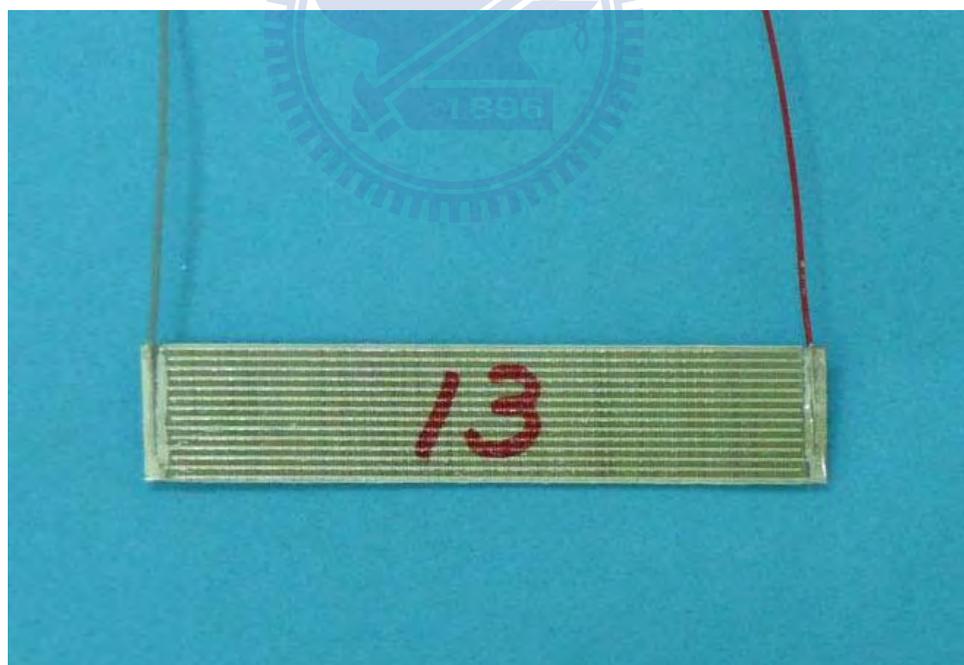


圖 3-5 由 FIB-PFC-W54 改製成 Type-II PFC：長度 10mm 寬度 50mm 之主動纖維複材

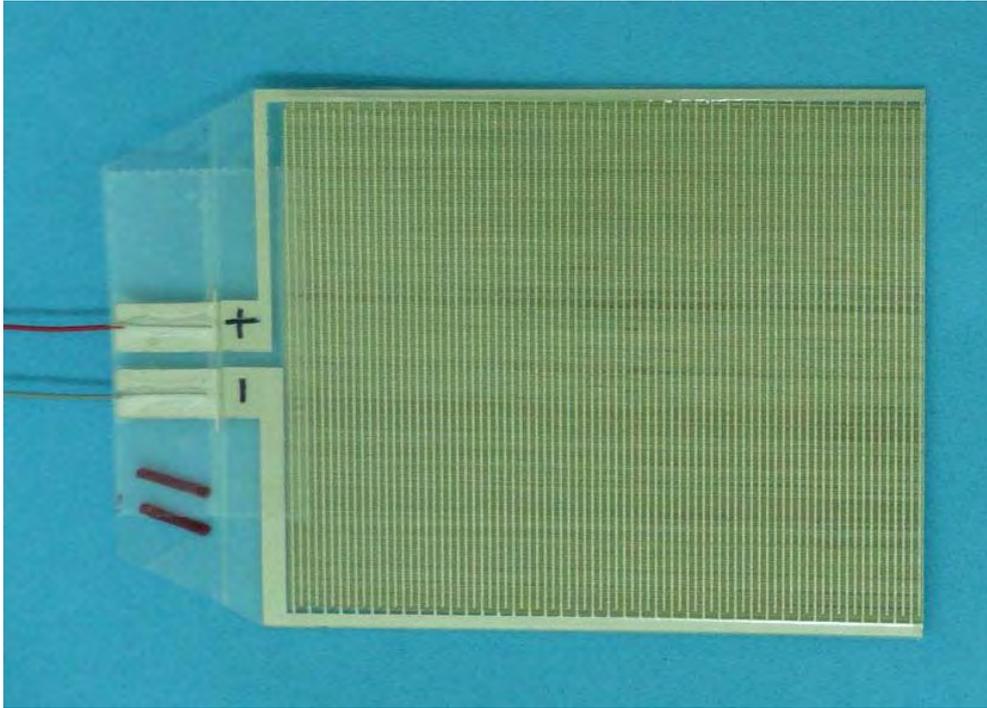


圖 3-6 由 FIB-PFC-W54 改製成 Type-III PFC：長度 60mm 寬度 50mm 之主動纖維複材



圖 3-7 壓電常數 d_{31} 、 d_{33} 量測裝置圖

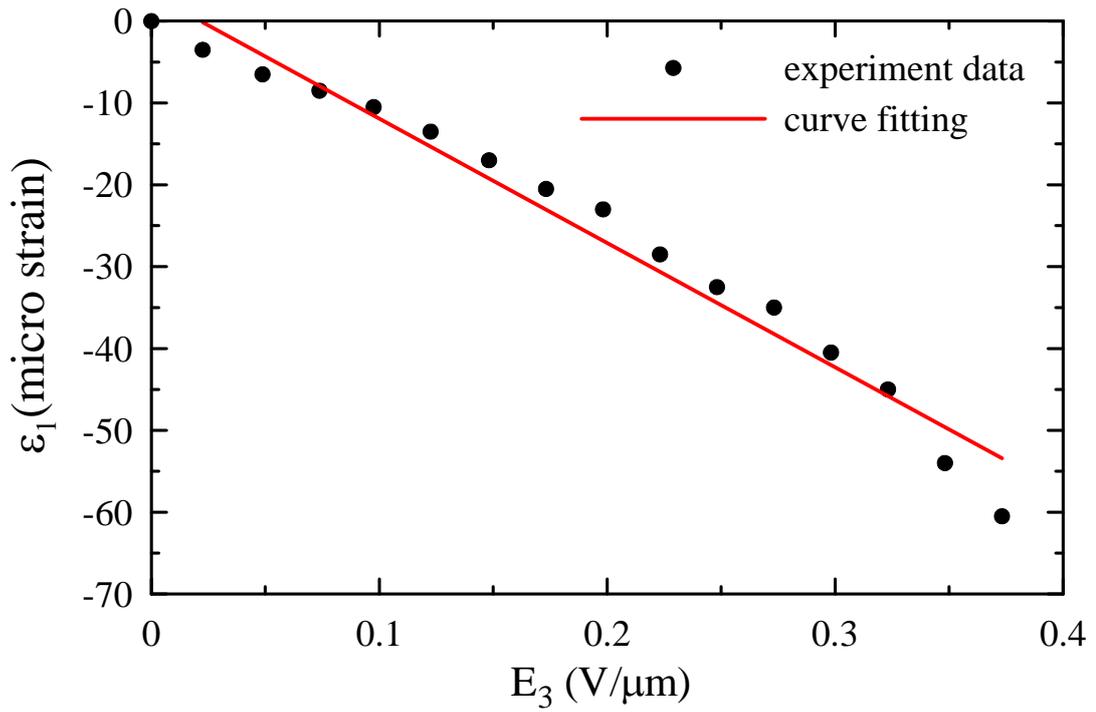


圖 3-8 d_{31} 實驗曲線圖之一

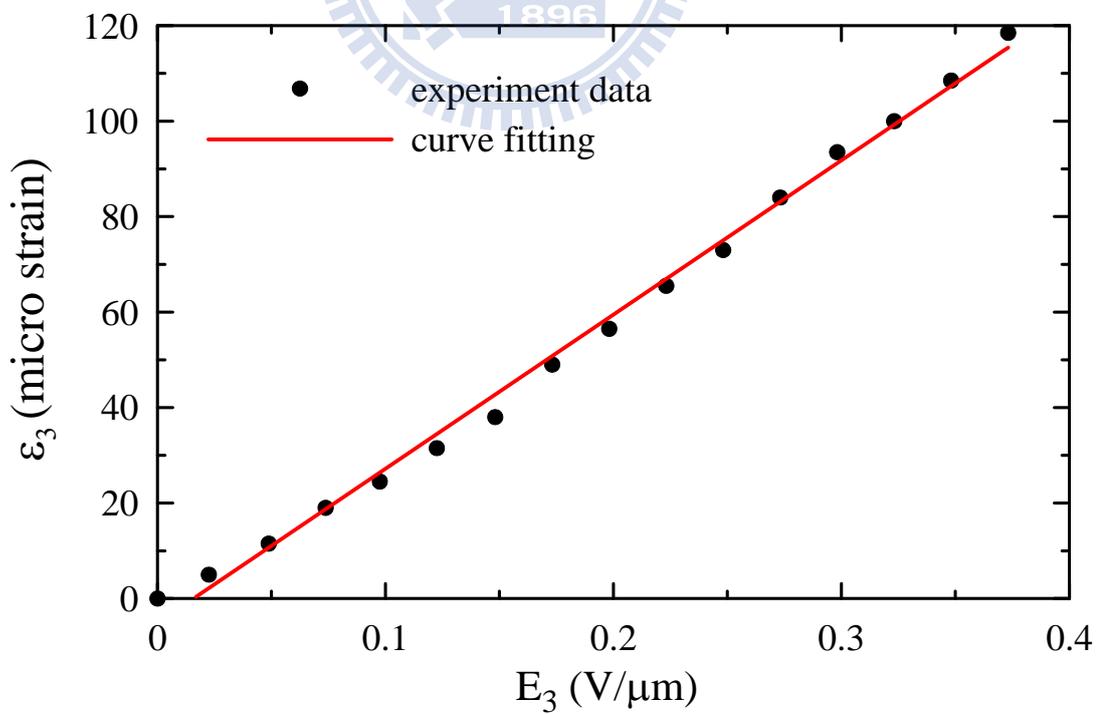


圖 3-9 d_{33} 實驗曲線圖之一

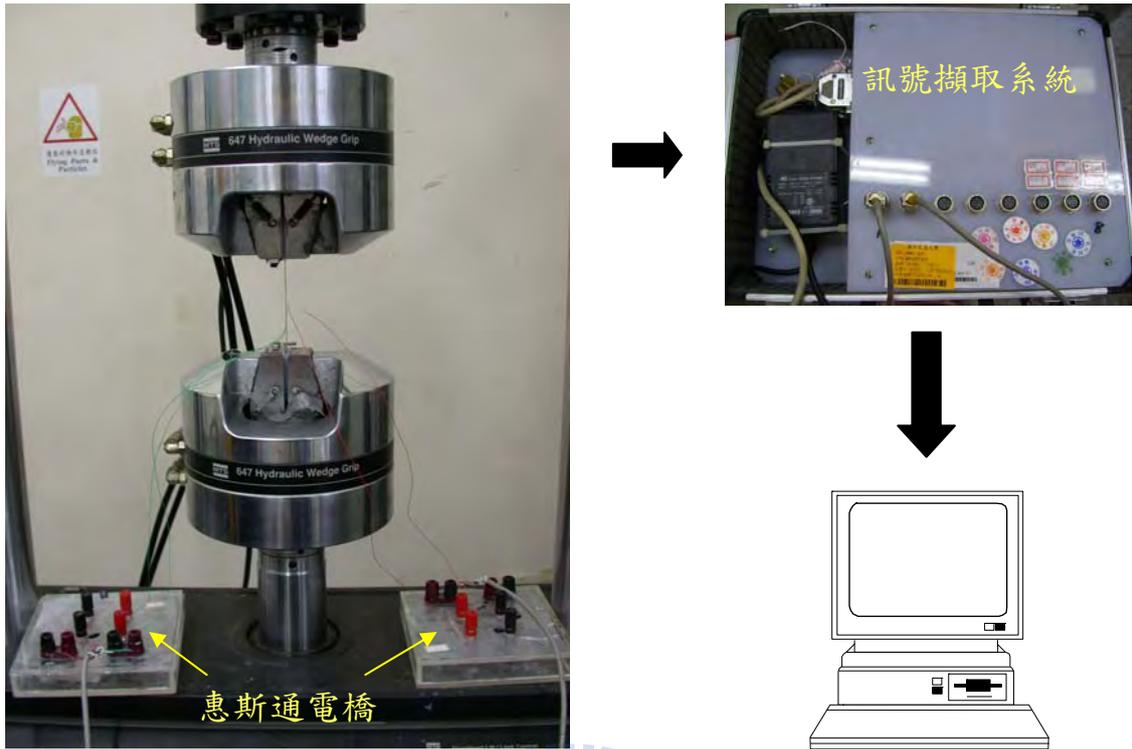


圖 3-10 MTS 萬能試驗機拉伸裝置圖

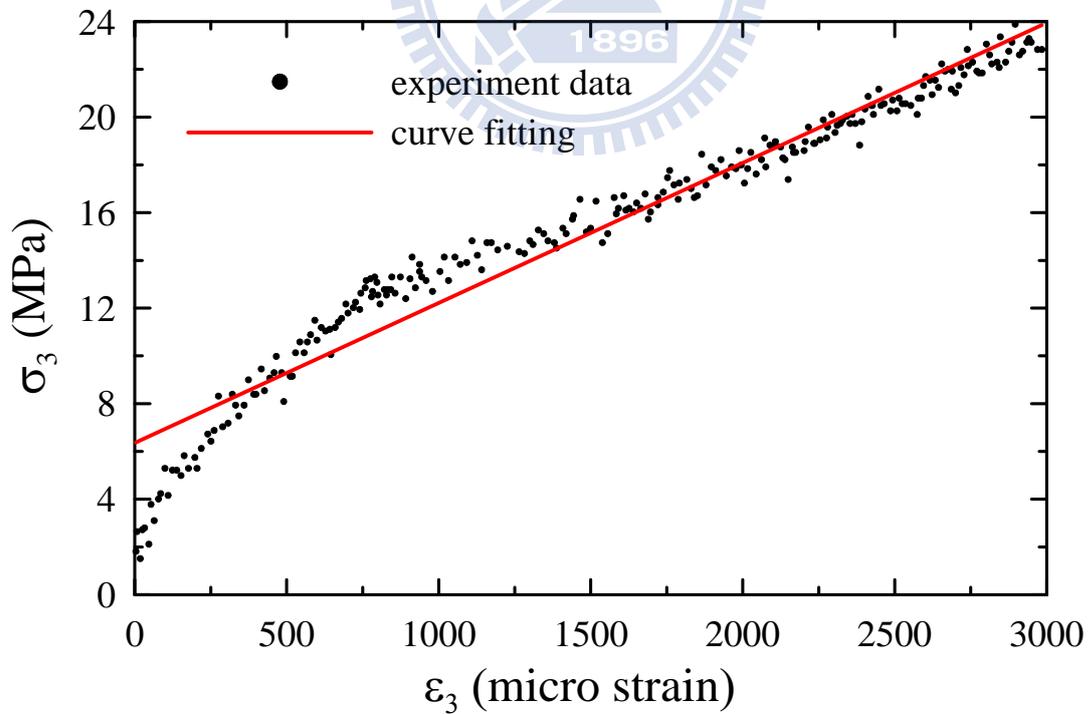


圖 3-11 MTS 萬能拉伸試驗機之軸向應力對軸向應變曲線圖之一

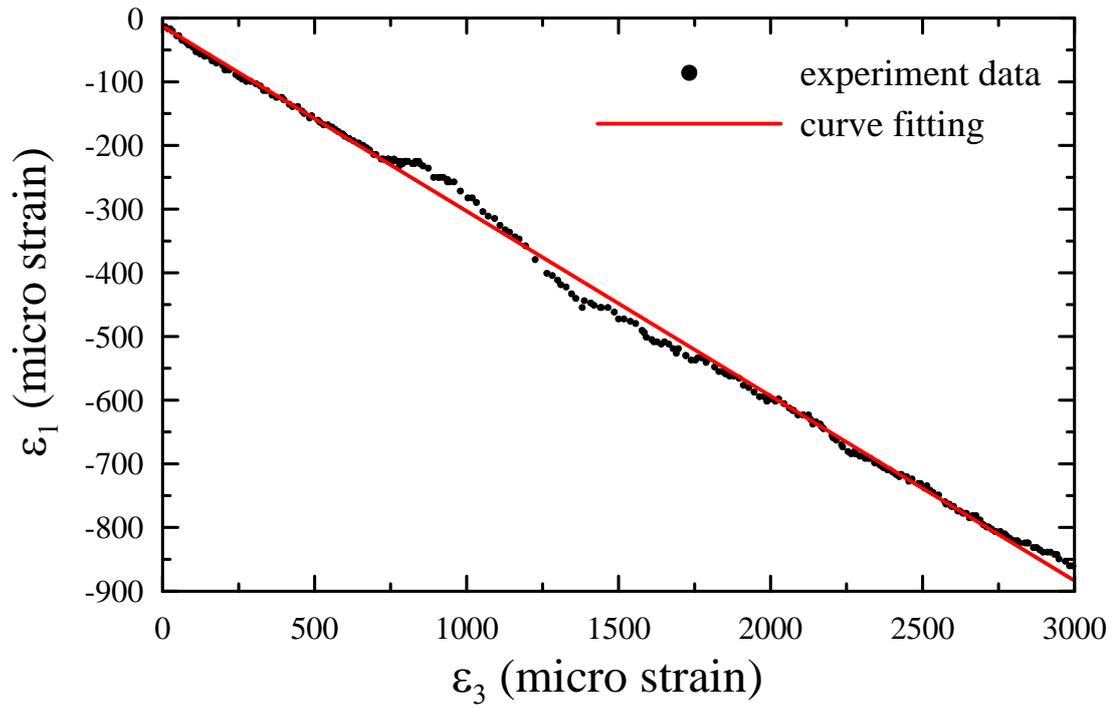


圖 3-12 MTS 萬能拉伸試驗機之側向應變對軸向應變曲線圖之一



圖 3-13 HT-2102 電腦伺服控制材料試驗機執行拉伸試驗

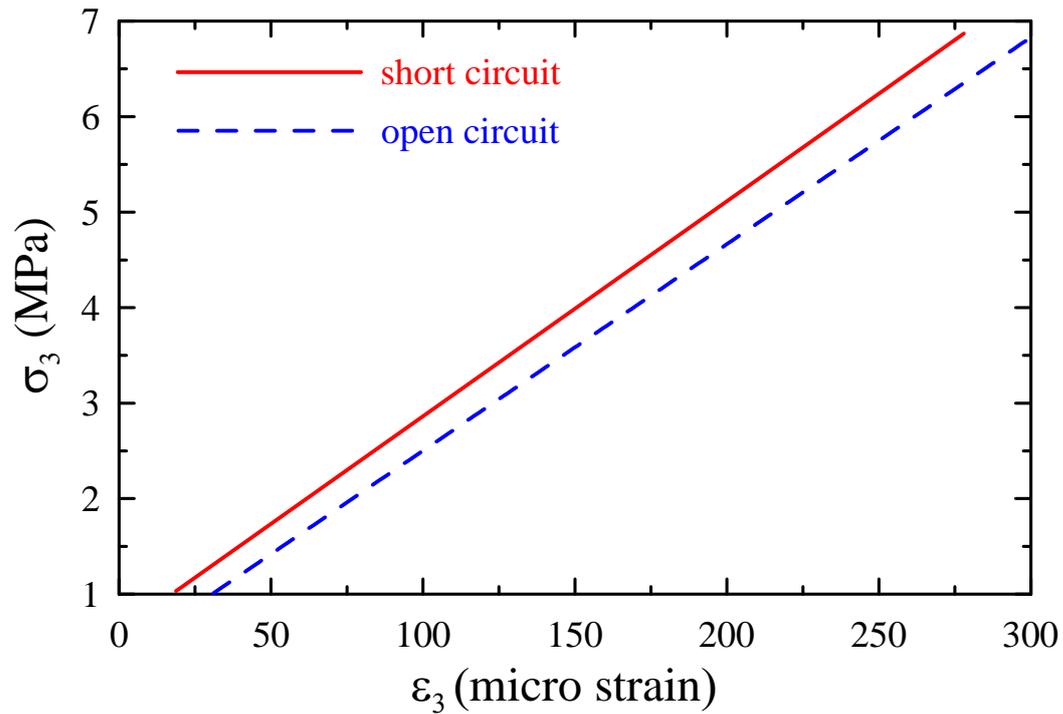


圖 3-14 HT-2102 電腦伺服控制材料試驗機之軸向應力對軸向應變曲線圖

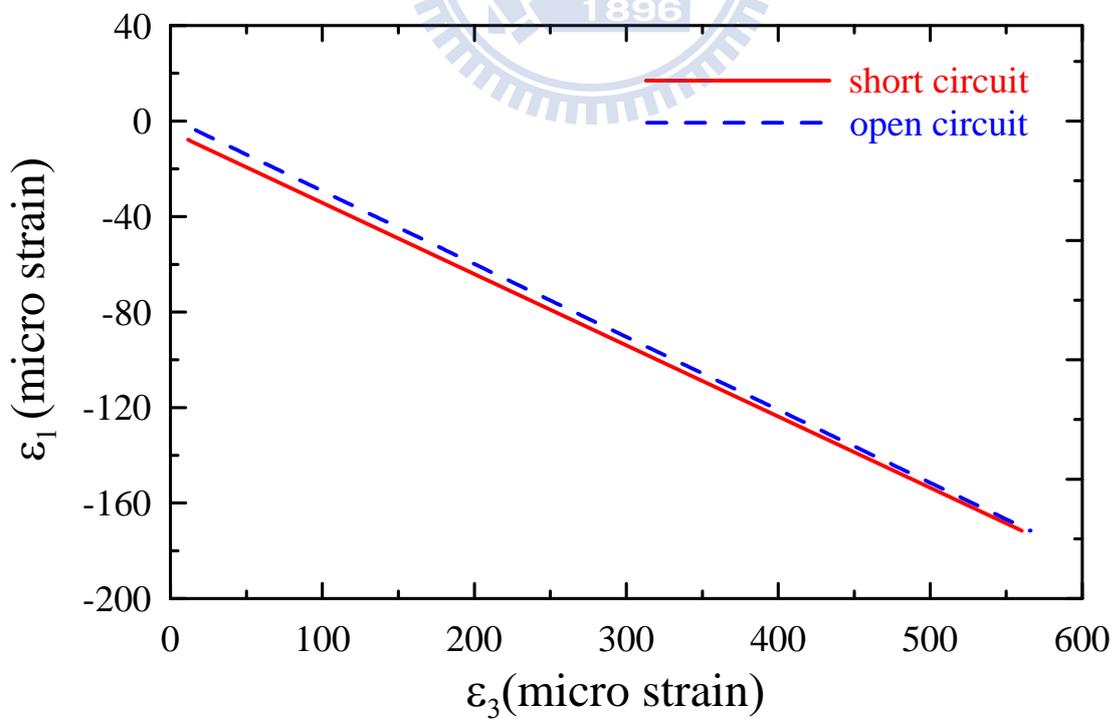


圖 3-15 HT-2102 電腦伺服控制材料試驗機之側向應變對軸向應變曲線圖
之一

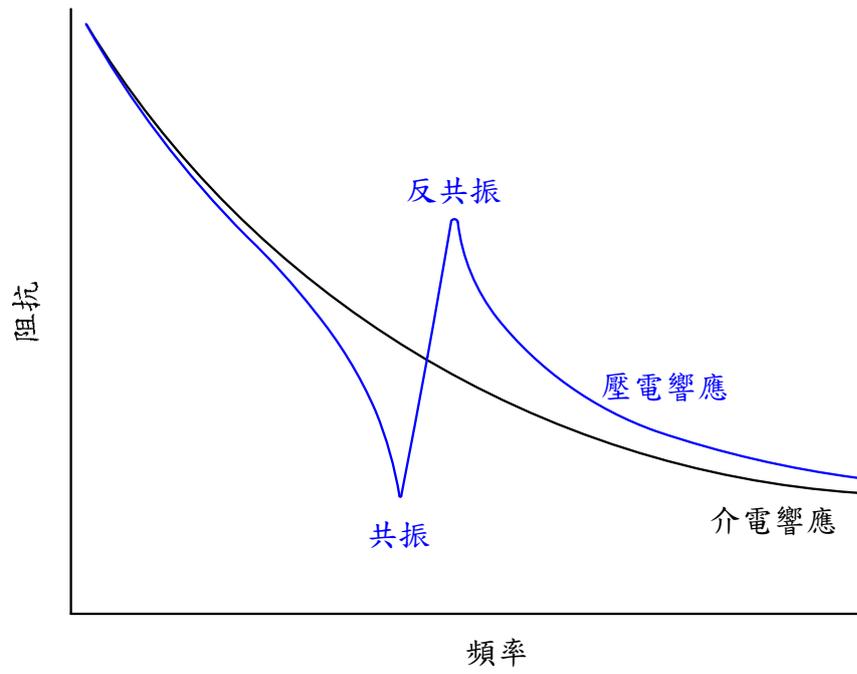


圖 3-16 典型壓電元件的阻抗響應曲線

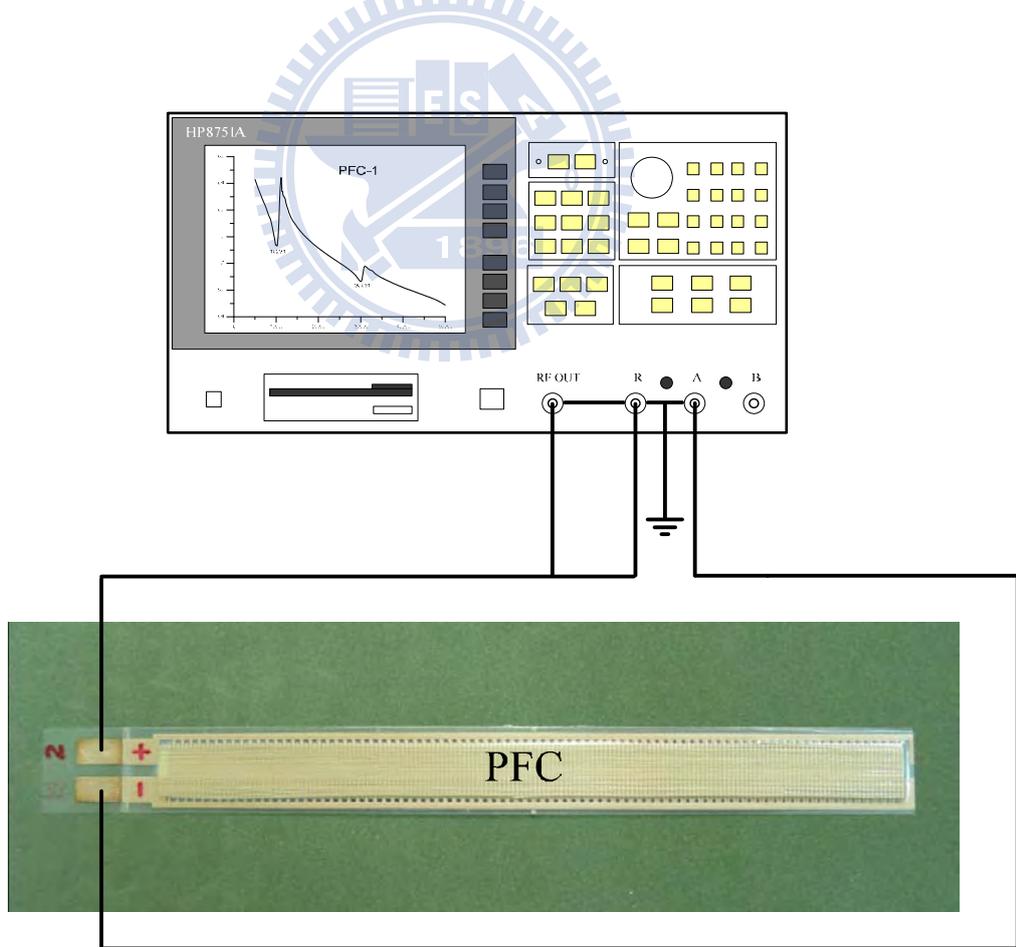


圖 3-17 PFC 阻抗量測示意圖

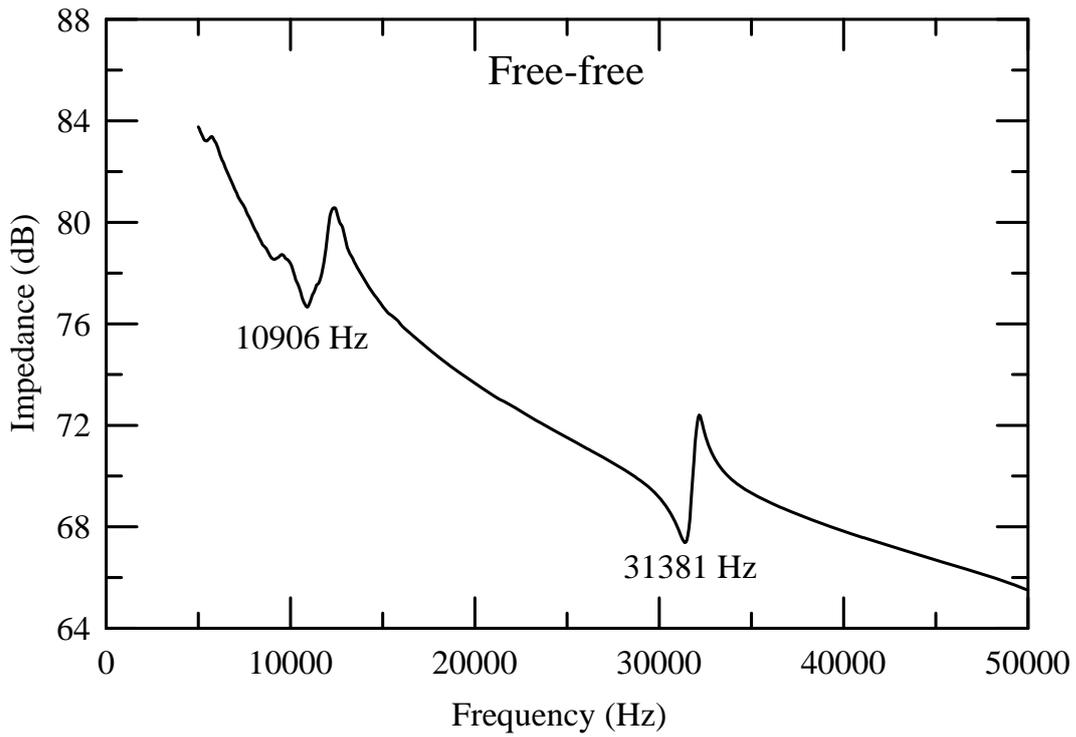


圖 3-18 由網路分析儀量測所得的 Type-I PFC 阻抗圖

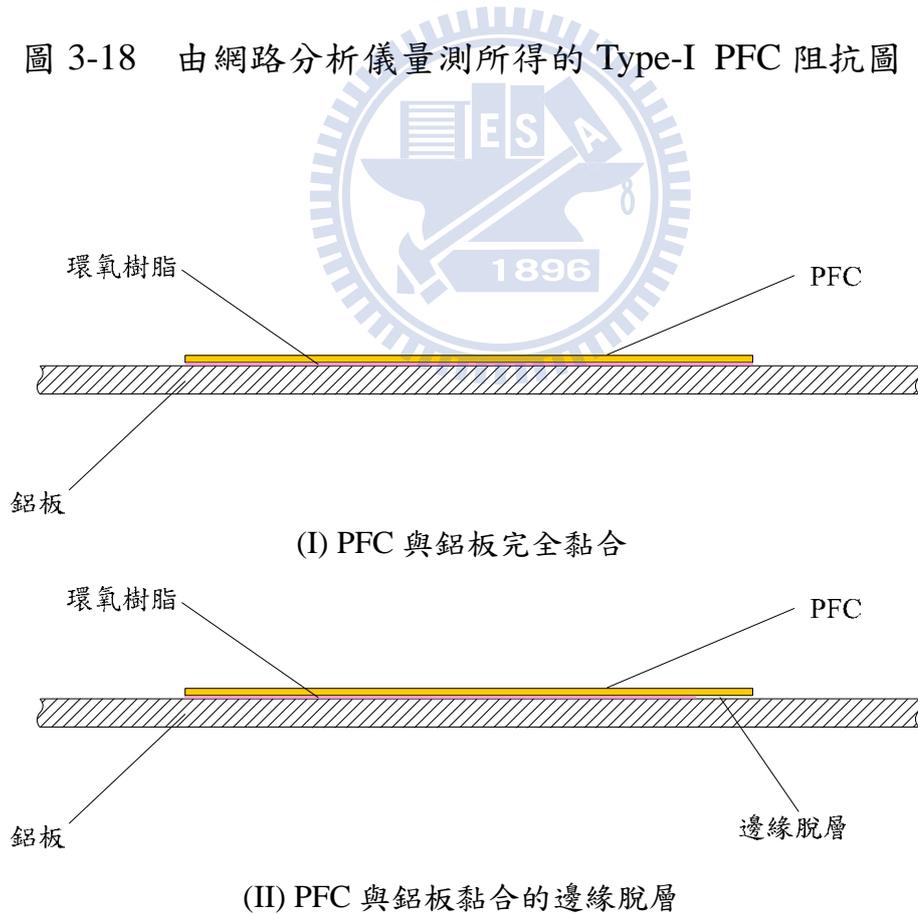


圖 3-19 PFC 與鋁板以環氧樹脂部分膠合模擬脫層缺陷之示意圖

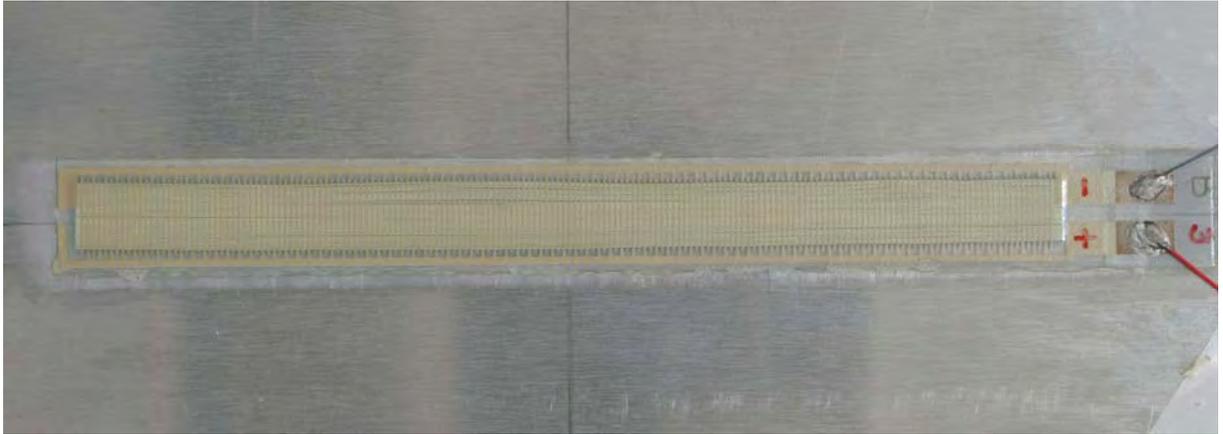


圖 3-20 Type-I PFC 主動纖維複材完全黏貼在鋁板上的狀態



圖 3-21 Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 13mm 的邊緣脫層

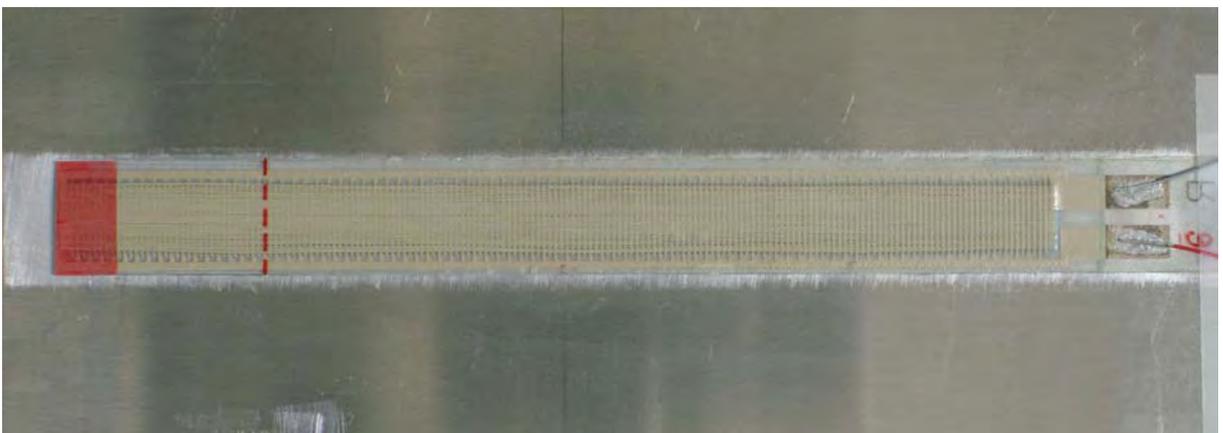


圖 3-22 Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 26mm 的邊緣脫層

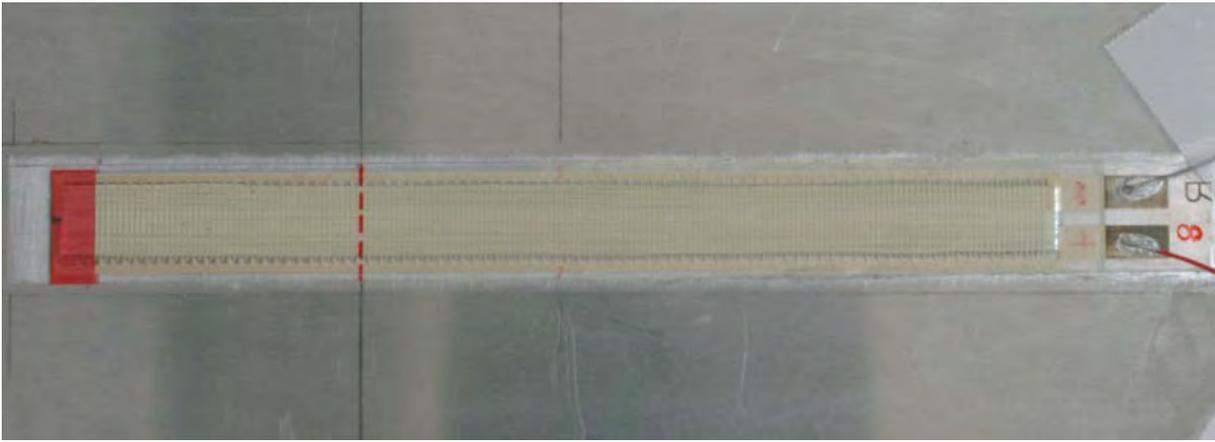


圖 3-23 Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 39mm 的邊緣脫層

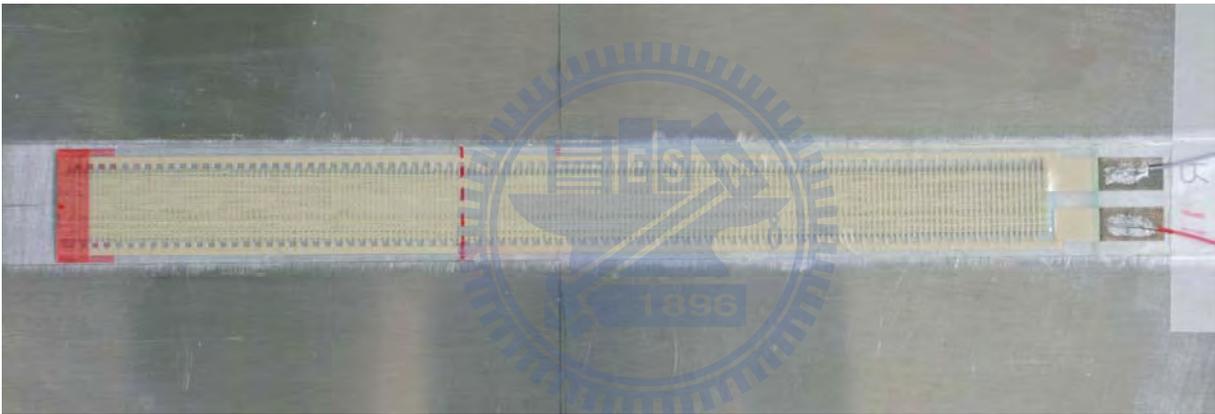


圖 3-24 Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 52mm 的邊緣脫層

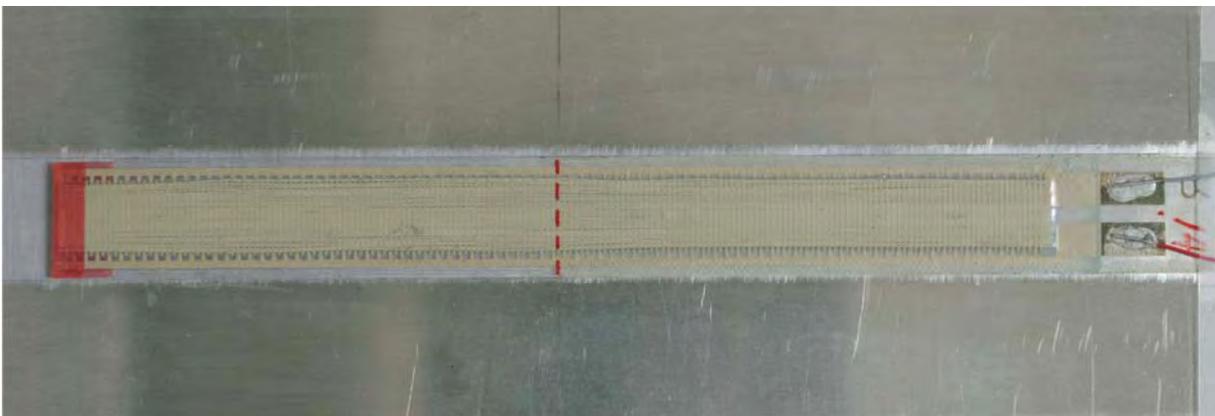


圖 3-25 Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 65mm 的邊緣脫層

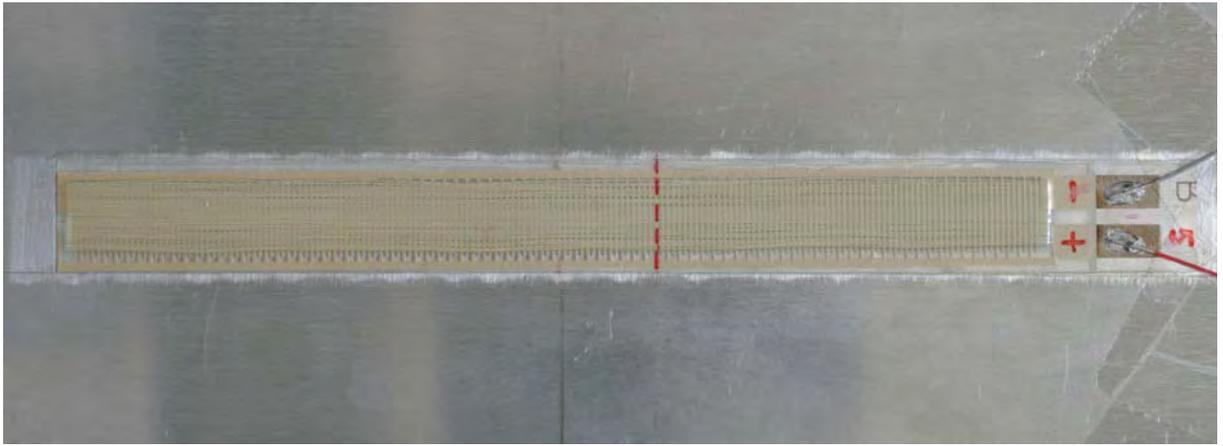


圖 3-26 Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 78mm 的邊緣脫層

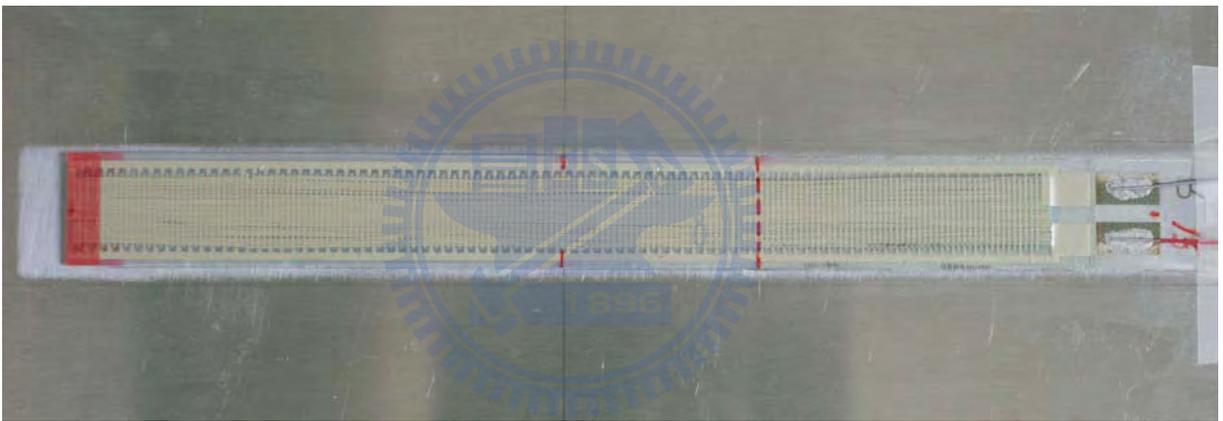


圖 3-27 Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 91mm 的邊緣脫層

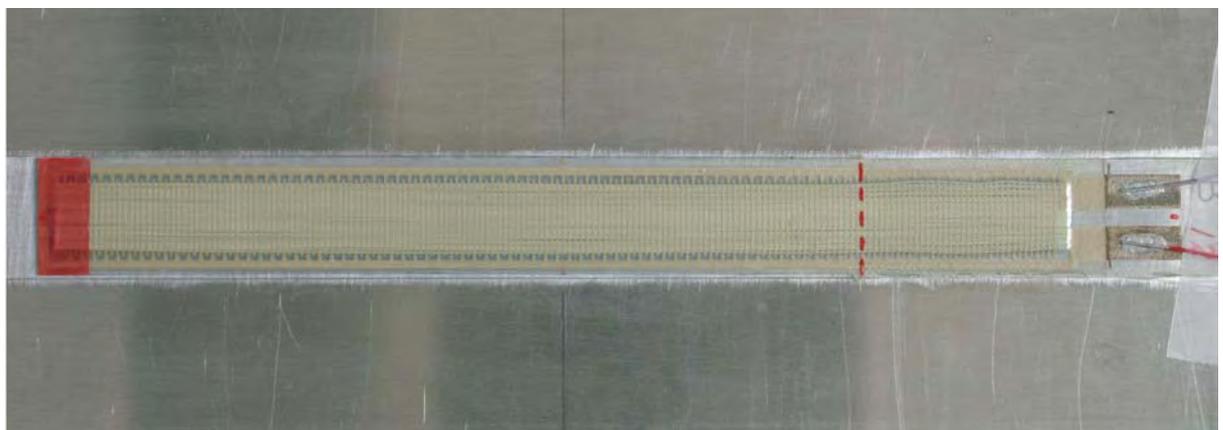


圖 3-28 Type-I PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 104mm 的邊緣脫層

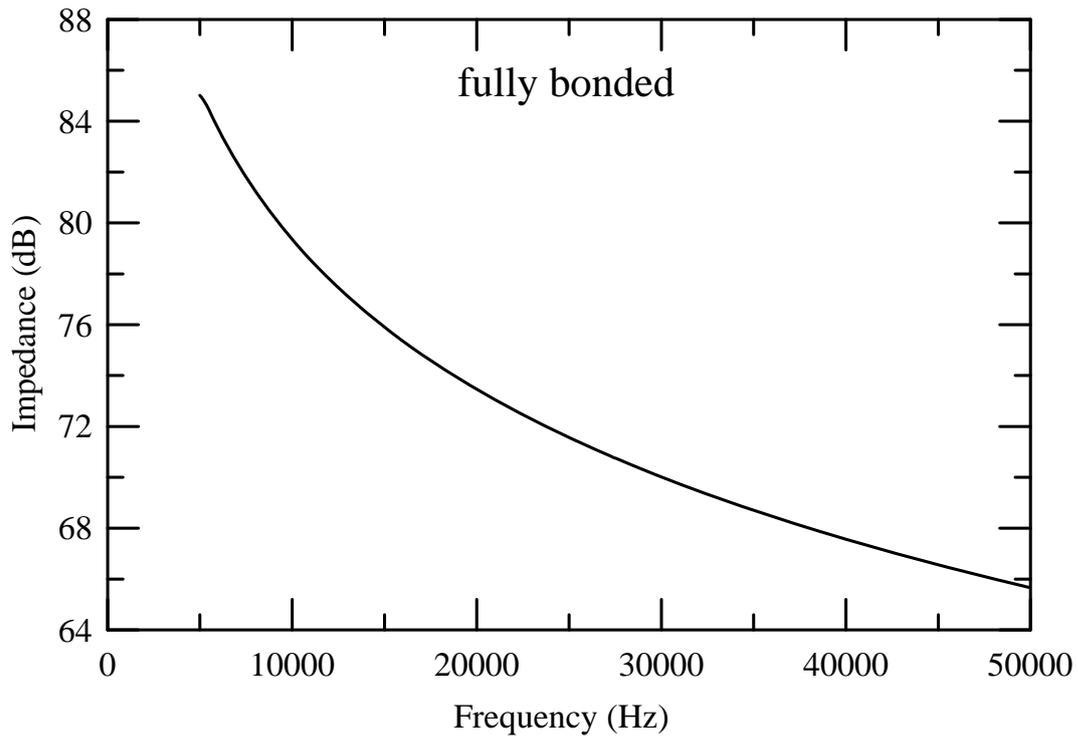


圖 3-29 Type-I PFC 完整黏貼在鋁板上的量測阻抗響應

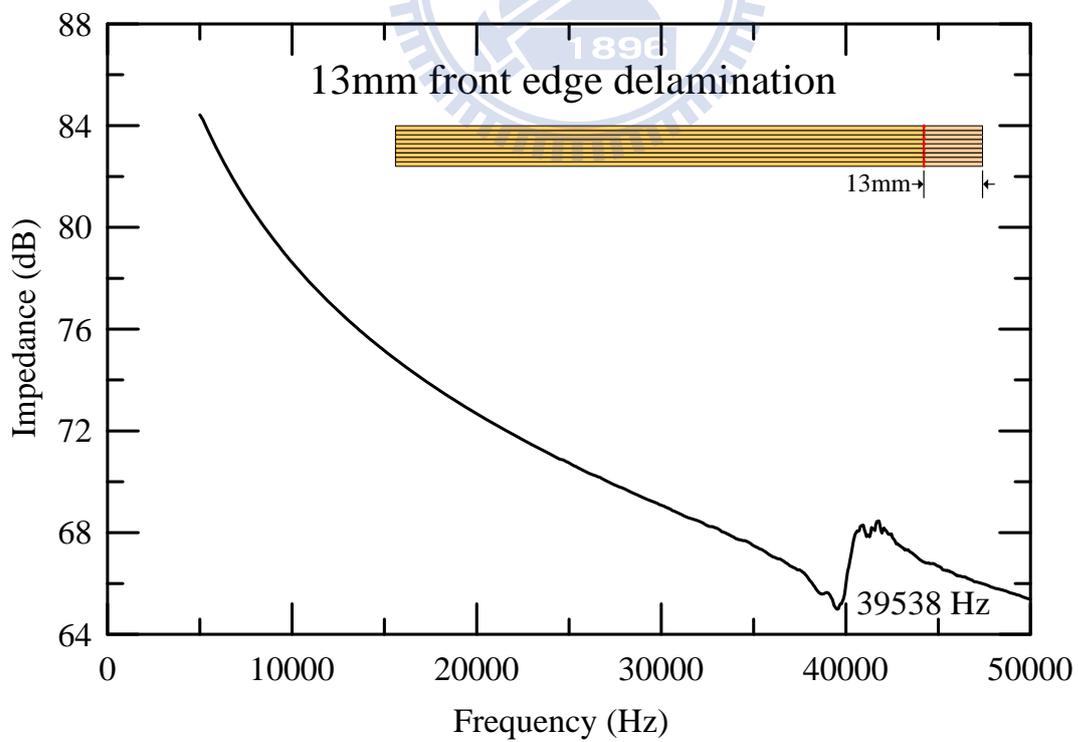


圖 3-30 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 13mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

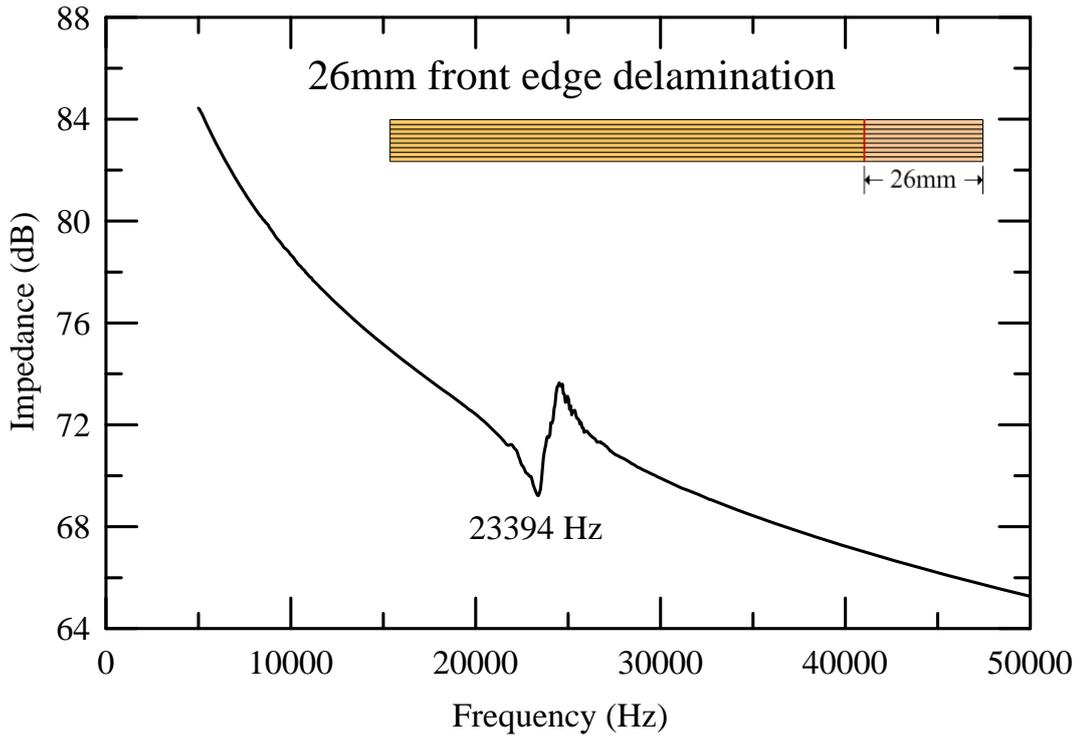


圖 3-31 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 26mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

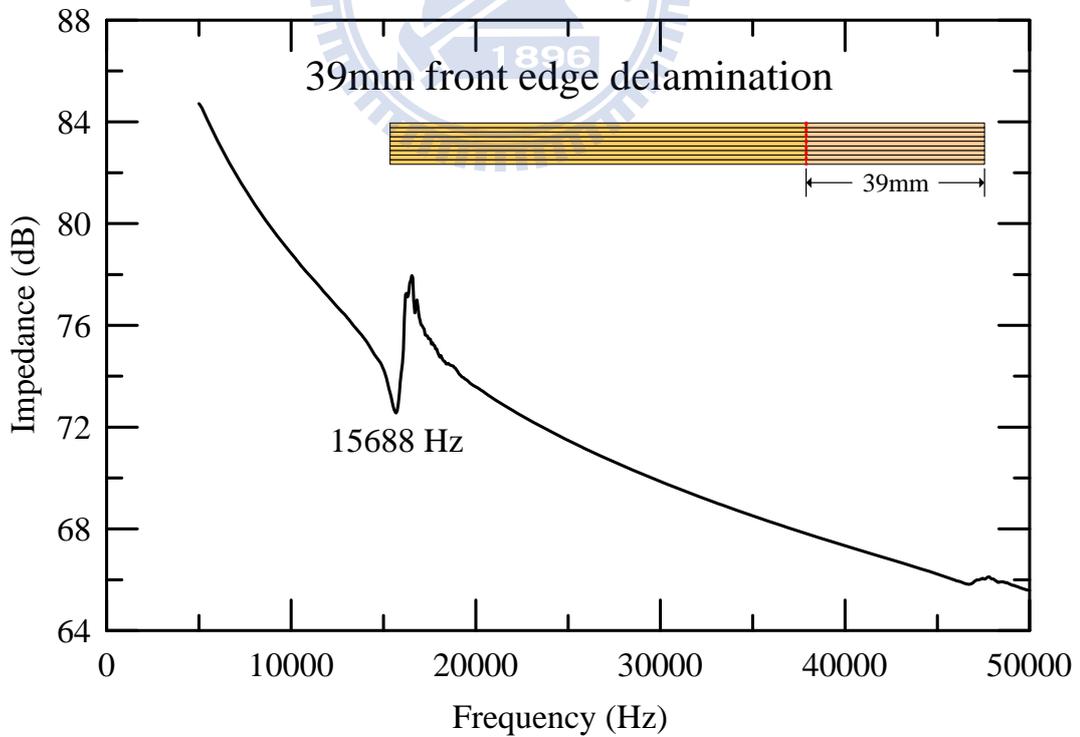


圖 3-32 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 39mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

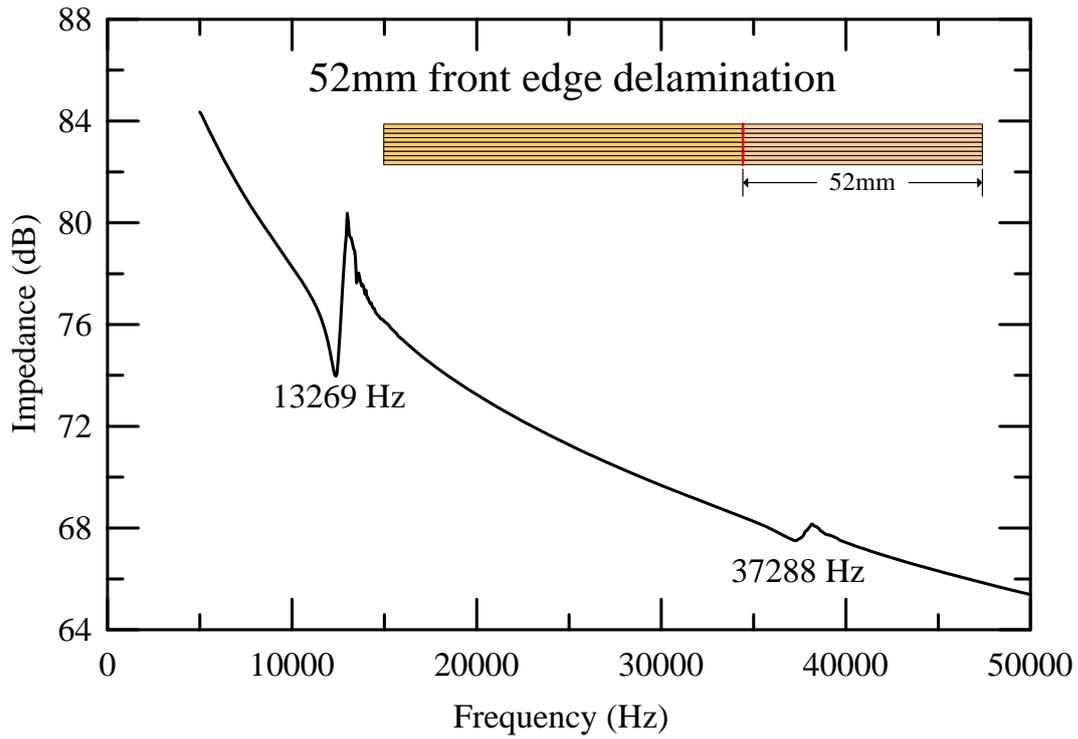


圖 3-33 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 52mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

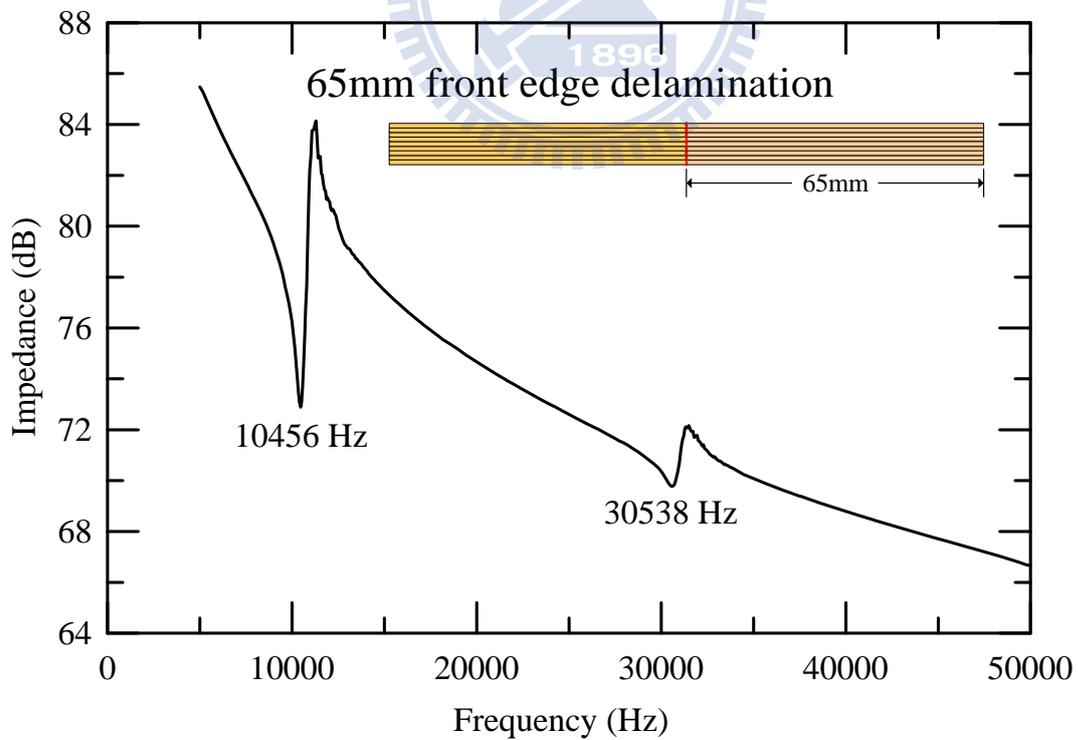


圖 3-34 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 65mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

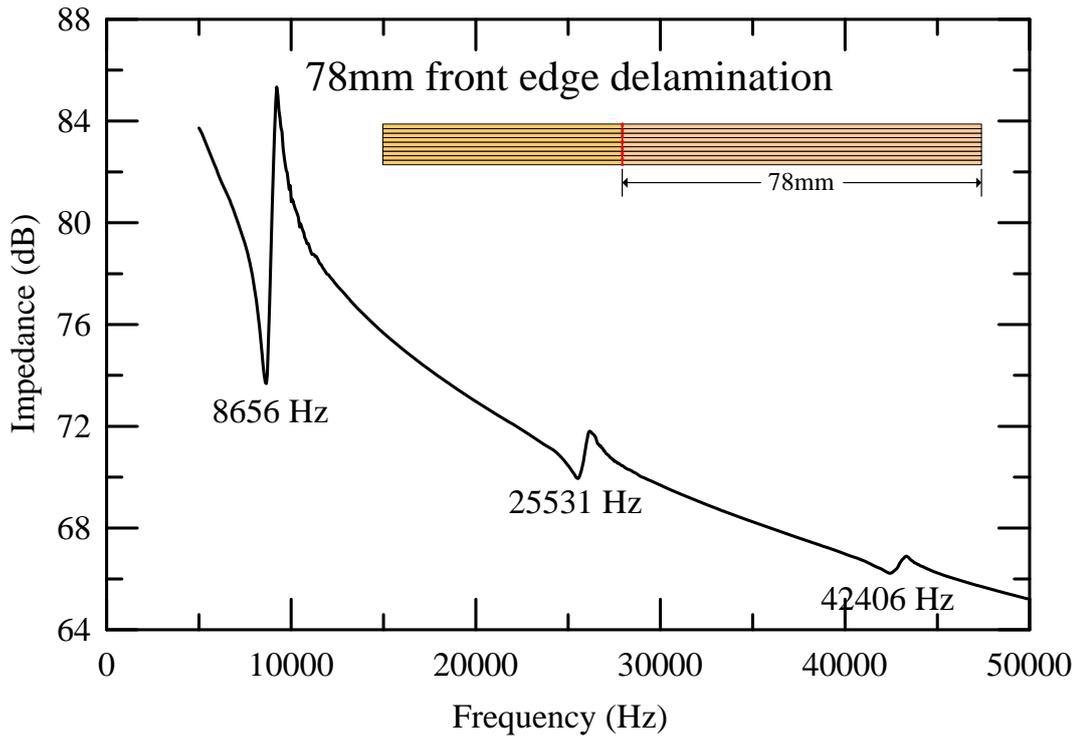


圖 3-35 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 78mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

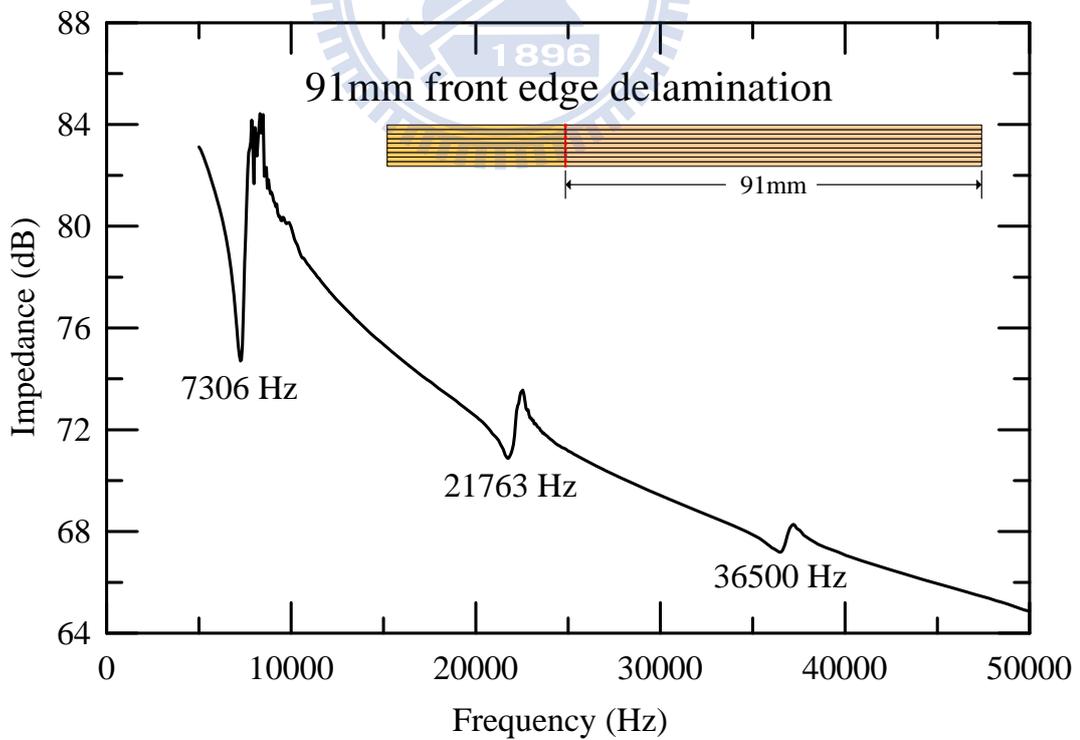


圖 3-36 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 91mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

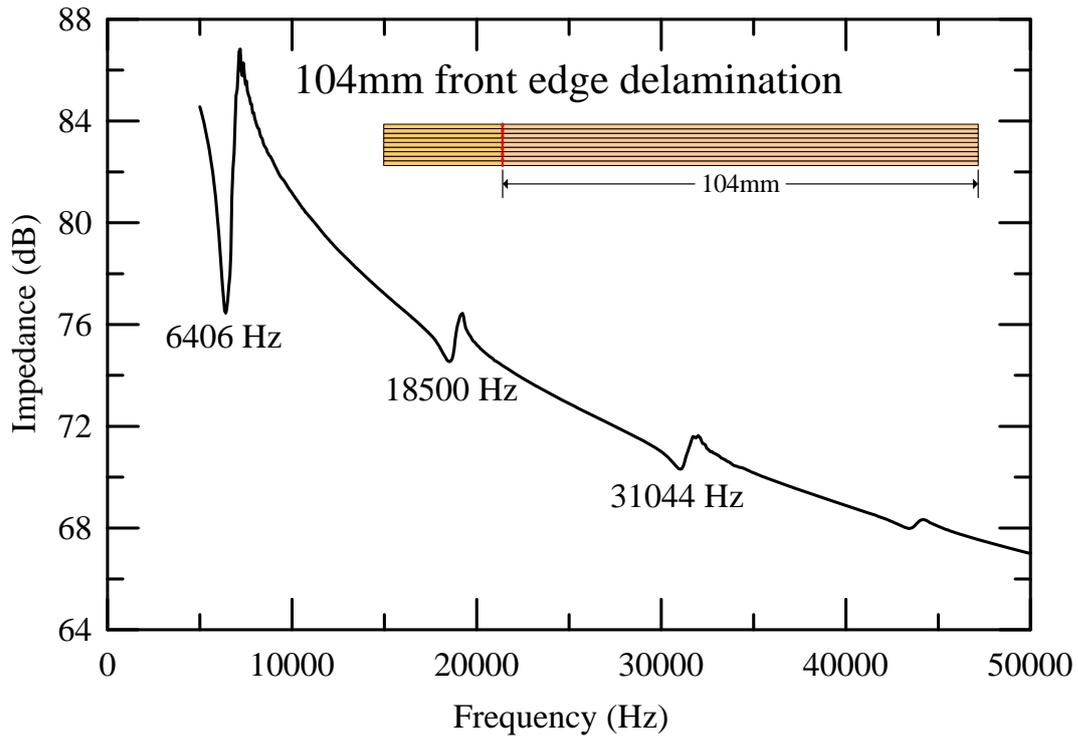


圖 3-37 Type-I PFC 在垂直纖維方向具有 104mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

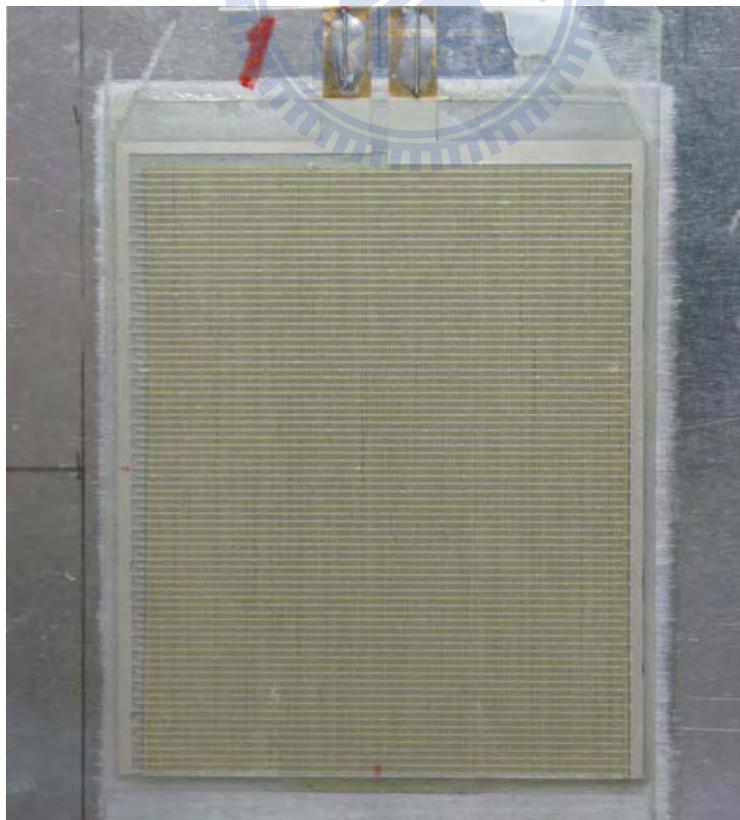


圖 3-38 Type-III PFC 完全黏貼在鋁板上之狀態

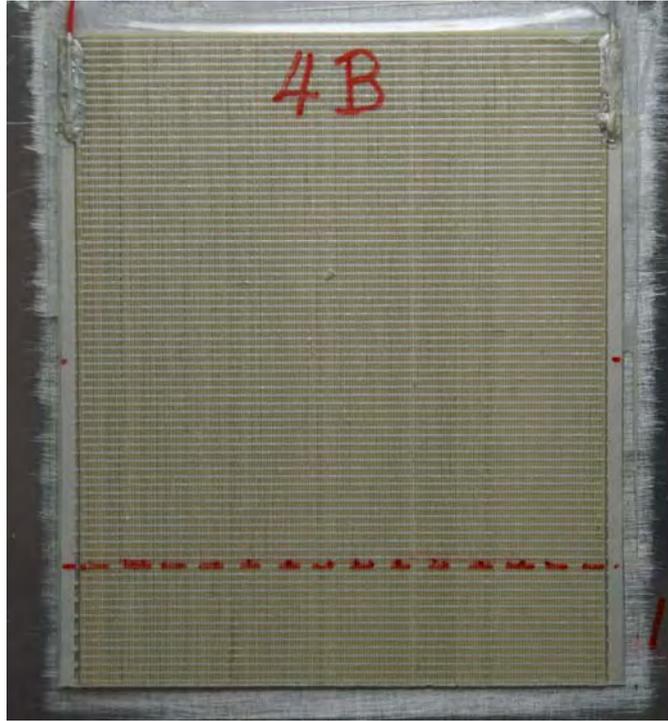


圖 3-39 Type-III PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 10mm 的邊緣脫層態



圖 3-40 Type-III PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 20mm 的邊緣脫層

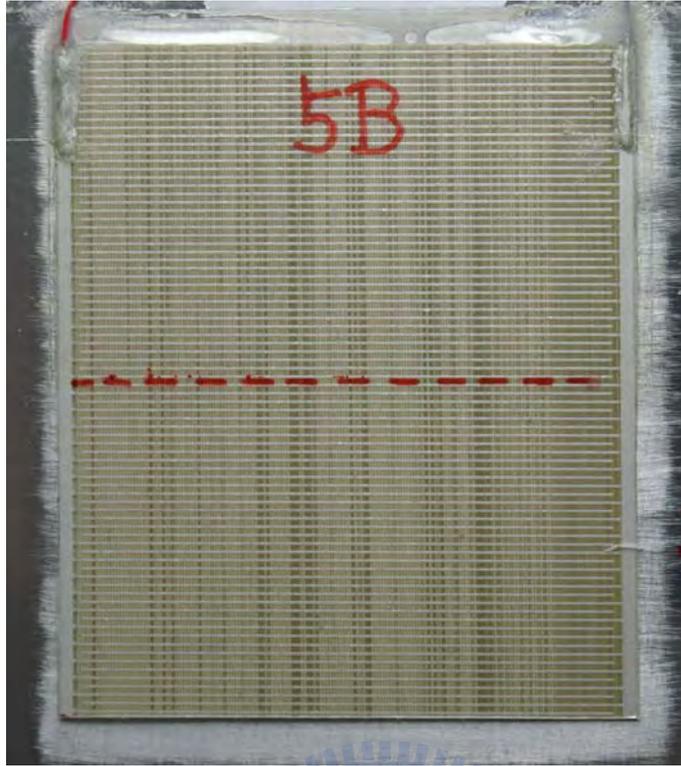


圖 3-41 Type-III PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 30mm 的邊緣脫層態

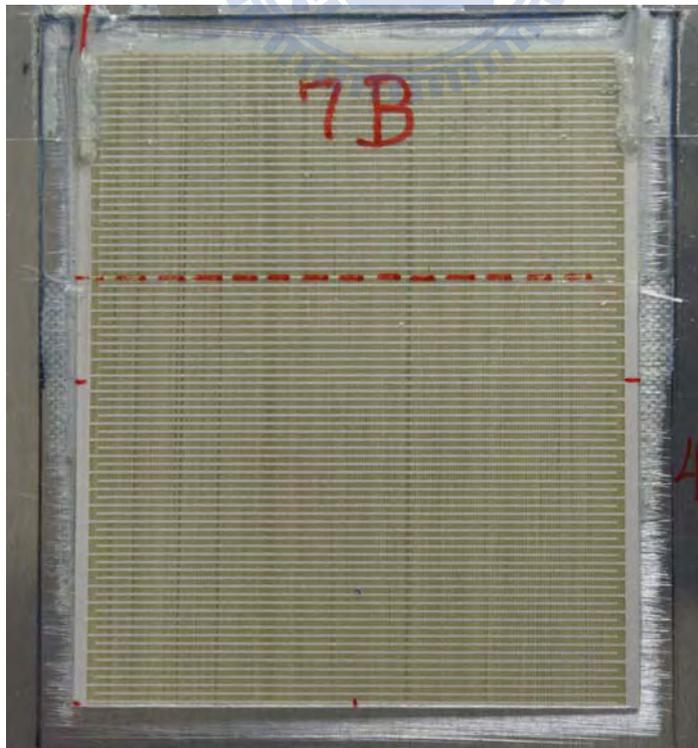


圖 3-42 Type-III PFC 黏貼在鋁板上並在纖維方向具有 40mm 的邊緣脫層

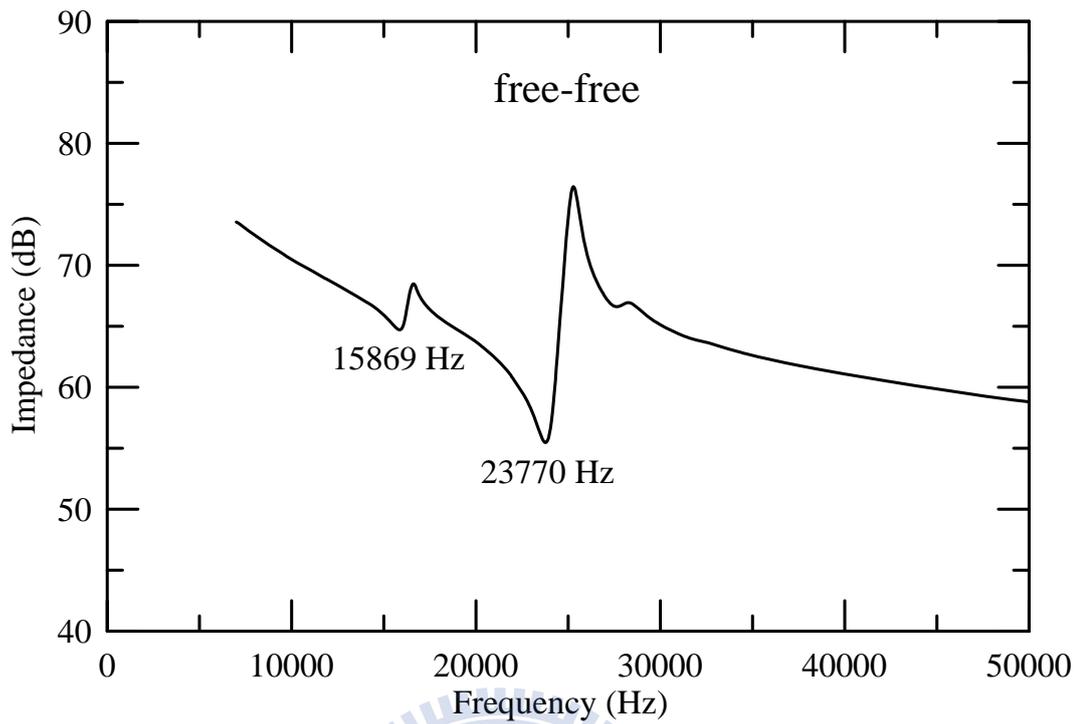


圖 3- 43 Type-III PFC 主動纖維複材 free-free 時的量測阻抗響應

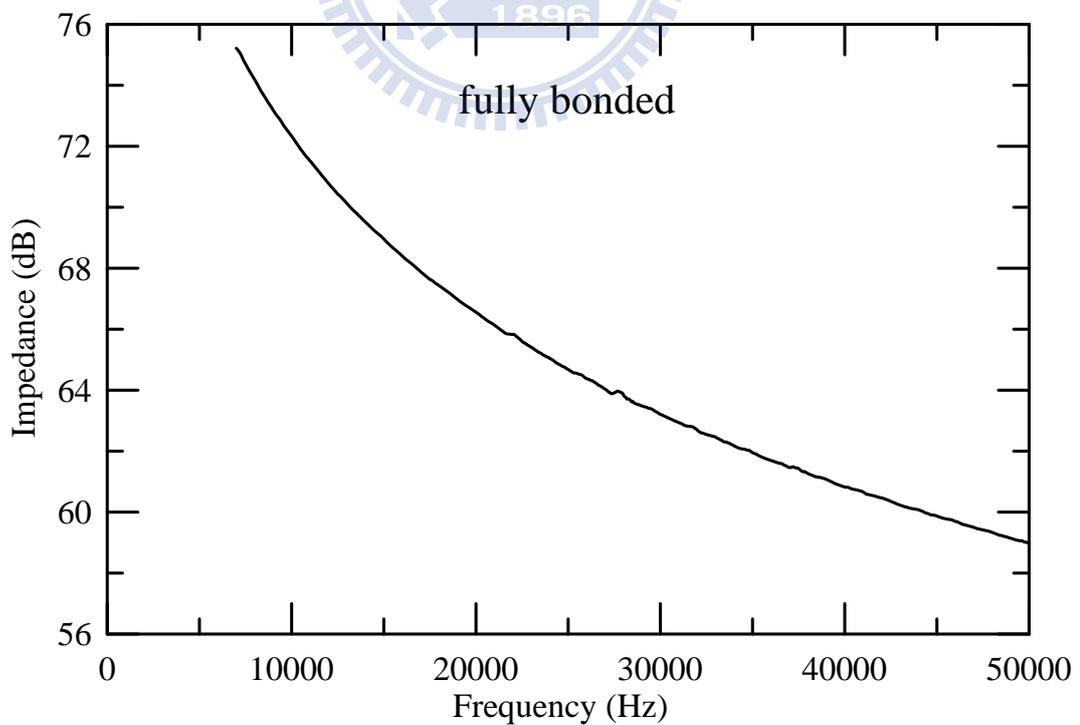


圖 3- 44 Type-III PFC 主動纖維複材完全黏貼在鋁板上的量測阻抗響應

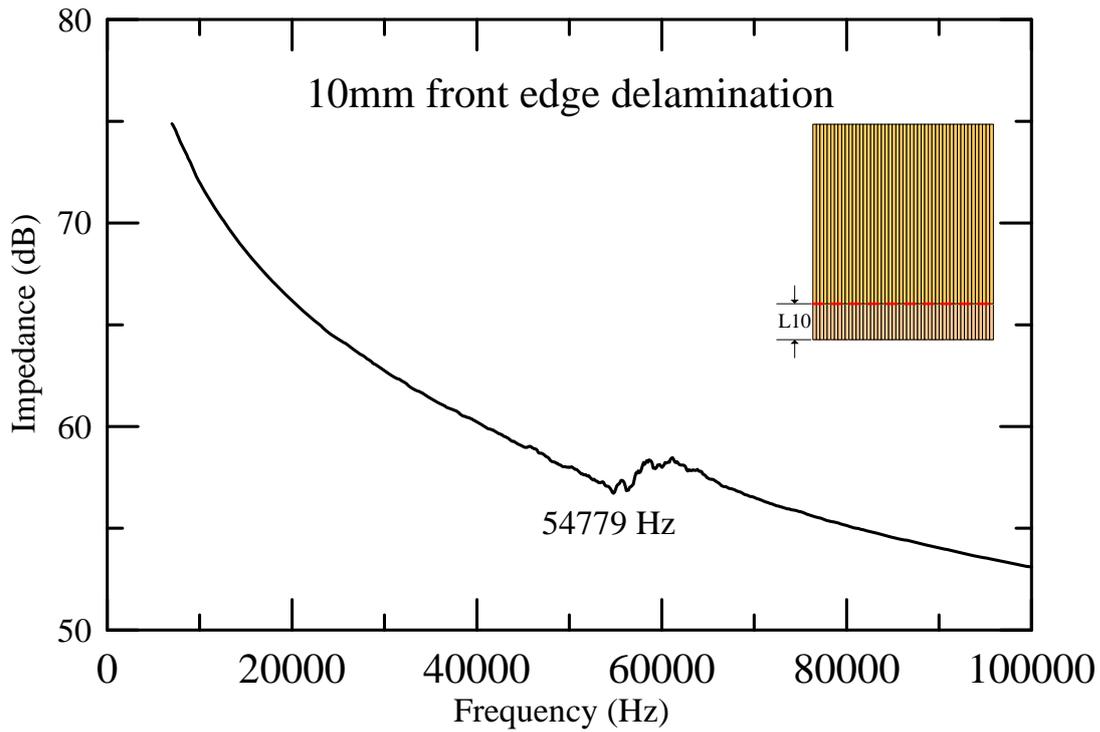


圖 3-45 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 10mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應

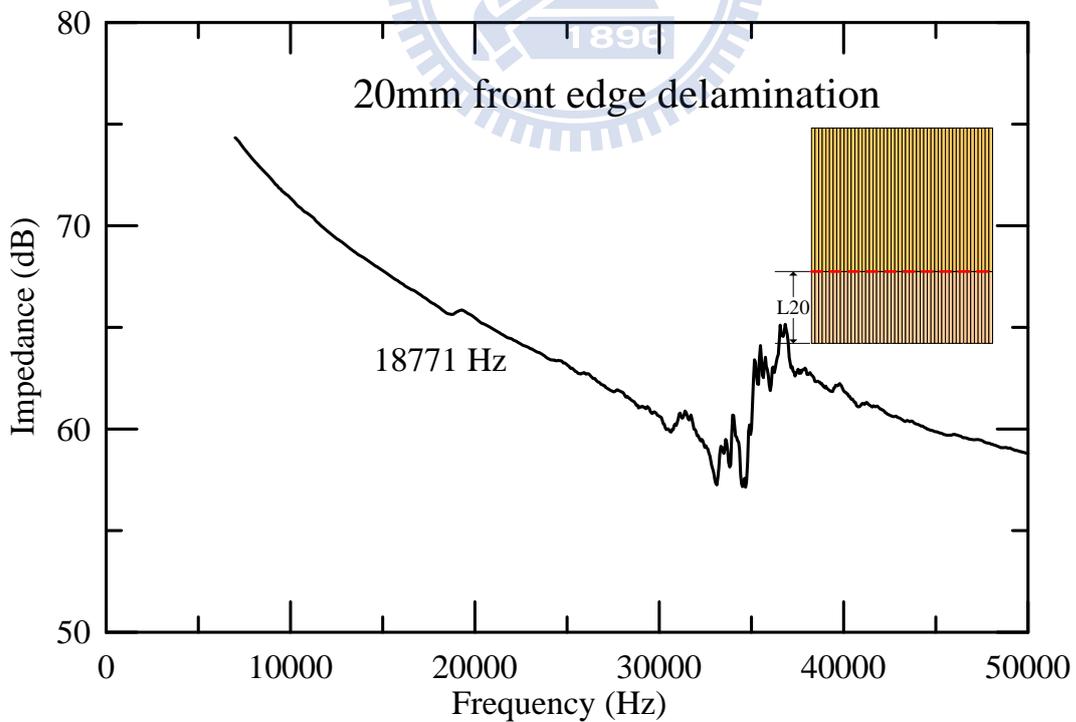


圖 3-46 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 20mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應

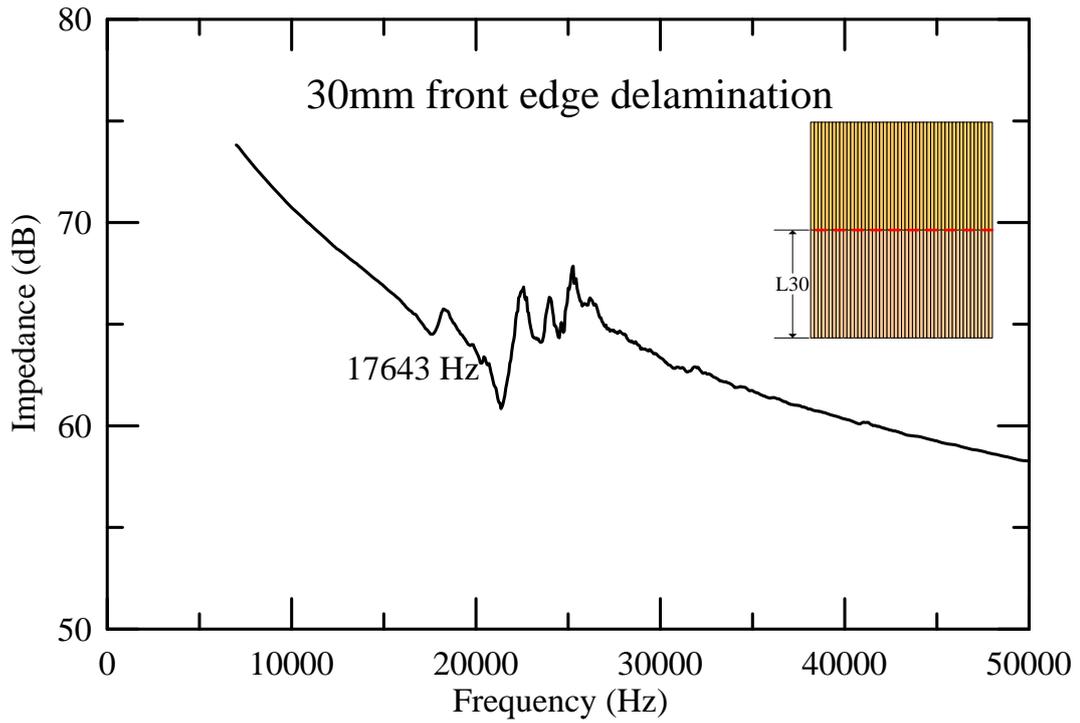


圖 3-47 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 30mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應

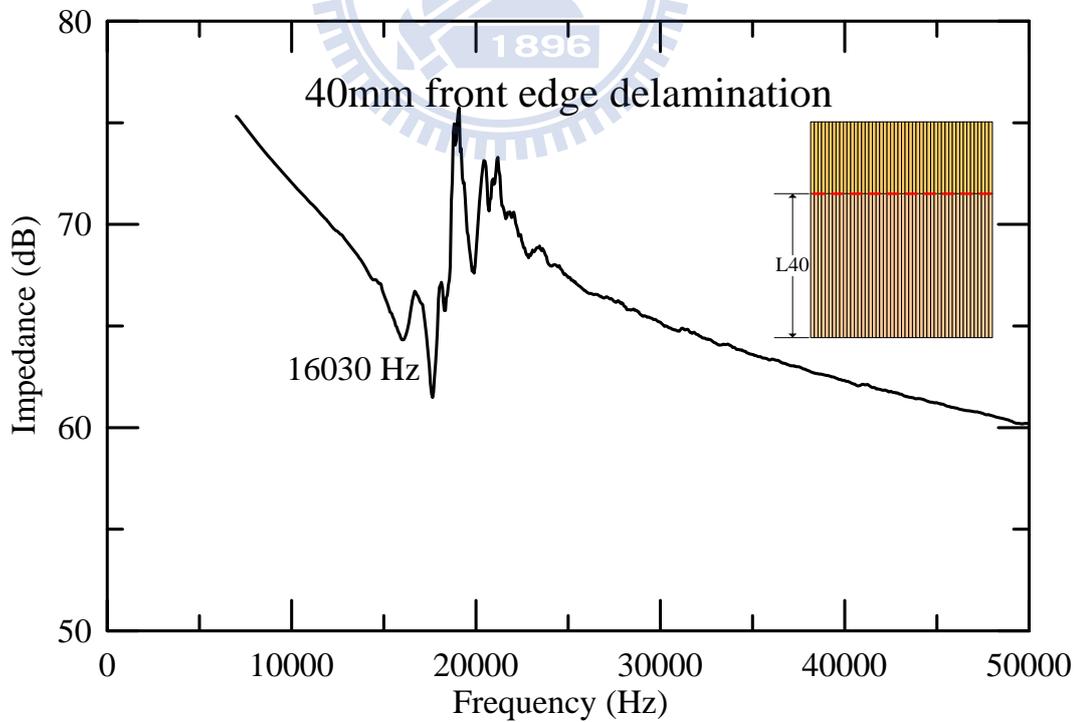


圖 3-48 Type-III PFC 在垂直纖維方向具有 40mm 邊緣脫層時的量測阻抗響應

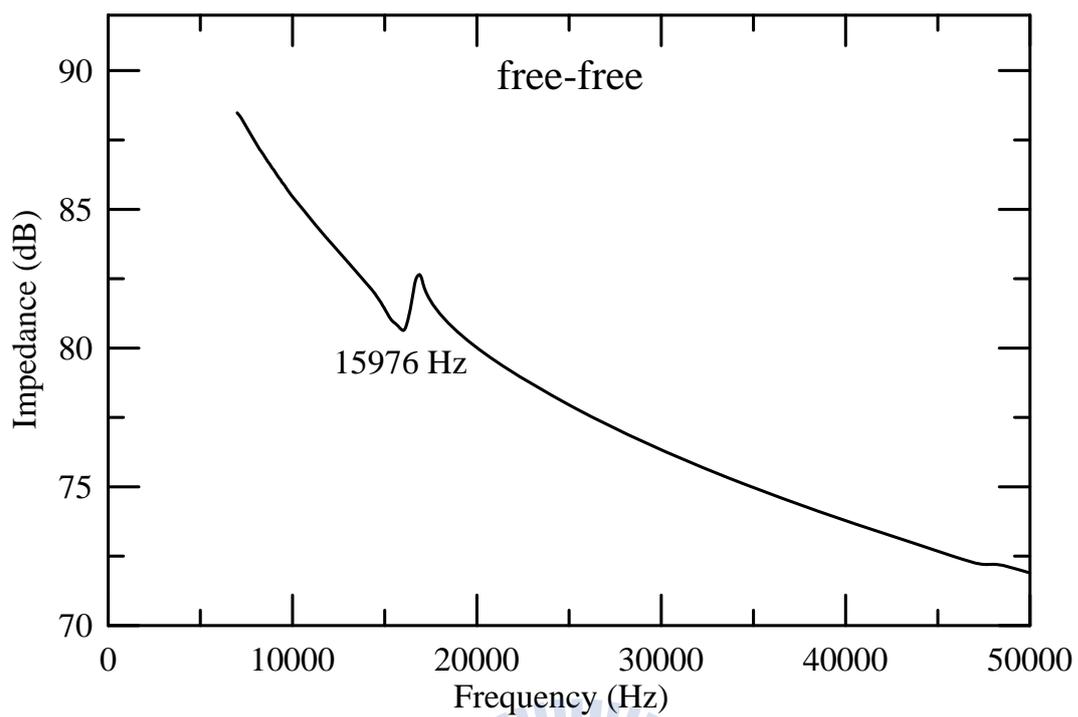


圖 3-49 Type-II PFC free-free 狀態下量測所得之阻抗響應

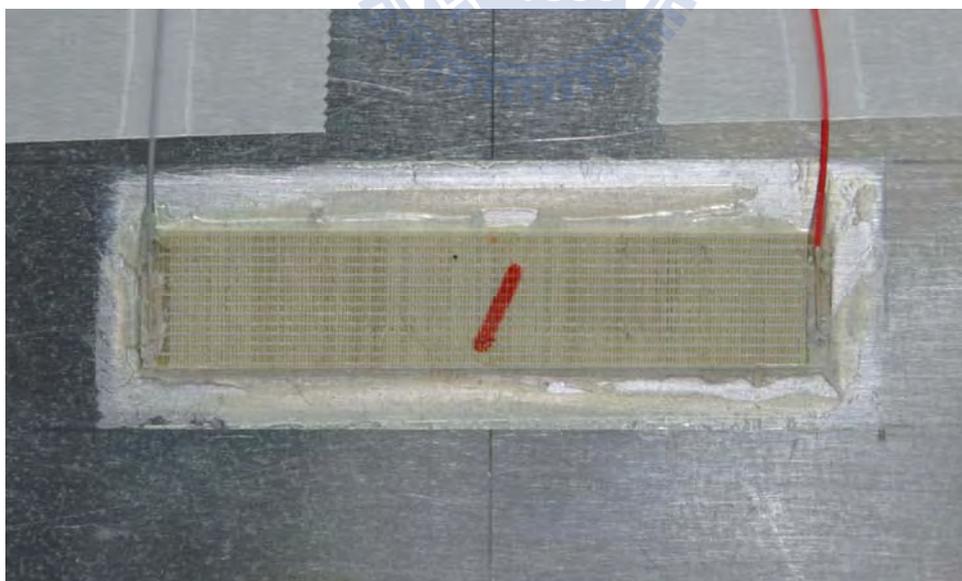


圖 3-50 Type-II PFC 完全黏貼在鋁板上

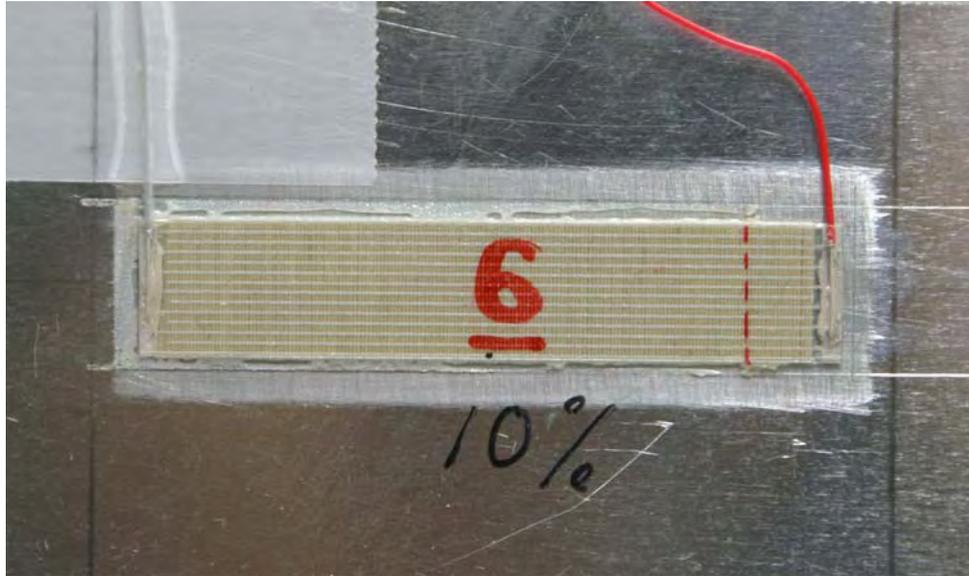


圖 3-51 Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 5mm 脫層前緣與纖維方向平行的邊緣脫層

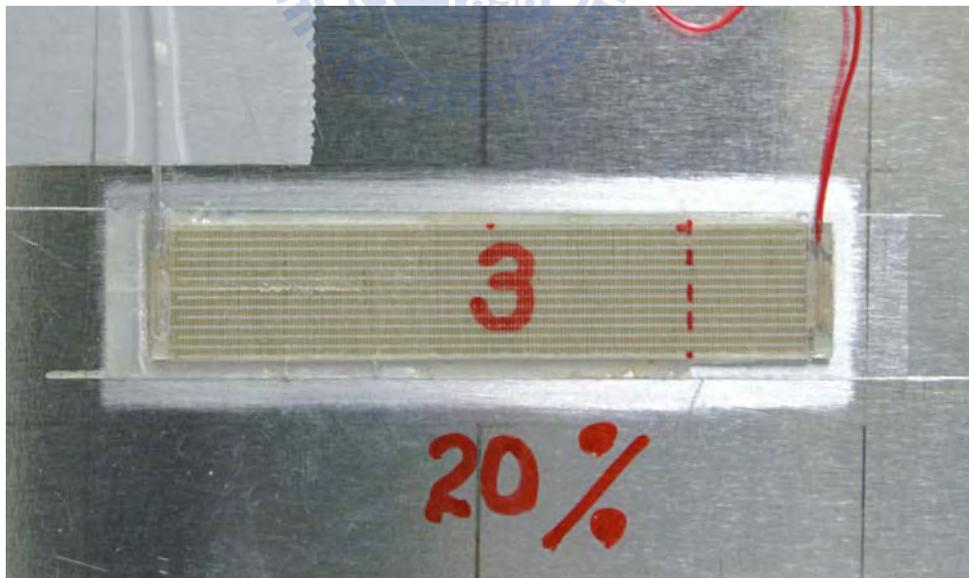


圖 3-52 Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 10mm 脫層前緣與纖維方向平行的邊緣脫層

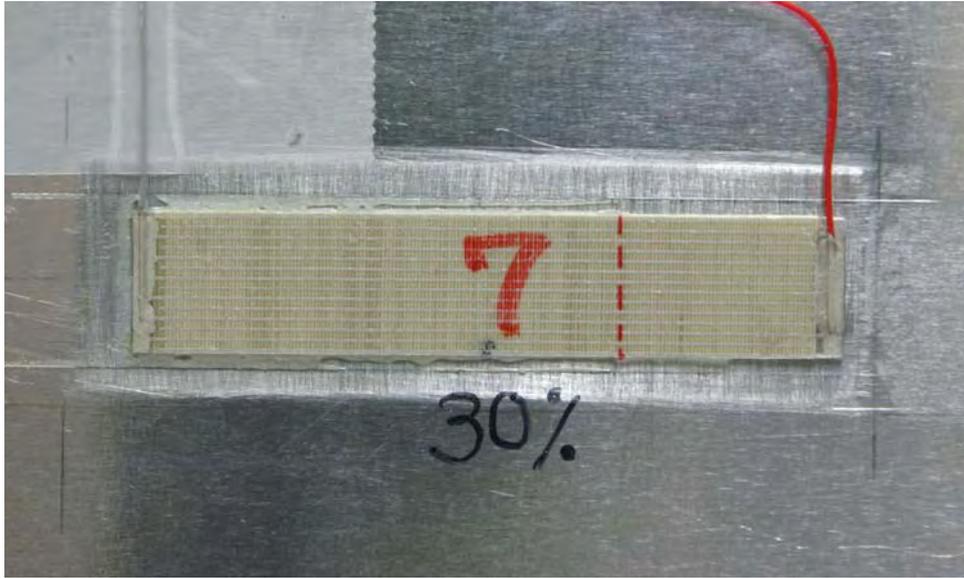


圖 3-53 Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 15mm 脫層前緣與纖維方向平行的邊緣脫層

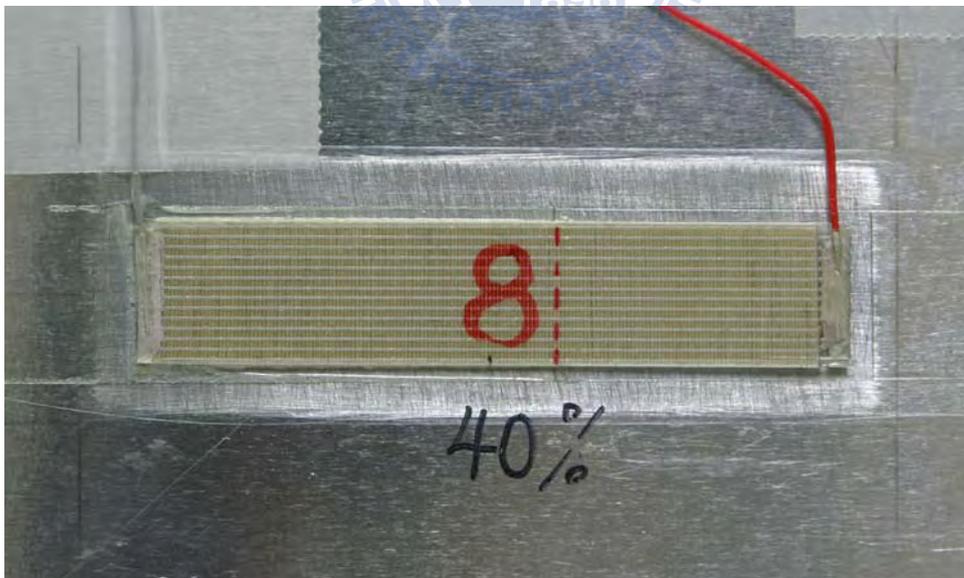


圖 3-54 Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 20mm 脫層前緣與纖維方向平行的邊緣脫層



圖 3-55 Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 25mm 脫層前緣與纖維方向平行的邊緣脫層

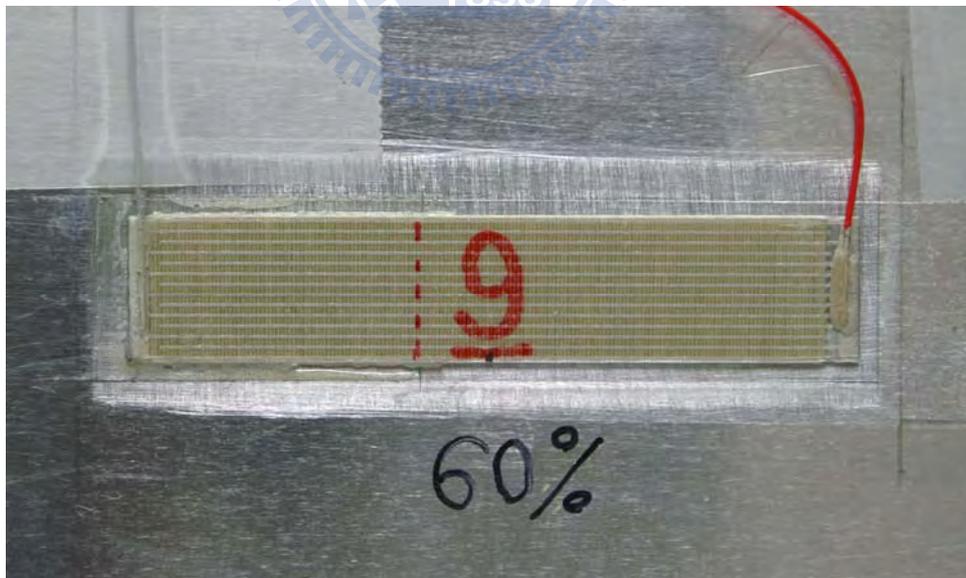


圖 3-56 Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 30mm 脫層前緣與纖維方向平行的邊緣脫層

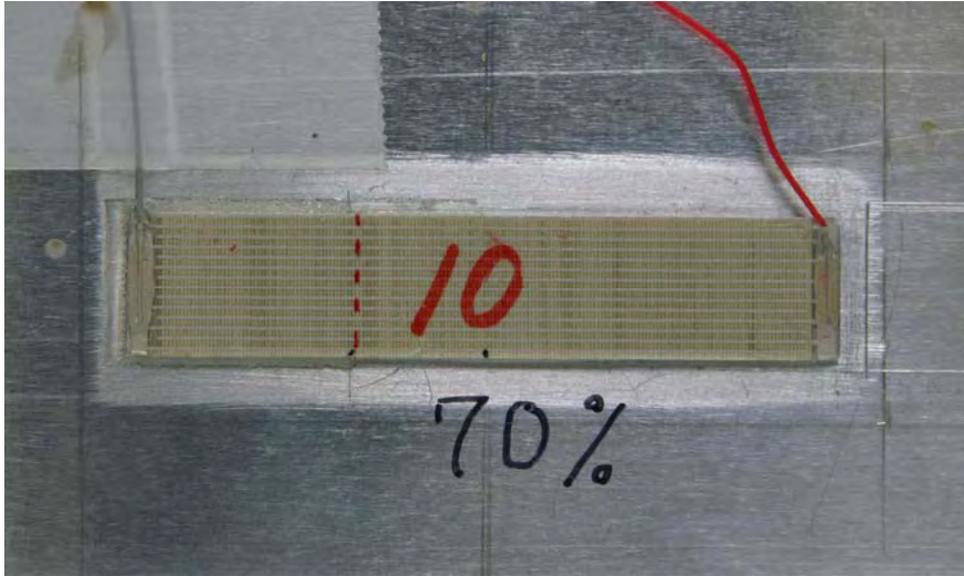


圖 3-57 Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 35mm 脫層前緣與纖維方向平行的邊緣脫層

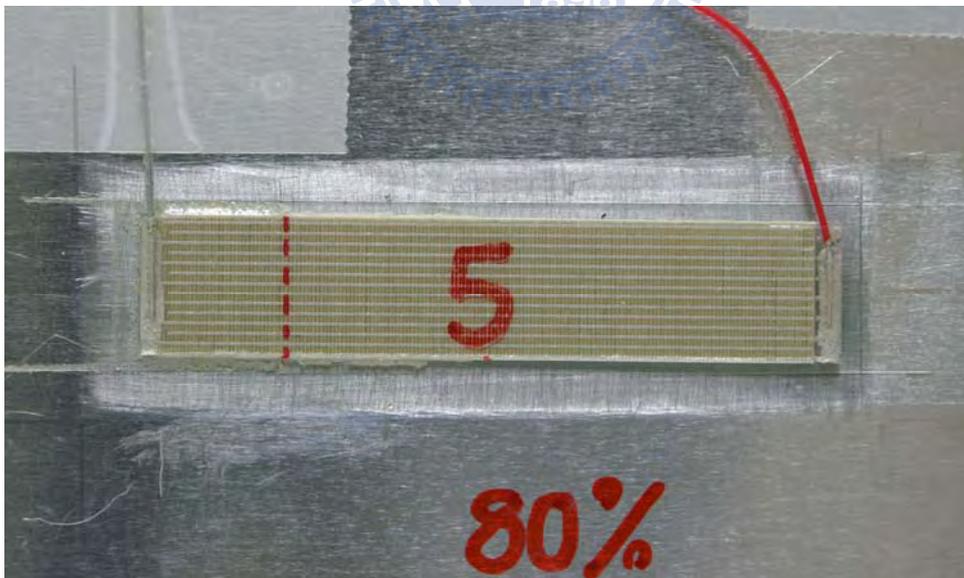


圖 3-58 Type-II PFC 黏貼在鋁板上並具有 40mm 脫層前緣與纖維方向平行的邊緣脫層

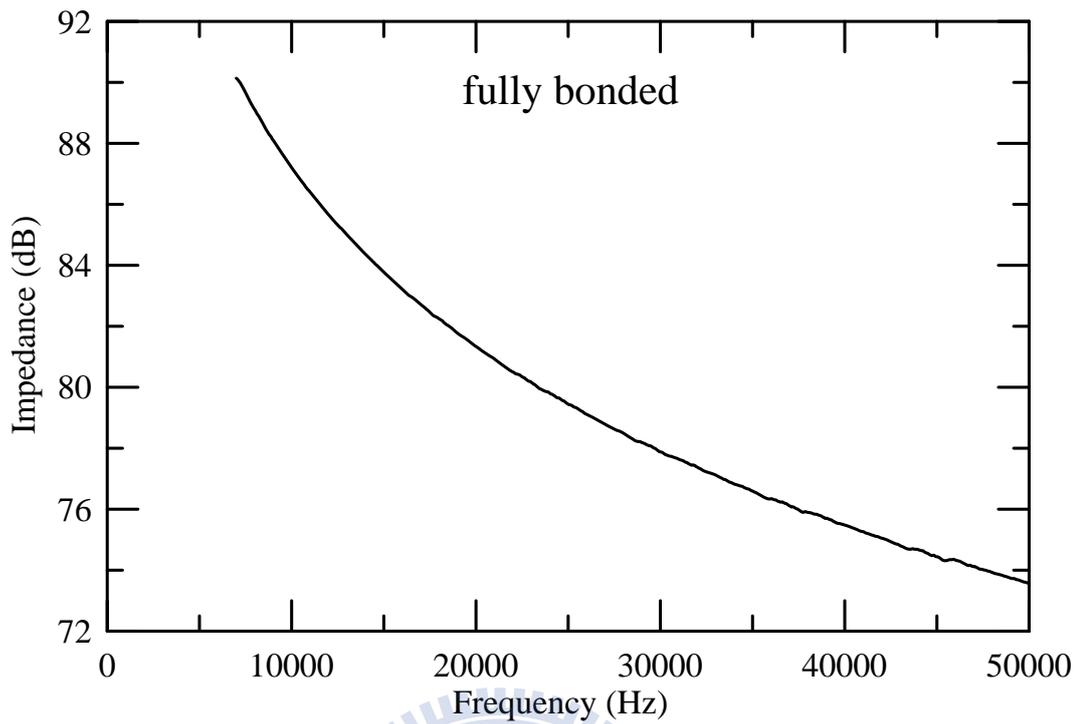


圖 3-59 Type-II PFC 主動纖維複材完全黏貼在鋁板上量測所得的阻抗響應

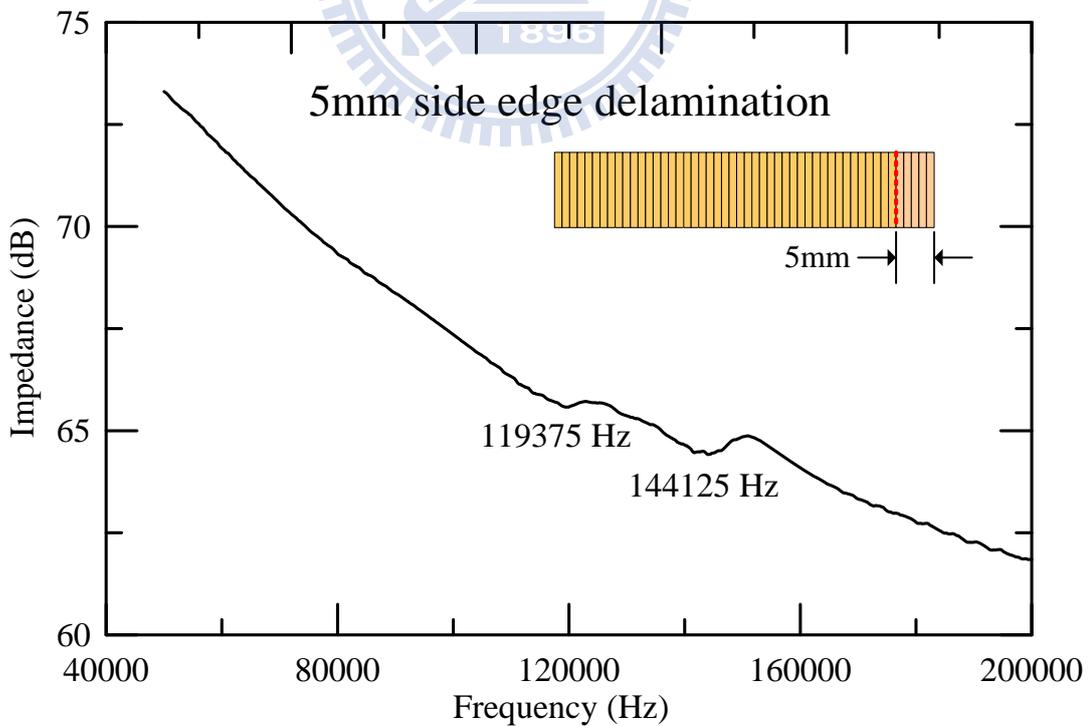


圖 3-60 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 5mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

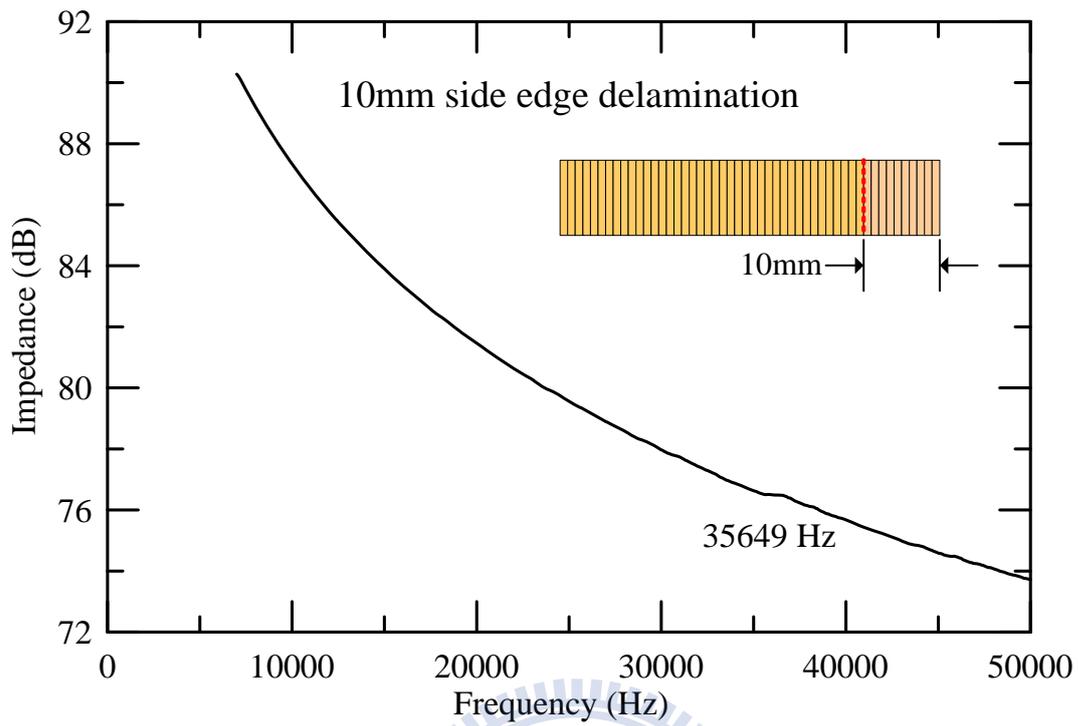


圖 3-61 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

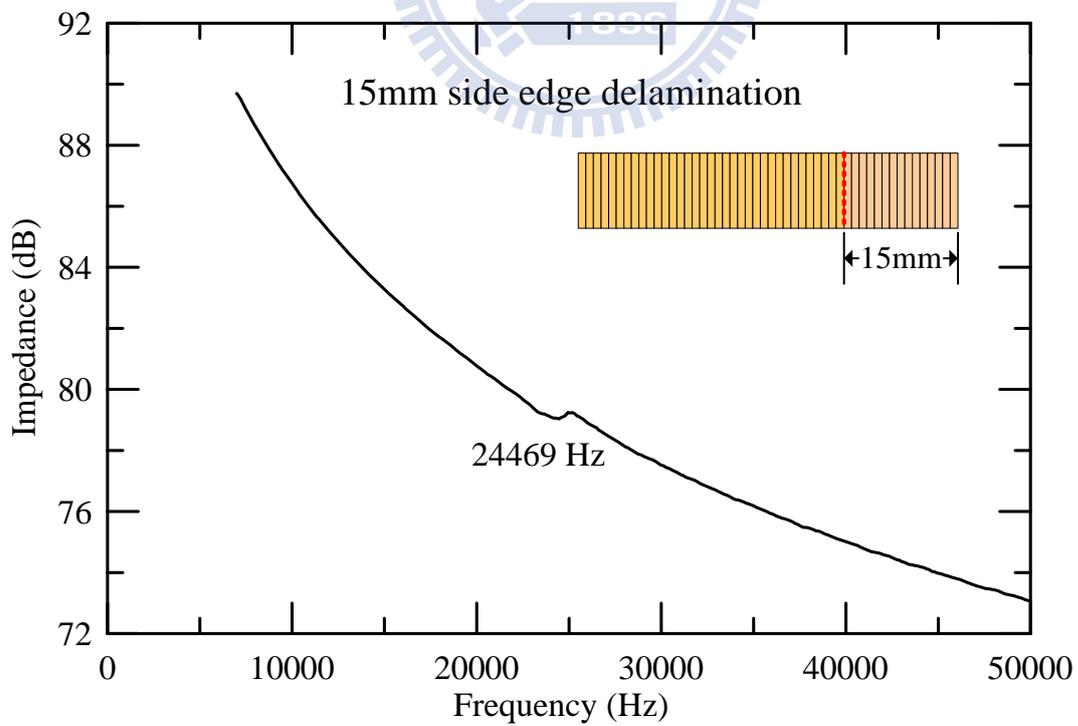


圖 3-62 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 15mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

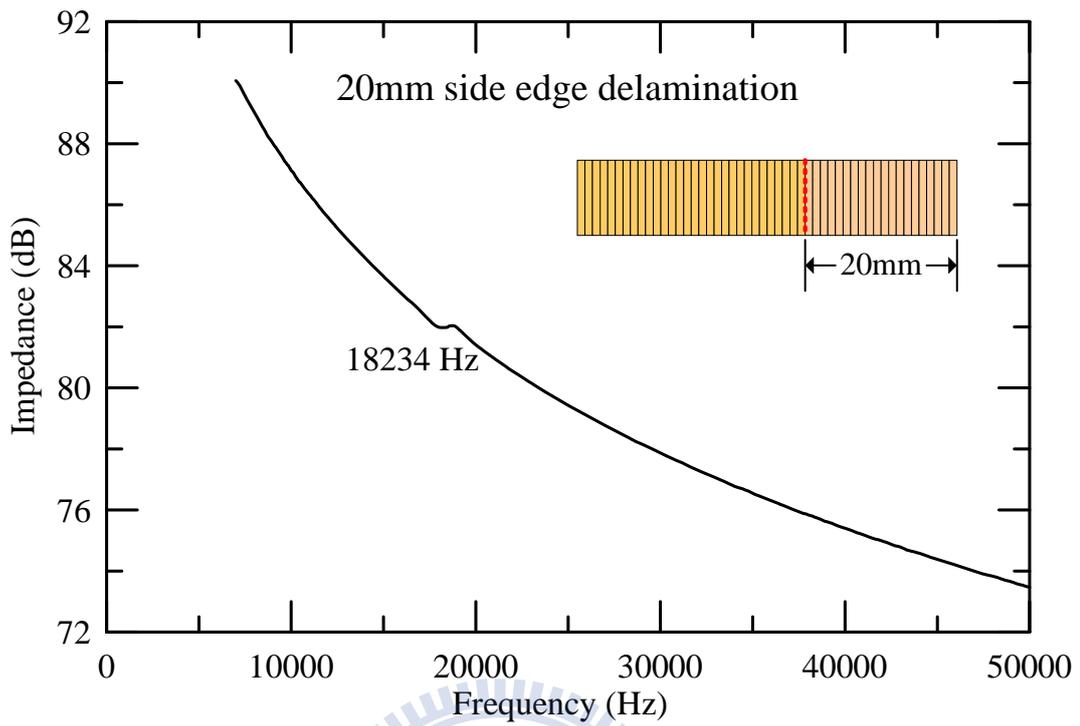


圖 3-63 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

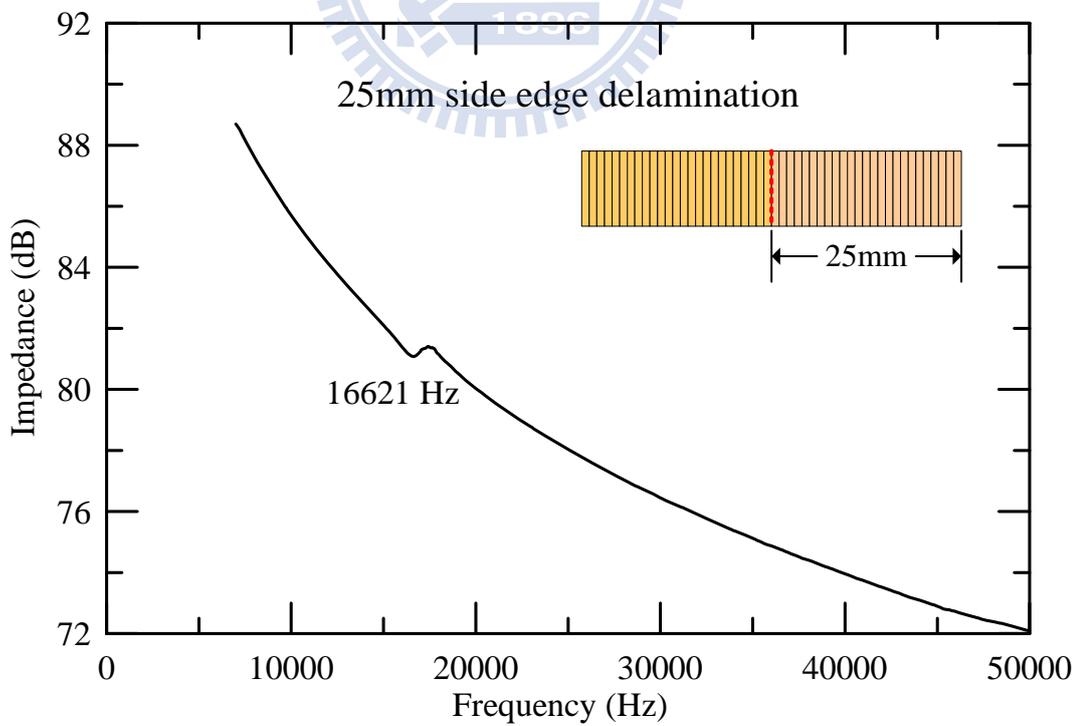


圖 3-64 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 25mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

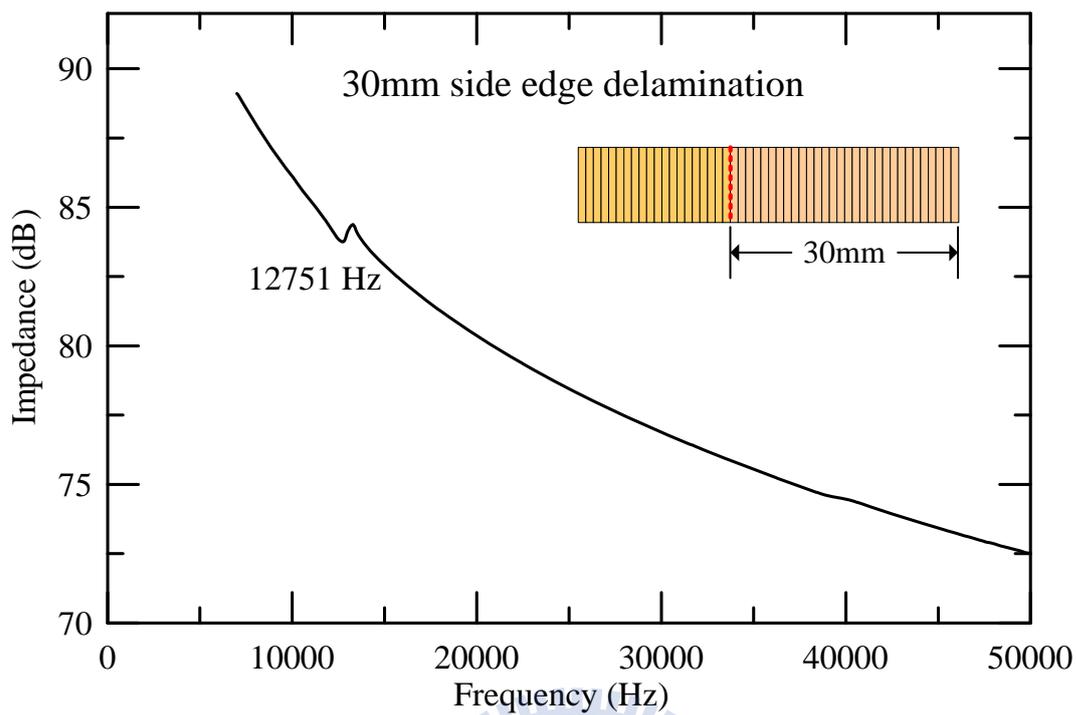


圖 3-65 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

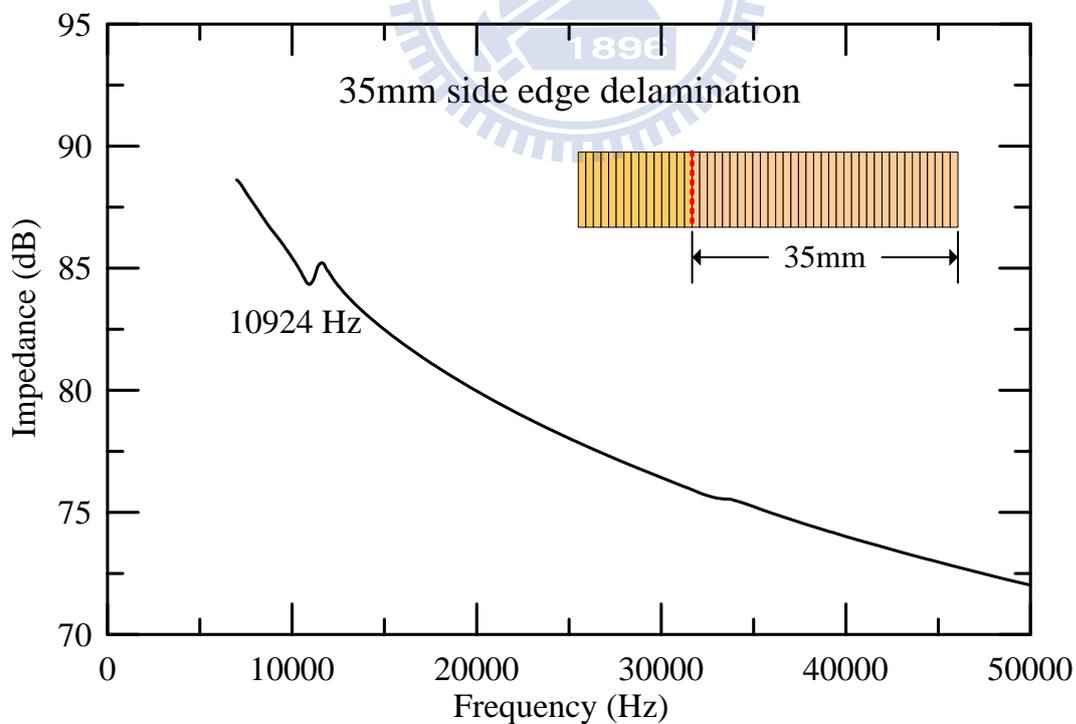


圖 3-66 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 35mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

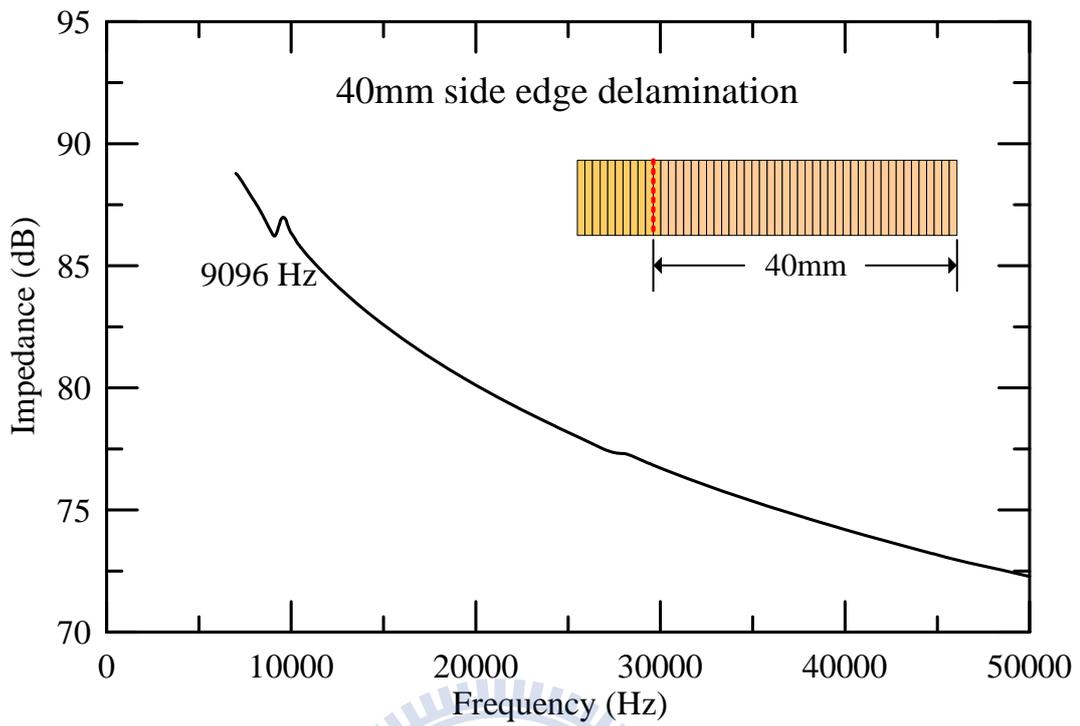


圖 3-67 Type-II PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

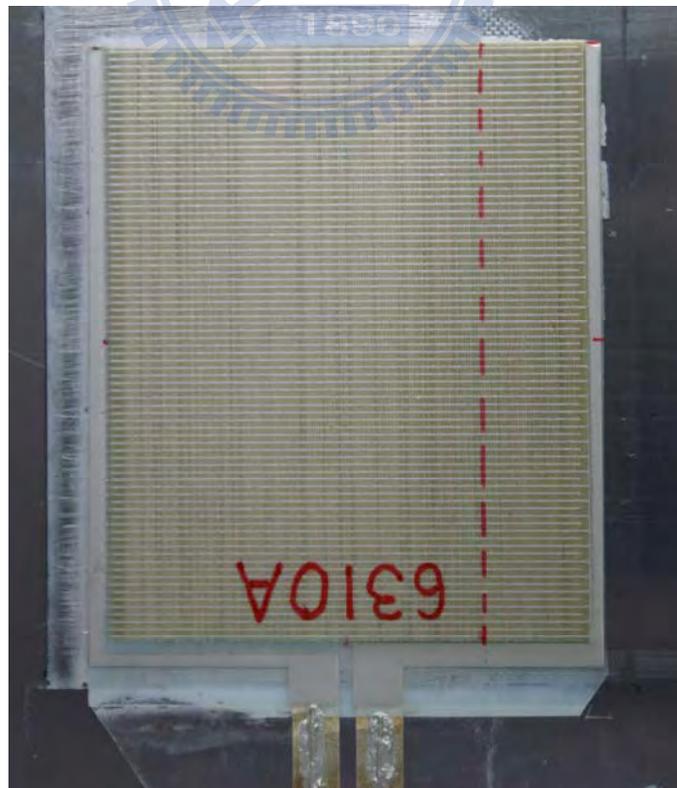


圖 3-68 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 10mm 的邊緣脫層

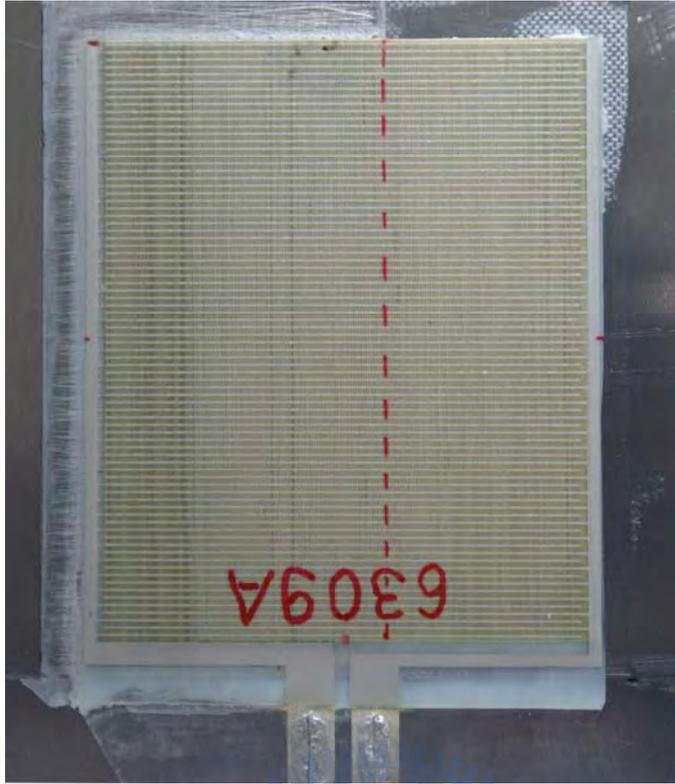


圖 3-69 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 20mm 的邊緣脫層狀

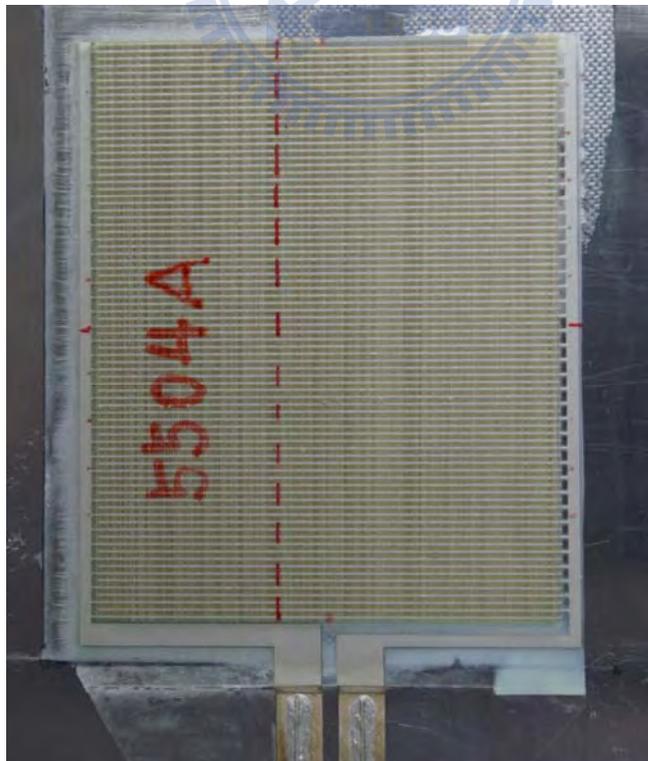


圖 3-70 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 30mm 的邊緣脫層

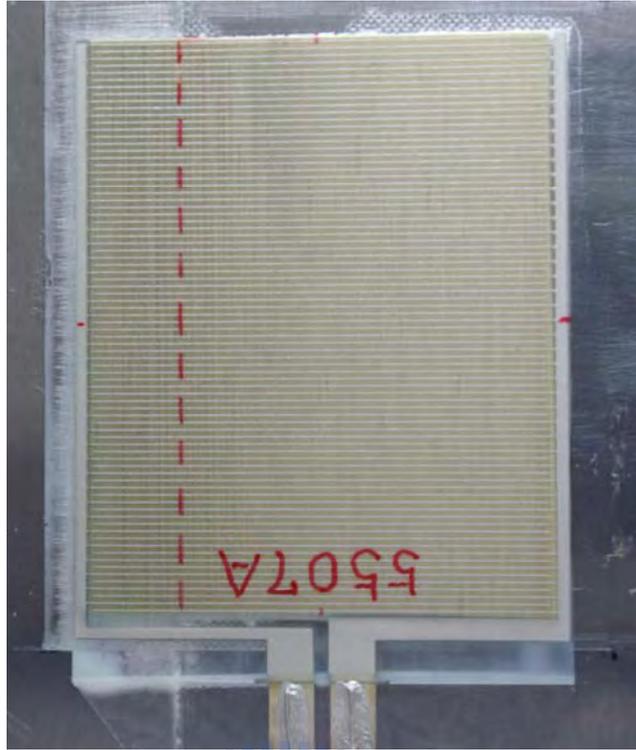


圖 3-71 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 40mm 的邊緣脫層狀

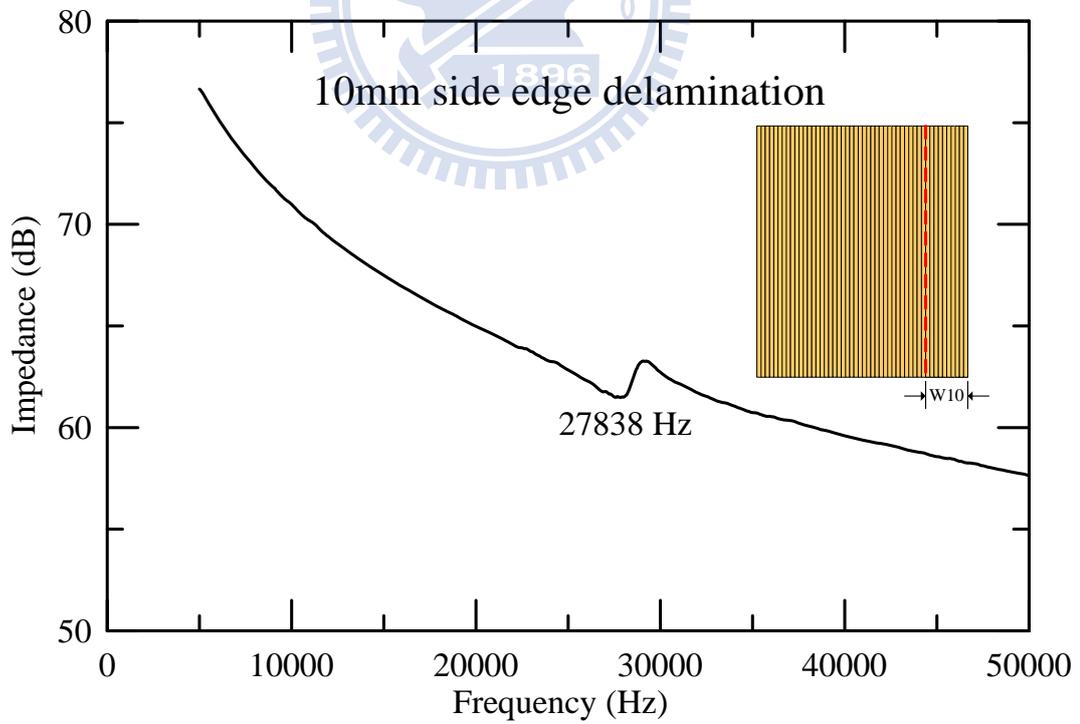


圖 3-72 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 10mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

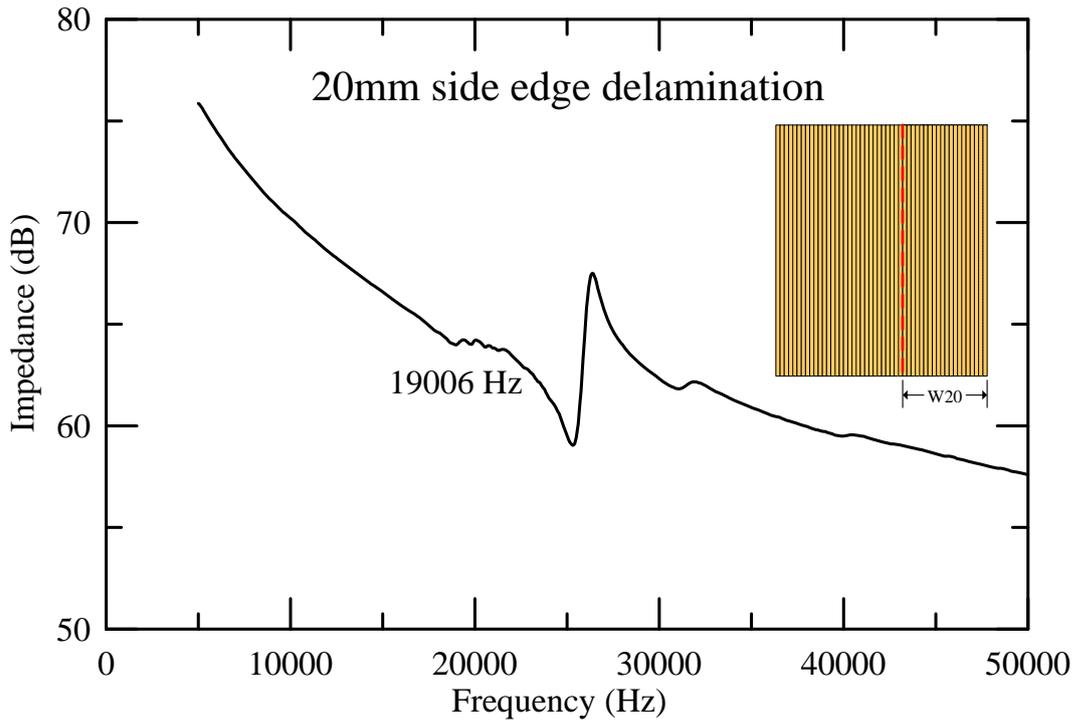


圖 3-73 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 20mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

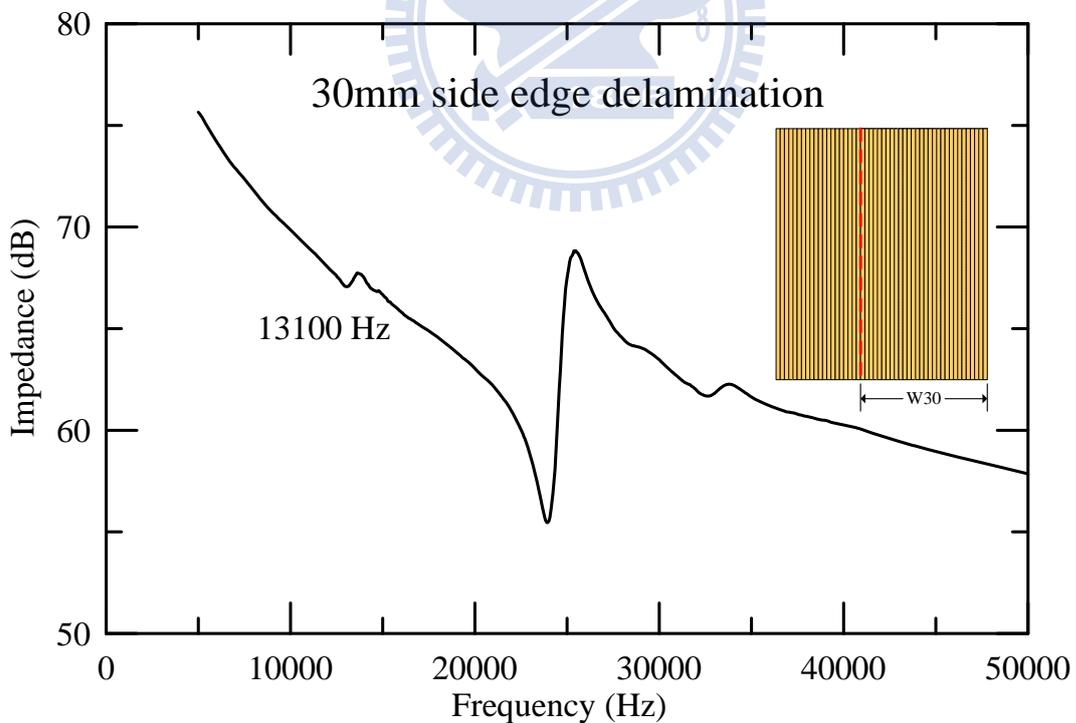


圖 3-74 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 30mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

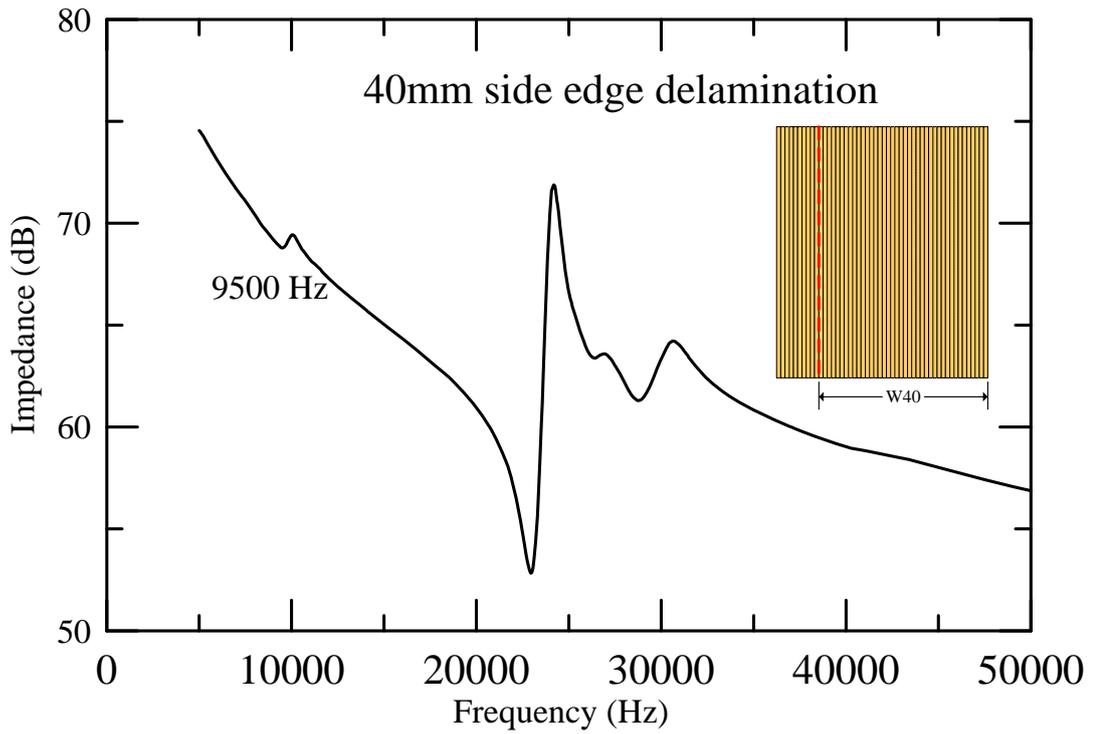


圖 3-75 Type-III PFC 在平行纖維方向具有 40mm 邊緣脫層的量測阻抗響應

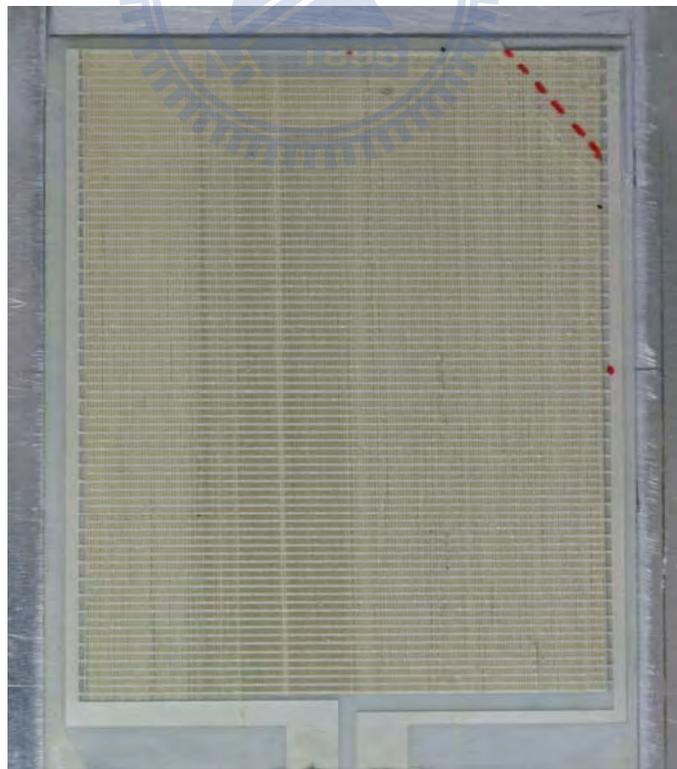


圖 3-76 具有相鄰兩邊為 10mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC

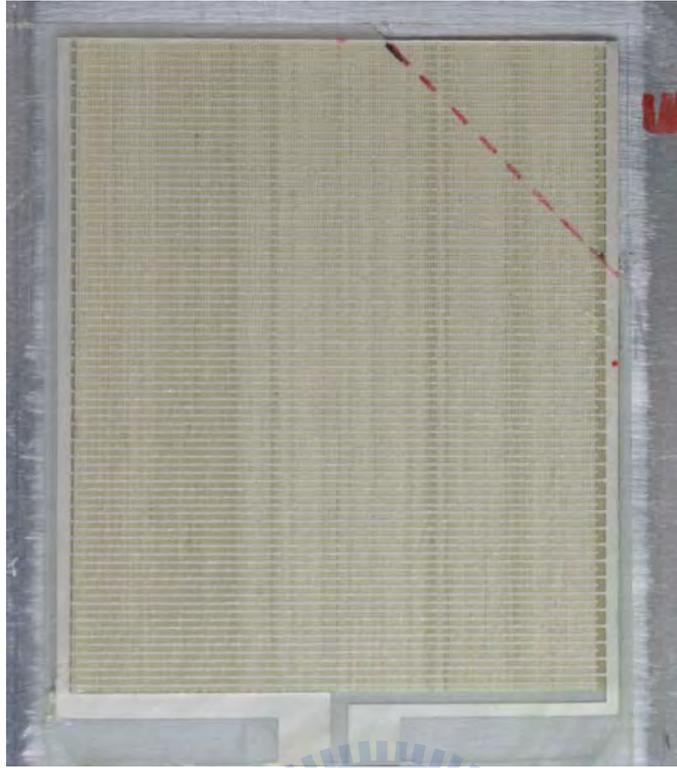


圖 3-77 具有相鄰兩邊為 20mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC

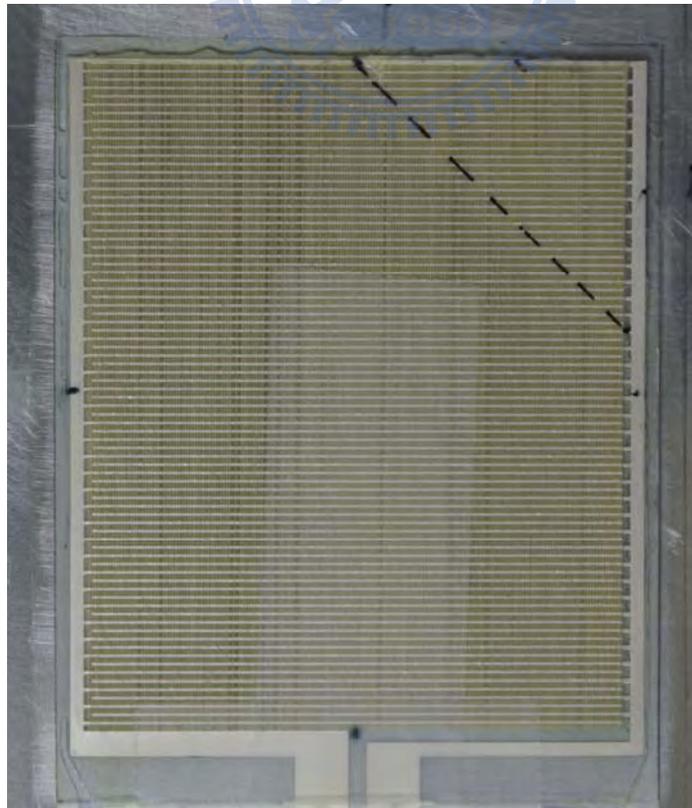


圖 3-78 具有相鄰兩邊為 25mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC

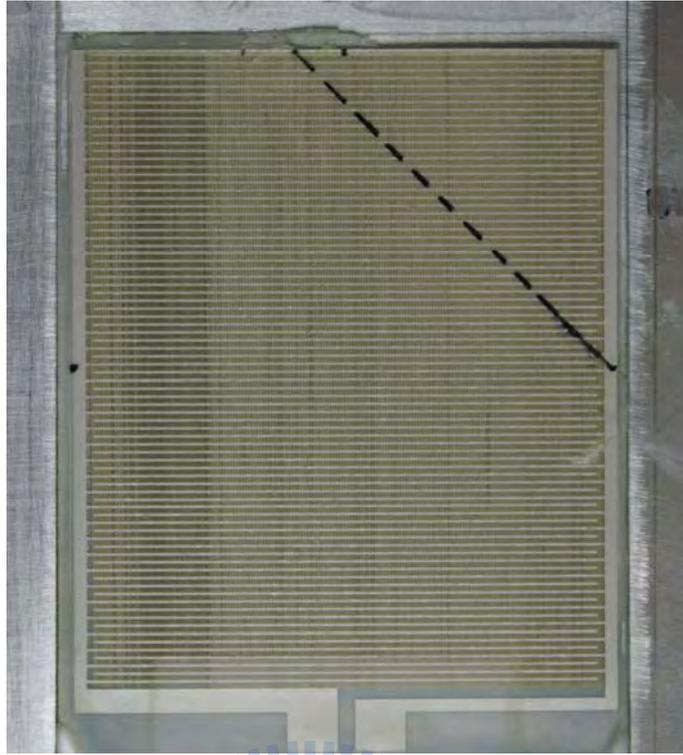


圖 3-79 具有相鄰兩邊為 30mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC

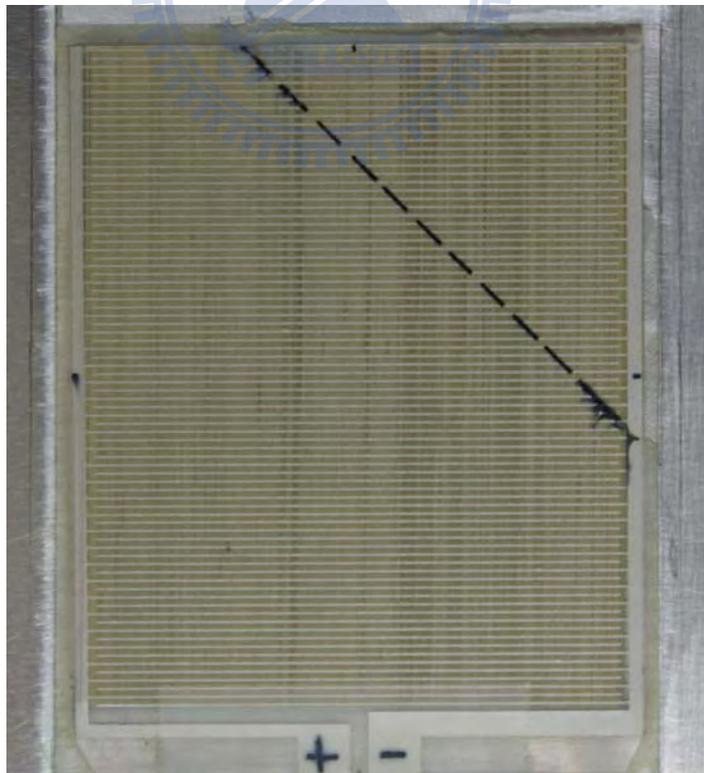


圖 3-80 具有相鄰兩邊為 35mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC

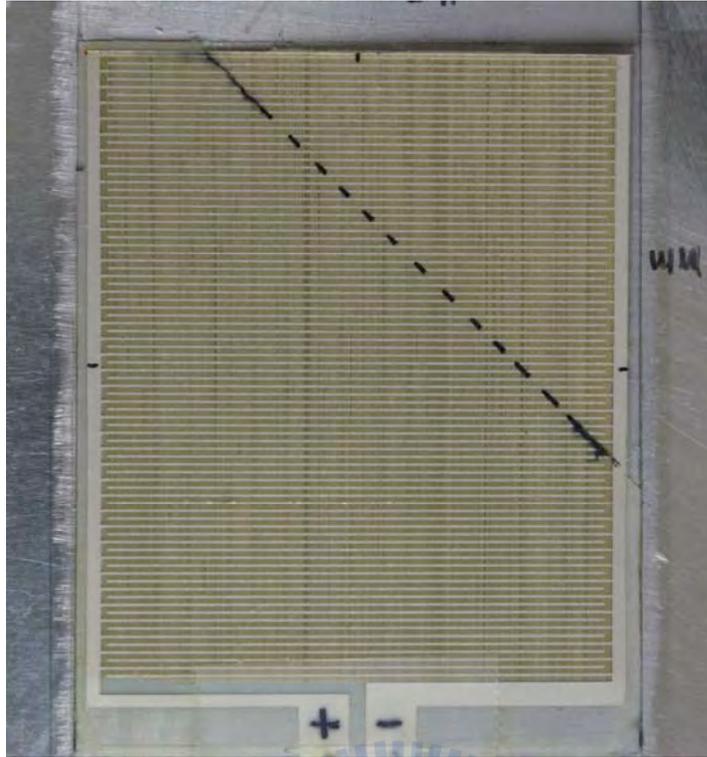


圖 3-81 具有相鄰兩邊為 40mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC

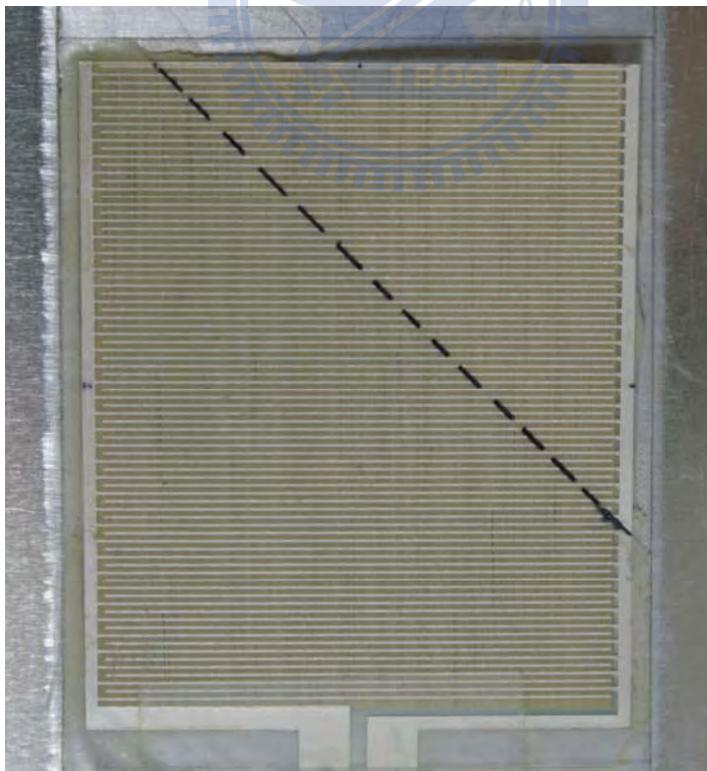


圖 3-82 具有相鄰兩邊為 45mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC

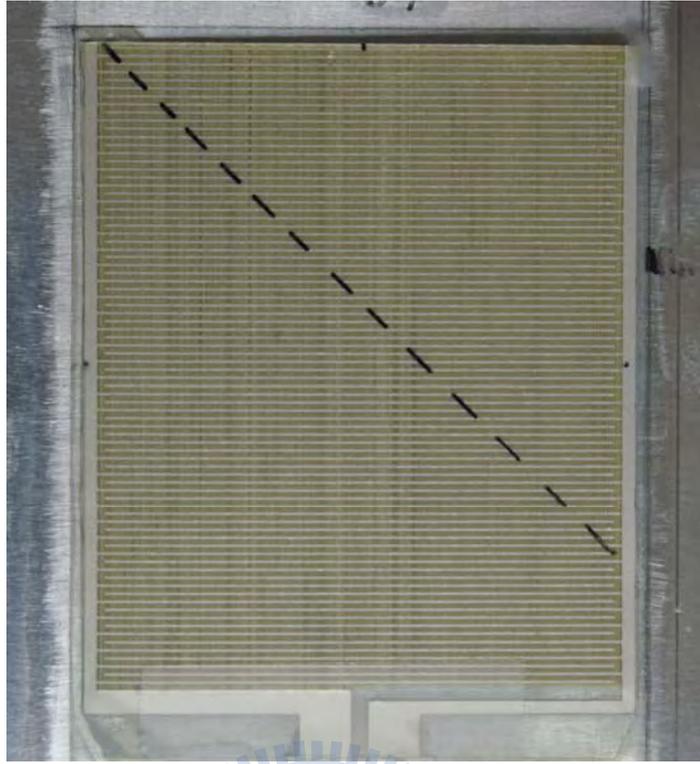


圖 3-83 具有相鄰兩邊為 50mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC

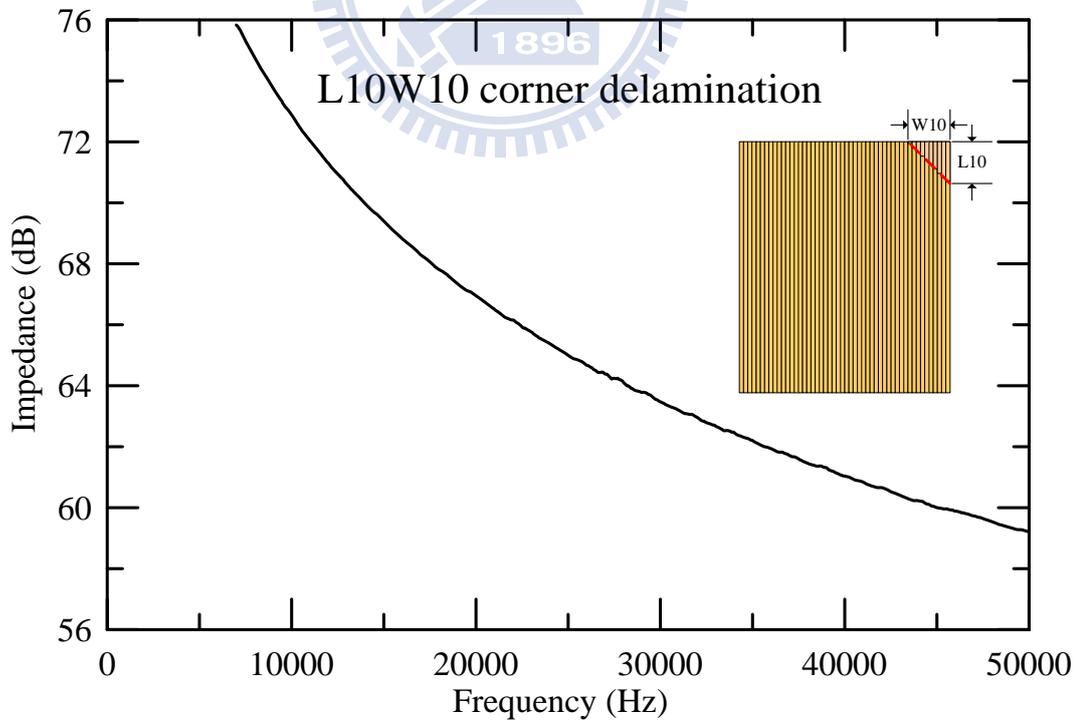


圖 3-84 具有相鄰兩邊為 10mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測阻抗響應

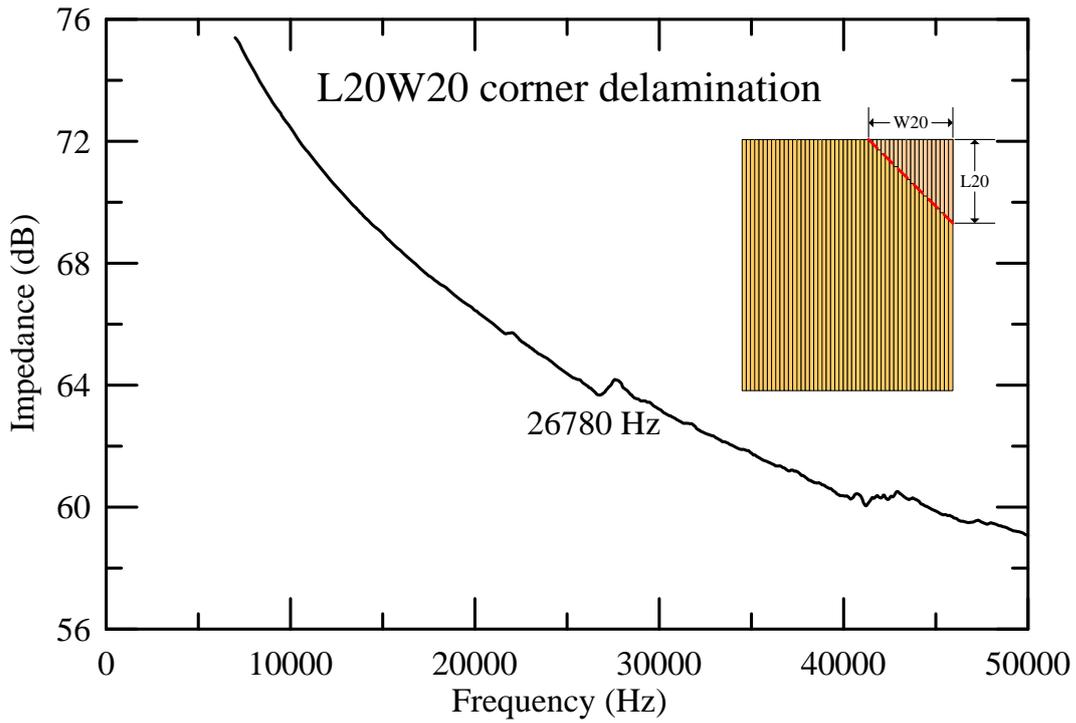


圖 3-85 具有相鄰兩邊為 20mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測阻抗響應

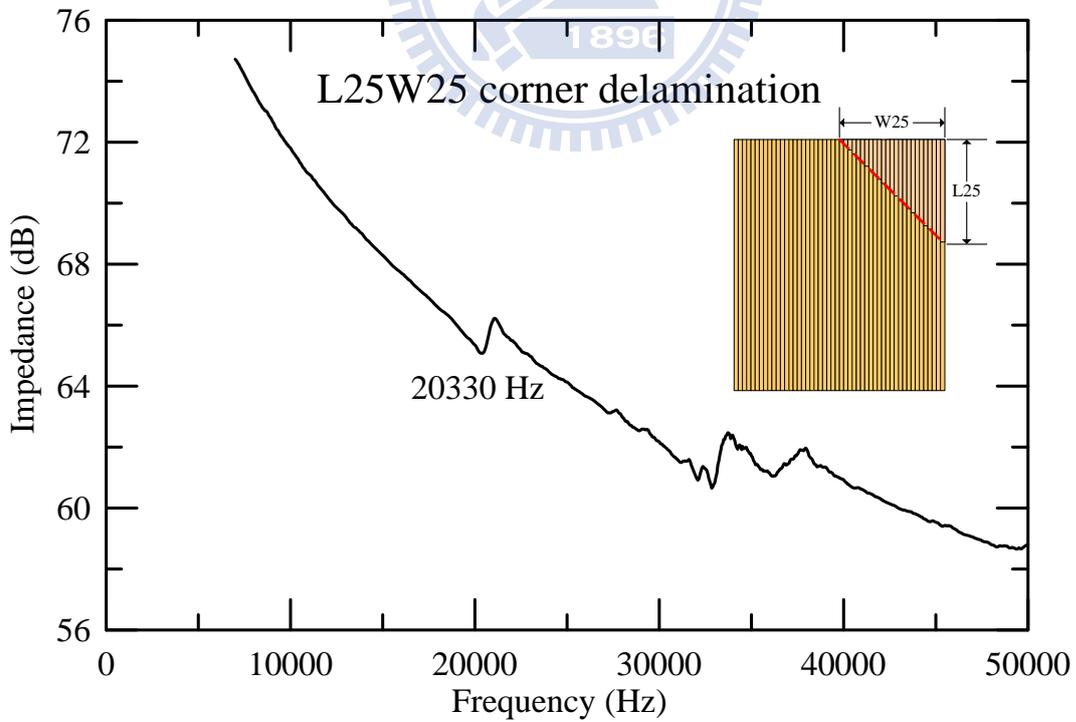


圖 3-86 具有相鄰兩邊為 25mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測阻抗響應

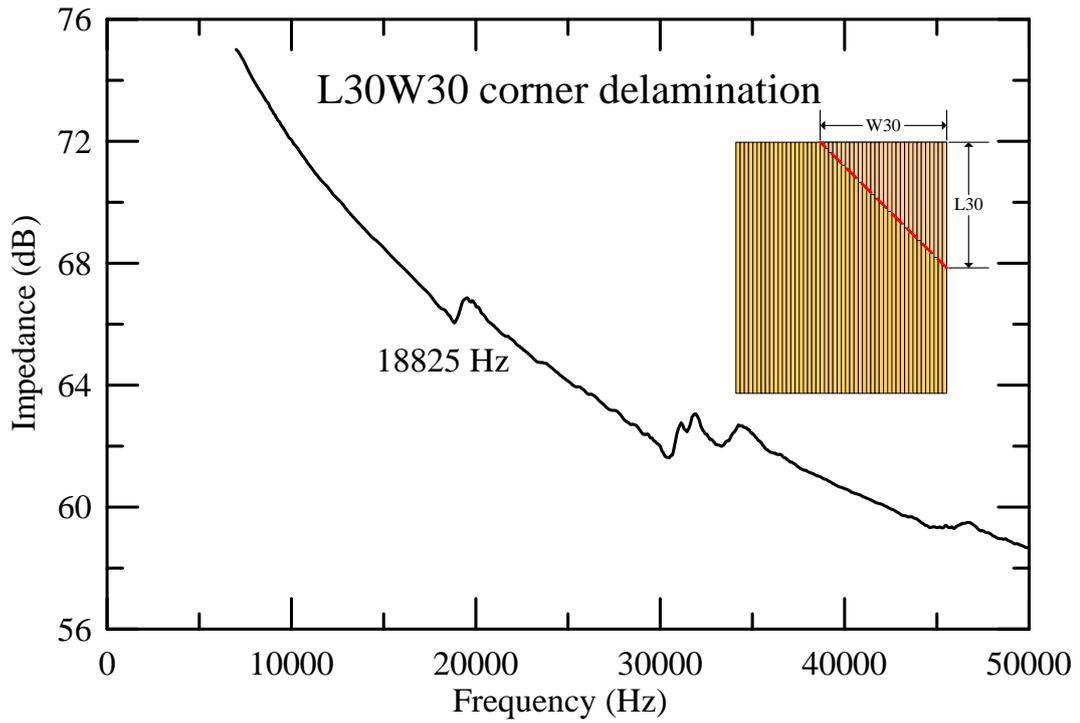


圖 3-87 具有相鄰兩邊為 30mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測阻抗

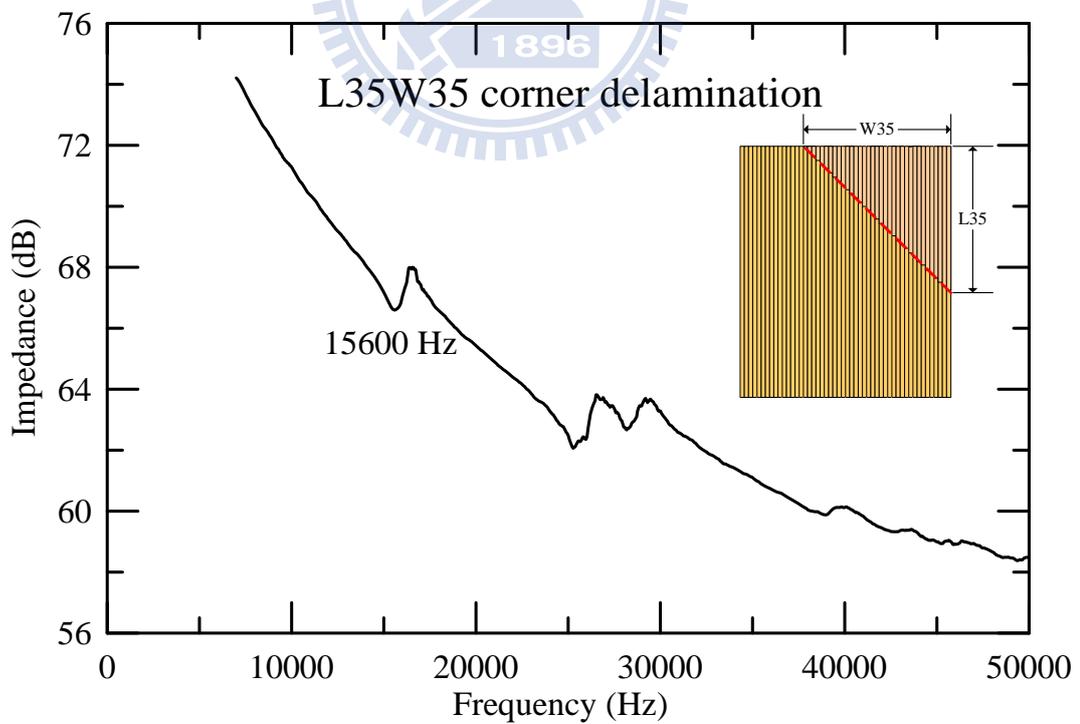


圖 3-88 具有相鄰兩邊為 35mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測阻抗
響應

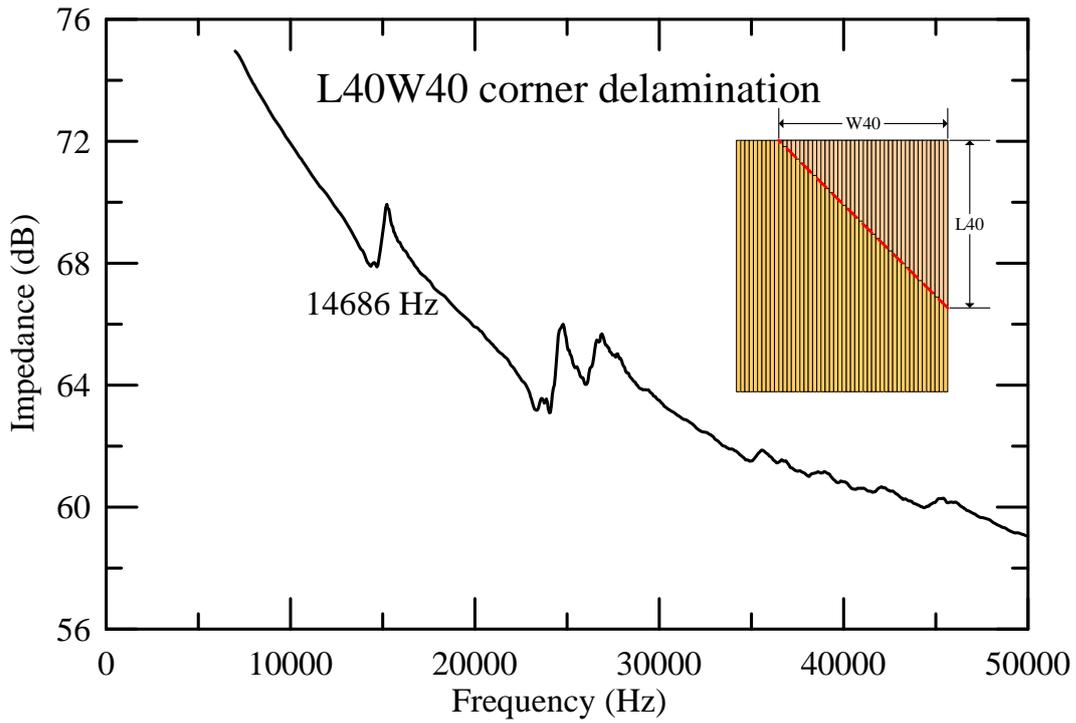


圖 3-89 具有相鄰兩邊為 40mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測阻抗響應

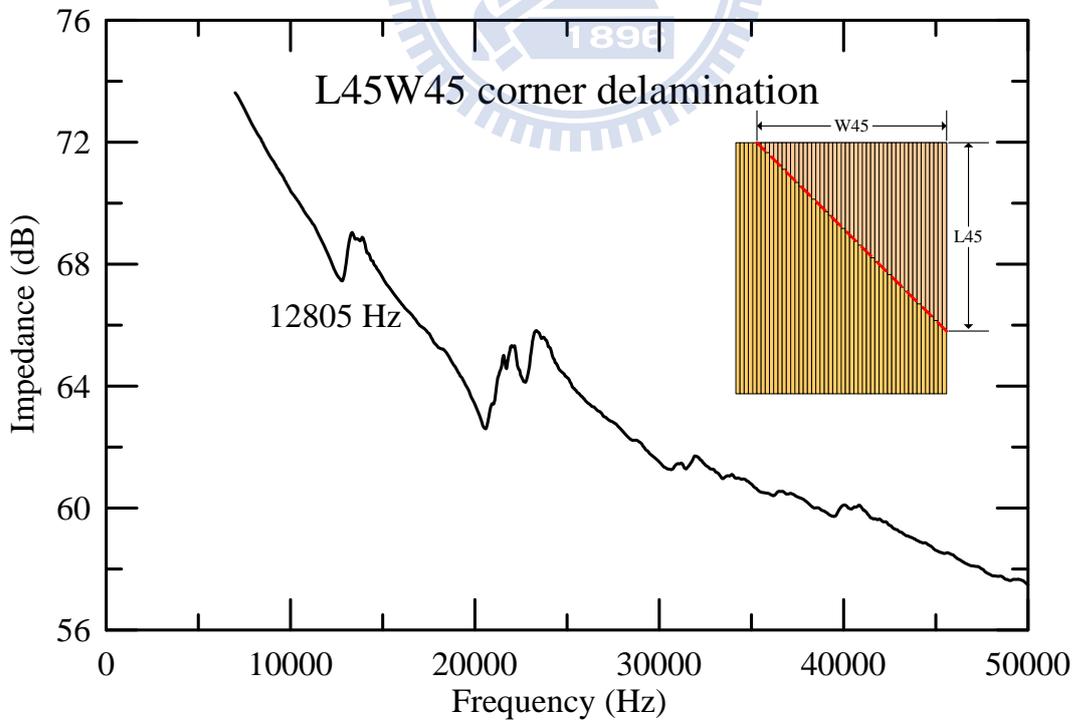


圖 3-90 具有相鄰兩邊為 45mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測阻抗響應

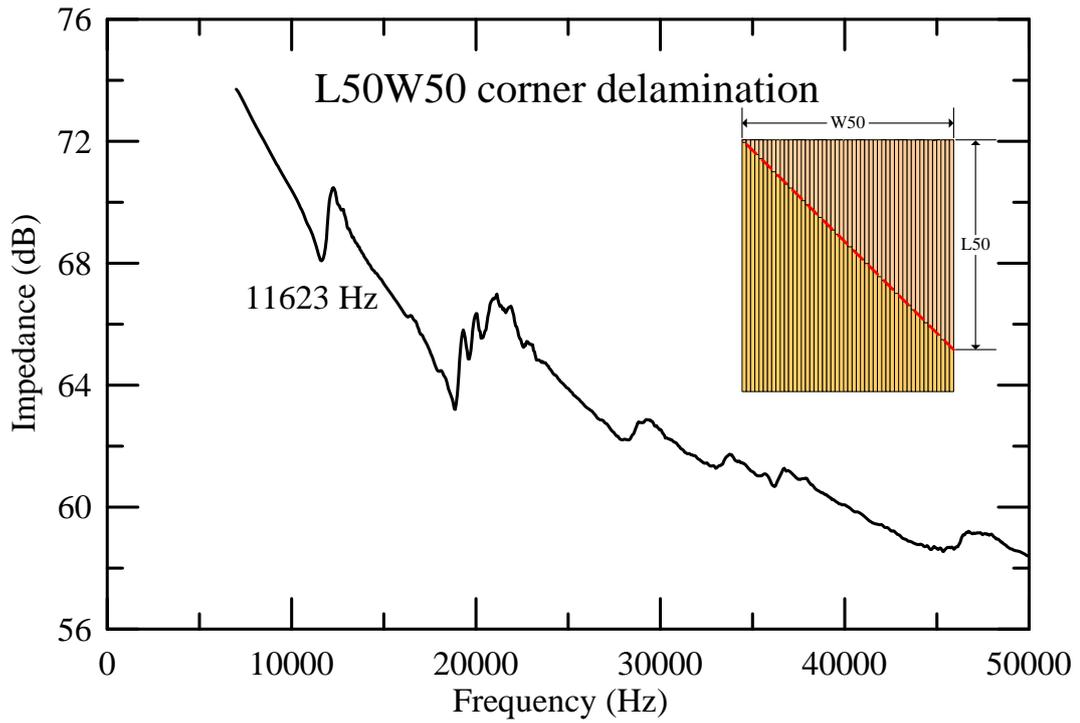


圖 3-91 具有相鄰兩邊為 50mm 等邊角落脫層之 Type-III PFC 的量測阻抗

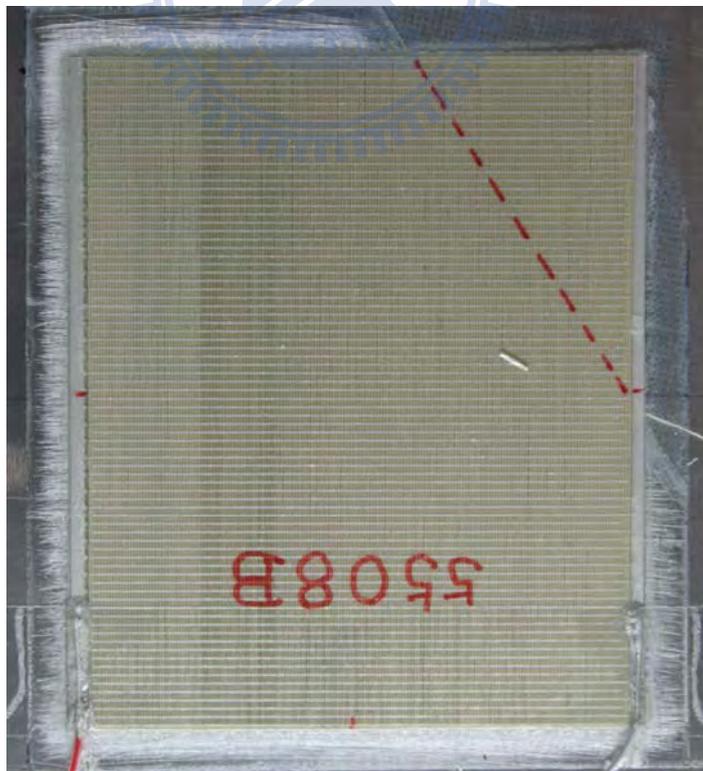


圖 3-92 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 30mm、W 邊 20mm 之角落脫層

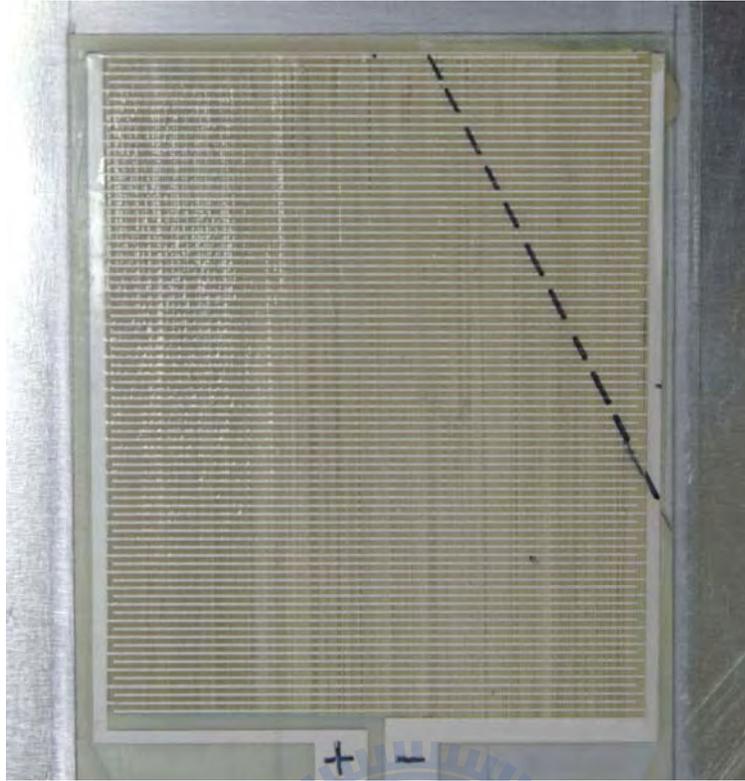


圖 3-93 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 40mm、W 邊 20mm 之角落脫層

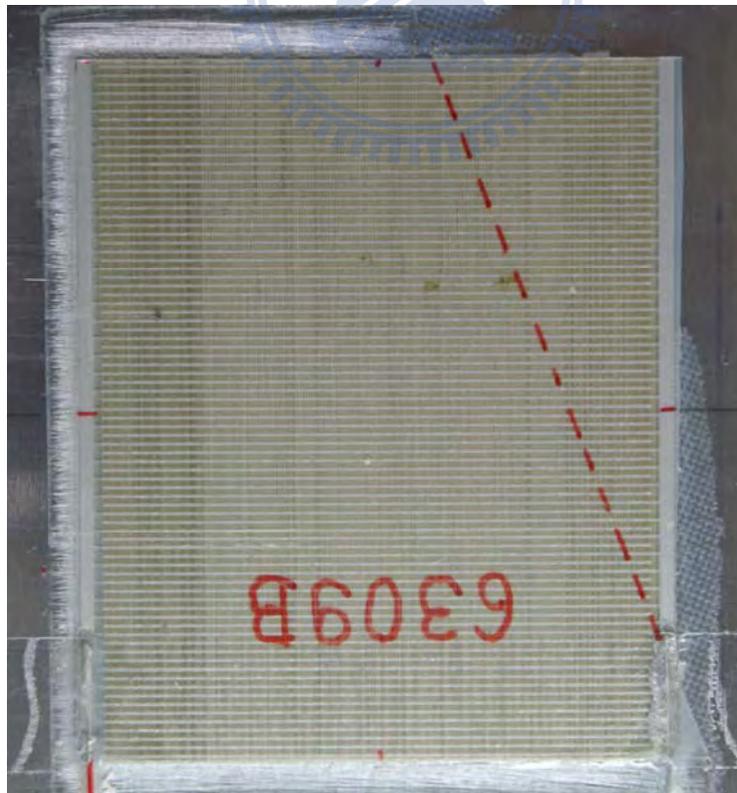


圖 3-94 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 50mm、W 邊 20mm 之角落脫層

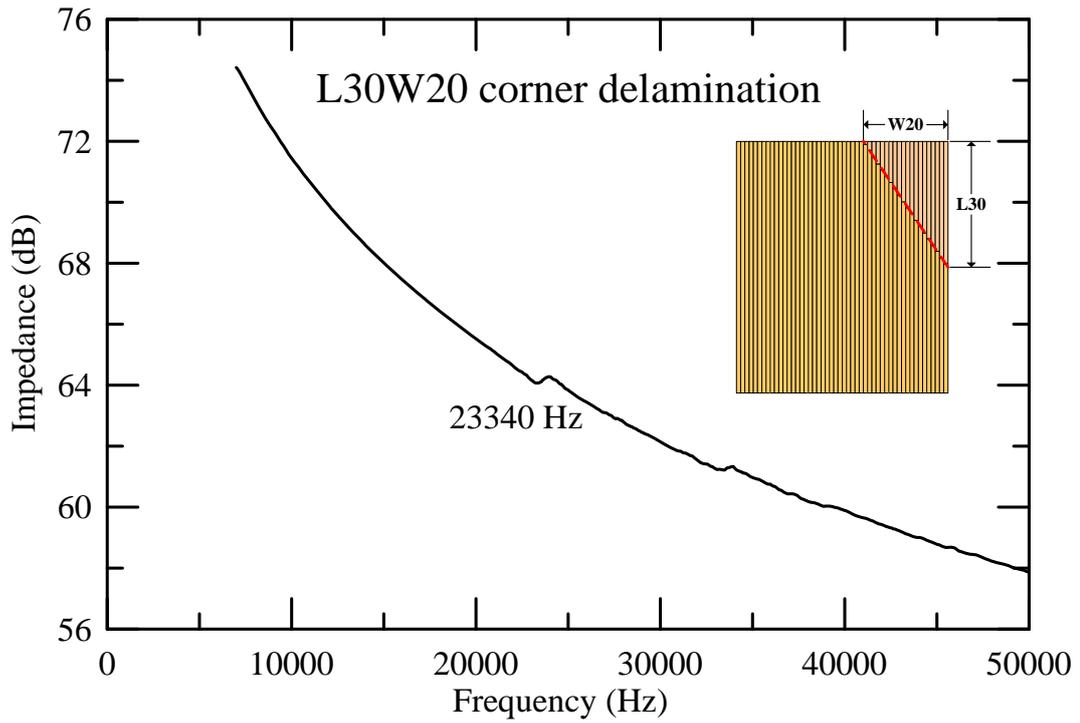


圖 3-95 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 30mm、W 邊 20mm 之角落脫層的量測阻抗響應

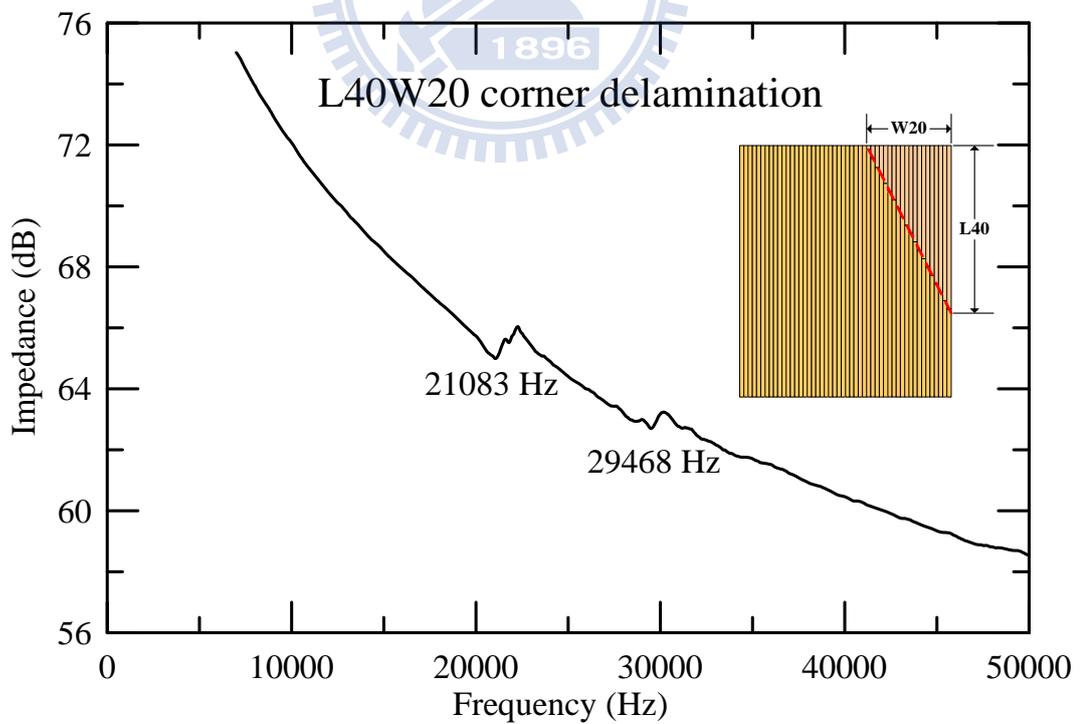


圖 3-96 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 40mm、W 邊 20mm 之角落脫層的量測阻抗響應

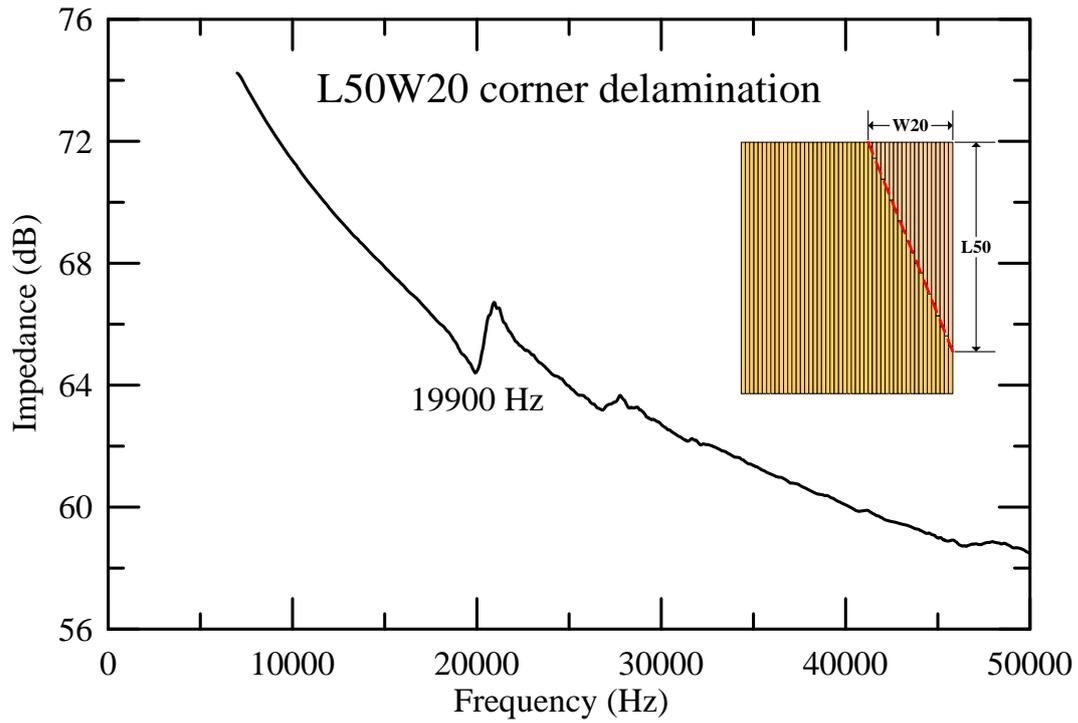


圖 3-97 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 50mm、W 邊 20mm 之角落脫層的量測阻抗響應

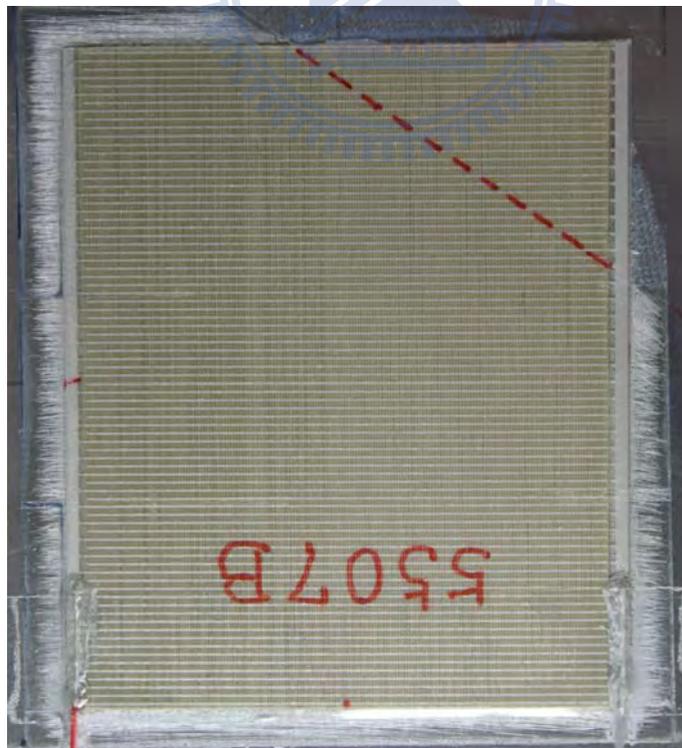


圖 3-98 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 30mm 之角落脫層

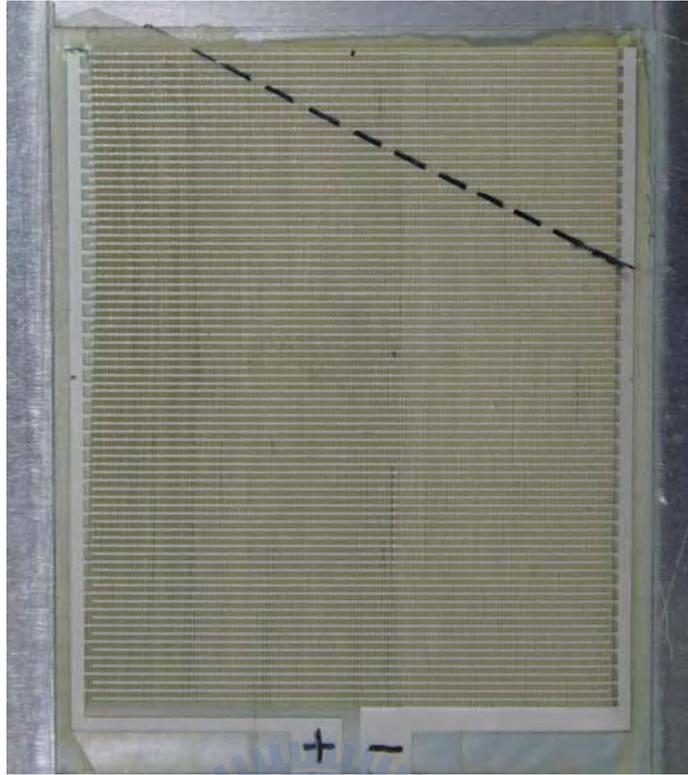


圖 3-99 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 40mm 之角落脫層

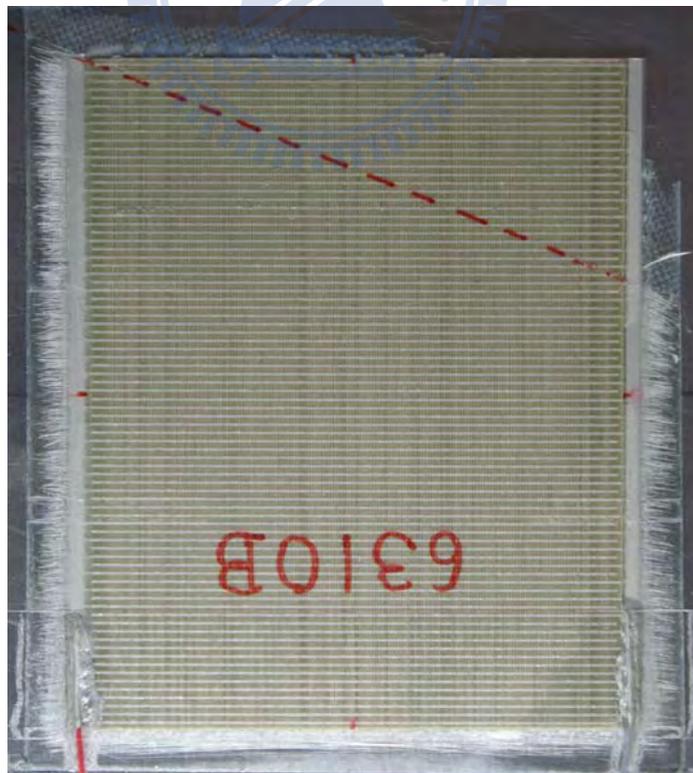


圖 3-100 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 50mm 之角落脫層

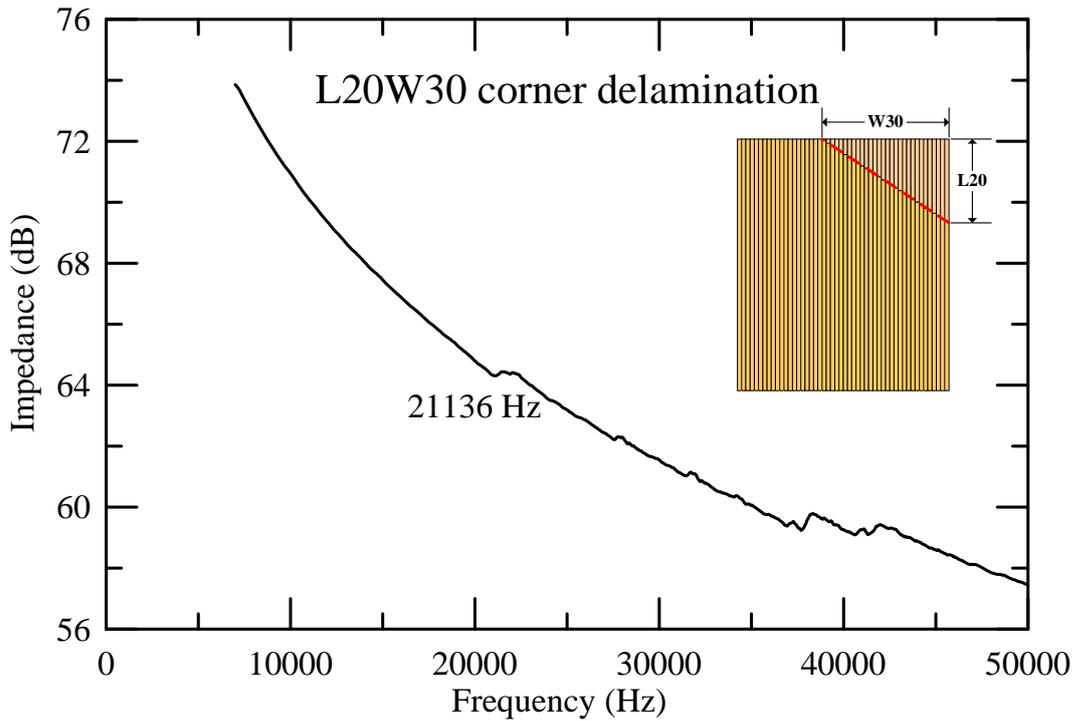


圖 3-101 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 30mm 之角落
脫層的量測阻抗響應

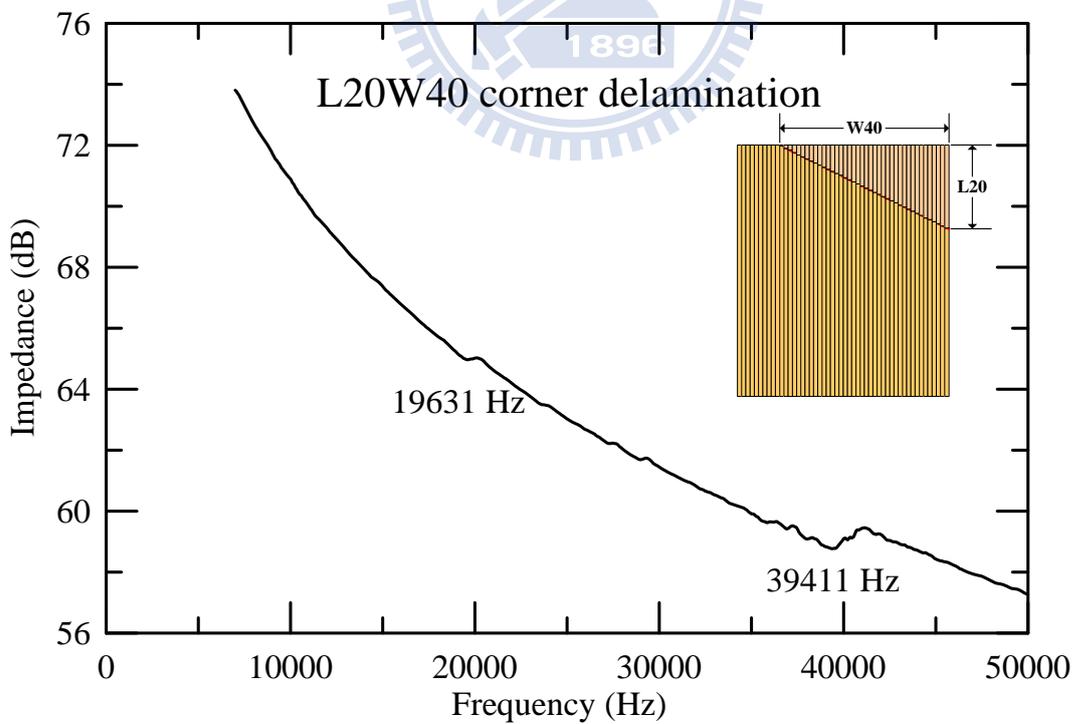


圖 3-102 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 40mm 之角落
脫層的量測阻抗響應

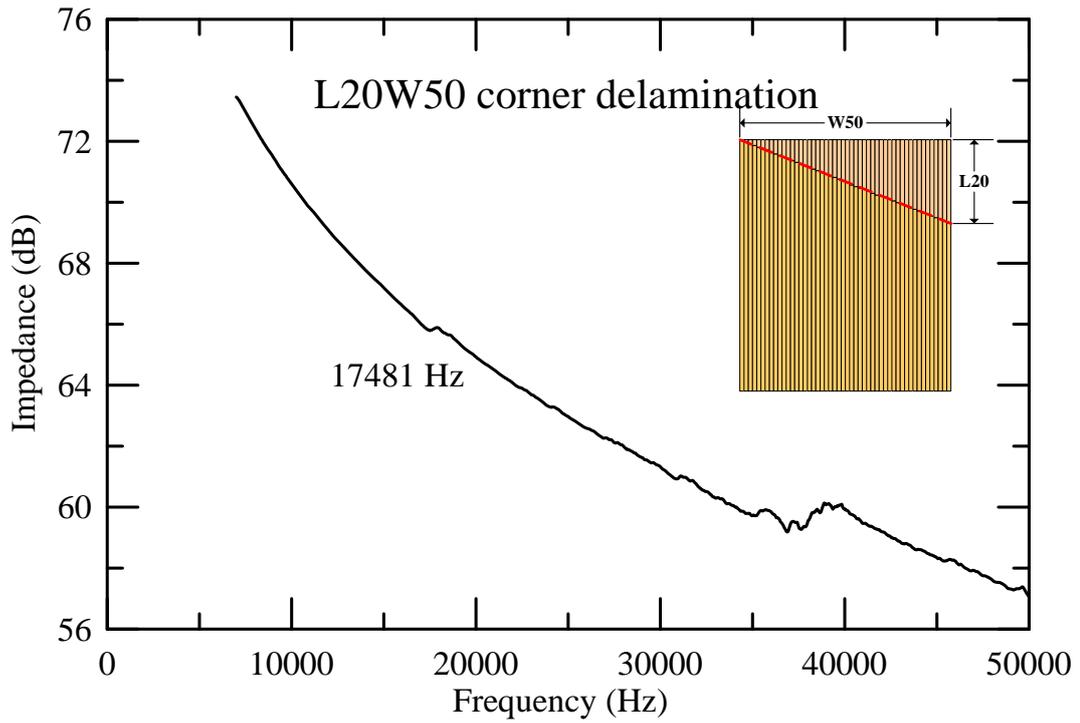


圖 3-103 Type-III PFC 黏貼在鋁板上，具 L 邊 20mm、W 邊 50mm 之角落脫層的量測阻抗響應

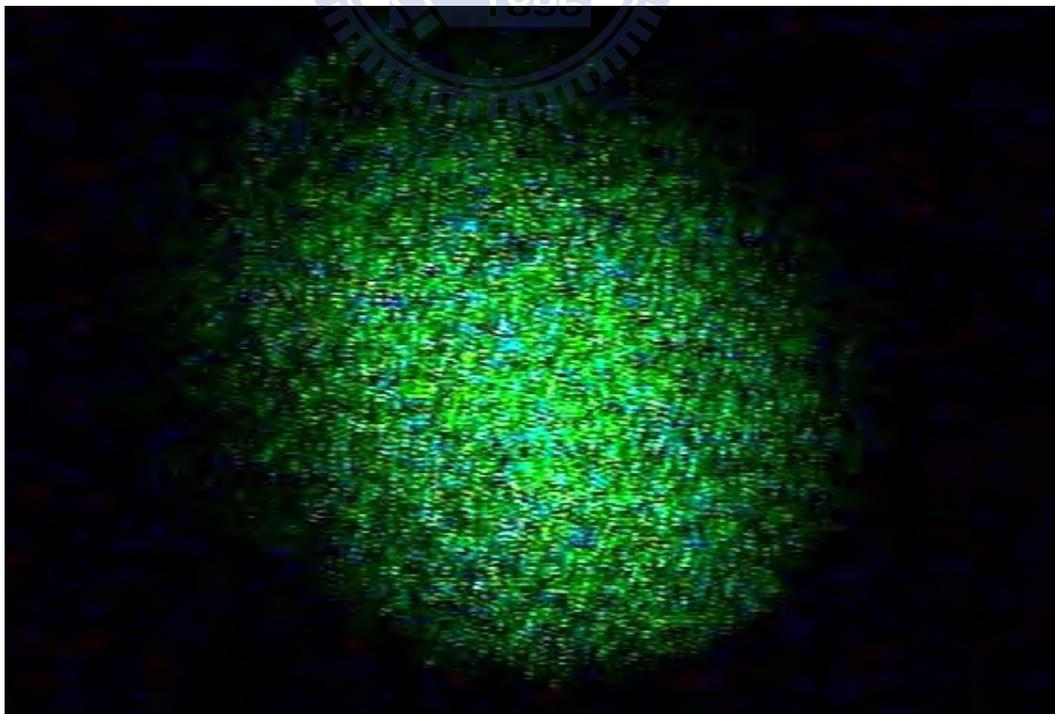


圖 3-104 雷射光照射在物體表面所產生的光斑

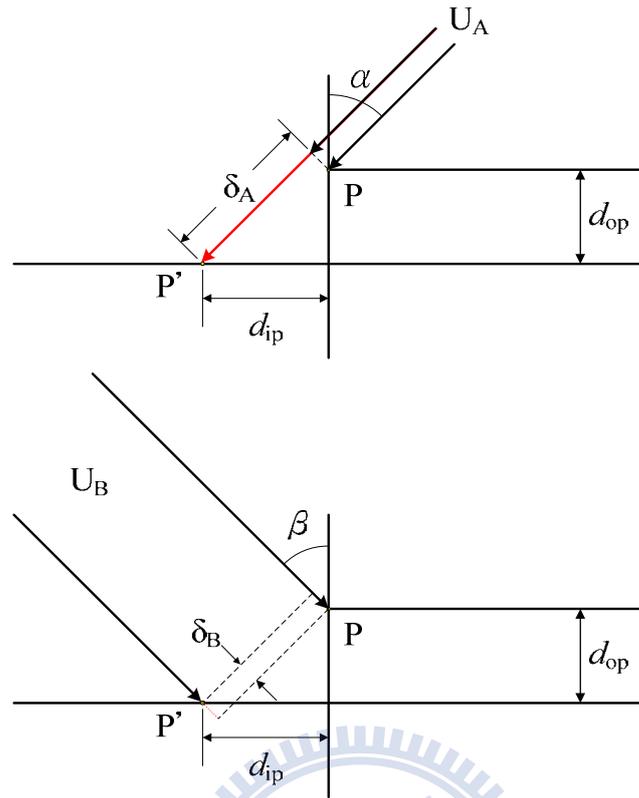


圖 3-105 結構變形前後的光程差示意圖

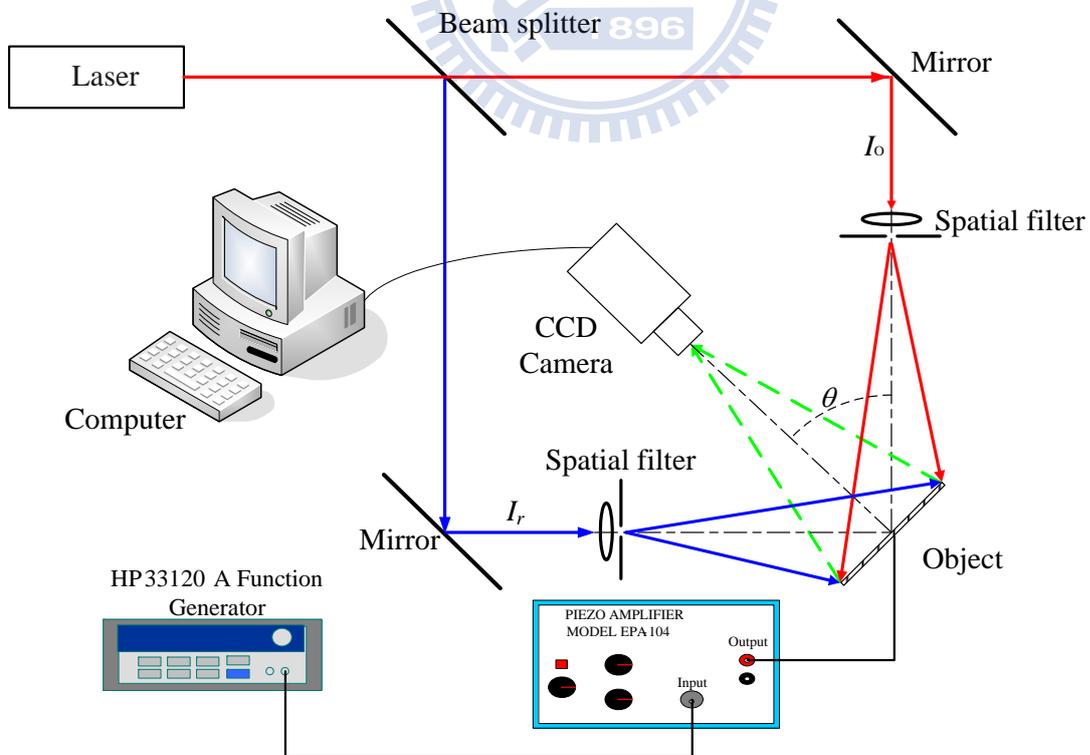


圖 3-106 電子光斑干涉術面內振動量測示意圖

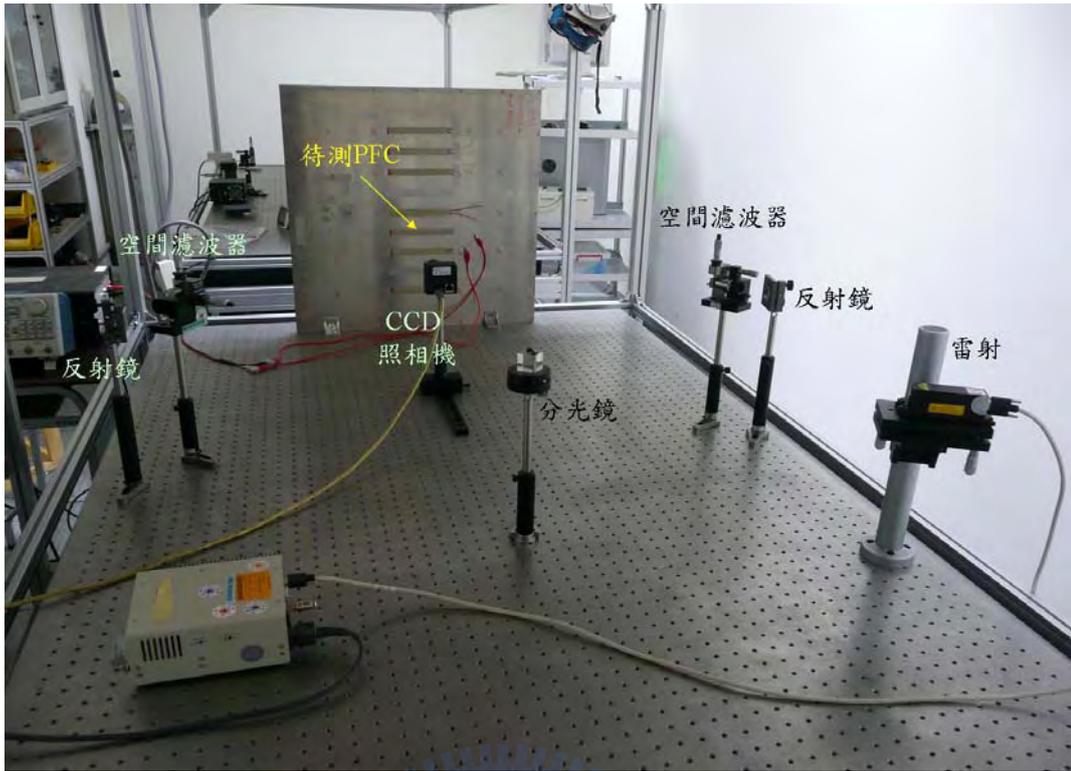


圖 3-107 PFC 主動纖維複材的面內振動振形量測光路佈建圖



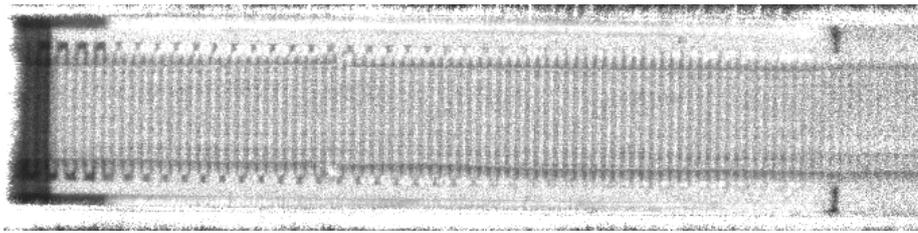


圖 3-108 由 CCD 所拍攝的 PFC 參考影像

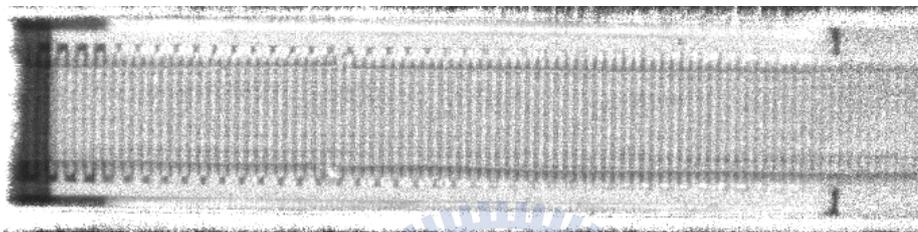


圖 3-109 由 CCD 所拍攝的 PFC 在驅動電壓增強後的影像

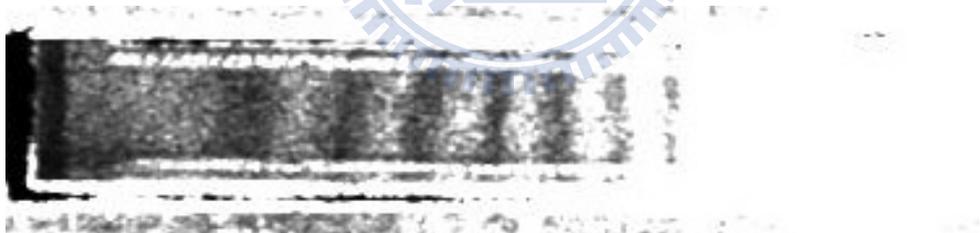


圖 3-110 將圖 3-109 的影像與圖 3-108 的影像相減後做處理後得到清晰的干涉條紋(具 65mm 邊緣脫層之 Type-I PFC)

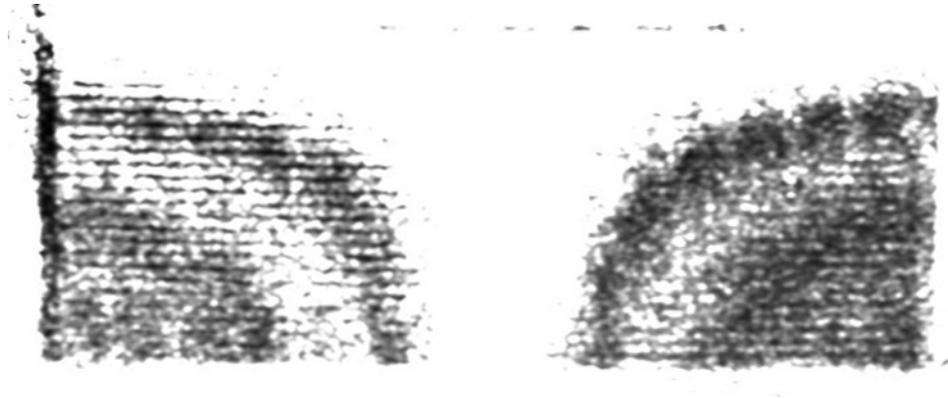


圖 3-111 Type-III PFC 在垂直纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_1 軸向面內基本振動的振形干涉條紋



PFCL20W50FX_17100Hz_Ux

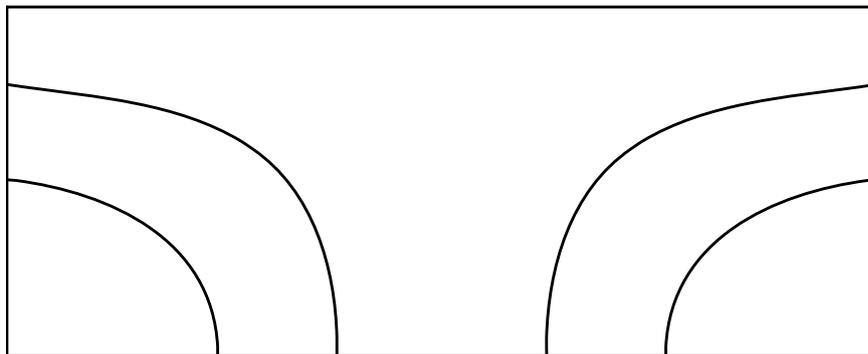


圖 3-112 Type-III PFC 在垂直纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_1 軸向模擬所得面內基本振動之振形等位移線圖

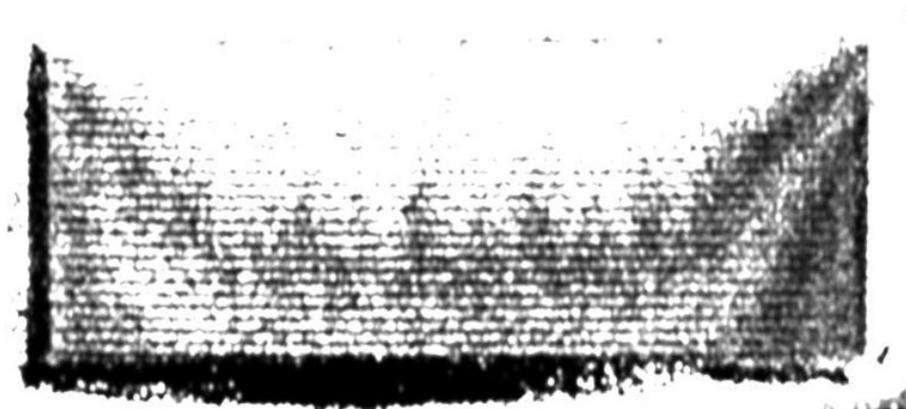


圖 3-113 Type-III PFC 在垂直纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_3 軸向面內基本振動的振形干涉條紋



PFCL20W50FX_17100Hz_Uz

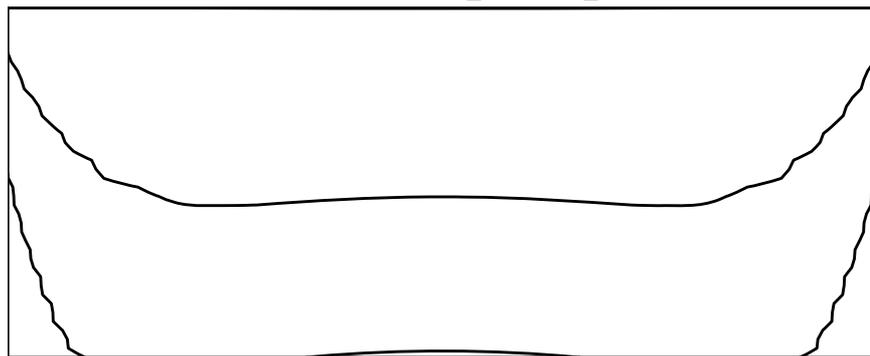


圖 3-114 Type-III PFC 在垂直纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_3 軸向模擬所得面內基本振動之振形等位移線圖



圖 3-115 Type-III PFC 在平行纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_1 軸向面內基本振動的振形干涉條紋

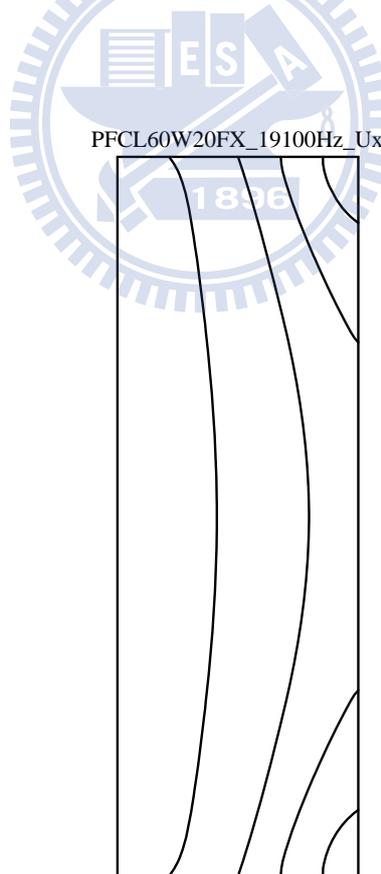


圖 3-116 Type-III PFC 在平行纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_1 軸向模擬所得面內基本振動的振形等位移線圖



圖 3-117 Type-III PFC 在平行纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_3 軸向面內基本振動的振形干涉條紋

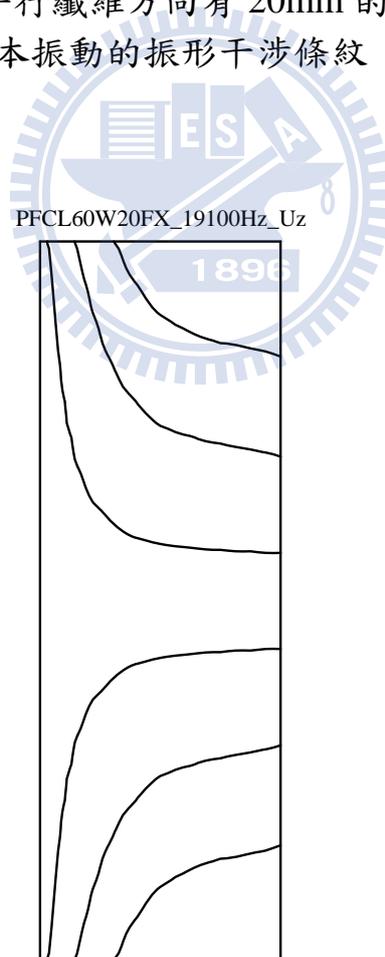


圖 3-118 Type-III PFC 在平行纖維方向有 20mm 的邊緣脫層時 x_3 軸向模擬所得面內基本振動之振形等位移線圖

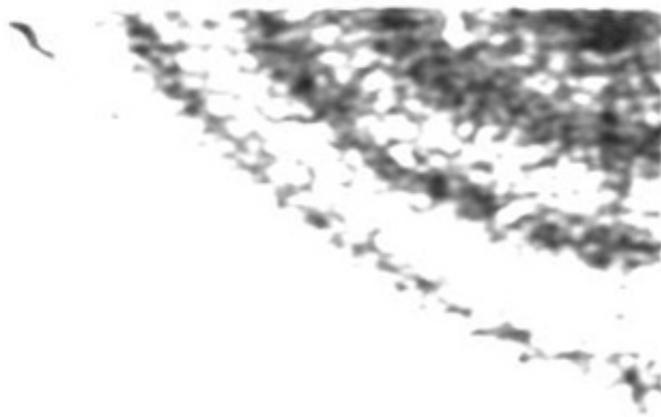


圖 3-119 Type-III PFC 邊長 20mm 的等邊角落脫層 x_1 軸向面內基本振動的振形干涉條紋

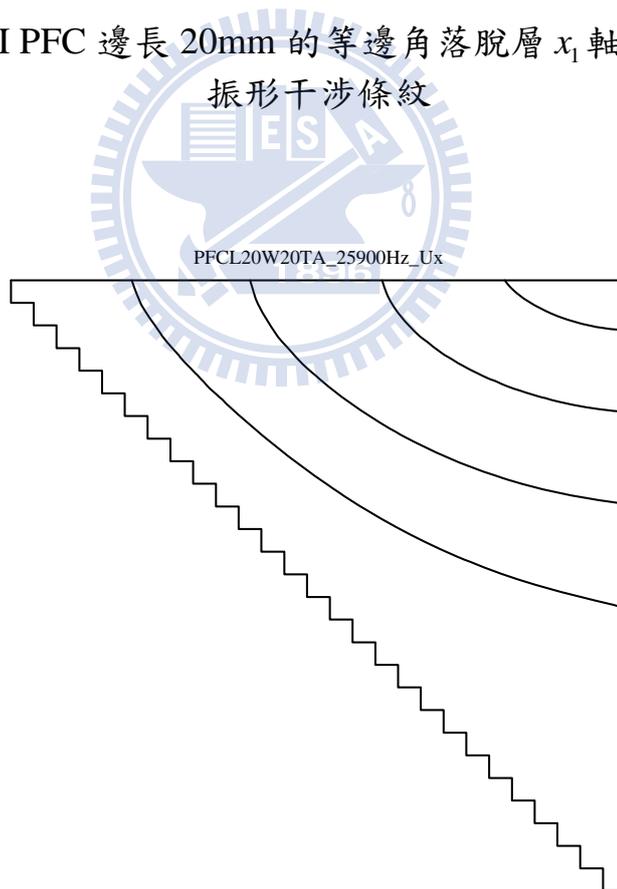


圖 3-120 Type-III PFC 邊長 20mm 的等邊角落脫層 x_1 軸向模擬所得面內基本振動之振形等位移線圖

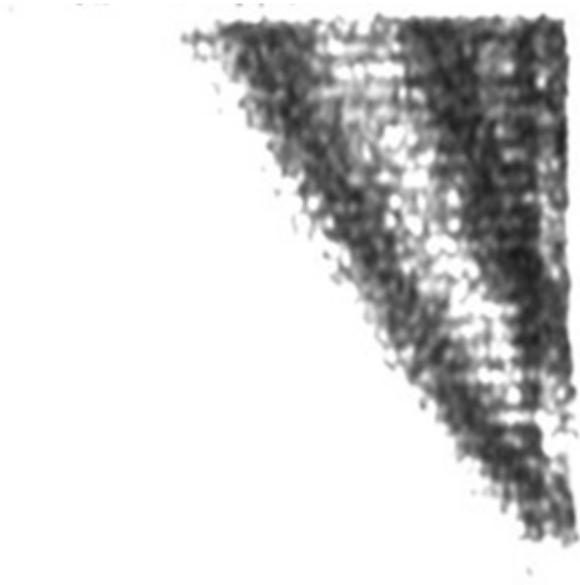


圖 3-121 Type-III PFC 邊長 20mm 的等邊角落脫層 x_3 軸向面內基本振動的振形干涉條紋

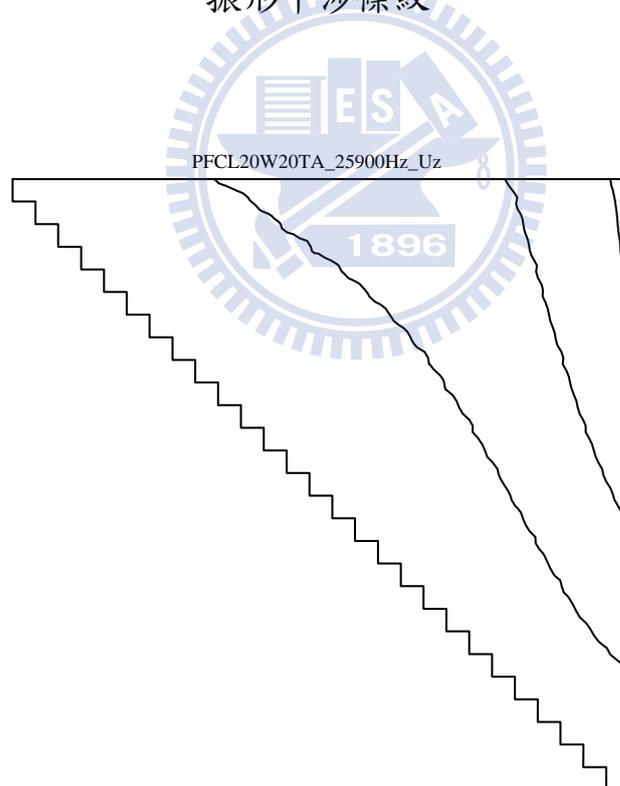


圖 3-122 Type-III PFC 邊長 20mm 的等邊角落脫層 x_3 軸向模擬所得面內基本振動之振形等位移線圖

第四章 結果與討論

主動纖維複材脫離主結構的脫層行為可分成內部脫層與邊緣脫層兩類。考量壓電纖維複材伸縮時，邊緣產生的最大剪應力致使邊緣脫層發生的機率較高，本研究專注於邊緣脫層的探討。為簡化分析模型，本研究中將邊緣脫層的前緣視為一直線進行討論。

壓電纖維複材於實際運用時，若發生邊緣脫層，可將脫離主結構的部分壓電纖維複材視為單邊固定的懸臂板(cantilever plate)。壓電纖維複材上下表面的指叉電極會呈對稱排列，以一掃頻正弦波驅動壓電纖維複材，將使脫層的壓電纖維複材沿纖維方向產生面內共振，由共振頻率的改變可判別脫層的大小。應用電子光斑干涉術可以證實壓電纖維複材脫層的共振確實為面內振動，脫層的形狀與共振模態位移的大小亦可藉電子光斑的干涉條紋得知。本章將就有限元素模擬及實驗的結果作一綜整討論。

4.1 脫層前緣與纖維垂直以及與纖維平行的脫層結果

本研究初期購得的主動纖維複材為 Type-I PFC，呈細長的帶狀，故僅探討脫層前緣垂直於纖維的邊緣脫層，表 4-1 所列為不同脫層尺寸之 Type-I PFC 邊緣脫層的分析結果與試驗數據，圖 4-1 則為上述狀況變化曲線的比較。

表 4-2 所列為脫層前緣垂直於纖維之 Type-III PFC 的面內共振頻率模擬與試驗值，圖 4-2 則為上述狀況的變化曲線比較。由表 4-1、表 4-2 與圖 4-1、圖 4-2 之結果可知，當主動纖維複材產生邊緣脫層且其脫層前緣與纖維垂直時，主動纖維複材的軸向共振頻率會因脫層的發生而變化，並隨脫層尺寸的增加，共振頻率逐漸降低。

圖 4-1 清楚顯示，對脫層前緣與纖維垂直的邊緣脫層而言，本研究所

提出的數學分析、有限元素模型的預測結果及實驗數據相當一致。當脫層尺寸較小時，實驗與分析、模擬的結果有較大的誤差，應可歸因於脫層尺寸較小時，脫層前緣的應力分佈較接近二維狀況。此外，較短的脫層長度不易精確製作，實驗誤差會較大。

表 4-1 邊緣脫層前緣垂直纖維的 Type-I PFC 面內基本共振頻率

脫層長度(mm)	理論分析值(Hz)	ANSYS 模擬值(Hz)	實驗量測值(Hz)
13	49,260	53,600	39,538
26	24,630	26,700	23,394
39	16,420	18,500	15,688
52	12,315	13,300	13,269
65	9,852	10,700	10,456
78	8,210	8,900	8,656
91	7,037	7,600	7,306
104	6,158	6,600	6,406

表 4-2 邊緣脫層前緣垂直纖維的 Type-III PFC 面內基本共振頻率

脫層比例(mm)	ANSYS 模擬值(Hz)	實驗量測值(Hz)
10	22,600	
15	18,600	
20	17,100	18,771
25	16,400	
30	16,000	17,643
35	15,600	
40	15,300	16,030
45	14,700	

本研究探討了兩種尺寸之 PFC 脫層前緣與纖維平行的情況。Type-II PFC 屬於短寬型的主動纖維複材，較適於當成信號感測元件，Type-III PFC 具有較長的壓電纖維與感測面積，可產生較大的變形量，能同時當作致動與感測元件。

表 4-3 所列為 Type-II PFC 的分析與試驗結果，此種形式的 PFC 在數值模擬中無法顯示出共振頻率的變化。檢討其原因，應該是材料參數中的等效介電常數值誤差較大，以致於阻抗響應模擬無法顯示出共振頻率的所在，但在實驗中卻可測出。

Type-III PFC 的分析與試驗結果列於表 4-4 中。當主動纖維複材發生邊緣脫層時，即使脫層前緣與纖維平行，共振頻率亦會隨脫層尺寸的增加而下降。

表 4-3 不同尺寸邊緣脫層之 Type-II PFC 在平行纖維方向之面內共振頻率

脫層寬度(mm)	ANSYS 模擬	實驗量測(Hz)
5	-----	119375
10	-----	35,649
15	-----	24,469
20	-----	18,234
25	-----	16,621
30	-----	12,751
35	-----	10,924
40	-----	9,096

表 4-4 不同尺寸邊緣脫層之 Type-III PFC 在平行纖維方向之面內共振頻率

脫層寬度(mm)	ANSYS 模擬(Hz)	實驗量測(Hz)
5	39,900	
10	28,100	27,838
15	24,200	
20	19,100	19,006
25	15,400	
30	12,800	13,100
35	11,000	
40	9,600	9,500

4.2 角落脫層的結果

主動纖維複材角落脫層的分析模型將脫層前緣假設為固定端，脫層區域視為一懸臂板，數值模擬方法經實驗證實可行。表 4-5 比較 Type-III PFC 發生等邊角落脫層的模擬結果與實驗數據，其結果顯示於圖 4-5 中。圖中清楚的顯示當等邊角落脫層逐步增大時，主動纖維複材脫層的面內基本共振頻率會逐步移向低頻，實驗與模擬的結果亦相當一致。

若主動纖維複材角落脫層的 L 邊與 W 邊不相等，本研究將 L 邊與 W 邊均自 20mm 開始逐步遞增，執行模擬與驗證試驗。角落脫層的 W 邊設為 20mm，L 邊自 20mm 逐步遞增至 50mm，脫層區域之面內基本共振的模擬分析與實驗量測值的比較列於表 4-6。圖 4-5 所示則為上述各狀況之變化曲綫比較圖，可明顯看出脫層的區域愈大時，其面內共振頻率隨之下降。

當角落脫層的 L 邊固定為 20mm，W 邊自 20mm 逐步遞增至 50mm 時，脫層的面內基本共振頻率之模擬分析值與實驗量測值的比較如表 4-7 所列，上述各狀況之變化曲綫的比較示於圖 4-6。當角落脫層沿 PFC 的寬度方向增加時，面內基本共振頻率亦會隨之下降。

表 4-5 等邊角落脫層的 Type-III PFC 模擬與試驗結果

角落脫層邊長(mm)	ANSYS 模擬(Hz)	實驗量測(Hz)	誤差(%)
10	49,700	-----	
15	34,900	-----	
20	25,900	26,780	-3.29
25	21,200	20,330	4.28
30	17,500	18,825	-7.04
35	14,900	15,600	-4.49
40	13,000	14,686	-11.48
45	11,700	12,805	-8.63
50	10,500	11,623	-9.66

表 4-6 L 邊大於 W 邊之 Type-III PFC 角落脫層的模擬與試驗結果

角落脫層邊長 L/W(mm)	ANSYS 模擬(Hz)	實驗量測(Hz)	誤差
20/20	25,900	26,780 Hz	-3.29%
25/20	24,700		
30/20	23,400	23,340 Hz	0.26%
35/20	22,400		
40/20	21,600	21,083 Hz	2.45%
45/20	20,800		
50/20	19,900	19,900 Hz	0.00%

表 4-7 L 邊小於 W 邊之 Type-III PFC 角落脫層的模擬與試驗結果

角落脫層邊長 L/W(mm)	ANSYS 模擬(Hz)	實驗量測(Hz)	誤差(%)
20/20	25,900	26,780	-3.29
20/25	22,500		
20/30	20,100	21,136	-4.90
20/35	18,300		
20/40	17,000	19,631	-13.40
20/45	16,100		
20/50	15,300	17,481	-12.48

比較表 4-6 與表 4-7，可知主動纖維複材的等邊角落脫層沿纖維方向或寬度方向擴大時，均會導至面內基本共振頻率逐步降低。脫層沿寬度方向擴大時，所導致的共振頻率下降速度較脫層沿纖維方向擴大時快。綜整角落脫層的模擬結果，並考量脫層的面內第二共振頻率，可得到表 4-8 所列之結果。當角落脫層以等邊的形式逐步擴大時，其第二共振頻率與基本共振頻率的比值趨近一定值，約 1.7。圖 4-8~圖 4-14 為各等邊角落脫層之第二面內共振之振形圖。

當角落脫層沿寬度方向擴大時，除基本共振共振頻率下降外，第二共振頻率與基本共振頻率的比值會比 1.7 大，且隨著脫層面積擴大而增加，圖 4-15~圖 4-20 為上述各狀況面內第二共振模態之振形。反之，當脫層沿纖維方向擴大時，除了基本共振頻率下降外，第二共振頻率與基本共振頻率的比值則會比 1.7 小，且會隨著脫層的擴大而降低，圖 4-21~圖 4-26 為脫層沿纖維方向擴大時，各計算例的面內第二共振模態之振形。此一結果可作為判斷角落脫層是否沿纖維或垂直纖維方向擴大之準則。

前述等邊角落脫層的面內第二共振頻率與基本共振頻率的比值趨近一定值的關係，主要受到幾個等效材料參數的影響。表 4-9 所列為 W 與 L 邊長均為 25mm 之等邊角落脫層材料參數的變動對於頻率比值的影響。壓電

常數 d_{33} 及撓性常數 s_{11} 、 s_{33} 主導此一比值的變化。其中 s_{11} 影響基本共振頻率的改變，而 s_{33} 與 d_{33} 則對第二共振頻率的影響較大。撓性常數 s_{ij} 與勁度常數 c_{ij} 的轉換關係請參閱附錄二。

表 4-8 不同尺寸之 Type-III PFC 角落脫層的面內共振頻率計算值

角落邊長		L20W25	L20W30	L20W35	L20W40	L20W45	L20W50
基本共振頻率 f_1 (Hz)		22,500	20,100	18,300	17,000	16,100	15,300
第二共振頻率 f_2 (Hz)		42,300	40,900	39,600	37,600	39,500	38,900
f_2/f_1		1.88	2.03	2.16	2.21	2.45	2.54
角落邊長	L20W20	L25W25	L30W30	L35W35	L40W40	L45W45	L50W50
基本共振頻率 f_1 (Hz)	25,900	21,200	17,500	14,900	13,000	11,700	10,500
第二共振頻率 f_2 (Hz)	44,100	36,200	29,900	25,500	22,200	20,000	17,900
f_2/f_1	1.70	1.71	1.71	1.71	1.71	1.71	1.70
角落邊長		L25W20	L30W20	L35W20	L40W20	L45W20	L50W20
基本共振頻率 f_1 (Hz)		24,700	23,400	22,400	21,600	20,800	19,900
第二共振頻率 f_2 (Hz)		37,600	32,900	29,600	27,600	26,000	24,800
f_2/f_1		1.52	1.41	1.32	1.28	1.25	1.25

* L20W30 代表 L 邊長為 20mm、W 邊長為 30mm 的角落脫層試片，其餘類推。

表 4-9 材料參數對等邊角落脫層之面內共振頻率比值的影響

材料參數異動	基本共振頻率 f_1 (Hz)	第二共振頻率 f_2 (Hz)	f_2/f_1
無異動	21,200	36,200	1.71
$d_{15} * 0.9$	21,200	36,200	1.71
$d_{31} * 0.9$	21,000	35,400	1.70
$d_{33} * 0.9$	21,200	34,900	1.65
$\epsilon_{11} * 0.9$	21,200	36,200	1.71
$\epsilon_{33} * 0.9$	21,300	36,600	1.72
$s_{11} * 0.9$	22,100	35,900	1.62
$s_{33} * 0.9$	21,300	37,800	1.78
$s_{13} * 0.9$	21,300	36,400	1.71
$d_{15} * 1.1$	21,300	36,200	1.70
$d_{31} * 1.1$	21,300	36,200	1.70
$d_{33} * 1.1$	21,300	36,900	1.73
$\epsilon_{11} * 1.1$	21,200	36,100	1.70
$\epsilon_{33} * 1.1$	21,200	35,800	1.69
$s_{11} * 1.1$	20,500	36,100	1.76
$s_{33} * 1.1$	21,100	34,100	1.62
$s_{13} * 1.1$	21,200	36,000	1.70

*本表是以 L、W 邊均為 25mm 的等邊角落脫層為例分析所得結果

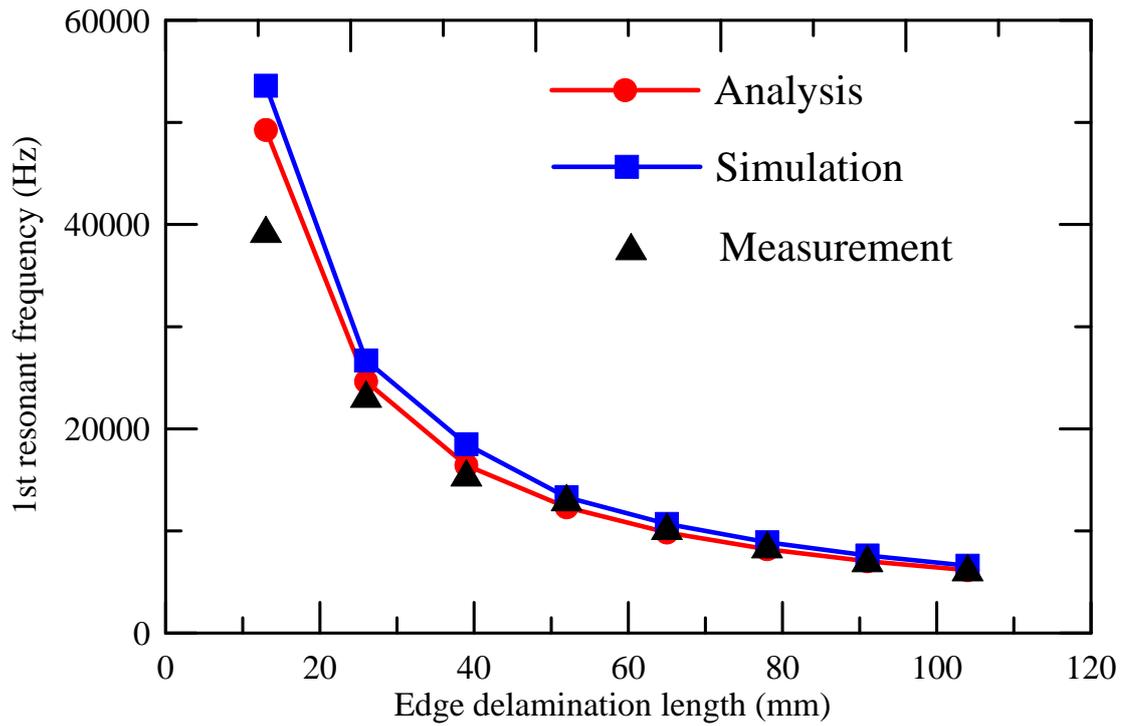


圖 4-1 Type-I PFC 不同長度端緣脫層之面內基本共振頻率的分析、模擬與量測值

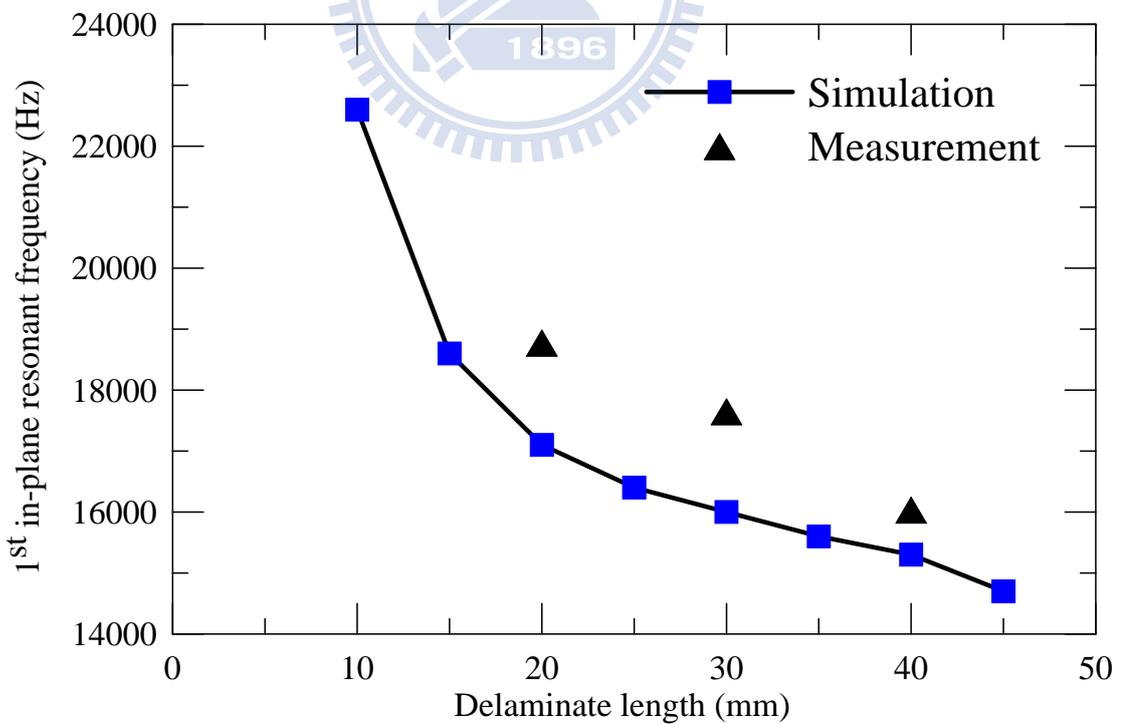


圖 4-2 Type-III PFC 不同長度端緣脫層之面內基本共振頻率的模擬與量測值

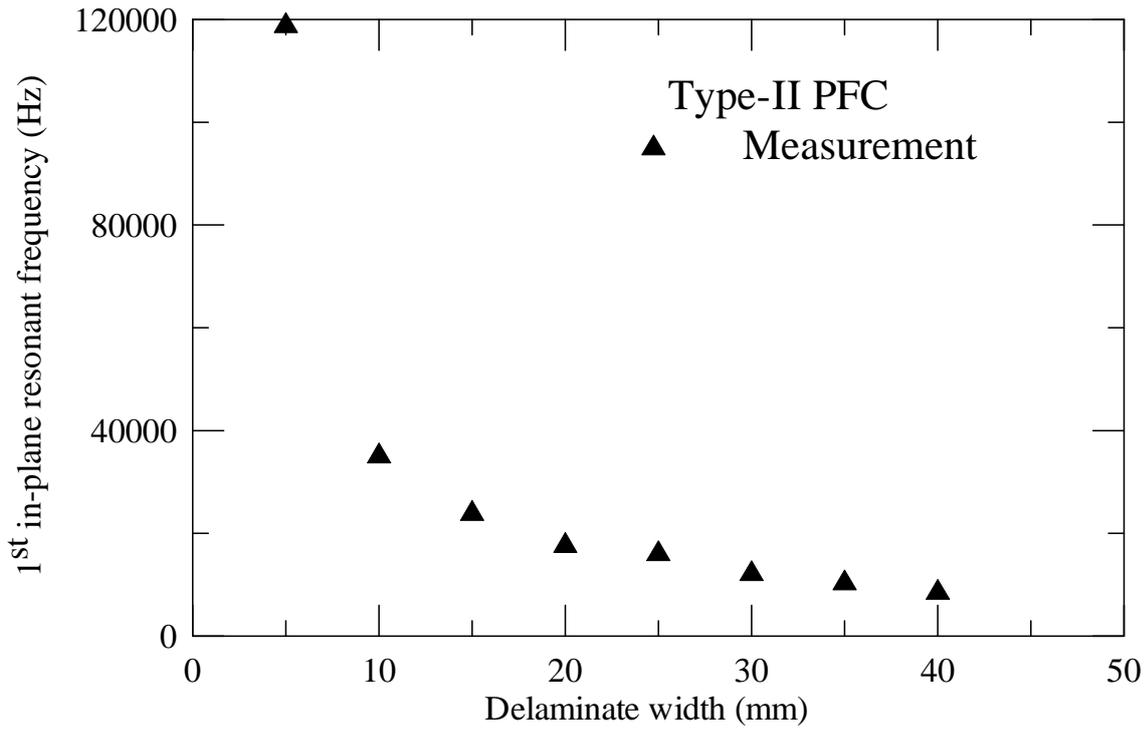


圖 4-3 Type-II PFC 不同寬度側緣脫層之面內基本共振頻率量測值

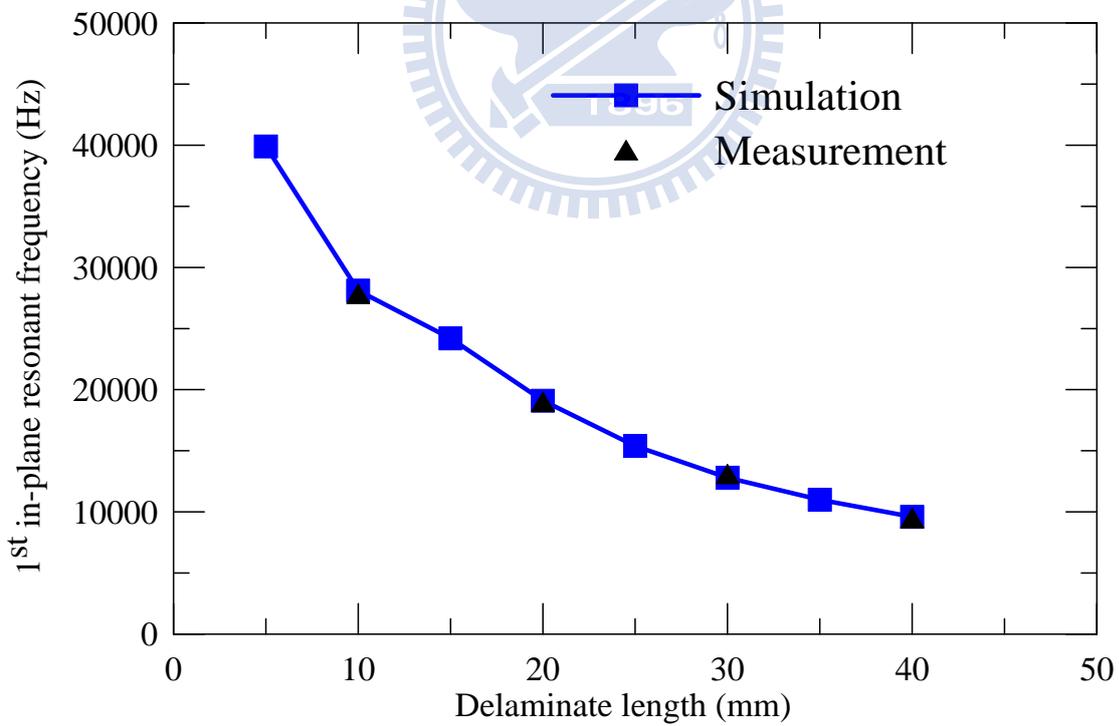


圖 4-4 Type-III PFC 不同寬度側緣脫層之面內基本共振頻率的模擬與量測值

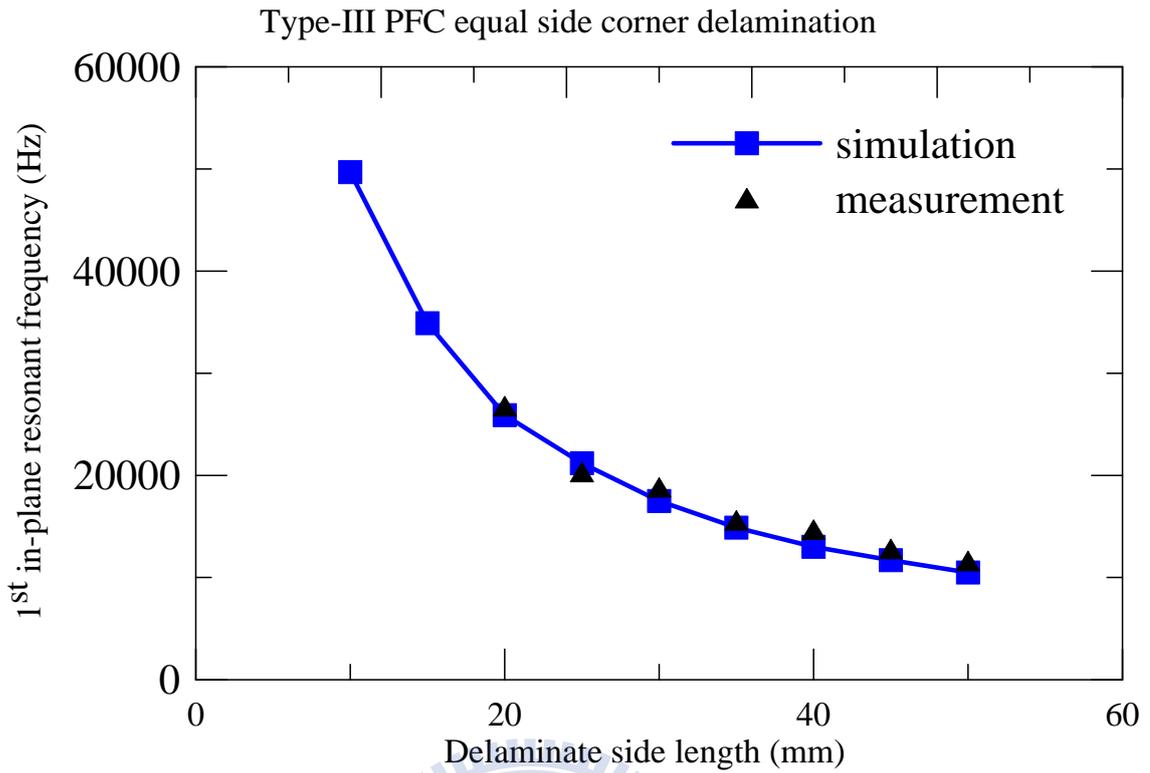


圖 4-5 Type-III PFC 不同邊長等邊角落脫層之面內基本共振頻率的模擬與量測值

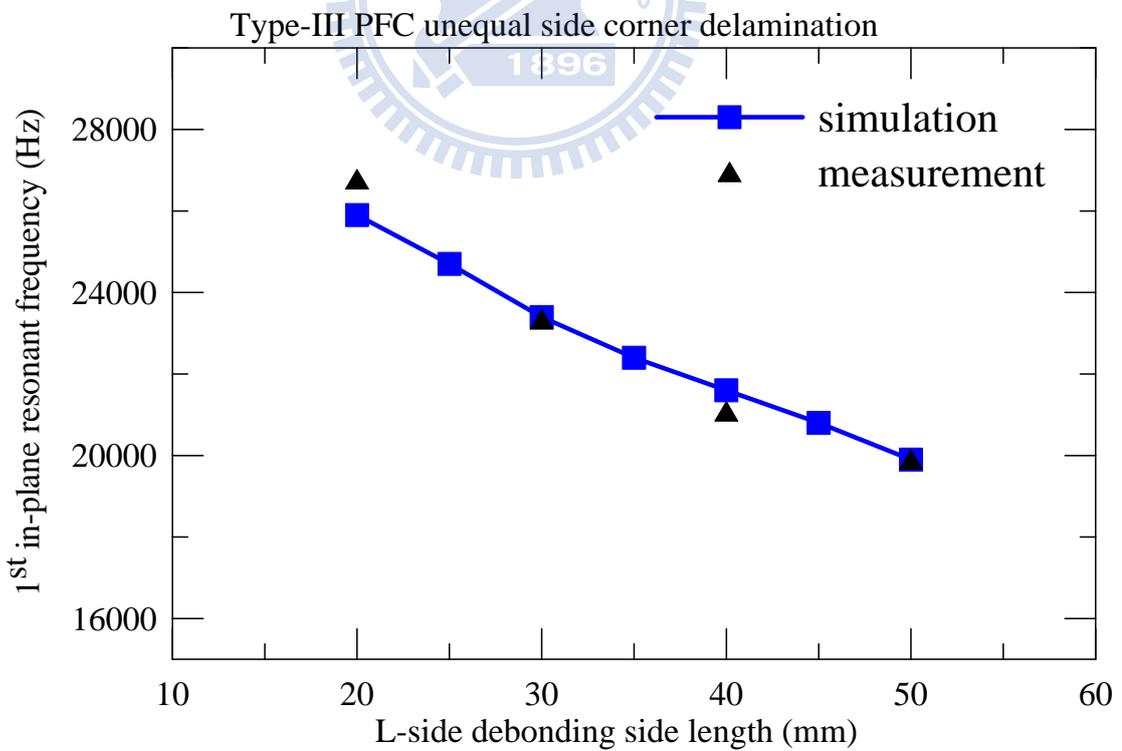


圖 4-6 W 邊為 20mm 之 Type-III PFC 的不等邊角落脫層之面內基本共振頻率的模擬與量測值

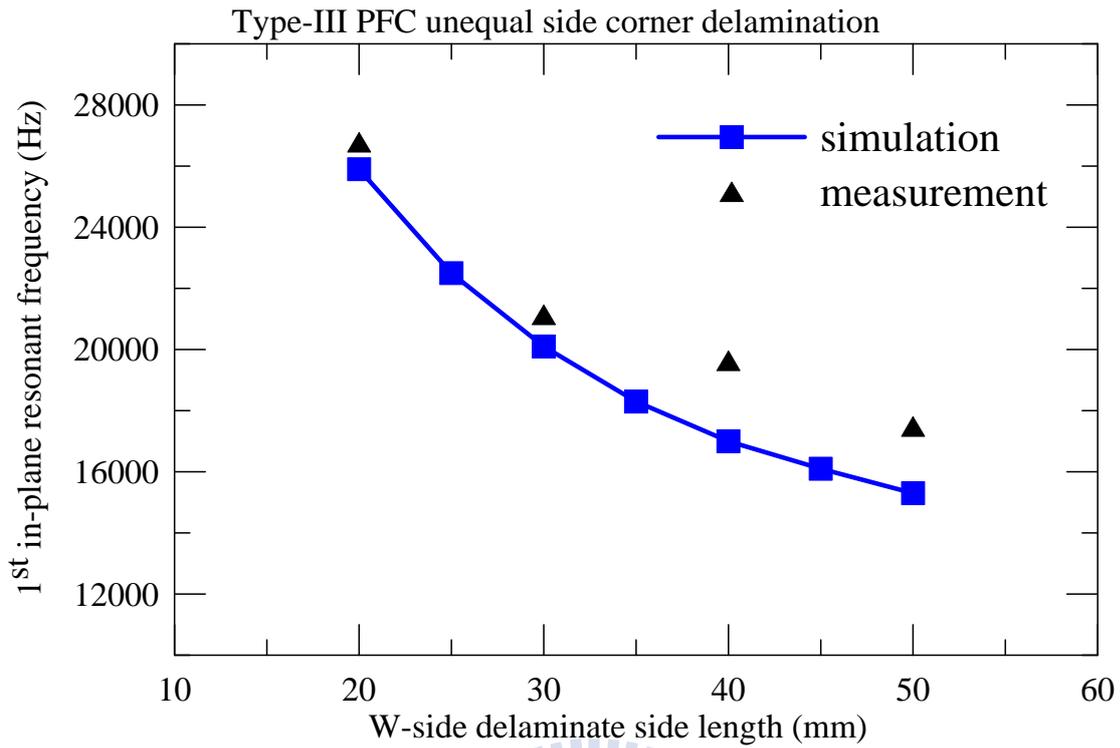


圖 4-7 L 邊為 20mm 之 Type-III PFC 的不等邊角落脫層之面內基本共振頻率的模擬與量測值

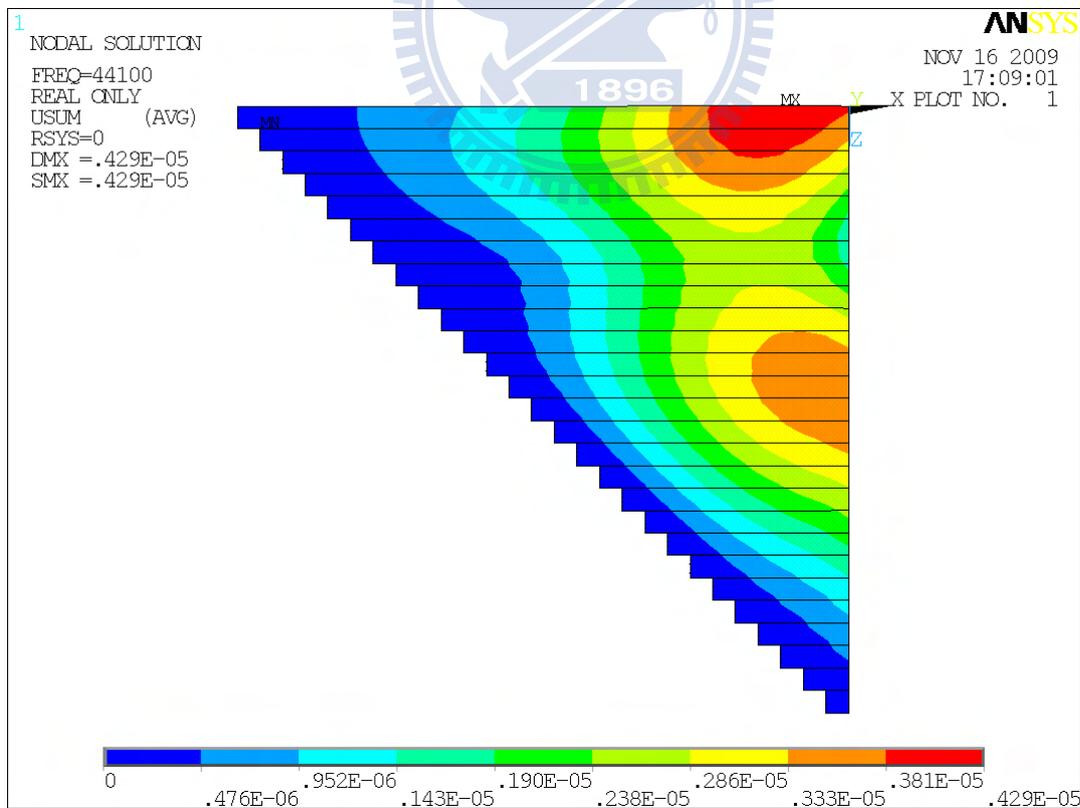


圖 4-8 L20W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (44,100Hz)

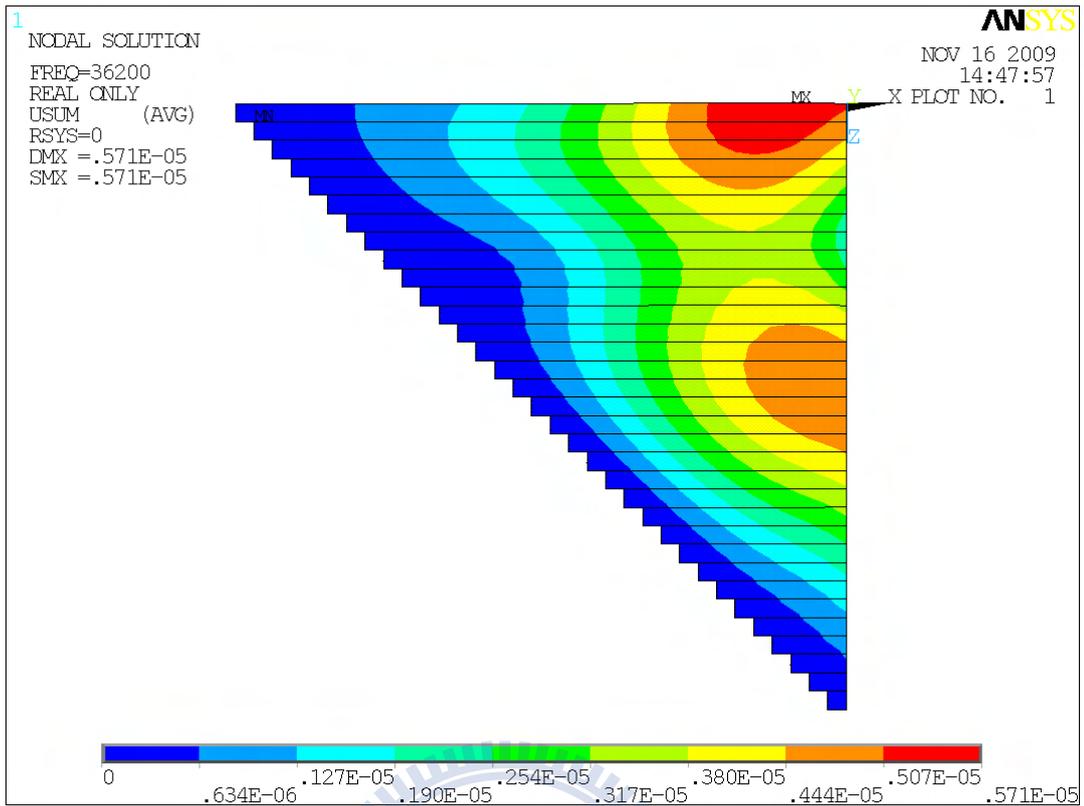


圖 4-9 L25W25 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (36,200Hz)

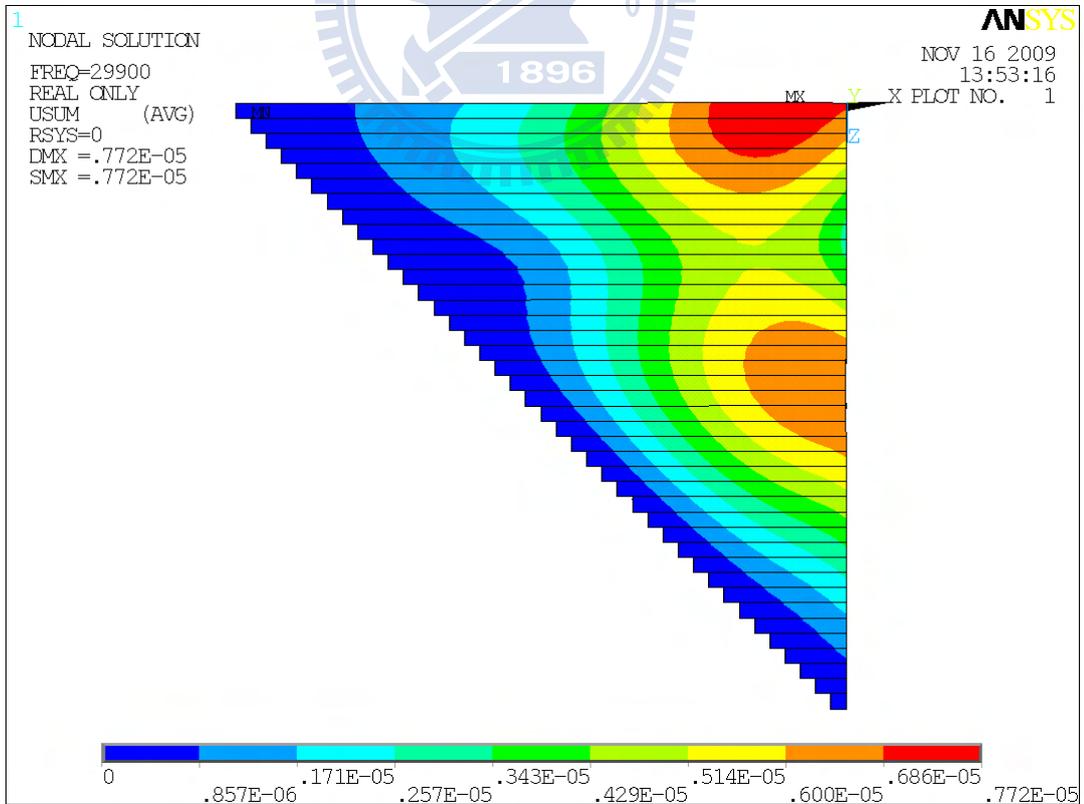


圖 4-10 L30W30 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (29,900Hz)

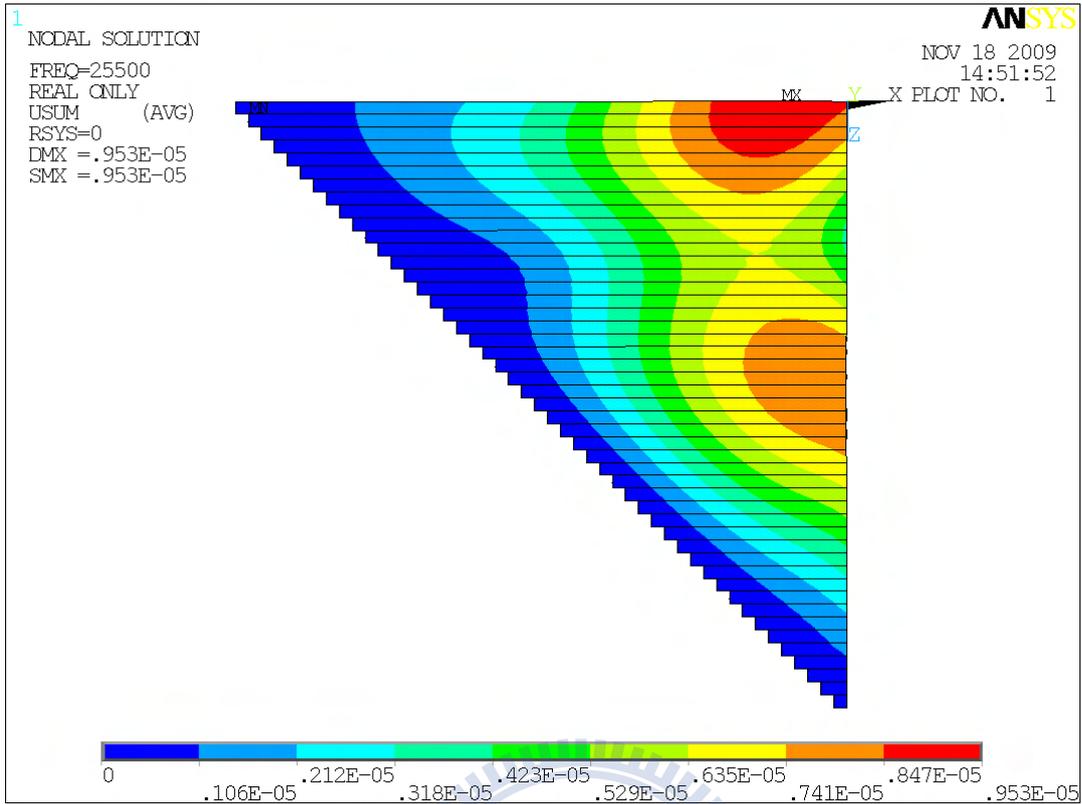


圖 4-11 L35W35 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (25,500Hz)

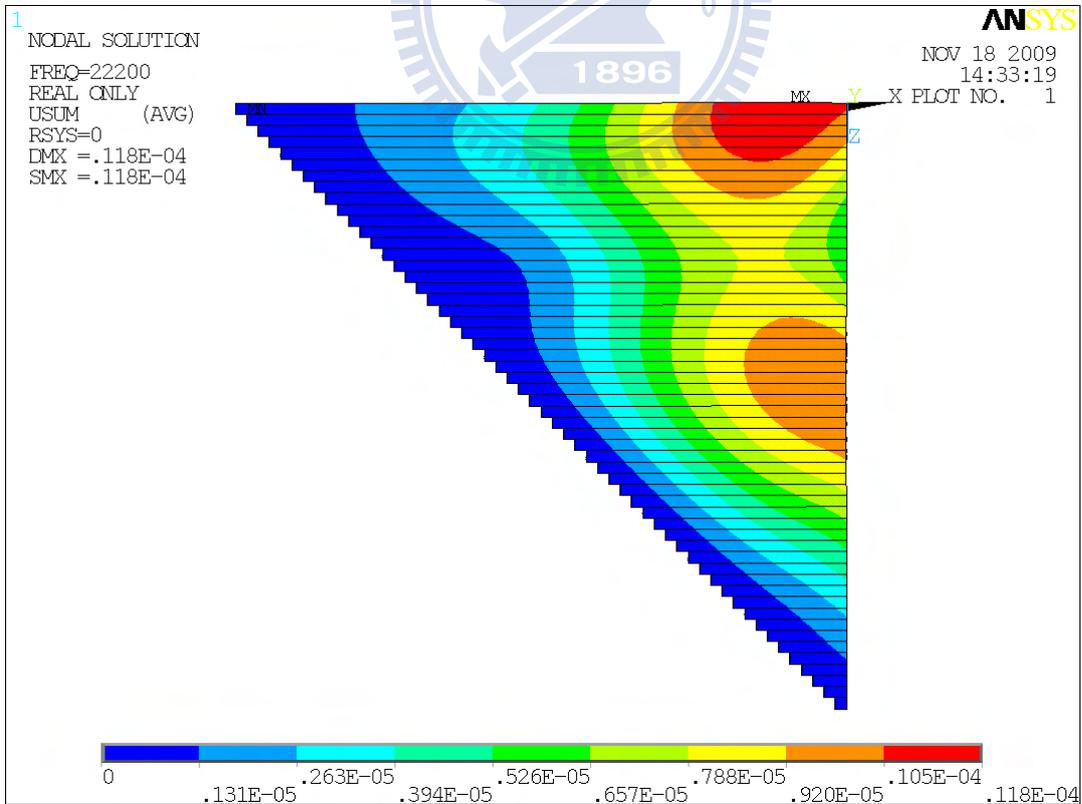


圖 4-12 L40W40 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (22,200Hz)

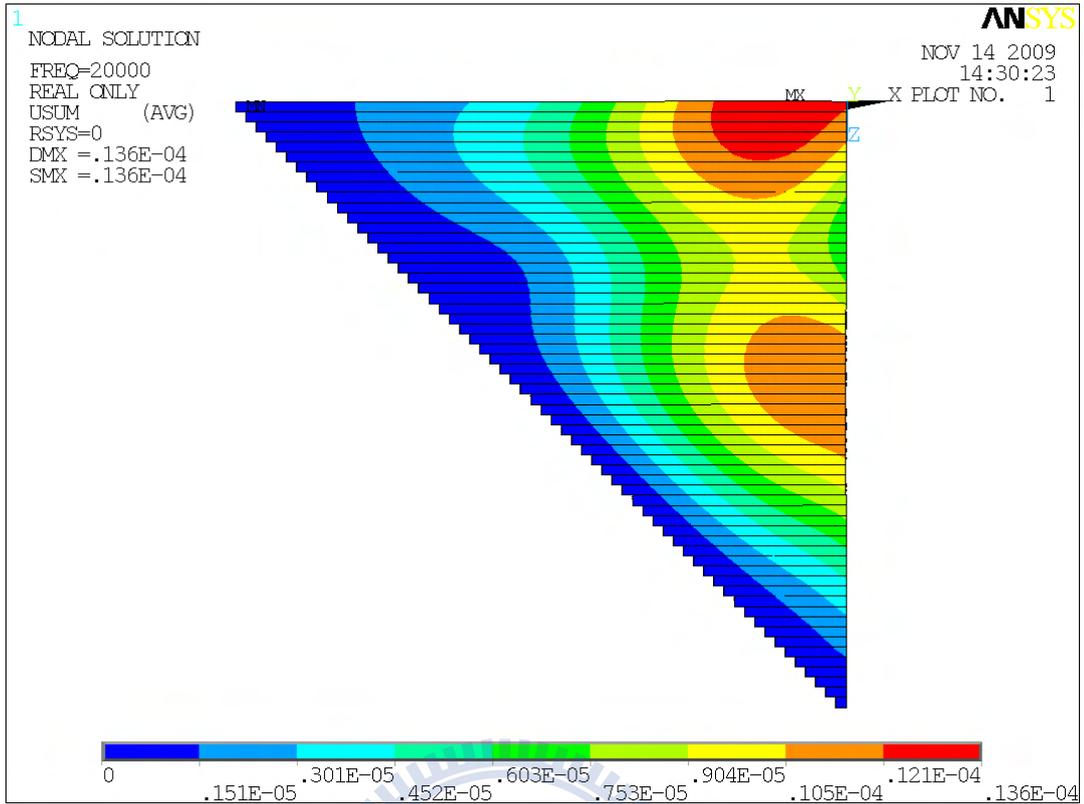


圖 4-13 L45W45 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (20,000Hz)

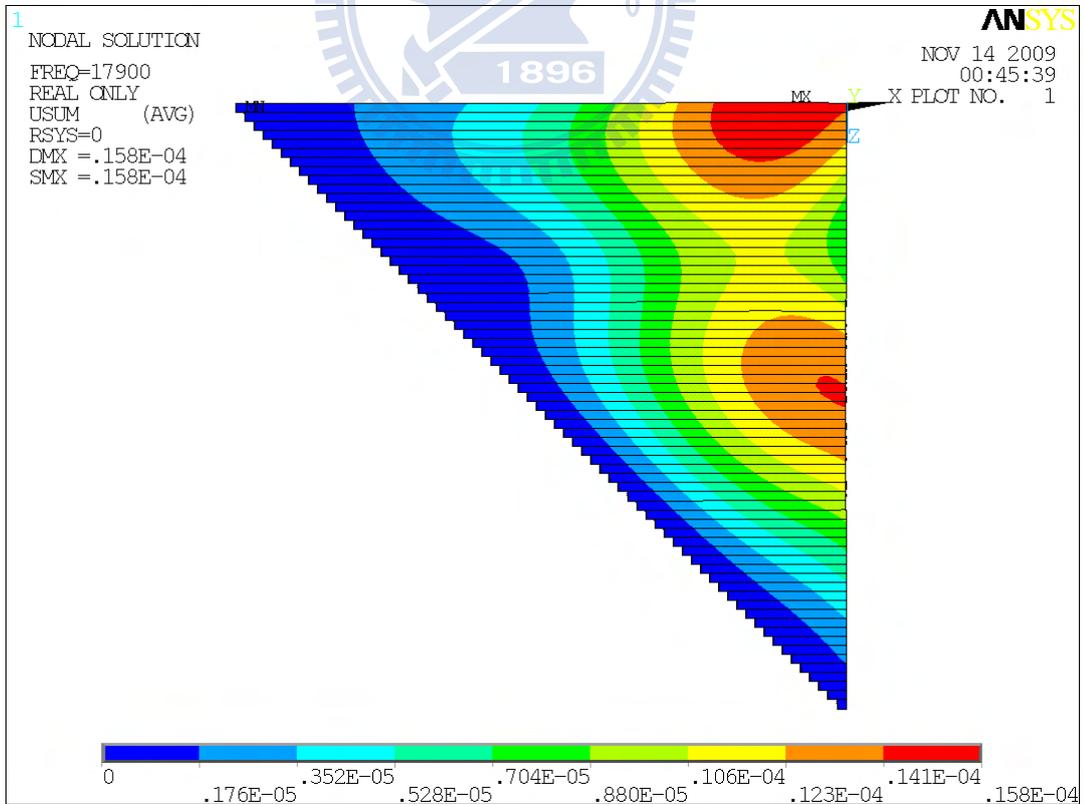


圖 4-14 L50W50 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (17,900Hz)

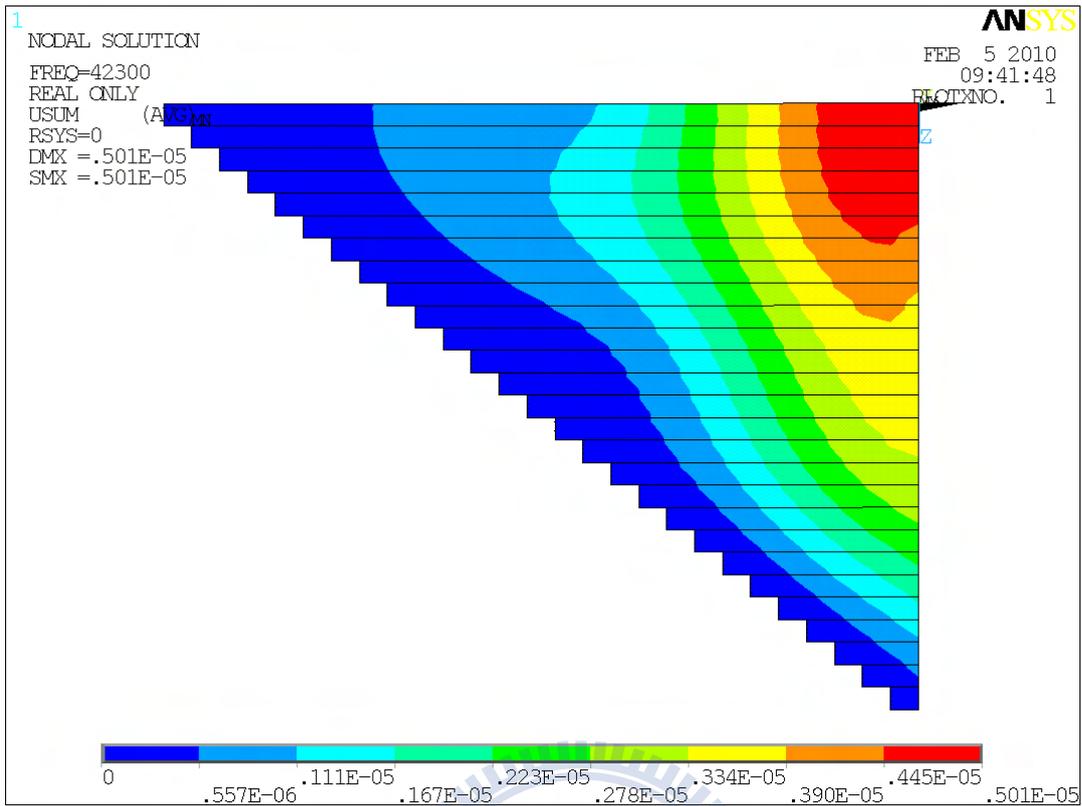


圖 4-15 L20W25 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (42,300Hz)

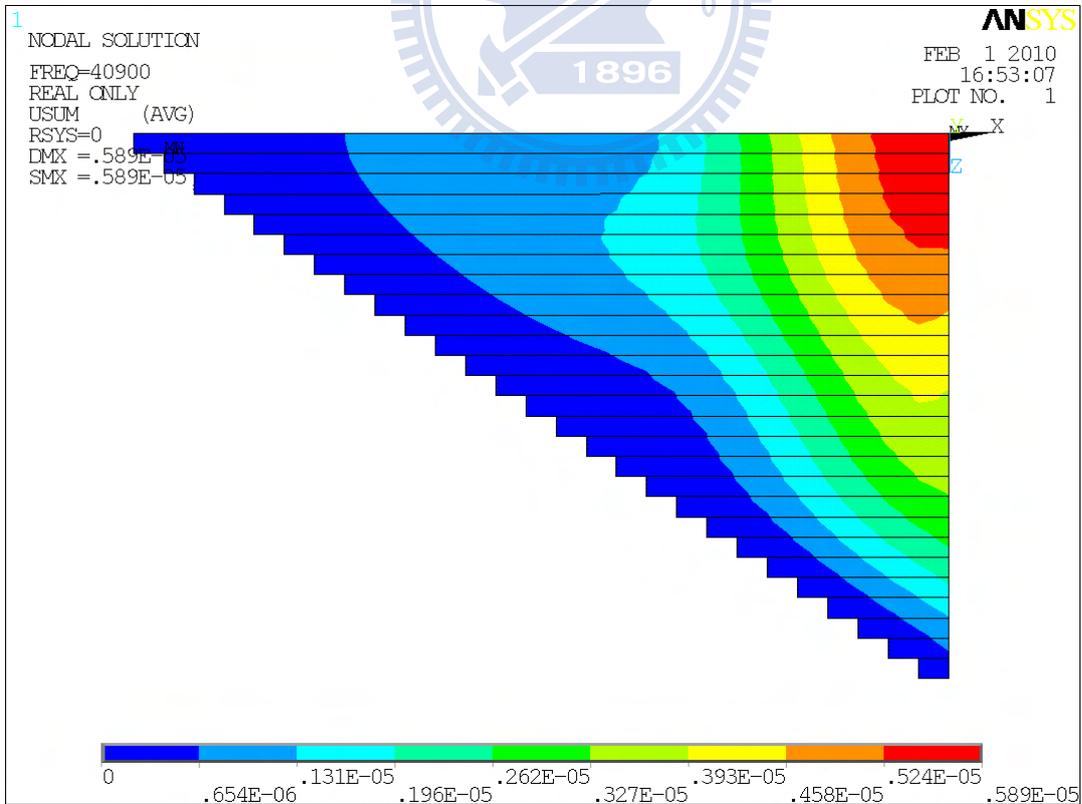


圖 4-16 L20W30 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (40,900Hz)

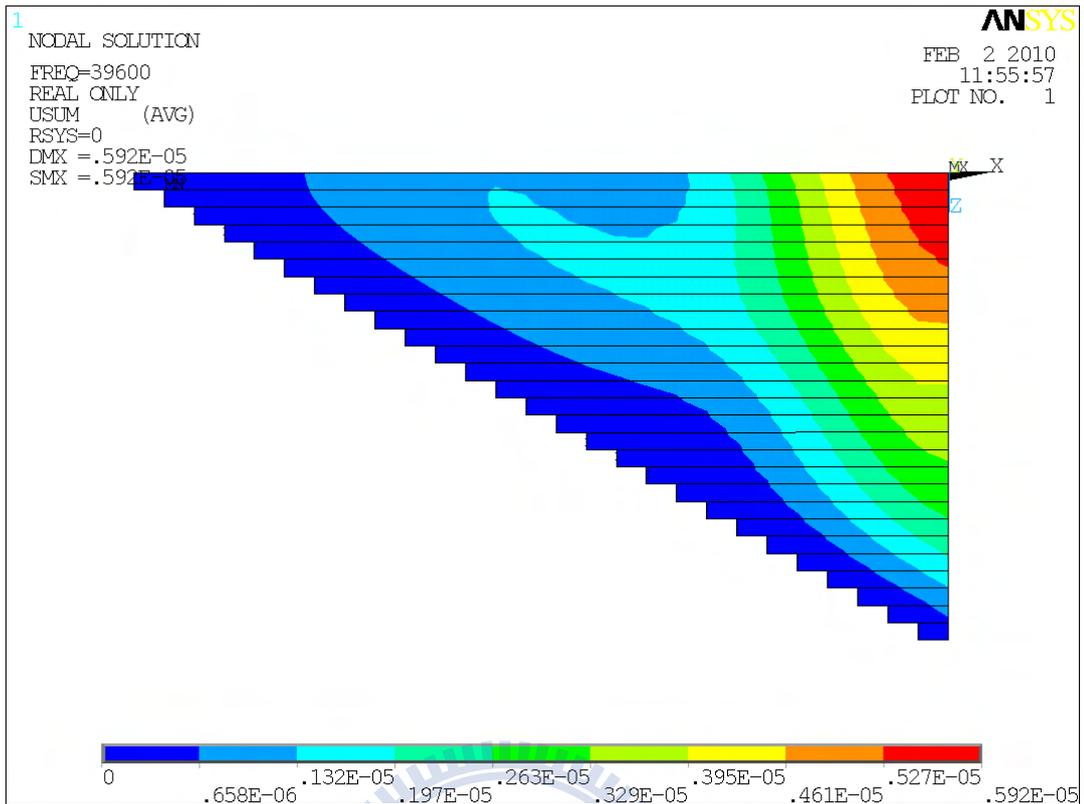


圖 4-17 L20W35 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形(39,600Hz)

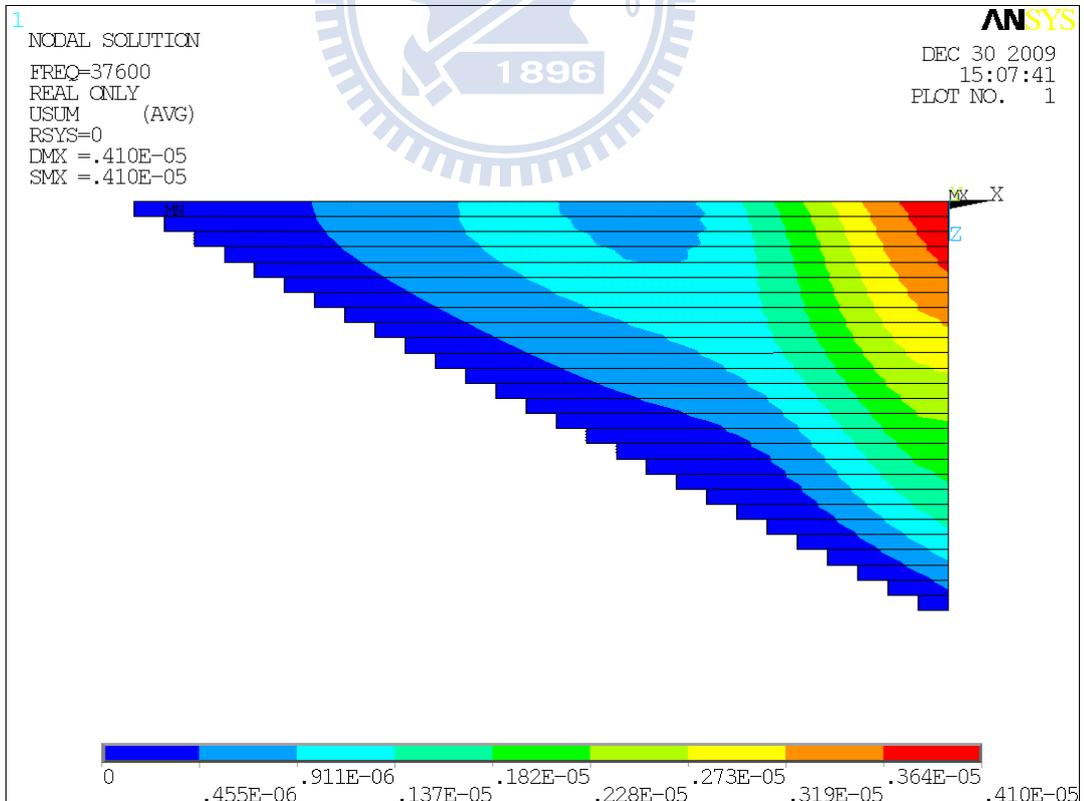


圖 4-18 L20W40 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (37,600Hz)

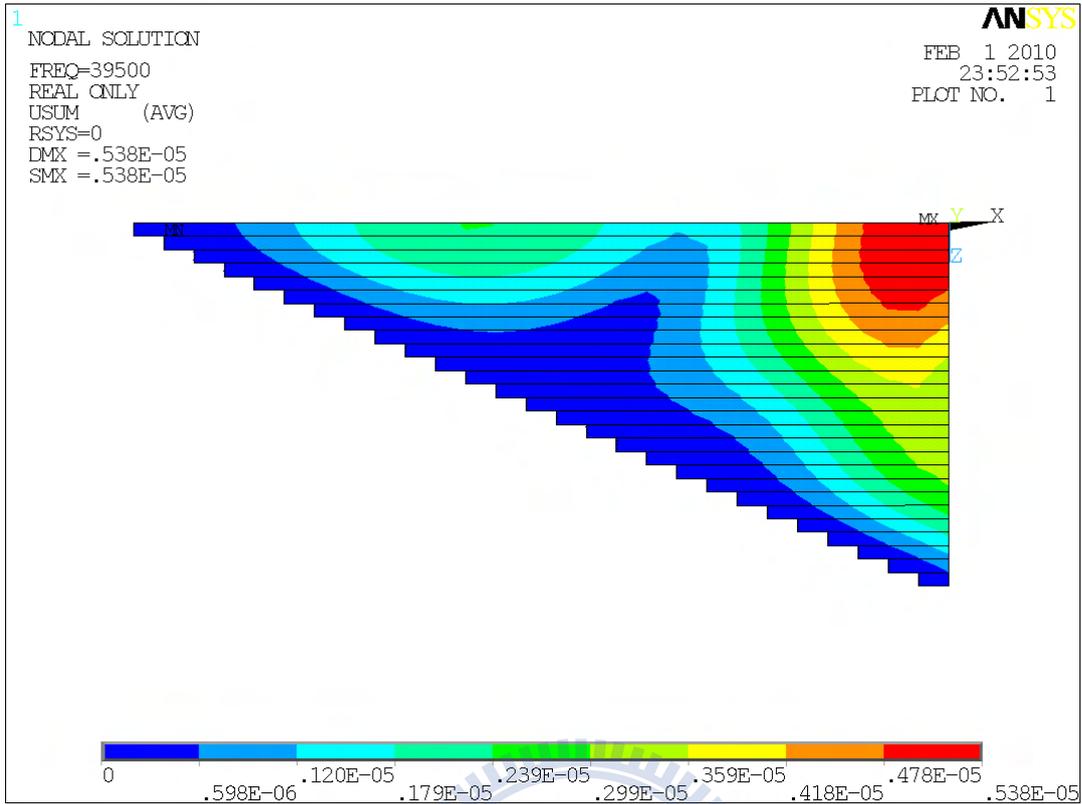


圖 4-19 L20W45 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (39,500Hz)

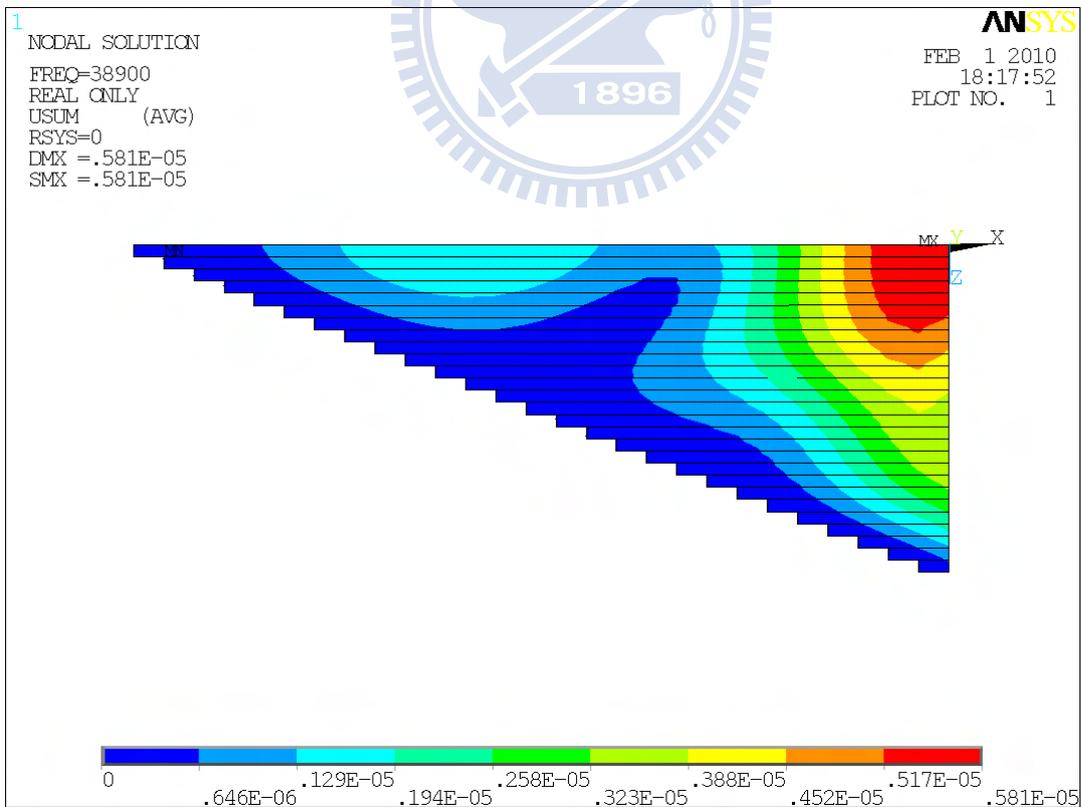


圖 4-20 L20W50 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (38,900Hz)

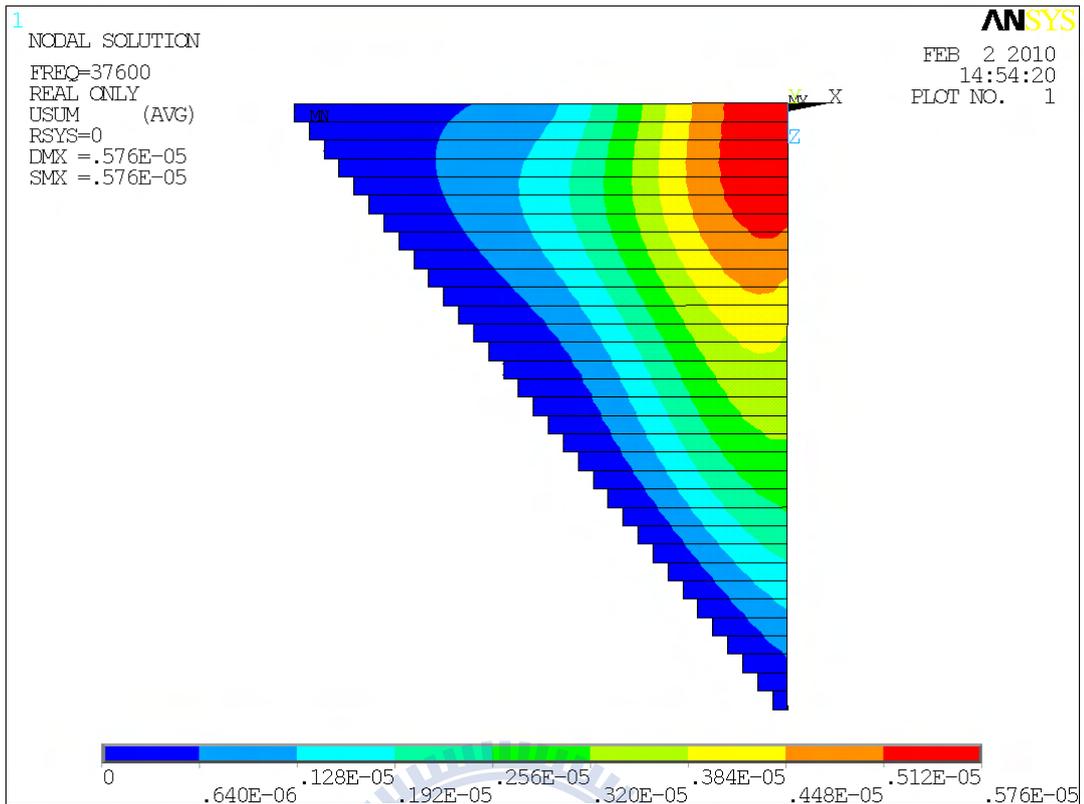


圖 4-21 L25W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (38,600Hz)

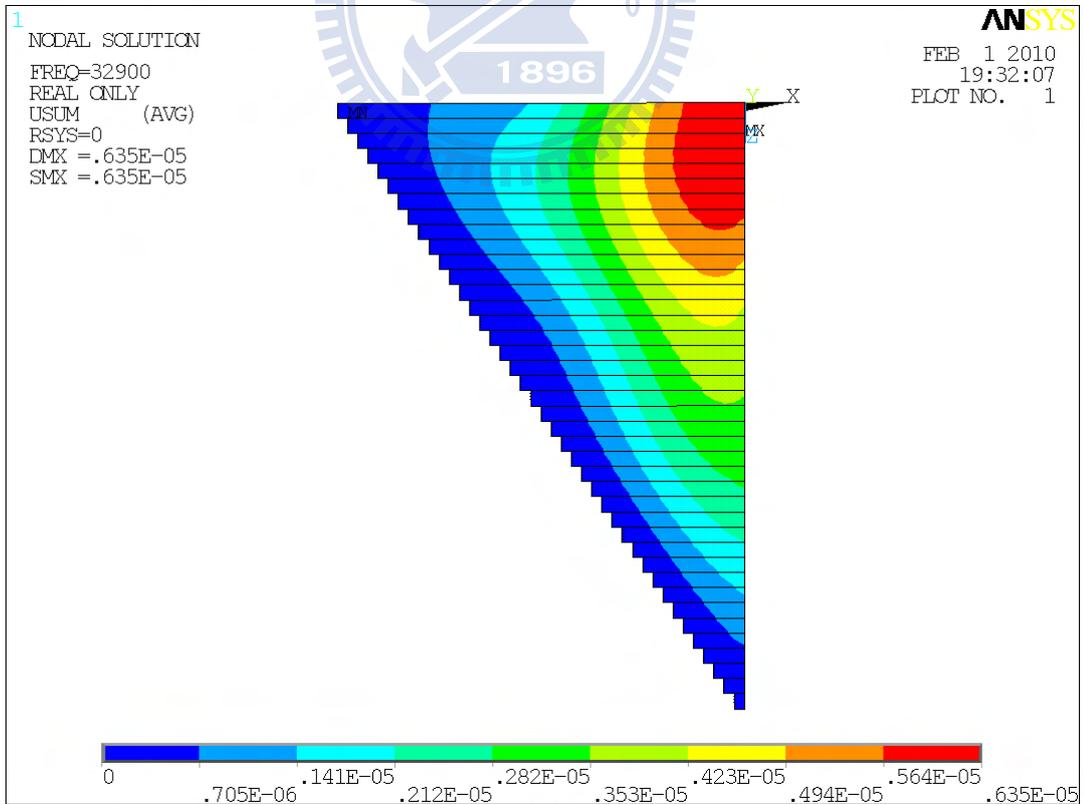


圖 4-22 L30W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (32,900Hz)

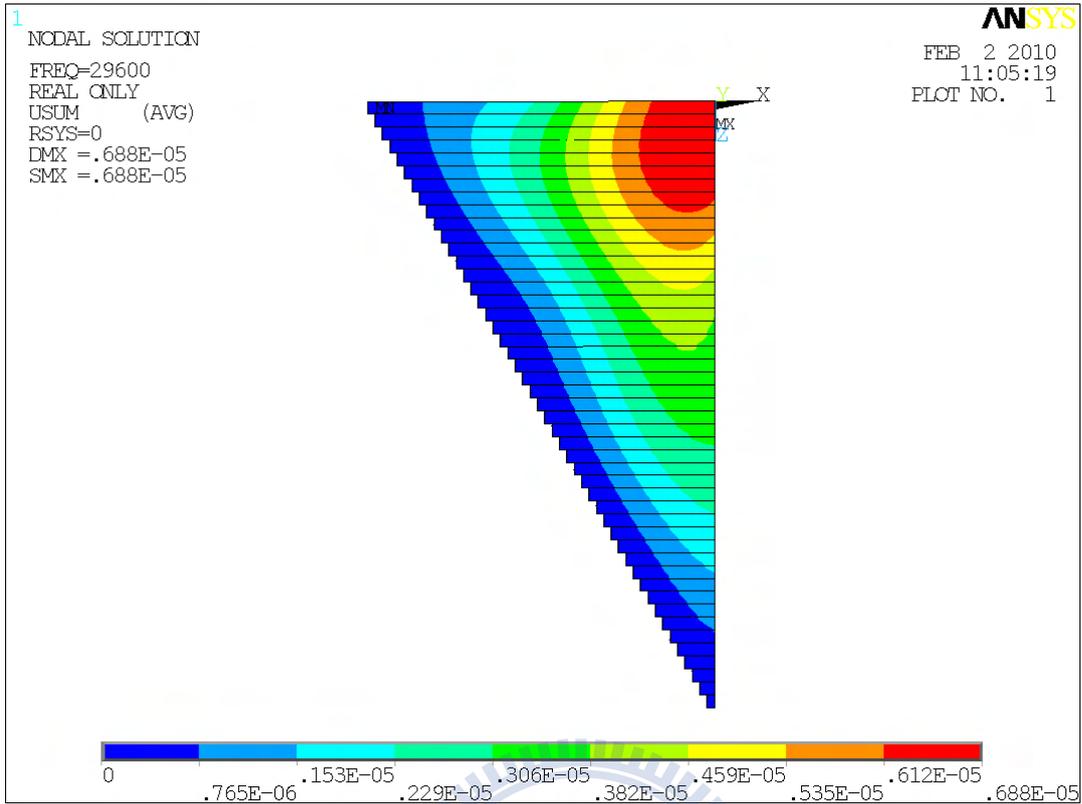


圖 4-23 L35W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (29,600Hz)

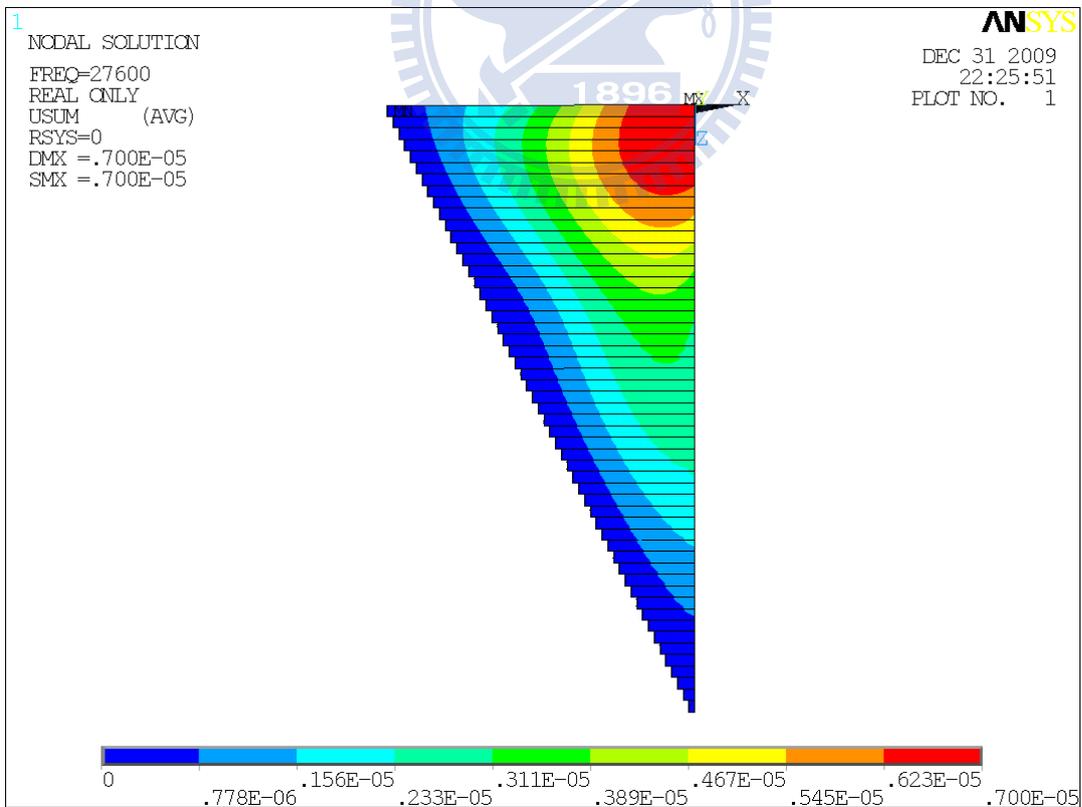


圖 4-24 L40W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (27,600Hz)

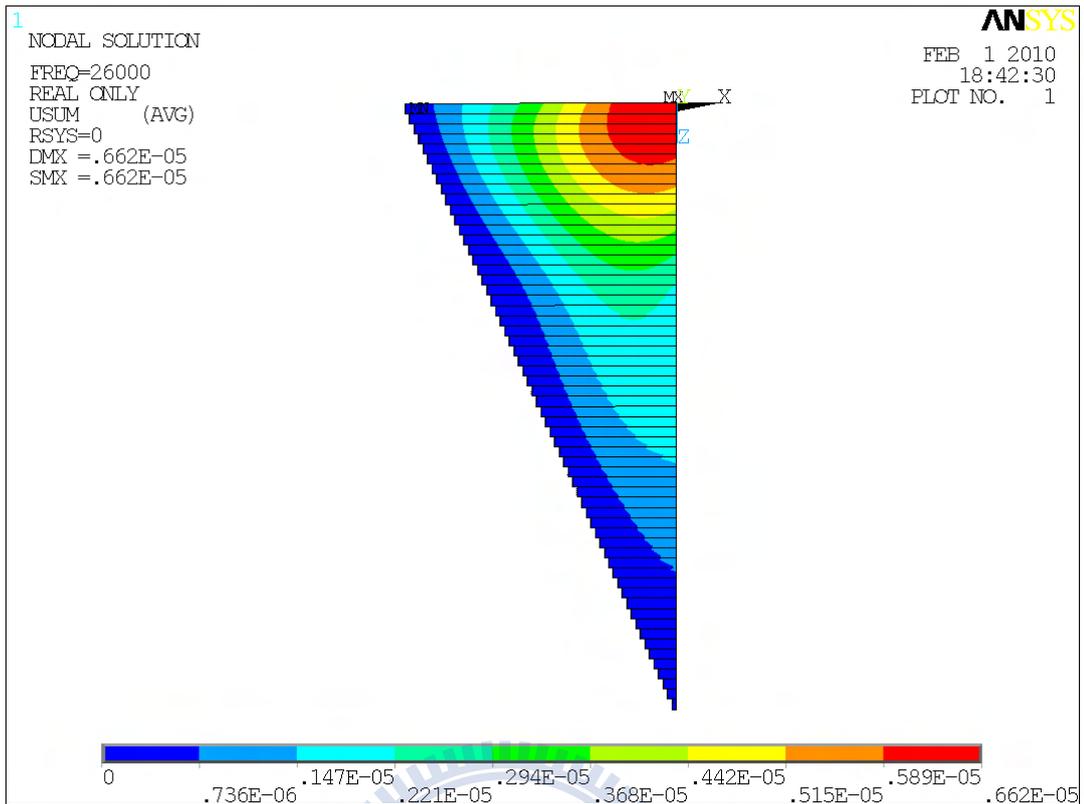


圖 4-25 L45W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (26,000Hz)

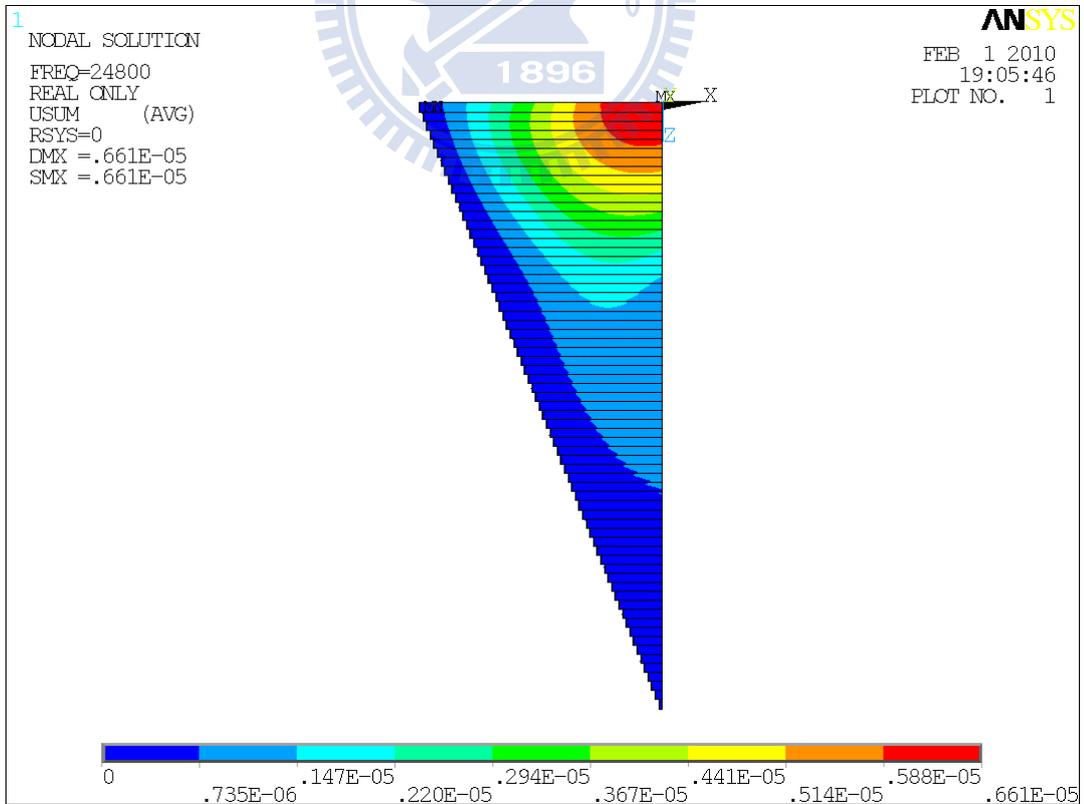


圖 4-26 L50W20 角落脫層之面內第二共振的數值模擬振形 (24,800Hz)

第五章 結論與展望

5.1 結論

主動纖維複材可運用在飛機的控制面作為抑制振動的致動器，或是應用在長距離的油管，作為信號發射與接收器，檢測油管是否有腐蝕龜裂，或將主動纖維複材黏貼在巨大的風力發電機的複材葉片上，監測葉片受風力作用產生彎曲負荷，或是應用於太空結構伸展的致動器。在上述各種應用中，逐一確認主動纖維複材是否牢靠的黏貼在主結構的表面，是非常耗時、繁瑣的工作，有時甚至是無法進行檢測的。

主動纖維複材與主結構產生邊緣脫層時，本研究將脫離主結構的部分模型化為單邊固定的懸臂板，運用阻抗量測找出懸臂板面內共振頻率，可迅速檢測出主動纖維複材是否發生脫層，脫層的尺寸與共振頻率成反比。本研究運用電子光斑干涉術對脫層部分進行面內振動模態量測，並與數值模擬所得之振形比對得到證實。電子光斑干涉術能顯示出脫層區域的輪廓，對脫層區域形狀的確認具有無法取代的優點，當服役中的主動纖維複材表面有塗裝時，運用電子光斑干涉術可迅速有效的檢測出脫層的形狀與大小。量測阻抗的動態特性及電子光斑干涉可結合成一種兩階段的檢測方法。

當主動纖維複材被檢測出發生邊緣脫層且無法在短時間內修復，或是在太空結構中無法修復時，可藉由脫層尺寸與共振頻率所建立的資料庫，得知脫層大小。在本研究中，等邊的角落脫層逐步擴大時，其面內第二共振頻率與基本共振頻率的比值會維持一定值約 1.71，此一比值主要與等效的材料壓電常數 d_{33} 與撓性常數 s_{11} 、 s_{33} 有關，當 d_{33} 與 s_{11} 較小時，此一比值亦會變小；當 s_{33} 較小時，此一比值則會變大。計算出主動纖維複材仍與主結構黏結的面積，即可修正主動纖維複材的致動能力或感測靈敏度，維持主

動纖維複材的功能。

5.2 未來展望

本研究在實驗安排上，為了簡化所考慮的問題，將主動纖維複材黏貼在一厚度為 5mm 的鋁板上，將主動纖維複材當成感測器時，應無疑義。如果將其當成致動器使用，其黏貼的主結構不可能太厚，這種狀況則必須將主動纖維複材與主結構黏合的效應納入考慮，未來可進一步探討主動纖維複材與主結構耦合的結構響應與脫層後的主動纖維複材響應。

本研究將主動纖維複材與主結構間的邊緣脫層前緣簡化為一直線，實際上，脫層前緣有可能為一曲綫，未來可再進一步探討此種情況下的邊緣脫層。若主動纖維複材與主結構間的脫層發生在黏著層的內部，是否可藉由簡單確實的方法檢測出，則是後續可面對的挑戰。

本研究中所採用的主動纖維複材為美國 ACI 公司所生產，其 PZT 纖維是利用黏結懸液吐絲製程法所製造，此種方法製成的 PZT 纖維直徑規格為 250 μm ，但纖維間的直徑誤差還頗大。其製成主動纖維複材的一致性亦有提升的空間，這些因素亦會影響到實驗的品質。MFC 的機械、電氣性質比較均勻，也具有有良好的撓曲性，如能採用 MFC 進行研究，應對未來的研究更有幫助。

參考文獻

- [1] H.B. Strock, M.R. Pascucci, M.V. Parrish, A.A. Bent and T.R. Shrout, “Active PZT fiber_a commercial production process,” *Proceeding of the SPIE Conference on Smart Structures and Materials*, Paper No. 3675-03, pp. 22-31, 1999.
- [2] U. Selvaraj, A.V. Prasadarao, S. Komarneni, K. Brooks, and S. Kurts, “Sol-gel processing of PbTiO_3 and $\text{Pb}(\text{Zr}_{0.52}\text{Ti}_{0.48})\text{O}_3$ fibers,” *Journal of Material Research*, Vol.7, pp. 992-996, 1992.
- [3] W. Glaubitt, W. Watzka, H. Scholz and D. Sporn, “Sol-Gel processing of functional and structural ceramic oxide fibers,” *Journal of Sol-Gel Science and Technology*, Vol. 8, pp. 29-33, 1997.
- [4] R.B. Cass, “Fabrication of continuous ceramic fiber by the viscous suspension spinning process,” *Ceramic Bulletin*, Vol. 70, No. 3, pp. 424-429, 1991.
- [5] J.D. French, G.E. Weitz, J.E. Luke and R.B. Cass, “Production of continuous piezoelectric fibers for sensor/actuator applications,” *Proceedings of the IEEE International Symposium on Application of Ferroelectrics*, Vol. 2, pp. 867-870, 1996.
- [6] C.R. Bowen, R. Stevens, L.J. Nelson, A.C. Dent, G. Dolman, B. Su, T.W. Button, M.G. Cain and M. Stewart, “Manufacture and characterization of high activity piezoelectric fibers,” *Smart Materials and Structures*, Vol. 15, pp. 295–301, 2006.
- [7] A.A. Bent, “Active fiber composite material systems for structural control applications,” Part of the SPIE Conference on Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies, SPIE Vol. 3674, pp. 166-177, 1999.

- [8] J.W. High and W.K. Wilkie, "Method of fabricating NASA-standard macro-fiber composite piezoelectric actuators," NASA/TM-2003-212427, ARL-TR-2833
- [9] W. K. Wilkie, R.G. Bryant, J.W. High, R.L. Fox, R.F. Hellbaum, A. Jalink, Jr., B.D. Little, and P.H. Mirick, "Low-cost piezocomposite actuator for structural control applications," *Proceedings of the SPIE, 7th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, Newport Beach, CA, March 5-9, 2000.
- [10] H.A. Sodano, G. Park and D.J. Inman, "An investigation into the performance of macro-fiber composites for sensing and structural vibration applications," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 18, pp. 683–697, 2004.
- [11] S. Datta, G.R. Kirikera, M.J. Schulz, M.J. Sundaresan, "Continuous sensors for structural health monitoring," *Proceedings of the SPIE*, Vol. 5046, pp. 164–175, 2003.
- [12] M. J. Schulz, M.J. Sundaresan and A. Ghoshal, "Active fiber composites for structural health monitoring," In *Smart Structures and Materials 2000: Active Materials: Behavior and Mechanics, Proceedings of the SPIE*, Vol. 3992, pp. 13-24, 2000.
- [13] J. Pretorius, M. Hugo and R. Spangler, "A comparison of packaged piezoactuators for industrial applications," Midé Technology Corporation, Technical Notes.
- [14] H.A. Sodano, J. Lloyd and D.J. Inman, "An experimental comparison between several active composite actuators for power generation," *Smart Mater. Struct.* 15, pp. 1211–1216, 2006.
- [15] N.W. Hagood, R. Kindel, K. Ghandi and P. Gaudenzi, "Improving transverse actuation of piezoceramics using interdigitated surface

electrodes,” SPIE Paper No. 1917-25, *Proceedings of the 1993 North American Conference on Smart Structures and Materials*, pp. 341-252, 1993.

[16] A.A. Bent and N.W. Hagood, “Improved performance in piezoelectric fiber composites using interdigitated electrodes,” *Proceedings of the SPIE*, Vol. 2441, pp. 196-212, 1995.

[17] G.A. Rossetti, Jr., A. Pizzochero, and A.A. Bent, “Recent advances in active fiber composites technology,” *Proceedings of the 2000 12th IEEE International Symposium on Applications of Ferroelectrics*, Vol. 2, pp. 753–756, 2000.

[18] H.E. Pettermann and S. Suresh, “A comprehensive unit cell model - a study of coupled effects in piezoelectric 1-3 composites,” *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, Issue 39, pp. 5447-5464, 2000.

[19] M.J. Schulz, M.J. Sundaresan, A. Ghoshal and P.F. Pai, “Active Fiber Composites for Structural Health Monitoring,” In *Smart Structures and Materials 2000: Active Materials: Behavior and Mechanics*, Proceedings of the SPIE, Vol. 3992, pp. 13-24, 2000.

[20] P. Tan and L. Tong, “A one-dimensional model for non-linear behaviour of piezoelectric composite materials,” *Composite Structures*, Vol. 58, pp. 551–561, 2002.

[21] L.J. Nelson, C.R. Bowen, R. Stevens, M. Cain and M. Stewart, “Modelling and measurement of piezoelectric fibres and interdigitated electrodes for the optimisation of piezofibre composites,” *Smart Structures and Materials 2003: Active Materials: Behavior and Mechanics. Proceedings of the SPIE*, Vol. 5053, pp. 556–567, 2003.

[22] A.C. Dent, L.J. Nelson, C.R. Bowen, R. Stevens, M. Cain and M. Stewart “Characterisation and properties of fine scale PZT fibres,” *Journal of*

European Ceramic Society, Vol. 25, pp. 2387-2391, 2005.

- [23] W. Beckert and W.S. Kreher, “Modelling piezoelectric modules with interdigitated electrode structures,” *Computational Materials Science*, Vol. 26, pp. 36–45, 2003.
- [24] S. Datta, G.R. Kirikera, M.J. Schulz, M.J. Sundaresan, “Continuous sensors for structural health monitoring,” *Proceedings of the SPIE*, Vol. 5046, pp.164–175, 2003.
- [25] N. Mallik and M.C. Ray, “Effective coefficients of piezoelectric fiber-reinforced composites,” *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 4, pp. 704–710, 2003.
- [26] L.J. Nelson, C.R. Bowen, R. Stevens, M. Cain and M. Stewart, “Evaluation of high field responses of fine scale piezoelectric fibers,” *Integrated Ferroelectrics*, Vol. 63, pp.41–47, 2004.
- [27] V.K. Wickramasinghe and N.W. Hagood, “Material characterization of active fiber composites for integral twist-actuated rotor blade application,” *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, pp. 1155–1165, 2004.
- [28] A. J. Brunner, M. Barbezat, P. Flüeler, X. Kornmann, and C. Huber, “Active fiber composites for application as acoustic emission sensors: Principles and Characterization,” *DGZfP Proceedings BB 90-CD*, Lecture 54, pp. 549–556, 2004.
- [29] C. Huber, D.M. Spori, M.M. Melnykowycz and M. Barbezat, “Active fibre composites: Optimization of the manufacturing process and their poling behavior,” *Proceedings of the SPIE, Conference on Smart Structures and Materials*, Vol. 5761, pp. 542–547, 2005.
- [30] A.J. Bruner, M. Barbezat, Ch. Huber and P.H. Flüeler, “The potential of active fiber composites made from piezoelectric fibers for actuating and sensing applications in structural health monitoring,” *Materials and*

Structures, Vol. 38, No.5, pp. 561-567, 2005.

- [31] C.R. Bowen, L.J. Nelson, R. Stevens and M.G. Cain, "Optimisation of interdigitated electrodes for piezoelectric actuators and active fibre composites," *Journal of Electroceram*, Vol. 16, pp. 263–269, 2006.
- [32] C.H. Nguyen and X. Kornmann, "A comparison of dynamic piezoactuation of fiber-based actuators and conventional PZT patchers," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol.17, pp. 45–55, 2006.
- [33] G. Park, C.R. Farrar, A.C. Rutherford and A.N. Robertson, "Piezoelectric active sensor self-diagnostics using electrical admittance measurements," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 128, pp. 469–476, 2006.
- [34] ANSI/IEEE Standard, *Piezoelectricity*, IEEE, New York, 1987.
- [35] L. Meirovitch, *Fundamentals of Vibrations*, International ed., Chapter 8, McGraw-Hill, Boston, 2001.
- [36] N.S. Bardell, R.S. Langley and J.M. Dunsdon, "On the free in-plane vibration of isotropic rectangular plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.191, No.3, pp.459–467, 1996.
- [37] N.H. Farag and J. Pan, "Free and forced in-plane vibration of rectangular plates," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 103, No. 1, pp. 408–413, 1998.
- [38] J. Seok, H.F. Tiersten and H.A. Scarton, "Free vibrations of rectangular cantilever plates. Part 1: out-of-plane motion," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 271, pp. 131–146, 2004.
- [39] J. Seok, H.F. Tiersten and H.A. Scarton, "Free vibrations of rectangular cantilever plates. Part 2: in-plane motion," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 271, pp. 147–158, 2004.

- [40] G. Wang and N.M. Wereley, "Free in-plane vibration of rectangular plates," *AIAA Journal*, Vol. 40, No.5, pp. 953-959, 2002.
- [41] D.J. Gorman, "Free in-plane vibration analysis of rectangular plates by the method of superposition," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 272, pp. 831-851, 2004.
- [42] D.J. Gorman, "Accurate in-plane free vibration analysis of rectangular orthotropic plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 323, pp. 426-443, 2009.
- [43] 蔡汶志，具周期性電極之壓電纖維複材的材料性質研究，國立交通大學機械工程研究所碩士論文，民國 97 年。
- [44] J. N. Butters and J. A. Leendertz, "Speckle pattern and holographic techniques in engineering metrology," *Optics and Laser Technology*, Vol. 3, No. 1, pp. 26-30, 1971.
- [45] W.C. Wang, C.H. Hwang and S.Y. Lin, "Vibration measurement by the time-average electronic speckle pattern interferometry methods," *Applied Optics*, Vol. 35, No. 22, pp. 4502-4509, 1996.

附錄一 PFC 等效材料參數的修訂

在本研究之 PFC 有限元素模型建立之初，先以 PZT 5A 的材料參數暫代 PFC 的等效材料參數代入有限元素模型中並藉由修改 PFC 厚度的方式來找出較接近量測結果的 PFC 有限元素模型。此法在 Type-I PFC 尚可適用，主要是因為此型的 PFC 屬細長的帶狀，PZT 纖維的特性主導了 PFC 的材料特性，當 PFC 的寬度變大時 PFC 基材的影響便會加大。引用蔡汶志[37]所推算的 PFC 等效材料參數以解決此問題。但蔡汶志所推算的等效材料參數運用在 Type-I PFC 產生 10% 與 80% 的邊緣脫層預測時則產生了較大的誤差，此時藉由 PFC 的面內共振頻率反算材料參數，藉由修訂其部分材料參數使其有限元素分析模型在此二極端的狀況中的誤差皆保持在一定的範圍內。在修改時每次僅針對一項參數的數值進行修改，將此數值選在 PZT5A 與等效參數的對應數值之間固定間隔做改變，並檢視此一改變是否會改變共振頻率，各項參數改變的影響綜整如下表。

在以應變規量測 PFC 的應變時，係將應變規以 KYOWA CC-33A 氰基丙烯酸酯黏著劑(cyanoacrylate adhesive)固定於 PFC 表面，由於 PFC 的厚度僅有 0.4mm，因此黏著劑與應變規本身均有可能影響到 PFC 的變形量，使以量測值推算的等效參數與 PFC 真正的材料特性仍有誤差。經考量不同型式的 PFC 後，選擇將蔡汶志等效參數中的 s_{11} 與 s_{33} 修訂為 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$ 、 $s_{33} = 34.878\text{E-}12$ 代入有限元素模型中做為後續其他運算之依據。

Type-I PFC 等效參數修訂比較表

ANSYS 模擬狀況		代入計算之材料參數	註釋
10% debond 1 st mode	80% debond 1 st mode		
52,900 Hz	6,500 Hz	PZT5A	
42,400 Hz	5,300 Hz	等效參數(如表 2-5)	
42,400 Hz	5,300 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 80.887\text{E-}12$	s_{11} 改變對 1 st mode 無 影響
42,400 Hz	5,300 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$	
42,400 Hz	5,300 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 86.261\text{E-}12$	
53,900 Hz	6,800 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$ $s_{33} = 26.839\text{E-}12$	s_{33} 增加會 使 1 st mode 頻率下降
51,400 Hz	6,500 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$ $s_{33} = 29.519\text{E-}12$	
49,200 Hz	6,200 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$ $s_{33} = 32.198\text{E-}12$	
47,200 Hz	5,900 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$ $s_{33} = 34.878\text{E-}12$	
47,200 Hz	5,900 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$ $s_{33} = 34.878\text{E-}12$ $s_{55} = 214.249\text{E-}12$	s_{55} 改變對 1 st mode 無 影響
47,200 Hz	5,900 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$ $s_{33} = 34.878\text{E-}12$ $s_{55} = 380.997\text{E-}12$	
42,400 Hz	5,300 Hz	等效參數但修改 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$ $s_{13} = -10.151\text{E-}12$	s_{13} 改變對 1 st mode 無 影響
42,400 Hz	5,300 Hz	等效參數&修改 $s_{11} = 83.574\text{E-}12$ $s_{13} = -13.082\text{E-}12$	
39,538 Hz	6,406 Hz	Measured	

附錄二 壓電纖維複材材料參數的轉換

較常用的壓電材料本構方程式是稱為 e-form 的

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^E & -\mathbf{e}^T \\ \mathbf{e} & \boldsymbol{\varepsilon}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

及稱為 d-form 的

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^T & \mathbf{s}^E \\ \boldsymbol{\varepsilon}^T & \mathbf{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

d-form 與 e-form 的轉換如下：

$$\mathbf{c}^E = (\mathbf{s}^E)^{-1} \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{e}^T = \mathbf{c}^E \mathbf{d}^T \quad (\text{B.4})$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} \mathbf{c}^E \quad (\text{B.5})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^S = \boldsymbol{\varepsilon}^T - \mathbf{d} \mathbf{c}^E \mathbf{d}^T \quad (\text{B.6})$$