

國立交通大學

土木工程學系博士班

博士論文

結構系統識別與損傷探測之研究

**A Study on System Identification and Damage**

**Detection of Structures**

研究生：陳逸軒

指導教授：王彥博 教授

中華民國九十九年七月

結構系統識別與損傷探測之研究

**A Study on System Identification and Damage  
Detection of Structures**

研究生：陳逸軒  
指導教授：王彥博 博士

**Student : *Chen Yi Hsuan***  
**Advisor : *Dr. Yen-Po Wang***



Submitted to Department of Civil Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University  
in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Doctor of Engineering  
in  
Civil Engineering  
July 2010  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年七月

# 結構系統識別與損傷探測之研究

研究生：陳逸軒

指導教授：王彥博 博士

國立交通大學土木工程學系博士班

## 摘要



本研究主要是針對土木結構之系統識別與損傷探測方法進行理論分析與試驗驗證。在結構系統識別方面，本文分別針對非參數與物理參數兩種不同之系統識別方法進行探討。其中，非參數系統識別係採用推測-適應過濾法，於時間域中建立動態系統輸入與輸出間的遞迴時序關係，再由預測誤差之遞迴最小平方準則求出最佳系統模型參數，從而求出對應之結構振頻、模態阻尼比及傳遞函數等結構動力特性係數。此外，本研究亦根據遞迴預測誤差法的概念，針對 TLCD(Tuned-Liquid Column Damper) 在水平與旋轉運動模式下之落水頭損失係數進行識別，並驗證 Wu's formula(水頭損失係數與閘門阻塞率之關係式)之正確性，並提出 Modified Wu's formula 以預測變斷面 TLCD 之落水頭損失係數。此外，由於非參數系統識別法無法用於隔震結構系統特性參數之識別，本研究遂採用物理參數識別法識別建築隔震系統的特性參數，包括 LRB(降伏位移、雙線性勁度及阻尼係數…等)與 FPS(摩擦係數、曲率半徑…等)。其中，有關 FPS

隔震結構的系統識別方法並完成振動台試驗之驗證。此外，本研究更將此識別方法擴展至剪力屋架及非剪力屋架結構之物理參數識別。在結構損傷探測方面，本研究採用 Bernal 所提之柔度矩陣本位 DLV 損傷探測方法。由於柔度矩陣主要係由低頻振態所貢獻，對於結構高階模態較不敏感，因而增加識別方法的敏銳度。此外，基於實用性之考量，結構健康診斷系統必須在有限觀測的條件下定位出結構損傷位置。因此，本研究亦發展了不足觀測條件下的系統識別方法，在觀測之自由度不小於最低容許值的前提下，結合推測-適應過濾法與模態向量間之正交特性，重建出結構系統各主要模態之特徵向量，做為建立柔度矩陣以及結構損傷探測分析的基礎，並以數值範例及振動台試驗驗證其可行性。

關鍵字：系統識別、非參數識別、物理參數識別、結構損傷探測、柔度矩陣、觀測不足、損傷定位向量



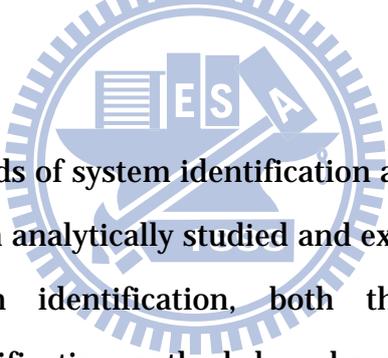
# **A Study on System Identification and Damage Detection of Structures**

Student : Yi-Hsuan Chen

Advisor : Dr. Yen-Po Wang

Department of Civil Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University

## **Abstract**



In this study, methods of system identification and damaged detection of civil structures have been analytically studied and experimentally verified. On the subject of system identification, both the non-parametric and physical-parameter identification methods have been explored. The stochastic adaptive filtering method is adopted for non-parametric system identification. This method establishes, in time domain, a recursive relation for the input-output time sequences of the dynamic system whose optimal coefficients then are determined via a recursive least-squares algorithm. The dynamic characteristics of the structure such as the natural frequencies, modal damping ratios, and transfer functions, are in turn abstracted from the identified system coefficients. Furthermore, the head-loss coefficients of the TLCD system in both translational and pitching motions are identified by using the concept of the recursive least-squares method, and accuracy of the Wu's formula (an empirical formula relating the head-loss coefficient and blocking ratio of the valve) has been verified. The Wu's formula has been

further revised to predict the head-loss coefficients of TLCs with variable cross-sections. Furthermore, since the non-parametric identification schemes are not adequate for identification of the structural isolation systems, a physical-parameter identification method is developed to identify the characteristics of the isolation systems, including LRB (yielding displacement, bilinear stiffness and damping coefficient... etc. ) and FPS (Friction coefficient and radius of curvature, ... etc.). The identification method for structures isolated with FPS has been verified via shaking table tests. In addition, the physical-parameter identification method has been extended to identify both the shear-type and non-shear-type structures. On the subject of damage detection of structures, the flexibility-based Damage Locating Vector (DLV) technique proposed by Bernal is adopted. As the flexibility matrix is contributed primarily by the lower modes, it is less sensitive to the higher modes. This increases the sensitivity of the identification method as a result. Moreover, in view of practical application that a structural health monitoring system should be able to locate the damages with limited sensors, a system identification method under conditions of insufficient observation is also developed in this study. If the number of missed observing states is no more than the allowable degree of insufficient observation, the mode shapes of the primary modes can be reconstructed to serve as the basis for the flexibility matrix and DLV analysis, by integrating the stochastic-adaptive filtering method with the orthogonality criteria between the mode shapes. Feasibility of the proposed method has been verified via both numerical simulations and shaking table tests.

**Keyword:** system identification, non-parametric identification, physical parameter identification, damage detection of structures, flexibility-based method, insufficient observation, damage locating vectors.

## 誌 謝

感謝恩師 王彥博教授多年來的悉心指導與啟發，使學生得以培養做研究之基本功夫，且吾師對於學術研究所保有的熱忱與致力於解決工程實務問題之用心，亦為學生師法的典範。此外，吾師常常提供許多新穎的觀念，以增加學生思考的空間，並且在學生的生涯規劃上提供許多寶貴之建議，在此特向吾師致上最誠摯的謝意。

論文口試期間，承蒙 盧煉元教授、吳重成教授、洪李陵教授、黃銘智教授、陳誠直教授、翁正強教授撥冗指正，並提供寶貴意見，使得論文疏漏之處得以獲得改進，特別在此表示感激之意。

在交大的求學生活中，感謝研究室學長廖偉信博士、李建良博士與張簡嘉賞博士於研究及試驗上之指導，使我得以克服研究上之所有難關，而順利完成此論文；感謝學弟明坤、連杰、恩杰、科良、尚諺、家杰、哲維、建華、羅開與學妹怡婷，於研究及試驗上之幫忙，使試驗皆能順利完成；感謝學弟欣晏、志軒與俊成陪我一同奔馳於籃球場，抒發過剩的精力；感謝力邨、顥勳、勵元、羿廷與致潔陪我嚐遍新竹美食，並於日常生活間分享彼此生活經驗，使煩悶的研宄生活添加了許多歡樂的氣氛；感謝羽彤、志儒、厚餘、連峰、柏霖、智洋、柏翰與依凡，於我撰寫論文期間分擔研究室之工作，讓我得以心無旁騖的完成此論文。最後，感謝所有於我求學過程中給予我鼓勵及支持的好友們，護持之恩不敢稍忘。

最後，衷心感激多年來一直給予我支持的家人及女友，感謝你們無私的奉獻、關懷、鼓勵與包容，讓我得以無後顧之憂完成研究所的求學生涯，謝謝你們。

國立交通大學 土木工程學系博士班  
陳逸軒 謹誌於交大工程二館 2010 年 7 月



# 目錄

摘要 .....	I
Abstract.....	III
誌謝 .....	V
目錄 .....	VII
表目錄 .....	IX
圖目錄 .....	XI
第一章 緒論 .....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 結構之系統識別 .....	2
1.3 隔震結構之物理參數識別.....	5
1.4 結構損傷探測 .....	8
第二章 推測-適應過濾法於系統識別之應用 .....	13
2.1 前言 .....	13
2.2 離散時間系統的輸入-輸出模型 .....	17
2.3 含雜訊之系統模型與預測誤差.....	18
2.4 遞迴預測誤差法 .....	20
2.5 傳遞函數與模態特徵向量之關係.....	21
2.6 實例應用 .....	25
2.6.1 結構系統參數識別 .....	25
2.6.2 TLCD 之系統識別 .....	30
2.6.3 TLCD 之高樓抗風設計.....	39
2.7 小結.....	42
第三章 結構之物理參數系統識別 .....	91
3.1 前言 .....	91
3.2 LRB 隔震結構之物理參數系統識別 .....	93
3.2.1 結構之物理模型.....	94
3.2.2 識別方法及步驟 .....	97
3.2.3 數值範例.....	102

3.2.4	小結 .....	105
3.3	FPS 隔震結構之物理參數識別.....	106
3.3.1	結構之物理模型.....	106
3.3.2	摩擦單擺系統之識別方法及步驟 .....	109
3.3.3	數值範例.....	113
3.3.4	FPS 隔震結構物理參數識別之試驗驗證.....	119
3.4	剪力屋架之結構物理參數識別.....	124
3.4.1	數值範例 .....	126
3.4.2	振動台試驗驗證 .....	127
3.5	非剪力屋架之結構物理參數識別 .....	128
3.5.1	數值範例 .....	131
3.5.2	振動台試驗驗證.....	132
3.5.3	小結 .....	134
第四章	土木結構之 DLV 損傷探測分析.....	193
4.1	前言 .....	193
4.2	DLV 損傷探測理論之回顧.....	196
4.3	結構柔度矩陣之建立.....	199
4.4	DLV 損傷探測之數值範例.....	201
4.4.1	由特徵分析檢驗 DLV 損傷探測法於構架結構之可行性	201
4.4.2	基於地震加速度反應資料之 DLV 損傷探測分析.....	204
4.5	觀測不足之結構損傷偵測 .....	206
4.5.1	模態正交與容許觀測不足度 .....	206
4.5.2	不足觀測條件下之結構損傷探測分析—三層樓平面屋架 .....	208
4.5.3	不足觀測條件下之結構損傷探測分析—五層樓平面屋架	210
4.6	振動台試驗 .....	221
4.7	小結.....	226
第五章	結論與建議.....	279
	參考文獻.....	283

## 表目錄

表 2.1 鋼構模型系統之參數.....	43
表 2.2 五層樓鋼構模型系統之參數.....	43
表 2.3 國家地震中心辦公大樓之動力參數(921 地震).....	44
表 2.4 國家地震中心辦公大樓之動力參數(1022 地震).....	44
表 2.5 TLCD 元件之尺寸( $\beta=1.0$ ).....	45
表 2.6 TLCD 元件之尺寸( $\beta=2.0$ ).....	45
表 2.7 TLCD 元件之尺寸( $\beta=3.0$ ).....	46
表 2.8 水平運動之 TLCD 水頭損失係數識別結果.....	46
表 2.9 旋轉運動 TLCD 之水頭損失係數識別結果.....	47
表 2.10 TLCD 元件之參數.....	47
表 2.11 TLCD 系統閘門阻塞率之迭代過程.....	48
表 3.1(a) LRB 隔震結構基礎層之物理參數(數值範例).....	136
表 3.1(b) LRB 隔震結構上部結構之物理參數(數值範例).....	136
表 3.2(a) LRB 隔震系統基礎層之物理參數識別結果(數值範例).....	137
表 3.2(b) LRB 隔震系統上部結構之物理參數識別結果(數值範例).....	137
表 3.3 隔震結構系統之上部結構物理參數(數值範例).....	138
表 3.4 庫侖摩擦機制之隔震系統基礎層物理參數識別結果(數值範例).....	139
表 3.5 庫侖摩擦機制之隔震系統上部結構物理參數識別結果(數值範例) .....	139
表 3.6 摩卡摩擦機制之隔震系統基礎層物理參數識別結果(數值範例).....	140
表 3.7 摩卡摩擦機制之隔震系統上部結構參數識別結果(數值範例).....	140
表 3.8 庫侖摩擦機制之隔震系統物理參數識別結果(振動台試驗).....	141
表 3.9 摩卡摩擦機制之隔震系統物理參數識別結果(振動台試驗).....	141
表 3.10 五層樓結構以剪力屋架模式之識別結果(數值模擬).....	142
表 3.11 五層樓鋼構以剪力屋架模式之識別結果(振動台試驗).....	142
表 3.12 五層樓結構以非剪力屋架模式之識別結果(數值模擬).....	143
表 3.13 五層樓鋼構以非剪力屋架模式之識別結果(振動台試驗).....	143

表 4.1	三層樓結構之系統參數(數值範例) .....	228
表 4.2	各樓層 DLV 分析之 <i>WSI</i> 值(數值範例；經由特徵分析).....	228
表 4.3	未受損結構之系統參數(數值範例；經由地震反應識別) .....	229
表 4.4	一樓受損結構之系統參數(數值範例；經由地震反應識別) .....	229
表 4.5	二樓受損結構之系統參數(數值範例；經由地震反應識別).....	230
表 4.6	三樓受損結構之系統參數(數值範例；經由地震反應識別) .....	230
表 4.7	各樓層 DLV 分析之 <i>WSI</i> 值(數值範例；經由地震反應識別) .....	231
表 4.8	未受損之三層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測).....	231
表 4.9	一樓受損之三層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測) .....	232
表 4.10	二樓受損之三層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測) .....	232
表 4.11	三樓受損之三層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測) .....	233
表 4.12	各樓層 DLV 分析之 <i>WSI</i> 值(數值範例；不足觀測) .....	233
表 4.13	五層樓結構之系統參數(數值範例；不足觀測).....	234
表 4.14	未破壞之五層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測) .....	234
表 4.15	一樓受損之五層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測).....	235
表 4.16	未破壞之五層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測) .....	235
表 4.17	一樓受損之五層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測).....	236
表 4.18	未破壞之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗) .....	236
表 4.19	一樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗).....	237
表 4.20	二樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗) .....	237
表 4.21	三樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗).....	238
表 4.22	四樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗) .....	238
表 4.23	五樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗) .....	239
表 4.24	五層樓鋼構 DLV 分析各樓層之 <i>WSI</i> 值(振動台試驗) .....	239
表 4.25	一樓與五樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)	
	.....	240
表 4.26	三樓與五樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)	
	.....	240
表 4.27	五層樓多樓層破壞之 DLV 分析各樓層 <i>WSI</i> 值(振動台試驗) .....	241

## 圖目錄

圖 2.1 五層樓鋼構架模型.....	49
圖 2.2 地震模擬振動台.....	49
圖 2.3 結構各樓層加速度反應歷時(El Centro ; PGA=0.1g) .....	50
圖 2.4 五層樓結構之加速度傳遞函數與相位角(El Centro ; PGA=0.1g) .....	51
圖 2.5 結構各模態頻率之識別結果歷時 (El Centro ; PGA=0.1g) .....	52
圖 2.6 結構加速度反應歷時比較(El Centro ; PGA=0.1g) .....	53
圖 2.7 結構加速度反應歷時比較(El Centro ; PGA=0.1g) .....	54
圖 2.8(a) Kobe 地震波之歷時(PGA=0.1g).....	55
圖 2.8(b) Hachinohe 地震波之歷時(PGA=0.06g) .....	55
圖 2.9 結構加速度反應歷時比較(Kobe ; PGA=0.1g) .....	56
圖 2.10 結構加速度反應歷時比較(Hachinohe ; PGA=0.06g).....	57
圖 2.11 國家地震工程研究中心.....	58
圖 2.12 國家地震中心強震儀配置圖 .....	58
圖 2.13 國震中心結構 X 向加速度歷時反應(921 地震).....	59
圖 2.14 國震中心結構 Y 向加速度歷時反應(921 地震).....	60
圖 2.15 國震中心結構 X 向加速度歷時反應(1022 地震) .....	61
圖 2.16 國震中心結構 Y 向加速度歷時反應(1022 地震).....	62
圖 2.17(a) 結構 X 向之加速度傳遞函數與相位角(921 地震) .....	63
圖 2.17(b) 結構 Y 向之加速度傳遞函數與相位角(921 地震) .....	63
圖 2.18(a) 結構 X 向之加速度傳遞函數與相位角(1022 地震).....	64
圖 2.18(b) 結構 Y 向之加速度傳遞函數與相位角(1022 地震).....	64
圖 2.19(a) 結構 X 向之頻率識別結果歷時(921 地震) .....	65
圖 2.19(b) 結構 Y 向之頻率識別結果歷時(921 地震) .....	65
圖 2.20(a) 結構 X 向之頻率識別結果歷時(1022 地震) .....	66
圖 2.20(b) 結構 Y 向之頻率識別結果歷時(1022 地震) .....	66
圖 2.21(a) 國震中心 X 向各樓層加速度歷時比較(921 地震).....	67
圖 2.21(b) 國震中心 Y 向各樓層加速度歷時比較(921 地震).....	67

圖 2.22(b) 國震中心 Y 向各樓層加速度歷時比較(1022 地震) .....	68
圖 2.23(a) 國震中心 X 向各樓層加速度歷時比較(1022 地震) .....	69
圖 2.23(b) 國震中心 Y 向各樓層加速度歷時比較(1022 地震) .....	69
圖 2.24(a) 國震中心 X 向各樓層加速度歷時比較(921 地震).....	70
圖 2.24(b) 國震中心 Y 向各樓層加速度歷時比較(921 地震).....	70
圖 2.25 單自由度結構物裝置變斷面 TLCD 示意圖 .....	71
圖 2.26 TLCD 系統之水平向試驗組裝圖 .....	71
圖 2.27 TLCD 元件模型 .....	72
圖 2.28 MTS407 控制器 .....	72
圖 2.29 IMC 資料擷取系統 .....	73
圖 2.30 波高計(WHA-600 和 WHA-800) .....	73
圖 2.31 水頭損失係數識別之收斂過程( $\beta = 1.0$ ; 水平向).....	74
圖 2.32 水頭損失係數識別之收斂過程( $\beta = 2.0$ ; 水平向).....	75
圖 2.33 水頭損失係數識別之收斂過程( $\beta = 3.0$ ; 水平向).....	76
圖 2.34 水平運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較( $\beta = 1.0$ ) .....	77
圖 2.35 水平運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較( $\beta = 2.0$ ) .....	78
圖 2.36 水平運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較( $\beta = 3.0$ ).....	79
圖 2.37 TLCD 孔口板阻塞率與水頭損失係數之關係(水平向).....	80
圖 2.38 旋轉運動 TLCD 示意圖 .....	81
圖 2.39 TLCD 元件之旋轉運動試驗 .....	81
圖 2.40 MTS1.5tf 動態油壓致動器.....	82
圖 2.41 訊號擷取系統.....	82
圖 2.42 旋轉運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較( $\beta = 1.0$ ) .....	83
圖 2.43 旋轉運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較( $\beta = 2.0$ ).....	84
圖 2.44 旋轉運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較( $\beta = 3.0$ ).....	85
圖 2.45 TLCD 孔口板阻塞率與水頭損失係數之關係 .....	86
圖 2.46 順向風風力歷時.....	87
圖 2.47 結構未安裝 TLCD 系統之頂樓絕對加速度反應.....	87
圖 2.48 水頭損失係數與頂樓絕對加速度反應之關係.....	88

圖 2.49 結構安裝 TLCD 系統之頂樓絕對加速度反應( $\delta = 40$ ) .....	88
圖 2.50 TLCD 系統之水柱激盪位移( $\delta = 40$ ) .....	89
圖 3.1 鉛心橡膠支承元件 (LRB) .....	144
圖 3.2 摩擦單擺支承 (FPS) .....	144
圖 3.3 LRB 隔震結構.....	145
圖 3.4 遲滯力與背骨曲線關係之梅新準則.....	145
圖 3.5 三層樓 LRB 隔震結構(數值範例).....	146
圖 3.6 El centro 地震波之歷時(PGA=0.35g).....	146
圖 3.7 $k_1$ 及 $c_1$ 第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範例) .....	147
圖 3.8 $k_1$ 及 $c_1$ 第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範例) .....	147
圖 3.9 $k_1$ 及 $c_1$ 第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範例) .....	148
圖 3.10 各樓層之預測與實際加速度歷時反應比較 (數值範例) .....	149
圖 3.11 各樓層之預測與實際速度歷時反應比較 (數值範例) .....	150
圖 3.12 各樓層之預測與實際位移歷時反應比較 (數值範例) .....	151
圖 3.13(a) LRB 識別所得之背骨曲線 (數值範例) .....	152
圖 3.13(b) LRB 遲滯迴圈歷時比較圖 (數值範例) .....	152
圖 3.14 摩擦單擺支承隔震結構.....	153
圖 3.15(a) 摩擦單擺支承系統之遲滯迴圈 (庫侖機制).....	154
圖 3.15(b) 摩擦單擺支承系統之遲滯迴圈 (摩卡機制) .....	154
圖 3.16 五層樓隔震結構之示意圖(數值範例) .....	155
圖 3.17 結構各樓層之加速度歷時反應(El Centro; PGA=0.35g; Coulomb's Mechanism).....	156
圖 3.18 結構各樓層之速度歷時反應(El Centro; PGA=0.35g; Coulomb's Mechanism).....	157
圖 3.19 結構各樓層之位移歷時反應(El Centro; PGA=0.35g; Coulomb's Mechanism).....	158

圖 3.20	$k_1$ 及 $c_1$ 第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Coulomb's Mechanism).....	159
圖 3.21	$k_1$ 及 $c_1$ 第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Coulomb's Mechanism).....	159
圖 3.22	$k_1$ 及 $c_1$ 第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Coulomb's Mechanism).....	160
圖 3.23	$k_1$ 及 $c_1$ 第四次迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Coulomb's Mechanism).....	160
圖 3.24	$k_1$ 及 $c_1$ 第五迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Coulomb's Mechanism).....	161
圖 3.25	結構各樓層之加速度歷時反應(El Centro；PGA=0.35g；Mokha's Mechanism).....	162
圖 3.26	結構各樓層之速度歷時反應(El Centro；PGA=0.35g；Mokha's Mechanism).....	163
圖 3.27	結構各樓層之位移歷時反應(El Centro；PGA=0.35g；Mokha's Mechanism).....	164
圖 3.28	$k_1$ 及 $c_1$ 第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Mokha's Mechanism).....	165
圖 3.29	$k_1$ 及 $c_1$ 第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Mokha's Mechanism).....	165
圖 3.30	$k_1$ 及 $c_1$ 第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Mokha's Mechanism).....	166
圖 3.31	$k_1$ 及 $c_1$ 第四迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Mokha's Mechanism).....	166
圖 3.32	$k_1$ 及 $c_1$ 第五迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(數值範 例；Mokha's Mechanism).....	167
圖 3.33(a)	摩擦單擺支承實體照片.....	168
圖 3.33(b)	單層樓 FPS 結構試驗模型.....	168
圖 3.34	振動台輸入擾動 (El Centro；PGA=0.59g).....	169

圖 3.35	$k_1$ 及 $c_1$ 第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(振動台試驗；Coulomb's Mechanism).....	169
圖 3.36	$k_1$ 及 $c_1$ 第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(振動台試驗；Coulomb's Mechanism).....	170
圖 3.37	$k_1$ 及 $c_1$ 第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(振動台試驗；Coulomb's Mechanism).....	170
圖 3.38	識別與量測之加速度反應比較(El Centro；PGA=0.59g).....	171
圖 3.39	識別與量測之速度反應比較(El Centro；PGA=0.59g).....	171
圖 3.40	識別與量測之位移反應比較(El Centro；PGA=0.59g).....	172
圖 3.41	識別與量測之遲滯迴圈比較(El Centro；PGA=0.59g).....	172
圖 3.42	$k_1$ 及 $c_1$ 第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(振動台試驗；Mokha's Mechanism).....	173
圖 3.43	$k_1$ 及 $c_1$ 第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(振動台試驗；Mokha's Mechanism).....	173
圖 3.44	$k_1$ 及 $c_1$ 第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(振動台試驗；Mokha's Mechanism).....	174
圖 3.45	$k_1$ 及 $c_1$ 第四迴圈掃描搜尋分析與誤差函數 $e$ 之關係曲線(振動台試驗；Mokha's Mechanism).....	174
圖 3.46	識別與量測之加速度反應比較(El Centro；PGA=0.59g).....	175
圖 3.47	識別與量測之速度反應比較(El Centro；PGA=0.59g).....	175
圖 3.48	識別與量測之位移反應比較(El Centro；PGA=0.59g).....	176
圖 3.49	識別與量測之遲滯迴圈比較(El Centro；PGA=0.59g).....	176
圖 3.50	N 層樓剪力屋架變形示意圖.....	177
圖 3.51	五層樓構架示意圖.....	177
圖 3.52	結構各樓層加速度歷時反應(El Centro；PGA=0.35g；數值範例).....	178
圖 3.53	結構各樓層之速度歷時反應(El Centro；PGA=0.35g；數值範例).....	179
圖 3.54	結構各樓層之位移歷時反應(El Centro；PGA=0.35g；數值範例).....	

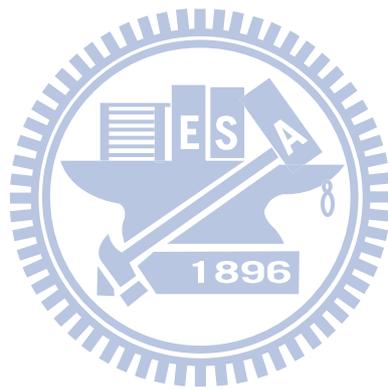
.....	180
圖 3.55 五層樓結構量測之加速度反應(El Centro ; PGA=0.13g ; 振動台試驗) .....	181
圖 3.56 五層樓結構經基線修正積分之速度反應(El Centro ; PGA=0.13g ; 振動台試驗) .....	182
圖 3.57 五層樓結構經基線修正積分之位移反應(El Centro ; PGA=0.13g ; 振動台試驗) .....	183
圖 3.58 N 層樓非剪力屋架結構變形示意圖 .....	184
圖 3.59 五層樓結構各樓層加速度反應(El Centro ; PGA=0.35g ; 數值範例) .....	185
圖 3.60 五層樓結構各樓層速度反應(El Centro ; PGA=0.35g ; 數值範例) .....	186
圖 3.61 五層樓結構各樓層位移反應(El Centro ; PGA=0.35g ; 數值範例) .....	187
圖 3.62 識別與量測之各樓層加速度歷時比較(El Centro ; PGA=0.13g ; 振動台試驗) .....	188
圖 3.63(a) Kobe 地震波加速度歷時(振動台試驗量測結果) .....	189
圖 3.63(b) Hachinohe 地震波加速度歷時 (振動台試驗量測結果) .....	189
圖 3.64 識別與量測之各樓層加速度歷時比較(Kobe ; PGA=0.06g ; 振動台試驗) .....	190
圖 3.65 識別與量測之各樓層加速度歷時比較(Hachniohe ; PGA=0.05g ; 振動台試驗) .....	191
圖 4.1 破壞荷載向量與結構 .....	242
圖 4.2 奇異值分解之幾何概念 .....	242
圖 4.3 DLV 法之分析流程 .....	243
圖 4.4 三層樓之分析模型 .....	244
圖 4.5 破壞定位向量加載於三層樓結構之示意圖 .....	244
圖 4.6 結構之損傷偵測分析結果 (數值範例 ; 模態分析) .....	245
圖 4.7 未受損結構之絕對加速度歷時(數值範例 ; 經由地震反應識別) .....	246

圖 4.8 一樓受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例；經由地震反應識別)	246
圖 4.9 二樓受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例；經由地震反應識別)	247
圖 4.10 三樓受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例；經由地震反應識別)	247
圖 4.11 未受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；經由地震反應識別)	248
圖 4.12 一樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；經由地震反應識別)	248
圖 4.13 二樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；經由地震反應識別)	249
圖 4.14 三樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；經由地震反應識別)	249
圖 4.15 結構之損傷偵測分析結果(數值範例；經由地震反應識別)	250
圖 4.16 未受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)	251
圖 4.17 一樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)	251
圖 4.18 二樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)	252
圖 4.19 三樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)	252
圖 4.20 結構之損傷偵測分析結果(數值範例；不足觀測)	253
圖 4.21(a) 未受損傷結構之模態 ( $\Phi_i^{MK(3)}$ )	254
圖 4.21(b) 未受損傷結構之模態 ( $\Phi_i^{*MK(3)}$ )	254
圖 4.22(a) 一樓受損傷結構之模態 ( $\Phi_d^{MK(3)}$ )	255
圖 4.22(b) 一樓受損傷結構之模態 ( $\Phi_d^{*MK(3)}$ )	255

圖 4.23 未受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例；不足觀測) .....	256
圖 4.24 一樓受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例；不足觀測) .....	257
圖 4.25 未受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)	258
圖 4.26 一樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測) .....	259
圖 4.27 五層樓鋼構(未受損結構).....	260
圖 4.28 五層樓鋼構(移除二樓雙邊斜撐) .....	260
圖 4.29 未受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗) .....	261
圖 4.30 一樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗).....	262
圖 4.31 二樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗) .....	263
圖 4.32 三樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗).....	264
圖 4.33 四樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗).....	265
圖 4.34 五樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗).....	266
圖 4.35 未受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)..	267
圖 4.36 一樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗) .....	268
圖 4.37 二樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗) .....	269
圖 4.38 三樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗) .....	270
圖 4.39 四樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)	271
圖 4.40 五樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗) .....	272
圖 4.41 五層樓結構之損傷偵測分析結果(振動台試驗) .....	273
圖 4.42 一樓與五樓受損之五層樓鋼構各樓層加速度歷時(振動台試驗) .....	274
圖 4.43 三樓與五樓受損之五層樓鋼構各樓層加速度歷時(振動台試驗) .....	275
圖 4.44 一樓與五樓受損之結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)	

.....	276
圖 4.45 三樓與五樓受損之結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)	
.....	277
圖 4.46 一樓與五樓受損之五層樓結構損傷偵測分析結果(振動台試驗)	
.....	278
圖 4.47 三樓與五樓受損之五層樓結構損傷偵測分析結果(振動台試驗)	
.....	278





# 第一章 緒論

## 1.1 前言

近年來，全球各地大規模災難性地震頻傳，如台灣九二一地震(1999，規模 7.3)、南亞地震(2005，規模 9.0)中國汶川地震(2008，規模 8.0)、海地地震(2010，規模 7.0)，智利地震(2010，規模 8.8)、中國青海地震(2010，規模 7.1)等，無不造成嚴重災情。台灣位於環太平洋地震帶上，每年平均發生兩百次以上的有感地震，土木工程結構的耐震安全性面臨嚴峻的考驗。九二一地震的慘痛教訓殷鑒不遠，斯土斯民須坦然面對隨時置身於震害風險中的殘酷事實。

建築物在經歷較大的地震後，確認其結構是否健全如初，足以抵禦下一波的地震侵襲，乃震害防治工作中相當重要的一環。發展結構損傷探測與健康診斷的技術，針對重要建築物進行振動反應監測與震後快速評估，以及時發現問題，必要時予以修復補強，將有助於提升結構之耐震安全性，降低震害風險。有鑑於此，結構健康診斷(structural health monitoring)乃近年來土木工程領域中相當重要的研究課題之一【1~5】。結構破壞偵測觀念之啟蒙和技術發展，源於 1960 年代初期軍事與航太工業上的需求。最初是針對機械設備的故障進行診斷，後來亦逐漸廣泛應用於其他領域。結構破壞偵測之方法多由力學或動力分析理論發展出來，其宗旨乃基於不破壞結構或材料之前提下，對損傷位置及程度進行有效的識別。結構損傷之判斷依據，乃由其動態或力學特性、表面狀態、形狀大小、位移等之異常變化做為參考。

結構健康診斷系統須以成熟的動態試驗、動態監測、系統識別及損傷探測等技術為基礎，配合適當的健康診斷指標作為評估依據，方能克竟其功。在動態試驗方面，因建築結構規模龐大，人為敲擊或激振測試因輸入

的能量有限，鮮能有效激發結構主要振態之反應。地震是大自然提供結構動態反應最有效的足尺試驗，它所提供的擾動能量遠超過任何人為測試方法，足以將結構動態行為激發出來，乃結構系統識別分析最可靠的資料來源，本研究將以震測資料為分析的基礎；在動態反應監測方面，由於加速度的量測不需參考點，且加速規的體積小、質量輕、成本低，因此比位移及速度等物理量更適合作為監測對象；在系統識別方面，應儘可能選擇所需資料最少、直接應用量測訊號(不必再經數值微分或積分等加工)，且具強健性(**robustness**)的方法；在損傷探測方面，則須選擇對結構的損傷有高度敏感性，不需仰賴高頻振態資訊(因不易被激發)，且能由全域反應(**global responses**)定位出局部破壞(**local damages**)的方法。本研究將整合能夠滿足前述要件之方法，發展具備嚴謹之理論基礎與實用價值的結構損傷探測技術。



## 1.2 結構之系統識別

系統識別分析的目的在經由實際量測到之結構動態反應與輸入擾動，推算出結構的動力特性(自然頻率、阻尼比及振態等)，進而(可能的話)重建結構系統的參數(如勁度、阻尼係數等)，乃結構動力分析的逆問題(**Inverse problem**)。系統識別方法依分析時所用的資料是在時間域上，或是轉換至頻率域，而區分為時域與頻域分析法。頻域系統識別方法一般是將時間域所得的反應透過快速傅立葉轉換(**Fast Fourier Transforms, FFT**)轉換至頻率域，並由傳遞函數(**transfer function**)求得系統之自然振動頻率與阻尼比等動態特性。雖然由頻域分析極易辨識系統之動態特性，但由於地震反應為非穩態(**non-stationary**)，並不符合頻率域分析法之假設，因此 **FFT** 分析本質上僅限於線性系統，並不適用於非線性或時變性

(time-varying)系統之識別，除非是配合移動時窗(moving window)技巧

【6】以計算每段時窗內之傳遞函數，由每段時窗的分析結果反映出非線性系統隨時間改變之現象。時域系統識別法直接由時間域測得的結構反應資料進行分析，適用於線性、非線性及時變性系統，故較有機會應用於結構損傷探測之問題上。但當量測自由度較少或量測訊號中有較大雜訊時，時域系統識別分析法常須提高識別模型階數，而導致求解過程中之數值困難，並可能產生虛擬模態，增加系統識別之困難度。

另一方面，若依照對於系統之描述方式，系統識別一般亦可區分為參數識別與非參數識別。前者是指識別出系統中具有物理意義之參數，諸如一般結構動力分析問題中的阻尼比與頻率等【6,7】。而後者乃假設系統輸出與輸入間的關係可用一數學函數表示(例如 Chebyshev 正交函數)，識別此函數的係數即為非參數識別。有關係統參數識別方面之研究，有 Mcverry

【8】在頻率域針對線性非時變系統利用最小平方法識別結構各模態之頻率與阻尼比。Li 和 Mau【9】針對一 15 層樓之鋼筋混凝土結構進行參數識別。其利用最小平方輸出誤差法，於時間域採多重輸入多重輸出(multiple input-multiple output, MIMO)的方式，並選定一時窗(time window)將量測到之加速度歷時訊號分段，並依序識別其參數，以瞭解結構系統參數於時域上之變化情形。Sato 和 Yokota【10】針對日本東京一棟雙子星鋼構辦公大樓進行識別，其利用 ARMAX(Auto-Regressive Moving Average Exogenous)模型從結構物受震後所產生之反應識別出結構物之頻率與阻尼比。並且由四次不同地震作用下，觀察結構物自然頻率與阻尼比之變化情形。有關係統非參數識別方面之研究則有 Polhemus 與 Cakmak【11】針對現地量測到之 San Fernando 地震加速度歷時訊號，利用穩態非時變之 ARMA(Auto-Regressive Moving Average)模型求此地震加速度歷時之簡化表示式，再利用反轉換建立模擬之加速度反應，並進行實測與模擬之

比對，以找出識別模型參數與地震特性或工址現地間之關係。Hoshiya【12】利用推廣卡氏過濾器(Extended Kalman's Filter)配合加權循環流程(weighted global iteration procedure)，並以雙線性遲滯模型(Bi-linear Hysteretic Model)針對多自由度系統進行識別。王淑娟【13】亦根據推廣卡氏過濾理論識別台電大樓，且其分別利用單一輸入-單一輸出(simple input-simple output, SISO)與雙向輸入-單一輸出之兩種識別模式進行結構振態參數之識別，並從中探討結構耦合之效應。Masri 等人【14,15】以速度及位移做為變數，利用 Chebyshev 多項式組成之二維正交函數進行非線性結構系統識別。

此外，Kolmogorov【16】、Wiener【17】、Kalman【18】、以及 Kalman 與 Bucy【19】等人其根據適應過濾(adaptive filtering)與預測近似(stochastic approximation)之觀念發展出推測-適應過濾法(stochastic adaptive filtering method)。此一系統識別法整合了非參數識別與參數識別的內涵，先於時間域中建立動態系統輸入與輸出間的遞迴時序關係(recursive time sequence, 如 ARX, ARMA,...等模式)，由預測誤差之遞迴最小平方準則求出每一瞬間(instantaneous)之最佳系統模型參數，從而求出對應之結構振頻、模態阻尼比及傳遞函數等結構動力特性係數。此識別方法已廣泛應用於導航、自動控制、音效處理與計量經濟等領域，Celeb 與 Safak【20~23】則成功將其應用到土木結構的系統識別上。推測-適應過濾法之主要優點為：(1)毋須建立預期之結構參數模型；(2)只須處理少量的資料(對線性結構而言，收斂速率極快)；(3)可識別出時變性系統。這些特性將可使結構系統識別分析問題更為簡化而更具實用性。

儘管推測-適應過濾法所考慮之系統輸入-輸出模式為非參數系統，物理參數系統(例如運動方程式)若經過適當安排，亦可表示成類似之數學關係式。如此，則由其未知參數估算之輸出反應與量測結果所定義之誤差函

數，亦能根據遞迴預測誤差法的概念逐步疊代修正而求出系統參數。本研究將以調諧水柱消能系統(Tuned Liquid Column Damper, TLCD)的水頭損失係數識別為例，示範其應用。TLCD 是一種應用於超高層建築的抗風減振裝置(次結構系統)，若經適當之設計，TLCD 可在結構受外力作用產生振動時自然產生共振反應，將主結構之振動能量吸收而降低反應、改善舒適性。TLCD 之動力特性為單自由度系統，吾人可藉由液體在 U 型連通管內之有效長度控制其振盪頻率，並藉由閘門孔口之限縮造成落水頭損失而產生消能作用。Sakai 等人【24】經由一系列試驗證明 TLCD 系統之阻尼為非線性，其大小與落水頭損失及管內液體激盪速度的平方成正比。TLCD 系統之設計上除了共振調頻之外，落水頭損失係數亦為設計者須掌握之關鍵設計參數。由於落水頭損失係數無法由斷面尺寸及材料性質推算出來，因此須以系統識別試驗求得。Wu【25】曾進行等斷面 TLCD 之系統識別試驗，找出落水頭損失係數與閘門阻塞率的經驗公式。本研究亦完成一系列試驗確認 Wu's formula 之合理性，並將其經驗公式修正以應用於變斷面 TLCD 系統。此外，亦針對 TLCD 在旋轉運動模態(pitch motion)下進行系統識別分析，並與經驗公式(Wu's formula)進行比對。

### 1.3 隔震結構之物理參數識別

近年來，應用基礎隔震技術於橋梁及建築結構之抗震設計已相當普遍【26~30】。隔震設計的概念主要係以低水平勁度之隔震系統延長結構周期，以降低結構所承受之地震力，並透過材料非線性或摩擦力提供的消能機制減緩隔震層的位移。目前發展較成熟的隔震系統，包括鉛心橡膠支承(LRB)、高阻尼橡膠支承(HDRB)與摩擦單擺支承(FPS)，各國已有許多應用實例【31~35】。隔震系統能否發揮預期之減震功能，與隔震支承的實

際物理參數（如勁度、降伏強度、摩擦係數、滑動介面的曲率半徑…等）是否與設計值相符有關，故須經現地試驗予以驗證。此外，隔震支承在長期高壓載重及風化作用下，其力學特性是否會因材料劣化或磨損而改變，導致性能之衰減，也需要長期追蹤監控，作為之後設計與建造隔震建築物的參考。由於土木結構規模龐大，且隔震元件的非線性力學行為必須在有顯著位移的情況下才會呈現，一般的結構現地動態試驗方法一如利用 **shaker** 作振態掃描，或 **impact hammer** 敲擊...等均無法達到目的。因此，吾人唯有仰賴真實地震的激發，由震測資料來進行其系統識別，以瞭解隔震系統的實際行為是否與設計相符。

隔震建築或橋梁因安裝了隔震元件，在地震作用下其整體結構行為將呈現非線性。惟該非線性乃源於局部隔震元件之遲滯行為，無法以非參數系統識別方法結合模態分析觀念將其物理參數萃取出來。因此，必須藉由物理參數(**physical parameter**)系統識別方法，直接針對隔震元件的勁度、降伏強度、降伏位移、摩擦係數或曲率半徑...等物理參數進行識別。物理參數系統識別法主要是透過結構系統之動態反應(加速度、速度或位移..等)與輸入擾動(如地表加速度)間之關係進行結構物理參數(如阻尼與勁度矩陣)之識別。雖然目前隔震建築物的實測資料尚屬有限，仍有不少針對隔震建築物的地震反應行為持續進行評估研究中。**Tan and Wang** 使用迭代識別運算(**Iterative identification algorithm**)，並以雙線性遲滯模型模擬隔震裝置之非線性行為，並針對一棟四層樓隔震結構進行系統識別，結果顯示其預測反應與量測資料相當吻合【36】。**Stewart** 等人亦針對四棟隔震結構，以時變性的線性模型進行識別研究。其研究結果顯示，於不同地震力作用下，結構物的基本振態頻率和阻尼係數皆會改變【37】。**Nagarajaiath** 和 **Xiaohong** 則針對一棟位於南加州的醫學院建築大樓進行研究分析，此棟建築大樓於基礎安裝了 68 組鉛心橡膠支承(**Lead Rubber Bearing, LRB**)

與 81 組合成橡膠支承(elastomeric bearing)。該研究以雙線性模型(bilinear model)模擬隔震支承之非線性行為，並根據結構於北嶺地震(Northridge earthquake)所量測到之結構系統反應資料進行比較，預測與量測結果相當一致【38】。Furukawa 等人使用非線性狀態-空間模型(Nonlinear state-space model)，並配合使用預測誤差法(Prediction error method；PEM)，對隔震建築物進行識別研究。該研究總共考慮三種變異的非線性回復力模型：(1)簡化的雙線性模型(simple bilinear model)，(2)雙線性多重剪力彈簧模型(bilinear multiple shear spring model)與(3)三線性多重剪力彈簧模型(trilinear multiple shear spring model)進行實測反應資料之識別，而根據其研究結果顯示，使用三線性的遲滯多重剪力彈簧模型以模擬隔震元件之回復力，可得到較精確之結果【39】。Huang 等人提出物理參數識別運算(Physical identification algorithm)，並利用能反映出 LRB 系統力學行為特徵之背骨曲線(backbone curve)來代表 LRB 系統之遲滯行為，將多值回復力(multi-valued restoring force)轉換成單值函數(single-valued function)並配合輸出試誤法(output-error)之概念進行系統參數之增量掃描，於增量掃描過程中找出使系統之預測反應與量測反應間呈現最小誤差值之參數組合，即為隔震系統之有效參數【40~42】。

目前有關隔震結構系統識別方法，無論是橋梁或房屋結構，都是針對 LRB 隔震系統所提出，尚無針對 FPS 隔震結構系統識別的相關研究。事實上，採用 FPS 系統的隔震結構已日漸普及，因此，發展相應的系統識別技術有其必要性。本文將根據 Huang 等人【42】提出之物理參數識別運算(Physical identification algorithm)概念，發展一套適用於基礎裝設摩擦單擺支承(FPS)之隔震結構物理參數識別模型，以及可用於識別非剪力屋架形式之結構物理參數識別方法，並利用振動台試驗驗證所推導之物理參數識別模型於實際應用之可行性。

## 1.4 結構損傷探測

在結構損傷探測的研究上，D.J Ewins【43】以結構動力學之觀念與理論為基礎，結合動態特徵試驗及系統識別分析，並由其所定義之多項模態指標，將動態測試所識別之模態參數具體轉換為結構健康診斷的依據。柯宏明【44】利用 ARX 模式推算系統之頻域轉換函數，進一步由非線性迴歸分析推定各振態之週期、阻尼比和有效參數，配合  $\delta_M$  (Maximum Softening)、MAC(Modal Assurance Criterion)及 COMAC(Coordinate Modal Assurance Criterion)等三種損害評估指標，提出以識別強動階段的基本振動週期為研判結構破壞程度的依據。儘管結構受損時可由其振動頻率之改變透露出訊息，但即使結構系統並未受損而維持在彈性範圍內，每次的動態試驗結果仍存在變異性，因此除非是極其簡單的結構系統，否則僅由自然振頻等模態資訊仍難以判定結構是否受損，遑論定位出受損位置。Chen 和 Garba【45】針對桁架結構之勁度折減程度進行破壞偵測分析，該研究指出，必須考慮前三模態計算方可準確得到結構之勁度折減量，因損傷所造成的頻率變化以第一模態為最多。Salawu【46】提出藉由長期的監測與定期的動態反應量測可由系統頻率之變化來判斷結構系統是否破壞或損傷。Lee 和 Shin【47,48】提出利用梁之自然頻率與模態振型，並透過梁損傷後之傳遞函數進行損傷探測分析。該研究亦透過數值模擬與試驗來驗證其可行性。

振態(mode shapes) 因定義出結構系統自由度間較明確之空間關係，且能反映出局部之結構行為，或許可提供破偵測較佳的基礎。然而實際上，欲以振態資訊精確定位出結構受損位置，其敏感度仍嫌不足。Zhao and DeWolf【49】針對結構破壞偵測之敏感度分析發現，柔度矩陣比起自然頻率或振態，對於結構之破壞更為敏感。換言之，在結構損傷探測上，結構的勁度矩陣或柔度矩陣等物理參數將比模態參數更為有用。

直覺上，結構之勁度矩陣應該是與結構受損最直接相關的物理參數，不過以勁度矩陣為基礎之結構損傷探測方法，都須先建立未受損結構的精確解析模型(analytical model)以資比較。惟就實務面而言，建立精確的結構解析模型本身就難以達成；此外，結構勁度矩陣的組成中，高頻振態的貢獻度相當大，然而高頻反應不易由量測之振動反應中萃取出來，間接影響勁度矩陣識別結果之精確性。相對而言，柔度矩陣主要係由低頻振態所貢獻，對於結構高階模態較不敏感，因而較容易識別出來。因此，以柔度矩陣為基礎的結構損傷探測方法具備極佳的發展潛力。Hoyos 和 Aktan 【50】提出以結構自然頻率及模態建立模態柔度(modal flexibilities)，奠定以結構柔度矩陣作為破壞偵測之基礎。Pandey and Biswas 【51】藉由解析結構受損前後之柔度矩陣變化(changes in the flexibility)，成功識別出 I-型鋼梁的受損位置，開啟了以柔度矩陣為基礎之結構損傷探測方法研究熱潮；這個方法亦成功應用於平面桁架之損傷探測【52】。Bernal【53】於 2002 年提出損傷定位向量法(Method of Damage Locating Vectors, 簡稱 DLV 法)，以柔度矩陣為基礎的結構損傷探測方法遂有了突破性進展。Gao et al. 【54,55】 and Huynh et al. 【56】分別將 DLV 法成功應用於空間桁架及平板的破壞偵測上。Duan et. al. 【57,58】以 DLV 損傷識別方法分別針對多自由度彈簧質塊系統與平面桁架結構進行破壞偵測，並探討考慮模態數之多寡對於識別分析結果的影響。該研究指出，當結構有兩處破壞位置時，使用前二、三個模態即可正確偵測出破壞位置。

DLV 法的概念，是要識別出結構在某些特定形式的載重向量作用下，應力(或內力)為零的構件—即潛在的受損構件。凡符合這些特定形式的載重向量，即稱之為破壞定位向量，這剛好是數學上對應於結構受損前後的柔度變異矩陣(flexibility differential)零空間(null space) 的一組向量基底(basis)，可藉由柔度變異矩陣之奇異值分解(singular value decomposition,

SVD) 求得。將 DLV 作為荷載施加於破壞前的結構上，再由其應力(或內力)分析結果萃取出最可能的破壞構件，作為結構損傷探測之依據。以 DLV 為基礎的破壞偵測方法並非完全不需結構之解析模型，因結構桿件之應力(或內力)仍須根據結構模型去計算。惟其計算結果受到結構解析模型誤差的影響較小，因此辨識率極高。此外，DLV 法可將多重損傷結構的受損位置定位出來。林裕家【59】透過數值模擬與試驗，針對剪力構架與桁架結構進行全域與局部區域之損害偵測，驗證 DLV 損傷識別方法可準確地偵測出框架結構之損害位置。涂哲維【60】利用 DLV 損傷探測法針對抗彎構架系統的損傷問題進行一系列的數值模擬分析與振動台試驗，其研究結果進一步驗證 DLV 損傷識別法應用於抗彎構架系統之損傷探測上確屬可行。

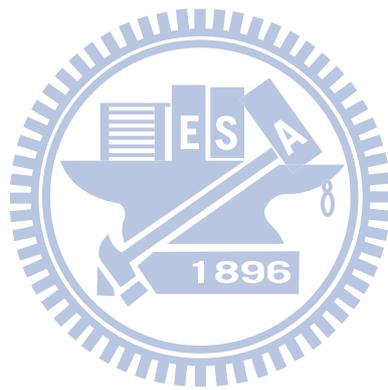
儘管如此，由於建築結構系統規模龐大，若每個樓層都要裝設多組感應計(至少 X,Y 向水平及扭轉自由度)，恐怕不夠經濟。從實務面來說，結構健康診斷系統必須能在有限量測(limited measurement)的條件下，成功判斷出結構損傷位置，才具備工程實用價值。克服不足觀測的問題，僅由部分樓層的觀測資料(partial states)推算出整體結構之全狀態(full states)的動態反應特徵，繼而識別出具足夠代表性的柔度矩陣做為 DLV 法之分析基礎，是成功建構結構健康診斷技術的關鍵因素。

在結構控制領域中，解決不足觀測問題的策略，一般採用「最佳狀態推估」(optimal state estimation)的技術來重建系統之狀態向量，或以「降階模型」(Reduced-Order Model)來代替原系統模型。最佳狀態推估法在觀測器(observer)安裝條件滿足系統之可觀測性(observability)前提下，可利用 Kalman filter 或 Luenberger Observer【61,62】，由觀測資料去推估未量測樓層的狀態(位移及速度反應)。不過應用這類方法時，結構動態系統(dynamic system, or plant)參數須為已知，有時甚至須假設量測訊號

為 **noise-free**(採用 **Luenberger Observer** 時)，因此並不適用於系統識別階段；「降階模型」必須確保其足以充分代表原動態系統的行為及主要特徵，惟在系統參數未知且量測訊號不足的情況下，何以判定「降階模型」具備充分之代表性？因此，這個方法亦不適用於結構損傷探測。本文將試著利用模態向量的正交(**orthogonality**)條件解出模態向量之未知分量，以重建出整體結構的主要振態。

本研究將利用振動台試驗驗證 **DLV** 損傷識別法實際應用之可行性，試驗時將考慮單一樓層破壞與多重樓層破壞等不同情況進行分析。此外，亦針對觀測不足之情況，嘗試由模態正交性重建系統之完整模態，繼而求出柔度矩陣，再配合 **DLV** 法進行結構損傷探測分析，藉由數值範例與振動台試驗驗證此方法之可行性。





## 第二章 推測-適應過濾法於系統識別之應用

### 2.1 前言

系統識別分析的目的在經由實際量測到之結構動態反應與輸入擾動，推算出結構的動力特性(自然頻率、阻尼比及振態等)，進而(可能的話)重建結構系統的參數(如勁度、阻尼係數等)，乃結構動力分析的逆問題(Inverse problem)。一般而言，系統識別方法可分為時域分析法(time-domain approach)及頻域分析法(frequency-domain approach)。早期系統識別方法多先將時域訊號轉換至頻域後再作進一步之分析，儘管資料經處理後不難擷取出結構的自然頻率及阻尼比等動態特性，但因頻域法主要係由傳遞函數(transfer function)著手，因此僅限於線性系統，基本上並不適用於非線性或時變性(time-varying)系統之識別，乃致於無法有效應用在結構損傷探測與健康診斷的問題。除非以移動時窗(moving windows)的方式計算每段時窗內的傳遞函數，由每段時窗之分析結果反映出非線性系統隨時間而改變的現象。時域分析法在 70 年代開始受到重視，這類方法適用於線性、非線性及時變性之系統，故較有機會應用於結構損傷探測的問題上。結構系統識別方法依其是否需假設預期之物理模型(例如運動方程式、雙線性模型…等)，又可區分為參數(parametric)及非參數(non-parametric)識別法。參數識別法中所假設之結構模型係由具有物理意義的參數(如勁度、阻尼係數、頻率、阻尼比、降伏勁度比…等)來描述。例如，Iemra【63】採用卡氏過濾器(Kalman filter)，以雙線性遲滯模型(bilinear hysteretic model)識別一棟九層樓 RC 結構之強震反應；田堯彰【64】則採用推廣卡氏過濾器(extended Kalman filter)由高樓結構之震測反應進行系統識別。非參數識別則假設系統之輸入-輸出關係以一數學函數來表示(例如正交函數或序列)。非參數識別分

析的目標在找出滿足此函數關係之係數，這些係數本身並不具備物理意義。不過吾人可將系統之輸入-輸出時序關係轉換成傳遞函數，由其分母多項式的根進一步萃取出系統的頻率及阻尼比，以及振態相關之資訊。例如，Masri 等人即以速度及位移為變數，利用 Chebyshev 多項式組成二維正交函數【14,15】來識別系統的非線性行為；唐治平【65】亦採用這個方法進行橋樑結構的系統識別與損傷探測研究。前述方法中，或需量測足夠的結構狀態(位移、速度)，或需假設預期之結構模型(如雙線性模型)，因此對於大型結構或特性不詳之動力系統在實際應用上會有困難。此外，這些方法都須知道輸入擾動資料，因此在應用上亦有其限制。

推測-適應過濾法(stochastic adaptive filtering method)乃一時域分析法，係根據適應過濾(adaptive filtering)與預測近似(stochastic approximation)的觀念推導而來。它整合了非參數識別與參數識別的內涵，先於時間域中建立動態系統輸入與輸出間的遞迴時序關係(recursive time sequence, 如 ARX, ARMA...等模式)，由預測誤差之遞迴最小平方準則求出每一瞬間(instantaneous)之最佳系統模型參數，從而求出對應之結構振頻、模態阻尼比及傳遞函數等結構動力特性係數。系統之模式可以是最簡單的單一輸入-單一輸出(single-input-single-output, SISO)模式，延伸至單一輸入-多重輸出(single-input-multiple-output, SIMO)模式，甚至多重輸入-多重輸出(multiple-input-multiple-output, MIMO)的模式。推測-適應過濾法之理論基礎係由 Kolmogorov【16】、Wiener【17】、Kalman【18】、以及 Kalman 與 Buc【19】等人所奠定。這個方法已廣泛應用於導航、自動控制、音效處理與計量經濟等領域，Celeb 與 Safak【20~23】則成功將其應用到土木結構的系統識別上。推測-適應過濾法之主要優點為：(1)毋須建立預期之結構參數模型；(2)只須處理少量的資料(對線性結構而言，收斂速率極快)；(3)可識別出時變性系統。

這些特性將可使結構系統識別分析問題更為簡化而更具實用性。結構損傷探測方法的成功關鍵在於精確的結構系統參數識別結果，本文第四章有關系統識別分析的部份將以推測-適應過濾法為基礎。

欲成功由結構動態反應識別出系統參數，結構之主要振態是否被充分激發出來乃基本前提。建築結構之規模十分龐大，結構試驗常用的敲擊或激振測試方法因輸入能量有限，鮮少能夠有效激發出結構主要振態之反應，因此效果極其有限。地震是大自然提供結構動態反應最有效的足尺試驗，它所提供的擾動能量遠超過任何人為測試方法，足以將結構動態行為激發出來，乃結構系統識別分析最可靠的資料來源。台灣由於地震發生頻繁，平均每年發生兩百次以上的有感地震，因此有極佳之條件利用真實地震監測反應進行系統識別及損傷探測。推測-適應過濾法並不限定系統之輸出反應須為何種物理量(位移、速度或加速度…等)，由於結構動態反應之監測以加速度最為經濟可行，因此以樓板的振動加速度歷時作為系統輸出訊號，自然成為最優先考量之選擇了。

系統識別的目標若僅在擷取結構各振態之頻率及阻尼比等動態特性，則由任一自由度的動態反應都能識別出來；如欲建立結構之振態(mode shapes)，甚至建立結構系統之勁度及阻尼矩陣，則須針對所有樓層作同步之監測。儘管吾人可經由 SISO 模式分別識別出個別樓層的傳遞函數，惟因雜訊干擾或數值計算誤差的存在，可能導致由不同樓層反應所求出之各振態的頻率及阻尼比不一致，造成判讀上的困擾。若以 SIMO 模式對各自由度之量測訊號進行同步分析，則可避免前述之問題。因此，本文將建立 SIMO ARX 模式，並應用遞迴預測誤差法求解系統參數，作為後續結構系統識別分析之基本架構。

為示範推測-適應過濾法在系統識別分析之應用，本研究將透過地震模擬振動台試驗，針對一座五層樓鋼結構模型進行測試，由各樓層及地

表(振動台桌面)所監測到的加速度歷時資料進行系統識別分析。此外，本文亦將針對國家地震工程研究中心辦公大樓在 921 集集地震(1999)與 1022 嘉義地震(1999)之實測地震反應進行系統識別。

儘管推測-適應過濾法所考慮之系統輸入-輸出模式為非參數系統，物理參數系統(例如運動方程式)若經過適當安排，其實亦可表示成類似之數學關係式。如此，則由其未知參數估算之輸出反應與量測結果所定義之誤差函數，亦能根據遞迴預測誤差法的概念逐步疊代修正而求出系統參數。本研究將以調諧水柱消能系統(Tuned Liquid Column Damper, TLCD)的水頭損失係數識別為例，示範其應用。TLCD 是一種應用於超高層建築的抗風減振裝置(次結構系統)，若經適當之設計，TLCD 可在結構受外力作用產生振動時自然產生共振反應，將主結構之振動能量吸收而降低反應、改善舒適性。TLCD 之動力特性為單自由度系統，吾人可藉由液體在 U 型連通管內之有效長度控制其振盪頻率，並藉由閘門孔口之限縮造成落水頭損失而產生消能作用。Sakai 等人【24】經由一系列試驗證明 TLCD 系統之阻尼為非線性，其大小與落水頭損失及管內液體激盪速度的平方成正比。由於落水頭損失係數無法由斷面尺寸及材料性質推算出來，因此須以系統識別試驗求得。Wu【25】曾進行等斷面 TLCD 之系統識別試驗，找出落水頭損失係數與閘門阻塞率的經驗公式。本研究亦完成一系列試驗確認 Wu's formula 之合理性，並將其經驗公式修正以應用於變斷面 TLCD 系統。此外，亦針對 TLCD 在旋轉運動模態(pitch motion)下進行系統識別分析。

## 2.2 離散時間系統的輸入-輸出模型

線性動力系統之等效離散時間模式，以單一輸入與單一輸出(SISO)的情況為例，可以線性差分方程表示為：

$$y[k] + a_1 y[k-1] + \cdots + a_{n_a} y[k-n_a] = b_0 x[k] + b_1 x[k-1] + \cdots + b_{n_b} x[k-n_b] + e[k] \quad (2.1)$$

其中， $y[\cdot]$ 與 $x[\cdot]$ 分別代表系統之輸出與輸入訊號； $a_i$ 與 $b_i$ 分別為輸出與輸入訊號之係數； $n_a$ 與 $n_b$ 分別為輸出與輸入訊號之維度。

針對式(2.1)進行  $z$  轉換之運算，則可得到系統反應之頻率響應函數  $H(z)$  如下所示：

$$H[z] = \frac{y[z]}{x[z]} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_{n_b} z^{-n_b}}{1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a}} = \frac{B[z]}{A[z]} \quad (2.2)$$

其中， $y[z]$ 與 $x[z]$ 分別為 $y[k]$ 與 $x[k]$ 之 $z$ 轉換；而 $z = e^{j2\pi f \Delta t}$ 且 $f$ 與 $\Delta t$ 分別為系統之頻率與取樣間隔； $A[z]$ 與 $B[z]$ 分別為頻率響應函數之分母與分子多項式。

頻率響應函數 $H[z]$ 之分子多項式 $B[z]=0$ 之根稱為其零點(zeros)，其與系統之振態反應大小有關；頻率響應函數 $H[z]$ 之分母多項式 $A[z]=0$ 之根稱為其極點(poles)，其與系統第 $j$ 振態自然頻率 $f_j$ 及阻尼比 $\xi_j$ 之關係如下：

$$f_j = \frac{1}{2\pi T} \sqrt{(\ln r_j)^2 + \phi_j^2} \quad (2.3)$$

$$\xi_j = -\frac{\ln(r_j)}{\sqrt{(\ln r_j)^2 + \phi_j^2}} \quad (2.4)$$

其中， $r_j = \sqrt{p_j \bar{p}_j}$ ，而 $p_j$ 為分母多項式 $A[z]=0$ 的第 $j$ 個複數根，且 $\bar{p}_j$ 為 $p_j$

之共軛複數； $\phi_j = \tan^{-1} \left[ \frac{I(p_j)}{R(p_j)} \right]$ ，其中  $I(p_j)$  與  $R(p_j)$  分別代表複數根  $p_j$  之實部與虛部； $T$  為取樣週期。

吾人只要識別出式(2.1)中之系統係數  $a_j$ 's,  $b_j$ 's, 即可求得結構之自然頻率、阻尼比以及頻率響應函數。

### 2.3 含雜訊之系統模型與預測誤差

理想的動力系統可由式(2.1)表示，但由於實際量測之訊號中多少會摻雜雜訊在內，因此，動力系統可修正如下：

$$A[q]y[k] = B[q]x[k] + C[q]e[k] \quad (2.5)$$

其中， $e[k]$  代表雜訊，通常假設其為零均值 (zero mean) 之白雜訊 (white noise)。多項式  $C[q]$  之定義為：

$$C[q] = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c} \quad (2.6)$$

其中， $c_j$  為雜訊之係數； $n_c$  為其維度。實際應用時，並不一定須要利用到每一多項式，可視情況予以簡化。例如

$$\text{ARX 模型： } A(q)y(k) = B(q)x(k) + e(k) \quad (2.7)$$

$$\text{ARMAX 模型： } A(q)y(k) = B(q)x(k) + C(q)e(k) \quad (2.8)$$

$$\text{ARMA 模型： } A(q)y(k) = C(q)e(k) \quad (2.9)$$

本研究將採用 **ARX** 模型進行系統識別之研究，而單一輸入與單一輸出之 **ARX** 模型可根據式(2.1)重新表示成一誤差模型如下：

$$y[k] = \psi^T[k]\theta[k] + e[k] \quad (2.10)$$

其中，

$$\boldsymbol{\psi}^T[k] = (-y[k-1], \dots, -y[k-n_a], x[k], \dots, x[k-n_b]) \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\theta}[k] = (a_1, \dots, a_{n_a}, b_0, \dots, b_{n_b})^T \quad (2.12)$$

為了應用於多層樓結構單一輸入(地表加速度)與多重輸出(各樓層加速度)之情況，吾人遂進一步考慮單一輸入多重輸出(SIMO)之識別模式，則誤差模型可表示如下：

$$\mathbf{y}[k] = \boldsymbol{\psi}^T[k] \boldsymbol{\Theta}[k] + \mathbf{e}[k] \quad (2.13)$$

其中，

$$\mathbf{y}[k] = (y_1[k], \dots, y_m[k])^T \quad (2.15)$$

$$\boldsymbol{\Theta} = (a_1, \dots, a_{n_a}, b_{10}, \dots, b_{1n_b}, b_{20}, \dots, b_{2n_b}, \dots, b_{m0}, \dots, b_{mn_b})^T \quad (2.16)$$

$$\boldsymbol{\psi}^T[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1[k] & \mathbf{x}[k] & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{y}_2[k] & 0 & \mathbf{x}[k] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{y}_m[k] & 0 & 0 & \dots & \mathbf{x}[k] \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{y}_i[k] = (-y_i[k-1], \dots, -y_i[k-n_a]), \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2.18)$$

$$\mathbf{x}[k] = (x[k], \dots, x[k-n_b]) \quad (2.19)$$

若對式(2.10)取期望值，並利用白雜訊之零均値之性質，可得：

$$\bar{\mathbf{y}}[k, \boldsymbol{\Theta}] = \boldsymbol{\psi}^T[k] \boldsymbol{\Theta} \quad (2.20)$$

輸出訊號期望值  $\bar{\mathbf{y}}(k, \boldsymbol{\Theta})$  代表已知之系統參數  $\boldsymbol{\Theta}$  下預測之輸出值。將其估測誤差定義為：

$$\boldsymbol{\varepsilon}[k, \boldsymbol{\Theta}] = \mathbf{y}[k] - \bar{\mathbf{y}}[k, \boldsymbol{\Theta}] \quad (2.21)$$

若識別出來之系統參數  $\boldsymbol{\Theta}$  完全正確，則  $\boldsymbol{\varepsilon}[k, \boldsymbol{\Theta}] = \mathbf{e}[k]$ 。

## 2.4 遞迴預測誤差法

今根據加權最小平方法之原理，定義系統之整體預測誤差為：

$$V(k, \Theta) = \frac{1}{2} \gamma(k) \sum_{s=1}^k \bar{\beta}(k, s) \boldsymbol{\varepsilon}^T(s, \Theta) \boldsymbol{\varepsilon}(s, \Theta) \quad (2.22)$$

其中  $\beta(k, s)$  為加權因子， $\gamma(k)$  則為  $\bar{\beta}(k, s)$  之正規化因子 (normalization factor)，其定義為：

$$\gamma(k) \sum_{s=1}^k \bar{\beta}(k, s) = 1 \quad (2.23)$$

若系統為非時變性時，可令加權因子為 1，此時即相當於最小平方法。對於時變性系統而言，加權因子可以追蹤系統參數隨時間變化的特性，愈接近瞬時  $k$  的資料所給予的權重愈大。選擇指數視窗

$$\bar{\beta}(k, s) = \lambda(k) \bar{\beta}(k-1, s) \quad (2.24)$$

其中，

$$\bar{\beta}(k, k) = 1 \quad (2.25)$$

$$\lambda[k] = \lambda_0 \lambda[k-1] + 1 - \lambda_0 \quad (2.26)$$

$\lambda$  稱為遺忘因子 (forgetting factor)，通常採用  $\lambda_0 = 0.99$ ， $\lambda[0] = 0.95$ 。為避免識別結果因雜訊影響而隨時間改變，我們將極小化的標準以期望值表示為：

$$E[V(k, \Theta)] = 0 \quad (2.27)$$

或(2.27)可根據牛頓-瑞福森之迭代法 (Newton-Raphson method)，解出系統模型參數【66】：

$$\Theta[k] = \Theta[k-1] - \alpha_r [V''[k, \Theta[k-1]]]^{-1} V'[k, \Theta[k-1]] \quad (2.29)$$

上式中令  $\alpha_i = 1$ ，並經運算整理後可得到遞迴形式解

$$\Theta[k] = \Theta[k-1] + \mathbf{L}[k][\mathbf{y}[k] - \boldsymbol{\psi}^T[k]\Theta[k-1]] \quad (2.30)$$

其中，

$$\mathbf{L}[k] = (\lambda[k]\mathbf{I} + \boldsymbol{\psi}^T[k]\mathbf{P}[k-1]\boldsymbol{\psi}[k])^{-1} \mathbf{P}[k-1]\boldsymbol{\psi}[k] \quad (2.31)$$

$$\mathbf{P}[k] = (\lambda[k]\mathbf{I} + \boldsymbol{\psi}^T[k]\mathbf{P}[k-1]\boldsymbol{\psi}[k])^{-1} \frac{\mathbf{P}[k-1]}{\lambda[k]} \quad (2.32)$$

通常選擇初始條件  $\Theta[0] = 0$  與  $\mathbf{P}[0] = K\mathbf{I}$ 。其中， $K$  通常為一很大之常數如  $10^8 \sim 10^{10}$  以加速其收斂速度。

當 SIMO 模型之係數  $a_p$ 's 與  $b_{iq}$ 's 識別出來之後，則各樓層之加速度頻率響應函數如下：

$$\frac{y_i[z]}{x[z]} = H_i[z] = \frac{b_{i0} + b_{i1}z^{-1} + \dots + b_{in_b}z^{-n_b}}{1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a}} = \frac{B_i[z]}{A[z]} \quad i = 1, \dots, m \quad (2.33)$$

其中， $y_i[z]$  與  $x[z]$  分別為第  $i$  個自由度之輸出反應  $y_i[k]$  與輸入反應  $x[k]$  之  $z$ -轉換； $z = e^{j2\pi fT}$ ， $f$  與  $T$  分別為系統之頻率與取樣間隔； $A[z]$  與  $B_i[z]$  分別為頻率響應函數之分母與分子多項式。同樣地，系統各模態之頻率與阻尼比可利用式(2.3)與式(2.4)求得。

## 2.5 傳遞函數與模態特徵向量之關係

考慮一  $N$  層樓結構系統，其動力方程式如下：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{x}_g(t) \quad (2.34)$$

其中， $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 與 $\mathbf{K}$ 分別為 $N \times N$ 之結構質量矩陣、阻尼矩陣與勁度矩陣； $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$ 與 $\mathbf{x}(t)$ 分別為 $N \times 1$ 之樓層加速度、速度與位移向量(相對於地表)； $\ddot{x}_g(t)$ 為地表加速度； $\mathbf{1}$ 為 $N \times 1$ 之單位柱向量。若令

$$\mathbf{x}(t) = \Phi \boldsymbol{\eta}(t) \quad (2.35)$$

其中， $\Phi$ 為滿足 $\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}$ 之正規化系統模態矩陣； $\boldsymbol{\eta}(t)$ 為模態座標(modal coordinates)。將式(2.35)代入式(2.34)，並於等號兩側前乘 $\Phi^T$ ，則結構系統之動力方程式可改寫如下：

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \boldsymbol{\eta}(t) = -\Phi^T \mathbf{M} \mathbf{1} \ddot{x}_g(t) \quad (2.36)$$

由於模態間之正交關係，式(2.36)可去耦(decouple)成 $N$ 個獨立之方程式，其第 $k$ 模態之模態方程式(modal equation)可表示為：

$$\ddot{\eta}_k(t) + 2\xi_k \omega_k \dot{\eta}_k(t) + \omega_k^2 \eta_k(t) = -\Gamma_k \ddot{x}_g(t) \quad (2.37)$$

其中， $\Gamma_k = \Phi_k^T \mathbf{M} \mathbf{1}$ ， $\Phi_k$ 為第 $k$ 模態之模態向量； $\eta_k$ 為第 $k$ 模態之模態座標； $\xi_k$ 與 $\omega_k$ 分別為第 $k$ 模態之阻尼比與自然振動頻率。

若將式(2.37)轉換至頻率域(frequency domain)，則式(2.37)可改寫如下：

$$-\omega^2 \eta_k(i\omega) + 2i\xi_k \omega_k \omega \eta_k(i\omega) + \omega_k^2 \eta_k(i\omega) = \Gamma_k \ddot{x}_g(i\omega) \quad (2.38)$$

以及

$$\eta_k(i\omega) = \frac{\Gamma_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\xi_k \omega_k \omega} \ddot{x}_g(i\omega) \quad (2.39)$$

將式(2.39)代入式(2.35)可得

$$\mathbf{x}(i\omega) = \sum_{k=1}^N \frac{\Gamma_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\xi_k \omega_k \omega} \ddot{x}_g(i\omega) \Phi_k = \sum_{k=1}^N x_k(i\omega) \quad (2.40)$$

其中， $\mathbf{x}_k$  為第  $k$  模態所貢獻之位移向量。因此，第  $j$  個自由度之相對位移傳遞函數可表示如下：

$$(H_j(i\omega))_r = \sum_{k=1}^N \frac{\Gamma_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\xi_k \omega_k \omega} \Phi_{jk} \quad (2.41)$$

若結構系統為微小阻尼，各模態反應間不會相互影響，因此其第  $j$  樓層之相對位移傳遞函數對應於第  $k$  模態 ( $\omega = \omega_k$ ) 之峰值約為：

$$(H_{jk}(i\omega_k))_r = \frac{\Gamma_k}{2i\xi_k \omega_k^2} \Phi_{jk} \quad (2.42)$$

上式顯示  $(H_{jk}(i\omega_k))_r$  與系統第  $k$  模態向量 ( $\Phi_k$ ) 之第  $j$  個分量 ( $\Phi_{jk}$ ) 成正比。因此，系統之模態向量可由各樓層之相對位移傳遞函數對應於模態頻率之峰值及相位求得。

由於本研究係以各樓層之絕對加速度反應為監測物理量進行系統識別分析，故須進一步找出絕對加速度之傳遞函數與模態向量間的關係。

另外，系統之絕對加速度 ( $\ddot{\mathbf{u}}$ ) 可由模態座標及地表加速度重建如下：

$$\ddot{\mathbf{u}} = \Phi \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{1} \ddot{x}_g(t) \quad (2.43)$$

吾人由  $\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}$  可推得  $\Phi \Phi^T \mathbf{M} = \mathbf{I}$ ，因此式(2.43)可進一步改寫為：

$$\ddot{\mathbf{u}} = \Phi \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \Phi \Phi^T \mathbf{M} \mathbf{1} \ddot{x}_g(t) = \Phi \ddot{\mathbf{a}}(t) \quad (2.44)$$

其中， $\ddot{\mathbf{a}}(t)$  為模態座標之絕對加速度。而由式(2.44)可推得

$$\ddot{\mathbf{a}} = \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \Phi^T \mathbf{M} \mathbf{1} \ddot{x}_g(t) = \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \Gamma \ddot{x}_g(t) \quad (2.45)$$

因此，系統第  $k$  模態所貢獻之絕對加速度可表示為

$$\ddot{a}_k(t) = \ddot{\eta}_k + \Gamma_k \ddot{x}_g(t) \quad (2.46)$$

則式(2.37)改寫如下：

$$\ddot{a}_k(t) + 2\xi_k \omega_k \dot{x}_k(t) + \omega_k^2 x_k(t) = 0 \quad (2.47)$$

若將式(2.47)轉換至頻率域，則上式可改寫為：

$$\ddot{a}_k(i\omega) = (2i\xi_k \omega_k \omega + \omega_k^2) x_k(i\omega) \quad (2.48)$$

將式(2.40)代入式(2.48)，則可得

$$\ddot{a}_k(i\omega) = \sum_{k=1}^N \frac{\Gamma_k (2i\xi_k \omega_k \omega + \omega_k^2)}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\xi_k \omega_k \omega} \ddot{x}_g(i\omega) \Phi_k \quad (2.49)$$

因此，對應於系統第 $k$ 模態之第 $j$ 樓層絕對加速度傳遞函數可表示如下：

$$(H_{jk}(i\omega))_a = \frac{\Gamma_k (2i\xi_k \omega_k \omega + \omega_k^2)}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\xi_k \omega_k \omega} \Phi_{jk} \quad (2.50)$$

若考慮結構系統為微小阻尼，各模態反應間不會相互影響，則對應於第 $k$ 模態頻率( $\omega = \omega_k$ )之絕對加速度傳遞函數峰值約為：

$$|(H_{jk}(i\omega))_a| = \frac{\Gamma_k \sqrt{1 + 4\xi_k^2}}{2\xi_k} \Phi_{jk} \quad (2.51)$$

上式顯示  $|(H_{jk}(i\omega))_a|$  與系統第 $k$ 模態向量( $\Phi_k$ )之第 $j$ 個分量( $\Phi_{jk}$ )成正比。因此，系統之模態向量可由各樓層之絕對加速度傳遞函數對應於各模態頻率之峰值及相位求得。

## 2.6 實例應用

### 2.6.1 結構系統參數識別

本研究將針對地震模擬振動臺試驗與實測地震反應資料進行結構系統參數識別之研究。其中，振動臺試驗係針對一五層樓鋼構模型，利用其於輸入擾動作用下，各樓層所量測到之加速度反應進行分析；實測地震反應則針對國家地震中心辦公大樓在 921(1999)與 1022(1999)地震之實際量測加速度歷時資料進行分析。

#### 2.6.1.1 五層樓鋼構架模型參數之識別

針對一五層樓之鋼構架(如圖 2.1)進行其動力參數之識別，並利用交通大學土木結構實驗室之單軸向地震模擬振動台(如圖 2.2)進行試驗。五層樓鋼結構系統模型平面為 $2m \times 2m$ ，結構總高度為 6.7m，重約 4.2tf 之二分之一縮尺鋼骨房屋結構模型，該鋼構模型之系統參數如表 2.1 所示。本試驗將以結構之弱向為測試方向，故架設結構時柱之弱軸方向係與振動台運動方向平行。除此之外，並於各樓層安裝地震加速規以量測各樓層於地震擾動下之加速度反應。

試驗時，選取 El Centro 地震波作為輸入擾動，並調整其尖峰地表加速度(PGA)為 0.1g 進行分析，此外，由於交大地震模擬振動臺為一位移控制之系統，且其致動器最大行程為 125mm，故無法有效的模擬出真實之 El Centro 地震波。因此，吾人需將 El Centro 地震波之時間間隔( $\Delta t$ )從原本之 0.02sec 壓縮至 0.01sec，並且將其加速度訊號積分為位移訊號作為實驗時之輸入指令(Command)。圖 2.3 為試驗時，振動臺臺面以及五層樓鋼構各樓所量測到之絕對加速度反應。

吾人將利用單一輸入-多重輸出(SIMO)之 ARX 模式識別出結構系統

之動力特性，其中，ARX 識別模型之參數選用  $n_a = 50$ 、 $n_b = 50$ 、 $\lambda[k]=1$  與  $K=10^{10}$  以進行五層樓結構系統係數( $a_j$ 's 與  $b_j$ 's)之識別。經識別所得之結構各樓層之加速度傳遞函數與對應之相位角分別如圖 2.4 所示，而結構系統各模態之阻尼比與模態整理於表 2.2。圖 2.5 為結構各模態識別過程中之頻率歷時變化，由結果顯示，各模態所識別之頻率收斂皆非常快速，短時間內即趨於一穩定值。圖 2.6 為試驗量測到之加速度訊號與利用識別所得係數( $a_j$ 's 與  $b_j$ 's)進行預測之結構加速度歷時反應比較，由結果顯示，兩曲線非常契合，此證明識別所得之結構動力特性(頻率與阻尼比)準確性非常高。

由於結構之模態大小與加速度反應之傳遞函數峰值有關，且模態之正反方向可經由相位角之角度判斷，因此由圖 2.4 加速度傳遞函數與相位角之關係，可求得結構系統之模態矩陣如下：

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.9844 & -1.0000 & 0.7384 & +0.5864 & 0.2364 \\ 1.0000 & -0.4837 & -0.4414 & 1.0000 & -0.8980 \\ 0.7183 & 0.3687 & -0.8280 & +0.1624 & 1.0000 \\ 0.5664 & 0.9562 & 0.0621 & -0.8770 & -0.3617 \\ 0.3239 & 0.9911 & 1.0000 & 0.8730 & 0.3646 \end{bmatrix}$$

此外，結構系統之阻尼矩陣與勁度矩陣可由識別所得之頻率、阻尼比與模態之關係式求得【67】，其關係式分別表示如下：

$$\mathbf{C} = \mathbf{M} \left( \sum_{i=1}^l \frac{2\xi_i \omega_i}{m_i^*} \phi_i \phi_i^T \right) \mathbf{M} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{M} \left( \sum_{i=1}^l \frac{\omega_i^2}{m_i^*} \phi_i \phi_i^T \right) \mathbf{M} \quad (2.53)$$

其中，

$$m_i^* = \phi_i^T \mathbf{M} \phi_i \quad (2.54)$$

$\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 與 $\mathbf{K}$ 分別為系統之質量矩陣、阻尼矩陣與勁度矩陣

$\omega_i$ 、 $\xi_i$ 與 $\phi_i$ 分別為系統第 $i$ 模態之頻率、阻尼比與模態向量

$l$ 為模態數(本案例 $l=5$ )

已知五層樓鋼構架之質量矩陣為

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 82.28 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 84.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 84.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 84.75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 85.13 \end{bmatrix} \text{ kg} - \text{sec}^2 / \text{m}$$

將結構之質量矩陣、模態頻率與模態阻尼比代入式(2.52)與式(2.53)

可求得結構之阻尼矩陣與勁度矩陣分別為

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 14.4294 & -15.0027 & 6.0681 & 2.9167 & -5.5234 \\ -15.0027 & 47.1036 & -31.1427 & -4.9249 & 0.1211 \\ 6.0681 & -31.1427 & 38.5843 & -8.1992 & 7.8330 \\ 2.9167 & -4.9249 & -8.1992 & 21.2610 & -13.2089 \\ -5.5234 & 0.1211 & 7.8330 & -13.2089 & 26.0366 \end{bmatrix} \text{ kg} - \text{sec} / \text{m}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 113510 & -128280 & 11240 & 26040 & -3280 \\ -12820 & 326990 & -198660 & -40710 & -14810 \\ 11240 & -198660 & 290440 & -61640 & 9890 \\ 26040 & -40710 & -61640 & 142050 & -96970 \\ -3250 & -14810 & 9890 & -96970 & 222740 \end{bmatrix} \text{ kg} / \text{m}$$

其後，利用已知之系統質量矩陣搭配所求得阻尼矩陣 $\mathbf{C}$ 與勁度矩陣 $\mathbf{K}$ 進行數值模擬分析，並將模擬之各樓層加速度反應與試驗結果比較，比較結果如圖 2.7 所示。由比較結果可發現，模擬所得之結構各樓層絕對加速度歷時反應與試驗所量測到之各樓層絕對加速度訊號非常接近及契合。接著進一步利用所求得之阻尼矩陣 $\mathbf{C}$ 與勁度矩陣 $\mathbf{K}$ ，預測結構於 Kobe 地震與 Hachinohe 兩不同地震波作用下之結構反應。試驗時，兩不同地震波之時間間隔 $\Delta t$ 皆取 0.02sec，而兩地震波作用下，地震模擬振動臺臺面所量測到

之加速度歷時反應如圖 2.8 所示，另外，各樓層於兩地震波作用下所產生之絕對加速度歷時反應與模擬預測之反應比較圖可分別如圖 2.9 與圖 2.10 所示。由結果顯示，兩種不同地震波作用下，預測結果與量測結果仍十分接近，顯示由式(2.52)與式(2.53)所推求之阻尼矩陣與勁度矩陣確實可準確地反應出真實結構之動力反應。

### 2.6.1.2 國家地震中心辦公大樓之參數識別分析

針對國家地震工程研究中心辦公大樓(NCREE)作為系統識別分析的對象(圖 2.11)，此結構樓高六層，其平面圖及強震儀配置圖如圖 2.12 所示。地震量測記錄則考慮使用 921 集集地震(1999)與 1022 嘉義地震(1999)發生時，強震儀所量測到之加速度歷時訊號做為結構系統識別之輸入與輸出反應。

系統識別分析可分別針對結構之 X 向及 Y 向(長向及短向)兩個方向進行。在 X 向方面，吾人選取地下室天花板之加速度訊號(Channel 7 之訊號)作為輸入訊號(input)，取一樓、三樓及六樓樓板之加速度訊號(Channel 10、Channel 13 與 Channel 16 之訊號)作為輸出訊號(output)。而在 Y 向方面，吾人選取地下室天花板之加速度訊號(Channel 8 與 Channel 9 訊號之平均值)作為輸入訊號，取一樓、三樓及六樓樓板之加速度訊號(分別為 Channel 11 與 Channel 12 訊號之平均值、Channel 14 與 Channel 15 訊號之平均值及 Channel 17 與 Channel 18 訊號之平均值)作為輸出訊號。而圖 2.13~2.16 分別為兩不同地震地震作用下時，強震儀所量測到結構兩方向之加速度訊號歷時反應。進行識別時，ARX 系統識別模式之階數採用  $n_a = n_b = 50$ 、 $\lambda[k]=1$  與  $K = 10^{10}$  以進行結構系統係數( $a_j$ 's 與  $b_j$ 's)之識別。

經識別所得之結構於兩不同地震作用下，各樓層兩方向之加速度傳遞

函數與對應之相位角分別如圖 2.17 與圖 2.18 所示。表 2.3 與表 2.4 分別為為 921 地震及 1022 地震各樓層加速度訊號採用 SIMO 模式識別所得之頻率及阻尼比，兩次地震所得之 X 向第一模態頻率分別為 4.05Hz 及 3.76Hz，Y 向第一模態頻率分別為 3.32Hz 及 3.50Hz。此外，X 向之第一模態阻尼比為 9%及 12%，Y 向之第一模態阻尼比則為 7%及 6%。圖 2.19 與圖 2.20 分別為兩地震作用下，結構兩方向識別過程中之頻率歷時變化。由結果顯示，兩方向識別所得之頻率收斂皆非常快速，短時間內即趨於一穩定值。

圖 2.21 為國家地震中心辦公大樓於 921 地震作用下，結構 X 向與 Y 向之量測結果與識別預測結果之比較。其結果顯示，二者契合的程度相當高，說明以 SIMO 模式識別所得之結構動力特性仍十分可靠。另外，改以 1022 地震時，天花板之強震儀所量測之訊號作為結構系統之輸入(圖 2.15 與圖 2.16)，並利用 921 地震識別所得之係數( $a_i$  與  $b_i$ )進行預測 1022 地震下各樓層之加速度歷時反應，預測結果如圖 2.22 所示。由結果發現，預測結果與量測結果仍十分接近，顯示結構經歷兩次地震擾動後其結構動力特性並無顯著的變化，且識別所得之係數( $a_j$ 's 與  $b_j$ 's)足可反應結構之真實反應。

圖 2.23 為國家地震中心辦公大樓於 1022 地震作用下，結構 X 向與 Y 向之量測結果與利用 921 地震識別所得之係數( $a_i$  與  $b_i$ )預測結果之比較。其結果顯示，二者契合之程度亦相當高，說明以 SIMO 模式識別所得之結構動力特性仍十分可靠。圖 2.24 為利用 1022 地震識別所得之係數( $a_j$ 's 與  $b_j$ 's)以 921 地震天花板之強震儀訊號作為輸入，預測 921 地震下各樓層之加速度歷時反應。同樣地，預測結果與量測結果仍十分接近，顯示結構經歷兩次地震擾動後其結構動力特性並無顯著的變化。

## 2.6.2 TLCD 之系統識別

高樓建築對風極度敏感，尤其在超高層大樓的結構設計中，抗風設計往往是最關鍵的技術瓶頸。為能同時滿足結構安全及舒適性的設計要求，常須採用結構控制技術加以克服。過去二十年中，調諧質塊阻尼系統 (Tuned Mass Damper, TMD) 是高樓抗風設計最常用的結構控制系統，包括我國高雄東帝士大樓及台北 101 大樓即分別採用主動式及被動式的調諧質塊阻尼系統作為額外的抗風機制。其中，台北 101 大樓所採用之系統為懸吊式單擺系統，其振動週期由擺長所控制，即  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 。惟懸吊式單擺系統之動力方程式係假設為平面運動的理想條件下所得到，若單擺的運動不在平面上而有旋轉運動發生，則其動力行為將轉呈非線性，運動周期乃隨擺盪振幅而改變，並非定值，因而喪失其原設計與結構調頻共振的功能性目標。

近年來，將消防水塔設計成兼具抗風減振功能之調諧水柱消能系統 (Tuned Liquid Column Damper, TLCD) 有逐漸取代 TMD 的趨勢。TLCD 系統可應用於超高層建築、煙囪及高塔…等細長型結構之抗風減振。目前 TLCD 系統已有許多實際應用案例，例如溫哥華 Wall Center 住宅大樓、紐約 Random House 及東京 Cosima 旅館…等高層建築。除應用於水平向結構振動控制之外，TLCD 系統也能用於長跨徑橋梁之橋面板旋轉運動 (pitch motion) 控制。無論是應用於水平或旋轉運動之振動控制，TLCD 之動力特性均為單自由度系統，吾人可藉由液體在 U 型連通管內之有效長度控制其振盪頻率，並藉由閘門孔口之限縮造成落水頭損失 (head loss) 而產生消能作用。

落水頭損失對於 TLCD 的減振效果有顯著之影響，落水頭損失若太小，則 TLCD 提供給結構的消能能力有限；落水頭損失若太大，則 TLCD

液柱本身的激盪運動會受到壓制，因提供的控制力受限而降低控制效能。因此，TLCD 的設計上除了共振調頻之外，落水頭損失係數亦為設計者須掌握的關鍵設計參數。落水頭損失係數與閘門阻塞率有關，Wu et al.【25】已建立等斷面 TLCD 之落水頭損失係數經驗公式(Wu's formula)，包括水平運動及旋轉運動。設計者一旦決定系統所需之最佳落水頭損失係數，即可據以求出閘門開孔之斷面尺寸。

本研究將進行不同尺寸 TLCD 之一系列系統識別試驗，包括在水平運動及旋轉運動兩種不同模式。此外，並修正 Wu's formula，使其在變斷面 TLCD 之情況下亦能適用。

### 2.6.2.1 水平運動 TLCD 之控制方程與系統識別

若考慮一單自由度結構上安裝一變斷面 TLCD 系統，如圖 2.25 所示，則其運動方程式可表示如下：

$$\begin{bmatrix} (2\rho A_v h_v + \rho A_v \beta d) & \rho A_v d \\ \rho A_v d & (2\rho A_v h_v + \rho A_h d + m_s) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_f \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho A_v \beta \delta |\dot{x}_f| & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_f \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\rho A_v g & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_f \\ x_s \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2\rho A_v d \\ (2\rho A_v h_v + \rho A_h d + m_s) \end{bmatrix} \ddot{u}_g \quad (2.55)$$

其中， $m_s$ 、 $c_s$  與  $k_s$  分別為結構系統之質量、阻尼係數與勁度係數； $A_v$  與  $A_h$  分別為 TLCD 元件之垂直斷截面積與水平段截面積且  $\beta = A_v / A_h$ ； $h_v$  與  $d$  分別為 TLCD 之垂直段靜水高度與水平段長度； $\rho$  為 TLCD 管內液體之密度； $g$  為重力加速度； $\delta$  為水頭損失係數； $x_f$  與  $x_s$  分別為 TLCD 之水柱激盪振幅與結構之水平側向位移(相對於地表)； $\ddot{u}_g$  為地表水平加速度。

當 TLCD 元件受到直接之外來水平擾動( $\ddot{u}_g$ )作用時，其運動方程式可表示如下：

$$(2\rho A_v h_v + \rho A_v \beta d)\ddot{x}_f + \frac{1}{2}\rho A_v \beta \delta |\dot{x}_f| \dot{x}_f + 2\rho A_v g x_f = -\rho A_v d \ddot{u}_g \quad (2.56)$$

上式中若忽略阻尼項，則 TLCD 即簡化為一線性系統，其自然振動週期計算如下：

$$T = \pi \sqrt{\frac{4h_v + 2\beta d}{g}} = \pi \sqrt{\frac{2L_e}{g}} \quad (2.57)$$

其中， $L_e = 2h_v + \beta d$  為 TLCD 系統中液體之有效長度。由式(2.57)可知 TLCD 系統之自然振動週期只與液體之有效長度有關，因此其調頻十分容易。若將式(2.56)等號兩邊同除以  $\frac{1}{2}\rho A_v \beta$ ，經重新整理可得：

$$-\left(\frac{4h_v}{\beta} + 2d\right)\ddot{x}_f - \frac{4g}{\beta}x_f - \frac{2d}{\beta}\ddot{u}_g = \delta |\dot{x}_f| \dot{x}_f \quad (2.58)$$

上式中除了落水頭損失係數  $\delta$  外，其餘之 TLCD 構件尺寸為已知，振動反應( $x_f$  及  $\ddot{u}_g$ )可於系統識別中直接量測得到， $\dot{x}_f$  及  $\ddot{x}_f$  則可利用數值微分計算出來。因此，若將

$$y[k] = -\left(\frac{4h_v}{\beta} + 2d\right)\ddot{x}_f[k] - \frac{4g}{\beta}x_f[k] - \frac{2d}{\beta}\ddot{u}_g[k] \quad (2.59)$$

視為量測值，並令

$$\bar{y}[k|\delta] = |\dot{x}_f| \dot{x}_f[k] \delta = \Psi[k] \delta \quad (2.60)$$

為預測值，則其預測誤差

$$\varepsilon[k|\delta] = y[k] - \bar{y}[k|\delta] \quad (2.61)$$

若比照 2.4 節遞迴預測誤差的概念定義

$$V(k|\delta) = \frac{1}{2} \gamma(k) \sum_{s=1}^k \bar{\beta}(k,s) \varepsilon^2(s|\delta) \quad (2.62)$$

則吾人可依照得到

$$\delta[k] = \delta[k-1] + \mathbf{L}[k][\mathbf{y}[k] - \boldsymbol{\Psi}^T[k]\delta[k-1]] \quad (2.63)$$

其中，

$$\mathbf{L}[k] = \frac{p[k-1]\boldsymbol{\Psi}[k]}{\lambda[k] + \boldsymbol{\Psi}^T[k]p[k-1]\boldsymbol{\Psi}[k]} \quad (2.64)$$

$$p[k] = \frac{p[k-1]}{\lambda[k] + \boldsymbol{\Psi}^T[k]p[k-1]\boldsymbol{\Psi}[k]} / \lambda[k] \quad (2.65)$$

由於  $\boldsymbol{\Psi}[k] = \begin{bmatrix} \dot{x}_f \\ \dot{x}_f \end{bmatrix} [k]$  為常量，此處  $\boldsymbol{\Psi}^T[k] = \boldsymbol{\Psi}[k]$ 。

### ● 試驗設置

水平運動 TLCD 系統之元件測試係於交通大學土木結構實驗室進行。TLCD 系統係以 L 型鋼配合 C 型夾具固定於振動台之基座上(如圖 2.26)。波高計探棒係固定於 TLCD 元件垂直段中央，並與垂直段保持平行，以量液面激盪位移。試驗時使用之儀器設備及其規格說明如下：

#### (1) TLCD 元件

本系列試驗之 TLCD 元件模型，主要由厚度 1 cm 之壓克力板所組成(如圖 2.27)，模型中央可抽換不同阻塞率之孔口板，上方以泡棉材質製成之防水墊片覆蓋，並蓋上蓋板，再以螺栓固定於 TLCD 系統，作為防水之用。本系列試驗共考慮三種斷面比( $\beta=1$ 、 $\beta=2$  與  $\beta=3$ )之不同試體進行試驗，三組試體之詳細尺寸分別歸納於表 2.5~2.7。

## (2)地震模擬振動台

交通大學地震模擬振動台之台面尺寸為 3 m 見方，如圖 2.2 所示。振動台之重量為 5 tf，試體結構之最大重量(payload)可達 10 tf。振動台係由一支 15tf 油壓致動器驅動，其最大行程為±12.5 cm，在最大載重條件(即 payload)下最大加速度可達 1g。

## (3) 控制系統與資料擷取系統

控制系統為振動台之中樞所在，本系統以 MTS 407 控制器(如圖 2.28)之位移控制模式操控振動台。407 控制器內部波型產生器可提供矩形波、三角波及正弦波等類比訊號輸出，若配合數位訊號輸入模組即可模擬隨機訊號及任意形式之地表擾動。

資料擷取系統(如圖 2.29)採用德國 IMC 公司所開發之  $\mu$ -Musyocs 系統，其可同時量測 32 個頻道。測試資料的儲存可透過個人電腦工具與網路介面將其快速的轉換到其他的電腦進行後處理。

## (4) 波高計

波高計(ARC 公司生產)係用於量測 TLCD 垂直段之液柱激盪位移。如圖 2.30 所示為型號 WHA-600(30512A)之波高計，其量測範圍為±30 cm；另一支型號為 WHA-800(30512B)之波高計，其量測範圍為±40 cm。

### ● 識別分析結果

本系列試驗完成三種不同斷面積比( $\beta=1.0$ 、 $\beta=2.0$ 與 $\beta=3.0$ )之 TLCD 元件在水平運動狀態下之水頭損失係數識別。分析時，選取簡諧震波作為輸入擾動，並調整其擾動頻率與 TLCD 元件之頻率比為 1.0，且擾動振幅為 4 公分。並利用波高計所量測之液體激盪振幅( $x_f$ )、液體流速

( $\dot{x}_f$ ，激盪振幅對時間微分一次所得)、液體激盪加速度( $\ddot{x}_f$ ，液體激盪振幅對時間微分兩次所得)及地表加速度( $\ddot{u}_g$ )等做為已知反應，以水頭損失係數 $\delta$ 為未知進行識別。圖 2.31~2.33 為水頭損失係數識別過程歷時圖。其結果顯示，三種不同斷面積比之 TLCD 元件之水頭損失係數之識別過程很快就能收斂至一穩定值，其結果整理於表 2.8。圖 2.34~2.36 為水柱激盪位移之試驗量測與預測結果比較，其中預測結果係以識別所得之水頭損失係數 $\delta$ (表 2.8)代入式(2.52)進行模擬分析而得到。其結果顯示，無論孔口板之阻塞率為何，三種不同斷面積比之 TLCD 元件之預測反應皆與試驗量測值非常契合，顯示本文所提之識別方法能有效識別出 TLCD 元件之水頭損失係數，有助於掌握其動力特性。

Wu et al. 【25】建立等斷面 TLCD 之落水頭損失係數經驗公式(Wu's formula)如下：

$$\delta = (-0.6\psi + 2.1\psi^{0.1})^{1.6}(1-\psi)^{-2} \quad (2.66)$$

其中， $\psi$  為 TLCD 孔口板之阻塞率。由 TLCD 元件之運動方程式 (2.56) 可知，等斷面 TLCD 與變斷面 TLCD 之阻尼係數項剛好差了一個斷面比( $\beta$ )，因此本文提出水頭損失係數之修正公式(Modified Wu's formula)如下：

$$\delta = \beta(-0.6\psi + 2.1\psi^{0.1})^{1.6}(1-\psi)^{-2} \quad (2.67)$$

以應用於變斷面 TLCD 之水頭損失係數計算。

圖 2.37 分別為三種不同斷面積比( $\beta = 1.0$ 、 $\beta = 2.0$  與  $\beta = 3.0$ )之 TLCD 元件系統識別所得之水頭損失係數與由經驗公式(2.67)之估算值之比較圖。其結果顯示，除了阻塞率等於 0% 之情況，系統識別所得之水頭損失係數與經驗公式計算之結果均非常接近，印證 Wu 所提之經驗公式及本文修正公式的準確性。由於經驗公式考慮 TLCD 之水頭損失係數只與孔口板

之阻塞率有關，當阻塞率  $\psi = 0$  時， $\delta = 0$ ，並無落水頭損失。實際上影響水頭損失係數的因素很多，除了閘門(孔口板)外，包括流體粘滯度、管壁摩擦係數、水平段與垂直段接合方式，渦流及負壓、尺寸大小、垂直段液面之激盪等因素均會造成水頭損失，雖然其能量損失不若限縮管徑來得顯著而得予忽略。惟當阻塞率為 0 時，這些因素所產生的能量損失相對而言就不能忽略。

### 2.6.2.2 旋轉運動 TLCD 之控制方程與系統識別

若考慮 TLCD 應用於橋面板之旋轉運動(pitch motion)的控制上，其示意圖如圖 2.38 所示。以液柱激盪位移為自由度之 TLCD 系統在旋轉擾動下其運動方程式【68】可表示為：

$$(2\rho A_v h_v + \rho A_v \beta d)\ddot{x}_f + \frac{1}{2}\rho A_v \beta \delta |\dot{x}_f| \dot{x}_f + 2\rho A_v g x_f = -\rho A_v d(h_v + y_0)\ddot{\alpha} - \rho g A_v d \alpha \quad (2.68)$$

其中， $y_0$  為橋面板旋轉中心到 TLCD 系統水平段中心之距離； $\alpha$  為 TLCD 系統之旋轉角。若式(2.68)忽略阻尼項而進行特徵分析，可求得 TLCD 旋轉向之自然振動週期如下：

$$T = \pi \sqrt{\frac{2L_e}{g}} \quad (2.69)$$

比較式(2.57)與式(2.69)可發現兩者之週期計算公式完全相同，顯示 TLCD 不論是水平向運動或是旋轉向運動其自然振動週期均只與液體之有效長度有關。同樣地，若將式(2.68)等號兩邊同除以  $\frac{1}{2}\rho A_v \beta$ ，經重新整理可得：

$$-\left(\frac{4h_v}{\beta} + 2d\right)\ddot{x}_f - \frac{4g}{\beta} x_f - \frac{2d}{\beta}(h_v + y_0)\ddot{\alpha} - \frac{2gd}{\beta} \alpha = \delta |\dot{x}_f| \dot{x}_f \quad (2.70)$$

上式中除了落水頭損失係數 $\delta$ 外，其餘之 TLCD 構件尺寸為已知，振動反應( $x_f$ 、 $\alpha$ 及 $\ddot{u}_g$ )可於系統識別中直接量測得到， $\dot{x}_f$ 、 $\ddot{x}_f$ 及 $\ddot{\alpha}$ 則可利用數值微分計算出來。因此，若將

$$y[k] = -\left(\frac{4h_v}{\beta} + 2d\right)\ddot{x}_f[k] - \frac{4g}{\beta}x_f[k] - \frac{2d}{\beta}(h_v + y_0)\ddot{\alpha}[k] - \frac{2gd}{\beta}\alpha[k] \quad (2.71)$$

視為量測值，並利用式(2.60)至式(2.65)之方式建立遞迴預測誤差之模型，即可識別出 TLCD 旋轉運動下之水頭損失係數 $\delta$ 。

### ● 試驗設置

旋轉運動 TLCD 系統之元件試驗係將 TLCD 系統安裝於總長度為 2.65 m 之鋼結構上方，以 L 型鋼固定。該鋼結構則透過模擬為鉸接之軸承裝置與中央之支承座連接，結構模型之兩端並加設彈簧元件以調整所需之週期；結構模型之一端則架設 1.5 tf 致動器，以進行強迫振動試驗，旋轉向試驗之詳細配置如圖 3.39 所示。試驗時使用之相關儀器設備及規格說明如下：

#### (1) TLCD 元件

本系列試驗之 TLCD 元件模型，主要由厚度 1 cm 之壓克力板所組成(如圖 2.27)，模型中央可抽換不同阻塞率之孔口板，上方以泡棉材質製成之防水墊片覆蓋，並蓋上蓋板，再以螺栓固定於 TLCD 系統，作為防水之用。本系列試驗亦考慮三種不同斷面比( $\beta=1$ 、 $\beta=2$ 與 $\beta=3$ )之試體進行試驗。三組試體之詳細尺寸分別歸納於表 2.5~2.7。

#### (2) 1.5 噸油壓致動器

油壓致動器(如圖 2.40)總出力大小為 1.5 tf，試驗中以位移控制之形式給予鋼樑在垂直方向之位移，使結構產生所需之轉角。

### (3) 控制系統與資料擷取系統

控制系統為 MTS 407 控制器，如圖 2.28 所示之位移控制模式操控 1.5 噸油壓致動器。407 控制器內部波型產生器可提供矩形波、三角波及正弦波等類比訊號輸出，若配合數位訊號輸入模組即可模擬隨機訊號及任意形式之地表擾動。

資料擷取系統(SPARTAN-L)(如圖 2.41)採用德國 IMC 公司所開發之  $\mu$ -Musycs 系統，可同時量測 16 個頻道。測試資料的儲存可透過個人電腦與網路介面卡快速轉換到其他的電腦進行後處理。

### (4) 波高計

波高計(ARC 公司生產)係用於量測 TLCD 垂直段之液柱激盪位移。如圖 2.30 所示為型號 WHA-600(30512A)之波高計，其量測範圍為 $\pm 30$  cm；另一支型號為 WHA-800(30512B)之波高計，其量測範圍為 $\pm 40$  cm。

### ● 識別分析結果

TLCD 之旋轉向運動試驗係以 1.5 tf 致動器命令振幅為 3 公分於垂直向施以位移，以試驗之旋轉角作為輸入(圖 3.39)。本系列試驗完成三種不同斷面積比( $\beta = 1.0$ 、 $\beta = 2.0$  與  $\beta = 3.0$ )之 TLCD 元件在旋轉運動狀態下之水頭損失係數識別。分析時，選取簡諧震波作為輸入擾動，並調整其擾動頻率與 TLCD 元件之頻率比為 1.0，且擾動振幅為 3 公分。而三種不同斷面積比之水頭損失係數識別結果整理表 2.9 所示。圖 2.42~2.44 為水柱激盪位移之試驗量測與預測結果比較，其中預測結果係以識別所得之水頭損失係數  $\delta$  (表 2.9) 代入式(2.68) 進行模擬分析而得到。其結果顯示，無論孔口板之阻塞率為何，三種不同斷面積比之 TLCD 元件之預測反應皆與試驗量測值非常契合，顯示本文所提之識別方法能有效地識別出 TLCD 元件之水頭損失係數，有助於掌握其動力特性。

廖佩亘【69】建立三種不同斷面積比之 TLCD 旋轉向落水頭損失係數經驗公式(Wu's formula)分別如下：

$$\delta = (0.3\psi + 3.6\psi^{1.1})^{1.05} (1-\psi)^{-2} + 4.5, \quad \beta = 1.0 \quad (2.72a)$$

$$\delta = (0.25\psi + 3.2\psi^{0.6})^{1.55} (1-\psi)^{-2} + 6.5, \quad \beta = 2.0 \quad (2.72b)$$

$$\delta = (0.52\psi + 3.4\psi^{0.6})^{1.75} (1-\psi)^{-2} + 9.7, \quad \beta = 3.0 \quad (2.72c)$$

其中， $\psi$  為 TLCD 孔口板之阻塞率。由 TLCD 元件旋轉向之運動方程式(2.68)可知，等斷面 TLCD 與變斷面 TLCD 之阻尼係數項亦剛好相差了一個斷面比( $\beta$ )，因此本文以等斷面 TLCD 之旋轉向落水頭損失係數經驗公式(Wu's formula)為基礎，提出旋轉向之水頭損失係數修正公式(Modified Wu's formula)如下：

$$\delta = \beta[(0.3\psi + 3.6\psi^{1.1})^{1.05} (1-\psi)^{-2} + 4.5] \quad (2.73)$$

以應用於變斷面 TLCD 旋轉向之水頭損失係數計算。

圖 2.45 分別為三種不同斷面積比( $\beta=1.0$ 、 $\beta=2.0$  與  $\beta=3.0$ )之 TLCD 元件系統識別所得之水頭損失係數與由經驗公式(2.72)及(2.73)之估算值之比較圖。其結果顯示，系統識別所得之水頭損失係數與經驗公式計算之結果均非常接近，印證廖佩亘【69】所提經驗公式(Wu's formula)及本文修正公式(Modified Wu's formula)之準確性。

### 2.6.3 TLCD 之高樓抗風設計

由於超高層建築物有結構週期較長與阻尼較低等特性，地震力之影響不及風力作用力明顯，因此結構設計主要由風力所控制。風力之作用雖不至使結構產生過大的應力或位移，但所引起的振動加速度卻導致舒適度的

下降。早期高樓結構物設計主要以位移做為設計檢核之準則，惟舒適度與加速度反應較為相關，因此我國規範亦規定半年回歸期之風力作用下，頂樓加速度不得大於 5 gal 之上限值。

### 2.6.3.1 數值模型

考慮一高樓結構安裝 TLCD 系統進行風力歷時分析。分析時，結構第一模態之週期考慮為 6 秒(第一模態頻率為  $f_s = 0.17\text{Hz}$ )，且假設第一模態之質量  $M_s = 584.1\text{ton} - \text{sec}^2/m$  與阻尼比  $\xi_s = 0.02$ ，則由  $K_s = M_s(2\pi f_s)^2$  與  $C_s = 2M_s(2\pi f_s)\xi_s$  可推得結構第一模態之勁度  $K_s = 666.41\text{ton}/m$  與第一模態之阻尼  $C_s = 24.961\text{ton} - \text{sec}/m$ 。由於第一模態對結構物影響較大，故簡化此結構為單自由度系統進行分析。此外，因結構屬長週期結構，對風力作用較為敏感，故以半年回歸期順風向之風力(圖 2.46)進行模擬分析。圖 2.47 為結構於風力作用下所產生之加速度歷時。分析結果顯示，未安裝 TLCD 系統之結構物頂樓絕對加速度最大振幅達 5.93gal，此結果無法滿足規範規定之 5 gal 之上限值。若考慮安裝斷面比  $\beta = 2$  之 TLCD 系統於結構物頂樓，並調整 TLCD 系統之自然頻率與結構第一模態之頻率相同，則 TLCD 之有效水柱長可根據式(2.53)計算求得為  $L_e = 17.91m$ 。TLCD 系統之設計參數整理於表 2.10。

由於 TLCD 系統主要是藉由閘門孔口之限縮造成落水頭損失(head loss)而產生消能作用。因此，TLCD 的設計上除了共振調頻之外，落水頭損失係數亦為設計者須掌握的關鍵設計參數。雖然由式(2.67)之關係式可由已知之閘門阻塞率推求落水頭損失係數，但在現實中，往往是需先經由數值模擬求得 TLCD 系統之最佳落水頭損失係數，再由式(2.67)之關係式

推求相對應之閘門阻塞率。因此，吾人將考慮不同落水頭損失係數情況下，利用式(2.55)進行結構安裝 TLCD 系統之模擬分析，以找出最佳落水頭損失係數。圖 2.48 為不同落水頭損失係數與結構頂樓之絕對加速度最大振幅之關係圖。由結果顯示，當考慮落水頭損失  $\delta = 40$  時，將使結構頂樓受風力作用下所產生之絕對加速度最大振幅為最小，約為 4.60gal。圖 2.49 為考慮落水頭損失係  $\delta = 40$  之情況下，結構頂樓之絕對加速度歷時。由結果顯示，結構安裝 TLCD 確實能有效地降低結構之絕對加速度反應，並使其符合規範規定之 5 gal 之上限值。圖 2.50 為 TLCD 系統受風力擾動下之水柱激盪位移。由結果顯示，結構受半年回歸期順風向之風力作用下，TLCD 系統之水柱最大激盪位移約為 8 公分。

經由上述之分析結果，可得到斷面積比  $\beta = 2$  之 TLCD 系統之最佳落水頭損失係數  $\delta = 40$ ，則將  $\delta = 40$  與  $\beta = 2$  代入式(2.67)，並令一非線性函數如下：

$$f(\psi) = 2(-0.6\psi + 2.1\psi^{0.1})^{1.6}(1-\psi)^{-2} - 40$$

利用半區間法(bisection method)，並在之  $\psi \in [\psi_a, \psi_b]$  區間進行迭代運算，

其中，考慮初始  $\psi_a = 0$  與初始  $\psi_b = 1$ ，並設定容許誤差指標(Error Idenx：

$\left| \frac{\psi_b - \psi_a}{2} \right|$ ) 需小於 0.001。經由 10 次迭代後，可得相對應於最佳落水頭損失

係數  $\delta = 40$  之閘門阻塞率為  $\psi = 0.6729$ ，而迭代過程整理於表 2.11。因此，設計者一旦決定系統所需之最佳落水頭損失係數，即可據以利用半區間法求出閘門開孔之斷面尺寸。

## 2.7 小結

本章透過地震模擬振動台試驗與實測地震反應資料，驗證了推測-適應過濾法應於結構系統識別分析之可行性，並利用識別所得之加速度傳遞函數建立系統之模態向量，進而可計算求得系統之勁度矩陣、柔度矩陣與阻尼矩陣。此外，本章亦利用遞迴預測誤差法之概念，建立 TLCD 在水平與旋轉運動模式下之水頭損失係數。茲歸納推測-適應過濾法之特性如下：

- 利用單一輸入-多重輸出之 ARX 模式，可由結構各樓層之加速度反應(輸出)與地震波(輸入)訊號以遞迴預測誤差法識別出系統之係數，從而萃取出自然振頻、阻尼比及傳遞函數等結構系統之動力特性。前述特性參數，即使在觀測不完全的情況下都能識別出來。
- 若在足量觀測(每個自由度都進行加速度反應監測)之條件下，由識別所得傳遞函數配合各自由度的相位角，可建立結構之模態向量，且在結構的質量矩陣為已知的前提下，可據以求得結構之柔度矩陣與勁度矩陣。
- 對線性系統而言，推測-適應過濾法對於各模態之頻率識別結果收斂非常快速。
- TLCD 系統的水頭損失係數與閘門阻塞率有關。TLCD 在水平或旋轉運動模式下，無論是等斷面或變斷面，其水頭損失係數都可由液柱的激盪位移(sloshing displacement)及其導數(derivatives)與擾動所估算之預測輸出誤差(predictive output error)經遞迴識別分析技巧求得。本文識別分析結果驗證 Wu's formula 及 Modified Wu's formula 之合理性。

表 2.1 鋼構模型系統之參數

Length ( <i>m</i> )	2
Width ( <i>m</i> )	2
Height of 2~5 floors ( <i>m</i> )	1.3
Height of 1st floor ( <i>m</i> )	1.5
$m_5$ ( <i>kg - sec<sup>2</sup>/m</i> )	82.03
$m_4$ ( <i>kg - sec<sup>2</sup>/m</i> )	84.32
$m_3$ ( <i>kg - sec<sup>2</sup>/m</i> )	84.32
$m_2$ ( <i>kg - sec<sup>2</sup>/m</i> )	84.32
$m_1$ ( <i>kg - sec<sup>2</sup>/m</i> )	84.68
Cross section of the column ( <i>m m</i> )	100×50×5×7
Cross section of the beam ( <i>m m</i> )	100×50×5×7
Cross-sectional area of the column ( <i>m<sup>2</sup></i> )	0.0011
Cross-sectional area of the beam ( <i>m<sup>2</sup></i> )	0.0011

表 2.2 五層樓鋼構模型系統之參數

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.44	4.51	7.56	10.19	12.10
Damping ratio (%)	0.24	0.26	0.14	0.45	0.56
Mode shapes	0.9844	1.0000	0.7384	-0.5864	0.2364
	1.0000	0.4837	-0.4414	1.0000	-0.8980
	0.7183	-0.3687	-0.8280	-0.1624	1.0000
	0.5664	-0.9562	0.0621	-0.8770	-0.3617
	0.3239	0.9911	1.0000	0.8730	0.3646

表 2.3 國家地震中心辦公大樓之動力參數(921 地震)

Modal Parameters				
Mode	X 向		Y 向	
	1	2	1	2
Frequency (Hz)	4.05	11.03	3.32	10.35
Damping ratio (%)	9	9	7	5

表 2.4 國家地震中心辦公大樓之動力參數(1022 地震)

Modal Parameters				
Mode	X 向		Y 向	
	1	2	1	2
Frequency (Hz)	3.76	13.76	3.50	10.80
Damping ratio (%)	12	12	6	4

表 2.5 TLCD 元件之尺寸( $\beta=1.0$ )

物理量	大小	物理量	大小
設計頻率 $f$ (Hz)	0.45	水平段斷面積 $A_h$ ( $m^2$ )	0.0225
有效長度(m)	2.5	垂直段斷面積 $A_v$ ( $m^2$ )	0.0225
垂直段有效長度 $h_v$ (m)	0.375	斷面比 $\beta$	1.0
水平段有效長度 $d$ (m)	1.75	垂直段寬度 $B_v$ (m)	0.15
TLCD 全長 $L$ (m)	1.9	水平段高度 $B_h$ (m)	0.15
TLCD 高度 $H$ (m)	1.0	TLCD 管壁厚度 $t$ (m)	0.01
TLCD 寬度 $w$ (m)	0.15	設計加水高度 $h$ (m)	0.45

表 2.6 TLCD 元件之尺寸( $\beta=2.0$ )

物理量	大小	物理量	大小
設計頻率 $f$ (Hz)	0.36	水平段斷面積 $A_h$ ( $m^2$ )	0.0225
有效長度(m)	3.87	垂直段斷面積 $A_v$ ( $m^2$ )	0.045
垂直段有效長度 $h_v$ (m)	0.483	斷面比 $\beta$	2.0
水平段有效長度 $d$ (m)	1.45	垂直段寬度 $B_v$ (m)	0.3
TLCD 全長 $L$ (m)	1.75	水平段高度 $B_h$ (m)	0.15
TLCD 高度 $H$ (m)	1.0	TLCD 管壁厚度 $t$ (m)	0.01
TLCD 寬度 $w$ (m)	0.15	設計加水高度 $h$ (m)	0.558

表 2.7 TLCD 元件之尺寸( $\beta = 3.0$ )

物理量	大小	物理量	大小
設計頻率 $f$ (Hz)	0.31	水平段斷面積 $A_h$ ( $m^2$ )	0.0225
有效長度(m)	5.32	垂直段斷面積 $A_v$ ( $m^2$ )	0.0675
垂直段有效長度 $h_v$ (m)	0.483	斷面比 $\beta$	3.0
水平段有效長度 $d$ (m)	1.45	垂直段寬度 $B_v$ (m)	0.45
TLCD 全長 $L$ (m)	1.9	水平段高度 $B_h$ (m)	0.15
TLCD 高度 $H$ (m)	1.0	TLCD 管壁厚度 $t$ (m)	0.01
TLCD 寬度 $w$ (m)	0.15	設計加水高度 $h$ (m)	0.558

表 2.8 水平運動之 TLCD 水頭損失係數識別結果

Blocking ratio of orifice	Headloss		
	$\beta = 1.0$	$\beta = 2.0$	$\beta = 3.0$
0 %	3.08	6.32	7.86
20 %	3.66	7.44	9.48
40 %	5.57	11.49	14.07
60 %	11.60	24.85	32.18
80 %	48.55	93.38	142.52

表 2.9 旋轉運動 TLCD 之水頭損失係數識別結果

Blocking ratio of orifice	Headloss		
	$\beta = 1.0$	$\beta = 2.0$	$\beta = 3.0$
0 %	5.74	7.70	10.17
20 %	7.01	8.45	12.30
40 %	7.32	13.56	19.11
60 %	17.54	35.20	50.02
80 %	87.85	156.19	222.82

表 2.10 TLCD 元件之參數

物理量	大小	物理量	大小
設計頻率 $f$ (Hz)	0.17	水平段斷面積 $A_h$ ( $m^2$ )	2.56
有效長度 (m)	17.91	垂直段斷面積 $A_v$ ( $m^2$ )	5.12
垂直段有效長度 $h_v$ (m)	2.35	斷面比 $\beta$	2.00
水平段有效長度 $d$ (m)	6.60	垂直段寬度 $B_v$ (m)	1.60
TLCD 寬度 $w$ (m)	3.20	水平段高度 $B_h$ (m)	1.60

表 2.11 TLCD 系統閘門阻塞率之迭代過程

Iteration ( <i>i</i> )	$\psi_a$	$\psi_b$	Solution ( $\psi$ )	Erroe Index ( $\left  \frac{\psi_b - \psi_a}{2} \right  < 10^{-3}$ )
1	0.0000	1.0000	0.5000	0.5000
2	0.5000	1.0000	0.7500	0.2500
3	0.5000	0.7500	0.6250	0.1250
4	0.6250	0.7500	0.6875	0.0625
5	0.6250	0.6875	0.6563	0.0313
6	0.6563	0.6875	0.6719	0.0156
7	0.6719	0.6875	0.6797	0.0078
8	0.6719	0.6797	0.6758	0.0039
9	0.6719	0.6758	0.6738	0.0019
10	0.6719	0.6738	0.6729	0.0009



圖 2.1 五層樓鋼構架模型



圖 2.2 地震模擬振動台

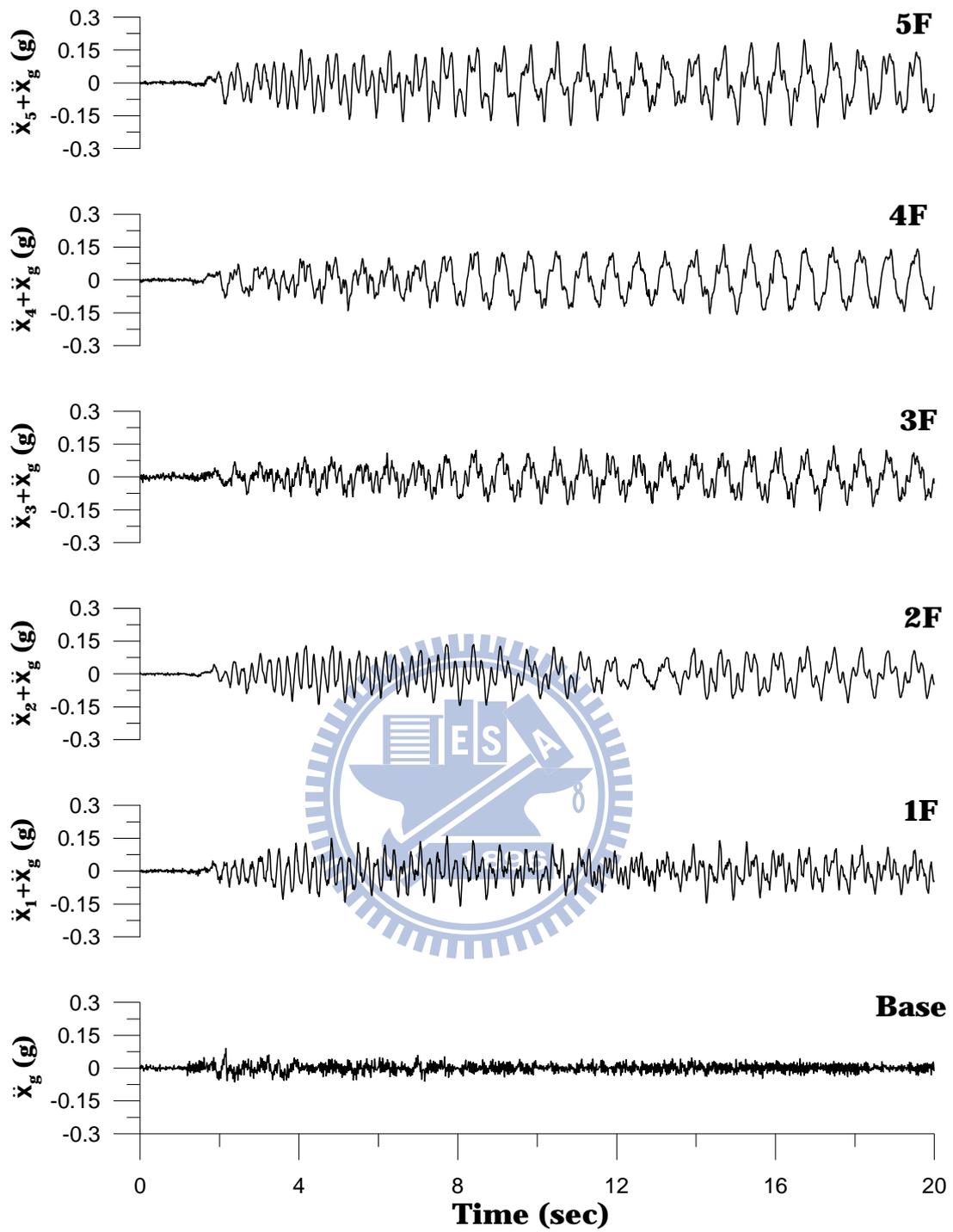


圖 2.3 結構各樓層加速度反應歷時(El Centro ; PGA=0.1g)

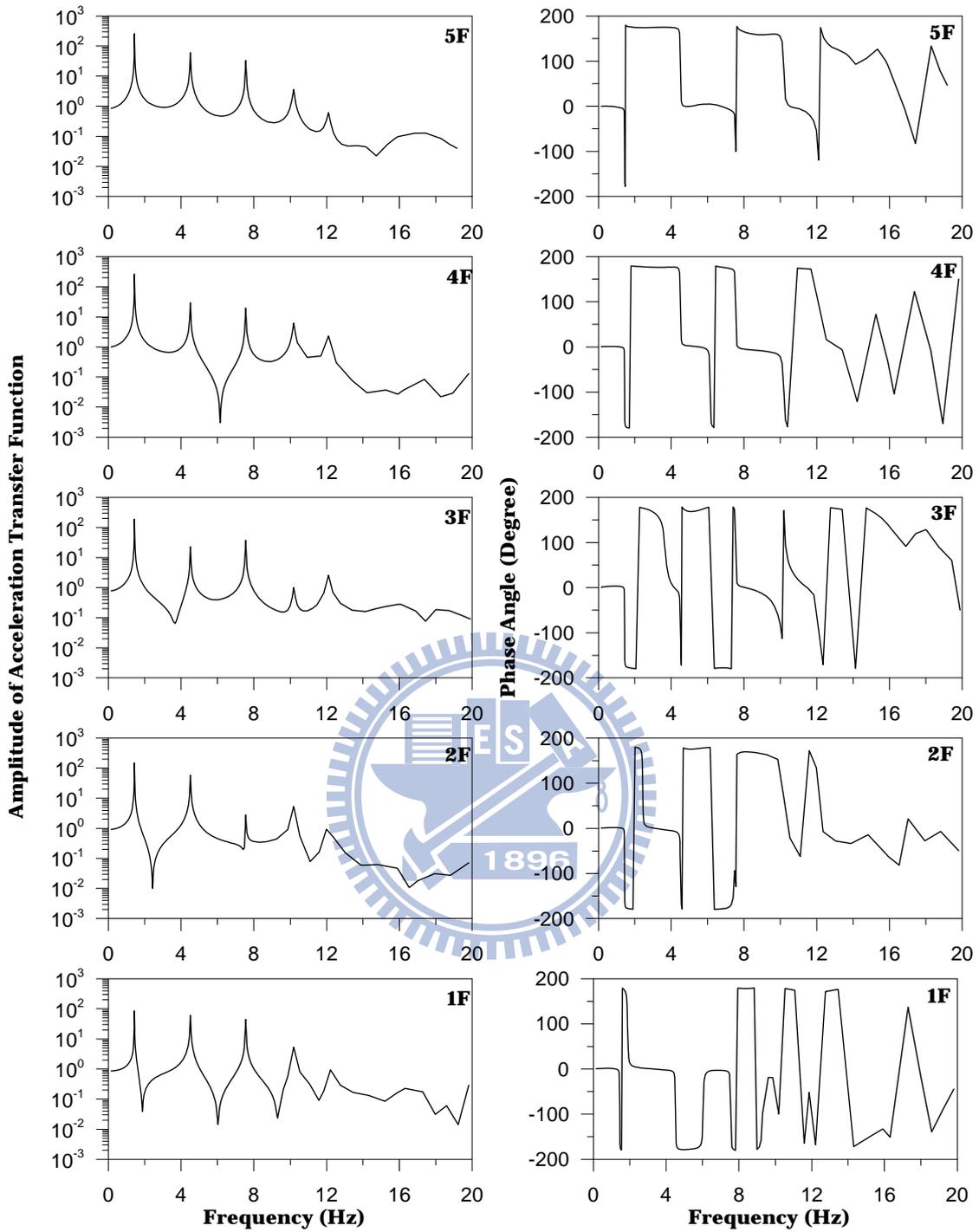


圖 2.4 五層樓結構之加速度傳遞函數與相位角(El Centro ; PGA=0.1g)

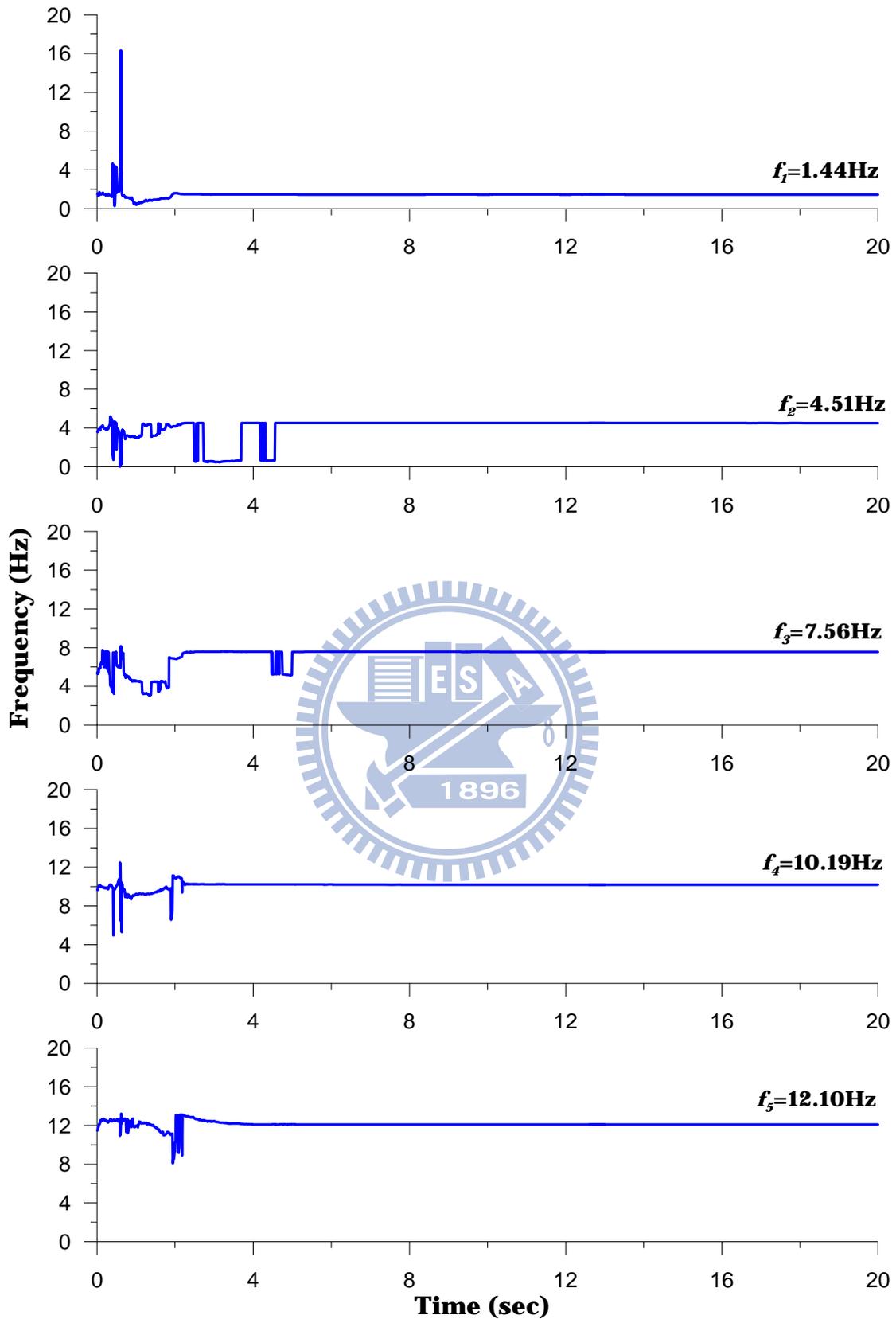


圖 2.5 結構各模態頻率之識別結果歷時 (El Centro ; PGA=0.1g)

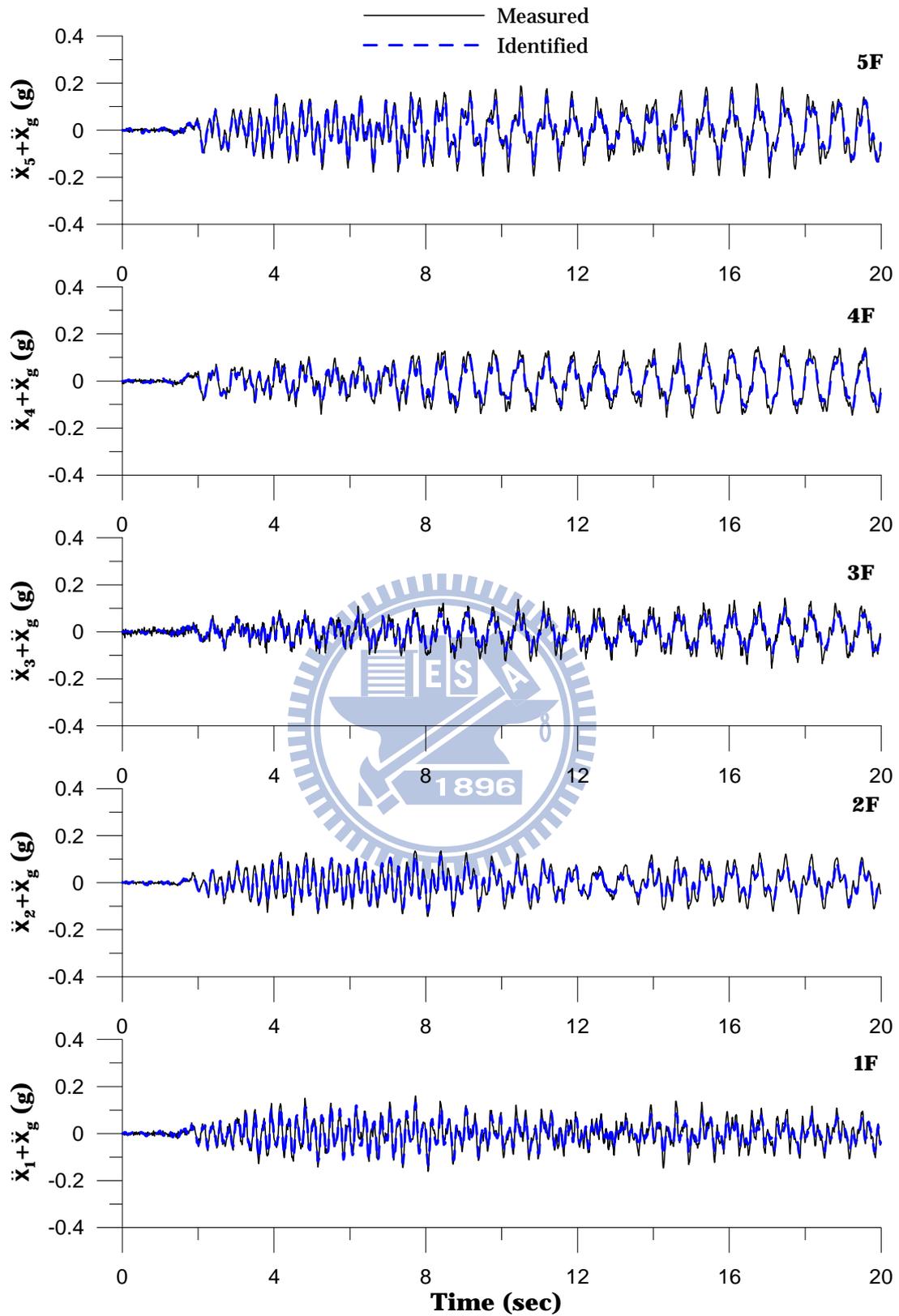


圖 2.6 結構加速度反應歷時比較(El Centro ; PGA=0.1g)

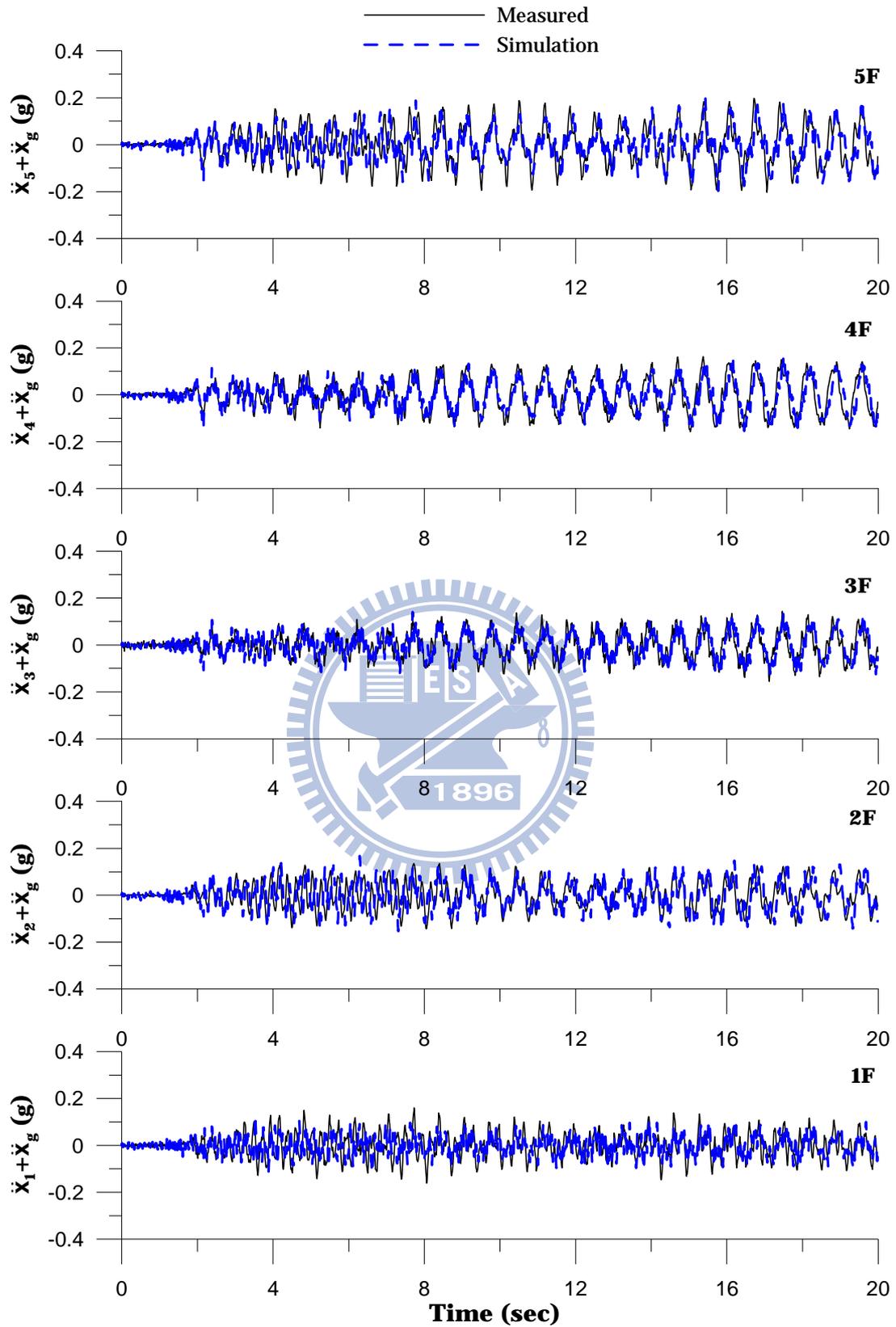


圖 2.7 結構加速度反應歷時比較(El Centro ; PGA=0.1g)

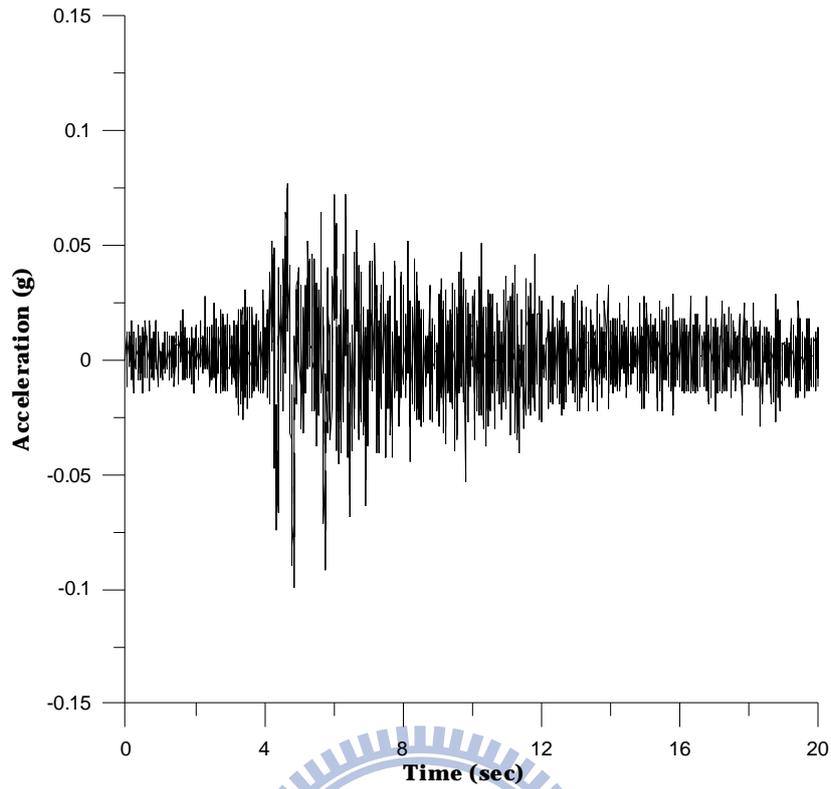


圖 2.8(a) Kobe 地震波之歷時(PGA=0.1g)

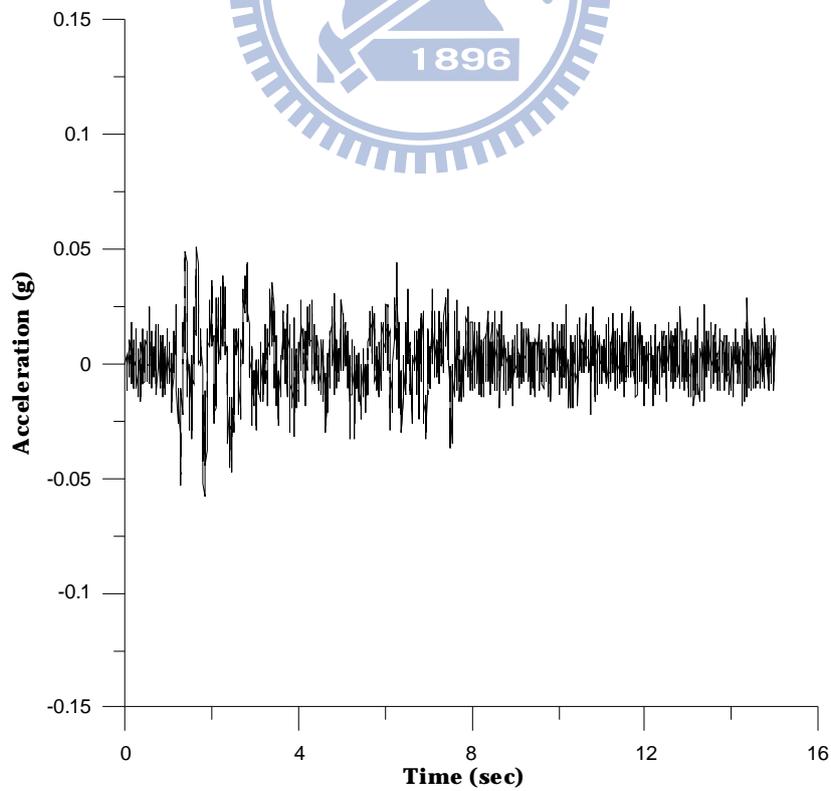


圖 2.8(b) Hachinohe 地震波之歷時(PGA=0.06g)

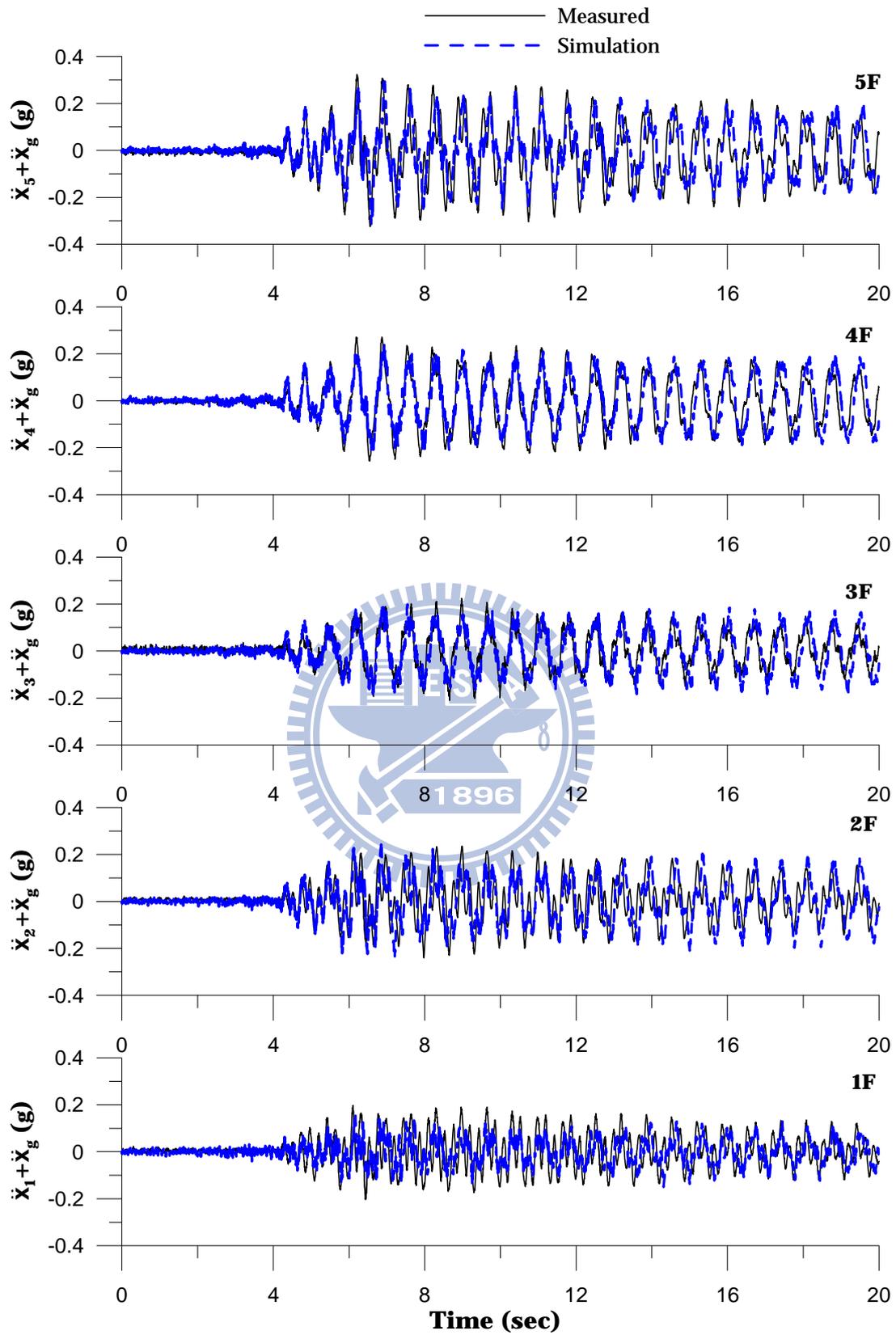


圖 2.9 結構加速度反應歷時比較(Kobe ; PGA=0.1g)

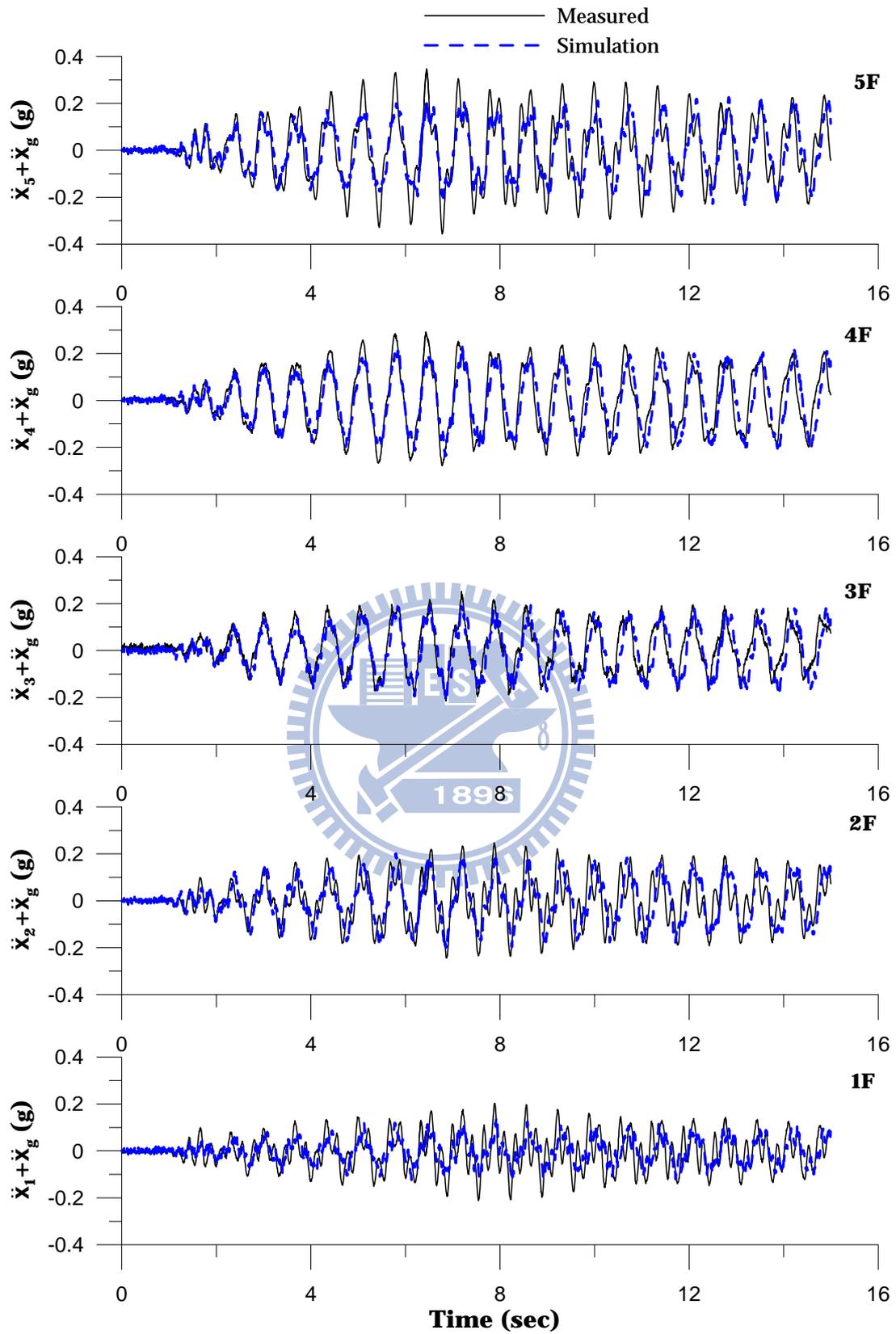


圖 2.10 結構加速度反應歷時比較(Hachinohe ; PGA=0.06g)



圖 2.11 國家地震工程研究中心

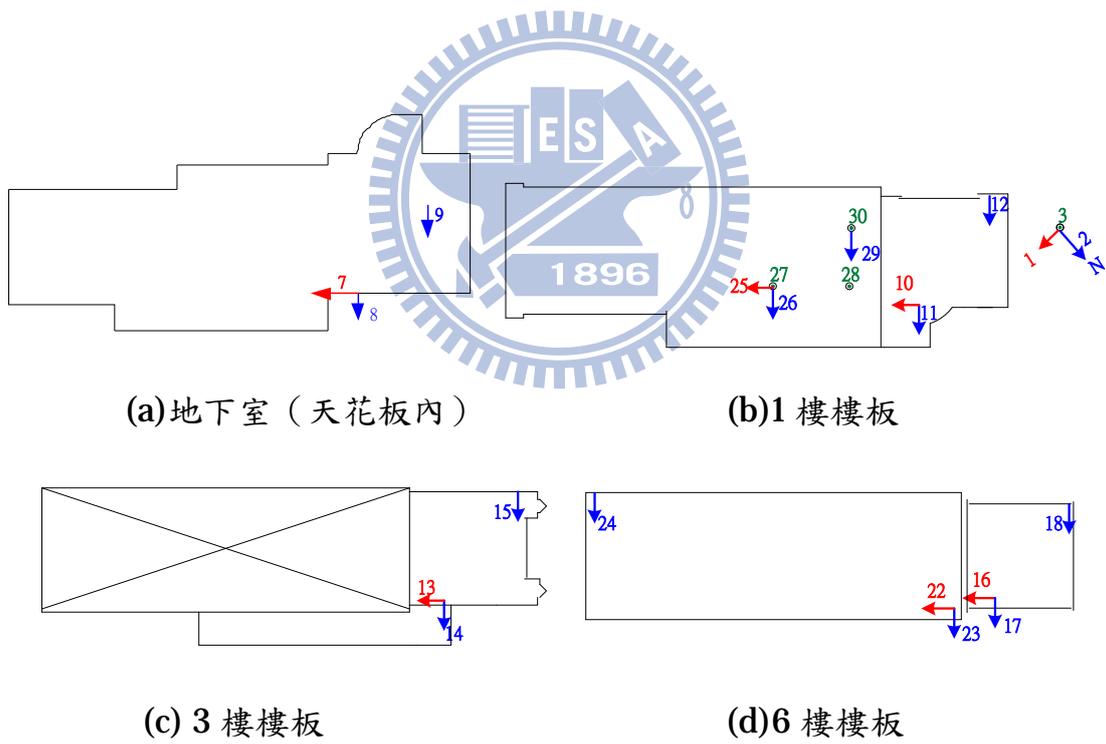


圖 2.12 國家地震中心強震儀配置圖

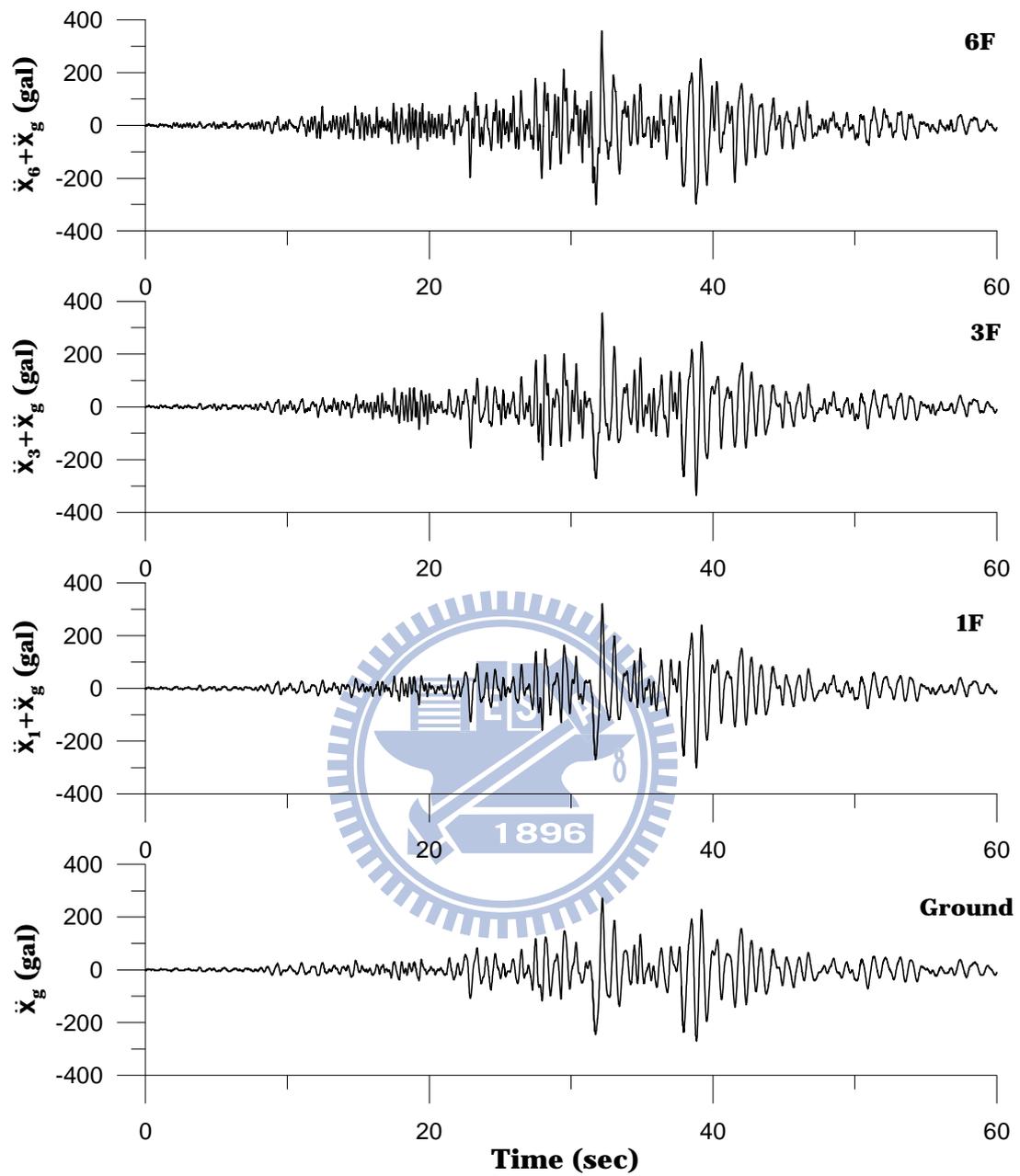


圖 2.13 國震中心結構 X 向加速度歷時反應(921 地震)

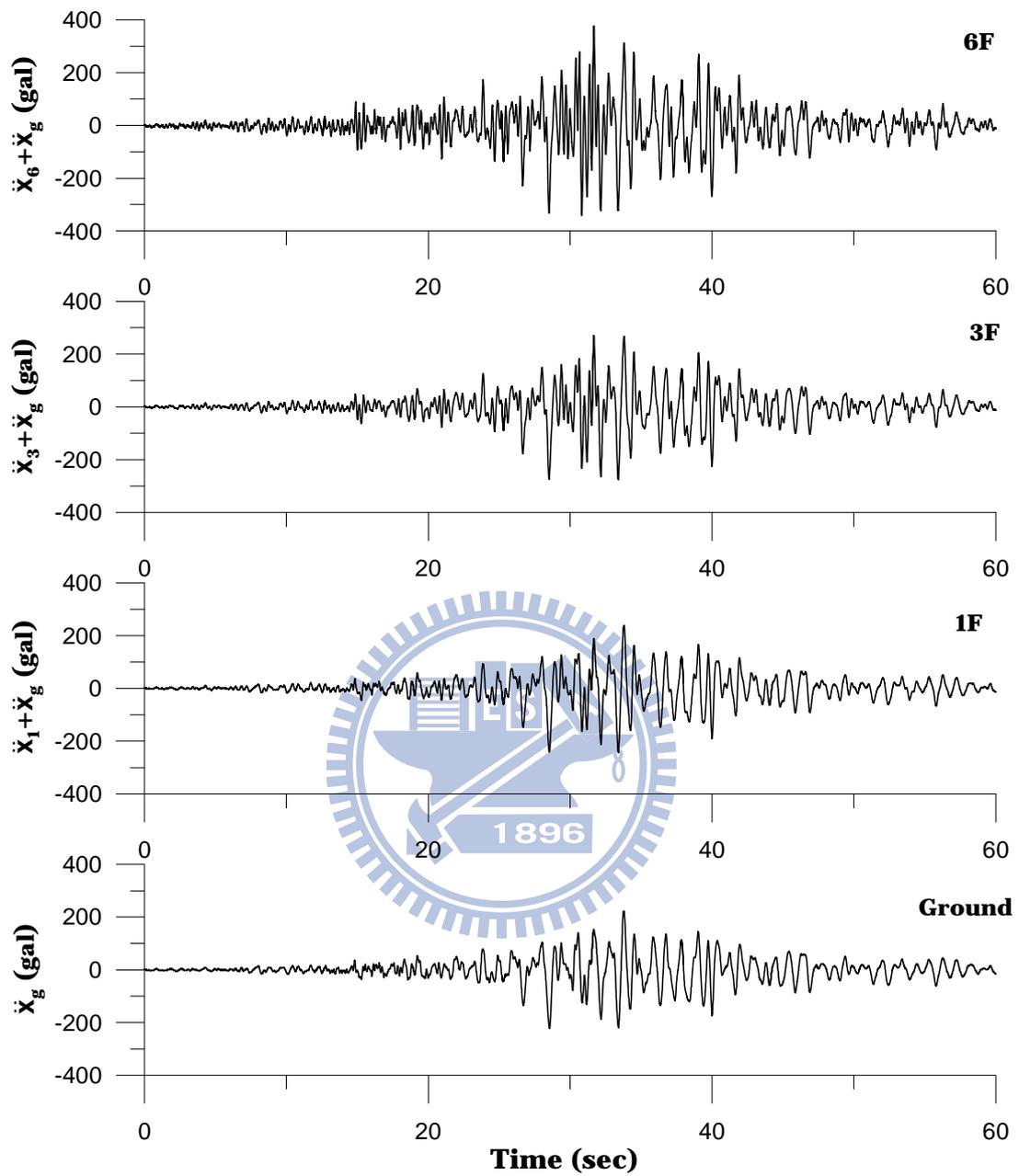


圖 2.14 國震中心結構 Y 向加速度歷時反應(921 地震)

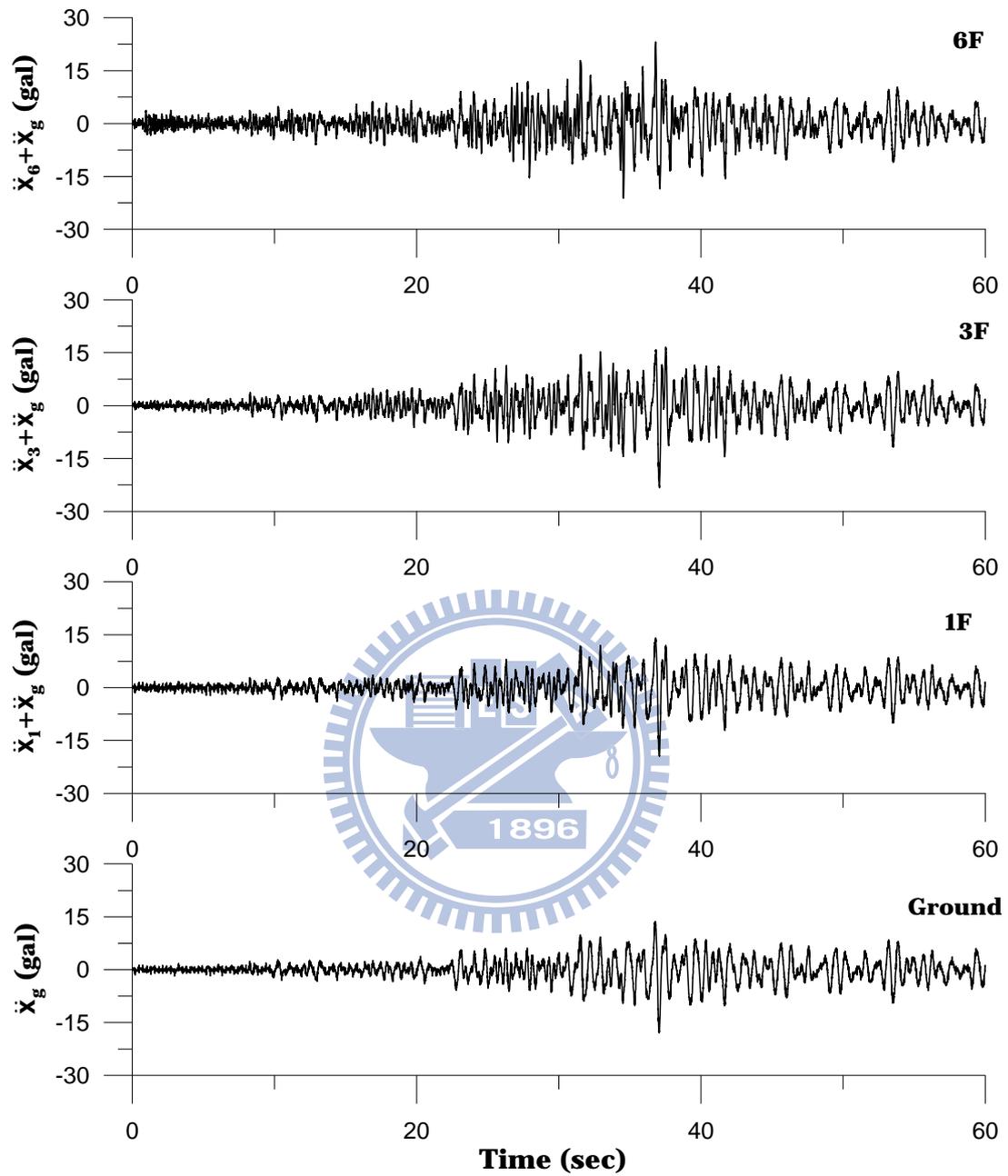


圖 2.15 國震中心結構 X 向加速度歷時反應(1022 地震)

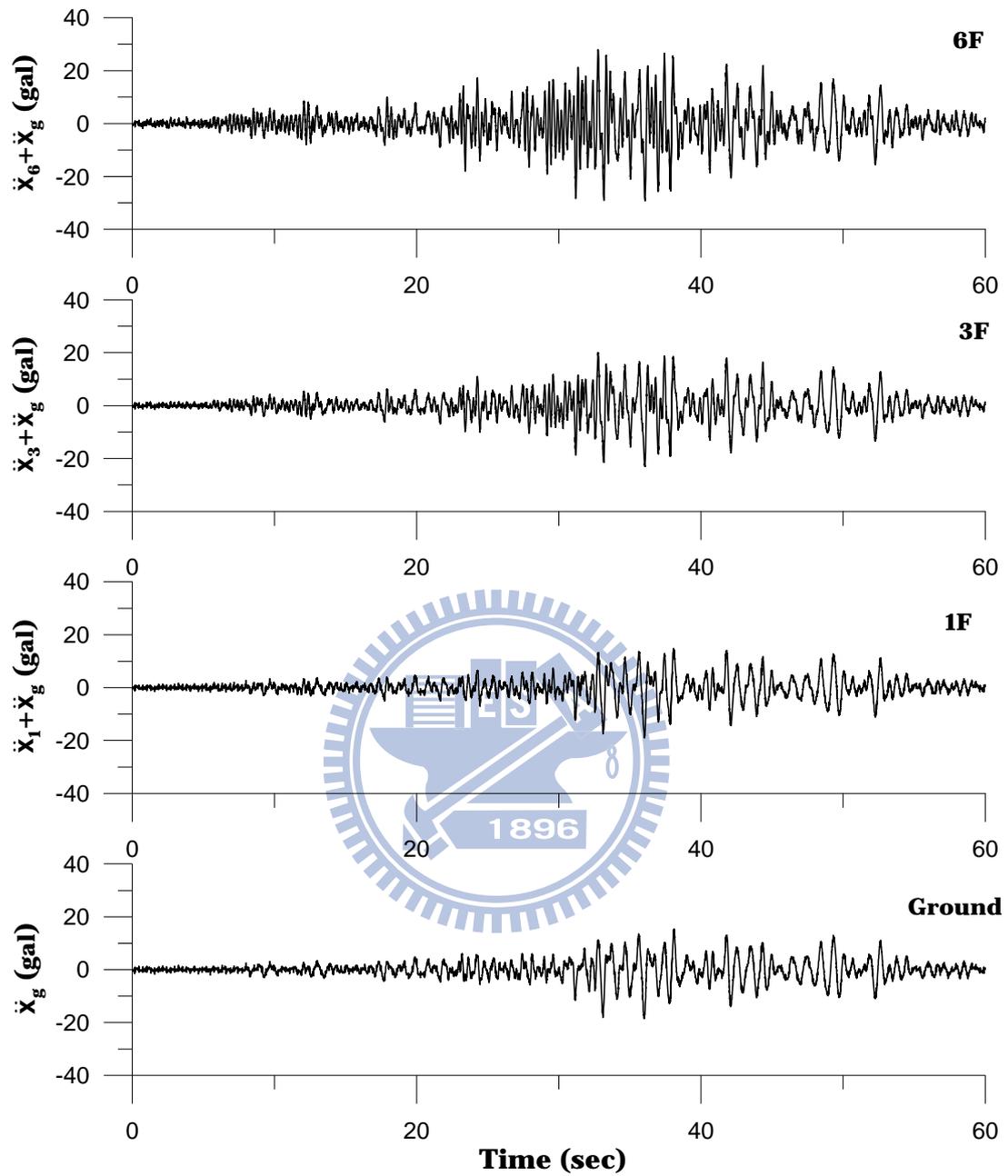


圖 2.16 國震中心結構 Y 向加速度歷時反應(1022 地震)

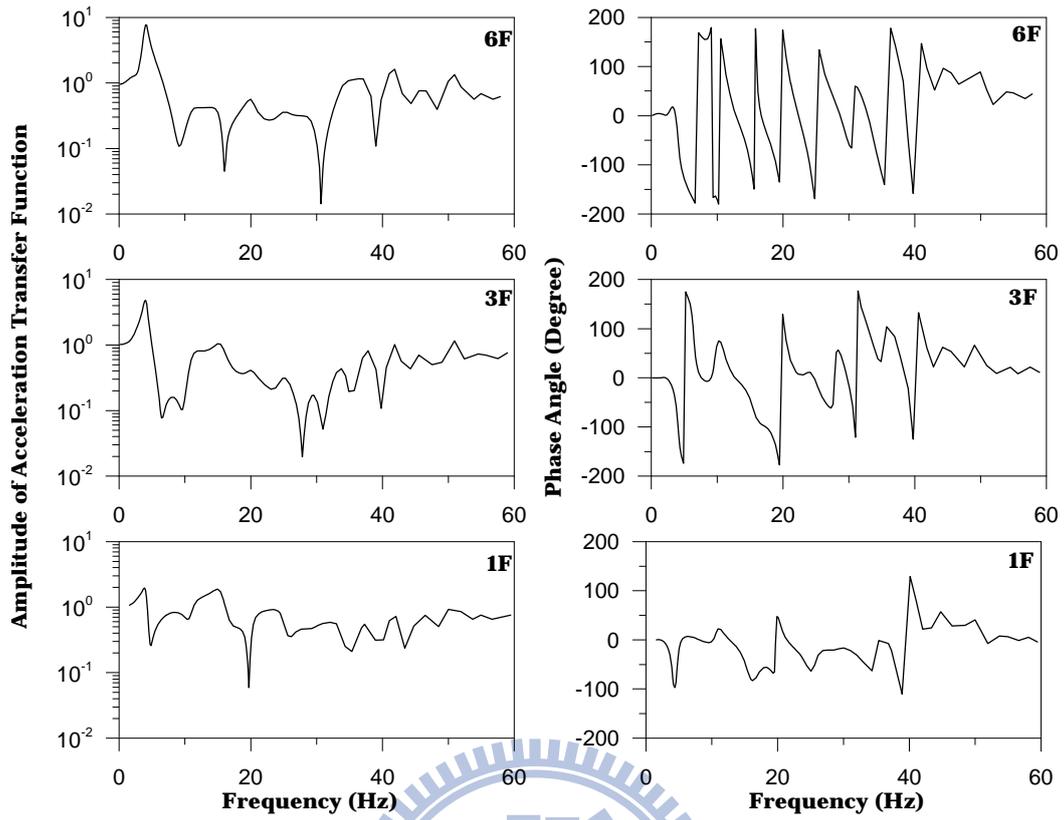


圖 2.17(a) 結構 X 向之加速度傳遞函數與相位角(921 地震)

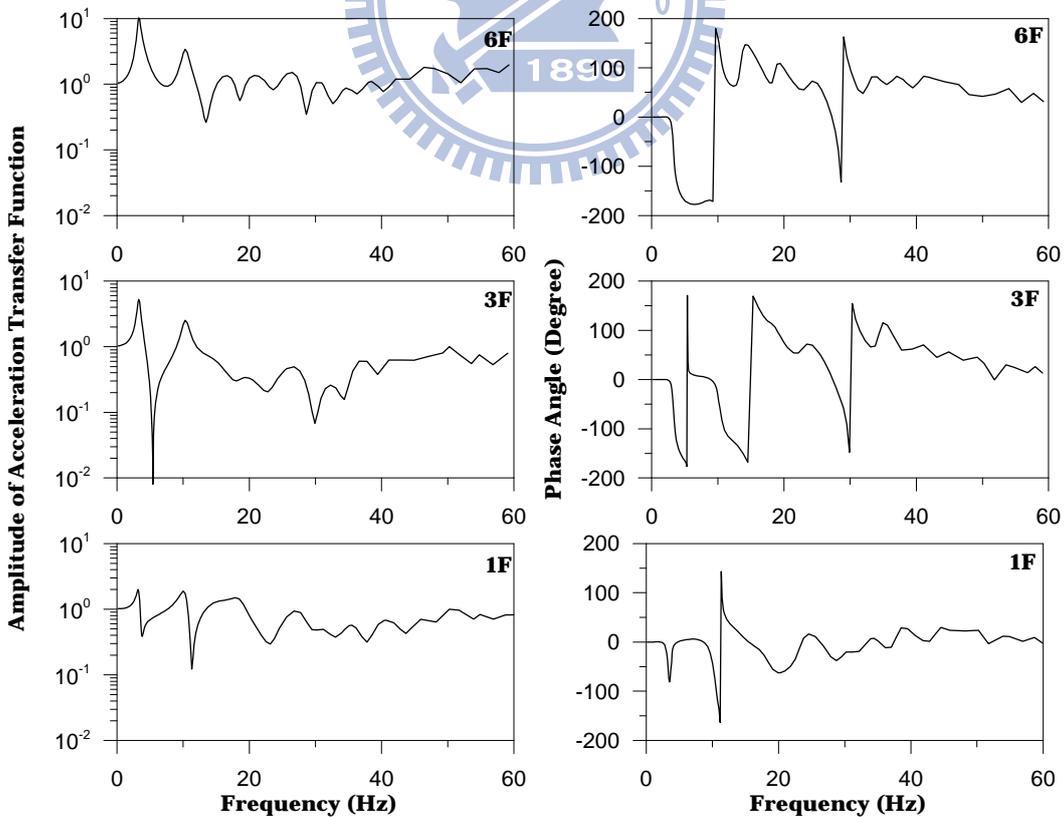


圖 2.17(b) 結構 Y 向之加速度傳遞函數與相位角(921 地震)

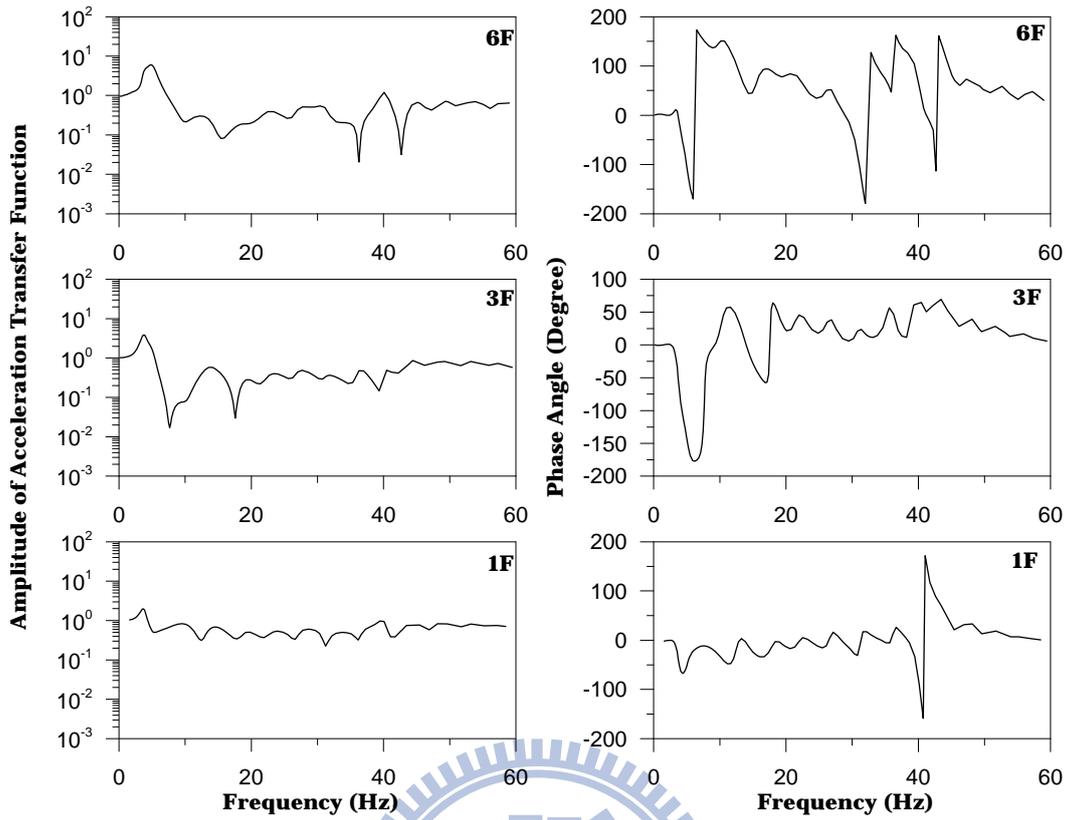


圖 2.18(a) 結構 X 向之加速度傳遞函數與相位角(1022 地震)

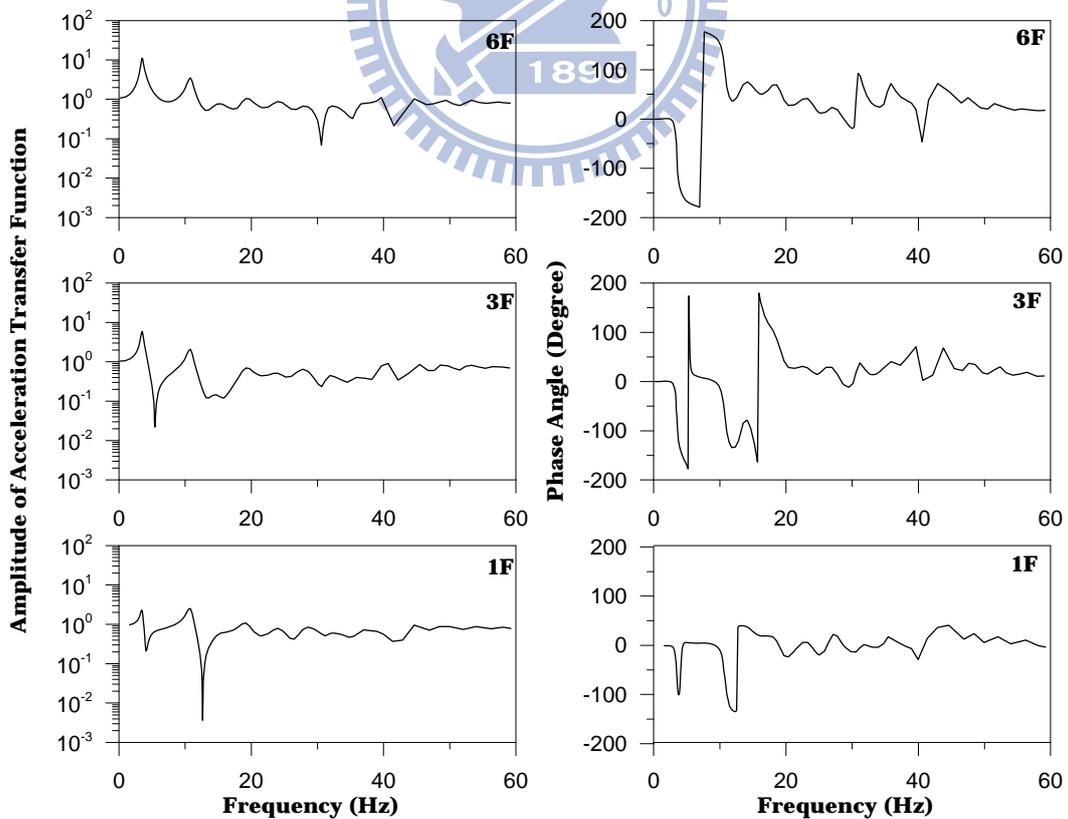


圖 2.18(b) 結構 Y 向之加速度傳遞函數與相位角(1022 地震)

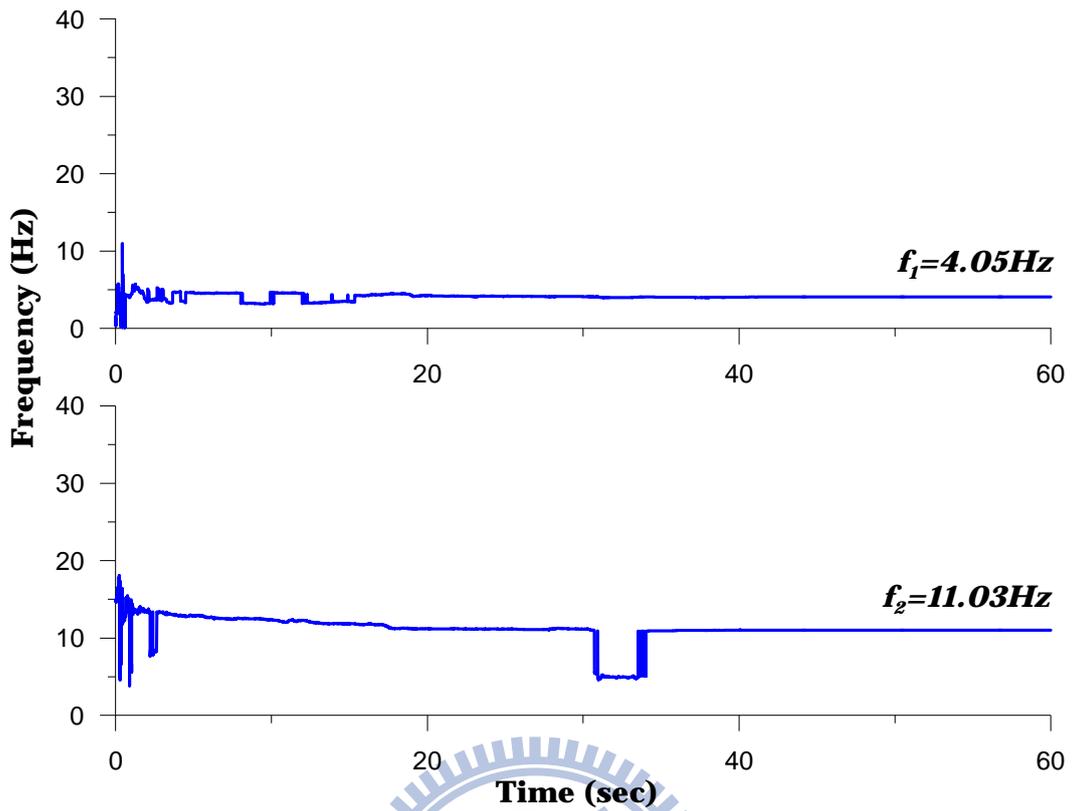


圖 2.19(a) 結構 X 向之頻率識別結果歷時(921 地震)

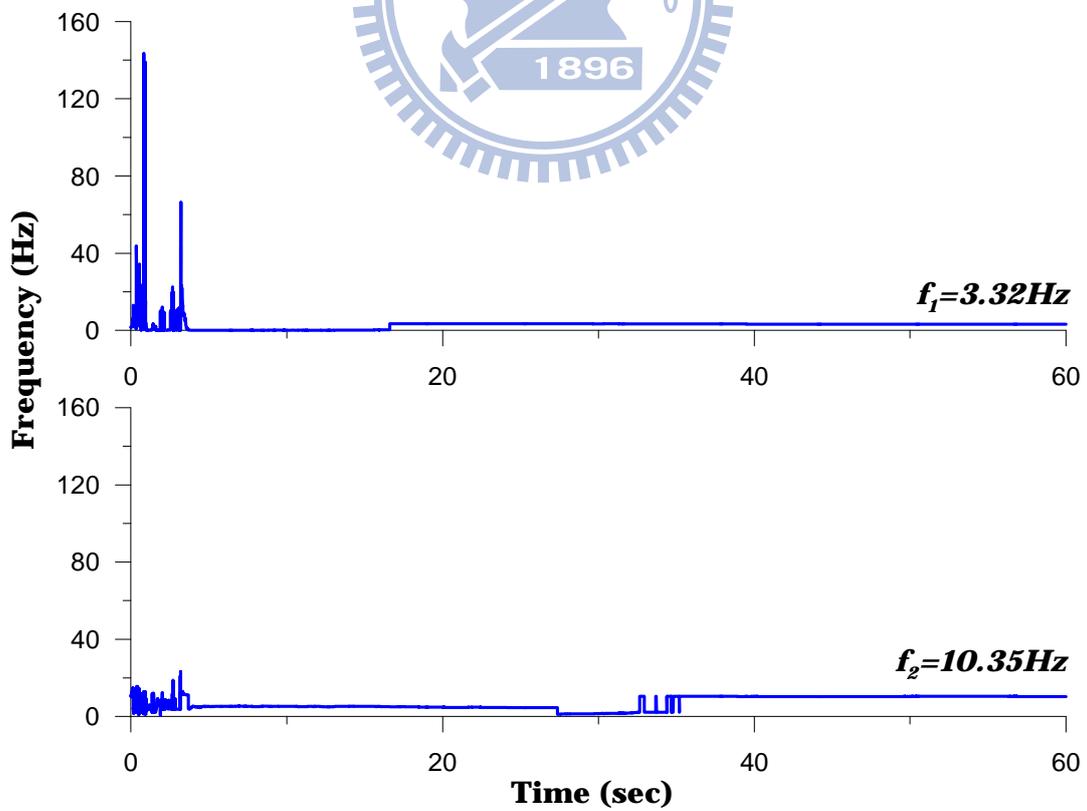


圖 2.19(b) 結構 Y 向之頻率識別結果歷時(921 地震)

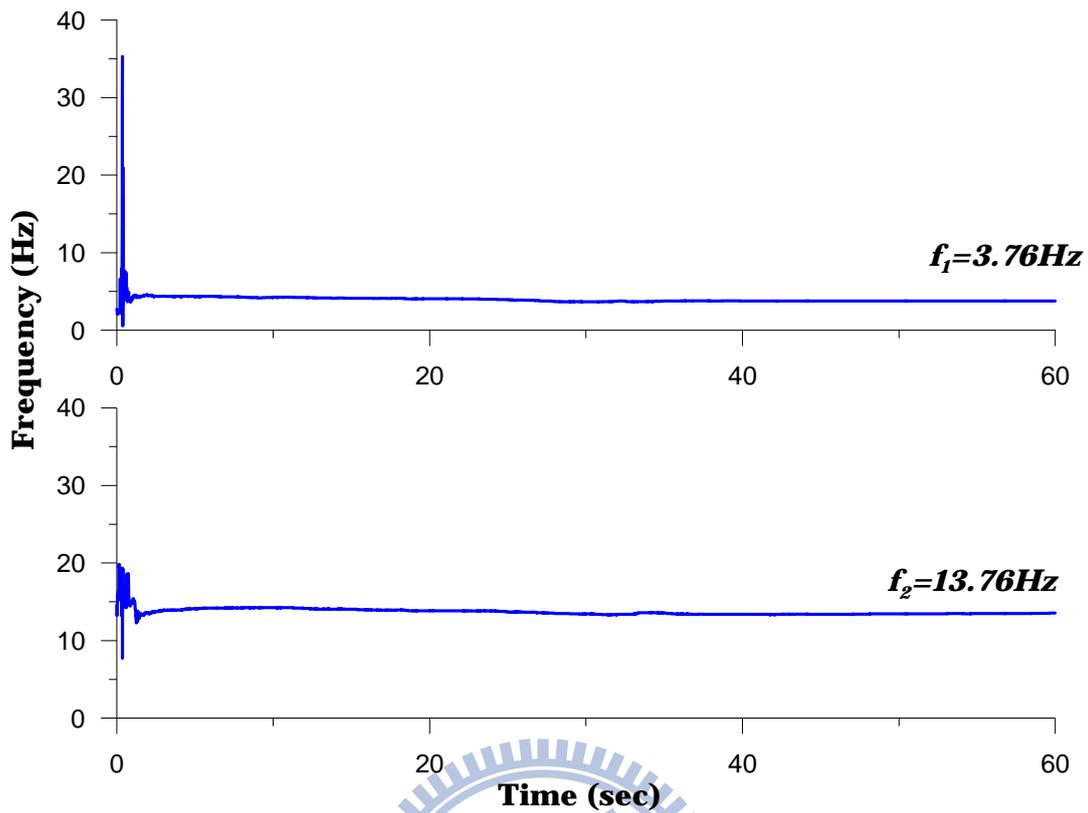


圖 2.20(a) 結構 X 向之頻率識別結果歷時(1022 地震)

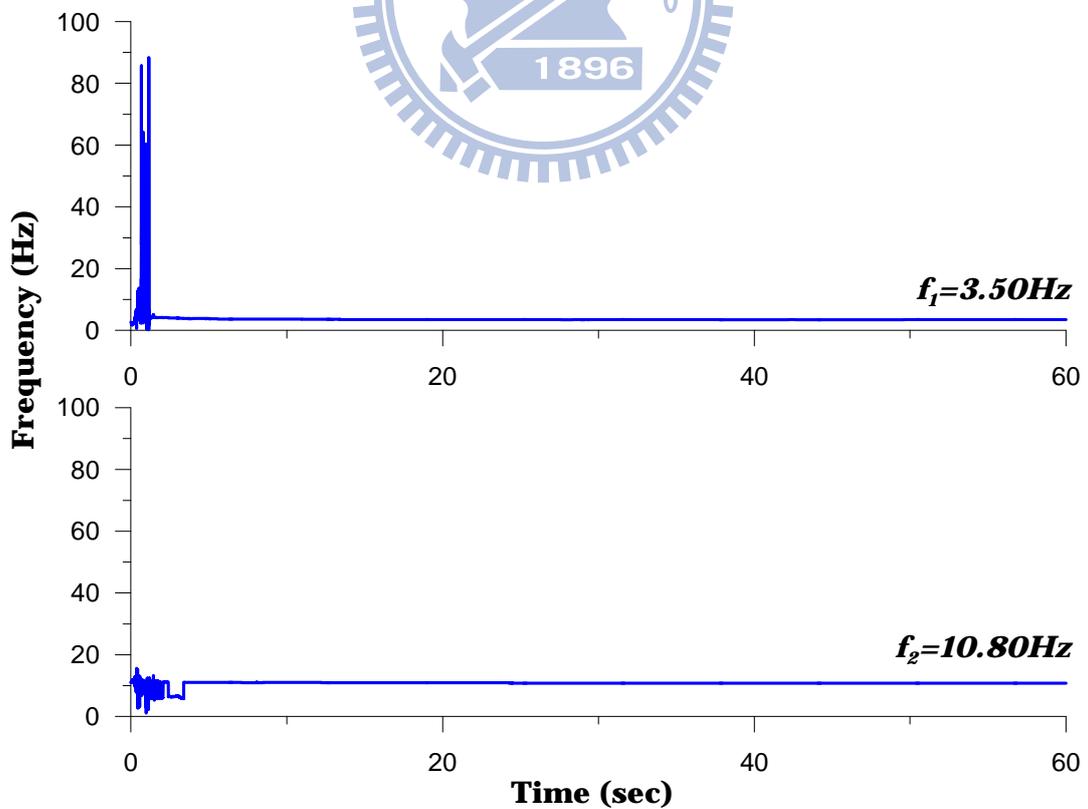


圖 2.20(b) 結構 Y 向之頻率識別結果歷時(1022 地震)

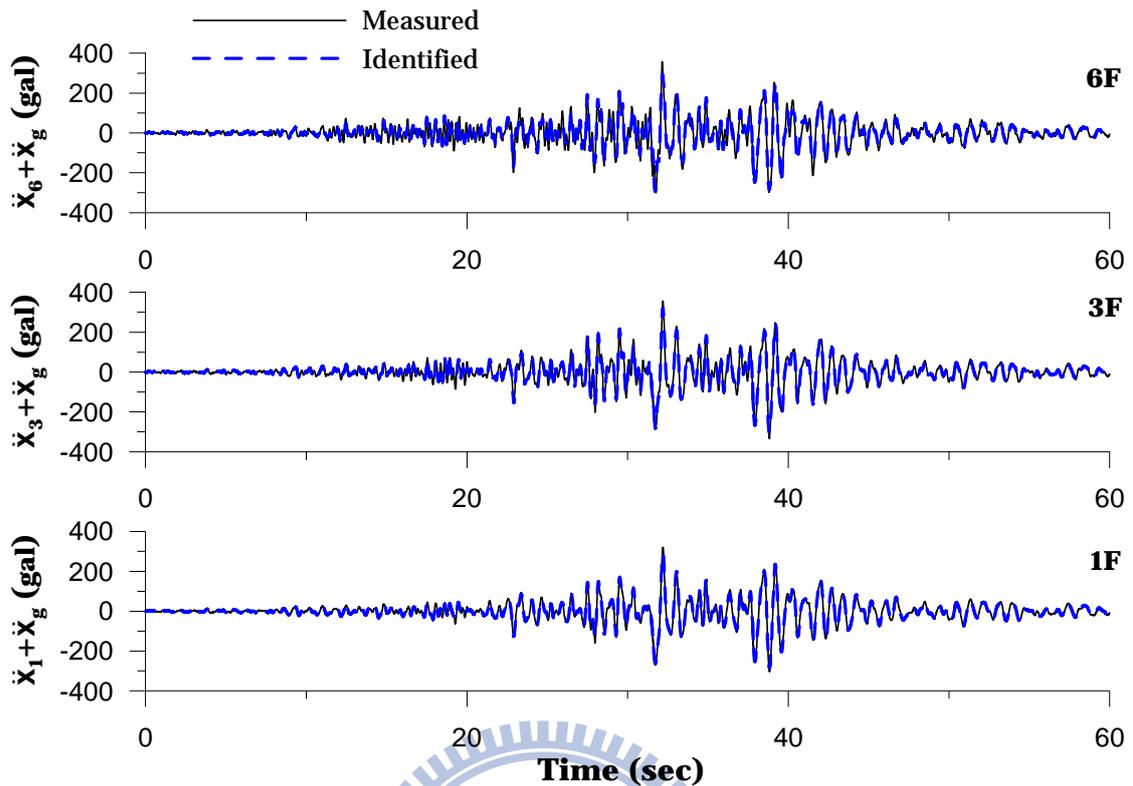


圖 2.21(a) 國震中心 X 向各樓層加速度歷時比較(921 地震)

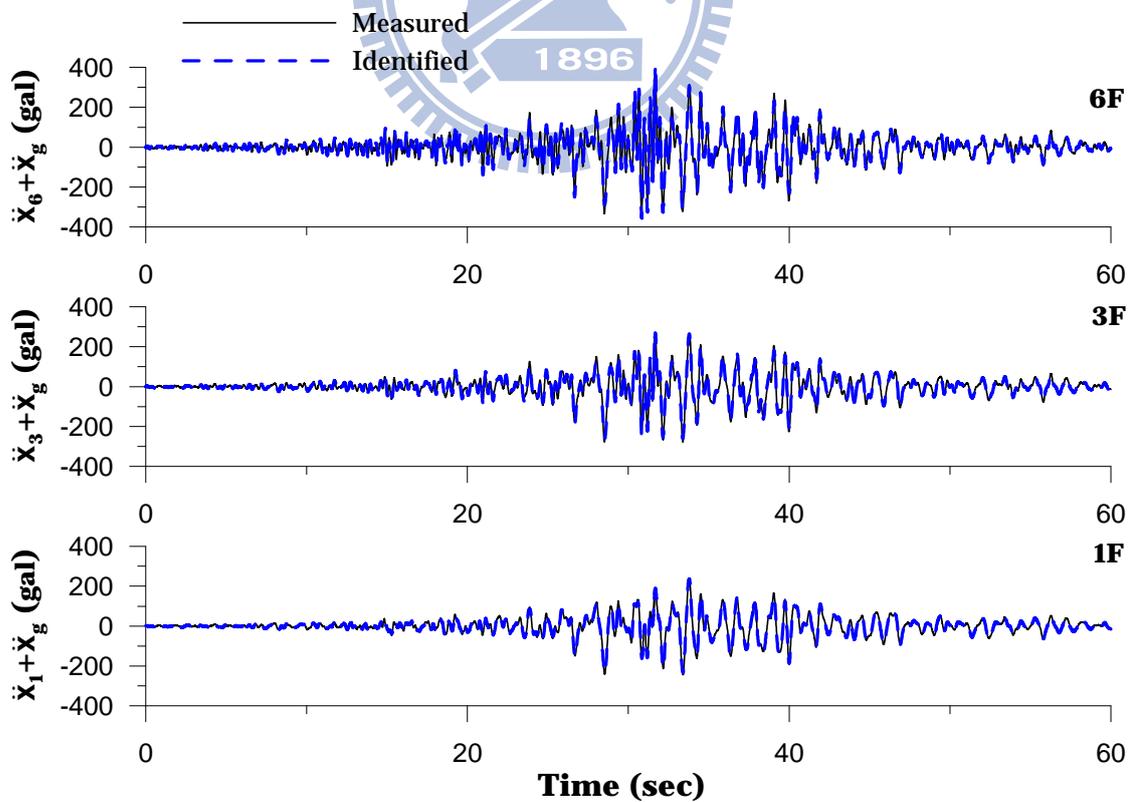


圖 2.21(b) 國震中心 Y 向各樓層加速度歷時比較(921 地震)

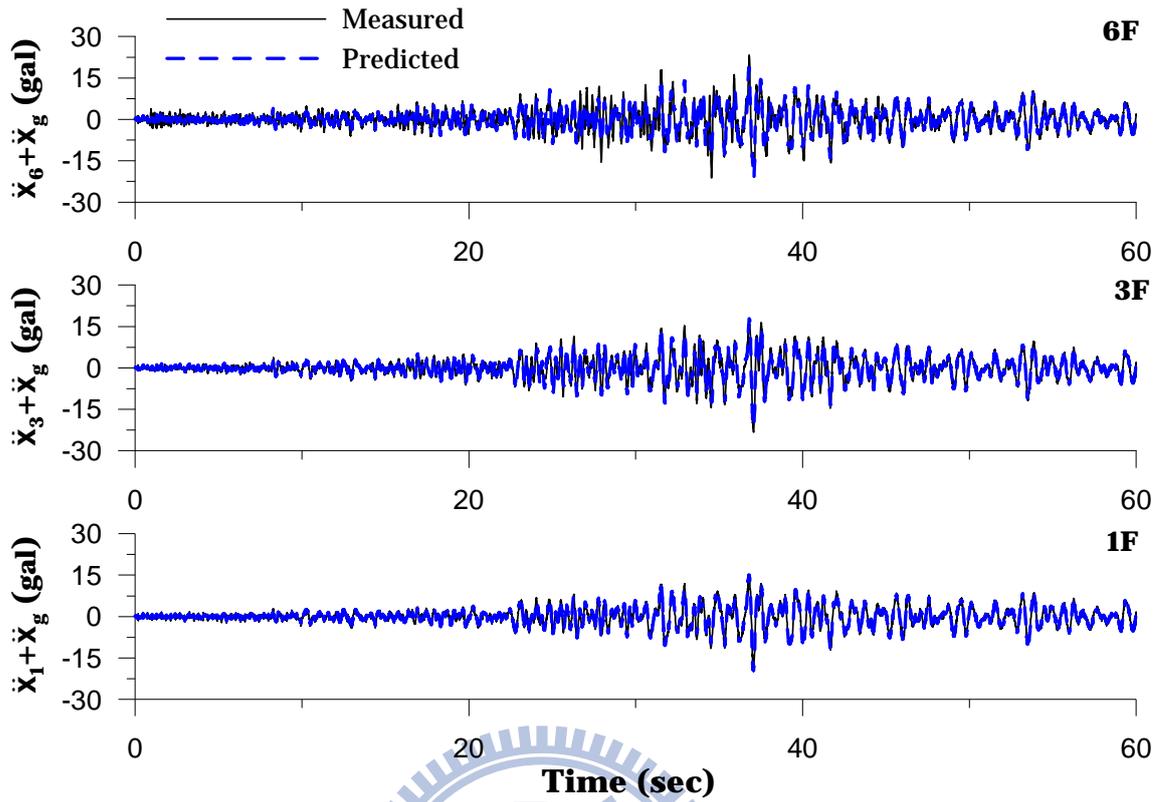


圖 2.22(a) 國震中心 X 向各樓層加速度歷時比較(1022 地震)

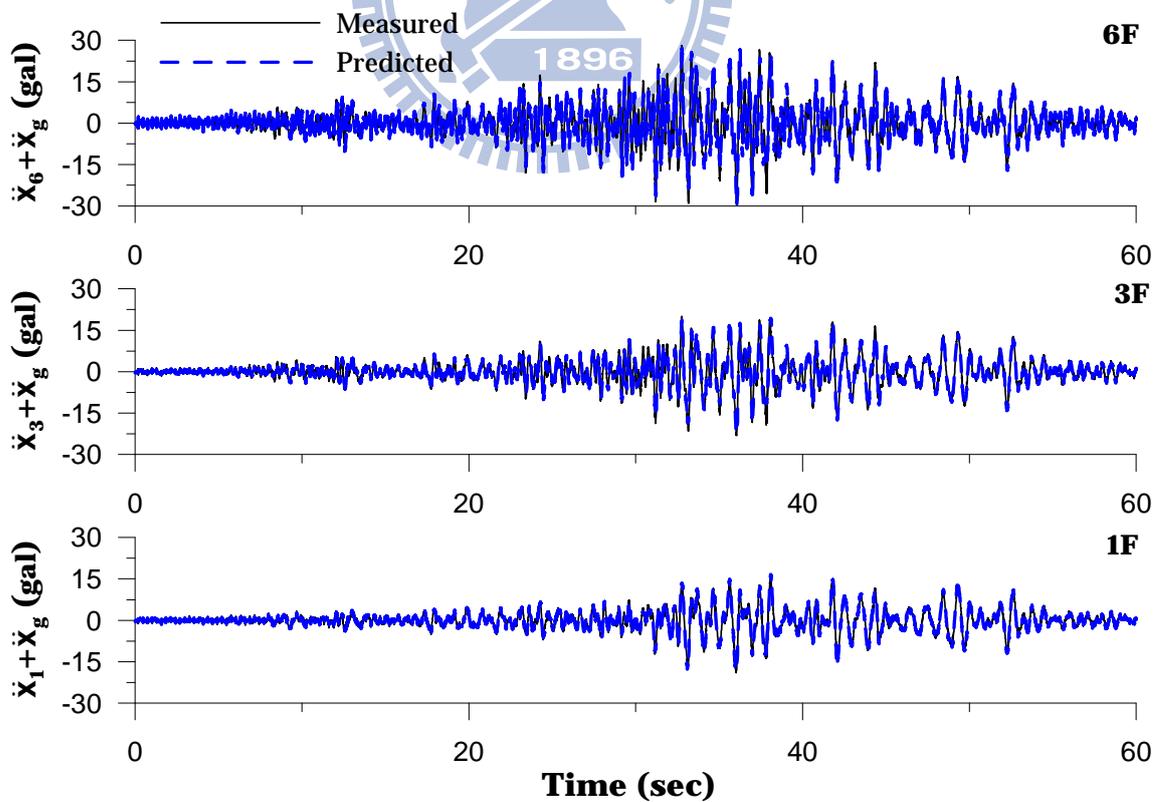


圖 2.22(b) 國震中心 Y 向各樓層加速度歷時比較(1022 地震)

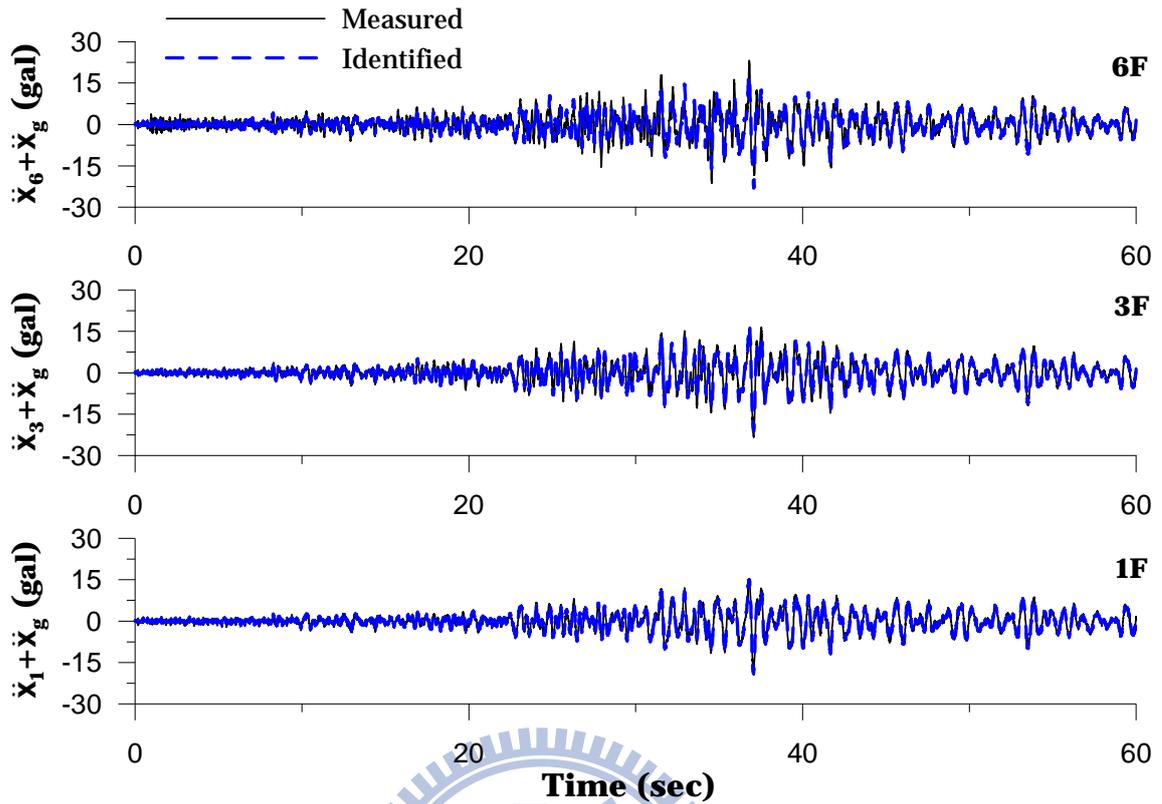


圖 2.23(a) 國震中心 X 向各樓層加速度歷時比較(1022 地震)

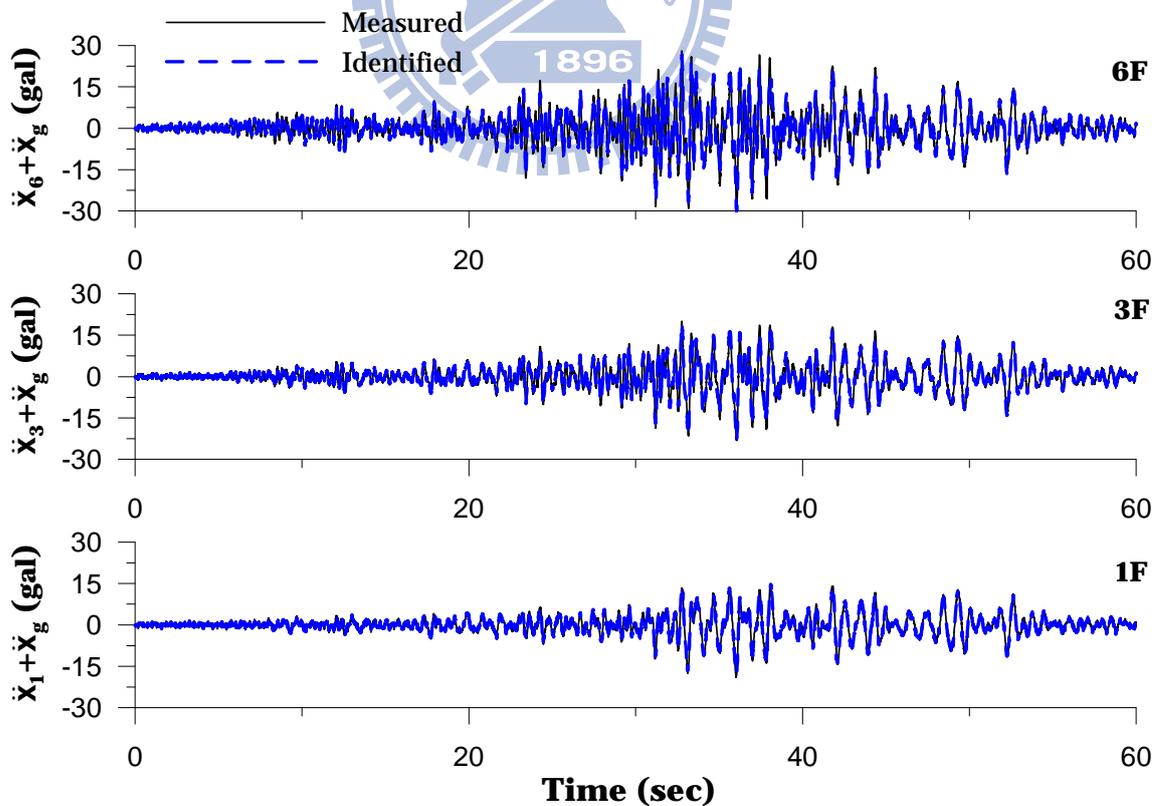


圖 2.23(b) 國震中心 Y 向各樓層加速度歷時比較(1022 地震)

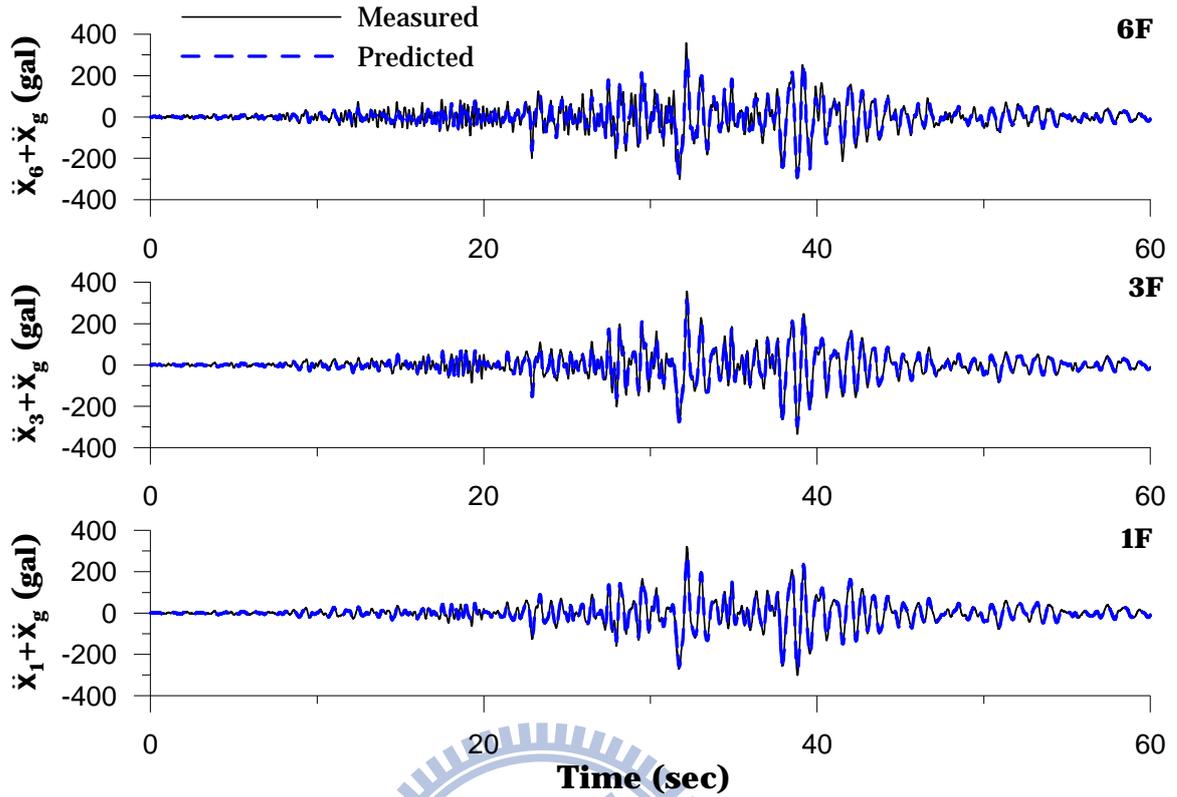


圖 2.24(a) 國震中心 X 向各樓層加速度歷時比較(921 地震)

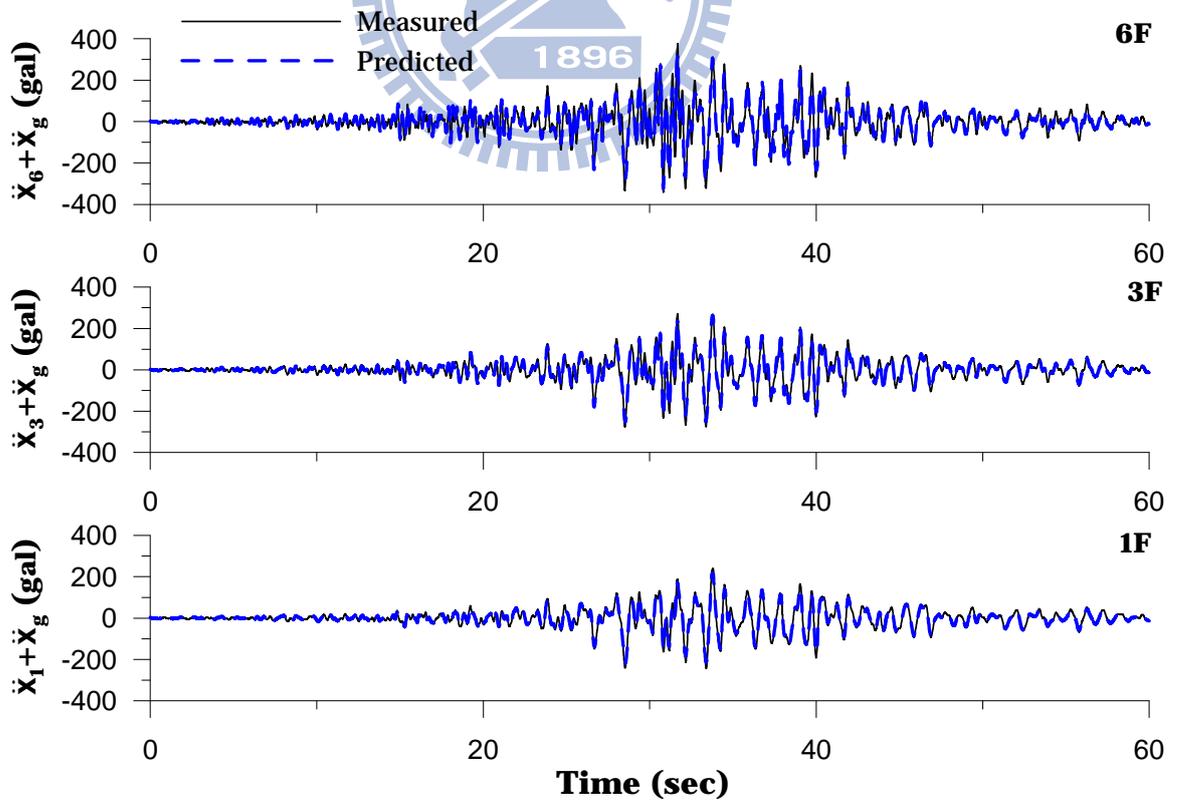


圖 2.24(b) 國震中心 Y 向各樓層加速度歷時比較(921 地震)

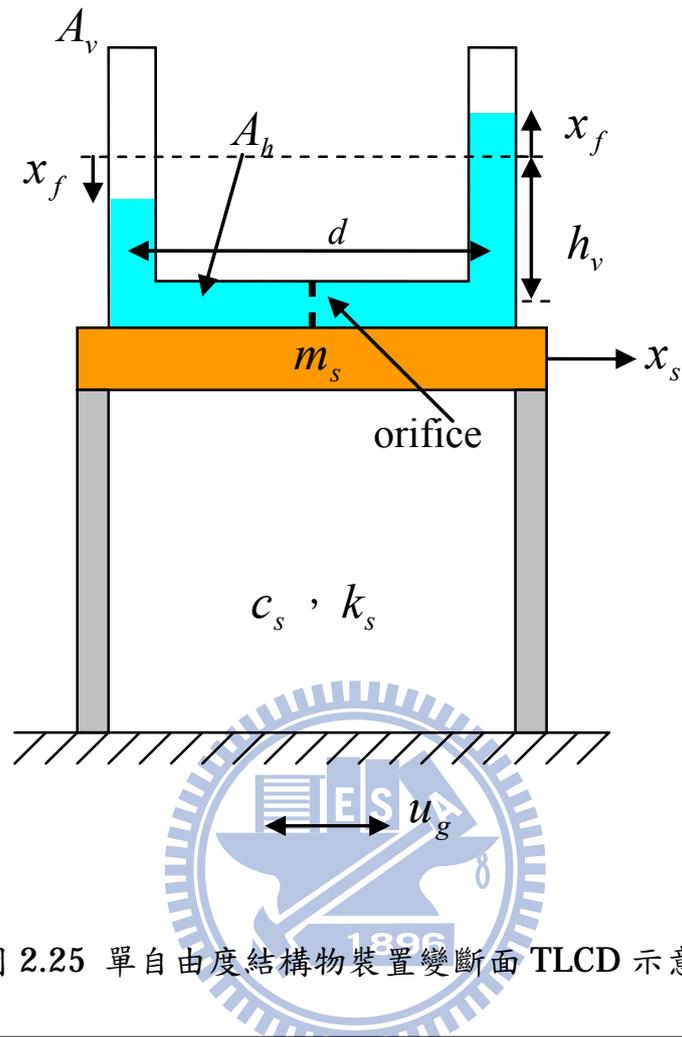


圖 2.25 單自由度結構物裝置變斷面 TLCD 示意圖



圖 2.26 TLCD 系統之水平向試驗組裝圖

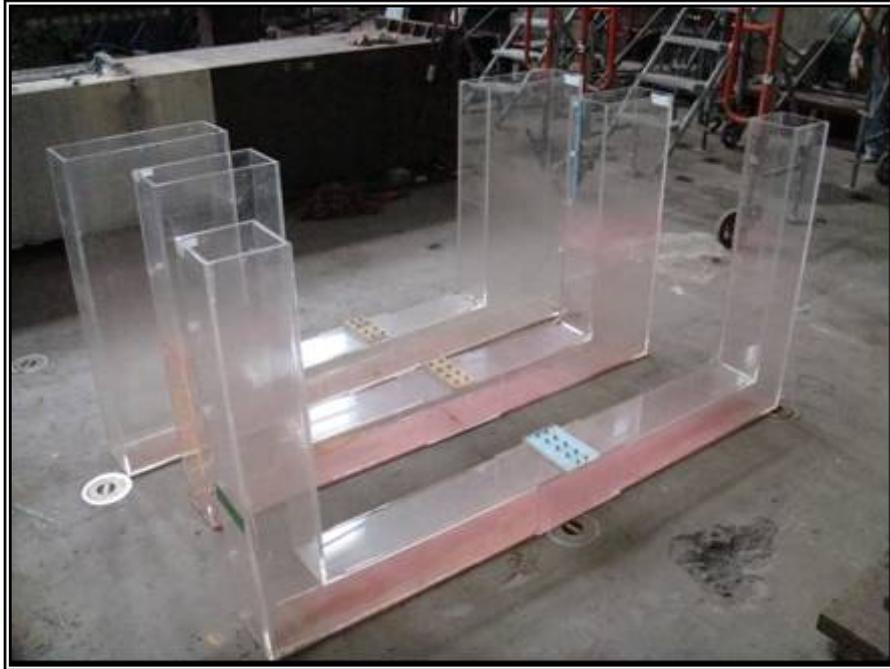


圖 2.27 TLCD 元件模型



圖 2.28 MTS407 控制器



圖 2.29 IMC 資料擷取系統

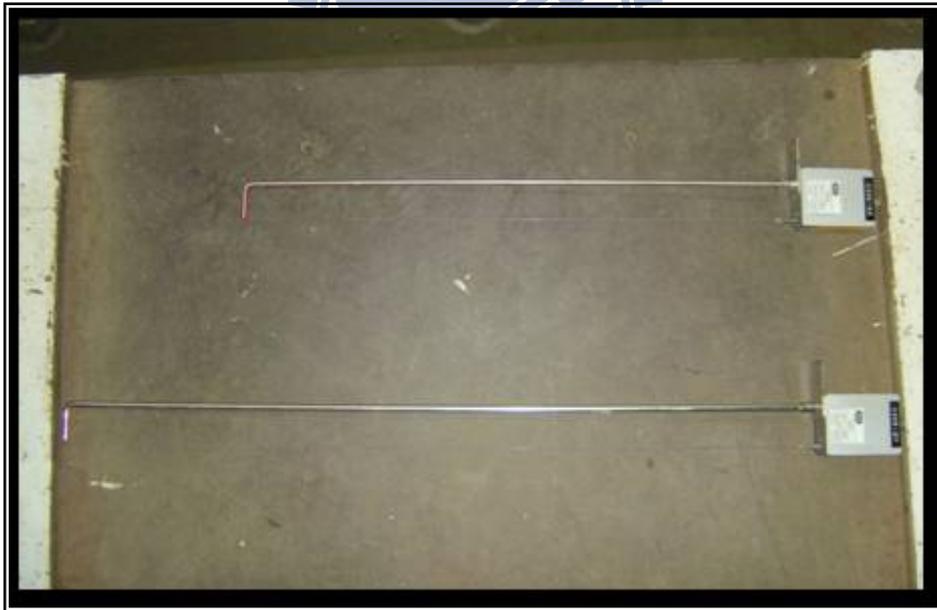


圖 2.30 波高計(WHA-600 和 WHA-800)

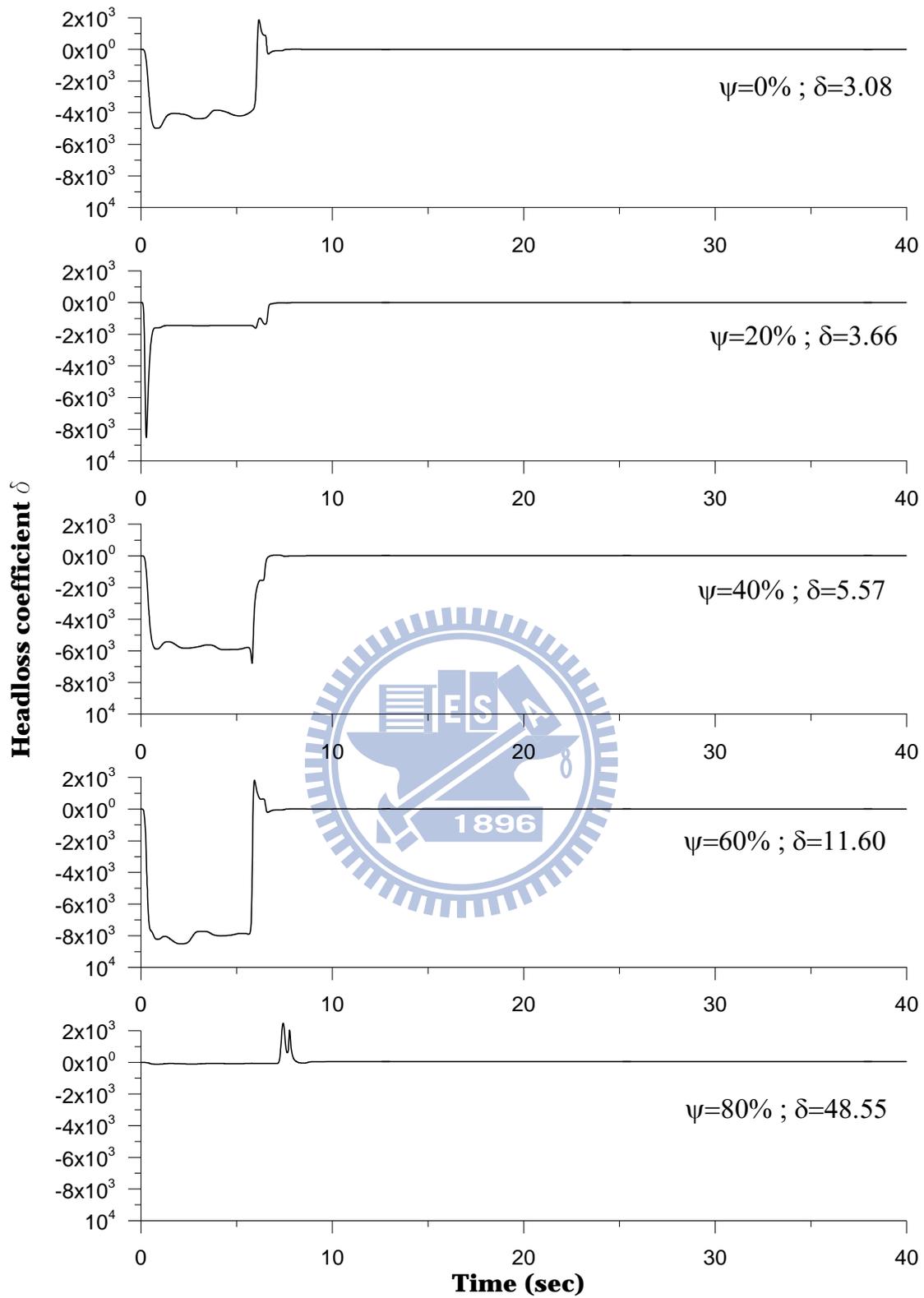


圖 2.31 水頭損失係數識別之收斂過程( $\beta=1.0$  ; 水平向)

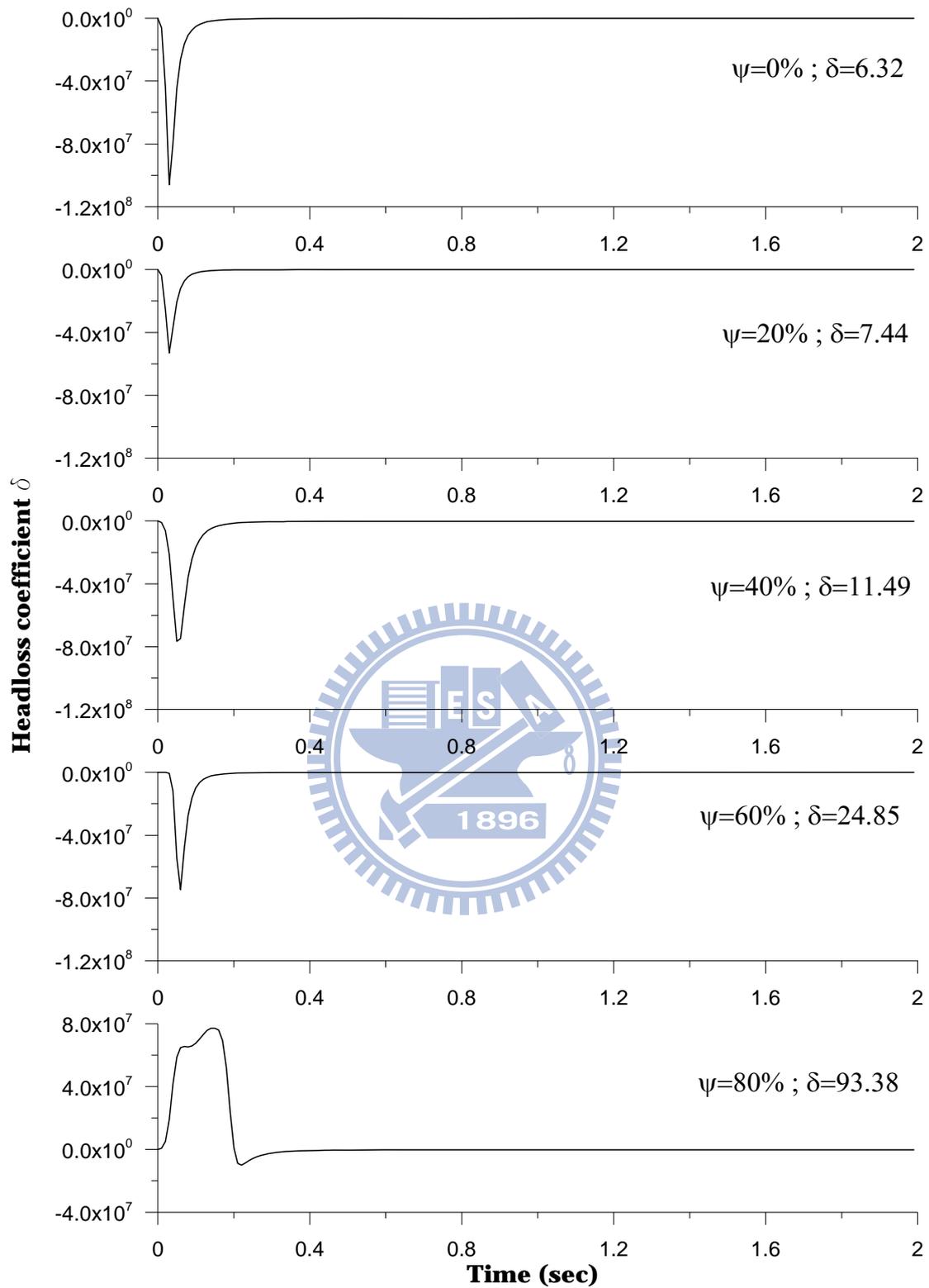


圖 2.32 水頭損失係數識別之收斂過程 ( $\beta = 2.0$  ; 水平向)

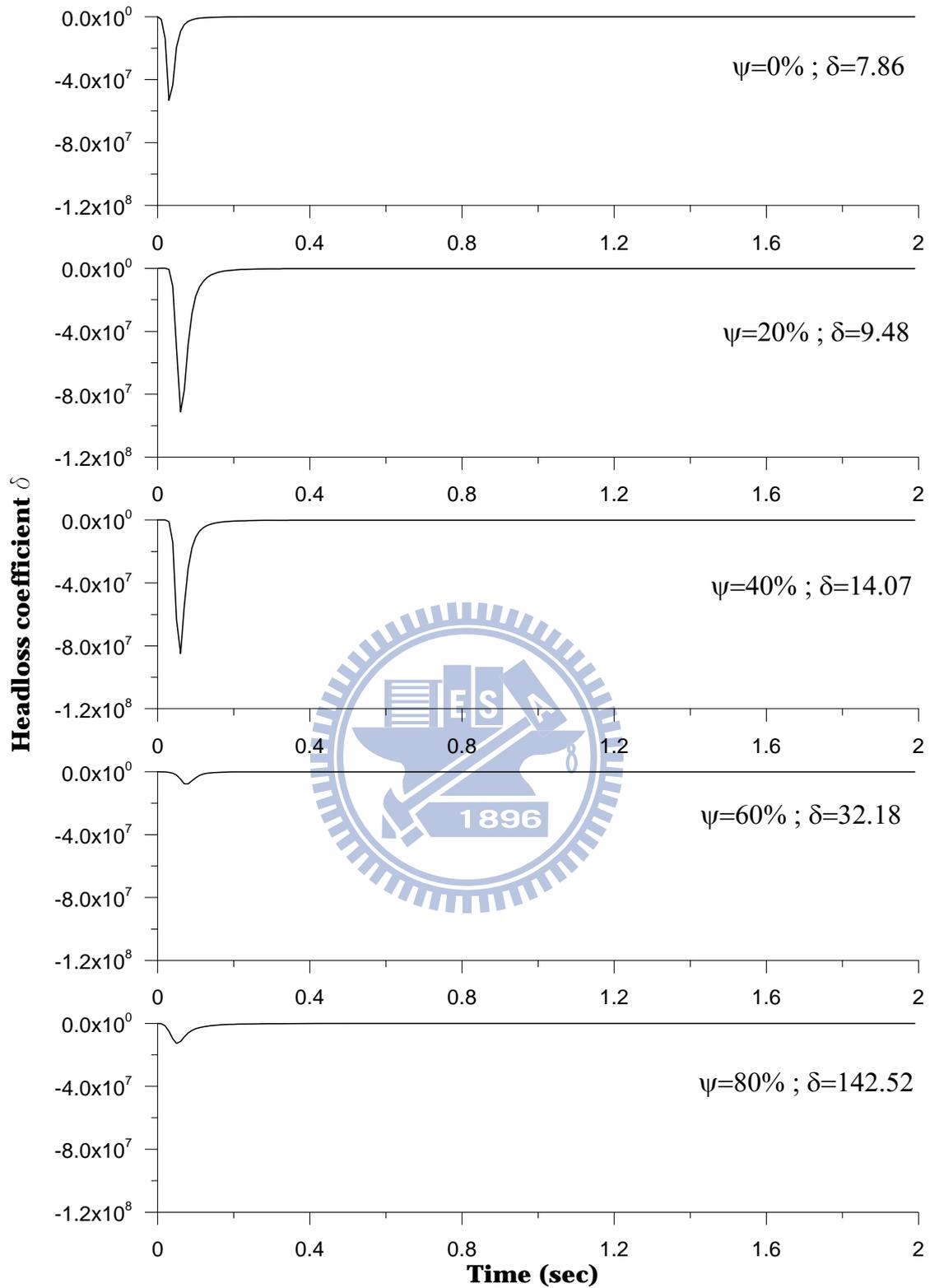


圖 2.33 水頭損失係數識別之收斂過程 ( $\beta = 3.0$  ; 水平向)

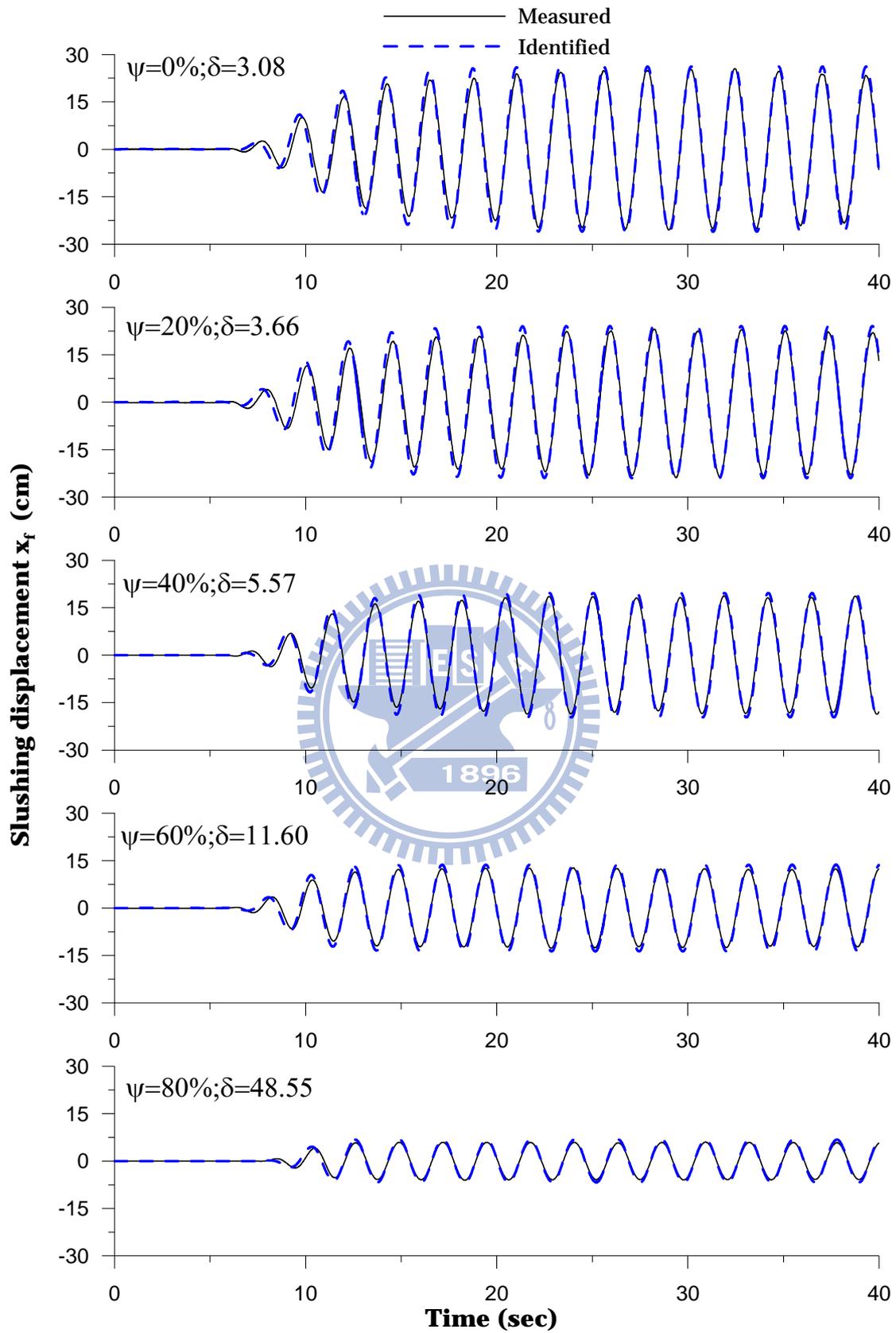


圖 2.34 水平運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較 ( $\beta = 1.0$ )

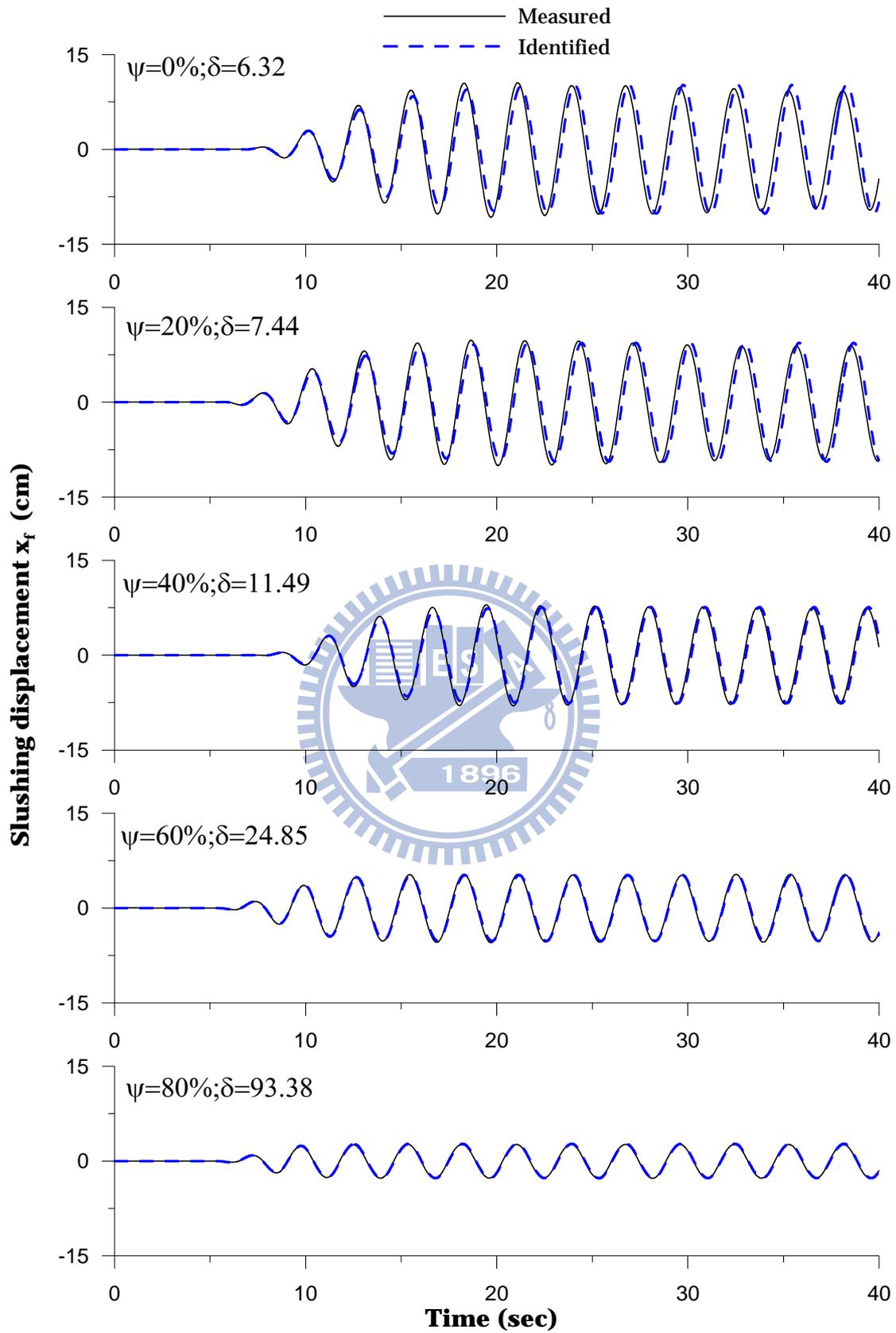


圖 2.35 水平運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較 ( $\beta = 2.0$ )

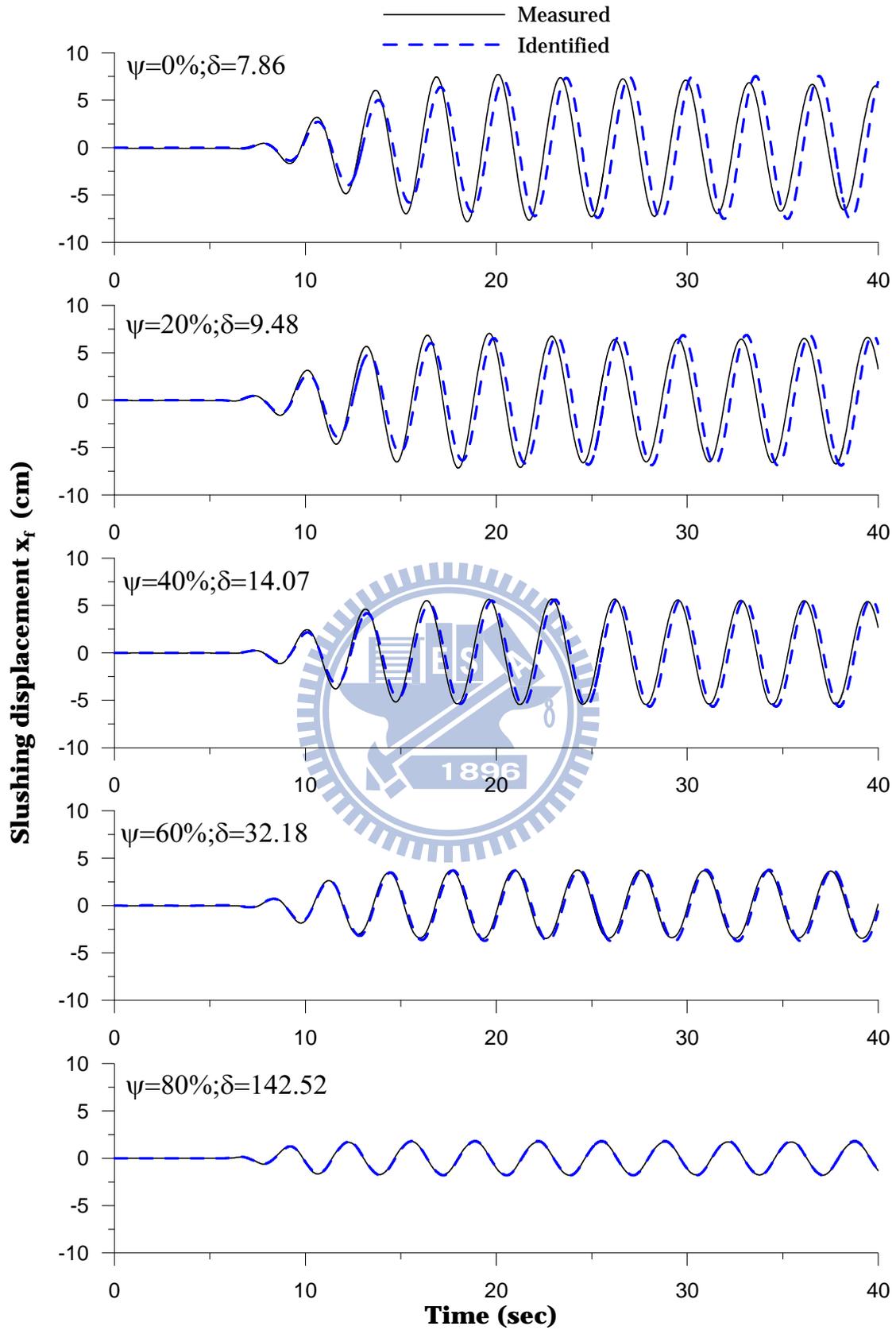


圖 2.36 水平運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較 ( $\beta = 3.0$ )

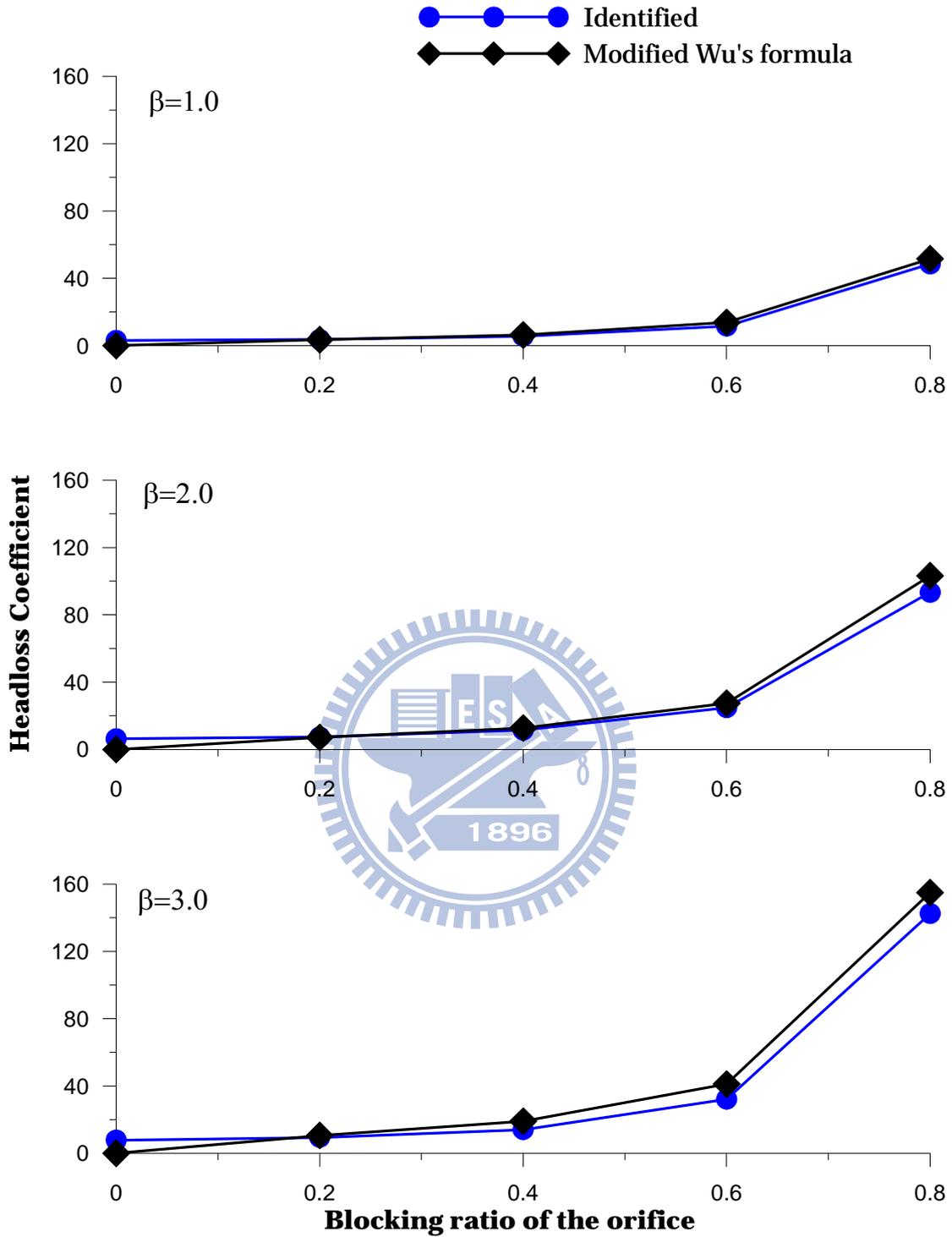


圖 2.37 TLCD 孔口板阻塞率與水頭損失係數之關係(水平向)

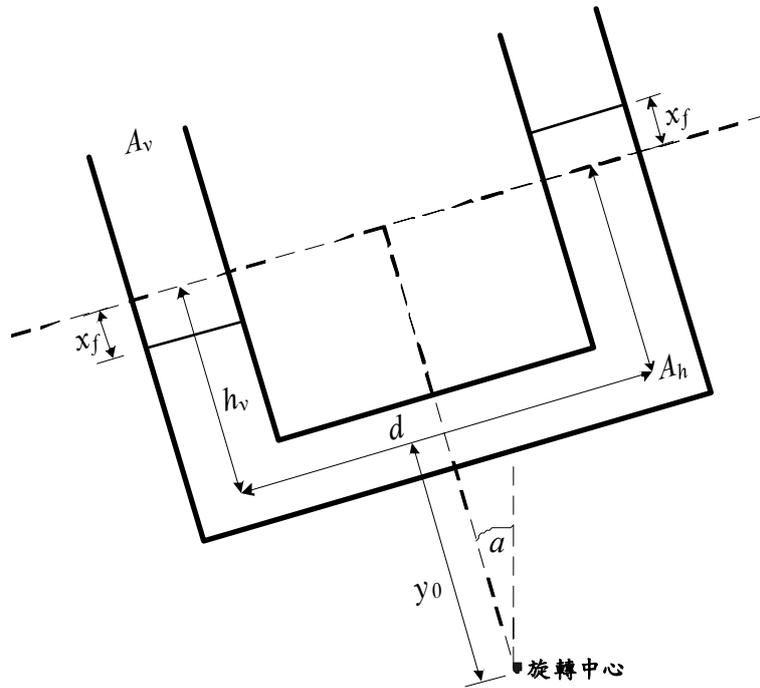


圖 2.38 旋轉運動 TLCD 示意圖



圖 2.39 TLCD 元件之旋轉運動試驗

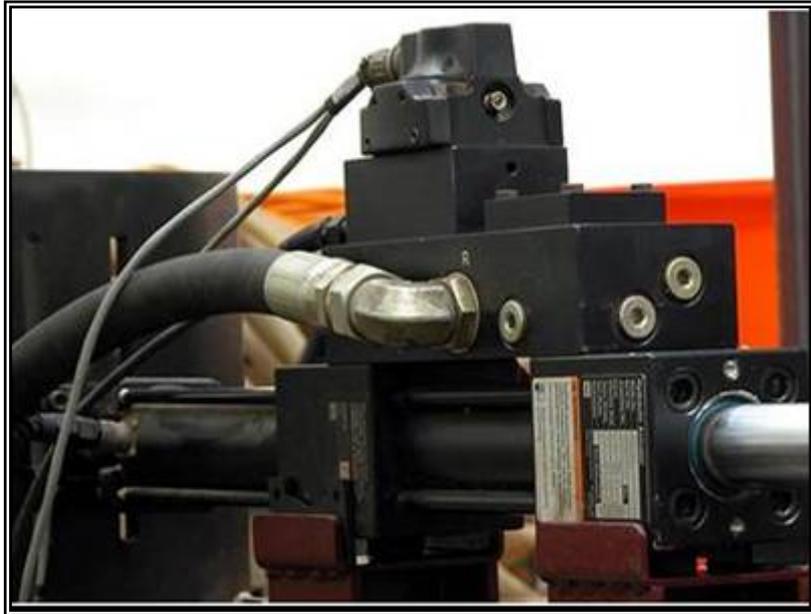


圖 2.40 MTS1.5tf 動態油壓致動器



圖 2.41 訊號擷取系統

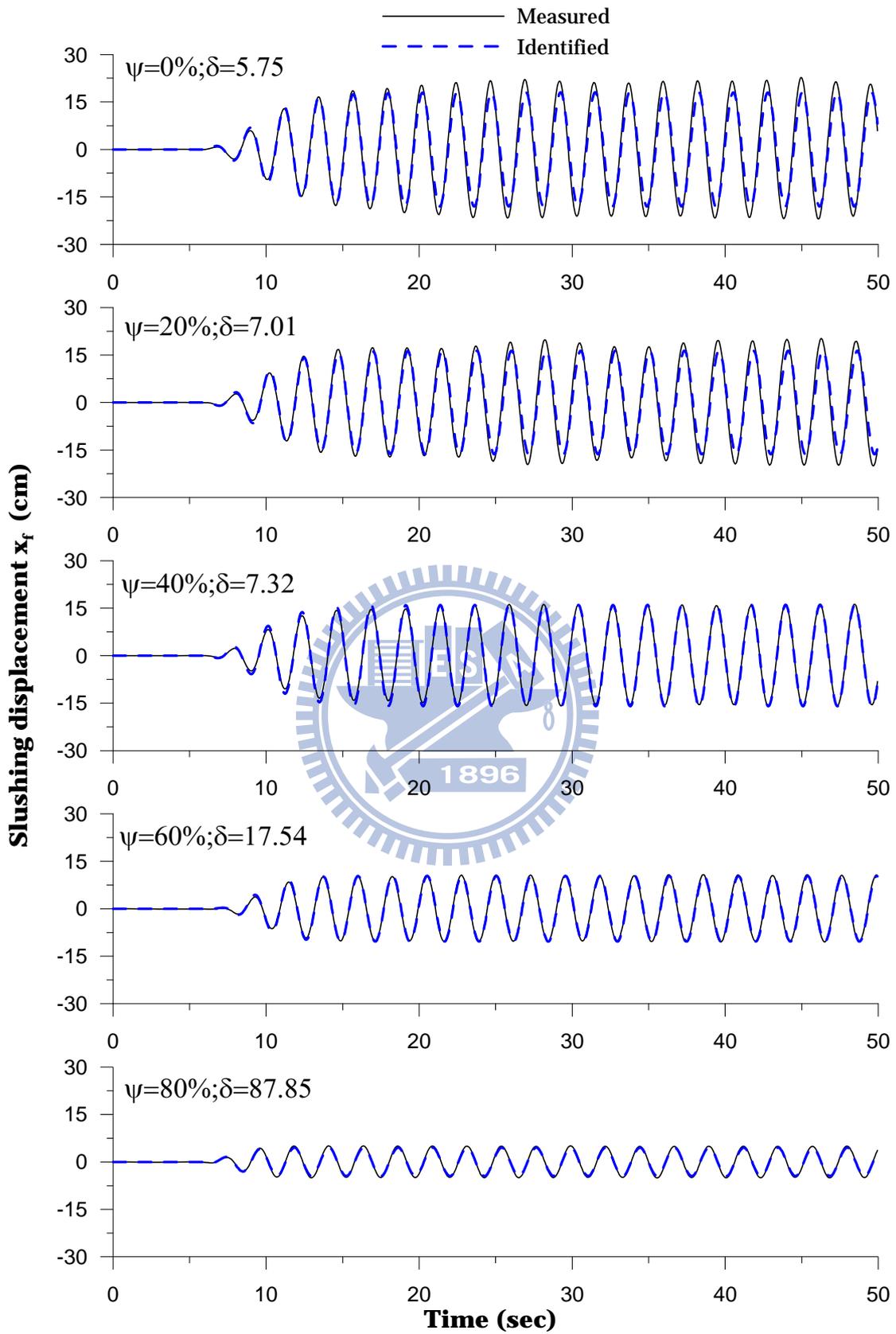


圖 2.42 旋轉運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較( $\beta = 1.0$ )

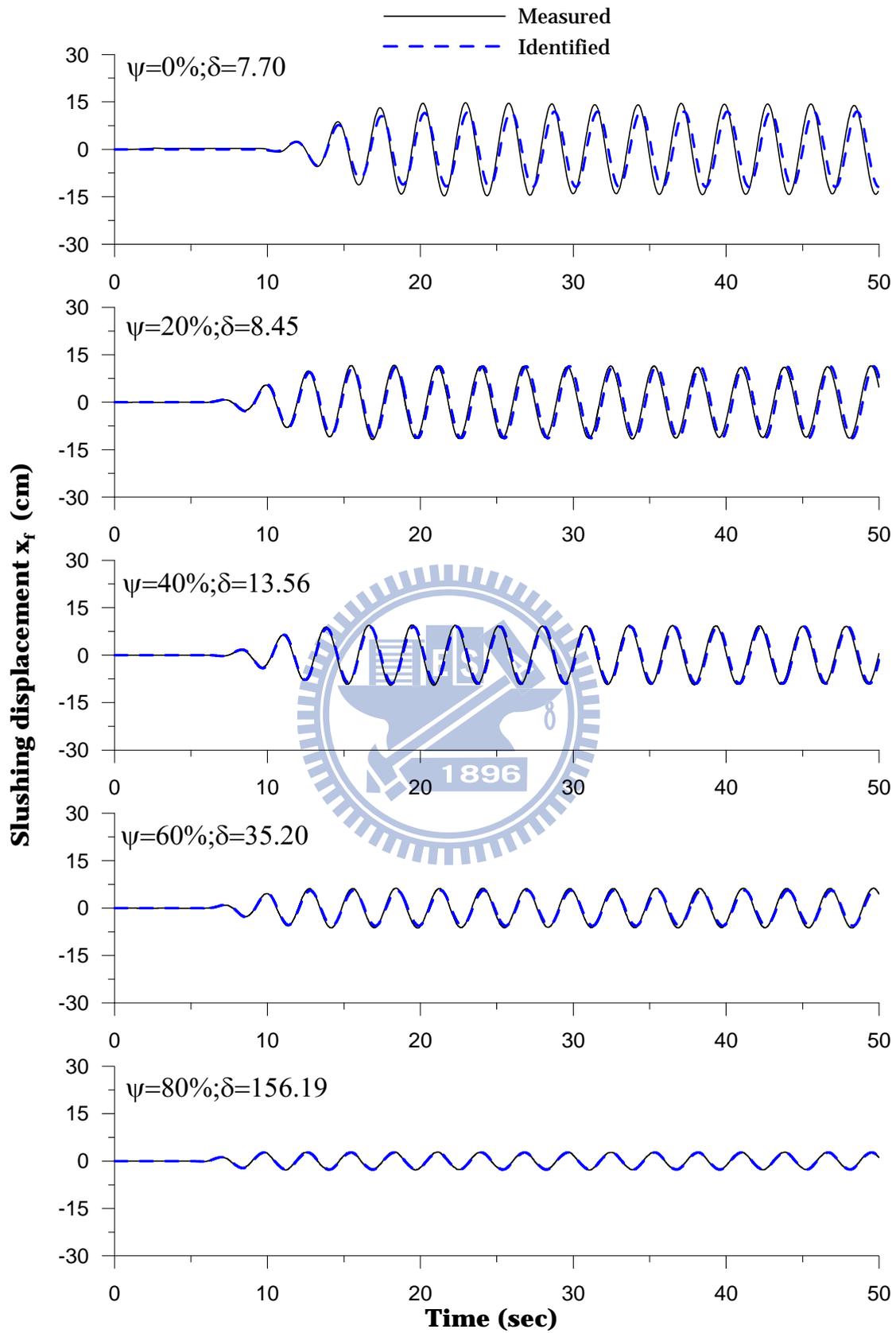


圖 2.43 旋轉運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較( $\beta = 2.0$ )

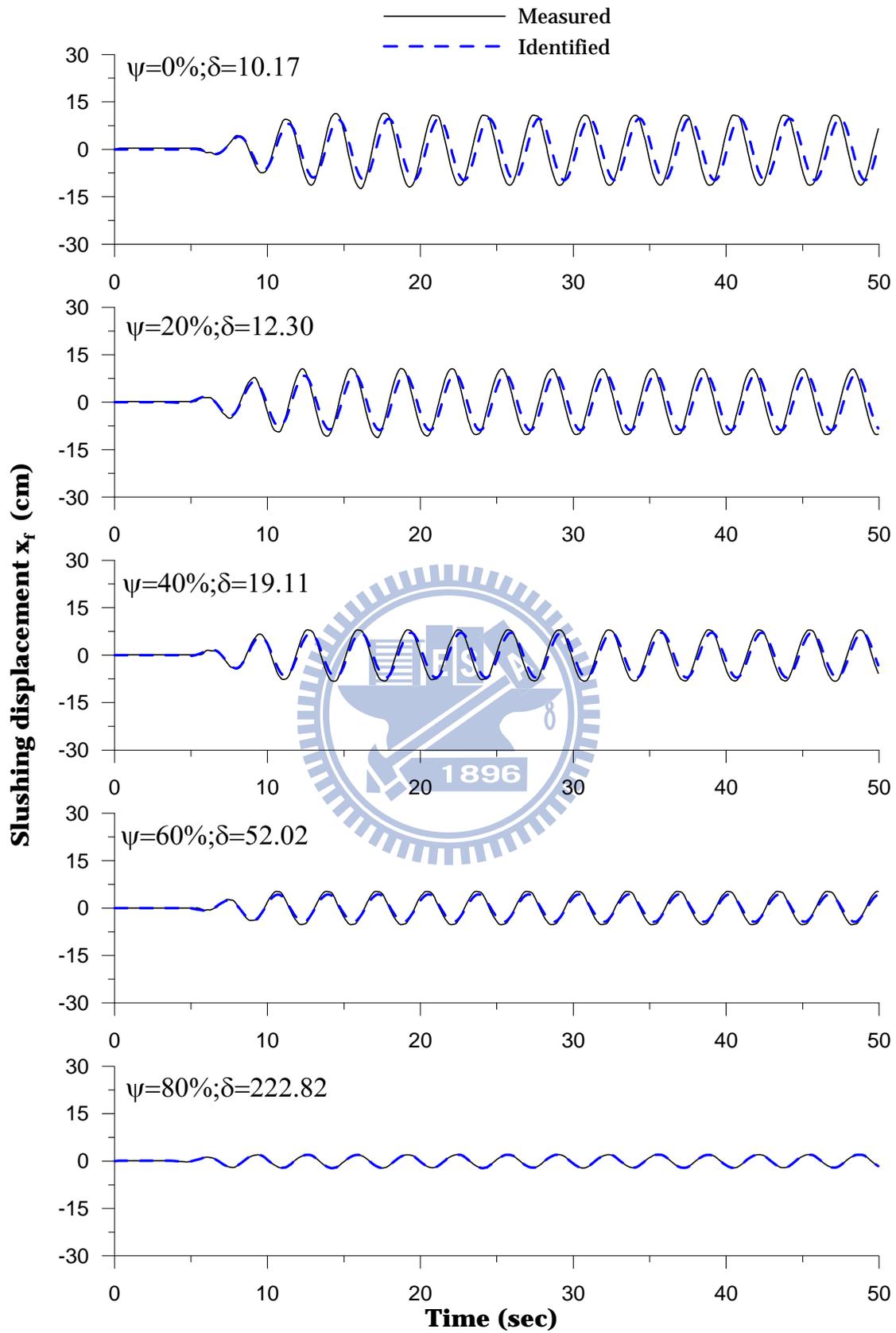


圖 2.44 旋轉運動 TLCD 之水柱激盪位移歷時比較 ( $\beta = 3.0$ )

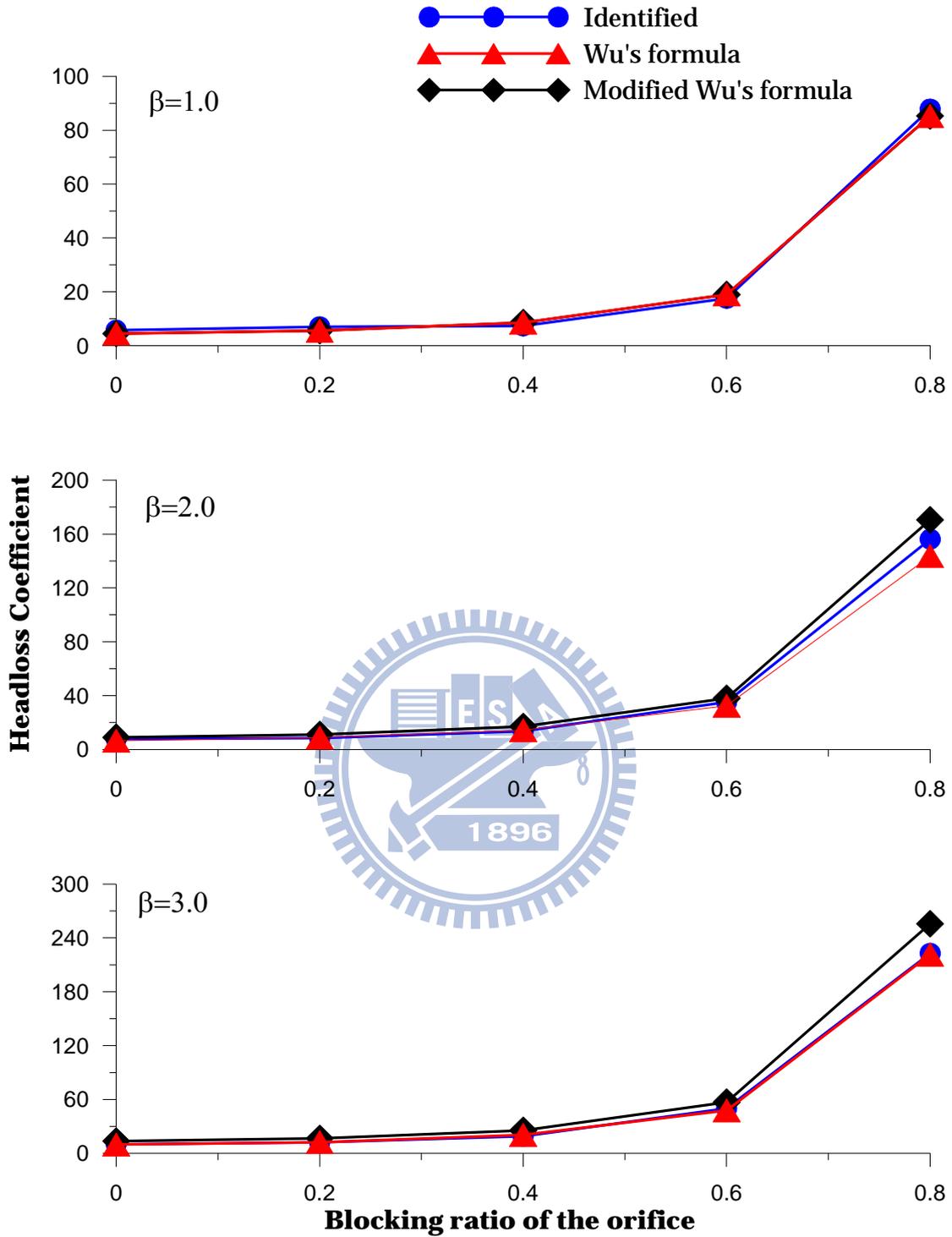


圖 2.45 TLCD 孔口板阻塞率與水頭損失係數之關係

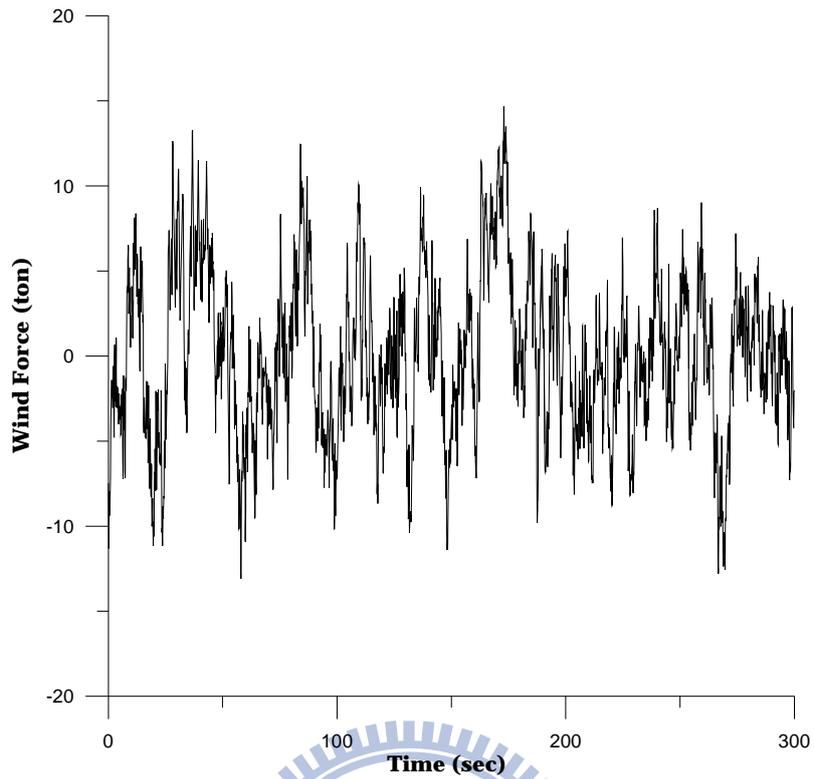


圖 2.46 順向風風力歷時

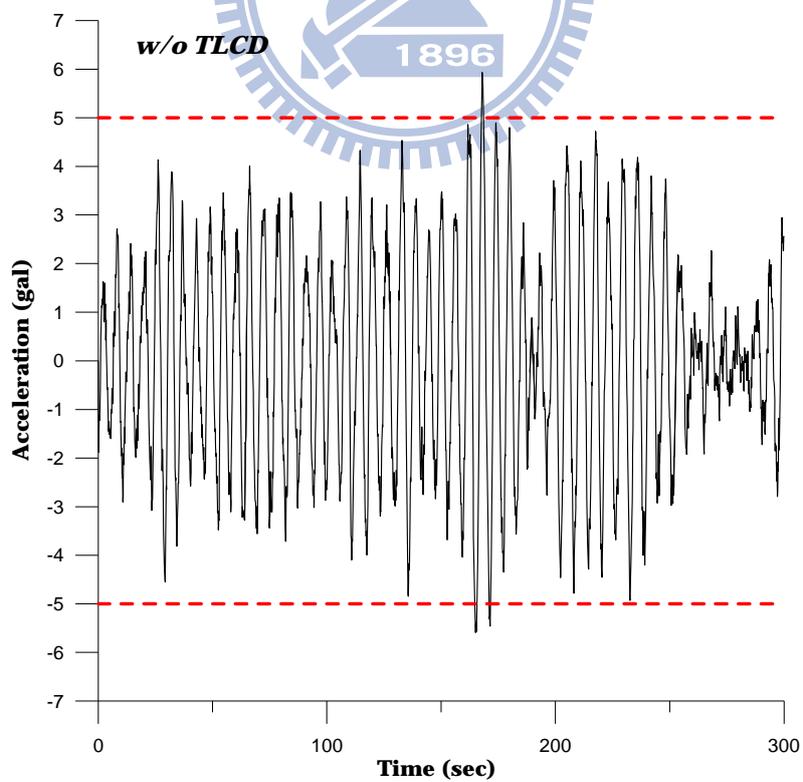


圖 2.47 結構未安裝 TLCD 系統之頂樓絕對加速度反應

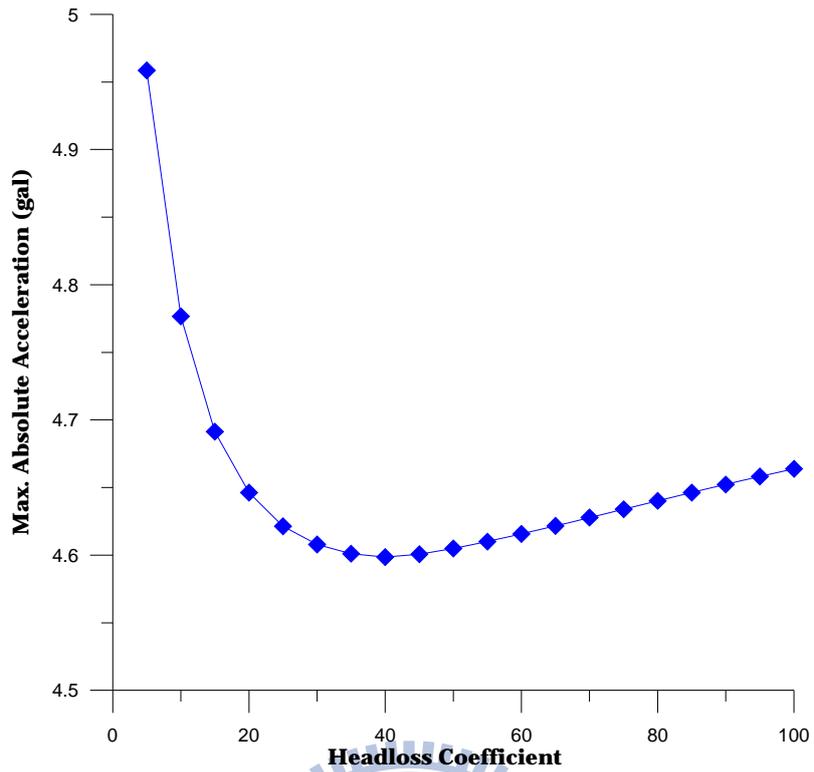


圖 2.48 水頭損失係數與頂樓絕對加速度反應之關係

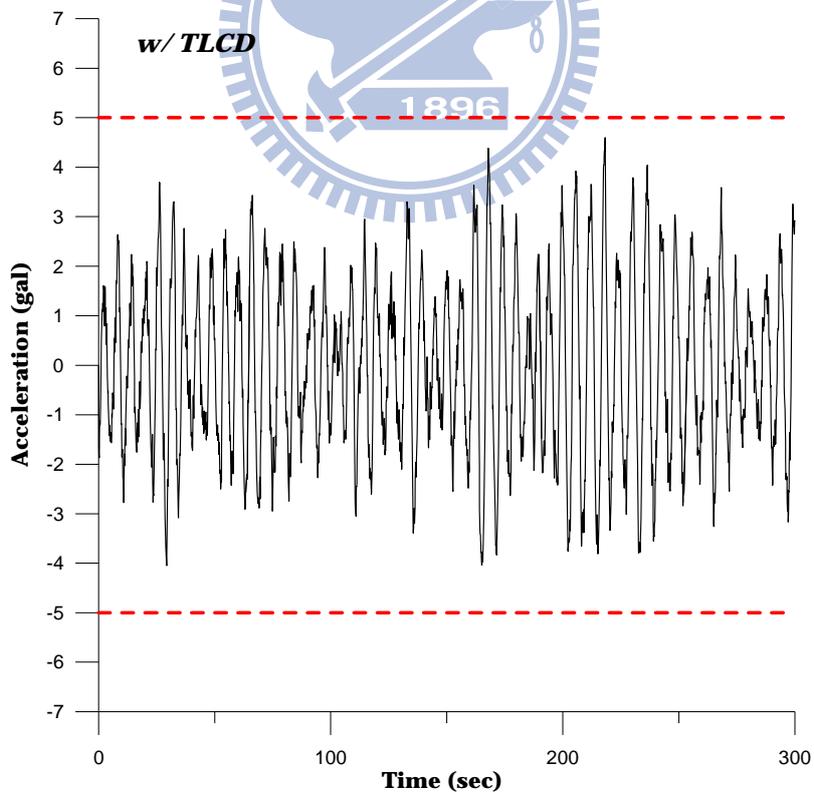


圖 2.49 結構安裝 TLCD 系統之頂樓絕對加速度反應( $\delta = 40$ )

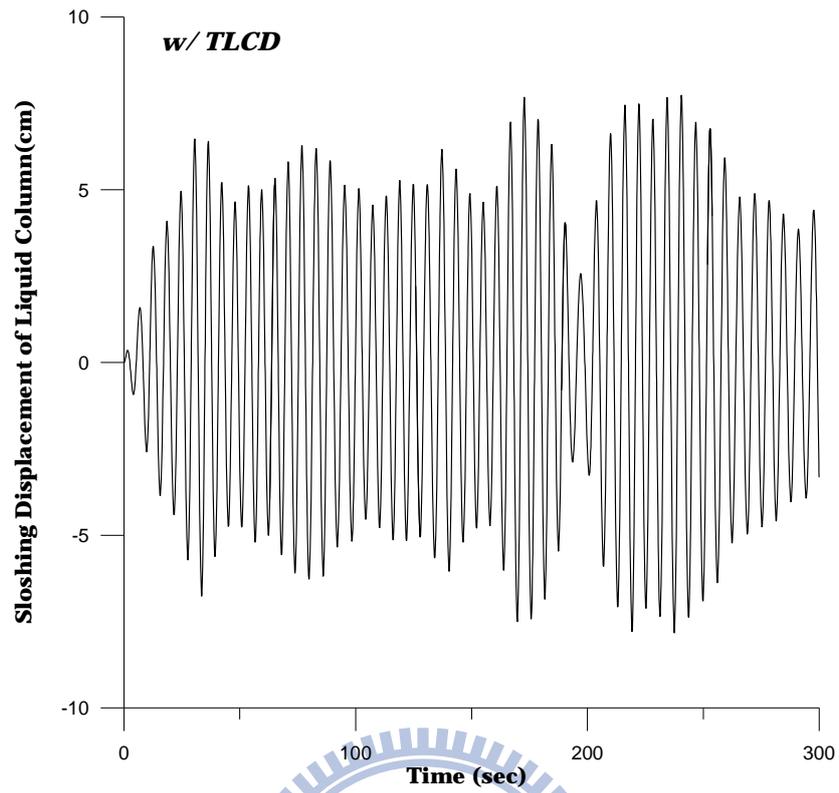


圖 2.50 TLCD 系統之水柱激盪位移( $\delta = 40$ )





## 第三章 結構之物理參數系統識別

### 3.1 前言

近年來，應用基礎隔震技術於橋梁及建築結構之抗震設計已相當普遍【26~30】。隔震設計的概念主要係以低水平勁度之隔震系統延長結構周期，以降低結構所承受之地震力，並透過材料非線性或摩擦力提供的消能機制減緩隔震層的位移。目前發展較成熟的隔震系統，包括鉛心橡膠支承(LRB)、高阻尼橡膠支承(HDRB)與摩擦單擺支承(FPS)。鉛心橡膠支承是以橡膠墊與鋼板交錯疊層，並以鉛心貫穿其中而成，如圖 3.1 所示。橡膠墊提供較低的側向剛度，以達到延長結構周期的設計要求；鋼板的作用在增加垂直剛度，避免橡膠墊在高荷載下產生過度的爆出(bulge)，造成破壞；鉛心的目的在提供隔震支承所必需的消能機制，相對於其他金屬材料，鉛的降伏強度較低，故可及早進入塑性狀態，而且它在常溫下能夠自行重新結晶恢復原狀，因此可不斷重複使用。高阻尼橡膠支承的原理與鉛心橡膠支承類似，只是在合成橡膠中添加較多碳的成分以增加其吸能作用，因此不必藉由鉛心提供消能機制。摩擦單擺支承是一種滑動式隔震系統，以不鏽鋼為材料，由頂盤、底盤及關節式滑動器所構成，如圖 3.2 所示。頂盤之上端平整，與上部結構(柱底)相接，下端則為凹圓球面；底盤之下端平整，與下部結構(基礎)相接，上端中央有一圓柱，圓柱頂部呈一白狀，關節式滑動器即嵌入其中。地震時，上部結構可在凹圓球面上來回運動，其周期僅與滑動面之曲率半徑有關，而與載重無關。藉此得以改變結構周期，發揮隔震作用。FPS 係藉由滑動界面之摩擦力消散地震能量，以減緩隔震層之側位移量。滑動界面均以高磨光鐵弗龍被覆，避免鋼材界面發生咬合，影響支承的運動。

隔震系統能否發揮預期之減震功能，與隔震支承的實際物理參數(如

勁度、降伏強度、摩擦係數、滑動介面的曲率半徑...等)是否與設計值相符有關，故須經現地試驗予以驗證。此外，隔震支承在長期高壓載重及風化作用下，其力學特性是否會因材料劣化或磨損而改變，導致性能之衰減，也需要長期追蹤監控。由於土木結構規模龐大，且隔震元件的非線性力學行為必須在有顯著位移的情況下才會呈現，一般的結構現地動態試驗方法—如利用 **shaker** 作振態掃描，或 **impact hammer** 敲擊...等均無法達到目的。因此，吾人唯有仰賴真實地震的激發，由震測資料來進行其系統識別。

隔震建築或橋梁因安裝了隔震元件，在地震作用下其整體結構行為將呈現非線性。惟該非線性乃源於局部隔震元件之遲滯行為，無法以非參數系統識別方法結合模態分析觀念將其物理參數萃取出來。因此，必須藉由物理參數(**physical parameter**)系統識別方法，直接針對隔震元件的勁度、降伏強度、降伏位移、摩擦係數或曲率半徑...等物理參數進行識別。物理參數系統識別法主要是透過結構系統之動態反應(加速度、速度或位移..等)與輸入擾動(如地表加速度)間之關係進行結構物理參數(如阻尼與勁度矩陣)之識別。Tan and Wang【36】使用迭代識別運算(**Iterative identification algorithm**)，並以雙線性遲滯模型模擬隔震裝置之非線性行為，並針對一棟四層樓隔震結構進行系統識別，結果顯示其預測反應與量測資料相當吻合。Nagarajaiath 和 Xiaohong【38】則針對一棟位於南加州的醫學院建築大樓進行研究分析，此建築大樓於基礎安裝了 68 組鉛心橡膠支承(**Lead Rubber Bearing, LRB**)與 81 組合成橡膠支承(**elastomeric bearing**)。其以雙線性模型(**bilinear model**)模擬隔震支承之非線性行為，並與結構於北嶺地震(**Northridge earthquake**)所量測到之結構系統反應資料進行比較，其比較結果相當一致。Furukawa et al.【39】以非線性狀態空間模型(**nonlinear state-space model**)作為結構之物理模型，並假設隔震

系統之回復力為片段線性 (piecewise linear restoring force)，根據預測誤差法(Prediction error method, PEM)進行系統之參數識別。Huang et al. 【40~42】提出 LRB 隔震結構之物理參數識別方法，利用背骨曲線 (backbone curve)來模擬 LRB 非線性遲滯行為之特徵，將多值回復力 (multi-valued restoring force)轉換成單值函數(single-valued function)，並配合輸出誤差(output-error)之概念【70】，針對系統物理參數值的可能範圍內進行逐層增量掃描搜尋(layered incremental sweeping search)，以找出能使系統預測反應之總體誤差最小化的參數組合。

目前有關隔震結構系統識別方法，無論是橋梁或房屋結構，都是針對 LRB 隔震系統所提出，尚無針對 FPS 隔震結構系統識別的相關研究。事實上，採用 FPS 系統的隔震結構已日漸普及，因此，發展相應的系統識別技術有其必要性。此外，過去的相關研究僅止於數值模擬，均未經過實驗驗證其可行性。有鑑於此，本文將根據 Huang et al. 【42】所提出之隔震結構物理參數識別概念，發展適用於摩擦單擺支承隔震結構之物理參數識別方法，並利用振動台試驗來驗證其可行性。此外，前述 Huang et al.【42】所提出之隔震結構參數識別模型中，其上部結構之識別模型係以剪力屋架之形式所建立。由於現實中許多結構之動態反應較為複雜，未必能以簡化之剪力屋架模型忠實模擬其行為。因此，本研究亦將發展一套可用於識別非剪力屋架形式之結構參數識別方法。

### 3.2 LRB 隔震結構之物理參數系統識別

本節將回顧 Huang et al.【42】所提出之隔震結構物理參數識別方法。隔震系統為 LRB，考慮為雙線性模型；上部結構為多層樓剪力屋架。

### 3.2.1 結構之物理模型

茲考慮一基礎裝設鉛心橡膠支承(LRB)之 N 層樓剪力屋架結構，如圖 3.3 所示。假設上部結構之動態反應為線性，則於地震作用下，其各樓層之運動方程式可表示如下：

$$m_N \ddot{x}_N + c_N (\dot{x}_N - \dot{x}_{N-1}) + k_N (x_N - x_{N-1}) = -m_N (\ddot{x}_g + \ddot{x}_b) \quad (3.1a)$$

$$m_{j-1} \ddot{x}_{j-1} + c_{j-1} (\dot{x}_{j-1} - \dot{x}_{j-2}) + k_{j-1} (x_{j-1} - x_{j-2}) - c_j (\dot{x}_j - \dot{x}_{j-1}) - k_j (x_j - x_{j-1}) = -m_{j-1} (\ddot{x}_g + \ddot{x}_b) \\ j = 3 \sim N \quad (3.1b)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1) = -m_1 (\ddot{x}_g + \ddot{x}_b) \quad (3.1c)$$

基礎層之運動方程式則可表示如下：

$$m_b \ddot{x}_b + c_b \dot{x}_b + h_b (\dot{x}_b) - c_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 = -m_b \ddot{x}_g \quad (3.1d)$$

其中， $x_j$  為結構第  $j$  樓層相對於基礎層之位移； $x_b$  為基礎層相對於地表之位移； $m_j$  與  $m_b$  分別為結構第  $j$  樓層與基礎層之質量； $c_j$  與  $k_j$  分別為結構第  $j$  樓層之阻尼係數與勁度係數； $c_b$  與  $h_b$  分別為鉛心橡膠支承墊 (LRB) 之阻尼係數與遲滯回復力； $\ddot{x}_g$  為地表之擾動加速度。

#### ■ LRB 之雙線性遲滯模型

非線性系統之回復力與變形路徑有關。因此，回復力與變形並非一對一之對應關係，乃一多值函數(multi-valued function)。為簡化系統識別分析，茲將遲滯迴圈投影至一條背骨曲線(backbone curve)上，該背骨曲線函數  $f_b(\bullet)$  與基礎變位(即 LRB 側向變形)則為一對一對應之單值函數(single-valued function)。在往復荷載作用下，非線性元件之遲滯曲線可

依循梅新準則(Masing criterion)由背骨曲線還原而得【71】，如圖 3.4 所示。如此，系統識別分析只要聚焦於背骨曲線的特徵參數之識別即可。

梅新準則主要是假設非線性元素之遲滯迴圈於加載或卸載時，其遲滯力皆投射於相同之路徑(即背骨曲線)上。荷載方向發生逆轉處(以下稱轉捩點)之變位量記為  $x_b^I$ ，在第  $I$  次轉向後至下一次( $I+1$ )逆轉前之任意位置  $x_b^i$  處的遲滯力  $h_b(x_b^i)$  與背骨曲線  $f_b$  之關係與  $h_b(x_b^I)$  及  $x_b^I \pm x_b^i$  有關。亦即

$$\frac{h_b(x_b^i) + h_b(x_b^I)}{2} = f_b\left(\frac{x_b^i + x_b^I}{2}\right), \quad \text{for } \dot{x}_b^i \geq 0 \quad (3.2a)$$

$$\frac{h_b(x_b^i) - h_b(x_b^I)}{2} = f_b\left(\frac{x_b^i - x_b^I}{2}\right), \quad \text{for } \dot{x}_b^i < 0 \quad (3.2b)$$

式(3.2)進一步改寫如下：

$$h_b(x_b^i) = -h_b(x_b^I) + 2f_b\left(\frac{x_b^i + x_b^I}{2}\right), \quad \text{for } \dot{x}_b^i \geq 0 \quad (3.3a)$$

$$h_b(x_b^i) = h_b(x_b^I) + 2f_b\left(\frac{x_b^i - x_b^I}{2}\right), \quad \text{for } \dot{x}_b^i < 0 \quad (3.3b)$$

由於 LRB 系統之遲滯迴圈接近一平行四邊形，因此其背骨曲線可假設為雙線性，亦即

$$f_b(v) = k_{eb}v, \quad \text{for } -D \leq v \leq D \quad (3.4a)$$

$$f_b(v) = F_y + k_{yb}v, \quad \text{for } v > D \quad (3.4b)$$

$$f_b(v) = -F_y + k_{yb}v, \quad \text{for } v < -D \quad (3.4c)$$

其中， $D$  為 LRB 之降伏位移； $F_y$  為 LRB 之降伏強度； $k_{eb}$  與  $k_{yb}$  分別為 LRB

之彈性勁度與降伏後勁度；另外，當  $\dot{x}_b^i > 0$  時， $v = \frac{x_b^i + x_b^I}{2}$ ；當  $\dot{x}_b^i < 0$  時，

$$v = \frac{x_b^i - x_b^l}{2}。$$

將式(3.3)代入式(3.1d)，則於第*i*時刻之基礎層運動方程式可表示如下：

$$m_b \ddot{x}_b^i + c_b \dot{x}_b^i - h_b(x_b^l) + 2f_b \left( \frac{x_b^i + x_b^l}{2} \right) - c_1 \dot{x}_1^i - k_1 x_1^i = -m_b \ddot{x}_g^i, \text{ for } \dot{x}_b^i \geq 0 \quad (3.5a)$$

$$m_b \ddot{x}_b^i + c_b \dot{x}_b^i + h_b(x_b^l) + 2f_b \left( \frac{x_b^i - x_b^l}{2} \right) - c_1 \dot{x}_1^i - k_1 x_1^i = -m_b \ddot{x}_g^i, \text{ for } \dot{x}_b^i < 0 \quad (3.5b)$$

在轉換點  $i = I$  之瞬間 (1) 若  $\dot{x}_b^i > 0$ ，則  $x_b^i = -x_b^l$  及  $h(x_b^i) = -h(x_b^l)$ ；(2) 若  $\dot{x}_b^i < 0$ ，則  $x_b^i = x_b^l$  及  $h(x_b^i) = h(x_b^l)$ 。因此式(3.5)可簡化成如下：

$$h_b(x_b^l) = -m_b \ddot{x}_b^l - c_b \dot{x}_b^l + c_1 \dot{x}_1^l + k_1 x_1^l - m_b \ddot{x}_g^l \quad (3.6)$$

將式(3.6)代入式(3.5)可得：

$$m_b (\ddot{x}_b^i + \ddot{x}_b^l) + c_b (\dot{x}_b^i + \dot{x}_b^l) + 2f_b \left( \frac{x_b^i + x_b^l}{2} \right) = -m_b (\ddot{x}_g^i + \ddot{x}_g^l) + c_1 (\dot{x}_1^i + \dot{x}_1^l) + k_1 (x_1^i + x_1^l), \quad \text{for } \dot{x}_b^i \geq 0 \quad (3.7a)$$

$$m_b (\ddot{x}_b^i - \ddot{x}_b^l) + c_b (\dot{x}_b^i - \dot{x}_b^l) + 2f_b \left( \frac{x_b^i - x_b^l}{2} \right) = -m_b (\ddot{x}_g^i - \ddot{x}_g^l) + c_1 (\dot{x}_1^i - \dot{x}_1^l) + k_1 (x_1^i - x_1^l), \quad \text{for } \dot{x}_b^i < 0 \quad (3.7b)$$

將式(3.4)代入式(3.7)，則隔震層之運動方程式可改寫如下：

$$\ddot{u}_b^i + \frac{c_b}{m_b} \dot{u}_b^i + \frac{k_{eb}}{m_b} u_b^i = \ddot{u}_g^i, \quad \text{for } -D \leq u_b^i / 2 \leq D \quad (3.8a)$$

$$\ddot{u}_b^i + \frac{c_b}{m_b} \dot{u}_b^i + \frac{2F_y}{m_b} + \frac{k_{yb}}{m_b} u_b^i = \ddot{u}_g^i, \quad \text{for } u_b^i / 2 > D \quad (3.8b)$$

$$\ddot{u}_b^i + \frac{c_b}{m_b} \dot{u}_b^i - \frac{2F_y}{m_b} + \frac{k_{yb}}{m_b} u_b^i = \ddot{u}_g^i, \quad \text{for } -u_b^i/2 < -D \quad (3.8c)$$

其中，

$$\begin{cases} u_b^i = x_b^i + x_b^I & , \text{for } \dot{x}_b^i \geq 0 \\ u_b^i = x_b^i - x_b^I & , \text{for } \dot{x}_b^i < 0 \end{cases} \quad (3.9a)$$

$$\begin{cases} \ddot{u}_g^i = -(\ddot{x}_g^i + \ddot{x}_g^I) + \frac{c_1}{m_b} (\dot{x}_1^i + \dot{x}_1^I) + \frac{k_1}{m_b} (x_1^i + x_1^I) & , \text{for } \dot{x}_b^i \geq 0 \\ \ddot{u}_g^i = -(\ddot{x}_g^i - \ddot{x}_g^I) + \frac{c_1}{m_b} (\dot{x}_1^i - \dot{x}_1^I) + \frac{k_1}{m_b} (x_1^i - x_1^I) & , \text{for } \dot{x}_b^i < 0 \end{cases} \quad (3.9b)$$

進行隔震系統之物理參數識別時，可利用式(3.8)針對 LRB 之降伏位移  $D$ 、結構阻尼係數  $c_1$  與勁度  $k_1$  進行增量掃描搜尋 (incremental sweeping search) 以識別 LRB 隔震系統之物理參數 ( $k_{eb}$ 、 $k_{yb}$  與  $c_b$ )。識別方法與步驟將於 3.2.2 節作詳細之說明。



### 3.2.2 識別方法及步驟

#### ■ 隔震系統之物理參數識別

若假設隔震系統降伏位移  $D$  為已知之情況下，則吾人根據式(3.8a)可定義結構系統於  $|u_b^i/2| \leq D$  情況下之誤差函數 ( $e_1$ ) 如下所示：

$$e_1 = \sum_i \left[ \ddot{u}_b^i + \frac{c_b}{m_b} \dot{u}_b^i + \frac{k_{eb}}{m_b} u_b^i - \ddot{u}_g^i \right]^2 \quad (3.10)$$

若  $m_b$ 、 $c_1$  及  $k_1$  為已知，則符合最小平方差之參數  $c_b$  與  $k_{eb}$  須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_1}{\partial(c_b / m_b)} = 0 \quad (3.11a)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial(k_{eb} / m_b)} = 0 \quad (3.11b)$$

同樣地，根據式(3.8b)可定義結構系統於 $u_b^i / 2 > D$ 情況下之誤差函數( $e_2$ )如下所示：

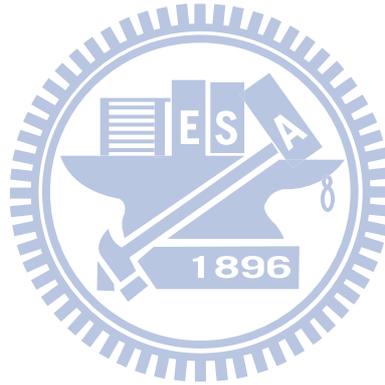
$$e_2 = \sum_i \left[ \ddot{u}_b^i + \frac{c_b}{m_b} \dot{u}_b^i + \frac{2F_y}{m_b} + \frac{k_{yb}}{m_b} u_b^i - \ddot{u}_g^i \right]^2 \quad (3.12)$$

最小化誤差 $e_2$ 之系統物理參數( $F_y$ 、 $k_{yb}$ 與 $c_b$ )須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_2}{\partial(c_b / m_b)} = 0 \quad (3.13a)$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial(2F_y / m_b)} = 0 \quad (3.13b)$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial(k_{yb} / m_b)} = 0 \quad (3.13c)$$



同理，根據式(3.8c)可定義結構系統於 $u_b^i / 2 < -D$ 情況下之誤差函數( $e_3$ )如下：

$$e_3 = \sum_i \left[ \ddot{u}_b^i + \frac{c_b}{m_b} \dot{u}_b^i - \frac{2F_y}{m_b} + \frac{k_{yb}}{m_b} u_b^i - \ddot{u}_g^i \right]^2 \quad (3.14)$$

最小化誤差 $e_3$ 之系統物理參數( $F_y$ 、 $k_{yb}$ 與 $c_b$ )須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_3}{\partial(c_b / m_b)} = 0 \quad (3.15a)$$

$$\frac{\partial e_3}{\partial(2F_y / m_b)} = 0 \quad (3.15b)$$

$$\frac{\partial e_3}{\partial(k_{yb}/m_b)} = 0 \quad (3.15c)$$

此外，由於隔震系統受地震擾動產生往復運動之過程中，將涵蓋  $|u_b^i/2| \leq D$ 、 $u_b^i/2 > D$  與  $u_b^i/2 < -D$  三種情況。因此，針對整個運動過程定義一總誤差函數  $e$  如下：

$$e = e_1 + e_2 + e_3 \quad (3.16)$$

凡滿足總誤差函數  $e$  最小者所對應之隔震系統參數  $D$ 、 $c_b$ 、 $F_y$ 、 $k_{eb}$ 、 $k_{yb}$ 、 $c_1$  與  $k_1$ ，即為系統之最佳參數。

#### ■ 上部結構之物理參數識別

式(3.1c)可改寫如下：

$$\ddot{x}_1^i - \frac{c_2}{m_1}(\dot{x}_2^i - \dot{x}_1^i) - \frac{k_2}{m_1}(x_2^i - x_1^i) = (\ddot{x}_g^i + \ddot{x}_b^i) - \frac{c_1}{m_1}\dot{x}_1^i + \frac{k_1}{m_1}x_1^i \quad (3.17)$$

茲定義對應於二樓之誤差函數( $e_{f2}$ )如下：

$$e_{f2} = \sum_i \left[ \ddot{x}_1^i + \frac{c_1}{m_1}\dot{x}_1^i + \frac{k_1}{m_1}x_1^i - \frac{c_2}{m_1}(\dot{x}_2^i - \dot{x}_1^i) - \frac{k_2}{m_1}(x_2^i - x_1^i) + \ddot{x}_g^i + \ddot{x}_b^i \right]^2 \quad (3.18)$$

其中，結構參數  $c_1$  與  $k_1$  已於前一步驟識別求得。當  $m_1$ 、 $c_1$  與  $k_1$  為已知時，二樓之最小化誤差  $e_{f2}$  之系統物理參數( $c_2$  與  $k_2$ ) 須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_{f2}}{\partial(c_2/m_1)} = 0 \quad (3.19a)$$

$$\frac{\partial e_{f2}}{\partial(k_2/m_1)} = 0 \quad (3.19b)$$

同樣地，式(3.1b) 可改寫如下：

$$\ddot{x}_{j-1}^i - \frac{c_j}{m_{j-1}}(\dot{x}_j^i - \dot{x}_{j-1}^i) - \frac{k_j}{m_{j-1}}(x_j^i - x_{j-1}^i) = -(\ddot{x}_g^i + \ddot{x}_b^i) - \frac{c_{j-1}}{m_{j-1}}(\dot{x}_{j-1}^i - \dot{x}_{j-2}^i) - \frac{k_{j-1}}{m_{j-1}}(x_{j-1}^i - x_{j-2}^i) \quad (3.20)$$

對應於第  $j$  樓層之誤差函數( $e_{ff}$ )如下：

$$e_{ff} = \sum_i \left[ \begin{array}{l} \ddot{x}_{j-1}^i + \frac{c_{j-1}}{m_{j-1}}(\dot{x}_{j-1}^i - \dot{x}_{j-2}^i) + \frac{k_{j-1}}{m_{j-1}}(x_{j-1}^i - x_{j-2}^i) \\ - \frac{c_j}{m_{j-1}}(\dot{x}_j^i - \dot{x}_{j-1}^i) - \frac{k_j}{m_{j-1}}(x_j^i - x_{j-1}^i) + \ddot{x}_g^i + \ddot{x}_b^i \end{array} \right]^2 \quad j = 3 \sim N \quad (3.21)$$

其中，結構參數  $c_{j-1}$  與  $k_{j-1}$  已於前一步驟識別求得。第  $j$  樓層之最小化誤差

$e_{ff}$  之系統物理參數( $c_j$  與  $k_j$ ) 須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_{ff}}{\partial (c_j / m_{j-1})} = 0, \quad j = 3 \sim N \quad (3.22a)$$

$$\frac{\partial e_{ff}}{\partial (k_j / m_{j-1})} = 0, \quad j = 3 \sim N \quad (3.22b)$$

由於系統參數  $c_{j-1}$  與  $k_{j-1}$  已由前一步驟求出，故求解式(3.22)之聯立方程即

可求得第  $j$  樓層之物理參數  $c_j$  與  $k_j$ 。如此即完成第一迴圈之掃描搜尋。

前述推導結果係假設隔震系統降伏位移  $D$  為已知之情況下所得到。事實上，因降伏位移  $D$  在進行識別分析之初並不知道，故分析時亦須針對  $D$  進行增量掃描搜尋，加上  $c_1$  與  $k_1$  共計需進行三層(three-layered)交錯的增量掃描搜尋，直到找出最佳參數為止。於第  $l$  次增量掃描計算過程中，降伏位移為  $D^l = D^{l-1} + \Delta D$ 。其中， $\Delta D$  取荷載第一次遲滯迴圈反轉時所對應之基礎層位移的百分之一(即  $\Delta D = \max(|u_b^l|)/100$ )， $D^0 = 0$ 。另外，由於式

3.8(a)~(c)的三種不同條件下所識別出來之隔震系統參數會有出入，因此本文將取其平均值作為隔震系統之有效參數。茲歸納識別分析之步驟如下：

**Step1**：假設 LRB 系統之降伏位移為  $D^l$ 。

**Step2**：假設上部結構一樓阻尼係數  $c_1$  與勁度  $k_1$  之初始值。並將其代入式 (3.8)，且在固定係數  $c_1$  之情況下，針對係數  $k_1$  進行  $m$  次增量掃描搜尋計算。其中， $k_1^m = k_1^{m-1} + \Delta k_1^{(1)}$ ； $\Delta k_1^{(1)}$  為進行第一迴圈之掃描搜尋分析過程中所設定之勁度係數增量(針對不同結構系統，可能須考慮不同之  $\Delta k_1^{(1)}$ )。

**Step3**：配合降伏位移  $D^l$  之條件下，利用式 (3.11)、式 (3.13) 與式 (3.15) 求得系統參數  $c_b$ 、 $F_y$ 、 $k_{eb}$  與  $k_{yb}$ ，並由式 (3.16) 計算出相對應之誤差函數  $e$  值。重複 Step2 與 Step3 直到完成設定之  $m$  次增量掃描搜尋，其中對應於誤差函數  $e$  之最小值者，即為暫定之最佳系統參數。

**Step4**：將式 (3.8) 中之  $k_1$  固定為 Step3 所求得之最佳系統參數，並針對係數  $c_1$  進行  $n$  次增量掃描搜尋。其中， $c_1^n = c_1^{n-1} + \Delta c_1^{(1)}$ ； $\Delta c_1^{(1)}$  為進行第一次迴圈增量掃描搜尋過程中，所對應之阻尼係數增量。針對不同結構系統，可能須選擇不同的  $\Delta c_1^{(1)}$ 。

**Step5**：配合降伏位移  $D^l$  之條件下，由式 (3.11)、式 (3.13) 與式 (3.15) 求得系統參數  $c_b$ 、 $F_y$ 、 $k_{eb}$  與  $k_{yb}$ ，並由式 (3.16) 計算出對應之誤差函數  $e$  值。重複 Step4 與 Step5 直到完成設定之  $n$  次增量掃描搜尋，其中對應於誤差函數  $e$  之最小值者，即為暫定之最佳系統參數。

**Step6**：利用式 (3.19) 及式 (3.22) 即可求得第  $j$  樓層之物理參數  $c_j$  與  $k_j$ 。其

中，系統參數  $c_{j-1}$  與  $k_{j-1}$  由前一步驟求得之結果代入。

**Step7:** 令  $D^l = D^{l-1} + \Delta D$ ， $\Delta D = \max(|u_b^l|)/100$ ，重複步驟 2~7 直到完成設定之  $l$  次增量掃描搜尋為止。

經由上述之步驟即完成第一迴圈之掃描搜尋。為了增加識別結果之解析度，第二迴圈之掃描搜尋分析過程中，LRB 系統之降伏位移改以  $D = F_y / k_{eb}$  代入。另外，進行第二迴圈之掃描搜尋過程中，考慮係數  $c_1$  與  $k_1$  之增量  $\Delta c_1^{(2)}$  與  $\Delta k_1^{(2)}$  為第一迴圈之掃描搜尋時之 1/10，即  $\Delta c_1^{(2)} = \Delta c_1^{(1)} / 10$  與  $\Delta k_1^{(2)} = \Delta k_1^{(1)} / 10$ ；第三迴圈之掃描搜尋過程中，迭代增量  $\Delta c_1^{(3)}$  與  $\Delta k_1^{(3)}$  再縮小為前次之 1/10，亦即  $\Delta c_1^{(3)} = \Delta c_1^{(2)} / 10$  與  $\Delta k_1^{(3)} = \Delta k_1^{(2)} / 10$ ，以此類推直到識別完成設定之所有迴圈數為止。

為評估識別結果之準確性，茲定義一誤差指標 (Error Index； $EI_j$ ) 如下：

$$EI_j = \left\{ \frac{\sum_k [(\ddot{x}_j(k))_r - (\ddot{x}_j(k))_{ID}]^2}{\sum_k [(\ddot{x}_j(k))_r]^2} \right\}^{1/2} \quad (3.23)$$

其中， $(\ddot{x}_j(k))_r$  為第  $j$  樓層量測到之第  $k$  瞬時加速度歷時訊號； $(\ddot{x}_j(k))_{ID}$  為利用識別所得之參數預測第  $j$  樓層之第  $k$  瞬時加速度反應歷時訊號。

### 3.2.3 數值範例

為了示範前述識別方法之應用並驗證其可行性，茲針對一座三層樓隔

震結構進行數值模擬分析。隔震結構之上部結構考慮為剪力屋架，隔震系統為 LRB，如圖 3.5 所示。隔震結構之物理參數歸納於表 3.1。分析時，以 El Centro 地震波作為輸入擾動(圖 3.6)，並考慮地表加速度峰值(PGA)為 0.35g。另外，考慮各自由度之於地震擾動作用下所產生之加速度反應含有 3%雜訊(雜訊峰值/加速度反應峰值)，以探討本方法在存在雜訊干擾之情況下是否可行。

### 1° 第一迴圈之掃描搜尋

首先假設一樓阻尼係數  $c_1$  之初始值為零，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(1)} = 10000kN/m$  逐步假設  $k_1$  值進行分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.7 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 170000kN/m$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 170000kN/m$ ，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(1)} = 10kN \cdot s/m$  逐步假設  $c_1$  值進行分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.7 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 340kN \cdot s/m$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 LRB 系統物理參數分別為  $c_b = 149kN \cdot s/m$ ， $F_y = 247.21kN$ ， $k_{cb} = 44538MN/m$ ， $k_{yb} = 6928MN/m$  與  $D = 0.56cm$ 。

再將  $c_1 = 340kN \cdot s/m$  與  $k_1 = 170000kN/m$  分別代入式 (3.18)，並由式 (3.19) 之聯立方程求得二樓之阻尼係數  $c_2 = 353.1kN \cdot s/m$  與勁度  $k_2 = 142590kN/m$ 。最後，再將  $c_2$  與  $k_2$  代入式 (3.21)，並針對式 (3.22) 之聯立方程求解，即可求得結構三樓之阻尼係數  $c_3 = 398.5kN \cdot s/m$  與勁度  $k_3 = 133750kN/m$ 。如此即完成第一迴圈之掃描搜尋。

### 2° 第二迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 340kN \cdot s/m$ ，並以勁度  $k_1 = 170000 - 2\Delta k_1^{(1)} = 150000kN/m$  作為

初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(2)} = \Delta k_1^{(1)} / 10 = 1000kN/m$  逐步進行增量掃描分析。  $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.8 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 168000kN/m$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 168000kN/m$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 340 - 4\Delta c_1^{(2)} = 300kN \cdot s/m$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(2)} = \Delta c_1^{(1)} / 10 = 1kN \cdot s/m$  逐步進行增量掃描分析。  $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.8 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 323kN \cdot s/m$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 LRB 系統物理參數分別為  $c_b = 147kN \cdot s/m$ 、 $F_y = 244.81kN$ 、 $k_{eb} = 44120kN/m$ 、 $k_{yb} = 6882kN/m$  與  $D = 0.55cm$ 。

再將  $c_1 = 323kN \cdot s/m$  與  $k_1 = 168000kN/m$  分別代入式 (3.18)，並由式 (3.19) 之聯立方程式求得二樓之阻尼係數  $c_2 = 320.61kN \cdot s/m$  與勁度  $k_2 = 165200kN/m$ 。最後，再將  $c_2$  與  $k_2$  代入式 (3.21)，並由式 (3.22) 之聯立方程求得上部結構三樓之阻尼係數  $c_3 = 321.5kN \cdot s/m$  與勁度  $k_3 = 164170kN/m$ 。如此即完成第二圈之掃描搜尋。

### 3° 第三迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 323kN \cdot s/m$ ，以勁度  $k_1 = 168 - 2\Delta k_1^{(2)} = 166000kN/m$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(3)} = \Delta k_1^{(2)} / 10 = 100kN/m$  逐步進行增量掃描分析。  $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.9 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 168000kN/m$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 168000kN/m$ ，以阻尼係數  $c_1 = 323 - 2\Delta c_1^{(2)} = 321kN \cdot s/m$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(3)} = \Delta c_1^{(2)} / 10 = 0.1kN \cdot s/m$  逐步進行增量掃描分析。  $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.9 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 322.8kN \cdot s/m$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 LRB 系統物理參數分別為  $c_b = 147kN \cdot s/m$ 、 $F_y = 244.81kN$ 、 $k_{eb} = 44120kN/m$ 、 $k_{yb} = 6882kN/m$  與  $D = 0.55cm$ 。

再將  $c_1 = 322.8kN \cdot s/m$  與  $k_1 = 168000kN/m$  分別代入式 (3.18)，並由式 (3.19) 之聯立方程式求得二樓之阻尼係數  $c_2 = 331.2kN \cdot s/m$  與勁度  $k_2 = 167470kN/m$ 。最後，再將  $c_2$  與  $k_2$  代入式 (3.21)，並針對式 (3.22) 之聯立方程求解，即可求得上部結構三樓之阻尼係數  $c_3 = 310.9kN \cdot s/m$  與勁度  $k_3 = 167350kN/m$ 。如此即完成第三圈之掃描搜尋。

隔震結構之物理參數經過三次掃描搜尋分析之識別結果歸納於表 3.2。其結果顯示，識別所得之參數與結構真值非常接近，驗證本識別方法能有效將隔震結構之物理參數識別出來。由識別出來的系統參數所預測之動態反應與實際參數之掃描結果比較如圖 3.10~3.12 所示。其結果顯示，不論是樓層加速度、速度或是位移反應，預測結果與實際之歷時曲線皆相當契合。圖 3.13 為 LRB 識別參數所對應之背骨曲線與遲滯迴圈。另外，利用式 (3.23) 可計算求得各樓層之加速度反應誤差指標 ( $EI_j$ )，其結果歸納於表 3.2。分析結果顯示，各樓層之誤差指標  $EI_j$  值隨著迭代迴圈數之增加而變小，顯示藉由多層迴圈疊代可使識別結果逐漸收斂，證明本項物理參數識別法配合背骨曲線之應用，可有效識別出 LRB 隔震結構之系統參數。

#### 3.2.4 小結

本節所推導之 LRB 隔震結構物理參數識別方法其概念主要是透過對 LRB 降伏位移 ( $D$ )、結構阻尼係數 ( $c_1$ ) 與勁度 ( $k_1$ ) 進行三層掃描搜尋計算以找出對應於誤差函數 ( $e$ ) 最小值之一組物理參數  $D$ 、 $c_b$ 、 $F_y$ 、 $k_{eb}$ 、 $k_{yb}$ 、 $c_1$  與  $k_1$ ，再據以求出上部結構之勁度與阻尼係數。本物理參數識別方法之特徵與應用條件如下：

- LRB 系統之力與變形關係考慮為雙向性，以背骨曲線描述之。

- 每一樓層之質量須為已知。
- 須提供每一樓層之位移、速度、加速度及地表加速度等歷時反應資料進行識別。
- 不同結構考慮的參數增量  $\Delta c_1^{(1)}$  與  $\Delta k_1^{(1)}$  或有不同。
- 掃描搜尋之迴圈次數應視所需精度調整。

### 3.3 FPS 隔震結構之物理參數識別

摩擦單擺支承(FPS)為鋼製滑動式隔震系統，其滑動介面乃一曲面，在地震擾動下，其上部結構得以在曲面上如單擺一樣運動而達到隔震之目的。FPS 系統能提供類似 LRB 所具備之功能，包括改變結構週期及提供消能能力；此外，因 FPS 之側向勁度  $K_b = W/R$ ，故能提供自動歸位的回復力。由於 FPS 隔震結構之週期  $(2\pi\sqrt{R/g})$  只與滑動介面的曲率半徑有關而與結構重量無關，且其隔震層的重心與剪心重合，不會產生額外的扭轉效應，因此其設計將比 LRB 系統更容易掌握，故 FPS 隔震系統在橋梁及古蹟建築的應用相當多。本節將針對 FPS 隔震結構之物理參數進行識別。

#### 3.3.1 結構之物理模型

茲考慮一基礎裝設摩擦單擺支承(FPS)之 N 層樓剪力屋架結構，如圖 3.14 所示。假設上部結構之動態行為為線性，則於地震作用下，其各樓層之運動方程式可表示如下：

$$m_N \ddot{x}_N + c_N (\dot{x}_N - \dot{x}_{N-1}) + k_N (x_N - x_{N-1}) = -m_N (\ddot{x}_g + \ddot{x}_b) \quad (3.24a)$$

$$m_j \ddot{x}_j + c_j (\dot{x}_j - \dot{x}_j) + k_j (x_j - x_{j-1}) - c_{j+1} (\dot{x}_{j+1} - \dot{x}_j) - k_{j+1} (x_{j+1} - x_j) = -m_j (\ddot{x}_g + \ddot{x}_b) \quad j = 2 \sim N-1 \quad (3.24b)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1) = -m_1 (\ddot{x}_g + \ddot{x}_b) \quad (3.24c)$$

基礎層之運動方程式可表示如下：

$$m_b \ddot{x}_b - c_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 = -m_b \ddot{x}_g + f_r(x_b, \dot{x}_b) \quad (3.24d)$$

其中， $x_j$  為結構第  $j$  樓層相對於基底層之位移； $x_b$  為基礎層相對於地表之位移； $m_j$  與  $m_b$  分別為第  $j$  樓層與基礎層之質量； $c_j$  與  $k_j$  分別為第  $j$  樓層之阻尼係數與勁度； $\ddot{x}_g$  為地表加速度； $f_r(x_b, \dot{x}_b)$  為 FPS 隔震系統提供之回復力函數。

#### ■ 摩擦單擺系統之遲滯行為

在滑動狀態下，摩擦單擺支承對系統所提供之回復力( $f_r(x_b, \dot{x}_b)$ )表示如下：

$$f_r(x_b, \dot{x}_b) = -\mu W - \frac{W}{R} x_b, \quad \text{for } \dot{x}_b > 0 \quad (3.25a)$$

$$= \mu W - \frac{W}{R} x_b, \quad \text{for } \dot{x}_b < 0 \quad (3.25b)$$

其中， $x_b$  為基底層相對於地表之位移； $W$  為結構之總重； $\mu$  為摩擦單擺支承之界面摩擦係數； $R$  為摩擦單擺支承之曲率半徑。

為簡化分析，通常將摩擦機制假設為庫侖摩擦機制 (Coulomb's Mechanism)，即摩擦係數( $\mu$ )為定值。惟根據 Mokha et al. 【72、73】之研究，摩擦係數與支承之滑動速度( $\dot{x}_b$ )及壓力有關，亦即：

$$\mu = \mu_{\max} - (\mu_{\max} - \mu_{\min}) e^{-a|\dot{x}_b|} \quad (3.26)$$

其中， $\mu_{\max}$  與  $\mu_{\min}$  分別為摩擦界面之最大與最小動摩擦係數； $a$  為支承壓力之函數； $\dot{x}_b$  為滑動界面之相對運動速度。本文稱之為 **Mokha's mechanism**。兩種不同摩擦機制之遲滯模型分別如圖 3.15 所示。

FPS 系統之回復力( $f_b(x_b, \dot{x}_b)$ )可依結構基礎層速度( $\dot{x}_b$ )方向之不同區分為三段，包括  $\dot{x}_b > 0$ 、 $\dot{x}_b = 0$  與  $\dot{x}_b < 0$ 。由於 FPS 系統於  $\dot{x}_b = 0$  (即不滑動)之情況下，其摩擦力  $|F| < \mu W$ ，因此在進行參數識別時，吾人將排除  $\dot{x}_b = 0$  之情況進行識別。

若將式(3.25)代入式(3.24d)，可將結構基礎層之第  $i$  瞬間之運動方程式改寫如下：

$$\ddot{x}_b^i + \frac{\mu W}{m_b} + \frac{W}{Rm_b} x_b^i = \ddot{u}_g^i, \text{ for } \dot{x}_b^i > 0 \quad (3.27a)$$

$$\ddot{x}_b^i - \frac{\mu W}{m_b} + \frac{W}{Rm_b} x_b^i = \ddot{u}_g^i, \text{ for } \dot{x}_b^i < 0 \quad (3.27b)$$

其中，

$$\ddot{u}_g^i = -\ddot{x}_g^i + \frac{c_1}{m_b} \dot{x}_1^i + \frac{k_1}{m_b} x_1^i \quad (3.28)$$

進行隔震系統物理參數識別時，須先將基礎層每一瞬間之動態反應( $x_b^i$ 、 $\dot{x}_b^i$  與  $\ddot{x}_b^i$ )根據基礎層相對於地表之速度方向( $\dot{x}_b^i > 0$ 、 $\dot{x}_b^i = 0$  及  $\dot{x}_b^i < 0$ )區分，以決定對應之方程式。其中，凡  $|\dot{x}_b^i| < 0.01m/s^2$  者皆視為不滑動( $\dot{x}_b^i = 0$ )之情況處理。由式(3.27)針對隔震支承之參數  $a$ 、結構阻尼係數  $c_1$  與勁度  $k_1$  進行增量掃描計算，以識別 FPS 隔震系統之物理參數( $\mu$  與  $R$ )。

### 3.3.2 摩擦單擺系統之識別方法及步驟

#### ■ 庫侖摩擦機制

(1) 根據式(3.27a)，可定義 FPS 隔震系統於滑動速度為正( $\dot{x}_b^i > 0$ )之情況

下其誤差函數( $e_1$ )如下：

$$e_1 = \sum_i \left[ \ddot{x}_b^i + \frac{\mu W}{m_b} + \frac{W}{Rm_b} x_b^i - \ddot{u}_g^i \right]^2 \quad (3.29)$$

若  $W$ 、 $c_1$  及  $k_1$  為已知，則符合最小平方差之參數( $\mu$  與  $R$ ) 須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_1}{\partial(\mu W / m_b)} = 0 \quad (3.30a)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial(W / Rm_b)} = 0 \quad (3.30b)$$

(2) 根據式(3.27b)，可定義 FPS 隔震系統於滑動速度為負( $\dot{x}_b^i < 0$ )之情況

下其誤差函數( $e_2$ )如下：

$$e_2 = \sum_j \left[ \ddot{x}_b^j - \frac{\mu W}{m_b} + \frac{W}{Rm_b} x_b^j - \ddot{u}_g^j \right]^2 \quad (3.31)$$

若  $W$ 、 $c_1$  及  $k_1$  為已知，則最小化誤差  $e_2$  之系統物理參數( $\mu$  與  $R$ ) 須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_2}{\partial(\mu W / m_b)} = 0 \quad (3.32a)$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial(W / Rm_b)} = 0 \quad (3.32b)$$

## ■ 摩卡摩擦機制

(1) 根據式(3.27a)，可定義 FPS 隔震系統於滑動速度為正( $\dot{x}_b^i > 0$ )之情況

下其誤差函數( $e_1$ )如下：

$$e_1 = \sum_i \left[ \ddot{x}_b^i + (\mu_{\max} - (\mu_{\max} - \mu_{\min})e^{-a|\dot{x}_b^i|}) \frac{W}{m_b} + \frac{W}{Rm_b} x_b^i - \ddot{u}_g^i \right]^2 \quad (3.33)$$

若  $W$ 、 $a$ 、 $c_1$  及  $k_1$  為已知，則符合最小平方差之參數( $\mu_{\max}$ 、 $\mu_{\min}$  與  $R$ ) 須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_1}{\partial (\mu_{\max} W / m_b)} = 0 \quad (3.34a)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial (\mu_{\min} W / m_b)} = 0 \quad (3.34b)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial (W / Rm_b)} = 0 \quad (3.34c)$$



(2) 根據式(3.27b)，可定義 FPS 隔震系統於滑動速度為負( $\dot{x}_b^i < 0$ )之情況

下其誤差函數( $e_2$ )如下：

$$e_2 = \sum_j \left[ \ddot{x}_b^j - (\mu_{\max} - (\mu_{\max} - \mu_{\min})e^{-a|\dot{x}_b^j|}) \frac{W}{m_b} + \frac{W}{Rm_b} x_b^j - \ddot{u}_g^j \right]^2 \quad (3.35)$$

同樣地，最小化誤差  $e_2$  之系統物理參數( $\mu_{\max}$ 、 $\mu_{\min}$  與  $R$ ) 須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_2}{\partial (\mu_{\max} W / m_b)} = 0 \quad (3.36a)$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial (\mu_{\min} W / m_b)} = 0 \quad (3.36b)$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial(W/Rm_b)} = 0 \quad (3.36c)$$

另外，由於隔震系統受擾動作用產生往復運動過程中，將會包含  $\dot{x}_b > 0$  與  $\dot{x}_b < 0$  兩種情況，因此，針對整個運動過程定義一總誤差函數  $e$  如下：

$$e = e_1 + e_2 \quad (3.37)$$

凡滿足總誤差函數  $e$  最小者所對應之隔震系統參數  $\mu$ 、 $R$ 、 $a$ 、 $c_1$  與  $k_1$  即為系統之最佳參數。至此即完成第一個迴圈之掃描搜尋。另外，上部結構之物理參數 ( $c_j$  與  $k_j$ ) 識別則可利用與 3.2.2 節之同樣方法求得。

前述推導結果係假設隔震系統支承壓力函數  $a$  為已知之情況下所得。事實上，因支承壓力函數  $a$  在進行識別分析之初並不知道，故分析時亦須針對  $a$  進行增量掃描搜尋，加上  $c_1$  與  $k_1$  共計需進行三層 (three-layered) 交錯的增量掃描搜尋，直到找出最佳參數為止。於第  $l$  次增量掃描計算過程中，支承壓力函數為  $a^l = a^{l-1} + \Delta a$ 。其中， $\Delta a = 1$ ， $a^0 = 0$ 。另外，由於由式 3.27(a)~(b) 的兩種不同條件下所識別出來之隔震系統參數會有出入，因此本文將取其平均值作為隔震系統之有效參數。茲歸納整個 FPS 隔震結構物理參數識別分析步驟如下：

**Step1**：假設 FPS 系統之支承壓力函數為  $a^l$ 。

**Step2**：假設上部結構一樓阻尼係數  $c_1$  與勁度  $k_1$  之初始值。並將其代入式 (3.27)，且固定係數  $c_1$  之情況下，針對係數  $k_1$  進行  $m$  次增量掃描搜尋計算。其中， $k_1^m = k_1^{m-1} + \Delta k_1^{(1)}$ ； $\Delta k_1^{(1)}$  為進行第一次迴圈增量掃描搜尋過程中所設定之勁度係數增量 (針對不同的結構系統，可能須考慮不同之  $\Delta k_1^{(1)}$ )。

**Step3(a)**：若考慮 FPS 系統為庫倫摩擦機制時，利用式 (3.30) 與式 (3.32)

可求得系統參數  $\mu$  與  $R$ 。並由式(3.37)計算出相對應之誤差函數  $e$  值。重複 Step2 與 Step3(a)直到完成設定之  $m$  次增量掃描搜尋，其中對應於誤差函數  $e$  之最小值者，即為暫訂之最佳系統參數。

**(b):** 若考慮 FPS 為摩卡摩擦機制時，配合承壓力函數為  $a^l$ ，利用式(3.34)與式(3.36)求得系統參數  $\mu_{\min}$ 、 $\mu_{\max}$  與  $R$ ，並由式(3.37)計算出相對應之誤差函數  $e$  值。重複 Step2 與 Step3(b)直到完成設定之  $m$  次增量掃描搜尋，其中對應於誤差函數  $e$  之最小值者，即為暫訂之最佳系統參數。

**Step4:** 將式(3.27)中之  $k_1$  固定為 Step3 所求得最佳系統參數，並針對係數  $c_1$  進行  $n$  次增量掃描搜尋計算。其中， $c_1^n = c_1^{n-1} + \Delta c_1^{(l)}$ ； $\Delta c_1^{(l)}$  為進行第 1 次增量掃描搜尋過程中，所對應之阻尼係數增量(針對不同的結構系統，可能須考慮不同之  $\Delta c_1^{(l)}$ )。

**Step5(a):** 若考慮 FPS 系統為庫侖摩擦機制時，利用式(3.30)與式(3.32)求得系統參數  $\mu$  與  $R$ 。並由式(3.37)計算出相對應之誤差函數  $e$  值。重複 Step4 與 Step5(a)直到完成設定之  $n$  次增量掃描搜尋。其中對應於誤差函數  $e$  之最小值者，即為暫訂之最佳系統參數。

**(b):** 若考慮 FPS 為摩卡摩擦機制時，配合承壓力函數為  $a^l$ ，利用式(3.34)與式(3.36)求得系統參數  $\mu_{\min}$ 、 $\mu_{\max}$  與  $R$ ，並由式(3.37)計算出相對應之誤差函數  $e$  值。重複 Step4 與 Step5(b)直到完成設定之  $n$  次增量掃描搜尋。其中對應於誤差函數  $e$  之最小值者，即為暫訂之最佳系統參數。

**Step6:** 令  $a^l = a^{l-1} + \Delta a$ 。其中， $\Delta a = 1$ ，重複 Step2 至 Step6 直到完成設

定之 $l$ 次增量掃描搜尋為止。此時，即完成第一迴圈之掃描搜尋。  
其中對應於誤差函數 $e$ 之最小值者，即為暫訂之最佳系統參數。

**Step7**：重複 Step2 至 Step7 直到完成設定之 $s$ 次迴圈之增量掃描搜尋計算為止。其中， $\Delta c_1^{(s)} = \Delta c_1^{(s-1)} / 10$  與  $\Delta k_1^{(s)} = \Delta k_1^{(s-1)} / 10$ 。

**Step8**：利用式(3.19)及式(3.22)即可求得第 $j$ 樓層之物理參數 $c_j$ 與 $k_j$ 。其中，系統參數 $c_{j-1}$ 與 $k_{j-1}$ 由前一步驟求得之結果代入。

經由上述之分析步驟即完成整個 FPS 隔震系統識別之過程。此時，隔震結構系統之所有物理參數( $a$ 、 $c_j$ 、 $k_j$ 、 $\mu$ (或 $\mu_{\min}$ 及 $\mu_{\max}$ )與 $R$ )皆可完全識別出來。



### 3.3.3 數值範例

為了示範前述識別方法之應用並驗證其可行性，茲針對一座五層樓隔震結構進行數值模擬分析。隔震結構之上部結構考慮為剪力屋架，隔震系統為 FPS，如圖 3.16 所示。隔震結構之物理參數歸納於表 3.3，而上部結構之主要週期為 0.65 秒。分析時，以 El Centro 地震波作為輸入擾動(圖 3.6)，並考慮地表尖峰加速度峰值(PGA)為 0.35g。

#### 3.3.3.1 庫侖摩擦機制 (Coulomb's Mechanism)

摩擦單擺支承考慮為庫侖摩擦機制，且其隔震週期為 2 秒( $R = 2m$ )、摩擦係數 $\mu = 0.1$ 。上部結構與基礎層受地震擾動下，數值模擬所產生之絕對加速度、相對速度與相對位移歷時反應分別如圖 3.17~3.19 所示。

### 1° 第一迴圈之掃描搜尋

識別時，首先假設一樓之阻尼係數  $c_1$  之初始值為零，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(1)} = 100000 \text{kgf/m}$  逐步假設  $k_1$  值進行分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.20 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 3000000 \text{kgf/m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 3000000 \text{kgf/m}$ ，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(1)} = 100 \text{kgf}\cdot\text{s/m}$  逐步假設  $c_1$  值進行分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.20 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 800 \text{kgf}\cdot\text{s/m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $\mu = 0.0989$ ， $R = 2.0053 \text{m}$ 。如此即完成第一圈之掃描搜尋。

### 2° 第二迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 800 \text{kgf}\cdot\text{s/m}$ ，並以  $k_1 = 3000000 - 3\Delta k_1^{(1)} = 2700000 \text{kgf/m}$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(2)} = \Delta k_1^{(1)} / 10 = 10000 \text{kgf/m}$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.21 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 3040000 \text{kgf/m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 3040000 \text{kgf/m}$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 800 - 3\Delta c_1^{(1)} = 500 \text{kgf}\cdot\text{s/m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(2)} = \Delta c_1^{(1)} / 10 = 10 \text{kgf}\cdot\text{s/m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.21 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 760 \text{kgf}\cdot\text{s/m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $\mu = 0.1001$ ， $R = 1.9994 \text{m}$ 。如此即完成第二圈之掃描搜尋。

### 3° 第三迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 760 \text{kgf}\cdot\text{s/m}$ ，並以  $k_1 = 3040000 - 3\Delta k_1^{(2)} = 3010000 \text{kgf/m}$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(3)} = \Delta k_1^{(2)} / 10 = 1000 \text{kgf/m}$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.22 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 3036000 \text{kgf/m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 3036000 \text{kgf/m}$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 760 - 3\Delta c_1^{(2)} = 730 \text{kgf}\cdot\text{s/m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量

$\Delta c_1^{(3)} = \Delta c_1^{(2)} / 10 = 1 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.22 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 765 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $\mu = 0.1000$ ， $R = 2.0000 \text{m}$ 。如此即完成第三圈之掃描搜尋。

#### 4° 第四迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 765 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$ ，並以  $k_1 = 3036000 - 3\Delta k_1^{(3)} = 3033000 \text{kgf} / \text{m}$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(4)} = \Delta k_1^{(3)} / 10 = 100 \text{kgf} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.23 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 3036000 \text{kgf} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 3036000 \text{kgf} / \text{m}$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 765 - 3\Delta c_1^{(3)} = 762 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(4)} = \Delta c_1^{(3)} / 10 = 0.1 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.23 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 765.3 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $\mu = 0.1000$ ， $R = 2.0000 \text{m}$ 。如此即完成第四圈之掃描搜尋。

#### 5° 第五迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 765.3 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$ ，並以  $k_1 = 3036000 - 3\Delta k_1^{(4)} = 3035700 \text{kgf} / \text{m}$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(5)} = \Delta k_1^{(4)} / 10 = 10 \text{kgf} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.24 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 3036000 \text{kgf} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 3036000 \text{kgf} / \text{m}$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 765.3 - 3\Delta c_1^{(4)} = 765 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(5)} = \Delta c_1^{(4)} / 10 = 0.01 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.24 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 765.29 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $\mu = 0.1000$ ， $R = 2.0000 \text{m}$ 。如此即完成第五圈之掃描搜尋。

隔震系統之物理參數經過五次迴圈掃描搜尋分析之識別結果歸納於表 3.4。其結果顯示，識別所得之參數與結構真值非常接近，驗證本識別方法能有效將隔震系統之物理參數識別出來。其後，利用識別出來之 $c_1$ 與 $k_1$ 代入式 (3.19) 聯立求解，求得二樓之參數 $c_2 = 725.26 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$ 與 $k_2 = 2836000 \text{kgf}/\text{m}$ 。再將 $c_2$ 與 $k_2$ 代入式 (3.22) 逐步往上求得結構各樓層之參數 $c_i$ 與 $k_i$ ，而上部結構各樓層識別所得之參數整理於表 3.5。其結果顯示，識別所得之結構各樓層阻尼與勁度皆與結構真值非常吻合，證明本物理參數識別方法，可有效識別庫侖摩擦機制之 FPS 隔震結構之系統參數。

### 3.3.3.2 摩卡摩擦機制 (Mokha's Mechanism)

隔震系統之上部結構考慮與 3.3.3.1 節相同之五層樓結構(表 3.3)，惟其摩擦單擺支承元件改考慮為摩卡摩擦機制，而其隔震週期仍維持 2 秒 ( $R = 2\text{m}$ )。另外，考慮此摩卡摩擦機制之最大與最小摩擦係數分別為 $\mu_{\max} = 0.1$ 與 $\mu_{\min} = 0.05$ 、支承壓力函數 $a = 10$ 。上部結構與基底層受地震擾動下，數值模擬所產生之絕對加速度、相對速度與相對位移歷時反應分別如圖 3.25~3.27 所示。

#### 1° 第一迴圈之掃描搜尋

識別時，首先假設 FPS 系統之支承壓力函數為 $a^l = a^{l-1} + \Delta a$ 。其中， $\Delta a = 1$ ， $a^0 = 0$ 與 $l = 20$ 。且配合每個承壓力函數 $a^l$ 假設上部結構一樓阻尼係數 $c_1$ 為零，並以勁度增量 $\Delta k_1^{(1)} = 10000 \text{kgf}/\text{m}$ 逐步假設 $k_1$ 值進行分析。分析結果顯示當 $k_1 = 3000000 \text{kgf}/\text{m}$ 時，將使誤差函數 $e$ 為最小，而 $k_1$ 與誤差函數 $e$ 之關係曲線如圖 3.28 所示。接著固定 $k_1 = 3000000 \text{kgf}/\text{m}$ ，並以阻尼係數增量 $\Delta c_1^{(1)} = 100 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$ 逐步假設 $c_1$ 值進行分析。 $c_1$ 與誤差函數 $e$ 之關係

曲線如圖 3.28 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 900 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $a = 10$ 、 $\mu_{\max} = 0.0989$ 、 $\mu_{\min} = 0.0494$  與  $R = 2.0141 \text{m}$ 。如此即完成第一圈之掃描搜尋。

## 2° 第二迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 900 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$ ，並以  $k_1 = 3000000 - 3\Delta k_1^{(1)} = 2700000 \text{kgf}/\text{m}$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(2)} = \Delta k_1^{(1)} / 10 = 10000 \text{kgf}/\text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.29 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 3030000 \text{kgf}/\text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 3030000 \text{kgf}/\text{m}$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 900 - 4\Delta c_1^{(1)} = 500 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(2)} = \Delta c_1^{(1)} / 10 = 10 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.29 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 800 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $a = 10$ 、 $\mu_{\max} = 0.0998$ 、 $\mu_{\min} = 0.0499$  與  $R = 2.0025 \text{m}$ 。如此即完成第二圈之掃描搜尋。

## 3° 第三迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 800 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$ ，並以  $k_1 = 3030000 - 3\Delta k_1^{(2)} = 3000000 \text{kgf}/\text{m}$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(3)} = \Delta k_1^{(2)} / 10 = 1000 \text{kgf}/\text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.30 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 3036000 \text{kgf}/\text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 3036000 \text{kgf}/\text{m}$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 800 - 4\Delta c_1^{(2)} = 760 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(3)} = \Delta c_1^{(2)} / 10 = 1 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.30 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 765 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $a = 10$ 、 $\mu_{\max} = 0.1000$ 、 $\mu_{\min} = 0.0500$  與  $R = 2.0000 \text{m}$ 。如此即完成第三圈之掃描搜尋。

#### 4° 第四迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 765 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$ ，並以  $k_1 = 3036000 - 3\Delta k_1^{(3)} = 3033000 \text{kgf} / \text{m}$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(4)} = \Delta k_1^{(3)} / 10 = 100 \text{kgf} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.31 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 3036000 \text{kgf} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 3036000 \text{kgf} / \text{m}$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 765 - 4\Delta c_1^{(3)} = 761 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(4)} = \Delta c_1^{(3)} / 10 = 0.1 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.31 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 765.3 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $a = 10$ 、 $\mu_{\max} = 0.1000$ 、 $\mu_{\min} = 0.0500$  與  $R = 2.0000 \text{m}$ 。如此即完成第四圈之掃描搜尋。

#### 5° 第五迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 765.3 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$ ，並以  $k_1 = 3036000 - 3\Delta k_1^{(4)} = 3035700 \text{kgf} / \text{m}$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(5)} = \Delta k_1^{(4)} / 10 = 10 \text{kgf} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.32 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 3036000 \text{kgf} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 3036000 \text{kgf} / \text{m}$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 765 - 4\Delta c_1^{(4)} = 764.9 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(5)} = \Delta c_1^{(4)} / 10 = 0.01 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.32 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 765.29 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $a = 10$ 、 $\mu_{\max} = 0.1000$ 、 $\mu_{\min} = 0.0500$  與  $R = 2.0000 \text{m}$ 。如此即完成第五圈之掃描搜尋。

隔震系統之物理參數經過五次迴圈掃描搜尋分析之識別結果歸納於表 3.6。其結果顯示，識別所得之參數與結構真值非常接近，驗證本識別方法能有效將隔震系統之物理參數識別出來。其後，利用識別出來之最佳係數  $c_1$  與  $k_1$  代入式 (3.19) 聯立求解，可求得二樓之參數  $c_2 = 725.26 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$

與  $k_2 = 2836000 \text{kgff/m}$ 。再將  $c_2$  與  $k_2$  代入式(3.22)逐步往上求得結構各樓層之參數  $c_i$  與  $k_i$ ，而上部結構各樓層識別所得之參數整理於表 3.7。其結果顯示，識別所得之結構各樓層阻尼與勁度皆與結構真值非常吻合，證明本物理參數識別方法，可有效識別摩卡摩擦機制之 FPS 隔震結構之系統參數。

### 3.3.4 FPS 隔震結構物理參數識別之試驗驗證

針對一基礎裝設 FPS 隔震系統之單層樓鋼構架(如圖 3.33)進行其物理參數識別。單層樓結構的樓高為 2.6m，總重量約為 1.85tf。利用交通大學土木結構實驗室之單軸向地震模擬振動台進行試驗，本試驗係選擇 El Centro 地震波作為輸入擾動，且為了配合振動台最大位移之限制，因此將 El Centro 地震波之時間間隔從原本之 0.02sec 壓縮為 0.01sec，圖 3.34 為試驗量測到之輸入擾動歷時。此外，試驗時分別於基礎層與一樓樓板裝設加速度規以量測基礎層與一樓樓板於地震擾動下之加速度反應。而結構各樓層之速度與位移反應則分別經由對加速度反應經基線修正積分一次與兩次而求得。基線修正係於積分時先將加速度歷時訊號進行快速傅立葉轉換(Fast Fourier Transform, FFT)得到加速度頻譜，再分別除以頻率的一次方與二次方得到速度及位移頻譜，並將 0.37Hz 以下之震波濾掉，再將速度及位移頻譜進行逆 FFT 轉換至時間域得速度及位移歷時。針對此單層樓隔震結構系統，吾人將分別利用庫侖摩擦機制與摩卡摩擦機制之識別模型進行識別，以期找出最能反映此隔震系統特性之物理參數。

#### (a) 庫侖摩擦模式 (Coulomb's Mechanism)

進行識別時，考慮進行三迴圈掃描搜尋( $s=3$ )。

### 1° 第一迴圈之掃描搜尋

識別時，首先假設一樓之阻尼係數  $c_1$  之初始值為零，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(1)} = 10000 \text{kgf}/m$  逐步假設  $k_1$  值進行分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.35 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 90000 \text{kgf}/m$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 90000 \text{kgf}/m$ ，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(1)} = 10 \text{kgf} \cdot s/m$  逐步假設  $c_1$  值進行分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.35 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 170 \text{kgf} \cdot s/m$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $\mu = 0.0965$ ， $R = 1.3015m$ 。如此即完成第一圈之掃描搜尋。

### 2° 第二迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 170 \text{kgf} \cdot s/m$ ，並以  $k_1 = 90000 - 3\Delta k_1^{(1)} = 60000 \text{kgf}/m$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(2)} = \Delta k_1^{(1)} / 10 = 1000 \text{kgf}/m$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.36 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 91000 \text{kgf}/m$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 91000 \text{kgf}/m$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 170 - 3\Delta c_1^{(1)} = 140 \text{kgf} \cdot s/m$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(2)} = \Delta c_1^{(1)} / 10 = 1 \text{kgf} \cdot s/m$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.36 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 169 \text{kgf} \cdot s/m$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $\mu = 0.0966$ ， $R = 1.3030m$ 。如此即完成第二圈之掃描搜尋。

### 3° 第三迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 169 \text{kgf} \cdot s/m$ ，並以  $k_1 = 91000 - 3\Delta k_1^{(2)} = 88000 \text{kgf}/m$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(3)} = \Delta k_1^{(2)} / 10 = 100 \text{kgf}/m$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.37 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 90700 \text{kgf}/m$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 90700 \text{kgf}/m$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 169 - 3\Delta c_1^{(2)} = 166 \text{kgf} \cdot s/m$  作為初始值，並以阻尼係數增量

$\Delta c_1^{(3)} = \Delta c_1^{(2)} / 10 = 0.1 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.37 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 169.4 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $\mu = 0.0965$ ， $R = 1.3025 \text{m}$ 。如此即完成第三圈之掃描搜尋。

隔震結構系統參數經由迭代識別之過程整理於表 3.8。其後，利用識別所得之系統參數進行數值模擬並與試驗量測結果進行比對，比對結果分別如圖 3.38~3.40 所示。結果顯示，模擬與試驗之結果於隔震結構系統之絕對加速度與相對速度方面，皆可有不錯之契合度。唯在系統相對位移方面，兩者反應誤差較大。圖 3.41 為識別與試驗之遲滯迴圈比較，其中，試驗之遲滯迴圈為透過一樓與基底所分別量測到之絕對加速度歷時訊號 ( $\ddot{x}_1 + \ddot{x}_b + \ddot{x}_g$ ) 與 ( $\ddot{x}_b + \ddot{x}_g$ )，求得系統之基底剪力 ( $V_b = m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_b + \ddot{x}_g) + m_b(\ddot{x}_b + \ddot{x}_g)$ )，並由基底剪力 ( $V_b$ ) 與隔震系統位移 ( $x_b$ ) 之關係推得。比較結果顯示，利用庫倫摩擦識別模型並無法完全掌握此隔震系統之動力特性。另外，利用式 (3.23) 可計算求得一樓與基礎層之加速度反應誤差指標  $EI_j$ ，歸納於表 3.8 所示。分析結果顯示，誤差指標  $EI_j$  隨著迭代迴圈數之增加而變小，顯示藉由多次迴圈掃描搜尋可使識別結果逐漸收斂。

## (b) 摩卡摩擦模式

本例進行識別時，將考慮進行四次迴圈之掃描搜尋 ( $s = 4$ )。

### 1° 第一迴圈之掃描搜尋

識別時，首先假設 FPS 系統之支承壓力函數為  $a^l = a^{l-1} + \Delta a$ 。其中，

$\Delta a = 1$ ， $a^0 = 0$  與  $l = 50$ 。令上部結構一樓阻尼係數  $c_1$  為零，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(1)} = 10000 \text{kgf}/m$  逐步假設  $k_1$  值進行分析。分析結果顯示當  $k_1 = 90000 \text{kgf}/m$  時，將使誤差函數  $e$  為最小，而  $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.42 所示。接著固定  $k_1 = 90000 \text{kgf}/m$ ，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(1)} = 100 \text{kgf} \cdot s/m$  逐步假設  $c_1$  值進行分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.42 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 100 \text{kgf} \cdot s/m$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $a = 39$ 、 $\mu_{\max} = 0.1167$ 、 $\mu_{\min} = 0.0552$  與  $R = 1.4906m$ 。如此即完成第一圈之掃描搜尋。

### 2° 第二迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 100 \text{kgf} \cdot s/m$ ，並以  $k_1 = 90000 - 3\Delta k_1^{(1)} = 60000 \text{kgf}/m$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(2)} = \Delta k_1^{(1)} / 10 = 1000 \text{kgf}/m$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.43 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 89000 \text{kgf}/m$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 89000 \text{kgf}/m$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 100 - 3\Delta c_1^{(1)} = -200 \text{kgf} \cdot s/m$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(2)} = \Delta c_1^{(1)} / 10 = 10 \text{kgf} \cdot s/m$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.43 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 90 \text{kgf} \cdot s/m$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $a = 39$ 、 $\mu_{\max} = 0.1167$ 、 $\mu_{\min} = 0.0549$  與  $R = 1.4885m$ 。如此即完成第二圈之掃描搜尋。

### 3° 第三迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 90 \text{kgf} \cdot s/m$ ，並以  $k_1 = 89000 - 3\Delta k_1^{(2)} = 86000 \text{kgf}/m$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(3)} = \Delta k_1^{(2)} / 10 = 100 \text{kgf}/m$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.44 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 89200 \text{kgf}/m$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 89200 \text{kgf}/m$ ，並以阻尼係數

$c_1 = 90 - 3\Delta c_1^{(2)} = 60 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(3)} = \Delta c_1^{(2)} / 10 = 1 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.44 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 87 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $a = 39$ 、 $\mu_{\max} = 0.1167$ 、 $\mu_{\min} = 0.0550$  與  $R = 1.4894 \text{m}$ 。如此即完成第三圈之掃描搜尋。

#### 4° 第四迴圈之掃描搜尋

固定  $c_1 = 87 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$ ，並以  $k_1 = 89200 - 3\Delta k_1^{(3)} = 88900 \text{kgf}/\text{m}$  作為初始值，並以勁度增量  $\Delta k_1^{(4)} = \Delta k_1^{(3)} / 10 = 10 \text{kgf}/\text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $k_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.45 所示。其結果顯示，當  $k_1 = 89150 \text{kgf}/\text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小。接著固定  $k_1 = 89150 \text{kgf}/\text{m}$ ，並以阻尼係數  $c_1 = 87 - 3\Delta c_1^{(3)} = 84 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  作為初始值，並以阻尼係數增量  $\Delta c_1^{(4)} = \Delta c_1^{(3)} / 10 = 0.1 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  逐步進行增量掃描分析。 $c_1$  與誤差函數  $e$  之關係曲線如圖 3.45 所示。其結果顯示，當  $c_1 = 87.3 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  時，誤差函數  $e$  為最小值。此時，對應之 FPS 系統物理參數分別為  $a = 39$ 、 $\mu_{\max} = 0.1167$ 、 $\mu_{\min} = 0.0550$  與  $R = 1.4892 \text{m}$ 。如此即完成第四圈之掃描搜尋。

隔震結構系統參數進行四次迴圈掃描搜尋之過程整理於表 3.9。圖 3.46~3.48 為利用識別所得之系統參數進行數值模擬並與試驗量測結果進行比對。結果顯示，模擬與試驗之結果於隔震結構系統之絕對加速度、相對速度與相對位移方面，皆有不錯之契合度。圖 3.49 為識別與量測之遲滯迴圈比較。比較結果顯示，利用摩卡摩擦機制識別所得之系統參數可確實掌握隔震層之位移，惟在隔震系統受震所提供之回復力上有些低估的情況。利用式(3.23)可分別算出一樓與基礎層於加速度反應誤差指標  $EI_j$ ，歸納於表 3.9。比較庫倫摩擦與摩卡摩擦兩機制之誤差指標( $EI_j$ )，可發現

摩卡摩擦機制之不論是基礎層或是一樓之  $EI$  皆較庫侖摩擦小，顯示利用摩卡摩擦機制所識別出之系統係數較庫侖摩擦機制來的準確。

### 3.4 剪力屋架之結構物理參數識別

前兩節有關隔震結構物理參數識別方法中，其上部結構均假設為剪力屋架，因此有關上部結構參數識別之部分，亦可直接應用於一般之非隔震剪力屋架系統之物理參數識別。茲考慮一  $N$  層樓剪力屋架之結構(圖 3.50)，其運動方程式可表示如下：

$$m_N \ddot{x}_N + c_N (\dot{x}_N - \dot{x}_{N-1}) + k_N (x_N - x_{N-1}) = -m_N \ddot{x}_g \quad (3.38a)$$

$$m_j \ddot{x}_j + c_j (\dot{x}_j - \dot{x}_{j-1}) + k_j (x_j - x_{j-1}) - c_{j+1} (\dot{x}_{j+1} - \dot{x}_j) - k_{j+1} (x_{j+1} - x_j) = -m_j \ddot{x}_g \quad j = 2 \sim N-1 \quad (3.38b)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1) = -m_1 \ddot{x}_g \quad (3.38c)$$

其中， $x_j$  為結構第  $j$  樓層相對於地表之位移； $m_j$  為結構第  $j$  樓層之質量； $c_j$  與  $k_j$  分別為結構第  $j$  樓層之阻尼係數與勁度； $\ddot{x}_g$  為地表數入擾動。式(3.38)

可以矩陣之型式表示如下：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{x}_g \quad (3.39)$$

其中，

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_N & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_{N-1} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_1 \end{bmatrix} \text{ 為 } N \times N \text{ 之質量矩陣；}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_N & -c_N & \cdots & 0 & 0 \\ -c_N & c_N + c_{N-1} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & c_3 + c_2 & -c_2 \\ 0 & 0 & \cdots & -c_2 & c_2 + c_1 \end{bmatrix} \quad \text{為 } N \times N \text{ 之阻尼矩陣；}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_N & -k_N & & 0 & 0 \\ -k_N & k_N + k_{N-1} & & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & & k_3 + k_2 & -k_2 \\ 0 & 0 & & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \quad \text{為 } N \times N \text{ 之勁度矩陣；}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_N \\ x_{N-1} \\ \vdots \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \quad \text{為 } N \times 1 \text{ 之樓層位移自由度向量；}$$

$$\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{為 } N \times 1 \text{ 之單位柱向量。}$$



吾人可根據式(3.38c)定義一輸出反應誤差函數( $e_1$ )如下所示：

$$e_1 = \left[ \ddot{x}_1 + \frac{c_1}{m_1} \dot{x}_1 + \frac{k_1}{m_1} x_1 - \frac{c_2}{m_1} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - \frac{k_2}{m_1} (x_2 - x_1) + \ddot{x}_g \right]^2 \quad (3.40)$$

若  $m_1$  為已知，則符合最小平方差之參數  $c_1$ 、 $k_1$ 、 $c_2$  與  $k_2$  須滿足下列之聯立方程式：

$$\frac{\partial e_1}{\partial (c_1 / m_1)} = 0 \quad (3.41a)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial (k_1 / m_1)} = 0 \quad (3.41b)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial(c_2/m_1)} = 0 \quad (3.41c)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial(k_2/m_1)} = 0 \quad (3.41d)$$

同樣地，可根據式(3.38b)定義第  $j$  樓層之輸出反應誤差函數( $e_j$ )如下所示：

$$e_j = \left[ \ddot{x}_j + \frac{c_j}{m_j}(\dot{x}_j - \dot{x}_{j-1}) + \frac{k_j}{m_j}(x_j - x_{j-1}) - \frac{c_{j+1}}{m_j}(\dot{x}_{j+1} - \dot{x}_j) + \frac{k_{j+1}}{m_j}(x_{j+1} - x_j) + \ddot{x}_g \right]^2$$

$$j = 2 \sim N-1 \quad (3.42)$$

由於，系統參數  $c_j$  與  $k_j$  已由前一步驟識別求出，因此式(3.42)中之未知數僅剩  $c_{j+1}$  與  $k_{j+1}$ ，故將式(3.42)分別針對  $c_{j+1}/m_j$  與  $k_{j+1}/m_j$  進行偏微分，可得結構系統第  $j$  樓層之識別條件式如下：

$$\frac{\partial e_j}{\partial(c_{j+1}/m_j)} = 0, j = 2 \sim N-1 \quad (3.43a)$$

$$\frac{\partial e_j}{\partial(k_{j+1}/m_j)} = 0, j = 2 \sim N-1 \quad (3.43b)$$

經由上述求解過程，整個剪力屋架系統之結構物理參數( $c_j$  與  $k_j$ )即可識別出來。

### 3.4.1 數值範例

茲針對一五層樓剪力屋架結構(如圖 3.51)進行模擬分析。結構各樓層之質量、阻尼係數與勁度分別考慮為：

$$[m_1 \quad m_2 \quad m_3 \quad m_4 \quad m_5] = [200 \quad 200 \quad 150 \quad 150 \quad 100] \text{kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$[c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5] = [53.16 \ 60.21 \ 55.32 \ 45.21 \ 40.11] \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$$

$$[k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_5] = [25435 \ 21300 \ 19300 \ 15980 \ 10730] \text{kgf}/\text{m}$$

現以地震波 **El Centro** 作為輸入擾動，並考慮地震波之尖峰地表加速度(PGA)=0.35g 進行分析，地震波歷時如圖 3.6 所示。各樓層之絕對加速度、速度與位移反應歷時分別如圖 3.52~3.54 所示。

進行識別時，假設一樓質量  $m_1$  為已知之情況，分別將結構加速度、速度與位移等動態反應代入式(3.40)，並利用求解式(3.41)之聯立條件式，即可求得結構一樓與二樓之物理參數。包括  $c_1 = 53.16 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$ 、 $k_1 = 25435 \text{kgf}/\text{m}$ 、 $c_2 = 60.21 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  與  $k_2 = 21300 \text{kgf}/\text{m}$ 。再將已求得之係數  $c_2$  與  $k_2$  代入式(3.42)，並利用式(3.43)之聯立關係，即可求得三樓之物理參數  $c_3 = 55.32 \text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}$  與  $k_3 = 19300 \text{kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}$ 。重複前述分析步驟，即可求得結構各樓層之物理參數，結果歸納於表 3.10。其結果顯示，識別所得之結構各樓層阻尼與勁度皆與理論值完全吻合，證明此識別方法應用於剪力屋架結構之可行性。

### 3.4.2 振動台試驗驗證

為了驗證剪力屋架參數之識別方法用於現實情況之可行性，吾人將針對一五層樓之鋼構架(如圖 2.1)進行參數之識別，該鋼構模型之系統參數如表 2.1 所示。利用交通大學土木結構實驗室之單軸向地震模擬振動台進行試驗。本試驗係選擇 **El Centro** 地震波作為輸入擾動，且為了配合振動台最大位移之限制，因此將 **El Centro** 地震波之時間間隔從原本之 0.02sec 壓縮為 0.01sec。地震作用下各樓層量測之絕對加速度反應如圖 3.55 所示。結構各樓層之速度與位移反應則分別經由對加速度反應經基線修正積

分一次與兩次而得。基線修正係於積分時先將加速度歷時訊號進行 FFT 得到加速度頻譜，再分別除以頻率的一次方與二次方得到速度及位移頻譜，並將 0.4Hz 以下之震波濾掉，再將速度及位移頻譜進行逆 FFT 轉換至時域而得速度及位移歷時。而經由積分所得之結構各樓層速度與位移反應分別如圖 3.56 與圖 3.57 所示。

結構各樓層質量  $m_i$  係經由斷面尺寸及材料估算而得(如表 2.1)。配合加速規所量測之各樓層之絕對加速度反應( $\ddot{x}_i + \ddot{x}_g$ )、各樓層之速度反應( $\dot{x}_i$ ，由樓層加速度( $\ddot{x}_i$ )對時間積分一次所得)、各樓層之位移反應( $x_i$ ，由樓層加速度( $\ddot{x}_i$ )對時間積分兩次所得)及輸入擾動( $\ddot{x}_g$ )等已知反應，將可利用結構物理參數識別法進行五層樓鋼結構之參數識別。結構各樓層之阻尼與勁度之識別結果歸納於表 3.11。識別結果顯示，除了二樓與五樓之阻尼係數識別結果為負值外，二樓、三樓與四樓之勁度識別結果亦呈顯負值，顯然並不合理。造成此一現象之原因，應為此五層樓鋼構模型之動力行為特性並非剪力屋架，假設模式不正確造成分析結果之不合理。因此，下一節將發展適用於非剪力屋架系統之物理參數識別方法。

### 3.5 非剪力屋架之結構物理參數識別

由於真實結構系統多無法利用簡化之剪力屋架模式反映其動力行為，因此，本節將發展非剪力屋架結構之參數識別模型。考慮一 N 層樓之非剪力屋架結構，如圖 3.58 所示，其運動方程式如下：

$$m_j(\ddot{x}_j + \ddot{x}_g) + \sum_{i=1}^N (c_{j,i}\dot{x}_i + k_{j,i}x_i) = 0 \quad j = 1 \sim N \quad (3.44)$$

其中， $x_j$  為結構第  $j$  樓層相對於地表之位移； $m_j$  為結構第  $j$  樓層之質量； $c_{j,i}$  與  $k_{j,i}$  分別為結構第  $j$  樓層與第  $i$  樓層互制之阻尼係數與勁度； $\ddot{x}_g$  為地表輸入擾動。另外，式(3.44)可以矩陣之型式表示如下：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{x}_g \quad (3.45)$$

其中，

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_N & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_{N-1} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_1 \end{bmatrix} \text{ 為 } N \times N \text{ 之質量矩陣；}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{N,N} & c_{N,N-1} & \cdots & \cdots & c_{N,1} \\ c_{N-1,N} & c_{N-1,N-1} & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & c_{22} & c_{21} \\ c_{1,N} & \cdots & \cdots & c_{12} & c_{11} \end{bmatrix} \text{ 為 } N \times N \text{ 之阻尼矩陣；}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{N,N} & k_{N,N-1} & \cdots & \cdots & k_{N,1} \\ k_{N-1,N} & k_{N-1,N-1} & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & k_{22} & k_{21} \\ k_{1,N} & \cdots & \cdots & k_{12} & k_{11} \end{bmatrix} \text{ 為 } N \times N \text{ 之勁度矩陣；}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_N \\ x_{N-1} \\ \vdots \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \text{ 為 } N \times 1 \text{ 之樓層位移柱向量；}$$

$\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  為  $N \times 1$  之單位柱向量。

吾人可根據式(3.44)定義一樓( $j=1$ )之輸出反應誤差函數( $e_1$ )如下所示:

$$e_1 = \left[ (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_g) + \sum_{i=1}^N \frac{c_{1,i}}{m_1} \dot{x}_i + \frac{k_{1,i}}{m_1} x_i \right]^2 \quad (3.46)$$

若  $m_1$  為已知, 則符合最小平方差之參數  $c_{1,j}$  與  $k_{1,j}$  須滿足下列之聯立方程式:

$$\frac{\partial e_1}{\partial (c_{1,i} / m_1)} = 0, \quad i = 1 \sim N \quad (3.47a)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial (k_{1,i} / m_j)} = 0, \quad i = 1 \sim N \quad (3.47b)$$

同樣地, 可根據式(3.44)定義第  $j$  樓層之輸出反應誤差函數( $e_j$ )如下所示:

$$e_j = \left[ (\ddot{x}_j + \ddot{x}_g) + \sum_{i=1}^N \frac{c_{j,i}}{m_j} \dot{x}_i + \frac{k_{j,i}}{m_j} x_i \right]^2 \quad (3.48)$$

考慮系統阻尼矩陣與勁度矩陣之對稱性, 故分析時利用  $c_{j,1} = c_{1,j}$  與  $k_{j,1} = k_{1,j}$  之特性, 將前一步驟識別求出之參數  $c_{1,j}$  與  $k_{1,j}$  代入式(3.48)。當  $m_j$ 、 $c_{j,1}$  與  $k_{j,1}$  為已知時, 第  $j$  樓層之最小化誤差  $e_j$  之系統物理參數( $c_{j,i}$  與  $k_{j,i}$ )須滿足下列之聯立方程式:

$$\frac{\partial e_j}{\partial (c_{j,i} / m_j)} = 0, \quad i = 2 \sim N \quad (3.49a)$$

$$\frac{\partial e_j}{\partial(k_{j,i}/m_j)} = 0, \quad i = 2 \sim N \quad (3.49b)$$

經由上述求解過程，整個非剪力屋架系統之結構物理參數( $c_{j,i}$ 與 $k_{j,i}$ )即可識別出來。

### 3.5.1 數值範例

茲針對一五層樓非剪力屋架結構進行模擬分析。結構各樓層之質量、阻尼與勁度係數分別考慮為：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 82.03 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 84.32 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 84.32 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 84.32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 84.68 \end{bmatrix} \quad (kgf \cdot s^2 / m)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 19.6000 & -11.5439 & 6.3275 & -0.7933 & -3.7045 \\ -11.5439 & 23.6687 & -9.4964 & 0.4158 & 0.1221 \\ 6.3275 & -9.4964 & 20.2593 & -15.0455 & 2.7681 \\ -0.7933 & 0.4158 & -15.0455 & 29.3728 & -8.0483 \\ -3.7045 & 0.1221 & 2.7681 & -8.0483 & 11.3290 \end{bmatrix} \quad (kgf \cdot s / m)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 225920 & -136860 & 21330 & -26490 & 5580 \\ -136860 & 225960 & -116420 & 4750 & 10950 \\ 21330 & -116420 & 234640 & -149460 & -2720 \\ -26490 & 4750 & -149460 & 296660 & -121270 \\ 5580 & 10950 & -2720 & -121270 & 112000 \end{bmatrix} \quad (kgf / m)$$

現以地震波 **El Centro** 作為輸入擾動，並考慮地震波之尖峰地表加速度(PGA)=0.35g 進行分析，地震波歷時如圖 3.6 所示。各樓層之絕對加速度、速度與位移反應歷時分別如圖 3.59~3.61 所示。

進行識別時，假設一樓質量  $m_1$  為已知之情況，分別將結構加速度、速

度與位移等動態反應代入式(3.46)，並利用求解式(3.47)之聯立條件式，即可求得結構一樓相關之阻尼係數 $c_{1,i}$ 與勁度 $k_{1,i}$ 如下：

$$c_{1,i} = [-3.7066 \quad 0.1251 \quad 2.7637 \quad -8.0435 \quad 11.3280] \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$$

$$k_{1,i} = [5580 \quad 10950 \quad -2720 \quad -121270 \quad 112000] \text{kgf} / \text{m}$$

其後，由於係數 $c_{2,1} = c_{1,2}$ 與 $k_{2,1} = k_{1,2}$ ，因此將 $c_{1,2} = -8.0436 \text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}$ 與 $k_{1,2} = -121270 \text{kgf} / \text{m}$ 分別代入式(3.49)之聯立方程求解，則可求得結構二樓相關阻尼係數 $c_{2,i}$ 與勁度系統 $k_{2,i}$ 。同樣地，利用系統參數具有 $c_{j,1} = c_{1,j}$ 與 $k_{j,1} = k_{1,j}$ 之對稱特性，將 $c_{1,j}$ 與 $k_{1,j}$ 分別代入式(3.49)之聯立方程求解，則可求得結構 $j$ 層樓之全部阻尼係數 $c_{j,i}$ 與勁度系統 $k_{j,i}$ 。識別結果歸納於表3.12。識別結果與理論值之吻合程度相當高，證明此識別方法應用於一般非剪力屋架結構之可行性。

### 3.5.2 振動台試驗驗證

為了驗證非剪力屋架參數之識別方法用於實際情況之可行性，吾人將針對一五層樓之鋼構架(如圖 2.1)進行其動力參數之識別(鋼構模型之系統參數如表 2.1 所示)，利用交通大學土木結構實驗室之單軸向地震模擬振動台進行試驗。本試驗係選擇 El Centro 地震波作為輸入擾動，結構於地震作用下各樓之絕對加速度反應如圖 3.55 所示。結構各樓層之速度與位移反應則分別經由對加速度反應經基線修正積分一次與兩次而得。基線修正係於積分時先將加速度歷時訊號進行 FFT 得到加速度頻譜，再分別除以頻率的一次方與二次方得到速度及位移頻譜，並將 0.4Hz 以下之震波濾掉，再

將速度及位移頻譜進行逆 FFT 轉換至時域而得速度及位移歷時。速度與位移歷時曲線分別如圖 3.56 與圖 3.57 所示。

結構各樓層質量  $m_i$  係經由估算而得(如表 2.1)。配合加速規所量測之各樓層之絕對加速度反應( $\ddot{x}_i + \ddot{x}_g$ )、各樓層之速度反應( $\dot{x}_i$ ，由樓層加速度  $\ddot{x}_i$  對時間積分一次所得)、各樓層之位移反應( $x_i$ ，由樓層加速度  $\ddot{x}_i$  對時間積分兩次所得)及輸入擾動( $\ddot{x}_g$ )等已知反應，將可利用結構物理參數識別法進行五層樓鋼結構之參數識別。識別所得之結果歸納於表 3.13。分析結果顯示，識別所得之阻尼  $C$  與勁度  $K$  矩陣皆呈現不完全對稱之現象。其原因可能為數值積分中引進了誤差及量測訊號中有雜訊存在，或者結構在平面不對稱的情況而造成阻尼與勁度矩陣之不對稱性。

圖 3.62 為利用此識別所得參數(表 3.13)模擬預測結構各樓層之加速度反應歷時，並將其與試驗量測結果進行比對。結果顯示，模擬預測與試驗量測之結果契合度相當高。另外，利用式(3.23)可計算求得各樓層之誤差指標( $EI_j$ )如下：

$$EI_j = [0.6783 \quad 0.4652 \quad 0.5691 \quad 0.8644 \quad 1.003]^T$$

此外，利用第二章之 ARX 模型針對此五層樓鋼構所識別求得之系統參數，計算其誤差指標( $EI_j^{ARX}$ )可得：

$$EI_j^{ARX} = [0.8384 \quad 0.6018 \quad 0.6838 \quad 1.0993 \quad 1.0323]^T$$

比較兩種不同識別方法所分別得到之誤差指標值  $EI_j$  與  $EI_j^{ARX}$  可知，利用非剪力屋架結構系統物理參數識別模型所識別求得之反應誤差指標較 ARX 模型為低，顯示其識別預測之結構反應較 ARX 模型更接近試驗量測

之反應。

為了驗證識別所得之參數能有效地反應結構之動力行為，本文進一步以識別所得之參數(表 3.13)預測結構於 Kobe 地震(圖 3.63(a))與 Hachinohe 地震(圖 3.63(b))擾動下之各樓層加速度反應，並將其與試驗量測結果進行比較，分別如圖 3.64~3.65 所示。其結果顯示，於兩組不同地震擾動下，預測結果與量測值均十分契合，顯示由識別所得之阻尼與勁度係數能準確地反映出此五層樓鋼結構之動力反應。

### 3.5.3 小結

本節所發展之非剪力屋架結構物理參數識別方法，其概念主要是透過輸出反應誤差函數( $e$ )以求得物理參數 $c_i$ 與 $k_i$ ，再據以求出上部結構之勁度與阻尼係數。本物理參數識別方法之特徵與應用條件如下：

- 每一樓層之質量須為已知。
- 須提供每一樓層之位移、速度、加速度及地表加速度等歷時反應資料進行識別分析。因一般結構物大都只量測加速度歷時訊號，故各樓層之速度與位移反應則可分別經由對加速度反應積分一次與兩次而得。但由於數值積分之結果會有誤差，故積分時需考慮基線修正以避免誤差累積造成反應之偏移。
- 基線修正係於積分時先將加速度歷時訊號進行 FFT 得到加速度頻譜，再分別除以頻率的一次方與二次方得到速度及位移頻譜，並將低頻之震波濾掉，再將速度及位移頻譜進行逆 FFT 轉換至時域而得速度及位移歷時。
- 識別所得之勁度與阻尼矩陣由於計算誤差之關係會呈現不對稱之

情形。其原因可能為數值積分中引進了誤差及量測訊號中有雜訊存在，或者結構在平面不對稱的情況而造成阻尼與勁度矩陣之不對稱性



表 3.1(a) LRB 隔震結構基礎層之物理參數(數值範例)

Floor <i>i</i>	$m_b$ ( <i>tf</i> )	$c_b$ ( <i>kN·s/m</i> )	$k_{eb}$ ( <i>kN/m</i> )	$k_{yb}$ ( <i>kN/m</i> )	$F_y$ ( <i>kN</i> )	$D$ ( <i>cm</i> )
Base	60	146	44145	6867	245.25	0.55

表 3.1(b) LRB 隔震結構上部結構之物理參數(數值範例)

Floor <i>i</i>	$m_i$ ( <i>tf</i> )	$c_i$ ( <i>kN·s/m</i> )	$k_i$ ( <i>kN/m</i> )
1	60	321	168060
2	60	321	168060
3	60	321	168060

表 3.2(a) LRB 隔震系統基礎層之物理參數識別結果(數值範例)

Iterative cycle	Base					
	$c_b$ ( $kN \cdot s/m$ )	$F_y$ ( $kN$ )	$k_{yb}$ ( $kN/m$ )	$k_{eb}$ ( $kN/m$ )	$D$ ( $cm$ )	EI
1	149	247.21	6928	44538	0.56	0.36
2	147	244.81	6882	44120	0.55	0.05
3	147	244.81	6882	44120	0.55	0.02
True value	146	245.25	6867	44145	0.55	----

表 3.2(b) LRB 隔震系統上部結構之物理參數識別結果(數值範例)

Iterative cycle	1F			2F			3F		
	$c_1$ ( $kN \cdot s/m$ )	$k_1$ ( $kN/m$ )	EI	$c_2$ ( $kN \cdot s/m$ )	$k_2$ ( $kN/m$ )	EI	$c_3$ ( $kN \cdot s/m$ )	$k_3$ ( $kN/m$ )	EI
1	340.0	170000	0.20	353.1	142590	0.12	398.5	133750	0.28
2	323.0	168000	0.03	320.6	165200	0.02	321.5	164170	0.04
3	322.8	168000	0.01	331.2	167470	0.01	310.9	167350	0.01
True value	321.0	168060	----	321.0	168060	----	321.0	168060	----

表 3.3 隔震結構系統之上部結構物理參數(數值範例)

Floor <i>i</i>	$m_i$ ( <i>kgf · s<sup>2</sup> / m</i> )	$c_i$ ( <i>kgf · s / m</i> )	$k_i$ ( <i>kgf / m</i> )
1	2000	765.29	303600
2	2000	725.29	283600
3	2000	715.29	243600
4	2000	705.29	233600
5	2000	705.29	203600
Base	1559	0	56697

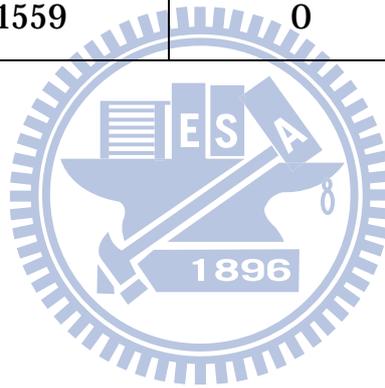


表 3.4 庫侖摩擦機制之隔震系統基礎層物理參數識別結果(數值範例)

Iterative cycle	$\mu$	$R$ ( m )	$c_1$ ( kgf · s / m )	$k_1$ ( kgf / m )
1	0.0989	2.0053	800.00	3000000
2	0.1001	1.9994	760.00	3040000
3	0.1000	2.000	765.00	3036000
4	0.1000	2.000	765.30	3036000
5	0.1000	2.000	765.29	3036000
True value	0.1000	2.000	765.29	3036000

表 3.5 庫侖摩擦機制之隔震系統上部結構物理參數識別結果(數值範例)

Floor $i$	$c_i$ ( kgf · s / m )		$k_i$ ( kgf / m )	
	True	Identified	True	Identified
1	765.29	765.29	3036000	3036000
2	725.29	725.26	2836000	2836000
3	715.29	715.26	2436000	2436000
4	705.29	705.25	2336000	2336000
5	705.29	705.26	2036000	2036000

表 3.6 摩卡摩擦機制之隔震系統基礎層物理參數識別結果(數值範例)

Iterative cycle	$\mu_{\max}$	$\mu_{\min}$	$R$ ( $m$ )	$c_1$ ( $kgf \cdot s / m$ )	$k_1$ ( $kgf / m$ )
1	0.0989	0.0494	2.0141	900.00	3000000
2	0.0998	0.0499	2.0025	800.00	3030000
3	0.1000	0.0500	2.0000	765.00	3036000
4	0.1000	0.0500	2.0000	765.30	3036000
5	0.1000	0.0500	2.0000	765.29	3036000
True value	0.1000	0.0500	2.0000	765.29	3036000



表 3.7 摩卡摩擦機制之隔震系統上部結構參數識別結果(數值範例)

Floor $i$	$c_i$ ( $kgf \cdot s / m$ )		$k_i$ ( $kgf / m$ )	
	True	Identified	True	Identified
1	765.29	765.29	3036000	3036000
2	725.29	725.26	2836000	2836000
3	715.29	715.25	2436000	2436000
4	705.29	705.25	2336000	2336000
5	705.29	705.26	2036000	2036000

表 3.8 庫侖摩擦機制之隔震系統物理參數識別結果(振動台試驗)

Iterative cycle	Base			1F		
	$\mu$	$R$ ( m )	EI	$c_1$ ( kgf · s / m )	$k_1$ ( kgf / m )	EI
1	0.0965	1.3015	0.53	170.00	90000	0.64
2	0.0966	1.3030	0.53	169.00	91000	0.62
3	0.0965	1.3025	0.53	169.40	90700	0.62

表 3.9 摩卡摩擦機制之隔震系統物理參數識別結果(振動台試驗)

Iterative cycle	Base				1F		
	$\mu_{\max}$	$\mu_{\min}$	$R$ ( m )	EI	$c_1$ ( kgf · s / m )	$k_1$ ( kgf / m )	EI
1	0.1167	0.0552	1.4906	0.42	100	90000	0.64
2	0.1167	0.0549	1.4885	0.41	90	89000	0.63
3	0.1167	0.0550	1.4894	0.41	87	89200	0.63
4	0.1167	0.0550	1.4892	0.41	87.3	89150	0.63

表 3.10 五層樓結構以剪力屋架模式之識別結果(數值模擬)

Floor <i>i</i>	$c_i$ ( $kgf \cdot s / m$ )		$k_i$ ( $kgf / m$ )	
	True	Identified	True	Identified
1	53.16	53.16	25435	25435
2	60.21	60.21	21300	21300
3	55.32	55.32	19300	19300
4	45.21	45.21	15980	15980
5	40.11	40.11	10730	10730

表 3.11 五層樓鋼構以剪力屋架模式之識別結果(振動台試驗)

Floor <i>i</i>	$c_i$ ( $kgf \cdot s / m$ )	$k_i$ ( $kgf / m$ )
1F	171.53	5506.2
2F	-33.107	-2205.9
3F	428.31	-23213
4F	113.44	-23761
5F	-5457	10644

表 3.12 五層樓結構以非剪力屋架模式之識別結果(數值模擬)

<b>Identified Damping Matrix</b>					
$\mathbf{C} =$	$\begin{bmatrix} 19.5980 & -11.5420 & 6.3227 & -0.7871 & -3.7066 \\ -11.5420 & 23.6660 & -9.4902 & 0.4074 & 0.1251 \\ 6.3217 & -9.4886 & 20.2470 & -15.0320 & 2.7637 \\ -0.7888 & 0.4057 & -15.031 & 29.3570 & -8.0435 \\ -3.7066 & 0.1251 & 2.7637 & -8.0435 & 11.3280 \end{bmatrix}$	$(kgf \cdot s / m)$			
<b>Identified Stiffness Matrix</b>					
$\mathbf{K} =$	$\begin{bmatrix} 225920 & -136860 & 21330 & -26490 & 5580 \\ -136860 & 225960 & -116420 & 4750 & 10950 \\ 21330 & -116420 & 234640 & -149460 & -2720 \\ -26490 & 4750 & -149460 & 296660 & -121270 \\ 5580 & 10950 & -2720 & -121270 & 112000 \end{bmatrix}$	$(kgf / m)$			

表 3.13 五層樓鋼構以非剪力屋架模式之識別結果(振動台試驗)

<b>Identified Damping Matrix</b>					
$\mathbf{C} =$	$\begin{bmatrix} -32.336 & 2.113 & 213.360 & -217.990 & 109.890 \\ -166.830 & 429.930 & -680.110 & 543.590 & -285.580 \\ -521.020 & 770.270 & -260.840 & -538.510 & 568.580 \\ -10.5150 & 160.950 & -666.840 & 978.190 & -683.520 \\ 109.890 & -285.580 & 568.580 & -683.520 & 477.440 \end{bmatrix}$	$(kgf \cdot s / m)$			
<b>Identified Stiffness Matrix</b>					
$\mathbf{K} =$	$\begin{bmatrix} 35068 & -7252 & -440 & -35097 & 1819.4 \\ 1060 & 14793 & 3310 & -6079 & -21214 \\ -16659 & 9938 & 6415 & 12514 & -1748 \\ -16225 & -6741 & 293 & 43353 & 1917 \\ 1819 & -21214 & -1748 & 1917 & 60227 \end{bmatrix}$	$(kgf / m)$			

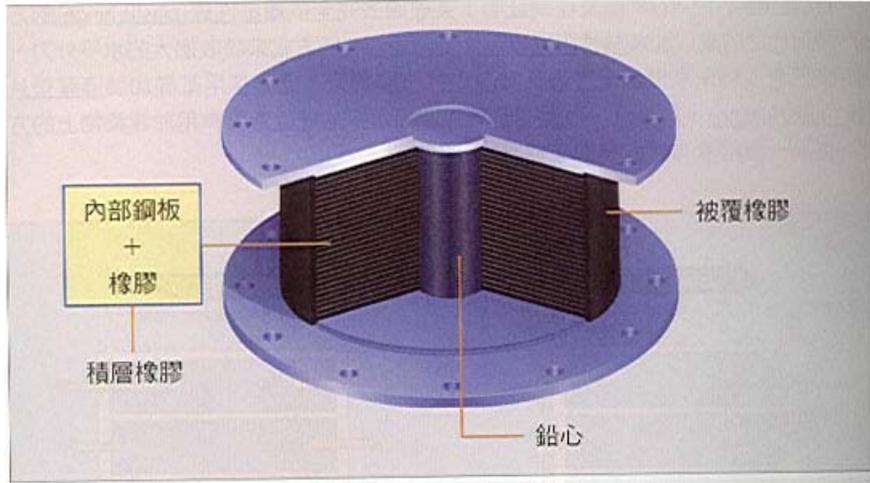


圖 3.1 鉛心橡膠支承元件 (LRB)

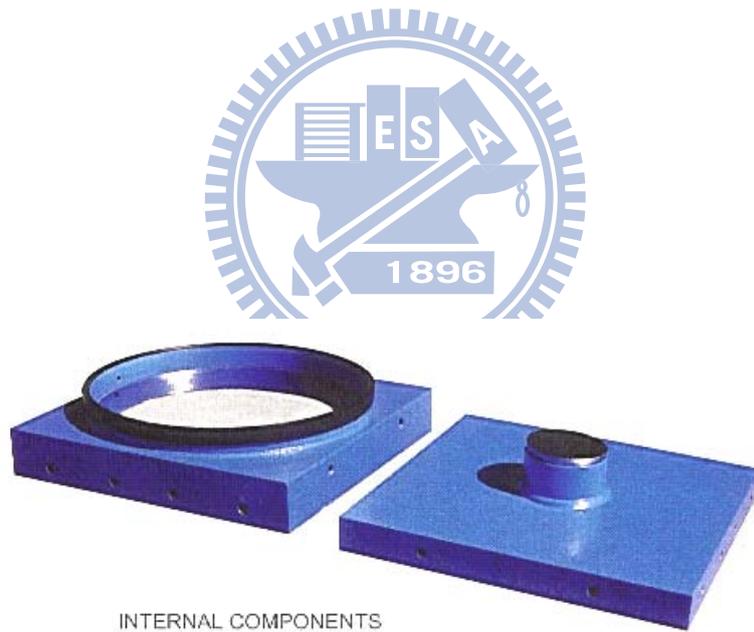


圖 3.2 摩擦單擺支承 (FPS)

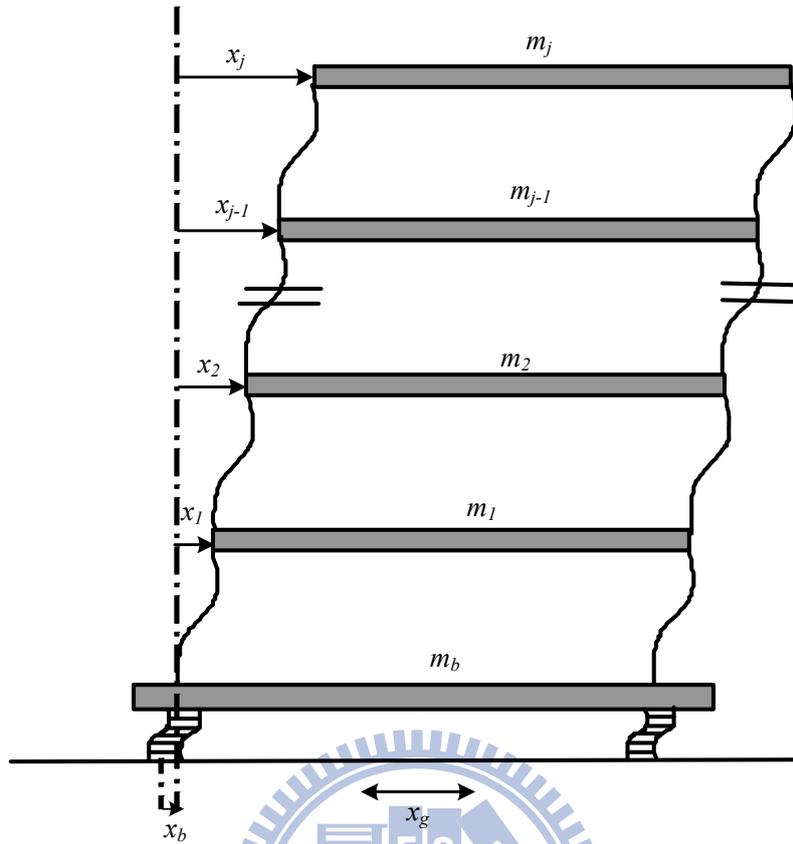


圖 3.3 LRB 隔震結構

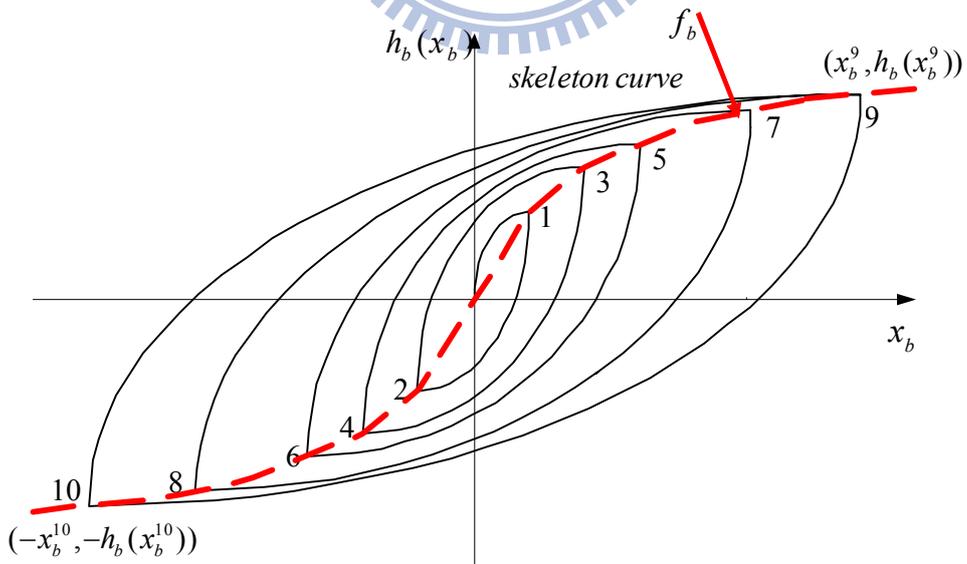


圖 3.4 遲滯力與背骨曲線關係之梅新準則

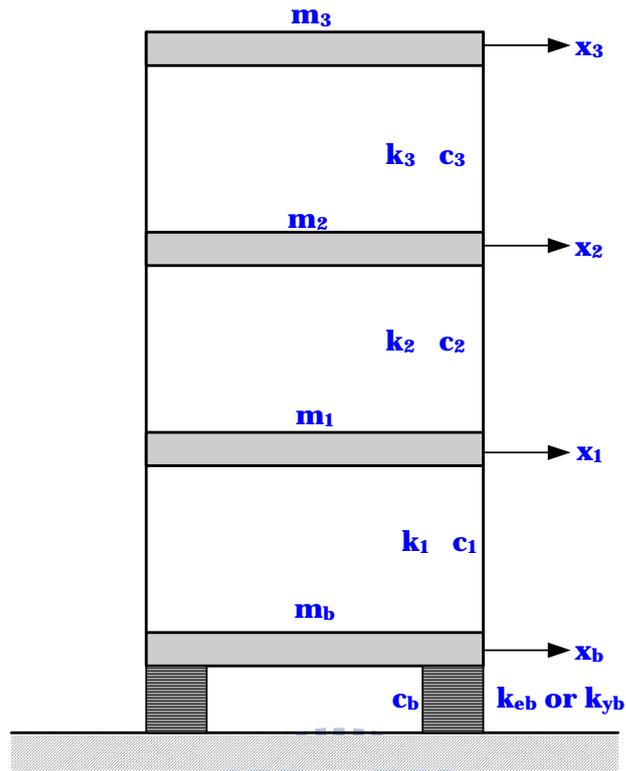


圖 3.5 三層樓 LRB 隔震結構(數值範例)

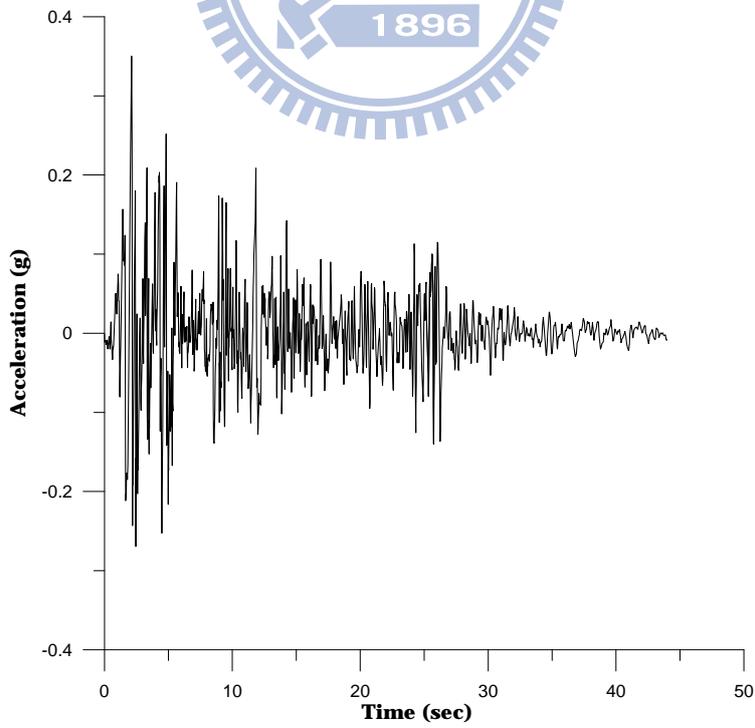


圖 3.6 El centro 地震波之歷時(PGA=0.35g)

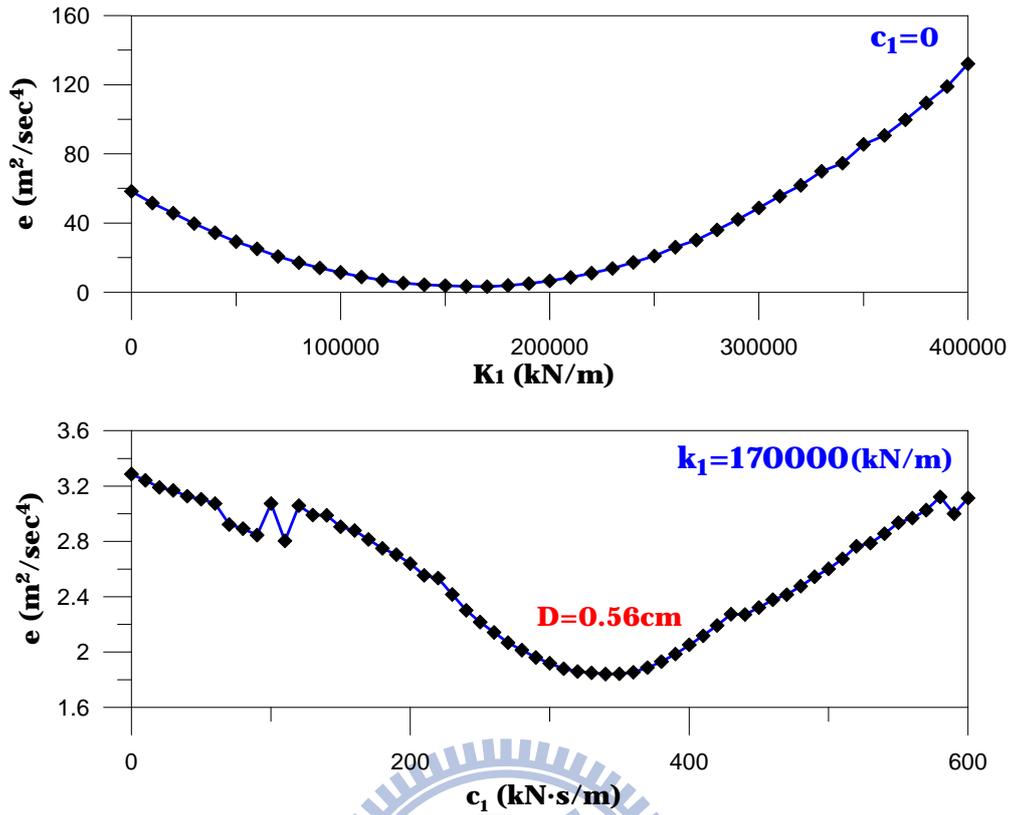


圖 3.7  $k_1$  及  $c_1$  第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線(數值範例)

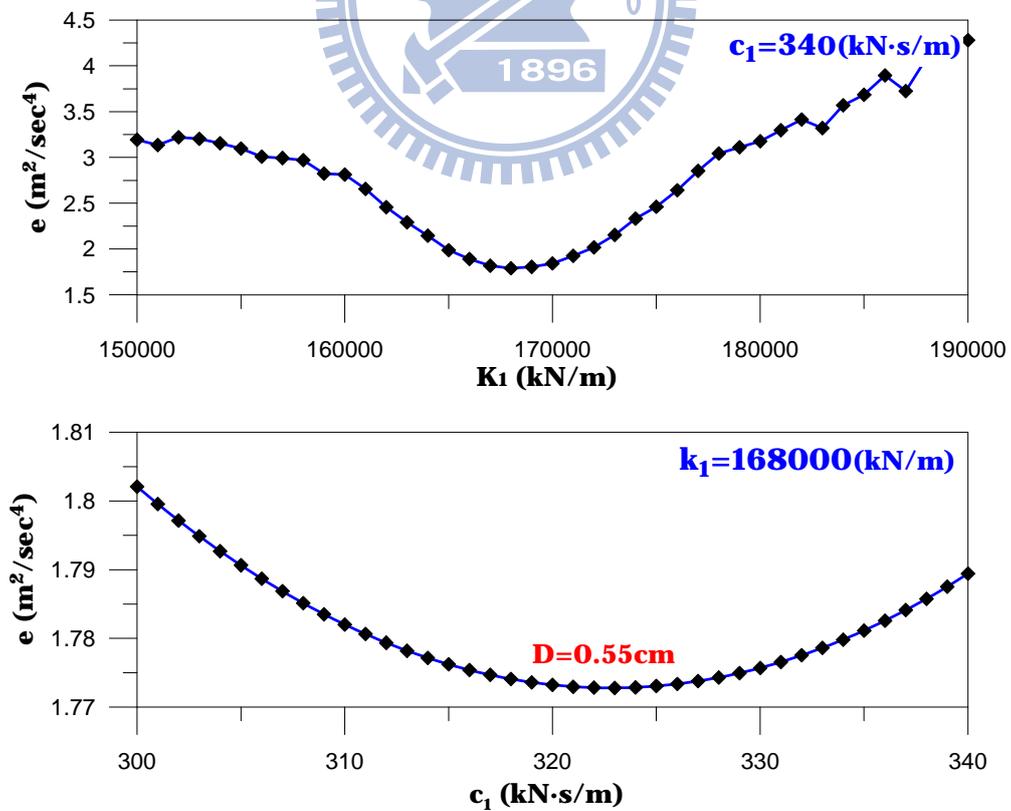


圖 3.8  $k_1$  及  $c_1$  第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線(數值範例)

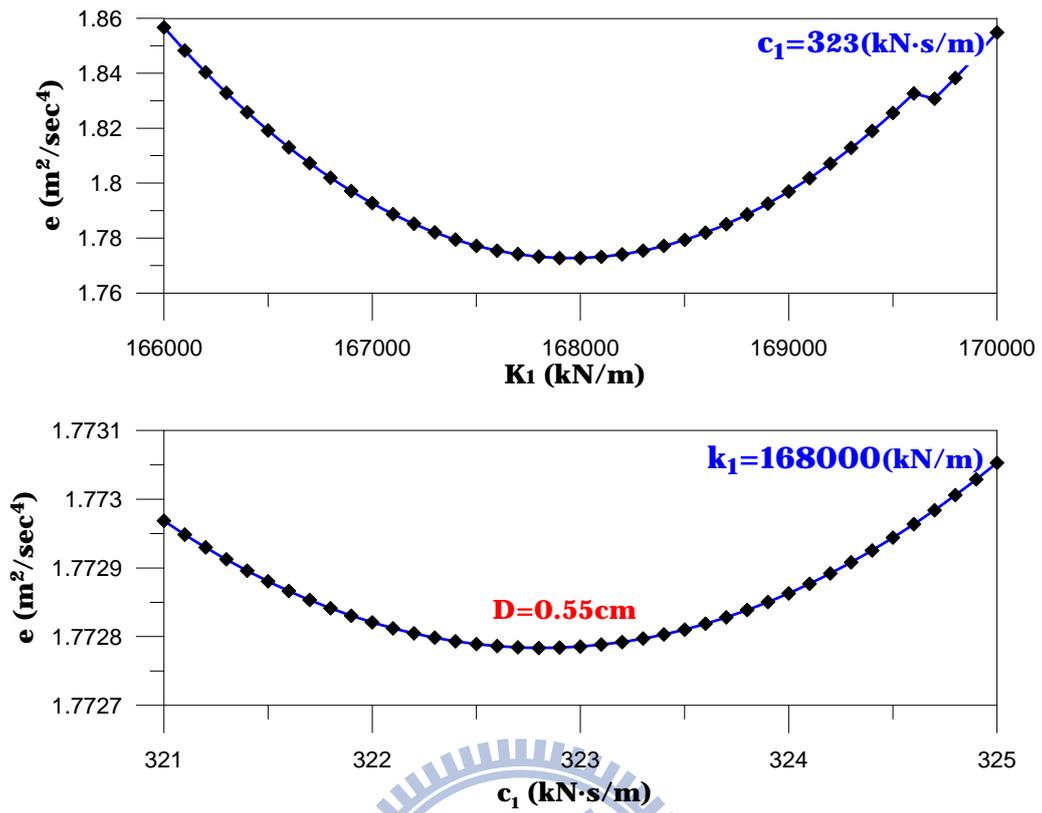


圖 3.9  $k_1$  及  $c_1$  第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線(數值範例)

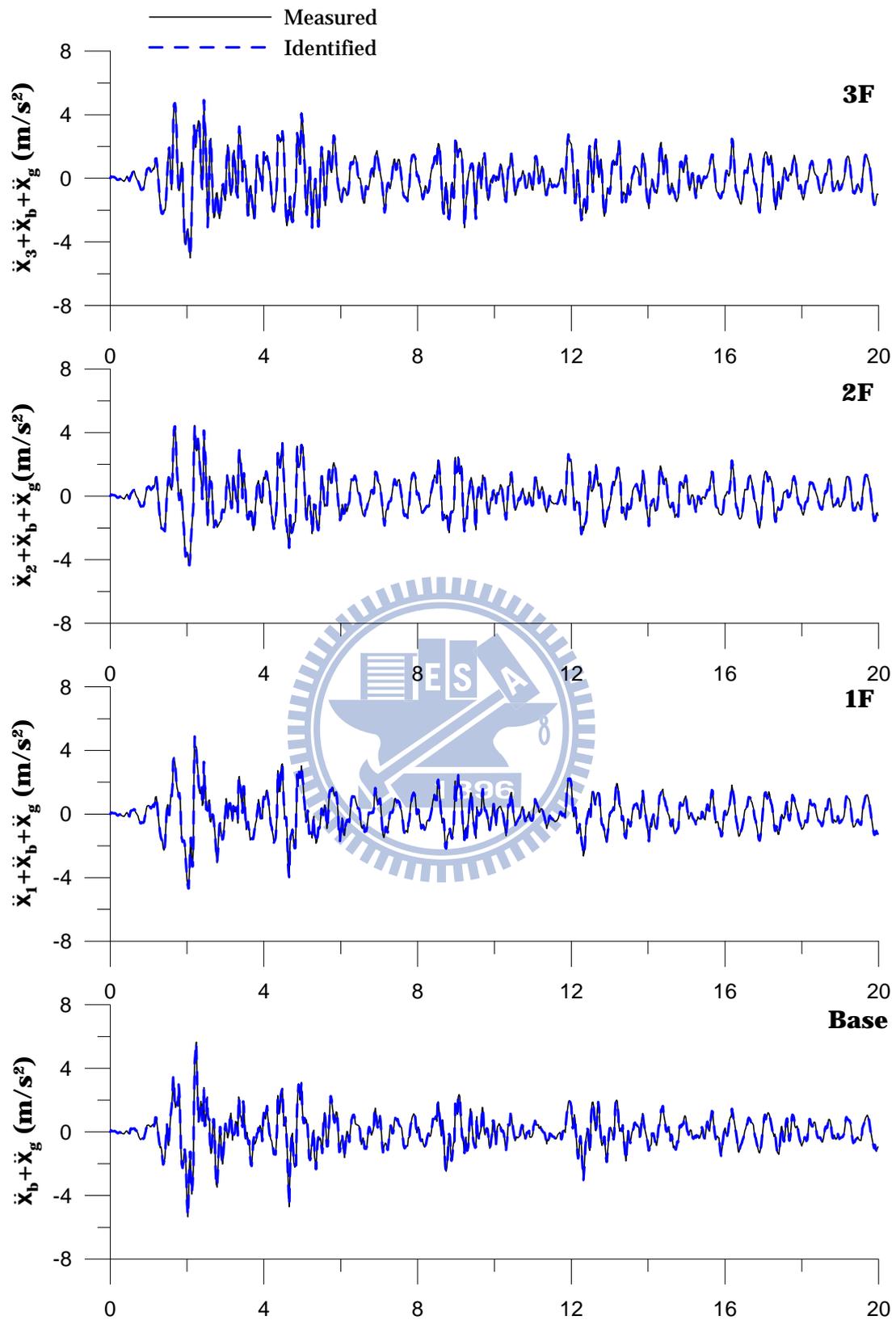


圖 3.10 各樓層之預測與實際加速度歷時反應比較（數值範例）

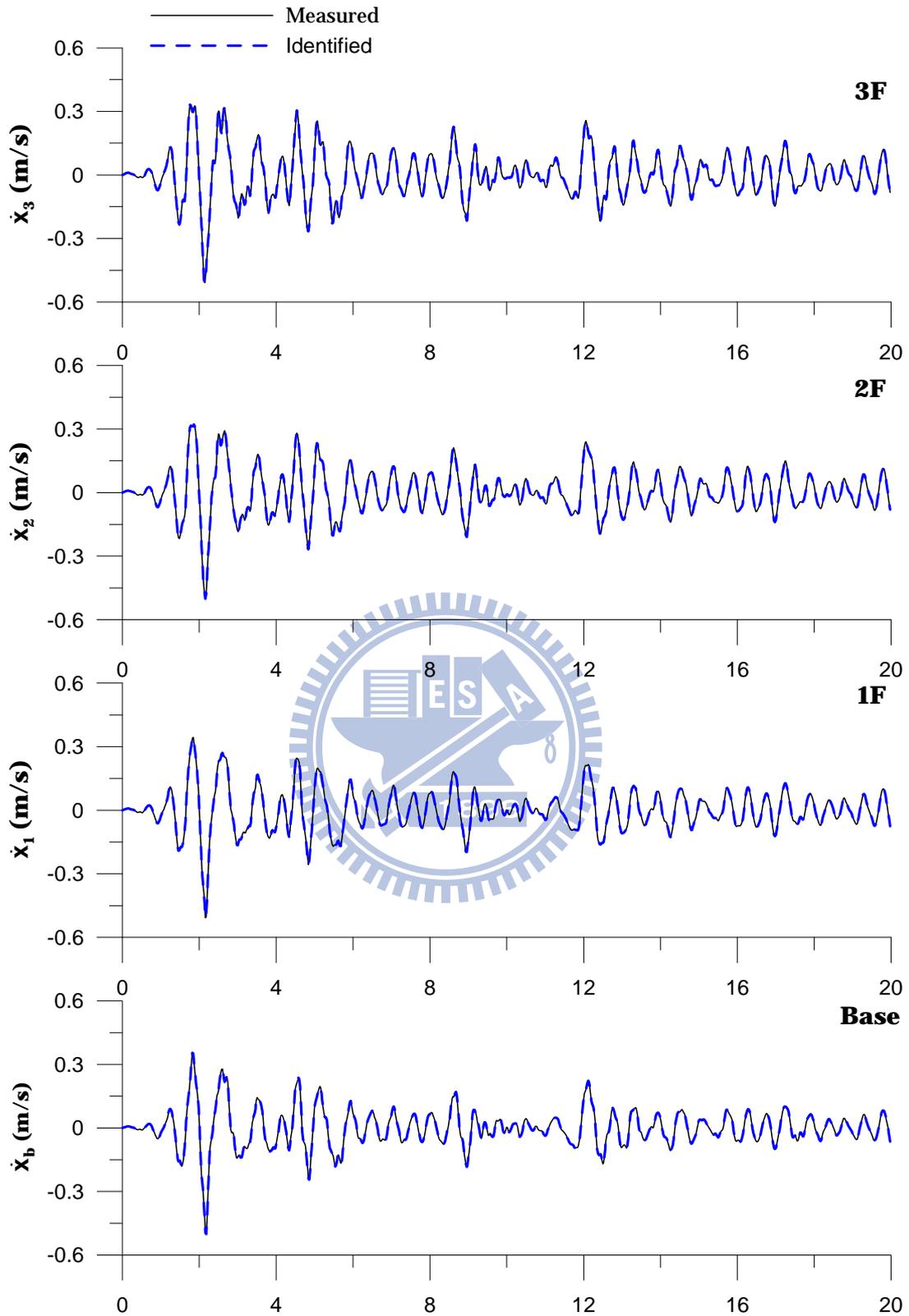


圖 3.11 各樓層之預測與實際速度歷時反應比較 (數值範例)

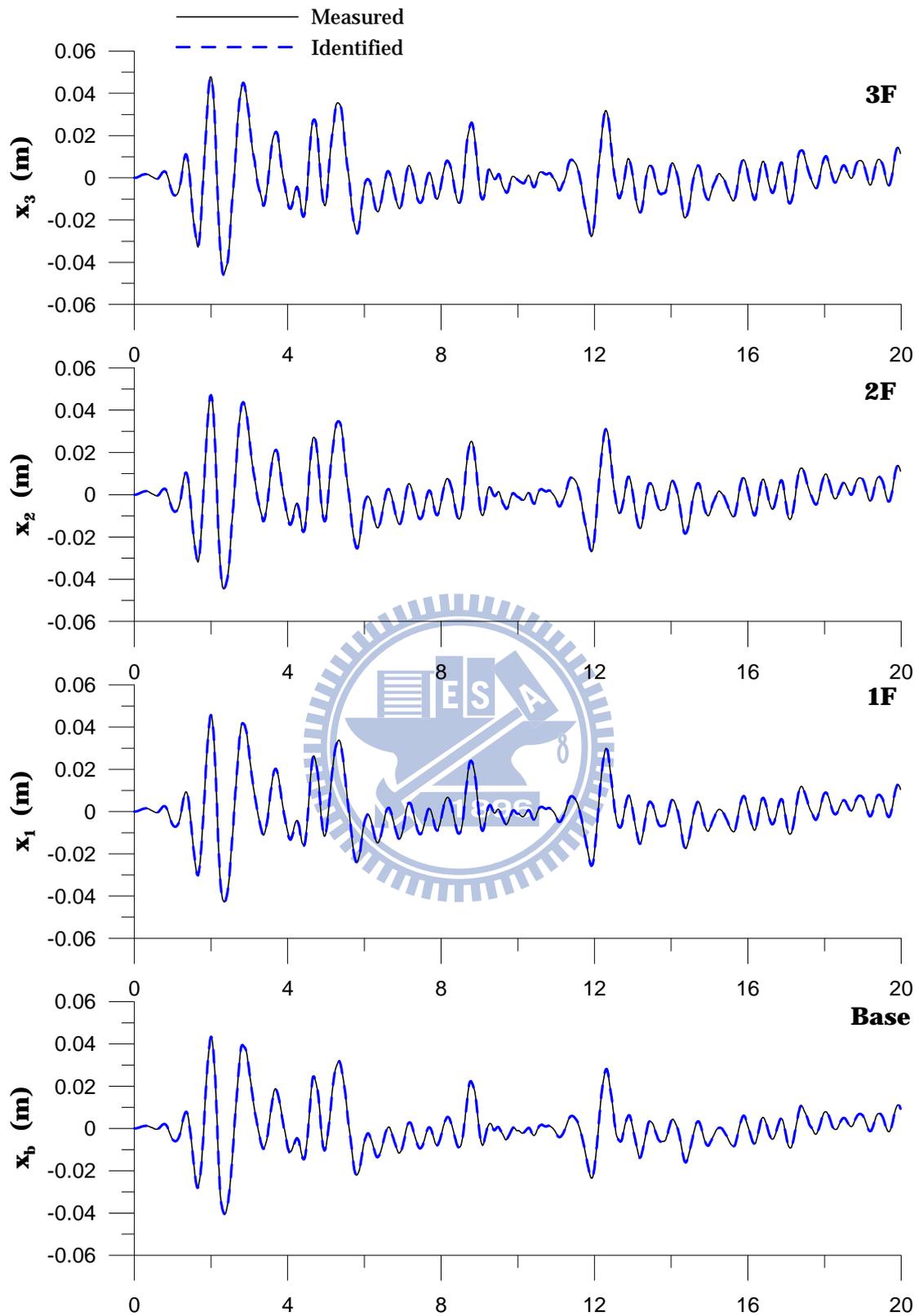


圖 3.12 各樓層之預測與實際位移歷時反應比較 (數值範例)

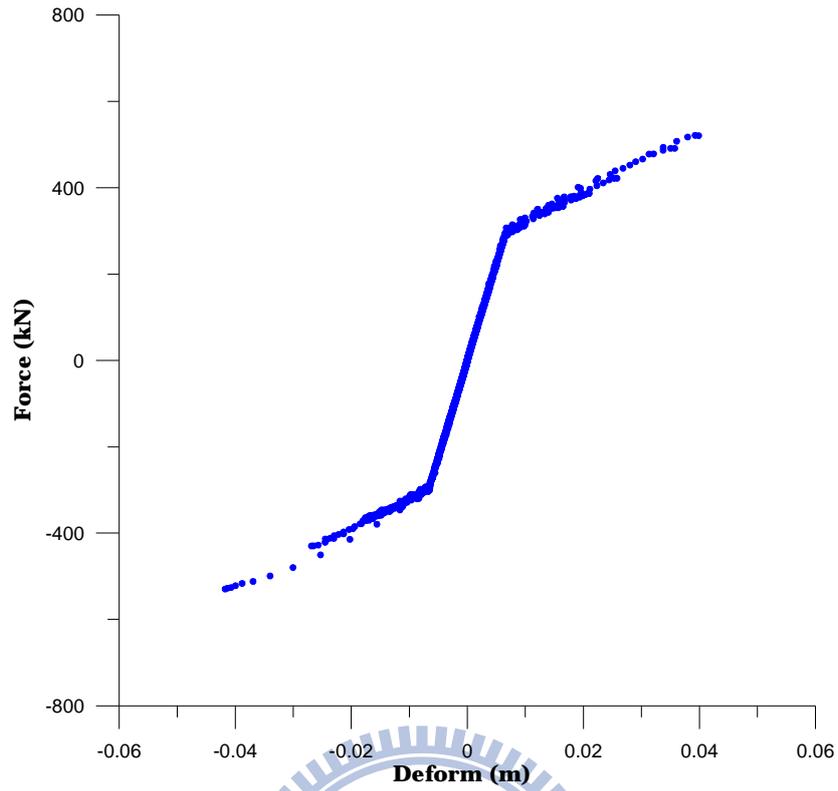


圖 3.13(a) LRB 識別所得之背骨曲線 (數值範例)

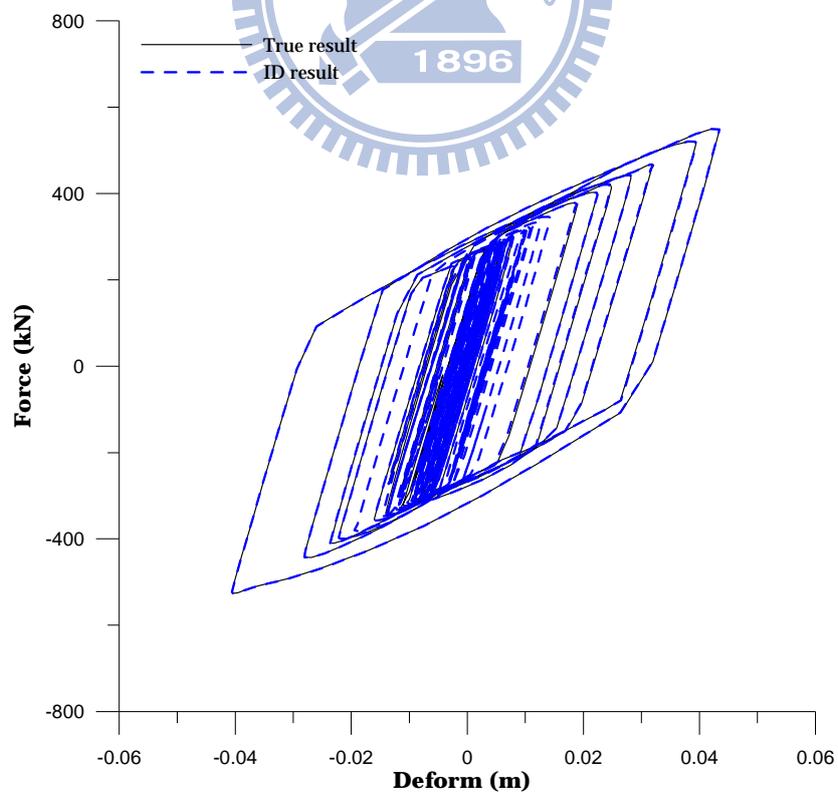


圖 3.13(b) LRB 遲滯迴圈歷時比較圖 (數值範例)

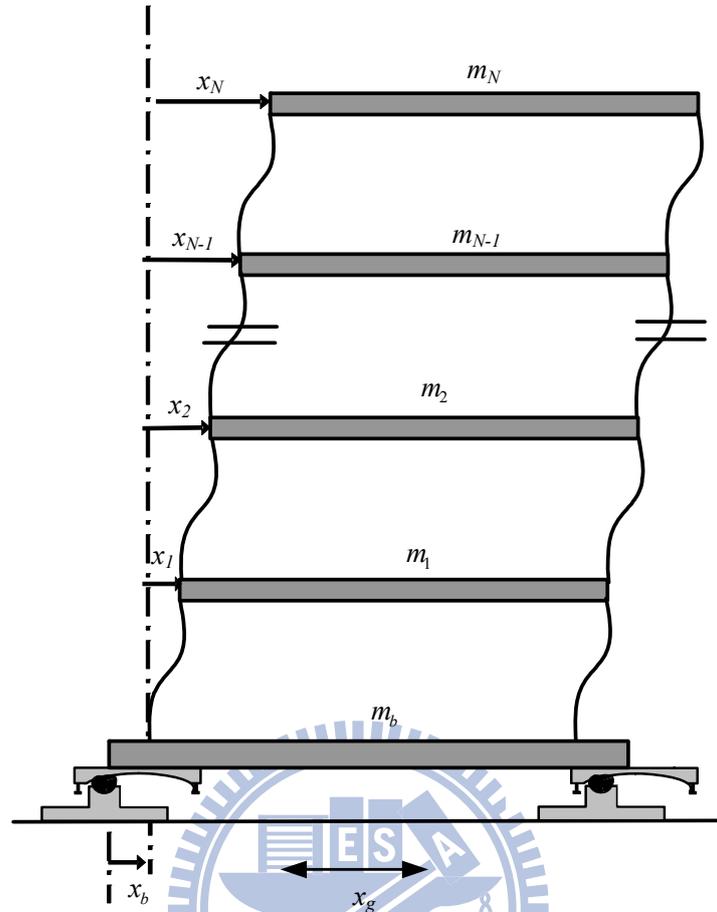


圖 3.14 摩擦單擺支承隔震結構

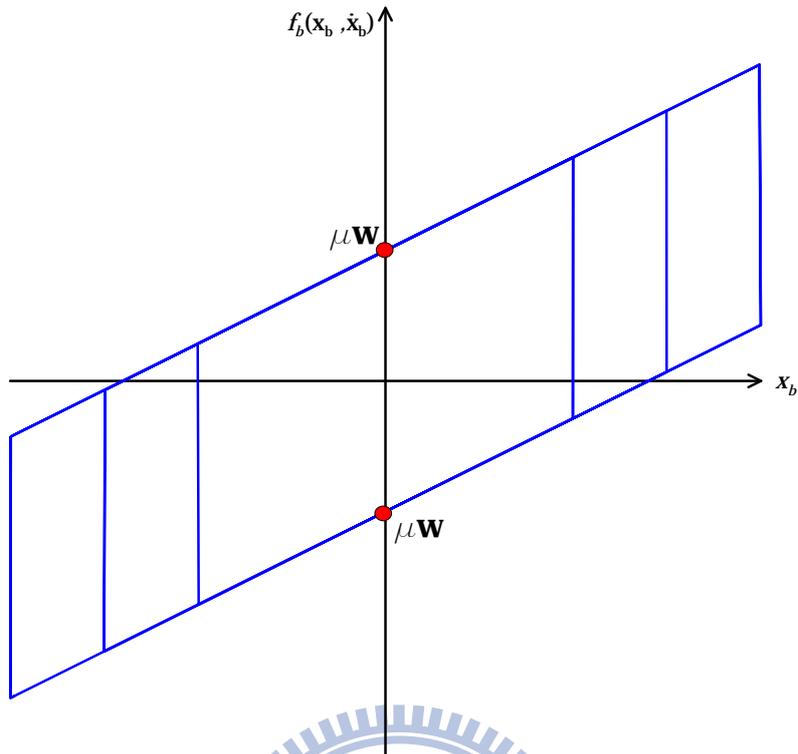


圖 3.15(a) 摩擦單擺支承系統之遲滯迴圈 (庫倫機制)

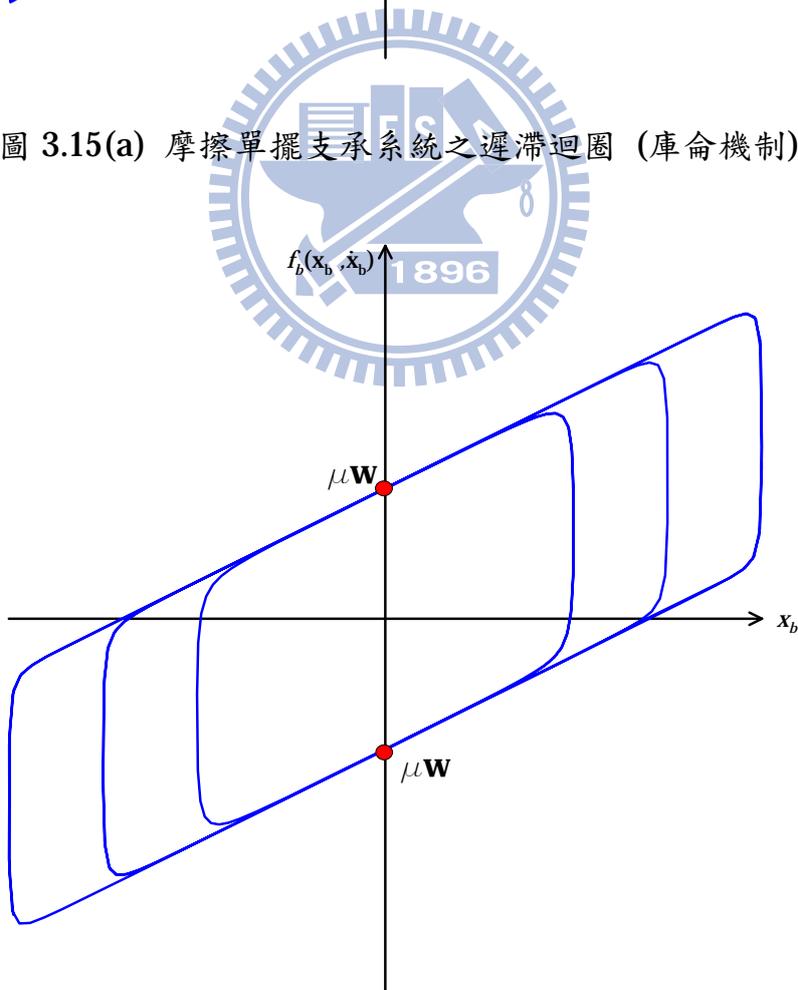


圖 3.15(b) 摩擦單擺支承系統之遲滯迴圈 (摩卡機制)

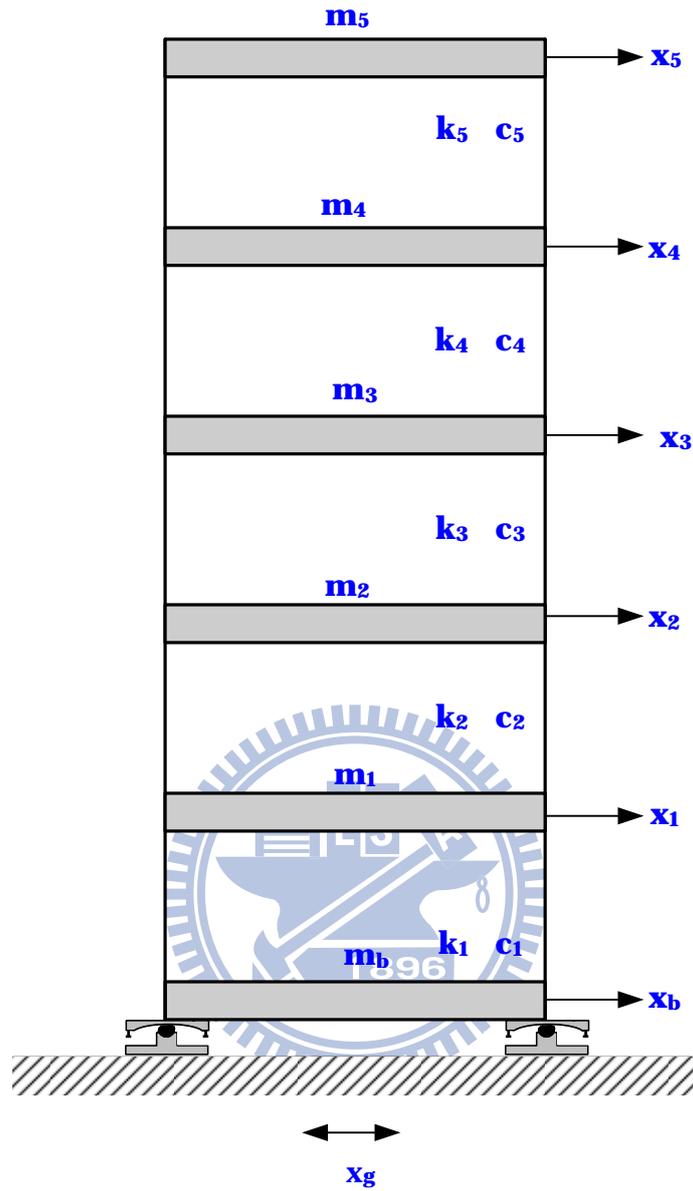


圖 3.16 五層樓隔震結構之示意圖(數值範例)

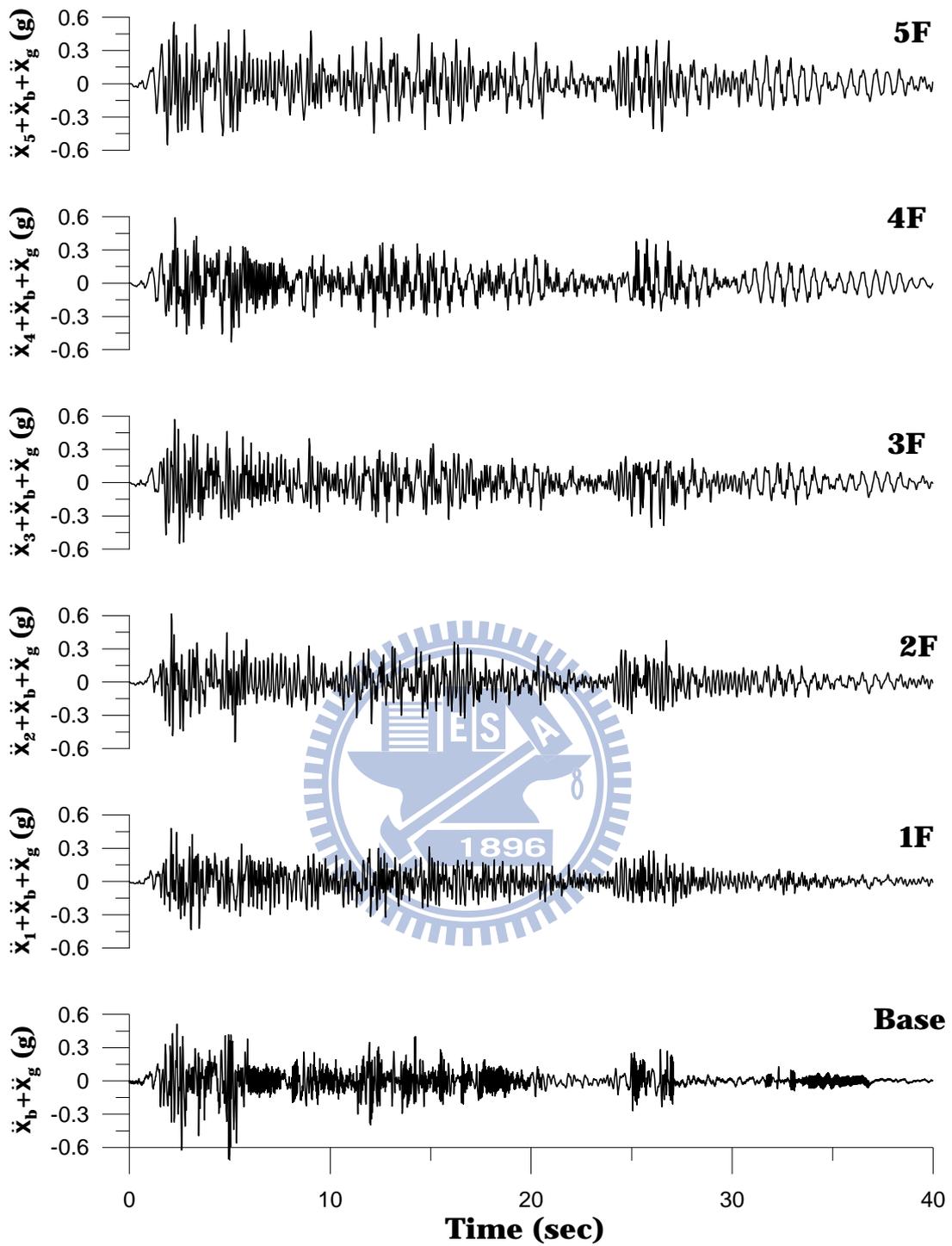


圖 3.17 結構各樓層之加速度歷時反應

(El Centro ; PGA=0.35g ; Coulomb's Mechanism)

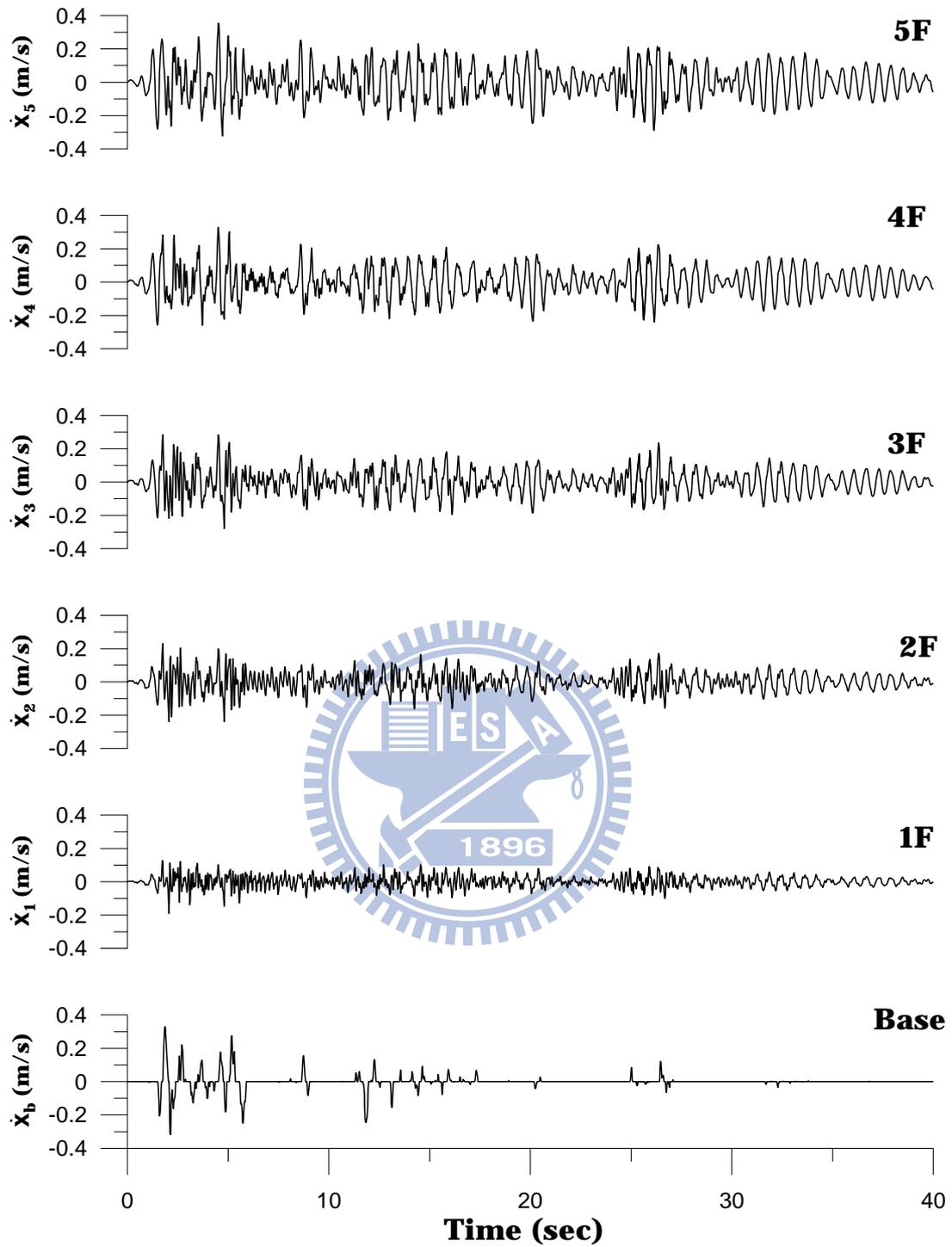


圖 3.18 結構各樓層之速度歷時反應

(El Centro ; PGA=0.35g ; Coulomb's Mechanism)

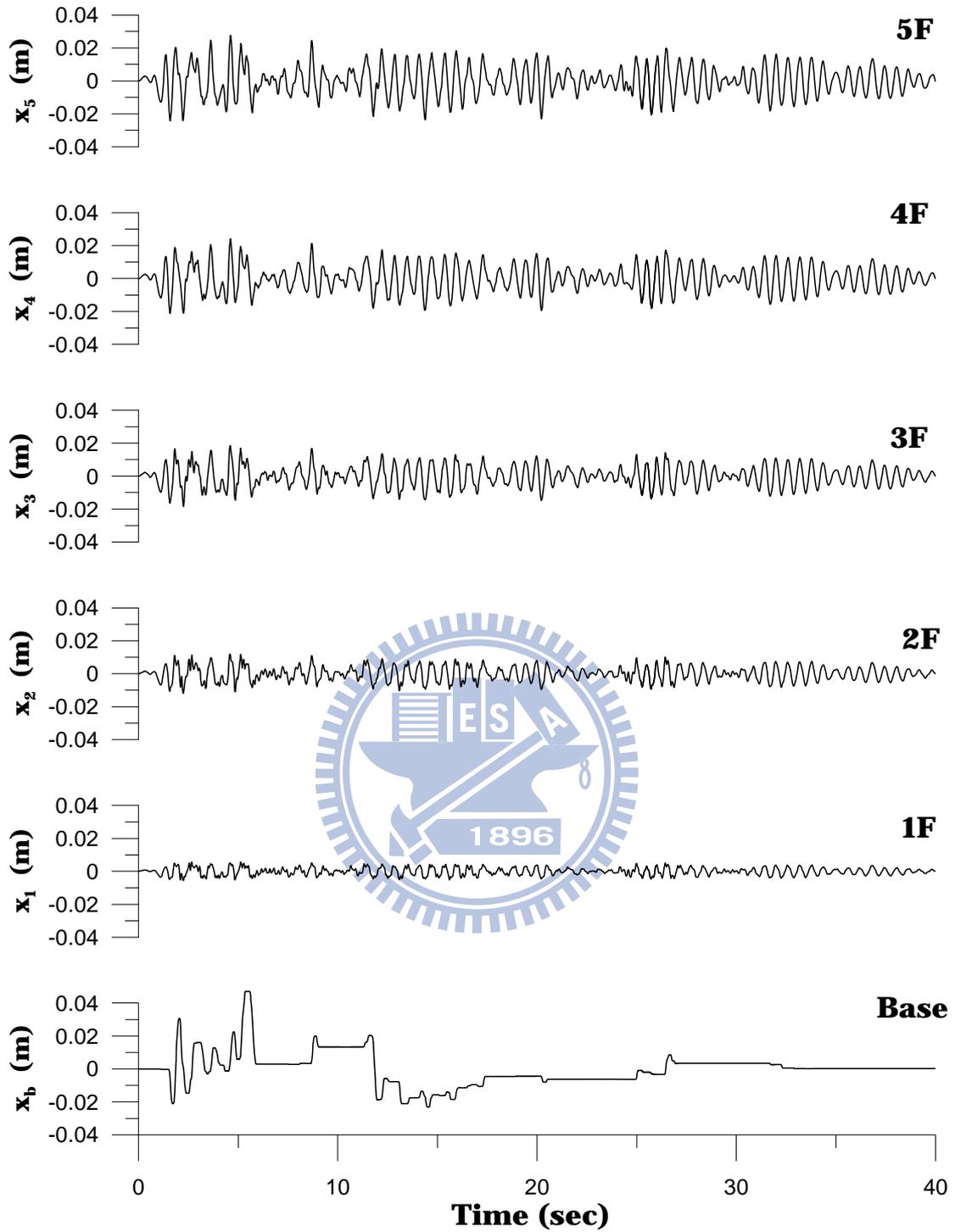


圖 3.19 結構各樓層之位移歷時反應

(El Centro ; PGA=0.35g ; Coulomb's Mechanism)

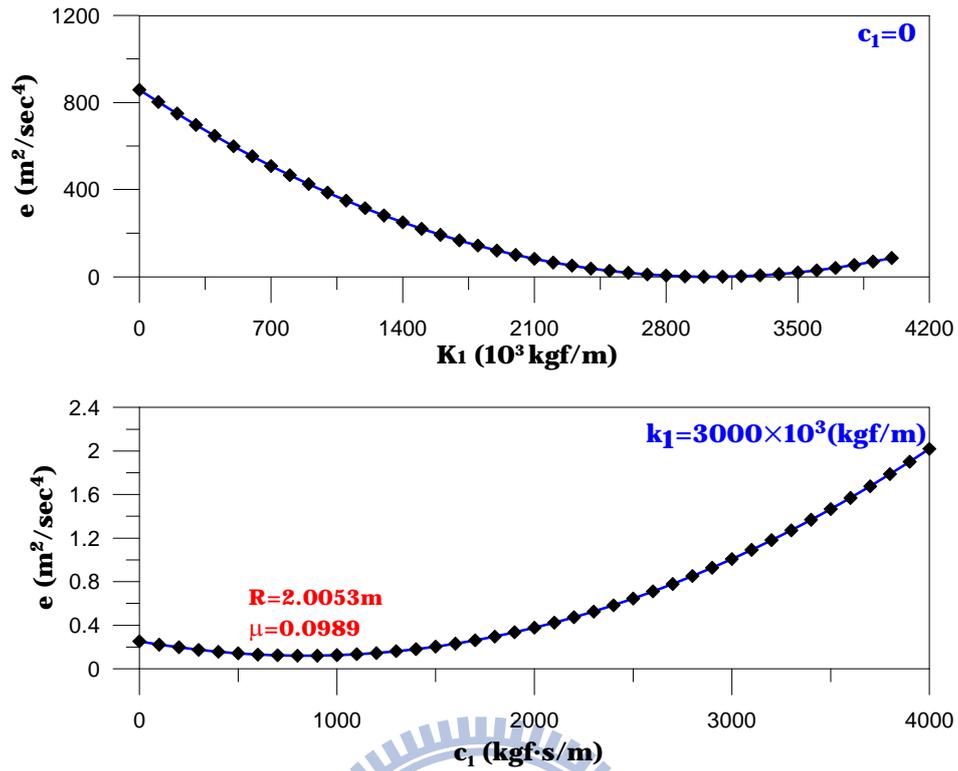


圖 3.20  $k_1$  及  $c_1$  第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Coulomb's Mechanism)

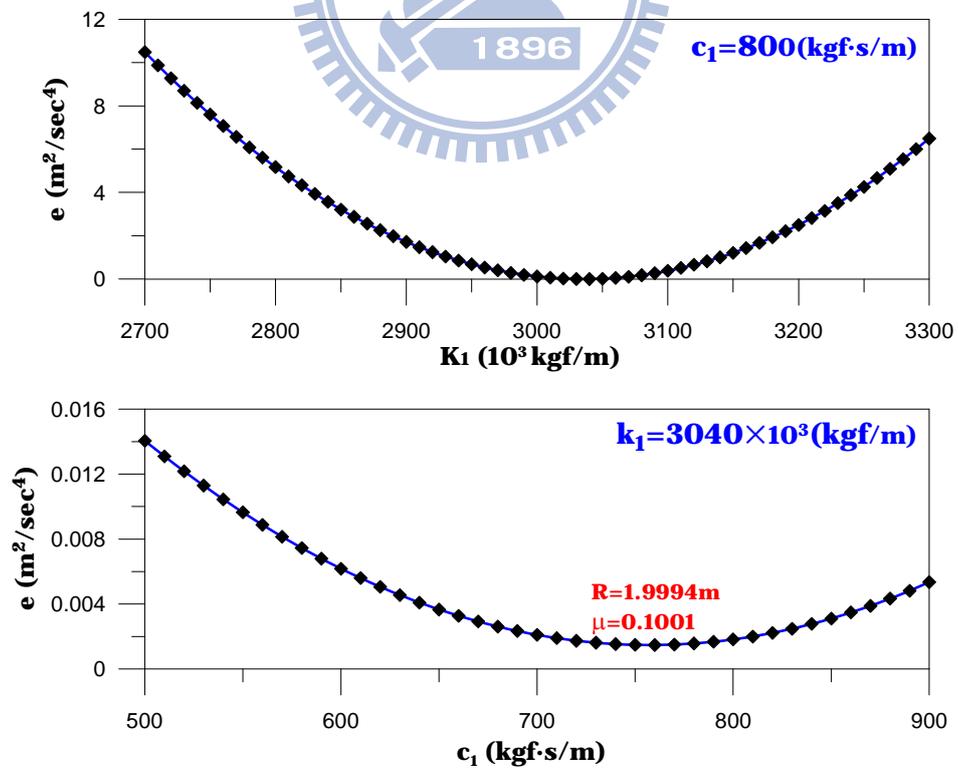


圖 3.21  $k_1$  及  $c_1$  第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Coulomb's Mechanism)

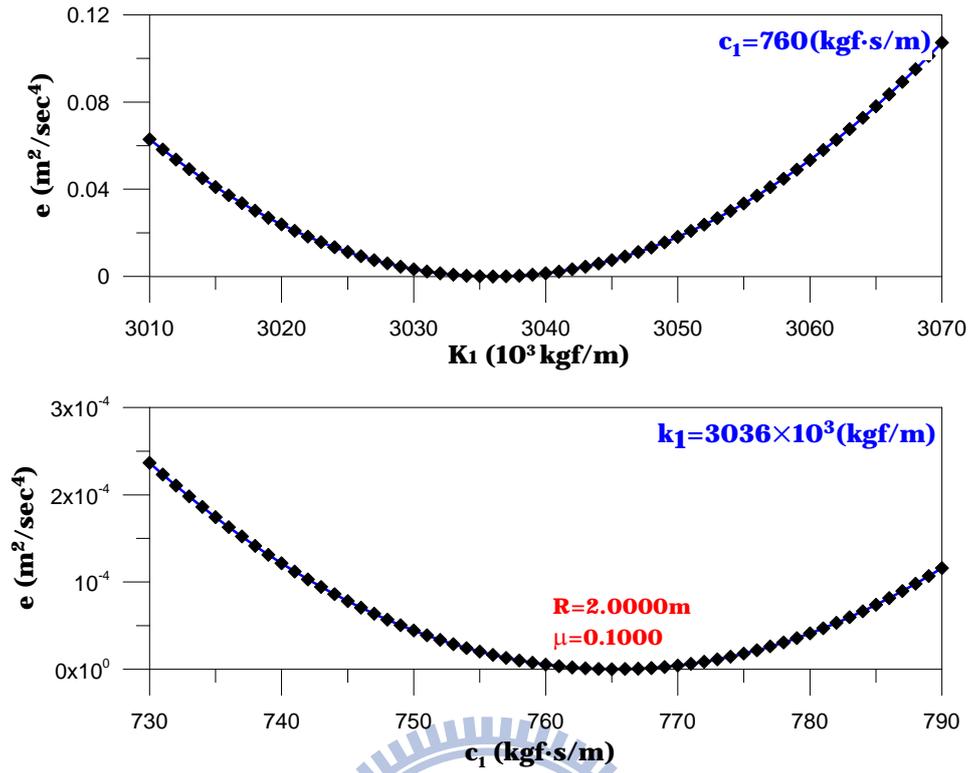


圖 3.22  $k_1$  及  $c_1$  第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Coulomb's Mechanism)

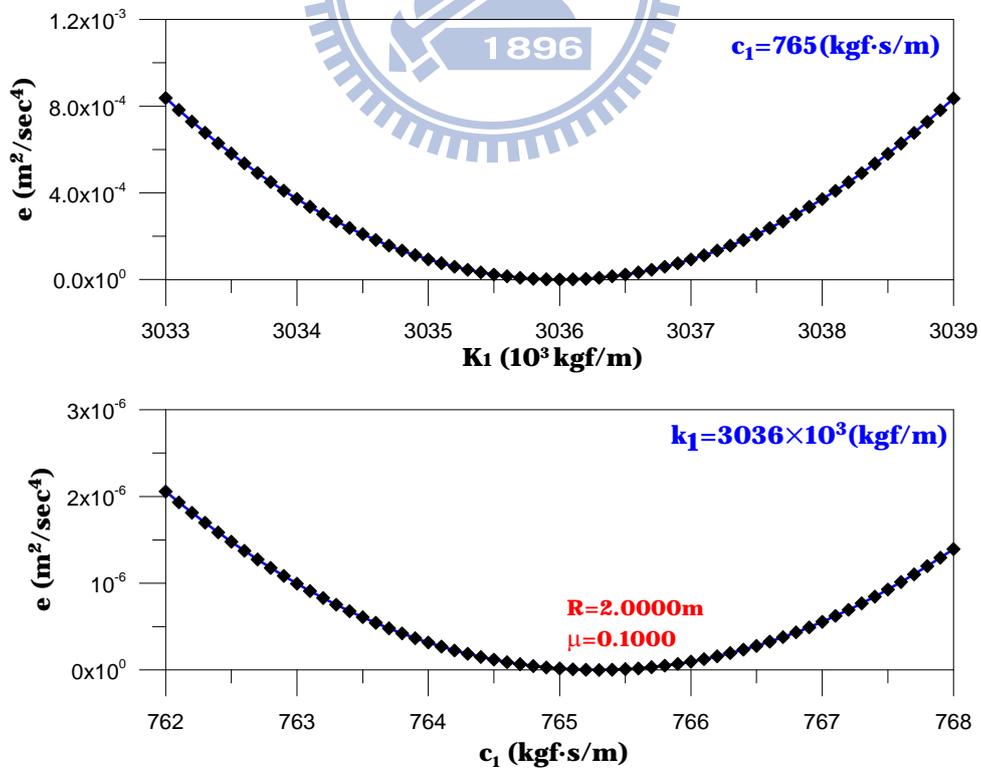


圖 3.23  $k_1$  及  $c_1$  第四次迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Coulomb's Mechanism)

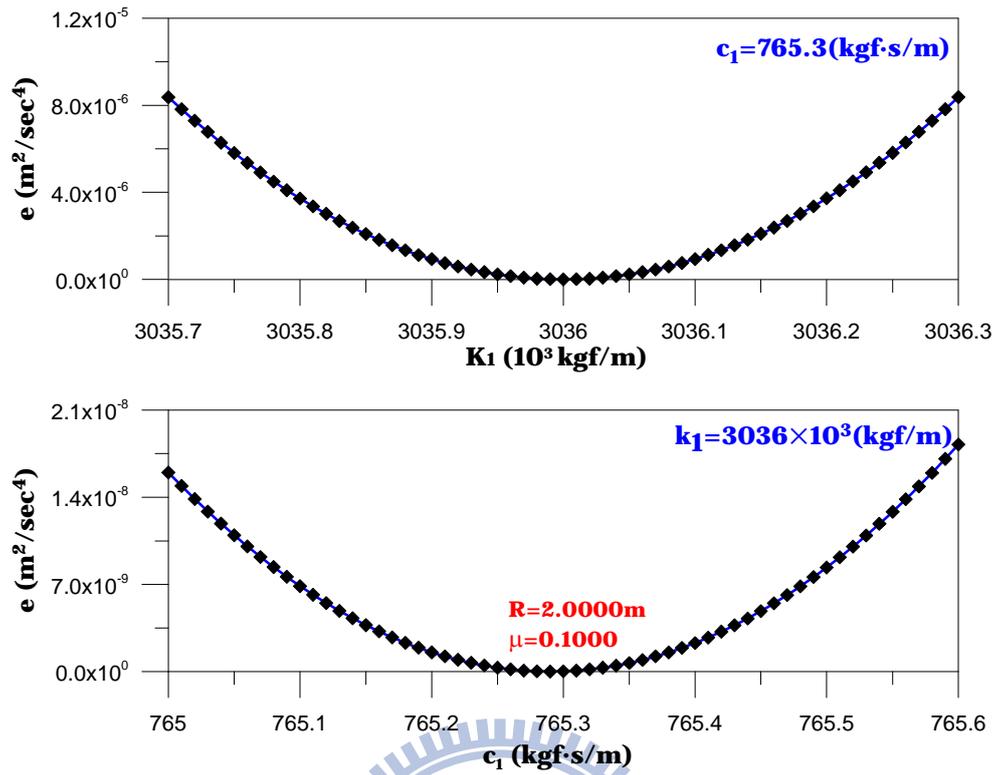


圖 3.24  $k_1$  及  $c_1$  第五迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Coulomb's Mechanism)

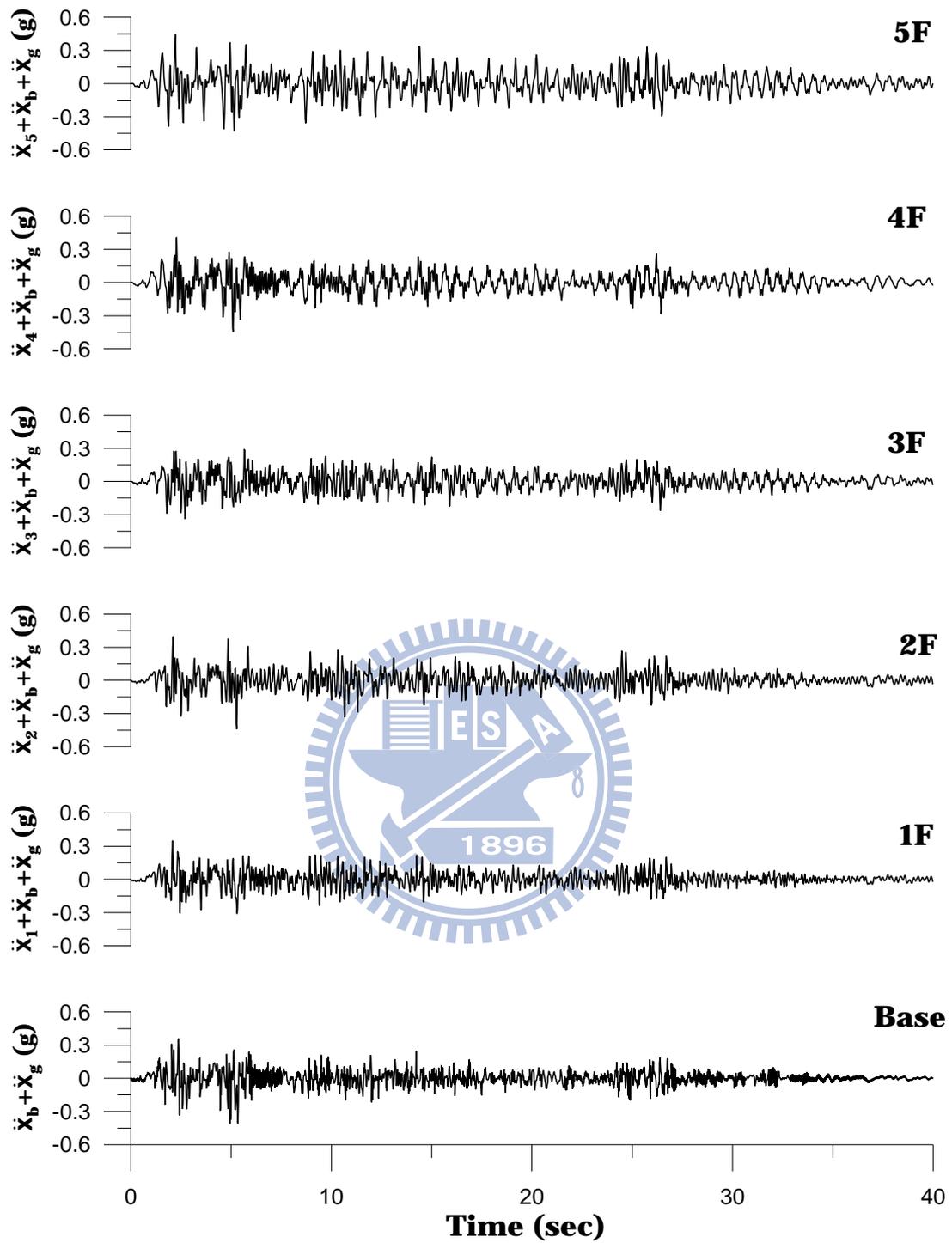


圖 3.25 結構各樓層之加速度歷時反應

(El Centro ; PGA=0.35g ; Mokha's Mechanism)

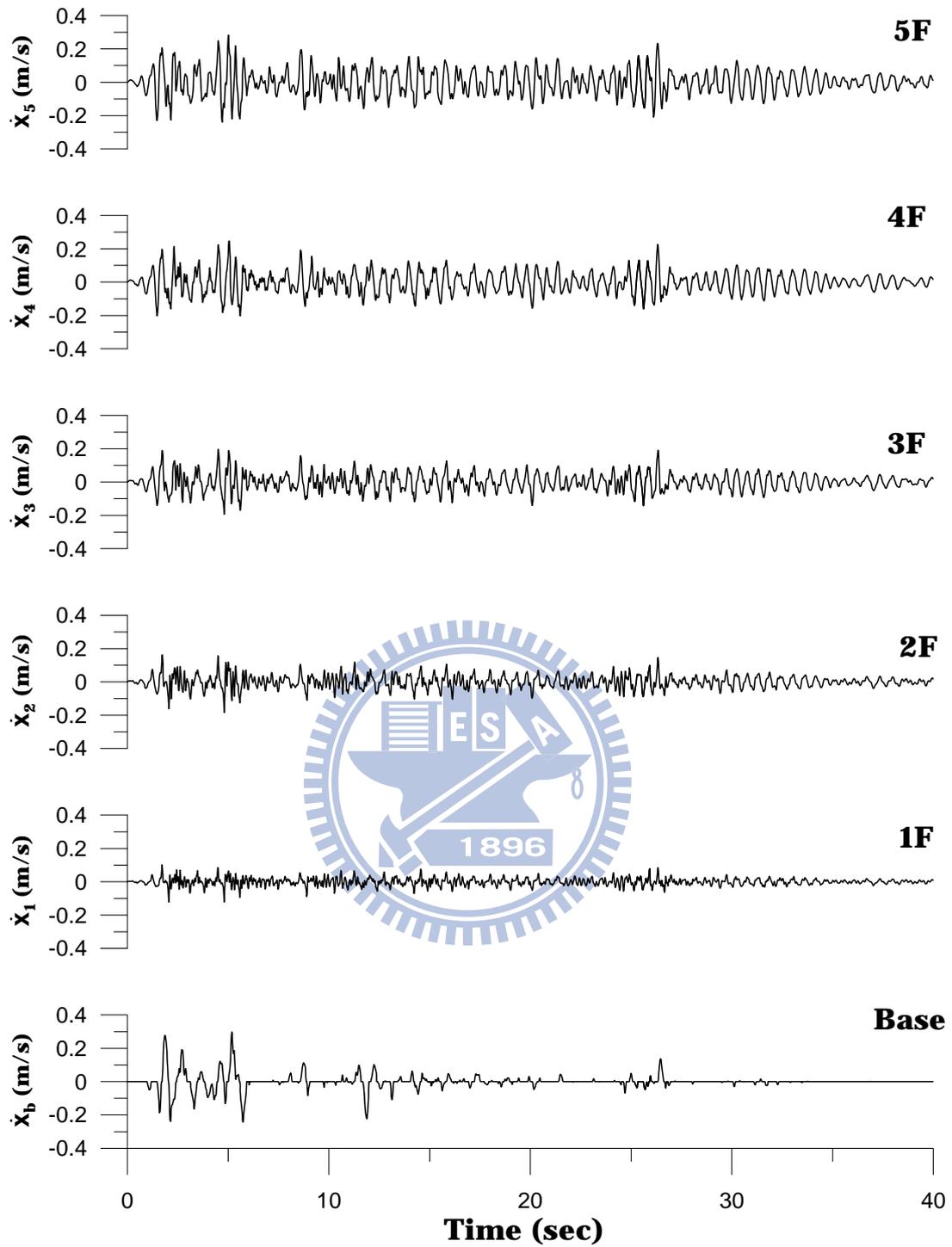


圖 3.26 結構各樓層之速度歷時反應

(El Centro ; PGA=0.35g ; Mokha's Mechanism)

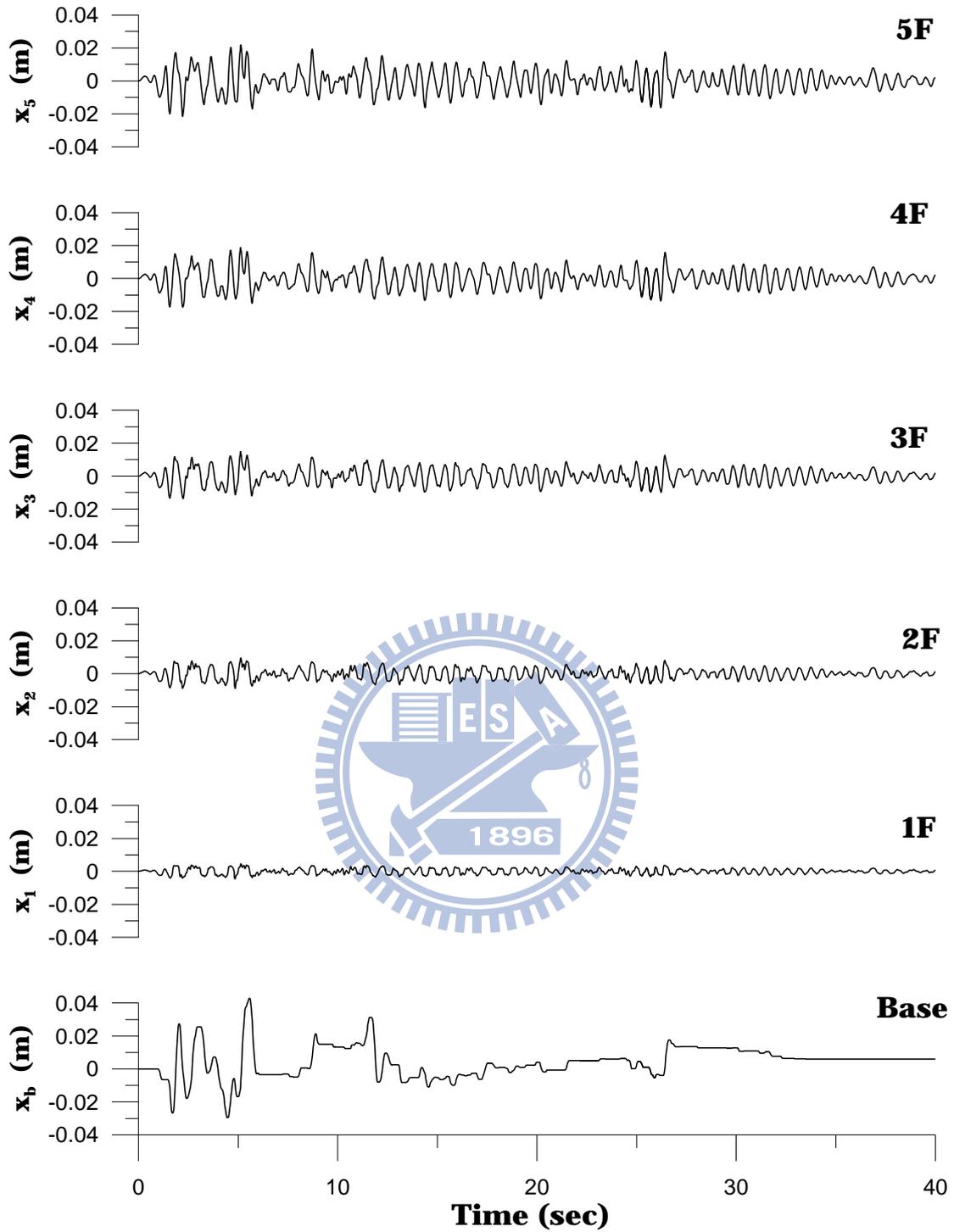


圖 3.27 結構各樓層之位移歷時反應

(El Centro ; PGA=0.35g ; Mokha's Mechanism)

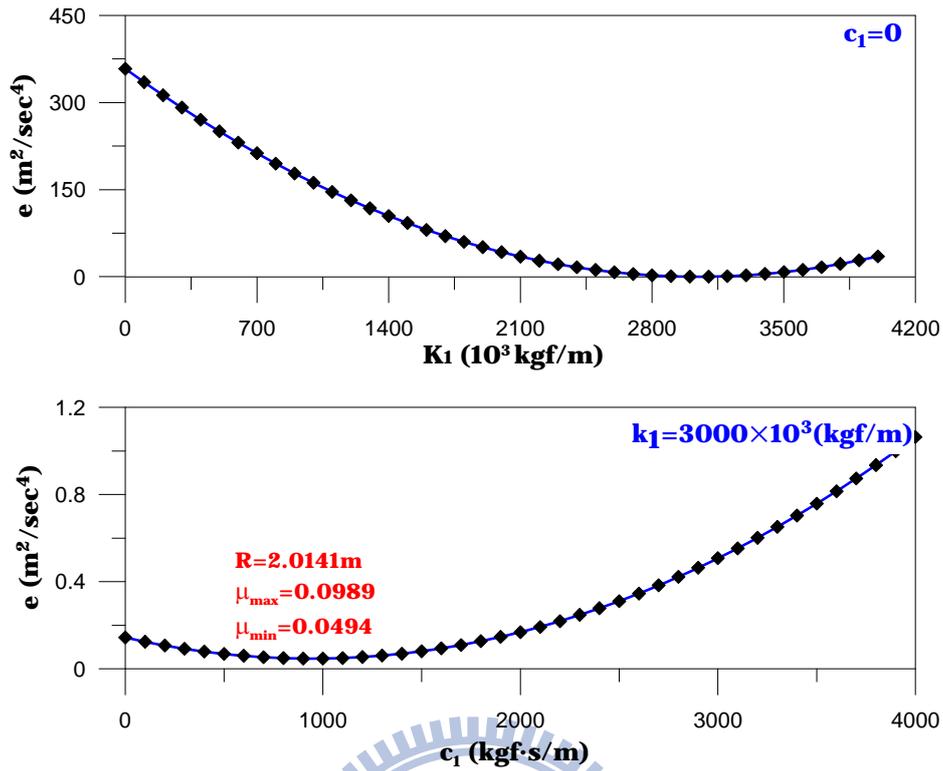


圖 3.28  $k_1$  及  $c_1$  第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Mokha's Mechanism)

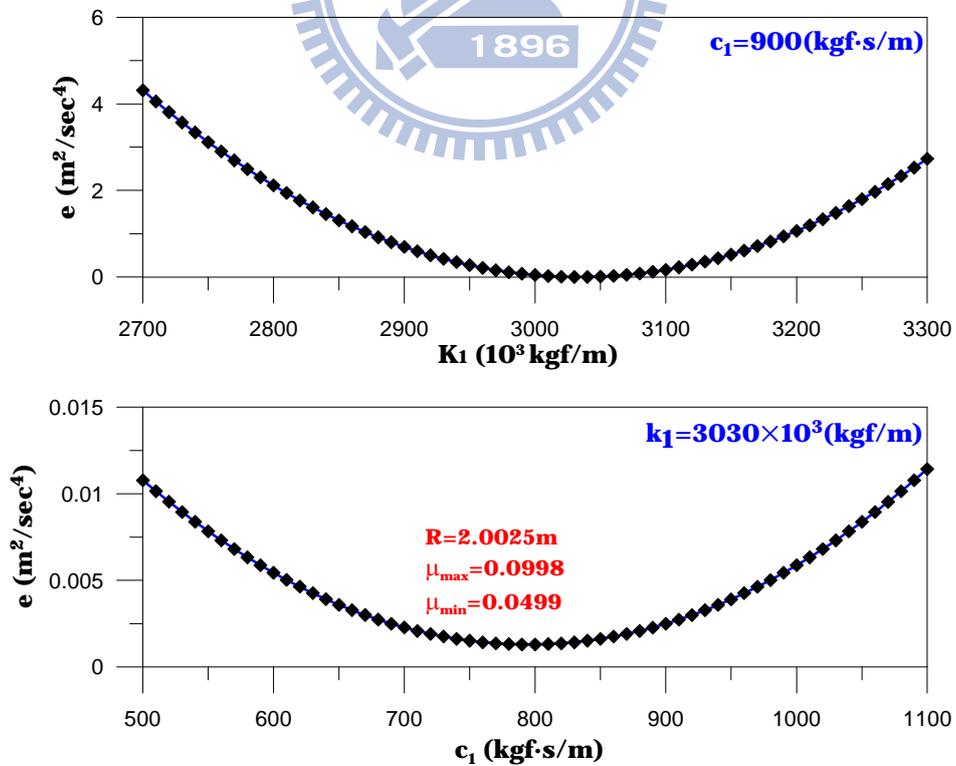


圖 3.29  $k_1$  及  $c_1$  第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Mokha's Mechanism)

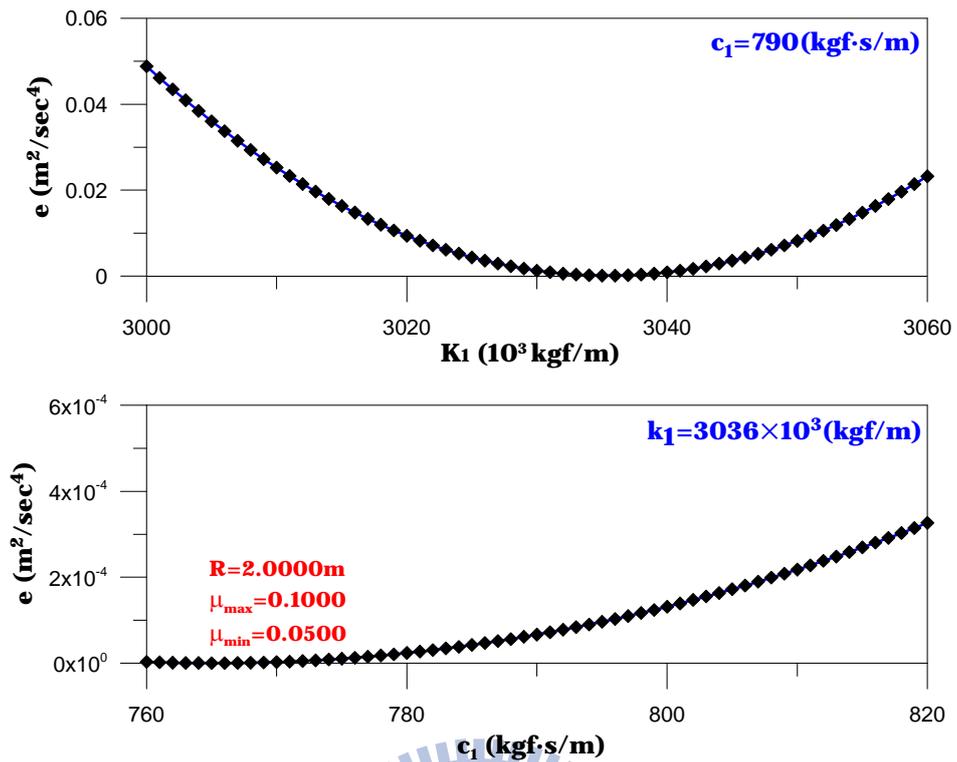


圖 3.30  $k_1$  及  $c_1$  第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Mokha's Mechanism)

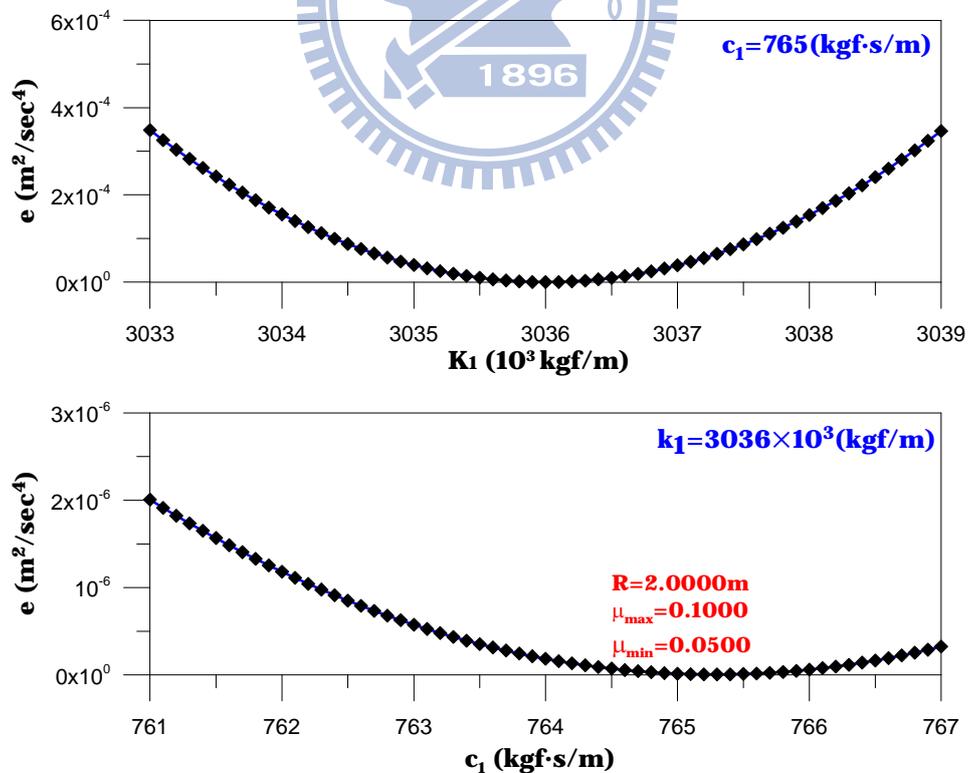


圖 3.31  $k_1$  及  $c_1$  第四迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Mokha's Mechanism)

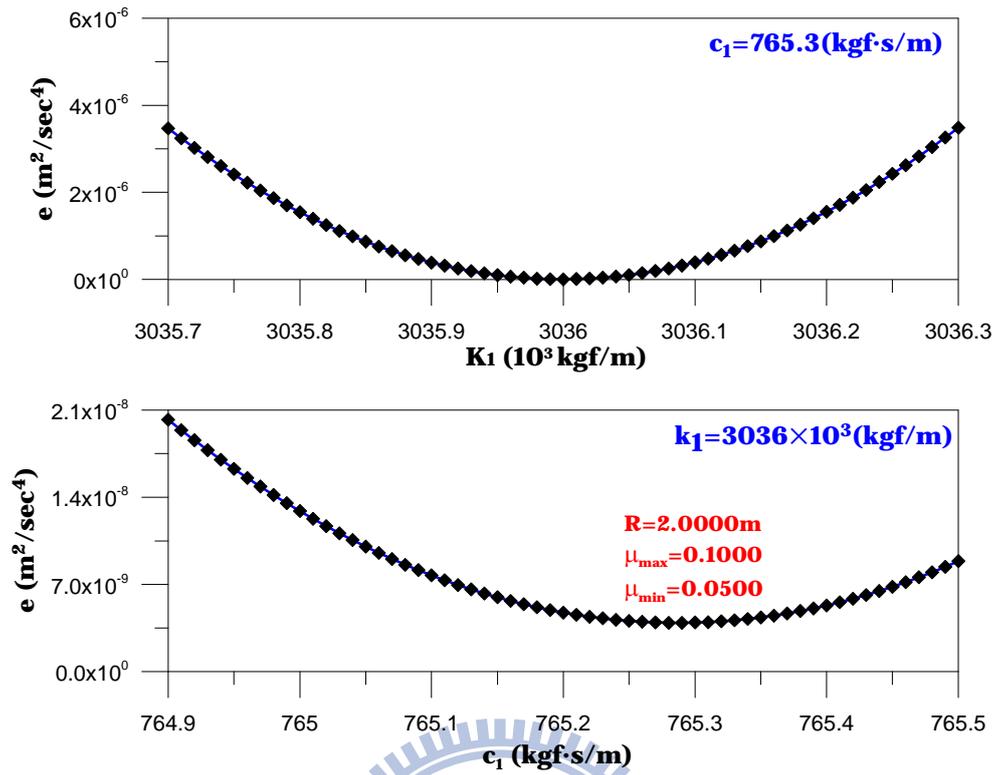


圖 3.32  $k_1$  及  $c_1$  第五迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(數值範例；Mokha's Mechanism)



圖 3.33(a) 摩擦單擺支承實體照片



圖 3.33(b) 單層樓 FPS 結構試驗模型

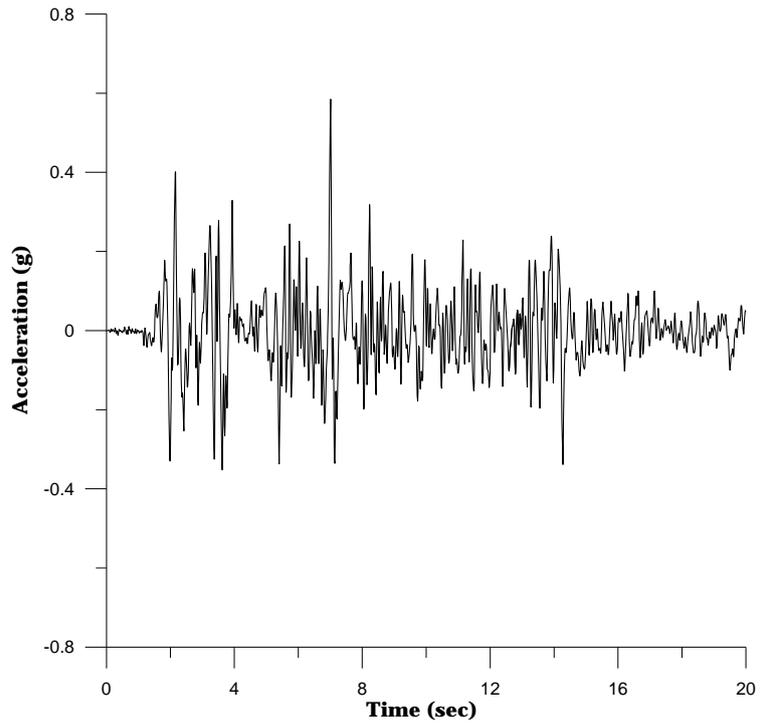


圖 3.34 振動台輸入擾動 (El Centro ; PGA=0.59g)

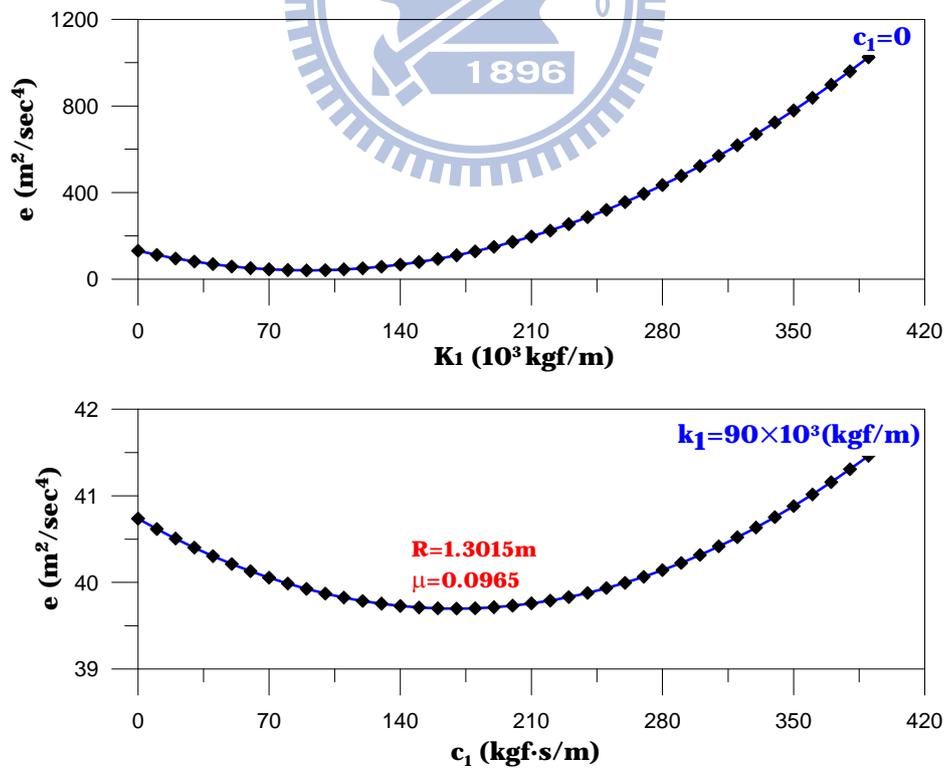


圖 3.35  $k_1$  及  $c_1$  第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線 (振動台試驗 ; Coulomb's Mechanism)

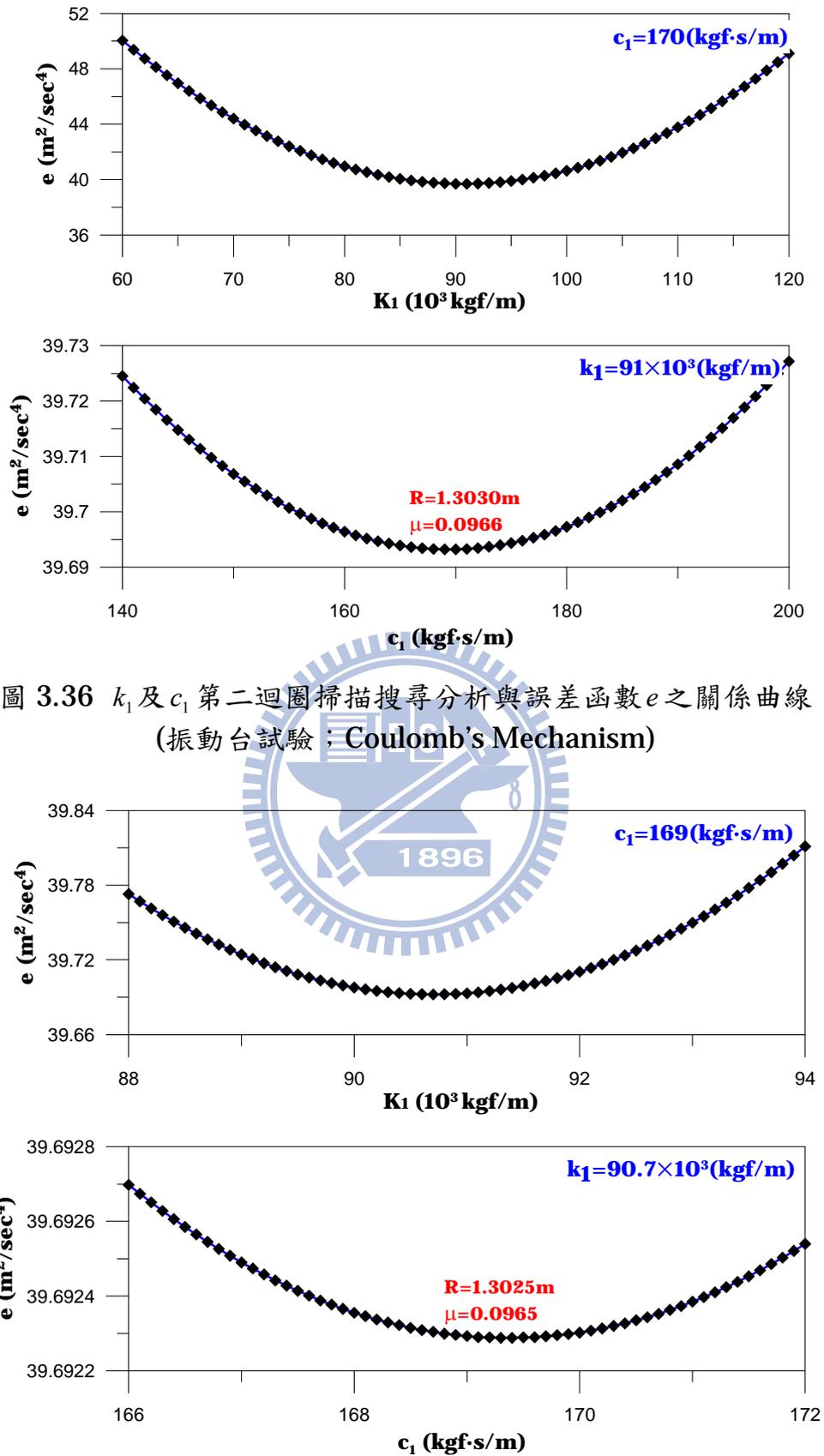


圖 3.36  $k_1$  及  $c_1$  第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(振動台試驗；Coulomb's Mechanism)

圖 3.37  $k_1$  及  $c_1$  第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(振動台試驗；Coulomb's Mechanism)

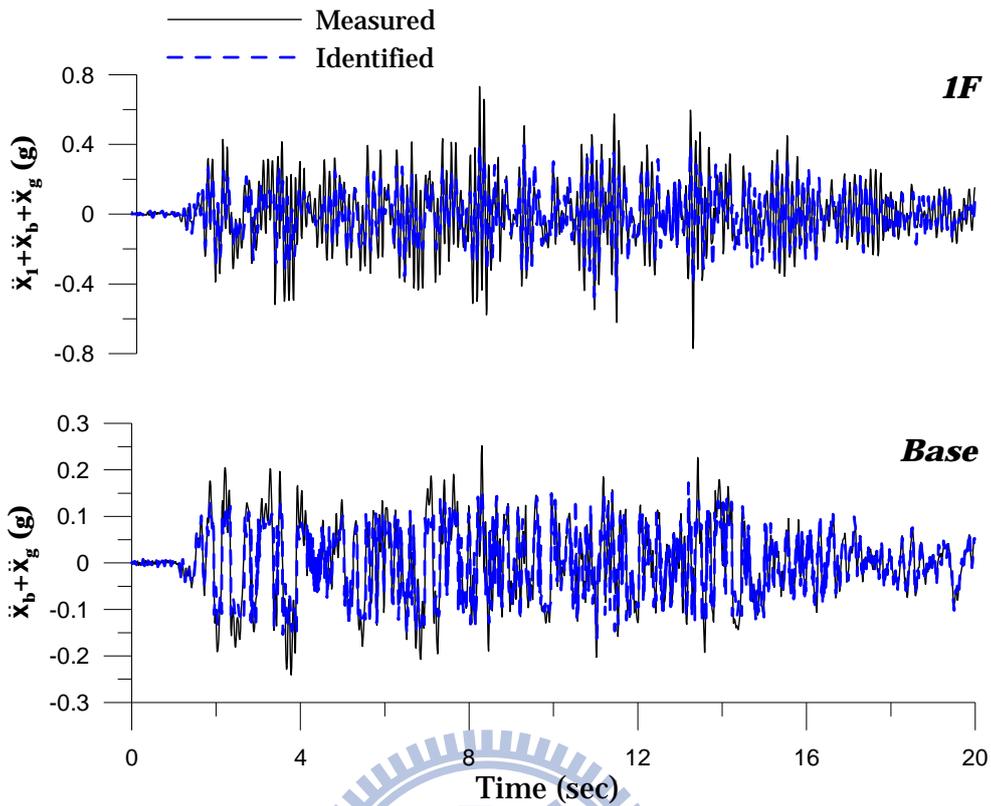


圖 3.38 識別與量測之加速度反應比較(El Centro ; PGA=0.59g)

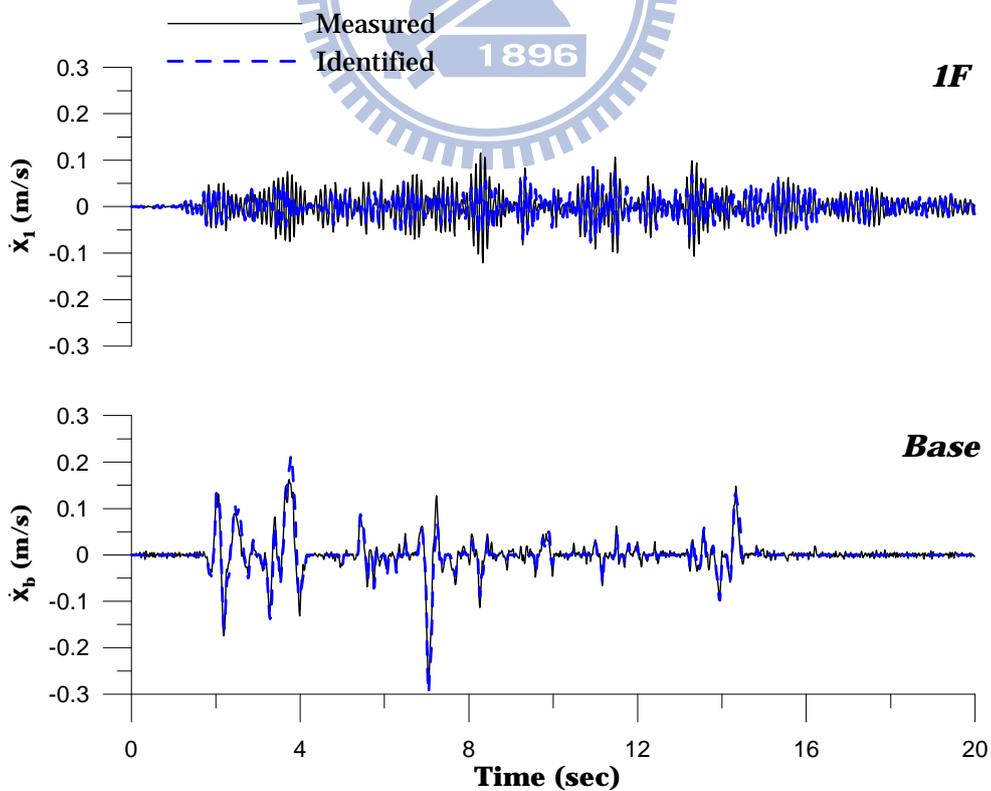


圖 3.39 識別與量測之速度反應比較(El Centro ; PGA=0.59g)

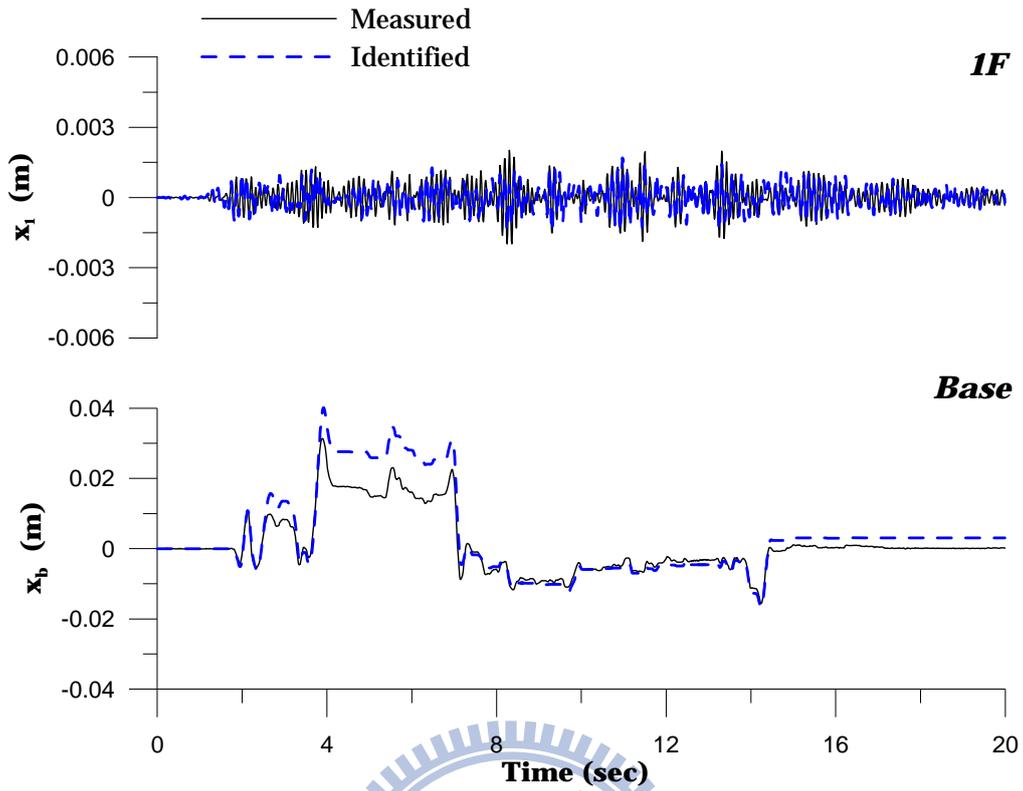


圖 3.40 識別與量測之位移反應比較(El Centro ; PGA=0.59g)

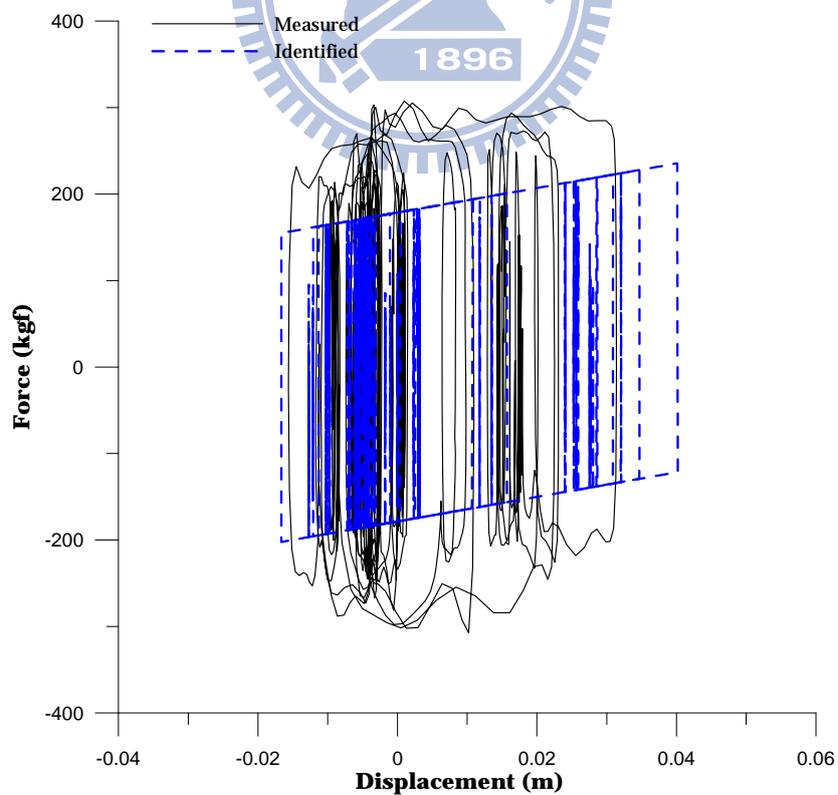


圖 3.41 識別與量測之遲滯迴圈比較(El Centro ; PGA=0.59g)

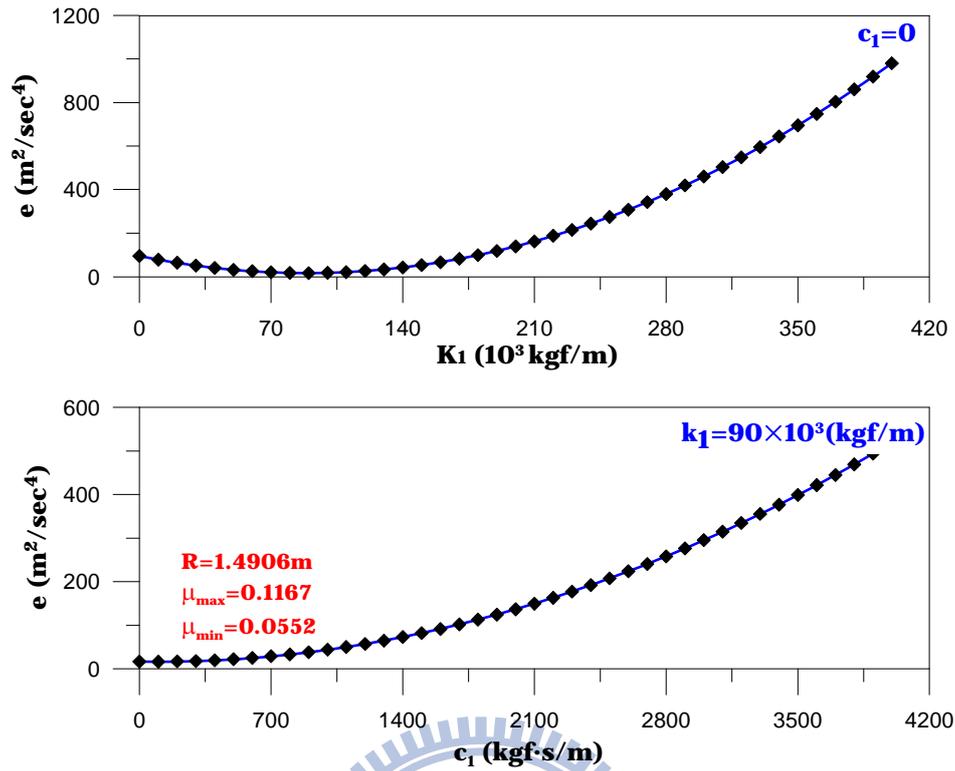


圖 3.42  $k_1$  及  $c_1$  第一迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(振動台試驗；Mokha's Mechanism)

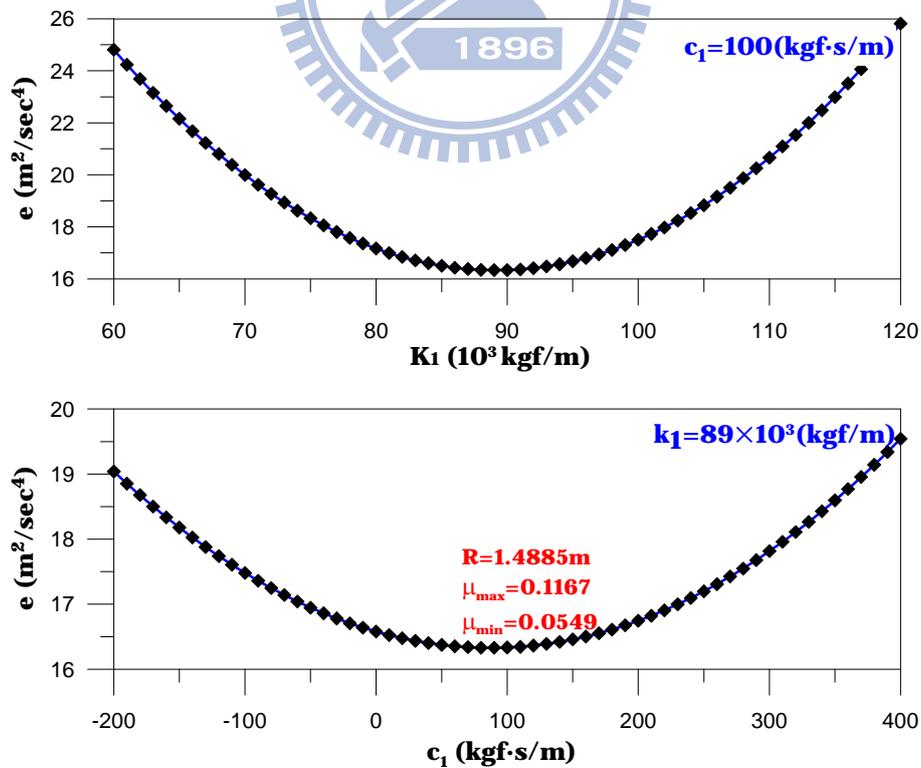


圖 3.43  $k_1$  及  $c_1$  第二迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(振動台試驗；Mokha's Mechanism)

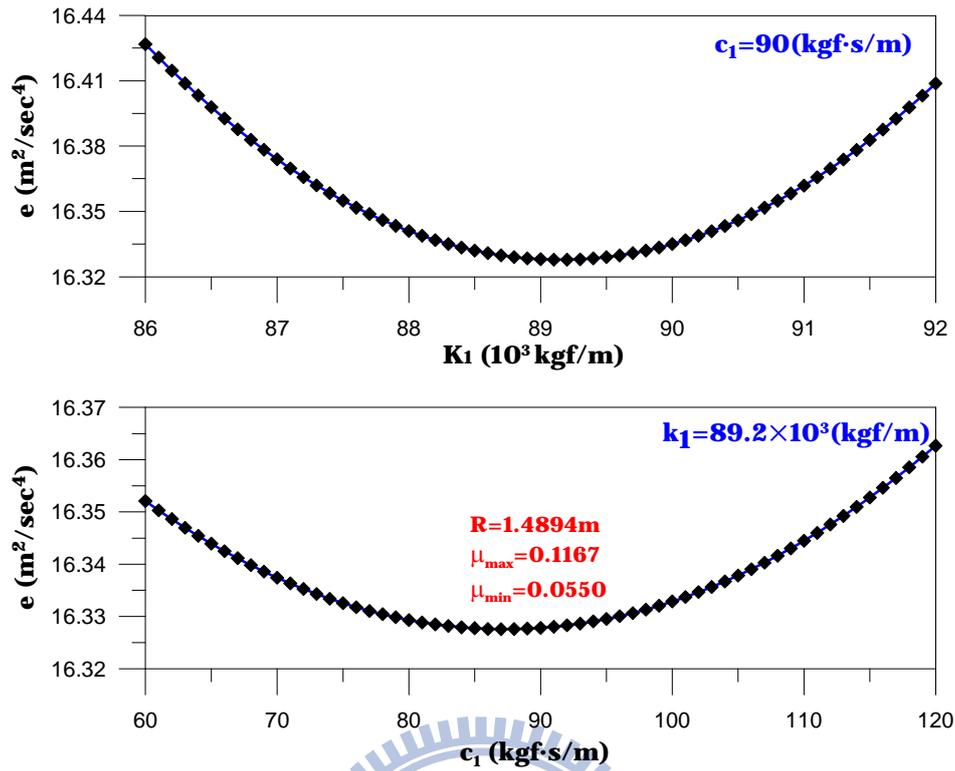


圖 3.44  $k_1$  及  $c_1$  第三迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(振動台試驗；Mokha's Mechanism)

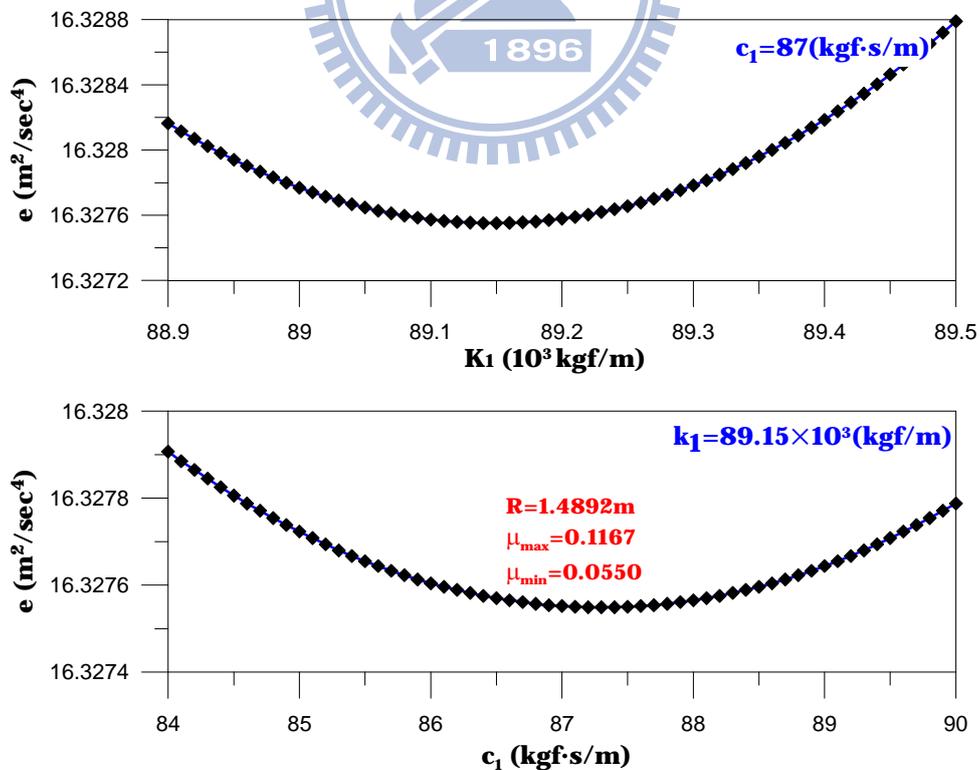


圖 3.45  $k_1$  及  $c_1$  第四迴圈掃描搜尋分析與誤差函數  $e$  之關係曲線  
(振動台試驗；Mokha's Mechanism)

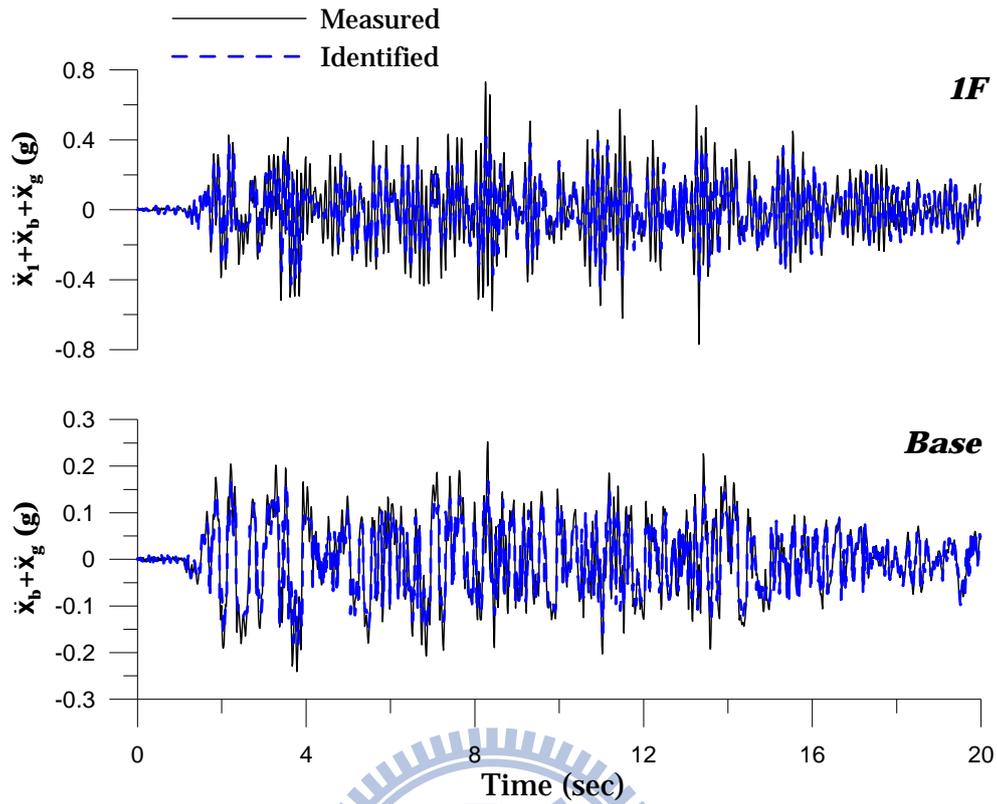


圖 3.46 識別與量測之加速度反應比較(El Centro ; PGA=0.59g)

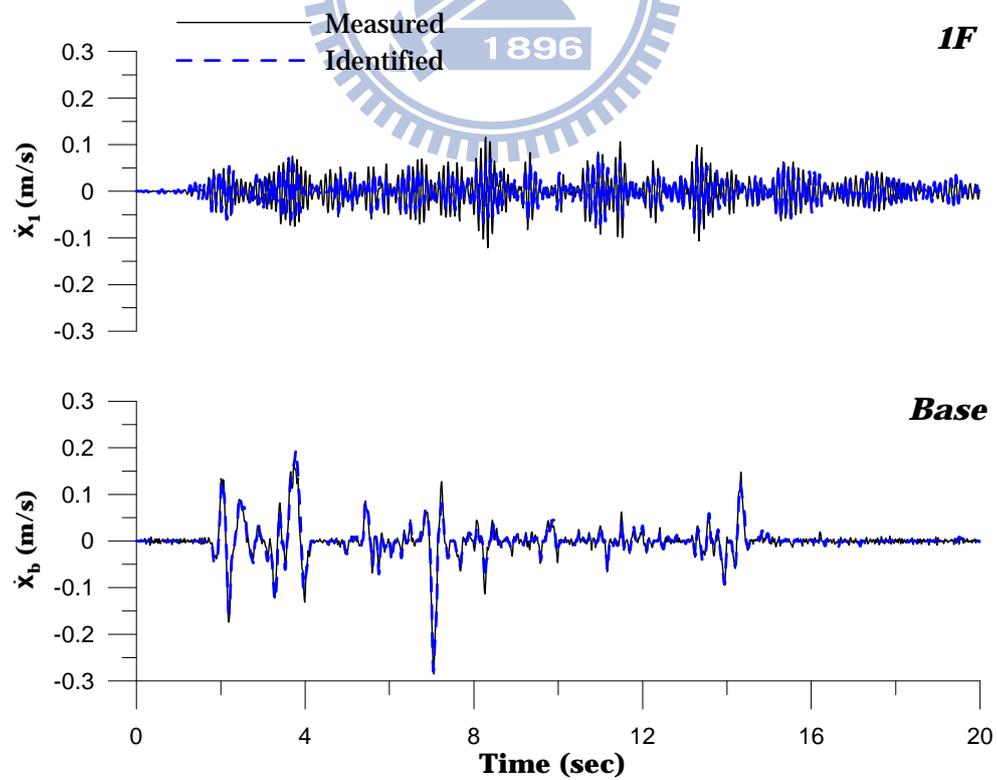


圖 3.47 識別與量測之速度反應比較(El Centro ; PGA=0.59g)

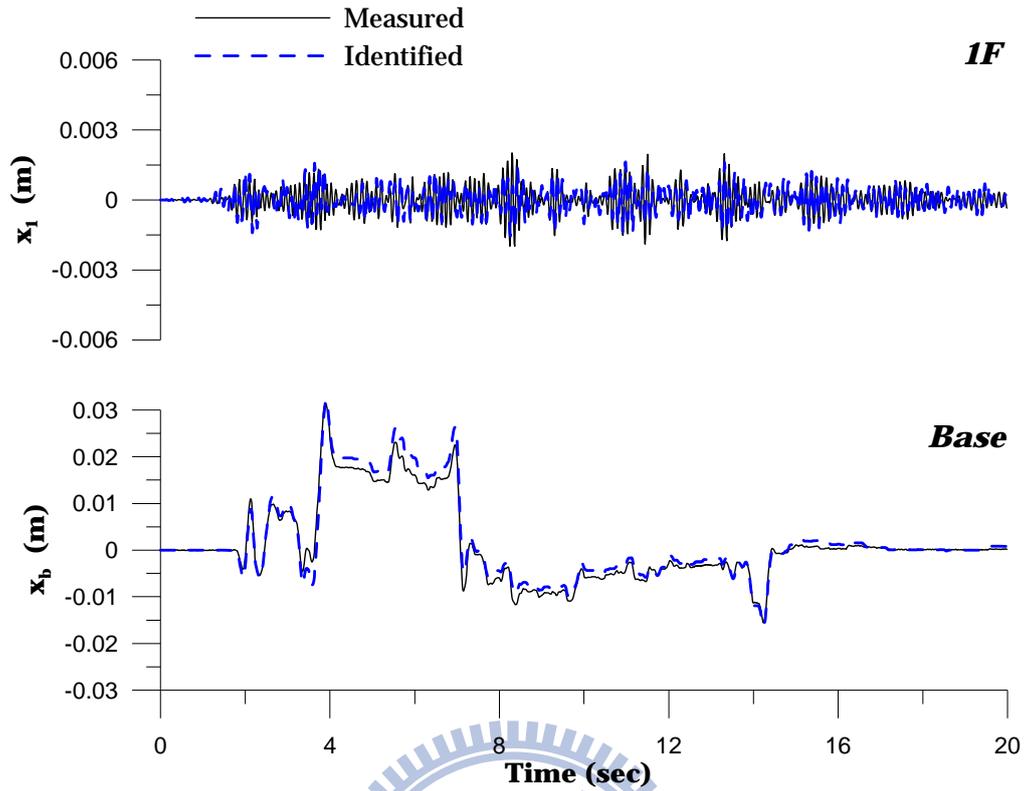


圖 3.48 識別與量測之位移反應比較(El Centro ; PGA=0.59g)

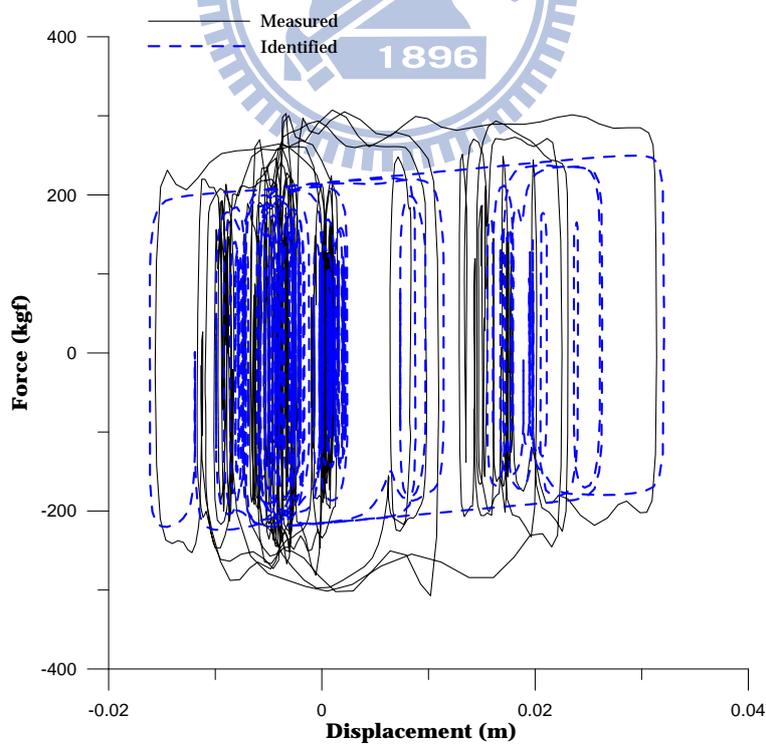


圖 3.49 識別與量測之遲滯迴圈比較(El Centro ; PGA=0.59g)

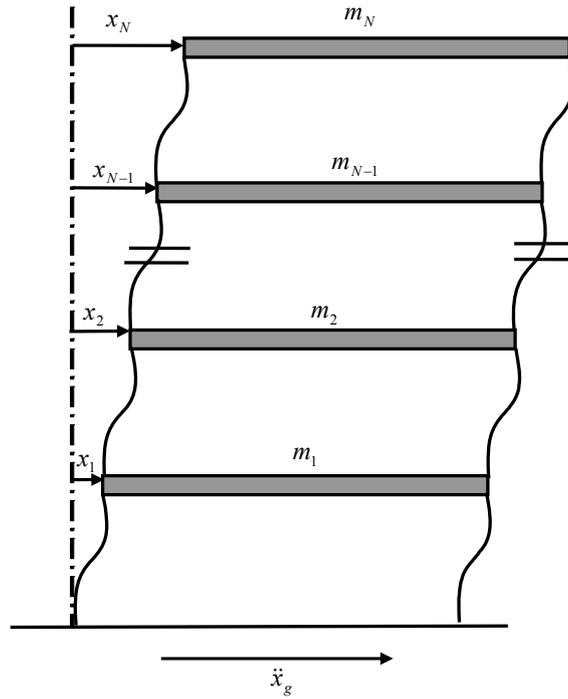


圖 3.50 N 層樓剪力屋架變形示意圖

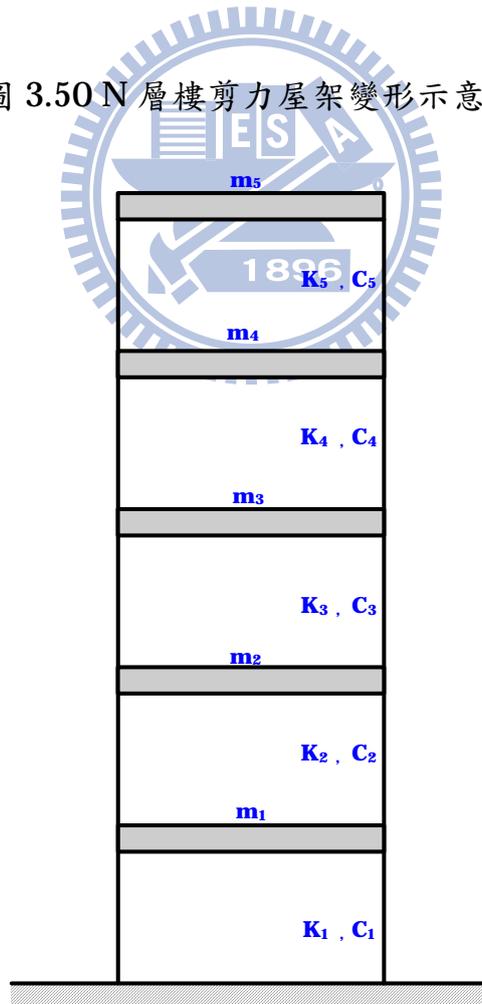


圖 3.51 五層樓構架示意圖

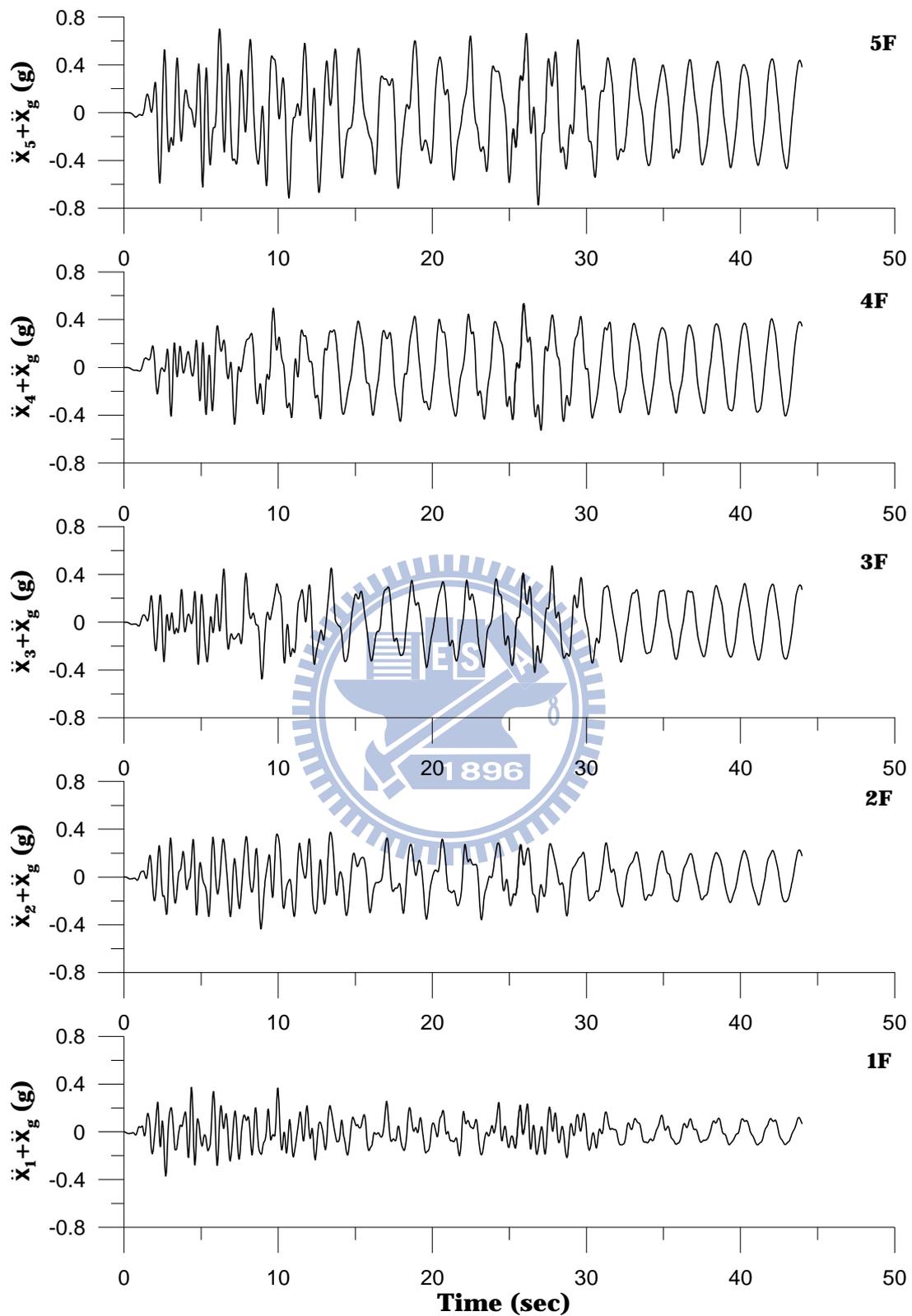


圖 3.52 結構各樓層加速度歷時反應(El Centro ; PGA=0.35g ; 數值範例)

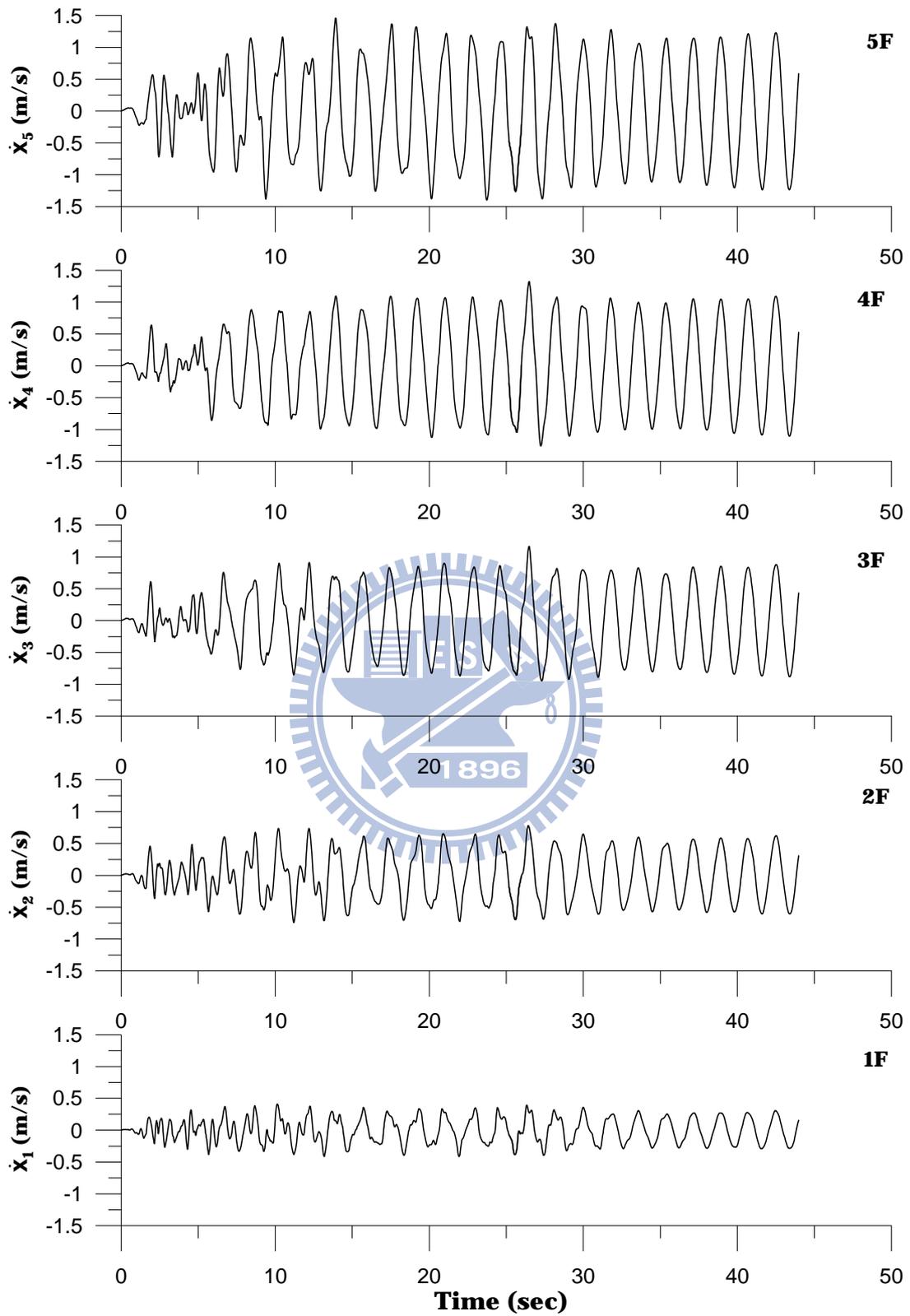


圖 3.53 結構各樓層之速度歷時反應(El Centro ; PGA=0.35g ; 數值範例)

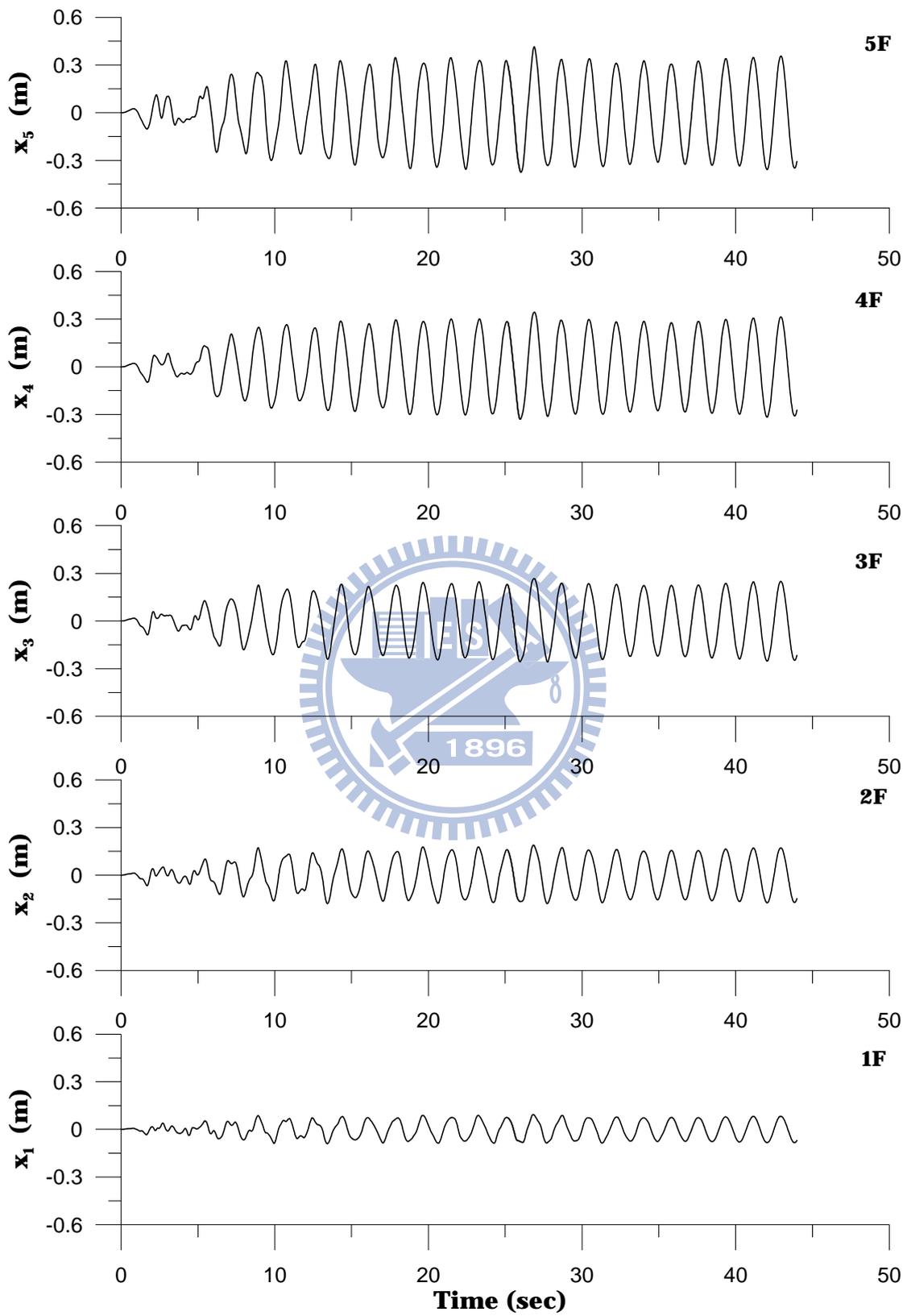


圖 3.54 結構各樓層之位移歷時反應(El Centro ; PGA=0.35g ; 數值範例)

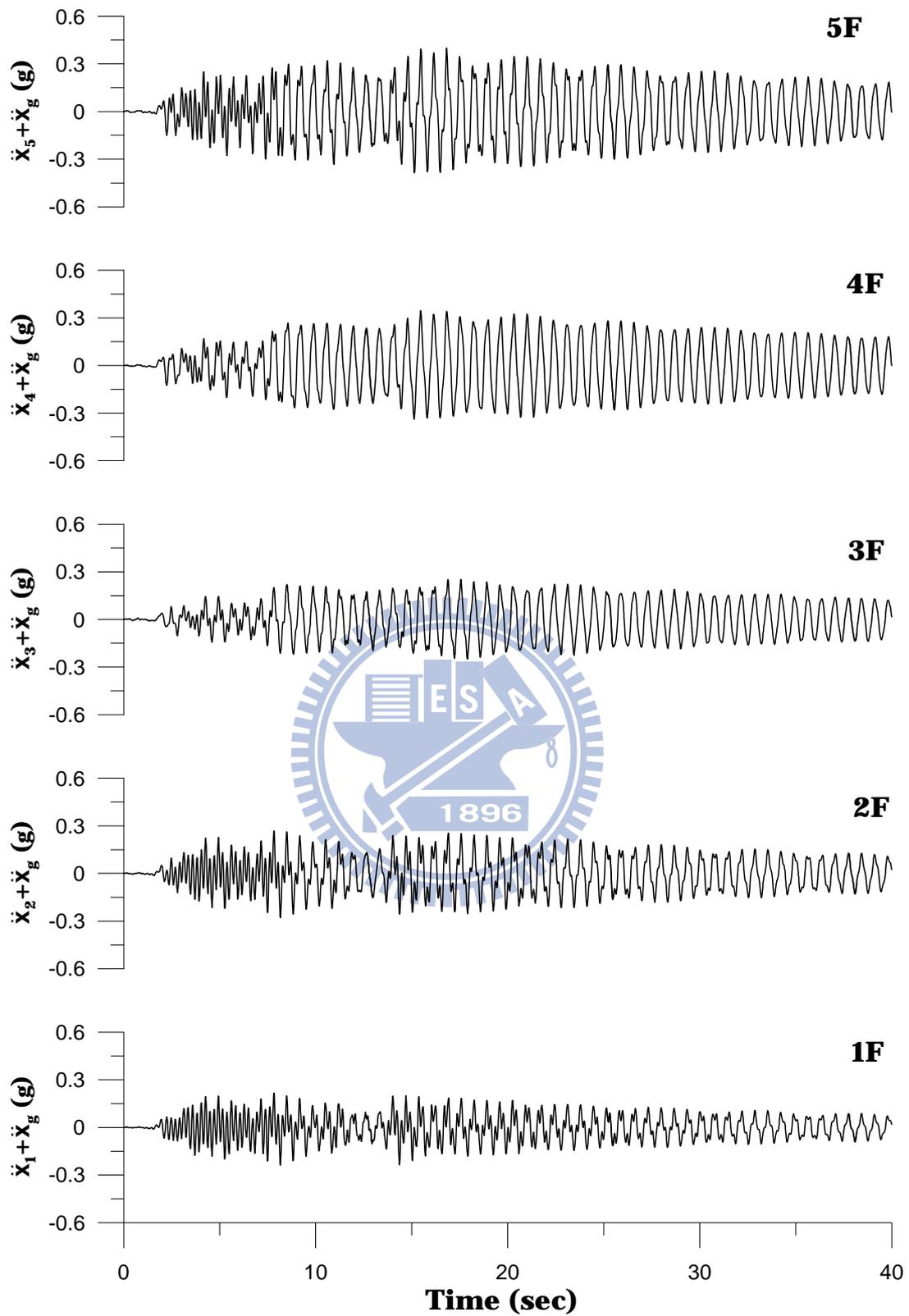


圖 3.55 五層樓結構量測之加速度反應

(El Centro ; PGA=0.13g ; 振動台試驗)

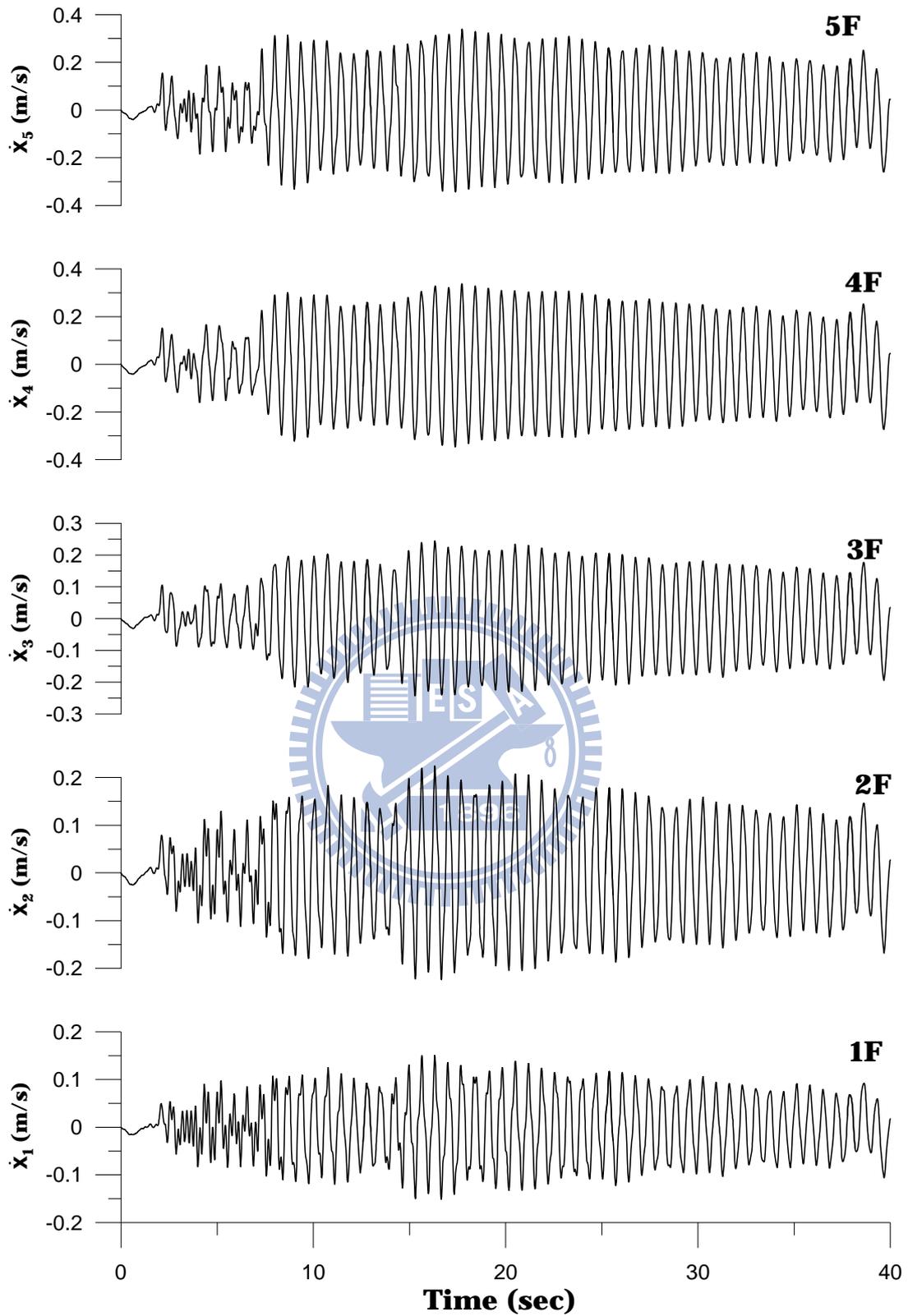


圖 3.56 五層樓結構經基線修正積分之速度反應

(El Centro ; PGA=0.13g ; 振動台試驗)

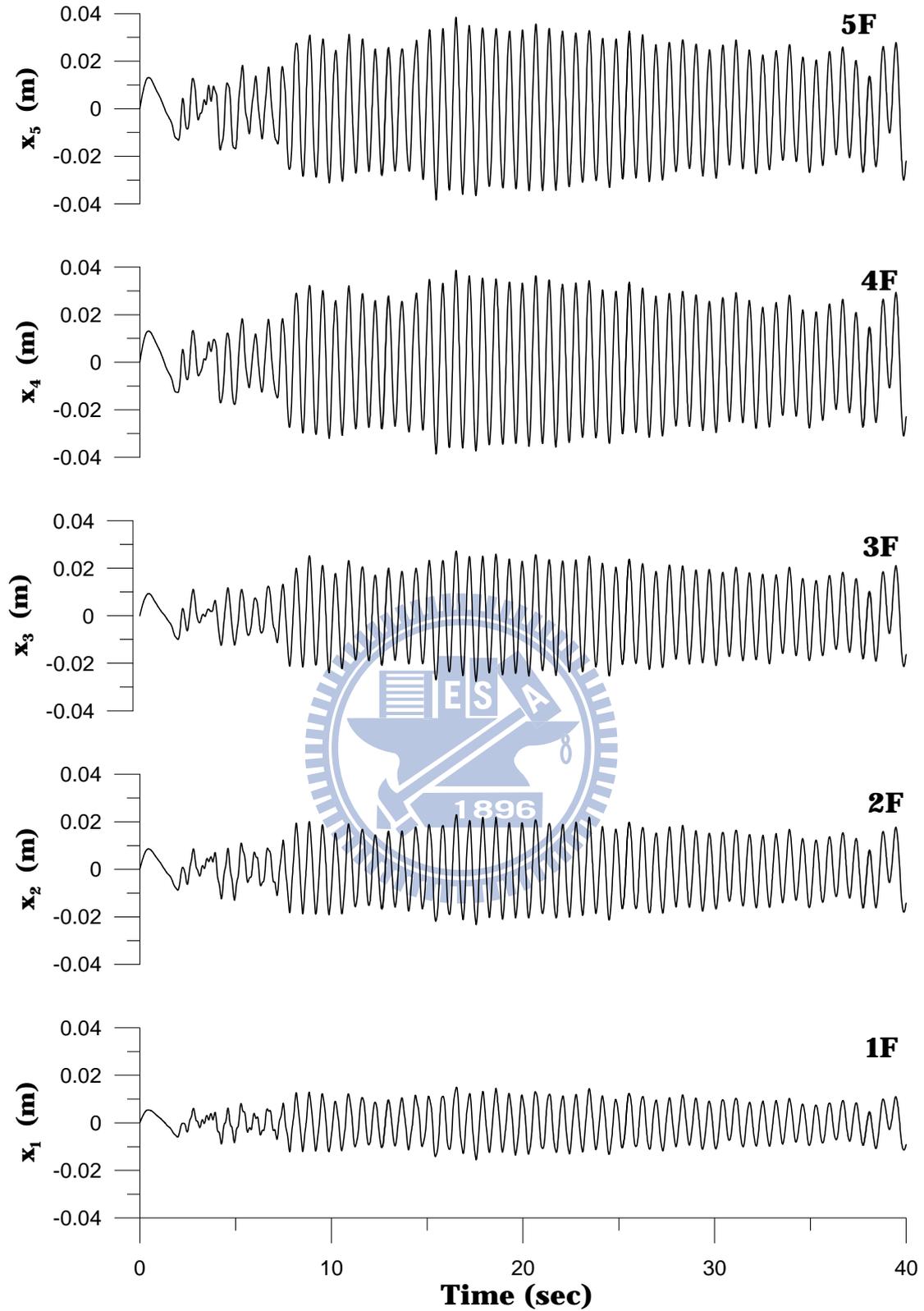


圖 3.57 五層樓結構經基線修正積分之位移反應

(El Centro ; PGA=0.13g ; 振動台試驗)

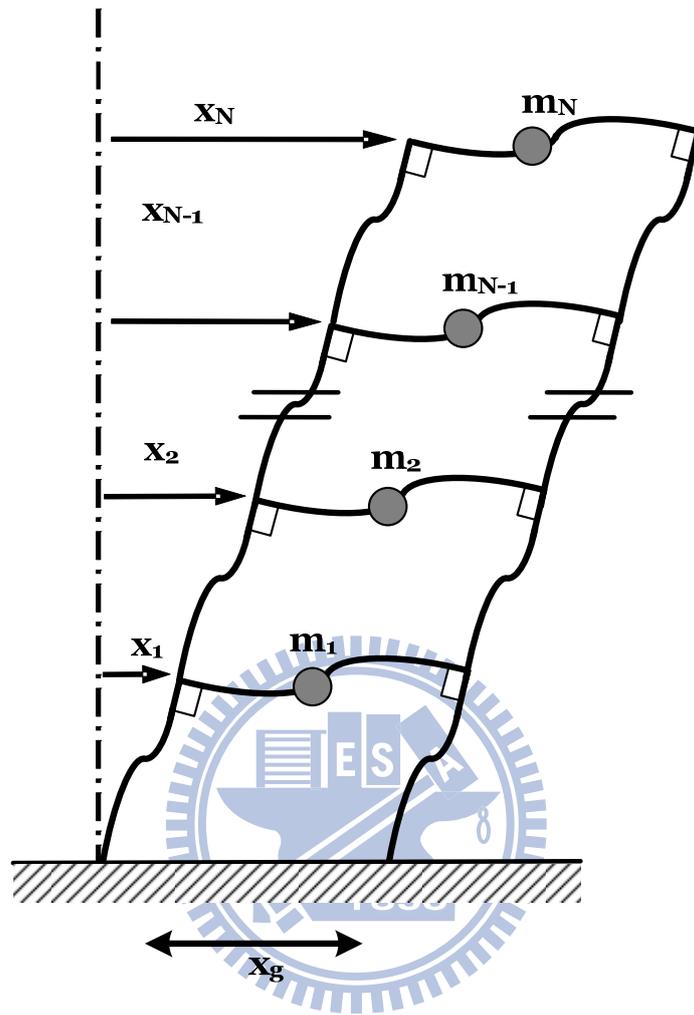


圖 3.58 N 層樓非剪力屋架結構變形示意圖

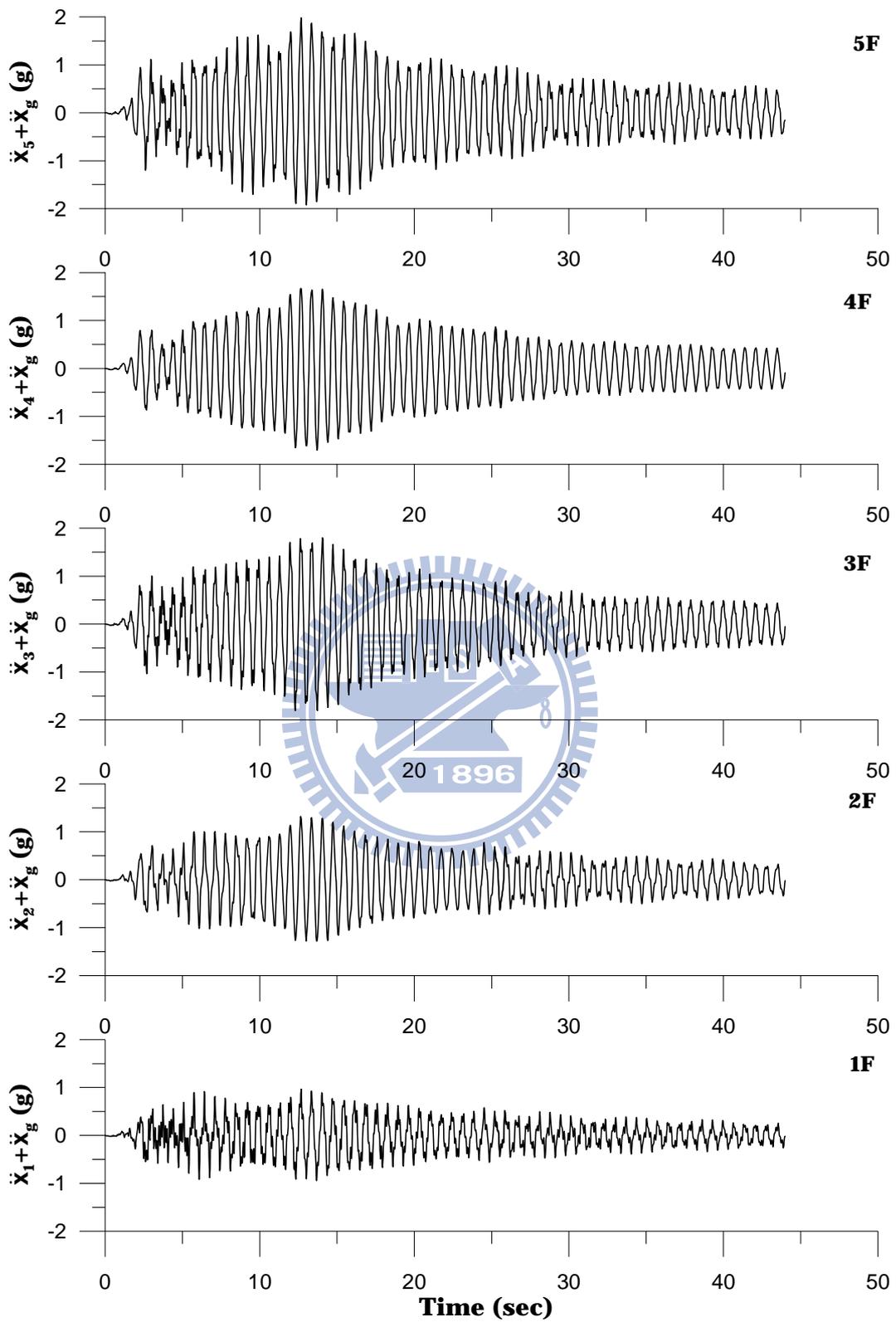


圖 3.59 五層樓結構各樓層加速度反應

(El Centro ; PGA=0.35g ; 數值範例)

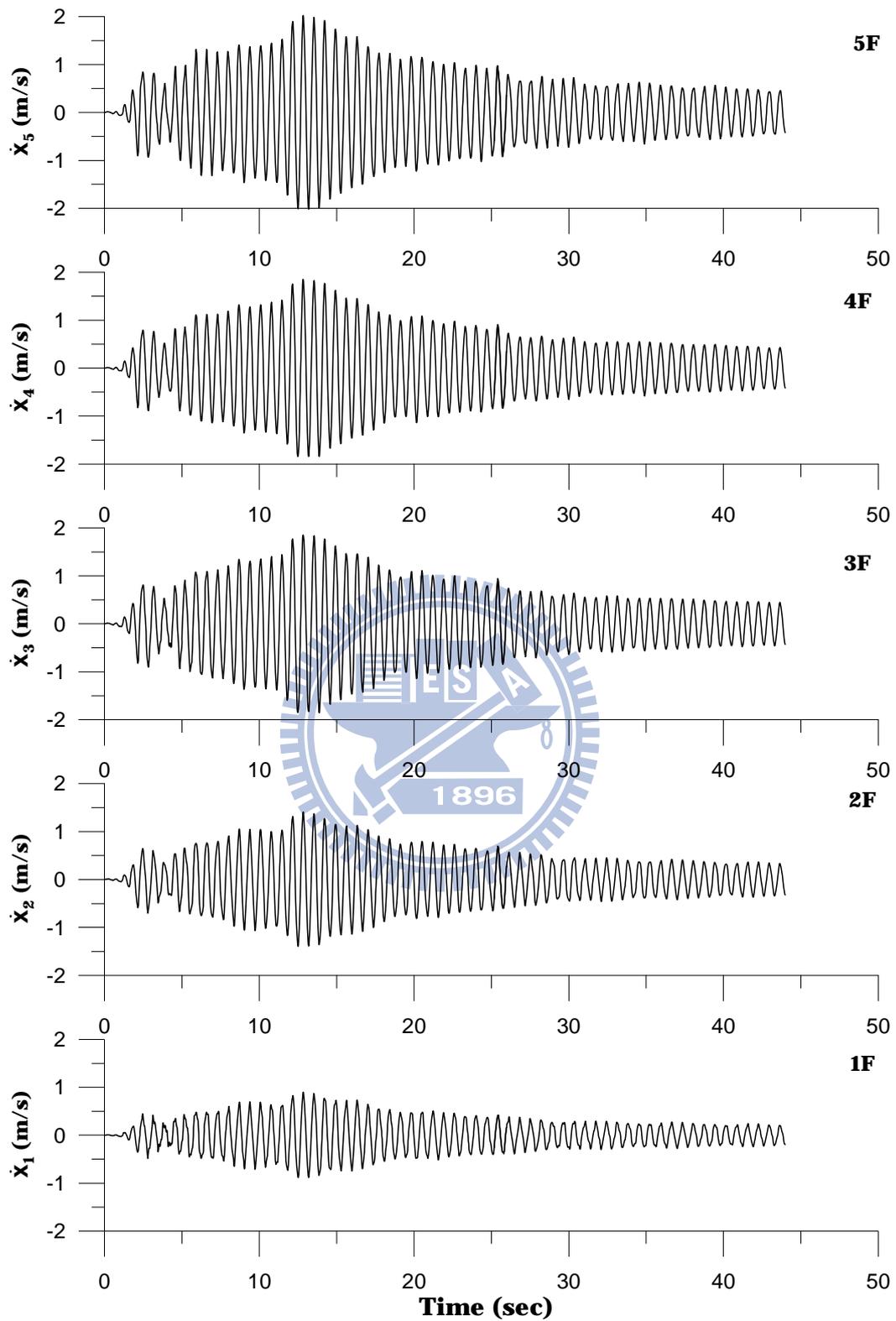


圖 3.60 五層樓結構各樓層速度反應

(El Centro ; PGA=0.35g ; 數值範例)

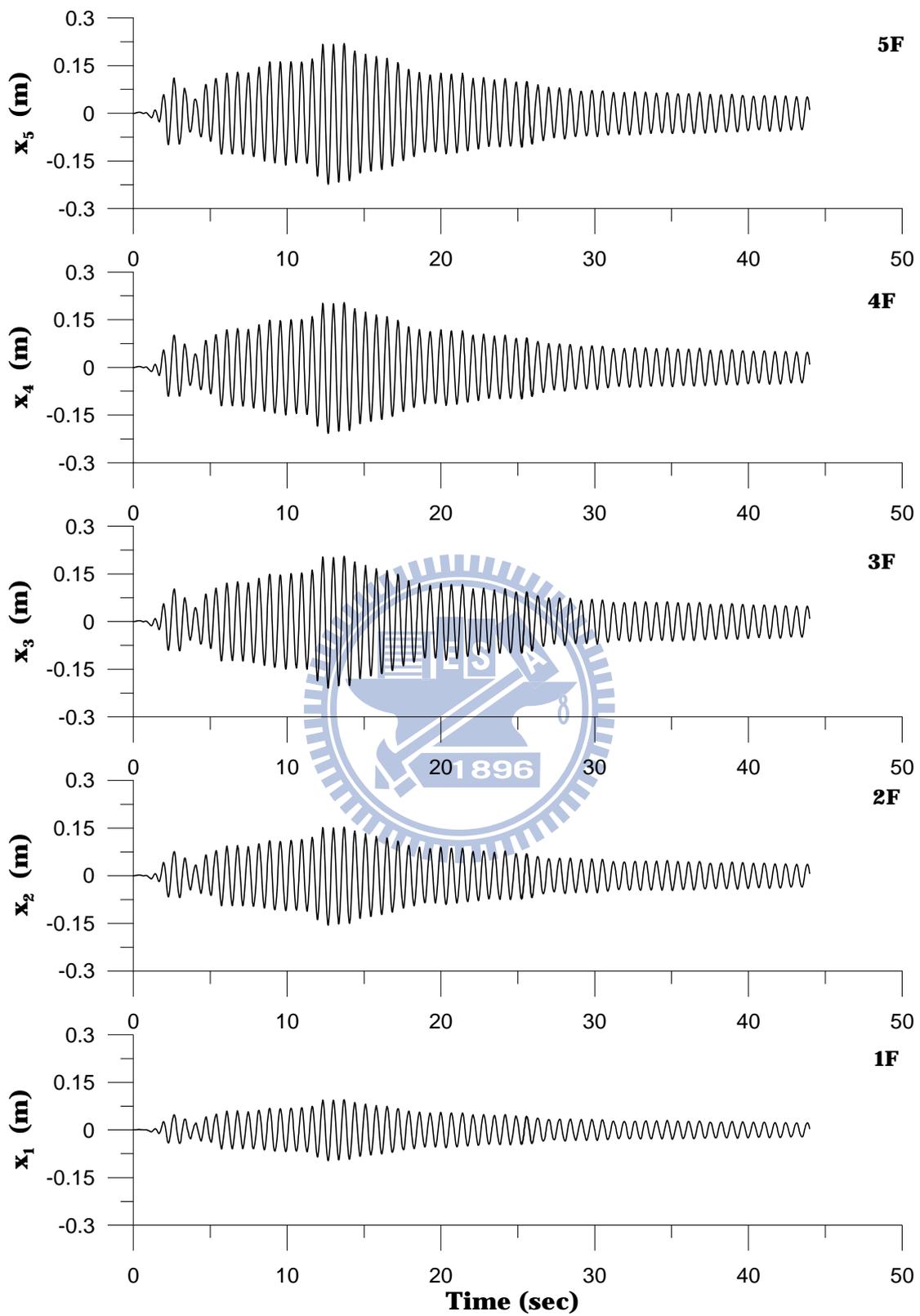


圖 3.61 五層樓結構各樓層位移反應

(El Centro ; PGA=0.35g ; 數值範例)

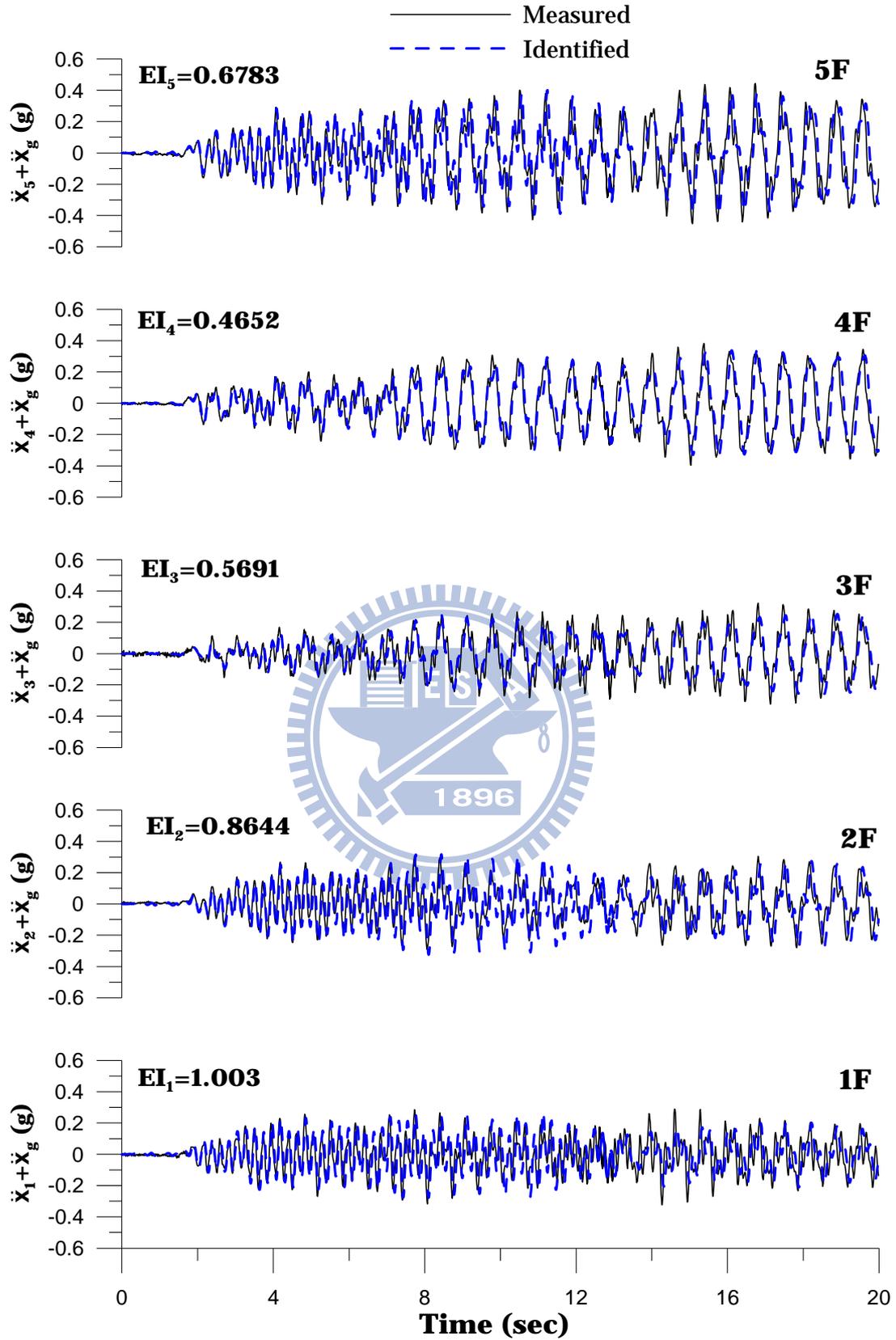


圖 3.62 識別與量測之各樓層加速度歷時比較

(El Centro ; PGA=0.13g ; 振動台試驗)

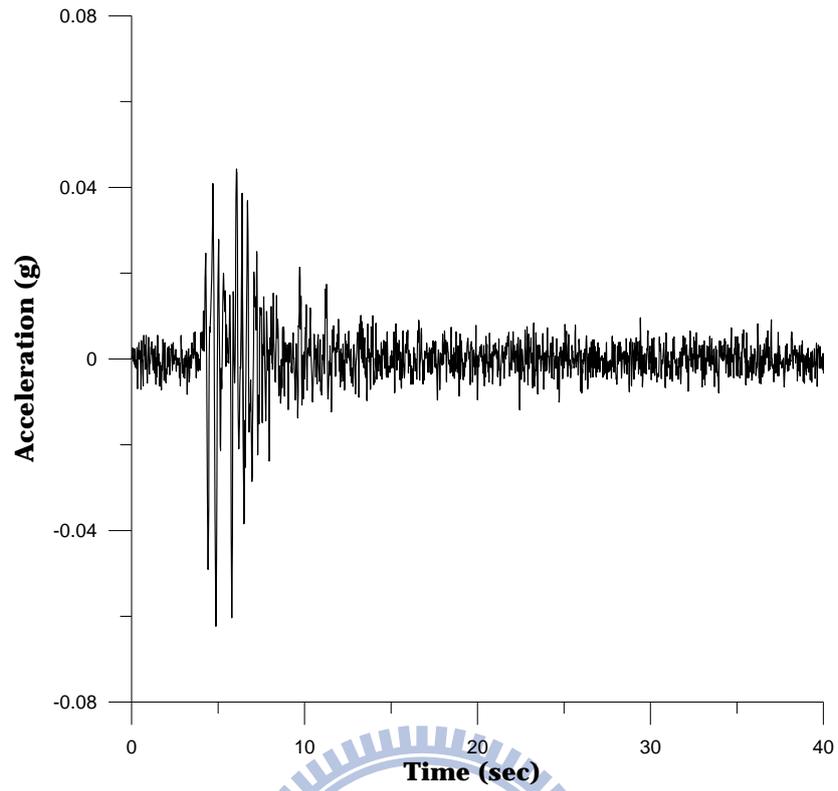


圖 3.63(a) Kobe 地震波加速度歷時(振動台試驗量測結果)

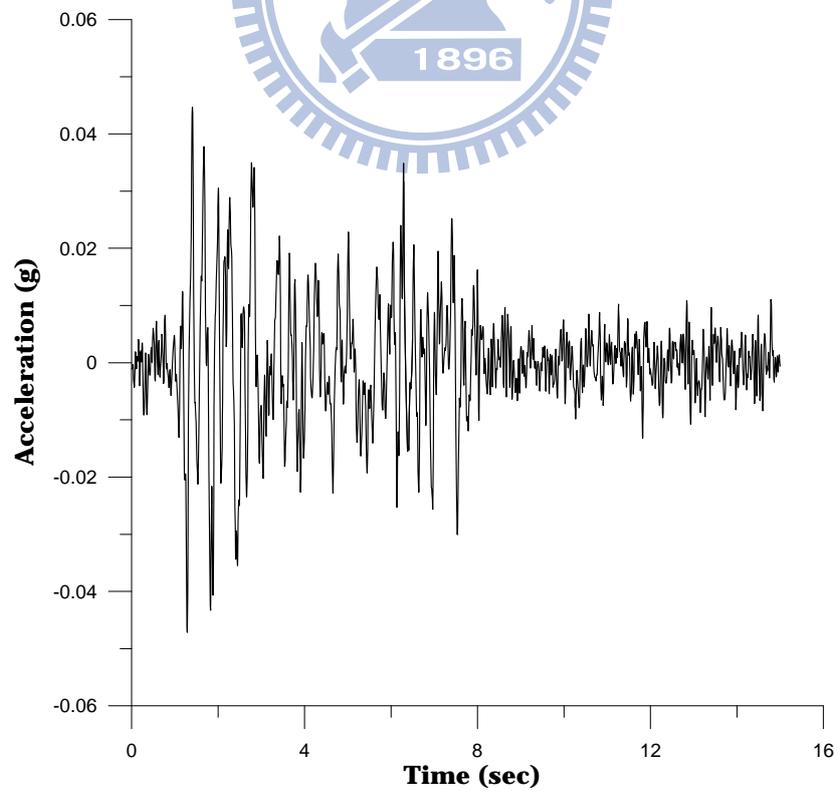


圖 3.63(b) Hachinohe 地震波加速度歷時 (振動台試驗量測結果)

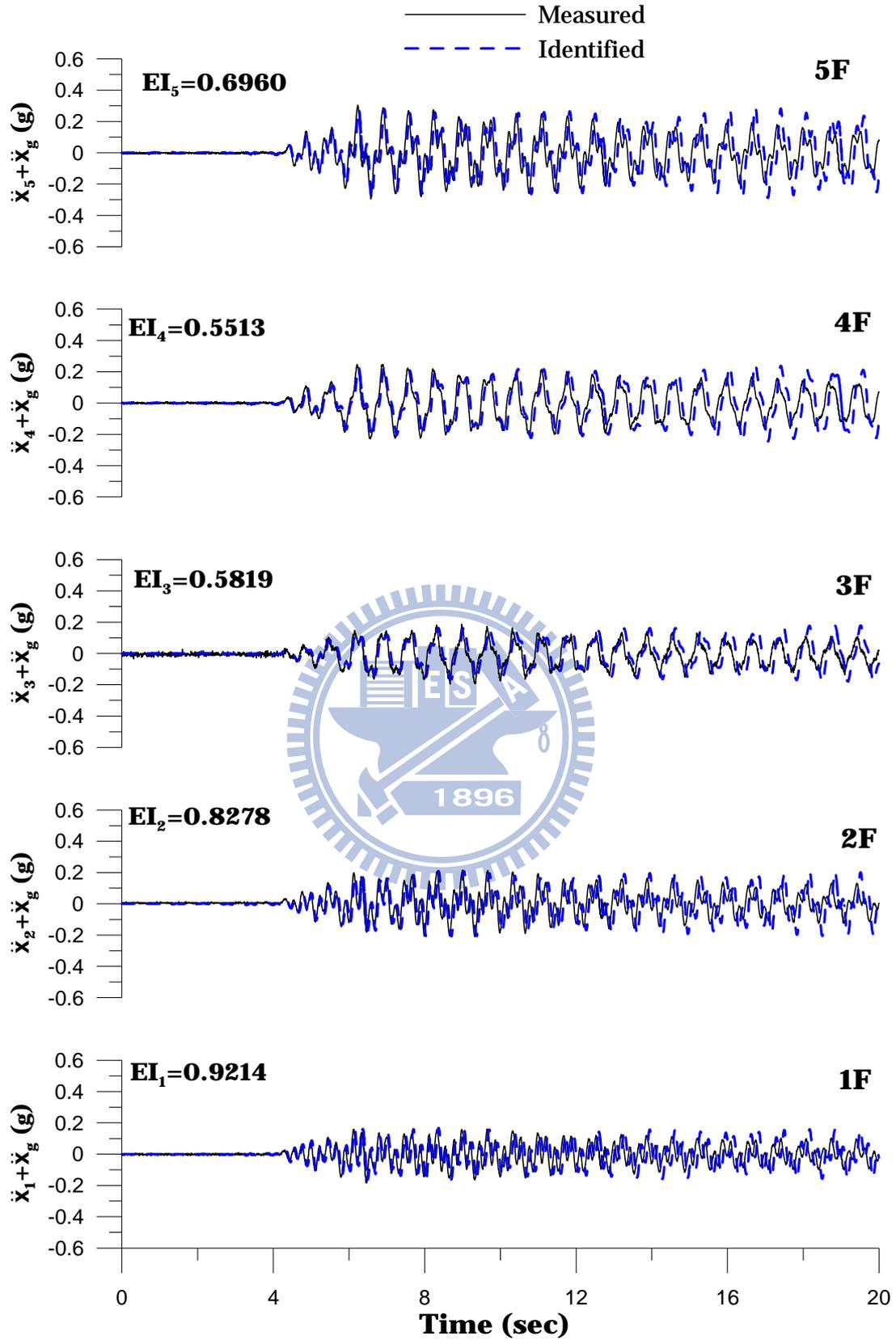


圖 3.64 識別與量測之各樓層加速度歷時比較

(Kobe ; PGA=0.06g ; 振動台試驗)

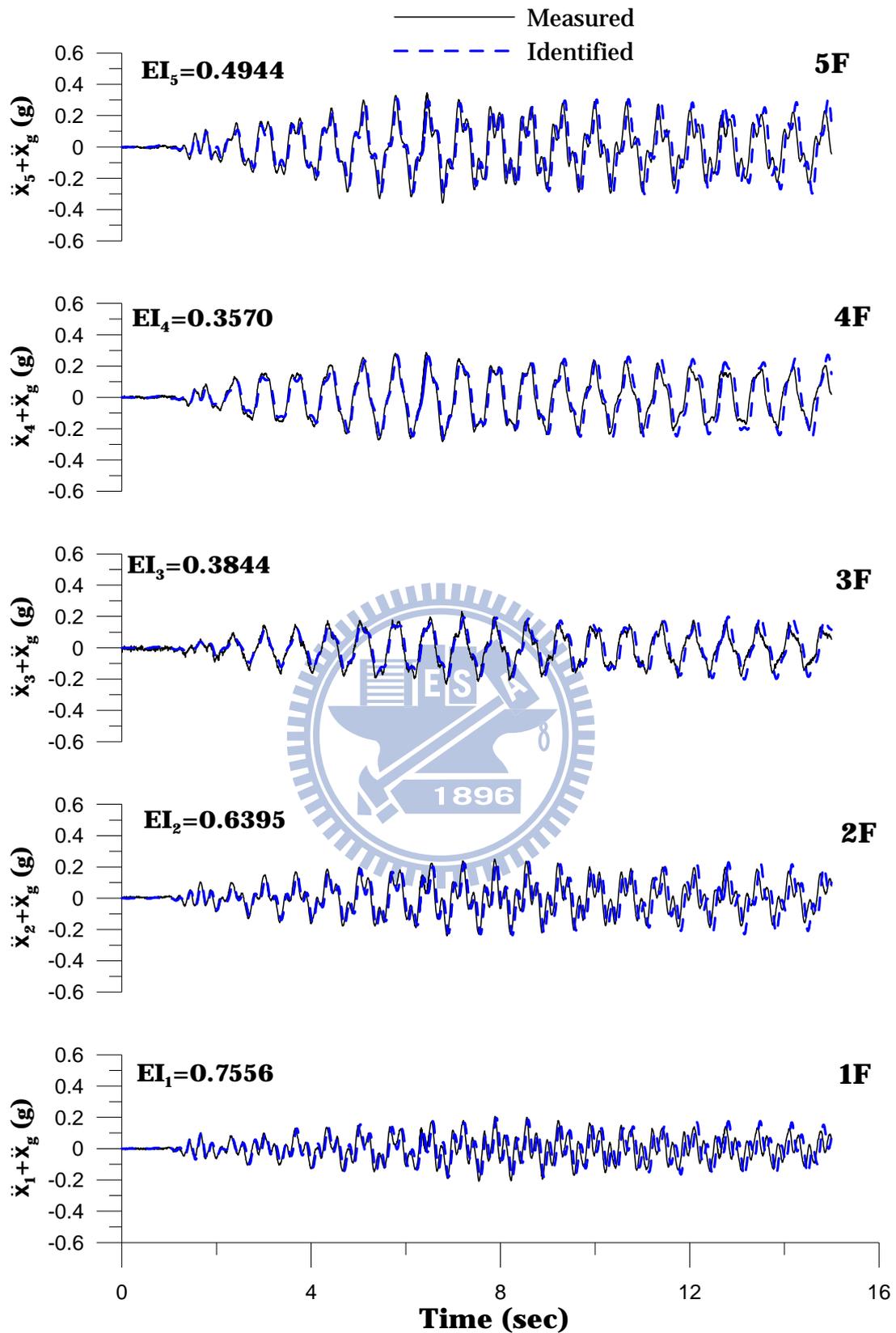


圖 3.65 識別與量測之各樓層加速度歷時比較

(Hachniohe ; PGA=0.05g ; 振動台試驗)



## 第四章 土木結構之 DLV 損傷探測分析

### 4.1 前言

結構損傷探測係藉由結構之動態或力學特性等異常變化，推斷結構損傷位置及受損程度的一門學問。常見之結構非破壞檢測方法，包括動態測試法、超音波檢測法、光學檢測法及聲波檢測法等，其中以動態測試法為基礎之結構損傷探測方法較具實用性，其餘方法則較適用於探究已知受損構件之內部損傷程度或殘餘強度。動態測試法是藉由激發結構系統使產生振動，以模態分析為基礎，由結構動態反應監測資料識別出結構系統之模態參數(如頻率、阻尼比、振態...等)或物理參數(如勁度矩陣、柔度矩陣...等)，並由參數之變化找出破壞位置。

D.J Ewins【43】以結構動力學之觀念與理論為基礎，結合動態特徵試驗及系統識別分析，並由其所定義之多項模態指標，將動態測試所識別之模態參數具體轉換為結構健康診斷的依據。柯宏明【44】利用 ARX 模式推算系統之頻域轉換函數，進一步由非線性迴歸分析推定各振態之週期、阻尼比和有效參數，配合  $\delta_M$  (Maximum Softening)、MAC(Modal Assurance Criterion)及 COMAC(Coordinate Modal Assurance Criterion)等三種損害評估指標，提出以識別強動階段的基本振動週期變化作為研判結構破壞程度的依據。儘管結構受損時可由其振動頻率之改變透露出訊息，但即使結構系統並未受損而維持在彈性範圍內，每次的動態試驗結果仍存在變異性，因此除非是極其簡單的結構系統，否則僅由自然振頻等模態資訊仍難以判定結構是否受損，遑論定位出受損位置。

振態(mode shapes) 因定義出結構系統自由度間較明確之空間關係，且能反映出局部之結構行為，或許可提供破偵測較佳的基礎。然而實際上，欲以振態資訊精確定位出結構受損位置，其敏感度仍嫌不足。Zhao

and DeWolf【49】針對結構破壞偵測之敏感度分析發現，柔度矩陣比起自然頻率或振態，對於結構之破壞更為敏感。換言之，在結構損傷探測上，結構的勁度矩陣或柔度矩陣等物理參數將比模態參數更為有用。

直覺上，結構之勁度矩陣應該是與結構受損最直接相關的物理參數，不過以勁度矩陣為基礎之結構損傷探測方法，都須先建立未受損結構的精確解析模型(analytical model)以資比較。惟就實務面而言，建立精確的結構解析模型本身就難以達成；此外，結構勁度矩陣的組成中，高頻振態的貢獻度相當大，然而高頻反應不易由量測之振動反應中萃取出來，間接影響勁度矩陣識別結果之精確性。相對而言，柔度矩陣主要係由低頻振態所貢獻，對於結構高階模態較不敏感，因而較容易識別出來。因此，以柔度矩陣為基礎的結構損傷探測方法具備極佳的發展潛力。Pandey and Biswas【51】藉由解析結構受損前後之柔度矩陣變化(changes in the flexibility)，成功識別出 I-型鋼梁的受損位置，開啟了以柔度矩陣為基礎之結構損傷探測方法研究熱潮。這個方法亦成功應用於平面桁架之損傷探測【52】。Bernal【53】於 2002 年提出損傷定位向量法(Method of Damage Locating Vectors, 簡稱 DLV 法)，以柔度矩陣為基礎的結構損傷探測方法遂有了突破性進展。Gao et al.【54,55】and Huynh et al.【56】分別將 DLV 法成功應用於空間桁架及平板的破壞偵測上。Duan et. al.【57,58】以 DLV 損傷識別方法分別針對多自由度彈簧質塊系統與平面桁架結構進行破壞偵測，並探討考慮模態數之多寡對於識別分析結果的影響。該研究指出，當結構有兩處破壞位置時，使用前二、三個模態即可正確偵測出破壞位置。

DLV 法的概念，是要識別出結構在某些特定形式的載重向量作用下，應力(或內力)為零的構件—即潛在的受損構件。凡符合這些特定形式的載重向量，即稱之為破壞定位向量，這剛好是數學上對應於結構受損前後的

柔度變異矩陣(**flexibility differential**)零空間(**null space**)的一組向量基底(**basis**),可藉由柔度變異矩陣之奇異值分解(**singular value decomposition, SVD**)求得。將 DLV 作為荷載施加於破壞前的結構上,再由其應力(或內力)分析結果萃取出最可能的破壞構件,作為結構損傷探測之依據。以 DLV 為基礎的破壞偵測方法並非完全不需結構之解析模型,因結構桿件之應力(或內力)仍須根據結構模型去計算。惟其計算結果受到結構解析模型誤差的影響較小,因此辨識率極高。此外,DLV 法可將多重損傷結構的受損位置定位出來。林裕家【59】透過數值模擬與試驗,針對剪力構架與桁架結構進行全域與局部區域之損害偵測,驗證 DLV 損傷識別方法可準確地偵測出框架結構之損害位置。涂哲維【60】利用 DLV 損傷探測法針對抗彎構架系統的損傷問題進行一系列的數值模擬分析與振動台試驗,其研究結果進一步驗證 DLV 損傷識別法應用於抗彎構架系統之損傷探測上確屬可行。

儘管如此,由於建築結構系統規模龐大,若每個樓層都要裝設多組感應計(至少 X,Y 向水平及扭轉自由度),恐怕不夠經濟。從實務面來說,結構健康診斷系統必須能在有限量測(**limited measurement**)的條件下成功判斷出結構損傷位置,才具備工程實用價值。克服不足觀測的問題,僅由部分樓層的觀測資料(**partial states**)推算出整體結構之全狀態(**full states**)的動態反應特徵,繼而識別出具足夠代表性的柔度矩陣做為 DLV 法之分析基礎,是成功建構結構健康診斷技術的關鍵因素。

在結構控制領域中,解決不足觀測問題的策略,一般採用「最佳狀態推估」(**optimal state estimation**)的技術來重建系統之狀態向量,或以「降階模型」(**Reduced-Order Model**)來代替原系統模型。最佳狀態推估法在觀測器(**observer**)安裝條件滿足系統之可觀測性(**observability**)前提下,可利用 **Kalman filter** 或 **Luenberger Observer**【61,62】,由觀測資料去推估

未量測樓層的狀態(位移及速度反應)。不過應用這類方法時，結構動態系統(dynamic system, or plant)參數須為已知，有時甚至須假設量測訊號為 noise-free(採用 Luenberger Observer 時)，因此並不適用於系統識別階段；「降階模型」必須確保其足以充分代表原動態系統的行為及主要特徵，惟在系統參數未知且量測訊號不足的情況下，何以判定「降階模型」具備充分之代表性？因此，這個方法亦不適用於結構損傷探測。本文將利用第二章所介紹之推測適應過濾法，以 ARX model 由觀測樓層的輸出(加速度反應)與輸入(地表加速度)關係求出其對應樓層之頻域響應函數，以決定各模態向量的已知分量，並將未觀測樓層所對應的各模態向量之分量視為未知，試著利用模態向量在數學上的正交(orthogonality)條件解出未知分量，以重建出整體結構的主要振態。主要振態一旦求出後，即可據以建立結構之柔度矩陣。

本章將先回顧 Bernal 【53】所提出之柔度矩陣本位 (flexibility-based) DLV 損傷探測方法之理論，並由數值範例與振動台試驗驗證其應用於平面構架結構之震害損傷探測之可行性。此外，並針對工程實務應用上可能面臨的觀測不足問題，提出可能的解決方法，即結合推測-適應過濾法與模態向量間之正交特性，重建出結構系統各主要模態之特徵向量，做為建立柔度矩陣以及 DLV 結構損傷探測分析的基礎，並以數值範例及振動台試驗示範其應用。

## 4.2 DLV 損傷探測理論之回顧

考慮一  $n$  維線彈性結構系統，其破壞前之柔度矩陣為  $F_i$ ，破壞後之柔度矩陣為  $F_d$ 。假設存在某荷載向量，將其分別作用於破壞前與破壞後之結

構系統時，會使結構系統產生相同之變位。若將滿足前述條件之荷載向量記為  $\mathbf{L}$ ，則可建立下列之關係式：

$$\mathbf{F}_d \mathbf{L} = \mathbf{F}_i \mathbf{L} \quad (4.1)$$

式(4.1)可進一步改寫為：

$$(\mathbf{F}_d - \mathbf{F}_i) \mathbf{L} = \mathbf{D}_F \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad (4.2)$$

其中， $\mathbf{D}_F = \mathbf{F}_d - \mathbf{F}_i$  為結構系統破壞前與破壞後柔度矩陣之變化量。數學上滿足式(4.2)者有三種情況，分別為(1)  $\mathbf{D}_F = \mathbf{0}$ ，表示結構系統之柔度矩陣未產生任何變化，即表示結構系統未發生破壞，因此不具討論意義；(2)  $\mathbf{L} = \mathbf{0}$ ；表示結構系統無荷載存在，故結構系統不會有變位產生，因此亦毋須討論；(3)  $\text{rank}(\mathbf{D}_F) = r < n$ ，即表示  $\mathbf{D}_F$  缺秩(rank deficient)，矩陣  $\mathbf{L}$  為對應於其零空間(null space)之基底(basis)。凡滿足情況(3)之荷載向量  $\mathbf{L}$ ，即稱之為破壞定位向量。

若結構在破壞前與破壞後之系統柔度矩陣可被萃取出來，便可求出柔度變化矩陣  $\mathbf{D}_F$ ，隸屬於零空間之特徵向量  $\mathbf{L}_i$  亦可被識別出來，如圖 4.1 所示。

針對柔度矩陣之變化量  $\mathbf{D}_F$  作奇異值分解(singular value decomposition；簡稱 SVD)可得

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T = [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0 \end{bmatrix} [\mathbf{V}_1 \quad \mathbf{V}_0]^T \quad (4.3)$$

其中， $\mathbf{U}_1$  為  $\mathbf{D}_F \mathbf{D}_F^T$  之非零特徵值所對應之單位特徵向量； $\mathbf{U}_0$  為  $\mathbf{D}_F \mathbf{D}_F^T$  之零特徵值所對應之單位特徵向量； $\mathbf{S}_1$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之非零奇異值所組成之對角矩陣； $\mathbf{S}_0$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之理想零奇異值所組成之對角矩陣； $\mathbf{V}_1$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之非零特

徵值所對應之單位特徵向量； $\mathbf{V}_0$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之零特徵值所對應之單位特徵向量。

SVD 之主要幾何概念如圖 4.2 所示，其中矩陣  $\mathbf{U}$  及  $\mathbf{V}$  分別為  $\mathbf{D}_F \mathbf{D}_F^T$  與  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之特徵向量所組成之座標轉換矩陣， $\mathbf{U}$  及  $\mathbf{V}$  皆為正交矩陣；矩陣  $\mathbf{S}$  為  $\mathbf{D}_F \mathbf{D}_F^T$  或  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之奇異值所組成之對角矩陣。

式(4.3)可重新改寫如下：

$$\mathbf{D}_F (\mathbf{V}^T)^{-1} = \mathbf{U} \mathbf{S} = [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

由於矩陣  $\mathbf{V}$  為正交矩陣，因此具有  $\mathbf{V}^T = \mathbf{V}^{-1}$  之特性，故式(4.4)亦可表示如下：

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V} = [\mathbf{D}_F \mathbf{V}_1 \quad \mathbf{D}_F \mathbf{V}_0] = [\mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1 \quad \mathbf{U}_0 \mathbf{S}_0] = [\mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1 \quad \mathbf{0}] \quad (4.5)$$

比較式(4.5)與式(4.2)可知，破壞定位向量  $\mathbf{L}$  可由柔度變化矩陣  $\mathbf{D}_F$  之奇異值分解 (SVD) 求得。然而，現實中由於訊號量測誤差 (雜訊之影響) 及數值計算所造成之誤差，皆會使得  $\mathbf{S}_0$  無法完全等於零。為了有效地從奇異值分解之矩陣  $\mathbf{S}$  區分出零空間 (null space) 大小，以及從結構系統中分辨可能損壞之桿件，Bernal 【53】 提出一指標係數  $svn_i$  (singular value normalize)，作為零空間選擇之依據。 $svn_i$  之定義如下：

$$svn_i = \frac{s_i \|\mathbf{V}_i\|_\infty^2}{s_q \|\mathbf{V}_q\|_\infty^2} \quad i = 1, \dots, n \quad (4.6)$$

其中， $s_i$  為柔度變化矩陣  $\mathbf{D}_F$  之第  $i$  個奇異值； $\|\mathbf{V}_i\|_\infty^2$  為  $s_i$  所對應特徵向量  $\mathbf{V}_i$  之 infinity norm，即向量  $\mathbf{V}_i$  分量之絕對值最大者； $s_q \|\mathbf{V}_q\|_\infty^2 = \max(s_i \|\mathbf{V}_i\|_\infty^2)$  為所有  $s_i \|\mathbf{V}_i\|_\infty^2$  ( $i = 1, \dots, n$ ) 中之最大者。Bernal 建議凡滿足  $svn_i \leq 0.20$  之條件者，

其特徵向量  $\mathbf{V}_i$  即視為零空間，據以挑選出結構之破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$ 。

此外，Bernal 並定義結構系統於第  $i$  個破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$  載重作用下之正規化應力指數  $nsi_{ij}$  (normalized stress index) 如下：

$$nsi_j^i = \left| \frac{\sigma_j^i}{|\sigma_j^i|_{\max}} \right| \quad j = 1, \dots, n, \quad \forall i \quad (4.7)$$

其中， $\sigma_j^i$  為對應於第  $i$  個 DLV 載重向量作用下之第  $j$  根桿件的應力(或內力)。結構系統若為桁架系統，則  $\sigma_j^i$  可表示為桿件之軸力；若為抗彎構架系統，則  $\sigma_j^i$  可以是柱剪力。

由於 DLV 可能不只一組，Bernal 又定義一加權應力指標  $WSI_j$  (weighted stress index) 作為結構損傷探測之依據如下：

$$WSI_j = \frac{\sum_{i=1}^{nDLV} nsi_j^i}{\overline{svn}_i} \quad (4.8)$$

其中， $\overline{svn}_i = \max(svn_i, 0.015)$ ， $nDLV$  代表結構系統進行 DLV 分析之總桿件元素數目。依據所計算出對應於各桿件之加權應力指標  $WSI_j$ ，由各桿件之指標中相對數值較小者，即判斷為結構系統可能之破壞樓層或桿件。DLV 法之分析流程可由圖 4.3 所示。

### 4.3 結構柔度矩陣之建立

由於結構系統之高階模態識別不易，因而增加了結構損傷偵測之困難度。幸而柔度矩陣對於高階模態不敏感，故系統識別時僅以少量之低頻模

態仍可建構出等效柔度矩陣。茲考慮一  $n$  維線性系統如下：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (4.9)$$

其中， $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$  與  $\mathbf{K}$  分別為  $n \times n$  之系統質量、阻尼與勁度矩陣； $\mathbf{x}(t)$  為  $n \times 1$  之系統位移； $\mathbf{P}(t)$  為  $n \times 1$  之系統外力。若將結構系統從時間域轉換至模態域，可推得系統模態質量  $\bar{\mathbf{M}}$  與模態勁度  $\bar{\mathbf{K}}$  分別如下：

$$\bar{\mathbf{M}} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi \quad (4.10a)$$

$$\bar{\mathbf{K}} = \Phi^T \mathbf{K} \Phi \quad (4.10b)$$

其中， $\Phi_{n \times n} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]$ ，為由系統模態向量  $\phi_i$  所組成之模態矩陣。模態質量矩陣  $\bar{\mathbf{M}}$  與模態勁度矩陣  $\bar{\mathbf{K}}$  之關係式如下：

$$\Omega = \bar{\mathbf{M}}^{-1} \bar{\mathbf{K}} \quad (4.11)$$

其中， $\Omega$  為由系統模態頻率平方 ( $\omega_j^2$ ； $j=1 \sim n$ ) 所組成之對角矩陣。由式 (4.10) 與式 (4.11) 之關係可推得：

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Phi^T \mathbf{M} \Phi \Omega \quad (4.12)$$

因此，結構系統之勁度矩陣  $\mathbf{K}$  可被表示為：

$$\mathbf{K} = (\Phi^T)^{-1} \mathbf{w} \Omega \mathbf{w} \Phi^{-1} \quad (4.13)$$

其中， $\mathbf{w} = (\Phi^T \mathbf{M} \Phi)^{1/2}$ 。上式顯示勁度矩陣  $\mathbf{K}$  與  $\Omega$  成正比，因此愈高頻的振態貢獻度愈高。

由柔度矩陣與勁度矩陣互為反矩陣之關係，可推得柔度矩陣之組成如下：

$$\mathbf{F} = \Phi \mathbf{w}^{-1} \Omega^{-1} \mathbf{w}^{-1} \Phi^T \quad (4.14)$$

上式顯示柔度矩陣  $\mathbf{F}$  與  $\mathbf{\Omega}$  成正比，因此愈高頻的振態貢獻度愈低。若僅考慮前  $m$  個模態 ( $m < n$ )，則式(4.14)可改寫如下：

$$\mathbf{F}_{n \times n} = \mathbf{\Phi}_{n \times m} \mathbf{W}_{m \times m}^{-1} \mathbf{\Omega}_{m \times m}^{-1} \mathbf{W}_{m \times m}^{-1} \mathbf{\Phi}_{n \times m}^T \quad (4.15)$$

其中， $\mathbf{\Phi}_{n \times m} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]$  為系統前  $m$  個模態向量所組成之模態矩陣； $\mathbf{W}_{m \times m} = (\mathbf{\Phi}_{n \times m}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi}_{n \times m})^{1/2}$ 。本文後續有關結構損傷探測之分析中，柔度矩陣將根據式(4.15)來建立。

## 4.4 DLV 損傷探測之數值範例

本節將以一棟三層樓剪力屋架(如圖 4.4)為對象進行分析，示範 DLV 結構損傷探測法之應用。結構系統之參數歸納於表 4.1。受損結構係考慮破壞樓層之剛度(EI 值)縮減 20%的情況來模擬，結構破壞前、後各樓層之重量保持不變。

### 4.4.1 由特徵分析檢驗 DLV 損傷探測法於構架結構之可行性

考慮結構系統之質量矩陣( $\mathbf{M}$ )與未破壞時(intact)之勁度矩陣( $\mathbf{K}_i$ )分別為：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_3 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 400 \end{bmatrix} (\text{kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{m})$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} k_3^i & -k_3^i & 0 \\ -k_3^i & k_2^i + k_3^i & -k_2^i \\ 0 & -k_2^i & k_1^i + k_2^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30000 & -30000 & 0 \\ -30000 & 60000 & -30000 \\ 0 & -30000 & 60000 \end{bmatrix} (\text{kgf} / \text{m})$$

其中， $m_j$  為結構第  $j$  層質量； $k_j^i$  為結構未破壞時，第  $j$  樓層之勁度。

假設結構於一樓發生破壞，受損後(damaged)該樓層勁度縮減為原勁度之 80%，即  $k_1^d = 0.8k_1^i$ ，因此受損結構之勁度矩陣  $\mathbf{K}_d$  變成：

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} k_3^d & -k_3^d & 0 \\ -k_3^d & k_2^d + k_3^d & -k_2^d \\ 0 & -k_2^d & k_1^d + k_2^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30000 & -30000 & 0 \\ -30000 & 60000 & -30000 \\ 0 & -30000 & 54000 \end{bmatrix} (\text{kgf} / \text{m})$$

其中， $k_j^d$  為受損結構之第  $j$  樓層勁度。

經由特徵分析，求出結構未破壞時之特徵值矩陣( $\mathbf{\Omega}_i$ )與模態矩陣( $\mathbf{\Phi}_i$ )為：

$$\mathbf{\Omega}_i = \begin{bmatrix} 14.8547 & 0 & 0 \\ 0 & 116.6219 & 0 \\ 0 & 0 & 243.5235 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Phi}_i = \begin{bmatrix} -0.0368 & -0.0296 & 0.0164 \\ -0.0296 & 0.0164 & -0.0368 \\ -0.0164 & 0.0368 & 0.0296 \end{bmatrix}$$

受損結構之特徵值矩陣( $\mathbf{\Omega}_d$ )與模態矩陣( $\mathbf{\Phi}_d$ )為：

$$\mathbf{\Omega}_d = \begin{bmatrix} 13.0590 & 0 & 0 \\ 0 & 108.2960 & 0 \\ 0 & 0 & 238.6450 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Phi}_d = \begin{bmatrix} -0.0359 & -0.0301 & 0.0174 \\ -0.0296 & 0.0134 & -0.0380 \\ -0.0182 & 0.0376 & 0.0275 \end{bmatrix}$$

將結構破壞前、後之模態參數分別代入式(4.14)，可得到對應之柔度矩陣  $\mathbf{F}_i$  與  $\mathbf{F}_d$  分別表示如下：

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} 0.1000 E - 03 & 0.0667 E - 03 & 0.0333 E - 03 \\ 0.0667 E - 03 & 0.0667 E - 03 & 0.0333 E - 03 \\ 0.0333 E - 03 & 0.0333 E - 03 & 0.0333 E - 03 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} 0.1083 E - 03 & 0.0750 E - 03 & 0.0417 E - 03 \\ 0.0750 E - 03 & 0.0750 E - 03 & 0.0417 E - 03 \\ 0.0417 E - 03 & 0.0417 E - 03 & 0.0417 E - 03 \end{bmatrix}$$

因此，柔度變化矩陣( $\mathbf{D}_F$ )可計算如下：

$$\mathbf{D}_F = \begin{bmatrix} 0.8333 E - 05 & 0.8333 E - 05 & 0.8333 E - 05 \\ 0.8333 E - 05 & 0.8333 E - 05 & 0.8333 E - 05 \\ 0.8333 E - 05 & 0.8333 E - 05 & 0.8333 E - 05 \end{bmatrix}$$

經奇異值分解後可將 $\mathbf{D}_F$ 展開為：

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{USV}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -0.5774 & -0.0644 & -0.8140 \\ -0.5774 & -0.6727 & 0.4627 \\ -0.5774 & 0.7371 & 0.3512 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2500 E - 04 & 0 & 0 \\ 0 & 4.317 E - 13 & 0 \\ 0 & 0 & 3.8846 E - 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5774 & -0.5774 & -0.5774 \\ -0.0644 & -0.6727 & 0.7371 \\ 0.8140 & -0.4627 & -0.3512 \end{bmatrix}$$

由式(4.6)求出正規化指標係數 $svn_i$ 如下：

$$\begin{bmatrix} svn_1 \\ svn_2 \\ svn_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.00015 \\ 0.00013 \end{bmatrix}$$

破壞定位向量( $\mathbf{L}$ )即為 $\mathbf{V}$ 中對應於 $svn_i \leq 0.20$ 條件之特徵向量，亦即：

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0.8140 & -0.0644 \\ -0.4627 & -0.6727 \\ -0.3512 & 0.7371 \end{bmatrix}$$

將上述兩組破壞定位向量( $\mathbf{L}$ )視為水平外力，分別加載於結構之各樓層，

如圖 4.5 所示，得到在各對應  $\mathbf{DLV}(\mathbf{L}_i)$  靜載作用下，結構各樓層( $j$ )之層

間剪力( $\sigma_j^i$ )如下:

$$\sigma_j^i = \begin{bmatrix} 0.8140 & -0.0644 \\ 0.3512 & -0.7371 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

根據式(4.7)與式(4.8)可求得正規化應力指數  $nsi_{ij}$  與加權應力指標  $WSI_j$  分別為:

$$nsi_j^i = \begin{bmatrix} 1 & 0.0873 \\ 0.4315 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$WSI_j = \frac{\begin{bmatrix} 1 \\ 0.4315 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0873 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}{2} = \begin{bmatrix} 36.24 \\ 47.72 \\ 0 \end{bmatrix}$$

上述結果顯示，一樓之  $WSI$  值為零，相對於其它樓層其  $WSI$  值明顯偏低，顯示一樓為可能之破壞樓層，此與假設之分析條件完全相符。

接著再以二、三樓層分別受損 20% 的情況分析，其結果歸納於表 4.2 及圖 4.6。分析結果顯示，無論結構受損之樓層為何，DLV 損傷探測法都可準確地判別出破壞樓層，顯示此一方法應用於構架結構之損傷探測相當可行。

#### 4.4.2 基於地震加速度反應資料之 DLV 損傷探測分析

實際應用 DLV 損傷探測法的前提是結構破壞前、後的柔度矩陣必須能有效地識別出來。台灣由於地震發生頻繁，乃結構系統識別分析最可靠

的資料來源，因此有極佳之條件由震測反應進行系統識別及損傷探測。在系統識別方法的選擇上，須考慮現地應用的可行性。本文第三章所發展的物理參數識別法須提供所有樓層(自由度)之加速度、速度及位移資訊方能進行分析，且僅能由勁度矩陣求逆矩陣而間接得到柔度矩陣。勁度矩陣常因高頻振態資訊的不足或誤差造成失真，自然影響柔度矩陣的精確性而波及 DLV 法的辨識基礎，故有其侷限性。推測-適應過濾法可由加速度反應進行系統識別，找出主要模態之頻率、阻尼比及頻域響應函數，並在各樓層均有量測的情況下建立模態向量，建立柔度矩陣。即使在不足觀測(insufficient observation)時，若觀測條件充分，仍有機會建構出系統之部分模態，建構柔度矩陣。有關不足觀測的問題將於 4.5 節探討。本文後續將採用第二章所介紹之推測-適應過濾法做為系統識別的工具，並配合 DLV 法進行結構損傷探測分析。

茲考慮與前節相同之三層樓剪力屋架結構，受損結構之模擬條件亦完全相同，並以 El Centro 地震波作為輸入擾動，尖峰地表加速度(PGA)為 0.1g 的情況下進行動態分析。結構受損前、後之各樓層絕對加速度反應歷時分別如圖 4.7~4.10 所示。圖 4.11~4.14 分別為結構破壞前、後以 ARX model( $n_a = 50$ 、 $n_b = 50$ 、 $\lambda[k]=1$ 與 $K = 10^{10}$ )識別所得之加速度傳遞函數與對應之相位角；破壞前、後系統識別所得之結構動力特性參數與柔度矩陣則分別歸納於表 4.3~4.6。

根據系統識別分析所建立之柔度矩陣，以 DLV 損傷探測法進行分析，其結果歸納於表 4.7 與圖 4.15。分析結果顯示，無論結構受損之樓層為何，DLV 損傷探測法都可準確地判別出破壞樓層。顯示由樓層之地震加速度反應以 ARX model 系統識別求得之柔度矩陣，結合 DLV 損傷探測法確實可由結構之全域反應(global response)準確掌握結構之局部破壞(local damage)。

## 4.5 觀測不足之結構損傷偵測

結構健康診斷系統必須能在有限量測的條件下，成功判斷出結構損傷位置，才具備工程實用價值。克服觀測不足的現實問題，僅由部分樓層的觀測資料推算出整體結構狀態的動態反應特徵，繼而識別出具足夠代表性的柔度矩陣做為 DLV 法之分析基礎，是成功建構結構健康診斷技術的關鍵因素。本文將採用推測適應過濾法，以 ARX model 由觀測樓層的輸出(加速度反應)與輸入(地表加速度)關係求出對應樓層之傳遞函數，以決定各模態向量的已知分量。各模態向量對應於未觀測樓層之分量則視為未知，可利用模態向量在數學上的正交(orthogonality)條件試著解出其未知分量，以重建出整體結構的主要振態。主要振態一旦求出後，即可據以建立結構之柔度矩陣。由於各模態向量之未知分量都落在相同的位置，因此由模態正交條件所建立的聯立方程式均為非線性，其解並非唯一，須配合各振態各對應自由度的相位趨勢(in-phase or out-of-phase)去判斷。

### 4.5.1 模態正交與容許觀測不足度

茲考慮一  $N$  層樓結構其質量矩陣  $\mathbf{M}$  與模態矩陣  $\Phi$  分別表示如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_N & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_{N-1} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_{N-1} \quad \phi_N] = \begin{bmatrix} a_{1,N} & a_{2,N} & \cdots & a_{N-1,N} & a_{N,N} \\ a_{1,N-1} & a_{2,N-1} & \ddots & a_{N-1,N-1} & a_{N,N-1} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \ddots & a_{N-1,2} & a_{N,2} \\ a_{1,1} & a_{2,1} & \cdots & a_{N-1,1} & a_{N,1} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

其中， $m_i$  為第  $i$  層樓之質量； $\phi_i$  為對應於系統第  $i$  模態之特徵向量； $a_{i,j}$  為第  $i$  模態對應於第  $j$  樓層之特徵向量元素(分量)。

系統各模態向量之間須滿足相互正交的條件如下：

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_j = 0, \quad \forall i \neq j \quad (4.18)$$

由上式共可建立  $C_2^N = N \times (N-1)/2$  個方程式。

若觀測不足量(**degree of insufficient observation**)為  $m$  ( $0 \leq m < N$ )，即有  $m$  個樓層(或自由度)未作觀測，則對應於  $N$  個模態向量之未知分量共有  $Nm$  個，因此必須在滿足下列不等式

$$m \leq (N-1)/2 \quad (4.19)$$

的條件下，才有機會利用模態正交關係求出未知的模態分量。換言之，容許觀測不足度(**allowable degree of insufficient observation**)之上限為小於或等於  $(N-1)/2$  之整數值。

由於建立柔度矩陣未必需要所有的模態向量，假設吾人僅需利用前  $\bar{N}$  ( $\bar{N} < N$ ) 個向量，則由此  $\bar{N}$  個向量間的正交關係可建立  $C_2^{\bar{N}} = \bar{N} \times (\bar{N}-1)/2$  個方程式，而對應於這  $\bar{N}$  個向量共有  $\bar{N}m$  個未知分量，因此只要滿足下列不等式

$$m \leq (\bar{N}-1)/2 \quad (4.20)$$

即有機會利用模態正交關係求出未知的模態分量，繼而建立柔度矩陣，作為 DLV 損傷探測分析的基礎。

#### 4.5.2 不足觀測條件下之結構損傷探測分析—三層樓平面屋架

考慮一座三層樓平面剪力屋架結構，其質量矩陣  $\mathbf{M}$  與模態向量矩陣  $\Phi$  可分別表示如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_3 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3] = \begin{bmatrix} a_{1,3} & a_{2,3} & a_{3,3} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & a_{3,2} \\ a_{1,1} & a_{2,1} & a_{3,1} \end{bmatrix}$$

其中， $m_i$  為第  $i$  樓層之質量； $\phi_i$  為第  $i$  模態之特徵向量； $a_{i,j}$  為第  $i$  模態對應之第  $j$  樓層之特徵向量元素。

根據式(4.19)，本例之容許觀測不足度上限值為  $(3-1)/2=1$ ，亦即僅能允許一個樓層不做振動反應監測。若考慮缺了第  $p$  樓層之量測結果，則系統第  $i$  模態對應於第  $p$  樓層之模態向量分量為未知，改以  $x_{i,p}$  表示。由式(4.18)之正交關係可得下列條件方程式：

$$\sum_{i=1, i \neq p}^3 m_i a_{1,i} a_{2,i} + m_p x_{1,p} x_{2,p} = \alpha + m_p x_{1,p} x_{2,p} = 0 \quad (4.21a)$$

$$\sum_{i=1, i \neq p}^3 m_i a_{1,i} a_{3,i} + m_p x_{1,p} x_{3,p} = \beta + m_p x_{1,p} x_{3,p} = 0 \quad (4.21b)$$

$$\sum_{i=1, i \neq p}^3 m_i a_{2,i} a_{3,i} + m_p x_{2,p} x_{3,p} = \gamma + m_p x_{2,p} x_{3,p} = 0 \quad (4.21c)$$

由於第一振態的節點在一樓之柱頂，因此  $x_{1,p} \neq 0$  且為正。吾人可得  $x_{1,p}$ 、 $x_{2,p}$

與  $x_{3,p}$  之解分別為：

$$x_{1,p} = \sqrt{\frac{-\alpha\beta}{m_p\gamma}} \quad (4.22a)$$

$$x_{2,p} = \frac{-\alpha}{m_p x_{1,p}} \quad (4.22b)$$

$$x_{3,p} = \frac{-\beta}{m_p x_{1,p}} \quad (4.22c)$$

### ● 數值範例

茲針對 4.4 節之三層樓平面剪力屋架結構，分別考慮結構於一樓、二樓或三樓發生破壞(受損樓層之勁度縮減 20%)，並假設缺少二樓的觀測訊號進行分析。

由單一輸入(地表加速度歷時)與多重輸出(一樓與三樓之加速度反應歷時)之 ARX model( $n_a = 50$ 、 $n_b = 50$ 、 $\lambda[k] = 1$ 與 $K = 10^{10}$ )進行結構之系統識別。圖 4.16~4.19 分別為結構破壞前與破壞後經識別所得之加速度傳遞函數與對應之相位角。破壞前、後系統識別所得之結構動力特性分別歸納於表 4.8~4.11，其中，對應於各模態向量二樓之分量係由式(4.22)求得。以 DLV 損傷探測法進行分析之結果歸納於表 4.12 與圖 4.20。分析結果顯示，無論結構受損之樓層為何，DLV 損傷探測法都可準確地判別出破壞樓層，顯示三層樓平面剪力屋架結構在一個樓層未做動態反應監測的情況下，可由模態正交性重建各模態向量並據以建立結構之柔度矩陣，再以 DLV 損傷探測法有效進行結構破壞偵測。

### 4.5.3 不足觀測條件下之結構損傷探測分析—五層樓平面屋架

考慮一座五層樓平面剪力屋架結構，其質量矩陣  $\mathbf{M}$  與模態向量矩陣  $\Phi$  可分別表示如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4 \quad \phi_5] = \begin{bmatrix} a_{1,5} & a_{2,5} & a_{3,5} & a_{4,5} & a_{5,5} \\ a_{1,4} & a_{2,4} & a_{3,4} & a_{4,4} & a_{5,4} \\ a_{1,3} & a_{2,3} & a_{3,3} & a_{4,3} & a_{5,3} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & a_{3,2} & a_{4,2} & a_{5,2} \\ a_{1,1} & a_{2,1} & a_{3,1} & a_{4,1} & a_{5,1} \end{bmatrix}$$

其中， $m_i$  為第  $i$  層之質量； $\phi_i$  為第  $i$  模態之特徵向量； $a_{i,j}$  為第  $i$  模態對應之第  $j$  樓層之特徵向量元素。

根據式(4.19)，本例之容許觀測不足度上限值為  $(5-1)/2=2$ ，亦即最多僅能允許兩個樓層不做振動反應監測。若考慮缺了第  $p_1$  樓層與第  $p_2$  樓層之量測結果，則系統第  $i$  模態對應於第  $p_1$  樓層與第  $p_2$  樓層之模態向量分量皆為未知，則由式(4.18)之正交關係可得下列條件方程式：

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_j = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,i} a_{k,j} = 0 \quad i \neq j \quad (4.23)$$

其中， $a_{p_1,j}$  及  $a_{p_2,j}$  為未知模態向量分量。此外，由式(4.23)共可建立  $C_2^5 = 10$

個方程式如下：

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_2 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,1} a_{k,2} = 0 \quad (4.24a)$$

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_3 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,1} a_{k,3} = 0 \quad (4.24b)$$

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_4 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,1} a_{k,4} = 0 \quad (4.24c)$$

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_5 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,1} a_{k,5} = 0 \quad (4.24d)$$

$$\phi_2^T \mathbf{M} \phi_3 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,2} a_{k,3} = 0 \quad (4.24e)$$

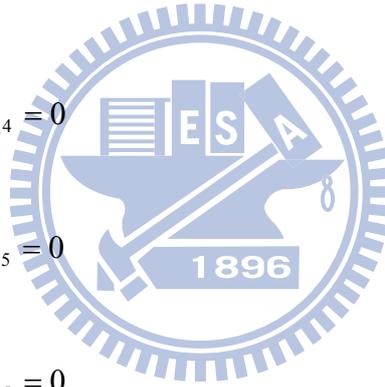
$$\phi_2^T \mathbf{M} \phi_4 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,2} a_{k,4} = 0 \quad (4.24f)$$

$$\phi_2^T \mathbf{M} \phi_5 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,2} a_{k,5} = 0 \quad (4.24g)$$

$$\phi_3^T \mathbf{M} \phi_4 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,3} a_{k,4} = 0 \quad (4.24h)$$

$$\phi_3^T \mathbf{M} \phi_5 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,3} a_{k,5} = 0 \quad (4.24i)$$

$$\phi_4^T \mathbf{M} \phi_5 = \sum_{k=1}^5 m_k a_{k,4} a_{k,5} = 0 \quad (4.24j)$$



由於各模態向量的未知分量( $a_{p1,j}$  及  $a_{p2,j}$ )都在相同樓層，且式(4.24)為未知分量兩兩相乘得到之非線性方程組，因此其解並非唯一，導致數值計算上之困難。另外，因第一模態之振形趨勢較易掌握，故假設第一模態之未知向量元素( $a_{p1,1}$  及  $a_{p2,1}$ )之數值落在其上下樓層之向量元素數值間之  $\frac{1}{4} \sim \frac{3}{4}$  之範圍內，亦即：

$$a_{p1,1} \in \left[ a_{p1-1,1} + \frac{1}{4}(a_{p1+1,1} - a_{p1-1,1}) \quad , \quad a_{p1-1,1} + \frac{3}{4}(a_{p1+1,1} - a_{p1-1,1}) \right] \quad (4.25a)$$

$$a_{p2,1} \in \left[ a_{p2-1,1} + \frac{1}{4}(a_{p2+1,1} - a_{p2-1,1}) , a_{p2-1,1} + \frac{3}{4}(a_{p2+1,1} - a_{p2-1,1}) \right] \quad (4.25b)$$

進行分析時，於式(4.25)之範圍內任意搭配一組第一模態之未知向量元素( $a_{p1,1}$ 及 $a_{p2,1}$ )，並利用式(4.24a)~式(4.24h)之八組模態正交關係式聯立求解，即可求得其它模態相對應之未知向量元素( $a_{p1,j}$ 及 $a_{p2,j}$ ， $j=2\sim 5$ )。由於求解過程中並沒有利用到式(4.24i)與式(4.24j)之正交關係式，故造成所求得之第三模態向量及第四模態向量與第五模態向量間之正交關係不佳( $\phi_3^T \mathbf{M} \phi_5 \neq 0$ 與 $\phi_4^T \mathbf{M} \phi_5 \neq 0$ )。故定義一誤差函數 $e_\phi$ 如下：

$$e_\phi = |\phi_3^T \mathbf{M} \phi_5| + |\phi_4^T \mathbf{M} \phi_5| \quad (4.26)$$

凡於式(4.25)之範圍內使誤差函數 $e_\phi$ 為最小值之一組係數 $a_{p1,1}$ 及 $a_{p2,1}$ 以及其所對應之向量元素 $a_{p1,j}$ 及 $a_{p2,j}$ 即為系統之最佳解。茲歸納分析步驟如下：

**Step1**：假設 $a_{p1,1} = a_{p1-1,1} + \frac{1}{4}(a_{p1+1,1} - a_{p1-1,1})$ 為係數 $a_{p1,1}$ 之掃描搜尋起點。

**Step2**：假設 $a_{p2,1} = a_{p2-1,1} + \frac{1}{4}(a_{p2+1,1} - a_{p2-1,1})$ 為係數 $a_{p2,1}$ 之掃描搜尋起點，並

將 $a_{p1,1}$ 及 $a_{p2,1}$ 代入式(4.24a)~式(4.24d)，且在固定係數 $a_{p1,1}$ 之情況

下，針對係數 $a_{p2,1}$ 進行 $m$ 次增量掃描搜尋計算。其中，

$a_{p2,1}^j = a_{p2,1}^{j-1} + \Delta a_{p2,1}^{(1)}$ ， $j=1\sim m$ ； $\Delta a_{p2,1}^{(1)}$ 為進行第一次迴圈掃描搜尋分

析過程中所設定之 $a_{p2,1}$ 係數增量(針對不同結構系統，可能須考慮

不同之 $\Delta a_{p2,1}^{(1)}$ )， $m = \frac{1}{2\Delta a_{p2,1}^{(1)}}(a_{p2+1,1} - a_{p2-1,1})$ 。

**Step3**：利用式(4.24a)~式(4.24h)聯立求得參數 $a_{p1,j}$ 及 $a_{p2,j}$ ( $j=2\sim 5$ )，並

由式(4.26)計算出相對應之誤差函數 $e_\phi$ 值。重複 Step2 與 Step3 直到完成設定之 $m$ 次增量掃描搜尋。

**Step4:** 令 $a_{p1,1}^j = a_{p1,1}^{j-1} + \Delta a_{p1,1}^{(1)}$ ，其中， $j=1 \sim m$ ； $\Delta a_{p1,1}^{(1)}$ 為進行第一次迴圈掃描搜尋分析過程中所設定之 $a_{p1,1}$ 係數增量(針對不同結構系統，可能須考慮不同之 $\Delta a_{p1,1}^{(1)}$ )， $n = \frac{1}{2\Delta a_{p1,1}^{(1)}}(a_{p1+1,1} - a_{p1-1,1})$ 。重複 Step2~Step4 直到完成設定之 $n$ 次增量掃描搜尋為止。

經由上述步驟即完成第一次迴圈之掃描搜尋。其中，使誤差函數 $e_\phi$ 為最小值之一組係數 $a_{p1,1}$ 及 $a_{p2,1}$ 與其相對應之向量元素 $a_{p1,j}$ 及 $a_{p2,j}$ 即為此系統之最佳解。為了增加分析結果之解析度，第二次迴圈掃描搜尋分析過程中，以第一迴圈所求得之最佳係數 $a_{p1,1}$ 及 $a_{p2,1}$ 分別減去一倍之 $\Delta a_{p1,1}^{(1)}$ 與 $\Delta a_{p2,1}^{(1)}$ 作為掃描搜尋之起點，並考慮係數 $a_{p1,1}$ 與 $a_{p2,1}$ 之增量 $\Delta a_{p1,1}^{(2)}$ 與 $\Delta a_{p2,1}^{(2)}$ 為第一次迴圈掃描搜尋時之 $1/10$ ，即 $\Delta a_{p1,1}^{(2)} = \Delta a_{p1,1}^{(1)} / 10$ 與 $\Delta a_{p2,1}^{(2)} = \Delta a_{p2,1}^{(1)} / 10$ 。此外，取 $n = 20$ 與 $m = 20$ ；第三次迴圈掃描搜尋過程中，則以第二迴圈所求得之最佳係數 $a_{p1,1}$ 及 $a_{p2,1}$ 分別減去一倍之 $\Delta a_{p1,1}^{(2)}$ 與 $\Delta a_{p2,1}^{(2)}$ 作為掃描搜尋之起點，且增量 $\Delta a_{p1,1}^{(3)}$ 與 $\Delta a_{p2,1}^{(3)}$ 再縮小為前次之 $1/10$ ，亦即 $\Delta a_{p1,1}^{(3)} = \Delta a_{p1,1}^{(2)} / 10$ 與 $\Delta a_{p2,1}^{(3)} = \Delta a_{p2,1}^{(2)} / 10$ ，亦取 $n = 20$ 與 $m = 20$ ；以此類推直到識別完成設定之所有掃描搜尋迴圈數為止。至此，凡對應於誤差函數 $e_\phi$ 為最小值之向量元素 $a_{p1,j}$ 及 $a_{p2,j}$ 即為系統之最佳解。另外，本文分析時採用 Matlab 軟體中之 solve 指令作為求解模態正交關係之非線性聯立方程組之工具。由於此聯立方程組之解並非唯一，吾人仍需利用各對應模態之相位變化特徵來判

別，以得到合理的結果。

### ● 數值範例—特徵分析

茲針對一五層樓剪力屋架結構，結構系統之各樓層參數歸納於表 4.13。分析時考慮結構於一樓發生破壞(受損樓層之勁度縮減 50%)。結構系統破壞前、後經由特徵分析求得之模態矩陣分別表示如下：

$$\Phi_i^{MK} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.9190 & 0.3097 & -0.7154 & -1.8308 & -2.6825 \\ 0.7635 & -0.5944 & -1.2036 & 0.5211 & 3.5133 \\ 0.5462 & -1.0882 & 0.3728 & 1.3979 & -3.2287 \\ 0.2846 & -0.8308 & 1.3097 & -1.6825 & 1.9190 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_d^{MK} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.9409 & 0.4407 & -0.5358 & -1.7037 & -2.6422 \\ 0.8262 & -0.3651 & -1.2487 & 0.1988 & 3.3388 \\ 0.6626 & -0.9667 & -0.0439 & 1.5638 & -2.8407 \\ 0.4598 & -1.0276 & 1.2283 & -1.2992 & 1.3261 \end{bmatrix}$$

假設缺少二樓及四樓觀測訊號之情況進行分析，則結構系統破壞前之模態矩陣可重新表示如下：

$$\Phi_i^{MK} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} \\ 0.7635 & -0.5944 & -1.2036 & 0.5211 & 3.5133 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & a_{2,5} \\ 0.2846 & -0.8308 & 1.3097 & -1.6825 & 1.9190 \end{bmatrix}$$

#### 1° 第一迴圈之掃描搜尋分析

首先假設第一模態之係數  $a_{4,1} = 0.7635 + \frac{1}{4}(1.0000 - 0.7635) = 0.8226$  及

$a_{2,1} = 0.2846 + \frac{1}{4}(0.7635 - 0.2846) = 0.4044$ ，並以係數  $a_{4,1}$  之增量  $\Delta a_{4,1}^{(1)} = 0.01$  逐步假設  $a_{4,1}$  值進行  $n$  次增量掃描搜尋計算。此外，針對每個係數  $a_{4,1}$  皆再以係數  $a_{2,1}$  之增量  $\Delta a_{2,1}^{(1)} = 0.01$  逐步假設  $a_{2,1}$  值進行  $m$  次增量掃描搜尋計算，其中  $n = \frac{(1.0000 - 0.7635)}{2 \times 0.01} = 11.825$ ，取  $n = 12$ ； $m = \frac{(0.7635 - 0.2846)}{2 \times 0.01} = 23.94$ ，取  $m = 24$ 。經由第一迴圈之掃描搜尋顯示，當係數  $a_{4,1} = 0.8826$  與  $a_{2,1} = 0.6043$  時，誤差函數  $e_\phi$  為最小值。此時，對應之兩組特徵向量如下

$$\Phi_i^{MK(1)} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8826 & 0.3788 & -0.7364 & -1.9163 & -2.4671 \\ 0.7635 & -0.5944 & -1.2036 & 0.5211 & 3.5133 \\ 0.6043 & -1.0658 & 0.3264 & 1.2781 & -3.3939 \\ 0.2846 & -0.8308 & 1.3097 & -1.6825 & 1.9190 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_i^{*MK(1)} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8826 & -0.8566 & 0.0376 & 0.4985 & -4.0564 \\ 0.7635 & -0.5944 & -1.2036 & 0.5211 & 3.5133 \\ 0.6043 & 0.7386 & -0.8058 & -2.2488 & -1.0727 \\ 0.2846 & -0.8308 & 1.3097 & -1.6825 & 1.9190 \end{bmatrix}$$

## 2° 第二迴圈之掃描搜尋分析

假設係數  $a_{4,1} = 0.8826 - \Delta a_{4,1}^{(1)} = 0.8726$  及  $a_{2,1} = 0.6043 - \Delta a_{2,1}^{(1)} = 0.5943$ ，並以係數  $a_{4,1}$  之增量  $\Delta a_{4,1}^{(2)} = \Delta a_{4,1}^{(1)} / 10 = 0.001$  逐步假設  $a_{4,1}$  值進行  $n$  次增量掃描搜尋計算。此外，針對每個係數  $a_{4,1}$  皆再以係數  $a_{2,1}$  之增量  $\Delta a_{2,1}^{(2)} = \Delta a_{2,1}^{(1)} / 10 = 0.001$  逐步假設  $a_{2,1}$  值進行  $m$  次增量掃描搜尋計算。其中，取  $n = 20$  與  $m = 20$ 。經由第二迴圈之掃描搜尋顯示，當係數  $a_{4,1} = 0.8866$  與  $a_{2,1} = 0.5973$  時，誤差函數  $e_\phi$  為最小值。此時，對應之兩組特徵向量如下

$$\Phi_i^{MK(2)} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8866 & 0.3708 & -0.7353 & -1.9069 & -2.4954 \\ 0.7635 & -0.5944 & -1.2036 & 0.5211 & 3.5133 \\ 0.5973 & -1.0690 & 0.3318 & 1.2919 & -3.3752 \\ 0.2846 & -0.8308 & 1.3097 & -1.6825 & 1.9190 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_i^{*MK(2)} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8866 & -0.8514 & 0.0313 & 0.4810 & -4.0654 \\ 0.7635 & -0.5944 & -1.2036 & 0.5211 & 3.5133 \\ 0.5973 & 0.7452 & -0.8061 & -2.2525 & -1.0448 \\ 0.2846 & -0.8308 & 1.3097 & -1.6825 & 1.9190 \end{bmatrix}$$

### 3° 第三迴圈之掃描搜尋分析

假設係數  $a_{4,1} = 0.8866 - \Delta a_{4,1}^{(2)} = 0.8856$  及  $a_{2,1} = 0.5973 - \Delta a_{2,1}^{(2)} = 0.5963$ ，並以係數  $a_{4,1}$  之增量  $\Delta a_{4,1}^{(3)} = \Delta a_{4,1}^{(2)} / 10 = 0.0001$  逐步假設  $a_{4,1}$  值進行  $n$  次增量掃描搜尋計算。此外，針對每個係數  $a_{4,1}$  皆再以係數  $a_{2,1}$  之增量  $\Delta a_{2,1}^{(3)} = \Delta a_{2,1}^{(2)} / 10 = 0.0001$  逐步假設  $a_{2,1}$  值進行  $m$  次增量掃描搜尋計算，其中，取  $n = 20$  與  $m = 20$ 。經由第三迴圈之掃描搜尋顯示，當係數  $a_{4,1} = 8860$  與  $a_{2,1} = 0.5982$  時，誤差函數  $e_\phi$  為最小值。此時，對應之兩組特徵向量如下

$$\Phi_i^{MK(3)} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8860 & 0.3719 & -0.7357 & -1.9082 & -2.4919 \\ 0.7635 & -0.5944 & -1.2036 & 0.5211 & 3.5133 \\ 0.5982 & -1.0686 & 0.3310 & 1.2899 & -3.3777 \\ 0.2846 & -0.8308 & 1.3097 & -1.6825 & 1.9190 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_i^{*MK(3)} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8860 & -0.8521 & 0.0321 & 0.4833 & -4.0643 \\ 0.7635 & -0.5944 & -1.2036 & 0.5211 & 3.5133 \\ 0.5982 & 0.7443 & -0.8061 & -2.2520 & -1.0489 \\ 0.2846 & -0.8308 & 1.3097 & -1.6825 & 1.9190 \end{bmatrix}$$

圖 4.21 為為破壞結構兩組特徵向量之振形示意圖。由於結構第  $N$  模態

之振形除了基礎點外，只應與 Y 軸有  $N-1$  個節點，而由結果顯示，計算所得之兩組特徵向量  $\Phi_i^{MK(3)}$  與  $\Phi_i^{*MK(3)}$  只有第一組特徵向量解  $\Phi_i^{MK(3)}$  符合模態之相位變化規則，故以  $\Phi_i^{ID} = \Phi_i^{MK(3)}$  作為結構破壞前之特徵向量。定義第  $k$  模態向量之誤差函數  $e_k$  如下：

$$e_k = \frac{\|\phi_{ik}^{ID} - \phi_{ik}^{MK}\|}{\|\phi_{ik}^{MK}\|} = \left( \frac{\sum_{j=1}^5 (\phi_{ik,j}^{ID} - \phi_{ik,j}^{MK})^2}{\sum_{j=1}^5 (\phi_{ik,j}^{MK})^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.27)$$

其中， $\phi_{ik}^{ID}$  與  $\phi_{ik}^{MK}$  分別為模態矩陣  $\Phi_i^{ID}$  及  $\Phi_i^{MK}$  中之第  $k$  模態向量； $\phi_{ik,j}^{ID}$  與  $\phi_{ik,j}^{MK}$  分別為第  $k$  模態向量之第  $j$  個模態向量元素。 $\Phi_i^{ID}$  與  $\Phi_i^{MK}$  各模態之誤差如下：

$$[e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad e_4 \quad e_5] = [0.0368 \quad 0.0358 \quad 0.0212 \quad 0.0433 \quad 0.0411]$$

由結果顯示， $\Phi_i^{ID}$  與  $\Phi_i^{MK}$  各模態之誤差皆小於 0.05，顯示識別所得之模態向量  $\Phi_i^{ID}$  具有一定程度之準確性。

利用相同之方法，經由三次掃描搜尋可求得結構一樓受損後之兩組特徵向量為：

$$\Phi_d^{MK(3)} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.9267 & 0.4610 & -0.5346 & -1.7362 & -2.816 \\ 0.8262 & -0.3651 & -1.2487 & 0.1988 & 3.3388 \\ 0.6823 & -0.9572 & -0.0551 & 1.5274 & -2.8957 \\ 0.4598 & -1.0276 & 1.2283 & -1.2992 & 1.3261 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_d^{*MK(3)} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.9267 & -0.7771 & -0.2114 & 0.9429 & -3.5318 \\ 0.8262 & -0.3651 & -1.2487 & 0.1988 & 3.3388 \\ 0.6823 & 0.7245 & -0.4941 & -2.1115 & -1.6051 \\ 0.4598 & -1.0276 & 1.2283 & -1.2992 & 1.3261 \end{bmatrix}$$

圖 4.22 為一樓受損之結構兩組特徵向量之振形示意圖。而由結果顯示，計算所得之兩組特徵向量  $\Phi_d^{MK(3)}$  與  $\Phi_d^{*MK(3)}$  只有第一組特徵向量解  $\Phi_d^{MK(3)}$  符合模態之相位變化規則，故以  $\Phi_d^{ID} = \Phi_d^{MK(3)}$  作為結構破壞前之特徵向量。而  $\Phi_d^{ID}$  與  $\Phi_d^{MK}$  各模態之誤差如下：

$$[e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5] = [0.0135 \ 0.0123 \ 0.0054 \ 0.0172 \ 0.0152]$$

由結果顯示， $\Phi_d^{ID}$  與  $\Phi_d^{MK}$  各模態之誤差皆小於 0.015，顯示識別所得之模態向量  $\Phi_d^{ID}$  亦具有一定程度之準確性。結構破壞前、後系統之結構動力特性分別歸納於表 4.14 與表 4.15。另外，以 DLV 損傷探測法進行分析所得之各樓層  $WSI_j$  如下：

$$WSI_j = [5.21 \ 5.41 \ 2.42 \ 3.98 \ 0.45]^T$$

由結果顯示，一樓之  $WSI$  值為 0.45，相對於其它樓層之  $WSI$  值明顯偏低，顯示 DLV 損傷探測法可準確地判別出受損之樓層(一樓)，證明五層樓剪力屋架結構在二個樓層未作動態反應監測的情況下，可由模態正交性重建各模態向量，並以 DLV 損傷探測法有效進行結構破壞偵測。

#### ● 數值範例—地震加速度反應資料

考慮相同之五層樓構架(表 4.13)，受損結構之模擬條件亦完全相同，並以 El Centro 地震波作為輸入擾動，尖峰地表加速度(PGA)為 0.1g 的情況下進行動力分析。結構受損前、後之各樓層絕對加速度反應歷時分別如

圖 4.23 與圖 4.24 所示。圖 4.25 與圖 4.26 分別為結構受損前、後以 ARX model( $n_a = 50$ 、 $n_b = 50$ 、 $\lambda[k]=1$  與  $K = 10^{10}$ ) 識別所得之加速度傳遞函數與對應之相位角。結構受損前、後系統識別所得之模態矩陣分別表示如下：

$$\Phi_i^{ARX} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.9190 & 0.3101 & -0.7151 & -1.8287 & -2.7337 \\ 0.7635 & -0.5940 & -1.2049 & 0.5414 & 3.7366 \\ 0.5462 & -1.0879 & 0.3783 & 1.4219 & -3.7912 \\ 0.2846 & -0.8311 & 1.3130 & -1.7018 & 3.0370 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_d^{ARX} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.9409 & 0.4409 & -0.5357 & -1.7024 & -2.6393 \\ 0.8261 & -0.3651 & -1.2494 & 0.2727 & 3.3401 \\ 0.6625 & -0.9669 & -0.0909 & 1.5784 & -2.8982 \\ 0.4598 & -1.0282 & 1.2299 & -1.3172 & 1.9174 \end{bmatrix}$$

比較模態矩陣  $\Phi_i^{ARX}$  與  $\Phi_i^{MK}$  之各模態誤差可得

$$[e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5] = [0.0001 \ 0.0004 \ 0.0030 \ 0.0120 \ 0.2162]$$

結果顯示， $\Phi_i^{ARX}$  與  $\Phi_i^{MK}$  前四模態模態之誤差皆小於 **0.012**，唯有第五模態之誤差較大。此原因為利用識別所得之各模態向量皆包含各模態阻尼之效應，而由於系統之第五模態阻尼比較大，故使得識別所得之第五模態向量與不考慮阻尼效應之模態分析結果無法吻合。

同樣地， $\Phi_d^{ARX}$  對應於  $\Phi_d^{MK}$  各模態之誤差計算如下：

$$[e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5] = [0.0001 \ 0.0004 \ 0.0225 \ 0.0273 \ 0.1104]$$

由結果顯示， $\Phi_d^{ARX}$  與  $\Phi_d^{MK}$  前四模態之誤差皆小於 **0.03**，顯示識別所得之模態向量  $\Phi_d^{ID}$  亦具有一定程度之準確性。

若假設缺少二樓及四樓觀測訊號之情況進行分析，則結構系統破壞

前、後之模態矩陣可分別重新表示如下：

$$\Phi_i^{ARX} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} \\ 0.7635 & -0.5940 & -1.2049 & 0.5414 & 3.7366 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & a_{2,5} \\ 0.2846 & -0.8311 & 1.3130 & -1.7018 & 3.0370 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_d^{ARX} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} \\ 0.8261 & -0.3651 & -1.2494 & 0.2727 & 3.3401 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & a_{2,5} \\ 0.4598 & -1.0282 & 1.2299 & -1.3172 & 1.9174 \end{bmatrix}$$

利用相同之方法，經由三次掃描搜尋可求得結構破壞前、後之模態矩陣為：

$$\Phi_i^{ID} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8116 & 0.2116 & -0.7441 & 1.8206 & -3.9954 \\ 0.7635 & -0.5940 & -1.2049 & 0.5414 & 3.7366 \\ 0.3934 & -1.2242 & 0.3815 & 1.3949 & -3.7489 \\ 0.2846 & -0.8311 & 1.3130 & -1.7018 & 3.0370 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_d^{ID} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8586 & 0.3839 & -0.5981 & -1.7027 & -3.2893 \\ 0.8261 & -0.3651 & -1.2494 & 0.2727 & 3.3401 \\ 0.5404 & -1.0273 & -0.0369 & 1.5587 & -3.3619 \\ 0.4598 & -1.0282 & 1.2299 & -1.3172 & 1.9174 \end{bmatrix}$$

而所求之  $\Phi_i^{ID}$  對應於  $\Phi_i^{ARX}$  各模態之誤差計算如下：

$$[e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5] = [0.1115 \ 0.0922 \ 0.0133 \ 0.0091 \ 0.1861]$$

由結果顯示， $\Phi_i^{ID}$  與  $\Phi_i^{ARX}$  前四模態模態之誤差皆小於 0.12，唯有第五模態之誤差較大，其原因為識別所得之第五模態向量既以不準確(正交性不佳)，故造成利用正交性關係計算所得之第五模態向量分量無法準確。

同樣地， $\Phi_d^{ID}$  對應於  $\Phi_d^{ARX}$  各模態之誤差計算如下：

$$[e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5] = [0.0821 \ 0.0456 \ 0.0395 \ 0.0069 \ 0.1429]$$

由結果顯示， $\Phi_d^{ID}$  與  $\Phi_d^{ARX}$  前四模態之誤差皆小於 0.1，顯示識別所得之模態向量  $\Phi_d^{ID}$  亦具有一定程度之準確性。結構破壞前、後系統之結構動力特性分別歸納於表 4.16 與表 4.17。另外，以 DLV 損傷探測法進行分析所得之各樓層  $WSI_j$  如下：

$$WSI_j = [2.95 \ 4.42 \ 3.22 \ 4.66 \ 0.35]^T$$

由結果顯示，一樓之  $WSI$  值為 0.35，相對於其它樓層之  $WSI$  值明顯偏低，顯示 DLV 損傷探測法可準確地判別出受損之樓層(一樓)，證明五層樓剪力屋架結構在二個樓層未作動態反應監測的情況下，可由模態正交性重建各模態向量，並以 DLV 損傷探測法有效進行結構破壞偵測。

## 4.6 振動台試驗

為驗證 DLV 損傷識別法應用於真實結構破壞偵測之可行性，本研究遂利用交通大學土木結構實驗室之單軸向地震模擬振動台，進行一系列結構損傷之破壞偵測試驗分析。試驗對象為一五層樓含斜撐之鋼架構(圖 4.27)，並以雙邊斜撐移除代表破壞狀況(圖 4.28)，並針對結構單一樓層與多樓層發生破壞之情況進行試驗。試驗時，考慮以 El Centro 當作輸入擾動，並調整其地表加速度峰值為 0.1g。並根據實測之結構破壞前與破壞後各樓層加速度反應，利用第二章介紹之 ARX 模式識別出結構動力特性，進而建立結構柔度矩陣，再配合 DLV 損傷識別法進行破壞偵測。由於結

構高階模態之識別不易，吾人將由所能清楚識別出來的有限模態去建構結構之柔度矩陣。

### (a) 單樓層破壞

考慮結構破壞發生於單一樓層，則結構破壞前與破壞後於地震擾動作用下各樓層所量測到之加速度歷時反應分別如圖 4.29~4.34 所示。圖 4.35~4.40 分別為結構破壞前與破壞後經識別所得之加速度傳遞函數與相對應之相位角。破壞前、後系統識別所得之結構動力特性分別如表 4.18~4.23 所示。由識別結果顯示，結構未破壞前僅能有效識別出前兩個模態，而破壞後之結構可有效地識別出前三個模態。因此。本文將分別取破壞前的兩個模態及破壞後的三個模態進行 DLV 損傷探測，分析所得之各樓層加權應力指標  $WSI_j$  結果整理如表 4.24 與圖 4.41。由結果顯示，於各種不同破壞情況下，DLV 損傷偵測分析所得之破壞樓層  $WSI_j$  值皆明顯較其它未破壞樓層小，顯示應用 DLV 損傷識別法確實可準確地判別出結構破壞之樓層。

另外，考慮結構不足觀測之情況進行 DLV 損傷識別之分析。若結構於三樓發生破壞，則結構破壞後經 ARX 識別所得之系統前三個模態(表 4.21)可表示如下：

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3] = \begin{bmatrix} a_{1,5} & a_{2,5} & a_{3,5} \\ a_{1,4} & a_{2,4} & a_{3,4} \\ a_{1,3} & a_{2,3} & a_{3,3} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & a_{3,2} \\ a_{1,1} & a_{2,1} & a_{3,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 137.10 & 0.29 & -3.06 \\ 147.14 & 0.49 & 0.03 \\ 115.71 & -1.11 & -0.20 \\ 28.01 & 3.45 & 0.46 \\ 20.27 & 3.17 & 0.53 \end{bmatrix}$$

若假設結構破壞時缺少四樓之量測資料，則系統模態矩陣可改寫成如下所示：

$$\Phi^{D4} = [\phi_1^{D4} \quad \phi_2^{D4} \quad \phi_3^{D4}] = \begin{bmatrix} 137.10 & 0.29 & -3.06 \\ x_{1,4} & x_{2,4} & x_{3,4} \\ 115.71 & -1.11 & -0.20 \\ 28.01 & 3.45 & 0.46 \\ 20.27 & 3.17 & 0.53 \end{bmatrix}$$

其中。  $x_{i,4}$  為第  $i$  模態之四樓模態向量元素。現利用各模態相互間之正交關係，將系統前三模態代入式 (4.22) 可求得  $x_{1,4} = 105.05$ 、 $x_{2,4} = -0.68$  與  $x_{3,4} = 3.88$ 。故結構破壞後之模態矩陣可重新表示如下：

$$\Phi^{D4} = [\phi_1^{D4} \quad \phi_2^{D4} \quad \phi_3^{D4}] = \begin{bmatrix} 137.10 & 0.29 & -3.06 \\ 105.05 & -0.68 & 3.88 \\ 115.71 & -1.11 & -0.20 \\ 28.01 & 3.45 & 0.46 \\ 20.27 & 3.17 & 0.53 \end{bmatrix}$$

另外，比較模態向量元素  $x_{i,4}$  與  $a_{i,4}$  可發現兩者間存在誤差，分別為 29% ( $x_{1,4}$ )、39% ( $x_{2,4}$ ) 與 12166% ( $x_{3,4}$ )。造成誤差之原因乃原本訊號資料充足情況下識別所得之前三模態向量  $[\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3]$  相互間即不滿足正交之特性 ( $\phi_1^T \mathbf{M} \phi_2 = -2440$ 、 $\phi_1^T \mathbf{M} \phi_3 = 13926$  與  $\phi_2^T \mathbf{M} \phi_3 = 62.68$ )。研判造成此一現象之原因，應為分析時結構系統之質量矩陣係以 **lumped-mass** 之形式估算。由於此鋼構模型之動力行為特性並非剪力屋架，因此造成模態正交性計算上之誤差。因此，當不足觀測時，利用正交特性所求得之模態向量元素  $x_{i,4}$  與原本訊號充足情況下識別所得之模態元素  $a_{i,4}$  間必然會有差異。

利用不足觀測時所求得之模態矩陣  $\Phi^{D4}$  與結構未破壞情況下之系統參數(表 4.18)進行 DLV 損傷偵測分析，分析結果如下：

$$WSI_j = \begin{bmatrix} 11.11 \\ 5.83 \\ 1.20 \\ 15.03 \\ 14.08 \end{bmatrix}$$

其結果顯示，三樓計算所得之  $WSI_j$  值為最小值 1.20，顯示結構可能於三樓發生破壞，此一結果與設定之狀況相符。驗證了當觀測訊號不足時可利用模態間相互正交之特性建立結構之模態向量，並配合 DLV 損傷偵測法找出結構受損之樓層。

### (b) 多樓層破壞

考慮結構發生多樓層受損進行 DLV 損傷偵測分析。試驗時，分別考慮結構的破壞發生於一樓與五樓，以及三樓與五樓兩種情況。結構破壞前與破壞後於地震擾動作用下各樓層所量測到之加速度歷時反應分別如圖 4.29、圖 4.42 與圖 4.43 所示。圖 4.35、圖 4.44 與圖 4.45 分別為結構破壞前與破壞後經識別所得之加速度頻率響應函數與對應之相位角。破壞前、後系統識別所得之結構動力特性分別如表 4.18、表 4.25 與表 4.26 所示。分析結果顯示，結構未破壞前僅能有效識別出前兩個模態，破壞後之結構可有效地識別出前三個模態。因此，本文將取結構破壞前的兩個模態及破壞後的三個模態進行 DLV 損傷探測分析，分析所得各樓層加權應力指標  $WSI_j$  結果歸納於表 4.27、圖 4.46 與圖 4.47。由結果顯示，於各種不同破壞情況下，DLV 損傷偵測分析所得之破壞樓層  $WSI_j$  值皆明顯較其它未破壞樓層小，顯示應用 DLV 損傷識別法亦可準確地判別出結構多樓層破壞之情況。

另外，本節將考慮結構觀測不足之情況進行 DLV 損傷識別分析。若考慮結構三樓與五樓發生破壞，則結構破壞後經 ARX 識別所得之系統前

三模態(表 4.26)可表示如下：

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3] = \begin{bmatrix} a_{1,5} & a_{2,5} & a_{3,5} \\ a_{1,4} & a_{2,4} & a_{3,4} \\ a_{1,3} & a_{2,3} & a_{3,3} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & a_{3,2} \\ a_{1,1} & a_{2,1} & a_{3,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 75.65 & -10.73 & 0.21 \\ 65.77 & 5.25 & -0.04 \\ 52.24 & 6.36 & -0.15 \\ 16.31 & 4.38 & 0.25 \\ 6.92 & 3.64 & 0.16 \end{bmatrix}$$

若假設結構破壞時缺少二樓之量測資料，則系統模態矩陣可改寫成如下所示：

$$\Phi^{D2} = [\phi_1^{D2} \quad \phi_2^{D2} \quad \phi_3^{D2}] = \begin{bmatrix} 75.65 & -10.73 & 0.21 \\ 65.77 & 5.25 & -0.04 \\ 52.24 & 6.36 & -0.15 \\ x_{1,2} & x_{2,2} & x_{3,2} \\ 6.92 & 3.64 & 0.16 \end{bmatrix}$$

其中， $x_{i,2}$  為第  $i$  模態之二樓模態向量元素。現利用各模態間相互之正交關係，將系統前三模態代入式 (4.22) 可求得  $x_{1,2} = 18.80$ 、 $x_{2,2} = 4.58$ 、 $x_{3,2} = 0.26$ 。故結構破壞後之模態矩陣可重建如下：

$$\Phi^{D2} = [\phi_1^{D2} \quad \phi_2^{D2} \quad \phi_3^{D2}] = \begin{bmatrix} 75.65 & -10.73 & 0.21 \\ 65.77 & 5.25 & -0.04 \\ 52.24 & 6.36 & -0.15 \\ 18.80 & 4.58 & 0.26 \\ 6.92 & 3.64 & 0.16 \end{bmatrix}$$

另外，比較模態向量元素  $x_{i,2}$  與  $a_{i,2}$  可發現兩者間存在誤差，分別為 15%( $x_{1,2}$ )、5%( $x_{2,2}$ )與 4%( $x_{3,2}$ )。造成誤差之原因乃原本訊號充足情況下識別所得之前三模態向量  $[\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3]$  相互間即已不滿足正交之特性 ( $\phi_1^T \mathbf{M} \phi_2 = -974.38$ 、 $\phi_1^T \mathbf{M} \phi_3 = -55.90$  與  $\phi_2^T \mathbf{M} \phi_3 = -4.55$ )，因此，當不足觀

測時，利用正交特性所求得之模態元素  $x_{i,2}$  與原本訊號充足情況下識別所得之模態元素  $a_{i,2}$  間必然會有差異。

利用訊號觀測不足時所求得之模態  $\Phi^{D2}$  與結構未破壞情況下之系統參數(表 4.18)進行 DLV 損傷偵測分析，分析結果如下：

$$WSI_j = \begin{bmatrix} 1.91 \\ 9.35 \\ 3.05 \\ 10.48 \\ 5.42 \end{bmatrix}$$

結果顯示，三樓與五樓計算所得之  $WSI_j$  值分別為 3.05 及 1.91，皆較其它樓層為小，顯示結構可能於三樓及五樓發生破壞，此一結果與設定之狀況相符。驗證了當觀測訊號不足時可利用模態相互間之正交特性建立結構之模態向量，並配合 DLV 損傷偵測法找出結構破壞之樓層。

## 4.7 小結

本章透過數值模擬與振動台試驗分析，驗證了以震測加速度反應為基礎之系統識別與 DLV 損傷探測法應用於構架結構之破壞偵測的可行性，並針對觀測不足量在容許範圍內時，提出利用系統模態間之正交條件重建結構特徵向量的方法。茲歸納本文提出之結構損傷探測法之特色如下：

- DLV 損傷探測法可由結構之全域動態反應(global dynamic response)偵測出樓層或構件之局部破壞(local damage)，且可偵測出多重受損(multiple damaged)之情況。
- DLV 損傷探測法是以柔度矩陣為基礎(flexibility-based)，不需建

立未受損結構的精確解析模型，也毋須像以勁度矩陣為基礎 (stiffness-based) 的方法進行敏感度分析。由於柔度矩陣對於高階模態較不敏感，僅以少數低階模態的訊息即能建構出結構之柔度矩陣，作為破壞偵測分析之基礎。

- 利用 ARX model 可由地表加速度擾動與結構各樓層之加速度反應識別出振態資訊，建構結構受損前、後之柔度矩陣，作為損傷探測分析之基礎。
- 當觀測不足量在容許範圍內時，有機會由系統模態間之正交條件重建結構之特徵向量。惟當未知數過多時，數值求解上仍會遭遇困難。由於第一模態向量之趨勢較易掌握，克服之道可配合第一模態向量之估測結果以減少未知數。由模態正交條件產生之方程式為非線性，其解並非唯一，須配合振態各自由度之相位趨勢加以研判。
- 由振動台試驗量測反應識別所得之模態向量間的正交性並不如預期理想，導致在觀測不足的情況下，部分 DLV 損傷探測分析結果的不確定性。究其原因，應為吾人簡化之質量矩陣與實際上的質量分佈情況有出入所致。當結構系統之行為並非剪力屋架時，集中質量 (lumped-mass) 的假設可能與事實不符。模態正交性是基於質量矩陣為已知的前提所建立，一旦質量矩陣失真，模態正交性自然不理想了。目前絕大多數的系統識別方法都假設質量為已知，無論是非參數或物理參數識別。系統識別方法若要更精進，應思考如何識別出更精準的質量矩陣，至少要能釐清系統識別分析結果對於質量矩陣誤差程度的敏感性。

表 4.1 三層樓結構之系統參數(數值範例)

Structural Parameters			
Floor $i$	$m_i$ ( $kgf \cdot s^2 / m$ )	$c_i$ ( $kgf \cdot s / m$ )	$k_i$ ( $kgf / m$ )
1	400	100	30000
2	400	100	30000
3	400	100	30000

表 4.2 各樓層 DLV 分析之 WSI 值(數值範例；經由特徵分析)

WSI			
	Damaged storey		
	1F	2F	3F
3F	36.24	48.99	*0
2F	47.72	*0	35.07
1F	*0	64.64	66.67

\*受損樓層

表 4.3 未受損結構之系統參數(數值範例；經由地震反應識別)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	0.61	1.71	2.48
Damping ratio (%)	0.6	1.8	2.6
Mode shapes	94.9482 76.1478 42.2727	-7.7497 4.2883 9.6905	1.1466 -2.5687 2.0913
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_i = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.1020 & 0.0684 & 0.0305 \\ 0.0684 & 0.0729 & 0.0331 \\ 0.0305 & 0.0331 & 0.0288 \end{bmatrix}$		

表 4.4 一樓受損結構之系統參數(數值範例；經由地震反應識別)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	0.58	1.66	2.46
Damping ratio (%)	0.7	1.9	2.6
Mode shapes	86.5981 71.5240 44.0000	-6.6905 2.9708 8.3567	0.9166 -1.9938 1.4710
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_d = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.1085 & 0.0772 & 0.0377 \\ 0.0772 & 0.0836 & 0.0420 \\ 0.0377 & 0.0420 & 0.0361 \end{bmatrix}$		

表 4.5 二樓受損結構之系統參數(數值範例；經由地震反應識別)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	0.58	1.70	2.35
Damping ratio (%)	0.7	1.8	2.7
Mode shapes	89.2564 73.0175 36.1218	-7.7373 3.9725 11.1307	1.3281 -2.5216 1.8864
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_d = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.1099 & 0.0773 & 0.0294 \\ 0.0773 & 0.0852 & 0.0344 \\ 0.0294 & 0.0344 & 0.0282 \end{bmatrix}$		

表 4.6 三樓受損結構之系統參數(數值範例；經由地震反應識別)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	0.61	1.61	2.40
Damping ratio (%)	0.7	2.0	2.7
Mode shapes	94.8045 71.9715 39.8383	-7.6266 5.3693 8.4775	1.0293 -2.8761 2.7751
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_d = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.1094 & 0.0665 & 0.03034 \\ 0.0665 & 0.0698 & 0.0316 \\ 0.0303 & 0.0316 & 0.0287 \end{bmatrix}$		

表 4.7 各樓層 DLV 分析之 WSI 值(數值範例；經由地震反應識別)

WSI			
	Damaged storey		
	1F	2F	3F
3F	6.44	1.43	<b>*0.58</b>
2F	8.79	<b>*0.24</b>	3.50
1F	<b>*0.45</b>	3.19	4.00

\*受損樓層

表 4.8 未受損之三層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	0.61	1.72	2.48
Damping ratio (%)	0.6	1.8	2.6
Mode shapes	94.9362 75.1866 42.2675	-7.7518 4.3389 9.6931	1.1466 -2.6235 2.0913
Flexibility matrix (m/kgf)	$F_i = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.1009 & 0.0664 & 0.0336 \\ 0.0664 & 0.0657 & 0.0331 \\ 0.0336 & 0.0331 & 0.0334 \end{bmatrix}$		

表 4.9 一樓受損之三層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	0.58	1.66	2.46
Damping ratio (%)	0.7	1.9	2.6
Mode shapes	86.5815 69.0120 43.9915	-6.6905 2.9698 8.3568	0.9166 -2.0743 1.4710
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_d = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.1053 & 0.0709 & 0.0406 \\ 0.0709 & 0.0704 & 0.0400 \\ 0.0406 & 0.0400 & 0.0413 \end{bmatrix}$		

表 4.10 二樓受損之三層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	0.59	1.70	2.35
Damping ratio (%)	0.7	1.8	2.7
Mode shapes	89.3008 72.1790 36.1408	-7.7369 4.0579 11.0130	1.3281 -2.5877 1.8865
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_d = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.1084 & 0.0742 & 0.0333 \\ 0.0742 & 0.0738 & 0.0329 \\ 0.0333 & 0.0329 & 0.0331 \end{bmatrix}$		

表 4.11 三樓受損之三層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	0.61	1.61	2.40
Damping ratio (%)	0.7	2.0	2.7
Mode shapes	95.4577 72.0213 40.1172	-7.6144 5.3778 8.4636	1.0298 -2.9114 2.7764
Flexibility matrix ( <i>m/kgf</i> )	$F_d = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.1086 & 0.0665 & 0.0335 \\ 0.0665 & 0.0664 & 0.0333 \\ 0.0335 & 0.0333 & 0.0333 \end{bmatrix}$		



表 4.12 各樓層 DLV 分析之 WSI 值(數值範例；不足觀測)

WSI			
	Damaged storey		
	1F	2F	3F
3F	8.06	8.64	<b>*0.16</b>
2F	2.86	<b>*0.13</b>	2.35
1F	<b>*0.69</b>	8.46	6.26

\*受損樓層

表 4.13 五層樓結構之系統參數(數值範例；不足觀測)

Structural Parameters			
Floor <i>i</i>	$m_i$ ( $tf \cdot s^2 / m$ )	$c_i$ ( $tf \cdot s / m$ )	$k_i$ ( $tf / m$ )
1	0.8	0.4	1000
2	0.8	0.4	1000
3	0.8	0.4	1000
4	0.8	0.4	1000
5	0.8	0.4	1000

表 4.14 未破壞之五層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.6016	4.6751	7.3698	9.4674	10.7981
Damping ratio (%)	0.20	0.59	0.93	1.19	1.36
Mode shapes	1.0000 0.8860 0.7635 0.5982 0.2847	1.0000 0.3719 -0.5940 -1.0686 -0.8308	1.0000 -0.7375 -1.2036 0.3310 1.3097	-1.0000 1.9082 -0.5211 -1.2899 1.6825	1.0000 -2.4919 3.5133 -3.3777 1.1910
Flexibility Matrix ( $m / kgf$ )	$F_i = \begin{bmatrix} 0.0059 & 0.0049 & 0.0040 & 0.0031 & 0.0019 \\ 0.0049 & 0.0050 & 0.0040 & 0.0031 & 0.0019 \\ 0.0040 & 0.0040 & 0.0040 & 0.0031 & 0.0020 \\ 0.0031 & 0.0031 & 0.0031 & 0.0032 & 0.0020 \\ 0.0019 & 0.0019 & 0.0020 & 0.0020 & 0.0020 \end{bmatrix}$				

表 4.15 一樓受損之五層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.3680	4.2082	6.9733	9.2525	10.7387
Damping ratio (%)	0.27	0.68	1.21	1.21	1.36
Mode shapes	1.0000 0.9267 0.8262 0.6823 0.4598	1.0000 0.4610 -0.3651 -0.9572 -1.0276	1.0000 -0.5346 -1.2487 -0.05551 1.2283	-1.0000 1.7362 -0.1988 -1.5274 1.2992	1.0000 -2.5816 3.3388 -2.8957 1.3261
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_d = \begin{bmatrix} 0.0059 & 0.0049 & 0.0040 & 0.0031 & 0.0019 \\ 0.0049 & 0.0050 & 0.0040 & 0.0031 & 0.0019 \\ 0.0040 & 0.0040 & 0.0040 & 0.0031 & 0.0020 \\ 0.0031 & 0.0031 & 0.0031 & 0.0032 & 0.0020 \\ 0.0019 & 0.0019 & 0.0020 & 0.0020 & 0.0020 \end{bmatrix}$				

表 4.16 未破壞之五層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.6016	4.6751	7.3698	9.4674	10.7981
Damping ratio (%)	0.20	0.59	0.93	1.19	1.36
Mode shapes	1.0000 0.8116 0.7635 0.3934 0.2847	-1.0000 -0.2116 0.5940 1.2242 0.8311	1.0000 -0.7441 -1.2049 0.3815 1.3130	-1.0000 1.8206 -0.5414 -1.3949 1.7018	1.0000 -3.9954 3.3766 -3.7487 3.0370
Flexibility Matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_i = \begin{bmatrix} 0.0055 & 0.0041 & 0.0033 & 0.0016 & 0.0011 \\ 0.0041 & 0.0036 & 0.0029 & 0.0015 & 0.0011 \\ 0.0033 & 0.0029 & 0.0038 & 0.0014 & 0.0010 \\ 0.0016 & 0.0015 & 0.0014 & 0.0017 & 0.0010 \\ 0.0011 & 0.0011 & 0.0010 & 0.0010 & 0.0009 \end{bmatrix}$				

表 4.17 一樓受損之五層樓結構系統參數(數值範例；不足觀測)

Modal Parameters					
Mode	1	2	3	4	5
Frequency (Hz)	1.3680	4.2082	6.9733	9.2525	10.7387
Damping ratio (%)	0.27	0.68	1.21	1.21	1.36
Mode shapes	1.0000 0.8586 0.8261 0.5404 0.4598	-1.0000 -0.3839 0.3651 1.0273 1.0282	1.0000 -0.5981 -1.2494 -0.0369 1.2299	-1.0000 1.7027 -0.2727 -1.5587 1.3172	1.0000 -3.2893 3.3401 -3.3619 1.9174
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_d = \begin{bmatrix} 0.0065 & 0.0051 & 0.0044 & 0.0027 & 0.0022 \\ 0.0051 & 0.0046 & 0.0038 & 0.0025 & 0.0022 \\ 0.0044 & 0.0038 & 0.0048 & 0.0025 & 0.0021 \\ 0.0027 & 0.0025 & 0.0025 & 0.0025 & 0.0020 \\ 0.0022 & 0.0022 & 0.0021 & 0.0020 & 0.0020 \end{bmatrix}$				

表 4.18 未破壞之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)

Modal Parameters				
Mode	1	2	3	
Frequency (Hz)	4.59	21.53	N/A	
Damping ratio (%)	0.71	1.12	N/A	
Mode shapes	88.50 83.61 60.06 46.81 32.38	-1.97 -0.31 0.94 1.71 2.37	N/A	
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_i = 10^{-5} * \begin{bmatrix} 0.6866 & 0.6008 & 0.3956 & 0.2782 & 0.1557 \\ 0.6008 & 0.5349 & 0.3598 & 0.2598 & 0.1548 \\ 0.3956 & 0.3598 & 0.2480 & 0.1844 & 0.1169 \\ 0.2782 & 0.2598 & 0.1844 & 0.1419 & 0.0959 \\ 0.1557 & 0.1548 & 0.1169 & 0.0959 & 0.0722 \end{bmatrix}$			

表 4.19 一樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)

Modal Parameters						
Mode	1	2	3			
Frequency (Hz)	1.96	11.31	20.05			
Damping ratio (%)	0.30	1.78	1.47			
Mode shapes	160.66	-1.50	-0.70			
	173.35	-0.88	0.16			
	147.02	-0.18	0.24			
	152.27	0.76	0.51			
	155.67	1.85	-0.14			
Flexibility matrix (m / kgf)	$F_d = 10^{-4} *$	0.2495	0.2366	0.2092	0.2261	0.2956
		0.2366	0.2318	0.2029	0.2170	0.2684
		0.2092	0.2029	0.1796	0.1949	0.2495
		0.2261	0.2170	0.1949	0.2154	0.2861
		0.2956	0.2684	0.2495	0.2861	0.4210

表 4.20 二樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)

Modal Parameters						
Mode	1	2	3			
Frequency (Hz)	2.56	14.44	19.91			
Damping ratio (%)	0.35	1.31	2.27			
Mode shapes	165.93	1.80	1.78			
	173.98	0.75	-0.24			
	141.46	-1.26	-0.18			
	133.62	-1.65	0.20			
	23.63	4.34	0.85			
Flexibility matrix (m / kgf)	$F_d = 10^{-3} *$	0.2009	0.2790	0.1873	0.1687	0.0874
		0.2790	0.3891	0.2602	0.2341	0.1234
		0.1873	0.2602	0.1749	0.1576	0.0811
		0.1687	0.2341	0.1576	0.1420	0.0725
		0.0874	0.1234	0.0811	0.0725	0.0416

表 4.21 三樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)

Modal Parameters						
Mode	1	2	3			
Frequency (Hz)	2.86	12.06	22.73			
Damping ratio (%)	0.41	7.42	1.75			
Mode shapes	137.10	0.29	-3.06			
	147.14	-0.49	-0.03			
	115.71	-1.11	-0.20			
	28.01	3.45	0.46			
	20.27	3.17	0.53			
Flexibility matrix (m/kgf)	$F_d = 10^{-4} *$	0.1384	0.1328	0.1027	0.0352	0.0270
		0.1328	0.1444	0.1139	0.0254	0.0180
		0.1027	0.1139	0.0904	0.0174	0.0118
		0.0352	0.0254	0.0174	0.0188	0.0159
		0.0270	0.0180	0.0118	0.0159	0.0137

表 4.22 四樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)

Modal Parameters						
Mode	1	2	3			
Frequency (Hz)	3.32	9.52	20.18			
Damping ratio (%)	0.48	2.18	1.85			
Mode shapes	135.07	-3.19	0.40			
	142.32	-3.75	0.24			
	40.49	9.28	-0.24			
	31.63	7.69	-0.31			
	22.98	6.61	-0.66			
Flexibility matrix (m/kgf)	$F_d = 10^{-4} *$	0.5669	0.6143	0.1979	0.1656	0.1596
		0.6143	0.6658	0.2142	0.1793	0.1731
		0.1979	0.2142	0.0862	0.0722	0.0687
		0.1656	0.1793	0.0722	0.0604	0.0577
		0.1596	0.1731	0.0687	0.0577	0.0556

表 4.23 五樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)

Modal Parameters																													
Mode	1	2	3																										
Frequency (Hz)	4.09	8.64	20.09																										
Damping ratio (%)	0.84	1.44	1.62																										
Mode shapes	91.63 52.13 37.02 28.57 20.66	-15.50 14.38 11.84 10.10 7.70	-1.59 -0.50 0.33 0.63 1.47																										
Flexibility matrix ( <i>m/kgf</i> )	$F_d = 10^{-4} *$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>0.5669</td> <td>0.6143</td> <td>0.1979</td> <td>0.1656</td> <td>0.1596</td> </tr> <tr> <td>0.6143</td> <td>0.6658</td> <td>0.2142</td> <td>0.1793</td> <td>0.1731</td> </tr> <tr> <td>0.1979</td> <td>0.2142</td> <td>0.0862</td> <td>0.0722</td> <td>0.0687</td> </tr> <tr> <td>0.1656</td> <td>0.1793</td> <td>0.0722</td> <td>0.0604</td> <td>0.0577</td> </tr> <tr> <td>0.1596</td> <td>0.1731</td> <td>0.0687</td> <td>0.0577</td> <td>0.0556</td> </tr> </table>				0.5669	0.6143	0.1979	0.1656	0.1596	0.6143	0.6658	0.2142	0.1793	0.1731	0.1979	0.2142	0.0862	0.0722	0.0687	0.1656	0.1793	0.0722	0.0604	0.0577	0.1596	0.1731	0.0687	0.0577	0.0556
0.5669	0.6143	0.1979	0.1656	0.1596																									
0.6143	0.6658	0.2142	0.1793	0.1731																									
0.1979	0.2142	0.0862	0.0722	0.0687																									
0.1656	0.1793	0.0722	0.0604	0.0577																									
0.1596	0.1731	0.0687	0.0577	0.0556																									

表 4.24 五層樓鋼構 DLV 分析各樓層之 WSI 值(振動台試驗)

WSI					
	Damaged storey				
	1F	2F	3F	4F	5F
5F	22.71	26.27	8.91	21.99	<b>*3.34</b>
4F	23.72	21.34	7.75	<b>*2.67</b>	21.78
3F	35.03	26.24	<b>*2.23</b>	32.42	23.68
2F	21.61	<b>*7.99</b>	5.39	33.20	27.34
1F	<b>*6.53</b>	28.09	9.61	9.47	11.73

\*受損樓層

表 4.25 一樓與五樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	1.94	6.59	19.97
Damping ratio (%)	0.38	0.47	1.37
Mode shapes	162.41 161.61 135.85 142.10 147.06	-17.22 1.91 1.94 5.86 7.14	0.18 -0.19 -0.33 0.28 0.23
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_d = 10^{-4} * \begin{bmatrix} 0.4784 & 0.4508 & 0.3933 & 0.3428 & 0.3569 \\ 0.4508 & 0.4930 & 0.4320 & 0.3890 & 0.4091 \\ 0.3933 & 0.4320 & 0.3790 & 0.3401 & 0.3579 \\ 0.3428 & 0.3890 & 0.3401 & 0.3127 & 0.3293 \\ 0.3569 & 0.4091 & 0.3579 & 0.3293 & 0.3469 \end{bmatrix}$		

表 4.26 三樓與五樓受損之五層樓鋼構模態參數與柔度矩陣(振動台試驗)

Modal Parameters			
Mode	1	2	3
Frequency (Hz)	2.73	7.89	29.66
Damping ratio (%)	0.65	0.96	1.33
Mode shapes	75.65 65.77 52.24 16.31 6.92	-10.73 5.25 6.36 4.38 3.64	0.21 -0.04 -0.15 0.25 0.16
Flexibility matrix ( <i>m / kgf</i> )	$F_d = 10^{-4} * \begin{bmatrix} 0.4404 & 0.3701 & 0.3005 & 0.0583 & 0.0150 \\ 0.3701 & 0.3603 & 0.3001 & 0.0680 & 0.0258 \\ 0.3005 & 0.3001 & 0.2511 & 0.0578 & 0.0227 \\ 0.0583 & 0.0680 & 0.0578 & 0.0164 & 0.0080 \\ 0.0150 & 0.0258 & 0.0227 & 0.0080 & 0.0046 \end{bmatrix}$		

表 4.27 五層樓多樓層破壞之 DLV 分析各樓層 WSI 值(振動台試驗)

WSI		
	Damaged storey	
	1F and 5F	3F and 5F
5F	*1.18	*4.47
4F	18.81	24.87
3F	8.5	*3.39
2F	25.71	26.84
1F	*4.25	11.28

\*受損樓層



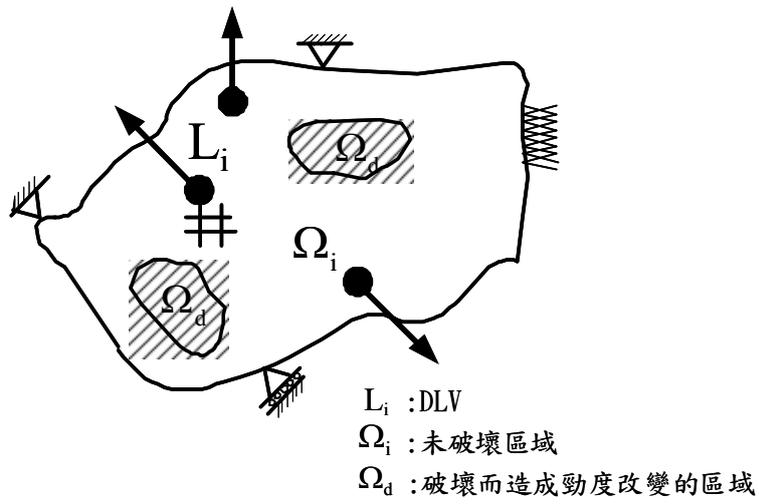


圖 4.1 破壞荷載向量與結構

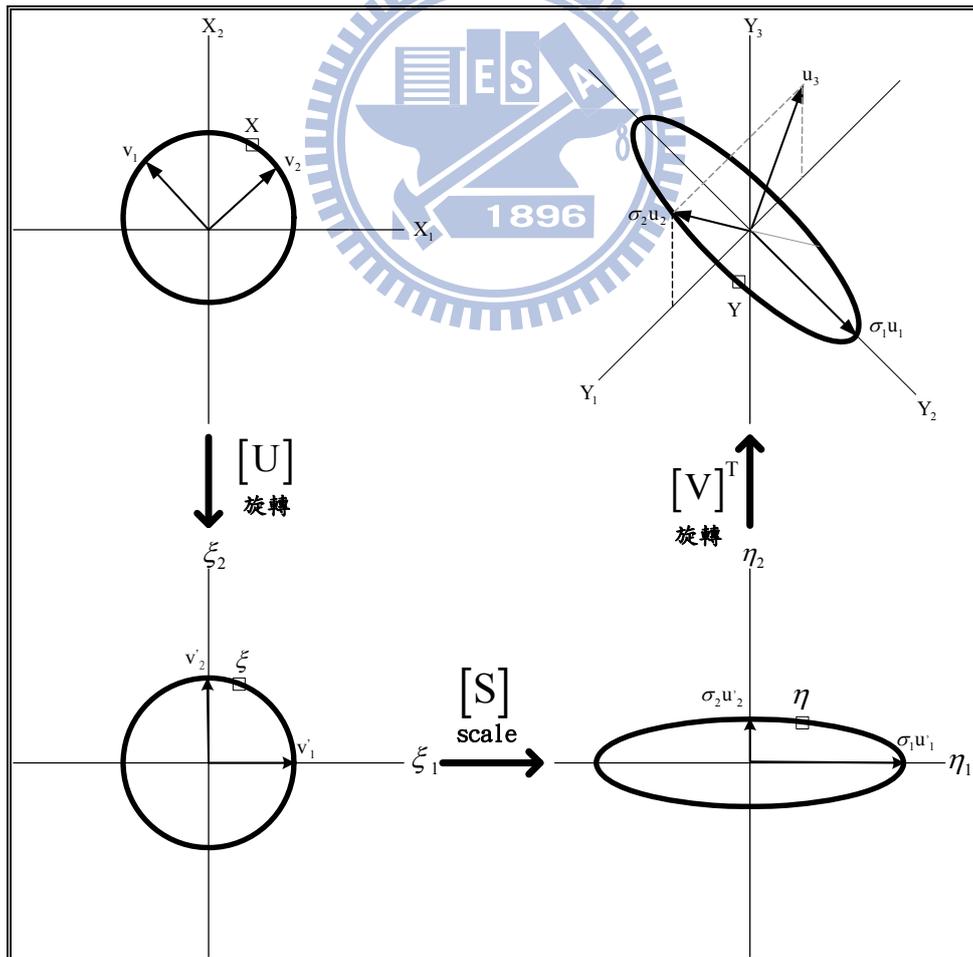


圖 4.2 奇異值分解之幾何概念

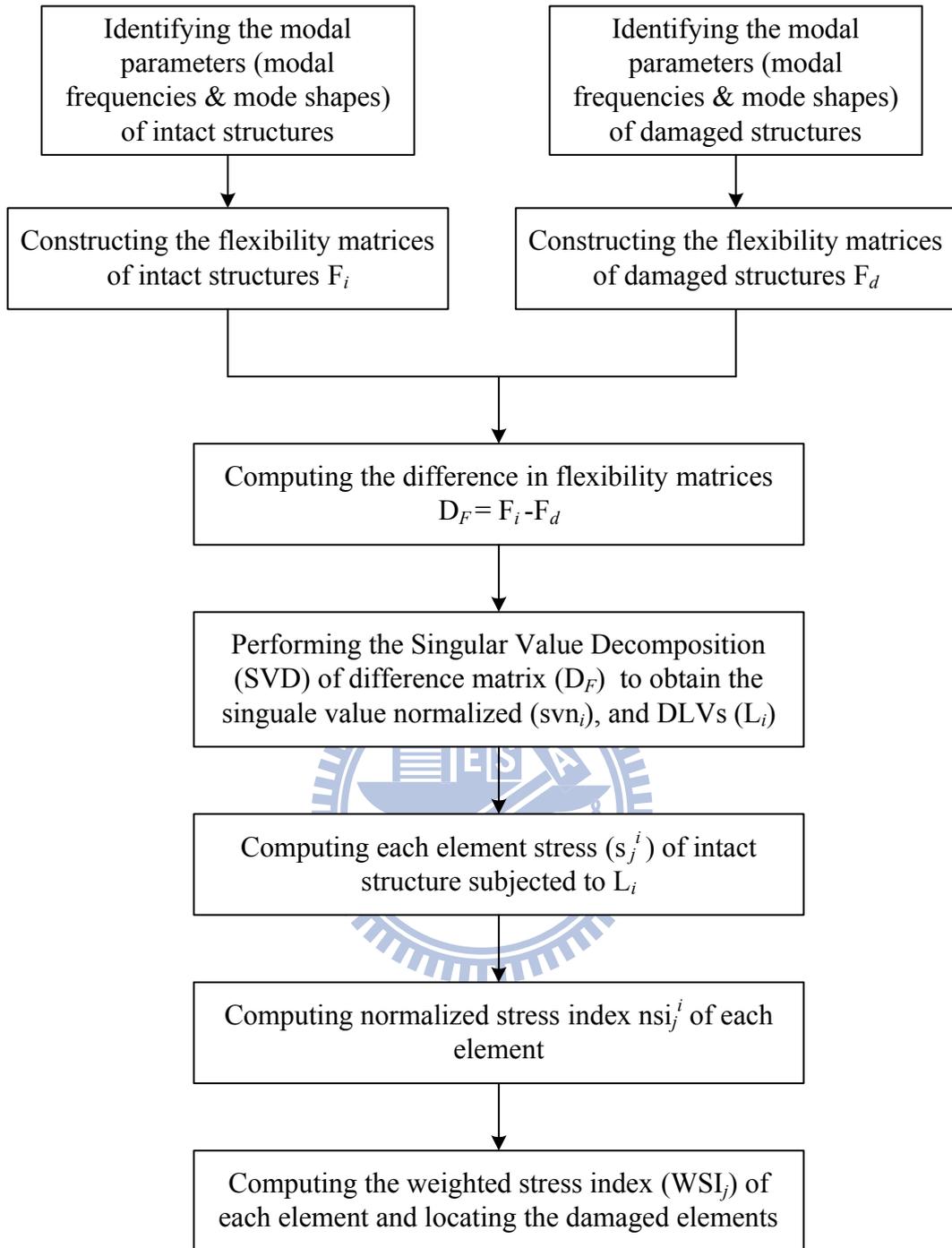


圖 4.3 DLV 法之分析流程

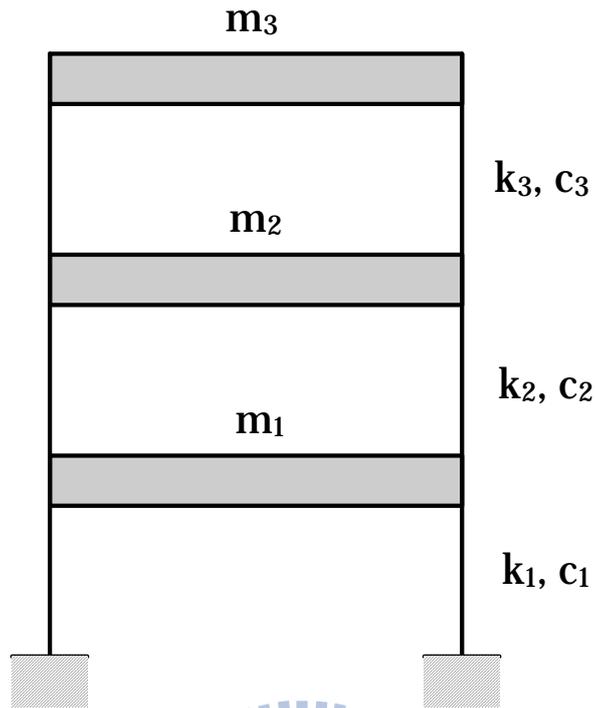


圖 4.4 三層樓之分析模型

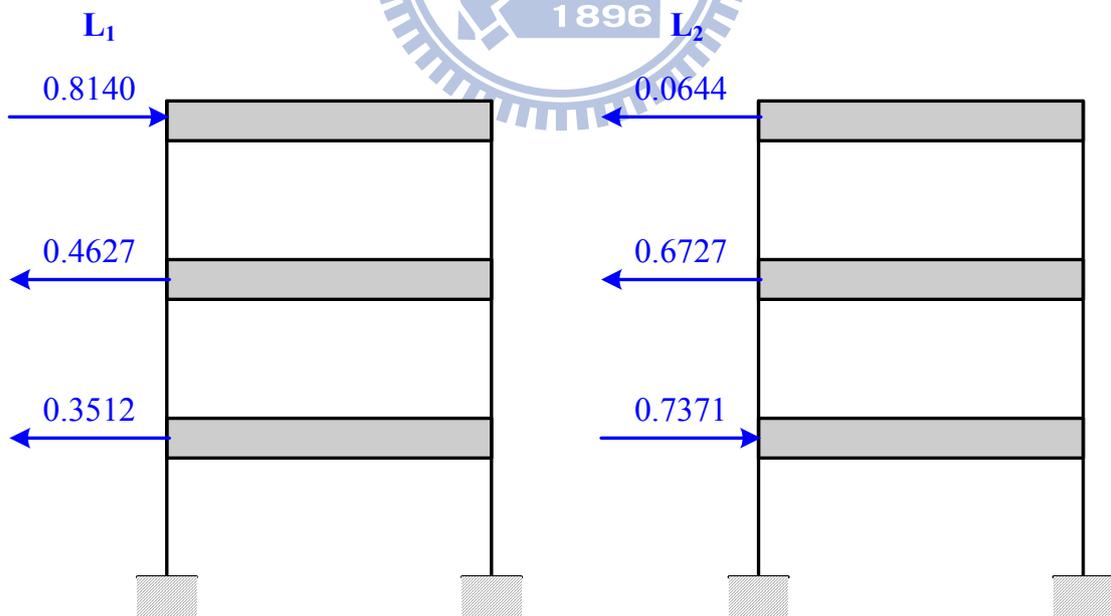


圖 4.5 破壞定位向量加載於三層樓結構之示意圖

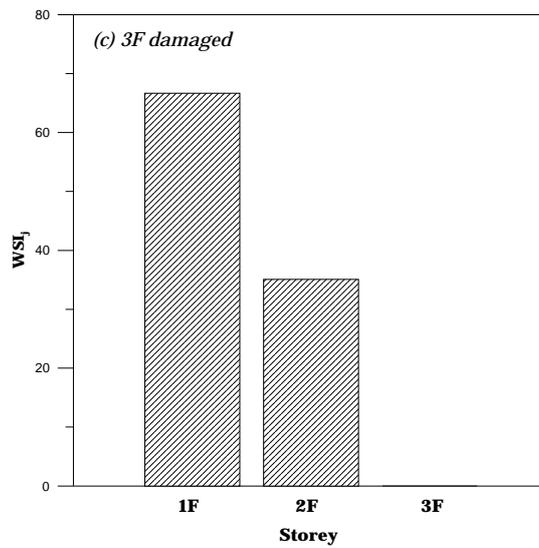
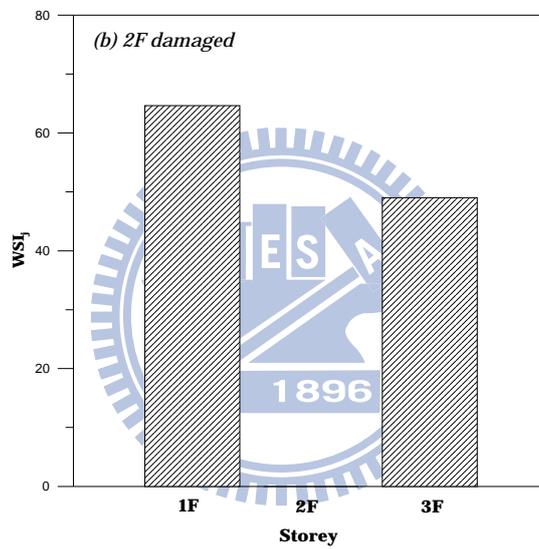
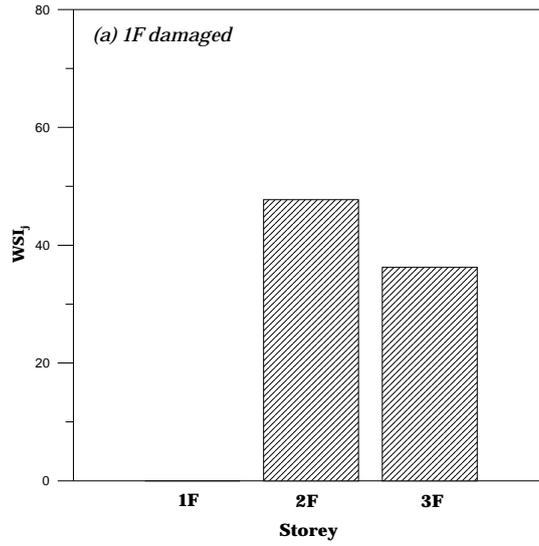


圖 4.6 結構之損傷偵測分析結果 (數值範例; 模態分析)

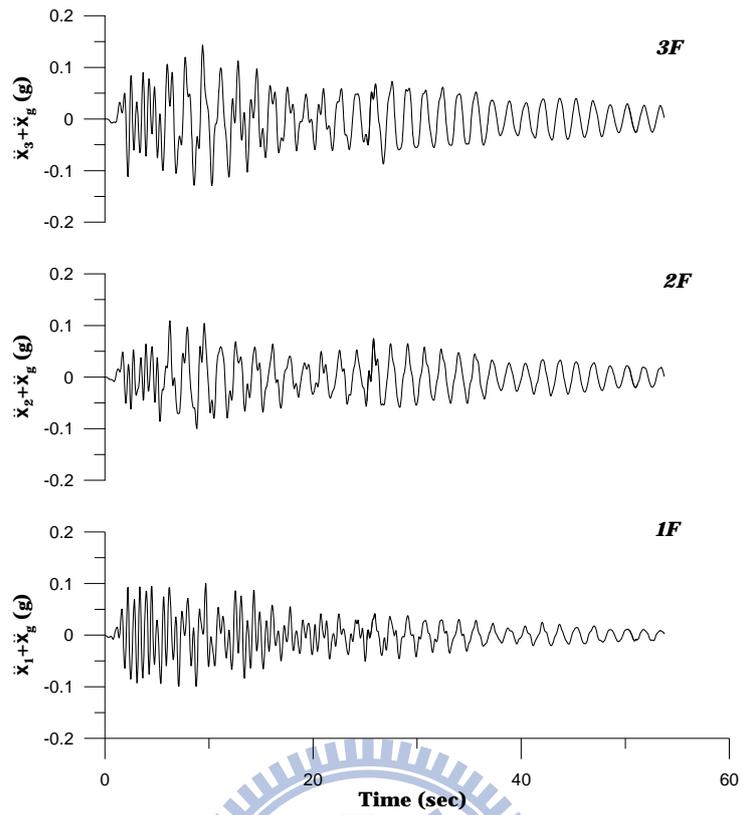


圖 4.7 未受損結構之絕對加速度歷時(數值範例；經由地震反應識別)

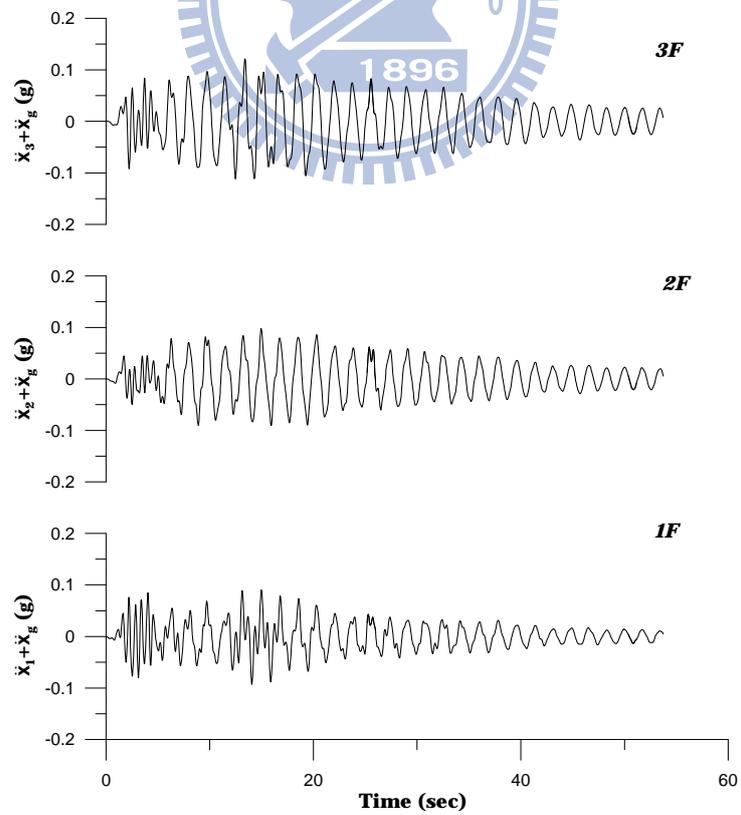


圖 4.8 一樓受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例；經由地震反應識別)

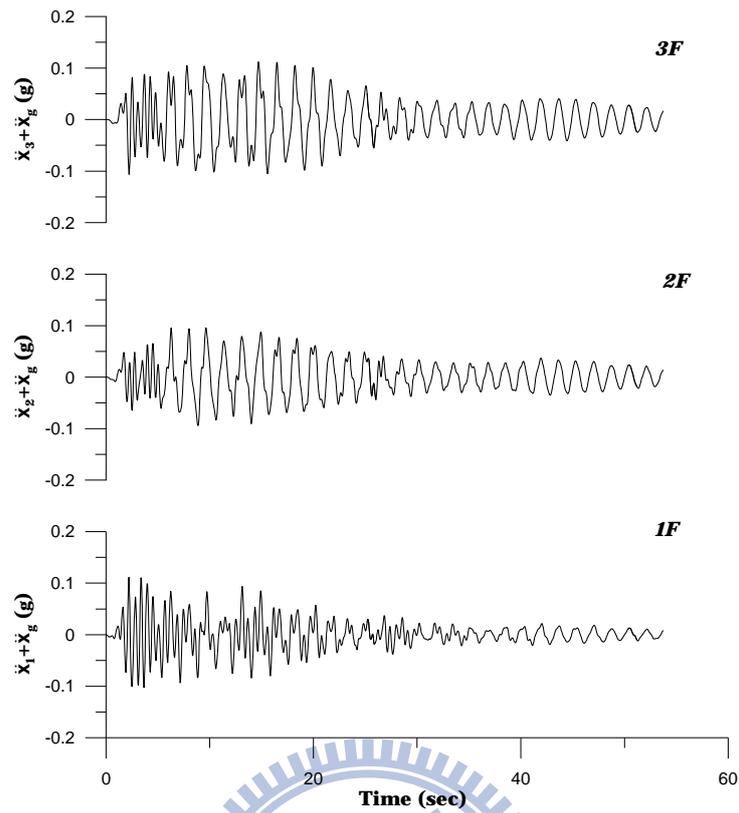


圖 4.9 二樓受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例;經由地震反應識別)

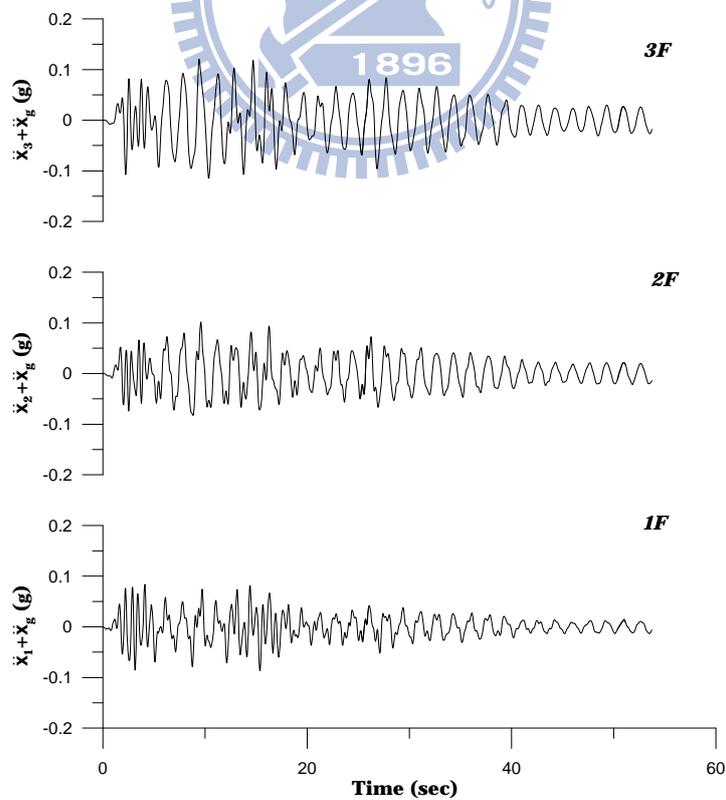


圖 4.10 三樓受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例;經由地震反應識別)

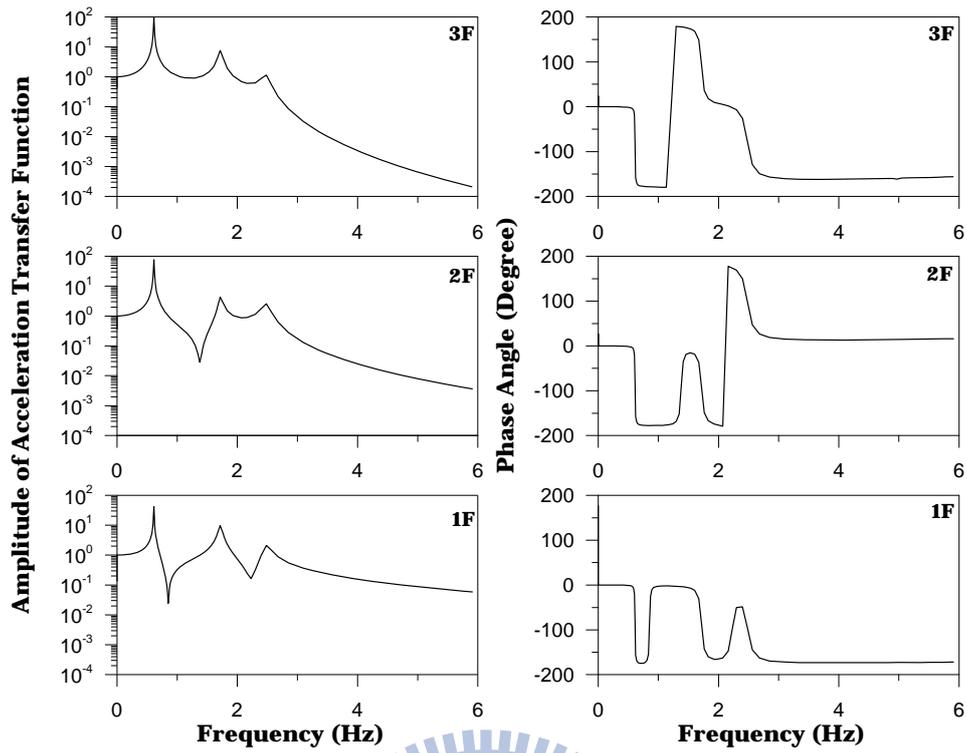


圖 4.11 未受損結構之加速度傳遞函數與相位角  
(數值範例；經由地震反應識別)

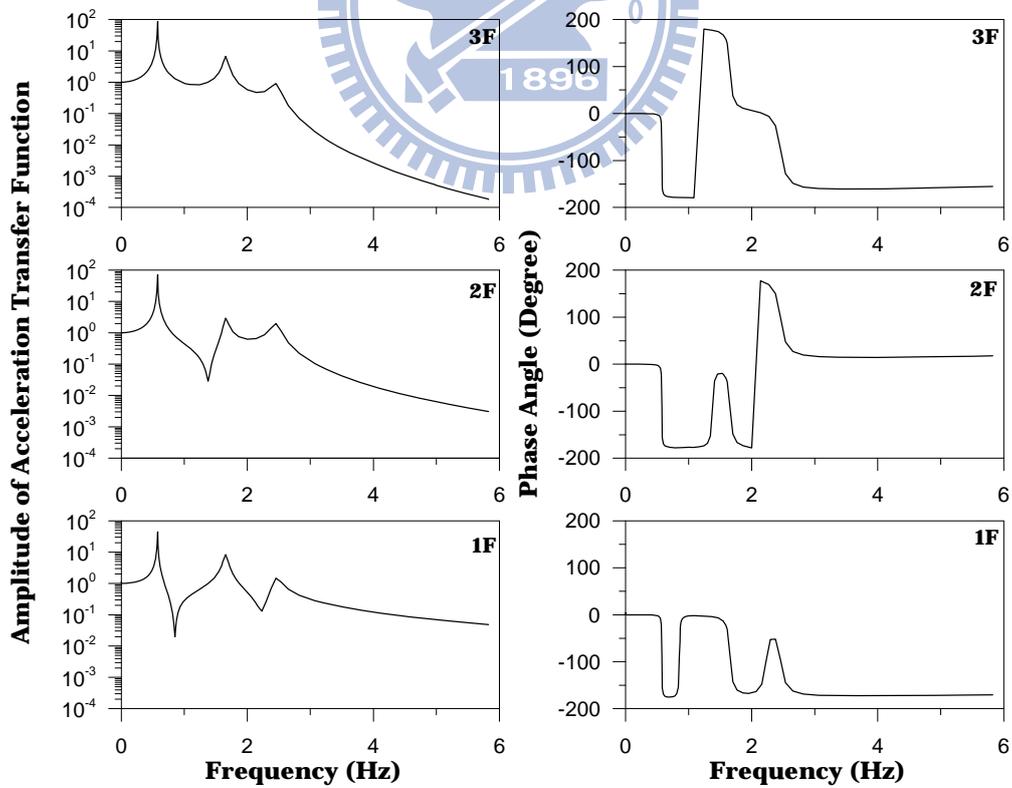


圖 4.12 一樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角  
(數值範例；經由地震反應識別)

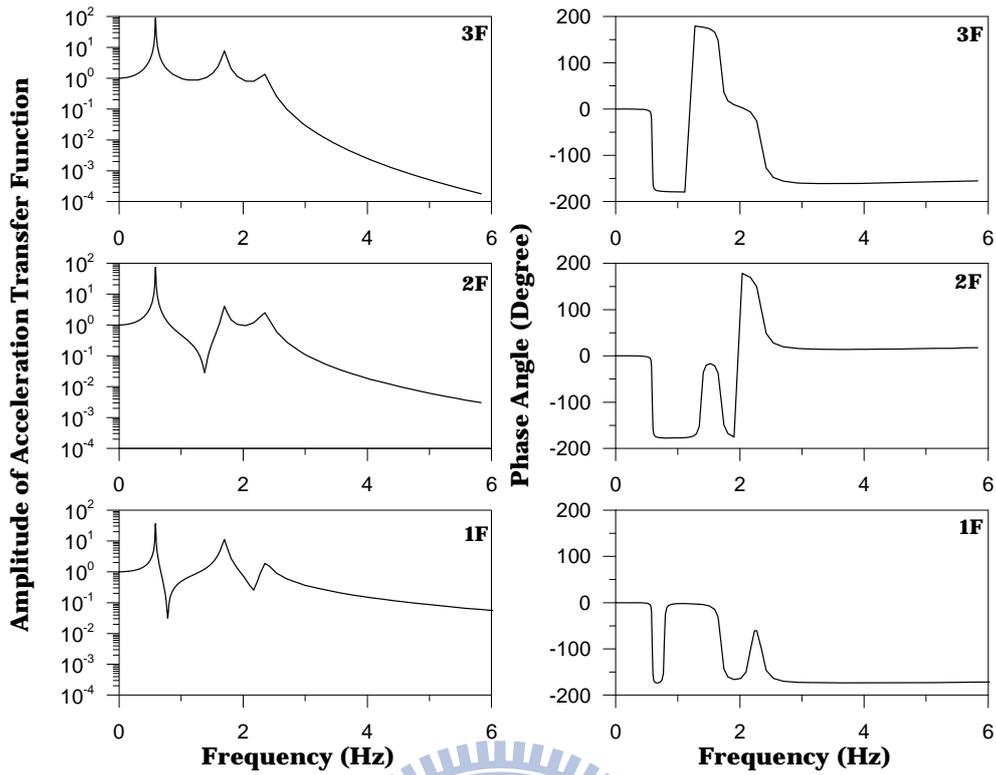


圖 4.13 二樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角  
(數值範例；經由地震反應識別)

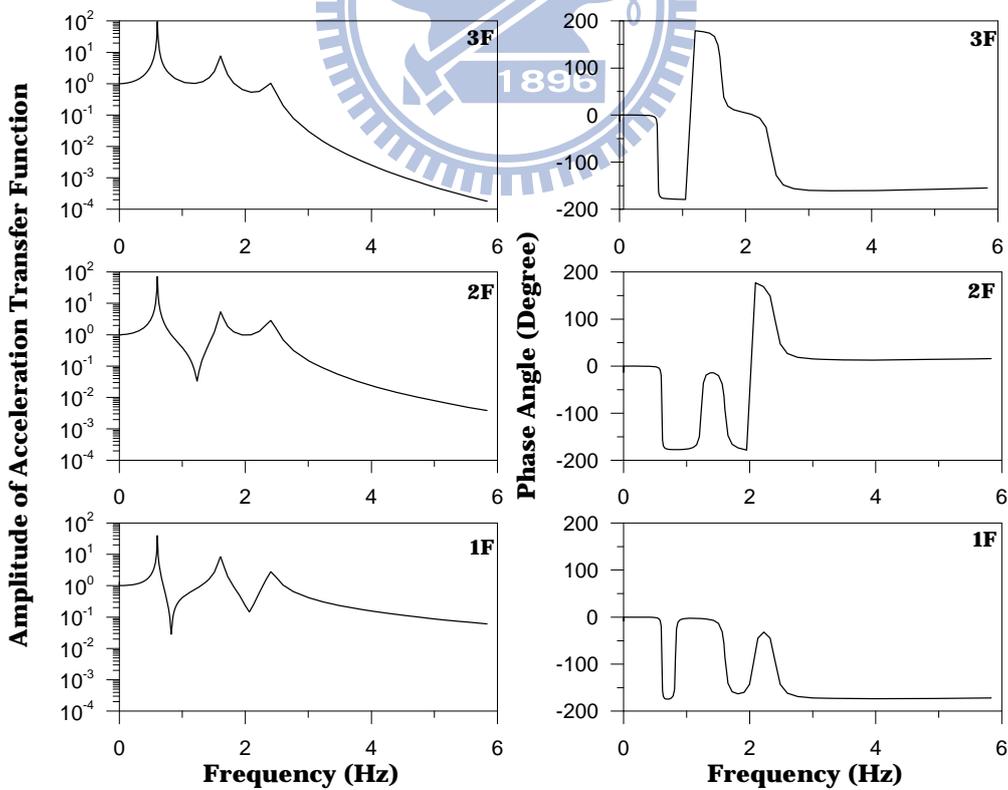


圖 4.14 三樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角  
(數值範例；經由地震反應識別)

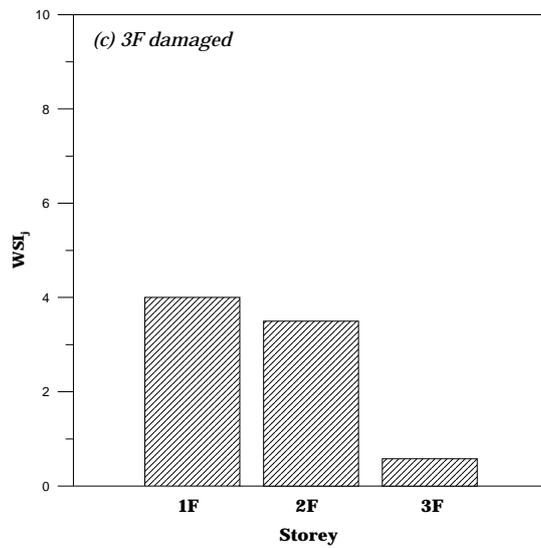
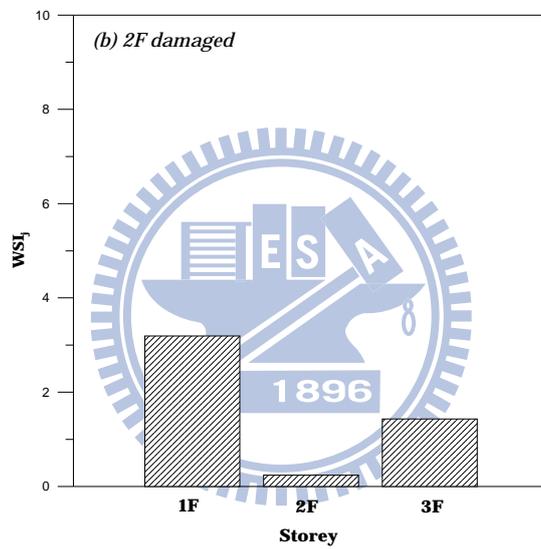
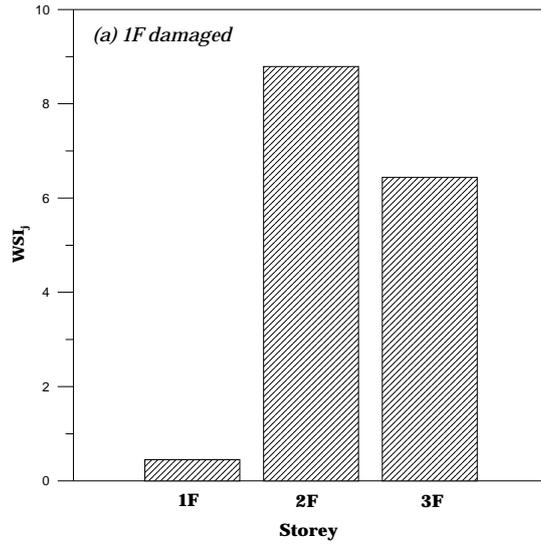


圖 4.15 結構之損傷偵測分析結果(數值範例；經由地震反應識別)

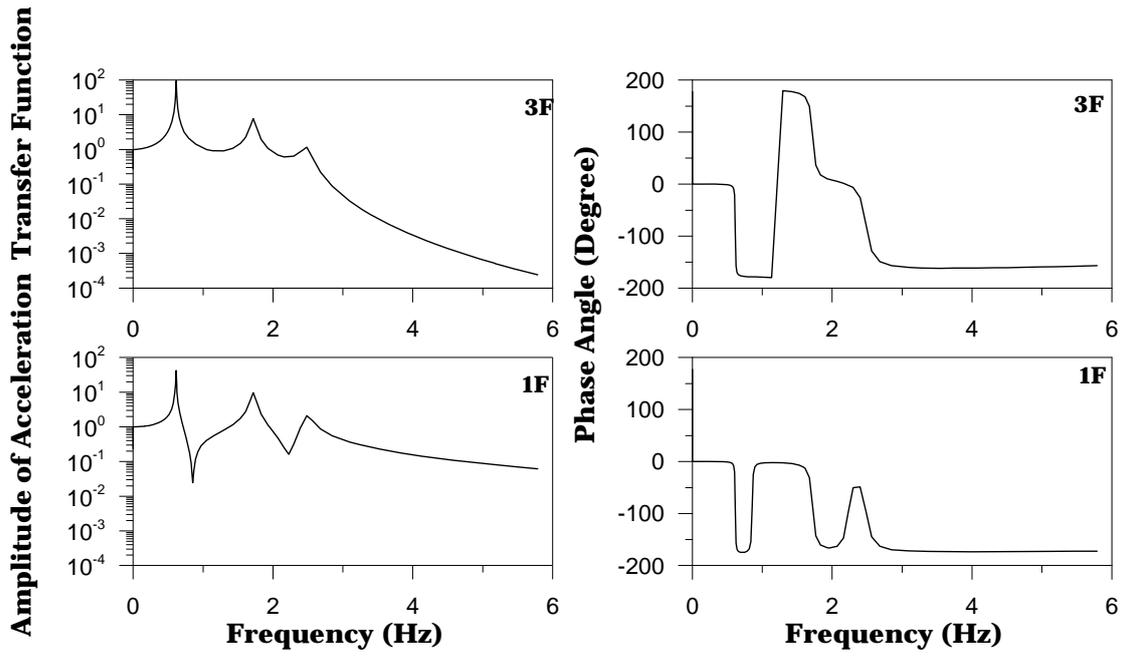


圖 4.16 未受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)

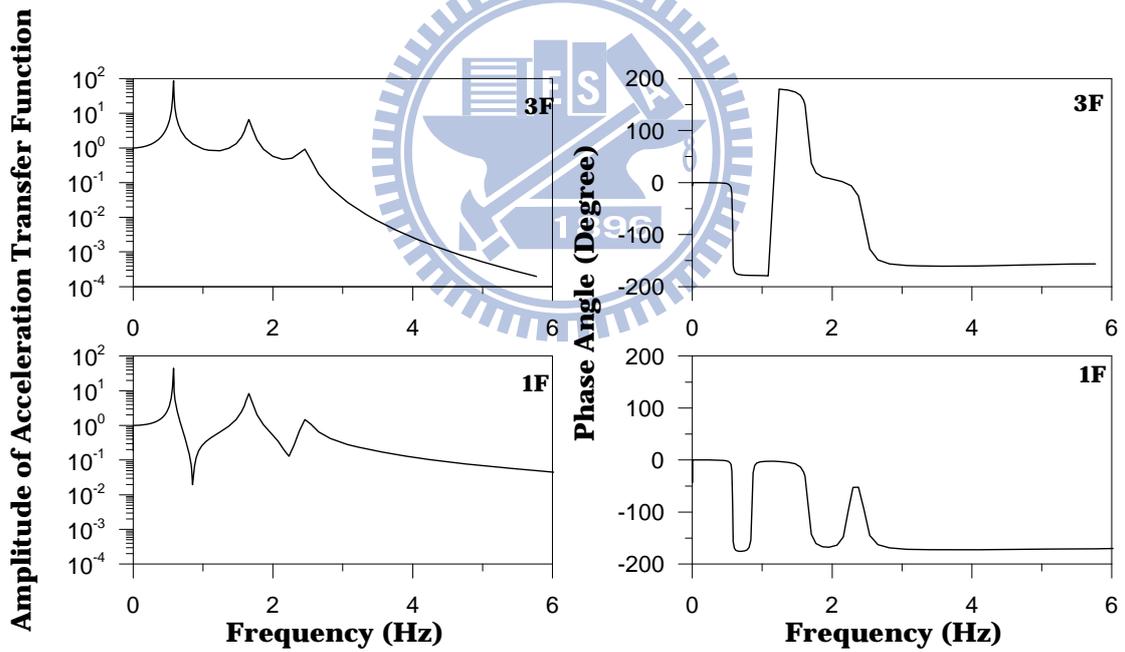


圖 4.17 一樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)

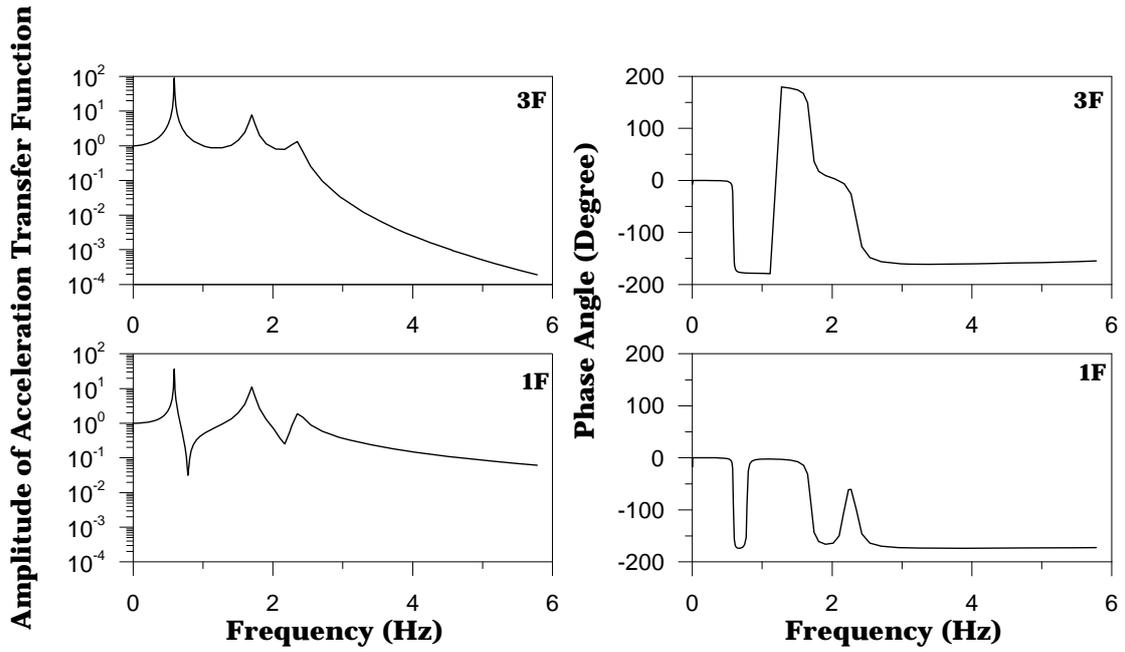


圖 4.18 二樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)

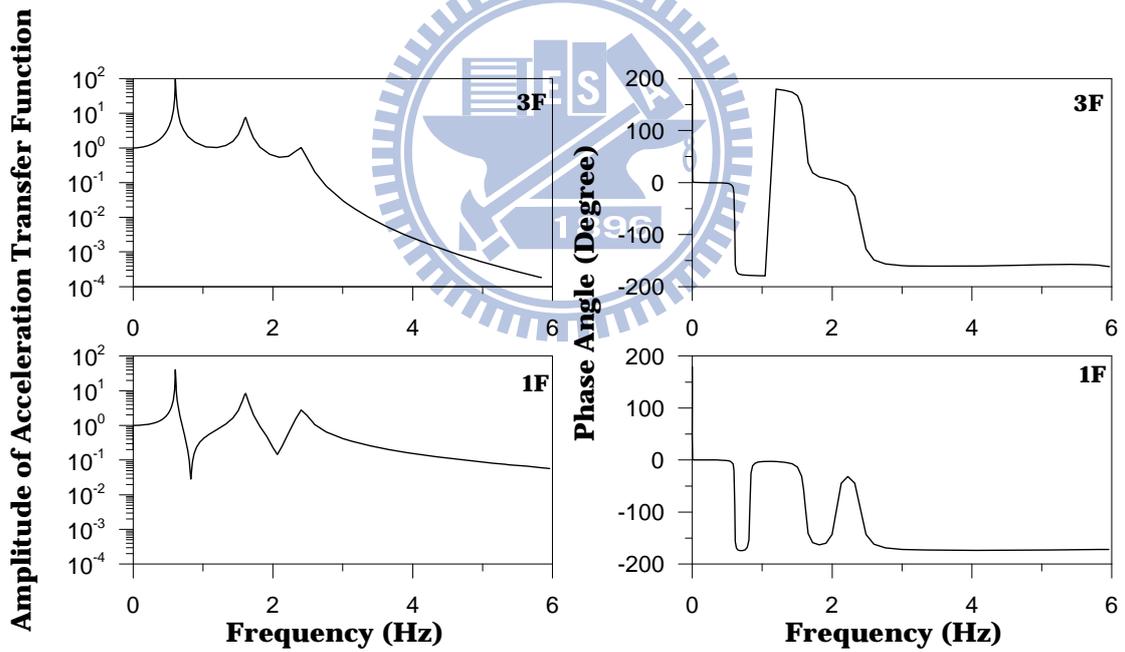


圖 4.19 三樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)

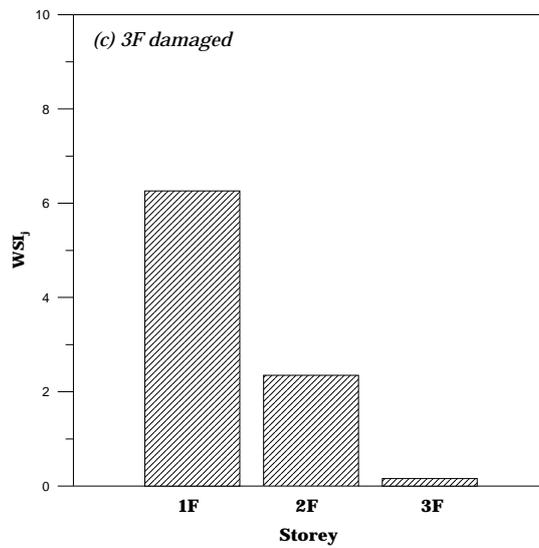
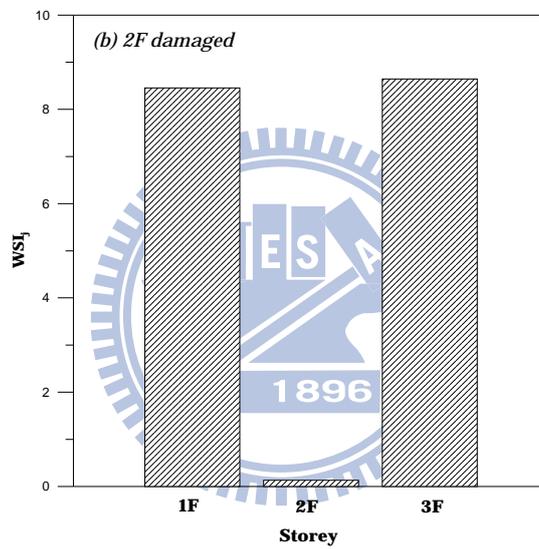
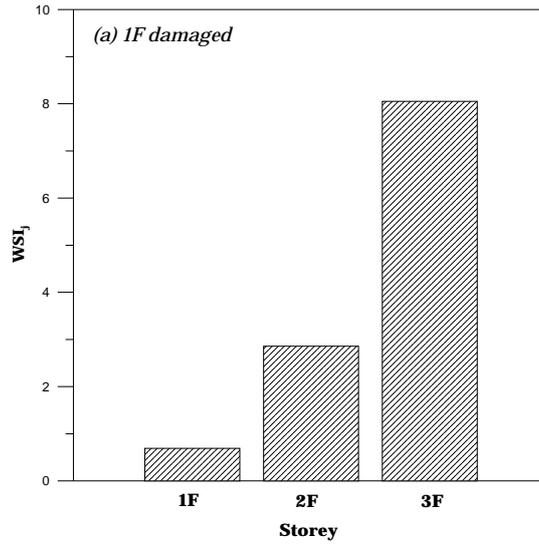


圖 4.20 結構之損傷偵測分析結果(數值範例；不足觀測)

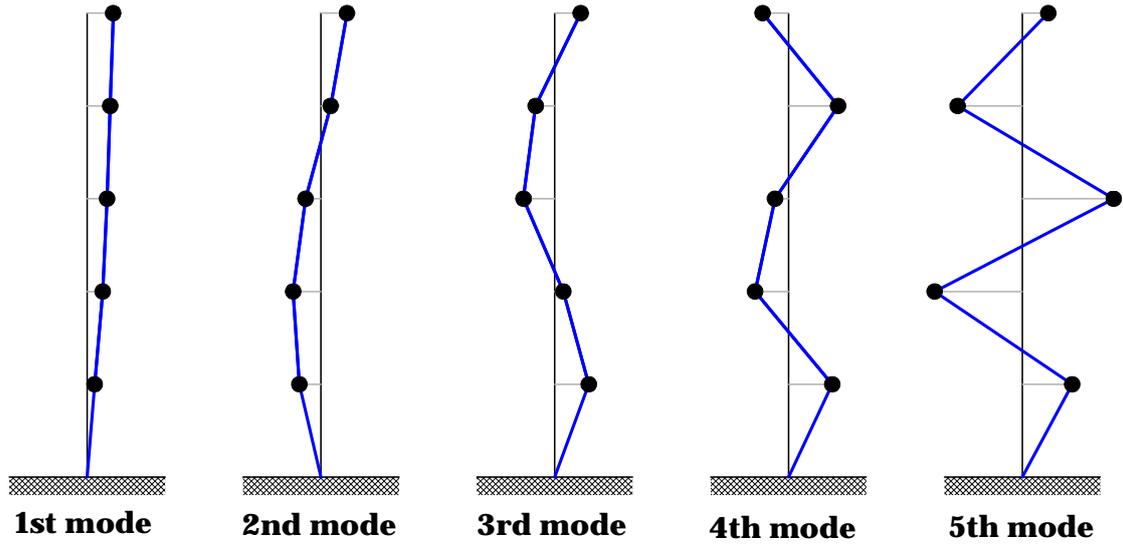


圖 4.21(a) 未受損傷結構之模態 ( $\Phi_i^{MK(3)}$ )

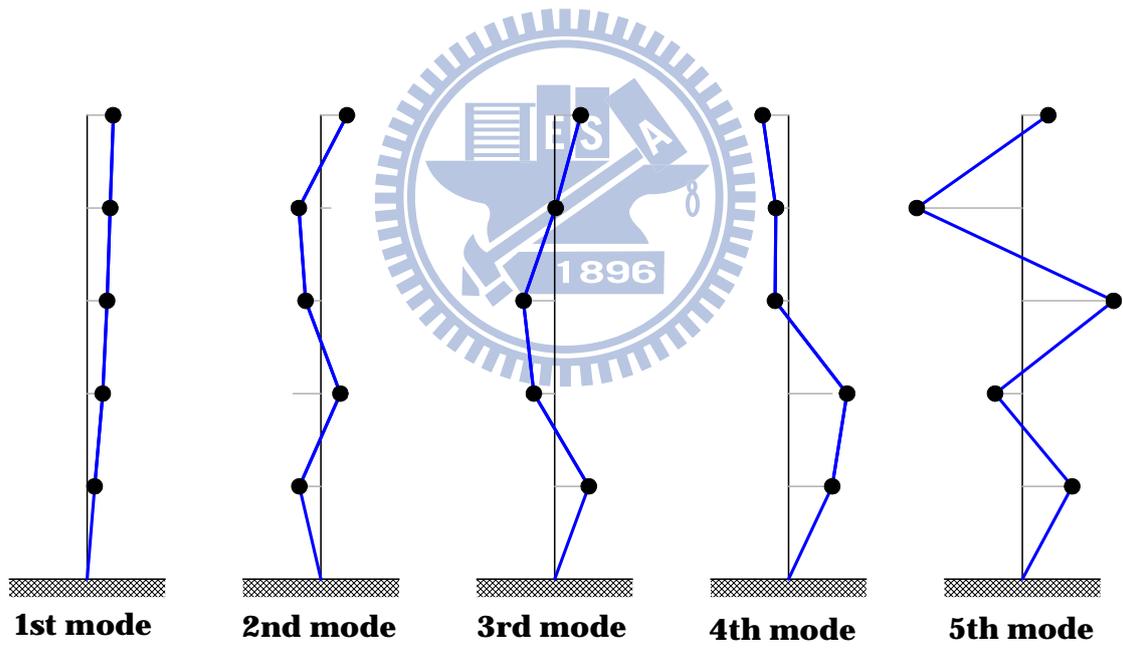


圖 4.21(b) 未受損傷結構之模態 ( $\Phi_i^{*MK(3)}$ )

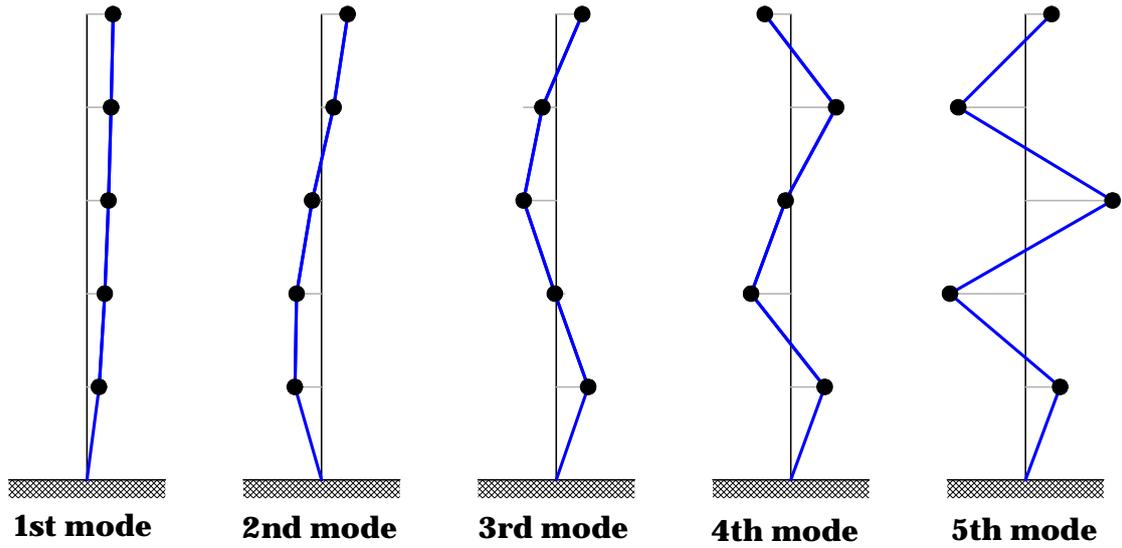


圖 4.22(a) 一樓受損傷結構之模態 ( $\Phi_d^{MK(3)}$ )

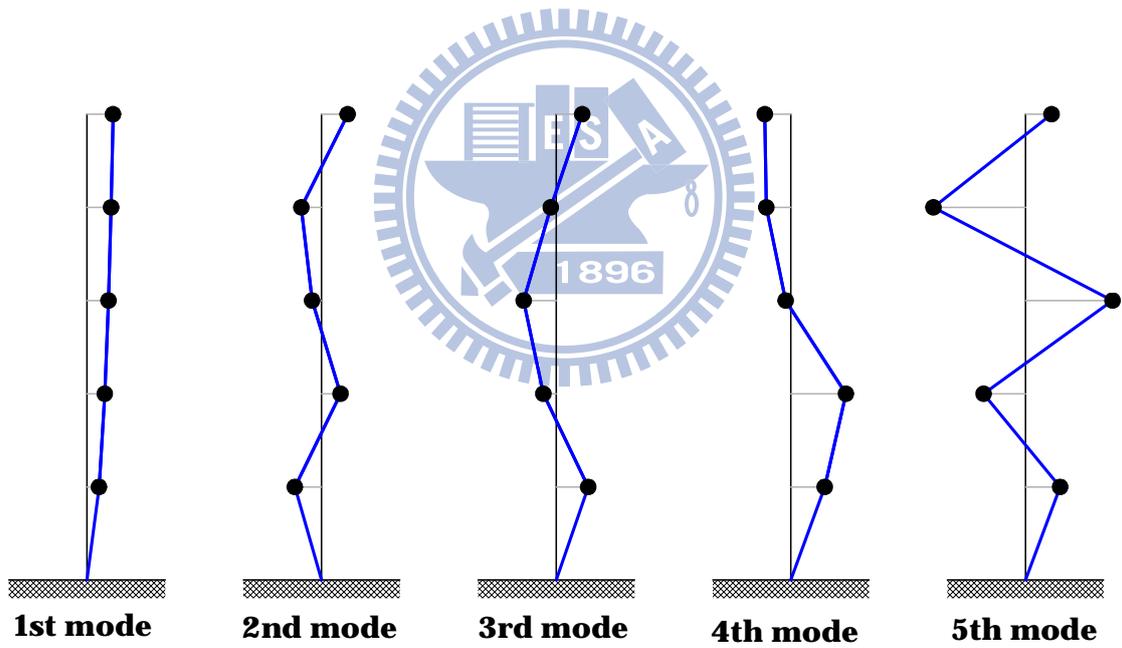


圖 4.22(b) 一樓受損傷結構之模態 ( $\Phi_d^{*MK(3)}$ )

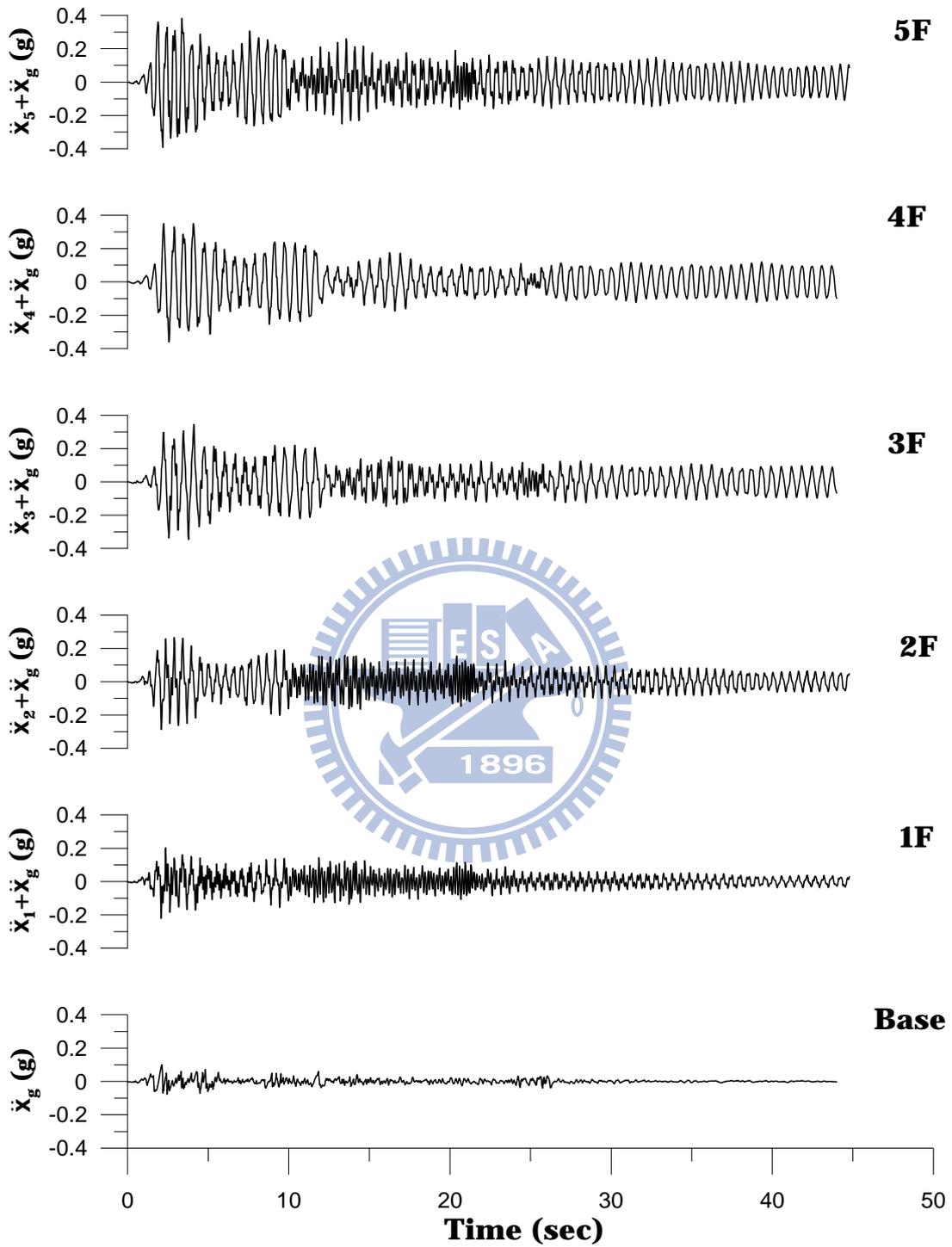


圖 4.23 未受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例；不足觀測)

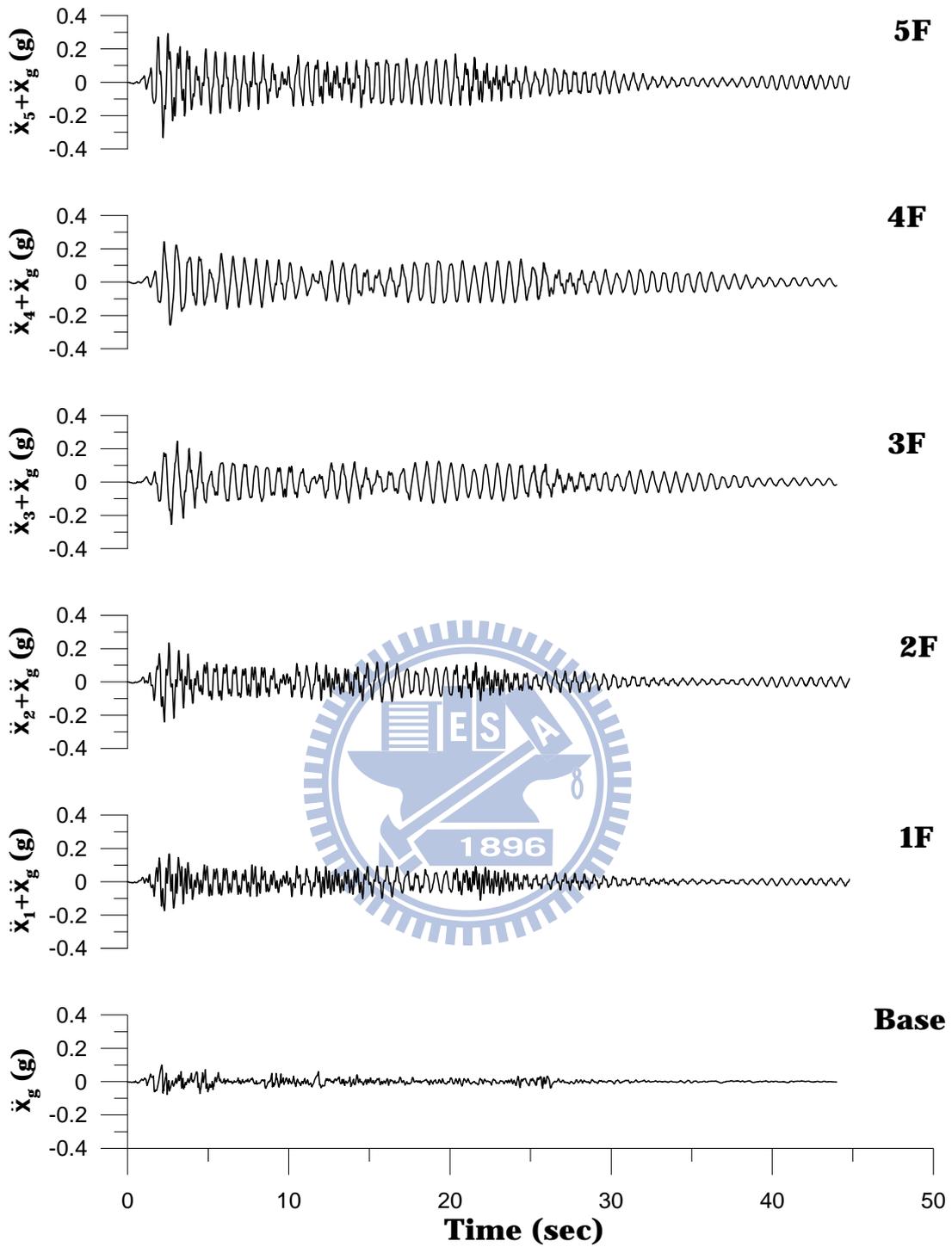


圖 4.24 一樓受損結構之各樓層加速度歷時(數值範例；不足觀測)

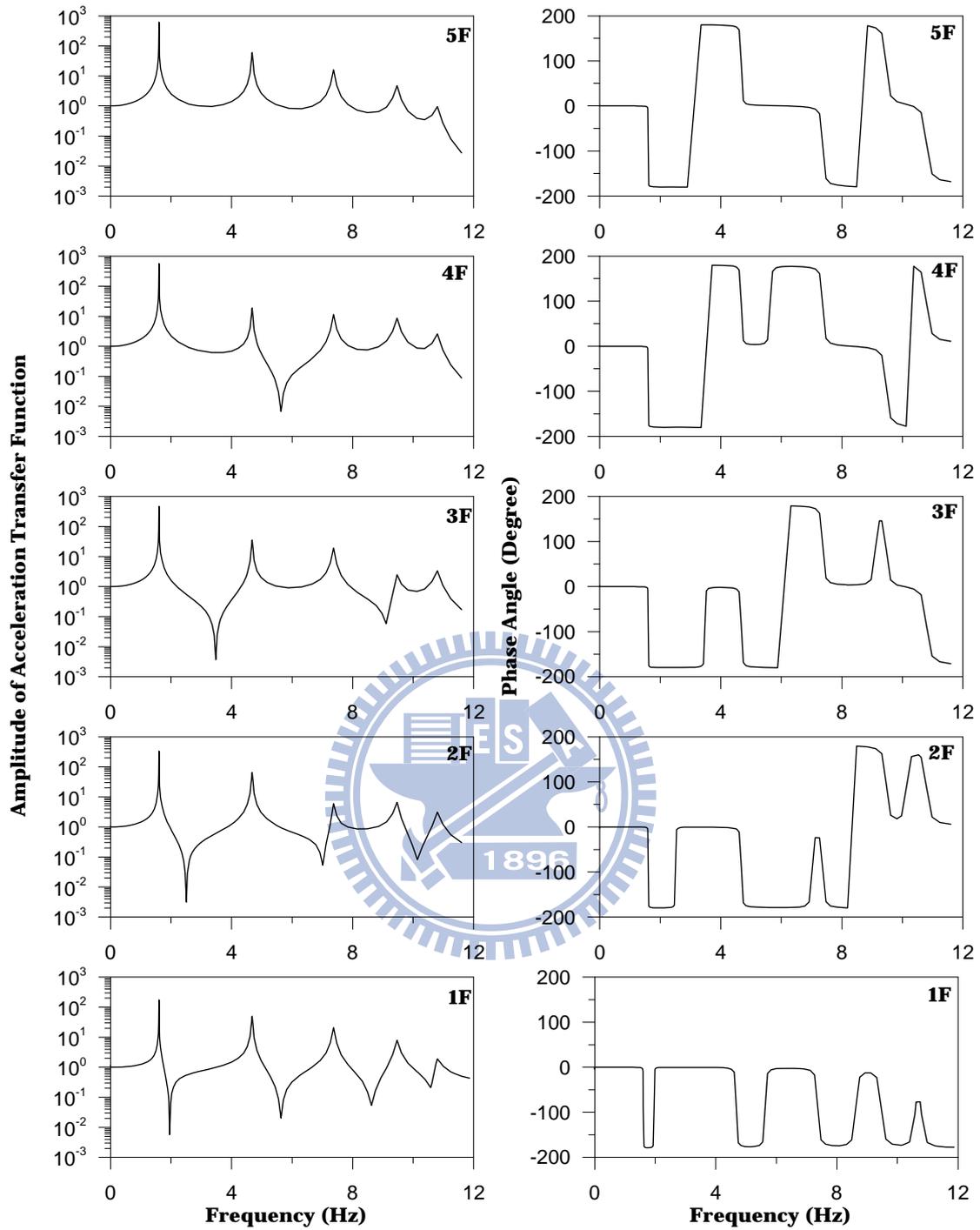


圖 4.25 未受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)

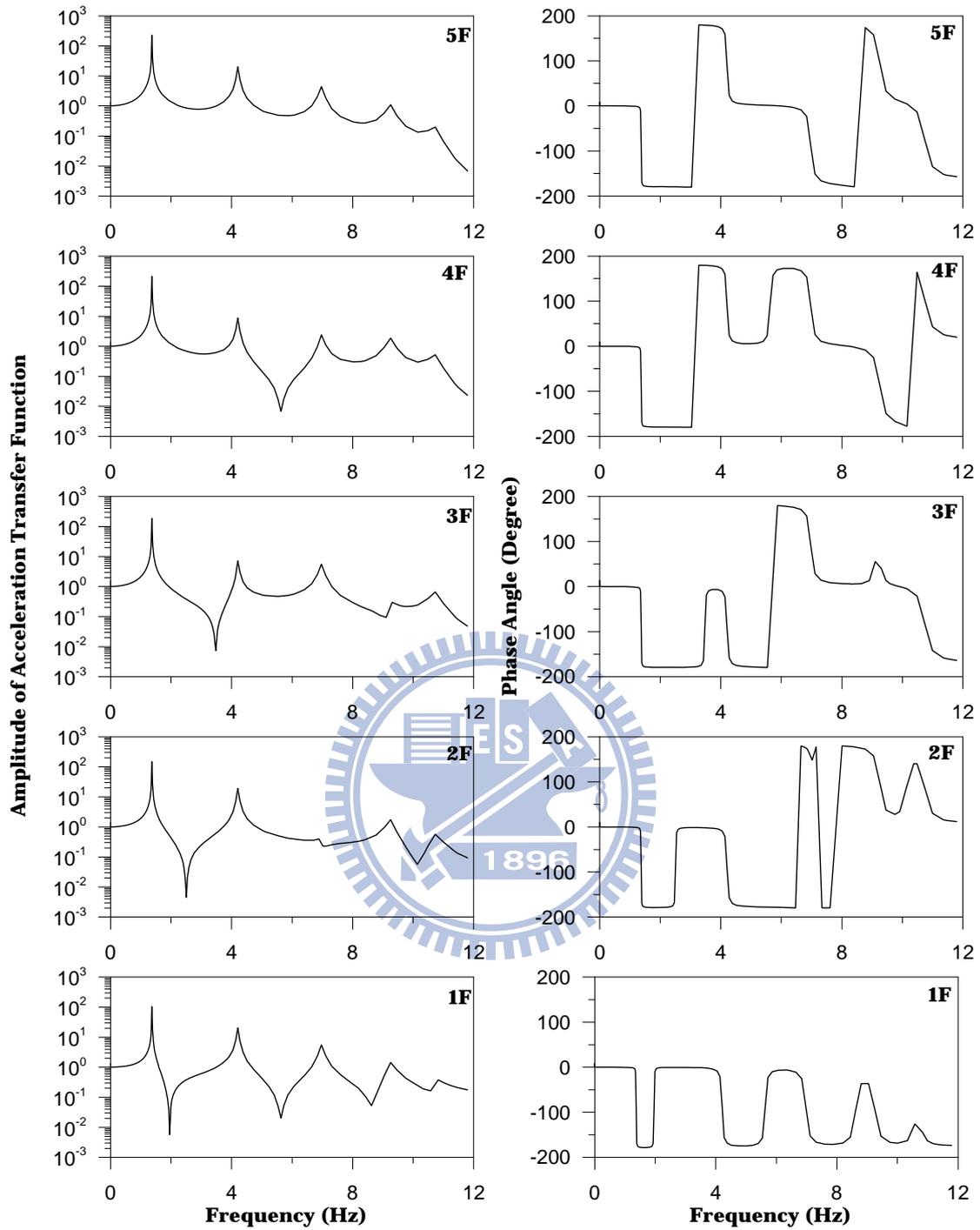


圖 4.26 一樓受損結構之加速度傳遞函數與相位角(數值範例；不足觀測)



圖 4.27 五層樓鋼構(未受損結構)



圖 4.28 五層樓鋼構(移除二樓雙邊斜撐)

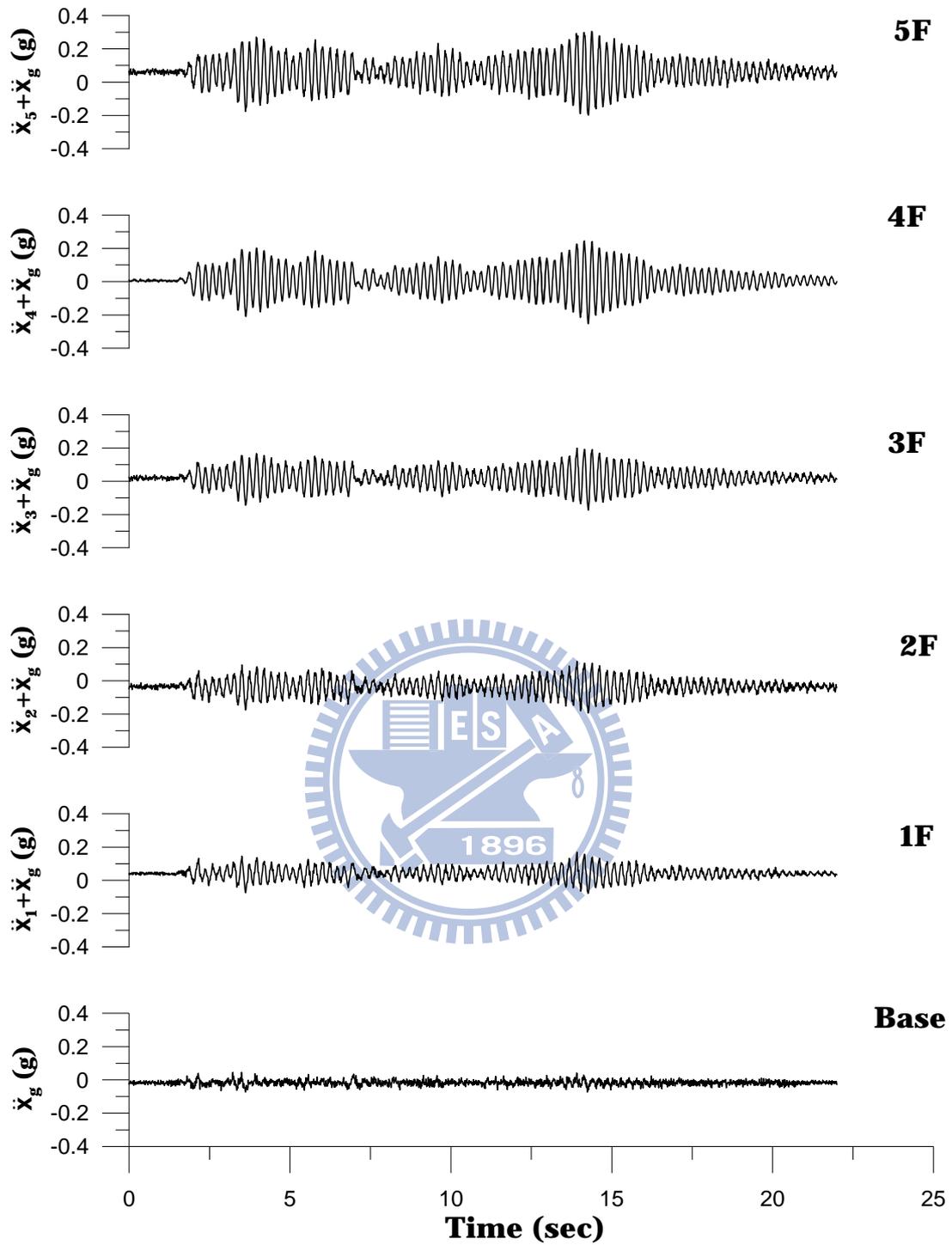


圖 4.29 未受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗)

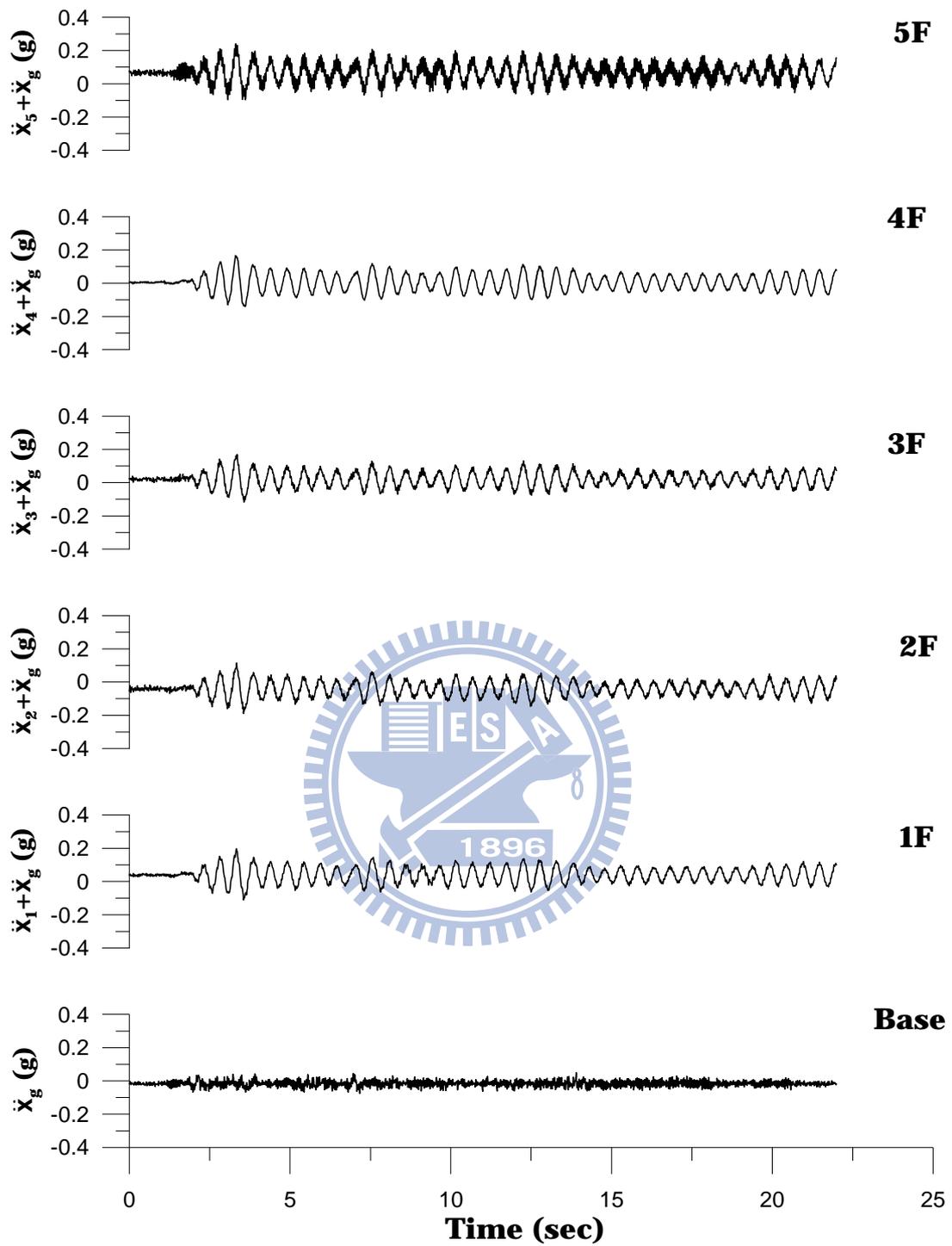


圖 4.30 一樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗)

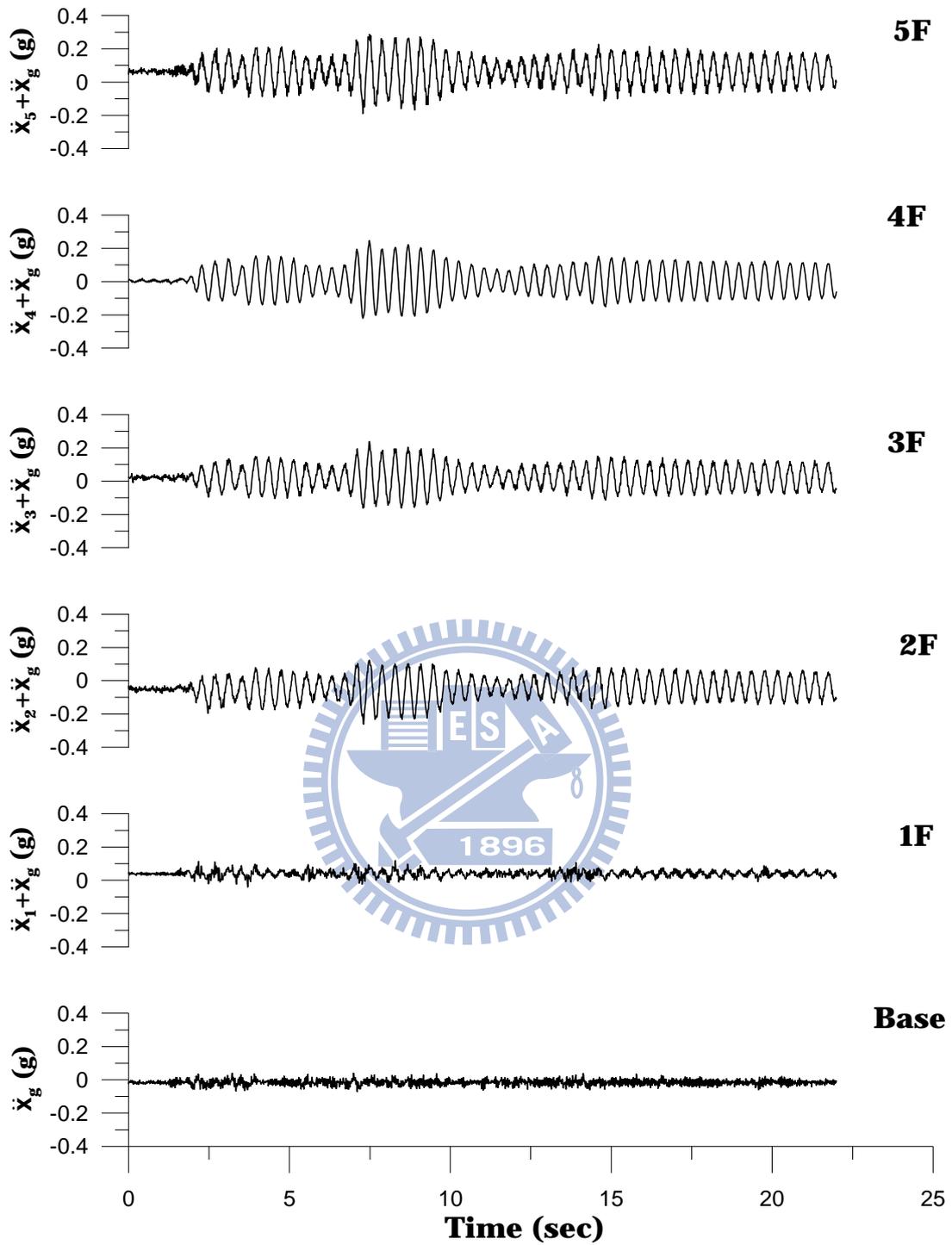


圖 4.31 二樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗)

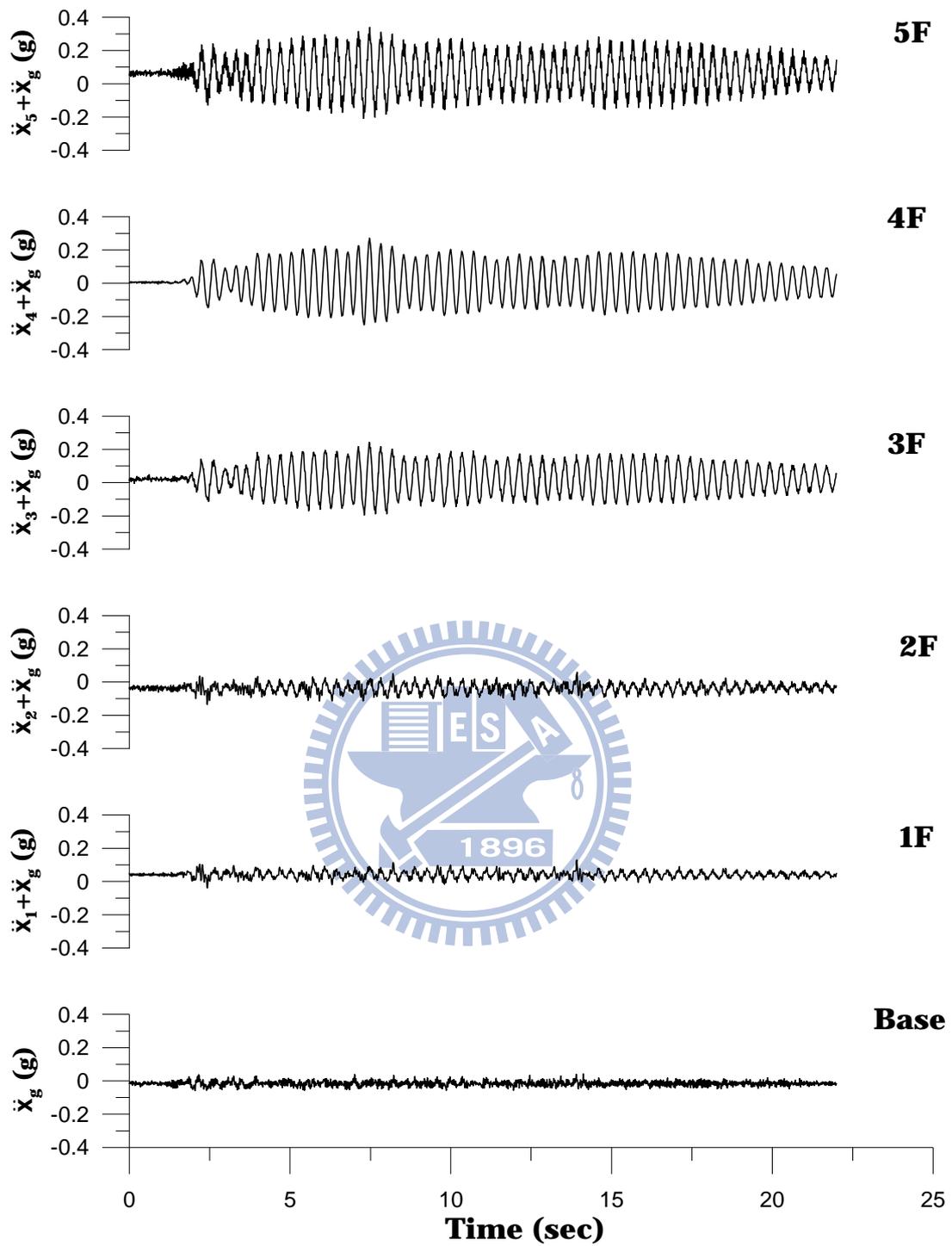


圖 4.32 三樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗)

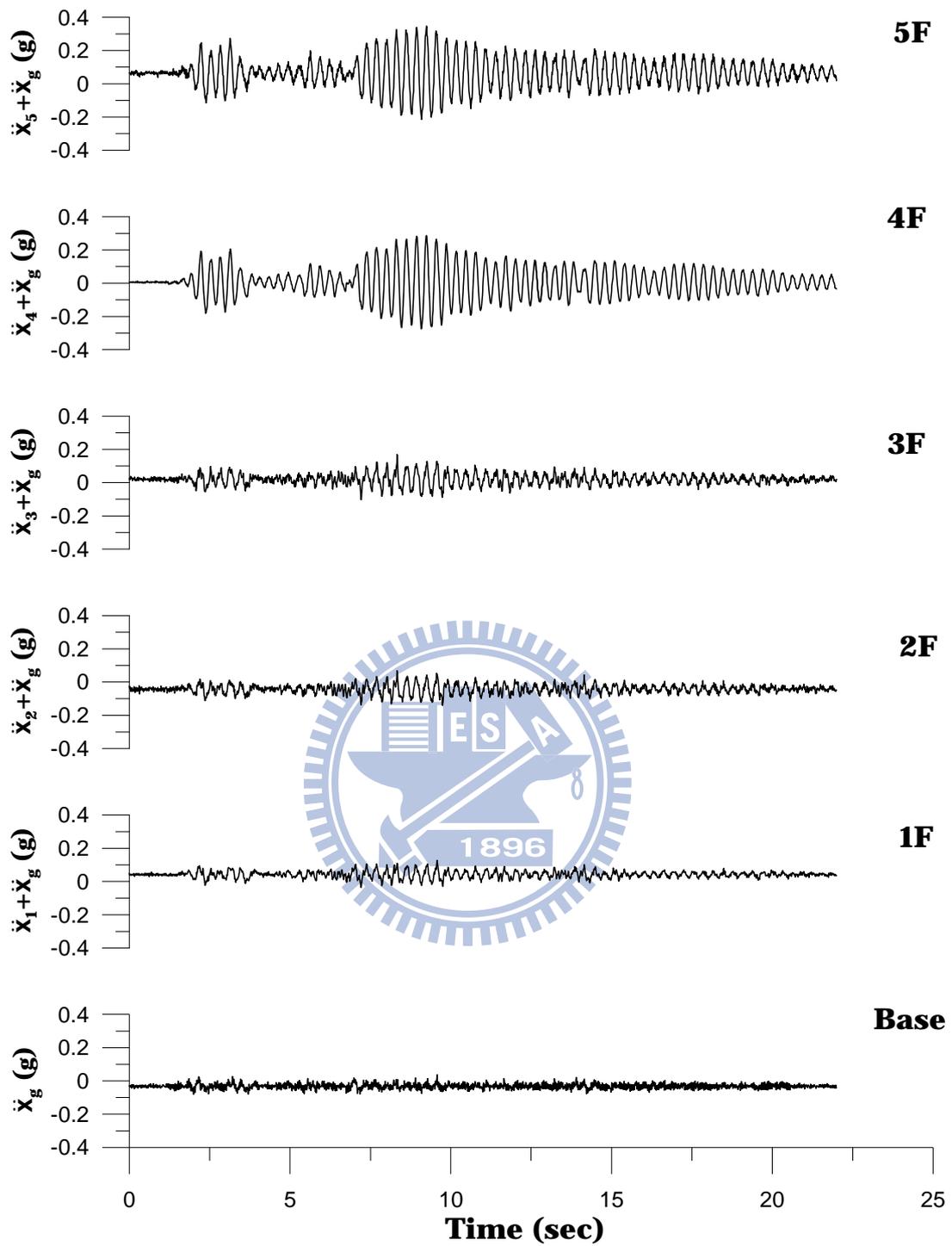


圖 4.33 四樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗)

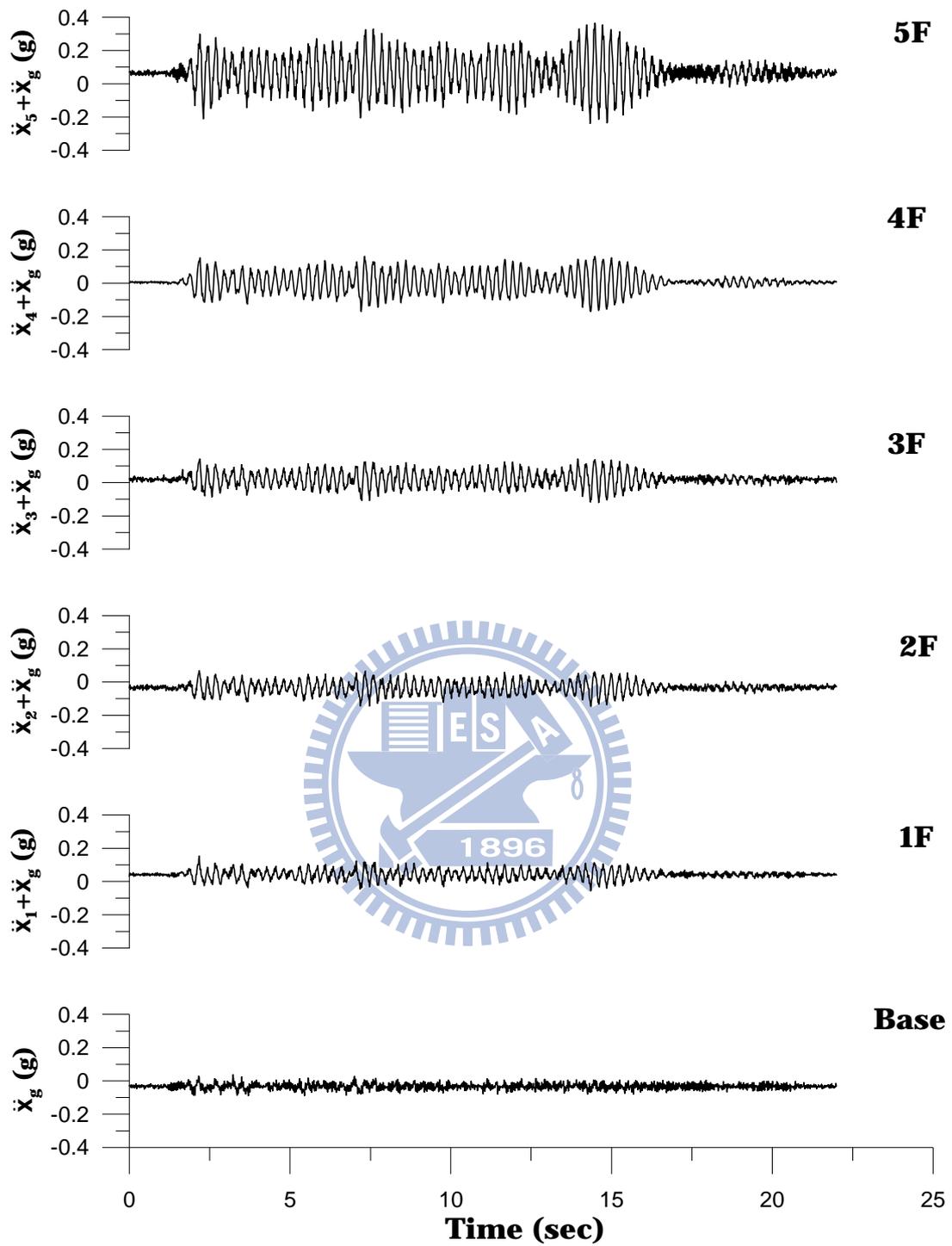


圖 4.34 五樓受損之五層樓鋼構絕對加速度歷時(振動台試驗)

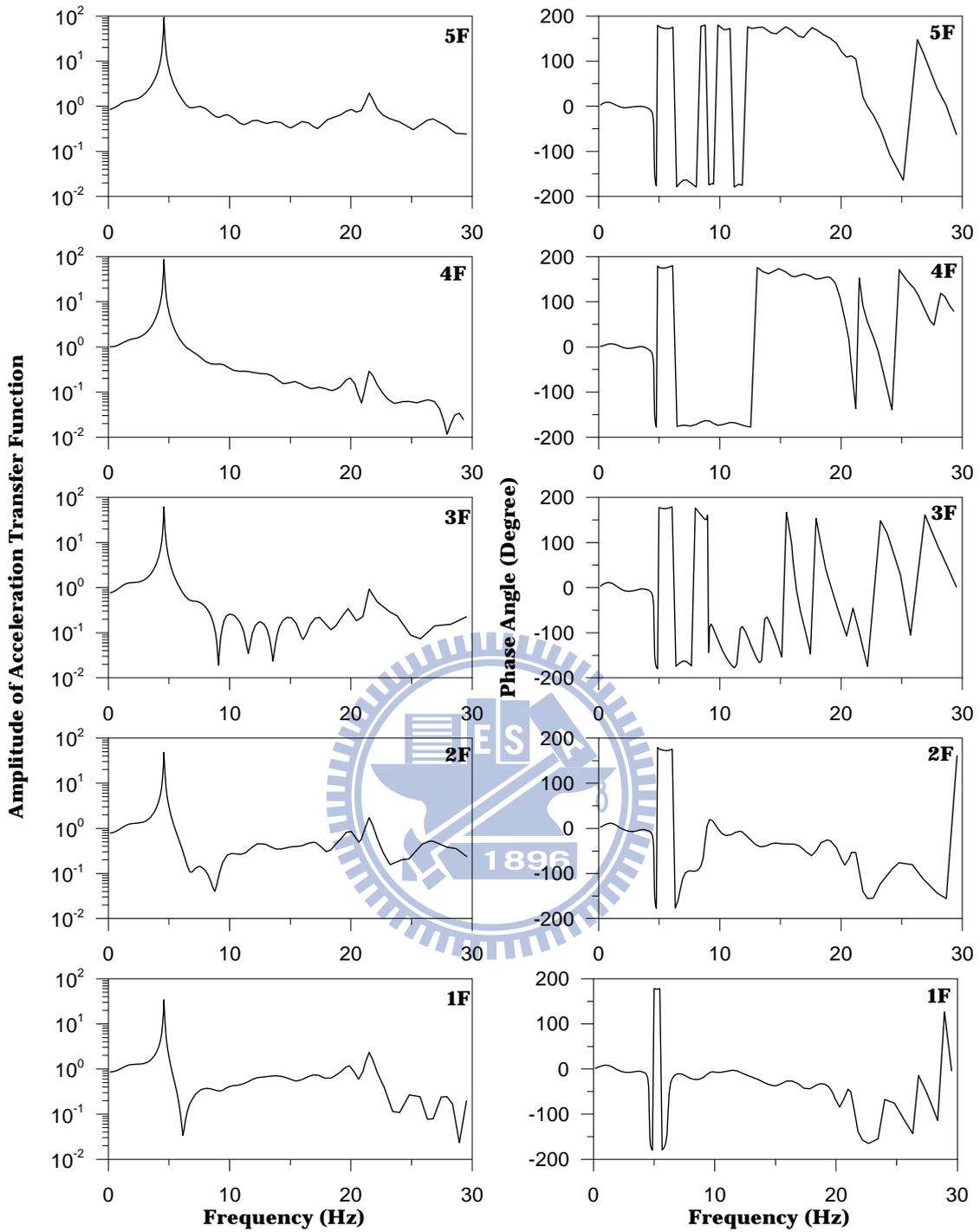


圖 4.35 未受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)

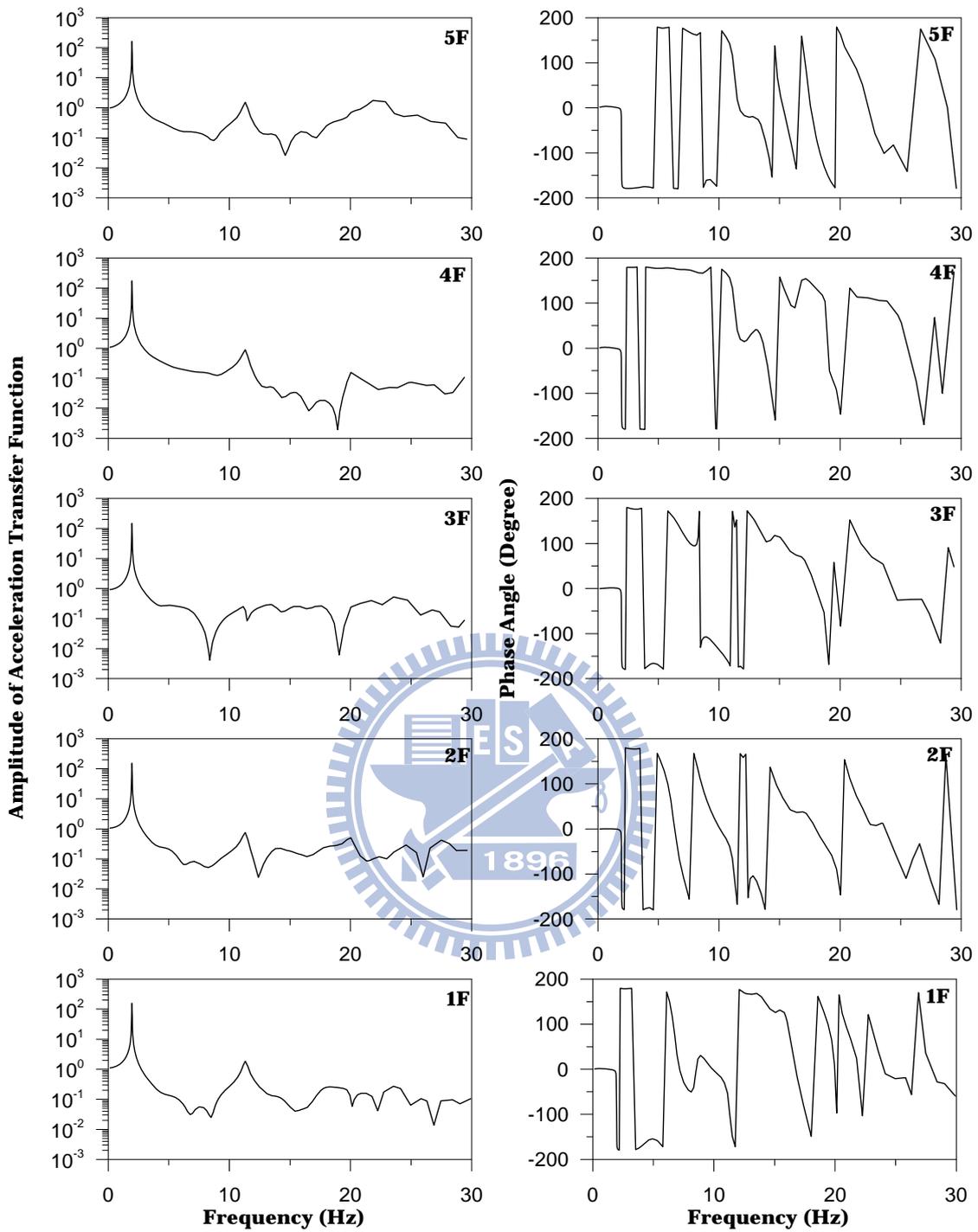


圖 4.36 一樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)

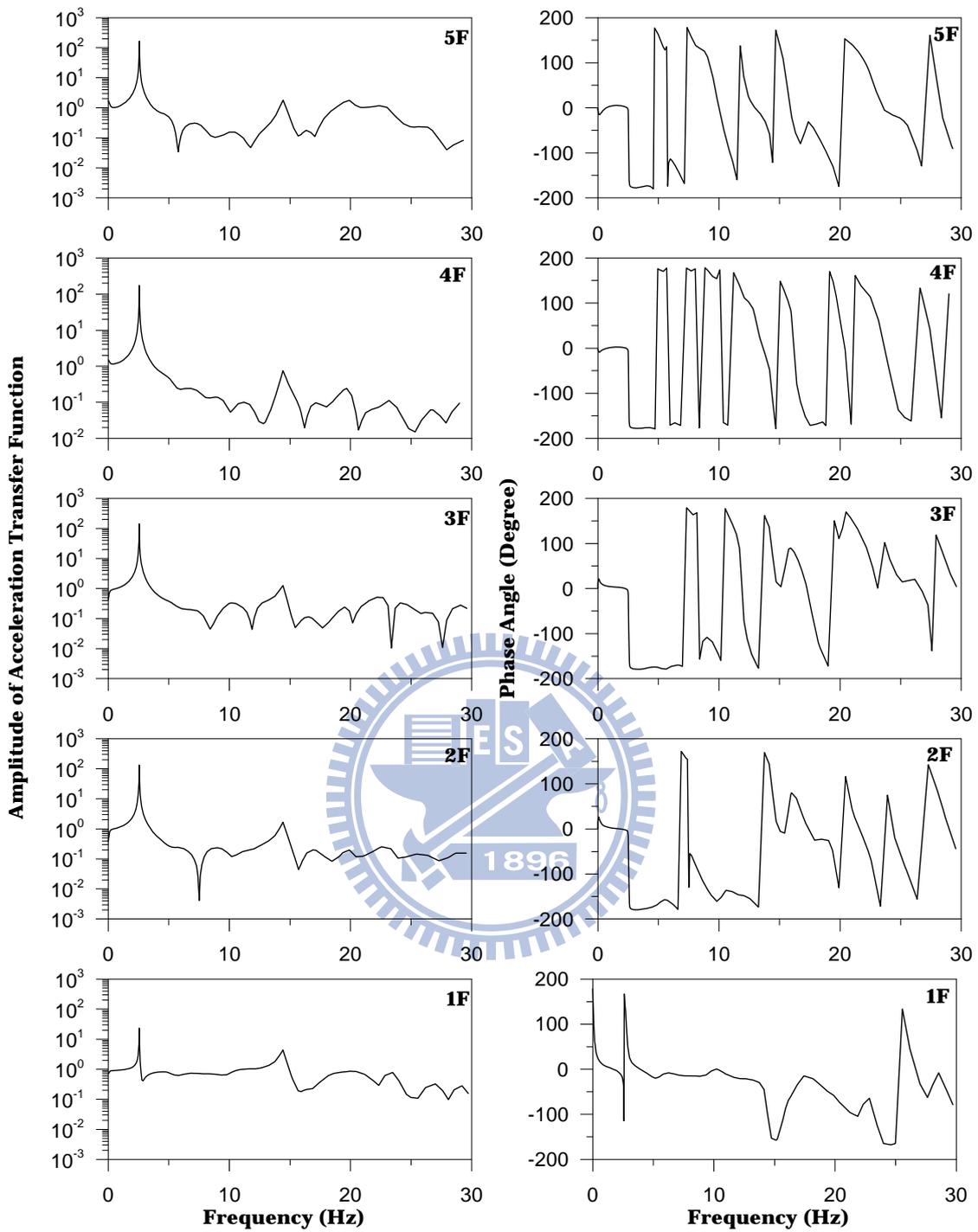


圖 4.37 二樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)

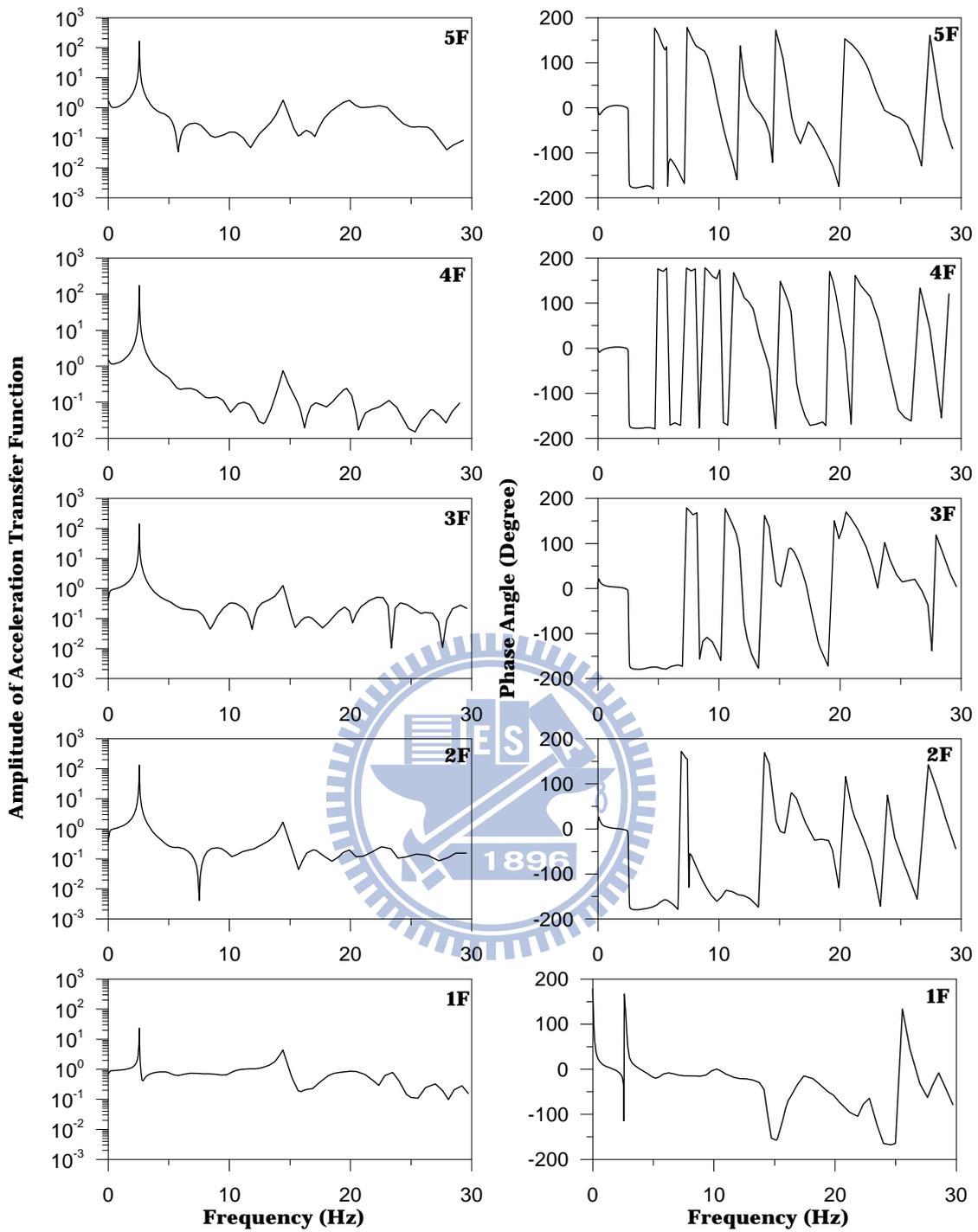


圖 4.38 三樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)

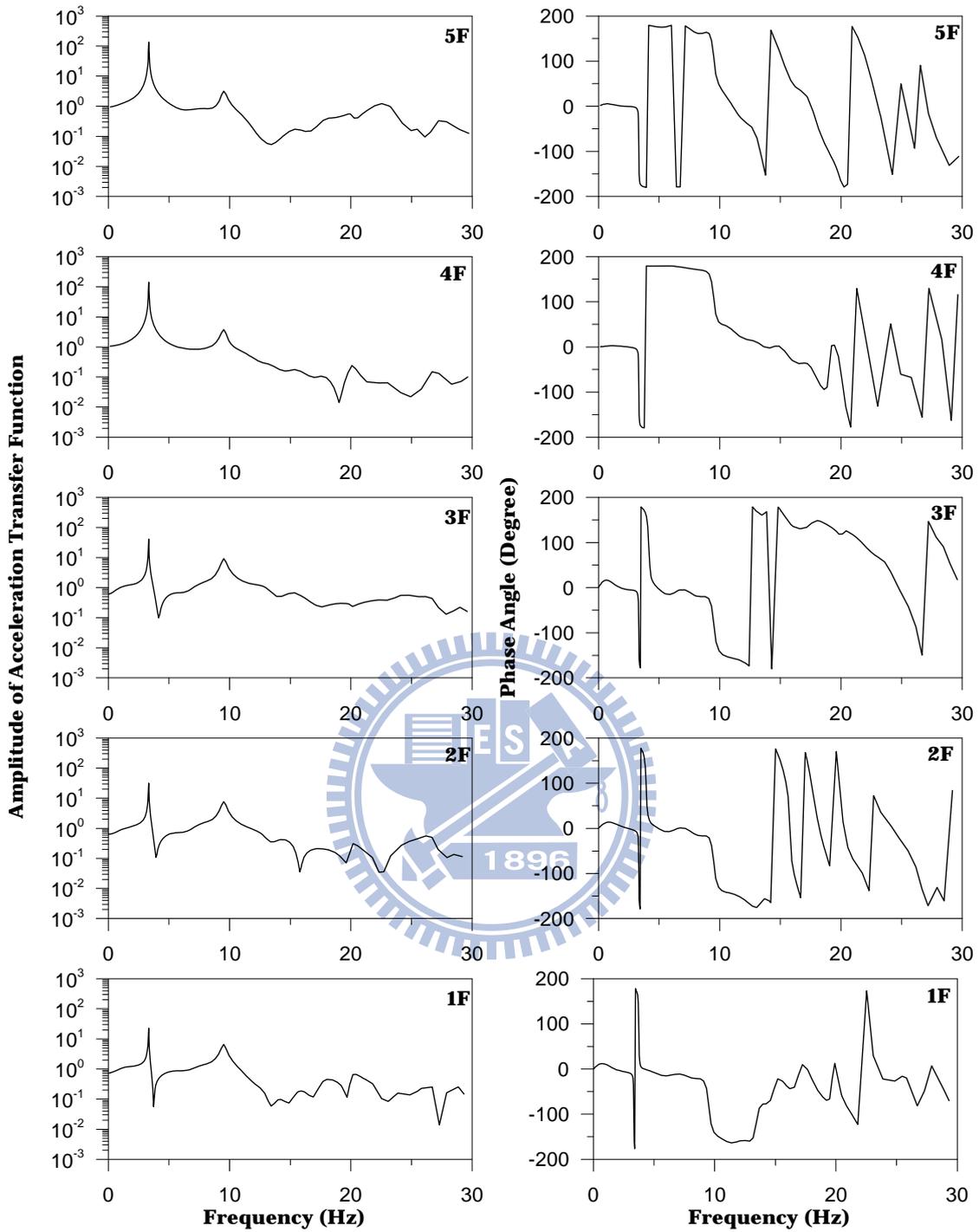


圖 4.39 四樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)

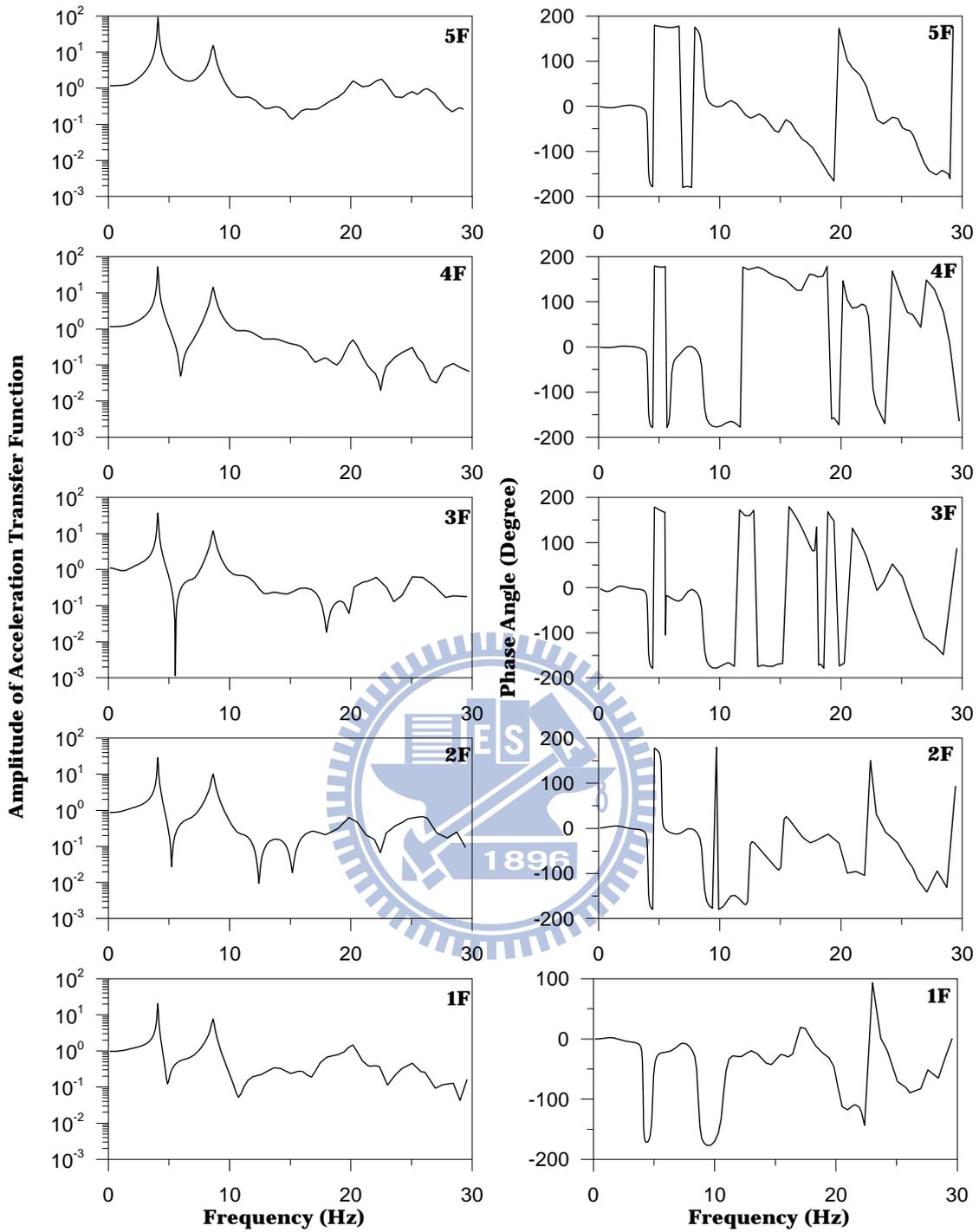


圖 4.40 五樓受損之五層樓結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)

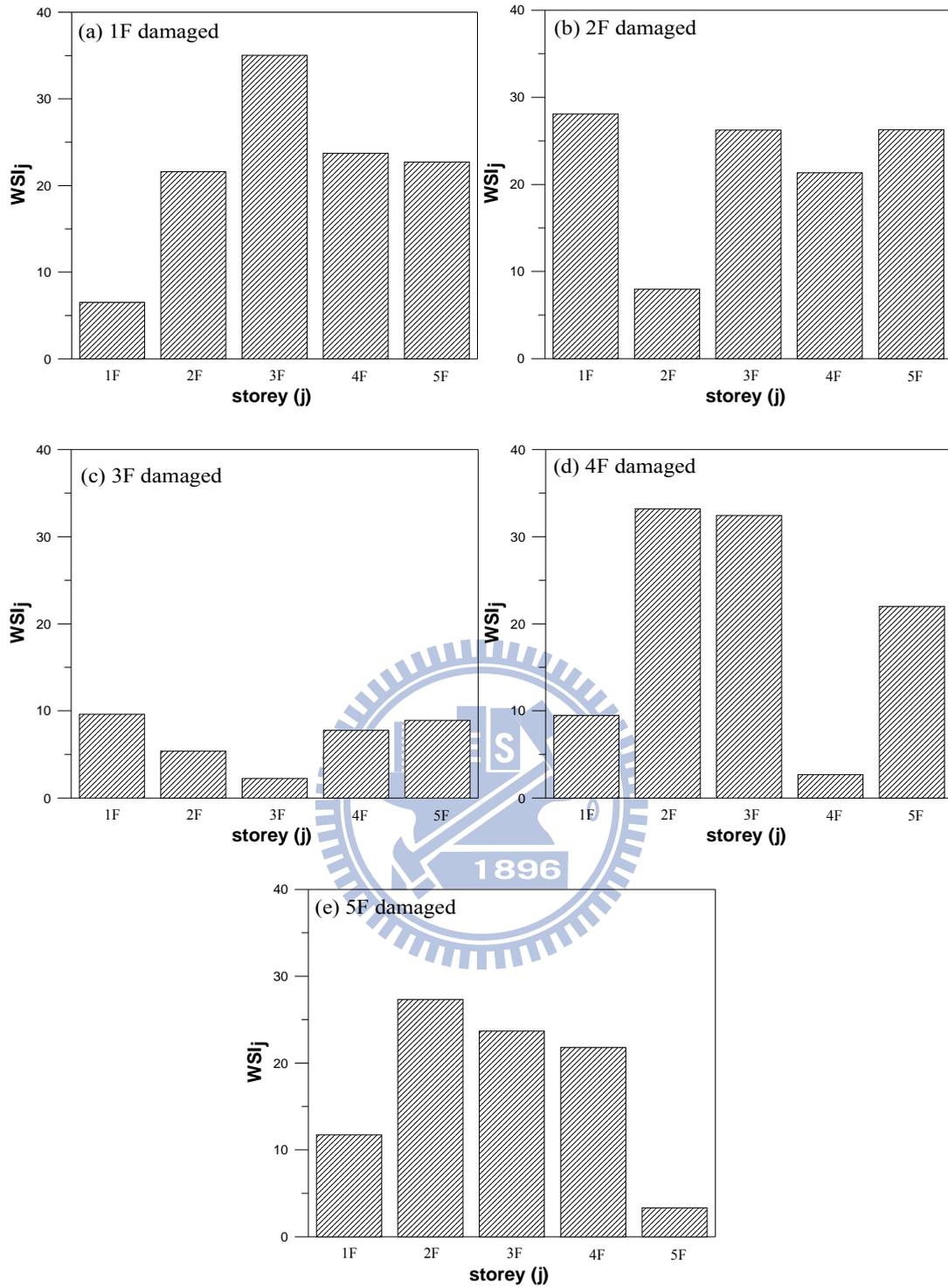


圖 4.41 五層樓結構之損傷偵測分析結果(振動台試驗)

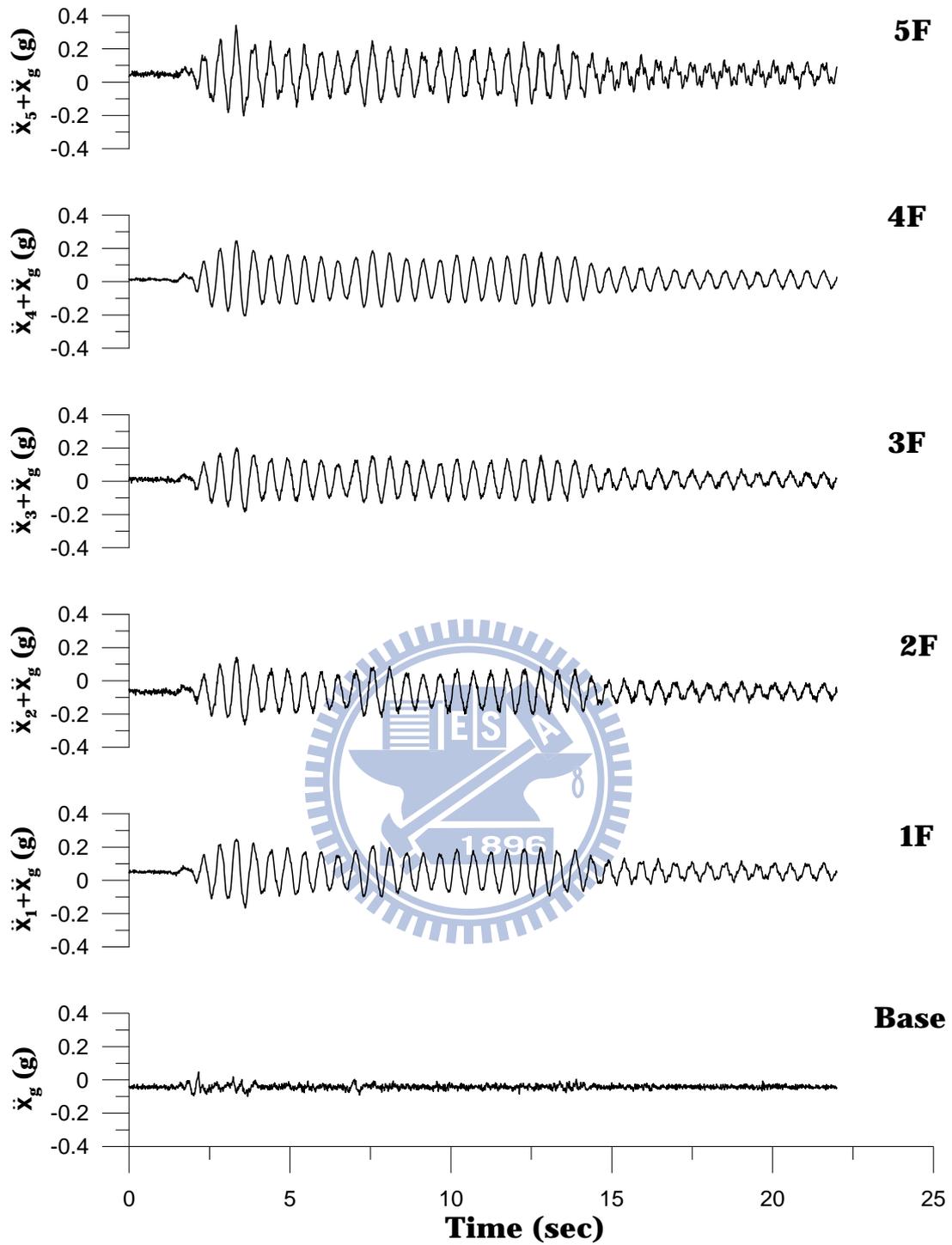


圖 4.42 一樓與五樓受損之五層樓鋼構各樓層加速度歷時(振動台試驗)

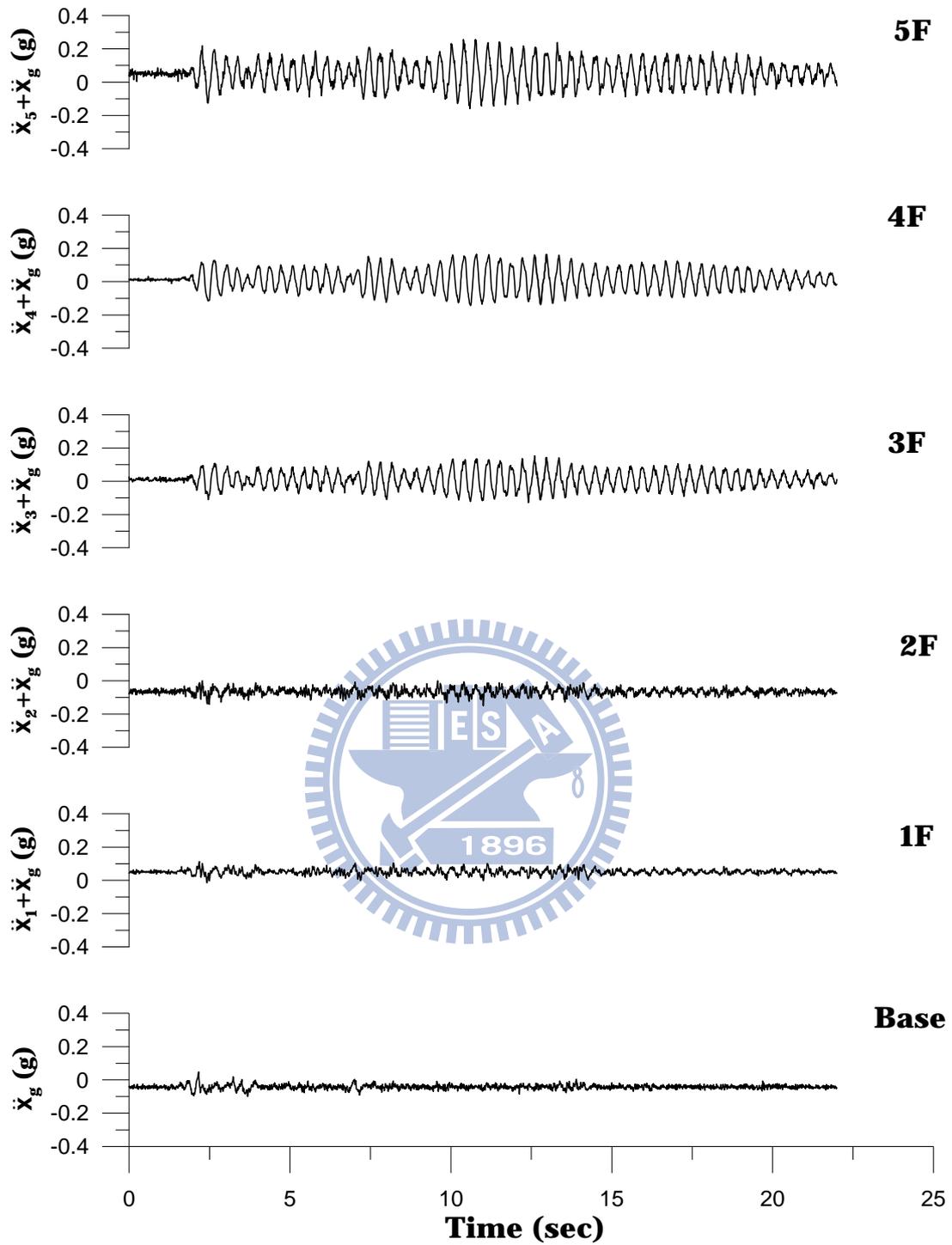


圖 4.43 三樓與五樓受損之五層樓鋼構各樓層加速度歷時(振動台試驗)

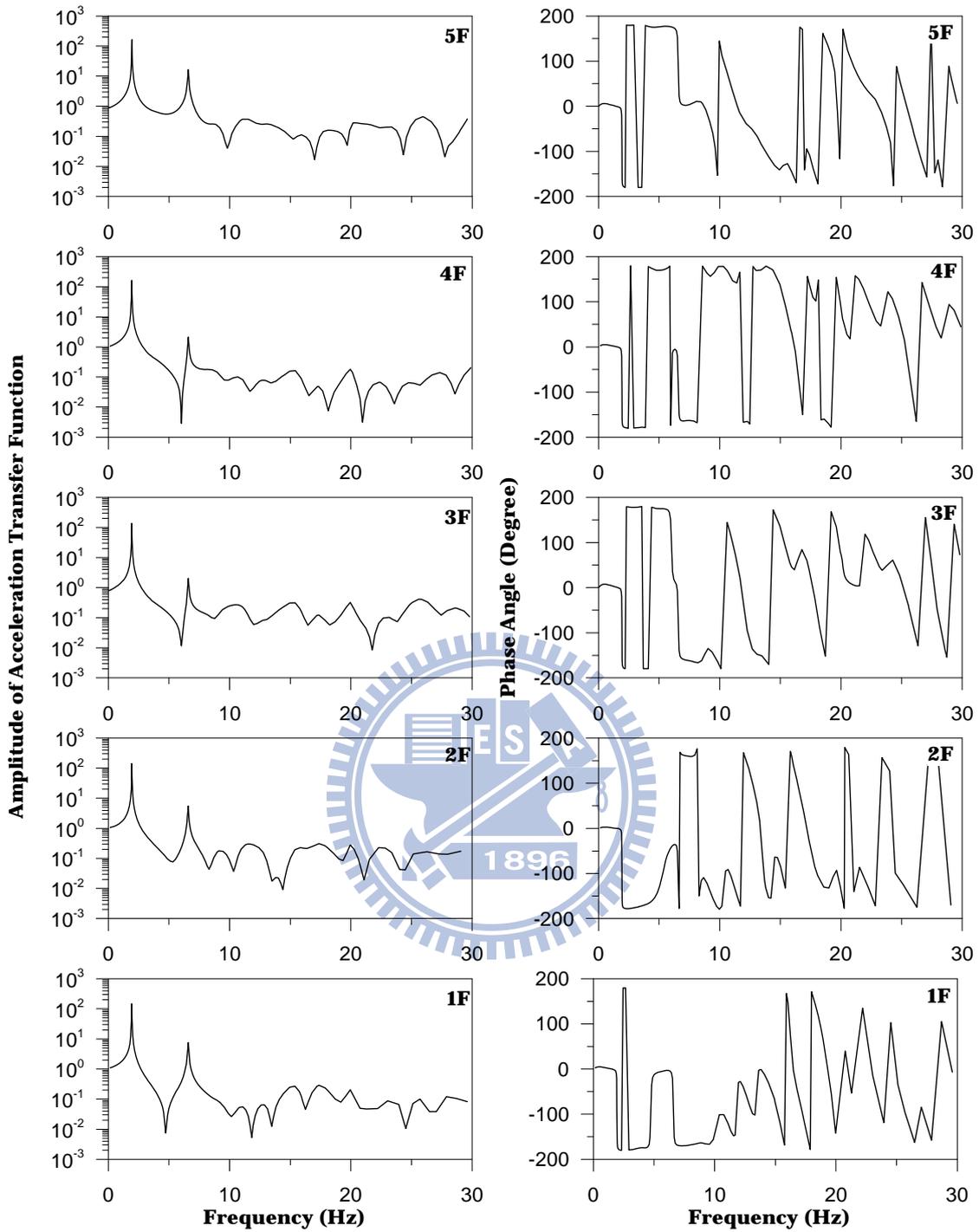


圖 4.44 一樓與五樓受損之結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)

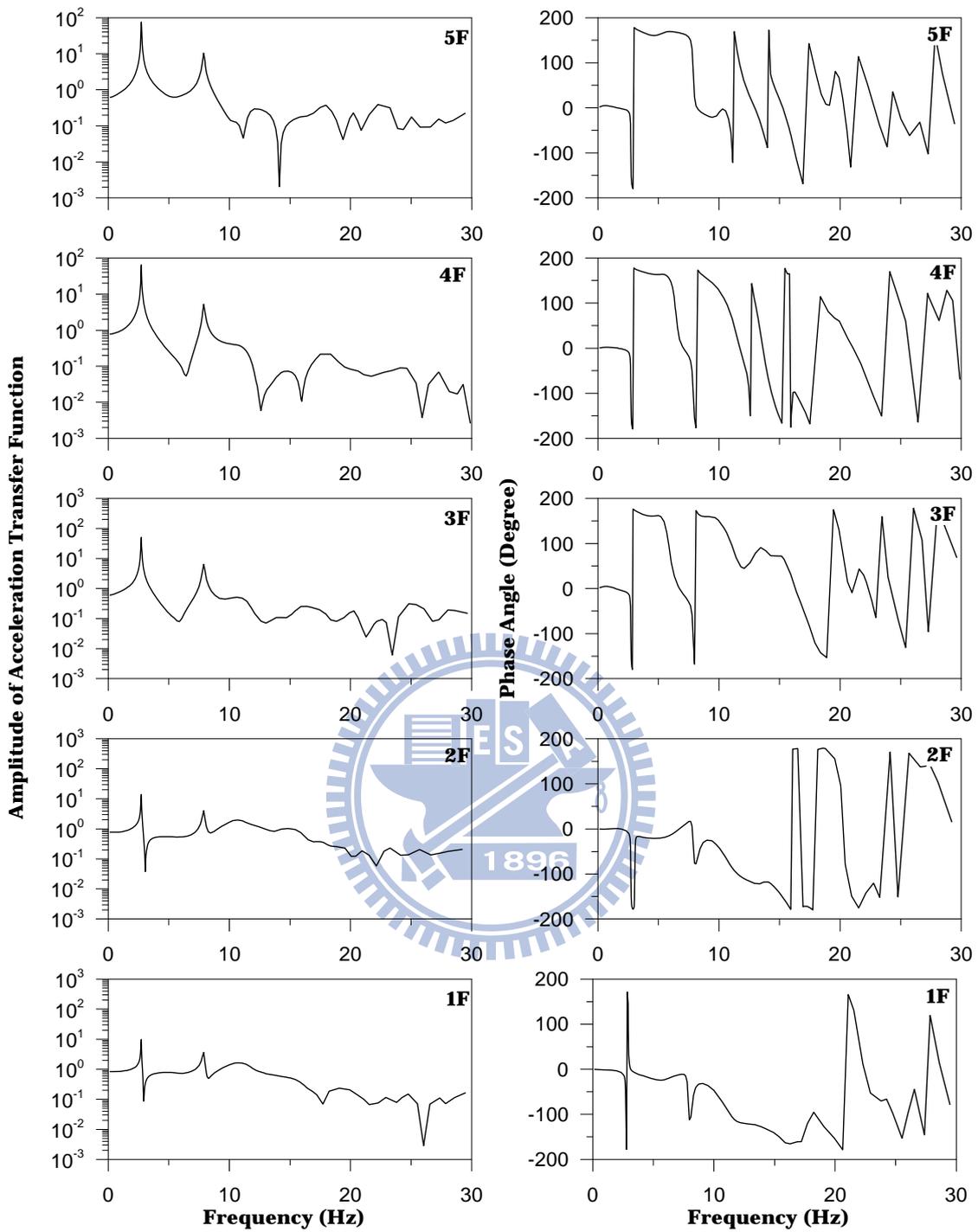


圖 4.45 三樓與五樓受損之結構加速度傳遞函數與相位角(振動台試驗)

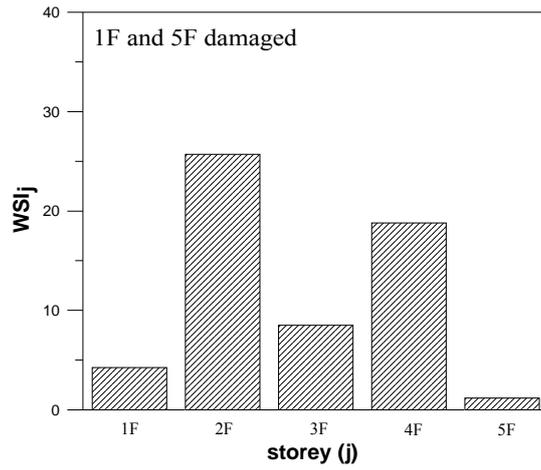


圖 4.46 一樓與五樓受損之五層樓結構損傷偵測分析結果(振動台試驗)

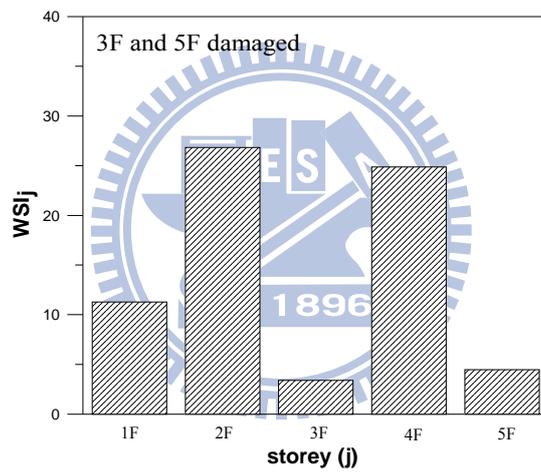


圖 4.47 三樓與五樓受損之五層樓結構損傷偵測分析結果(振動台試驗)

## 第五章 結論與建議

本研究針對土木結構之系統識別與損傷探測方法進行理論分析與試驗驗證。在系統識別方面，本文探討了非參數(non-parametric)與物理參數(physical-parameter)系統識別方法之應用，其中非參數系統識別分析係採用推測-適應過濾法之架構，並建立單一輸入-多重輸出之 ARX 模式，可由結構各樓層之加速度反應(輸出)與地震波(輸入)訊號以遞迴預測誤差法識別出非參數系統之係數，從而萃取出自然振頻、阻尼比及傳遞函數等結構系統之動力特性，並據以建立模態向量及結構之柔度矩陣，做為結構損傷探測分析的基礎。此外，本研究亦應用遞迴預測誤差法之技巧，以識別等斷面 TLCD 在水平與旋轉運動模式下之水頭損失係數，驗證 Wu's formula(水頭損失係數與閘門阻塞率之關係式)之正確性，並將此經驗公式修正，稱之為 Modified Wu's formula，使其亦能適用於變斷面 TLCD 系統之水頭損失係數預測。物理參數系統識別分析的主要目的在於識別建築隔震系統的特性參數，包括 LRB(降伏位移、雙線性勁度及阻尼係數...等)與 FPS(摩擦係數、曲率半徑...等)其中，有關 FPS 隔震結構的系統識別方法並完成振動台試驗之驗證。此外，物理參數識別法亦能應用於非隔震平面構架結構(non-isolated plane frames)，包括剪力屋架及非剪力屋架。在結構損傷探測方面，本研究採用以柔度矩陣為基礎的 DLV 結構損傷探測方法。由於柔度矩陣主要係由低頻振態所貢獻，對於結構高階模態較不敏感，因而較容易識別出來，增加識別方法的敏銳度。基於實用性之考量，結構健康診斷系統必須在有限觀測的條件下定位出結構損傷位置。因此，本研究亦發展了不足觀測條件下的系統識別方法，在觀測之自由度不小於最低容許值的前提下，結合推測-適應過濾法與模態向量間之正交特性，重建出結構系統各主要模態之特徵向量，做為建立柔度矩陣以及結構損傷探測分析的基礎，並以數值範例及振動台試驗驗證其可行性。茲根據本文之

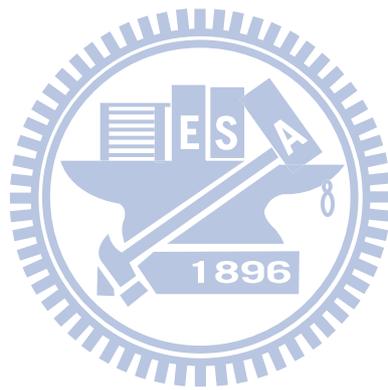
研究結果歸納結論如下：

1. 結構之模態向量各分量與其所對應自由度之絕對加速度傳遞函數的振幅及相位有關，吾人可由對應於同一模態頻率之各樓層絕對加速度傳遞函數峰值之比例及相位求得模態向量。
2. 推測-適應過濾法可由加速度反應識別出結構系統的模態參數，且在質量矩陣已知的情況下重建出結構的勁度矩陣或柔度矩陣等物理參數。
3. TLCD 系統無論是水平或旋轉運動模式，其水頭損失係數只與閘門阻塞率及斷面比有關。系統識別試驗結果顯示，**Modified Wu's formula** 可有效預測 TLCD 之水頭損失係數，無論是等斷面或變斷面之 TLCD。該經驗公式可應用於 TLCD 之最佳化設計—先由參數研究決定最佳之水頭損失係數，再由 **Modified Wu's formula** 求出對應之閘門阻塞率。
4. 本文之物理參數系統識別法可有效識別出隔震系統之特性參數，無論是 LRB 或 FPS，惟須同時提供結構所有樓層的位移、速度及加速度歷時資料。單層樓 FPS 隔震結構之振動台試驗顯示，系統識別分析結果尚稱合理，惟試驗時僅量取加速度歷時反應，速度及位移係經由數值積分而得。若自由度較多時，數值積分有可能引致較多之誤差而造成識別結果的失真。
5. DLV 損傷探測法是以柔度矩陣為基礎，不需建立結構的精確解析模型，也毋須進行敏感度分析。由於柔度矩陣對於高階模態較不敏感，僅以少數低階模態的訊息即能建構出結構之柔度矩陣，作為破壞偵測分析之基礎。
6. DLV 損傷探測法可由結構之全域動態反應(global dynamic response) 偵測出樓層或構件之局部破壞(local damage)，且可偵測出多重受損(multiple damages)之情況。

7. 若需結構系統之前  $\bar{N}$  個模態作為建立柔度矩陣的基底時，其容許觀測不足度之上限為小於或等於  $(\bar{N}-1)/2$  之最大整數。當觀測不足量在容許範圍內時，可由系統模態間之正交條件重建結構的特徵向量。由於模態正交條件方程式為非線性，其解並非唯一，故須配合振態各自由度之相位趨勢加以研判。

此外，本研究仍有些未盡之處，提供建議如下：

1. 本研究有關 DLV 結構損傷探測之研究，目前僅考慮平面結構之應用，未能反映扭轉振態之影響。由於平面不規則結構之扭轉振態對於結構動態反應的影響不容小覷，建議後續研究可探討 DLV 損傷探測法於扭轉結構系統之應用。
2. 振動台試驗結果顯示，即使在足量觀測(full observation)條件下，系統識別所得之各模態間的正交性並不理想，導致在觀測不足的情況下，部分 DLV 損傷探測分析結果的不確定性。究其原因，應為吾人簡化之質量矩陣與實際上的質量分佈情況有出入所致。當結構系統之行為並非剪力屋架時，集中質量(lumped-mass)的假設可能與事實不符。模態正交性是基於質量矩陣為已知的前提所建立，一旦質量矩陣失真，模態正交性自然不理想了。目前絕大多數的系統識別方法都假設質量為已知，無論是非參數或物理參數識別。系統識別方法若要更精進，未來應思考如何識別出更精準的質量矩陣。建議後續之研究可考慮以有限元素法的一致質量(consistent-mass)觀念建立質量矩陣，或能使模態正交性更臻理想，進而提升 DLV 損傷探測分析結果的敏銳度。此外，亦應探討系統識別分析結果對於質量矩陣誤差程度的敏感性。



## 參考文獻

1. Chase, J. G., Spieth, H. A., Blome C. F. and Mander, J. B., (2005), "LMS-based structural health monitoring of a non-linear rocking structure.", *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, 34; pp.909-930.
2. Yoshimoto, R., Mita, A. and Okada, K. (2005), "Damage detection of base-isolated buildings using multiinput multioutput subspace identification." *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 34, pp.307-324.
3. Reda Taha, M. M. and Lucero, J., (2005), "Damage identification for structural health monitoring using fuzzy pattern recognition." *Engineering Structures*, 27, pp.1774-1783.
4. Chellini, G., Roeck, G. D., Nardini, L. and Salvatore, W., (2008), "Damage detection of a steel-concrete composite frame by a multilevel approach: Experimental measurements and modal identification.", *Earthquake Engng Struct. Dyn.* 37, pp.1763-1783.
5. Jiang, X. and Mahadevan, S., (2008), "Bayesian wavelet methodology for structural damage detection.", *Struct. Control Health Monit.* 15, pp.974-991.
6. McVerry, G. H., (1980), "Structural identification in the frequency domain from earthquake records." *Earthquake Engng Struct. Dyn.* 8, pp.161-180.
7. Beck, J. L. and Jennings, P.C., (1980), "Structural identification using linear models and earthquake records." *Earthquake Engng Struct. Dyn.* 8, pp.145-160.
8. McVerry, G. H., (1980), "Structural identification in the frequency domain from earthquake records." *Earthquake Engng Struct. Dyn.* 8, pp.161-180.
9. Li, Y. and Mau, S. T., (1991), "A case study of MIMO system identification applied to building seismic records." *Earthquake Engng Struct. Dyn.* 20, pp.1045-1064.
10. Saito, T. and Yokota, H., (1996), "Evaluation of dynamic characteristics of high-rise buildings using system identification techniques." *J. of Wind Engng.* 59, pp.299-307.
11. Polhemus, N. W. and Cakmak, A. S., (1981), "Simulation of earthquake ground motion using autoregressive moving average (ARMA) models." *Earthquake Engng Struct. Dyn.* 9, pp.343-354.
12. Hoshiya, M. and Saito, E., (1984), "Structural identification by extended Kalman filter." *J. of the Engineering Mechanics Division (ASCE)*, 110(12), pp. 1757-1770.
13. 王淑娟, 1989, 「高樓受震動力行為的識別」, 國立台灣大學土木工程研究所碩士論文。

14. Masri, S. F. and Caughey, T. K., (1979) "A nonparametric identification technique for nonlinear problem." *J. of Applied Mechanics, (ASCE)*, 46, June, pp.443-447.
15. Masri, S. F., Sassi, H. and Caughey, T. K., (1982), "A nonparametric identification of class of nonlinear multi-degree dynamic system." *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, 10, pp.1-30.
16. Komogorov, A. N.,(1941), "Interpolation and Extrapolation of Random Sequences," *Bull. Acad. Sci. USSR Ser. Math.*, Vol.5, Translation: Rand Corp., Santa Monica, Calif., Memo RM-3090PR.
17. Wiener, N., (1949), "The Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Application," Wiley, New York.
18. Kalman, R. E., (1960), "A new Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," *J. Basic Eng. Trans. ASME. Ser. D*, 82(1). pp.35-45.
19. Kalman, R. E. and Bucy, R. S., (1961), "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory," *J. Basic Trans. ASME, Ser. D*, 83(3). pp.95-108.
20. Safak, E., (1989), "Adaptive Modeling Identification and Control of Dynamic Structural Systems. I : Theory," *J. Eng. Mechanics, ASCE*, 115(11), November, pp.2386-2405.
21. Safak, E., (1989). "Adaptive Modeling Identification and Control of Dynamic Structural Systems. II : Applications", *J. Eng. Mechanics, ASCE*, .115(11), November, pp.2406-2425.
22. Celebi, M. and Safak, E., (1992). "Seismic Response of Pacific Park Plaza. I : Data and Preliminary Analysis," *J. Struct. Eng. ASCE*, 118(6), pp.1547-1565.
23. Celebi, M. and Safak, E., (1992). "Seismic Response of Pacific Park Plaza. II : System Identification", *J. Struct. Eng. ASCE*, 118(6), pp.1566-1589.
24. Sakai, F. et al., (1989) "Tuned Liquid Column Damper - New Type Device for Suppression of Building Vibrations", *Proc. Int. Conf. on High Rise Buildings, Nanjing, China*, March, pp.25-27.
25. Wu, J. C., Shih, M. H., Lin, Y. Y., Shen, Y. C., (2005), "Design guidelines for tuned liquid column damper for structures responding to wind", *Engineering Structures* 27, pp.1893-1905.
26. Kelly, J. M., (1986), "Aseismic Base Isolation: Review and Bibliography," *Soil Dyn. Earthquake Engrg.*, (5), pp.202-216.
27. Zayas, V., Low, S. S., and Main, S. A. (1987), "The FPS Earthquake Resisting System, Experimental Report," Report No. UCB/EERC-87/01, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Calif. June.

28. Buckle, I.G. and Mayes, R.L. (1990), "Seismic Isolation History, Application and Performance-A World Review", *Earthquake Spectra*, 6(2), pp.161-201.
29. Mokha, A., Constantiou, M. C., and Reinhorn, A. M., and Zayas, V. (1991), "Experimental Study of Friction Pendulum Isolation System," *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 117(4), pp.1201-1217.
30. Martelli, A., Parducci, A. and Forni, M. (1993), "State-of -the Art on Development and Application of Seismic Isolation and Innovative Seismic Design Techniques in Italy," ATC-17-1 Technical Papers on Seismic Isolation, pp.401-402.
31. Robinson, W. H., (1995), " Seismic isolation, the New Zealand experience," *In Proceedings of the 1995 ASME Pressure Vessels and Piping Conference: Seismic, Shock and Vibration Isolation*, PVP Vol. 319, pp.5-19.
32. Izumi, M., (1997), "Recent development of passive vibration control systems in Japan," *In Proceedings of the 1997 ASME Pressure Vessels and Piping Conference: Seismic, Shock and Vibration Isolation*, PVP Vol. 357, pp.1-8,
33. Naeim, F. and Lew, M. (1995), "Seismic base isolation in practice: the California experience," *In Proceedings of the 1995 ASME Pressure Vessels and Piping Conference: Seismic, Shock and Vibration Isolation*, PVP Vol. 319, pp.5-19.
34. Kelly, J. M. (1996), "Recent developments in seismic isolation technology in the United States, *In Proceedings of the 1996 ASME Pressure Vessels and Piping Conference: Seismic, Shock and Vibration Isolation*, PVP Vol. 341, pp.21-25.
35. Li, N. H. and Huo, L. S. (2000), "State-of -the-art review on structural passive control," *In Liaoning Structural Engineering*, Northeast University Press, Shenyang, pp.13-18.
36. Tan, R. Y. and Weng, I. W. (1996), "Identification study on dynamic properties of isolated structures, " *Engineering Structures*, 18(3), pp.240-246.
37. Stewart, J. P., Conte, J. P. and Aiken, I. D., (1999), "Observed behavior of seismically isolated building," *J. Struct. Eng. ASCE*, 125(9), pp.955-964.
38. Nagarajaiah, S. and Xiaohong, S. (2000), "Response of base-isolated USC hospital building in Northridge earthquake," *J. Struct. Eng. ASCE*, 126(10), pp.1177-1186.

39. Furukawa, T., Ito, M., Izawa, K. and Noori, M. N. (2005), "System identification of base-isolated building using seismic response data," *Journal of Eng. Mechanics*, 131(3), pp.268-275.
40. Tan, R. Y. and Huang, M. C. (2000), "System identification of a bridge with lead-rubber bearings," *Int. of Computers & Structures*, 74, pp. 267-280.
41. 黃銘智、田堯彰, (2003), "考慮橋梁 - 土壤互制下隔震橋梁的系統識別," 中國土木水利工程期刊, 第十五卷, 第四期, pp.773-789.
42. Huang, M. C., Wang, Y. P., Chang, J. R. and Chen, Y. H. (2009), "Physical-Parameter Identification of Base-Isolated Buildings Using Backbone Curves." *J. Struct. Eng., ASCE*, 135(9), pp.1107-1114.
43. Ewins, D. J., (1984). "Modal Testing: Theory and Practice," John Wiley & Sons, London.
44. 柯宏明(2004), "建築物系統識別與損壞評估之研究," 國立成功大學土木工程所, 碩士論文.
45. Chen, J.C. and Garba, J.A., (1988) "On-orbit damage assessment for large space structures," *AIAA JOURNAL* 26(9), pp.1119-1126.
46. Salawu, O.S., (1997), "Detection of structural damage through changes in frequency : a review." *Engineering Structures*, 19(9), pp. 718-723.
47. Lee, U. and Shin, J., (2002), "A frequency response function-based structural damage identification method." *Computers and Structures*, 80, pp.117-132.
48. Lee, U., and Shin, J., (2002), "A frequency-domain method of structural damage identification formulated from the dynamic stiffness equation of motion." *Journal of Sound and Vibration*, 257(4), pp. 615-634.
49. Zhao, J. and John T. DeWolf (1999), "Sensitivity study for vibration parameters used in damage detection," *J. Struct. Eng. ASCE*, 125(4), pp. 410-416.
50. Hoyos, A. and Aktan, A.E., (1987). "Regional identification of engineered structures based on impact induced transient responses," *Res. Rep. No. 87-1*, Louisiana State University.
51. Pandey, A. K. and Biswas, M. (1994), "Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility," *Journal of Sound and Vibration*, 169, pp.3-17.
52. Pandey, A.K. and Biswas, M. (1995), "Damage diagnosis of truss structures by estimation of flexibility change," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 10(2), pp.104-117.

53. Bernal, D. (2002), "Load Vectors for Damage Localization," *J. of Eng. Mechanics, ASCE*, 128(1), pp.7-14.
54. Gao, Y., Ruiz-Sandoval, M. and Spencer, B.F. (2002), "Flexibility-based Damage Localization Employing Ambient Vibration," *15th ASCE Engineering Mechanics Conference*, June 2-5, Columbia University, New York.
55. Gao, Y., Spencer, B.F. and Bernal, D. (2007), "Experimental Verification of the Flexibility-Based Damage Locating Vector Method," *J. of Eng. Mechanics, ASCE*, 133, pp.1043-1049.
56. Huynh, D., He, J. and Tran, D. (2005), "Damage Location Vector: A Non-destruction Structural Damage Detection Technique," *Computers and Structures*, 83, pp.2353-2367.
57. Duan, Z., Yan, G., Ou, J., and Spencer, B.F., (2003). "Damage localization in ambient vibration by constructing proportional flexibility matrix," *Proc. 16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, pp.320-328.
58. Duan, Z., Yan, G., Ou, J., and Spencer, B.F., (2005). "Damage localization in ambient vibration by constructing proportional flexibility matrix," *Journal of Sound and Vibration*, 284, pp.455-466.
59. 林裕家(2007), "利用地震反應資料進行結構全域及局部性損害評估," 國立台灣大學土木工程學系, 碩士論文.
60. 涂哲維(2008), "DLV法在結構破壞偵測之應用," 國立交通大學土木工程學系, 碩士論文.
61. Grimble M.J. (1989), "System Identification", Prentice Hall, Inc.
62. Andrew P. Sage (1977), "Optimum systems control, second edition", Prentice Hall, Inc.
63. Iemura, H. and Jennings, P.C. (1974), "Hysteretic response of a nine-story reinforced concrete building," *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, 3, pp.182-201.
64. 田堯彰、王淑娟(1989), "高樓受震動力行為的識別," 國科會防災科技研究報告 78-83 號。
65. 唐治平(1989), "橋梁結構識別與損傷探測," 國科會防災科技研究報告 79-46 號。
66. Marquardt, D.W. (1963), "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters," *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), pp.431-441.
67. Clough, R.W. and Penzien, J. (1975), "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, Inc., New York.

68. 曾建華(2008), “TLCD 之高樓抗風設計與應用,” 國立交通大學土木工程學系, 碩士論文.
69. 廖佩亘(2007), “調頻液柱阻尼器於受風結構扭轉向之行為探討,” 私立淡江大學土木工程學系, 碩士論文.
70. Chaudhary, M. T. A., Abe M., Fujino, Y. and Yoshida, J. (2000), “System identification of two base-isolated bridges using seismic records.” *J. Struct. Eng. ASCE*, 126(10), pp.1187-1195.
71. Masing, G. (1926), “Eigenspannungen and verfestigung beim messing,” *Proceedings of the 2nd International Congress of Applied Mechanics*, Orell Füssli Verlag, Zürich, pp. 332-335.
72. Mokha, A.S., Constantinou, M.C., and Reinhorn, A.M. (1990a). “Teflon bearing in base isolation. I : Testing,” *J. Struct. Eng. ASCE*, 116(2), pp.438-454.
73. Mokha, A.S., Constantinou, M.C., and Reinhorn, A.M. (1990b). “Teflon bearing in base isolation. II : Modelng,” *J. Struct. Eng. ASCE*, 116(2), pp.455-474.

