

# 國立交通大學

電子物理研究所

博士論文

利用全像光學鑷夾三維操控微粒子之研究

A study of 3-dimensional manipulation of microparticles  
by using holographic optical tweezers

研究生：曾勝陽

指導教授：徐 琅 教授

中華民國一百年十月

利用全像光學鑷夾三維操控微粒子之研究

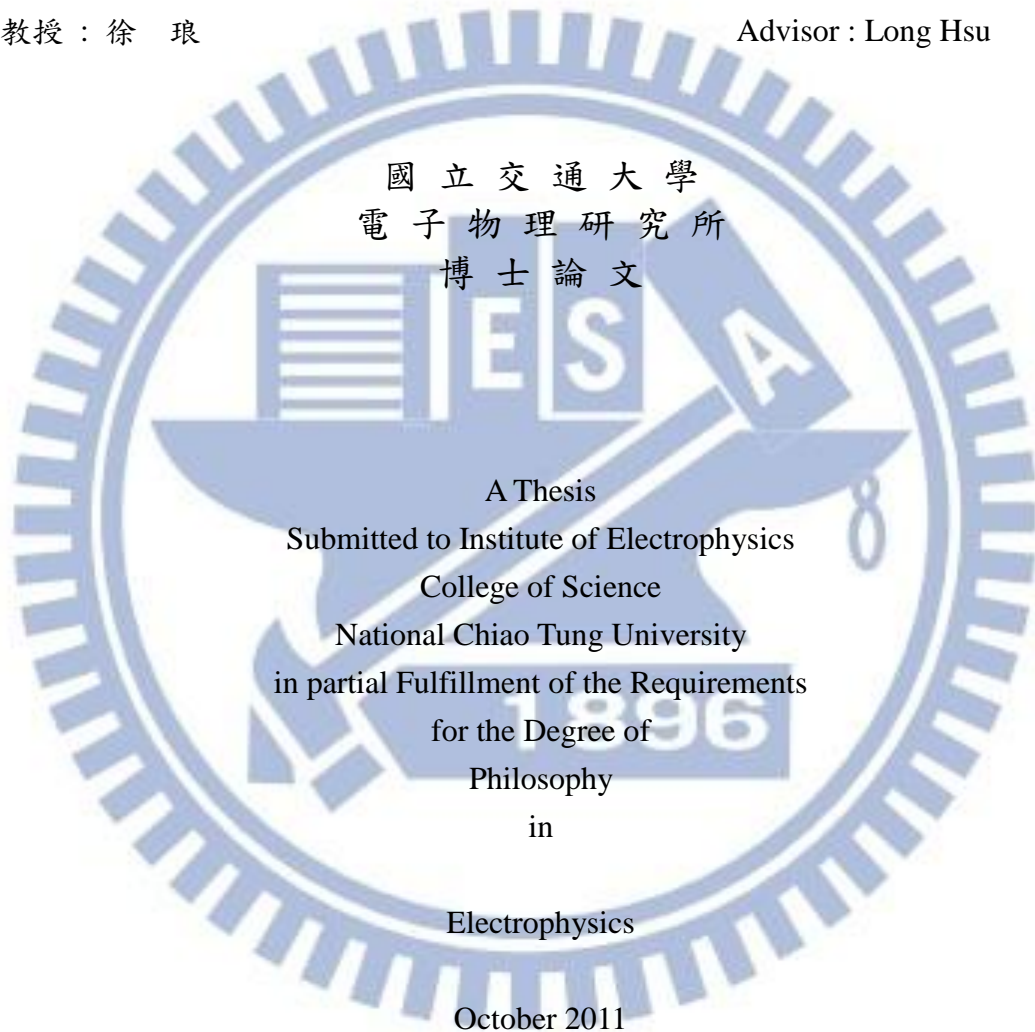
A study of 3-dimensional manipulation of microparticles  
by using holographic optical tweezers

研究生：曾勝陽

Student: Sheng-Yang Tseng

指導教授：徐 琅

Advisor: Long Hsu



Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年十月

# 利用全像光學鑷夾三維操控微粒子之研究

學生：曾勝陽

指導教授：徐 琅

國立交通大學 電子物理研究所 博士班

## 摘要

全像光學鑷夾(holographic optical tweezers HOTs)是一套利用空間光調變器(spatial light modulator SLM)控制光學鑷夾中捕捉光場性質的系統。只要顯示所需的相位圖樣於 SLM 上，即可同時操控多個微粒子。但 HOTs 的操作需要用到許多不同領域的知識，如富氏光學、電腦全像片演算法、程式語言與數值方法，研究者需要同時具備這些知識才能將 HOTs 當成工具用於自己的研究上，因此限制了 HOTs 的應用。因此在本論文中我們發展了兩種方法來擴展 HOTs 操控微粒子能力。

一種是發展控制光場橫向動量(或散射力)的方法，讓粒子在一個固定相位圖樣所產生的光場下，自行沿著設定的路徑移動，而無需其他外力。我們利用幾何光學分析 HOTs 中光場的橫向動量分布，發現只要將相位圖樣顯示在 SLM 上的某個方位角區域中，HOTs 所產生的光場橫向動量的方向是由該方位角區域的中心角度決定，而橫向動量的大小是正比於入射光的功率、光場強度分布與  $\sin(\Delta\theta/2)$ ，其中  $\Delta\theta$  是方位角區域的範圍大小。我們利用此方法產生的具有橫向動量分布的光場，讓微粒子自行沿著設計好的路徑移動與控制粒子局部濃度。

另一種方式是建立一套整合即時樣品影像之顯示、使用者輸入資訊之接收與捕捉光點之控制的圖形式使用者介面。使用者只需在樣品即時影像上，以滑鼠游標指定捕捉點位置，即可輕鬆地捕捉、搬運與旋轉粒子。讓一般不具備相關知識的人也可以輕鬆容易地使用 HOTs 操控粒子

A study of 3-dimensional manipulation of microparticles  
by using holographic optical tweezers

Student: Sheng-Yang Tseng

Advisors: Dr. Long Hsu

Institute of Electrophysics  
National Chiao Tung University

Abstract

Holographic optical tweezers (HOTs) use a spatial light modulator (SLM) to control properties of a light field in optical tweezers. By displaying a hologram on the SLM, many particles can be manipulated at the same time. However, the operation of HOTs requires knowledge of different fields, such as Fourier optics, algorithms of computer-generated holograms, programming languages and numerical methods. Only the people who have all the knowledge can use HOTs as a tool for their own research. This limits the application of HOTs in other fields. This thesis thus developed two different approaches to expand the ability of HOTs in manipulating particles.

One is developing a method of controlling the transverse momentum (TM) by displaying a hologram only in an azimuth region that centers at  $\theta_0$  and has a range of  $\Delta\theta$  of a spatial light modulator in HOTs. Ray optics is utilized to analyze the TM of the resultant field, revealing that the direction of the TM is determined by the center angle of the azimuth region and that the magnitude of the TM is proportional to  $\sin(\Delta\theta/2)$ , without regarding the intensity. By using this method, particles can move automatically along a designed path in the field without applying any external forces or changing holograms.

The other is developing a graphic user interface that integrates the functions of displaying live sample image, receiving user input and computing required holograms in one program. Users simply use a mouse to click or drag on the live sample image to manipulate particles. People who do not have any related knowledge can use HOTs to manipulate particles easily.

## 誌謝

全像光學鑷夾是我在碩士班時就已經開始架設的系統。在架設系統的初期，因為實驗室缺乏經費，許多能自己做的部分都自己做，包括所需要的顯微鏡的機身、部分的光學鏡座、電子電路與控制系統所需要的程式。這一條路走來比我當初的預期還遠、還繞、還孤單、還漫長，很感謝在這一路上所遇到的好人們，讓我能順利走完這條路。

感謝徐琅老師多年的指導與包容，給我機會與空間，讓我獨力完成我的研究。感謝我的難兄難弟愛堂一路上的相挺。感謝實驗室的同志們，佳翰學長、豐榮、頌揚、瀚平、志賢、軒豪、文宏、蜥蜴與丞恩，感謝你們的幫助與所帶給我的歡樂。也感謝已經畢業的學長姐學弟妹們的鼓勵與應援，禾千學長、博睿學長、宜仁學長、博真學姐、益志學長、玉堂、家傑、怡君，讓你們久等了。

感謝翠壁岩的師父、師伯與師兄們的加持，讓我能順利完成博士論文。謝謝我的弟弟，因為你說的話，總是讓我的生活充滿樂趣。感謝每天送我上學的父母，美麗、可愛、不太苗條的媽媽，感謝你們一路上的支持、鼓勵與包容。很抱歉你兒子書念這麼久。

最後，感謝佛祖、菩薩們的保佑，讓我有智慧與毅力走完這條不太好走的路。

# 目錄

中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
誌謝 .....	iii
目錄 .....	iv
圖目錄 .....	vi
第一章 緒論 .....	1
第二章 原理 .....	3
2-1 光對粒子的作用力 .....	3
2-2 全像光學鑷夾原理 .....	4
2-3 光強度控制原理 .....	6
2-3-1 常用的相位分佈函數 .....	7
2-3-2 光強度分布控制演算法 .....	8
2-3-3 光柵與透鏡法演算法 .....	10
2-3-4 廣義適應加法與加權 Gerchberg-Saxton 演算法 .....	10
第三章 光場橫向動量控制 .....	12
3-1 光漩渦中光子所帶軌道角動量之起源 .....	12
3-1-1 光漩渦的產生 .....	13
3-1-2 光漩渦的性質 .....	13
3-1-3 光柵近似法與光束追跡 .....	15
3-2 橫向動量分布的幾何光學描述與控制 .....	17
3-2-1 橫向動量分布的幾何光學描述 .....	17
3-2-2 實驗架設 .....	20
3-2-3 實驗結果 .....	20

第四章 使用者介面 .....	25
4-1  以往的系統操作方式 .....	25
4-2  介面程式的特點 .....	26
4-3  介面程式的考量與架構 .....	27
4-4  介面程式的外觀 .....	29
4-5  介面程式的操作說明 .....	31
4-6  介面程式的功能展示 .....	32
4-7  介面程式規格 .....	37
第五章 結論與展望 .....	38
5-1  結論 .....	38
5-2  展望 .....	38
5-2-1  光場橫向動量控制 .....	38
5-2-2  使用者介面 .....	39
著作目錄 .....	40
符號說明 .....	42
參考文獻 .....	43
附錄一 .....	49
附錄二 .....	64

## 圖目錄

圖 1 HOTS 架設示意圖。 .....	4
圖 2 GERCHBERG-SAXTON 演算法流程圖。 .....	7
圖 3 直接搜尋演算法流程圖。 .....	8
圖 4 隨機光罩演算法流程圖。 .....	10
圖 5 光漩渦的產生方式示意圖.....	13
圖 6 SLM 平面與焦平面上光場強度與相位分布。 .....	14
圖 7 不同 $\Delta\theta$ 下， $\Delta\phi$ 對 $L$ 的關係圖與 $\phi_0-\theta_0$ 對 $L$ 的關係圖。 .....	15
圖 8 產生 OV 的相位圖樣與的光柵相位圖樣對入射光作用之比較。 .....	16
圖 9 在 $L>0$ 的 OV 中，光線從 SLM 平面到焦平面的路徑圖 .....	17
圖 10 垂直入射光線在 HOTS 中的傳播路徑.....	18
圖 11 實驗架設.....	20
圖 12 粒子在兩個具相反方向之橫向動量的捕捉陣列中移動。 .....	21
圖 13 在不同 $\Delta\theta$ 與 $P_{TOTAL}$ 下，粒子捕捉點陣列中 $Y$ 方向平均移動速率。 .....	22
圖 14 粒子在一心型路徑的捕捉陣列中移動。 .....	23
圖 15 利用具有橫向動量的捕捉陣列清空粒子。 .....	24
圖 16 介面程式發展前系統操作流程圖。 .....	26
圖 17 介面程式發展後系統操作流程圖。 .....	26
圖 18 利用 GPU 計算相位圖樣相對於利用 CPU 計算相位圖樣的加速。 .....	27
圖 19 介面程式的外觀。 .....	29
圖 20 介面程式的控制按鈕。 .....	30
圖 21 介面程式群組操作， $Y$ 軸旋轉連續圖。 .....	33
圖 22 介面程式群組操作， $Z$ 軸旋轉連續圖。 .....	34
圖 23 介面程式群組操作，捕捉點間距等比例縮小連續圖。 .....	35





## 第一章 緒論

在 1970 年代，Ashkin 等人，首次利用了雷射光的光壓操控微小粒子[1]，並在 1987 年時，更進一步提出了利用一道高度聚焦的雷射光點捕捉、搬運微米大小的粒子[2]，此即目前大家所知的光學鑷夾(optical tweezers)或是雷射鑷夾(laser tweezers)。由於光學鑷夾利用光場操控粒子，因此具有非侵入性、非接觸性，而且波長在紅外光範圍內的光場幾乎不會對生物物體產生傷害，因此被廣泛的應用在生物的研究上[3-7]，例如細胞、細菌的搬運捕捉，或是生物力的量測[8]。

生物的研究需要從大量的實驗數據中得到平均的結果，因此需要處理大量的生物樣品。在面對大量的生物樣品時，傳統光學鑷夾的單一捕捉點的操控能力就略顯不足。近十年來，由於液晶顯示器的進步，有些研究者將液晶顯示器用於光學鑷夾中，調變雷射光的相位分布，進而控制雷射光經過物鏡聚焦後的光強度分布。在 1999 年時 Reicherter 等人首先提出了利用液晶顯示器顯示電腦全像片來改變光學鑷夾中的雷射光強度分佈[9]。他們利用一液晶顯示器調變雷射光的相位分布後，經由顯微物鏡聚焦，在物鏡的焦平面上產生多個亮環。藉由改變輸入液晶顯示器的相位圖樣，亮環在焦平面上的位置與亮環半徑可以獨立動態地改變。在 2000 年時，他們利用同一系統，但改變輸入液晶顯示器的相位圖樣，將原本只能在焦平面上操控微粒子的光學鑷夾，擴展成三維空間的操控[10]。到了 2002 年時 Curtis[11]等人提出了動態全像光學鑷夾(holographic optical tweezers HOTs)。在論文中他們提出了比上述論文更一般且更有系統的方法。他們利用電腦全像的演算法，計算所需的相位圖樣，控制光學鑷夾中的雷射光強度分布，並且也提出了一些 HOTs 系統架設的準則。此方法不僅能動態產生多個捕捉點，並且每一個捕捉點的位置與光強度分布皆可獨立控制，還能產生一些特殊的雷射模態，例如 Bessel beam 與光漩渦(Optical vortex OV)等，大大地擴展光學鑷夾的功能與應用[11-15]。

雖然 HOTs 對光場控制有相當大的彈性，但計算所需的相位圖樣需要一些特別的演算法以及龐大的電腦數值運算，因此在 Curtis 提出 HOTs 之後，有其他的研究者利用不同的原理或架設降低所需要的電腦運算，以達成即時互動式地操控微粒子。有些研究者利用廣義相位對比(generalized phase contrast GPC)[16-18]的方法，將液晶螢幕上(或光調變器)的相位分布轉換成強度分布。或是採取 Fresnel 繞射的架設[19]，以成像的方式，將捕捉點聚焦到顯微鏡下捕捉粒子，讓移動捕捉點時不需重新計算相位圖樣。但這些的方法都有其極限，且控制光場的彈性也較 HOTs 少，所以大多數的研究者仍採用 HOTs 進行各自的研究[13-15, 20-22]。

由於利用 HOTs 操控粒子需要牽涉到相關的理論、演算法且需要龐大的數值計算，因此限制了 HOTs 的功能與應用。在本論文中我們發展了兩種方式來達成擴展 HOTs 操控微粒子運動的能力。一種是控制光場橫向動量(散射力)，利用光場橫向動量的傳遞與梯度

力的捕捉力，在固定的相位圖樣下，讓粒子自行沿著設定的路徑移動，完全不需要使用者介入操控。另一種方式是建立一套整合即時樣品影像之顯示、使用者輸入資訊之接收與捕捉光點之控制的圖形式使用者介面。使用者可以透過介面程式輕鬆地操控粒子。

在控制光場橫向動量部分。傳統的光學鑷夾中，光子動量傳遞所造成的散射力會抵消部份光軸方向的梯度力造成捕捉效率下降，因此一直被視為不想要的力。但在一些帶有軌道角動量(orbital angular momentum OAM)的特殊雷射模態中，如 Bessel 模態[23]、Laguerre-Gaussian 模態[24]或是光漩渦(optical vortices OV)[25-27]等，被捕捉的粒子會因為獲得光場中的 OAM 而開始移動且無需任何外力，而這些 OAM 可被視為光場的橫向動量或橫向散射力[28, 29]，因此開啟了利用 HOTs 控制光場的橫向散射力推動粒子的研究[30-34]。本論文從幾何光學的角度，研究 OV 軌道角動量的起源，並發展了一套控制光場橫向動量的方法，讓粒子在固定相位圖樣所產生的光場分布下，自行沿著設計好的路徑移動。

雖然控制光場的橫向動量分布可以在不改變相位圖樣下移動微粒子，但粒子移動的路徑仍然是固定的。當面對突發狀況時，或是只是想隨意操控微粒子時，這種固定式的粒子操控就會顯得不足。此外，由於 HOTs 的控制牽涉到許多理論、演算法與數值計算，其操控粒子所需的知識對其他領域的研究者可能是難以掌握的，因此我們發展了一套整合即時樣品影像之顯示、使用者輸入資訊之接收與捕捉光點之控制的圖形式 HOTs 使用者介面。讓使用者只需利用滑鼠在樣品的即時影像上點選即可輕鬆地捕捉、搬運與旋轉粒子。對於非相關領域的人員，在經過簡單的解說介面程式功能後就能輕鬆容易地使用 HOTs 同時操控多個微粒子。

本論文的安排如下:第二章中，我們將從光場性質(強度與相位)與光場對粒子作用力間的關係為起點，說明如何藉由控制光場操控粒子。在此全像光學鑷夾的架構、原理與常用的演算法也會在這章中作說明。第三章是光場橫向動量控制。在這章中我們從研究光漩渦中光子所帶軌道角動量的起源開始，藉由觀察產生光漩渦的相位圖樣與光漩渦之間的光強度對應關係，推論光漩渦中光子所帶軌道角動量的起源，並且以此推論結果為基礎，以幾何光學的角度分析 HOTs 中光場橫向動量的分布，並進而發展出一套控制光場橫向動量的演算方法。第四章是在方便使用者利用 HOTs 操控粒子的考量下，說明 HOTs 使用者介面的設計與考量，並且展示 HOTs 介面程式操控粒子的功能。第五章則是對本論文所做的研究作個總結並且介紹 HOTs 未來可能應用的方向。

## 第二章 原理

在這一章中，我們將對本論文中所使用的理論作一介紹，其中包括光場對粒子的作用力與全像光學鑷夾的基本架設與操作原理。我們將從光場作用力與光場性質(相位與強度分布)的關係開始，說明如何藉由改變光場性質操控微粒子，並介紹全像光學鑷夾的操作原理以及常用的相位圖樣演算法。

## 2-1 光對粒子的作用力

光場對粒子作用力的描述跟計算與粒子的大小有關。當粒子的直徑甚大於光的波長時，光對粒子的捕捉力分析可以用幾何光學模型描述[35]。在這模型中，光是由光線所組成，當光線從環境入射到粒子中時，由於介質折射率的改變，光線會在粒子與環境的界面上進行多次的反射與折射。這些反射與折射造成光線中光子的動量改變。此動量的時變率是粒子對光線的作用力，而其反作用力即為光線對粒子的作用力。根據作用力的方向與入射光線的夾角做區分，光對粒子的作用力可分為梯度力(Gradient force)與散射力(Scattering force)。

梯度力的方向與光線垂直。對於折射率比周圍環境大的粒子，梯度力會將其中心吸引到光線的位置，而對於折射率比周圍環境小的粒子，梯度力則會將其推離光線。散射力的方向與光線同向。不論粒子的折射率是比周圍環境大或是小，散射力都會將粒子沿著光線前進方向推動。

另一方面，當粒子的直徑甚小於光學鑷夾所使用的雷射光波長時，光學鑷夾對粒子的作用力亦可分為梯度力與散射力[2, 36]，但此時的梯度力與散射力的來源與幾何光學模型的描述不同。此梯度力的來源是粒子在光場下所產生的感應電偶極在光場中所受到的力，而散射力的來源則是光壓。根據文獻[36]的推導，光場對一個均質(Homogeneous)、等向(Isotropic)、半徑為  $a$  的介電粒子所施加的梯度力  $\mathbf{F}_g$  為

$$\mathbf{F}_g = \frac{2\pi n_s^2 a^3}{c} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \nabla I, \quad (2-1)$$

其中  $n_p$  是介電粒子的折射率， $n_s$  是介電粒子周圍介質的折射率， $m = n_p/n_s$ ， $c$  為真空中的光速， $I$  為光場強度分布(intensity)。我們可以注意到(2-1)式中光場的梯度力正比於光強度  $I$  的梯度，此即梯度力名稱的由來。光對粒子的散射力  $\mathbf{F}_s$  則為

$$\mathbf{F}_s = \frac{8}{3} \pi (ka)^4 a^2 \frac{n_s}{c} \left( \frac{m-1}{m+2} \right)^2 \langle \mathbf{S} \rangle_t, \quad (2-2)$$

其中， $k=2\pi/\lambda$ ， $\lambda$  為光的波長，且  $\langle \mathbf{S} \rangle_t$  為光場 Poynting 向量的時間平均量。Poynting 向

量代表光場在單位時間下能量傳遞的方向與大小，即光前進的方向，也代表光場動量方向。從(2-2)式中我們可以看出散射力的方向是與光傳播方向一致。

對於大小介於上述兩者之間的粒子，光對粒子的作用力大多是以數值的方式求得捕捉力的大小。但不論粒子的大小為何，光對粒子的作用力都可簡單分為梯度力與散射力。同樣地，梯度力會根據粒子的折射率，將粒子集中或推離光強度最強的區域，而散射力則會將粒子沿著光傳播方向(或動量方向)推進，因此藉由控制光場的強度與動量分布可以控制粒子的運動，而光學鑷夾[2]即是利用顯微物鏡將雷射光聚焦產生一亮點，並藉由亮點對粒子的梯度力來捕捉微粒子。

傳統的光學鑷夾只能產生單一亮點，同時也無法控制雷射光在物鏡焦平面上的動量分布，所以無法同時操控多個粒子。為突破此一限制，一些研究者利用空間光調變器(spatial light modulator SLM)控制光學鑷夾中的光場分布，進而發展了全像光學鑷夾系統(holographic optical tweezers HOTs)[10, 11, 19, 24]。在接下來的章節中，我們將推導 SLM 複數穿透函數(complex transmittance)與物鏡焦平面上光場分布與橫向動量的關係，並且介紹控制光場分布所使用的演算法。

## 2-2 全像光學鑷夾原理

HOTs 是一套利用電腦全像技術[37]控制光學鑷夾捕捉光場的系統。藉由將電腦所計算的全像片或相位圖樣顯示於 SLM 上，調變光學鑷夾捕捉雷射的相位分布，產生所需的光場分布。通常顯示在 SLM 上的相位圖樣的最後會成像在顯微物鏡的後焦平面上，而所需的光場分布則是在物鏡的前焦平面上產生，因此 HOTs 的架設可以簡化成圖 1。

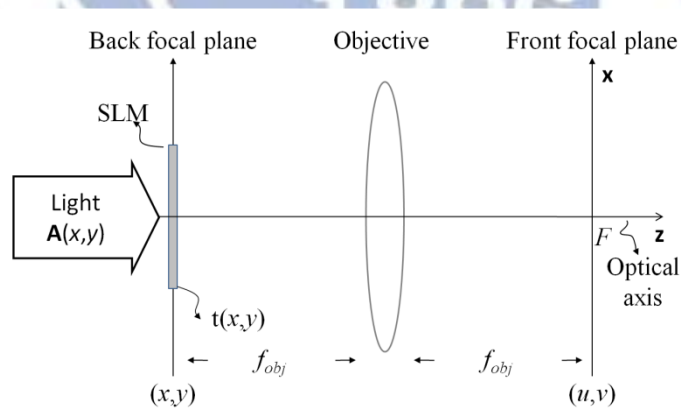


圖 1 HOTs 架設示意圖。

在推導 SLM 穿透函數  $t(x,y)$  與焦平面光場分布之間的關係時，我們採用 Haus[38]所提出的方法，從光場的向量位(vector potential)著手計算電場分布。使用此方法主要的好處是可以得到光場橫向動量與向量位之間的關係，並且可以找到控制光場橫向動量分布的方法。我們假設入射光場是沿著  $z$  方向傳播，且光場的向量位  $\mathbf{A}(x,y,z)$  是沿著  $x$  方向並且

$$\mathbf{A}(x, y, z, t) = A(x, y, z)e^{-i\omega t} \mathbf{x} , \quad (2-3)$$

其中 $\omega$ 為角頻率，而 $\mathbf{x}$ 為 $x$ 方向的單位向量。在 Lorenz gauge 與近軸近似下，在一個無源(source free)、均質(homogeneous)、等向(isotropic)的環境中， $A(x,y,z)$ 會滿足純量波動方程式，

$$\nabla^2 A(x, y, z) + k^2 A(x, y, z) = 0 , \quad (2-4)$$

其中， $k=2\pi/\lambda$ ， $\lambda$ 為光在介質中的波長。此純量波動方程式與電場所遵守的波動方程式相同，因此富氏光學[37]中所推導的結果都可適用於向量位。在之後的討論中，我們所提到的光場分布即是指光場向量位的複數振幅(complex amplitude)。

假設 SLM 的複數穿透函數為  $t(x,y)$ 且入射光向量位在 SLM 上的光場分布為  $u(x,y)_{in}$ ，則剛離開 SLM 平面的光場分布  $u(x,y)_{SLM}=u(x,y)_{in}t(x,y)$ 。從富氏光學中[37, 38]可以知道，焦平面上的光場分布  $u(u,v)_f$  為

$$\begin{aligned} u_f(u, v) &= \frac{1}{i\lambda f_{obj}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_{in}(x, y)t(x, y)e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f_{obj}}(ux+vy)} dx dy \\ &= \frac{1}{i\lambda f_{obj}} F\{u_{in}(x, y)t(x, y)\}_{f_x=\frac{u}{\lambda f_{obj}}; f_y=\frac{v}{\lambda f_{obj}}} , \end{aligned} \quad (2-5)$$

其中 $\lambda=\lambda_0/n$ 為介質中光波長， $n$ 為介質直射率， $f_{obj}$ 為物鏡焦距， $F\{\}$ 代表富氏轉換，而 $f_x$ 與 $f_y$ 分別為富氏轉換後 $x$ 方向與 $y$ 方向的空间頻率。從(2-5)式中我們可以看出 $u(u,v)_{SLM}$ 與 $u(u,v)_f$ 的關係是一個簡單的富氏轉換。我們假設入射光場為振幅為1的垂直入射平面波，因此(2-5)即可簡化為

$$u_f(x, y) = \frac{1}{i\lambda f_{obj}} F\{t(x, y)\}_{f_x=\frac{u}{\lambda f_{obj}}; f_y=\frac{v}{\lambda f_{obj}}} , \quad (2-6)$$

如果所需的 $u(u,v)_f$ 為已知，則 SLM 所需產生的穿透函數即為將 $u(u,v)_f$ 反富氏轉換(inverse Fourier transform)，因此只要適當的調整 $t(x,y)$ ，即可在物鏡焦平面上產生所需的 $u(u,v)_f$ 。

當 $u(u,v)_f$ 知道後，光場動量分布的時間均量 $\langle \mathbf{P}_{em}(x,y) \rangle$ 可以由下式得到[24, 29, 38, 39]

$$\langle \mathbf{P}_{em}(u, v) \rangle = i\frac{\epsilon}{4} \omega [u(u, v)_f \nabla_i u(u, v)_f^* - u(u, v)_f^* \nabla_i u(u, v)_f] + \frac{1}{2} \omega \epsilon k |u(u, v)_f|^2 \mathbf{z} , \quad (2-7)$$

其中， $\varepsilon$ 為環境介電常數， $\nabla_t = \mathbf{x} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{y} \frac{\partial}{\partial y}$ ，而 $\mathbf{z}$ 為 $z$ 方向的單位向量。

假設  $u(u,v)_f = R(u,v)e^{i\phi(u,v)}$ ， $R(u,v)$ 與 $\phi(u,v)$ 為實數函數，則物鏡焦平面上的橫向動量分布即為

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{P}_{em}(u,v)_t \rangle &= \frac{\omega\varepsilon}{2} R(u,v)^2 \nabla_t \phi(u,v) \\ &= \frac{\omega\varepsilon}{2} I(u,v) \nabla_t \phi(u,v) \end{aligned} \quad (2-8)$$

其中  $I(u,v) = R(u,v)^2$  為光場的強度分布。(2-8)式說明光場的橫向動量正比於光場的相位梯度與強度分布，因此要控制光場對粒子所施加的散射力分布需要控制光場的相位與強度分布。

### 2-3 光強度控制原理

從 2-1 節中我們知道光場的梯度力正比於光場強度的梯度，因此控制光場的強度分布即可控制光場對粒子的梯度粒。從(2-6)式中我們知道 SLM 上的光場分布  $u(u,v)_{SLM}$  與焦平面上的光場分布  $u(u,v)_f$  的關係是富氏轉換。只要透過把焦平面上光場反富氏轉換即可得到 SLM 所需的穿透函數  $t(x,y)$ 。但是通常 HOTS 所使用的 SLM 只能調變入射光場的相位分佈，不能調變強度分佈，因此 SLM 便無法產生任意  $u(u,v)_f$  所需要的  $t(x,y)$ 。由於梯度力只與光強度分布有關，我們可以改變焦平面上光場中的相位分布，但保留所需強度分布，直到所得到的  $t(x,y)$  是 SLM 可以產生的。此種有系統地尋找相位分布以產生所需的光強度分布的方法是由 Gerchberg 及 Saxton 提出的(Gerchberg-Saxton GS)演算法[40]。

演算法的流程圖如圖 2 所示。計算所需的相位分佈所花的時間，有很大的部分是決定於一開始時所猜測的相位分佈  $\phi_m^1$ 。如果猜得好，時間就可以大大縮短。為加快演算法的收斂，我們選用所需光場分佈  $u(u,v)_f$  的反富氏轉換後的相位分佈，來作為一開始所輸入的  $\phi_m^1$ 。在演算法一開始時，我們將相位分佈  $\phi_m^1$  的穿透函數乘上入射光場分佈(通常我們假設入射光場的相位為零，振幅分布為常數)，如此即可得到 SLM 上光場分布  $u(x,y)_{SLM}$ 。將  $u(x,y)_{SLM}$  用快速富氏轉換(fast Fourier transform FFT)即可得到光場在  $u-v$  平面(焦平面)上的空間分佈  $u^n(u,v)_f$ 。在此我們檢查  $u^n(u,v)_f$  的振幅分佈  $a^n(u,v)_f$  與所需的光場振幅分佈  $a(u,v)_f$  是否相同或是接近(即光場強度分佈是否與所需的接近)。如果  $a^n(u,v)_f$  接近  $a(u,v)_f$ ，則輸入的相位空間分佈  $\phi_m^1$  即是我們所需要的。如果不是，我們將  $u^n(u,v)_f$  的振幅分佈  $a^n(u,v)_f$  換成所需的振幅空間分佈  $a(u,v)_f$ ，再用快速反富氏轉換(inverse fast Fourier transform iFFT)回到  $x-y$  平面上。接著我們將所得到的光場分佈的振幅部分再換回入射光場的振幅  $a(x,y)_m$  分佈，再進入下個迴圈中。如此重複上述步驟直到得到所需的輸入相位空間分佈。

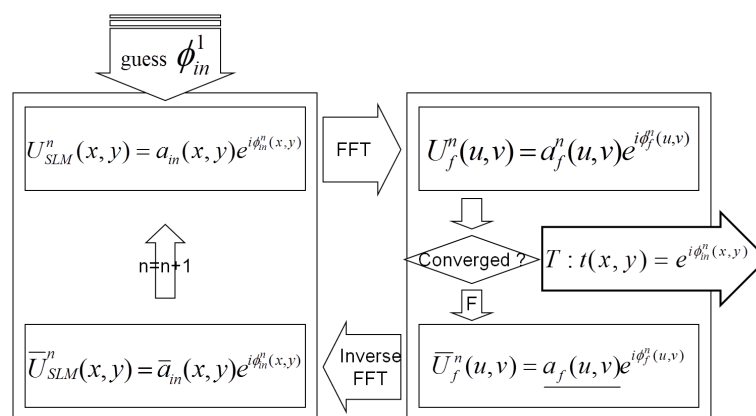


圖 2 Gerchberg-Saxton 演算法流程圖。

### 2-3-1 常用的相位分佈函數

在這一小節中我們將介紹幾個可以簡單地改變光場分佈的相位函數。利用這些相位分佈函數，我們可以將光場做空間三維的移動或將捕捉點轉換成線形或環形的光場強度分佈 [10, 11]。

將雷射光點做三維移動可以由輸入(2-9)式達成，

$$t(x, y) = e^{i2\pi\left(\frac{ux}{\lambda f_{obj}} + \frac{vy}{\lambda f_{obj}}\right)} e^{i\frac{\pi z}{\lambda f_{obj}^2}(x^2 + y^2)}, \quad (2-9)$$

式中 \$(u, v, z)\$ 為光點距離物鏡焦點的距離，\$f\_{obj}\$ 為物鏡的焦距，而 \$\lambda\$ 為光波波長。

如果要產生一線段的光強度分佈，則可以模仿一柱形透鏡的穿透函數來達成，如下所示

$$t(x, y) = e^{-i\frac{\pi}{\lambda f_{cl}}x^2}, \quad (2-10)$$

其中 \$f\_{cl}\$ 為柱形透鏡的焦距，\$\lambda\$ 為光波波長。

如果要產生一環狀的光強度分佈光場所需的相位分佈函數為

$$t(x, y) = e^{iL\theta}, \quad (2-11)$$

其中 \$L\$ 的大小決定此環狀的半徑大小，而 \$\theta\$ 為 SLM 平面的方向角。此一函數所產生的亮環即是光漩渦。光漩渦除了環形光強度分佈外，在此亮環上具有橫向動量分布，能對粒子施加散射力，可以將被捕捉的粒子沿著亮環推動。在第三章中，我們將會對於 OV 有更詳細的說明。



### 2-3-2 光強度分布控制演算法

#### 2-3-2-1 直接搜尋演算法[41-43]

直接搜尋(Direct search)演算法則是將 SLM 或液晶螢幕上的每一個畫素都試著改變該畫素中的相位延遲的大小，如果改變後的相位延遲的大小 $\phi_{ij}^n$ 會使得焦平面上的光強度分布 $I_f$ 更接近所需要的光強度分布 $I_d$ ，則該畫素的相位延遲 $\phi_{ij}$ 及更新為 $\phi_{ij}^n$ 。如果改變後的 $\phi_{ij}^n$ 沒有使得 $I_f$ 更接近 $I_d$ ，則 $\phi_{ij}$ 就維持原來的值。圖 3 為直接搜尋演算法的流程圖。

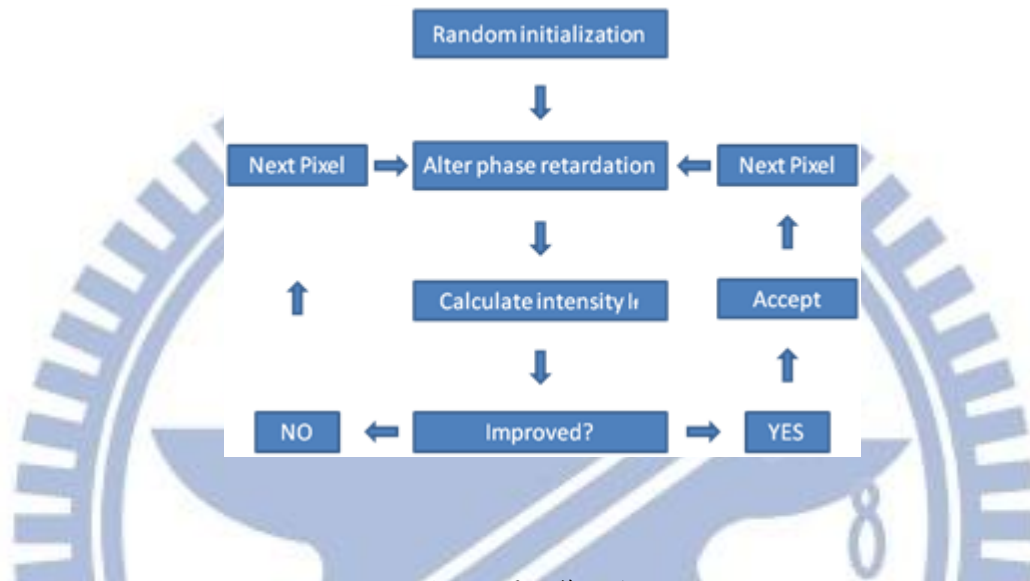


圖 3 直接搜尋演算法流程圖。

這種演算法的好處是所算出的相位分布可以產生相當接近所需的光強度分布。壞處是計算時間太長，通常  $192 \times 192$  個點，Pentium D 2.66 GHz 的電腦計算，所需要的時間大約是 30 分鐘左右。

#### 2-3-2-2 空間切割演算[44, 45]

在許多的狀況下，如果用前述幾種方式尋找產生多捕捉光點所需輸入的相位分佈需要花費相當多的時間。而利用分割 SLM 區域的方式再配合上(2-9)式中移動光點的方法，則可以直接產生多捕捉光點。假設我們今天要產生四個光點，最快的方式就是將 SLM 分成 4 個區域。在每一個區域中輸入(2-9)式所示的相位分佈函數，分別將光點推到不同的位置上。如此一來即產生 4 個光點。一個分成 4 個區域的  $t(x,y)$  可以寫成 ( $2w$  為 SLM 的有效區域的邊長)

$$\begin{aligned}
t(x, y) = & [\text{Rect}(\frac{x}{w})\text{Rect}(\frac{y}{w}) e^{i2\pi(u_1x+v_1y)}] \otimes \delta(x-\frac{w}{2}, x-\frac{w}{2}) \\
& + [\text{Rect}(\frac{x}{w})\text{Rect}(\frac{y}{w}) e^{i2\pi(u_2x+v_2y)}] \otimes \delta(x+\frac{w}{2}, x-\frac{w}{2}) \\
& + [\text{Rect}(\frac{x}{w})\text{Rect}(\frac{y}{w}) e^{i2\pi(u_3x+v_3y)}] \otimes \delta(x+\frac{w}{2}, x+\frac{w}{2}) \\
& + [\text{Rect}(\frac{x}{w})\text{Rect}(\frac{y}{w}) e^{i2\pi(u_4x+v_4y)}] \otimes \delta(x-\frac{w}{2}, x+\frac{w}{2})
\end{aligned} \tag{2-12}$$

而上式經過富氏轉換後就變成

$$\begin{aligned}
u_f(u, v) = & |w|^2 \{ [\text{Sinc}(wu)\text{Sinc}(wv) e^{-i\pi(uw+vw)}] \otimes \delta(u-u_1, v-v_1) \\
& + [\text{Sinc}(wu)\text{Sinc}(wv) e^{-i\pi(-uw+vw)}] \otimes \delta(u-u_2, v-v_2) \\
& + [\text{Sinc}(wu)\text{Sinc}(wv) e^{-i\pi(-uw-vw)}] \otimes \delta(u-u_3, v-v_3) \\
& + [\text{Sinc}(wu)\text{Sinc}(wv) e^{-i\pi(uw-vw)}] \otimes \delta(u-u_4, v-v_4) \}
\end{aligned} \tag{2-13}$$

如果式中的 $(u_1, v_1)$ ,  $(u_2, v_2)$ ,  $(u_3, v_3)$ ,  $(u_4, v_4)$ 為不同的位置，(2-13)式即表示4個在不同位置的光點。用此種方法產生的光點數量有限制，因為當分割的區域面積越來越小時，富氏轉換後所產生的光點大小就越來越大。當光點大到某一程度時，光場強度的梯度變化就不足以捕捉微粒子。所以以此種方法只能產生有限數量的光點。光點的數量取決於入射光能量以及SLM的有效面積。能量越強，SLM的面積越大，所以可以產生的光點數目越多。

### 2-3-2-3 隨機光罩演算法

隨機光罩(Random mask) [46]演算法與空間切割演算法的概念差不多，都是利用空間分割的方式產生多個捕捉光點。隨機光罩演算法特別的地方是空間上的分割是隨機離散的分布。

假設如果要產生兩個分別在位置 $P_1$ 、 $P_2$ 的捕捉點，首先分別計算在 $P_1$ 上產生捕捉點與在 $P_2$ 上產生捕捉點的兩個相位圖樣， $P01$ 、 $P02$ 。接著再產生兩個穿透率隨空間隨機分布的光罩， $M01$ 、 $M02$ 。這兩個光罩的穿透率的值只有0跟1，而且當其中一個光罩的某一點是1，另一個光罩相同位置上則是0。最後分別將兩個先前產生的相位圖樣分別乘上兩個隨機光罩後再相加即可得到產生兩個捕捉點的相位圖樣，即 $P01 \times M01 + P02 \times M02$ 。圖4即為Randdom Mask演算法的計算流程圖。

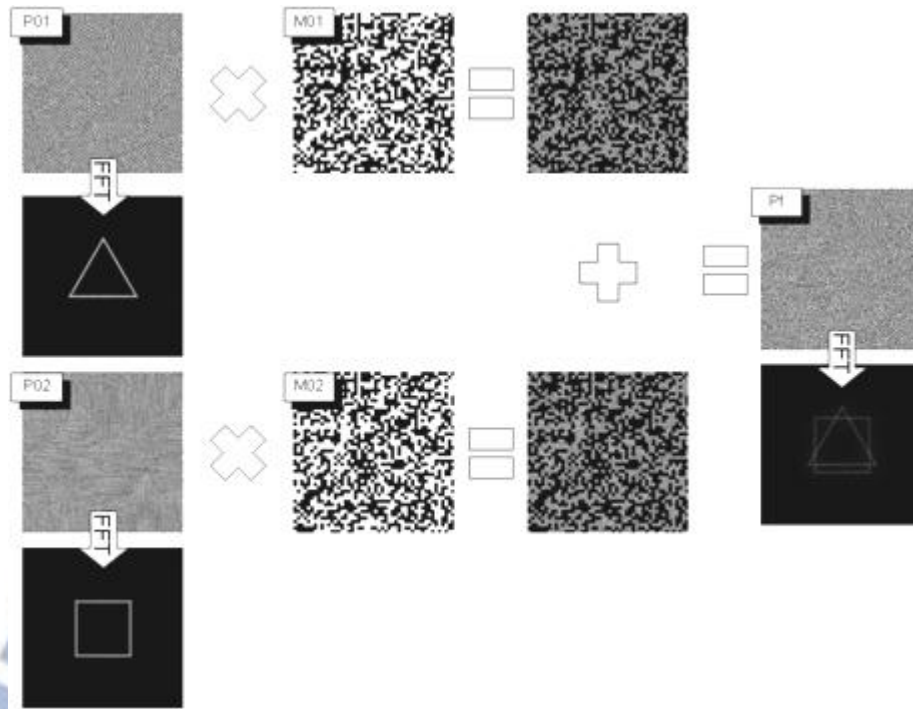


圖 4 隨機光罩演算法流程圖。

### 2-3-3 光柵與透鏡法演算法

利用(2-9)式可以調整捕捉點在空間中的位置，但單純使用(2-9)式只能產生單一捕捉點，而光柵與透鏡(Grating and lens)[47]法則是將許多利用(2-9)式所產生不同的函數複數相加，相加後的結果再取其相位角(argument)，亦即

$$t(x, y) = \exp \left\{ i \arg \left[ \sum_{s=1}^N e^{i2\pi \left( \frac{u_s x}{\lambda f_{obj}} + \frac{v_s y}{\lambda f_{obj}} \right)} e^{i \frac{\pi z_s}{\lambda f_{obj}^2} (x^2 + y^2)} \right] \right\}, \quad (2-14)$$

其中， $\arg[]$ 代表複數的相位角， $N$ 為捕捉點總數， $(u_s, v_s, z_s)$ 為第 $s$ 個捕捉點距離焦點的位置。此種方法的優點是快速，但缺點是會產生一些不需要的捕捉點，降低所需捕捉光點的光強度。

### 2-3-4 廣義適應加法與加權 Gerchberg-Saxton 演算法

一些研究者以光柵與透鏡法為基礎率，利用不同的疊代法，增加相位圖樣控制捕捉光點的效率。廣義適應加法(generalized adaptive add GAA)[11]與加權 Gerchberg-Saxton 法(weighted GS GSW)[48]的基礎都是從(2-15)式開始，在每個疊代回圈中，修正在每個捕捉點函數前的係數

$$t(x, y)_{ii} = \exp \left\{ i \arg \left[ \sum_{s=1}^{N_p} c_s^{ii} e^{i2\pi \left( \frac{u_s x}{\lambda f_{obj}} + \frac{v_s y}{\lambda f_{obj}} \right)} e^{i \frac{\pi z_s}{\lambda f_{obj}^2} (x^2 + y^2)} \right] \right\}, \quad (2-15)$$

其中  $ii$  代表迴圈數， $t(x, y)_{ii}$  為第  $ii$  個迴圈中的相位函數， $N_{tp}$  為捕捉點的總數， $c_s^{ii}$  為第  $ii$  個迴圈下第  $s$  個捕捉點的複數振幅。

在廣義適應加法中，開始時  $c_s^0 = e^{i\phi_s}$ ， $\phi_s$  為隨機產生的相位角，而且

$$\alpha_s^{ii} = \sum_{x,y} t(x, y)_{ii} e^{-i2\pi(\frac{u_s x}{\lambda f_{obj}} + \frac{v_s y}{\lambda f_{obj}})} e^{-i\frac{\pi z_s}{\lambda f_{obj}^2}(x^2 + y^2)} / N_{pxl}, \quad (2-16)$$

其中  $N_{pxl}$  為相位圖樣的取樣總數(或像素總數)，且

$$c_s^{ii+1} = [(1 - \xi) + \xi \frac{|c_s^0|}{|\alpha_s^{ii}|}] \frac{\alpha_s^{ii}}{|\alpha_s^{ii}|}, \quad (2-17)$$

其中  $\xi$  為一常數，在  $\xi \sim 0.5$  下可以得到不錯的效率。

在加權 GS 法中，會在引進另一個變數  $w_s^{ii}$  以加強捕捉點間的強度均勻度。在此方法中

$c_s^{ii} = w_s^{ii} \alpha_s^{ii} / |\alpha_s^{ii}|$ ， $w_s^0 = 1$ ， $\alpha_s^0 = e^{i\phi_s}$ ， $\phi_s$  為隨機產生的相位角，且

$$\alpha_s^{ii} = \sum_{x,y} t(x, y)_{ii} e^{-i2\pi(\frac{u_s x}{\lambda f_{obj}} + \frac{v_s y}{\lambda f_{obj}})} e^{-i\frac{\pi z_s}{\lambda f_{obj}^2}(x^2 + y^2)} / N_{pxl}, \quad (2-18)$$

與

$$w_s^{ii+1} = w_s^{ii} \frac{\langle |\alpha_s^{ii}| \rangle}{|\alpha_s^{ii}|}, \quad (2-19)$$

其中  $\langle |\alpha_s^{ii}| \rangle$  是所有捕捉點在第  $ii$  個迴圈中的  $\alpha_s^{ii}$  平均值。此方法的優點是可以產生強度非常均勻的捕捉點陣列，但缺點是在以電腦顯示卡(graphic processing unit GPU)運算相位圖樣時，速度會較廣義適應加法稍慢一些。

### 第三章 光場橫向動量控制

由於梯度力只能將粒子捕捉在光場最亮的地方，如果只靠梯度力移動粒子時，就需要改變顯示在 SLM 上的相位圖樣，將光場中最亮的部分漸漸地移動到指定的位置，因此使用者就必須介入，重新計算所需更換的相位圖樣。

但在一些特別的雷射模態中，如 Bessel 模態[23]、Laguerre-Gaussian 模態[24]或是光漩渦(optical vortices OV)[25-27]等，被捕捉的粒子會自動地在光場中移動而無需任何外力。在 HOTs 發展的初期，大多數的研究者都認為粒子在光場中移動的原因是由於這些雷射模態中的光子帶有軌道角動量(orbital angular momentum OAM)，當粒子散射了或吸收了這些光子後，粒子即獲得了 OAM 而開始移動。近年來，有些研究者認為這些光子所帶的 OAM 可視為光場的橫向動量或橫向散射力[28, 29]，因此開啟了利用 HOTs 控制光場的橫向散射力推動粒子的研究[30-34]。

由於散射力會沿著光場橫向動量方向推動粒子，對於被捕捉在光場最亮部分的粒子能提供額外的驅動力。因此藉由控制光場橫向動量分布，並同時降低沿光場橫向動量方向上的梯度力，可以達成利用單一相位圖樣所產生的光場移動粒子，而完全不需使用者的介入操作。

從 2-2 節的討論，我們知道要控制光場的橫向動量分布需要控制光場的相位與強度分布，而焦平面上光場的相位與強度分布一旦決定，SLM 平面上的相位與強度分布也就唯一確定。但在 HOTs 中所使用的 SLM 只能調變入射光場的相位分布，因此需要一些特別的方法利用全相位 SLM 調變入射光場的強度分布。Roichman 與 Grier 提出形狀相位演算法(shape-phase algorithm) [32]，此方法是犧牲 SLM 的解析度而達到調變入射光場強度分布，達成控制光場橫向動量分布的目的。Jesacher 等人則提出在原本 HOTs 系統的相位圖樣前再用一張相位圖樣來控制入射光的強度分布[33]。

不同於前述的方法。在這章裡，我們從探討光漩渦(optical vortices OV) 推動粒子能力的起源，以幾何光學的觀點，發展一套控制光場橫向動量分布的方法。我們從產生 OV 所需相位圖樣與 OV 間的強度對應關係，推論 OV 推動粒子能力的起源為斜向入射光，並以這個觀念為基礎，利用幾何光學描述 HOTs 中光場中橫向動量的分布，建立一套控制光場橫向動量分布(即橫向散射力分布)的方法。並展示粒子可以在無任何外加外力與不變更相位圖樣的情況下，在光場中自動沿著設定好的路線移動。

#### 3-1 光漩渦中光子所帶軌道角動量之起源

光漩渦(Optical Vortex OV) 是一種特殊的光強度分布亮環，此亮環不僅會捕捉樣品，並且被捕捉的樣品還會自動地沿著亮環移動。這種單純利用光對粒子的作用力而不需要其

他形式的外力即可推動微粒子的能力引起很多研究者的興趣，並提出許多應用[15, 49, 50]。

OV 中的粒子會移動是因為當雷射光束經過了  $e^{iL\theta}$  的相位函數調變後，每一個光子即帶有  $L\hbar$  大小的軌道角動量(orbital angular momentum OAM)[24, 39, 51]。當被捕捉在 OV 內的粒子吸收或反射了這些帶有 OAM 的光子後，樣品會獲得這些 OAM，而沿著 OV 移動。

但是我們發現當  $e^{iL\theta}$  的相位函數被破壞後(即遮住部分方位角範圍內的相位圖樣)，其所產生的 OV 在相對應的方位角範圍內也會消失，並且剩餘部分的 OV 仍具有推動粒子能力。此現象是原本 OAM 說法所無法解釋的。因此在這章中，我們從 SLM 平面與其所產生的 OV 間的光強度對應關係，利用光柵的近似與光束追跡法，解釋 OV 中橫向動量的來源。

### 3-1-1 光漩渦的產生

在 HOTs 中，OV 的產生可以藉由控制 SLM 使其穿透函數為  $e^{iL\theta}$ ，即可在 HOT 的樣品空間(物鏡焦平面)產生一個 OV[10, 11]。其作法如圖 5 所示，一道雷射光束經過一個能產生穿透函數為  $e^{iL\theta}$  的 SLM 調變後，經過物鏡聚焦後即在物鏡的焦平面上產生 OV。

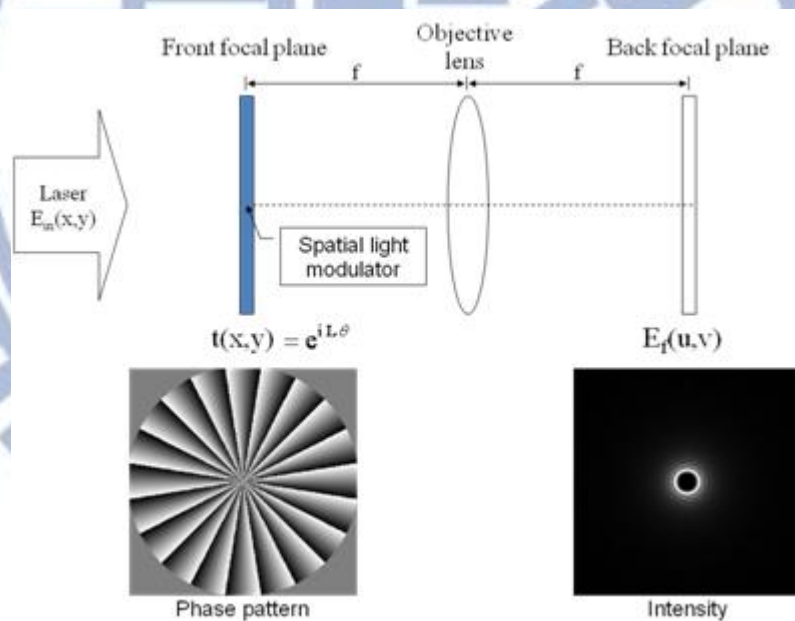


圖 5 光漩渦的產生方式示意圖

### 3-1-2 光漩渦的性質

在利用 HOTs 產生 OV 的過程中，SLM 上的光強度分布與焦平面上 OV 的光強度分布存在一種幾何光學的對應關係[28, 52]。當 SLM 某方位角範圍內光被遮住時，其所產生的 OV 在某一範圍的方位角也會消失。消失的方位角範圍大小與 SLM 上被遮住的區域接近，並且存在著  $90^\circ$  或  $-90^\circ$  的角度差。圖 6 是 SLM 平面上的相位分布與強度分布與其

在焦平面上所產生光場的相位與強度分布圖。圖 6 (a)與(b)是當 SLM 上方位角  $\theta$  在  $\theta=-15^\circ$  到  $\theta=15^\circ$  (即  $\Delta\theta=30^\circ$ ) 範圍內的光被擋住時，在焦平面上所產生的  $L$  分別為 50 與 -50 的 OV 之光場強度分布與相位分布。而圖 6 (c)與(d)則是當  $\Delta\theta=60^\circ$  的情況下， $L$  分別為 50 與 -50 的 OV 之光場強度分布與相位分布。從圖中我們可以看到當 SLM 上的某一方位角  $\Delta\theta$  範圍內的光被擋掉後，OV 的某一方位角  $\Delta\phi$  範圍內的光也消失了，並且擋掉部分  $\Delta\theta$  與消失部分  $\Delta\phi$  的方位角範圍相當接近。此外焦平面上消失的區域  $\Delta\phi$ ，在  $L>0$  的情況下會相對於 SLM 上擋掉的區域  $\Delta\theta$  旋轉  $90^\circ$ ，而在  $L<0$  的情況下會相對於 SLM 上擋掉的區域  $\Delta\theta$  旋轉  $-90^\circ$ 。

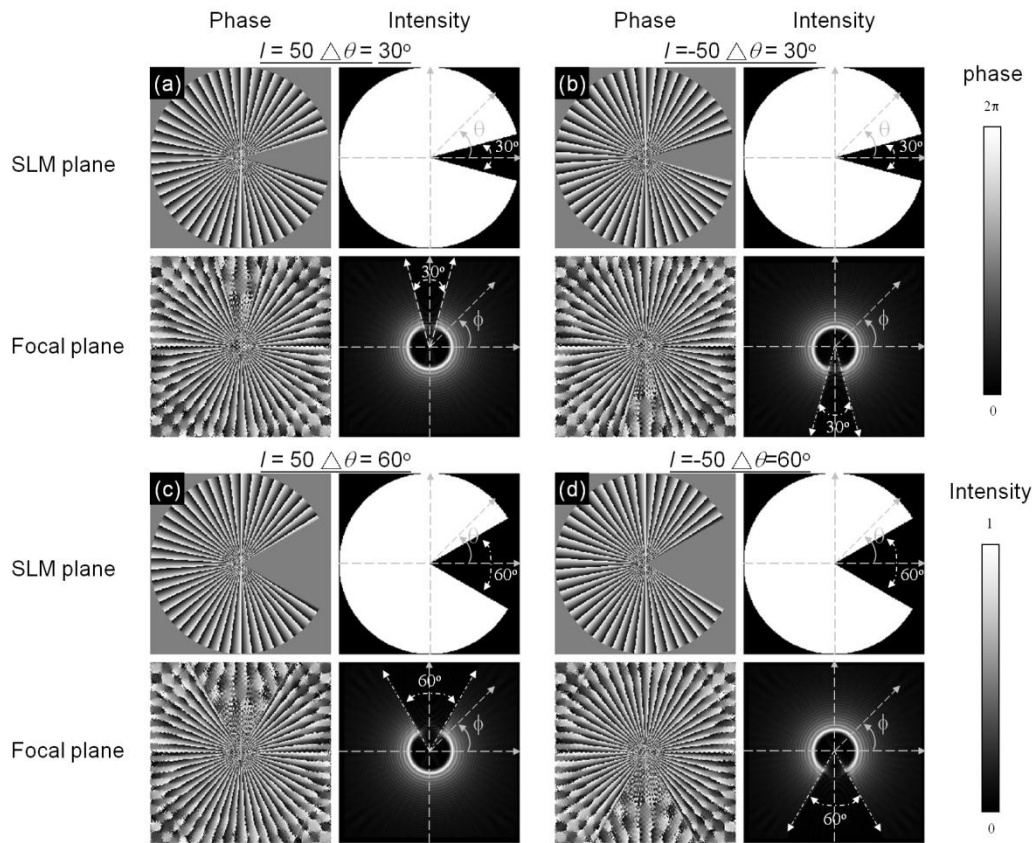


圖 6 SLM 平面與焦平面上光場強度與相位分布。

(a)為  $L=50$  與  $\Delta\theta=30^\circ$ 。(b)為  $L=-50$  與  $\Delta\theta=30^\circ$ 。(c)為  $L=50$  與  $\Delta\theta=60^\circ$ 。(d)為  $L=-50$  與  $\Delta\theta=60^\circ$ 。

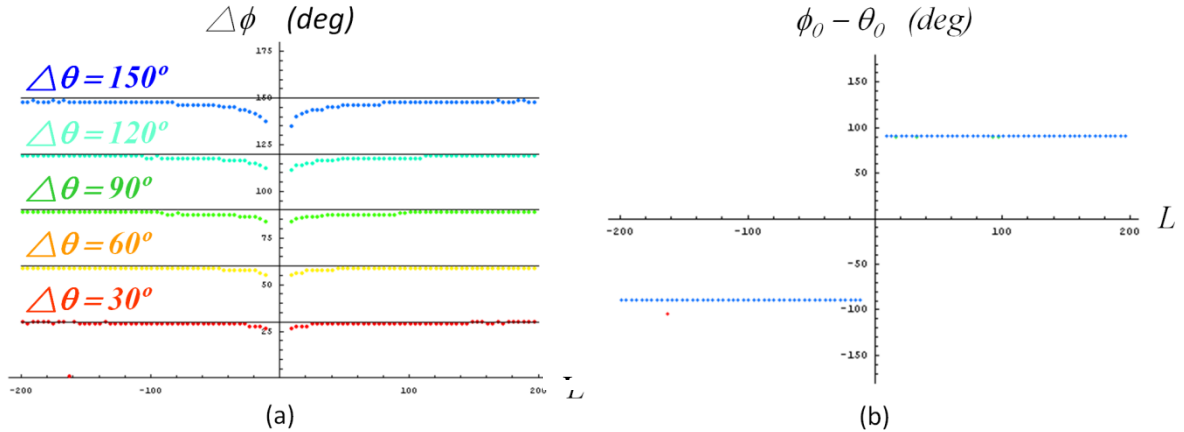


圖 7 不同 $\Delta\theta$ 下， $\Delta\phi$ 對 $L$ 的關係圖與 $\phi_0 - \theta_0$ 對 $L$ 的關係圖。

(a)在不同 $\Delta\theta$ 下， $\Delta\phi$ 與 $L$ 的關係圖，圖中實線部分表示 $\Delta\theta$ 的值而虛線部分是模擬的結果。(b)

在不同 $\Delta\theta$ 下， $\phi_0 - \theta_0$ 與 $L$ 的關係圖。圖中 $L$ 的範圍是從-199到200。

這種性質不只存在在 $L = \pm 50$ 的OV中，在其他 $L$ 的OV中也有此性質，如圖7所示。圖7(a)是在不同 $\Delta\theta$ 下， $\Delta\phi$ 與 $L$ 的關係圖，圖中實線部分表示 $\Delta\theta$ 的值而虛線部分是模擬的結果。而圖7(b)則是在不同 $\Delta\theta$ 下， $\phi_0 - \theta_0$ 與 $L$ 的關係圖，其中 $\theta_0$ 為SLM上擋住區域中央的方位角度， $\phi_0$ 則為焦平面上OV消失區域中央的方位角。圖中 $L$ 的範圍是從-199到200。

### 3-1-3 光柵近似法與光束追跡

由這些特別的對應關係讓我們聯想到光柵。光柵的穿透函數為 $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ ，其中 $\mathbf{k}$ 為一個二維向量，決定光柵的方向與周期，而 $\mathbf{r}$ 是SLM平面上的位置向量。 $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ 的相位是沿著 $\mathbf{k}$ 方向隨著距離的增加而增加，而 $e^{iL\theta}$ 的相位則是隨著方位角的增加而增加。如果我們仔細的觀察產生OV的相位圖樣，我們可以發現產生OV的相位圖樣很像是一直隨著方位角旋轉的光柵。由於在形式上這兩種穿透函數的相位都是隨著某一個空間座標中的值線性增加，因此我們藉由已熟悉的光柵特性，解釋粒子在OV中旋轉的來源。

圖8(a)是比較 $e^{iL\theta}$ 在 $\theta = 180^\circ$ 附近的相位圖樣與 $e^{-iky}$ 的相位圖樣。圖中的左側為光通過該區域後，在焦平面上的光強度分布。從圖中我們可以發現這兩個相位圖樣對於光有類似的效用，都是將光聚焦在縱軸的負半部上。而圖8(b)則是比較 $e^{iL\theta}$ 在 $\theta = 0^\circ$ 附近的相位圖樣與 $e^{iky}$ 的相位圖樣。圖中的右側為光通過該區域後，在焦平面上的光強度分布。同樣地，這兩個相位圖樣對於光也有相同的效用，都是將光聚焦在縱軸的正半部上，因此產生OV的相位圖樣可以近似成一直隨著方位角旋轉的區域光柵。



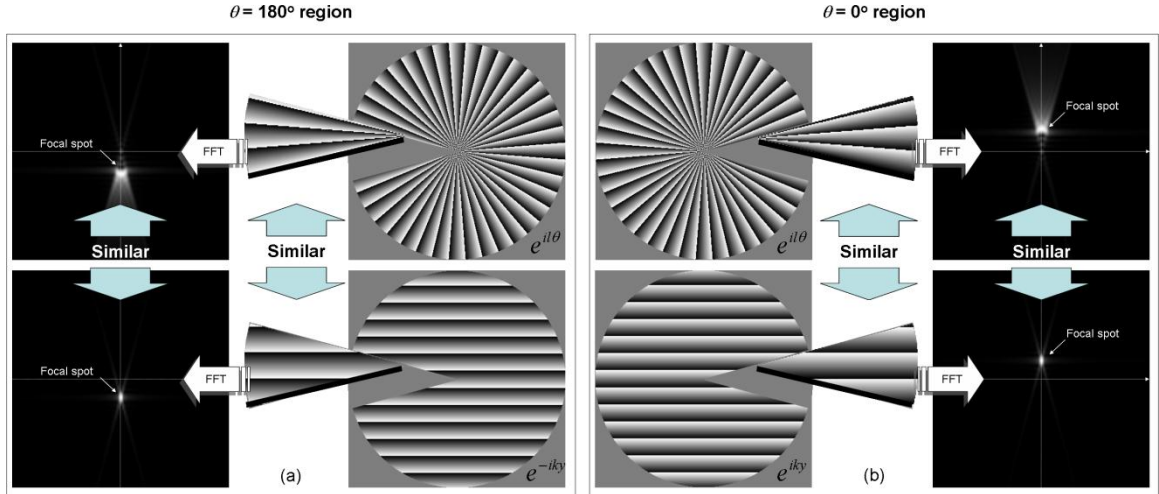


圖 8 產生 OV 的相位圖樣與的光柵相位圖樣對入射光作用之比較。

圖 9 是當光線經過  $L$  為正值的穿透函數  $e^{iL\theta}$  中  $\theta=0^\circ$  附近的區域後，傳播到焦平面的路徑。從前面的討論中我們可以知道，此部分的相位圖樣可以近似為  $e^{iky}$ 。而當光線經過  $e^{iky}$  的光柵後會向上偏折，所以通過 SLM 上  $\theta=0^\circ$  附近區域的光線也會向上偏折。在通過透鏡後，這排光線會一直維持相同的水平高度，但在水平方向則匯聚到焦平面上  $v$  軸上的 A 點。由於這排光線是從透鏡平面上  $x>0$  的區域斜向入射到焦平面 A 點上，所以這些光線的動量具有平行於焦平面的橫向分量。這些分量都沿著  $-u$  方向，亦即 OV 在 A 點上切線方向。藉由同樣的方法，我們可以知道入射在 SLM 其他方位角的光線所貢獻的橫向動量都是沿著 OV 的切線方向。因此當 OV 中的粒子獲得光線中的橫向動量後就會沿著 OV 的亮環持續旋轉。

OV 中光的軌道角動量  $\mathbf{J}$  定義為焦平面上位置向量  $\boldsymbol{\rho}$  與該位置上的橫向動量  $\mathbf{P}_t$  的外積，即

$$\mathbf{J} = \boldsymbol{\rho} \times \mathbf{P}_t \quad (3-1)$$

A 點的  $\boldsymbol{\rho}$  是沿著  $\mathbf{v}$  而  $\mathbf{P}_t$  是沿著  $-\mathbf{u}$ ，所以 A 點上  $\mathbf{J}$  的方向是沿著正  $z$  方向。OV 上其他的位置都可藉由同樣的方法分析，都會得到相同的結果。所以  $L>0$  的 OV 中的軌道角動量是沿著正  $z$  方向。此方向與目前的理論所預測的方向是一樣的。而對於  $L<0$  的 OV，我們可以用同樣的方法分析得到  $L<0$  的 OV 中的軌道角動量是沿著  $-z$  的方向，

結合光柵近似法與光束追跡法的分析可以得知粒子在 OV 中持續旋轉的動力來自於光線所貢獻的橫向動量。相較於軌道角動量的分析法，此種線動量分析法對 OV 推動粒子的現象提供了一個比較簡單和直覺的解釋。在這個概念下，只要設法控制光線入射到焦平面上的角度，即可提供粒子在焦平面上橫向移動的動力。在下一節中我們將利用此概念，發展一套控制光場橫向動量分布的演算法。

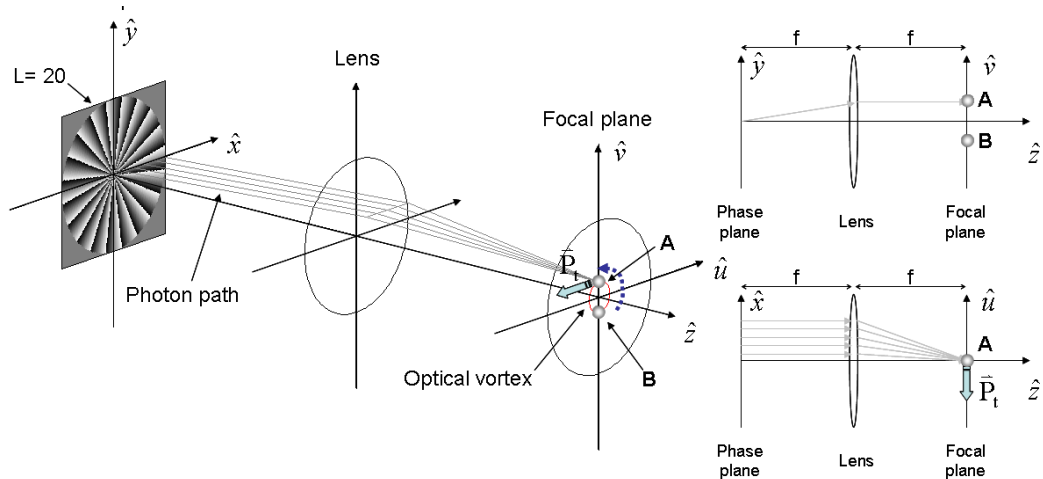


圖 9 在  $L > 0$  的 OV 中，光線從 SLM 平面到焦平面的路徑圖

### 3-2 橫向動量分布的幾何光學描述與控制

由於 OV 的強度分布局限在環狀，所以被捕捉的粒子的移動路徑有只有環形。因此在這部分的研究中，我們的目標是希望能產生環狀以外且能夠移動被捕捉粒子的光場。

從對 OV 中光子所帶軌道角動量的研究中，我們發現被捕捉在 OV 中的粒子會移動的原因是由斜向入射的光線所造成。斜向入射光線會在焦平面上貢獻動量分量，所以如果能夠在焦平面上產生斜向入射光，即可產生具有橫向動量分布的光場。

在傳統的光學鑷夾中，入射光束被物鏡聚焦的過程中有許多的斜向入射的光線產生，但由於入射光的強度分布是對稱於光軸，入射光線在焦點上所貢獻的橫向動量會被彼此抵消。為了破壞入射光強度分布的軸向對稱性，我們將相位圖樣只顯示在 SLM 上某一方位角區域內。在接下來的討論中，我們將利用幾何光學描述由該方位角區域內的相位圖樣所產生光場中的橫向動量分布，並從所得到的結果找出控制光場橫向動量的方法。

#### 3-2-1 橫向動量分布的幾何光學描述

在這一小節中我們將利用幾何光學分析 HOTs 中捕捉光場的橫向動量分布。在這裡我們假設相位圖樣只顯示在 SLM 的某一方位角區域內，這個方位角區域的中心角度為  $\theta_0$  並且範圍大小為  $\Delta\theta$ 。我們假設入射光為一垂直入射、剛好填滿物鏡入瞳且總功率為  $p_{total}$  的光線束。在考慮 SLM 相位圖樣的繞射效應之前，我們先分析所有入射光線在焦點上，在單位時間內所，所貢獻的橫向動量大小，亦即橫向動量通量的大小。

在 HOTs 中，顯示在 SLM 上的相位圖樣會成像到物鏡的後焦平面上，而所需的捕捉光場則是產生在物鏡的前焦平面上。因此整個 HOTs 可以簡化成物鏡的前後焦平面間的結構。一般在 HOTs 中所使用的物鏡都是無限遠修正(infinite-corrected)的物鏡。這種物鏡

滿足 Abbe 的正弦定理(Abbe sine condition)，並且可以簡化成第一主平面(1<sup>st</sup> PP)，第二主平面(2<sup>nd</sup> PP)與球面 S[53]。球面 S 的球心是在焦點上，並且相切於第二主平面。

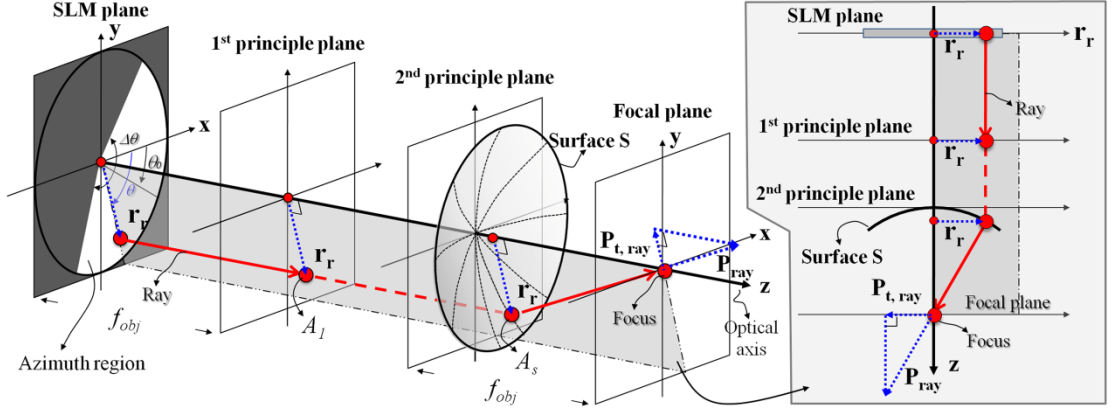


圖 10 垂直入射光線在 HOTs 中的傳播路徑

圖 10 是一垂直入射的光線在 HOTs 中，從 SLM 到焦平面上的光線路徑。在此我們假設光軸是沿著  $z$  方向並且光線從 SLM 上的位置  $\mathbf{r}_r = r_r \cos(\theta) \mathbf{x} + r_r \sin(\theta) \mathbf{y}$  發出。該光線交第一主平面於  $A_1$  並且交球面 S 於  $A_s$  點之後聚到焦點上。根據 Abbe 的正弦定理[53]， $A_1$  與  $A_s$  位置向量的橫向分量皆與  $\mathbf{r}_r$  相同。因此該光線在焦點上所貢獻的橫向動量通量  $\mathbf{P}_{t,ray}$  為

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{t,ray} &= -\left(\frac{n p_{ray}}{c f_{obj}}\right) \mathbf{r}_r, \\ &= -\left(\frac{n p_{ray}}{c f_{obj}}\right) r_r [\cos(\theta) \mathbf{x} + \sin(\theta) \mathbf{y}], \end{aligned} \quad (3-1)$$

其中  $n$  為環境的折射率， $p_{ray}$  為光線所帶的光功率， $c$  為真空中的光速， $f_{obj}$  是物鏡的焦距，而  $\mathbf{x}$  與  $\mathbf{y}$  分別是  $x$  與  $y$  方向的單位向量。由於相位圖樣所在的方位角區域內所有垂直入射的光線都會聚到焦點上，因此將所有入射光線在焦點上的貢獻相加起來，焦點上的總橫向動量通量  $\mathbf{P}_{t,total}^{total}$  即為

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{t,total}^{total} &= \int_0^R \int_{\theta_0 - \Delta\theta/2}^{\theta_0 + \Delta\theta/2} N_r \mathbf{P}_{t,ray} r_r d\theta dr_r \\ &= -\int_0^R \int_{\theta_0 - \Delta\theta/2}^{\theta_0 + \Delta\theta/2} N_r \left(\frac{n}{c f_{obj}}\right) \left(\frac{P_{total}}{\pi R^2 N_r}\right) [\cos(\theta) \mathbf{x} + \sin(\theta) \mathbf{y}] r_r^2 d\theta dr_r, \end{aligned}$$

$$= -\left(\frac{2}{3\pi c}\right)\left(n\frac{R}{f_{obj}}\right)p_{total}\sin(\Delta\theta/2)[\cos(\theta_0)\mathbf{x} + \sin(\theta_0)\mathbf{y}], \quad (3-2)$$

其中  $R$  是物鏡入瞳的半徑， $N_r$  是入射光線束在 SLM 上的光線數量密度，而  $p_{ray}$  已由  $p_{total}/(\pi R^2 N_r)$  帶入。

當考慮 SLM 上相位圖樣的繞射效應時，我們假設入射光線束在經過 SLM 後分裂成許多往不同方向傳播且攜帶不同光功率的準直光線束。這個假設與富氏光學中的角頻譜 (angular spectrum) [37] 很類似，但這裡我們假設這些準直光線束只從相位圖樣所在的方位角區域內發出。在經過物鏡聚焦後，這些準直光線束根據其傳播方向匯聚到焦平面上各點，並在焦平面上形成光強度分布  $I(x,y)$ 。

在一般的狀況下，光強度分布的大小甚小於物鏡的焦距，因此這些準直光線束與光軸間的夾角接近  $0^\circ$ 。我們假設這些準直光線束在焦平面上所貢獻的橫向動量通量只和所攜帶的光功率有關與傳播方向無關。換句或說，在相同總入射光功率下，在單位時間內，整個光場的橫向動量總和與不考慮繞射效率時焦點上的總橫向動量是相同的。因此光場的橫向動量通量密度  $\mathbf{J}_{total}^{P_{total}}(x,y)$  (單位時間內，單位面積下，光場的橫向動量) 可以根據光場的強度分布，將焦點上的總橫向動量通量分配到整個光場中得到，即

$$\mathbf{J}_{total}^{P_{total}}(x,y) = \mathbf{P}_{t,total}^{P_{total}} I_n(x,y), \quad (3-3)$$

其中

$$I_n(x,y) = \frac{I(x,y)}{\int_{-\infty-\infty}^{\infty\infty} \int I(x,y) dx dy}, \quad (3-4)$$

為歸一化後的光強度分布。將(3-2)式帶入(3-3)式後，我們可以得到光場的橫向動量通量密度為

$$\mathbf{J}_{t,total}^{P_{total}}(x,y) = -\left(\frac{2}{3\pi c}\right)\left(n\frac{R}{f_{obj}}\right)p_{total}\sin(\Delta\theta/2)[\cos(\theta_0)\mathbf{x} + \sin(\theta_0)\mathbf{y}] I_n(x,y), \quad (3-5)$$

從(3-5)式中我們可以知道，橫向動量通量密度是沿著  $-\cos(\theta_0)\mathbf{x} - \sin(\theta_0)\mathbf{y}$  方向，此方向是由  $\theta_0$  決定。橫向動量通量密度的大小，除了正比於光場強度，入射光功率外還正比於  $\sin(\Delta\theta/2)$ 。當  $\Delta\theta$  為  $0^\circ$  時，沒有入射光在焦平面上，所以橫向動量通量密度為零。當  $\Delta\theta$  增加時，有越來越多的光線進入焦平面，因此橫向動量通量密度開始增加並在  $\Delta\theta$  為  $180^\circ$  時達到最大值。但當  $\Delta\theta$  超過  $180^\circ$  時，雖然有更多的光線進入焦平面上，但新加入光線的貢獻會抵銷部分的橫向動量通量密度，因此橫向動量通量密度開始變小，並在  $\Delta\theta$  為  $360^\circ$  時完全抵銷。這也是為何在傳統的光學鑷夾中沒有觀察到橫向動量(或橫向散射力)

的原因。

產生所需橫向動量分布的光場可以分成兩部分。一是調整方位角範圍的大小使其小於 $360^\circ$ ，並調整其中心角度以控制橫向動量的方向。另一部分則是計算產生所需強度分布的相位圖樣，並將之顯示在上述方位角範圍內。計算所需相位圖樣可以由2-3節中所介紹的GS、GAA或GSW等方法達成。

### 3-2-2 實驗架設

圖 11 是實驗的架設圖。實驗所用的捕捉雷射是最高輸出功率為 10 W、波長為  $1.064 \mu\text{m}$  的光纖雷射(YLR-10-1064-LP; IPG photonics)。雷射從光纖射出後先經過擴束器(beam expander)將雷射光點的大小擴大至 SLM (X10468-03; Hamamatsu)的有效區域大小。再經過一個半波板(half-wave plate)與偏振分光鏡調整入射的光功率後，雷射到達 SLM 上並調變其空間相位分布。剛經過 SLM 調變後的雷射光經由一望遠鏡(telescope)成像到一個數值孔鏡為 1.1 的 100 倍水鏡(Plan; Nikon)的後焦平面上。雷射光最後經由物鏡聚焦並在焦平面上產生所需的光場分布。一個移動平台將實驗樣品固定於焦平面上。樣品由發光二極體(LED)照明後，經過物鏡與成像鏡(tube lens)成像在 CCD 攝影機(PL-B955G; PixeLink)上。

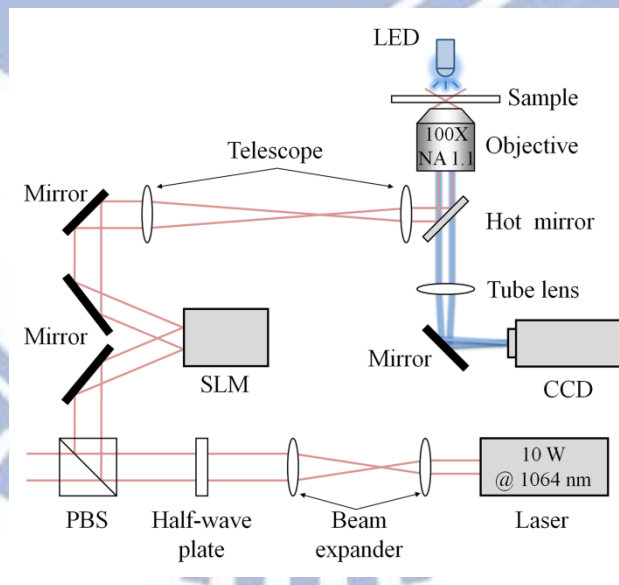


圖 11 實驗架設

### 3-2-3 實驗結果

圖 12(a)為產生兩個具有相反方橫向動量方向的捕捉點陣列所需的相位圖樣。此相位圖樣沿著圖中的虛線可分成兩個方位角區域。每個區域產生一沿  $y$  方向延伸的捕捉點陣列，陣列中捕捉點的間距皆為  $2 \mu\text{m}$ ，並且每個捕捉陣列旁的數字標示著產生該陣列的區域，如圖 12(b)所示。根據(3-5)式，第 1 區的中心角度為  $90^\circ$ ，所以其所產生捕捉點陣列的橫向動量即為沿著負  $y$  方向。同樣地，因為第 2 區的中心角度為  $270^\circ$ ，所以其所產生捕捉

點陣列的橫向動量即為沿著正  $y$  方向。

圖 12(c)與圖 12(d)所示分別為歸一化後  $x$  方向與  $y$  方向橫向動量分布的模擬結果。橫向動量分布的計算是將相位圖樣的穿透函數經過快速富氏轉換(FFT)得到在焦平面上的光場分布，之後再根據(2-8)式計算光場的橫向動量分布。圖中的白色代表正值，黑色代表負值。從模擬的結果我們可以發現區域 1 所產生的捕捉點陣列的  $y$  方向橫向動量分布為黑色，因此是沿著負  $y$  方向。區域 2 所產生的捕捉點陣列的  $y$  方向橫向動量分布為白色，因此是沿著正  $y$  方向。這些與(3-5)式所預測的結果一致。

我們將這兩個捕捉陣列投射到含有直徑為  $9\ \mu\text{m}$  的聚苯乙烯(polystyrene)粒子的水溶液中，並且讓每一個捕捉陣列剛好只捕捉一個粒子。圖 12(e)是粒子在捕捉陣列中移動的連續圖。連續圖的時間間隔為 1 秒。在捕捉陣列中的粒子同時受到來自多個捕捉的點的橫向梯度力，但因為這些梯度力相互抵消，降低了粒子所受到的淨梯度力，所以在捕捉陣列中粒子只受到極小的橫向梯度力。當粒子散射或吸收了捕捉陣列的光子後，光場中的橫向動量轉移至粒子上，並讓粒子開始沿著橫向動量的方向前進。當越多的橫向動量轉移到粒子上時，粒子的移動速度也越快。(3-5)式指出光場橫向動量會正比於入射光的功率與  $\sin(\Delta\theta/2)$ ，其中  $\Delta\theta$  是顯示相位圖樣的方位角區域範圍大小，因此粒子的移動速度也會正比於  $\sin(\Delta\theta/2)$ 。

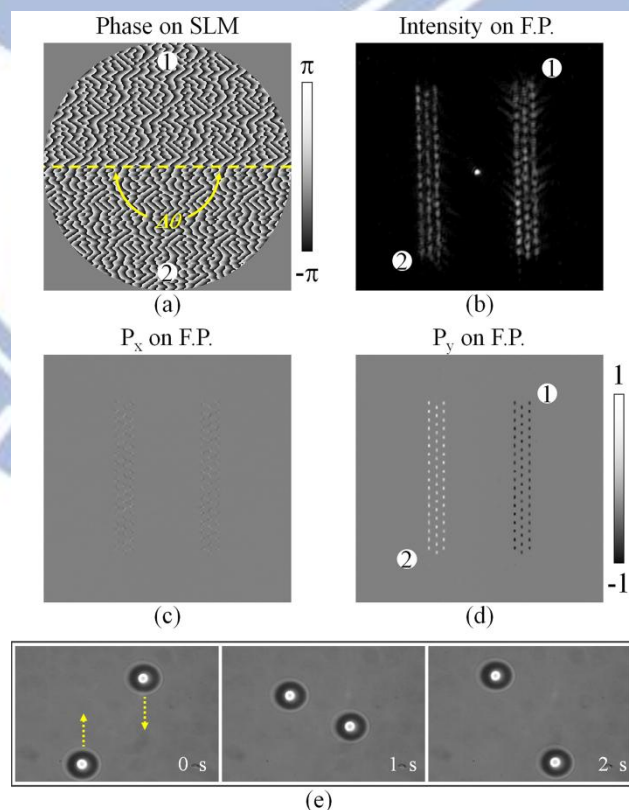


圖 12 粒子在兩個具相反方向之橫向動量的捕捉陣列中移動。

(a)為所需相位圖樣。(b)為相對應光強度分布。(c)與(d)分別為為歸一化後  $x$  方向與  $y$  方向橫向動量分布的模擬結果。(e)為兩個直徑為  $9\ \mu\text{m}$  大小的粒子在捕捉點陣列中移動的連續圖。

圖 13(a)是在不同的  $p_{total}$  與  $\Delta\theta$  下，粒子在捕捉陣列中  $y$  方向的平均移動速率。圖中實線是將實驗數據與函數  $V_{max} \sin(\Delta\theta/2)$  數值擬合的結果，其中  $V_{max}$  為自由參數。從圖中我們可以看出粒子的移動速度與(3-5)式所預測的橫向動量大小都正比於  $\sin(\Delta\theta/2)$ 。圖 13(b)是不同  $p_{total}$  下  $V_{max}$  的值，而圖中實線是線性數值擬合的結果。 $V_{max}$  代表固定入射光功率下的最大粒子移動速率，從(3-5)式我們知道  $V_{max}$  應該正比於入射光功率，但數值擬合的直線並未通過原點。粒子需要大約  $63.2\ \text{mW}$  的入射光功率才能被推動，我們猜測這可能是粒子與載玻片表面間的摩擦力所造成。

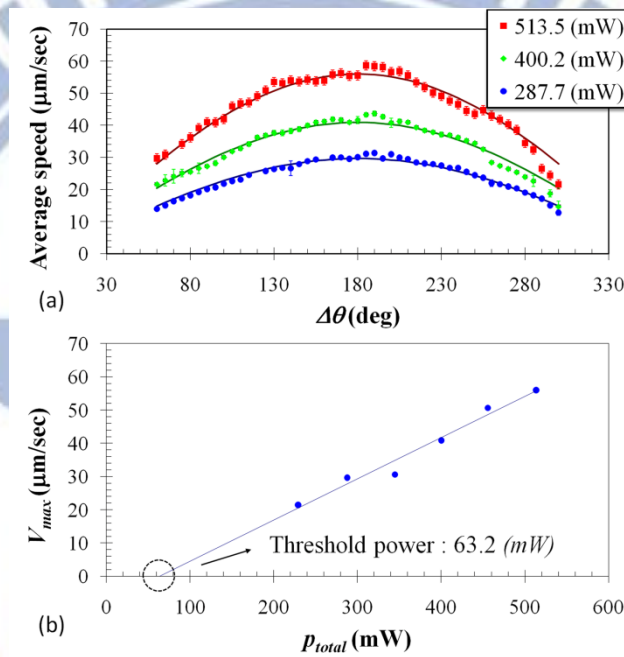


圖 13 在不同  $\Delta\theta$  與  $p_{total}$  下，直徑  $9\ \mu\text{m}$  粒子捕捉點陣列中  $y$  方向平均移動速率。

(a)是從  $\Delta\theta$  為  $60^\circ$  到  $300^\circ$  間的粒子平均移動速率。實線是對函數  $V_{max} \sin(\Delta\theta/2)$  做數值擬合的結果。(b)是不同的  $p_{total}$  下， $V_{max}$  的大小，其中直線是線性數值擬合的結果。直線沒通過座標原點表示至少需要  $63.2\ \text{mW}$  的入射光功率才克服粒子與載玻片間的摩擦力而移動粒子。

這種方法也可以用來讓粒子沿著更複雜路徑移動。圖 14(a)是產生心型路徑捕捉點陣列的相位圖樣。圖 14(b)則是對應的光強度分布。捕捉點的間距為  $2\ \mu\text{m}$  且捕捉點的橫向動量方向都是沿著心型路徑。圖 14(c)與圖 14(d)分別是為歸一化後  $x$  方向與  $y$  方向橫向動量分布的模擬結果。圖 14(e)直徑  $9\ \mu\text{m}$  粒子在心型路徑捕捉陣列中移動的連續圖。連續圖的時間間隔為 1 秒。圖中的白色三角形標示同一粒子在不同時刻的位置。從連續圖中我們可以看出粒子移動的方向與數值模擬的結果一致。

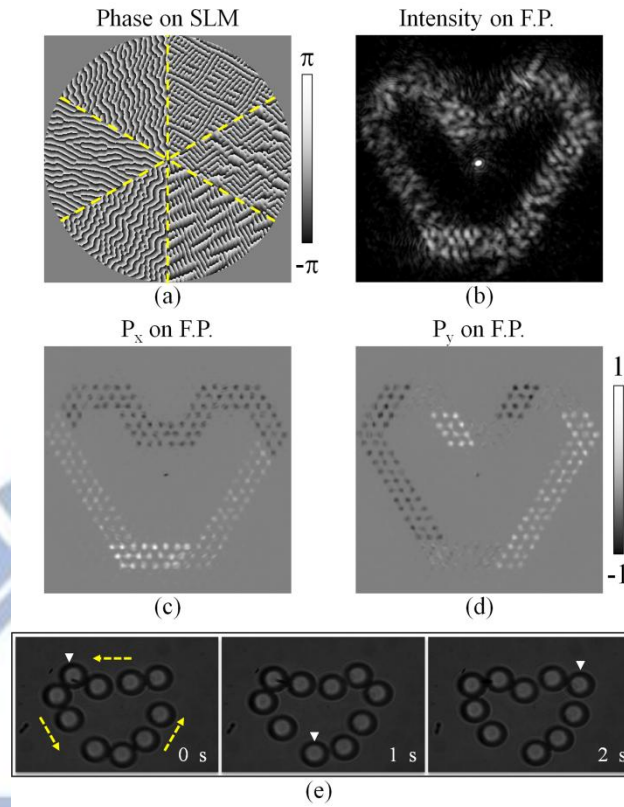


圖 14 粒子在一心型路徑的捕捉陣列中移動。

(a)為所需相位圖樣。(b)為相對應光強度分布。(c)與(d)分別為為歸一化後  $x$  方向與  $y$  方向橫向動量分布的模擬結果。(e)為粒子在捕捉點陣列中移動的連續圖，圖中的白色三角形標示同一粒子在不同時刻的位置。

除了將粒子沿著一封閉路徑移動，此方法還可用來清除樣品空間中的粒子。圖 15(a)是產生一正六角形捕捉陣列的相位圖樣。此相位圖樣分割成 6 個區域，每一區的相位圖樣產生一個捕捉點間距為  $2 \mu\text{m}$  的三角形捕捉陣列。每一個三角形捕捉陣列旁的數字代表產生該陣列的相位區域，如圖 15(b)所示。每一個三角形捕捉陣列的橫向動量皆從六角形陣列的中心指向外，如圖 15(c)與 15(d)所示。圖 15(e)為利用上述捕捉陣列清空直徑為  $0.5 \mu\text{m}$  粒子。在實驗的開始大部份的粒子是集中在畫面中間，隨著時間過去，捕捉陣列中的粒子因為獲得光場的橫向動量開始往外移動。在此實驗中，由於粒子的直徑小於捕捉點間的間距，粒子受到的淨橫向梯度力無法由不同捕捉點間的梯度力相消而降低。但由於直徑  $0.5 \mu\text{m}$  粒子的布朗運動(Brownian motion)很劇烈且粒子間的碰撞很頻繁，因此粒子可以藉由碰撞與布朗運動克服梯度力的捕捉並沿著橫向動量向外移動。由於利用布朗運動跳出捕捉點是隨機過程，因此需要較長的時間等待粒子脫離捕捉點而向外移動。所以當大部份的粒子皆移到捕捉陣列之外時，粒子間的碰撞次數變少，粒子在捕捉點間向外跳動只能靠粒子的布朗運動，因此粒子向捕捉陣列外移動的速率會下降。在實驗結束時，部分的粒子仍被捕捉在捕捉點陣列中。



藉由將每個三角形捕捉陣列的橫向動量反向，這個過程即可反轉成集中粒子。因此除了讓粒子沿著指定路徑移動外，藉由控制光場的橫向動量分布也可用來控制粒子局部濃度。

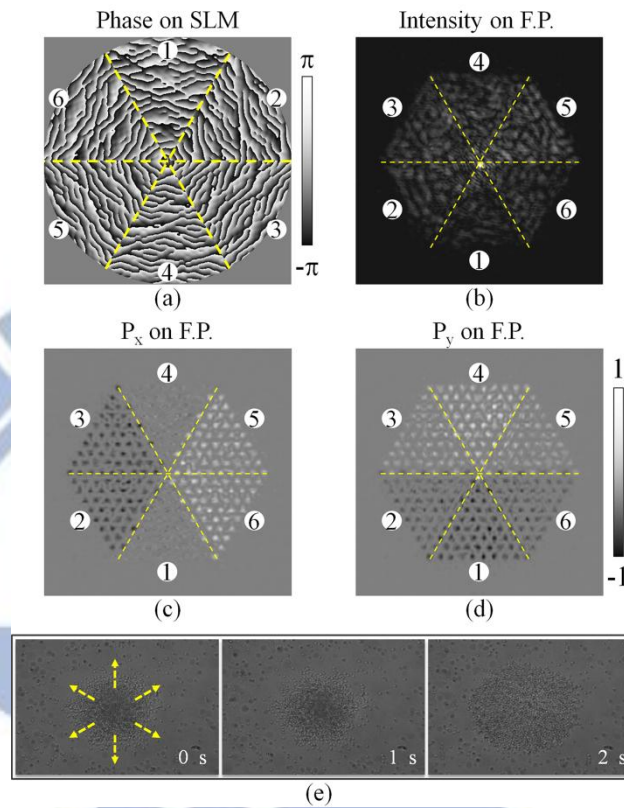


圖 15 利用具有橫向動量的捕捉陣列清空直徑為  $0.5 \mu\text{m}$  的粒子。

(a)為所需相位圖樣。(b)為相對應光強度分布。(c)與(d)分別為為歸一化後  $x$  方向與  $y$  方向橫向動量分布的模擬結果。(e)為粒子在捕捉點陣列中移動的連續圖。

## 第四章 使用者介面

雖然控制光場的橫向動量分布可以在不改變相位圖樣下移動微粒子，但粒子移動的路徑仍然是固定的。當面對突發狀況時，或是只是想隨意操控微粒子時，這種固定式的操控粒子的方式就會顯得不足。因此發展一套能提供使用者即時互動式的粒子操控系統就顯得重要。

但要利用 HOTs 產生捕捉點需要根據使用者所輸入的捕捉點的座標參數，透過前面所介紹的演算法，計算所需的相位圖樣，並輸入到 SLM 上。在這過程中所需的知識對其他領域的使用者而言是複雜與困難的。如果只是單純為了使用 HOTs 就必須具備上述的知識，則 HOTs 的功能與應用就會大大地被限制住。

因此，為方便使用者使用 HOTs 操控粒子，我們利用 LabVIEW (LabVIEW 8.5; National Instruments) 建立一套整合 即時樣品影像之顯示、使用者輸入資訊之接收與捕捉光點之控制 的圖形式使用者介面，讓使用者可以坐在電腦前，輕鬆的利用滑鼠點選，操控顯微鏡下微米尺度的粒子。在此介面中，使用者只需用滑鼠在圖形式使用者介面上，在想要產生捕捉點的位置上點選一下，介面程式即可自行計算所需的相位圖樣資訊，迅速產生捕捉點，捕捉與操控樣品。讓使用者能專注在實驗的進行上，而非系統的操作上。

### 4-1 以往的系統操作方式

在此介面程式建立之前，樣品的即時影像是由顯微鏡上的 CCD 擷取，直接顯示在獨立的螢幕上。當使用者想要捕捉顯微鏡下某一個目標物時，使用者必須先估計目標物在螢幕畫面中的座標，再轉換成相關參數並輸入 MATLAB (MATLAB 2008a; MathWorks) 計算出所需的相位分布。計算所得的相位分布再以圖片的形式顯示在 SLM 上，產生所需的捕捉點捕捉目標物，如圖 16 所示。

由於系統的操作過需要在不同的程式間切換，且相關參數必須手動輸入，因此當使用者完成整個過程後，目標物通常也不在原位置了。此外由於目標物的座標是以目測的方式決定，有時最後產生的捕捉點位置會不在預期的位置上，因此造成操作上的困擾。這些複雜的操作步驟不僅會造成系統使用上的不便，同時也讓使用者無法專注於實驗本身。

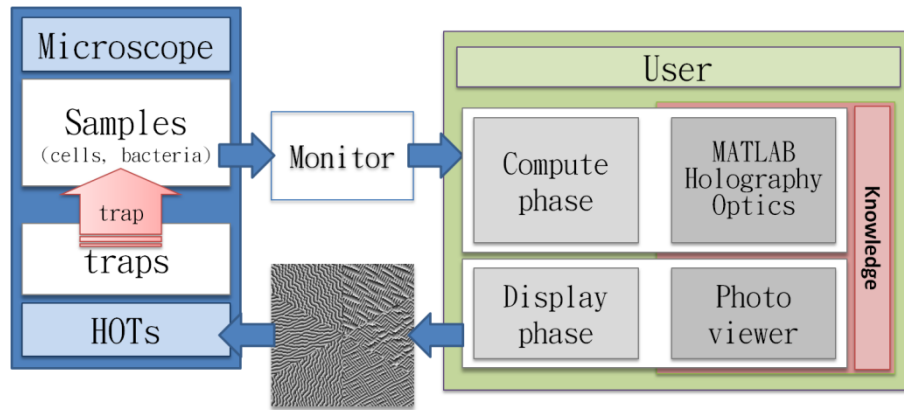


圖 16 介面程式發展前系統操作流程圖。

在介面程式發展前，系統使用者除了需要具備相關專業知識外，還需要負擔大多數的系統操作工作，如判斷目標位置、決定捕捉點位置、相位計算、相位顯示等工作，造成系統使用上的不便。

#### 4-2 介面程式的特點

為了讓任何的使用者，在經過簡單的使用說明後，即可輕鬆使用全像光學鑷夾系統操控顯微鏡下的微粒子。我們需要建立一套整合即時樣品影像之顯示、使用者輸入資訊之接收與捕捉光點之控制的圖形式使用者介面。

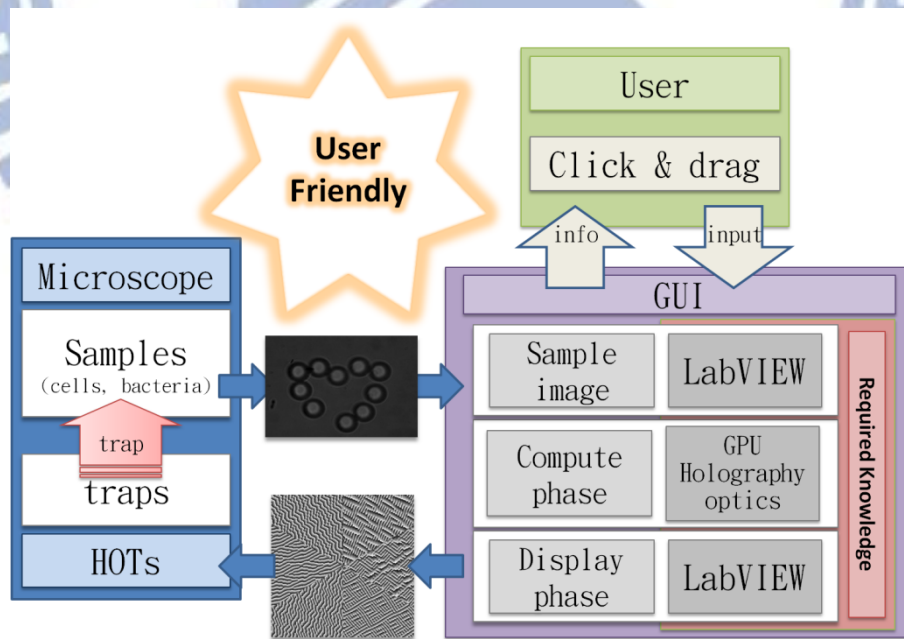


圖 17 介面程式發展後系統操作流程圖。

在介面程式發展後，介面程式負擔大多數的系統操作工作，如相位計算、相位顯示等工作。使用者只需在樣品即時影像上，以滑鼠游標指定捕捉點位置，即可利用系統操控微粒子。

在此介面程式中，顯微鏡中樣品的即時影像會顯示在介面程式上。使用者利用滑鼠游標在樣品影像上直接點選，藉此產生、刪除或移動捕捉點。介面程式會根據使用者所輸入的資訊，計算所需的相位分布，並將所計算的結果顯示在 SLM 上以更新捕捉點，如圖 17 所示。如此使用者只需利用滑鼠點選，即可操控顯微鏡下的物體，即使是非相關領域的人也能輕鬆使用。

### 4-3 介面程式的考量與架構

在設計介面程式時，主要有下列幾項因素需要考量：

#### 相位圖樣運算速度：

HOTs 要控制捕捉點的產生、移動都需要計算所需的相位圖樣。若要讓使用者即時操控微粒子，則相位圖樣的計算至少要達到每秒 10 張左右。但計算相位圖樣時會涉及到許多複數陣列(complex number array)的相乘與疊代，因此目前個人電腦的中央處理器(central processing unit CPU)運算速度是無法滿足這樣的運算需求，通常 CPU 的計算速度大約只有每秒兩三張左右(CPU：Intel® Core™2 Quad Q9550 2.83 GHz, RAM：4GB, MATLAB 2008a)。近年來，由於電腦 3D 遊戲的盛行，推動了電腦顯示卡(graphic processing unit GPU)運算效能的發展，讓 GPU 可以提供較 CPU 強大的平行運算效能[54]。圖 18 是不同的演算法利用 GPU(GeForce GTX 275; NVIDIA) 計算相位圖相對於利用 CPU(Core 2 Quad Q9550; Intel)計算相位圖的加速。圖中的橫軸為相位圖樣的大小，縱軸是運算速度的加速。利用 GPU 計算相位圖樣至少可以提供約 60 倍的加速。

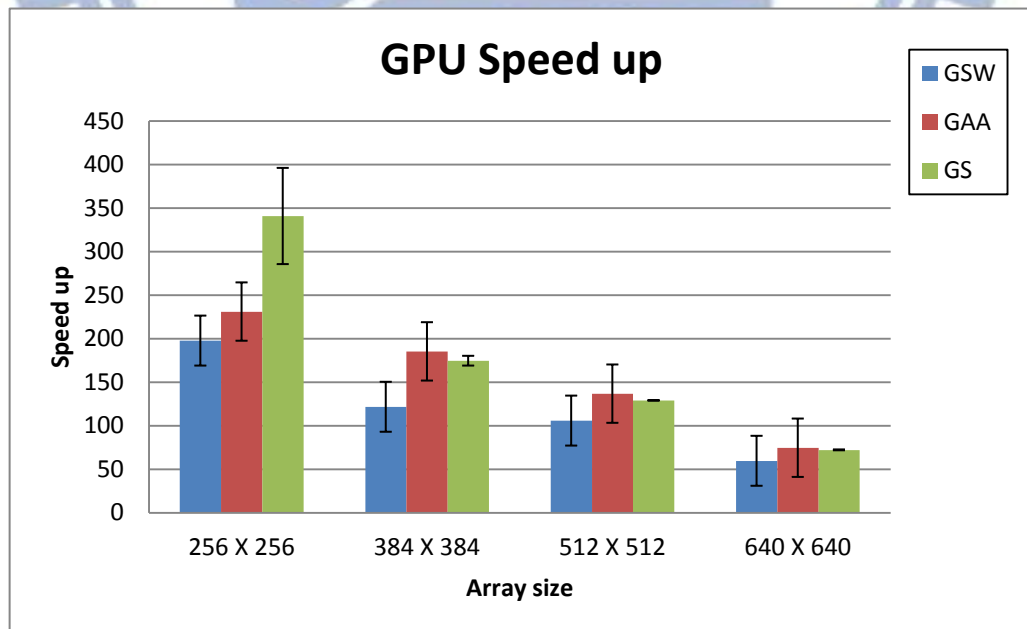


圖 18 利用 GPU 計算相位圖樣相對於利用 CPU 計算相位圖樣的加速。

**樣品影像顯示、相位圖樣運算的不同步:**

在顯示樣品的影像時，通常影像的更新速率最慢是每秒 15 張。利用 GPU 計算相位圖樣雖然較利用 CPU 計算快速，但是當捕捉點的數量增加時，計算相位圖樣所需的時間也會增加，造成相位圖樣計算速率低於每秒 15 張。為了避免樣品影像的顯示被相位圖樣的計算所拖累，我們將這兩項工作分別置於不同的迴圈中。同時，由於介面程式需要快速、連續的接收使用者的輸入資訊與顯示捕捉點的資訊，我們將使用者的輸入資訊接收置於另一獨立迴圈中。此外，介面程式需要將相位圖樣顯示於 SLM 上，而所顯示的相位圖樣除了即時計算外，還可以選擇讀取先前所儲存的檔案，因此相位圖樣顯示的工作又另置於一迴圈中。因此介面程式的基本架構為四個獨立迴圈，每一個迴圈所負責的工作分別為：相位圖樣的計算、樣品影像的顯示、使用者輸入資訊的處理與相位圖樣的顯示。

**電腦資源有效利用:**

由於相位分布的計算需要很大的運算量，如果介面程式一直不斷的在計算相位分布，將容易造成介面程式其他部分的資源不足，拖慢樣品影像更新速度，或是造成程式反應遲滯等現象。為降低電腦運算資源的浪費，相位圖樣只在使用者更新捕捉點時才會進行計算。此外，目前電腦的中央處理器皆具有多核心，可以同時執行多執行緒(thread)，因此將介面程式主要工作分散於四個獨立迴圈中除了可以讓各迴圈中的工作不互相影響外，也能充分利用電腦 CPU 多核心的功能。

**視窗作業系統式的滑鼠操作模式:**

由於樣品的影像中看不到捕捉光點的位置，為了讓使用者知道捕捉點的位置與性質，介面程式必須在樣品的影像中捕捉點的位置上標示記號。同時我們希望任何的使用者，在經過簡單的使用說明後，都能使用此程式，因此我們需要將捕捉點記號的操作模式盡量貼近視窗作業系統下滑鼠點選物件的操作模式。使用者可以用滑鼠選取、產生、改變捕捉點記號。

**群組操控模式:**

在利用 HOTS 操控粒子時，HOTS 對於粒子的移動是藉由更新捕捉點的空間位置，而捕捉點位置的控制則是利用滑鼠游標拖曳捕捉點達成。但由於介面中的滑鼠游標只有一個，若是要將數個被捕捉的物體旋轉、等比例放大或是縮小，就需要先根據所需的動作計算運動後的捕捉點位置，變更所有捕捉點的位置，因此造成操作上的麻煩。為了簡化操作，我們在介面程式中設計了群組操控模式。在群組操作模式下，我們建立了所選取的捕捉點對  $x$ 、 $y$  與  $z$  軸的轉動與等比例放大與縮小等動作。使用者可以簡單利用這些群組操控模式，同時操控多個被捕捉的物體。

## 4-4 介面程式的外觀

圖 19 是目前介面程式外觀。在圖中，紅色實線所包圍的部分為顯微鏡下樣品的即時影像。使用者可以直接利用滑鼠游標在樣品的即時影像上點選，選擇產生捕捉點的位置或是指定已捕捉到的物體要移動的目的地。由於系統中的雷射光點已被濾光片擋住，在樣品的即時影像中並無法看見捕捉點的位置，因此我們在介面程式的即時影像上，加入一些圓圈，標示捕捉點位置，並在圓圈的周圍標示捕捉點的性質，如深度、強度等。為了區分已存在的捕捉點與將會產生的捕捉點，我們以不同顏色的圓圈標示不同狀態的捕捉點，如灰色的圓圈標示尚未存在的捕捉點、深綠色圓圈標示正在計算的捕捉點、綠色圓圈標示為已存在的捕捉點、紅色圓圈標示目前存在但即將被刪除的捕捉點。此外程式再以圓圈的填滿與否表示目前捕捉點的選取與否。圖中藍色虛線所包圍的部分是介面的控制按鈕，負責功能的切換，捕捉點的產生與捕捉點性質的改變等。

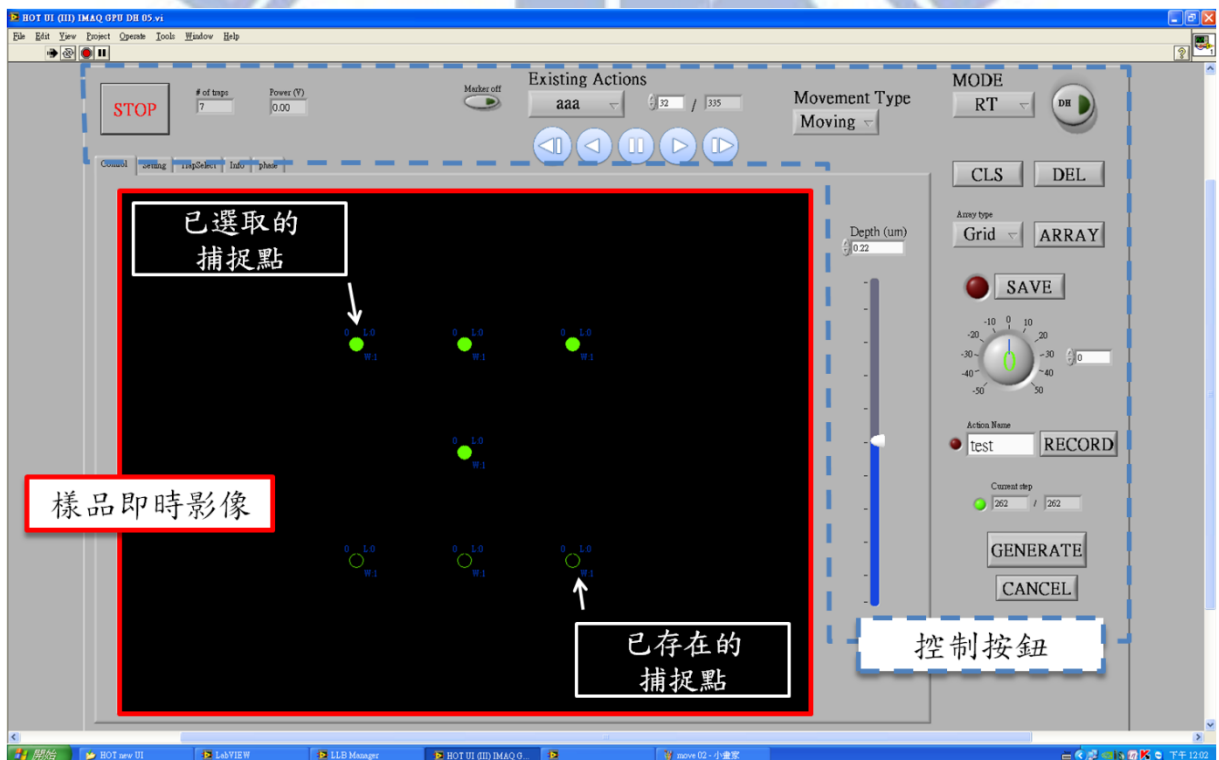


圖 19 介面程式的外觀。

紅色部分所顯示的是樣品的即時影像，影像中綠色圓圈是目前已存在的捕捉點位置，實心的圓圈則是目前被選取的捕捉點。藍色虛線所包圍的部分是介面程式的控制按鈕，負責功能切換。

圖 20 為介面程式的控制按鈕說明。圖中(A)為程式停止鍵，負責程式的停止。(B)為系統捕捉點資訊，包含目前系統捕捉點數量與入射雷射光功率。(C)是捕捉點標記顯示控制鈕，可以控制捕捉點標記的開閉。(D)為程式在撥放模式(Play)下的控制鍵。Existing Actions 選擇先前記錄下的動作，其下方的播放鍵從左到右分別為後退一步、反向播放、

暫停、正向播放與向前一步。右上方顯示的數字分別為目前的步驟編號與該動作的總步驟數目。(E)是程式在即時模式(RT)下,捕捉點的群組操控。群組操控包含移動(Moving)、對水平軸轉動(R-X Axis)、對垂直軸轉動(R-Y Axis)、對系統光軸轉動(R-Z Axis)與縮小放大(Scaling)。(F)為系統模式的選擇鍵。系統模式包括即時模式(RT),計畫模式(Plan)與播放模式(Play)。在即時模式下,程式會根據使用者的輸入訊息,即時改變捕捉點性質。在計畫模式中,捕捉點的性質是在使用者按下圖 20(L)中的 GENERATE 後才更新。在撥放模式中,程式會撥放先前紀錄下的捕捉點。(G)為捕捉點刪除鍵,其中 Del 負責刪除捕捉點,Cls 負責清除所有未存在的捕捉點。(H)為產生預設的捕捉點陣列鍵,陣列的形式可以由 Array type 選擇,如陣列(grid)、環型(circle)與等間距陣列(Hex)。按下 ARRAY 鍵後即可產生捕捉點陣列。(I)為資訊儲存鍵。按下此鍵後程式會記錄下當時的捕捉點位置、樣品影像與相位分布。(J)設定光漩渦中的  $L$ 。當  $L$  不為零時,捕捉點即變成一環型強度分布的光漩渦。(K)為捕捉點動作記錄設定控制按鈕。左側的 Action Name 設定即將紀錄的動作名稱,當此鍵按下時,每當捕捉點更新時,介面程式會記錄下新的相位分布圖。(L)中的 GENERATE 為計畫模式下捕捉點更新鍵,負責啟動相位運算,更新與移動捕捉點。CANCEL 為取消捕捉點的移動。Current step 顯示目前已走步數,其後的數字為移動的總步數。(M)為捕捉點深度設定。

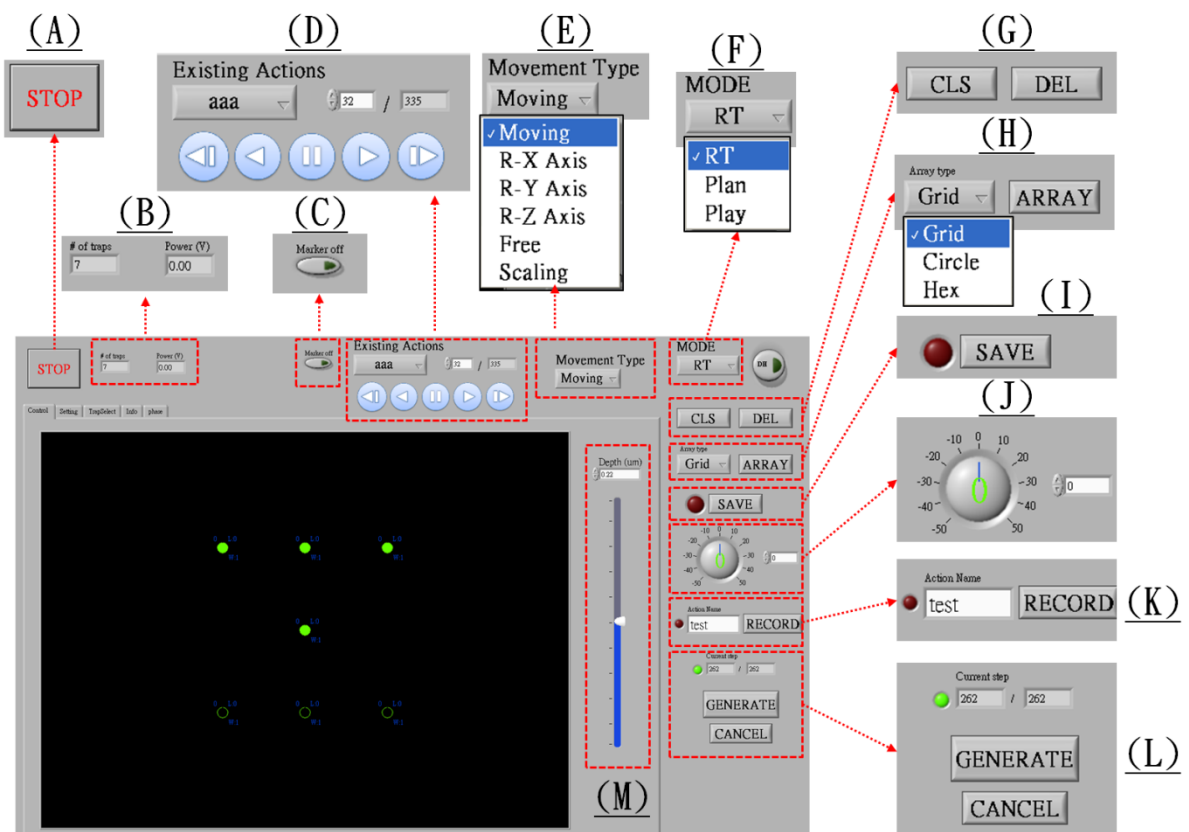


圖 20 介面程式的控制按鈕。

(A)程式停止鍵。(B)系統捕捉點數量與入射雷射光功率。(C)捕捉點標記顯示鍵。(D)撥放模式控制鍵。

Existing Actions 選擇先前動作記錄，其下方為播放控制鍵。右上方顯示數字為目前的步驟編號與該動作的總步驟數目。(E)即時模式下捕捉點的群組操控。Moving 為移動捕捉點。R-X Axis 為水平軸轉動。R-Y Axis 為對垂直軸轉動。R-Z Axis 為對系統光軸轉動。Scaling 為縮小與放大。(F)為系統模式的選擇鍵。RT 為即時模式，Plan 為計畫模式，Play 為播放模式。(G)捕捉點刪除鍵。DEL 刪除捕捉點，CLS 清除所有未存在的捕捉點。(H)產生預設的捕捉點陣列鍵。Array type 選擇陣列的形式，如陣列(grid)、環型(circle)與等間距陣列(Hex)。ARRAY 產生捕捉點陣列。(I)為資訊儲存鍵。(J)設定光漩渦中的 L。(K)為捕捉點動作記錄設定控制按鈕。Action Name 設定即將紀錄的動作名稱。(L) GENERATE 為計畫模式下捕捉點更新鍵，負責啟動相位運算，更新與移動捕捉點。CANCEL 為取消捕捉點的移動。Current step 顯示目前已走步數，其後的數字為移動的總步數。(M)為捕捉點深度設定。

### 4-5 介面程式的操作說明

#### 捕捉點的產生

在即時模式中捕捉點的產生有兩種方法，一是在即時樣品影像上，用滑鼠游標在需要產生捕捉的位置上 double click，此時系統即會在該位置上產生所需的捕捉點。另一個方式是利用捕捉點陣列產生鍵，圖 20(H)。首先利用 Array type 選擇捕捉點陣列型式，再按下 ARRAY，此時捕捉點陣列即在系統中產生。

#### 捕捉點的選取

捕捉點的選取有兩種方法，一是用滑鼠游標在欲選取的捕捉點上點選，當原本空心的圓圈變成實心後，該捕捉點即被選取。另一種選取方式則是利用滑鼠游標圈選。利用滑鼠游標在即時影像的適當位置上，按下左鍵不放，接著再移動滑鼠游標，此時即時影像上會出現一個虛線方形框框，當放開滑鼠左鍵時，在此框框中的捕捉點皆會被選取。

#### 捕捉點的刪除

首先選取欲刪除的捕捉點，接著再按下圖 20(G)中的 DEL 鍵或按下鍵盤上的 Delete 鍵。若選取的捕捉點的圓圈為綠色時，捕捉點會由綠色變成紅色，而當系統中的捕捉點消失時紅色的圓圈即會消失。若選取的捕捉點的圓圈為灰色時，灰色的圓圈在按下 Del 後會立即消失。若要刪除即時影像上所有未產生的捕捉點(灰色圓圈)，按下 CLS 即可。

#### 捕捉點性質的改變

首先選取欲改變性質的捕捉點，接著再藉由圖 20(M)改變捕捉點的深度，或藉由圖 20(J)將捕捉點轉換成光漩渦。

#### 捕捉點的移動

首先在圖 20(F)中選擇系統模式為 RT。先利用滑鼠游標選取要移動的捕捉點後，直接拖移捕捉光點至目的地。



### 捕捉點旋轉

首先在圖 20(F)中選擇系統模式為 RT。圈選欲轉動的捕捉點，接著選取圖 20(E)中的 Movement Type，選擇需要的轉動後，如 R-X Axis、R-Y Axis 或 R-Z Axis，再利用滑鼠游標點選任一個已經選擇的捕捉點並拖曳。在此動作中，系統會以所有已經選取的捕捉點的平均位置為座標中心，並將選取的捕捉點對此座標中心做轉動。轉動的角度是以被拖曳的捕捉點的初始位置相對於座標中心的向量與拖曳後滑鼠游標相對於座標中心的向量間的夾角決定。如此只要將滑鼠游標對座標中心拖曳並繞一圈後，即可根據所選取的轉動軸，相對於座標中心，將所選取的捕捉點旋轉一圈。

### 捕捉點放大縮小

首先在圖 20(F)中選擇系統模式為 RT。圈選欲放大或縮小的捕捉點，接著再選取圖 20(E)中的 Movement Type，選擇 Scaling，再利用滑鼠游標點選任一個已經選擇的捕捉點並向外或向內拖曳。在此動作中，系統會以所有被選取的捕捉點的平均位置為座標中心，並將所有選取的捕捉點相對於以此中心的位置向量做相同比例放大或縮小。放大或縮小的比例是由被拖曳的捕捉點的初始位置相對於以此座標中心的向量大小與拖曳後滑鼠游標相對於座標中心的向量大小間的比例決定。如此只要將滑鼠游標向遠離座標中心方向拖曳即可將捕捉點的間距等比例放大，反之則可縮小。

### 捕捉點動作紀錄

首先在圖 20(K)中的 Action Name 輸入要記錄動作的名稱，接著按下 RECORD 即可。此時介面程式會記錄下每一個新計算的相位分布。當再按一下 RECORD 後，系統即停止紀錄。

### 捕捉點動作播放

首先在圖 20(F)中選擇系統模式為 Play。接著再選取圖 20(D)中的 Existing Actions，選擇要讀取的動作名稱，此時介面系統會讀取先前已記錄的相位分布。藉由下方的播放控制鈕即可控制動作的進行。

## 4-6 介面程式的功能展示

### 捕捉點的 y 軸旋轉

圖 21 為利用介面程式將捕捉樣品對 y 軸旋轉的連續圖。樣品影像中的圓形粒子是酵母菌細胞。在實驗的一開始，系統中已捕捉數個酵母菌，視野中下方的五個酵母菌是即將要旋轉的樣品。四個酵母排列成一方形，而剩下的酵母菌位於此方形的中央，並且中央酵母菌的所在平面較其他四個酵母菌接近物鏡。在動作的開始先選取欲旋轉的樣品，再選擇程式中 Movement Type 中的 R-Y Axis，如圖 21(1)所示。接著再用滑鼠游標點選一

個已被選取的捕捉點，並繞著捕捉點平均位置逆時針拖曳，如圖 21(2)所示，其中虛線圓形中為滑鼠游標的位置。當滑鼠游標開始拖曳時，被捕捉的酵母菌即開始對  $y$  軸旋轉，當樣品旋轉時，除了樣品的  $x$ - $y$  位置改變外，樣品所在的深度也會改變，因此樣品影像的外觀也會改變，如圖 21(3)(4) 所示。

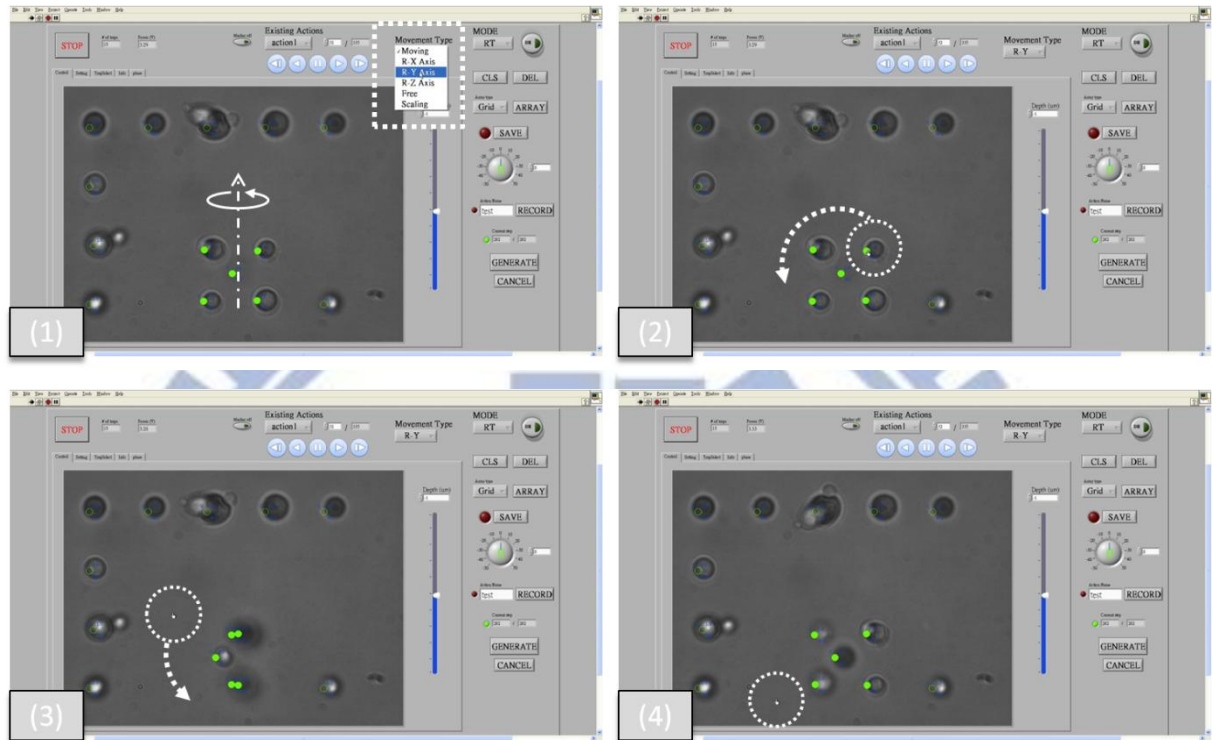


圖 21 介面程式群組操作， $y$  軸旋轉連續圖。

### 捕捉點的 $z$ 軸旋轉

圖 22 為利用介面程式將捕捉樣品對  $z$  軸旋轉的連續圖。樣品影像中的圓形粒子是酵母菌細胞。在實驗的一開始，系統中已捕捉數個酵母菌，其中視野中間的 9 個酵母菌是即將要旋轉的樣品，如圖 22(1)虛線方形內的樣品。在動作的開始先選取欲旋轉的樣品，再選擇程式中 Movement Type 中的 R-Z Axis，如圖 22(2)所示。接著再用滑鼠游標點選一個已被選取的捕捉點，並繞著捕捉點平均位置逆時針拖曳，如圖 22(3)所示，其中虛線圓形中為滑鼠游標的位置。當滑鼠游標開始拖曳時，被捕捉的酵母菌即開始對  $z$  軸旋轉，如圖 22(4) 所示。

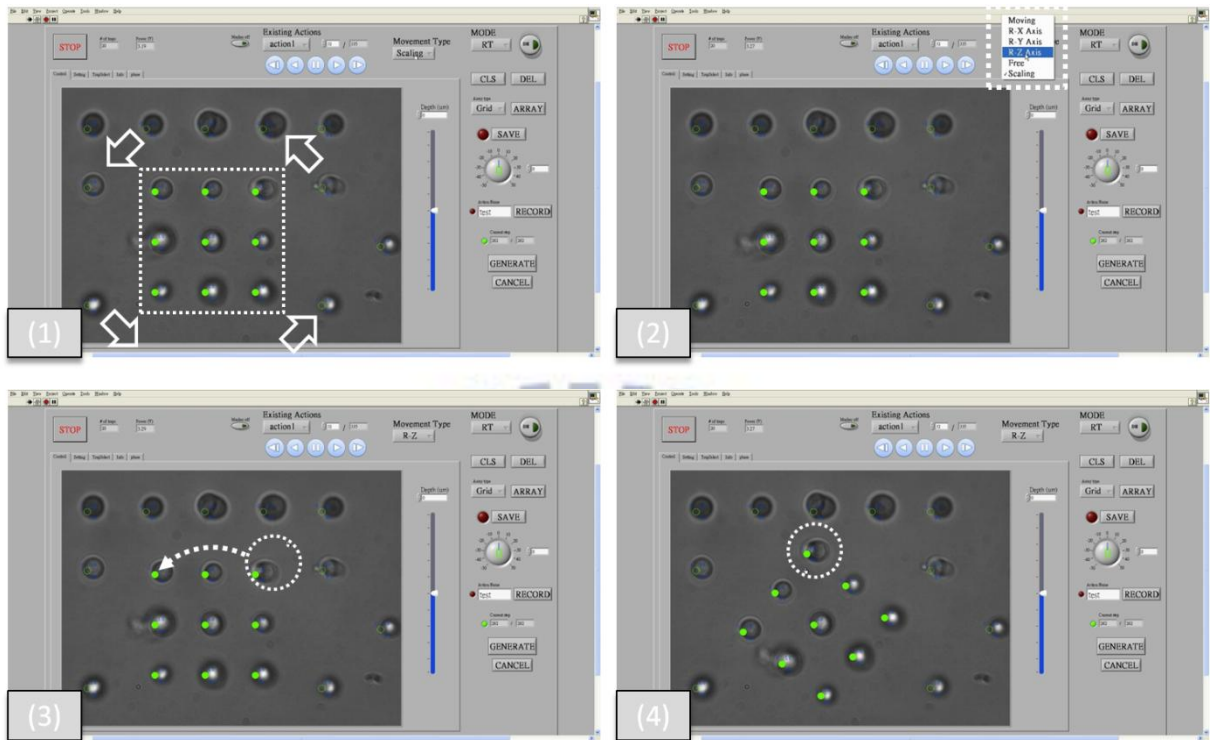
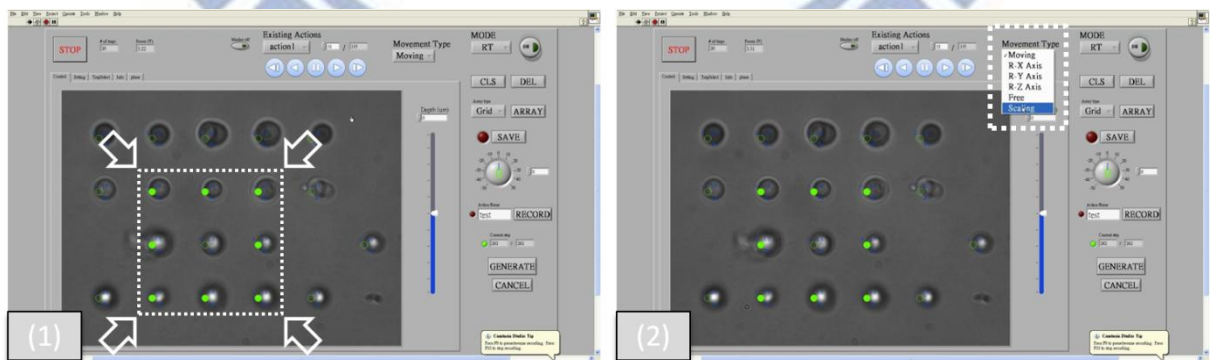


圖 22 介面程式群組操作，z 軸旋轉連續圖。

### 捕捉點的等比例縮小

圖 23 為利用介面程式將捕捉樣品間距等比例縮小的連續圖。樣品是酵母菌。在實驗的一開始，系統中已捕捉數個酵母菌，其中視野中間的 9 個酵母菌是即將要縮短間距的樣品，如圖 23(1)虛線方形內的樣品。在動作的開始先選取欲縮小間距的樣品，再選擇程式中 Movement Type 中的 Scaling，如圖 23(2)所示。接著再用滑鼠游標點選一個已被選取的捕捉點，向捕捉點的平均位置拖曳，如圖 23(3)所示，其中虛線圓形中為滑鼠游標的位置。當滑鼠游標開始拖曳時，被捕捉的酵母菌的間距即開始變小，如圖 23(4) 所示。



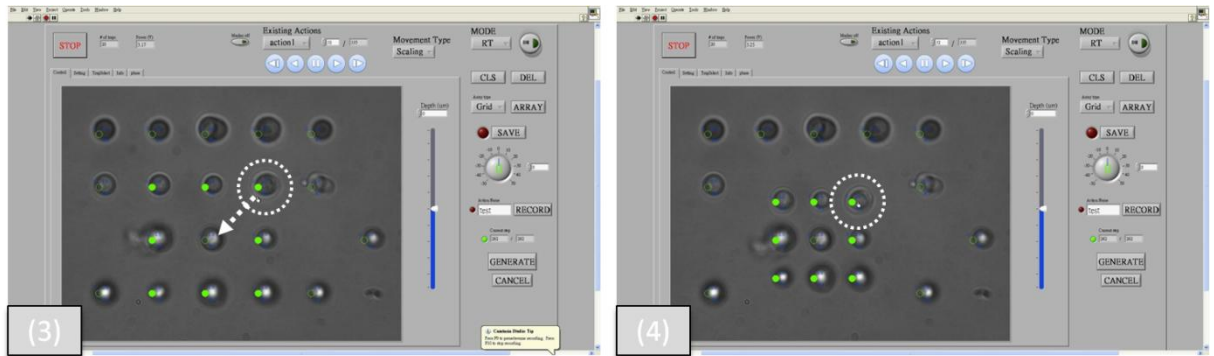
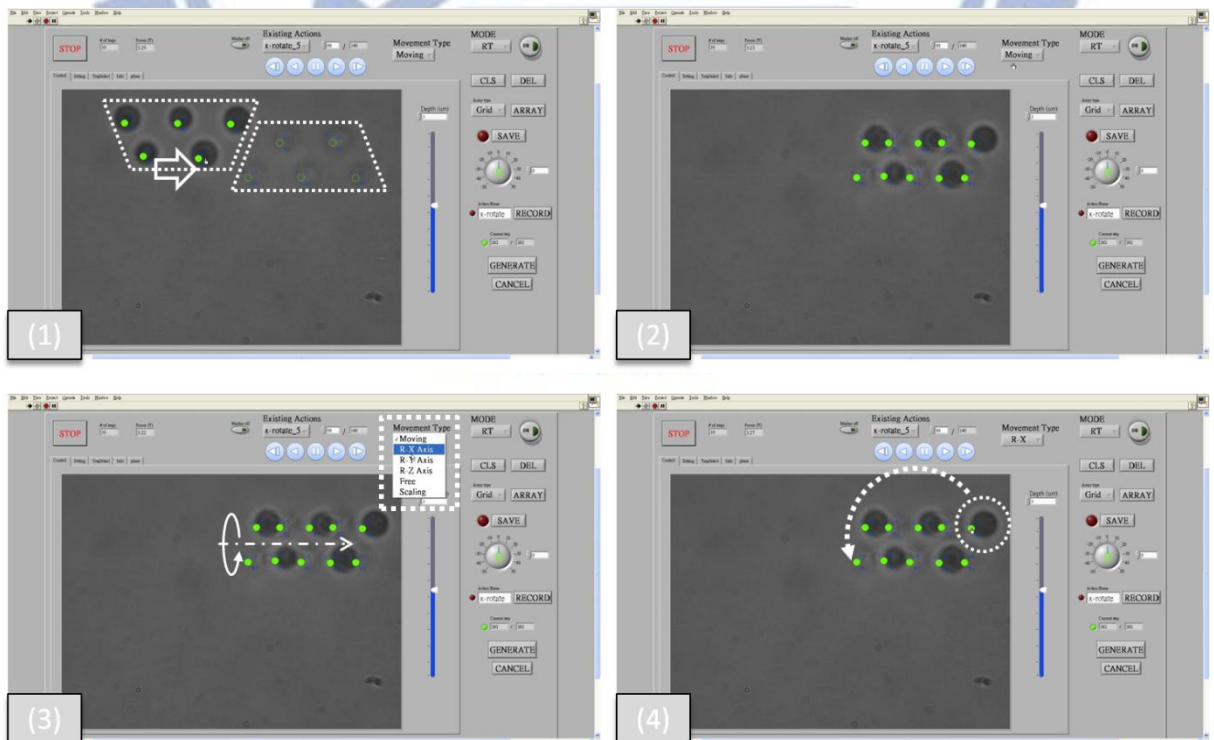


圖 23 介面程式群組操作，捕捉點間距等比例縮小連續圖。

### 樣品的組合、轉動與拆解

圖 24 為利用介面程式將 10 個酵母菌先組合成一個三維結構，並將此結構對  $x$  軸轉動一圈後，再拆解回二維結構的連續圖。在實驗開始前系統已捕捉住 10 個酵母菌，其中左側的 5 個酵母菌位於較遠離物鏡的平面，而右側的 5 個酵母菌位於較接近物鏡的平面。由於樣品所在的深度不同，樣品影像的外觀不同，如圖 24(1)所示。圖中同一個虛線梯形內的樣品位於相同深度。在實驗的開始，左側的 5 個酵母菌先被移動到右側，並與原本位於右側的酵母菌重疊，如圖 24(2)所示。重疊後，選擇系統 Movement Type 為 R-X Axis，將重疊起來的酵母菌對  $x$  軸轉動一圈，如圖 24(3)~(6)所示。當旋轉完後選擇系統 Movement Type 為 Moving 將原本位於左側的 5 個酵母菌移回左側，如圖 24(7)(8)所示。當酵母菌移回左側後，選擇右側的 5 個酵母菌並將其捕捉點的深度移回焦平面上，如圖 24(9)(10)所示。接著，左側 5 個酵母菌的深度也移回焦平面，如圖 24(11)(12)所示。



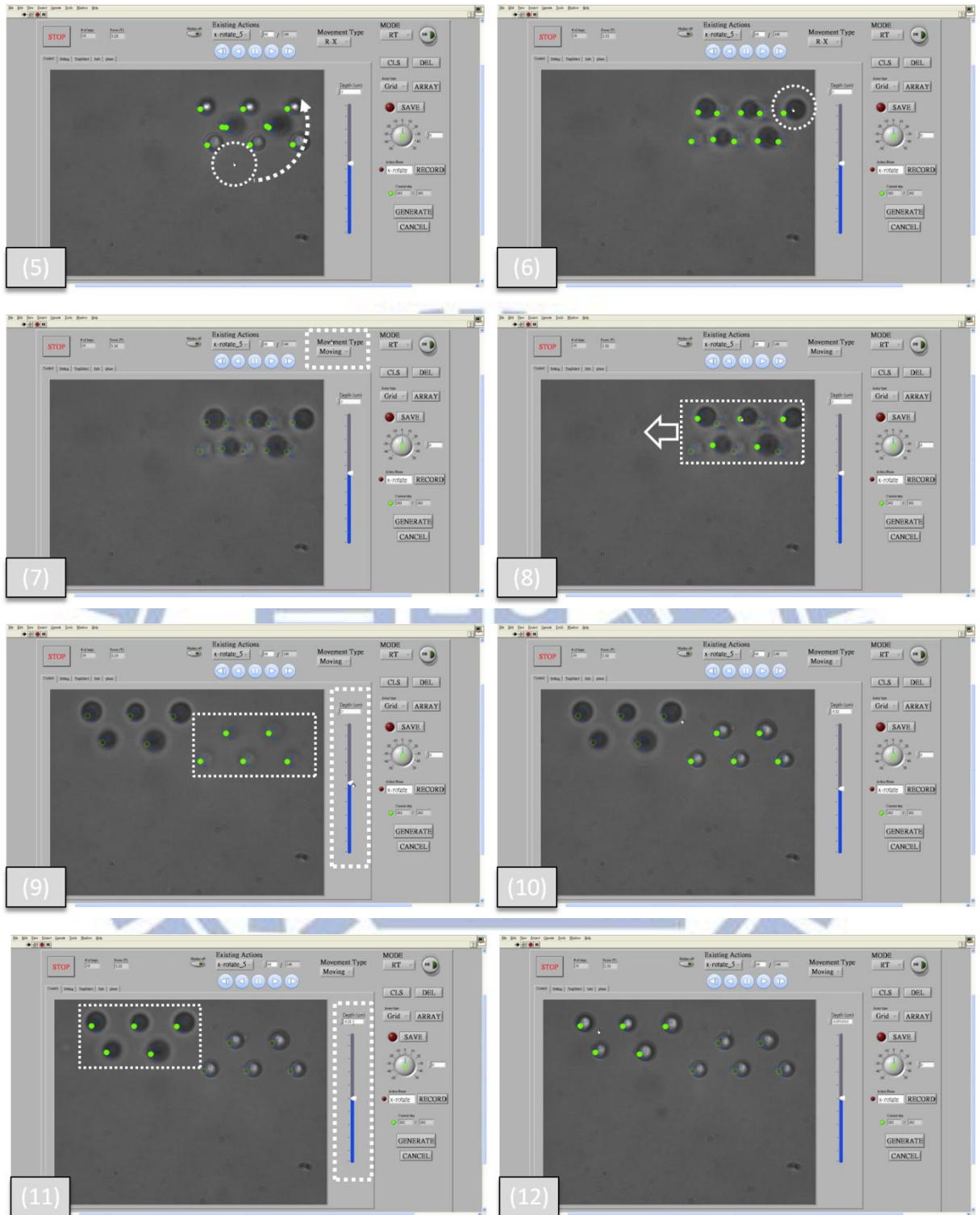


圖 24 介面程式操作連續圖，樣品的組合、轉動與拆解。

## 4-7 介面程式規格

## 軟體架構

使用者介面	LabVIEW 8.5。
相位運算	C 語言，CUDA(Compute Unified Device Architecture; NVIDIA) [54]。

## 電腦系統需求

中央處理器	四核心，Intel® Core™2 Quad Q9550 2.83 GHz 以上。
顯示卡	GeForce GTX 275 以上。
記憶體	4 GB。
作業系統	Windows XP (32 bit) 或 Windows 7 (32 bit)。
CUDA Toolkit	CUDA Toolkit 3.2 (32 bit)。
影像輸入介面	GigE 或 IEEE 1394 (FireWire)。

## HOTs 系統需求

SLM 輸入介面	DVI 或 VGA。
SLM 解析度	600 X 600 個像素以上。
SLM 更新頻率	60 Hz 以上。
雷射光功率	5 W 以上。

## 功能

同時捕捉、排列與操控 200 個以下大小為數十微米( $\mu\text{m}$ )到數十奈米(nm) 的微粒子。

## 第五章 結論與展望

### 5-1 結論

由於利用 HOTs 操控粒子需要牽涉到相關的理論、演算法且需要龐大的數值計算，因此限制了 HOTs 的功能與應用。在本論文中我們發展了兩種方式來達成擴展 HOTs 操控微粒子運動的能力。一種是控制光場橫向動量(散射力)，利用光場橫向動量的傳遞與梯度力的捕捉力，在固定的相位圖樣下，讓粒子自行沿著設定的路徑移動。另一種方式是建立一套整合即時樣品影像之顯示、使用者輸入資訊之接收與捕捉光點之控制的圖形式使用者介面。

在控制光場橫向動量部分。我們從研究產生 OV 的相位圖樣與 OV 間的光強度對應關係，推測 OV 轉動粒子能力的起源是由斜向入射光造成。基於這個概念，我們利用幾何光學分析 HOTs 中光場的橫向動量分布，發現只要將相位圖樣顯示在 SLM 上的某個方位角區域中，HOTs 所產生的光場橫向動量的方向是由該方位角區域的中心角度  $\theta_0$  決定，並且是沿著  $-\cos(\theta_0)\mathbf{x} + \sin(\theta_0)\mathbf{y}$ ，而橫向動量的大小是正比於入射光的功率、光場強度分布與  $\sin(\Delta\theta)$ ，其中  $\Delta\theta$  是方位角區域的範圍大小。光場橫向動量分布的控制因此可以分為兩部分，一是調整方位角範圍的大小使其小於  $360^\circ$ ，並調整其中心角度以控制橫向動量的方向。另一部分則是利用 2-3 節中所介紹的 GS、GAA 或 GSW 等方法計算產生所需強度分布的相位圖樣，並將之顯示在上述方位角範圍內。同時，我們也展示利用此方法產生具有橫向動量分布的光場，讓微粒子自行沿著設計好的路徑移動與控制粒子局部濃度。

在另一方面，為彌補在固定相位圖樣下光場對粒子的操控無法處理突發狀況，或是讓使用者即時任意地操控粒子。我們發展了一套整合即時樣品影像之顯示、使用者輸入資訊之接收與捕捉光點之控制的圖形式使用者介面。在操控粒子時，此介面程式負擔大部分的系統操作工作，如相位計算、相位顯示等工作。使用者只需在樣品即時影像上，以滑鼠游標指定捕捉點位置，即可輕鬆地捕捉、搬運與旋轉粒子。讓一般不具備相關知識的人也可以輕鬆容易地使用。

### 5-2 展望

#### 5-2-1 光場橫向動量控制

當初研究光場橫向動控制的主要原因是相位圖樣的計算速度太慢，無法讓使用者即時的操控粒子，因此才開始研究如何讓粒子在固定相位圖樣所產生的光場移動粒子。當初的想像是如果粒子可以自行沿著指定路徑移動，再加上利用光場分離不同性質粒子的技術

[55-58]，如此只要有雷射光的照射，粒子就會根據大小或折射率移動到指定的地方。由於所需的相位圖樣是固定的，我們可以將所需的相位圖樣製作成便宜且可以大量製造繞射元件(diffractive optical element DOE)。只要在一般的顯微鏡中加入一道雷射與設計好的 DOE，顯微鏡下的物品即可自動進行分離[59]。目前的方法已經可以控制粒子的移動路徑，未來研究目標就剩下如何結合粒子分離的技術達成自動粒子分離。

此外，近年來光場動量分布的控制已經由二維平面擴展到三維立體空間，亦即控制光場在空間中某區域內的強度與傳播方向。這些進展除了進一步擴展光場操控粒子的能力[60, 61]外，藉由控制光場在空間中的傳播，也提供了新的粒子追蹤的技術，增進螢光顯微鏡的解析度[62-64]。

### 5-2-2 使用者介面

由於 HOTs 操作的複雜性，除了我們實驗室外也有許多實驗室紛紛發展 HOTs 的使用者介面[47, 65]。近年來由於觸控介面的盛行，如 iPhone、iPad 等，也有研究者開發觸控式的 HOTs 介面[66]或是利用 iPad 當成 HOTs 的介面[67]，提供使用者更直覺的操控。

在未來，由於 GPU 的運算能力會繼續再增加，相位圖樣的運算量已不會造成 GPU 太大的負擔，因此多出來的 GPU 運算能力可以用來強化樣品影像或是提供三維粒子分布的影像[68, 69]。HOTs 可以三維操控維粒子，但所使用物鏡的數值孔徑大造成樣品景深淺，因此離開焦平面的粒子就會看不清楚，而數位全息術(digital holography)[70, 71]則可改善這個缺點，提供樣品在任意平面上的粒子影像。此種技術可以還原光場的相位分布，可以用於量測顯微鏡下細胞的相位變化[72]，並且能與現有的影像加強技術結合[73]，如相位對比(phase contrast PC)[37]、差分相位對比(differential interference contrast DIC)、暗視場(dark field)或螺旋相位對比(spiral phase contrast SPC)[74, 75]等，提供進一步的影像加強。如此 GPU 除了提供 HOTs 使用者反應更加快速的操控外，還能提供強化的粒子影像與粒子的折射率與三維空間位置等資訊，讓使用者可以更加容易的操控粒子，或是有機會更進一步地將 HOTs 變成生物樣品的操作量測平台。



著作目錄

期刊論文

1. **S. Y. Tseng** L. Hsu, and C. H. Liu, "Controlling the transverse momentum distribution of a light field via azimuth division of a hologram in holographic optical tweezers", Applied Optics **50**, (2011).(附錄一)
2. S. M. Yang, T. M. Yu, H. P. Huang, M. Y. Ku, **S. Y. Tseng**, C. L. Tsai, H. P. Chen, L. Hsu, and C. H. Liu, "Light-driven manipulation of picobubbles on a titanium oxide phthalocyanine-based optoelectronic chip", Applied Physics Letters **98**, p. 153512 (2011).

會議論文

1. A. T. Chang, **S. Y. Tseng**, and L. Hsu, "Optical guiding with cylindrical mirror system", Optical Trapping and Optical Micromanipulation Vii, p. 77622T, San Diego CA, USA, 2010, (poster presentation).
2. 張雅程 與 曾勝陽, 「圖形化操控介面的全像式雷射鑷夾系統」, Proceedings of 2009 National Symposium on System Science and Engineering, pp. 717-721, Tamkang University Tamsui, Taiwan,2009, (Oral presentation).
3. **S. Y. Tseng** and L. Hsu, "Transporting micro-particles by using optical line segments generated by holographic optical tweezers", Focus on Microscopy 2008, Osaka-Awaji, Japan,2008, (Oral presentation).
4. **S. Y. Tseng** and L. Hsu, "An intuitive view of the origin of orbital angular momentum in optical vortices", Optical Trapping and Optical Micromanipulation III, p. 63261C, San Diego CA, USA, 2006, (Oral presentation). (附錄二)

美國專利

1. L. Hsu, C. H. Liu, **S. Y. Tseng**, A. T. Chang, C. C. Chou, W. Wang, F. H. Wu, C. Peng, and T. Y. Lee, "Optical tweezers controlling device", 7804058 (September 28 2010).
2. L. Hsu, C. H. Liu, **S. Y. Tseng**, C.-C. Chou, W. Wang, F. H. Wu, C. Peng, and T. Y. Lee, "Apparatus and method for changing optical tweezers", 7786432 (August 31 2010).

3. L. Hsu, C. H. Liu, **S. Y. Tseng**, C. C. Chou, W. W. Wang, F. H. Wu, C. Peng, and T. Y. Lee, "Apparatus and method of generating optical tweezers with momentum", 7838819 (November 23 2010).
4. C. H. Liu, W. Wang, L. Hsu, C. C. Chou, **S. Y. Tseng**, C. Peng, F. H. Wu, and T. Y. Lee, "Optical tweezers lifting apparatus", 7829839 (November 9 2010).

### 中華民國專利

1. 徐琅, 劉承賢, **曾勝陽**, 周忠誠, 王威, 吳豐旭, 彭震, 與 李大元, 「可提供具有動量之光鐳夾產生裝置及使光鐳夾具有動量之方法」, I322280 (March 21 2010).

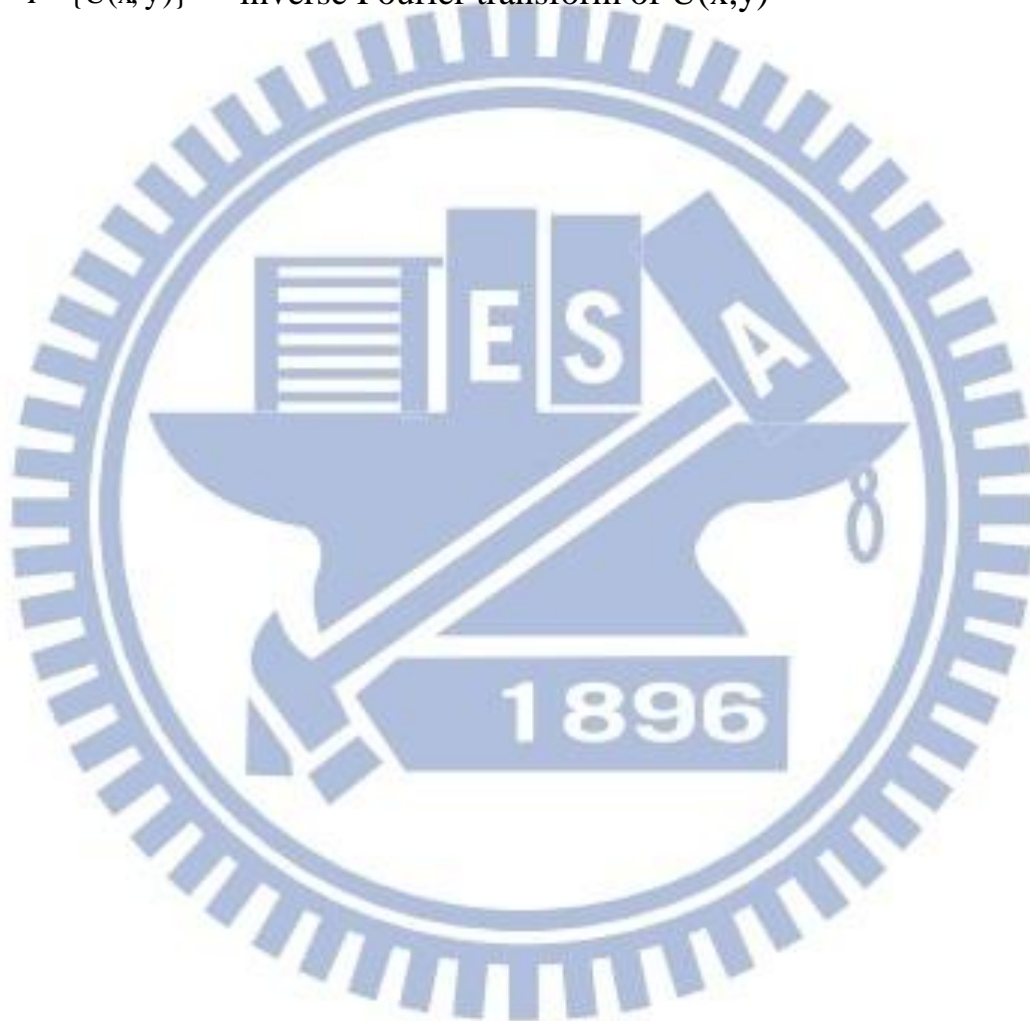


符號說明

$\otimes$  : convolution

$F\{U(x, y)\}$  : Fourier transform of  $U(x, y)$

$F^{-1}\{U(x, y)\}$  : inverse Fourier transform of  $U(x, y)$



參考文獻

1. A. Ashkin, "Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure", Physical Review Letters, 24, p. 156, 1970.
2. A. Ashkin, et al., "Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles", Optics Letters, 11, pp. 288-290, 1986.
3. A. Ashkin and J. M. Dziedzic, "Optical Trapping and Manipulation of Single Living Cells Using Infrared-Laser Beams", Berichte Der Bunsen-Gesellschaft-Physical Chemistry Chemical Physics, 93, pp. 254-260, 1989.
4. A. Ashkin, et al., "Optical Trapping and Manipulation of Single Cells Using Infrared-Laser Beams", Nature, 330, pp. 769-771, 1987.
5. A. Ashkin, et al., "Force Generation of Organelle Transport Measured In vivo by an Infrared-Laser Trap", Nature, 348, pp. 346-348, 1990.
6. A. Ashkin, "Optical trapping and manipulation of neutral particles using lasers", Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 94, pp. 4853-4860, 1997.
7. A. Ashkin and J. M. Dziedzic, "Internal Cell Manipulation Using Infrared-Laser Traps", Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 86, pp. 7914-7918, 1989.
8. P. N. Prasad, Introduction to Biophotonics (Wiley-Interscience, 2003).
9. M. Reicherter, et al., "Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display", Optics Letters, 24, pp. 608-610, 1999.
10. J. Liesener, et al., "Multi-functional optical tweezers using computer-generated holograms", Optics Communications, 185, pp. 77-82, 2000.
11. J. E. Curtis, et al., "Dynamic holographic optical tweezers", Optics Communications, 207, pp. 169-175, 2002.
12. D. G. Grier, "A revolution in optical manipulation", Nature, 424, pp. 810-816, 2003.
13. G. M. Akselrod, et al., "Laser-Guided Assembly of Heterotypic Three-Dimensional Living Cell Microarrays", Biophysical Journal, 91, pp. 3465-3473, 2006.

14. P. Jordan, et al., "Creating permanent 3D arrangements of isolated cells using holographic optical tweezers", Lab on a Chip, 5, pp. 1224-1228, 2005.
15. J. Plewa, et al., "Processing carbon nanotubes with holographic optical tweezers", Optics Express, 12, pp. 1978-1981, 2004.
16. R. Eriksen, et al., "Fully dynamic multiple-beam optical tweezers", Opt. Express, 10, pp. 597-602, 2002.
17. R. L. Eriksen, et al., "Multiple-beam optical tweezers generated by the generalized phase-contrast method", Optics Letters, 27, pp. 267-269, 2002.
18. J. Glückstad, "Phase contrast image synthesis", Optics Communications, 130, pp. 225-230, 1996.
19. A. Jesacher, et al., "Diffractive optical tweezers in the Fresnel regime", Optics Express, 12, pp. 2243-2250, 2004.
20. K. Uhrig, et al., "Optical force sensor array in a microfluidic device based on holographic optical tweezers", Lab on a Chip, 9, pp. 661-668, 2009.
21. G. Sinclair, et al., "Assembly of 3-dimensional structures using programmable holographic optical tweezers", Optics Express, 12, pp. 5475-5480, 2004.
22. Y. Roichman and D. G. Grier, "Holographic assembly of quasicrystalline photonic heterostructures", Optics Express, 13, pp. 5434-5439, 2005.
23. W. C. Soares, et al., "Hermite-Bessel beams and the geometrical representation of nondiffracting beams with orbital angular momentum", Optics Express, 14, pp. 4577-4582, 2006.
24. L. Allen, et al., "Orbital Angular-Momentum of Light and the Transformation of Laguerre-Gaussian Laser Modes", Physical Review A, 45, pp. 8185-8189, 1992.
25. K. T. Gahagan and J. G. A. Swartzlander, "Optical vortex trapping of particles", Optics Letters, 21, pp. 827-829, 1996.
26. H. He, et al., "Direct Observation of Transfer of Angular-Momentum to Absorptive Particles from a Laser-Beam with a Phase Singularity", Physical Review Letters, 75, pp. 826-829, 1995.
27. J. E. Curtis and D. G. Grier, "Structure of optical vortices", Physical Review Letters, 90, p. 133901, 2003.

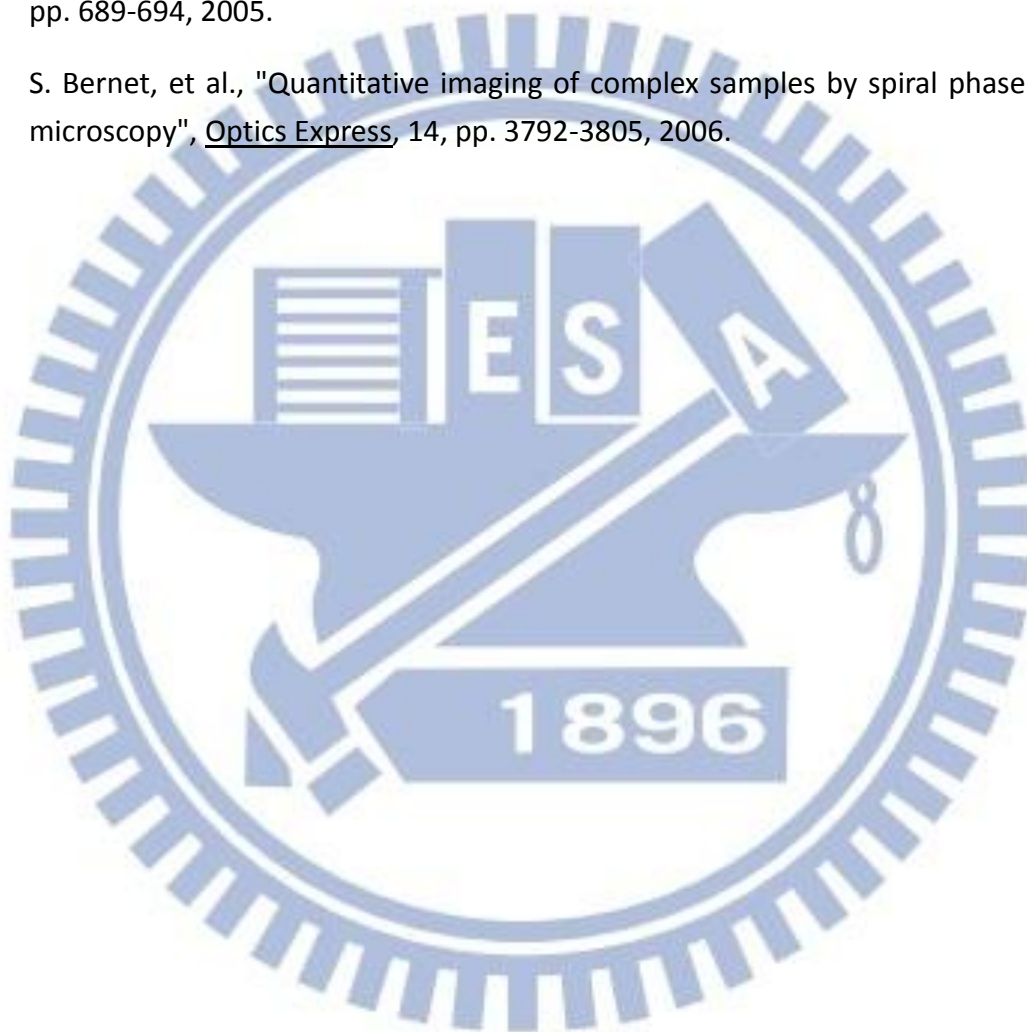
28. S. Y. Tseng and L. Hsu, "An intuitive view of the origin of orbital angular momentum in optical vortices", Optical Trapping and Optical Micromanipulation III, 6326, p. 63261C 2006.
29. Y. Roichman, et al., "Optical forces arising from phase gradients", Physical Review Letters, 100, p. 013602, 2008.
30. J. Lin, et al., "Deterministic approach to the generation of modified helical beams for optical manipulation", Optics Express, 13, pp. 3862-3867, 2005.
31. J. E. Curtis and D. G. Grier, "Modulated optical vortices", Optics Letters, 28, pp. 872-874, 2003.
32. Y. Roichman and D. G. Grier, "Projecting extended optical traps with shape-phase holography", Optics Letters, 31, pp. 1675-1677, 2006.
33. A. Jesacher, et al., "Full phase and amplitude control of holographic optical tweezers with high efficiency", Optics Express, 16, pp. 4479-4486, 2008.
34. E. R. Shanblatt and D. G. Grier, "Extended and knotted optical traps in three dimensions", Opt. Express, 19, pp. 5833-5838, 2011.
35. A. Ashkin, "Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime", Biophysical Journal, 61, pp. 569-582, 1992.
36. Y. Harada and T. Asakura, "Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime", Optics Communications, 124, pp. 529-541, 1996.
37. J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, 3rd ed. (McGraw-Hill, 1996).
38. H. A. Haus, Waves and Fields in Optoelectronics (Prentice Hall, 1983).
39. L. Allen, et al., Progress in Optics XXXIX (Elsevier, 1999).
40. R. W. Gerchberg and W. O. Saxton, "A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures", Optik, 35, pp. 237-246, 1972.
41. M. Clark, "An enhanced direct-search method for the computer design of holograms; Using state variables.", Diffractive and Holographic Optics Technology Iii, 2689, pp. 24-34, 1996.
42. M. S. Clark, "A Direct Search Method for the Computer Design of Holograms", Fourth International Conference on Holographic Systems, Components and Applications, 1993), pp. 96-99.

43. M. Clark and R. Smith, "A direct-search method for the computer design of holograms", Optics Communications, 124, pp. 150-164, 1996.
44. 曾勝陽, 「利用可程式化全像光學鑷夾系統進行微粒子分離之研究」, 國立交通大學, 碩士論文, 民國 93 年.
45. F. Belloni and S. Monneret, "Quadrant kinoform: an approach to multiplane dynamic three-dimensional holographic trapping", Applied Optics, 46, pp. 4587-4593, 2007.
46. M. Montes-Usategui, et al., "Fast generation of holographic optical tweezers by random mask encoding of Fourier components", Optics Express, 14, pp. 2101-2107, 2006.
47. J. Leach, et al., "Interactive approach to optical tweezers control", Applied Optics, 45, pp. 897-903, 2006.
48. R. Di Leonardo, et al., "Computer generation of optimal holograms for optical trap arrays", Optics Express, 15, pp. 1913-1922, 2007.
49. A. Jesacher, et al., "Holographic optical tweezers for object manipulations at an air-liquid surface", Optics Express, 14, pp. 6342-6352, 2006.
50. K. Ladavac and D. G. Grier, "Microoptomechanical pumps assembled and driven by holographic optical vortex arrays", Optics Express, 12, pp. 1144-1149, 2004.
51. J. E. Curtis and D. G. Grier, "Structure of optical vortices", Physical Review Letters, 90, pp. 2003.
52. J. A. Davis and J. B. Bentley, "Azimuthal prism effect with partially blocked vortex-producing lenses", Optics Letters, 30, pp. 3204-3206, 2005.
53. M. Mansuripur, Classical optics and its applications (Cambridge University Press, 2002).
54. D. B. Kirk and W.-m. W. Hwu, Programming Massively Parallel Processors: A Hands-on Approach (Morgan Kaufmann, 2010).
55. B. A. Koss and D. G. Grier, "Optical peristalsis", Applied Physics Letters, 82, pp. 3985-3987, 2003.
56. K. Ladavac, et al., "Sorting mesoscopic objects with periodic potential landscapes: optical fractionation", Physical Review E, 70, p. 010901, 2004.

57. M. P. MacDonald, et al., "Microfluidic sorting in an optical lattice", Nature, 426, pp. 421-424, 2003.
58. S.-Y. Tseng, et al., "Particle-sorting by optical pattern of line shapes", (SPIE, 2004), pp. 687-694.
59. L. Hsu, et al., "Apparatus and method of generating optical tweezers with momentum," 7,838,819 (November 23 2010).
60. E. R. Shanblatt and D. G. Grier, "Extended and knotted optical traps in three dimensions", Optics Express, 19, pp. 5833-5838, 2011.
61. S. H. Lee, et al., "Optical solenoid beams", Optics Express, 18, pp. 6988-6993, 2010.
62. S. R. P. Pavani, et al., "Three-dimensional localization with nanometer accuracy using a detector-limited double-helix point spread function system", Applied Physics Letters, 95, p. 021103, 2009.
63. S. R. P. Pavani and R. Piestun, "Three dimensional tracking of fluorescent microparticles using a photon-limited double-helix response system", Optics Express, 16, pp. 22048-22057, 2008.
64. S. R. P. Pavani and R. Piestun, "High-efficiency rotating point spread functions", Optics Express, 16, pp. 3484-3489, 2008.
65. G. Whyte, et al., "An optical trapped microhand for manipulating micron-sized objects", Optics Express, 14, pp. 12497-12502, 2006.
66. J. A. Grieve, et al., "Hands-on with optical tweezers: a multitouch interface for holographic optical trapping", Optics Express, 17, pp. 3595-3602, 2009.
67. R. W. Bowman, et al., "iTweezers: optical micromanipulation controlled by an Apple iPad", Journal of Optics, 13, p. 044002, 2011.
68. S. H. Lee and D. G. Grier, "Holographic microscopy of holographically trapped three-dimensional structures", Optics Express, 15, pp. 1505-1512, 2007.
69. T. Shimobaba, et al., "Real-time digital holographic microscopy using the graphic processing unit", Optics Express, 16, pp. 11776-11781, 2008.
70. J. Pomarico, et al., "Digital Recording and Numerical Reconstruction of Holograms - a New Method for Displaying Light in-Flight", Applied Optics, 34, pp. 8095-8099, 1995.
71. U. Schnars and W. P. O. Juptner, "Digital recording and numerical reconstruction of



- holograms", Measurement Science & Technology, 13, pp. R85-R101, 2002.
72. N. Lue, et al., "Quantitative phase imaging of live cells using fast Fourier phase microscopy", Applied Optics, 46, pp. 1836-1842, 2007.
73. J. Lobera and J. M. Coupland, "Contrast enhancing techniques in digital holographic microscopy", Measurement Science & Technology, 19, p. 025501, 2008.
74. S. Furhapter, et al., "Spiral phase contrast imaging in microscopy", Optics Express, 13, pp. 689-694, 2005.
75. S. Bernet, et al., "Quantitative imaging of complex samples by spiral phase contrast microscopy", Optics Express, 14, pp. 3792-3805, 2006.



## 附錄一

# Controlling the transverse momentum distribution of a light field via azimuth division of a hologram in holographic optical tweezers

Sheng-Yang Tseng<sup>1,\*</sup> and Long Hsu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Department of Electrophysics, National Chiao Tung University, 1001 University Road, Hsinchu, Taiwan 300, ROC*

*\*Corresponding author: tws.ep93g@nctu.edu.tw*

This study proposes a method for creating a light field with controlled distribution of transverse momentum (TM) by displaying a hologram only in an azimuth region that centers at  $\theta_0$  and has a range of  $\Delta\theta$  of a spatial light modulator in holographic optical tweezers. This study utilized ray optics to analyze the TM of the resultant field, revealing that the direction of the TM is determined by the center angle of the azimuth region, and that the magnitude of the TM is proportional to  $\sin(\Delta\theta/2)$ , without regarding the intensity. The relationship was verified experimentally. In addition, this study demonstrated moving particles along a designed path and depleting particles by the fields.

*OCIS codes:* 140.7010, 090.1760, 230.6120

## Introduction

Using holographic optical tweezers (HOTs) [1-4] to create a light field with momentum transverse to the optical axis provides a simpler approach for controlling the motions of microparticles. Without any light intensity change or external force, particles in the field can move along the region of highest intensity because of the transverse momentum (TM). A large number of applications have thus utilized special light modes with the TM, such as optical vortices. [5-7]. Studies of creating a light field with a controlled distribution of momentum have been conducted as well [8-12].

In electromagnetic theory, the TM of a field is proportional to the phase gradient and intensity of the field [13]. Applying only phase modulation to a light field is insufficient to control the TM distribution. Certain studies adjust both the amplitude and phase of a light

field to produce a desired TM distribution. For instance, the shape-phase algorithm [10] by Roichman and Grier uses a phase-only hologram to direct partial light with assigned phase shifts, according to a shape function that produces a required amplitude distribution. Another method, proposed by Jesacher et al. [11], is based on controlling amplitude and phase distribution with two cascade phase-only holograms.

In ray optics, models of light fields are composed of rays. Because the momentum of a ray rests along the ray's direction, inclined rays contribute the TM [14]. In conventional optical tweezers [15], numerous inclined rays are created when incident rays are brought into focus. However, because of the azimuth symmetry of incident light intensity, the TM contributed by the incident rays is cancelled out completely at the focus. This implies that breaking the azimuth symmetry can realize alternative approaches toward creating a light field with TM distribution.

Based on this notion, this study proposes a method for creating a light field with a controlled TM distribution by displaying a hologram only in an azimuth region of a spatial light modulator (SLM) in HOTs. This paper uses ray optics to analyze the TM distribution of the resultant field. By tracing all the incident rays from the SLM to the focal plane of an objective in HOTs and summing the TM contributed by all the rays passing through the same points of the focal plane, the TM distribution of the field can be obtained. Implementation of this approach reveals a criterion for creating a light field with a controlled TM distribution. To verify the proposed method, electromagnetic theory is used to calculate the TM distributions of resultant fields numerically. In addition, the ability of moving particles of these fields is experimentally demonstrated.

## Theory

This section presents the usage of ray optics to analyze the TM flux density, the TM per unit time per unit area, of an optical pattern produced by a hologram that is displayed only in an azimuth region of an SLM in HOTs. The azimuth region centers at  $\theta_0$  and has an angle range of  $\Delta\theta$ . A normally incident, collimated ray bundle of power  $p_{total}$  that extends over the entire input aperture of an objective models the incident light. Before considering the diffraction effect of the hologram, the TM flux at focus is analyzed, to which all of the incident rays within the azimuth region converge.

In HOTs, a hologram displayed on an SLM is imaged onto the back focal plane of an objective. The resultant light field is consequently created on the front focal plane of the objective. Thus, the setup of HOTs can be simplified to an objective between the front and back focal planes. A typical objective used in HOTs is an infinite-corrected objective, which conforms to the Abbe sine condition, and can be modeled by the first principal plane (PP), the

second PP, and a spherical surface S [16]. The spherical surface S is centered at the focus, and is a tangent to the second PP.

Fig. 1 shows the path of a normally incident ray in HOTs from the SLM plane through an objective to the focal plane. The optical axis is in the  $z$  direction. The ray originates from the azimuth region at the position  $\mathbf{r}_r = r_r \cos(\theta) \mathbf{x} + r_r \sin(\theta) \mathbf{y}$  and crosses the first PP at Point  $A_1$ , which is at the same position  $\mathbf{r}_r$ . According to the Abbe sine condition [16], the ray emerges from Surface S at Point  $A_s$ , of which the transverse component of the position vector is also  $\mathbf{r}_r$ , before converging to the focus. At the focus, the TM flux contributed by the ray  $\mathbf{P}_{t,ray}$  can be shown as follows:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{t,ray} &= -\left(\frac{n p_{ray}}{c f_{obj}}\right) \mathbf{r}_r \\ &= -\left(\frac{n p_{ray}}{c f_{obj}}\right) r_r [\cos(\theta) \mathbf{x} + \sin(\theta) \mathbf{y}], \end{aligned} \quad (1)$$

where  $n$  is the refractive index of the surroundings,  $p_{ray}$  is the power transported by the ray,  $c$  is the speed of light in vacuum,  $f_{obj}$  is the focal length of the objective, and  $\mathbf{x}$  and  $\mathbf{y}$  are the unit vectors in the  $x$  and  $y$  direction, respectively. Since all the normal incident rays within the azimuth region converge to the focus, after summing, or integrating, the TM contributed by all the rays within the region, the total TM at the focus  $\mathbf{P}_{t,total}^{p_{total}}$  can be obtained by

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{t,total}^{p_{total}} &= \int_0^R \int_{\theta_0 - \Delta\theta/2}^{\theta_0 + \Delta\theta/2} N_r \mathbf{P}_{t,ray} r_r d\theta dr_r \\ &= -\int_0^R \int_{\theta_0 - \Delta\theta/2}^{\theta_0 + \Delta\theta/2} N_r \left(\frac{n}{c f_{obj}}\right) \left(\frac{p_{total}}{\pi R^2 N_r}\right) [\cos(\theta) \mathbf{x} + \sin(\theta) \mathbf{y}] r_r^2 d\theta dr_r \\ &= -\left(\frac{2}{3\pi c}\right) \left(n \frac{R}{f_{obj}}\right) p_{total} \sin(\Delta\theta/2) [\cos(\theta_0) \mathbf{x} + \sin(\theta_0) \mathbf{y}], \end{aligned} \quad (2)$$

where  $R$  is the radius of the objective's back aperture,  $N_r$  is number density of the incident rays on the SLM, and  $p_{ray}$  is substituted by  $p_{total}/(\pi R^2 N_r)$ .

When considering the diffraction effect of the hologram, the incident ray bundle is assumed to be split into a large number of collimated ray bundles bearing different headings and power after the hologram. This is similar to the concept of the angular spectrum in Fourier optics [17], which decomposes a field into plane waves, though these ray bundles

originate only from the azimuth region. Once these ray bundles pass through the objective, they converge to points on the focal plane and form an intensity distribution  $I(x,y)$ .

Usually, the size of the optical pattern is significantly smaller compared to the focal length of the objective. The inclined angles between the ray bundles and the optical axis are close to zero. This study thus assumes that regardless of the inclined angles, these ray bundles contribute the same TM flux at the focal plane as long as they have the same power. In other words, the total TM flux of the entire optical pattern is equal to the TM flux at the focus to which all the incident rays converge. Consequently, the TM flux density of the optical pattern  $\mathbf{J}_{\text{total}}^{P_{\text{total}}}(x, y)$  can be obtained by redistributing the total TM at the focus to the entire optical pattern according to the intensity distribution, as follows:

$$\mathbf{J}_{\text{total}}^{P_{\text{total}}}(x, y) = \mathbf{P}_{\text{t,total}}^{P_{\text{total}}} I_n(x, y), \quad (3)$$

where

$$I_n(x, y) = \frac{I(x, y)}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy}, \quad (4)$$

which is a normalized intensity distribution of the optical pattern. After substituting Equation (2) into Equation (3), the TM flux density of the optical pattern becomes

$$\mathbf{J}_{\text{t,total}}^{P_{\text{total}}}(x, y) = -\left(\frac{2}{3\pi c}\right) \left(n \frac{R}{f_{\text{obj}}}\right) p_{\text{total}} \sin(\Delta\theta/2) [\cos(\theta_0) \mathbf{x} + \sin(\theta_0) \mathbf{y}] I_n(x, y). \quad (5)$$

From Equation (5), the direction of the TM flux density is along  $-\cos(\theta_0)\mathbf{x} + \sin(\theta_0)\mathbf{y}$ , which is determined only by  $\theta_0$ . The magnitude of the TM flux density is proportional to the normalized intensity  $I_n(x,y)$  and the total incident power  $p_{\text{total}}$ . In addition, the magnitude of the TM flux density is also proportional to  $\sin(\Delta\theta/2)$ . When  $\Delta\theta$  is equal to  $0^\circ$ , the TM flux density is zero due to an absence of incident rays. As  $\Delta\theta$  increases, the magnitude of the TM flux density increases in conjunction with the extension of the azimuth region, reaching its maximum value at  $\Delta\theta = 180^\circ$ . However, when  $\Delta\theta$  is larger than  $180^\circ$ , more rays arrive at the focal plane, though part of the TM flux density is cancelled by the newly added rays. The magnitude of the TM flux density thus decreases and experiences a complete cancellation when  $\Delta\theta = 360^\circ$ . This is the reason why the TM flux, or the transverse scattering force, is not observed in optical tweezers.

Creating an optical pattern with controlled TM distribution thus becomes two parts: (1) controlling the direction of the TM by adjusting  $\theta_0$  of an azimuth region with  $\Delta\theta < 360^\circ$ ; and (2) calculating a required hologram for producing a desired intensity distribution, which can be accomplished by most algorithms used in HOTs, such as the Gerchberg-Saxton (GS) algorithm [18], the weighted GS algorithm (GSW) [19], or the generalized adaptive add algorithm (GAA) [3].

## Setup

The schematic illustration of the experimental setup is shown in Fig. 2. The trapping laser is a fiber laser (YLR-10-1064-LP; IPG photonics) with an output power of up to 10 W at 1064 nm. The laser beam is first expanded by a beam expander to fulfill the active area of the SLM (X10468-03; Hamamatsu). A half-wave plate and a polarized beam splitter are utilized to control incident laser power on the SLM. The laser beam immediately leaving the SLM is consequently imaged by a telescope onto the back focal plane of a 100 X water-immersion objective, with a numerical aperture (NA) that equals 1.1 (Plan; Nikon). Once the laser beam passes through the objective, a designed optical field is formed on a sample held on a stage. The sample is illuminated by a light-emitting diode (LED) and is imaged on a CCD camera (PL-B955G; PixeLink) by the objective and a tube lens.

## Results

Fig. 3(a) shows a phase-only hologram for producing two trap arrays with opposite directions of TM. The hologram is divided into two azimuth regions, separated by a horizontal dash line. The hologram in each region produces a point trap array labeled with the same number as that of the azimuth region, as shown in Fig. 3(b). The trap arrays extend in the  $y$  direction. The traps in each trap array are arranged to set the distances between the neighboring traps at 2  $\mu\text{m}$ . According to Equation (5), the central angle of Region 1 is  $90^\circ$ ; the TM of the resultant trap array is therefore along  $-y$ . Similarly, the central angle of Region 2 is  $270^\circ$ ; the TM of the resultant trap array is hence along  $y$ .

Fig. 3(c) and Fig. 3(d) show the normalized simulated TM distributions of the resultant field in the  $x$  and  $y$  directions, respectively. The field produced by the hologram was calculated by performing a fast Fourier transform (FFT) on the transmittance of the hologram. The TM distribution of the field was subsequently calculated by multiplying the intensity distribution by the gradient of the phase distribution of the field [13] before normalizing by the maximum magnitude of the result. These figures show that the TM of the trap array produced by Region 1 is along  $-y$ , indicated by a black color, and that of the trap array produced by Region 2 is along  $y$ , indicated by a white color. These results are consistent with the results predicted by Equation (5).

These trap arrays were projected in a solution of 9  $\mu\text{m}$  diameter polystyrene beads, which was placed between a cover slip and a slide. Fig. 3(e) shows the sequential snapshots of beads moving along the trap arrays. The beads were pushed against the slide surface and were confined in the trap arrays. Within the trap arrays, the beads experienced only light gradient force due to cancellation between the gradient forces from different traps. As the beads scattered the photons of the trap array, they obtained the TM and thus moved along the  $y$  direction. Equation (5) shows that the TM is proportional to  $\sin(\Delta\theta/2)$  and  $p_{total}$ ; the average moving speeds of the beads should thus also be proportional to  $\sin(\Delta\theta/2)$  and  $p_{total}$ .

Fig. 4(a) shows the average moving speed in the  $y$  direction of the beads in the trap arrays at different  $\Delta\theta$  and  $p_{total}$ . The solid lines are a result of the fits to the function  $V_{max} \sin(\Delta\theta/2)$ , where  $V_{max}$  is a free parameter. The data show the same dependence on  $\Delta\theta$  as the TM flux density predicted by Equation (5). Fig. 4(b) shows  $V_{max}$  at different  $p_{total}$ . The solid line is a linear fit and does not pass through the origin, indicating that a minimum input power of approximately 63.2 mW is required to move the beads. This may be caused by the resistance between the surface and the beads.

A more complex path can also be created. A phase pattern which produces point traps that form a heart-shaped path is shown in Fig. 5(a). The traps are arranged to set the direction of TM along the path. The corresponding intensity and the simulated TM distributions in the  $x$  and  $y$  directions are shown in Figs. 5(b), 5(c), and 5(d). Fig. 5(e) (Media 1) represents the sequential snapshots of moving 9  $\mu\text{m}$  diameter beads along the path. The time interval between snapshots is one second. The white triangle in each snapshot indicates the same bead at different times. These figures show that the beads move along the path in a direction, as predicted by the simulated results.

In addition to moving particles along closed loops, trap arrays can also be used to deplete particles. Fig. 6(a) shows a phase pattern for producing an equally-spaced trap array with 2  $\mu\text{m}$  spacing, which forms a hexagon. The phase pattern is divided into six regions. The phase pattern in each region produces a triangular trap array, which is labeled with the same number as the corresponding region, shown in Fig. 6(b). The TM of these triangular trap arrays directs outward from the center of the hexagon, as shown in Figs. 6(c) and 6(d). Fig. 6(e) (Media 2) represents the sequential snapshots when the trap array was projected in a solution containing 0.5  $\mu\text{m}$  diameter beads. The time interval between snapshots is one second. At the beginning of the experiment, a large number of beads were located in the center of the screen. Over time, the beads jumped outward because of the TM and help from Brownian motions and particle collisions. When most particles were outside the trap array, particle collisions became rare. The Brownian motions of particles became the only aid for the particles to overcome the gradient forces. The depletion rate thus decreased and some particles remained trapped at the

end of the experiment. This process can be reversed with the reversal of the direction of the TM in each sub-trap array. In this manner, particles can be concentrated at the central region and local particle concentration can thus be controlled.

## Conclusion

This paper proposes an alternative method for controlling the TM distribution of a light field, other than by modulating its phase and amplitude distribution. This study used ray optics to analyze the TM distribution of a field produced by a hologram. The results reveal that a field with controlled TM distribution can be created by displaying a hologram only in an azimuth region with an angle range of  $\Delta\theta < 360^\circ$ . The direction of the resultant TM distribution is determined by the center angle  $\theta_0$  and lies along the direction  $-\cos(\theta_0)\mathbf{x} + \sin(\theta_0)\mathbf{y}$ . The magnitude of the TM is proportional to  $\sin(\Delta\theta/2)$ , without regarding the intensity distribution of the field. The control of the TM distribution of a light field is thus divided into two parts: (1) controlling the direction of the TM by adjusting  $\theta_0$  of an azimuth region with  $\Delta\theta < 360^\circ$ ; and (2) calculating a required hologram to produce a desired intensity distribution.

The relationship is experimentally verified. In addition, this study created point trap arrays with controlled TM distributions to demonstrate moving particles along predetermined paths and the depletion of particles.

## Acknowledgements

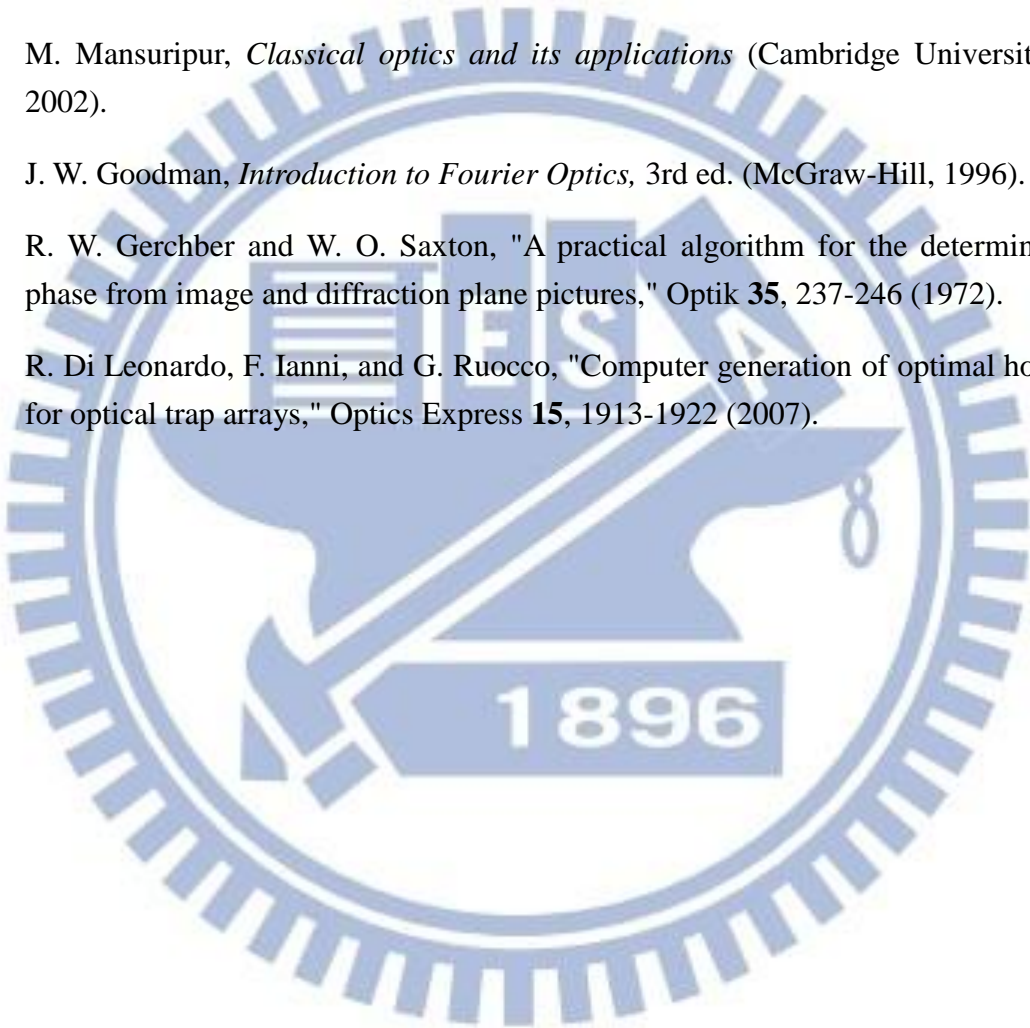
The authors thank Sien Chi and Yi-Ren Chang for their thought-provoking discussions and suggestions.



**References**

1. M. Reicherter, T. Haist, E. U. Wagemann, and H. J. Tiziani, "Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display," *Optics Letters* **24**, 608-610 (1999).
2. J. Liesener, M. Reicherter, T. Haist, and H. J. Tiziani, "Multi-functional optical tweezers using computer-generated holograms," *Optics Communications* **185**, 77-82 (2000).
3. J. E. Curtis, B. A. Koss, and D. G. Grier, "Dynamic holographic optical tweezers," *Optics Communications* **207**, 169-175 (2002).
4. A. Jesacher, S. Furhapter, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, "Diffractive optical tweezers in the Fresnel regime," *Optics Express* **12**, 2243-2250 (2004).
5. A. Jesacher, S. Furhapter, C. Maurer, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, "Holographic optical tweezers for object manipulations at an air-liquid surface," *Optics Express* **14**, 6342-6352 (2006).
6. K. Ladavac and D. G. Grier, "Microoptomechanical pumps assembled and driven by holographic optical vortex arrays," *Optics Express* **12**, 1144-1149 (2004).
7. J. Plewa, E. Tanner, D. M. Mueth, and D. G. Grier, "Processing carbon nanotubes with holographic optical tweezers," *Optics Express* **12**(2004).
8. J. Lin, X. C. Yuan, S. H. Tao, X. Peng, and H. B. Niu, "Deterministic approach to the generation of modified helical beams for optical manipulation," *Optics Express* **13**, 3862-3867 (2005).
9. J. E. Curtis and D. G. Grier, "Modulated optical vortices," *Optics Letters* **28**, 872-874 (2003).
10. Y. Roichman and D. G. Grier, "Projecting extended optical traps with shape-phase holography," *Optics Letters* **31**, 1675-1677 (2006).
11. A. Jesacher, C. Maurer, A. Schwaighofer, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, "Full phase and amplitude control of holographic optical tweezers with high efficiency," *Optics Express* **16**, 4479-4486 (2008).
12. E. R. Shanblatt and D. G. Grier, "Extended and knotted optical traps in three dimensions," *Opt. Express* **19**, 5833-5838 (2011).
13. Y. Roichman, B. Sun, Y. Roichman, J. Amato-Grill, and D. G. Grier, "Optical forces

- arising from phase gradients," *Phys Rev Lett* **100**, 013602 (2008).
14. S. Y. Tseng and L. Hsu, "An intuitive view of the origin of orbital angular momentum in optical vortices," *Optical Trapping and Optical Micromanipulation III* **6326**, 63261C (2006).
  15. A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, "Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles," *Optics Letters* **11**, 288-290 (1986).
  16. M. Mansuripur, *Classical optics and its applications* (Cambridge University Press, 2002).
  17. J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 3rd ed. (McGraw-Hill, 1996).
  18. R. W. Gerchber and W. O. Saxton, "A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures," *Optik* **35**, 237-246 (1972).
  19. R. Di Leonardo, F. Ianni, and G. Ruocco, "Computer generation of optimal holograms for optical trap arrays," *Optics Express* **15**, 1913-1922 (2007).



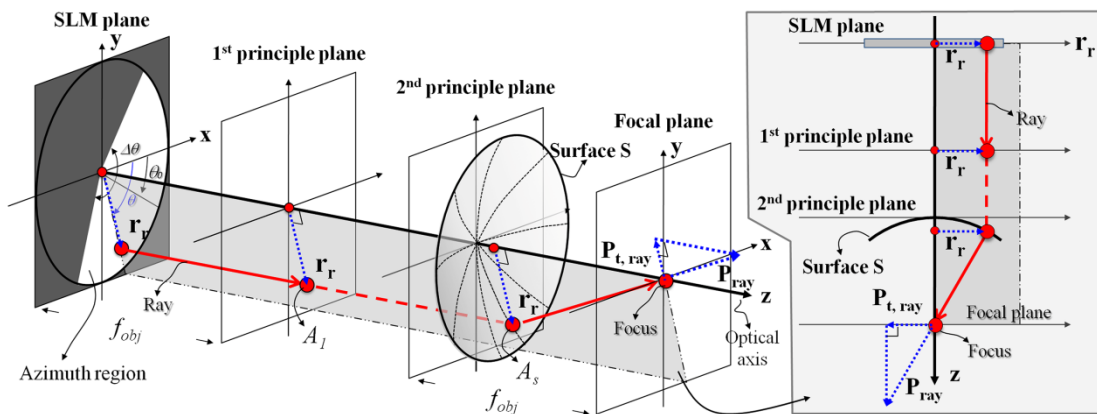


Fig. 1. Schematic illustration of a ray path in HOTs from the SLM plane to the focal plane.



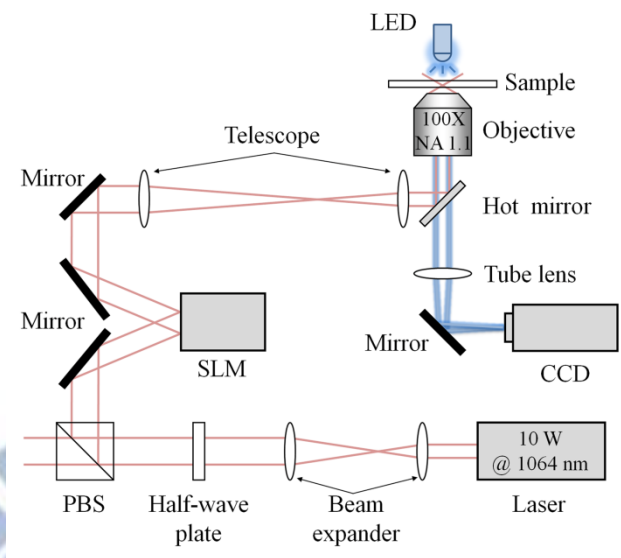


Fig. 2. Experimental setup.

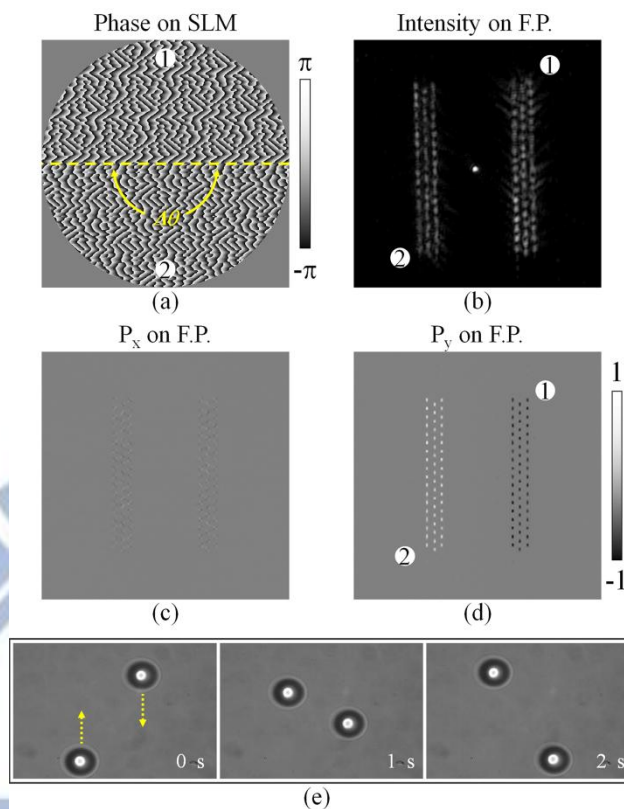


Fig. 3. Moving particles along two trap arrays (a number near the trap array indicates the region from which the trap array was created): (a) is the phase pattern for creating two trap arrays; (b) is the corresponding intensity distribution on the focal plane; (c) and (d) are the simulated TM distributions in the  $x$  and  $y$  directions, respectively; and (e) represents the sequential snapshots of two 9  $\mu\text{m}$  diameter beads moving in trap arrays.

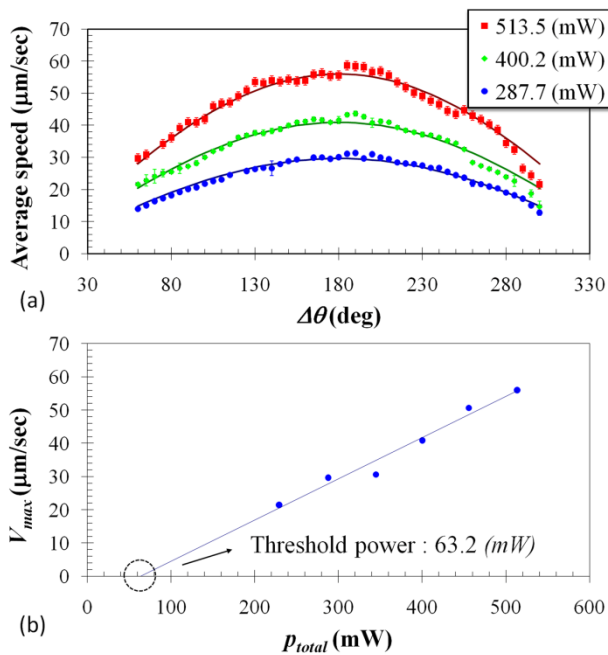


Fig. 4. The average moving speed of a 9  $\mu\text{m}$  diameter bead in a trap array at different  $\Delta\theta$  and  $p_{total}$ : (a) is the average moving speed at different  $\Delta\theta$  from  $60^\circ$  to  $300^\circ$ . The solid lines fit the function  $V_{max} \sin(\Delta\theta/2)$ ; (b) is  $V_{max}$  at different incident power  $p_{total}$ . The straight line is a linear fit, which does not pass through the origin, indicating that a minimum incident power of approximately 63.2 mW is required to overcome the resistance between the particle and slide surface.

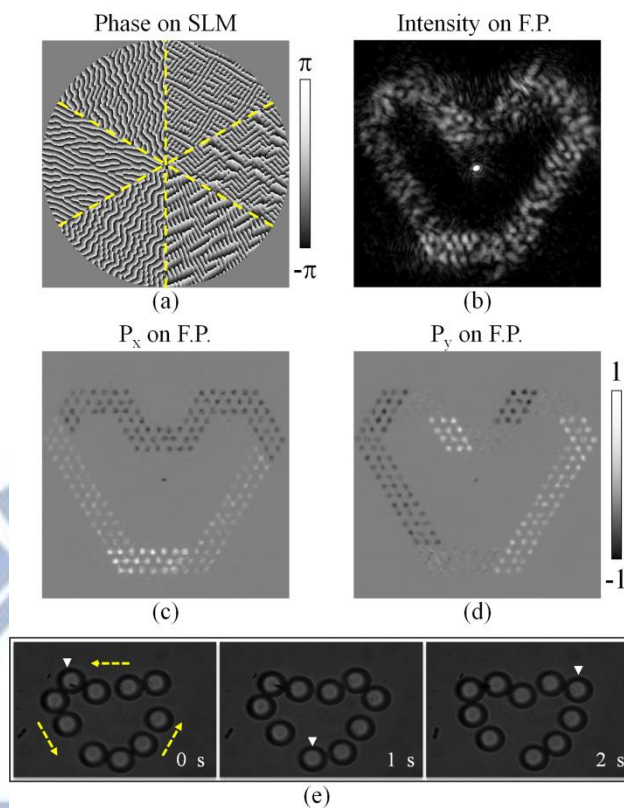


Fig. 5. Particles moving along a heart-shaped path: (a) is the phase pattern for producing a heart-shaped path; (b) is the corresponding intensity distribution on the focal plane; (c) and (d) are the simulated TM distributions in the  $x$  and  $y$  directions, respectively; and (e) represents the sequential snapshots of beads moving along the path (Media 1).

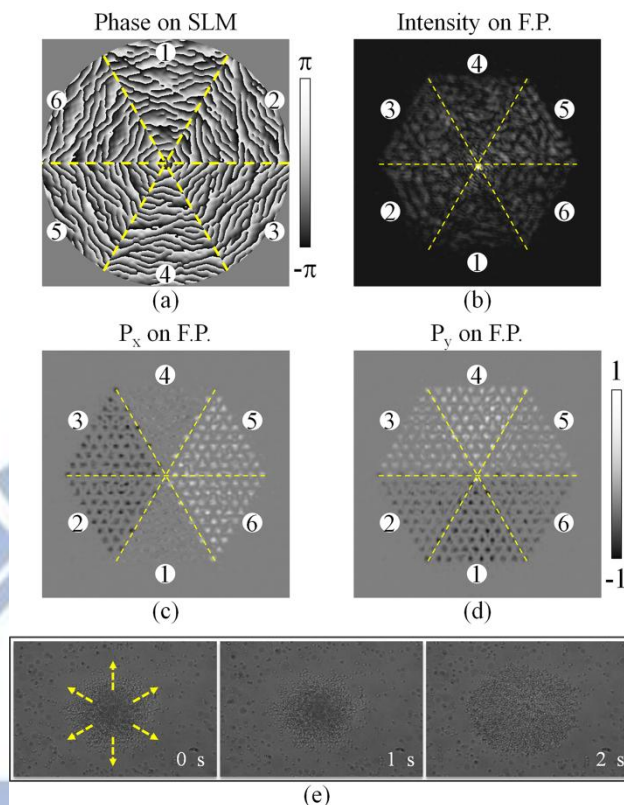


Fig. 6. Depleting  $0.5 \mu\text{m}$  diameter beads by an equally-spaced trap array with TM directing outward (a number near each triangular trap array indicates the azimuth region from which the triangular trap array was created): (a) is the phase pattern for producing an equally-spaced trap array, which forms a hexagon; (b) is the corresponding intensity distribution on the focal plane; (c) and (d) are the simulated TM distributions in the  $x$  and  $y$  directions, respectively; and (e) represents the sequential snapshots of beads depletion (Media 2).



## 附錄二

# An intuitive view of the origin of orbital angular momentum in optical vortices

Sheng-Yang Tseng\*, Long Hsu

Department of Electrophysics, National Chiao Tung University, 1001 TaHsueh Road,  
Hsinchu, Taiwan 300, ROC

## ABSTRACT

A modulated laser beam by a phase pattern  $\exp(il\theta)$  can be focused by an objective into a ring-like optical vortex, where  $l$  is a constant and  $\theta$  is the azimuth angle. The vortex is capable of trapping the particles nearby and circulating them along the ring. This phenomenon is often explained involving Fourier optics and the transfer of orbital angular momentum (OAM). Although Fourier optics transforms the electric field distribution of the modulated laser beam behind the phase pattern to that of the vortex, it does not include both the path and OAM of the photons of the electromagnetic wave. Therefore, it is difficult to further trace the transfer of OAM from the photons to the particles in the vortex. In this paper, we propose a simple and intuitive view to the origin of optical vortex. By analyzing the relationship of the intensity distributions between the phase of the phase pattern and the intensity of the vortex by utilizing Fourier transform, we propose that the phenomenon of vortex also involve the transfer of linear momentum on the vortex plane transversely.

**Keywords:** Optical vortex, orbital angular momentum, holographic optical tweezers.

## 1. INTRODUCTION

An optical vortex can be generated by focusing a laser beam modulated with a phase pattern,  $\exp(il\theta)$ , where  $l$  is a constant and  $\theta$  is the azimuthal angle<sup>1</sup>. At the back focal plane of the focusing lens, an optical vortex is formed. Optical vortices have ring-shaped intensity distributions. In addition, particles trapped in optical vortices move along the circumference. This phenomenon is explained by orbital angular momentum (OAM)<sup>2</sup>. Every photon in optical vortices can carry an OAM of  $l\hbar$ , like the photons in Laguerre-Gaussian beam<sup>3</sup> or Bessel beam<sup>4</sup> do. As the particles in optical vortices absorb or scatter these photons, the orbital angular momentum is transferred to particles.

Many researchers have been trying to utilize this property of optical vortices for transporting particles. Some researchers used an array of optical vortices to drive particles flow in a micro-fluid channel<sup>5</sup>. Some other researchers developed methods for producing optical vortices with desired intensity distributions<sup>6,7</sup>. However, within these methods, the OAM carried by a photon is hard to define. Since the phase patterns calculated by these methods is no longer the form,  $\exp(il\theta)$ . Thus, using the OAM carried by photons to describe the OAM in optical vortices becomes complicated.

In this paper, we use linear momentum of photons to describe the OAM in optical vortices instead the OAM of photons. A method is proposed to provide a clarity concept of the origin of OAM in optical vortices. In this method, the initial propagating directions of the photons on the phase plane are qualitatively obtained from the localized gratings of the phase plane. Then, a ray-tracing approach is used to describe the photon propagation from the phase plane to optical vortices. A simpler and more intuitive picture of OAM can be obtained.

## 2. THEORY

### 2.1. Generation of optical vortices (holographic optical tweezers)

In this section, the apparatus we used to generate optical vortices is introduced and the principle of it is also reviewed.

Optical vortices can be easily generated by holographic optical tweezers (HOT)<sup>1</sup>. HOT are basically optical tweezers (OT) with a phase-only spatial light modulator. The laser intensity distribution in the OT can be controlled by the spatial light modulator. This gives HOT the capability of manipulating multiple objects at the same time, and creating some special laser modes, such as Bessel beam, Laguerre-Gaussian beam, or optical vortices.

The simplified setup is shown in Fig. 1. The light comes from the left then is incident on the phase plane with transmittance  $t(x,y)$ . The phase plane is where the spatial light modulator is placed and the transmittance of it can be controlled by a computer. After the light passes through the phase plane, the modulated light is focused by the lens.

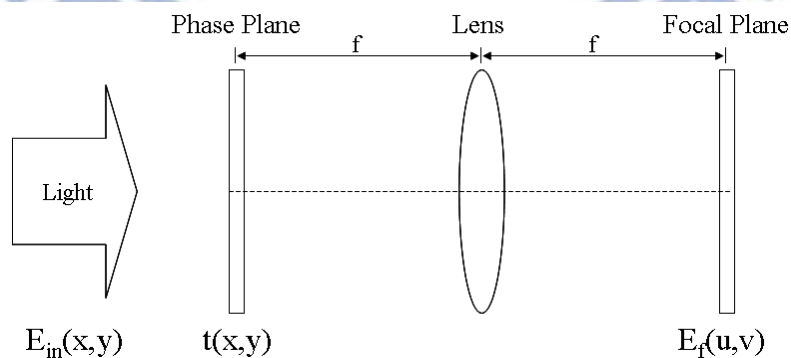


Fig. 1. The simplified setup of HOT.

There are two ways to see how HOT control the intensity distribution on the focal plane. One way is from the basic property of a converging lens<sup>8</sup>. Since the phase plane is placed in the front focal plane of the lens. The light field at the back focal plane is the scaled Fourier transform of the light field just behind the phase plane. The

light field just behind the phase plane is the product of the incident light field and the transmittance of the phase plane, that is  $E_{in}(x,y)t(x,y)$ . Thus by proper control of  $t(x,y)$ , any desired intensity distribution can be obtained. Another way is from the concept of angular spectrum<sup>8</sup>. The angular spectrum of the light field on the phase plane tells us the composition of the plane waves that propagate in different directions away from the phase plane. The plane waves propagating in different directions focus to different points on the focal plane, as shown in Fig. 2. Thus, the intensity distribution on the focal plane can be controlled by controlling the angular spectrum. These two points of view are equivalent. Since the angular spectrum of the light field just behind the phase plane is simply the Fourier transform of the light field just behind the phase plane. The relation between the light field at the back focal plane and the light field just behind the phase plane is still a Fourier transform. The last one, however, can give us extra information, how photons travel from the phase plane to the focal plane. With this information, the transverse momentum distribution on the focal plane contributed by the photons can be known. Then the OAM distribution on the focal plane can be obtained. This is also the approach we used to describe the OAM in optical vortices.

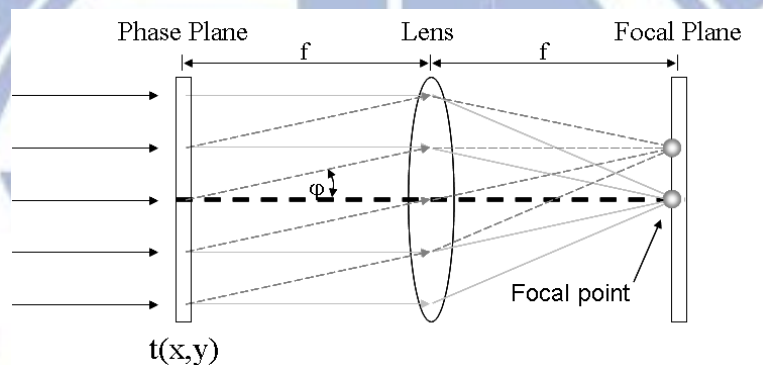


Fig. 2. The convergence of plane waves propagating in different directions.

To generate an optical vortex, the transmittance of the phase plane is chosen to be

$$t_v(r, \theta) = e^{i(l\theta)}, \quad (1)$$

where the  $r$  and  $\theta$  are polar coordinates of the phase plane and the  $l$  is a constant. Then, an optical vortex is generated in the focal plane. The  $l$  in equation (1) controls some properties of an optical vortex, such as the radius of an optical vortex and OAM. It has been shown that the radius of an optical vortex linearly depends on the magnitude of  $l$ <sup>9</sup>. A larger magnitude of  $l$  produces an optical vortex with larger radius. The OAM carried by the photon in optical vortices also depends on  $l$ . It has also been shown that every photon carries an OAM of  $l\hbar$ <sup>2</sup>.

The phase pattern of equation (1) with different  $l$  and the corresponding simulated intensity distributions on the focal plane are shown in Fig. 3. In these and latter simulations, we assume the phase plane is illuminated by a unit-amplitude plane wave. The field just behind the phase plane is equal simply to  $t_v(r,\theta)$ . Since the light field on the focal plane is the Fourier transform of the light field just behind the phase plane. The intensity distribution on the focal plane is obtained from the Fourier transform of  $t_v(r,\theta)$ . The Fourier transform is performed by fast Fourier transform (FFT).

From Fig. 3, we can see that the optical vortices have ring-shaped intensity distribution and the optical vortex with a larger  $l$  has larger radius.

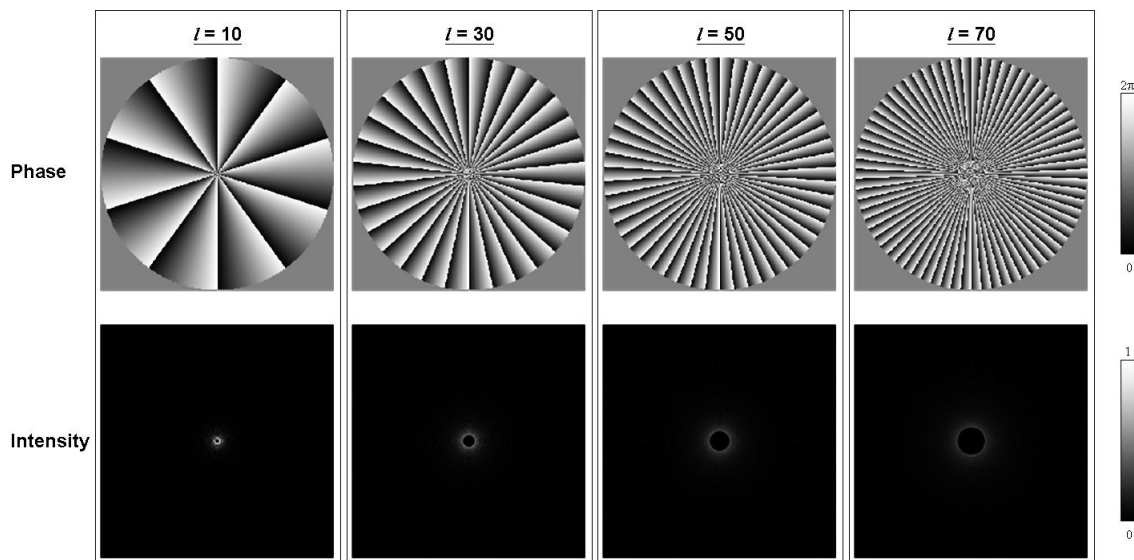


Fig. 3. The phase pattern with different  $l$  and the corresponding intensity distributions of optical vortices. The figures in the first row are the phase pattern. The figures in the second row are the corresponding intensity distributions, which are normalized by the maximum intensity of the  $l = 10$  optical vortex.

## 2.2. Properties of optical vortices

In addition to these  $l$ -dependent properties, it is worth noting that there exists an intensity correspondence between the phase plane and optical vortices. If certain range of the azimuth angle,  $\theta$ , of the phase plane is blocked, a range of the azimuth angle,  $\phi$ , of the optical vortex disappears. It is also noted that these two ranges of the azimuth angle have  $90^\circ$  shift, as shown in Fig. 4.

Fig. 4 shows the results of computer simulations. Each figure in Fig. 4 displays the phase and intensity distributions of the light field on the phase plane and the focal plane. From Fig. 4, we can see that the blocked angle range,  $\Delta\theta$ , in the phase plane approximately equals to the disappearing angle range,  $\Delta\phi$ , of the optical vortex, even for different  $l$ . Besides, the center angle,  $\phi_0$ , of the disappearing angle range shifts by  $90^\circ$  from the center angle,  $\theta_0$ , of the blocked angle range for a positive  $l$ . For a negative  $l$ , the angle shift between  $\phi_0$  and  $\theta_0$  is  $-90^\circ$ .

The angle shift,  $\phi_0 - \theta_0$ , and  $\Delta\phi$  at different  $l$  and different  $\Delta\theta$  are shown in Fig. 5. From Fig. 5 (a), we can see that  $\Delta\phi$  is approximately equal to  $\Delta\theta$ . From Fig. 5 (b), we can see that  $\phi_0 - \theta_0$  are equal to  $90^\circ$  for positive  $l$  and  $-90^\circ$  for negative  $l$ , even at different  $\Delta\theta$ .

These properties imply that the light at certain position in an optical vortex only comes from a specific region of the phase plane. Thus, it is also why a ray-tracing method could be used to find the propagating paths of photons from the phase plane to an optical vortex on the focal plane.

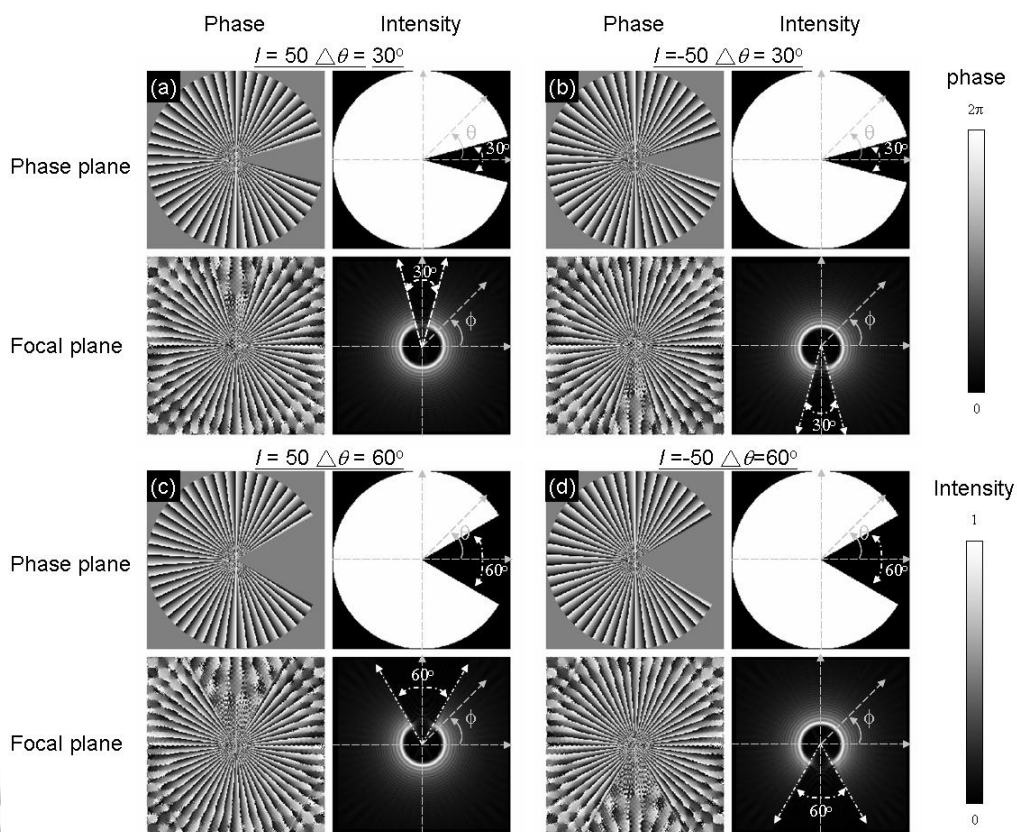


Fig. 4. The phase and normalized intensity distributions of the light field on the phase plane and on the focal plane, for (a)  $l=50$  and  $\Delta\theta=30^\circ$ ; (b)  $l=-50$  and  $\Delta\theta=30^\circ$ ; (c)  $l=50$  and  $\Delta\theta=60^\circ$ ; (d)  $l=-50$  and  $\Delta\theta=60^\circ$ .

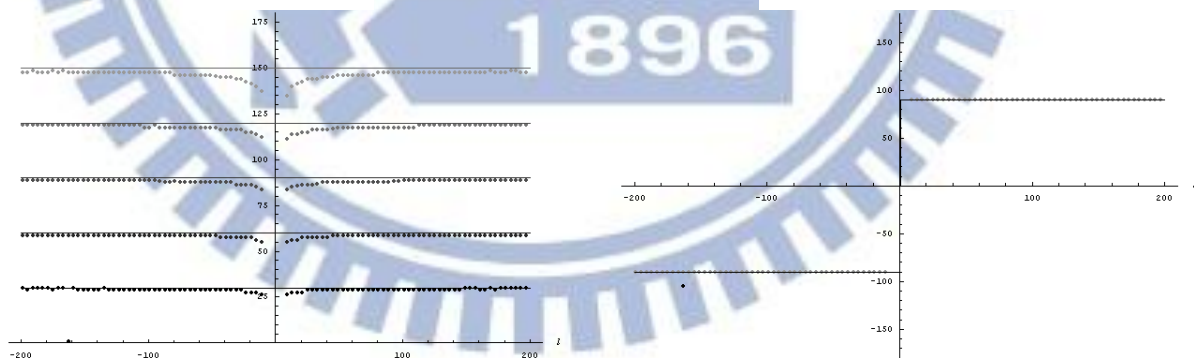


Fig. 5. (a) The relation between  $\Delta\phi$  and  $l$  at different  $\Delta\theta$ . The solid line represents the value of  $\Delta\theta$ . The points are the simulated results. (b) The relation between  $\phi_0 - \theta_0$  and  $l$  at different  $\Delta\theta$ . In both figures, the range of  $l$  is from -199 to 200.

### 2.3. Localized gratings

From the properties of optical vortices described in previous section, we know that a ray-tracing method could be used to trace the paths of photons from the phase plane to the optical vortex. If the position and propagating direction of photons on the phase plane are known, how and where the photons are incident on the focal plane can be obtain. To find the initial condition of photons on the phase plane, let us consider the phase pattern of gratings first. The transmittance of the grating has the form

$$t(x, y) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} . \quad (2)$$

Here,  $\vec{r}$  is the position vector of the phase plane.  $\vec{k}$  is the direction vector. It determines the direction and the period of the grating. It also determines the propagating direction of the photons after passing through it.

Consider the phase pattern of equation (1) with a positive  $l$  around  $\theta = 0^\circ$  region, as shown in Fig. 6. From the properties of optical vortices mentioned before, the photons in this region focus to  $\phi = 90^\circ$  region of the focal plane. However, after passing through the grating with  $\vec{k} = k\hat{y}$ , where  $k$  is a positive constant, the light also focuses to  $\phi = 90^\circ$  region of the focal plane. Since this grating deflects the light upward. The upward propagating wave focuses to  $\phi = 90^\circ$  region of the focal plane. Thus  $\theta = 0^\circ$  region of equation (1) have a similar effect on the incident photons as the grating with  $\vec{k} = k\hat{y}$  does.

For the region around  $\theta = 180^\circ$ , we can also find a corresponding grating that has similar effects on the incident photons. From the properties of optical vortices, we know that the photons on this region focus to  $\phi = 270^\circ$  region of the focal plane. The grating with  $\vec{k} = -k\hat{y}$  also makes light propagate downward and focus to  $\phi = 270^\circ$  region of the focal plane.

Thus, in a small region of the phase pattern of equation (1), we use the phase pattern of the corresponding grating to approximate the original phase pattern. Since the phase pattern of the grating with different  $\vec{k}$  only exist in a small region. We call these gratings as localized grating. In such way, the initial directions of the photons on the phase plane can be easily qualitatively determined by these localized gratings.

Therefore, the phase distributions of equation (1) can be considered as the assembly of many localized gratings orientate in different directions at different position.

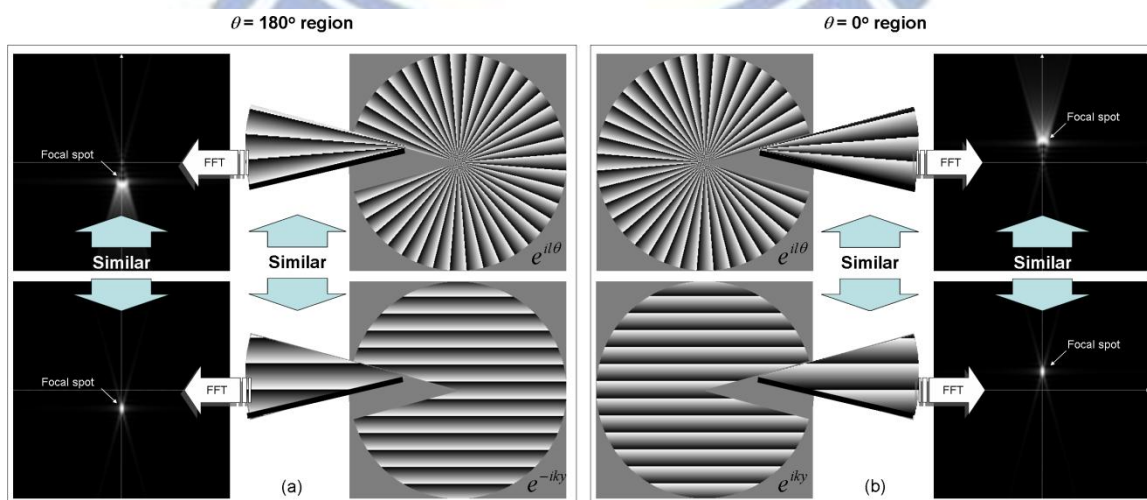


Fig. 6. The comparison between the phase pattern of  $\exp(il\theta)$  and that of gratings. (a) The phase pattern around the  $\theta=0^\circ$  region of  $\exp(il\theta)$  is similar to that of the grating,  $\exp(iky)$ . The corresponding intensity distributions are also similar. (b) The phase pattern around  $\theta=180^\circ$  region is similar to the phase pattern of  $\exp(-iky)$ . The corresponding intensity distributions are also similar. Thus, the phase pattern,  $\exp(il\theta)$ , can be considered as many localized gratings orientate in different directions at different position.

#### 2.4. An intuitive view of the OAM in optical vortices

OAM is defined as the cross product of a position vector and the transverse momentum of light at that position. If the transverse momentum distribution is known, the OAM distribution can be obtained. In addition, since photons carry momentum. If how photons are incident on the focal plane is known, the transverse momentum on the focal plane can be known.

From previous section, we said that the phase pattern of equation (1) can be considered as the assembly of many localized gratings orientate in different directions at different position. The orientation and period of each grating can qualitatively decide the propagating direction of photons after they leave the phase plane. With these initial conditions of the photons, the ray-tracing method is applied to decide the paths of these photons. Then, the incident angles of the photons at the focal spot on the focal plane can be known. Thus the OAM in optical vortices can be obtained

Fig. 8 shows the path of photons that travel from the phase plane to the optical vortex with positive  $l$ . In the right of Fig. 8 are the projections of the photon path on  $y$ - $z$  plane and  $x$ - $z$  plane. From Fig. 8, the photons travel upward after passing through the  $\theta=0^\circ$  region of the phase plane. Then, the photons are focused to point A on the focal plane by the lens. From the incident angle of the photons, we know that the direction of the total transverse momentums,  $\vec{P}_t$ , on the focal plane is along  $-\hat{u}$ . The direction of the position vector of point A is along  $\hat{v}$ . Thus, the direction of OAM at point A is along  $\hat{z}$ . The directions of the OAM in other positions of the optical vortex are also along  $\hat{z}$ , since the phase pattern has azimuth symmetry. Thus, when the particles trapped in the optical vortex absorb the photons, they obtain the OAM and move around the optical vortex.

Fig. 9 shows the case of negative  $l$ . By the same process, we can know that the direction of the OAM in the optical vortices with negative  $l$  is along  $-\hat{z}$ . This is the opposite direction of the OAM in the optical vortices with positive  $l$ . Thus the particles trapped in the optical vortex with negative  $l$  move around the optical vortex in different direction.

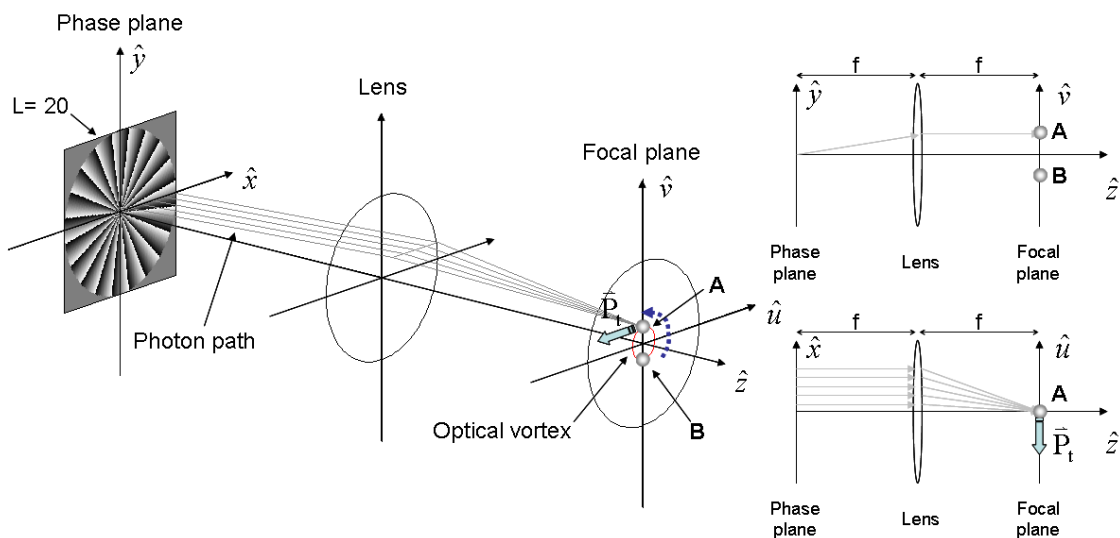


Fig. 8. The path of photons traveling from phase plane to the optical vortex with positive  $l$ . The projection of the path on the  $y-z$  plane is shown in right top. The projection of the path on the  $x-z$  plane is shown in right bottom.

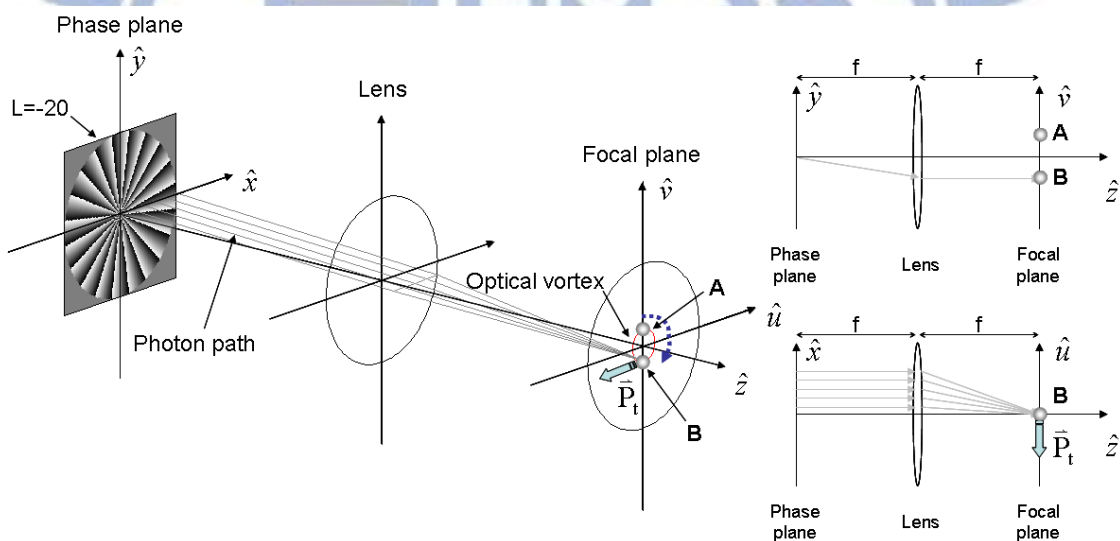


Fig. 9. The path of photons traveling from phase plane to the optical vortex with negative  $l$ . The projection of the path on the  $y-z$  plane is shown in right top figure. The projection of the path on the  $x-z$  plane is shown in right bottom figure.

### 3. CONCLUSIONS

In this paper, a method that uses the linear momentum of photons to describe the OAM in optical vortices is proposed. Although it only gives the qualitative results of the OAM in optical vortices, it provides us a much



simpler way to obtain some properties of optical vortices. By simply looking at the phase pattern and then the direction of OAM and the shape of optical vortices can be estimated.

In addition, we also found that the transporting property of optical vortices can be simply described by the linear momentum transfer from the inclined incident photons. Thus we might be able to create an optical field which has the transporting property without using optical vortices.

## REFERENCES

1. J. E. Curtis, B. A. Koss, D. G. Grier, "Dynamic holographic optical tweezers," *Opt. Commun.*, 207, 169-175, 2002.
2. J. E. Curtis and D. G. Grier, "Structure of optical vortices," *Phys. Rev. Lett.*, 90, 133901-1-133901-4, 2003.
3. L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, "Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian Lase modes," *Phys. Rev. A*, 45, 8185-8189, 1992.
4. K. Volke-Sepulveda, V. Garcés-Chávez, S. Chávez-Cerda, J. Arlt and K. Dholakia, "Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam," *J. opt. B*, 4, S82-S89, 2002.
5. K. Ladavac and D. G. Grier, "Microoptomechanical pump assembled and driven by holographic optical vortex arrays," *Opt. Exp.*, 12, 1144-1149, 2004.
6. J. E. Curtis and D. G. Grier, "Modulated optical vortices," *Opt. Lett.* 28, 872-874, 2003.
7. J. Lin, X.-C. Yuan, S. H. Tao, X. Peng and H. B. Niu, "Deterministic approach to the generation of modified helical beams for optical manipulation," *Opt. Exp.*, 13, 3862-3867, 2005.
8. J. W. Goodman, *Introduction to Fourier optics 2nd*, MacGRAW-HILL, New York, 1996.
9. S. Soundbeck, I. Gruzberg and D. G. Grier, "Structure and scaling of helical modes of light," *Opt. Lett.*, 30, 477-479, 2005.