

國立交通大學
光電工程研究所
博士論文

全場顯微干涉術及其在折射率及
表面形貌之量測應用

Full-field microscopic interferometry and its
applications on the measurements of refractive
index and surface topography

研究生：陳彥良

指導教授：蘇德欽 教授

中華民國 九十九 年 十 月

全場顯微干涉術及其在折射率及
表面形貌之量測應用

Full-field microscopic interferometry and its
applications on the measurements of refractive
index and surface topography

研究生：陳彥良

Student: Yen-Liang Chen

指導教授：蘇德欽 教授

Advisor: Prof. Der-Chin Su



Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
For the Degree of Doctor of Philosophy in
The Institute of Electro-Optical Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Chiao-Tung University
Hsin-Chu, Taiwan, R.O.C.

中華民國 九十九 年 十 月

全場顯微干涉術及其在折射率及表面形貌之量測應用

研究生：陳彥良

指導教授：蘇德欽 教授

國立交通大學 光電工程研究所

摘要

本論文主要描述利用外差干涉術取代目前顯微干涉術中的傳統光干涉方法，進而改良成為全場外差干涉顯微技術。利用此技術可量測微米尺度下的二維相位延遲分佈、折射率分佈、表面形貌分佈等等。將單點量測擴展成為全場時，必須解決參考訊號的取得問題，在此提出兩種可決定全場絕對相位的新方法，利用較低振幅鋸齒波或非對稱三角波做為驅動電光晶體的電壓訊號，使得外差干涉訊號產生斷點而決定出參考相位，進而得到絕對相位。

在二維相位延遲的量測方法中，以共光程干涉儀的架構，使外差光束通過待測樣本與檢偏板，在任一像素位置上擷取到呈現弦波的干涉光訊號，其相位則為相位延遲量。這些取樣數據可經由 IEEE 1241 標準規範中提到的最小平方弦波擬合法，擬合成一連續弦波，待扣除參考訊號之相位後，則可求得該像素位置的相位延遲，而其他像素亦可藉此方法得到，即可完成全場相位延遲分佈的量測。

在折射率分佈的量測方法中，提出一種垂直入射的方法來進行。利用線性與旋光外差光束依序進入一改良式 Twyman-Green 干涉儀的光學架構中並得到干涉訊號之相位值，之後由 Fresnel 公式可推得相位與折射率之間的關係，而解出二維折射率分佈。在表面形貌分佈的量測方法中，將外差光束準直後進入一改良式 Linnik 顯微鏡的光學架構並得到干涉訊號之相位值，之後由兩臂光程差與相位差值的關係進而解得二維表面形貌分佈。另外為了改良顯微鏡系統之量測區域範圍與角度大小的限制，利用影像縫合技術，將不同位置或不同角度所測得多張影像的重疊區域，經由最佳化的旋轉平移矩陣運算而縫合成一完整影像，進而得到完整的樣本表面形貌。

本論文所提出的量測方法有光學操作簡單、高量測解析度以及高重現性等優點。

Full-field microscopic interferometry and its applications on the measurements of refractive index and surface topography

Student: Yen-Liang Chen

Advisor: Prof. Der-Chin Su

Institute of Electro-Optical Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

The heterodyne interferometry is introduced to the conventional interference microscopy to measure full-field phase retardation, refractive index distribution and surface topography. For determining full-field absolute phases, two different voltage signals, the saw-tooth wave with lower amplitude and the asymmetric triangle wave, are applied to drive the electro-optic modulator. Their break point positions are used to derive the reference phases.

A common path heterodyne interferometry is applied to measure the full-field phase retardation. A heterodyne light passes through the sample and an analyzer. The interference intensities recorded at any pixel of camera are the sampling points of a sinusoidal signal. The phase of that pixel can be derived with a least-square sine fitting algorithm on IEEE 1241 standard. Subtracting the reference phase, the phase retardation can be obtained. The retardations at other pixels can be obtained similarly.

The full-field phase distributions are measured with a modified Twyman-Green interferometer, in which linearly/circularly polarized heterodyne light beams are used in order. The measured data are substituted into the special equations derived from Fresnel equations, and the full-field refractive index distribution can be obtained. In addition, the height distribution can be calculated from the phase distribution measured by using a modified Linnik microscope with a heterodyne light source. Because the measurable region of a microscope is restricted, the overall topography of measuring larger samples cannot be obtained in a single measurement. It can be improved by measuring at different angles and positions. Then, these data are merged together to form the associated geometrical topography with the image stitching method. The above methods have several merits such as easy operation, high resolution and rapid measurement.

誌 謝

能夠順利完成這本論文，首先最要感謝的是我的指導老師 蘇德欽教授，在這五年的研究生活中，老師的言教與身教開闊了我在學識領域的視野，以及對生活各方面的體悟。老師對教學本土化的理念與堅持，以及嚴謹的治學精神，也深刻地影響了我對於從事研究工作的認知，使我從中學習並培養做研究應該具備的方法與態度。另外實驗室的环境非常舒適和諧，感謝老師讓我在此良好的環境中愉快地成長與學習。

其次我要感謝近幾年從實驗室畢業的學長們，李朱育博士、許正治博士、陳坤煌博士以及 陳敬恒博士，由於有他們過去的研究基礎，我才能站在巨人的肩膀上往前看，感謝他們在我研究的過程中，不吝給予許多研究建議與生活上的關心；感謝實驗室的夥伴，謝博任、簡志成、楊惠婷、謝鴻志、吳旺聰與張巍耀等人，在研究、修課與實驗方面的協助與陪伴；感謝工研院量測中心的各級長官，主任 段家瑞博士、副主任 林增耀博士、組長 彭國勝博士、副組長 藍玉屏博士、室主任 劉惠中先生，以及計畫主持人 姚斌誠博士、傅尉恩博士與溫博浚先生提供我兼職工作的機會，使我求學期間的家庭經濟來源不致於匱乏；感謝過去曾同時在量測中心服國防役的弟兄們，葉大綱博士、王振宇博士、吳乾琦博士、徐炯勛博士、林志明先生以及鄭凱宇先生，在工作與生活方面的陪伴扶持與關懷；另外也要感謝目前的同事，也是一起奮鬥並即將拿到博士學位的戰友們，潘善鵬先生、溫博浚先生與陳智榮先生等人，在學業與工作方面的討論與支援。

最後要感謝我的家人，父親 陳宗泰先生、母親 高秀鳳女士、岳母 林錦珠女士、弟弟彥廷、妹妹品心、小姨子謝美美、連襟許皓程、小舅子謝濬澤以及我的妻子佩芬，謝謝他們的支持與鼓勵，使我有勇氣、毅力且無後顧之憂地完成學位。兩個兒子宥勳與泓鈞在我求學期間相繼問世，感謝上天賜與這最好的禮物。願將此榮耀獻給我最愛的家人！

目 錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌 謝.....	iii
目 錄.....	iv
圖 目 錄.....	vii
第一章 緒論.....	1
參考文獻.....	4
第二章 全場外差干涉術.....	6
2.1 前言.....	6
2.2 外差光源與外差干涉術之原理.....	6
2.2.1 使用電光晶體調制的外差光源.....	6
2.2.2 外差干涉術的原理.....	8
2.3 全場外差干涉術的相位解析方法.....	9
2.3.1 測試訊號與參考訊號.....	9
2.3.2 相位計算.....	10
2.4 全場外差干涉術的誤差分析.....	11
2.5 小結.....	12
參考文獻.....	13
第三章 全場相對相位與絕對相位之量測.....	16
3.1 前言.....	16
3.2 全場相對相位延遲之量測.....	18
3.2.1 參考訊號與測試訊號之相位計算.....	18
3.2.2 二維相位延遲量測之實驗結果.....	20
3.2.3 二維相位延遲量測之誤差分析.....	24
3.3 全場絕對相位量測原理之一.....	25
3.3.1 干涉訊號之波形.....	25

3.3.2 決定絕對相位之理論.....	29
3.4 全場絕對相位量測原理之二	32
3.4.1 干涉訊號之波形.....	32
3.4.2 決定絕對相位之理論.....	35
3.5 絕對相位量測方法之比較與量測誤差	39
3.5.1 量測四分之一波片的全場相位延遲.....	39
3.5.2 訊號處理之比較.....	42
3.5.3 理論誤差之比較.....	42
3.6 小結.....	43
參考文獻.....	44
第四章 垂直入射式折射率顯微術與其應用	47
4.1 前言.....	47
4.2 原理.....	48
4.3 實驗與結果.....	52
4.3.1 量測 GRIN lens	52
4.3.2 量測 ITO.....	54
4.4 討論.....	59
4.4.1 量測 GRIN lens	60
4.4.2 量測 ITO.....	60
4.5 小結.....	61
參考文獻.....	62
第五章 奈米級表面形貌與表面粗度之量測	64
5.1 前言.....	64
5.2 原理.....	65
5.3 實驗結果.....	68
5.4 討論.....	71
5.5 小結.....	72
參考文獻.....	73
第六章 利用影像縫合技術改良干涉顯微術	76

6.1 前言.....	76
6.2 原理.....	76
6.2.1 掃描白光干涉顯微鏡.....	76
6.2.2 微硬度計壓頭之量測準則.....	78
6.2.3 影像縫合.....	80
6.2.4 多張影像縫合步驟.....	83
6.3 實驗與結果.....	83
6.4 討論.....	90
6.5 小結.....	91
參考文獻.....	92
第七章 結論.....	94
簡 歷.....	96
著 作.....	97

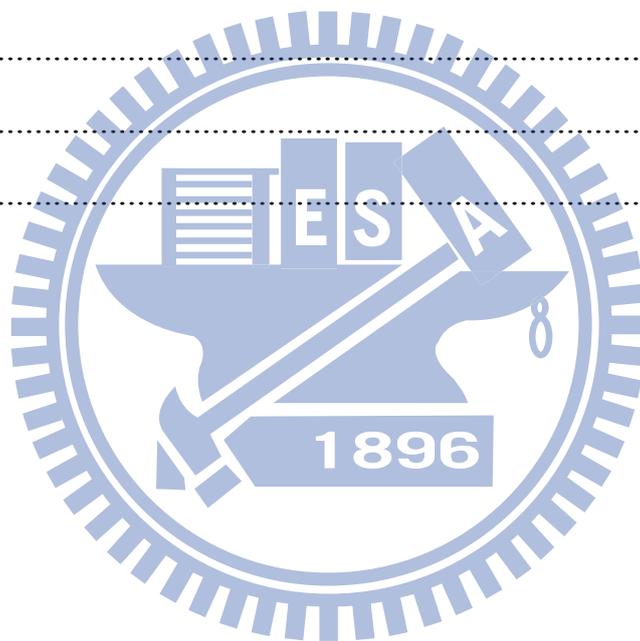


圖 目 錄

Fig. 2.1	驅動電光晶體的電壓信號	8
Fig. 2.2	在 n 張拍攝影像相對應像素上，記錄一序列的干涉光強度	11
Fig. 3.1	量測全場相位延遲之光路架構圖	18
Fig. 3.2	以相機擷取的圓形波片影像(Region I 為波片區域)	20
Fig. 3.3	全場相位延遲分佈的量測結果(以灰階表示)	21
Fig. 3.4	沿著 Fig. 3.3 中底下的虛線處所畫出的一維相位延遲分佈	21
Fig. 3.5	在 Fig. 3.3 中方形虛線框區域的相對相位延遲分佈	22
Fig. 3.6	樣本 A 中央位置的相對相位延遲分佈	23
Fig. 3.7	樣本 B 中央位置的相對相位延遲分佈	23
Fig. 3.8	使用電光晶體調制器之共光程外差干涉儀	26
Fig. 3.9	全場共光程外差干涉儀架構圖	28
Fig. 3.10	(a)干涉訊號變化情形；(b)人為修改使其成為連續弦波	29
Fig. 3.11	尋找「最佳片段」的迭代判斷條件	29
Fig. 3.12	在任意兩個鄰近的取樣片段中間插入一段週期差 Δt	31
Fig. 3.13	描述 3.3 節的處理過程流程圖	31
Fig. 3.14	外差光源架構圖	32
Fig. 3.15	非對稱三角波波波形示意圖	33
Fig. 3.16	當 ϕ 由 -180° 改變至 180° 時光強度的變化情形	35
Fig. 3.17	以 3.4 節的方法擷取離散數據示意圖	36
Fig. 3.18	改良式弦波擬合示意圖	38
Fig. 3.19	描述 3.4 節的處理過程流程圖	39
Fig. 3.20	以 3.3 節的方法在(+100,+100)像素位置的取樣光強度訊號	40
Fig. 3.21	以 3.4 節的方法在(+100,+100)像素位置的取樣光強度訊號	40
Fig. 3.22	以 3.3 節的方法量測四分之一波片之全場相位延遲分佈	41
Fig. 3.23	以 3.4 節的方法量測四分之一波片之全場相位延遲分佈	41

Fig. 4.1	垂直入射式折射率顯微術之光學架構圖	48
Fig. 4.2	GRIN Lens 之二維折射率分布量測結果(立體顯示).....	53
Fig. 4.3	GRIN Lens 之二維折射率分布量測結果(等高線圖顯示).....	53
Fig. 4.4	在不同的 α 值的條件下， n 與 Δn 之關係曲線	55
Fig. 4.5	ITO 軟性電子基板之二維折射率量測結果.....	56
Fig. 4.6	軟性電子基板之撓曲測試示意圖	57
Fig. 4.7	ITO 軟性電子基板之二維折射率量測結果(撓曲 1000 次後).....	58
Fig. 4.8	ITO 軟性電子基板之二維折射率量測結果(撓曲 4000 次後).....	58
Fig. 4.9	將 Fig. 4.8 中方框標示處放大	59
Fig. 4.10	在 1000 次與 4000 次撓曲後，比較三種量測結果之變化	61
Fig. 5.1	改良式 Linnik 顯微鏡之光路架構圖	65
Fig. 5.2	待測表面粗度樣本示意圖	69
Fig. 5.3	表粗樣本之全場相位量測結果	69
Fig. 5.4	將 Fig.5.3 進行二維相位解纏繞運算後所得之全場相位分佈圖	70
Fig. 5.5	全場表面粗度形貌	70
Fig. 5.6	兩種量測方法的結果之比較	71
Fig. 6.1	Mirau 型掃描白光干涉顯微鏡之系統架構圖	77
Fig. 6.2	當 $\alpha = 90^\circ$ 時待測圓錐型壓頭曲線之幾何關係	78
Fig. 6.3	多張影像縫合技術之步驟	82
Fig. 6.4	硬度計壓頭之四張影像量測結果	85
Fig. 6.5	影像縫合結果	86
Fig. 6.6	影像縫合結果之正向圖	87
Fig. 6.7	(a)通過壓頭頂點處的曲線；(b)兩者的差異	87
Fig. 6.8	利用最小平方擬合法計算(a)夾角角度與(b)探頭半徑	88
Fig. 6.9	(a) P 的面積函數繪圖；(b)與理論的差異曲線	89

第一章 緒論

在量測或計量(metrology)領域中，干涉儀是強而有力的工具之一，它具有快速、非破壞及無需接觸等優點，並且提供了其他技術所無法達到的高靈敏度，在幾乎所有工程或物理相關機構中都被廣泛地使用。在光學起源的歷史中，光的干涉現象常是被提及的一筆，這個現象也挑戰了十七世紀科學家對光的自然現象的解釋，尤其是牛頓(Newton)與海更斯(Huygens)[1-2]。在十九世紀時，雖然干涉的原理已清楚地被瞭解，但當時干涉儀卻很少有其他應用，其原因在於光源同調長度的限制[3]。直到 1960 年代雷射光的出現，這個強大技術的完整能力才終於被廣泛應用。到目前為止，雷射干涉儀已廣泛地用於量測距離、速度、角度、平坦度、直線度，以及動態量測等方面。

將干涉儀與顯微鏡等兩種功能的儀器結合成為單一儀器，藉以觀察微米尺度的物體，即成為顯微干涉術。就如同使用一般的顯微鏡一樣，為了觀察不透光物體(反射式)或透明物體(穿透式)，干涉顯微鏡亦有不同的設計。利用通過待測樣本(或反射自待測樣本表面)以及反射自參考鏡的同調光束產生干涉的方法，把相位差(或光程差)轉換為振幅(即光強度)變化的顯微鏡，根據干涉圖形可分辨出待測樣本的結構，並可測定樣本中某區域內的相位差或光程差。由於顯微鏡需結合高數值孔鏡(numerical aperture)的物鏡使其具有高解析力(resolving power)，因此其光束在有限的視野中亦為有限光展量(etendue)。最早的一套可用的傳統干涉顯微鏡是在 1950 年由 Dyson[4]所設計，而後 Smith[5-6]在 1954 年設計出加入偏極元件的干涉顯微鏡，並首次將此儀器推出市場。然而，上述儀器皆有雙影像的問題，直到 Horn 在 1958 年提出以 Mach-Zehnder 干涉儀做為基本架構的干涉顯微鏡[7]，才避免此問題。然而此型干涉顯微鏡價格昂貴。它不使用偏極光，但在參考與測試光路上卻需要使用完全一樣且可準確匹配的顯微物鏡與聚光鏡。發展至今，目前常見的商用型干涉顯微鏡，可依據分開光束方法的不同，區分為 Michelson、Mirau 與 Linnik 三種不同類型。由於光學架構上的限制，在物鏡的放大倍率方面，Michelson 型為 2.5x 與 5x，Mirau 型為 10x、20x 與 50x，而 Linnik 型為 100x 與 200x。另外亦可依據光源的不同(單波長光源或白光)而使用不同的

量測原理(移相干涉術或掃描白光干涉術)，而完成二維表面形貌之檢測，其側向解析度可達次微米等級，而縱向解析度可達奈米等級。

外差干涉術由於具有快速量測及高精確度等優點，因此被廣泛的應用在距離的量測[8,9]及表面粗糙度檢測[10,11]。在 1990 年代，也將外差干涉術配合全反射的條件來量測液體的折射率[12,13]或是量測磁頭滑動器的飛行高度及其等效複數折射率[14,15]。在本研究中，我們以外差干涉術取代目前顯微干涉術中的傳統光干涉方式，進而改良成為全場(二維)外差干涉顯微技術。利用此技術可量測微米尺度下的二維相位延遲分佈、折射率分佈、表面形貌分佈等等。

在第二章中的部分將介紹外差干涉術的基本原理，如何將傳統單點量測的外差干涉術擴展成為全場的外差干涉術，以及說明全場外差干涉術的相位解析與誤差分析方法。

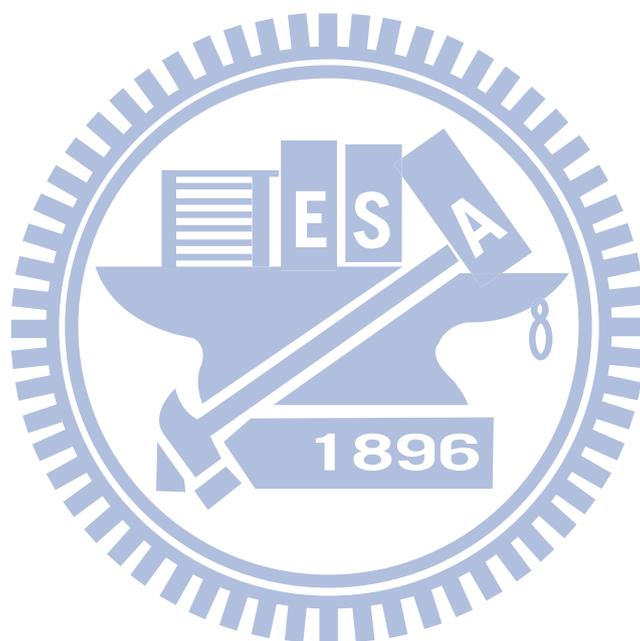
在第三章中將說明全場外差干涉術中的相對相位與絕對相位量測方法，以及二者之參考訊號如何取得的問題。在絕對相位量測的部份，描述了我們提出的兩種新方法。最後以共光程的全場外差干涉光路架構，量測波片的全場相位延遲分佈做為例子，藉以說明此方法之可行性。

在第四章中將說明利用外差干涉顯微術量測二維折射率分佈的原理與方法。首先描述此垂直入射式之外差干涉顯微術之原理，接著描述以 GRIN lens 做為待測樣本，量測其二維折射率分佈。之後改以 indium tin oxide (ITO) 做為待測對象，設計一種撓曲測試的方法與實驗結果，並利用量測之折射率改變的結果，觀察其內應力的作用情形。最後討論此方法的優缺點與其誤差分析。

在第五章中將介紹利用此外差干涉顯微術量測奈米級表面形貌與表面粗度的原理與方法。首先使外差光源進入一改良式的 Linnik 顯微鏡架構中，利用不共光程的外差干涉術，使干涉後的待測樣本影像成像於相機上。經由相位計算、相位解纏繞[16]與濾波處理[17]，可得表面粗度形貌分佈。

在第六章中將說明利用影像縫合技術改良干涉顯微術的原理與方法。由於干涉顯微鏡限制了量測範圍的區域與角度大小，利用影像縫合技術，將多張影像縫合成一張，可得到完整的樣本表面形貌。本章以圓錐形的羅氏鑽石硬度計壓頭做為待測樣本，最後測得其壓頭半徑與圓錐角度，藉以展示此方法之可行性。

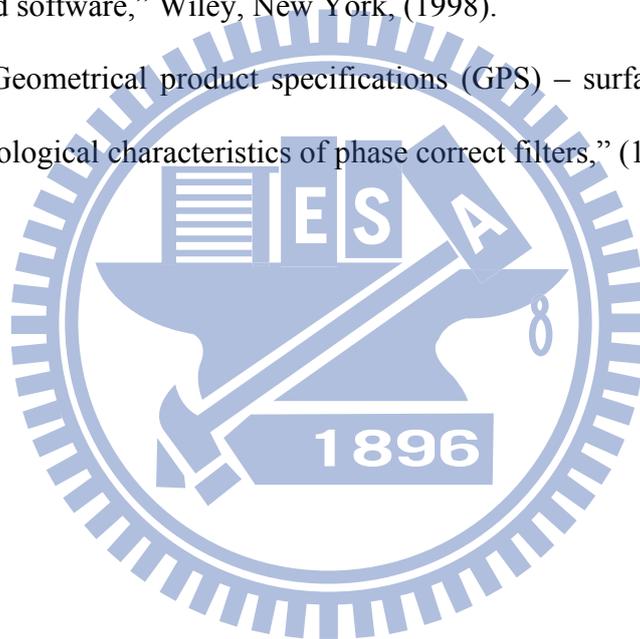
在最後一章將對本研究作一個總結，以外差干涉術結合顯微術而成之全場外差干涉顯微術，可測得 s-與 p-偏光間的二維相位差分佈，並應用於數種光學常數之二維分佈檢測。最後歸納本研究成果之結論。



参考文献

1. P. Hariharan, "Optical interferometry," 2nd ed., (Academic press), Chap. 1, pp.1-6 (2003).
2. E. Hecht, "Optics," 4th ed., (Addison Wesley), Chap. 9, pp.385-392 (2002).
3. K. J. Gasvik, "Optical metrology," 3rd ed., (John Wiley & Sons), Chap. 3, pp.38-63 (2002).
4. J. Dyson, "An interferometer microscope," *Proc. Roy. Soc. A.* **204**, 170-187 (1950).
5. F. H. Smith, "Two half-shade devices for optical polarizing instruments," *Nature* **173**, 362-363 (1954).
6. F. H. Smith, "Microscopic interferometry," *Research* **8**, 385-395 (1955).
7. W. Horn, Mikro-interferenz, *Jahrbuch für optik und feinmechanik*. N. 3, 4, 5, 6 (1956, 1957, 1958, 1959).
8. E. Collett, "Polarized light: fundamentals and applications," (Marcel Dekker, New York), 515-556 (1993).
9. H. Kikuta, K. Iwata, and R. Nagata, "Distance measurement by the wavelength shift of laser diode light", *Appl. Opt.* **25**, 2976-2980 (1986).
10. E. Gelmini, U. Minomi, and F. Docchio, "Tunable, double-wavelength heterodyne detection interferometer for absolute distance measurement", *Opt. Lett.* **19**, 213-215 (1994).
11. G. E. Sommargren, "Optical heterodyne profilometry", *Appl. Opt.* **20**, 610-618 (1981).
12. D. Pantzer, J. Politch, and L. Ek, "Heterodyne profiling instrument for the angstrom region", *Appl. Opt.* **25**, 4168-4172 (1986).

13. D. C. Su, J. Y. Lee, and M. H. Chiu, "New type of liquid refractometer", *Opt. Eng.* **37**, 2795-2797 (1998).
14. C. C. Hsu, K. H. Chen, and D. C. Su, "Normal incidence refractometer", *Opt. Commun.* **218**, 205-211 (2003).
15. B. K. A. Ngoi, K. Venkatakrishnan, and B. Tan, "Scanning laser differential-heterodyne interferometer for flying-height measurement," *Appl. Opt.* **39**, 578-584 (2000).
16. D. C. Ghiglia and M. D. Pritt, "Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software," Wiley, New York, (1998).
17. ISO 11562, "Geometrical product specifications (GPS) – surface texture: profile method – metrological characteristics of phase correct filters," (1996).



第二章 全場外差干涉術

2.1 前言

由於外差干涉術具有量測精確度高、速度快，且可避免背景光以及光源穩定度的影響等等優點，使其能夠廣泛地應用於各類物理量的量測，例如表面輪廓或粗糙度量測[1,2]、物體微小位移量測[3]、小角度[4,5]、絕對距離量測[6,7]、折射率量測[8-10]以及雙折射率量測[11]等。典型的外差干涉術[12]是將兩個具有不同頻率的波前互相干涉的技術，在干涉前先將待測參數引入光的相位中，再利用鎖相技術對干涉後的訊號進行相位解析，藉由相位變化量與待測參數之間的關係，可推得待測參數的數值。過去在本實驗室的研究中，利用電光晶體調制器(electro-optic modulator)產生外差光源，應用於折射率[8,9]、小角度[4,5]、微小位移[3]、液體濃度[13,14]、厚度[15,16]等量測，然而上述的研究皆屬於單點的量測方法，若利用上述方法對待測物整個面積範圍進行量測時，往往是以掃描的方式進行，如此將十分耗時且會因使用掃描元件而產生額外誤差。在本研究中，我們利用快速 CMOS 相機做為光偵測器，以擷取全場(二維)的干涉信號，而成為全場外差干涉術。外差光源同樣利用電光晶體調制器產生，並依據共光程或不共光程干涉儀的原理，引入垂直偏光(s-)與水平偏光(p-)之間的相位差。相較於傳統單點量測的外差干涉術，全場外差干涉術多了光學成像系統以及全場相位解析的問題必須額外考慮，因此本章將根據上述內容進一步說明，首先 2.2 節簡單介紹外差光源與外差干涉術的基本原理，接著 2.3 節介紹全場外差干涉術中的相位解析方法，而全場外差干涉術的誤差分析將在 2.4 節中作探討。

2.2 外差光源與外差干涉術之原理

2.2.1 使用電光晶體調制的外差光源

一般常用的電光晶體材料有 ADP($\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$)、KDP(KH_2PO_4)等[17,18]，當外加電壓於電光晶體時，會使其具有雙折射效應。此時若一線性偏振光進入此

電光晶體，則會因其水平偏振(p-)與垂直偏振(s-)方向的折射率不相同，使得兩偏振光之間產生相位延遲(phase retardation)為

$$\Gamma = \Gamma_0 + \frac{\pi}{V_\pi} V_z, \quad (2.1)$$

其中 Γ_0 為未加電壓時的相位延遲， V_z 為外加電壓且 V_π 為電光晶體的半波電壓。而電光晶體相位延遲的 Jones 矩陣[19]可寫成

$$EO(\Gamma) = \begin{pmatrix} e^{i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma/2} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

接著我們使用如 Fig. 2.1 所繪之鋸齒波電壓訊號 $V_z(t)$ 來驅動電光晶體，此鋸齒波之頻率為 f 且振幅為 V_π ，以數學形式可表示為

$$V_z(t) = \frac{2V_\pi}{T} (t - mT) + (V_b - V_\pi), \quad (2.3)$$

其中 $mT \leq t \leq (m+1)T$ ， m 為整數， $T=1/f$ 為鋸齒波訊號之週期， V_b 為鋸齒波直流部分。將 Eq. (2.3) 代入 Eq. (2.1) 後，可得知相位延遲量會隨著時間而改變

$$\Gamma(t) = \frac{2\pi}{T} (t - mT) + \pi \left(\frac{V_b - V_\pi}{V_\pi} \right) + \Gamma_0, \quad (2.4)$$

Eq. (2.4) 中，可經由適當地調整直流電壓 V_b 而使得後面兩項為零，此時電光晶體相位延遲的 Jones 矩陣可改寫成

$$EO(\Gamma) = \begin{pmatrix} e^{-im\pi} e^{\frac{i2\pi f}{2}t} & 0 \\ 0 & e^{im\pi} e^{\frac{i2\pi f}{2}t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{-i\omega t}{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

其中 $\omega = 2\pi f$ 。若使偏振方向為 45° 之線性偏光通過電光晶體後，其電場的 Jones

vector 可寫成

$$E_o = EO \cdot E_{in} = \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} \\ e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t}, \quad (2.6)$$

其中 ω_0 為雷射光頻率。由 Eq. (2.6) 可知經過電光晶體調制的線性偏光會變成在 s-與 p-偏光之間具有角頻率差大小為 ω 的外差光源。

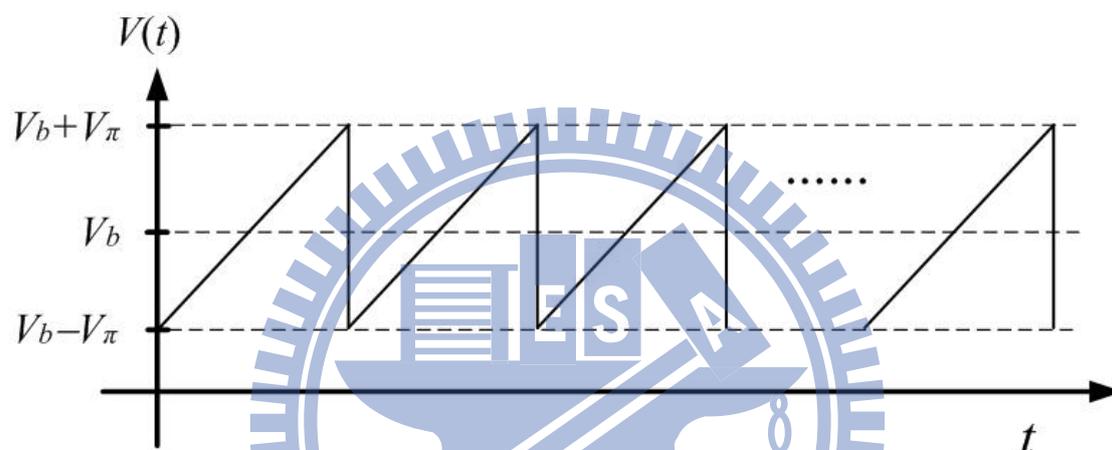


Fig. 2.1 驅動電光晶體的電壓信號

2.2.2 外差干涉術的原理

假設兩個具有不同頻率的波前電場型式為

$$E_1(t) = a_1 \exp(i\omega_1 t), \quad (2.7)$$

與

$$E_2(t) = a_2 \exp(i\omega_2 t + \phi), \quad (2.8)$$

其中 a_1 與 a_2 分別為兩波的振幅， ω_1 與 ω_2 分別為兩波的角頻率，而 ϕ 為兩波的相位差。在光偵測器上的電場型式則為兩波之電場互相重疊，亦即為 $E = E_1 + E_2$ ，因此光強度可寫成

$$I(t) = |E|^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\omega t + \phi), \quad (2.9)$$

其中 ω 為兩波的角頻率差 ($\omega = |\omega_1 - \omega_2|$)。由於光偵測器輸出的電子訊號強度正比於其接收的光強度，所以處理電子訊號就等同於處理光學干涉訊號。由 Eq. (2.9) 可知干涉訊號為一連續弦波訊號，兩波的相位差 ϕ 則被保留在此弦波訊號的相位項裡。將此干涉訊號與一個具相同角頻率 ω 的參考訊號相互比較後，便可求得 ϕ 的數值。

對於利用電光晶體調制器之外差干涉術而言，即是將 Eq. (2.6) 外差光源中的 s-與 p-偏光載入不同的相位，其電場形式則類似於 Eq. (2.7) 與 (2.8)，而此相位差 ϕ 與待測參數之間存有一個關係，可據此進一步將待測參數求出。

2.3 全場外差干涉術的相位解析方法

2.3.1 測試訊號與參考訊號

根據 Eq. (2.9)，可將此測試訊號重新改寫成

$$I_t(t) = A_t \cdot \cos(\omega t) + B_t \cdot \sin(\omega t) + C_t, \quad (2.10)$$

另外，由於在全場干涉訊號中是使用快速 CMOS 相機做為光偵測器，若我們將某個指定像素的干涉訊號做為參考訊號，則其頻率亦會與其他像素相同，且此干涉訊號可寫成

$$I_r(t) = A_r \cdot \cos(\omega t) + B_r \cdot \sin(\omega t) + C_r, \quad (2.11)$$

其中 A_t 、 B_t 、 C_t 、 A_r 、 B_r 以及 C_r 皆為實數，上述兩訊號間的相位差 ϕ 可以表示成

$$\phi = \phi_t - \phi_r = \tan^{-1}\left(\frac{-B_t}{A_t}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{-B_r}{A_r}\right), \quad (2.12)$$

由 Eq. (2.12)可知，若可明確地得到 A_t 、 B_t 、 A_r 以及 B_r 等數值，則 ϕ 便可估算得到。另外由 Eq. (2.12)亦得知， ϕ_t 與 ϕ_r 之數值應會落於 $(-\pi/2, \pi/2)$ 之間，然而若加上考慮 A_t 、 B_t 、 A_r 以及 B_r 的正負號(正數或負數)，便可知道此相位是位於哪一個象限，因而將 ϕ_t 與 ϕ_r 的可能範圍擴大至 $(-\pi, \pi)$ 之間。因此根據 Eq. (2.12)， ϕ 的範圍可以在 $(-2\pi, 2\pi)$ 之間，然而若 ϕ 不是在 $(-\pi, \pi)$ 之間，則必須用使用類似相位解纏繞(phase unwrapping)的方法[20]來修正其數值，亦即將 ϕ 分別加上 -2π 或 2π 之後，只取其中數值落於 $(-\pi, \pi)$ 範圍的那一個結果，而此修正後的結果則為待測的相位差值。

2.3.2 相位計算

我們使用一架拍照頻率為 f_s 的 CMOS 相機，在記錄時間內共擷取 n 張影像，因此每個像素皆記錄 n 個干涉光強度數值的一個序列，就相當於在一個弦波訊號上做取樣的動作，如同 Fig. 2.2 所示。對任一像素而言，若在時間為 t_1 、 t_2 、... t_n 時共擷取 n 個干涉光強度，且其數值分別為 I_1 、 I_2 、... I_n ，則亦可以將其表示成如同 Eq. (2.10)的形式，若以矩陣方式表示，則為

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

$$\text{其中 } M = \begin{pmatrix} \cos \omega t_1 & \sin \omega t_1 & 1 \\ \cos \omega t_2 & \sin \omega t_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos \omega t_n & \sin \omega t_n & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Eq. (2.13)中的 A 、 B 與 C 可藉由 IEEE 的標準規範(IEEE Std 1241-2000)[21]中所

記載的最小平方弦波擬合法而推導出來，可將其表示成

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = (M^t M)^{-1} M^t \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

其中 M^t 代表 M 的轉置矩陣。接著將 A 與 B 的估算值代入 Eq. (2.12) 中，即可計算得到該像素 (x,y) 位置的相位差值 $\phi(x,y)$ 。若將上述過程用於其他像素上，則可得到全場相位分佈的情形。

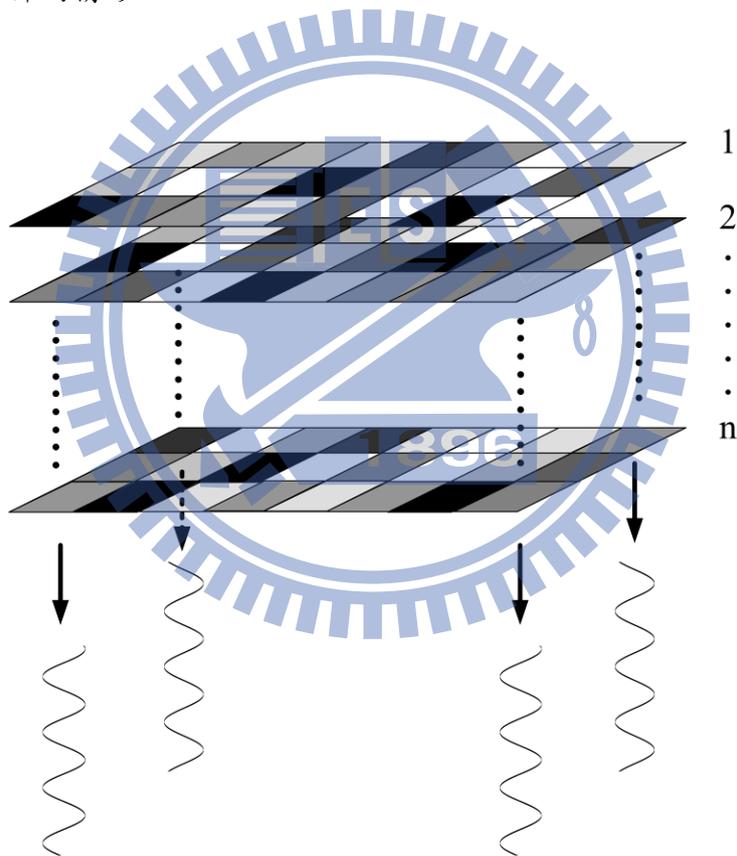


Fig. 2.2 在 n 張拍攝影像相對應同一像素上，每個像素皆記錄一序列(n 個)的干涉光強度

2.4 全場外差干涉術的誤差分析

全場外差干涉術的相位量測誤差主要來源有(1)相機取樣誤差(2)偏極混合誤差，茲分成以下兩小節加以討論。

2.4.1 相機取樣誤差[22]

此項誤差會與外差干涉訊號的頻率、相機的記錄時間、拍照頻率、曝光時間以及相機灰階數有關。Jian 等人以積分運算模擬數位相機的取樣方式，並改變上述與誤差有關的各項變數後，以數值分析方法計算得到相位誤差量的估計值[22]。在本論文中，使用 Jian 等人所發表的最佳實驗條件[22]，取樣誤差 $\Delta\phi_s$ 估計約為 0.036° 。

2.4.2 偏極混合誤差[24-26]

當光線通過如檢偏板與偏極分光鏡等偏光元件時，常會發生偏極混合 (polarization mixing) 的現象。假設偏極板調整在 p-偏光方向，則除了主要的 p-偏光會通過之外，還會耦合一小部分的 s-偏光，反之亦然。此偏極混合誤差可根據偏極板產品規格中的消光係數進一步估算其修正量。在本研究中使用的偏極板 (Japan Sigma Koki, Ltd.) 的消光係數為 1×10^{-5} ，經修正後，估計偏極混合誤差可降至 $\Delta\phi_p = 0.03^\circ$ [23]。

因此，本方法的總誤差可估計為 $\Delta\phi = \Delta\phi_s + \Delta\phi_p = 0.066^\circ$ 。

2.5 小結

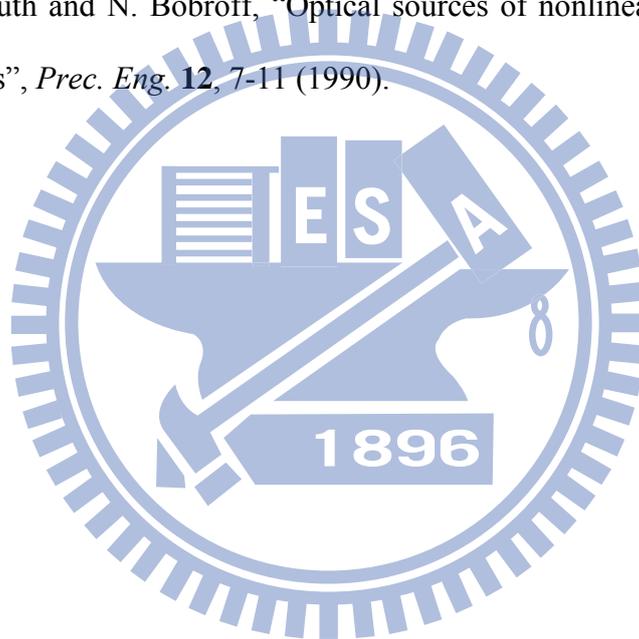
在本章中說明了使用電光晶體調制之外差干涉術的基本原理，以及將傳統外差干涉術擴展至全場量測時，在相位解算方面有著不同於單點量測的方法，接著探討本方法主要的誤差來源，包括相機取樣誤差與偏極混合誤差等。

參考文獻

1. G. E. Sommargren, "Optical heterodyne profilometry", *Appl. Opt.* **20**, 610-618 (1981).
2. D. Pantzer, J. Politch, and L. Ek, "Heterodyne profiling instrument for the angstrom region", *Appl. Opt.* **25**, 4168-4172 (1986).
3. D. C. Su, M. H. Chiu, and C. D. Chen, "A heterodyne interferometer using an electro-optic modulator for measuring small displacements", *J. Opt.*, **27**, 19-23 (1996).
4. M. H. Chiu and D. C. Su, "Angle measurement using total-internal-reflection heterodyne interferometry", *Opt. Eng.* **36**, 1750-1753 (1997).
5. M. H. Chiu and D. C. Su, "Improved technique for measuring small angle", *Appl. Opt.* **36**, 7104-7106 (1997).
6. H. Kikuta, K. Iwata, and R. Nagata, "Distance measurement by the wavelength shift of laser diode light", *Appl. Opt.* **25**, 2976-2980 (1986).
7. E. Gelmini, U. Minomi, and F. Docchio, "Tunable, double-wavelength heterodyne detection interferometer for absolute distance measurements", *Opt. Lett.* **19**, 213-215 (1994).
8. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Refractive Index Measurement Based on the Effects of the Total Internal Reflection and the Uses of the Heterodyne Interferometry", *Appl. Opt.* **36**, 2936-2939 (1997).
9. D. C. Su, J. Y. Lee, and M. H. Chiu, "New Type of Liquid Refractometer", *Opt. Eng.* **37**, 2795-2797 (1998).
10. J. Y. Lee and D. C. Su, "A Method for Measuring Brewster's Angle by Circularly Polarized Heterodyne Interferometry", *J. Opt.* **29**, 349-353 (1998).
11. Y. C. Huang, C. Chou, and M. Chang, "Direct measurement of refractive indices

- of a linear birefringent retardation plate”, *Opt. Commun.* **133**, 11-16 (1997).
12. R. S. Sirohi and M. P. Kothiyal, “Optical Components, Systems, Measurement Techniques”, (Marcel Dekker, Inc., New York), 219-246 (1992).
 13. K. H. Chen, C. C. Hsu, and D. C. Su, “Measurement of the concentration of a solution with the surface plasmon resonance heterodyne interferometry,” *Opt. Eng.* **42**, 1884-1887 (2003).
 14. K. H. Chen, C. C. Hsu, and D. C. Su, “Interferometric optical sensor for measuring glucose concentration,” *Appl. Opt.* **42**, 5774-5776 (2003).
 15. Z. C. Jian, C. C. Hsu, and D. C. Su, “Improved technique for measuring refractive index and thickness for a transparent plate,” *Opt. Commun.* **226**, 135-140 (2003).
 16. K. H. Chen, C. C. Hsu, and D. C. Su, “A method for measuring the complex refractive index and thickness of a thin metal film,” *Appl. Phys. B* **77**, 839-842 (2003).
 17. H. Takasaki, M. Isobe, T. Masaki, A. Konda, T. Agatasuma, and Y. Watanabe, “An automatic retardation meter for automatic polarimetry by means of an ADP polarization modulator”, *Appl. Opt.* **3**, 371-377 (1964).
 18. B. H. Billings, “The electro-optic effect in uniaxial crystal of the type XH_2PO_4 . I. Theoretical”, *J. Opt. Sci. Am.* **39**, 127-133 (1949).
 19. A. Yariv and P. Yeh, “Optical waves in crystals”, Chap.5, (John Wiley & Sons, Inc.), 121-154 (1984).
 20. D. C. Ghiglia and M. D. Pritt, “Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software,” Wiley, New York, (1998).
 21. IEEE, “Standard for terminology and test methods for analog to digital converters,” IEEE Std 1241-2000, 25-29 (2000).
 22. Z. C. Jian, Y. L. Chen, H. C. Hsieh, P. J. Hsieh, and D. C. Su, “Optimal condition

- for full-field heterodyne interferometry,” *Opt. Eng.* **46**, 115604 (2007).
23. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, “Complex refractive-index measurement based on Fresnel’s equations and uses of heterodyne interferometry”, *Appl. Opt.* **38**, 4047-4052 (1999).
24. C. M. Wu and R. D. Deslattes, “Analytical modeling of the periodic nonlinearity in heterodyne interferometry”, *Appl. Opt.* **37**, 6696-6700 (1998).
25. W. Hou and G. Wilkening, “Investigation and compensation of the nonlinearity of heterodyne interferometers”, *Prec. Eng.* **14**, 91-98 (1992).
26. A. E. Rosenbluth and N. Bobroff, “Optical sources of nonlinearity in heterodyne interferometers”, *Prec. Eng.* **12**, 7-11 (1990).



第三章 全場相對相位與絕對相位之量測

3.1 前言

在 2.3.1 節中曾提到有關全場外差干涉術的參考訊號問題，當利用外差干涉術進行二維表面形貌之量測時，由於表面形貌為二維平面上的相對高度變化情形，因此所測得的相位，可以是測試訊號中所有像素的相位值，相對於待測面上某個指定像素相位值的「相對相位」，亦即我們可以用該指定像素的干涉訊號做為全體像素的參考訊號。然而，若是要利用外差干涉術進行二維折射率的量測，由於折射率具有絕對的數值大小，除非待測面上的某個指定像素位置的折射率為已知量，否則無法利用上述的方法來得到參考訊號，而必須另外找測試訊號以外的干涉或電子訊號做為參考訊號，進而得到測試訊號的二維「絕對相位」分佈。在本章中，我們利用外差干涉術進行二維相位延遲的量測，藉以實現全場相對相位與絕對相位之量測。待測樣本對象為圓形波片，在 3.2 節中，量測範圍為包含整個波片的方形區域，此區域的四個角落為光束未通過樣本的部分，已知其相位延遲量為零，因此可作為參考訊號使用，而由其相對數值可得知待測樣本的相位延遲分佈，然而此方法僅可算是相對相位的量測法。接著，若量測範圍為未出波片範圍的方形區域，則在 3.3 節與 3.4 節中，我們提出兩種得到參考相位的方法，進而測得全場的絕對相位，可直接量測通過樣本中央的絕對相位延遲分佈。

光學材料的雙折特性經常被應用在許多研發領域中，例如液晶、石英晶體等等。準確地測量快軸與慢軸間的相位延遲，對於平面顯示器、光電等相關產業而言皆是一項必要的檢測技術，例如可藉測量液晶層的相位延遲而推算與製程參數相關的尺寸間隙值。過去多位研究者開發了數種測量雙折材料的相位延遲的方法[1-11]，並有很好的量測結果，然而除了 Lo 的方法[11]之外，其餘的方法都僅限於單一探測點的量測方法。雖然 Lo 的方法可用在雙折材料的全場相位延遲分佈的量測，但該方法是使用類似移相干涉技術[12]的方法。為了改進量測準確度，在本章 3.2 節的內容中，我們提出另一個量測全場相位延遲的方法。將一經過準直的外差光源擴展成平行光束後通過待測樣本與檢偏板，在任一像素位置上

擷取到的干涉光強度皆呈現一序列之弦波訊號，這些取樣數據可經由 2.3.2 節中提到的最小平方弦波擬合法，擬合成一連續弦波，待扣除參考訊號之相位後，則可求得該像素位置的相位延遲，而其他像素亦可藉此方法得到，即可完成全場相位延遲分佈的相對量測。本章在 3.2 節的內容中描述此方法之原理，以波片做為待測對象所得的實驗結果，以及誤差分析的探討。相較於其他方法，本方法同時具有共光程干涉術與外差干涉術的優點。

在現有外差干涉儀中[7,14-17]，是利用測試訊號以及參考訊號間的相位差而得到絕對相位，其中參考訊號可由分光鏡的另一道光訊號或者從電子儀器的電子訊號而得到。一般而言，上述的方法對於單點量測可說是一種高解析的技術。然而當我們欲將其擴展至全場量測時，若以二維掃描的方式進行，則量測過程將十分地耗時且冗長，因此，藉由一快速相機於有限曝光時間內擷取離散訊號，而建置的一套方便的全場外差干涉術，實有其必要性。雖然 Jian 等人[18]曾經提出應用全場外差干涉術進行量測的最佳條件，但尚未提及量測絕對相位時如何獲得參考訊號(相位)的方法。若使用與單點量測相同的方法來得到參考訊號，則會因為擷取參考訊號與測試訊號的電子元件必為不同之元件，兩者之間很難做到同步擷取，且當以程式下達開始擷取的觸發訊號給此二元件時，兩者之間的開始擷取時間，會存在著一個不確定的時間差，無法經由後處理的方式做修正，因此利用傳統方法將難以測得絕對相位。過去有數篇已發表的相關論文[19-22]，然而除了 Akiba 的方法[22]之外，其他皆僅針對相對相位的量測。在 Akiba 的方法中，提到了利用一對相同的相機同時擷取參考與測試的兩張影像，然而實際上欲調整兩張影像使其具相同位置而進行比對，實有其困難。在本章 3.3 節與 3.4 節的內容中，我們共提出兩種在共光程外差干涉儀的架構下，對 Chiu 的方法[17]進行改良，而決定全場絕對相位的方法。Chiu 的方法具有好的量測結果，然而該方法僅適用於單點量測。首先 3.3 節描述傳統方法與我們第一種採用振幅低於半波電壓的鋸齒波訊號來驅動電光晶體調制器的方法。其次在 3.4 節我們對第一種方法做進一步的改良，提出第二種採用非對稱三角波訊號來驅動電光晶體調制器的方法。接著在 3.5 節中，我們分別討論用第一種與第二種方法量測同一片四分之一波片的全場相位延遲分佈的量測結果、訊號處理方式以及量測誤差的比較。

3.2 全場相對相位延遲之量測

3.2.1 參考訊號與測試訊號之相位計算

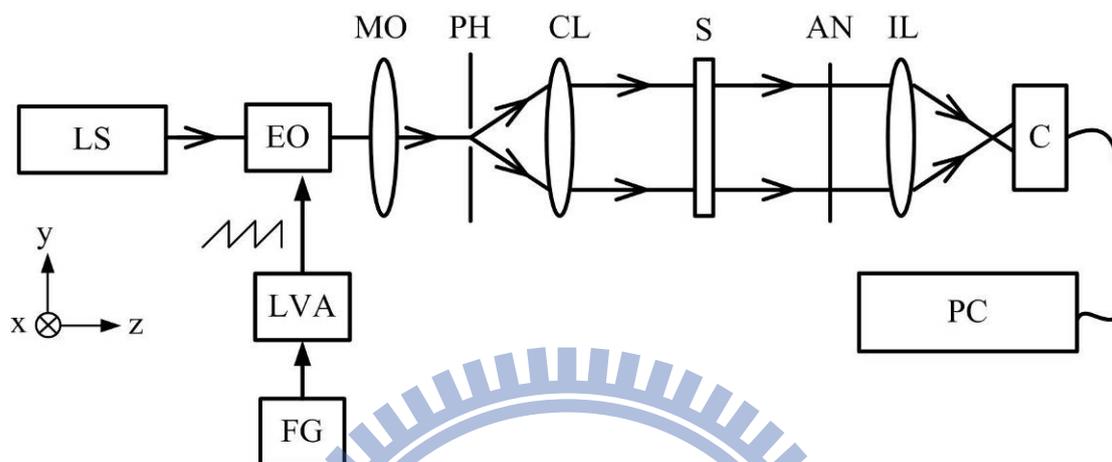


Fig. 3.1 量測全場相位延遲之光路架構圖。LS：雷射光源；EO：電光晶體調制器；LVA：線性電壓放大器；FG：訊號產生器；MO：顯微物鏡；PH：針孔；CL：準直透鏡；S：待測樣本；AN：檢偏板；IL：成像透鏡；C：CMOS 相機；PC：個人電腦。

本方法的實驗架構圖如 Fig. 3.1 所示，一線性偏極雷射光通過由訊號產生器 FG 與線性電壓放大器 LVA 所驅動的電光晶體調制器 EO，驅動 EO 的電壓訊號是頻率為 f 且振幅等於 EO 半波電壓 V_{π} 的鋸齒波訊號。此光束經過顯微物鏡 MO 與針孔 PH，再由一準直透鏡 CL 準直後，通過待測樣本 S 與檢偏板 AN，最後經由成像透鏡 IL 將影像成像於一快速 CMOS 相機 C 上。S 為我們常用的圓形波片，它可由 IL 進行成像。S 的影像則會落於 C 的感測平面上，其範圍如同 Fig. 3.2 中的 Region I 所示，而感測平面上的其他區域就標示成 Region II。若在 Region I 與 Region II 裡像素的電場大小分別為 E_t 與 E_r ，則其光強度就分別為 $I_t = |E_t|^2$ 以及 $I_r = |E_r|^2$ ，其中 I_t 與 I_r 分別表示測試訊號與參考訊號。

為方便起見，在此我們定義 $+z$ 軸為光前進方向，且 y 軸為垂直方向。首先使雷射光的線性偏極方向與 x 軸夾 45° ，且 EO 調制器的快軸與 S 的快軸皆沿 x 方向。若 AN 的穿透軸方向調整至與 x 軸夾 45° ，則 E_t 與 E_r 的 Jones 向量可推導如下 [23]

$$\begin{aligned}
E_t &= AN \cdot S \cdot EO \cdot E_o \\
&= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{\frac{i\psi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{i\psi}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\pi ft} & 0 \\ 0 & e^{-i\pi ft} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i2\pi f_0 t} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i(\frac{2\pi ft + \psi}{2})} + e^{-i(\frac{2\pi ft + \psi}{2})} \\ e^{i(\frac{2\pi ft + \psi}{2})} + e^{-i(\frac{2\pi ft + \psi}{2})} \end{pmatrix} e^{i2\pi f_0 t}, \tag{3.1}
\end{aligned}$$

以及

$$\begin{aligned}
E_r &= AN \cdot EO \cdot E_o \\
&= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\pi ft} & 0 \\ 0 & e^{-i\pi ft} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i2\pi f_0 t} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i(\frac{2\pi ft}{2})} + e^{-i(\frac{2\pi ft}{2})} \\ e^{i(\frac{2\pi ft}{2})} + e^{-i(\frac{2\pi ft}{2})} \end{pmatrix} e^{i2\pi f_0 t}, \tag{3.2}
\end{aligned}$$

其中 f_0 代表光頻率且 ψ 表示由 S 造成的相位延遲，其相關的光強度可以分別表示為

$$I_t = \frac{1}{2} [1 + \cos(2\pi ft + \psi + \phi_r)], \tag{3.3}$$

以及

$$I_r = \frac{1}{2} [1 + \cos(2\pi ft + \phi_r)], \tag{3.4}$$

其中 ϕ_r 為初始相位。由於 I_t 與 I_r 皆為弦波訊號，可根據 2.3 節的方法解出全場相

位延遲分佈 $\psi(x, y)$ 。另外，為了增加量測準確度，測試訊號 I_r 中的參考相位 ϕ_r 是由 Regions II 裡的所有像素的相位平均值而計算得到。

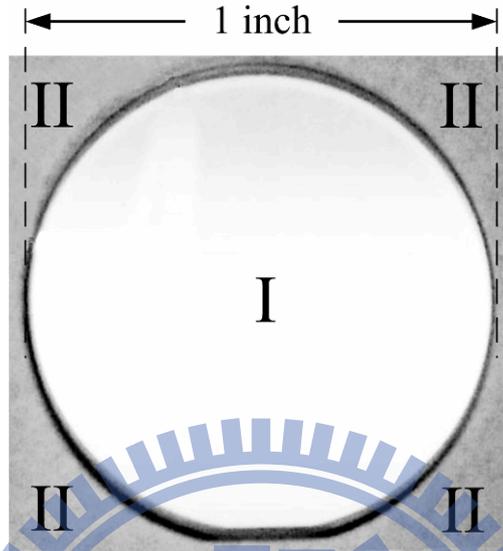


Fig. 3.2 以相機擷取的圓形波片影像(Region I 為波片區域)

3.2.2 二維相位延遲量測之實驗結果

我們使用 632.8 nm 波長的氦氖雷射、EO 調制器(New Focus/Model 4002)以及具有 256 灰階數與 320×256 像素的 CMOS 相機(Basler/A504K)，用來量測一片石英材質的四分之一波片(zero-order, Union Optic/WPF4125)[24]，此波片折射率(n_e, n_o) = (1.553, 1.544)，有效厚度 $d = 17.58 \mu\text{m}$ (只有石英晶體的厚度部分，不包含基板玻璃的厚度)，樣本直徑為 1 英吋，量測區域涵蓋整個樣本。上述 n_e 與 n_o 分別代表非尋常(extraordinary)與尋常(ordinary)光折射率。量測條件為 $f = 100 \text{ Hz}$ ， $V_\pi = 144 \text{ V}$ ，CMOS 相機的拍照頻率 $f_s = 1499.3 \text{ frames/sec}$ ，且在 0.2 秒的時間內總共擷取了 $n = 300$ 張影像。其中 f_s 的選擇是依據 Jian 等人所提出的最佳化條件[18]，以降低量測誤差。接著，我們以 MATLAB 軟體撰寫 2.3.2 節中提到的最小平方弦波擬合理論的程式，利用此程式估算每個像素的 ψ 數值。而全場相位延遲便以灰階的方式繪於 Fig. 3.3 中，其平均相位延遲為 1.573 radians，另外沿著 Fig. 3.3 中虛線位置的一維相位延遲分佈曲線，也表示於 Fig. 3.4 中。由 Fig. 3.4 可瞭解，在圓周附近的邊界繞射，強烈地影響其鄰近的量測結果。此外，對於 Fig. 3.3 的方形區域範圍(約 150×150 像素)，其差異程度(亦即量測結果與平均值 1.573

radians 間的差異)的分佈情形可計算並繪於 Fig. 3.5 中，而其標準差為 0.030 radians。

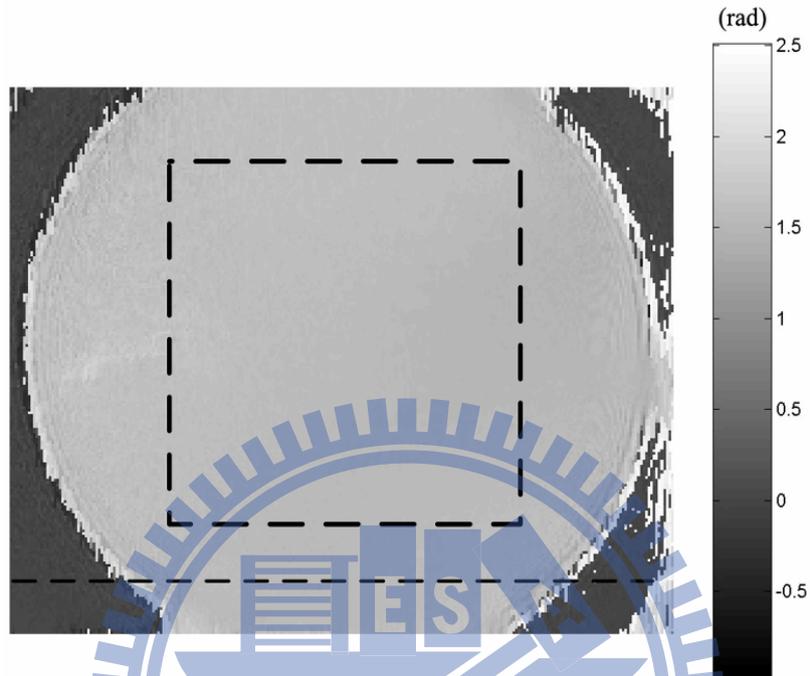


Fig. 3.3 全場相位延遲分佈的量測結果(以灰階表示)

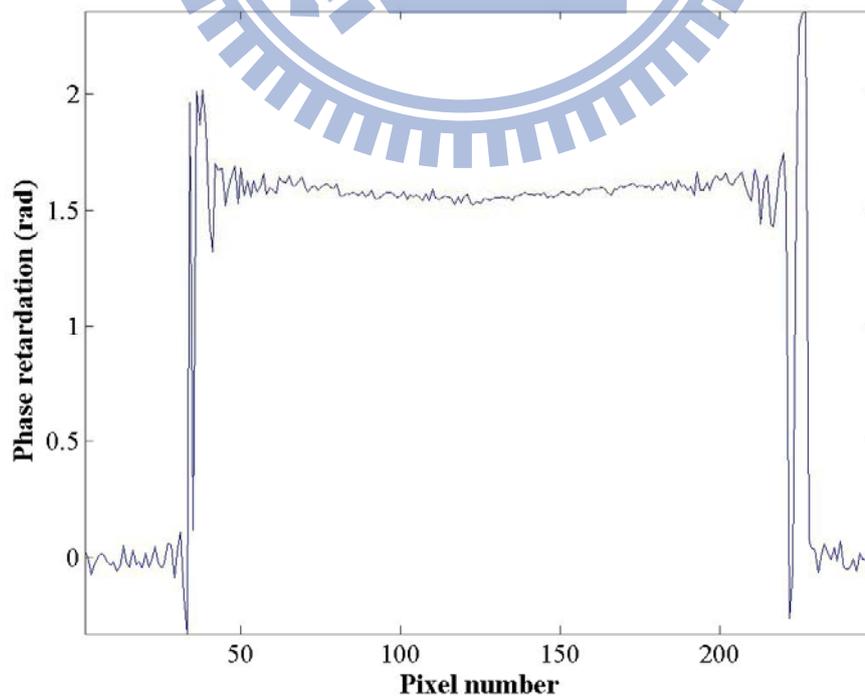


Fig. 3.4 沿著 Fig. 3.3 中底下的虛線處所畫出的一維相位延遲分佈

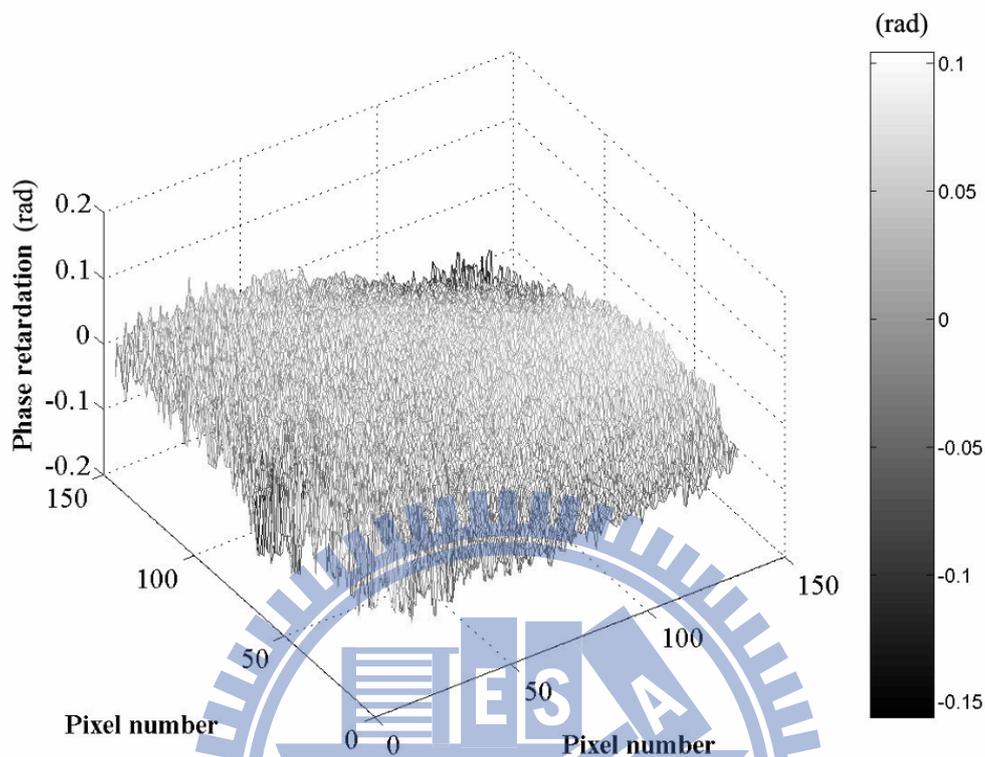


Fig. 3.5 在 Fig. 3.3 中方形虛線框區域的相對相位延遲分佈

另外，我們分別量測由兩個不同製造商所製作的四分之一波片，稱之為樣本 A 與樣本 B，並局部觀察靠近中央區域(約 60×60 像素大小)的相對相位延遲分佈情形，將此二結果按照 Fig. 3.5 的方式分別繪於 Fig. 3.6 與 Fig. 3.7 中。其中，二者相位延遲分佈的標準差分別為 0.010 radians 以及 0.049 radians，經比較此二結果後，可以得知樣本 A 具有較佳的均勻性(uniformity)，而在樣本 B 中可以清楚地見到週期性出現的相位延遲改變情形，推測應為加工製造過程中雙折材料層的厚度不均勻所造成。

Distribution of phase retardation

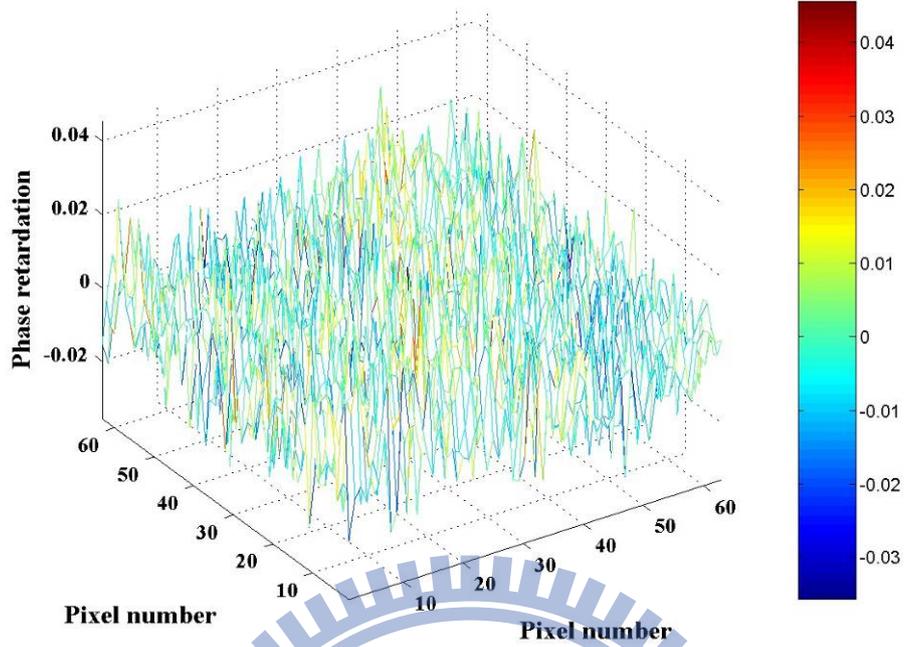


Fig. 3.6 樣本 A 中央位置的相對相位延遲分佈(單位：rad)

Distribution of phase retardation

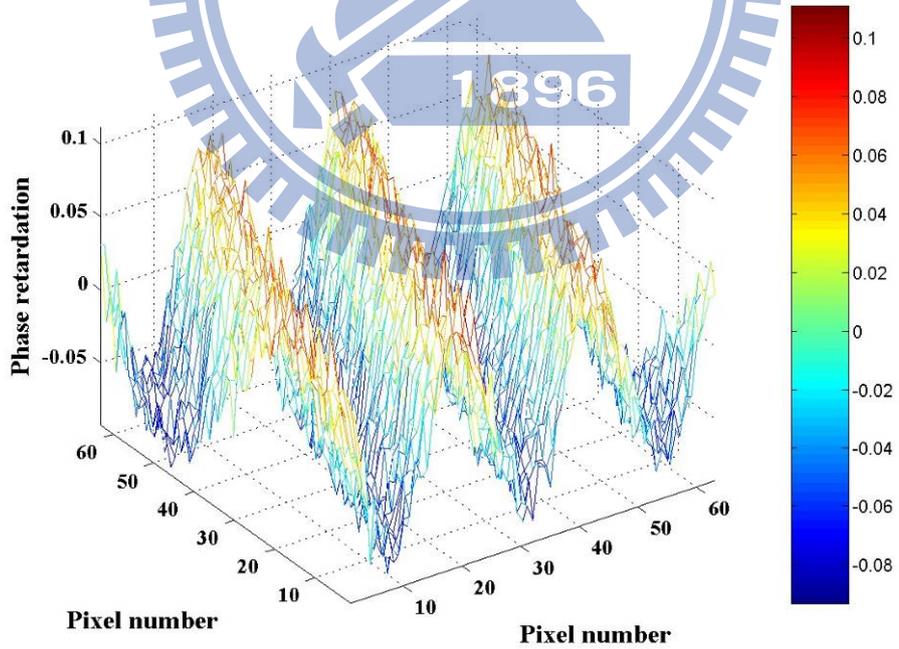


Fig. 3.7 樣本 B 中央位置的相對相位延遲分佈(單位：rad)

3.2.3 二維相位延遲量測之誤差分析

本方法中，相位差的量測誤差可能會由以下幾項因子所引起：

(1) 準直誤差

此項誤差是與光束準直的優劣有關，若光束的中央部分調整成垂直方向進入待測波片，則假設光束外圍部分會以 $\Delta\theta$ 角度入射波片。根據 Chang 的技術[25]，可改進此準直光的品質達到 $\Delta\theta = 0.02^\circ$ 。若光傳波方向與雙折樣本的光軸方向夾角為 θ ，則可將有效非尋常光折射率 $n_e(\theta)$ 表示如下[26]

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2}, \quad (3.5)$$

因此，相關的準直誤差 $\Delta\phi_c$ 可寫成

$$\Delta\phi_c = \frac{[n_e(\theta) - n_o]d}{\lambda} \times 360^\circ; \quad (3.6)$$

其中 λ 為光波長。若將我們的實驗條件 $(n_e, n_o) = (1.553, 1.544)$ 、 $d = 17.58 \mu\text{m}$ 、 $\theta = 90^\circ \pm 0.02^\circ$ 以及 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 代入 Eqs. (3.5) 與 (3.6)，則可以得到 $\Delta\phi_c \approx (1.1 \times 10^{-5})^\circ$ 。此外，Region II 的干涉訊號對比度會由於乘上係數 $\cos(\Delta\theta)$ 而降低，當 $\Delta\theta$ 小於 10° 時，對比度幾乎不變，因此，光束的準直品質幾乎不會影響 Region II 的量測結果。

(2) 取樣誤差與偏極混合誤差

此兩項誤差詳細描述於 2.4 節裡，不再贅述，分別為取樣誤差 $\Delta\phi_s = 0.036^\circ$ 以及偏極混合誤差 $\Delta\phi_p = 0.03^\circ$ 。

(3) 方位角角度誤差

此項誤差是由於 EO 調制器的快軸與待測雙折樣本的快軸之間沒有對準所造

成，若此兩快軸之間有一夾角 ε ，則此項角度誤差 $\Delta\phi_a$ 會受 ε 與 ψ 的影響。此項誤差可如同 Chiu 等人所做的估計方法[6]而得到，假設在 $\psi = 90^\circ$ 時 $|\varepsilon| = 5^\circ$ ，則可得 $\Delta\phi_a \approx 0.03^\circ$ 。

因此，本方法的總誤差可估計為 $\Delta\phi \approx 0.1^\circ$ 。此外，本方法亦可用來檢測樣本相位延遲的均勻性。

3.3 全場絕對相位量測原理之一：以振幅低於 V_π 的鋸齒波驅動電光晶體調制器的方法

3.3.1 干涉訊號之波形

以電光晶體調制器調制的傳統共光程外差干涉儀，做為單點量測的光學架構如 Fig. 3.8 所示。在此為方便說明起見，定義+z軸方向為光前進方向且y軸方向為垂直方向。外差光源 HLS 包含一線偏光雷射 LS、具 V_π 半波電壓的電光晶體調制器 EO、線性電壓放大器 LVA 以及訊號產生器 FG。一與x軸夾 45° 角之線偏光通過光軸與x軸夾 0° 角之EO，此時從FG以及LVA而來的具直流偏壓的外加鋸齒波電壓訊號對EO進行調制。在傳統的外差干涉儀中，鋸齒波電壓的振幅為 V_π ，則設 V_z 為鋸齒波電壓且可表示如 Eq. (2.3)所示，其中 T 與 V_b 分別為鋸齒波電壓的週期與直流部分，若將直流電壓 V_b 調整為

$$V_b = V_\pi \left(1 - \frac{\Gamma_0}{\pi}\right), \quad (3.7)$$

則將 Eq. (3.7) 代入 Eq. (2.4) 後，可使得 Eq. (2.4) 的後面兩項和為零[27]。然而在本方法中，假設鋸齒波電壓的振幅改為 V ，則 Eq. (2.3) 可重新改寫成

$$V_z(t) = \frac{2V}{T}(t - mT) + (V_b - V), \quad (3.8)$$

其中 $mT \leq t \leq (m+1)T$ 。將 Eq. (3.7) 代入 Eq. (3.8)，可得

$$V_z(t) = \frac{2V}{T}(t - mT) + V_\pi - \frac{V_\pi \Gamma_0}{\pi} - V, \quad (3.9)$$

將 Eq. (3.9) 之 V_z 代入 Eq. (2.1) 後，在 s-與 p-偏光之間所造成的相位延遲可以表示如下

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &= \frac{2\pi}{T} \frac{V}{V_\pi} (t - mT) + \pi - \frac{V}{V_\pi} \pi, \\ &= 2\pi \frac{V}{V_\pi T} (t - mT) - \phi_0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

在上述運算中， Γ_0 項(未加電壓時的相位延遲)會被消掉。由 Eq. (3.10) 可知，其中相位 $\phi_0 = \frac{V}{V_\pi} \pi - \pi$ ， $mT \leq t \leq (m+1)T$ ，且 m 為一整數。

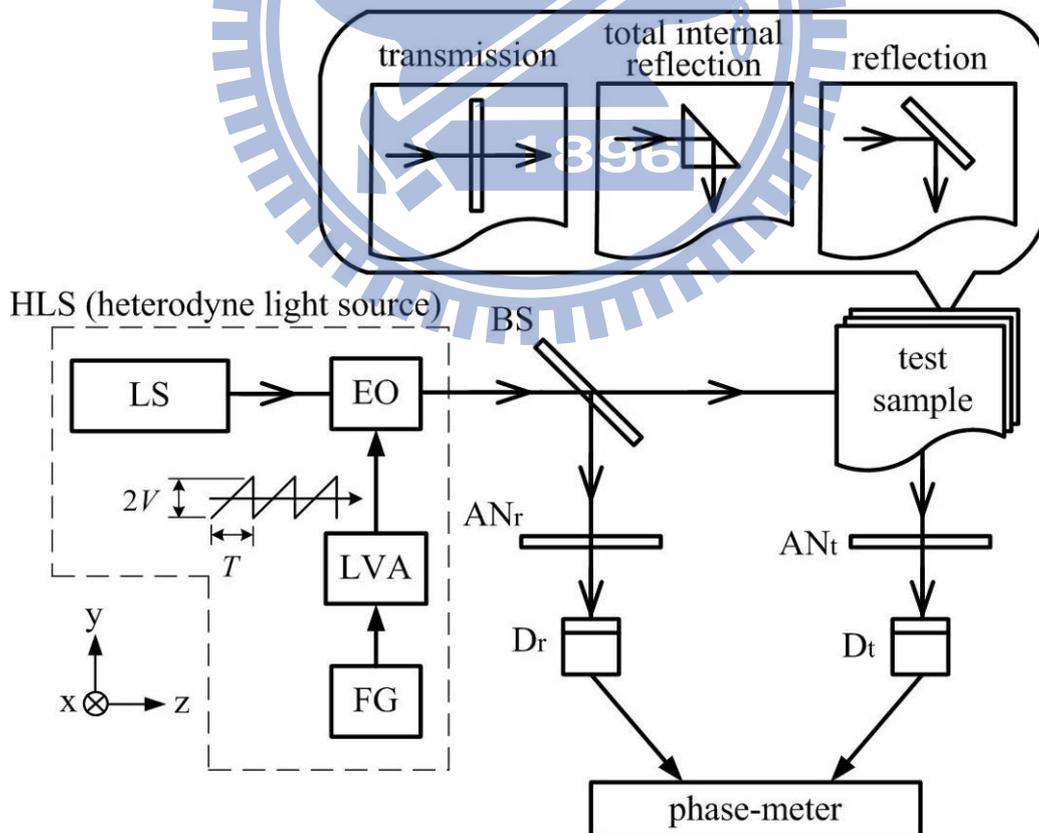


Fig. 3.8 使用電光晶體調制器之共光程外差干涉儀。LS: 雷射光源；EO: 電光晶體調制器；FG: 訊號產生器；LVA: 線性電壓放大器；BS: 分光鏡；AN: 檢偏板；D: 光偵測器。

當光束穿透(或反射自)測試樣本後，會在 s-與 p-偏光之間引入一個額外的相位差 ϕ ，之後，此光束通過檢偏板 AN_t 並進入光偵測器 D_t ，其中 AN_t 的穿透軸與 x 軸夾 45° 角，而測試訊號則可寫成

$$\begin{aligned}
 I(t) &= \frac{1}{2}[1 + \cos(\Gamma + \phi)] \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left[2\pi \frac{V}{V_\pi T} (t - mT) - \phi_0 + \phi \right] \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{V}{V_\pi T} t + \psi \right) \right] \cdot \text{rect} \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2} \right) \right\} * \sum_{i=0}^{\tilde{m}-1} \delta(t - iT), \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

其中 $\psi = \phi - \phi_0$ ， \tilde{m} 代表 m 的最大值，算符 $\text{rect}[\]$ 以及符號 $*$ 分別代表方波函數以及摺積(convolution)運算。在 Eq. (3.11) 中可知弦波的週期為 $V_\pi T/V$ ，且方波的窗寬以及窗形 delta 函數的週期皆為 T ，在傳統方法中，是選擇了 $V = V_\pi$ 的運作條件，此時 Eq. (3.11) 可以改寫成

$$I(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \psi \right) \right], \quad (3.12)$$

且 $I(t)$ 成為一連續的弦波訊號。通常由光偵測器 D_r 或 FG 得到的參考訊號之形式為

$$I_r(t) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos 2\pi \frac{t}{T} \right). \quad (3.13)$$

因此數值 ψ 可以很容易地經由相位計或鎖相放大器比較測試訊號與參考訊號而得到。另一方面，對於全場量測的要求，其光學架構必須修改成為如 Fig. 3.9 所示。將顯微物鏡 MO、針孔 PH 以及準直透鏡 CL 加入光學架構中，用來擴大並準直光束。 AN 的穿透軸與 x 軸仍然是夾 45° 角，另外用一快速 CMOS 相機來取代 D_t 。由於此二維的干涉訊號是在一個短暫的時間內完成

取樣動作，每個像素所取出的干涉訊號與從 D_f 或 FG 得到的訊號間會存在一個不確定的時間差，因此若使用傳統的方法，我們很難同時得到每個像素的 ψ 值。若在 $V < V_\pi$ 的條件下，Eq. (3.12) 之弦波訊號的週期將大於 T ，而 $I(t)$ 將成為一群週期弦波片段，而每個片段具有的初始相位為 ψ 。為了清楚說明，我們使 V 從 80 V 到 120 V 且間格 20 V 的方式逐一改變，在當 $\psi = 60^\circ$ 且 $V_\pi = 148$ V 時所得到的干涉訊號如 Fig. 3.10(a) 所示。若方波的窗寬以及窗形 delta 函數的週期皆增長為 $(T + \Delta t)$ ，則 Eq. (3.11) 可以表示成

$$I_c(t) = \frac{1}{2} \left\{ \left[1 + \cos\left(2\pi \frac{V}{V_\pi T} t + \psi\right) \right] \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T + \Delta t} - \frac{1}{2}\right) \right\} * \sum_{i=0}^{\bar{m}-1} \delta[t - i(T + \Delta t)], \quad (3.14)$$

其中 $T + \Delta t = \frac{V_\pi T}{V}$ ，因此原先 Fig. 3.10(a) 裡的干涉訊號會變成如 Fig. 3.10(b) 的波形，從這裡可知，這些波形為具有不同週期的連續弦波訊號。若我們可準確地量測出 ψ ，則 ϕ 值即可根據已知的 V 與 V_π 而計算出來。

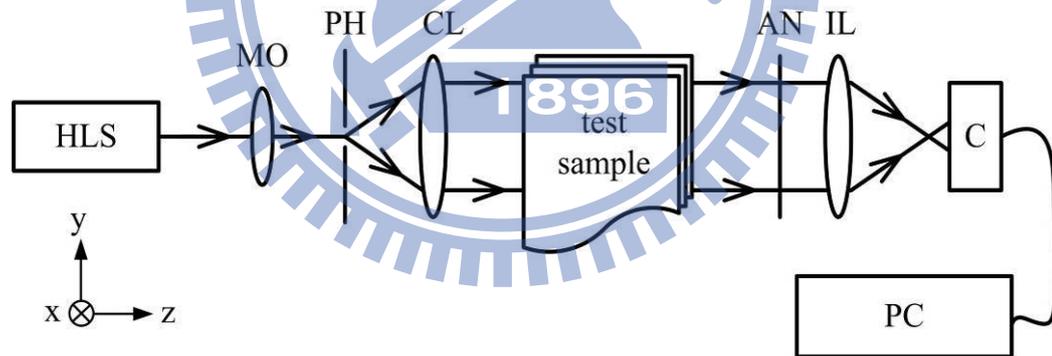


Fig. 3.9 全場共光程外差干涉儀架構圖。HLS: 外差光源；MO: 顯微物鏡；PH: 針孔；CL: 準直透鏡；AN: 檢偏板；IL: 成像透鏡；C: CMOS 相機；PC: 個人電腦。

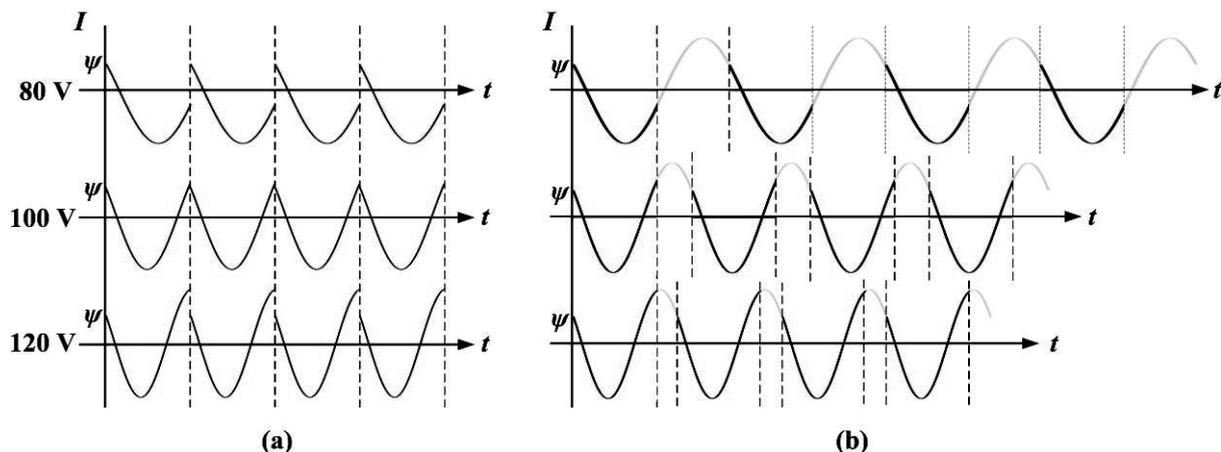


Fig. 3.10 (a) 在 $V_{\pi} = 148 \text{ V}$ 且 $\psi = 60^\circ$ 的條件下，當 V 從 80 V 到 120 V 且間隔 20 V 連續改變時的干涉訊號變化情形；(b) 將相對應的干涉訊號以增長週期的方式做人為的修改，使其成為一連續弦波訊號。

3.3.2 決定絕對相位之理論

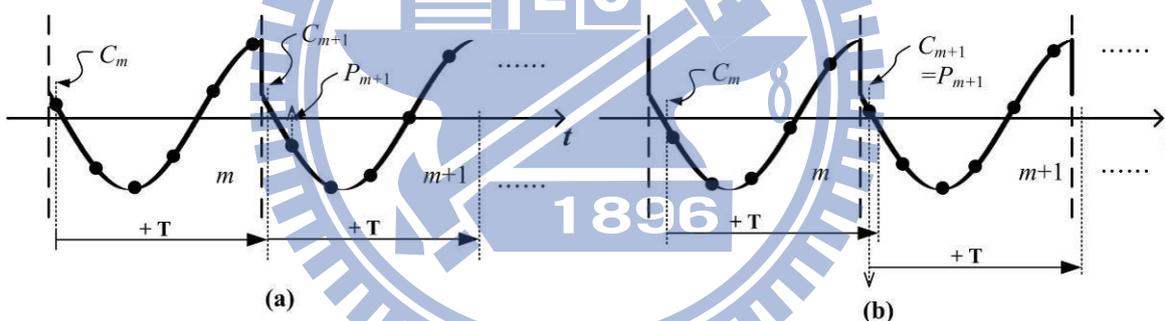


Fig. 3.11 尋找「最佳片段」的迭代判斷條件：(a) $P_{m+1} > C_m + T$ ；(b) $P_{m+1} \leq C_m + T$ 。

在 $V < V_{\pi}$ 的條件下，當我們使用一快速 CMOS 相機對干涉訊號做紀錄時，於每個像素所擷取的離散數位訊號如 Fig. 3.11 所示，其中 \bullet 標示位置代表取樣位置，而在時間軸上，弦波片段的理論起始點會位在片段與片段相接的局部極端位置，此位置可經由將 Eq. (3.11) 進行二次微分運算而決定出來，然而此位置與由相機所擷取的起始擷取點位置不會相同。理論上，某一片段的最後一點應該等同於其下一片段的起始點，然而由於每個片段的取樣起始點不可能總會在相同的相對位置上，且取樣起始點不可能總會剛好取在理論起始點的位置上。為了找出一個取樣起始點最接近理論起始點的「最佳片段」，在此假設於第 m 個片段中， P_m 以及 C_m 分別表示為該片段之取樣

起始點以及時間比較點，且令其符合初始條件 $C_1 = P_1$ ，則以下條件

$$C_{m+1} = C_m + T, \quad \text{if } P_{m+1} > C_m + T; \quad (3.15a)$$

$$C_{m+1} = P_{m+1}, \quad \text{if } P_{m+1} \leq C_m + T. \quad (3.15b)$$

必須由 $m = 1, 2, 3, \dots, i$ 依序進行疊代，直至找出最佳片段為止。為了清楚說明起見，Eq. (3.15a)以及 Eq. (3.15b)的條件可分別另以 Fig. 3.11(a)以及 Fig. 3.11(b)做說明，若第 i 個片段為最佳片段，則將時間軸位移至使 $P_i = 0$ 之位置，Eq. (3.14)則變成

$$I_i(t) = \frac{1}{2} \left\{ \left[1 + \cos\left(2\pi \frac{V}{V_\pi T} t + \psi\right) \right] \cdot \text{rect}\left(\frac{V}{V_\pi T} t - \frac{1}{2}\right) \right\} * \sum_{g=0}^{h-1} \delta\left(t - \frac{g}{f_s}\right), \quad (3.16)$$

其中 g 為正整數， f_s 以及 h 分別表示取樣頻率以及在第 i 個片段內的取樣點個數。接著在任意兩個鄰近的取樣片段中間插入一段週期差 $\Delta t = (V_\pi - V)T/V$ ，如同 Fig. 3.12 所示。基於最小平方弦波擬合理論[13]，此取樣片段可被擬合成一連續弦波，並表示成

$$\begin{aligned} I_c(t) &= \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(2\pi \frac{V}{V_\pi T} t + \psi\right) \right] \\ &= A \cdot \cos\left(2\pi \frac{V}{V_\pi T} t\right) + B \cdot \sin\left(2\pi \frac{V}{V_\pi T} t\right) + C. \end{aligned} \quad (3.17)$$

其中 A 、 B 以及 C 皆為實數且 ψ 可由以下公式得到

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{-B}{A}\right). \quad (3.18)$$

因此，絕對相位 ϕ 便可依據決定出之 ϕ_0 而被計算出來。另外為了便於理解，在此將本節完整的處理過程整理如 Fig. 3.13 中的流程圖所示。

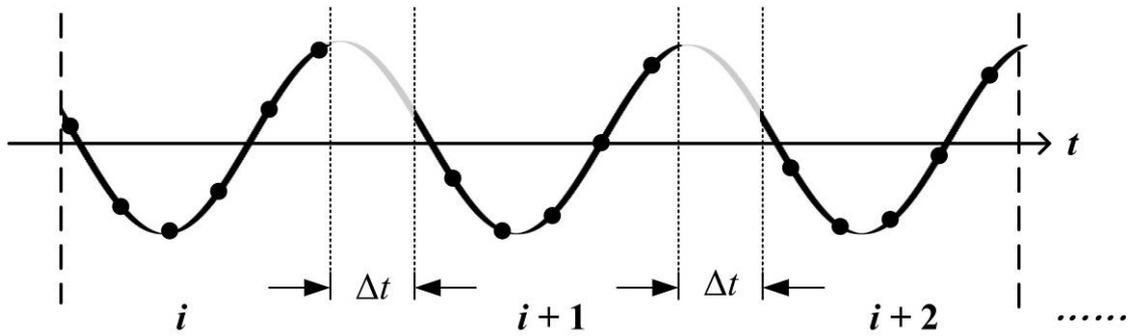


Fig. 3.12 在任意兩個鄰近的取樣片段中間插入一段週期差 Δt 。



Fig. 3.13 描述 3.3 節的處理過程流程圖

3.4 全場絕對相位量測原理之二：以非對稱三角波驅動電光晶體調制器的方法

3.4.1 干涉訊號之波形

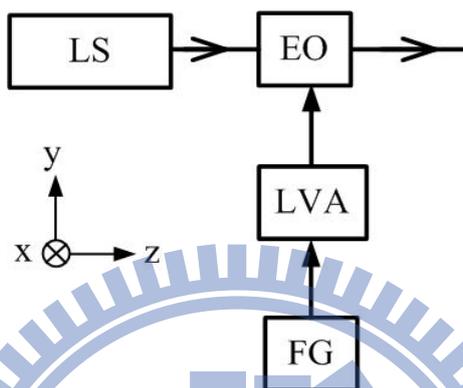


Fig. 3.14 外差光源架構圖。LS: 線偏光雷射光源; EO: 電光晶體調制器; FG: 信號產生器; LVA: 線性電壓放大器。

以電光晶體調制器 EO 調制的外差光源如 Fig. 3.14 所示，為方便起見，在此定義+z 軸為光前進方向且 y 軸為垂直方向。一與 x 軸夾 45°角之線偏光通過 EO，若 EO 之光軸方向沿著 x 軸，則在傳統的外差干涉儀中，s-與 p-偏光之間所造成的相位延遲可以表示如 Eq. (2.1)所示[27]，另外 V_z 為鋸齒波電壓且可表示如下

$$V_z = \frac{2V_\pi}{T} [(t-t_0) - mT] + (V_b - V_\pi), \quad mT \leq t-t_0 \leq (m+1)T, \quad (3.19)$$

其中 m 為整數， t_0 為取樣的起始點至下一個鋸齒波訊號起點的時間差， T 與 V_b 分別為鋸齒波電壓的週期與直流部分，可將 V_b 調整如 Eq. (3.7)所示，若將 Eq. (3.7)代入 Eq. (2.4)，則可使得 Eq. (2.4)的後面兩項和為零。而此時 Eq. (3.19)可重新改寫為

$$V_z = \frac{2V_\pi}{T} [(t-t_0) - mT] - \frac{\Gamma_0}{\pi} V_\pi, \quad mT \leq t-t_0 \leq (m+1)T. \quad (3.20)$$

然而在本方法中， V_z 改為週期為 T 的非對稱三角波，如 Fig. 3.15 所示，其中電壓上升部分的時間間距為 $2T/3$ ，電壓下降部分為 $T/3$ ，則上升與下降部分的電壓可分別表示成

$$V_z = \frac{3V_\pi}{T} [(t-t_0) - mT] - \frac{\Gamma_0}{\pi} V_\pi, \quad mT \leq t-t_0 \leq (m+2/3)T, \quad (3.21a)$$

以及

$$V_z = -\frac{6V_\pi}{T} [(t-t_0) - (m+1)T] - \frac{\Gamma_0}{\pi} V_\pi, \quad (m+2/3)T \leq t-t_0 \leq (m+1)T. \quad (3.21b)$$

將 Eq. (3.21a) 與 (3.21b) 分別代入 Eq. (2.1)，可得到

$$\Gamma = 3\pi \frac{t-t_0}{T} - m\pi, \quad mT \leq t-t_0 \leq (m+2/3)T, \quad (3.22a)$$

以及

$$\Gamma = -6\pi \frac{t-t_0}{T}, \quad (m+2/3)T \leq t-t_0 \leq (m+1)T. \quad (3.22b)$$

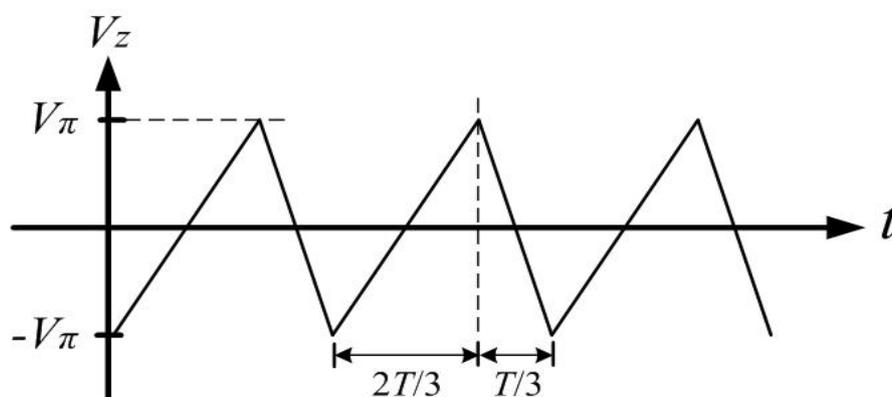


Fig. 3.15 非對稱三角波波形示意圖。

當此外差光束應用於全場量測時，在其穿透(或反射自)測試樣本後，會在 s-與 p-偏光之間引入一個額外的相位差 ϕ ，如 Fig. 3.9 所示。之後，此光束通過檢偏板 AN 並進入一快速 CMOS 相機 C，其中 AN 的穿透軸與 x 軸夾 45° 角，因此測試訊號之光強度可寫成

$$I(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(3\pi \frac{t}{T} - \phi_0 + \phi - m\pi\right) \right], \quad mT \leq t - t_0 \leq (m + 2/3)T, \quad (3.23a)$$

以及

$$I(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(6\pi \frac{t}{T} - 2\phi_0 - \phi\right) \right], \quad (m + 2/3)T \leq t - t_0 \leq (m + 1)T, \quad (3.23b)$$

其中 $\phi_0 = 3\pi t_0/T$ ，代表在 $t = 0$ 時讀取的第一個訊號處的起始相位。當 Eq. (3.23) 中具有不同的相位改變 ϕ 時， $I(t)$ 之變化情形可繪得如 Fig. 3.16 所示，由圖中可知單一週期內的 $I(t)$ 波形只會隨著待測相位 ϕ 而改變，而不會隨著起始相位 ϕ_0 而改變。因此若我們可以分別量測出 Eq. (3.23a) 與 (3.23b) 的相位 $\psi_1 = -\phi_0 + \phi - m\pi$ 以及 $\psi_2 = -2\phi_0 - \phi$ ，則 ϕ_0 可由下列算式扣除且可一併得到待測相位 ϕ 為

$$\phi = \frac{(2\psi_1 - \psi_2)}{3}. \quad (3.24)$$

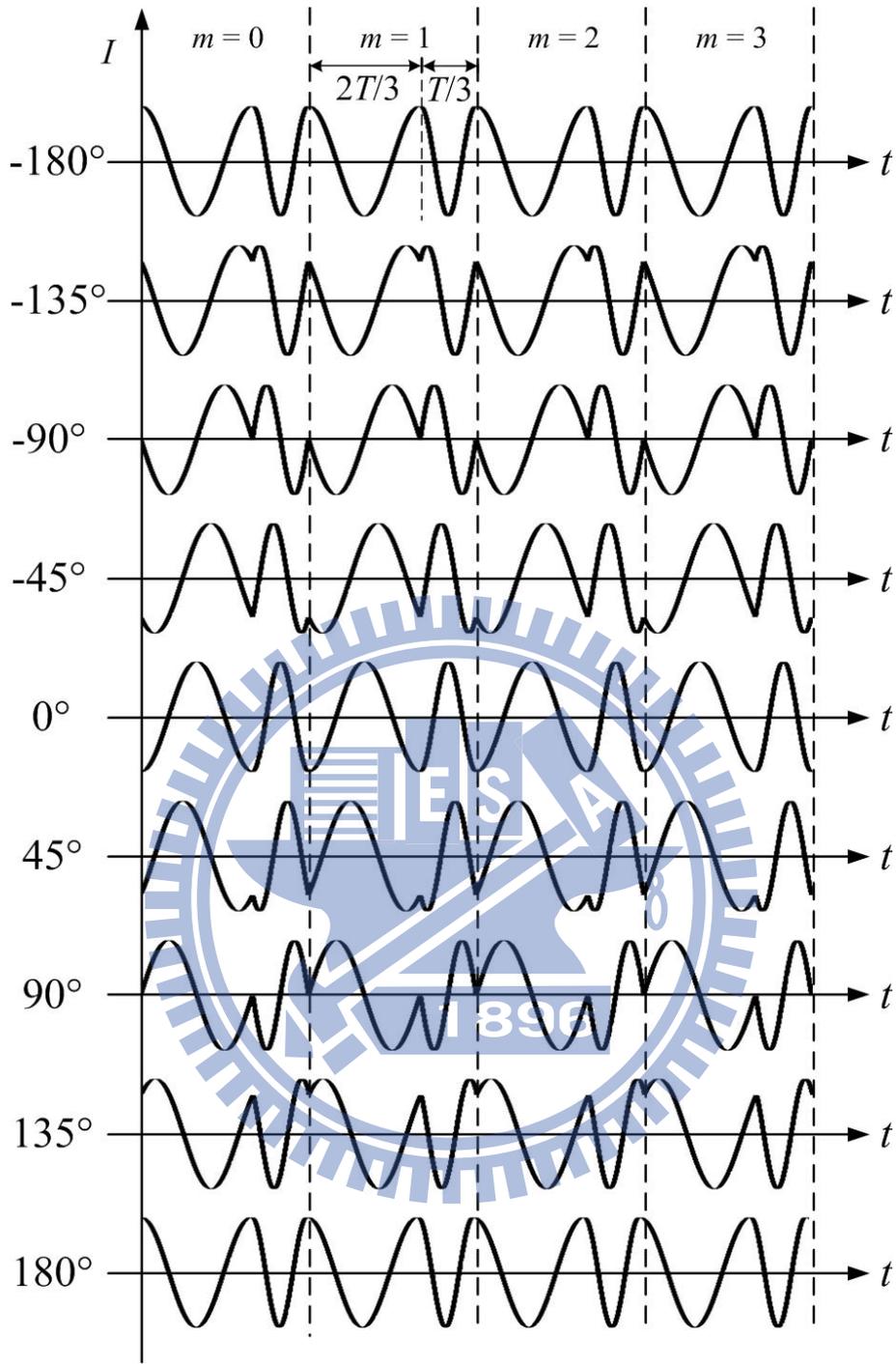


Fig. 3.16 當 ϕ 由 -180° 改變至 180° 時，光強度的變化情形。

3.4.2 決定絕對相位之理論

在 Fig. 3.9 中，當我們使用 C 對干涉訊號做紀錄時，其拍照頻率為 f_s 且在時間為 $0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (n-1)\Delta t$ 時進行共 n 張照片之拍攝，其中 $\Delta t = 1/f_s$ 。每個像素皆記錄了一序列的弦波訊號的取樣干涉光強度 $I_0, I_1, I_2, \dots, I_{n-1}$ ，於每個

像素所擷取的離散數位訊號如 Fig. 3.17 所示，其中 * 或 ○ 標示位置代表取樣位置，而在時間軸上，弦波片段與片段相接的斷開位置可經由將紀錄到的離散數據進行二次微分運算而決定出來。接著，由這些斷開位置可將弦波片段按其弦波頻率分成 $f_A = 3/2T$ (A 組) 與 $f_B = 3/T$ (B 組) 兩組，如 Fig. 3.17 中分別以 * 與 ○ 標示的不同位置，由於此兩組數據的取樣時間位置並不做任何後處理之改變，因此各數據點皆具有相同的參考時間起點，其相對應光強度方程式分別如 Eq. (3.23a) 與 (3.23b) 所示。

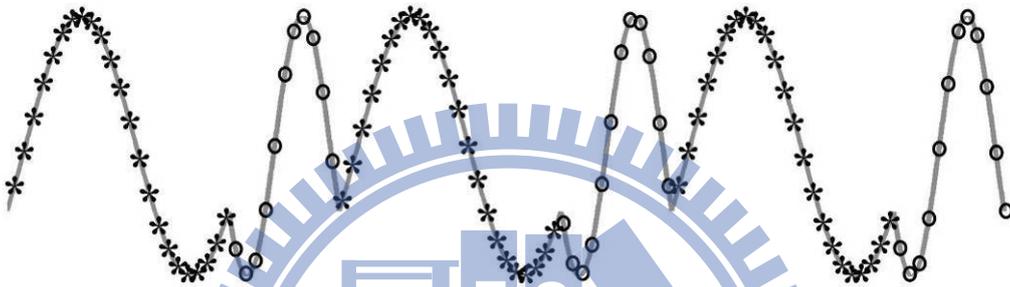


Fig. 3.17 以 3.4 節的方法擷取離散數據示意圖。A 組(標示*)： $f=3/2T$ ；B 組(標示○)： $f=3/T$ 。

將 A、B 兩組分離後，分別如 Fig. 3.18(a) 與 3.18(d) 所示。對於 A 組而言，其偶數片段與奇數片段之間具有 π 的相位差，因此無法將 A 組內所有斷開的週期片段直接擬合成一連續弦波訊號。在此若以人為方式將 A 組內的所有奇數片段 (m 為奇數的片段) 之數值做 π 的相位補償，則 A 組便如同 Fig. 3.18(b) 所示，可進一步將所有週期片段擬合成一連續弦波訊號，如 Fig. 3.18(c) 所示。若以公式表示，相位 π 的補償可藉由在傅立葉級數展開式中的 \cos 項與 \sin 項前面加上負號來達到，因此 Eq. (3.23a) 可另外表示成

$$\begin{aligned}
 I_A(t) &= \frac{1}{2} [1 + \cos(3\pi \frac{t}{T} + \psi_1)] \\
 &= A_1 \cdot \cos(3\pi \frac{t}{T}) + B_1 \cdot \sin(3\pi \frac{t}{T}) + C_1, \text{ if } m \text{ is even;} \tag{3.25a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_A(t) &= \frac{1}{2} [1 + \cos(3\pi \frac{t}{T} + \psi_1 + \pi)] \\
 &= A_1 \cdot -\cos(3\pi \frac{t}{T}) + B_1 \cdot -\sin(3\pi \frac{t}{T}) + C_1, \text{ if } m \text{ is odd;} \tag{3.25b}
 \end{aligned}$$

亦即

$$I_A(t) = \begin{pmatrix} I_A(m=0, t=0) \\ I_A(m=0, t=\Delta t) \\ \vdots \\ I_A(1, k\Delta t) \\ I_A(1, (k+1)\Delta t) \\ \vdots \\ I_A(2, (k+Tf_c)\Delta t) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(3\pi \frac{0}{T}) & \sin(3\pi \frac{0}{T}) & 1 \\ \cos(3\pi \frac{\Delta t}{T}) & \sin(3\pi \frac{\Delta t}{T}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos(3\pi \frac{k\Delta t}{T}) & -\sin(3\pi \frac{k\Delta t}{T}) & 1 \\ -\cos(3\pi \frac{(k+1)\Delta t}{T}) & -\sin(3\pi \frac{(k+1)\Delta t}{T}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(3\pi \frac{(k+Tf_c)\Delta t}{T}) & \sin(3\pi \frac{(k+Tf_c)\Delta t}{T}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \end{pmatrix} = M_1 \times \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \end{pmatrix}, \quad (3.26)$$

其中 A_1 、 B_1 與 C_1 皆為實數，可根據 2.3 節的方法計算得到，進而求出 ψ_1 。另外對於 B 組數據而言，其所有的週期片段皆具有相同的相位，因此可直接以 2.3.2 節的方法將 B 組內所有斷開的週期片段擬合成一連續弦波，並表示成

$$I_B(t) = \frac{1}{2} [1 + \cos(6\pi \frac{t}{T} + \psi_2)] = A_2 \cdot \cos(6\pi \frac{t}{T}) + B_2 \cdot \sin(6\pi \frac{t}{T}) + C_2, \quad (3.27)$$

其中 A_2 、 B_2 以及 C_2 皆為實數，亦可根據 2.3 節的方法計算得到，且可求出 ψ_2 。將 ψ_1 與 ψ_2 代入 Eq. (3.24)，便可計算得到絕對相位 ϕ 。Fig. 3.18(c) 與 3.18(e) 為分別對 A 組與 B 組數據進行弦波擬合之結果示意圖，亦即其擬合曲線(圖中實線)分別為 $I_A(t)$ 與 $I_B(t)$ 。在 Fig. 3.18(a) 中每相鄰兩片段之中會有一個恰好與擬合曲線反向的片段，雖然該片段並未落於擬合曲線上，但經由 Eq. (3.26) 之改良式弦波擬合運算處理，該片段之數據對於 ψ_1 之擬合結果仍能有所貢獻，而不致於浪費。另外為了便於理解，在此將整個處理過程整理如 Fig. 3.19 中的流程圖所示。

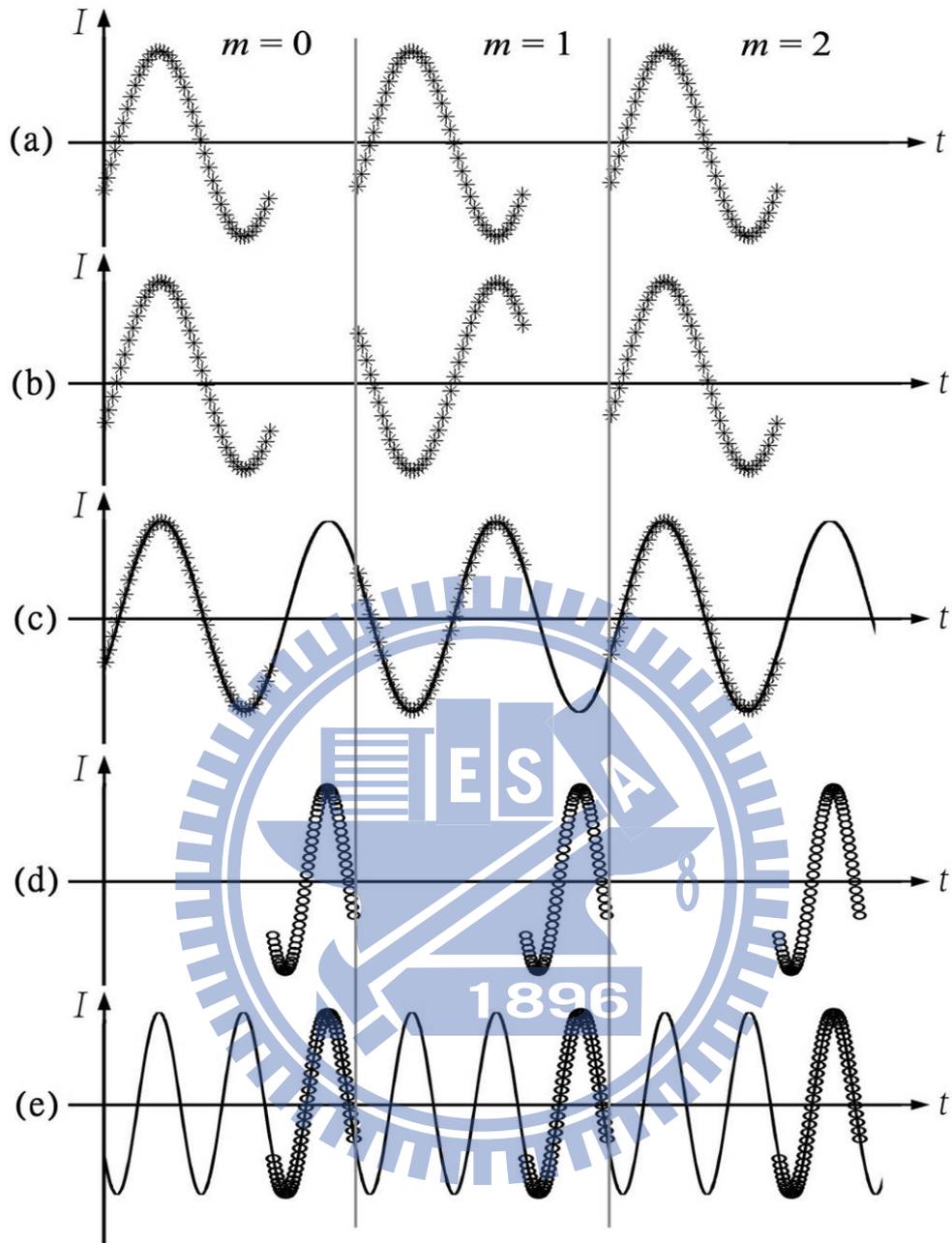


Fig. 3.18 改良式弦波擬合示意圖。(a) A 組取樣數據；(b) 將 A 組內的奇數
 片段(m 為奇數)做 π 相位補償；(c) 將(b)擬合成一連續弦波(實線部分)；
 (d) B 組取樣數據；(e) 將(d)擬合成一連續弦波(實線部分)。

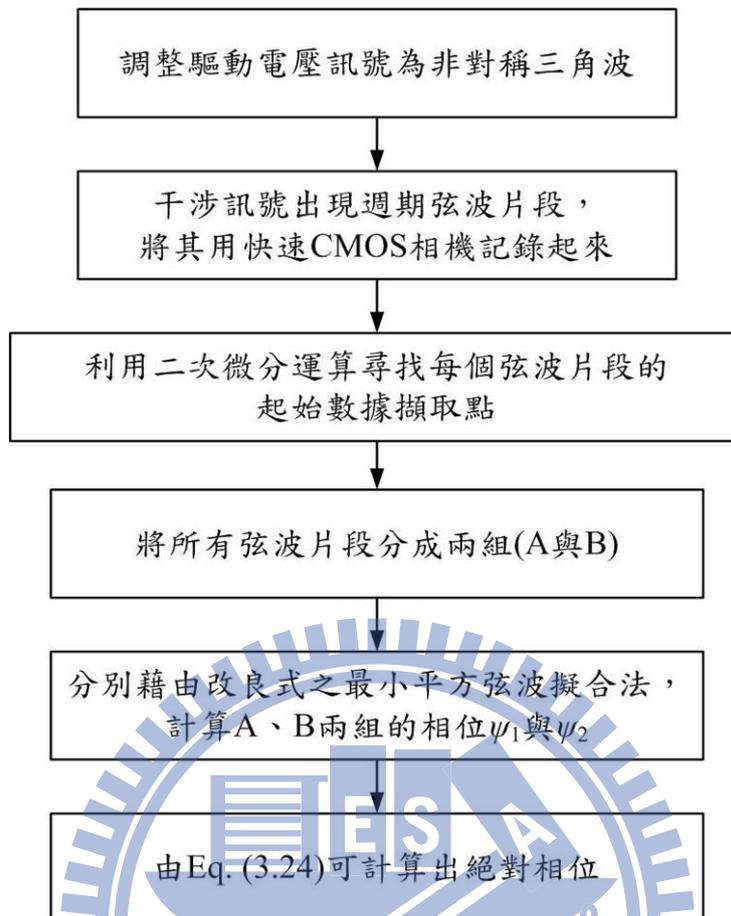


Fig. 3.19 描述 3.4 節的處理過程流程圖

3.5 絕對相位量測方法之比較與量測誤差

3.5.1 量測四分之一波片的全場相位延遲

為了顯示前述兩種方法的可行性，在此我們分別利用前述兩種方法量測相同的四分之一波片的全場相位延遲分布。光源為波長等於 632.8 nm 的 He-Ne 雷射光，半波電壓 $V_{\pi} = 148$ V 的 EO 調制器 (New Focus/Model 4002)，並使用具 8-bit 灰階數與 200×200 影像解析度之 CMOS 相機 (Basler/A504K)。在 3.3 節的方法中，量測條件為 $T = 1$ s, $f_s = 45.1$ frames/s，並以振幅等於 120 V 的鋸齒波電壓驅動 EO；在 3.4 節的方法中，量測條件為 $T = 1$ s, $f_s = 49.1$ frames/s，並以振幅等於 V_{π} 的非對稱三角波電壓驅動 EO。在上述的量測條件下，以此兩方法分別測得 500 張影像。在像素(+100,+100)

位置所取得的光強度訊號分別如 Fig. 3.20 與 Fig. 3.21 所示，而全場相位延遲量測結果分別顯示於 Fig. 3.22 與 Fig. 3.23 中，其平均值皆為 89.9° ，而標準差分別為 0.7° 與 0.5° 。

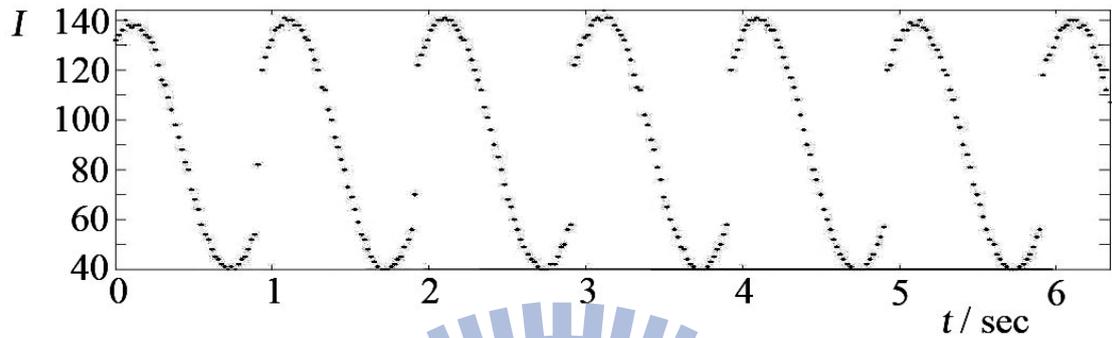


Fig. 3.20 以 3.3 節的方法在(+100,+100)像素位置的取樣光強度訊號

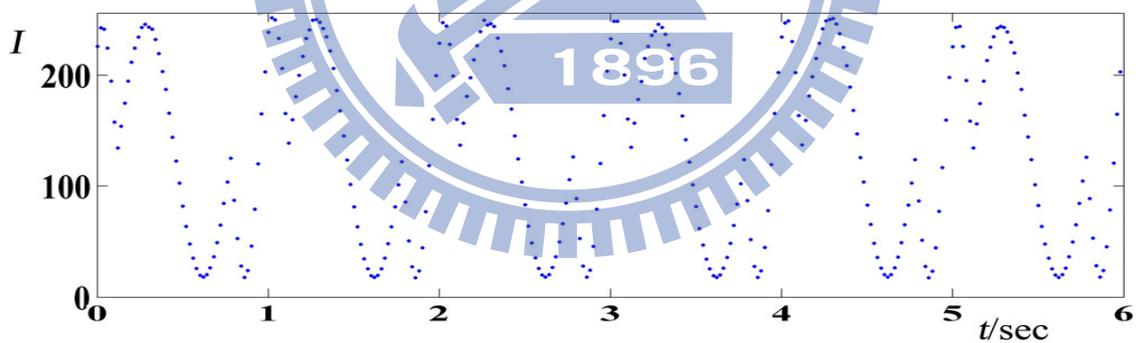


Fig. 3.21 以 3.4 節的方法在(+100,+100)像素位置的取樣光強度訊號

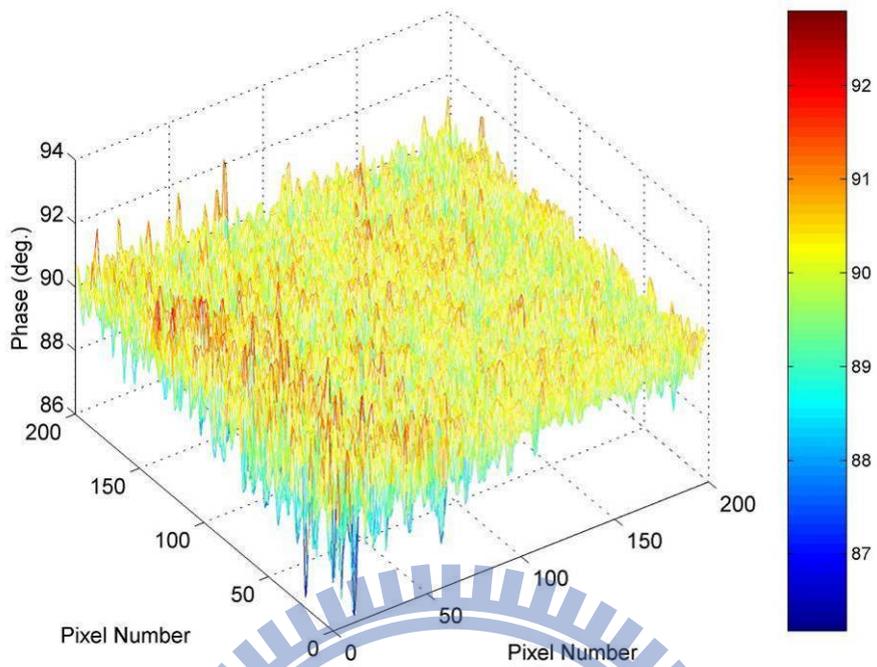


Fig. 3.22 以 3.3 節的方法量測四分之一波片之全場相位延遲分布

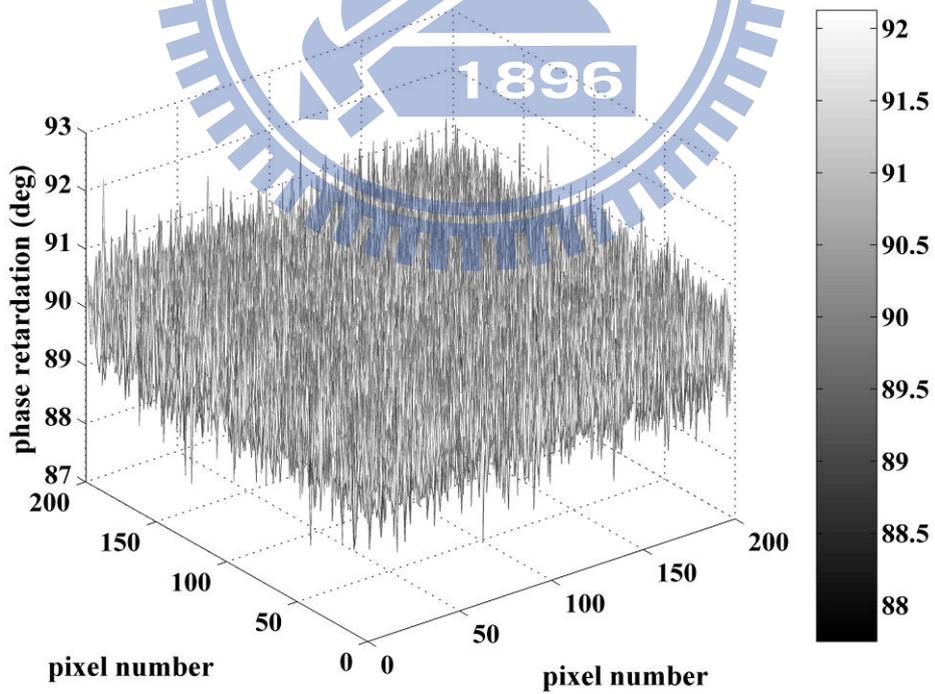


Fig. 3.23 以 3.4 節的方法量測四分之一波片之全場相位延遲分布

3.5.2 訊號處理之比較

在 3.3 節的方法中，為了避免取樣失真，根據 Nyquist 的取樣理論[28]，必須滿足 $\Delta t < T$ 的條件，因此此方法較容易操作在鋸齒波電壓振幅為 $(V_\pi/2) < V < V_\pi$ 的條件下。另外當 f_s 等於 $1/T$ 的整數倍時，每個片段都具有相同的取樣點，此時決定最佳片段的疊代判斷式 Eq. (3.15)便不會有效。而由 Eq. (3.17)可知，當 f_s 接近 $V/V_\pi T$ 的整數倍時，必須要有足夠的取樣片段數目，才可將疊代判斷後之起始點的相位誤差盡可能地縮小，否則容易額外引入誤差，其最大相位誤差甚至可達 $\Delta\psi = 2\pi V/V_\pi T f_s$ 。

而 3.4 節的方法可說是 3.3 節方法的改良，在 3.4 節的方法中，由於 A 與 B 兩組弦波片段具有相同的參考時間起點，在運算時可直接扣除而不需考慮各片段起始點的問題，因此不需太多的片段數目。另外相較於 3.3 節的方法，此方法不需要刻意地改變數據的時間軸，也沒有特徵相位的問題，因此整個處理過程較為簡易，且可縮短量測時間與訊號處理的時間。

3.5.3 理論誤差之比較

在 3.3 節的方法中，量測相位時可能會受到以下幾種誤差的影響，茲分述如下：

(1) 特徵相位誤差： V 與 V_π 的誤差會直接對特徵相位 ϕ_0 引入一個系統誤差 $\Delta\phi_0$ ，由電源供應器可得輸出電壓 V 之解析度為 $\Delta V_1 = 0.016 \text{ V}$ ；此外， V_π 可經由量測得到[29]，且可估計其誤差為 $\Delta V_2 = 0.015 \text{ V}$ 。因此 ϕ_0 的最大估計誤差可表示成 $\Delta\phi_0 = \phi_{\max} \cdot [(\Delta V_1/V)^2 + (\Delta V_2/V_\pi)^2]^{1/2} \approx 0.03^\circ$ ，其中 ϕ_{\max} 估計為最大可能相位值 $\phi_{\max} = 180^\circ$ 。

(2) 取樣誤差與偏極混合誤差：此兩項誤差詳細描述於 2.4 節裡，不再贅述，分別為取樣誤差 $\Delta\phi_s = 0.036^\circ$ 以及偏極混合誤差 $\Delta\phi_p = 0.03^\circ$ 。

綜合上述， ϕ 之量測理論誤差 $\Delta\phi$ 可估計為 $\Delta\phi = \Delta\phi_0 + \Delta\phi_s + \Delta\phi_p = 0.096^\circ$ 。

而在 3.4 節的方法中，並不存在特徵相位誤差 $\Delta\phi_0$ ，因此其絕對相位 ϕ 之量測理論誤差 $\Delta\phi$ 與 2.4 節之全場外差干涉術的誤差估算相同，為 $\Delta\phi = \Delta\phi_s + \Delta\phi_p = 0.066^\circ$ 。

3.6 小結

本章的內容主要是利用外差干涉術進行二維相位延遲的量測，藉以實現全場相對相位與絕對相位之量測。所謂「相對相位」是指測試訊號二維平面內的所有像素的相位，相對於平面上某個指定像素相位的差值，也就是使用該指定像素的干涉訊號做為參考訊號；而「絕對相位」指的是以測試訊號以外的其他干涉或電子訊號做為參考訊號，所求得測試訊號的相位。本研究的待測樣本為圓形的四分之一波片，首先在 3.2 節說明利用光束未通過樣本的部分做為參考訊號，以相對相位的量測方法完成二維相位延遲的量測；在 3.3 節中提出以振幅低於半波電壓的鋸齒波驅動 EO 的方法，可實現絕對相位之量測；在 3.4 節中提出另一種對 3.3 節的改進方法，利用振幅等於半波電壓的非對稱三角波驅動 EO，可簡化 3.3 節的步驟，並降低絕對相位的量測誤差；最後在 3.5 節中，比較了利用 3.3 節與 3.4 節的方法量測四分之一波片相位延遲分佈的結果、訊號處理以及理論誤差。



參考文獻

1. B. R. Grunstra and H. B. Perkins, "A method for measurement of optical retardation angles near 90 degrees," *Appl. Opt.* **5**, 585-587 (1996).
2. C. M. McIntyre and S. E. Harris, "Achromatic wave plates for the visible spectrum," *J. Opt. Soc. Am.* **58**, 1575-1580 (1968).
3. Y. Lin, Z. Zhou and R. Wang, "Optical heterodyne measurement of the phase retardation of a quarter-wave plate," *Opt. Lett.* **13**, 553-555 (1988).
4. S. Nakadate, "High precision retardation measurement using phase detection of Young's fringes," *Appl. Opt.* **29**, 242-246 (1990).
5. M. Sypek, "A new technique for the measurement of phase retardation," *Opt. Laser Technol.* **23**, 42-44 (1991).
6. M. H. Chiu, C. D. Chen, and D. C. Su, "Method for determining the fast axis and phase retardation of a wave plate," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1924-1929 (1996).
7. C. M. Feng, Y. C. Huang, J. G. Chang, M. Chang, and C. Chou, "A true phase sensitive optical heterodyne polarimeter on glucose concentration measurement," *Opt. Commun.* **141**, 314-321 (1997).
8. A. Ma'riquez, M. Yamauchi, J. A. Davis, and D. J. Franich, "Phase measurement of a twist nematic liquid crystal spatial light modulator with a common-path interferometer," *Opt. Commun.* **190**, 129-133 (2001).
9. Y. L. Lo and P. F. Hsu, "Birefringence measurements by an electro-optic modulator using a new heterodyne scheme," *Opt. Eng.* **41**, 2764-2767 (2002).
10. Y. L. Lo, C. H. Lai, J. F. Lin, and P. F. Hsu, "Simultaneous absolute measurements of principle angle and phase retardation with a new common-path heterodyne interferometer," *Appl. Opt.* **43**, 2013-2022 (2004).
11. Y. L. Lo, H. W. Chih, C. Y. Yeh, and T. C. Yu, "Full-field heterodyne

- polariscope with an image signal processing method for principal axis and phase retardation measurements,” *Appl. Opt.* **45**, 8006-8012 (2006).
12. J. E. Greivenkamp and J. H. Bruning, “Phase-shifting interferometers,” in *Optical Shop Testing*, D. Malacara, ed., (Wiley), 501-598 (1992).
 13. IEEE, “Standard for terminology and test methods for analog to digital converters,” IEEE Std 1241-2000, 25-29 (2000).
 14. N. A. Massie, R. D. Nelson, and S. Holly, “High-performance real-time heterodyne interferometry,” *Appl. Opt.* **18**, 1797-1803 (1979).
 15. R. Dandliker, R. Thalmann, and D. Prongue, “Two-wavelength laser interferometry using superheterodyne detection,” *Opt. Lett.* **13**, 339-341 (1988).
 16. E. Gelmini, U. Minoni, and F. Docchio, “Tunable, double-wavelength heterodyne detection interferometer for absolute distance measurements,” *Opt. Lett.* **19**, 213-215 (1993).
 17. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, “Complex refractive-index measurement based on Fresnel’s equations and uses of heterodyne interferometry”, *Appl. Opt.* **38**, 4047-4052 (1999).
 18. Z. C. Jian, Y. L. Chen, H. C. Hsieh, P. J. Hsieh, and D. C. Su, “Optimal condition for full-field heterodyne interferometry,” *Opt. Eng.* **46**, 115604 (2007).
 19. T. Tkaczyk and R. Jozwicki, “Full-field heterodyne interferometer for shape measurement: experimental characteristics of the system,” *Opt. Eng.* **42**, 2391–2399 (2003).
 20. M. C. Pitter, C. W. See, and M. G. Somekh, “Full-field heterodyne interference microscope with spatially incoherent illumination,” *Opt. Lett.* **29**, 1200–1202 (2004).
 21. P. Egan, M. J. Connely, F. Lakestani, and M. P. Whelan, “Random depth access

- full-field heterodyne low-coherence interferometry utilizing acousto-optic modulation and a complementary metal-oxide semiconductor camera,” *Opt. Lett.* **31**, 912–914 (2006).
22. M. Akiba, K. P. Chan, and N. Tanno, “Full-field optical coherence tomography by two-dimensional heterodyne detection with a pair of CCD cameras,” *Opt. Lett.* **28**, 816-818 (2003).
23. E. Hecht, “Optics,” 4th ed., (Addison-Wesley), 376-379 (2002).
24. <http://www.u-optic.com/wpf.htm>
25. C. W. Chang, D. C. Su, and J. T. Chang, “Moiré fringes by two spiral gratings and its applications on collimation tests,” *Chinese J. Phy.* **33**, 439-449 (1995).
26. A. Yariv and P. Yeh, “Optical waves in crystal,” (John Wiley & Sons), pp. 84-88 (1984).
27. D. C. Su, M. H. Chiu, and C. D. Chen, “Simple two-frequency laser,” *Pre. Eng.* **18**, 161–163 (1996).
28. H. Nyquist, “Certain topics in telegraph transmission theory,” *Trans AIEE* **47**, 617-644 (1928).
29. Q. Dou, H. Ma, G. Jia, Z. Chen, K. Cao, and T. Zhang, “Study on measurement of linear electro-optic coefficient of a minute irregular octahedron cBN wafer,” *Opt. Laser Technol.* **39**, 647-651 (2007).

第四章 垂直入射式折射率顯微術與其應用

4.1 前言

折射率的量測常常應用於光學量測、生物醫學及化學工業等領域中，例如液體種類辨識、混合液體成分分析等等。而二維折射率量測能使我們得知量測區域內的材質變化分佈訊息，相較於傳統光強度分佈的量測，在某些應用上能更加凸顯所欲觀察的對象。例如量測折射率漸變透鏡(GRIN lens)的二維折射率分佈[1-7]，可由分佈的均勻性與對稱性判斷其製作品質；再例如量測活體透明細胞的二維折射率分佈時，細胞無需事先進行染色，而可觀察細胞的物理結構。我們在過去的論文[8]中，利用斜向入射的原理，發展了量測物體表面二維折射率分佈的方法，然而該方法在成像時必須將相機傾斜取像，以修正影像角度，另外待測面積大小會受成像透鏡焦深(depth of focus)的限制，若傾斜角度過大則影像容易模糊失焦。因此欲將折射率分佈的量測方法應用在顯微鏡系統中，若能以垂直入射的方式來實現，則在此成像系統中的光路校準較為容易，且可得到較清晰的影像。為此，本章提出一種垂直入射的方法來量測表面二維折射率分佈。此垂直入射式之折射率顯微術是利用一外差光束準直後進入一改良式 Twyman-Green 干涉儀的光學架構中，全場干涉訊號則可由一快速 CMOS 相機取得，每個像素皆記錄一序列的弦波訊號的取樣光強度，這些光強度再經由擬合運算[9]而得到相關的弦波訊號，則可獲得該像素的相位，而其他像素的相位都按照上述方法而得到。之後由 Fresnel 公式[10]可推得測得之相位與折射率之間的關係，而解得二維折射率分佈。本方法同時具有垂直入射式折射率計與外差干涉術的優點，如操作簡單、高量測解析度以及高重現性等優點。

本章的內容首先在 4.2 節描述此方法之原理，其次在 4.3.1 節中，我們利用本方法來量測 GRIN lens 的二維折射率分佈。之後在 4.3.2 節中，我們以 indium tin oxide (ITO) 薄膜做為待測對象，ITO 層在經過不同次數的撓曲測試後再以本方法進行量測，由量測結果顯示本方法可應用於耐久性測試之中。由於 ITO 的高光穿透率與高導電度，使我們廣泛地使用它做為平面顯示元件、太陽能電池以及有機發光二極體(OLED)的電極[11]。通常我們會在透明塑膠基板(polyethylene

terephthalate, PET)上塗布一層 ITO 而製成透明導電薄膜，且在 ITO 層上面進行雷射劃線(laser patterning)以製作電路圖樣[12]。在軟性電子基板之產品可靠度測試中，必定會包含機械測試的部份，其中，利用不同次數的撓曲測試[13-17]後，ITO 層會因阻抗上升使得導電度下降[17]，藉由量測阻抗值的上升，可測試產品的耐久性，藉此判斷產品品質的優劣。然而，上述方法必須經由多次撓曲，測試時間較為耗時。由於樣本經過撓曲受力後，容易殘留應力而使材料結構的疏密程度產生變化，其折射率數值亦會隨之變化。為此，我們利用 4.2 節的方法，可靈敏地測得材料結構改變的情形。最後在 4.4 節中，討論此方法應用於 GRIN lens 與 ITO 薄膜量測的優缺點與誤差分析。

4.2 原理

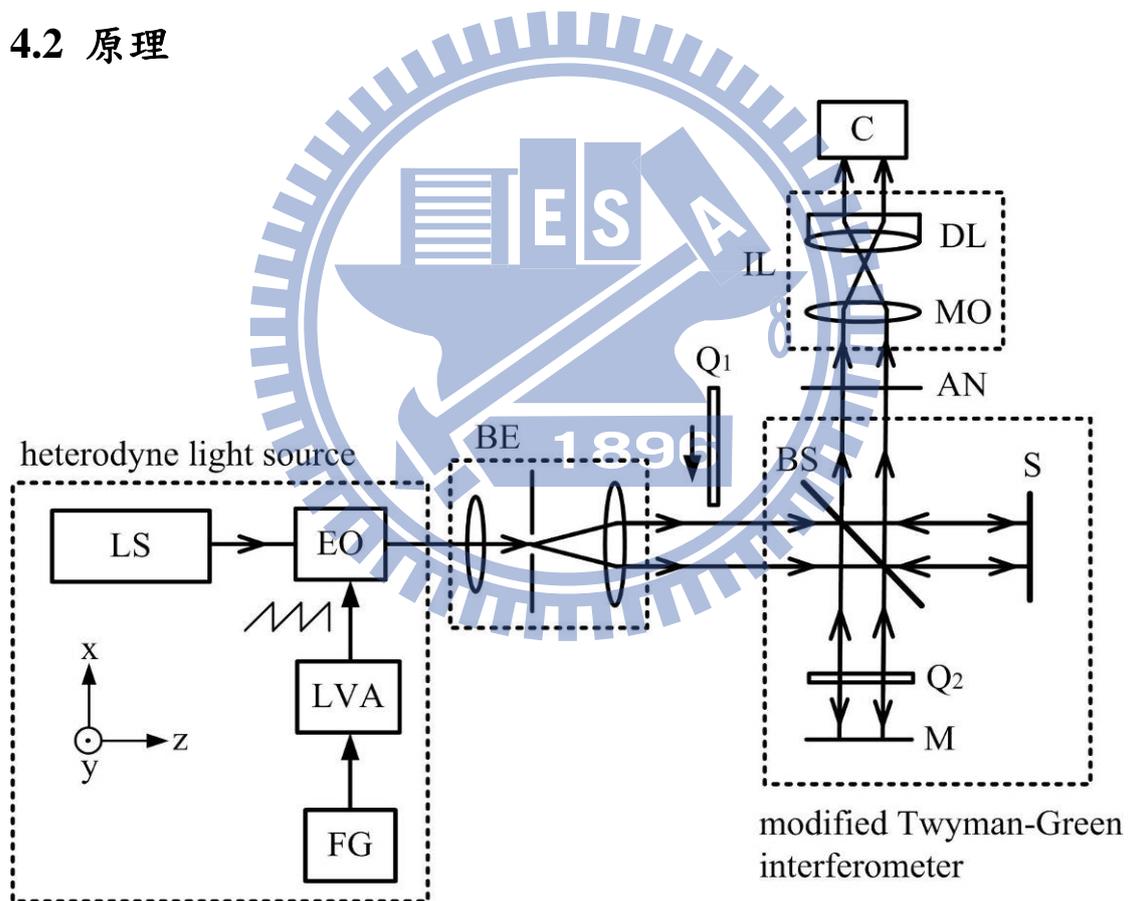


Fig. 4.1 垂直入射式折射率顯微術之光學架構圖 LS:雷射光源; EO:電光晶體調制器;
LVA: 線性電壓放大器; FG:訊號產生器; BE:光擴束器; Q:四分之一波片;
BS:分光鏡; M:反射鏡; S:待測樣本; AN:檢偏板; IL:成像透鏡組; C:CMOS 相機。

Fig. 4.1 為本方法之光學架構圖，為方便起見，在此定義+z 軸為光傳播方向且 y 軸穿出紙面方向。由外差光源產生在 s- 與 p- 偏光間具 f 頻差的光束[11]，

則其 Jones 矩陣[9]可表示為

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\pi ft} \\ e^{-i\pi ft} \end{pmatrix}. \quad (4.1)$$

首先使此光束通過光擴束器 BE 進行擴束後，進入一改良式 Twyman-Green 干涉儀的架構中。此架構包括分光鏡 BS、一個快軸與 y 軸夾 45° 角的四分之一波片 Q_2 ，以及參考反射鏡 M。此外，待測樣本 S、穿透軸與 y 軸夾 0° 角的檢偏板 AN、一組包含顯微物鏡 MO 與 doublet DL 的成像透鏡組 IL，以及 CMOS 相機 C 也含括在光學架構中，其中，IL 由具長工作距離的物鏡與 doublet 組成，可將 S 成像於 C。在此干涉儀內，兩道準直光的路徑分別為 (1) $BS \rightarrow Q_2 \rightarrow M \rightarrow Q_2 \rightarrow BS \rightarrow AN \rightarrow IL \rightarrow C$ (參考光路)，以及 (2) $BS \rightarrow S \rightarrow BS \rightarrow AN \rightarrow IL \rightarrow C$ (測試光路)，它們的電場形式 E_{r1} 以及 E_{t1} 可分別表示為

$$\begin{aligned} E_{r1} &= AN(0^\circ) \cdot Q_2(-45^\circ) \cdot M \cdot Q_2(45^\circ) \cdot R_{BS} \cdot E_1 \cdot e^{i\phi_{d1}} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r_m & 0 \\ 0 & r_m \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\phi_r/2} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_r/2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\pi ft} \\ e^{-i\pi ft} \end{pmatrix} e^{i\phi_{d1}} \\ &= \frac{ir_m e^{-i(\pi ft - \phi_{d1} - \phi_r/2)}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} E_{t1} &= AN(0^\circ) \cdot R_{BS} \cdot S \cdot E_1 \cdot e^{i\phi_{d2}} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\phi_r/2} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_r/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\pi ft} \\ e^{-i\pi ft} \end{pmatrix} e^{i\phi_{d2}} \\ &= -\frac{r e^{i(\pi ft + \phi_{d2} - \phi_r/2)}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

其中 R_{BS} 、 M 與 S 分別表示為 BS、M 與 S 的反射矩陣， r_m 與 r 分別為 M 與 S 的反射係數。另外 ϕ_{d1} 與 ϕ_{d2} 為參考光路與測試光路路程所引進之相位變化，因此由 C 所測得的干涉訊號可以寫成

$$I_A = |E_{r1} + E_{t1}|^2 = I_{01} + \gamma_1 \cdot \cos(2\pi ft + \phi_1)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ r^2 + r_m^2 - 2 r r_m \cos \left[2\pi f t + \frac{\pi}{2} - (\phi_{d1} - \phi_{d2} + \phi_r) \right] \right\}, \quad (4.4)$$

其中 I_{01} 為平均光強度，且 γ_1 與 ϕ_1 分別為干涉訊號 I_A 之對比度與相位，因此由 Eq. (4.4) 可進一步得到

$$\phi_1 = \frac{\pi}{2} - (\phi_{d1} - \phi_{d2} + \phi_r). \quad (4.5)$$

接著，我們將快軸與 y 軸夾 45° 角的四分之一波片 Q_1 插入如 Fig. 4.1 中的位置，此時光束可表示成

$$\begin{aligned} E_2 &= Q_1(45^\circ) \cdot E_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\pi f t} \\ e^{-i\pi f t} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1-i}{2} \begin{pmatrix} \cos(\pi f t) - \sin(\pi f t) \\ \cos(\pi f t) + \sin(\pi f t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{i\pi f t} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i\pi f t}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

由 Eq. (4.6) 可知此光束在左旋光與右旋光之間有一個 f 的頻差，此光束即為旋光外差光束。而此時的參考光路與測試光路的電場形式 E_{r2} 以及 E_{t2} 可分別表示為

$$\begin{aligned} E_{r2} &= AN(0^\circ) \cdot Q_2(-45^\circ) \cdot M \cdot Q_2(45^\circ) \cdot R_{BS} \cdot E_2 \cdot e^{i\phi_{d1}} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r_m & 0 \\ 0 & r_m \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\phi_r/2} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_r/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\pi f t} \\ e^{-i\pi f t} \end{pmatrix} e^{i\phi_{d1}} \\ &= \frac{e^{i2\pi f t} + i}{2} r_m e^{i(\phi_{d1} - \pi f t + \phi_r/2)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} E_{t2} &= AN(0^\circ) \cdot R_{BS} \cdot S \cdot E_2 \cdot e^{i\phi_{d2}} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\phi_r/2} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_r/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\pi f t} \\ e^{-i\pi f t} \end{pmatrix} e^{i\phi_{d2}} \\ &= -\frac{e^{i2\pi f t} - i}{2} r e^{i(\phi_{d2} - \pi f t - \phi_r/2)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

此時由 C 所測得的干涉訊號可以寫成

$$\begin{aligned} I_B &= |E_{r_2} + E_{t_2}|^2 = I_{02} + \gamma_2 \cdot \cos(2\pi ft + \phi_2) \\ &= A \cdot \cos(2\pi ft) + B \cdot \sin(2\pi ft) + C, \end{aligned} \quad (4.9)$$

其中 I_{02} 為平均光強度，且 γ_2 與 ϕ_2 分別為干涉訊號 I_B 之對比度與相位； A 、 B 與 C 皆為實數，亦即

$$A = r r_m \sin(\phi_{d1} - \phi_{d2} + \phi_r), \quad B = \frac{1}{2}(r_m^2 - r^2), \quad (4.10)$$

由 Eq. (4.10) 可進一步計算得到

$$\phi_2 = \tan^{-1}\left(-\frac{B}{A}\right) = \cot^{-1}\left[\frac{2 r r_m \sin(\phi_{d1} - \phi_{d2} + \phi_r)}{(r_m^2 - r^2)}\right], \quad (4.11)$$

根據 Fresnel 方程式[9]，並將 Eq. (4.5) 代入 Eq. (4.11)，可整理得到

$$r = \frac{n-1}{n+1} = \frac{-\cos\phi_1 + \sqrt{\cos^2\phi_1 + \cot^2\phi_2}}{\cot\phi_2} r_m, \quad (4.12)$$

其中 n 為待測物之折射率。可再將 Eq. (4.12) 改寫成

$$n = \frac{\cot\phi_2 - r_m \cos\phi_1 + r_m \sqrt{\cos^2\phi_1 + \cot^2\phi_2}}{\cot\phi_2 + r_m \cos\phi_1 - r_m \sqrt{\cos^2\phi_1 + \cot^2\phi_2}} \quad (4.13)$$

在量測 ϕ_1 或 ϕ_2 時，分別利用拍照頻率為 f_s 的相機 C 在時間為 t_1, t_2, \dots, t_m 時進行共 m 張照片之拍攝，每個像素皆記錄了一序列的弦波訊號的取樣干涉光強度 I_1, I_2, \dots, I_m ，再經最小平方擬合法可分別求出 ϕ_1 與 ϕ_2 之值[9,18]，若將此方法應用於所有的像素上，則可得到 $\phi_1(x,y)$ 與 $\phi_2(x,y)$ ，代入 Eq. (4.13) 則可求出折射率分佈 $n(x,y)$ 。

4.3 實驗與結果

4.3.1 量測 GRIN lens

在量測 GRIN lens 的實驗中，量測對象為一直徑 1.8 mm 且 NA 值為 0.46 的 GRIN lens (AC Photonics, Inc./ ALC-18)。我們採用波長為 632.8 nm 的 He-Ne 雷射做為光源；成像透鏡組 IL 之放大率為 4 倍；測試區域中一臂利用反射率 $r_m = 99\%$ 的高反射率面鏡 M 反射，而另一臂則經由待測樣本 S 表面反射；數位相機 (A504k, Basler Inc.) C 具 256 灰階數。另外，為了測得全場絕對相位，在此我們採用工作電壓振幅 V 低於半波電壓 V_π 的鋸齒波訊號來驅動 EO，並利用 3.3 節之絕對相位量測法而得到絕對相位[9]。實驗條件為 $f = 20$ Hz， $V_\pi = 144$ V， $V = 120$ V， $f_s = 300$ frame/s，且在約 1 秒時間內擷取 $m = 300$ 張影像，影像解析度為 600×600 像素。上述量測過程分別在光路未通過 Q_1 與通過 Q_1 之兩情形下各做一次，再利用 MATLAB (MathWorks Inc.) 軟體對每個像素擷取之波形進行斷點補償與弦波擬合計算[9]，分別得到 $\phi_1(x,y)$ 與 $\phi_2(x,y)$ 。將上述結果代入 Eq. (4.13)，則可得到二維折射率分佈 $n(x,y)$ 如 Fig. 4.2 所示。另外將二維折射率等高線圖繪於 Fig. 4.3。

為了收集自 GRIN lens 反射的平行光並將光束放大，本實驗中使用由顯微物鏡(MO)與 doublet(DL)所組成的成像透鏡組(IL)。由於 IL 是無聚焦的光學系統，因此 GRIN lens 必須放在 MO 的前焦平面上，而 CMOS 相機必須放置在 DL 的後焦平面上。在本實驗中，IL 的橫向放大率為-4 倍。

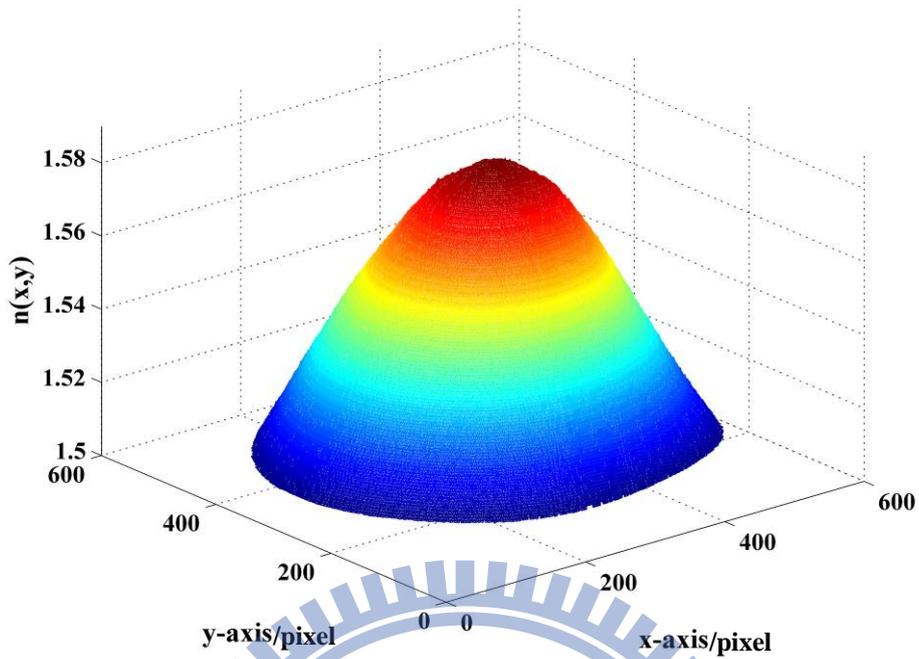


Fig. 4.2 GRIN Lens 之二維折射率分布量測結果(立體顯示)

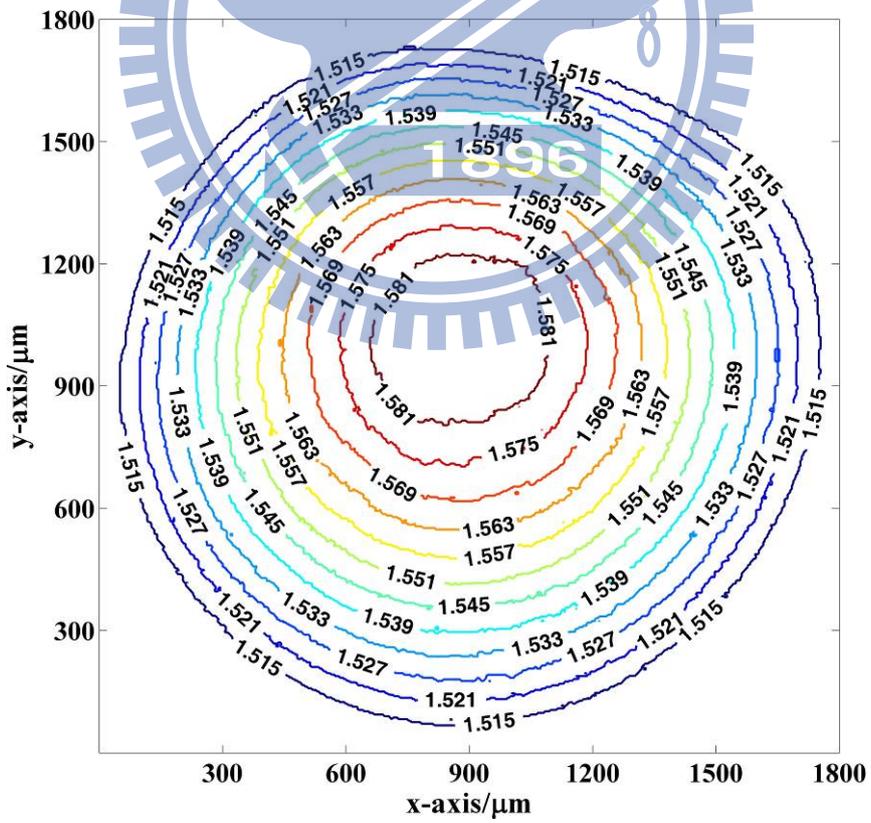


Fig. 4.3 GRIN Lens 之二維折射率分布量測結果(等高線圖顯示)

4.3.2 量測 ITO

由於 ITO 為光彈材料，因此在 Eq. (4.3) 與 Eq. (4.8) 中 S 的 Jones 矩陣必須改成以下矩陣表示為

$$S = \begin{pmatrix} r_{pp} & r_{ps} \\ r_{sp} & r_{ss} \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

因此 ϕ_1 與 ϕ_2 可由類似 Eqs. (4.3), (4.4) 以及 Eqs. (4.8), (4.9) 的式子重新推導一次，且可以寫成

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left[\frac{r_m \cos(\phi_{d1} - \phi_{d2}) + r_{ps} \sin \phi_r}{r_m \sin(\phi_{d1} - \phi_{d2}) - r_{ps} \cos \phi_r} \right], \quad (4.15)$$

$$\phi_2 = \cot^{-1} \left[\frac{2r_{pp}(r_m \sin(\phi_{d1} - \phi_{d2}) - r_{ps} \cos \phi_r)}{r_m^2 - r_{pp}^2 + r_{ps}^2 - 2r_m r_{ps} \sin(\phi_{d1} - \phi_{d2} - \phi_r)} \right], \quad (4.16)$$

其中 $r_{pp} = \frac{(n_e - n_o) \cos 2\alpha + n_e n_o - 1}{(n_e + 1)(n_o + 1)}$ ， $r_{ps} = \frac{(n_o - n_e) \sin 2\alpha}{(n_e + 1)(n_o + 1)}$ 且 α 為應力主軸與

y 軸的夾角。將 Eq. (4.15) 以及 Eq. (4.16) 代入 Eq. (4.13)，則可得到 n 與折射率改變量 Δn 之間的關係，其中 $\Delta n = n_e - n_o$ ，是由殘留應力所造成。假設實驗條件為 $r_m = 99\%$ ， $\phi_r = 10^\circ$ ， $\phi_{d1} - \phi_{d2} = 10^\circ$ 以及 $n_o = 1.8$ ，則可計算出 n 與 Δn 之關係，且可畫出其關係曲線，如 Fig. 4.4 所示，其中 α 分別為 0° 、 30° 、 60° 或 90° 。由 Fig. 4.4 可知，若 $\alpha \neq 90^\circ$ ，則量測值 n 與應力之間的關係會近似一個線性關係。雖然每個像素位置的應力主軸角度不盡相同，我們仍可從量測到的標準差得知殘留應力的效應，就如同傳統方法中以量測電阻而得知應力作用的效應。

為驗證此方法之可行性，我們選擇待測樣本是厚度為 $125 \mu\text{m}$ 之 PET 上方塗布一層厚度約為 50 nm 之 ITO。其他光學元件皆與 4.3.1 節之實驗相同，唯 CMOS 相機之影像解析度調整為 350×350 像素，且 IL 之放大倍率改為 10X。另外實驗條件與方法亦與 4.3.1 節相同。

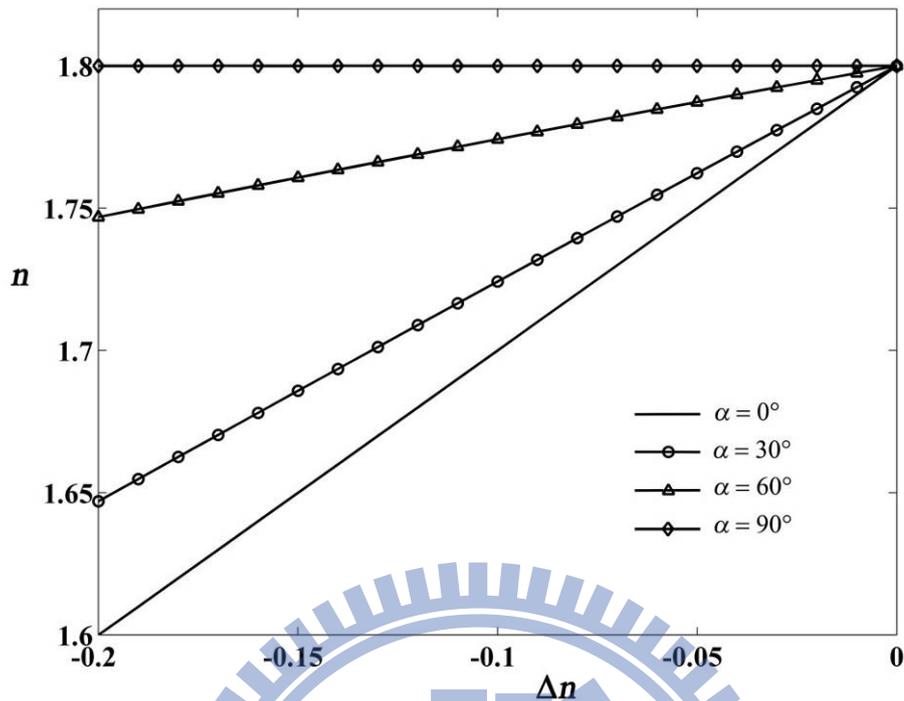


Fig. 4.4 在不同的 α 值的條件下， n 與 Δn 之關係曲線

待測樣本大小為 $60 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$ ，由於進行撓曲測試時，靠近樣本中央處會有較大的作用力，因此我們在靠近樣本中央處取約 $260 \mu\text{m} \times 260 \mu\text{m}$ 之區域做為量測區域，所得二維折射率分佈之量測結果如 Fig. 4.5 所示。接著，我們利用機械撓曲機台 (ITRI-CMS/FCIS/08) 對此樣本進行撓曲測試。測試方法如 Fig. 4.6 所示，其中灰色部份代表 ITO 層，而白色部份代表 PET 底層，首先樣本處於未撓曲時的狀態如 Fig. 4.6(a) 所示，接著在樣本的兩側同時施予一個固定的作用力 F ，使其往 PET 層之方向撓曲，如 Fig. 4.6(b) 所示，其撓曲的半徑為 20 mm ，撓曲角速度為 20 deg/s 。最後再去除所施之作用力，使樣本回復成未撓曲狀態。在此將上述過程定義為一次撓曲。

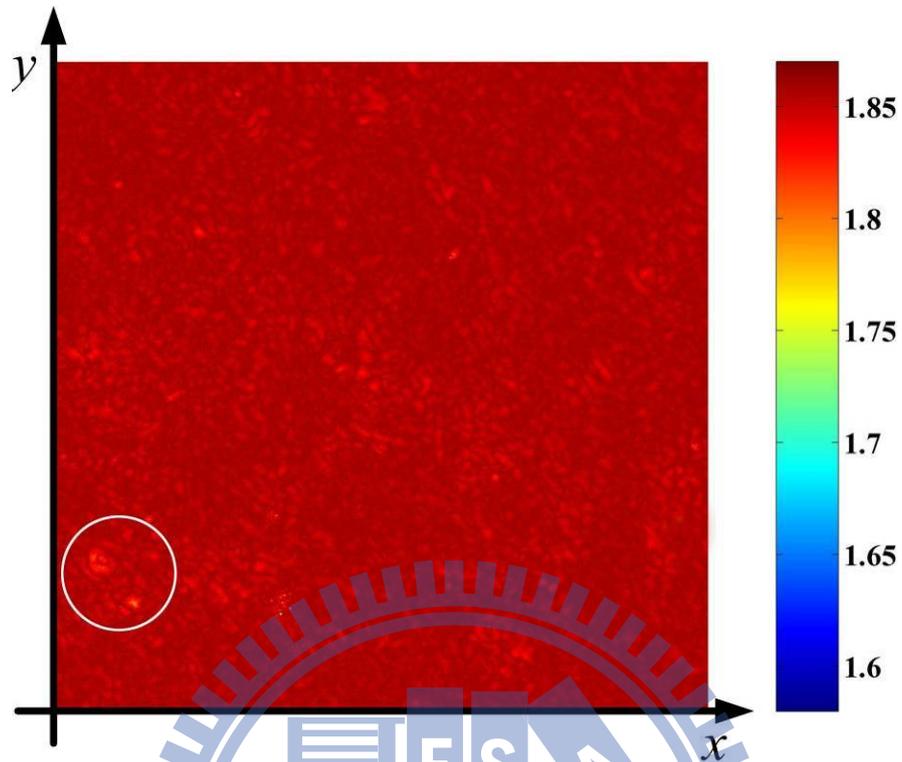


Fig. 4.5 ITO 軟性電子基板之二維折射率量測結果，量測區域大小為 $260\ \mu\text{m} \times 260\ \mu\text{m}$

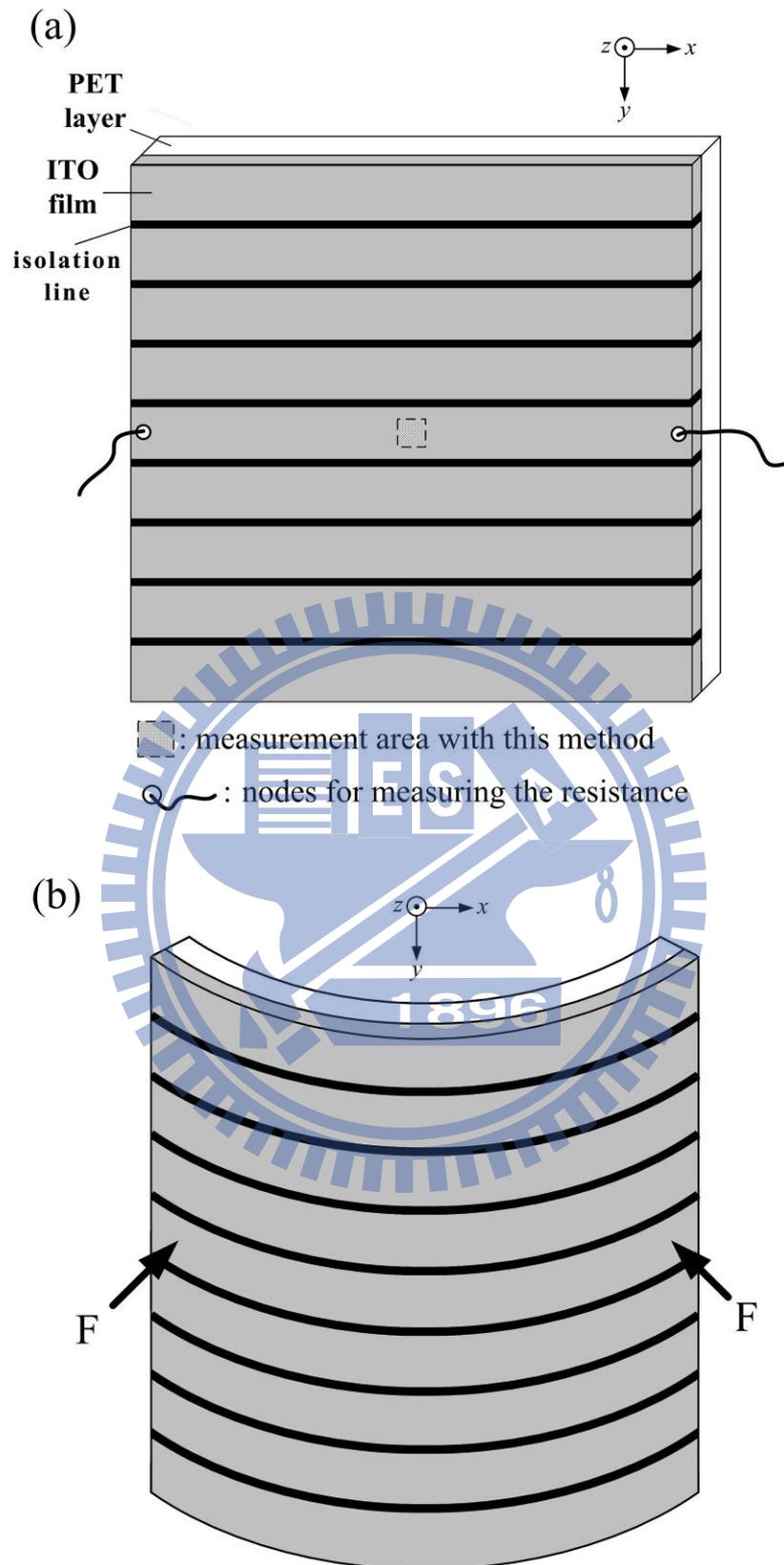


Fig. 4.6 軟性電子基板之撓曲測試示意圖，灰色: ITO 層，白色: PET 層，黑色: 絕緣線。

(a) 未施力狀態; (b) 撓曲狀態。

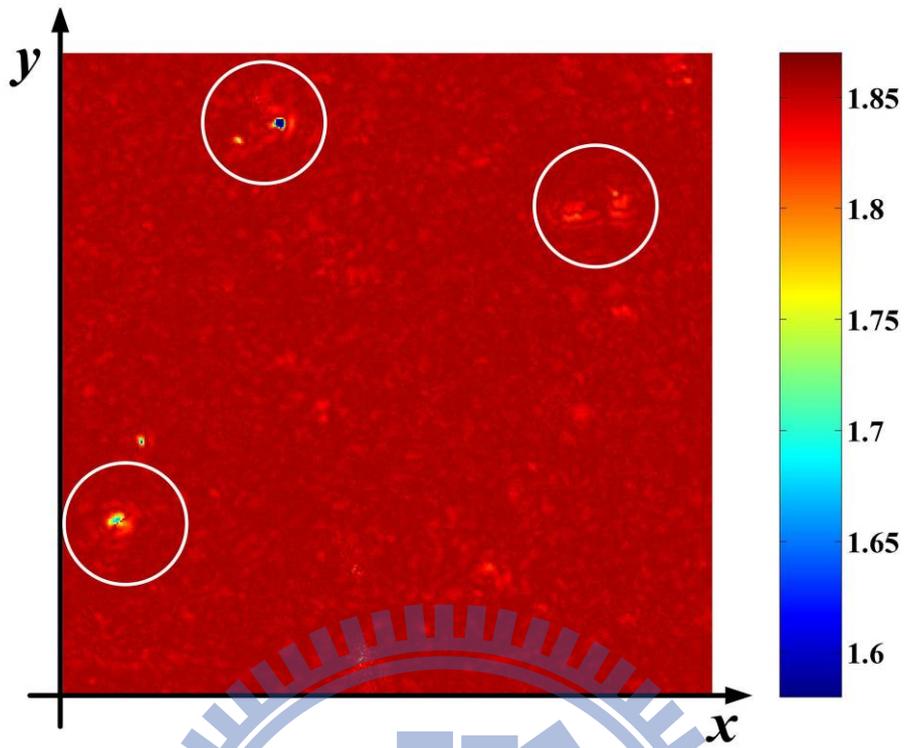


Fig. 4.7 ITO 軟性電子基板之二維折射率量測結果，量測條件：撓曲 1000 次後

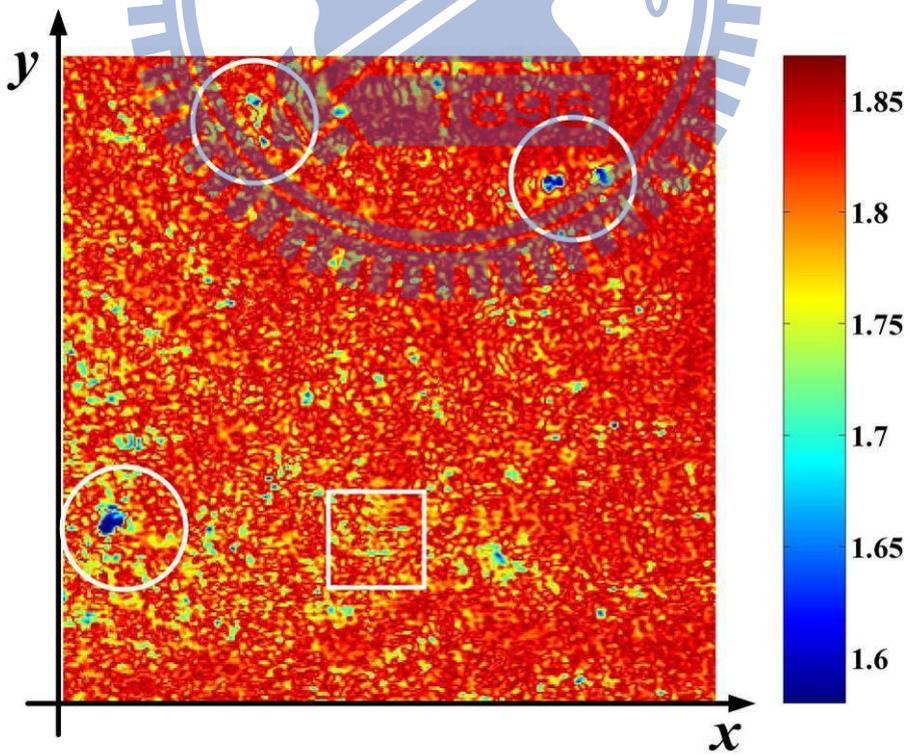


Fig. 4.8 ITO 軟性電子基板之二維折射率量測結果，量測條件：撓曲 4000 次後

將撓曲頻率設定為每分鐘 8 次，接著分別在樣本狀態處於(a)撓曲 1000 次後 (b)撓曲 4000 次後的狀態下，利用上述的系統對與 Fig. 4.5 相同區域進行量測，所得之結果分別如 Fig. 4.7 與 4.8 所示。由 Fig. 4.5、Fig. 4.7 以及 Fig. 4.8 之結果中，計算量測區域的折射率平均值，分別為 1.855、1.849 以及 1.811，亦即相較於未進行撓曲前的狀態，樣本經過撓曲後，平均折射率產生了 0.32 % 與 2.37 % 的變化量；另外量測區域的折射率標準差亦可進行計算，其結果分別為 0.006、0.008 以及 0.033，亦即相較於未進行撓曲前，樣本經撓曲後，折射率標準差產生了 33 % 與 450 % 的變化量。

由 Fig. 4.7 與 4.8 左下角圓圈標示處的相對區域內，得知此區域具有較大的折射率改變，因此其具有較大的殘留應力作用。比較此三次量測結果的數值，可知當撓曲次數愈多次，則殘留應力的作用亦愈大[13-15]，此一結果亦可從 Fig. 4.7 與 4.8 中另外兩個圓圈標示區域的觀察而得到。隨著撓曲次數的增加，材料細部結構明顯發生變化，局部折射率量測數值亦有明顯的改變情形，另外全域折射率的標準差亦隨著撓曲次數的增加而上升。在進行撓曲測試時，由於只進行 PET 層方向的撓曲，使得 ITO 層由中央往外拉伸，經多次撓曲後，光彈材料內的局部區域產生應力集中現象，因此出現折射率下降的區塊。另外，若將 Fig. 4.8 中方框標示處放大並顯示於 Fig. 4.9 中，可清楚見到當 ITO 層經 x 方向的撓曲受力後，在 x 方向有應力作用的痕跡。

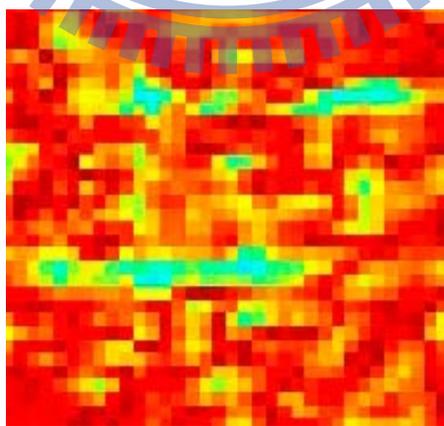


Fig. 4.9 將 Fig. 4.8 中方框標示處放大

4.4 討論

4.4.1 量測 GRIN lens

在量測 GRIN lens 的實驗中，本方法在量測相位時可能會受到特徵相位誤差 ($\Delta\phi_{o1}$ 或 $\Delta\phi_{o2}$)、取樣誤差 ($\Delta\phi_s$) 以及偏極混合誤差 ($\Delta\phi_p$) 的影響。經過類似 3.5.3 節的誤差分析後， ϕ_1 與 ϕ_2 之量測理論誤差 $\Delta\phi_1$ 與 $\Delta\phi_2$ 可估計為 $\Delta\phi_1 = \Delta\phi_{o1} + \Delta\phi_s + \Delta\phi_p = 0.066^\circ$ 以及 $\Delta\phi_2 = \Delta\phi_{o2} + \Delta\phi_s + \Delta\phi_p = 0.076^\circ$ 。由 Eq. (4.13) 可推得折射率誤差與相位誤差之關係式，可表示為：

$$\Delta n = \left| \left(\frac{\partial n}{\partial \phi_1} \right) \cdot \Delta \phi_1 \right| + \left| \left(\frac{\partial n}{\partial \phi_2} \right) \cdot \Delta \phi_2 \right|$$

$$= \frac{r_m |\sin \phi_1 \sin 2\phi_2 \Delta \phi_1 + 2 \cos \phi_1 \Delta \phi_2| \left| \sqrt{\cos^2 \phi_1 + \cot^2 \phi_2} - \cos \phi_1 \right|}{\sqrt{\cos^2 \phi_1 + \cot^2 \phi_2} \left[\cos \phi_2 + r_m \sin \phi_2 \left(\cos \phi_1 - \sqrt{\cos^2 \phi_1 + \cot^2 \phi_2} \right) \right]^2}. \quad (4.17)$$

將 $r_m = 99\%$ 、 $\phi_1 \approx 0^\circ$ 以及 $63.5^\circ \leq \phi_2 \leq 67.5^\circ$ 等參數條件代入 Eq. (4.17) 後，可得 $\Delta n \approx 0.002$ 。此外，反射鏡 M 可能會影響量測解析度，若將 $\phi_1 \approx 0^\circ$ 、 $\phi_2 = 64^\circ$ 以及 $90\% \leq r_m \leq 99\%$ 代入 Eq. (4.17)，可得到 Δn 的變化量並不會超過 10^{-5} ，因此反射鏡的反射係數問題可以被忽略。

過去本實驗室亦曾經發表利用斜入射的原理量測二維折射率的方法[8]，在該方法中必須將相機傾斜擺放，以配合成像平面的位置，因此可能會造成影像放大的誤差以及低影像品質，也不容易將相機架設在正確的位置上。在本方法中，雖然垂直入射在影像系統的對位上比較容易，且能夠得到清楚的影像，然而本方法需要兩次的相位量測，因此很難評斷哪個方法比較好。

4.4.2 量測 ITO

為了比較本方法與現有方法之量測結果，我們利用一台數位多功能電表 (Model 2700, Keithley Instrument Inc.) 分別在 ITO 樣本進行撓曲前後量測其電阻值，量測電阻時的接觸電極位置如同 Fig. 4.6(a) 所示。當樣本處於上述三種情形下，所測得的電阻值分別為 2.613 k Ω 、2.623 k Ω 以及 2.674 k Ω ，因此樣本撓曲後之電阻值分別改變了 0.38 % 以及 2.33 %。為了便於瞭解，我們將本方法的平均值、現有量測電阻值的方法，以及本方法的標準差等上述三種量測結果一齊進

行比較，並繪於 Fig. 4.10 中。由於電阻的量測以及折射率平均值的量測，都是屬於導電區域面積內的平均效應，因此在 Fig. 4.10 中可知道上述二者具有相似的變化量；然而由於本方法能觀察局部微小區域的變化量，從 Fig. 4.10 中可知當改以二維折射率之標準差做為判斷指標時，觀察 ITO 薄膜的撓曲特性則會更加靈敏，因此我們可以說，二維折射率之標準差可以用做 ITO 薄膜的耐久性測試指標，本方法較現有的電阻值量測方法更加靈敏。

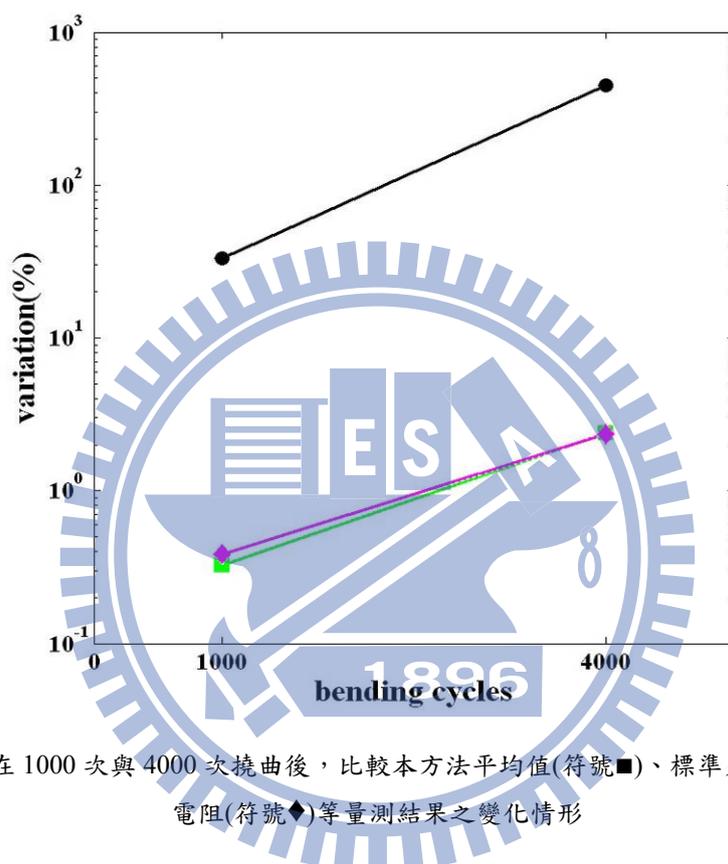


Fig. 4.10 在 1000 次與 4000 次撓曲後，比較本方法平均值(符號■)、標準差(符號●)以及電阻(符號◆)等量測結果之變化情形

4.5 小結

本文提出一種垂直入射的折射率顯微術，用來量測 GRIN lens 以及不同撓曲次數狀態下的 ITO 層的表面二維折射率的分佈。利用一外差光束準直後進入一類似 Twyman-Green 干涉儀的光學架構中，全場干涉訊號則可由一快速 CMOS 相機取得，每個像素皆記錄一序列的弦波訊號的取樣光強度，這些光強度再經由擬合運算而得到相關的弦波訊號，則可獲得該像素的相位，而其他像素的相位都按照上述方法而得到。之後由 Fresnel 公式可推得測得之相位與折射率之間的關係，進而解得二維折射率分佈。本方法具有光學架構簡單、高靈敏度、高量測解析度以及高重現性等優點。

參考文獻

1. R. Oven, "Measurement of two dimensional refractive index profiles of channel waveguides using an interferometric technique," *Appl. Opt.* **48**, 5704-5712 (2009).
2. N. M. Dragomir, X. M. Goh, and A. Roberts, "Three-dimensional refractive index reconstruction with quantitative phase tomography," *Microsc. Res. Tech.* **71**, 5-10 (2008).
3. Y. Youk and D. Y. Kim, "A simple reflection-type two-dimensional refractive index profile measurement technique for optical waveguides," *Opt. Commun.* **262**, 206-210 (2006).
4. D. Vazquez, E. Acosta, G. Smith, and L. Garner, "Tomographic method for measurement of the radient refractive index of the crystalline lens. II The rotationally symmetrical lens," *Opt. Soc. Am. A* **23**, 2551- 2565 (2006).
5. Y. F. Chao and K. Y. Lee, "Index Profile of Radial Gradient Index Lens Measured by Imaging Ellipsometric Technique," *Jpn. J. Appl. Phys.* **44**, 1111-1114 (2005).
6. Z. Liu, X. Dong, Q. Chen, C. Yin, Y. Xu, and Y. Zheng, "Nondestructive measurement of an optical fiber refractive-index profile by a transmitted-light differential interference contact microscope," *Appl. Opt.* **43**, 1485- 1492 (2004).
7. M. Ray, S. K. Sarkar, A. Basuray, and N. SoodBiswas, "Measurement of refractive index profile of GRIN glasses," *Proc. SPIE* **4417**, 483- 488 (2001).
8. H. C. Hsieh, Y. L. Chen, W. T. Wu, and D. C. Su, "Method for measuring the refractive index distribution of a GRIN lens with heterodyne interferometry," *Proc. SPIE* **7390**, 73900G (2009).
9. Y. L. Chen and D. C. Su, "A method for determining full-field absolute phases in the common-path heterodyne interferometer with an electro-optic modulator," *Appl. Opt.* **47**, 6518-6523 (2008).

10. E. Hecht, "Optics," 4th ed., (Addison-Wesley), pp.376-379 (2002).
11. C. Sujatha, G. M. Rao, and S. Uthanna, "Characteristics of indium tin oxide films deposited by bias magnetron sputtering," *Mater. Sci. Eng.* **B94**, 106-110 (2002).
12. H. Y. Tsai, H. Yangm C. T. Pan, and M. C. Chou, "Laser patterning indium tin oxide (ITO) coated on PET substrate," *Proc. SPIE* **4230**, 156-163 (2000).
13. S. Grego, J. Lewis, E. Vick, and D. Temple, "Development and evaluation of bend-testing techniques for flexible-display applications," *J. Soc. Inf. Display* **13**, 575-581 (2005).
14. S. P. Gorkhali, D. R. Cairns, and G. P. Crawford, "Reliability of transparent conducting substrates for rollable displays: A cyclic loading investigation," *J. Soc. Inf. Display* **12**, 45-49 (2004).
15. M. H. Lee, K. Y. Ho, P. C. Chen, C. C. Cheng, S. T. Chang, M. Tang, M. H. Liao, and Y.-H. Yeh, "Promising a-Si:H TFTs with high mechanical reliability for flexible display," *Tech. Dig. IEDM*, 299-302 (2006).
16. B. J. Wen, T. S. Liu, C. H. Chen, H. Y. Ko, Z. Y. Chung, and S. C. Liao, "P-72: optical-characteristic measurement of flexible display for reliability test," *SID Symp. Dig. Tech. Papers* **40**, 1378-1381 (2009).
17. J. R. Lee, D. Y. Lee, D. G. Kim, G. H. Lee, Y. D. Kim, and P. K. Song, "Characteristics of ITO films deposited on a PET substrate under various deposition conditions," *Met. Mater. Int.* **14**, 745-751 (2008).
18. IEEE, "Standard for Terminology and Test Methods for Analogto-Digital Converters", IEEE Std 1241-2000, 25-29, Dec. (2000).

第五章 奈米級表面形貌與表面粗度之量測

5.1 前言

對於光學或電子元件製造過程或產品而言，例如 MEMS、塗佈(coating)層或各類鏡組等，表面品質是一項很重要的參數。傳統上一般是以探針量測儀器(contact stylus instrument)做表面形貌或表面粗度的檢測，然而它具有某些限制，例如且用接觸式探針的方法有可能會破壞待測表面或使其變形等等。此外，以探針量測較為緩慢，量測過程耗時等問題。為了克服這些問題，過去的學者提出了數種非破壞檢測的光學方法 [1-7]，且都具有很好的量測結果。本文利用外差干涉顯微術，提出另一種量測表面形貌的方法。將外差光束準直後進入一改良式 Linnik 顯微鏡的光學架構，全場干涉訊號則可由一快速 CMOS 向機取得，每個像素皆記錄一序列的弦波訊號的取樣光強度，這些光強度再經由擬合運算而得到相關的弦波訊號，則可獲得該像素的相位，而其他像素的相位都按照上述方法而得到。接著由二維相位解纏繞(phase unwrapping)技術[9]而得到二維相位分佈，而高度分佈則可由二維相位分佈以及 Ingelstam 的公式[10]得到，此高度分佈即為樣本的表面形貌分佈。最後，此樣本表面形貌分佈再經 ISO 11562 [11]所定義的高斯濾波器濾波後，即可得到其粗度形貌分佈以及其平均粗度值。本章的內容首先在 5.2 節描述此方法之原理，其次在 5.3 節描述我們以一表面粗度標準試片做為待測對象所得的實驗結果，接著在 5.4 節中比較此方法與傳統探針式量測儀所測得的結果，並討論此方法的誤差分析。

5.2 原理

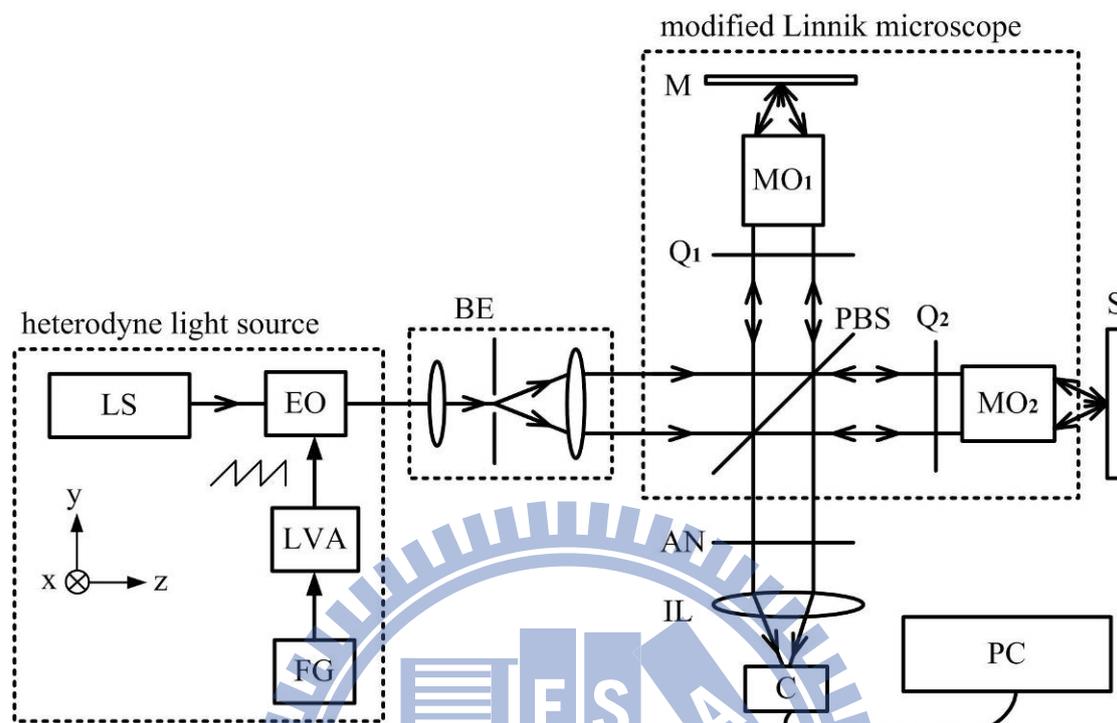


Fig. 5.1 改良式 Linnik 顯微鏡之光路架構圖。LS：雷射光源；EO：電光晶體調制器；FG：訊號產生器；LVA：線性電壓放大器；BE：光擴束器；PBS：偏振分光鏡；Q：四分之一波片；MO：顯微物鏡；M：反射鏡；S：待測樣本；AN：檢偏板；IL：成像透鏡；CC：CMOS 相機；PC：個人電腦

Fig. 5.1 為本方法之光學架構圖，為了方便起見，在此定義+z 軸為光前進方向且 y 軸為沿垂直方向。由外差光源[12]產生在 s- 與 p- 偏光間具 f 頻差的光束，則其 Jones 矩陣可表示為

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\pi ft} \\ e^{-i\pi ft} \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

此光束經光擴束器 BE 將光束擴大並準直後，進入一類似 Linnik 顯微鏡的架構中，此架構包括偏光分光鏡 PBS、參考反射鏡 M、兩個快軸與 x 軸夾 45° 角的四分之一波片 Q_1 與 Q_2 ，以及兩組完全相同的顯微物鏡 MO_1 與 MO_2 。此外，測試樣本 S、穿透軸與 x 軸夾 45° 角的檢偏板 AN、成像透鏡 IL 以及 CMOS 相機 CC 也含括在光學架構中，此架構也可說是一改良型 Twyman-Green 干涉儀的架構。

在此干涉儀內，兩道準直光的路徑分別為 (1) $PBS \rightarrow Q_1 \rightarrow MO_1 \rightarrow M \rightarrow MO_1 \rightarrow Q_1 \rightarrow PBS \rightarrow AN \rightarrow IL \rightarrow CC$ (參考光路)，以及 (2) $PBS \rightarrow Q_2 \rightarrow MO_2 \rightarrow S \rightarrow MO_2 \rightarrow Q_2 \rightarrow PBS \rightarrow AN \rightarrow IL \rightarrow CC$ (測試光路)，因此它們的電場形式 E_r 以及 E_t 可表示為

$$\begin{aligned}
 E_r &= AN(45^\circ) \cdot T_{PBS} \cdot Q_1(-45^\circ) \cdot M \cdot Q_1(45^\circ) \cdot R_{PBS} \cdot E \\
 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r_m & 0 \\ 0 & r_m \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\pi ft} \\ e^{-i\pi ft} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{i r_m}{4\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i\pi ft}, \tag{5.2}
 \end{aligned}$$

且

$$\begin{aligned}
 E_t &= AN(45^\circ) \cdot R_{PBS} \cdot Q_1(-45^\circ) \cdot S \cdot Q_1(45^\circ) \cdot T_{PBS} \cdot E \\
 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r_s e^{i4\pi d/\lambda} & 0 \\ 0 & r_s e^{i4\pi d/\lambda} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\pi ft} \\ e^{-i\pi ft} \end{pmatrix} \\
 &= -\frac{i r_s}{4\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\pi(ft + \frac{4d}{\lambda})}, \tag{5.3}
 \end{aligned}$$

其中 T_{PBS} 與 R_{PBS} 分別為 PBS 的穿透矩陣與反射矩陣， r_m 與 r_s 亦分別為 M 與 S 的反射係數，且 $2d$ 為兩光路間的光程差。因此由 CC 所測得的干涉訊號可以寫成

$$\begin{aligned}
 I &= |E_r + E_t|^2 = I_0 + \gamma \cdot \cos(2\pi ft + \phi_0) \\
 &= A \cdot \cos(2\pi ft) + B \cdot \sin(2\pi ft) + C, \tag{5.4}
 \end{aligned}$$

其中 I_0 為平均光強度，且 γ 與 ϕ_0 分別為干涉訊號之對比度與相位； A 、 B 與 C 皆為實數。再者， ϕ_0 等於 E_r 與 E_t 間的相位差，亦即

$$I_0 = \frac{1}{16}(r_m^2 + r_s^2), \quad (5.5)$$

$$\gamma = \frac{-r_m r_s}{8}, \quad (5.6)$$

且

$$\phi_0(x, y) = \frac{4\pi d}{\lambda} = \phi_1 + \phi_2 = 2n\pi + \phi_2 = 2n\pi + \tan^{-1}\left(\frac{-B}{A}\right), \quad (5.7)$$

其中 ϕ_1 為S上面某參考點的相位，它等於 $2n\pi$ ，其中 n 為正整數，因此 ϕ_1 項可以忽略。 ϕ_2 是相對於上述參考點的相對相位，它與樣本表面的高度分佈 $h(x,y)$ 有關。 ϕ_2 之數值可利用2.3.2節描述之最小平方弦波擬合法計算得到，若將此方法應用於所有的像素上，則可得到 $\phi_2(x,y)$ 。除了系統本身的電子雜訊之外，由於此為雙光路之光學架構， $\phi_2(x,y)$ 數值很容易受到環境擾動的影響，為了降低在溝槽邊界處產生之突然的相位變化，在此採用一個圖形處理理論[13]來降低 $\phi_2(x,y)$ 的雜訊。此外也利用二維相位解纏繞技術[9]來解出正確的相位，則可得到全場相位分佈 $\phi(x,y)$ 。本方法中，光束經數值孔徑為 NA 之 MO_2 收縮且入射至S表面，因此 $\phi(x,y)$ 與S表面的高度分佈 $h(x,y)$ 間的關係可表示成

$$h(x, y) = \frac{\lambda \cdot \phi(x, y)}{4\pi} \cdot k, \quad (5.8)$$

其中 k 為與數值孔徑有關之修正係數，根據Ingelstam的公式[10]，可以表示為

$$k = 1 + \frac{NA^2}{4}. \quad (5.9)$$

若將解得之 $\phi(x,y)$ 以及由 Eq. (5.9)所得之 k 值一齊代入 Eq. (5.8)，則可計算得到 $h(x,y)$ 。

最後，利用 ISO 11562 [11]所定義的高斯濾波器，將 $h(x,y)$ 裡的波紋(waviness)部分扣除掉，則可得到粗糙度 $R(x,y)$ 的部分。再根據 ISO 25178-2 [14]文件中對二維表面粗度參數的定義，平均粗度值 S_a 可經由下列公式求得

$$S_a = \frac{1}{UV} \sum_{k=0}^{U-1} \sum_{l=0}^{V-1} |R(x_k, y_l) - \mu|, \quad (5.10)$$

其中 $U \times V$ 為單張影像的像素數， μ 為 $R(x,y)$ 的平均值。將 $R(x,y)$ 與 μ 代入 Eq. (5.10) 後，可得到 S_a 之值。

5.3 實驗結果

為了顯示本方法的可行性，我們選擇一片方波波形的表面粗度標準片做為待測樣本，如 Fig. 5.2 所示。此試片中方波波形的線距(pitch)為 $20 \mu\text{m}$ ，另外經過我國的國家標準實驗室(NML)中的表面粗度校正系統校正過，其平均粗糙度 (Ra)值為 67 nm 。在光路架構中，我們使用波長為 632.8 nm 的氬氬雷射做為光源、兩個 $\text{NA} = 0.25$ 的 10X 顯微物鏡，以及一個具 8-bit 灰階數並使用其中 300×210 像素範圍的 CMOS 相機(Basler/A504K)。量測條件設定為 $f = 20 \text{ Hz}$ 以及 $f_s = 300.3 \text{ frames/sec}$ ，並在 1 秒鐘的時間內共測得 300 張影像。接著按照 2.3.2 節的方法，使用 MATLAB 軟體自行撰寫一套最小平方弦波擬合程式，用來計算得到 $\phi_2(x,y)$ ，並將其顯示於 Fig. 5.3 中。再者使用二維相位解纏繞的影像分析技術，由 $\phi_2(x,y)$ 解得全場的相位分佈 $\phi(x,y)$ 並顯示於 Fig. 5.4 中。此外，將 $\phi(x,y)$ 的數值代入 Eq.

(5.8)，即可解得 $h(x,y)$ 。最後可利用長截止波長 $\lambda_c = 80 \mu\text{m}$ 且短截止波長 $\lambda_s = 2.5 \mu\text{m}$ 的中通高斯濾波器，分別去除掉 $h(x,y)$ 中的波紋(waviness)以及雜訊的部份 [15,16]，則可得到全場表面粗度形貌 $R(x,y)$ ，並以灰階的方式顯示於 Fig. 5.5。其平均粗糙度可根據 Eq. (5.10) 計算得到，亦即 $S_a = 65.7 \text{ nm}$ 。

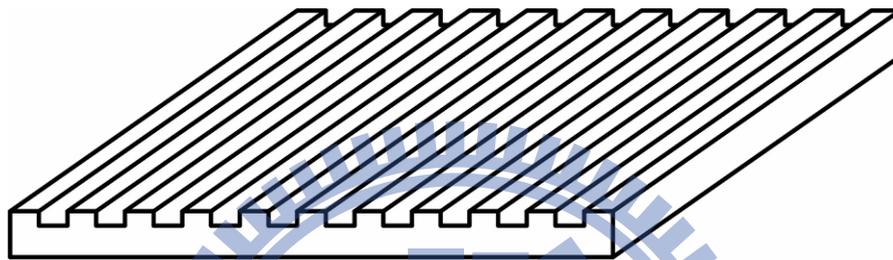


Fig. 5.2 待測表面粗度樣本示意圖

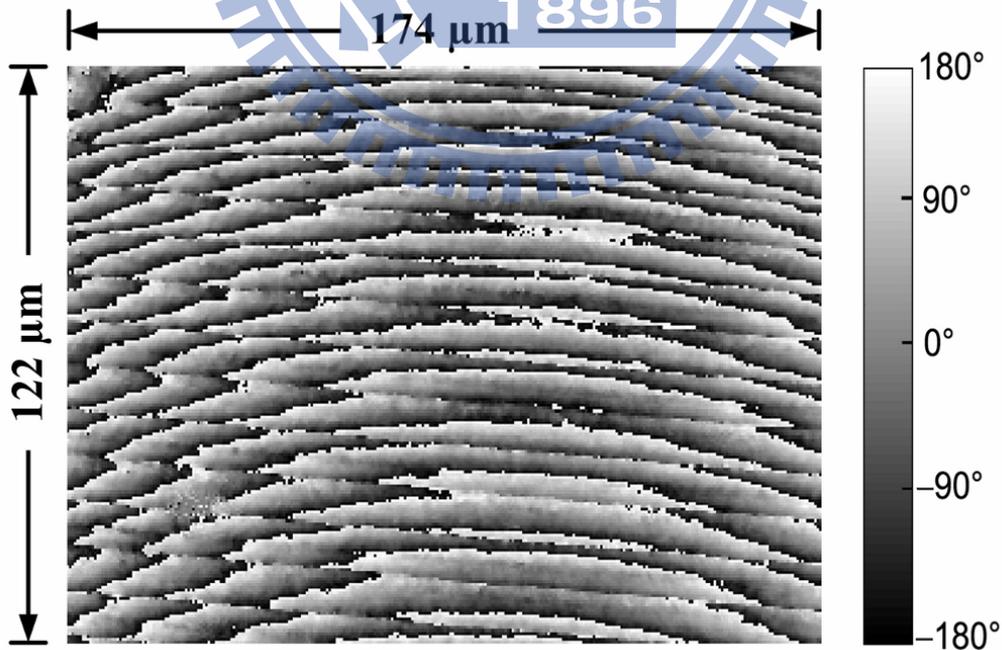


Fig. 5.3 表粗樣本之全場相位量測結果

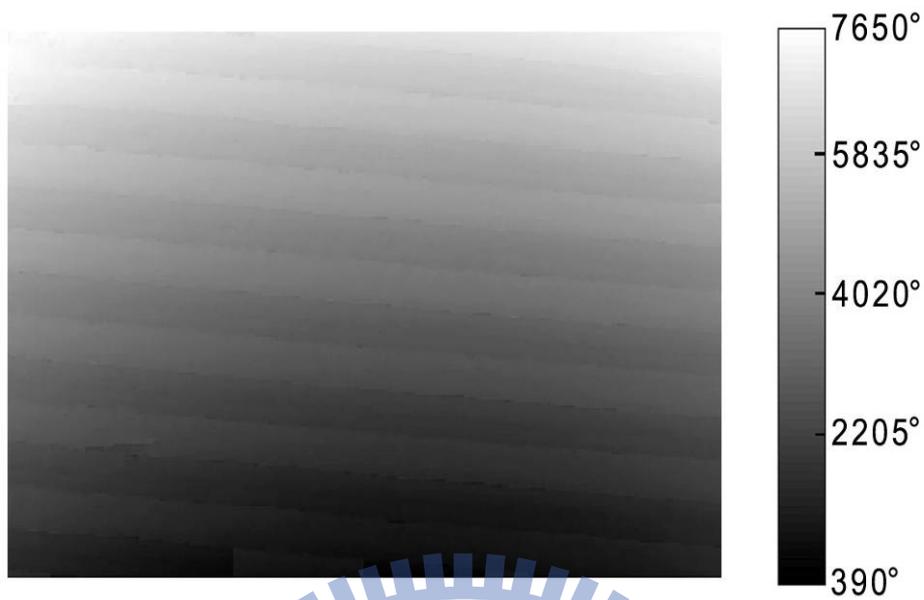


Fig. 5.4 將 Fig.5.3 進行二維相位解纏繞運算後，所得之全場相位分佈圖

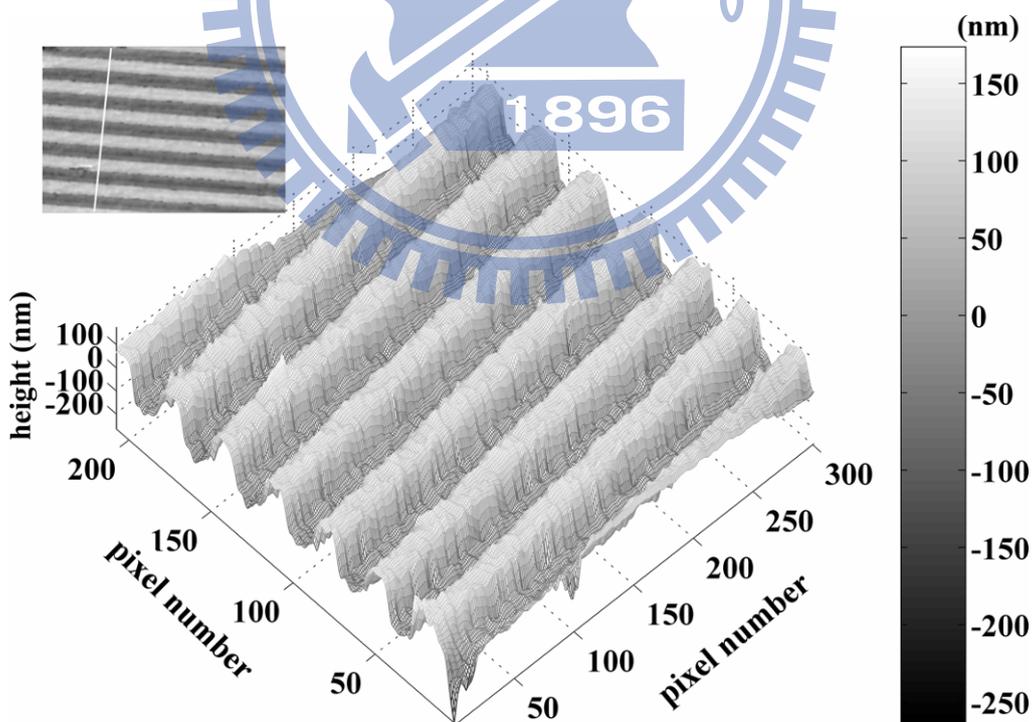


Fig. 5.5 全場表面粗度形貌

5.4 討論

我們另外以接觸式探針量測儀(Kosaka Lab/ET-4100)量測如 Fig. 5.5 左上方小圖中所標示白線的位置，其量測結果與本方法相同位置的量測結果一起顯示於 Fig. 5.6 中，以便於比較，其中實線曲線代表本方法的結果，而虛線部分為接觸式探針量測儀的量測結果。由 Fig. 5.6 中可知，兩者的相關係數函數(cross correlation function)[17]高達 91.5 %。由於對整體量測結果而言，具有不同量測結果的資料點，佔所有資料點的比重小於 10 %，因此兩者的量測結果皆為可接受的(acceptable)結果[18]。

對於 $\phi(x,y)$ 相位分布而言，光學架構若重新架設，則 $\phi(x,y)$ 數值有位移的情形，而得到不同的量測結果。由於待測目標為某平面上的高度變化，因此測得其相對相位值便已足夠得到高度變化的關係，而沒有必要測得其絕對相位值。因為儘管 $\phi(x,y)$ 數值有位移的情形，則 μ 值可能會不同，但 $R(x,y)$ 表面曲線高低起伏的狀態仍會相同，因此 S_a 仍會保持不變。在經由高斯濾波器進行濾波之後，則可扣除表面波紋與對位傾斜的影響。

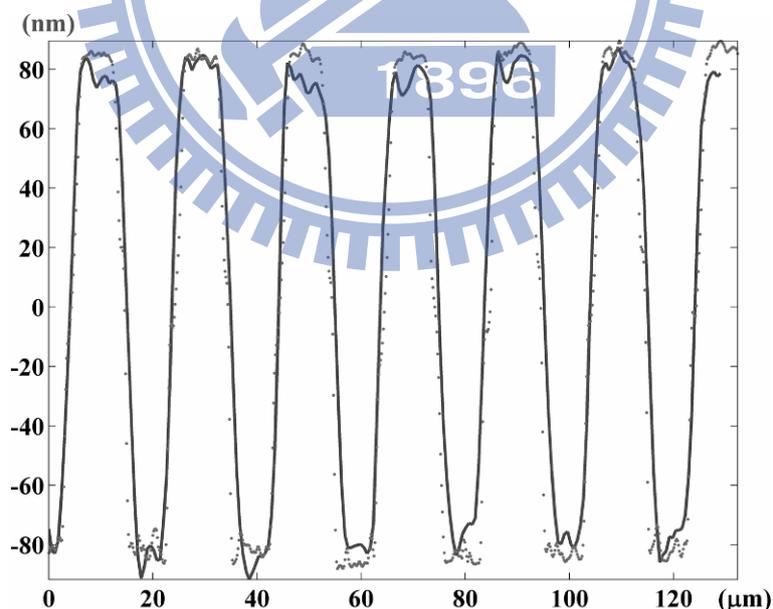


Fig. 5.6 兩種量測方法的結果之比較

(實線：本方法；虛線：接觸式探針量測儀)

本方法的量測誤差可能會由相機取樣誤差($\Delta\phi_s$)以及偏極混合誤差($\Delta\phi_p$)所造成，在 2.4 節中已詳細描述其估計方法，得 $\Delta\phi_s = 0.036^\circ$ 且 $\Delta\phi_p = 0.03^\circ$ ，因此可得本方法的理論總誤差為

$$\Delta S_a = \Delta h = \frac{\lambda}{4\pi} k(\Delta\phi_s + \Delta\phi_p) = 0.06 \text{ nm}。 \quad (5.11)$$

由 Eq. (5.11)可知，相較於移相干涉術與白光干涉術[21]，本方法具有較佳的理論解析度。

5.5 小結

在本章中說明了利用全場不共光程之外差干涉架構，用來量測奈米級表面形貌與表面粗度的方法，包括光路架設、相位擷取、相位分析、表面形貌成像以及全場表面粗度分布等等。我們利用一片方波形表面粗度標準片做為待測樣本，藉以證實本方法的可行性。最後探討本方法的理論誤差來源，包括取樣誤差與偏極混合誤差等。

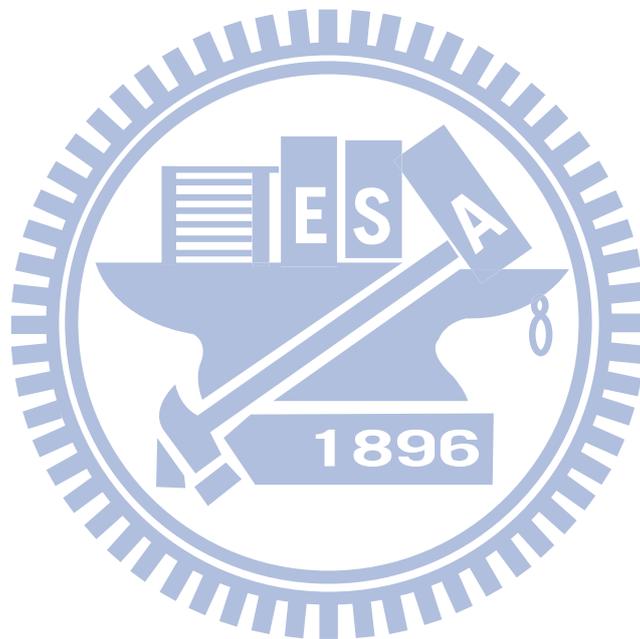


參考文獻

1. J. M. Bennett, "Recent developments in surface roughness characterization," *Meas. Sci. Technol.* **3**, 1119-1127 (1992).
2. U. Persson, "Real time measurement of surface roughness on ground surface using speckle-contrast technique," *Opt. Laser Eng.* **17**, 61-67 (1992).
3. R. Windecker and H. J. Tiziani, "Optical roughness measurements using extended white-light interferometry," *Opt. Eng.* **38**, 1081-1087 (1999).
4. S. H. Wang, C. Quan, C. J. Tay, and H. M. Shang, "Surface roughness measurement in the submicrometer range using laser scattering," *Opt. Eng.* **39**, 1597-1601 (2000).
5. C. Cheng, C. Liu, N. Zhang, T. Jia, R. Li, and Z. Xu, "Absolute measurement of roughness and lateral-correlation length of random surfaces by use of the simplified model of image-speckle contrast," *Appl. Opt.* **41**, 4148-4156 (2002).
6. A. Duparre, J. F. Borrull, S. Gliech, G. Notni, J. Steinert, and J. M. Bennett, "Surface characterization techniques for determining the root-mean-square roughness and power spectral densities of optical components", *Appl. Opt.* **41**, 154-171 (2002).
7. I. Yamaguchi, K. Kobayashi, and L. Yaroslavsky, "Measurement of surface roughness by speckle correlation," *Opt. Eng.* **43**, 2753-2761 (2004).
8. IEEE, "Standard for terminology and test methods for analog-to-digital converters," IEEE Std 1241-2000, 25-29 (2000).
9. D. C. Ghiglia and M. D. Pritt, "Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software," Wiley, New York, (1998).
10. E. Ingelstam, "Problems related to the accurate interpretation of microinterferograms," in Interferometry, National Physical Laboratory Symposium

- 11**, 41-163 (1960).
11. ISO 11562, "Geometrical product specifications (GPS) – surface texture: profile method – metrological characteristics of phase correct filters," (1996).
 12. D. C. Su, M. H. Chiu, and C. D. Chen, "Simple two frequency laser," *Prec. Eng.* **18**, 161-163 (1996).
 13. J. A. Quiroga and E. Bernabeu, "Phase-unwrapping algorithm for noisy phase-map processing," *Appl. Opt.* **33**, 6725-6731 (1994).
 14. ISO/DIS 25178-2, "Geometrical product specifications (GPS) – surface texture: areal – part 2: terms, definitions and surface texture parameters," (2008).
 15. ISO 4288, "Geometrical product specifications (GPS) – surface texture: profile method – rules and procedures for the assessment of surface texture," (1996).
 16. ISO 3274, "Geometrical product specifications (GPS) – surface texture: profile method – nominal characteristics of contact (stylus) instruments", (1996).
 17. J. Song, T. Vorburger, T. Renegar, H. Rhee, A. Zheng, L. Ma, J. Libert, S. Ballou, B. Bachrach, and K. Bogart, "Correlation of topography measurements of NIST SRM 2460 standard bullets by four techniques," *Meas. Sci. Technol.* **17**, 500-503 (2006).
 18. R. Krüger-Sehm and J. A. Luna Perez, "Proposal for a guideline to calibrate interference microscopes for use in roughness measurements," *Int. J. Mach. Tools Manufact.* **41**, 2123-2137 (2001).
 19. Z. C. Jian, Y. L. Chen, H. C. Hsieh, P. J. Hsieh, and D. C. Su, "Optimal condition for full-field heterodyne interferometry," *Opt. Eng.* **46**, 115604 (2007).
 20. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Complex refractive-index measurement based on Fresnel's equations and uses of heterodyne interferometry," *Appl. Opt.* **38**, 4047-4052 (1999).

21. H. G. Rhee, T. V. Vorburger, J. W. Lee, and J. Fu, “Discrepancies between roughness measurements obtained with phase-shifting and white-light interferometry,” *Appl. Opt.* **44**, 5919-5927 (2005).



第六章 利用影像縫合技術改良干涉顯微術

6.1 前言

利用常見的掃描白光干涉顯微鏡(scanning white light interference microscope)，可使我們容易地測得樣本表面之二維形貌分布[1-3]。然而，由於顯微鏡的光路設計，限制了量測範圍的區域大小，雖然可以利用低倍率的物鏡來增加量測範圍，但卻犧牲了側向解析度。再者，由於數值孔徑(numerical aperture)的限制，待測樣本中若有太大的角度變化，亦無法測得其全貌。為了改良這個問題，我們利用在不同位置與不同角度，對樣本進行多次量測的方法，接著再以影像縫合(image stitching)技術[4,5]，將多張影像縫合成一張，而得到完整的樣本表面形貌。本文中以圓錐形的羅氏鑽石硬度計壓頭(Rockwell diamond indenter)做為待測樣本，由於硬度對材料而言是一項關鍵參數，因此硬度量測是瞭解材料機械特性的一種重要的技術。通常我們會使用圓錐形的羅氏鑽石硬度計壓頭對待測材料表面進行壓印動作，藉以測得其硬度大小，而其量測結果與硬度計壓頭的表面形貌有極大的關連性[6-10]，因此最好能事先得知硬度計壓頭的二維幾何形貌。過去數篇論文曾利用探針式量測儀測得硬度計壓頭之幾何形貌[11-13]，雖然有很好的量測結果，但對二維的量測而言，該方法非常耗時。Takagi 等人[14]在 2004 年發表了利用干涉顯微術可快速量測羅氏硬度計壓頭的測頭半徑與圓錐角度的方法，然而該方法是藉由量測表面的反射光訊號而決定測頭半徑，若測頭表面不是理想的球面則可能會引入誤差。此外，此方法必須要有一個精密的旋轉元件以測得圓錐角度。為了改良上述問題，我們利用干涉顯微鏡在不同位置與不同角度進行多次量測，再加上多張影像縫合技術，不需要精密的旋轉元件則可準確地得知硬度計壓頭的二維表面形貌分布，接著利用最小平方高斯-牛頓之球面與圓錐擬合法[15]，計算得到其測頭半徑與圓錐角度，本文即顯示此方法之可行性。

6.2 原理

6.2.1 掃描白光干涉顯微鏡 [1,11,12]

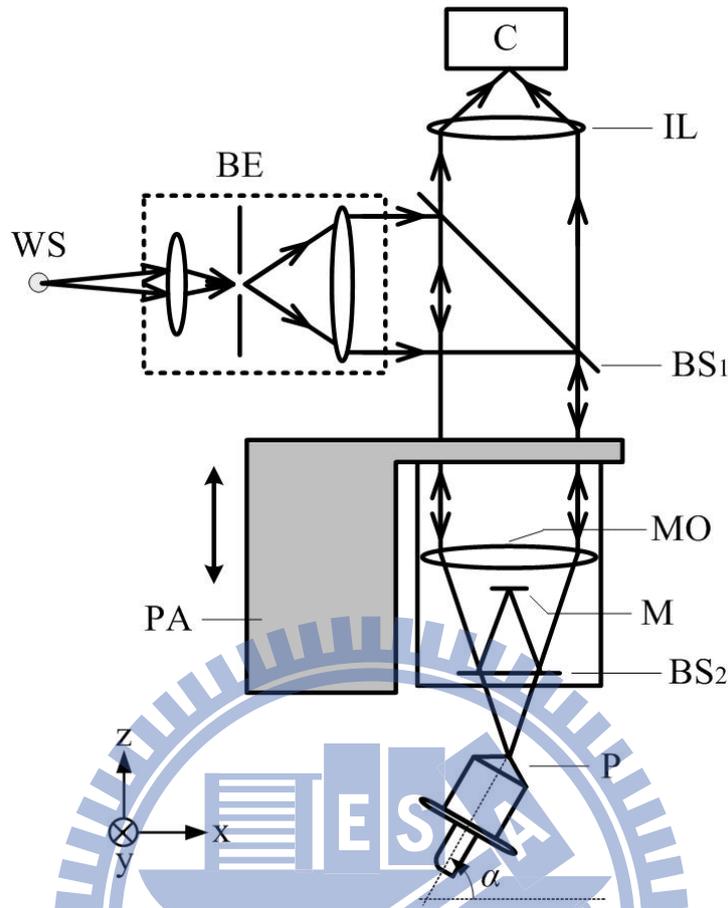


Fig. 6.1 Mirau 型掃描白光干涉顯微鏡之系統架構圖

WS：白光光源；BS：分光鏡；MO：顯微物鏡組；M：反射鏡；PA：位移器；
P：硬度計壓頭；IL：成像透鏡；C：CCD 相機

Fig. 6.1 為 Mirau 型之掃描白光干涉顯微鏡的光路架構，其中包含白光光源 WS、光擴束器 BE、分光鏡 BS_1 、架設並移動 Mirau 型顯微物鏡用的位移器 PA、微硬度計壓頭 P、成像透鏡 IL 以及 CCD 相機 C。其中 Mirau 型顯微物鏡內亦包含了分光鏡 BS_2 、反射鏡 M 以及顯微物鏡組 MO。從 WS 產生的光束經 BE 準直後，再經 BS_1 反射而進入 Mirau 型的顯微物鏡中，在其中又經 BS_2 將光路分成參考光與測試光兩部分，它們分別聚焦於 M 與 P 上，且二者皆沿著原路返回，之後它們通過 BS_1 以及 IL，最後進入 C。因此在 C 所記錄到的干涉條紋可視為具有平均光強度 $I_0(x,y)$ 且由一波包函數調制的弦波訊號，可表示為[16]

$$I(x, y, z) = I_0(x, y) \{1 + \gamma(x, y, z) \cdot \cos[\phi(x, y, z)]\}. \quad (6.1)$$

其中的波包函數 $\gamma(x, y, z)$ 即為對比度，當兩干涉光路間的光程差(optical path

difference, OPD)改變時，對比度 $\gamma(x, y, z)$ 之變化量慢於相位差 $\phi(x, y, z)$ 的變化，而掃描白光干涉的基本原理即在於當OPD為零時，會有最大的對比度，P的表面形貌則可按照以下所列步驟量測得到：

- (1) 將P放置於量測平台上並調整使其具有適當的方位角，使測試光束的聚焦位置稍微高於P。
- (2) 以步進的方式沿著z方向移動PA，藉此改變OPD。在此同時，利用C記錄相關的干涉圖案。上述動作持續進行，直到測試光束的聚焦位置稍微低於P時就停止動作。
- (3) 擷取每張二維干涉圖案之相對像素位置處的光強度值，按照相機拍攝時間前後，每個像素位置可得光強度隨著時間變化之曲線。從PA的移動量可決定每條曲線裡發生最大對比度的z方向相對位置，並將此位置記錄起來。
- (4) 將所有像素在步驟(3)中所記錄的不同位置結合起來，就可得到P的表面形貌。
- (5) 改變P的方位角並重複上述步驟，P的相關表面形貌則可量測得到。

6.2.2 微硬度計壓頭之量測準則

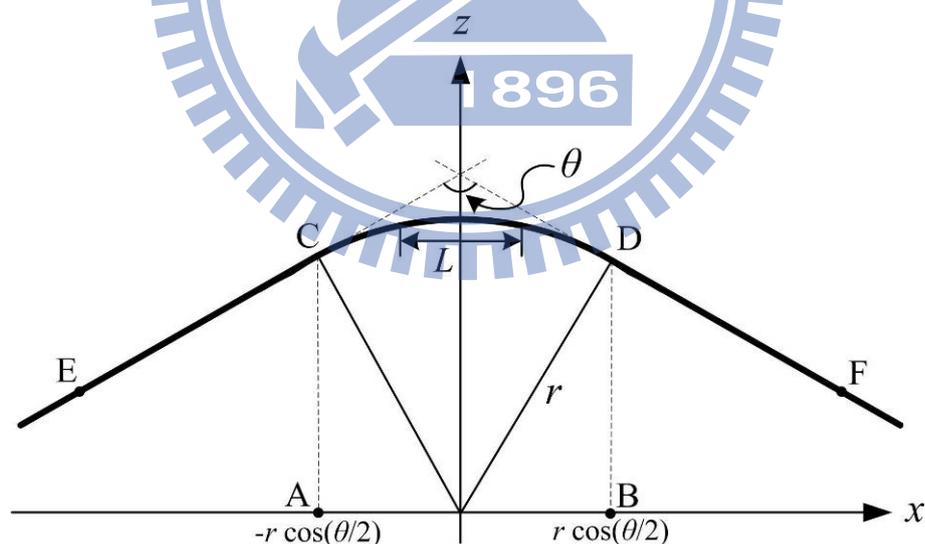


Fig. 6.2 當 $\alpha = 90^\circ$ 時待測圓錐型壓頭曲線之幾何關係

Fig. 6.2 中描繪了當方位角 $\alpha = 90^\circ$ 時，投影於 x - z 平面上之圓錐形微硬度計壓頭的曲線，其中包含它的探針角度 θ 以及探頭半徑 r 。這個曲線可進一步以方程式表示為

$$z = \begin{cases} \left(|x| + r \sec \frac{\theta}{2} \right) \cot \frac{\theta}{2}, & \text{when } |x| \geq r \cos \frac{\theta}{2} \\ \sqrt{r^2 - x^2}, & \text{when } |x| < r \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (6.2)$$

其中 $r > 0$ 且 $0 < \theta < \pi$ 。由上述可知，當 $|x| < r \cos \frac{\theta}{2}$ 時，此曲線之斜率會隨著位置不同而變，而在 $|x| \geq r \cos \frac{\theta}{2}$ 時其斜率保持不變。本方法中，反射光之可測立體角範圍是由 MO 的數值孔徑值 NA 以及 P 的斜率來決定的，假設視野大小為 L ，則可由其幾何關係推得以下條件

$$\left| \frac{dz}{dx} \right|_{x=\frac{L}{2}} - \left| \frac{dz}{dx} \right|_{x=-\frac{L}{2}} \leq 2 \tan \left(\frac{\sin^{-1} NA}{2} \right). \quad (6.3)$$

因此，探頭半徑之量測限制條件可由 Eq. (6.3) 改寫成

$$r \geq \frac{L}{2 \sin \left(\frac{\sin^{-1} NA}{2} \right)}. \quad (6.4)$$

P 的斜率可經由改變角度 α 而改變，如 Fig. 6.1 底部處所示。為了能夠簡化量測，在此我們藉由在 x - z 平面上數次旋轉 P 而改變不同的 α ，進行數次量測以獲得 P 的全貌訊息，必須注意在旋轉時 P 並沒有隨本身之中心軸自轉。為了決定適當地量測次數 m ，在此我們假設在 $|x| \geq r \cos \frac{\theta}{2}$ 左右兩邊的量測寬度各為 $L/2$ ，因此在 $|x| < r \cos \frac{\theta}{2}$ 範圍內共有 $m-1$ 次的量測。另外我們假設所有的量測與其鄰近的量測皆有 $L/4$ 寬度的重疊區域，因此所有的重疊區域總和的寬度為 $(m-1)L/4$ 。在 Fig. 6.2 的 $|x| < r \cos \frac{\theta}{2}$ 範圍中，我們可知總量測寬度減去重疊區域後，必須大於線段 AB 的長度，且小於圓弧 CD 的長度，因此必須滿足以下列式

$$2r \cos \frac{\theta}{2} < (m-1)L - (m-1) \frac{L}{4} < r(\pi - \theta). \quad (6.5)$$

其中 m 必須無條件進位至整數。

6.2.3 影像縫合

利用影像縫合技術，可將兩張影像間重疊部分的數據經由 ICP (Iterative Closest Point) 的演算理論[4,5]，對其中一張所測得的影像數據進行改變六個自由度的迭代運算，包含 x, y, z 三方向的旋轉與平移，轉換成另一張影像測量條件下之數據。為方便且清楚表示，設兩個相鄰影像為 $F\{f_1, f_2, \dots, f_k\}$ 與 $G\{g_1, g_2, \dots, g_k\}$ ，其重疊部分分別為 $OF\{of_1, of_2, \dots, of_n\}$ 與 $OG\{og_1, og_2, \dots, og_n\}$ ，其中 $OF \subset F$ 且 $OG \subset G$ ，且 F, G, OF 及 OG 的任一元素皆為具有 (x, y, z) 數據之 3×1 矩陣，則其縫合步驟如下所述：

(1) 進行具有最小平方距離的剛體轉換運算[4]：

a. 重心座標： OF 與 OG 的重心座標分別為 $of_c = (1/n) \sum_{i=1}^n of_i$ 以及 $og_c = (1/n) \sum_{i=1}^n og_i$ ， of_c 與 og_c 均為 3×1 矩陣。

b. 相對重心之數據： $OF\{of_1, of_2, \dots, of_n\}$ 與 $OG\{og_1, og_2, \dots, og_n\}$ 相對於重心座標之數據分別為 $OA\{oa_1, oa_2, \dots, oa_n\}$ 與 $OB\{ob_1, ob_2, \dots, ob_n\}$ ，其中 $oa_i = of_i - of_c$ 且 $ob_i = og_i - og_c$ 。

c. 交叉共變異矩陣： $K = (1/n) \sum_{i=1}^n oa_i \cdot ob_i^T$ ，其中上標 T 表示為矩陣之轉置， K 為 3×3 矩陣。

d. 單位特徵向量：由 $K - K^T = A(a_{ij})$ 之 3×3 矩陣內的元素 a_{ij} 可得一個行向量 $\Delta = [a_{23} \quad a_{31} \quad a_{12}]^T$ ，進一步可得矩陣 $Q(K)$ ，

$$Q(K) = \begin{bmatrix} \text{tr}(K) & \Delta^T \\ \Delta & K + K^T - \text{tr}(K) \cdot I_{(3 \times 3)} \end{bmatrix}, \quad (6.6)$$

其中 $I_{(3 \times 3)}$ 為 3×3 的單位矩陣，且 $\text{tr}()$ 表為一個方形矩陣的跡數，因此 $Q(K)$

為 4×4 之矩陣， $Q(K)$ 的單位特徵向量則為 $q = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]$ 。

e. 旋轉矩陣 R_1 與位移矩陣 T_1 ： R_1 與 T_1 可分別表示為

$$R_1 = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 + q_2^2 - q_1^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 + q_3^2 - q_1^2 - q_2^2 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$\text{以及 } T_1 = og_c - R_1 \cdot of_c, \quad (6.8)$$

因此 R_1 與 T_1 分別為 3×3 及 3×1 之矩陣。

f. 令 $o_{1i} = R_1 \cdot of_i + T_1$ ，則 o_{1i} 亦為具有 (x,y,z) 數據之 3×1 矩陣，因此我們可得到 $O_1\{o_{11}, o_{12}, \dots, o_{1n}\}$ 的數據，此處 O_1 為運算過程中之暫存數據。

(2) 迭代運算：若 T_1 的任一元素大於預先設定之閾值 Δd 時，則將 $O_1\{o_{11}, o_{12}, \dots, o_{1n}\}$ 代替 $OF\{of_1, of_2, \dots, of_n\}$ ，並重複步驟(1)，而得到新的一組數據 R_2 、 T_2 及 $O_2\{o_{21}, o_{22}, \dots, o_{2n}\}$ ，再比較 T_2 與 Δd ，……，依上述做法類推，直至位移矩陣內的所有元素皆小於 Δd 。假設共進行 t 次迭代運算，則可得 $R = R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_t$ 且 $T = T_1 + T_2 + \dots + T_t$ 。

(3) 將 F 轉換為在 G 測量條件下之數據： $\bar{f}_j = R \cdot f_j + T$ ，此處 $j = 1, 2, \dots, k$ ，則 $\bar{F}\{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_k\}$ 為將 F 轉換為在 G 測量條件下之數據，其中 \bar{f}_j 為具有 (x,y,z) 數據之 3×1 矩陣。將 \bar{F} 與 G 於相同座標系中繪出，則完成兩影像之縫合。

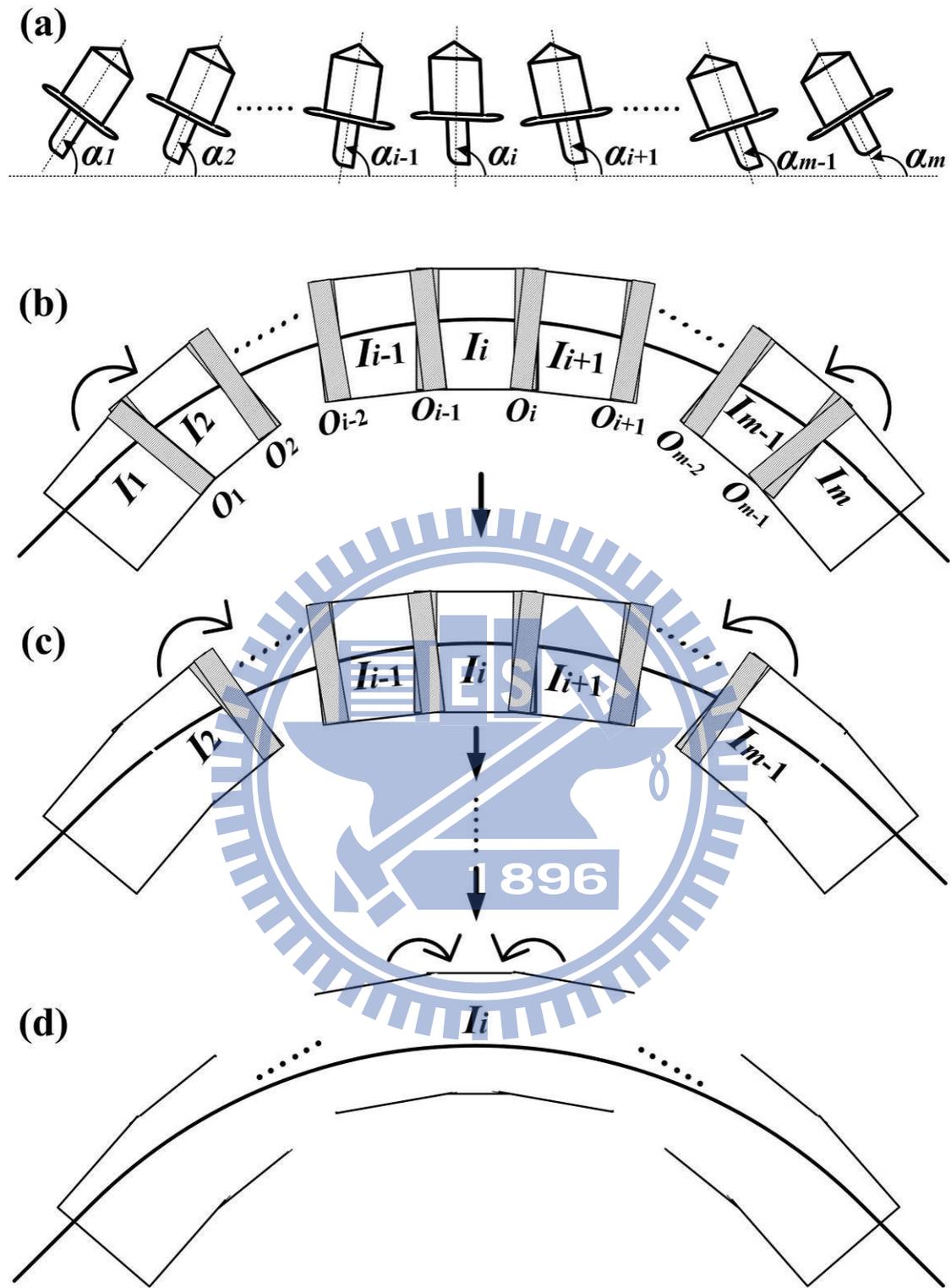


Fig. 6.3 多張影像縫合技術之步驟

- (a) 在不同 α 角度之待測壓頭；(b) I_1 與 I_m 分別經由 O_1 與 O_{m-1} 而轉換至 I_2 與 I_{m-1} 之座標系統內；(c) I_2 與 I_{m-1} 分別經由 O_2 與 O_{m-2} 而轉換至 I_3 與 I_{m-2} 之座標系統內；(d) 重複相似之轉換直到縫合結果之影像轉換至 I_i 之座標系統內。

6.2.4 多張影像縫合步驟

如 Fig. 6.3(a)所示，在 m 次不同的 α 條件下所測得如 Fig. 6.3(b)所示的 I_1, I_2, \dots, I_m 張影像，其中具有 O_1, O_2, \dots, O_{m-1} 等 $m-1$ 個重疊區域。為了方便起見，在此我們選擇 I_i 的座標系統做為參考座標系統，而其他影像最終都要轉換至 I_i 的座標系統內，並將這些數據組合起來，才能得到待測物 P 的幾何圖形。此處 i 為 $m/2$ 或 $(m+1)/2$ ，首先將影像 I_1 與 I_m 分別經由相關的重疊區域 O_1 與 O_{m-1} 而轉換至 I_2 與 I_{m-1} 的座標系統內，接著新得到的組合影像 I_2 與 I_{m-1} 也分別經由相關的重疊區域 O_2 與 O_{m-2} 而轉換至 I_3 與 I_{m-2} 的座標系統內，如 Fig. 6.3(c)所示，如此依序重複上述步驟，直到所有影像縫合成一張影像為止，如 Fig. 6.3(d)所示。

6.3 實驗與結果

本實驗採用一 $NA = 0.55$ 之 $50\times$ Mirau 型干涉顯微物鏡(Nikon 公司製造)，對一圓錐型微硬度計壓頭(中國砂輪公司製造)進行量測。由壓頭之出廠規格得知其具有 $200\ \mu\text{m} \pm 20\ \mu\text{m}$ 之探頭半徑，以及 $120^\circ \pm 0.5^\circ$ 之探針角度。根據 Eq. (6.5)，可計算出 $m = 4$ ，並於方位角分別為 $\alpha \approx 70^\circ, 80^\circ, 100^\circ$ 以及 110° 時進行量測，相對應之不同量測位置與角度所測得的結果及其重疊區域，分別表示於 Fig. 6.4 中。單次量測皆具有 480×480 像素，其影像對應的實際物體尺寸大小為 $L \times L$ ，此處 $L = 104.2\ \mu\text{m}$ ，因此影像之單一像素對應的尺寸大小為 $0.217\ \mu\text{m}$ ，且其灰階值代表單次量測結果之相對高度值。

接著將此四次量測結果依據 6.2.4 節之方法進行影像縫合，在此假設 $\Delta d = 0.01\ \mu\text{m}$ 。經由逐一縫合後，將所有數據轉換至 I_0 的座標系統內，所得最後影像大小為 1716×425 像素，其 2D 影像如 Fig. 6.5(a)所示。Fig. 6.5(b)與 6.5(c)分別表示 Fig. 6.5(a)中點線(dotted line)截線與虛線(dashed line)截線的曲線。

最後利用最小方差高斯-牛頓球面與圓錐面擬合法，分別對縫合後之整體表面形貌之中央區域以及外圍區域進行球面半徑以及圓錐角度的擬合。經由擬合後得到其探頭半徑為 $198.2\ \mu\text{m}$ ，且探針圓錐夾角為 119.6° ，此二量測值與廠商提供

之製造規格接近，另外由結果可得知球面區域的真圓度值為 $4.3 \mu\text{m}$ 。

為了便於觀察硬度計壓頭的幾何特性，使其符合 ISO 規範文件[17]中對於硬度計壓頭方位上的描述，在此我們將 Fig. 6.5(a)中的縫合結果轉成正向，如 Fig. 6.6 所示。在 Fig. 6.6 中，虛線(dashed line)截線處為通過硬度計壓頭頂點之位置，此曲線位置另外亦經由一套商用接觸式探針量測儀(ET4100, Kosaka Lab. Ltd.)進行量測，此二結果同時顯示於 Fig. 6.7(a)之中，以便於進行比較，其中實線部分代表用本方法所測得之結果，而點線部分代表利用探針式量測儀所測之結果，另外亦繪出上述兩結果的差異如 Fig. 6.7(b)所示。經計算二者之相關函數(cross correlation function)值[18]，高達 99.96%，由此可知此二結果十分地吻合。另外，我們使用最小平方擬合法對探針式量測儀所測得的曲線分別進行線與圓的擬合，如 Fig. 6.8(a)與(b)所示，並計算得到圓錐角度與壓頭半徑分別為 119.62° 與 $198.37 \mu\text{m}$ ，由此可知此二結果具有一致性。根據 ISO 6508-2[17]標準規範之定義，羅氏硬度計壓頭的外形規格必須符合壓頭半徑範圍為 $200 \mu\text{m} \pm 5 \mu\text{m}$ 且圓錐角度範圍為 $120^\circ \pm 0.1^\circ$ ，由上述兩種方法所得的結果，我們可知此待測壓頭並未完全符合規範，因此可能不適合用來做硬度的校正使用。

另外我們也由縫合的結果計算出 P 的面積函數(area function)[13]，在 Fig. 6.9(a)中顯示了從量測結果所得的面積函數數值(圓點部分)以及從理論定義所得的理想羅氏硬度計之面積函數曲線(實線部分)，且二者之半徑偏差值表示於 Fig. 6.9(b)中。由 Fig. 6.9(b)可知，在球體與錐體交界的位置附近，其半徑偏差值有很突兀的變化產生，此一情形與 Dai 所觀察的結果一致[13]。此外由於最大的半徑偏差值小於 $2.5 \mu\text{m}$ ，相較於 ISO 6508-3 規範中[19]所規定偏差容許值需小於 $5 \mu\text{m}$ 而言，這個部分仍有符合規範。

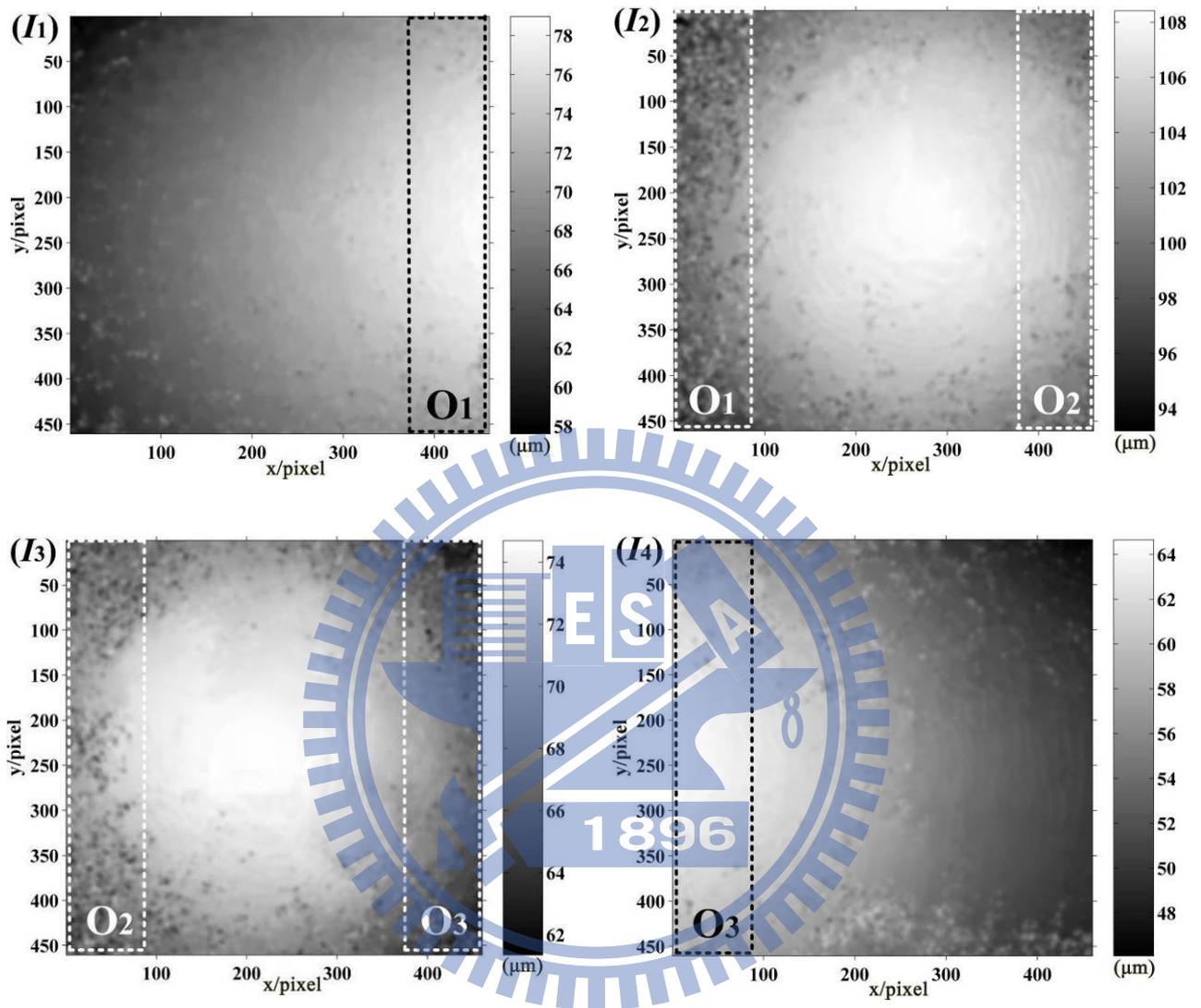


Fig. 6.4 硬度計壓頭之四張影像量測結果，包含其中三處重疊區域。

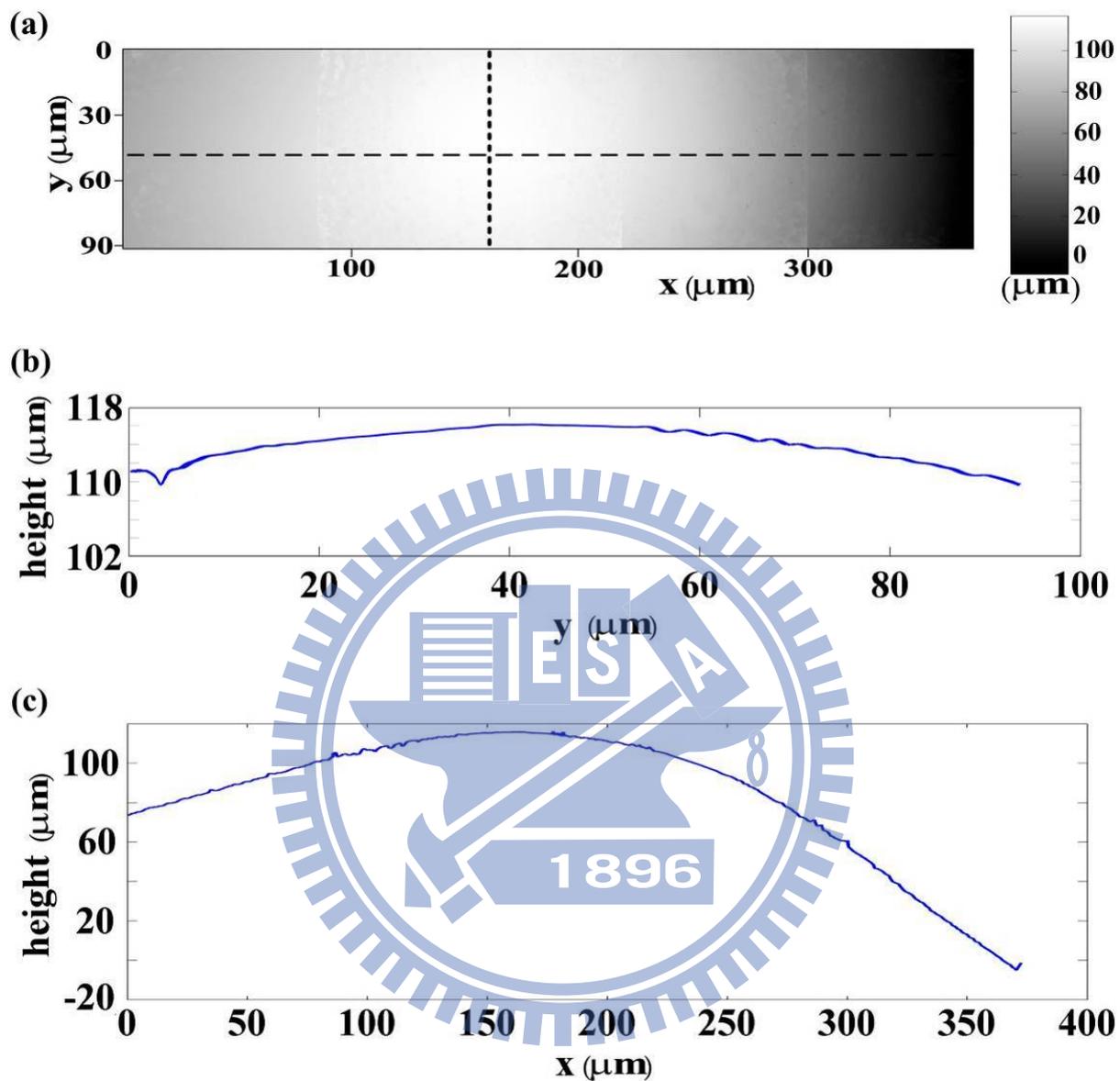


Fig. 6.5 影像縫合結果：(a)二維表面形貌之結果(以灰階顯示)，
 曲線(b)為其中點線(dotted line)之截線處，
 曲線(c)為其中虛線(dashed line)之截線處。

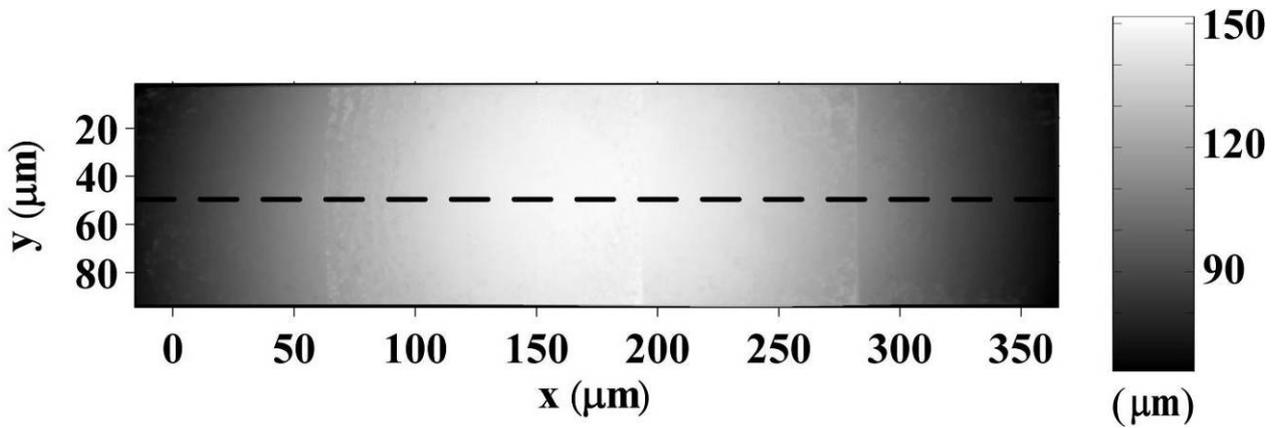


Fig. 6.6 為了便於觀察硬度計壓頭的幾何特性，將 Fig. 6.5(a)之量測結果旋轉成正向

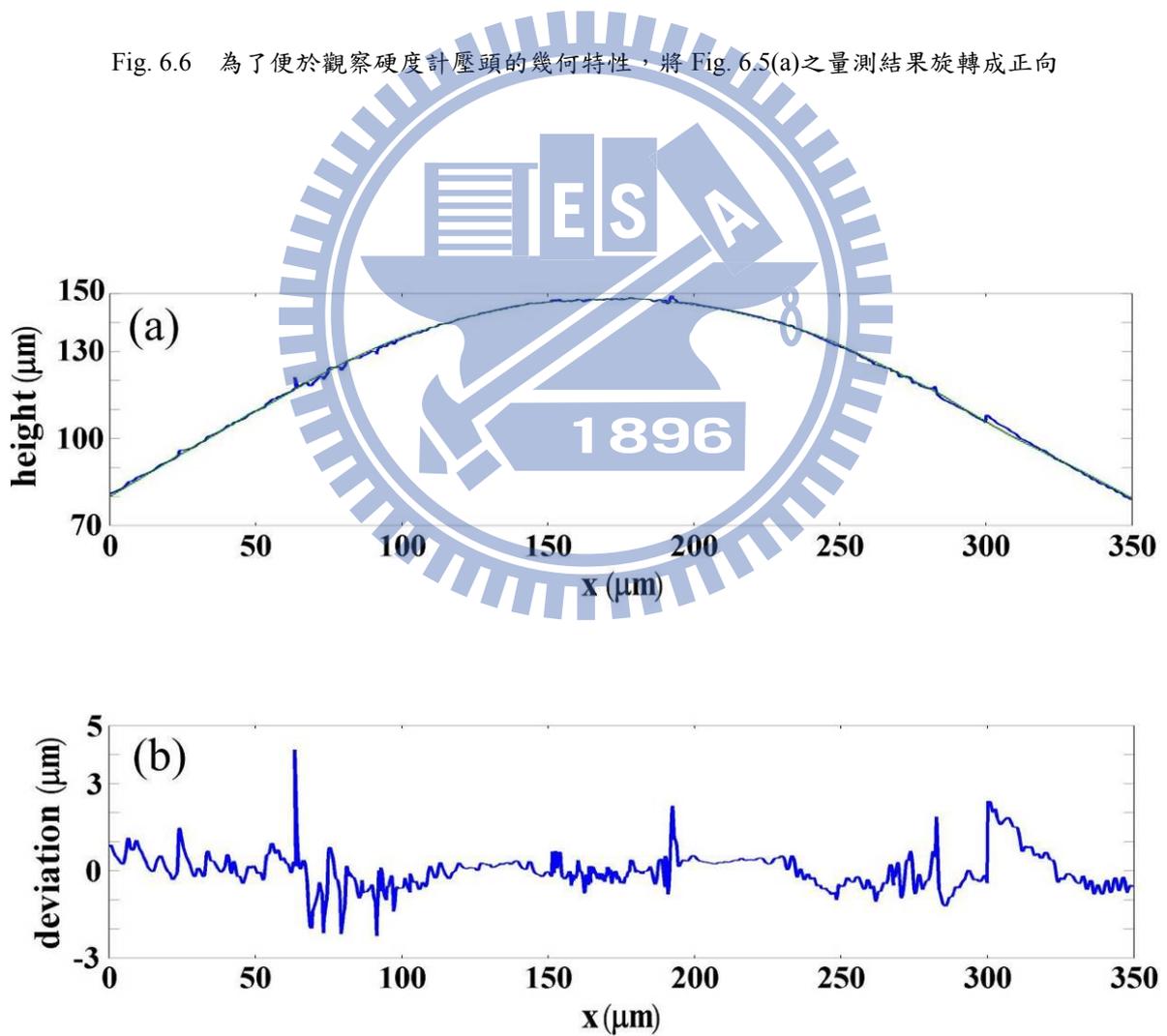


Fig. 6.7 (a)通過硬度計壓頭頂點處的量測曲線，其中實線部分為本方法之量測結果，點線部分為接觸式探針儀之量測結果；(b)上述兩者之差異。

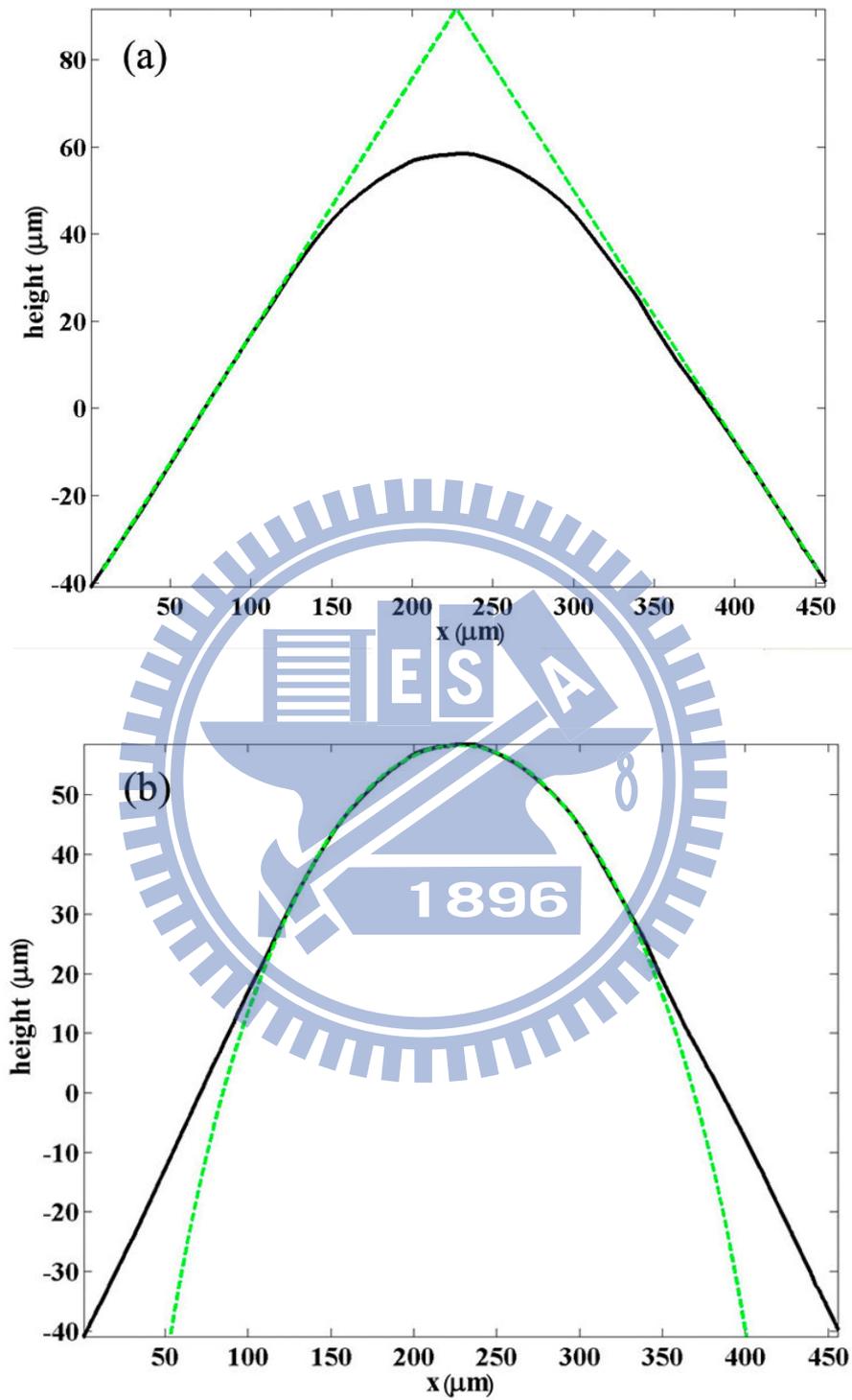


Fig. 6.8 利用最小平方擬合法從硬度計壓頭之幾何曲線中計算(a)夾角角度與(b)探頭半徑

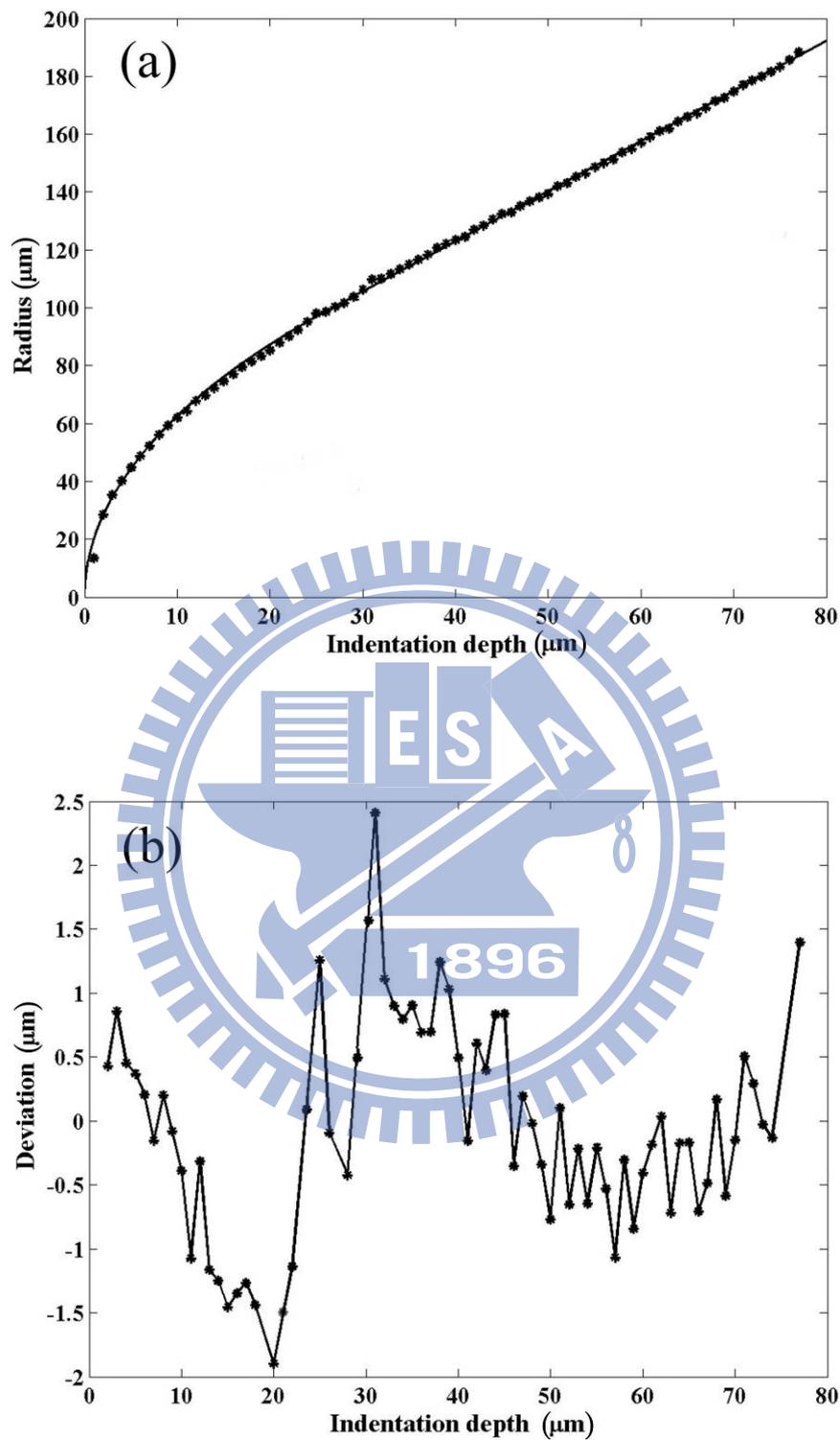


Fig. 6.9 (a) P 的面積函數繪圖，其中圓點代表量測數值，實線代表理論數值曲線；
(b) 實驗與理論數值的差值。

6.4 討論

影像縫合技術具有六個自由度的完整迭代運算[4]，可使得縫合後的結果有最小的均方距離，並且補償兩組對位資料點之間的角度誤差。雖然 P 是在不同的 α 角度狀態下進行的量測，我們只需要使用一般的旋轉平台(準確度 $\pm 1^\circ$)來轉動硬度計壓頭便已足夠，而不需如同其他量測方法需要使用精密的旋轉平台。雖然 Fig. 6.4 中的四組量測結果並不是在相同的投影平面上，但它們互相重疊部分的影像特徵點是十分相近的，經由影像縫合運算後，相鄰兩影像的重疊區域之間的均方距離已達最小化且可縫合的很好。再者由於在影像縫合過程中， I_1 、 I_3 與 I_4 的數值皆沿著 y 軸旋轉至 I_2 的座標系統中，因此最後整體的 z 軸數值範圍會擴大。

由 Eq. (6.4)可知，於本實驗之條件下，待測探頭半徑應不可大於 $181 \mu\text{m}$ ，因此本方法是適合用來量測羅氏鑽石硬度計壓頭。在 Fig. 6.4 中四組量測結果的量測解析度可分成以下兩點討論：

- (1) 縱向量測解析度，此項大小取決於 PA 的掃描線性度，在我們的實驗中，PA 是使用閉迴路(closed-loop)電路設計的壓電換能器(piezoelectric transducer, PZT)，具有 0.15% 的線性度，因此在本方法所量測之垂直範圍內，可估計縱向的量測解析度為 $\Delta z = 120 \times 0.15\% = 0.18 \mu\text{m}$ 。
- (2) 側向量測解析度，此項大小取決於顯微鏡系統的繞射極限[20]，可表示成

$$\Delta x = \Delta y \approx 0.61 \frac{\lambda_w}{NA} \approx 0.64 \mu\text{m}, \quad (6.9)$$

其中白光的中心波長為 $\lambda_w \approx 580 \text{ nm}$ 。

為了簡化問題，我們將羅氏鑽石硬度計壓頭以 Fig. 6.2 中 $\alpha = 90^\circ$ 的狀態來進行考慮，此時假設壓頭頂端球面部分的球心座標為 $(0,0,0)$ ，則半徑 r 可用表面數據 (x,y,z) 表示成

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (6.10)$$

因此， r 的解析度可按下式推導

$$\Delta r = \left| \frac{\partial r}{\partial x} \right| \cdot \Delta x + \left| \frac{\partial r}{\partial y} \right| \cdot \Delta y + \left| \frac{\partial r}{\partial z} \right| \cdot \Delta z = \frac{1}{r} (|x| \cdot \Delta x + |y| \cdot \Delta y + |z| \cdot \Delta z). \quad (6.11)$$

將 Δx 、 Δy 以及 Δz 代入 Eq. (6.11)，則可得半徑的最大解析度為 $\Delta r = 0.6 \mu\text{m}$ ，其中 $(x, y, z) = (\pm\sqrt{2}r/4, \pm\sqrt{2}r/4, \sqrt{3}r/2)$ 。 θ 可由 Fig. 6.2 中的線段 \overline{CE} 與線段 \overline{DF} 之間的夾角來決定，其中 $y = 0$ 。假設上述兩線段的數據 (x_a, z_a) 與 (x_b, z_b) 是分別由 I_1 與 I_4 所取樣得到，則 θ 可進一步表示為

$$\theta = \pi - \tan^{-1} \left| \frac{x_a}{z_a} \right| - \tan^{-1} \left| \frac{x_b}{z_b} \right|, \quad (6.12)$$

因此 θ 的解析度可按下式推導得到，為

$$\Delta \theta = 2 \cdot \left| \frac{\partial \theta}{\partial x_a} \right| \cdot \Delta x + 2 \cdot \left| \frac{\partial \theta}{\partial z_a} \right| \cdot \Delta z = \frac{2}{x_a^2 + z_a^2} (|z_a| \cdot \Delta x + |x_a| \cdot \Delta z) \quad (6.13)$$

將 Δx 與 Δz 代入 Eq. (6.13)，則壓頭夾角角度的最佳解析度發生在 $(x_a, z_a) \approx (L, 0)$ 處，可估計為 $\Delta \theta = 0.2^\circ$ 。

6.5 小結

本章中說明了在顯微量測系統中，利用在不同位置與不同角度，對樣本進行多次量測的方法，接著再利用影像縫合技術將多張影像縫合成一張。藉由此技術，我們可突破顯微量測系統中因為角度或量測視野大小的限制，在不犧牲量測解析度的條件下，而可測得物體的完整表面形貌。本文中以圓錐形的羅氏鑽石硬度計壓頭做為待測樣本，並利用掃描白光干涉顯微鏡對其進行不同位置與不同角度之量測，最後從縫合後的影像計算其測頭半徑與圓錐角度，此結果與傳統之探針式量測儀的結果進行比較，藉以說明此方法的可行性。

參考文獻

1. J. C. Wyant, "White light interferometry," *Proc. SPIE* **4737**, 98-107 (2002).
2. G. S. Kino and S. S. C. Chim, "Mirau correlation microscope," *Appl. Opt.* **29**, 3775-3783 (1990).
3. L. Deck and P. Groot, "High-speed non-contact profiler based on scanning white light interferometry," *Appl. Opt.* **33**, 7334-7338 (1994).
4. P. J. Besl and N. D. McKay, "A method for registration of 3D shapes," *IEEE Trans. Pat. Anal. Mach. Intel.* **14**, 239-256 (1992).
5. K. Pulli, "Multiview registration for large data sets," *Proc. Int'l Conf. 3D Digital Imaging and Modeling*, 160-168 (1999).
6. Q. Ma and D. R. Clarke, "Size dependent hardness for silver single crystal," *J. Mater. Res.* **10**, 853-863, (1995).
7. J. G. Swadener, E. P. George, and G. M. Pharr, "The correlation of the indentation size effect measured with indenter of various shapes," *J. Mech. Phys. Solids* **50**, 681-694 (2002).
8. Y. Wei and J. W. Hutchinson, "Hardness trends in micron scale indentation," *J. Mech. Phys. Solids* **51**, 2037-2056 (2003).
9. J. Musil, H. Zeman, F. Kunc, and J. Vlcek, "Measurement of hardness of superhard films by microindenter," *Mater. Sci. Eng. A.* **340**, 281-285 (2003).
10. F. Zhang, Y. Huang, and K. C. Hwang, "The indenter tip radius effect in micro- and nanoindentation hardness experiments," *Acta Mech. Sinica* **22**, 1-8 (2006).
11. G. Barbato and S. Desogus, "Measurement of the spherical tip of Rockwell indenters," *J. Testing Evaluation* **16**, 369-374 (1988).
12. J. F. Song, F. F. Rudder, T. V. Vorburger, and J. H. Smith, "Microform calibration uncertainties of Rockwell diamond indenters," *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*

- 100**, 543-561, (1995).
13. G. Dai, K. Herrmann, and F. Menelao, "Two approaches for enhancing the accuracy of the Rockwell hardness test," *Meas. Sci. Technol.* **20**, 065701 (2009).
 14. S. Takagi, H. Ishida, T. Usuda, H. Kawachi, and K. Hanaki, "Direct verification and calibration of Rockwell diamond cone indenters," HARDMEKO 2004, 149-154 (2004)
 15. C. M. Shakarji, "Least-squares fitting algorithms of the NIST algorithm testing system," *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **103**, 633-641 (1998).
 16. P. Sandoz and G. Tribillon, "Profilometry by zero order interference fringe identification," *J. Mod. Opt.* **40**, 1691-1700 (1993).
 17. ISO 6508-2, Metallic materials—Rockwell hardness test: part 2. Verification and calibration of testing machines (scales A, B, C, D, E, F, G, H, K, N, T) (2005).
 18. J. Song, T. Vorburger, T. Renegar, H. Rhee, A. Zheng, L. Ma, J. Libert, S. Ballou, B. Bachrach, and K. Bogart, "Correlation of topography measurements of NIST SRM 2460 standard bullets by four techniques," *Meas. Sci. Technol.* **17**, 500-503 (2006).
 19. ISO 6508-3, Metallic materials—Rockwell hardness test: part 3. Calibration of reference blocks (2005).
 20. B. E. A. Saleh and M. C. Teich, "Fundamentals of photonics," 2nd ed., (John Wiley & Sons), pp.121-127 (2007).

第七章 結論

本論文探討利用干涉術結合顯微系統而成的顯微干涉術，應用於各類物理參數之量測；這些應用包括了二維相位延遲分佈、二維折射率分佈以及二維表面形貌尺寸之量測等等，其原理與實驗結果分別敘述於第二、三、四、五與六章中。

在第二章中說明外差干涉術的基本原理，如何將傳統單點量測的外差干涉術擴展成為全場的外差干涉術，以及說明全場外差干涉術的相位解析與誤差分析方法。

在第三章中提出全場外差干涉術中的相對相位與絕對相位量測方法，以及二者之參考訊號如何取得的問題。在絕對相位量測的部份，描述了我們提出的兩種新方法。最後以共光程的全場外差干涉光路架構，量測波片的全場相位延遲分佈做為例子，藉以說明此方法之可行性。

在第四章中提出利用外差干涉顯微術量測二維折射率分佈的原理與方法。首先描述此垂直入射式之外差干涉顯微術之原理，接著描述以 GRIN lens 做為待測樣本，量測其二維折射率分佈。之後改以 indium tin oxide (ITO) 做為待測對象，設計一種撓曲測試的方法與實驗結果，並利用量測之折射率改變的結果，觀察其內應力的作用情形。最後討論此方法的優缺點與其誤差分析。

在第五章中提出利用此外差干涉顯微術量測奈米級表面形貌與表面粗度的原理與方法。首先使外差光源進入一改良式的 Linnik 顯微鏡架構中，利用不共光程的外差干涉術，使干涉後的待測樣本影像成像於相機上。經由相位計算、相位解纏繞與濾波處理，可得表面粗度形貌分佈。

在第六章中提出利用影像縫合技術改良干涉顯微術的原理與方法。由於顯微鏡限制了量測範圍的區域與角度大小，利用影像縫合技術，將多張影像縫合成一張，可得到完整的樣本表面形貌。本章以圓錐形的羅氏鑽石硬度計壓頭做為待

測樣本，最後測得其壓頭半徑與圓錐角度，藉以展示此方法之可行性。

綜合以上各章的理論與實驗結果，可以歸納出以下幾點的結論：

1. 相較於現有之移相干涉術或白光掃描干涉術，本論文中所提出之全場外差干涉顯微術，具有更高的相位解析度。
2. 利用「低振幅鋸齒波」以及「非對稱三角波」取代傳統鋸齒波驅動電光晶體調制器的方法，可不需藉由分光鏡即可得到參考相位，進而求得絕對相位，解決了全場外差干涉儀難解的參考相位問題，而實現其全場絕對相位之量測。
3. 利用垂直入射式折射率顯微術，可應用於 ITO 軟性電子基板之撓區特性檢測，且相較於現有之電阻量測法，具有更高的靈敏度。
4. 將影像縫合技術與白光掃描干涉術，應用於羅氏硬度計壓頭之完整表面形貌檢測，無須使用高精密轉盤即可得到準確的量測結果。
5. 上述方法皆操作簡單，且具有高重現性。



簡 歷

基本資料：

姓 名：陳 彥 良 (Yen-Liang Chen)
出 生 日 期：民國 65 年 5 月 21 日
性 別：男
血 型：A
籍 貫：台灣省台東縣
地 址：新竹縣竹北市莊敬六街 35 號 7 樓
電 話：03-5505360

學歷：

畢業學校	主修學門系別	學位	起訖年月
交通大學	光電工程學系	博士	94/9 – 99/10
清華大學	原子科學學系	碩士	87/9 – 89/6
清華大學	原子科學學系	學士	83/9 – 87/6
台東高中	---	---	80/9 – 83/6

經歷：

公司名稱	職務名稱	任職期間
工業技術研究院-量測中心	兼時人員	97/1 – 99/10
National Institute of Standards and Technology (美國國家標準與技術研究院)	客座研究員	94/6 – 94/10
Physikalisch-Technische Bundesansta (德國聯邦物理技術研究所)	客座研究員	91/9 – 91/11
工業技術研究院-量測中心	副研究員、 研究員	90/1 – 96/10

著作

(A) 期刊論文：

1. Zhi-Cheng Jian, Yen-Liang Chen, Hung-Chih Hsieh, Po-Jen Hsieh, and Der-Chin Su, “Optimal condition for full-field heterodyne interferometry,” *Optical Engineering*, 46(11), pp.115604, Nov. 2007.
2. Yen-Liang Chen, Zhi-Cheng Jian, Hung-Chih Hsieh, Wang-Tsung Wu, and Der-Chin Su, “Nano-roughness measurements with a modified Linnik microscope and the uses of full-field heterodyne interferometry,” *Optical Engineering*, 47(12), pp.125601, Dec. 2008.
3. Yen-Liang Chen and Der-Chin Su, “A method for determining full-field absolute phases in the common-path heterodyne interferometer with an electro-optic modulator,” *Applied Optics*, 47(35), pp. 6518-6523, Dec. 2008.
4. Hung-Chih Hsieh, Yen-Liang Chen, Zhi-Cheng Jian, Wang-Tsung Wu, and Der-Chin Su, “Two-wavelength full-field heterodyne interferometry for measuring large step height,” *Measurement Science and Technology*, 20, pp.025307, Jan. 2009.
5. Yen-Liang Chen and Der-Chin Su, “Full-field measurement of the phase retardation for birefringent elements by using common path heterodyne interferometry,” *Optics and Lasers in Engineering*, 47, pp.484-487, Mar. 2009.
6. Yen-Liang Chen and Der-Chin Su, “A method for measuring the geometrical topography of a Rockwell diamond indenter,” *Measurement Science and Technology* 21, pp.015307, Jan. 2010.

7. Wang-Tsung Wu, Yen-Liang Chen, Hung-Chih Hsieh, Wei-Yao Chang, and Der-Chin Su, "Method for gauge block measurement with the heterodyne central fringe identification technique," *Applied Optics*, 49(16), pp. 3182-3186, Jun. 2010.
8. Yen-Liang Chen and Der-Chin Su, "Improved technique for measuring full-field absolute phases in a common-path heterodyne interferometer," *Applied Optics*, 49(25), pp. 4746-4750, Sep. 2010.
9. Yen-Liang Chen, Hung-Chih Hsieh, Wang-Tsung Wu, Bor-Jiunn Wen, Wei-Yao Chang, and Der-Chin Su, "An alternative bend-testing technique for a flexible indium tin oxide film," *Displays*, was accepted and will be published.
10. Hung-Chih Hsieh, Yen-Liang Chen, Wang-Tsung Wu, Wei-Yao Chang, and Der-Chin Su, "Full-field refractive index distribution measurement of a gradient-index lens with heterodyne interferometry," *Measurement Science and Technology*, 21, pp.105310, Sep. 2010.
11. Yen-Liang Chen, Hung-Chih Hsieh, Wang-Tsung Wu, Wei-Yao Chang, and Der-Chin Su, "An alternative method for measuring the full-field refractive index of a GRIN lens with the normal incidence heterodyne interferometry," submitted to *Applied Optics*.

(B) 研討會論文：

1. 陳彥良, 謝鴻志, 簡志成, 謝博任, 蘇德欽, “共光程外差干涉術測量二維相位延遲分佈”, 2006 台灣光電科技研討會, 新竹市, 2006 年 12 月, 論文集 EO-04.
2. 簡志成, 謝博任, 陳彥良, 謝鴻志, 楊惠婷, 吳旺聰, 蘇德欽, “全場外差干涉術的取樣誤差分析”, 2006 台灣光電科技研討會, 新竹市, 2006 年 12 月, 論文集 EP-094.
3. Hung-Chih Hsieh, Zhi-Cheng Jian, Yen-Liang Chen, Po-Jen Hsieh, and Der-Chin Su, “A method for measuring two-dimensional refractive index distribution by using Fresnel equations and phase-shifting interferometry”, 4th International Conference on Spectroscopic Ellipsometry, Stockholm, Sweden, Jun. 2007.
4. 謝鴻志, 陳彥良, 吳旺聰, 蘇德欽, “利用旋光外差干涉術量測漸變折射率透鏡之二維軸向折射率分佈”, 2006 台灣光電科技研討會, 台中市, 2007 年 12 月, 論文集 EO-025.
5. 吳旺聰, 陳彥良, 謝鴻志, 蘇德欽, “以中央條紋定位法測量二維階高分佈”, 2007 台灣光電科技研討會, 台中市, 2007 年 12 月, 論文集 EO-038.
6. Hung-Chih Hsieh, Yen-Liang Chen, Wang-Tsung Wu, and Der-Chin Su, “A method for measuring two-dimensional refractive index distribution of a GRIN lens”, 2008 International Conference on Optics and Photonics in Taiwan, Taipei, Taiwan, Dec. 2008.
7. Wang-Tsung Wu, Yen-Liang Chen, Hung-Chih Hsieh, and Der-Chin Su, “Method for measuring the thickness of a thick transparent plate”, 2008 International Conference on Optics and Photonics in Taiwan, Taipei, Taiwan, Dec. 2008.
8. Yen-Liang Chen, Hung-Chih Hsieh, Wang-Tsung Wu, Der-Chin Su, and Ken-Yuh Hsu, “Method for determining microindenter tip topography with a scanning white light interferometer and the uses of image stitching method”, International Topical Meeting on Information Photonics 2008, Awaji, Japan, Nov. 2008.
9. Hung-Chih Hsieh, Yen-Liang Chen, Wang-Tsung Wu, Der-Chin Su, and Ken-Yuh Hsu, “Two-wavelength Full-field heterodyne interferometry for measuring large step height”, Japan-Taiwan Bilateral Science & Technology Symposium- Frontiers in Functional Optics-, Utsunomiya, Japan, Nov. 2008.

10. Hung-Chih Hsieh, Yen-Liang Chen, Wang-Tsung Wu, and Der-Chin Su, "Method for measuring the refractive index distribution of a GRIN lens with heterodyne interferometry," Proc. SPIE 7390, 73900G, 2009.
11. Yen-Liang Chen, Hung-Chih Hsieh, Wang-Tsung Wu, and Der-Chin Su, "Full-field absolute phase measurements in the heterodyne interferometer with an electro-optic modulator," Proc. SPIE 7390, 73900F, 2009.
12. 陳彥良, 謝鴻志, 吳旺聰, 蘇德欽, "全反射式移相干涉顯微相位成像術", 2009 台灣光電科技研討會, 台北市, 2009 年 12 月, 論文集 EO122.
13. 謝鴻志, 陳彥良, 吳旺聰, 蘇德欽, "垂直入射全場外差干涉術量測 GRIN Lens 的折射率分佈", 2009 台灣光電科技研討會, 台北市, 2009 年 12 月, 論文集 EO126.
14. 吳旺聰, 陳彥良, 謝鴻志, 蘇德欽, "測量塊規的新法", 2009 台灣光電科技研討會, 台北市, 2009 年 12 月, 論文集 EO125.
15. Wang-Tsung Wu, Hung-Chih Hsieh, Yen-Liang Chen, Wei-Yao Chang, and Der-Chin Su, "Step height measurement by using heterodyne central fringe identification technique," Proc. SPIE 7767, 77670J, 2010.
16. Hung-Chih Hsieh, Yen-Liang Chen, Wang-Tsung Wu, Wei-Yao Chang, and Der-Chin Su, "Two-dimensional refractive index distribution measurement of a GRIN lens," Proc. SPIE 7791, 77910A, 2010.