

國立交通大學

工業工程與管理學系

博士論文

DEA-R 模式之發展、驗證與比較

The Development, Verification, and Comparison of
DEA-R Model



研究生：陳亮志

指導教授：李榮貴 博士

中華民國九十九年九月

DEA-R 模式之發展、驗證與比較

The Development, Verification, and
Comparison of DEA-R Model

研究生：陳亮志

Student : Liang-Chih Chen

指導教授：李榮貴

Advisor : Rong-Kwei Li

國立交通大學
工業工程與管理學系
博士論文



Submitted to Department of Industrial Engineering and Management
College of Management

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Doctor of Philosophy

in Industrial Engineering and Management

September 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年九月

DEA-R 模式之發展、驗證與比較

學生：陳亮志

指導教授：李榮貴

國立交通大學工業工程與管理學系博士班

摘 要

資料包絡分析法(Data Envelopment Analysis, DEA)是效率評估方法中很重要的一種，而權重是資料包絡分析法的主要議題之一。近來發展出 DEA-R 這種以比率為概念的新模式以解決多餘權重限制所造的無法表達特定投入產出關係之問題。可是關於這種新模式的相關議題並沒有被深入的探討，因此本文首先發展了投入導向 DEA-R，接著以效率前緣的概念證明了 DEA-R 模式的正確性。除此之外，本文藉由 CCR 與 DEA-R 的比較，發現多餘權重限制除了無法表達特定投入產出關係，還會造成低估效率值甚至更嚴重的假低效問題。最後，本文將權重作轉換以評估多餘權重限制造成低估的程度，評估的結果顯示，多餘的權重限制是造成效率值低估的原因之一，且高效 DMU 低估的幅度較大。因為投入導向 DEA-R 是一個受驗證模式且不包含多餘權重限制，所以可以安穩地採用投入導向 DEA-R 代替投入導向 CCR 以避免多餘權重限制造成的問題。

關鍵字：資料包絡分析法、比率模式、權重限制、超級效率、醫學中心

The Development, Verification, and Comparison of DEA-R Model

Student : Liang-Chih Chen

Advisor : Rong-Kwei Li

Department of Industrial Engineering and Management
National Chiao Tung University

Abstract

DEA is one of the most representative methods of efficiency evaluation and weight is a popular issue in DEA field. A new DEA model, DEA-R, had been developed for avoiding needless weight restriction, which causes the expression problem of specific input-output relationship. But some issue about DEA-R need to be discussed. So this article developed the input-oriented DEA-R and proved the validity of DEA-R through new defined efficient frontier. In addition, this article found that needless weight restriction causes not only the expression problem but also underestimation of efficiency and pseudo-inefficiency. Finally, this article converts the optimal weight to analyze the influences of needless weight restrictions. The result showed that the underestimations of efficient DMUs are bigger than in-efficient DMUs and the needless weight restriction really causes underestimation. Because input-oriented DEA-R is a valid model and excludes needless weight restriction, input-oriented DEA-R is a good substituted model for input-oriented CCR.

Key Word : Data Envelopment Analysis, Ratio-Based Model,

Weight Restriction, Super Efficiency, Medical Center

致 謝

在生活中，有很多人的陪伴，但是有兩個人從不缺席、默默支持。牛頓說：「如果說我看的比別人更遠，那是因為我站在巨人的肩膀上。」而自己覺得，可以順利地完成學業之路，那是因為一路走來都有你們的陪伴與支持。在論文完成的這一刻真的要深深地謝謝你們-我的爸媽。永遠地愛你們老爸老媽。

除了父母以外，還要感謝許多教導我的人。首先是李老師，從決定擔任指導教授開始，第一次投稿回來不理想時字字句句的斟酌用心，到第二次投稿回來又不如意時找尋更多的協助，老師不僅給予很大的空間發揮，同時又給予很多的協助。在未來的日子裡，若有幸為人師表，當要把老師的精神傳承下去，才不負老師的恩情。還要感謝蔡老師在投稿上給予很大的協助，廖老師的鼓勵與支持，唐老師、張老師的指導，還有引學生入門的梁老師，有他們學生才能順利的完成博士學業。

最後，還要謝謝身邊很多人的幫忙，小舅媽、老妹、ML、虹慧、俊霖、404 實驗室的同學們。感謝你們。也願努力希望人間早日如天堂般平安喜樂。

目錄

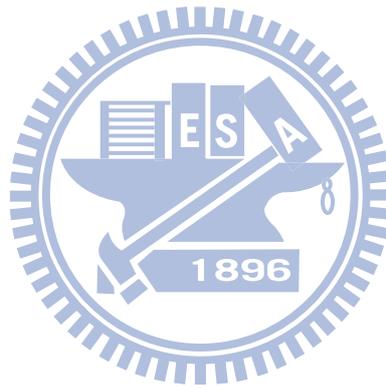
摘要.....	i
Abstract.....	ii
致謝.....	ii
目錄.....	iii
表目錄.....	v
圖目錄.....	vi
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究動機與目的.....	1
1.3 研究架構.....	3
第二章 文獻回顧.....	4
2.1 DEA 的發展史.....	4
2.2 與比率有關的資料包絡分析法文獻.....	7
2.3 與權重有關的資料包絡分析法文獻.....	8
2.4 資料包絡分析法在醫療產業的應用.....	10
2.5 資料包絡分析法模式簡介.....	10
2.5.1 CCR 模式.....	11
2.5.2 DEA-R 模式.....	14
2.5.3 Super CCR 簡介.....	14
第三章 研究方法.....	16
3.1 DEA-R 模式.....	16
3.2 效率前緣.....	17
3.2.1 比率為軸的投入導向效率前緣.....	18
3.2.2 以比率為軸的產出導向效率前緣.....	21
3.3 超高效模式.....	23
3.4 權重轉換.....	24
第四章 研究成果.....	27
4.1 DEA-R 模式正確性之驗證.....	27
4.2 CCR 與 DEA-R 模式之比較.....	29
4.2.1 實例之比較.....	29
4.2.2 數學模式之比較.....	32

4.3 多餘權重限制的影響程度.....	36
4.3.1 效率值沒有差距的 DMU 之最佳權重的比較	38
4.3.2 效率值有差距的 DMU 之最佳權重的比較	39
第五章 結論與建議.....	44
5.1 結論	44
5.2 後續研究.....	47
參考文獻.....	48
Reference.....	49



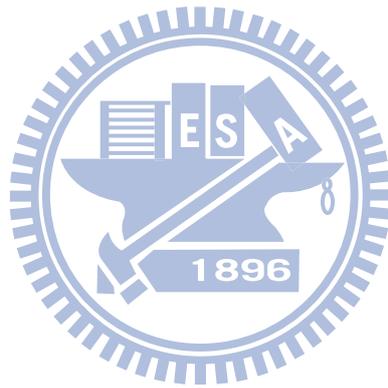
表 目 錄

表 2.1 與比率有關的 DEA	7
表 3.1 多項投入單一產出之範例資料.....	18
表 3.2 單一投入多項產出之範例資料.....	18
表 4.1 2005 年台灣醫學中心之投入與產出表.....	30
表 4.2 投入與產出之相關係數表.....	30
表 4.3 各模式效率值、超級效率值、及模式間效率值的差距.....	31
表 4.4 Super CCR 與 Super DEA-R 之最佳權重.....	37
表 4.5 對應權重、對應效率值與各因素之影響.....	39
表 4.6 含多餘權重限制之 super DEA-R 的最佳權重、效率值與各因素之影響.....	42



圖目錄

圖 3.1 多項投入單一產出之投入導向比率效率前緣.....	20
圖 3.2 單一投入多項產出之投入導向比率效率前緣.....	20
圖 3.3 多項投入單一產出之產出導向比率效率前緣.....	22
圖 3.4 單一投入多項產出之產出導向比率效率前緣.....	22



第一章 緒論

1.1 研究背景

對需要提升效率以求生存的組織而言，如何提升效率是一個很值得探討議題。在提升效率之前，要先尋求效率評估的方法，而資料包絡分析法(Data Envelopment Analysis, DEA)為效率評估中很具代表性的方法。

資料包絡分析法建構在兩個概念之上，Pareto(1927)所提出的非凌駕解(non-dominance solution)概念是建構資料包絡分析法第一個基礎；Farrell(1957)提出以生產邊界衡量效率之概念是建構資料包絡分析法的另一個基礎。在 1978 年，學者 Charnes、Cooper 及 Rhodes 以上述兩個概念為基礎，發展出一組最佳化數學方程組，用來計算各決策單位(Decision Making Unit, DMU)的效率值。其中效率值等於 1 的決策單位會被判定成高效的決策單位，小於 1 者則被判定成低效的決策單位。這種以數學方程式判斷高效決策單位的方式被統稱為資料包絡分析法，而第一個資料包絡分析法的數學模式則是以作者的縮寫被命名為 CCR。

資料包絡分析法令每一個決策單位能選取對自身最有利的權重，並依此權重評估這個決策單位在一群決策單位中的相對效率。除此之外，資料包絡分析法還能將專家或決策者的主觀意見也融入評估之中，是兼具主觀與客觀的效率評估方法。因此本文想要針對資料包絡分析法這種被廣泛應用的績效評估方法作進一步的研究。

1.2 研究動機與目的

由於資料包絡分析法的特點在於權重的選取，因此有許多的文獻針對權重做探討。有一類的文獻主要探討如何將自身偏好或專家意見融入權重的限制之中，如

Dyson 與 Thanassoulis(1988)、Thompson 等 (1990)、Wong 與 Beasley(1990)。另一類的文獻，則探討如何修正模式將權重限定在一個合理的範圍之內，如 Thompson 等 (1986)提出保證區域(assurance region, AR)的概念；Charnes 等 (1989)提出錐比率 (cone ratio)的概念；Roll 等 (1991)提出的共同權重(common weight)的概念，國內則有蕭基淵(1989)、黃旭男(1993)、劉初春(1998, 2004)、張東生與曾國強(2000)、張秀雲與陳天惠(2007)等文獻針對權重做研究。但過去的研究並沒有察覺到很多資料包絡分析法模式本身就隱藏著不易察覺的權重限制。Despic 等 (2007)指出因為 CCR 這類以 $(\sum vx)/(\sum uy)$ or $(\sum uy)/(\sum vx)$ 為基礎的模式隱藏著多餘的權重限制存在，所以 CCR 無法有效的表達單一投入產出的權重關係，並提出新的模式 DEA-R 來防止這樣的問題。

Despic 等 (2007)的研究中推演出以增加產出做為增進效率方向的產出導向 (Output oriented) DEA-R(DEA-R-O)，但是並沒有如 CCR 模式，也推演出以減少投入做為增進效率方向的投入導向(Input oriented) DEA-R(DEA-R-I)。因為很多時候組織僅能減少投入以增進效率的方向，例如在台灣因為醫療給付總額受到制度的限制無法增加產出換取收入，在此時就需要採用投入導向的模式來取得效率改善策略，所以本文的第一個目的為發展投入導向的 DEA-R。此外，過去的研究中並沒有闡明多餘的權重限制的影響程度有多少。更重要的是，並沒有研究證明 DEA-R 模式的正確性。因此，本文欲針對 DEA-R 模式及多餘的權重限制做進一步的研究。

總結前文，本文主要之研究目的有三：首先，發展投入導向的 DEA-R；再者，證明 DEA-R 模式的正確性；最後，了解多餘的權重限制的影響程度。

1.3 研究架構

本文共分五個章節以達成上述三個研究目的。第一章敘述研究的背景、動機、及章節架構。第二章回顧與本文有關各個議題的文獻，有資料包絡分析法發展史、與權重有關的資料包絡分析法文獻、與比率有關的資料包絡分析法文獻、以及與醫療機構有關的資料包絡分析法文獻、資料包絡分析法模式簡介等五節。第三章研究模式敘述探討本文發展的模式與相關概念，分別為 DEA-R 模式、效率前緣(efficient frontier)、超高效 DEA-R 以及權重轉換等四個節。第四章為研究成果共分三節，4.1 節對應第二項研究目的，運用效率前緣的概念證明 DEA-R 模式的正確性；4.2 節則與第一項研究目的有關，在發展模式後，運用模式之比較說明發展模式的必要性；4.3 節則與第三項研究目的有關，運用權重轉換法了解多餘權重限制的影響。第五章為結論與建議。



第二章 文獻回顧

資料包絡分析法的相關文獻，可以簡單區分成理論基礎研究及實例應用研究兩方面來加以討論，理論基礎研究之文獻，又可以分成基本理論與模式發展、模式之改良、比較研究、以及其他等方面。因為 Charne 等 (1994)、高強等(2003)、Cook 與 Seiford(2009)等書籍或期刊均對資料包絡分析法的文獻有詳細地介紹與分類，所以本文僅對與本文較有關、或極具代表性的文獻做回顧。此章的第一節回顧資料包絡分析法的發展史，主要介紹資料包絡分析法的基本理論、基礎模式、模式改良之相關文獻，並簡介文獻所提出之概念；第二節回顧與權重有關的資料包絡分析法文獻；第三節回顧與比率有關的資料包絡分析法文獻，有比率分析(ratio analysis)與資料包絡分析法兩種效率評估方法的關係、以及運用比率概念的資料包絡分析法研究等兩類文獻；因為本研究以醫療體系做案例，所以第四節回顧以醫療產業為實例的資料包絡分析法文獻；第五節則簡介本文用以比較的資料包絡分析法模式。

2.1 DEA 的發展史

在義大利經濟學家 Pareto (1927)的文章中提出了非凌駕解(non-dominance solution)概念，這個概念是資料包絡分析法的經濟學基礎。非凌駕解的概念也常被拿來與柏拉圖最佳境界 (Pareto optimality)做對應。當達到柏拉圖最佳境界時，任何人都無法在不損及他人利益的情況下來增加的個人利益。若運用在生產上，是指任何單位達到有效率時：1.除非增加投入資源或減少若干其他產出項的產量，否則一產出項的產量無法被增加。2.除非減少產量或增加若干其他投入項之投入資源，否則一投入項的投入資源無法被減少。

Farrell (1957)提出以生產邊界衡量效率之概念是建構資料包絡分析法的另一個

基礎。在非凌駕與線性組合兩個概念的基礎上能以數學求得生產邊界，將生產邊界與實際生產加以比較即可進行效率的評估。生產邊界的相關概念在第三章會有進一步的介紹。

Charnes、Cooper 及 Rhodes (1978)以非凌駕解與生產邊界的概念為基礎，發展以最佳化數學方程組計算各決策單位的相對效率值的方法。這種以數學方程式判斷效率的方式被統稱為資料包絡分析法，而第一個資料包絡分析法的數學模式則是以作者的縮寫被命名為 CCR。

Banker、Cooper 及 Copper (1984)提出新的模式 BCC。跟 CCR 不一樣的是，BCC 求算出來的相對效率值是純粹技術效率，而 CCR 求算出來的效率值是包含了純粹技術效率與規模效率兩種成分的技术效率。也就是 CCR 模式會將規模大的決策單位與規模小的決策單位轉換成相同規模後做比較，BCC 會將不同規模的決策單位分開比較。從實務角度，規模大的決策單位與規模小的決策單位應該分開來比較，所以研究者會採用 BCC 將不同規模的決策單位分開比較以求算出該決策單位的純粹技術效率。此外，利用純粹技術效率可將規模效率從 CCR 求算的技术效率中分離出來，如此一來，研究者可以分清楚純粹技術效率或者規模效率所造成的影響。

Charnes 等 (1985) 提出 ADD 模式。因為 ADD 是一個不以 $(\sum vx)/(\sum uy)$ or $(\sum uy)/(\sum vx)$ 為基礎的模式，而且其概念簡單，所以 ADD 也被廣泛的採用與討論。但是，ADD 的效率值會受到單位改變的影響，所以後續還是有學者提出改進方案或發展各式不以 $(\sum vx)/(\sum uy)$ or $(\sum uy)/(\sum vx)$ 為基礎的模式。

Anderson 與 Peterson (1993) 提出超高效的觀念。超高效的觀念是將目標決策單位與自己以外的決策單位作比較，以評估高效優勢有多大，所謂的優勢是評估降低多少幅度之後，目標決策單位會從高效變成低效，若這個幅度很大，代表優勢很明

顯；反之，則代表雖然有優勢，但領先的幅度不大。這樣的觀念被廣泛應用到各種基礎模式上，而本研究也運用這個的觀念將 DEA-R 發展成 super DEA-R，以利做更深入的分析。

Tone(2001)提出以 slack 為基礎的模式 slack-based measure (SBM)。如同 ADD，SBM 模式是一個不以 $(\sum vx)/(\sum uy)$ or $(\sum uy)/(\sum vx)$ 為基礎的模式。SBM 模式的優點是不受到單位改變的影響，除此之外 SBM 模式可以避免假高效(weak efficiency)的問題，也就是避免將低效的決策單位誤判成高效的決策單位，因此 SBM 已被廣泛地採用與討論。Tone(2002)發展出 super SBM 以對高效 DMU 做排序。

Seiford 與 Zhu(2003)提出多階(context dependent)的觀念。多階的觀念是先判別出所有在效率前緣(efficient frontier)上的決策單位後，再將在效率前緣(efficient frontier)上的決策單位都剷除，並以剩下的決策單位再判斷出第二階(level)的效率前緣(efficient frontier)，以此類推直到沒有剩下的決策單位為止。而在高效決策單位(也就是第一階效率前緣上的決策單位)就可以採用第二階或其他階的效率前緣來評估其效率值。為補足以 CCR 為基礎的多階模式的不足，Morita 等 (2005)，發展了以 SBM 為基礎的多階模式，並以此評估 14 家日本的電力公司。

Despic 等 (2007) 提出以 ratio 為基礎的模式 ratio-based comparative efficiency model (DEA-R)。DEA-R 模式也是一個不以 $(\sum vx)/(\sum uy)$ or $(\sum uy)/(\sum vx)$ 為基礎的模式。DEA-R 模式的優點是沒有多餘的權重限制，所以 DEA-R 可以正確的表達單一投入產出之間的關係。舉個例子進一解釋單一投入產出間的關係，醫院中病床增加可以轉換成住院與手術的增加，而醫師對住院、手術與門診都有影響，所以有需要表達病床不能轉換成門診這樣單一投入產出的關係。

2.2 與比率有關的資料包絡分析法文獻

因爲 DEA-R 是以比率(ratio)爲基礎的模式，而本文發展了投入導向的 DEA-R，並運用兩個導向的 DEA-R 模式分析多餘的權重限制的影響，所以本節回顧與比率有關的資料包絡分析法文獻。比率分析以及資料包絡分析法這兩個方法是在績效評估中很重要的方法，很多學者針對這兩種方法做研究，本節的文獻有一類就是回顧比率分析與資料包絡分析法兩種效率評估方法關係的文獻。本節的另一類文獻則是回顧運用比率的概念來分析或建構資料包絡分析法模式的文獻，文獻整理歸納如表 2.1。

表 2.1 與比率有關的資料包絡分析法

作者	研究範圍	主要貢獻
Thanassoulis 等 (1996)	用英國 DHA 的產前產後照護資料來比較 DEA 跟 Ratio Analysis 的績效。	分析比率分析與 DEA 之關係
Chen & Ali(2002)	在 DEA 計算之前就用比率分析辨別效率前緣的部分成員。	分析比率分析與 DEA 之關係
Wu 等 (2005)	提出了以 Ratio 爲基礎的數學模型，並研究新模式與 CCR 間的關係。	發展 Ratio 爲基礎的數學模型
Chen 與 McGinnis (2007)	用 DEA 的架構來建立 DEA 與對應 Ratio Analysis 的關係。	分析比率分析與 DEA 之關係
Gonzalez-Bravo(2007)	提出藉由先行 Ratio Analysis 的過程可增加 DEA 意涵的了解。	分析比率分析與 DEA 之關係
Despic 等(2007)	提出了結合 Ratio 以及 DEA 的數學模型，並研究新模式與 CCR 間的關係。	發展 Ratio 爲基礎的數學模型

2.3 與權重有關的資料包絡分析法文獻

雖然資料包絡分析法的特色是由決策單位選取各自最有利的權重，但是有時候需要將權重做合適的限制以便合乎實際的狀態或需求，因此有許多的文獻針對權重做探討以合乎實際要求且不會失去資料包絡分析法原有之特色。在這小節將回顧這些與權重有關的資料包絡分析法文獻。

最早在 Charnes 等(1979)的文章中就曾提及將權重限制在一個範圍內的概念，例如將投入權重限制在 $L_r \leq u_r \leq U_r$ 或產出權重限制在 $L_i \leq v_i \leq U_i$ 。而 Roll 等(1991)的文章中將絕對範圍這種權重限制概念的幾何意義說明清楚。

Thompson 等(1986)提出保證區域(assurance region, AR)的概念，並用以評估德州核子物理設施場地。相對於絕對範圍這種直接將單一權重限制在一個範圍內的權重限制，保證區域是將權重與權重之間的關係做相對關係的限制。舉例來說


$$L_{r_1 r_2} \leq \frac{u_{r_1}}{u_{r_2}} \leq U_{r_1 r_2} \text{、} L_{i_1 i_2} \leq \frac{v_{i_1}}{v_{i_2}} \leq U_{i_1 i_2} \text{ 或 } L_{ir} \leq \frac{u_r}{v_i} \leq U_{ir} \text{ 就是保證區域這類的權重限制。}$$

除了建立權重的限制之外，有一類的文獻主要探討如何將自身偏好或專家意見融入權重的限制之中，如 Dyson 與 Thanassoulis(1988)將高階管理對投入產出相對重要性的看法轉換成權重的限制並納入評估當中、Thompson 等 (1990)將專家的意見轉換成保證區域這種權重限制上。

Charnes 等 (1989)提出錐比率(cone ratio)的概念，而 Charnes 等 (1990)將錐比率的概念應用於實際的問題上；這類的權重限制稱之為錐比率，是因為這類的權重限制會將權重限制在一封閉的凸錐邊體當中。錐比率這類權重限制又可分做 $c_1 u_1 + c_2 u_2 + \dots + c_s u_s \geq 0$ 這類交集型式(intersection form)的權重限制、以及 $u = A^T \omega$ 這類加總型式(sum form)的權重限制這兩種。

Wong 與 Beasley(1990)提出新的權重限制概念，不同於過去只限制權重，此概念將權重與投入(或產出)相乘後再加以限制。例如 $L_r \leq \frac{u_r y_{rj}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}} \leq U_r$ 就屬於這種權重限制。

Roll 等 (1991)提出的共同權重(common weight)的模式。不同於過去資料包絡分析法模式讓每個決策單位選取各自之最佳權重，共同權重讓所有決策單位共用一組權重，而這組權重的選取是根據所有決策單位效率值的總合最大來求算的。Roll 與 Golany(1993)將共同權重做進一步發展。

Allen 等(1997)是一篇回顧性的文章。文章首先指出權重限制的目的與動機是如何將資料包絡分析法合理的應用在真實世界的組織上；接下來將過去權重限制的文獻分做直接限制在權重上、將投入及產出數據併入權重後做調整、限制虛擬投入產出等三類文章做回顧，並介紹相關文獻中所提出之概念；從權重限制對效率值、對目標、及對高效決策單位的影響等三個方向回顧如何解釋評估結果；論文的最後做討論並對未來研究提出建議。

Tracy 與 Chen (2005) 指出現有模式在處理權重限制時會產生低估，甚至無解的問題，並發展新的 Parametric-DEA 模式以解決部分的問題。

Podinovski (2007)發現舊有的二階段求解程序在處理某些權重限制時需要改進，並提出新的三階段求解程序。

Despic 等 (2007) 提出 CCR 這類以 $(\sum vx)/(\sum uy)$ 或 $(\sum uy)/(\sum vx)$ 為基礎的模式包含多餘的權重限制。這類的限制會導致 CCR 無法有效的表達某些權重的關係，並提出產出導向的 DEA-R 模式來防止這樣的問題。

Liu 與 Chuang (2009)將模糊(Fuzzy)的概念融入 DEA-AR 模式中提出 fuzzy

DEA/AR 模式以求算模糊效率值，此外還推演對偶模式(Dual model)以取得更多的資訊，最後以台灣大學圖書館做實例之評估。

國內則有蕭基淵(1989)、黃旭男(1993)、劉春初 (1998, 2004)、張東生與曾國強(2000)、張秀雲與陳天惠(2007)等文獻針對權重做研究。

2.4 資料包絡分析法在醫療產業的應用

資料包絡分析法早期主要被應用在非營利 (non-profit) 組織的效率衡量上，由於它的應用效益相當顯著，逐漸地被推廣應用到營利組織的效率衡量方面。醫院同時具有商業與社會兩種角色，雖然擁有充分的財務資源為醫院生存之必要條件，但就社區公益的角度而言，常又需投資高社會報酬但低財務報酬、甚至報酬為負的投資計畫 (郭振雄與何怡澄，2010)。而資料包絡分析法能夠較靈活且廣泛地考量各種適當的經營投入與產出指標，因此很適合用來研究非營利性質的醫院(Chang, 1998)。在國外著名 SCI 期刊上已有 Ersoy et al. (1997), Chang (1998), Athanassopoulos & Gounaris (2001), Giokas (2001), Chu et al. (2002), Chang et al. (2004), Ballesteros & Maldonado (2005), Chen et al. (2005), Renner et al. (2005), Katharaki (2008), Kirigia et al. (2008), Nayar & Ozcan(2008), Valdmanis (2008)等文獻採用資料包絡分析法來評估醫療體系。在國內，石淦生(1996)、黃月桂等(1996)、張睿詒與侯穎蕙(2001)、孫遜(2003)、王媛慧與李文福(2004)、洪維河等(2005)、游濬遠等(2007)、郭振雄與何怡澄(2010)等文獻也都採用資料包絡分析法評估台灣各級醫學機構的效率，因此，本文也選用醫療體系之案例來說明 DEA-R 模式特色。

2.5 資料包絡分析法模式簡介

此節敘述本文所需之基礎模式，分別有 CCR 模式、DEA-R-O 模式、Super CCR

模式等小節。

2.5.1 CCR 模式

因為 Charnes、Cooper 及 Rhodes 在 1978 年提出的 CCR 模式不僅是資料包絡分析法方法的第一個模式，也是應用最具影響的模式之一，所以此在此先介紹 CCR 模式，在第 4.2 節章將以 CCR 評估醫學中心的效率，並與 DEA-R 模式評估之效率加以比較進而說明發展 DEA-R 模式之必要性。

以 CCR 模式評估效率時，如果決策單位效率值等於 1 代表這個決策單位為高效的決策單位不需要改進，如果效率值小於 1 則代表這個決策單位是低效的決策單位需要改進，依照改進方向的不同，可分為以增加產出為改進方向的產出導向、與以減少投入做為改進方向的投入導向兩類。下述模式中， θ_o 代表受評估決策單位的效率， x_{ij} 代表第 j 個 DMU 的第 i 個投入， y_{rj} 代表第 j 個 DMU 的第 r 個產出， v_i 代表第 i 個投入變數的權重， u_r 代表第 r 個產出變數的權重， ε 為阿基米德數。產出導向的 CCR 數學式表示如下：

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \frac{1}{\theta_o} = \frac{\sum_{i=1}^m v_i X_{i_o}}{\sum_{r=1}^s u_r Y_{r_o}} \\
 \text{st.} \quad & \frac{\sum_{i=1}^m v_i X_{i_j}}{\sum_{r=1}^s u_r Y_{r_j}} \geq 1 \quad j = 1 \cdots n \\
 & v_i, u_r \geq \varepsilon > 0
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

由於上述的模式(2.1)，目標式為分數型態，除了不易運算之外，還有無窮多解的問題，因此在使用 CCR 時通常會令分母為 1，使模式(2.1)轉成線性模式，產出導向 CCR 的線性模式表示如下：

$$\begin{aligned}
\min \quad & \frac{1}{\theta_o} = \sum_{i=1}^m v_i X_{i_o} \\
st. \quad & \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} \geq 0 \quad j=1 \cdots n \quad (2.2) \\
& \sum_{r=1}^s u_r Y_{r_o} = 1 \\
& v_i, u_r \geq \varepsilon > 0
\end{aligned}$$

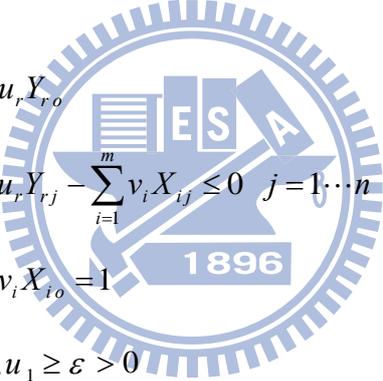
任何線性規劃的原問題都存在對偶型式(Dual form)，對偶型式的許多性質可協助做不同於原問題的分析，如須對偶問題的詳細介紹可參閱如 Hillier 與 Lieberman (2001)等作業研究相關的書籍。因為決策單位的個數通常比投入與產出的個數要少，所以採用對偶型式求解會比原問題要來的快，除此之外，在有些情況下效率值為 1 的高效決策單位還有改進的空間，採用對偶模式可以發現這類假高效的決策單位，因此分析案例時，研究者會採用對偶型式加快求解的速度並避免假高效的偏誤。下述模式中， θ_o 代表受評估決策單位的效率， λ_j 代表第 j 個決策單位的權重， s_i^- 代表第 i 個投入變數的差額變數， s_r^+ 代表第 r 個產出變數的差額變數。產出導向 CCR 模式的對偶型態表示如下：

$$\begin{aligned}
\max \quad & \theta_o + \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\
st. \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} - X_{i_o} + s_i^- = 0 \quad i=1 \cdots m \quad (2.3) \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj} - \theta_o Y_{r_o} - s_r^+ = 0 \quad r=1 \cdots s \\
& \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0
\end{aligned}$$

在介紹完產出導向的 CCR 後，接下來介紹投入導向的 CCR 模式，投入導向 CCR 模式的比率型式表示如下：

$$\begin{aligned}
\max \quad & \theta_o = \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{r_o}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{i_o}} \\
\text{st.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{r_j}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{i_j}} \leq 1 \quad j=1 \cdots n \\
& v_i, u_1 \geq \varepsilon > 0
\end{aligned} \tag{2.4}$$

與由產出導向 CCR 一樣，由於模式(2.4)的目標式為分數型態不易運算、還有無窮多解的問題，因此令分母為 1，使模式(2.4)轉成線性模式，投入導向 CCR 的線性模式表示如下：



$$\begin{aligned}
\max \quad & \theta_o = \sum_{r=1}^s u_r Y_{r_o} \\
\text{st.} \quad & \sum_{r=1}^s u_r Y_{r_j} - \sum_{i=1}^m v_i X_{i_j} \leq 0 \quad j=1 \cdots n \\
& \sum_{i=1}^m v_i X_{i_o} = 1 \\
& v_i, u_1 \geq \varepsilon > 0
\end{aligned} \tag{2.5}$$

因為採用對偶型式可以加快求解的速度並避免假高效的偏誤，所以學者常用對偶型態的 CCR 模式來求解，投入導向的 CCR 對偶型態表示如下：

$$\begin{aligned}
\min \quad & \theta_o - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\
\text{st.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} - \theta_o X_{i_o} + s_i^- = 0 \quad i=1 \cdots m \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj} - Y_{r_o} - s_r^+ = 0 \quad r=1 \cdots s \\
& \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0
\end{aligned} \tag{2.6}$$

2.5.2 DEA-R 模式

Despic 等 (2007) 指出 CCR 不易表達的單一投入產出關係，並以比率(ratio)加總的概念發展出 DEA-R。與 CCR 相同的是，DEA-R 也有投入與產出兩個導向，但 Despic 等 (2007)僅提及產出導向的 DEA-R，產出導向的 DEA-R 表示如下，模式中 θ_o 代表受評估決策單位的效率， x_{ij} 代表第 j 個決策單位的第 i 個投入， y_{rj} 代表第 j 個決策單位的第 r 個產出， W_{ir} 代表第 i 個投入與第 r 個產出變數比率的權重。

$$\begin{aligned} \min \quad & 1/\theta_o' = g_o \\ \text{st.} \quad & \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir}' \frac{(Y_{rj}/X_{ij})}{(Y_{ro}/X_{io})} \leq g_o \quad j=1 \cdots n \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir}' = 1 \\ & W_{ir}' \geq 0, g_o \geq 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

2.5.3 Super CCR 簡介

Super CCR 是以 CCR 為基礎的超高效模式，super 代表此模式融合了超高效的觀念可以進一步分析效率值超過 1 的決策單位。

Super CCR 也被稱做 CCR-AP，AP 代表超高效概念的提出者 Anderson 與 Peterson 的縮寫。超高效的觀念是將目標決策單位與自己以外的決策單位作比較，以評估高效優勢有多大，優勢是評估降低多少幅度之後，目標決策單位會從高效變成低效。若這個幅度很大，代表優勢很明顯；反之，則代表雖然有優勢，但領先的幅度不大。根據這個概念可求算出在哪組權重下該決策單位的優勢最明顯。此外，基礎 CCR 模式效率值大於 1 的權重都可以是被基礎的 CCR 模式選取的權重，並不適合探討哪一個權重能選取到最高的效率值。而接下來的研究需要求算出決策單位

效率值最高的那一組最佳權重以利分析，因此本文在此介紹作為評估模式的 super CCR。

因為本文以台灣醫學中心為案例，而醫學中心因總額給付制度的限制使其增加產出無法增加收入，所以本文僅介紹投入導向的超高效 CCR 模式。在投入導向中，可以藉由增加投入但該決策單位依然保持高效來表示該決策單位的優勢。若增加很多投入依然保持高效的決策單位，是領先優勢較大的決策單位；反之若增加些許投入就無法保持高效的決策單位，是領先優勢較小的決策單位。換句話說，有許多資源資源可以運用，而不需運用所有資源就可以達到高效之決策單位，是領先優勢較大的決策單位。在實務上，這些未被運用的資源可以被運用在一些不受限制的產出，如醫學研究。前述中，所有可運用資源的值等於原來的投入量乘以效率值。投入導向的 super CCR model 表示如下

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{r=1}^s u_r \times y_{ro} \\
 \text{st.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i \times x_{ij} \geq \sum_{r=1}^s u_r \times y_{rj} \quad j=1 \cdots n \quad j \neq o \\
 & \sum_{i=1}^m v_i \times x_{io} = 1 \\
 & v_i, u_r \geq \varepsilon > 0
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

x_{ij} 代表第 j 個決策單位的第 i 個投入， y_{rj} 代表第 j 個決策單位的第 r 個產出， v_i 代表第 i 個投入變數的權重， u_r 代表第 r 個產出變數的權重， ε 為阿基米德數。

第三章 研究方法

此章本文所發展之基礎模式與相關之概念，分別有 DEA-R 模式、效率前緣、高超效 DEA-R 模式、以及權重轉換等四節，在第四章將運用 3.2 節內的效率前緣證明 3.1 節內的 DEA-R 模式之正確性，並以 2.5.3 節內的超高效 CCR 與 3.3 節內的超高效 DEA-R 之比較來解釋發展 DEA-R 之需求性，最後以 3.4 節內的權重轉化法探討多餘權重限制之影響。

3.1 DEA-R 模式

Despic 等 (2007) 指出 CCR 不易表達的單一投入產出關係，並以比率(ratio)加總的概念發展出 DEA-R。與 CCR 相同的是，DEA-R 也有投入與產出兩個導向，但 Despic 等 (2007)僅提及產出導向的 DEA-R，而在有些情況下只能採用減少投入的投入導向做為改進的方向，舉例而言台灣健保採用總額給付制度，總額給付制度下增加產出無法增加收入，此時就需要採用投入導向做為改進的方向。為此本文發展了投入導向的 DEA-R，除以上所述的原因之外，4.2 節將以評估效率之比較進一步說明發展 DEA-R 模式的必要性。此外，4.1 節將以效率前緣證明 DEA-R 模式的正確性。

投入導向的 DEA-R 數學式表示如下，模式中 θ_0 代表受評估決策單位的效率， x_{ij} 代表第 j 個決策單位的第 i 個投入， y_{rj} 代表第 j 個決策單位的第 r 個產出， w_{ir} 代表第 i 個投入與第 r 個產出變數比率的權重。

$$\begin{aligned}
& \max \quad \theta_o \\
& \text{st.} \quad \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} \frac{(X_{ij}/Y_{rj})}{(X_{io}/Y_{ro})} \geq \theta_o \quad j = 1 \cdots n \quad (3.1) \\
& \quad \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} = 1 \\
& \quad W_{ir} \geq 0, \theta_o \geq 0
\end{aligned}$$

3.2 效率前緣

雖然 DEA-R 模式已經發展出兩個導向，可是 DEA-R 模式的正確性並沒有被驗證，所以本節先介紹一種新的效率前緣，並在 4.1 藉由這種效率前緣證明 DEA-R 模式的正確性。本文選用效率前緣證明模式正確性是因為資料包絡分析法這種評估法是以效率前緣的觀念所發展出來的效率評估方法，因此如何證明 DEA-R 模式的正確性需要從最根本的效率前緣著手。從過去的研究中可知，DEA-R 模式的效率值常常不同於 CCR 模式的效率值，因此可以假設 DEA-R 的效率前緣是不同於 CCR 的效率前緣。根據本文的研究不同於 CCR 的評估是建立在以投入為軸或以產出為軸的效率前緣上，DEA-R 的評估是建立在以比率為軸的效率前緣上。在此先舉例說明何為以比率為軸的效率前緣，在 4.1 節將採用以比率為軸的效率前緣來證明 DEA-R 所求算的效率值是準確的。如同 DEA-R 有投入與產出兩種不同的導向，也有投入與產出兩種不同導向效率前緣。在 3.2.1、3.2.2 兩小節的分別解釋投入與產出兩種不同導向效率前緣的定義，並以表 3.1、表 3.2 兩組數據為例，畫成圖形說明效率前緣的意涵。

表 3.1 多項投入單一產出之範例資料

決策 單位	投入		產出
	X_1	X_2	Y_1
A	2.0	4.0	1.0
B	2.5	2.5	1.0
C	3.0	4.0	1.0
D	4.0	2.0	1.0

表 3.2 單一投入多項產出之範例資料

決策 單位	投入	產出	
	X_1	Y_1	Y_2
e	1.0	3.0	5.0
f	1.0	4.2	4.2
g	1.0	4.0	3.0
h	1.0	5.0	3.0

3.2.1 比率為軸的投入導向效率前緣

以比率為軸是指以產出/投入的比率或以投入/產出的比率為座標軸的圖形，因為有兩種比率為表示區隔，所以令以投入/產出的比率為軸 i_r 的圖形為投入導向的圖形，在此時離原點越近的點是效率越好的點，推導出來的效率前緣則稱為投入導向效率前緣。先表 3.1 的數據為實例，推導出以比率為基礎的投入導向效率前緣，此時橫軸軸 $_{11}$ 代表投入多少個 X_1 可以得到一個 Y_1 ，縱軸軸 $_{21}$ 代表投入多少個 X_2 可以得到一個 Y_1 ，則表 3.1 A、B、C、D 四個決策單位可以分別標示到圖 3.1 中 A、B、C、D 四點。

在定義座標軸並將決策單位標示到圖形中之後，接下來要尋找生產可能集合。根據定義生產可能集合是將已知點所有之線性組合納入的集合。以表 3.1 中決策單位 A 與 B 為例解釋何為線性組合，在 $0 \leq p \leq 1$ 的情況下

$p * X_{1A} + (1-p) * X_{1B}$ 的 $X_{1\alpha}$ 加上 $p * X_{2A} + (1-p) * X_{2B}$ 的 $X_{2\alpha}$ 可以得到

$p * Y_{1A} + (1-p) * Y_{1B}$ 的 $Y_{1\alpha}$ ，即從 P 等於 1 到 P 等於 0，用部分的 A 與部分的 B

結合可以生產出 AB 線段上的每一個點。以此類推，對應表 3.1 的生產可能集合為圖 3.1 中 ABDC 所組成的四邊形。

在找到生產可能集合之後，接著就能找到效率前緣。根據定義效率前緣是所有從原點所發出的射線與生產可能集合之第一個交點的集合。對應表 3.1 這組數據的效率前緣為圖 3.1 中 ABD 所組成的曲線。此外，在效率前緣上的決策單位，如 A、B、D 為高效的決策單位，其效率值為 1；而在效率前緣右上方的決策單位，如 C 為低效的決策單位，其效率值為效率值為 OC' 與 OC 之比值=10/13，其中 C' 為 OC 線段與效率前緣之交點(30/13, 40/13)。

在推導完多個投入單一產出例子的效率前緣後，以單一投入多個產出的數據推導以比率為軸的投入導向效率前緣。令橫軸 $軸_{11}$ 代表投入多少個 X_1 可以得到一個 Y_1 ，縱軸 $軸_{12}$ 代表投入多少個 X_1 可以得到一個 Y_2 ，則可以得到圖 3.2 中 E、F、G、H 四點。

與前述的一樣先標示納入已知點的所有線性組合組成的生產可能集合。例如表 3.2 中決策單位 E 與 F，在 $0 \leq p \leq 1$ 的情況下 $p * X_{1E} + (1-p) * X_{1F}$ 的 $X_{1\beta}$ 可以得到 $p * Y_{1E} + (1-p) * Y_{1F}$ 的 $Y_{1\beta}$ 以及 $p * Y_{2E} + (1-p) * Y_{2F}$ 的 $Y_{2\beta}$ 。以此類推，以表 3.2 所產生的所有生產可能為 EFHG 所組成的四邊形。

EFH 所組成的曲線是從原點所發出的射線與生產可能集合第一個交點之集合，也就是對應表 3.2 的效率前緣。在效率前緣上的決策單位，如 E、F、H 為高效決策單位，其效率值為 1。在效率前緣右上方者 G 為低效決策單位。其效率值為效率值為 OG' 與 OG 之比值=20/23。G' 是 OG 線段與效率前緣之交點(5/23, 20/69)。如圖 3.2 所示。

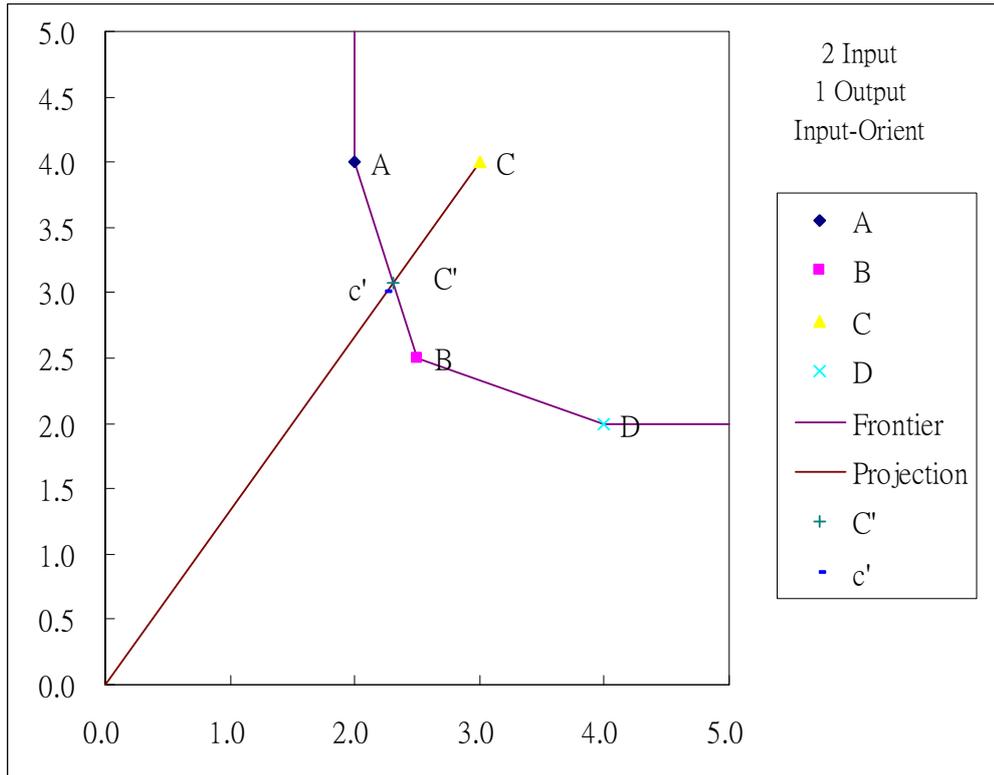


圖 3.1 多項投入單一產出之投入導向比率效率前緣

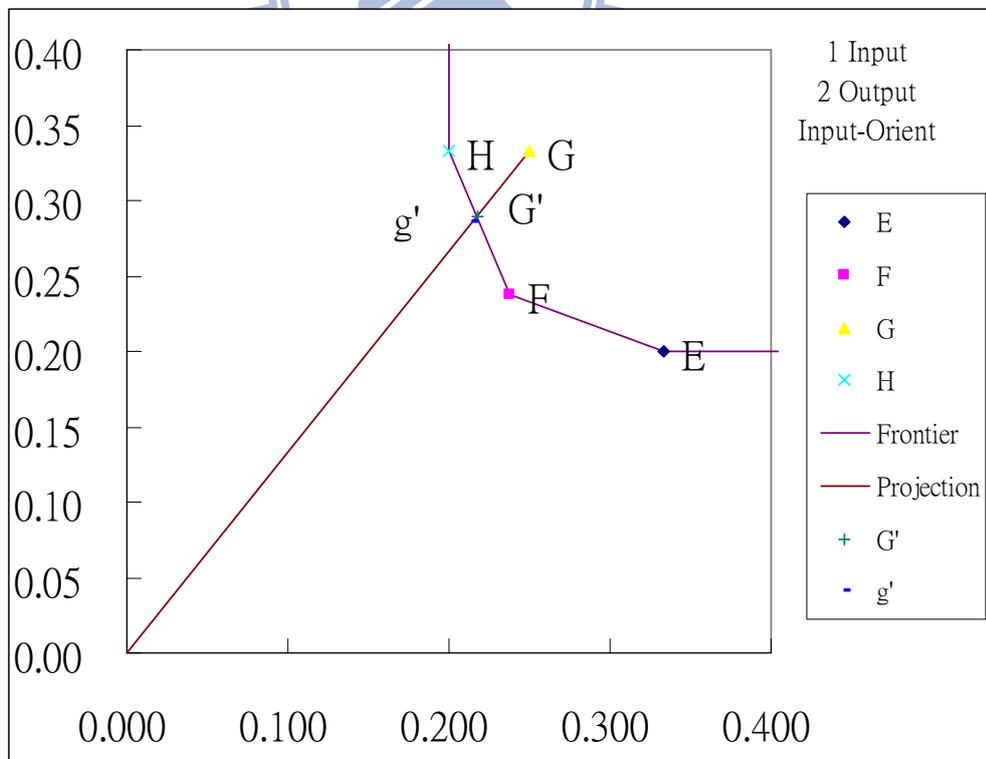


圖 3.2 單一投入多項產出之投入導向比率效率前緣

3.2.2 以比率為軸的產出導向效率前緣

產出導向是指以圖形以產出/投入這種比率為軸 i_r ，在此時離原點越遠越好。

同樣的以實例來說明如何推導產出導向的效率前緣。先以多個投入單一產出的表 3.1 為例推導產出導向的效率前緣。令橫軸軸 $'_{11}$ 代表投入一個 X_1 可以得到多少個 Y_1 ，縱軸軸 $'_{21}$ 代表投入一個 X_2 可以得到多少個 Y_1 ，則表 3.1 的四個決策單位可以標示到圖 3.3 中 a、b、c、d 四點上。abcd 所組成的四邊形是已知點所有線性組合的集合，即是生產可能集合。

找到生產可能集合之後，就可以推導效率前緣。與投入導向效率前緣是第一個焦點的集合不同，產出導向效率前緣是從原點所發出的射線與所有生產可能的最後一個交點，依此定義 abd 所組成的曲線為表 3.1 的產出導向效率前緣。與投入導向一樣，在效率前緣上的決策單位，如 a、b、d 為高效的決策單位，其效率值為 1。在效率前緣左下方者 c 為低效的決策單位。其效率值為效率值為 oc'' 與 oc 之比值=3/4。c'' 是 oc 射線與效率前緣之交點(4/9, 1/3)。如圖 3.3 所示。

再以表 3.2 為例。令橫軸軸 $'_{11}$ 代表投入一個 X_1 可以得到多少個 Y_1 ，縱軸軸 $'_{12}$ 代表投入一個 X_1 可以得到多少個 Y_2 ，則表 3.2 的決策單位可以標示在圖 3.4 中 e、f、g、h 四點上，而表 3.2 所對應生產可能集合為 efhg 所組成的四邊形，最後，表 3.2 所對應的產出導向效率前緣為 efh 所組成的曲線。在效率前緣上的決策單位，如 e、f、h 為高效的決策單位，其效率值為 1。在效率前緣左下方者 g 為低效的決策單位。其效率值為效率值為 Og'' 與 Og 之比值=12/14。g'' 是 Og 線段與

效率前緣之交點(14/3, 7/2)。如圖 3.4 所示。

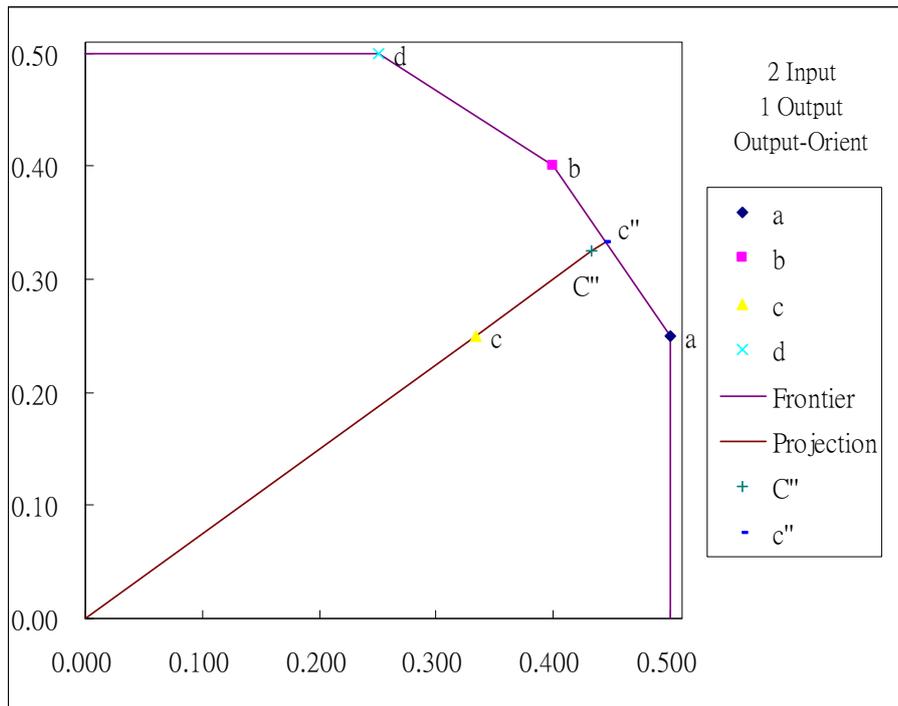


圖 3.3 多項投入單一產出之產出導向比率效率前緣

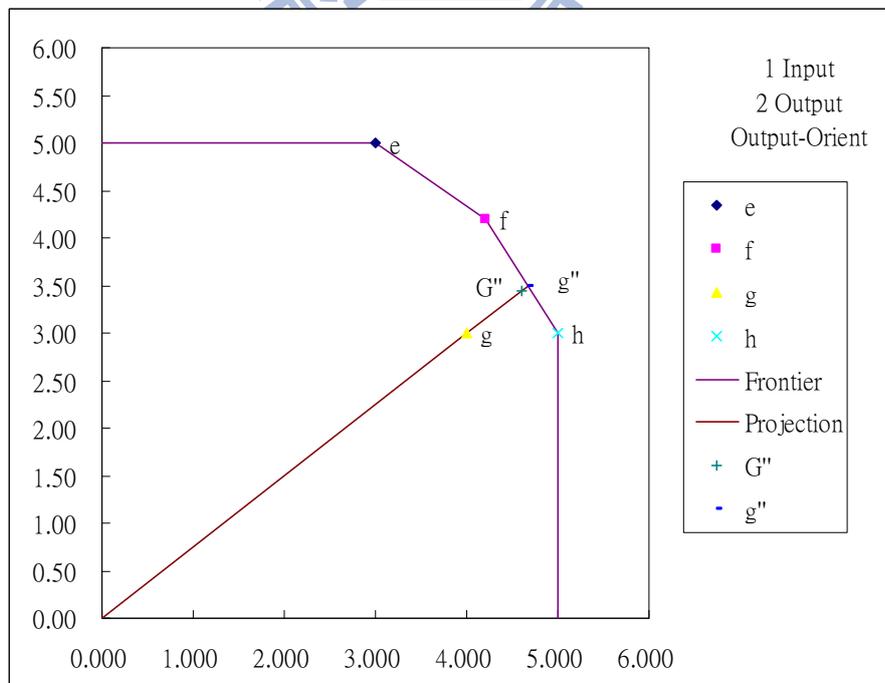


圖 3.4 單一投入多項產出之產出導向比率效率前緣

3.3 超高效模式

因爲基礎 CCR 或 DEA-R 並無法區分高效決策單位領先的程度，因此本研究進一步以高超效的概念發展 super DEA-R，採用超高效除了可以了解高效決策單位領先的幅度外，以一般模式評估時效率值爲 1 的 DMU 其最佳權重並非唯一解，並不適合於 4.3 節探討多餘權重限制意義與影響，而以高效模式求算出來的最佳權重爲唯一解則可以避免解釋最佳權重時的偏誤。因此，在此發展 super DEA-R，並應用於 4.2 節輔助說明發展投入導向 DEA-R 的並要性、以及 4.3 節了解多餘的權重限制的影響程度。

因爲已知以 CCR 爲基礎的模式會有表達權重關係的問題(Despic 等, 2007)及低估效率值的問題。所以，本研究採用以比率爲基礎的 DEA-R 替換 CCR 作爲基礎模型以避免這樣的問題，並藉由比較以了解去除這個隱藏的權重假設後對效率值的影響爲何。除此之外，爲了與 super CCR 做對應的比較，本文將 DEA-R 結合 Anderson 與 Peterson 所提出的超高效概念發展出 super DEA-R 模型以便對做對應的討論。在改善導向的選擇上，同樣地選擇投入導向的模式。投入導向的 super DEA-R 其數學式表示如下：

$$\begin{aligned} \max \quad & \theta_o \\ \text{st.} \quad & \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} \frac{(X_{ij}/Y_{rj})}{(X_{io}/Y_{ro})} \geq \theta_o \quad j=1 \cdots n \quad j \neq o \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} = 1 \\ & W_{ir} \geq 0, \theta_o \geq 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

θ_0 代表受評估決策單位的效率， x_{ij} 代表第 j 個決策單位的第 i 個投入， y_{rj} 代表第 j 個決策單位的第 r 個產出， w_{ir} 代表第 i 個投入與第 r 個產出變數比率的權重。

3.4 權重轉換

在此節發展權重轉換的方法，並於 4.3 節將此方法應用在實例上以說明多餘權重限制的影響程度。過去因為 DEA-R 與 CCR 權重的個數不同，並不適合做比較，更無法了解多餘權重限制的影響程度。舉例來說，若有兩個投入三個產出，則 DEA-R 權重的個數有六個，而 CCR 權重的個數只有五個並不能做比較。所以本文依據數學模式的相對關係，將 CCR 的最佳權重轉換成對應 DEA-R 模式的對應權重，以利兩個模式間權重的比較，並進一步探討多餘權重限制的影響程度。

本研究的轉換是將投入 i 與產出 r 有關的權重 w_{ir} ，令 $w_{ir} = v_i x_i \times u_r y_r \times t$ 。因為從基礎模式限制式中可以取得 $\sum_{i=1}^m v_i \times x_{i0} = 1$ 、 $\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s w_{ir} = 1$ ，因此求得

$t = 1 / \sum_{r=1}^s u_r y_r$ ，即可得到 CCR 權重與 DEA-R 權重的關係為

$$w_{ir} = (v_i x_i \times u_r y_r) / \sum_{r=1}^s u_r y_r \quad \circ$$

得到權重之間的關係後，從關係可知每一個 CCR 的權重都能轉換成對應 DEA-R 的對應權重，但並非所有 DEA-R 的權重都有對應 CCR 權重。若仔細觀察對應權重可以發現，

$$w_{11} : w_{21} : \dots : w_{m1} = \frac{(v_1 x_1 \times u_1 y_1)}{\sum_{r=1}^s u_r y_r} : \frac{(v_2 x_2 \times u_1 y_1)}{\sum_{r=1}^s u_r y_r} : \dots : \frac{(v_m x_m \times u_1 y_1)}{\sum_{r=1}^s u_r y_r} = v_1 x_1 : v_2 x_2 : \dots : v_m x_m$$
，而以

同樣的方法推演可以得到對應權重多了投入上的限制及產出上的限制，如公式

3.3、3.4 所示。

$$w_{11} : w_{21} \dots : w_{m1} = w_{12} : w_{22} \dots : w_{m2} = \dots = w_{1s} : w_{2s} \dots : w_{ms} = v_1 x_1 : v_2 x_2 : \dots : v_m x_m \quad (3.3)$$

$$w_{11} : w_{12} \dots : w_{1s} = w_{21} : w_{22} \dots : w_{2s} = \dots = w_{m1} : w_{m2} \dots : w_{ms} = u_1 y_1 : u_2 y_2 : \dots : u_s y_s \quad (3.4)$$

因爲這些限制式，所以對應權重只佔一般 DEA-R 權重的一部份。而這限制式就是 CCR 中多餘權重限制的數學意涵。

此外，把對應權重帶入 DEA-R 的方程式中後可以求得對應的效率值。而對應效率值是由對應權重求得的，對應權重又是由 CCR 權重轉換而得的，即對應效率值與 CCR 效率值都是由 CCR 權重推估而得的。因爲，對應效率值與 CCR 效率值的都是由同一組權重求得的，只是對應效率值是帶入 DEA-R 模式求算、而 CCR 效率值是帶入 CCR 模式求算，所以對應效率值與 CCR 效率值的差距不是來自權重，而是來自模式不同加總方式不同的影響。所謂加總方式的不同也就是 CCR 是先將投入產出加權並相加後再相除，而 DEA-R 是先將投入、產出相除後再加權並相加。

但至此多餘權重限制的影響尙未釐清，因此本研究再將 DEA-R(公式 3.2)加上多餘權重限制(公式 3.3-4)，求算出含多餘權重的 DEA-R 效率值。含多餘權重限制的 DEA-R 效率值與不含多餘權重限制(即一般)的 DEA-R 效率值間的差距即爲多餘權重限制的影響。而對應效率值與含多餘權重限制的 DEA-R 效率值都有多餘的權

重限制，但前者是以 CCR 選取的權重為基礎，後者是以 DEA-R 選取的權重為基礎，因此對應效率值與含多餘權重限制的 DEA-R 效率值間的差距則為因模式選取權重不同的影響。

總結這節，以公式(2.8)可以求算 CCR 效率值；而以公式(3.2)可以求算一般(不含多餘權重限制的) DEA-R 效率值；接下來，在此小節前半段以 CCR 與 DEA-R 權重的關係，可以將 CCR 權重轉換成對應到 DEA-R 的對應權重，並以此對應權重求算對應效率值，除此之外，觀察對應權重的關係可以發現多餘權重限制的數學式，如公式(3.3-4)所示；在此小節後半段將 DEA-R 模式(公式 3.2)加上多餘權重限制(公式 3.3-42)可以求算含多餘權重的 DEA-R 效率值。而 CCR 效率值、對應效率值、含多餘權重的 DEA-R 效率值、不含多餘權重的 DEA-R 效率值這四個效率值恰好可以劃分 CCR 與 DEA-R 的差異三種影響：模式不同比率加總、模式不同權重選取以及多餘權重限制。其中 CCR 效率值與對應效率之差異受模式不同比率加總的影響。對應效率值與包含多餘權重的 DEA-R 效率值之差異是受到模式不同權重選取的影響；而包含多餘權重限制與不含權重限制的 DEA-R 效率值之差就是多餘權重限制的影響。從數學上來說多了限制的最佳解一定劣於或等於沒有限制的最佳解。所以可推估權重限制會造成效率值的低估。接下來 4.3 小節將以實例輔助說明之，以更深入解釋多餘權重限制的意義與影響。

第四章 研究成果

第四章為結果與討論共分三節，4.1 節與研究目的二(證明 DEA-R 模式的正確性)有關，4.1 節的內容為運用 3.2 節介紹之效率前緣證明 3.1 節發展之 DEA 模式的正確性；4.2 節則與研究目的—(發展投入導向的 DEA-R)有關，4.2 小節運用 2.5、3.1 以及 3.3 節介紹之 CCR、DEA-R、super CCR、super DEA-R 等四個模式評估醫學中心的效率，再藉由模式間的比較說明發展 DEA-R、super DEA-R 模式的必要性；最後，4.3 節則與研究目的 3(了解多餘的權重限制的影響程度)有關，4.3 節運用 3.4 節權重轉換法來判別多餘權重限制的影響。

4.1 DEA-R 模式正確性之驗證

這一節將證明 DEA-R-I 推導出來的效率前緣與圖形法找到的效率前緣是一致的，藉由這個證明將說明 DEA-R-I 的是值得被信賴的模式。

證明 1：

先介紹一些符號。Frontier-R-I 是由圖形法所推導出來的效率前緣。 E_j 是由目標 DMU 的參考集合 (j' , j'' ...) 所組成的多面體。 L_j 是從原點到目標 DMU $[(X_{1o}/Y_{1o}), \dots, (X_{io}/Y_{ro})]$ 的線段。 $object'$ 是 E_j 與 L_j 的交點。 $projection$ 是 DEA-R-I 模式建議目標應改進的投影點。為了展現 Frontier-R-I 與 DEA-R-I 所推導的效率前緣的一致性，要證明 $object'$ 與 $projection$ 是同一點。

藉由考量 DEA-R-I 的對偶問題，我們知道當 j' 是目標的參考集合之一之時，在方程式(3.1)當中的第一個限制式的小於或等於之不等式會變成等式，即

$$\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} (X_{ij'}/Y_{rj'}) / (X_{io}/Y_{ro})$$
 等於 θ_o 。而當 j'' 是目標的另一個參考集合時，可以結

合兩個參考集合當中的 DMU 並進一步得到: $\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} (X_{ij'}/Y_{rj'})/(X_{io}/Y_{ro})$

$= \theta_o = \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} (X_{ij''}/Y_{rj''})/(X_{io}/Y_{ro})$ 。經過轉換之後，可以推導出方程式(4.1)。

$$\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s \frac{W_{ir}}{(X_{io}/Y_{ro})} \left(\frac{X_{ij'}}{Y_{rj'}} - \frac{X_{ij''}}{Y_{rj''}} \right) = 0 \quad (4.1)$$

若分析方程式(4.1)，可以把 $[W_{11}/(X_{1o}/Y_{1o}), \dots, W_{ir}/(X_{io}/Y_{ro})]$ 當是一組向量，則這組向量正巧是擁有點 j' $[X_{1j'}/Y_{1j'}, \dots, X_{ij'}/Y_{rj'}]$ 以及 j'' $[X_{1j''}/Y_{1j''}, \dots, X_{ij''}/Y_{rj''}]$ 平面的法向量。依此可以推導得知所有的參考集合都在這個平面上。

接下來，把方程式(3.1)當中的第二個限制式 $\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} = 1$ 的左右兩邊都乘上 θ_o ，可以得到: $\theta_o \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} = \theta_o = \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} (X_{ij'}/Y_{rj'})/(X_{io}/Y_{ro})$ 。這個方程式經過轉換後我們可以得到方程式(4.2)。方程式 (4.2) 意謂著點 *projection* 也在多面體 E_j 上面。而且，所以參考集合以及 *projection* 都在同一個多面體 E_j 之上。

$$\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s \frac{W_{ir}}{(X_{io}/Y_{ro})} \left[\frac{X_{ij'}}{Y_{rj'}} - \theta_o \frac{X_{io}}{Y_{ro}} \right] = 0 \quad (4.2)$$

除此之外，因為 $\frac{\theta_o(X_{1o}/Y_{1o})-0}{X_{1o}/Y_{1o}-0} = \dots = \frac{\theta_o(X_{io}/Y_{ro})-0}{X_{io}/Y_{ro}-0} = \theta_o$ ，所以還可以得知

線段 L_j 包含了 *projection* $[\theta_o(X_{1o}/Y_{1o}), \dots, \theta_o(X_{io}/Y_{ro})]$ 。

總結這一小節。從方程式(4.1)、方程式(4.2)的分析可知參考集合以及 *projection* 都在同一個多面體 E_j 之上；此外，線段 L_l 包含了 *projection*。總而言之，*projection* 是參考集合所在的多面體 E_j 與線段 L_l 的交點。此時，再回顧 3.2 小節的定義，*projection* 是效率前緣與從 DMU 原點直線之交會點，其中效率前緣就是參考集合所在的多面體 E_j ，從 DMU 原點直線之交會點則是線段 L_l 。換言之，依定義所找到的 *projection* 都與 DEA-R-I 所找到的 *projection* 是同一個點，而每一個 DMU 依照同樣的推導來驗證其正確性，也就是 DEA-R-I 是個正確無誤的模式。

4.2 CCR 與 DEA-R 模式之比較

4.2.1 實例之比較

爲了要瞭解以 CCR 評估高效 DMU 時可能的低估情況，本研究分別以 super-CCR-I、super-DEA-R-I 評估同一個案例，再比較其結果的不同。本研究選取 2005 年台灣醫學中心（台灣醫療體系的最高層級）爲評估的案例。選取此案例的原因是台灣的醫院很需要準確的效率評估。已經有很多醫院通過醫學中心的認定而升等成醫學中心，而醫學中心可以獲得較高的預算總額以及每個醫療行爲較多的給付以支持醫學中心作研究。但是，現在已經有太多的醫學中心以致於無法集中資源支持重點的研究，所以需要進一步評估出有效率 DMU 中的優劣以集中資源支持重點的研究。因此準確的評估高效的 DMU 可以協助健保局要控制台灣的醫院各項醫療服務的支出，以避免過多支出破壞了整個健康保險體系，還能兼顧全民健康。除此之外，用資料包絡分析法評估醫療體系後，輸出的結果無論是效率值、權重、改進方案都能在實務上做很合理的解釋。如 Chen et al. (2005)、Katharaki (2008) 都採用資料包絡分析法來評估醫療體系。

研究材料取自衛生署統計的「醫療機構現況及服務量表」。所有的醫學中心都

被選做評估的目標，21 家醫學中心中包含 7 家公立醫院(占 33%)以及 14 家私立醫院(占 67%)。本研究選擇了兩個投入以及三個產出。投入產出的總數小於 DMU 總數的一半符合經驗法則。投入包括病床跟醫師，產出包括門診、住院、及手術。以 DMU 4 為例，在 2005 年 DMU 4 以 2902 床病床以及 973 醫師，服務了 2,596,143 位門診病患，855,467(人日)住院 以及 75,348 床手術。投入及產出項的相關係數在表格 4.2。投入與產出的相關係數都不小於 0.7。根據經驗法則，變數的選擇是沒有問題的。

表 4.1 2005 年台灣醫學中心之投入與產出表

醫院	投入 1 病床 (床)	投入 2 醫師 (人)	產出 1 門診 (人次)	產出 2 住院 (人日)	產出 3 手術 (人次)	醫院	投入 1 病床 (床)	投入 2 醫師 (人)	產出 1 門診 (人次)	產出 2 住院 (人日)	產出 3 手術 (人次)
01	2618	1106	2029864	680136	38714	11	920	316	334090	268723	15130
02	1212	473	1003707	297719	18575	12	3236	1023	1954775	920215	56167
03	1721	531	1592960	408556	36658	13	495	130	332741	136351	23423
04	2902	973	2596143	855467	75348	14	1759	491	1465374	430407	35599
05	1389	447	1116161	337523	23803	15	1357	390	1277752	368174	36006
06	1500	547	1476282	378658	22503	16	2468	675	1825332	668467	32275
07	340	145	1300016	55003	5614	17	962	316	550700	247961	15618
08	571	305	1052992	199780	26026	18	745	272	1277899	217371	11671
09	1168	369	1849711	326109	30967	19	1662	590	1916888	418205	21551
10	921	372	1089975	209323	23847	20	898	275	698945	209134	11748
						21	1708	537	1702676	470437	32218

表 4.2 投入與產出之相關係數表

	投入 1 病床	投入 2 醫師	產出 1 門診	產出 2 住院	產出 3 手術
投入 1 病床	1.000(**)				
投入 2 醫師	0.956(**)	1.000 (**)			
產出 1 門診	0.774(**)	0.775 (**)	1.000(**)		
產出 2 住院	0.990(**)	0.945 (**)	0.769(**)	1.000 (**)	
產出 3 手術	0.828(**)	0.781 (**)	0.719 (**)	0.863 (**)	1.000(**)

**在顯著水準為 0.01 時(雙尾)，相關顯著

先比較 Super-CCR 與 Super-DEA-R 這兩個模式的效率值。因為台灣現在採取總額給付的制度，所以本研究採用投入導向的模式。計算效率值的軟體是 Excel。CCR, DEA-R, super-CCR, super-DEA-R 的效率值都呈現在表 4.3。如果 DMU 的效率值大於 1，這代表這個 DMU 是有效率的，在投入導向中可以增加投入，但該 DMU 依然保持有效率。可以增加的投入等於原來的投入量乘以效率值。換句話說，如果效率值越高，表示可以增加較多的投入但依然保持有效率的狀態。以 Super-CCR 評估 DMU 8 為例，評估出來的效率值是 1.3149。代表 DMU 8 可以增加投入但依然保持高效，病床可以從 571 增加到 751，醫生可以從 305 增加到 401。如果是 Super-DEA-R 評估 DMU 8，評估出來的效率值是 1.5396，代表 DMU 8 在維持相同產出之下可以增加更多但是依然保持高效。這個結果代表 Super-CCR 可能低估了 DMU 的效率值。

表 4.3 各模式效率值、超級效率值、及模式間效率值的差距

	CCR	DEA-R	差距	Super CCR	Super DEA-R	差距
1	0.8137	0.8137	0.0000	1 0.8137	0.8137	0.0000
2	0.7913	0.7920	0.0007	2 0.7913	0.7920	0.0007
3	0.8352	0.8432	0.0080	3 0.8352	0.8432	0.0080
4	0.9980	1.0000	0.0020	4 0.9980	1.0022	0.0042
5	0.8347	0.8417	0.0070	5 0.8347	0.8417	0.0070
6	0.8349	0.8423	0.0074	6 0.8349	0.8423	0.0074
7	1.0000	1.0000	0.0000	7 2.1699	2.1699	0.0000
8	1.0000	1.0000	0.0000	8 1.3149	1.5396	0.2247
9	1.0000	1.0000	0.0000	9 1.0753	1.2771	0.2018
10	0.7356	0.7465	0.0109	10 0.7356	0.7465	0.0109
11	0.9814	0.9814	0.0000	11 0.9814	0.9814	0.0000
12	0.9802	0.9802	0.0000	12 0.9802	0.9802	0.0000
13	1.0000	1.0000	0.0000	13 1.9516	1.9516	0.0000
14	0.8840	0.9082	0.0242	14 0.8840	0.9082	0.0242
15	0.9717	0.9865	0.0148	15 0.9717	0.9865	0.0148
16	0.9750	0.9797	0.0047	16 0.9750	0.9797	0.0047
17	0.8782	0.8782	0.0000	17 0.8782	0.8782	0.0000
18	1.0000	1.0000	0.0000	18 1.0047	1.0235	0.0188
19	0.8495	0.8551	0.0056	19 0.8495	0.8551	0.0056
20	0.8146	0.8220	0.0074	20 0.8146	0.8220	0.0074
21	0.9585	0.9675	0.0090	21 0.9585	0.9675	0.0090

比較一般 CCR 與 DEA-R 的結果，可知平均的差距為 0.0048；十五個低效 DMU 平均的差距為 0.0066；六個高效 DMU 平均的差距為 0.0003，若扣除 CCR 判斷錯誤的假低效的 DMU 4 之後，五個高效 DMU 平均的差距為 0。這表示對於高效的 DMU 而言，除非有假低效情況的產生，不然一般 DEA-R 與 CCR 幾乎沒有不同。而 Super-CCR 與 Super-DEA-R 結果的比較如下，平均的差距為 0.0262；十五個低效 DMU 平均的差距為 0.0066；六個高效 DMU 平均的差距為 0.0749。首先，Super-DEA-R 的效率值皆大於或等於 Super-CCR 的效率值。這代表對有效率而言，以 CCR 為基礎的衡量模式依然有低估效率值的情況。再者，高效模式間效率值的差距比一般模式間的差距更大，這代表藉由超高效模式間的比較比一般模式間的比較更能彰顯以 CCR 為基礎模式低估效率值的問題。更重要的是，因為高效 DMU 的低估的情況比起低效 DMU 低估的情況更嚴重，發展 DEA-R 為基礎的超高效模式評估是有其必要的。



4.2.2 數學模式之比較

根據觀察，本研究做了兩個假設，接下來將藉由數學模型的比較驗證這兩個假設的正確性。

假說一：在 DEA-R-I 權重集中在一個產出時，CCR-I 的效率值 $\bar{\theta}_o$ 與 DEA-R-I 的效率值 θ_o 相同。

證明：

本研究將先說明當只一個產出時，CCR-I 模式可以轉換成 DEA-R-I 模式。這代表一個產出時，CCR-I 的效率值 $\bar{\theta}_o'$ 與 DEA-R-I 的效率值 θ_o' 相同。此外，當權重集中在一個產出時，因為其他產出被忽略，所以多個產出模式的效率值與只有

一個產出模式的效率值一樣。以此兩個概念，可以得證上述的第一個假設。

先說明當只一個產出時，CCR-I 模式可以轉換成 DEA-R-I 模式。因為只有一

個產出，CCR 模式的目標式即為 $\bar{\theta}'_o = u'_1 \times y_{1o}$ ，而這個關係可以轉換成 $u'_1 = \frac{\theta'_o}{y_{1o}}$ 。

帶入只有一個產出的限制式(公式 2.5 的第 1 條限制式)，可得 $\sum_{i=1}^m v_i \times x_{ij} \geq \frac{\theta'_o}{y_{1o}} \times y_{1j}$ 。

設 $v'_i = \frac{W_{i1}}{x_{io}}$ ，並將之帶入上述的等式經過轉換後可以得到公式 (4.3) 的第 1 條限制

式。將 $v'_i = \frac{W_{i1}}{x_{io}}$ 帶入只有一個產出的公式(2.5) 的第 2 條限制式經過轉換後可以得

到(4.3)的第 2 條限制式。所以只有一個產出的 CCR 可以轉換成公式 (4.3)。

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \theta'_o \\
 \text{st.} \quad & \sum_{i=1}^m W_{i1} \frac{x_{ij}}{x_{io}} \geq \theta'_o \frac{y_{1j}}{y_{1o}} \quad j=1 \dots n \quad j \neq o \\
 & \sum_{i=1}^m W_{i1} = 1 \\
 & W_{i1} \geq \varepsilon > 0, \quad \theta'_o \geq \varepsilon > 0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

將上述公式(4.3) 與 DEA-R-I 的方程組(公式 3.1) 比對後即可發現，當與只有一個產出的 DEA-R-I 一模一樣。即只有一個產出時，CCR-I 等於 DEA-R-I。也就是 CCR-I 的效率值 $\bar{\theta}'_o$ 等於 DEA-R-I 的效率值 θ'_o 。

此外，已知只有一個產出 CCR-I 的效率值 $\bar{\theta}'_o$ 與權重集中在一個產出的一般 CCR-I 的效率值 $\bar{\theta}_o$ 是一樣的，而只有一個產出 DEA-R-I 的效率值 θ'_o 也與權重集中在一個產出的一般 DEA-R-I 的效率值 θ_o 是一樣的。根據上一段及上述的說明，可

得權重集中 CCR-I 的效率值 $\bar{\theta}_o =$ 只有一個產出 CCR 的效率值 $\bar{\theta}_o' =$ 只有一個產出 DEA-R-I 的效率值 $\theta_o' =$ 權重集中 DEA-R-I 的效率值 θ_o 。得證在 DEA-R-I 權重集中在一個產出時，CCR-I 的效率值 $\bar{\theta}_o$ 與 DEA-R-I 的效率值 θ_o 相同。

假說二：在 DEA-R-I 權重不集中在多個產出時，DEA-R-I 的效率值 θ_o 與 CCR-I 的效率值 $\bar{\theta}_o$ 不相同。只有參考 DMU 的每一項產出的皆為目標 DMU 對應產出的同一倍數時例外。

證明：

先探討 CCR 的效率值。因為 CCR 效率值不受投入產出同時乘除一個數的影響，將原來的 x_{ij} 除以目標 DMU 的投入 x_{io} 之後令其等於 x'_{ij} ，將原來的 y_{rj} 除以目標 DMU 的投入 y_{ro} 之後令其等於 y'_{rj} 。將若 CCR 的最佳權重以比值的概念表示之可寫為 $v_i = p_i t''$ ， $u_r = a_r t'$ 。因為方程式(2.5)的第 2 條限制式 $\sum_{i=1}^m v_i \times x_{io} = 1$ 經變數同除 x_{io}

轉換後可得 $\sum_{i=1}^m v_i = 1$ 。上述關係式，帶入 $v_i = p_i t''$ 可得 $t'' \sum_{i=1}^m p_i = \sum_{i=1}^m v_i = 1$ ，並轉換成

$v_i = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^m p_i}$ 。此外，因為方程式 (2.5) 的第 1 條限制式

$\sum_{i=1}^m v_i \times x'_{ij} \geq \sum_{r=1}^s u_r \times y'_{rj} \quad j = 1 \cdots n \quad j \neq o$ ，對參考的 DMU 時等式成立即，

$1 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r \times y'_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i \times x'_{ij}} \quad j = \text{reference DMU}$ ，帶入 $v_i = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^m p_i}$ 及 $u_r = a_r t'$ 得到

$$t' = \frac{\left(\sum_{i=1}^m p_i x'_i / \sum_{i=1}^m p_i \right)}{\sum_{r=1}^s a_r y'_{rj}} \text{。將 } t' = \frac{\left(\sum_{i=1}^m p_i x'_i / \sum_{i=1}^m p_i \right)}{\sum_{r=1}^s a_r y'_{rj}} \text{ 帶入 CCR 效率值 } \bar{\theta}_o \text{，可得}$$

$$\sum_{r=1}^s u_r \times y'_{r_o} = \sum_{r=1}^s u_r = t' \sum_{r=1}^s a_r = \frac{\sum_{r=1}^s a_r \times \left(\sum_{i=1}^m p_i x'_i / \sum_{i=1}^m p_i \right)}{\sum_{r=1}^s a_r y'_{rj}} = \frac{\sum_{r=1}^s a_r}{\sum_{i=1}^m p_i} \times \frac{\sum_{i=1}^m p_i x'_i}{\sum_{r=1}^s a_r y'_{rj}} \text{。}$$

接下來，我們探討 DEA-R-I 的效率值。對應上一段 CCR 的最佳權重 $v_i = p_i t''$ ，

$u_r = a_r t'$ ，DEA-R 的相對應的權重為 $w_{ir} = p_i a_r t$ ，帶入方程式(3.1)的第 2 條限制式

$$\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} = 1 \text{ 可得 } t = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s p_i a_r} = \frac{1}{\sum_{i=1}^m p_i \times \sum_{r=1}^s a_r} \text{。將 } t \text{ 帶入方程式(3.1)的第 3 條限制}$$

$$\text{式 } \sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s W_{ir} \frac{(X_{ij}/Y_{rj})}{(X_{io}/Y_{ro})} \geq \theta_o \quad j=1 \cdots n \quad j \neq o \text{。相似於 CCR，對參考的 DMU 時等式}$$

成立，所以 θ_o 可以表示成

$$\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^s p_i x'_{ij} \times a_r \frac{1}{y'_{rj}}}{\sum_{i=1}^m p_i \times \sum_{r=1}^s a_r} = \frac{\sum_{i=1}^m p_i x'_{ij} \times \sum_{r=1}^s a_r \frac{1}{y'_{rj}}}{\sum_{i=1}^m p_i \times \sum_{r=1}^s a_r} \quad j = \text{reference DMU} \text{。}$$

最後一部份，我們將 CCR 效率值 $\bar{\theta}_o$ 與相對應 DEA-R-I 的效率值 θ_o 相比較。

$$\begin{aligned} \frac{\theta_o}{\bar{\theta}_o} &= \frac{\left[\frac{\sum_{i=1}^m p_i x'_{ij} \times \sum_{r=1}^s a_r \frac{1}{y'_{rj}}}{\sum_{i=1}^m p_i \times \sum_{r=1}^s a_r} \right]}{\left[\frac{\sum_{r=1}^s a_r}{\sum_{i=1}^m p_i} \times \frac{\sum_{i=1}^m p_i x'_i}{\sum_{r=1}^s a_r y'_{rj}} \right]} = \frac{\sum_{r=1}^s a_r \frac{1}{y'_{rj}} \times \sum_{r=1}^s a_r y'_{rj}}{\sum_{r=1}^s a_r \times \sum_{r=1}^s a_r} \\ &= \frac{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}} \frac{y'_{\hat{r}j}}{y'_{rj}}}{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}} - \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}} + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}} \frac{y'_{\hat{r}j}}{y'_{rj}}} \\ &= \frac{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}}}{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}} + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}} \frac{-2y'_{rj}y'_{\hat{r}j} + y'_{rj}{}^2 + y'_{\hat{r}j}{}^2}{y'_{rj}y'_{\hat{r}j}}}{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}}} \\
&= \frac{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}} + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r}=r+1}^s a_r a_{\hat{r}} \frac{(y'_{rj} - y'_{\hat{r}j})^2}{y'_{rj}y'_{\hat{r}j}}}{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}}} \quad \text{。當最佳權重集中在一個產出時，}
\end{aligned}$$

$$\frac{\theta_o}{\theta_{\hat{r}}} = \frac{a_{\hat{r}}^2}{a_{\hat{r}}^2} = 1 \quad , \quad \text{或當 } y'_{rj} = y'_{\hat{r}j} \quad r=1 \dots s, \hat{r} = r+1 \dots s \quad \text{時} \quad \frac{\theta_o}{\theta_o} = \frac{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}} + 0}{\sum_{r=1}^s a_r^2 + \sum_{r=1}^s \sum_{\hat{r} \neq r, \hat{r}=1}^s a_r a_{\hat{r}}}$$

$= 1$ 。除此之外， $\frac{\theta_o}{\theta_o} > 1$ 。所以得證，在 DEA-R-I 權重不集中在多個產出時，DEA-R-I

的效率值 θ_o 與 CCR-I 的效率值 $\bar{\theta}_o$ 不相同；只有參考 DMU 的每一項產出的皆為目標 DMU 對應產出的同一倍數時例外。



4.3 多餘權重限制的影響程度

為了瞭解 super DEA-R 模式的效率值大於等於 super CCR 的效率值之原因，以便從學理上解釋發展 super DEA-R 的意義，並了解多餘權重限制的意義與影響，在此小節研究兩個模式的最佳權重。super DEA-R 與 super CCR 權重的個數不同並不適合做分析，以本研究為例，如表 4.4 所示，super DEA-R 的權重個數有六個、super CCR 的權重個數只有五個並不能做分析比較。因此，本研究依據權重間的相對關係，將 super CCR 的最佳權重轉換成 super DEA-R 模式對應權重，根據 3.4 節的敘述 super CCR 權重與 super DEA-R 權重的關係為 $w_{ir} = (v_i x_i \times u_r y_r) / \sum_{r=1}^s u_r y_r$ 。接下來的案例中，本研究 super CCR 的最佳權重，依照上述的關係式轉換成對應權

重，轉換成對應權重後，再將對應權重帶入 super DEA-R 的限制式中求算出對應效率值。

Super CCR 與 super DEA-R 的最佳權重在表 4.4。Super CCR 對應到 super DEA-R 的對應權重與對應效率值在表 4.5。根據對應的權重與效率值可以做兩個模式間更深入的分析。這裡分兩部分作討論，如表 4.3 所示，第一部分有有 01, 07, 11, 12, 13, 17 等六個 DMU，是效率值沒有差距的 DMU。第二部分是效率值有差距的 15 個 DMU。

表 4.4 Super CCR 與 Super DEA-R 之最佳權重

D M U	Super CCR 的最佳權重					Super DEA-R 的最佳權重					
	病床	醫師	門診	住院	手術	病床 /門診	病床 /住院	病床 /手術	醫師 /門診	醫師 /住院	醫師 /手術
1	0.637	0.363	0.000	0.814	0.000	0.000	0.637	0.000	0.000	0.363	0.000
2	0.655	0.345	0.000	0.791	0.000	0.026	0.000	0.601	0.373	0.000	0.000
3	0.650	0.350	0.049	0.786	0.000	0.054	0.000	0.582	0.364	0.000	0.000
4	0.689	0.311	0.000	0.998	0.000	0.064	0.571	0.000	0.000	0.365	0.000
5	0.640	0.360	0.042	0.793	0.000	0.063	0.567	0.000	0.000	0.370	0.000
6	0.611	0.389	0.049	0.786	0.000	0.052	0.558	0.000	0.000	0.389	0.000
7	0.816	0.184	2.170	0.000	0.000	0.816	0.000	0.000	0.184	0.000	0.000
8	1.000	0.000	0.262	0.751	0.301	0.324	0.000	0.676	0.000	0.000	0.000
9	0.113	0.887	0.375	0.701	0.000	0.072	0.000	0.000	0.495	0.194	0.240
10	0.586	0.414	0.056	0.679	0.000	0.000	0.000	0.375	0.339	0.287	0.000
11	0.684	0.316	0.000	0.981	0.000	0.000	0.684	0.000	0.000	0.316	0.000
12	0.701	0.299	0.000	0.980	0.000	0.000	0.701	0.000	0.000	0.299	0.000
13	0.000	1.000	0.000	0.000	1.952	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
14	0.672	0.328	0.046	0.838	0.000	0.180	0.000	0.000	0.000	0.820	0.000
15	0.666	0.334	0.051	0.921	0.000	0.173	0.000	0.000	0.000	0.827	0.000
16	0.677	0.323	0.041	0.934	0.000	0.079	0.592	0.000	0.000	0.328	0.000
17	0.693	0.307	0.000	0.878	0.000	0.000	0.693	0.000	0.000	0.307	0.000
18	0.638	0.362	0.301	0.704	0.000	0.649	0.022	0.000	0.000	0.329	0.000
19	0.617	0.383	0.058	0.792	0.000	0.045	0.568	0.000	0.000	0.386	0.000
20	0.651	0.349	0.041	0.773	0.000	0.063	0.578	0.000	0.000	0.359	0.000
21	0.645	0.355	0.052	0.906	0.000	0.058	0.575	0.000	0.000	0.367	0.000

表 4.5 對應權重、對應效率值與各因素之影響

D M U	Super CCR 對應到 Super DEA-R 的對應權重						對應 效率值	比率 加總 的影響	影響 程度	權重 選取 的影響	影響 程度
	床/診	床/住	床/術	醫/診	醫/住	醫/術					
1	0.000	0.637	0.000	0.000	0.363	0.000	0.8137	-	-	-	-
2	0.000	0.655	0.000	0.000	0.345	0.000	0.7913	0	0%	0.0007	100%
3	0.038	0.612	0.000	0.021	0.329	0.000	0.8394	0.0042	52%	0.0038	48%
4	0.000	0.689	0.000	0.000	0.311	0.000	0.9980	0	0%	0.0041	100%
5	0.032	0.608	0.000	0.018	0.342	0.000	0.8384	0.0037	53%	0.0033	47%
6	0.036	0.575	0.000	0.023	0.366	0.000	0.8391	0.0042	57%	0.0032	43%
7	0.816	0.000	0.000	0.184	0.000	0.000	2.1699	-	-	-	-
8	0.199	0.572	0.229	0.000	0.000	0.000	1.3423	0.0274	12%	0.1973	88%
9	0.039	0.074	0.000	0.309	0.578	0.000	1.0757	0.0004	0%	0.2014	100%
10	0.045	0.541	0.000	0.032	0.382	0.000	0.7356	0.00001	0%	0.0109	100%
11	0.000	0.684	0.000	0.000	0.316	0.000	0.9814	-	-	-	-
12	0.000	0.701	0.000	0.000	0.299	0.000	0.9802	-	-	-	-
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	1.9516	-	-	-	-
14	0.035	0.637	0.000	0.017	0.311	0.000	0.8888	0.0048	20%	0.0195	80%
15	0.035	0.631	0.000	0.018	0.316	0.000	0.9777	0.0060	41%	0.0088	59%
16	0.028	0.649	0.000	0.014	0.309	0.000	0.9755	0.0005	11%	0.0042	89%
17	0.000	0.693	0.000	0.000	0.307	0.000	0.8782	-	-	-	-
18	0.191	0.447	0.000	0.108	0.254	0.000	1.0050	0.0003	2%	0.0185	98%
19	0.042	0.575	0.000	0.026	0.357	0.000	0.8506	0.0011	20%	0.0045	80%
20	0.033	0.618	0.000	0.018	0.331	0.000	0.8185	0.0039	53%	0.0035	47%
21	0.035	0.610	0.000	0.019	0.336	0.000	0.9656	0.0071	79%	0.0019	21%

4.3.1 效率值沒有差距的 DMU 之最佳權重的比較

先以效率值最高的 DMU 07 為例。根據 super CCR 的最佳權重(見表 4.4)，在投入 1(病床)與投入 2(醫師)重要性的比 $v_1x_1 : v_2x_2=0.816:0.184$ 、產出 1(門診)、產出 2(住院)、產出 3(手術)重要性的比 $u_1y_1 : u_2y_2 : u_3y_3=2.170:0:0=1:0:0$ 時，DMU 07 是最具有優勢的。因為權重 w_{11} 與投入 1 與產出 1 有關，所以依上一段的轉換公式，

super CCR 對應的 super DEA-R 對應權重

$w_{11} = (v_1 x_1 \times u_1 y_1) / \sum_{r=1}^s u_r y_r = (0.816 \times 2.170) / 2.170 = 0.816$ 。以此類推，可以得到 $w_{12} = 0$ 、 $w_{13} = 0$ 、 $w_{21} = 0.184$ 、 $w_{22} = 0$ 、 $w_{23} = 0$ 。而以此方法求算的 super CCR 對應權重(見表 4.5)與 super DEA-R 的最佳權重(見表 4.4)是相同的。所以就 DMU 07 而言，super CCR 與 super DEA-R 對投入、產出相對重要性的看法(即權重的看法)是一致的，而其兩個模式求算的效率值也沒有差距。再以沒有差距的 DMU 中效率值最低的 DMU 01 為例，比較 super CCR 與 super DEA-R 的最佳權重。根據 super CCR 的推算，在投入 1 與投入 2 重要性的比為 $v_1 x_1 : v_2 x_2 = 0.637:0.363$ ，產出 1、產出 2、產出 3 重要性的比為 $u_1 y_1 : u_2 y_2 : u_3 y_3 = 0:0.814:0 = 0:1:0$ 時，對 DMU 01 是最有利(為何 DMU 01 選取了最有利的權重還是屬於低效的，是因為 DMU 01 即使選擇對其最有利的權重，但其他 DMU 效率依此權重評估出來的效率值高於 DMU 01)。根據這個關係的對應權重為 $(w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{21}, w_{22}, w_{23}) = (0, 0.637, 0, 0, 0.363, 0)$ 。這組對應權重與表 4.4 中 super DEA-R 所推算出的最佳權重也是一致的。

本研究將 DMU 11, 12, 13, 17 四個效率值沒有差距的 DMU 以此概念分析，得到 super CCR 之對應權重與 super DEA-R 最佳權重都是一致的。以此結果可以做出兩點推論：(1)兩個模式間的效率值一致與否，與效率值的高低並無關聯；(2)當 super CCR 與 super DEA-R 的效率值一致之時，其兩個模式對應的權重一定是一致的。

4.3.2 效率值有差距的 DMU 之最佳權重的比較

接下來討論的是效率值有差距的 DMU。先討論差距最大的高效 DMU 08，如表 5 所示 super CCR 評估出，投入 1 與投入 2 重要性的比為 $v_1 x_1 : v_2 x_2 = 1:0$ ，產出 1、產出 2、產出 3 重要性的比為 $u_1 y_1 : u_2 y_2 : u_3 y_3 = 0.262:0.751:0.301 = 0.199:0.572:0.229$ ，根據權重轉換的概念，super CCR 的對

應權重為 $(w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{21}, w_{22}, w_{23}) = (0.199, 0.572, 0.229, 0, 0, 0)$ 。而 super DEA-R 的最佳權重則為 $(w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{21}, w_{22}, w_{23}) = (0.324, 0, 0.676, 0, 0, 0)$ ，明顯的與 super CCR 的對應權重不同。

根據觀察，造成 super CCR 與 super DEA-R 效率值的差距的因素有比率的加總與權重的選取等兩個因素。接下來先探討這兩個因素影響的程度占多少比例。因此，本研究先將 super CCR 的對應權重帶入 super DEA-R 的限制式中求算出相對應的效率值。分析出相對應的效率值後，其與 super CCR 效率值之間的差距就是比率加總所造成的差異，而其與 super DEA-R 效率值之間的差距就是權重選取所造成的差異，而這個差異將在下一小段作更詳細介紹。以 DMU 08 這個例子而言，使用對應權重的效率值 1.342(見表 4.5)與 super CCR 的效率值 1.315(見表 4.3)之間的差距來自於比率加總上的影響，而使用對應權重的效率值 1.342 與 super DEA-R 的最佳效率值 1.540(見表 4.3)的差距就是來自於權重的選取。將差距整理可以得到兩個模式間總差距為 0.2247、比率加總造成的差距為 0.0274(占 12%)、以及權重選取造成的差距為 0.0274(占 88%)。再以差距最小的 DMU 4 為例分析兩個模式在權重選取上的不同。Super CCR 的對應權重為 $(w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{21}, w_{22}, w_{23}) = (0, 0.689, 0, 0, 0.311, 0)$ ，對應效率值為 0.9980；而 super DEA-R 的最佳權重為 $(w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{21}, w_{22}, w_{23}) = (0.064, 0.571, 0, 0, 0.365, 0)$ ，效率值為 1.0022。整理得到可以得到兩個模式間總差距為 0.0042，比率加總造成的差距為 0(占 0%)，權重選取造成的差距為 0.0042(占 100%)。本研究將比率加總造成的影響與權重選取造成的影響分別列在表 4.5 的最後幾欄。

根據這些結果，本研究觀察到兩個現象：(1)兩個模式效率值沒有差距的 DMU 01, 07, 11-13, 17 或所有比率加總沒有影響的 DMU 02, 04 都有一個特徵：不為 0 的

權重只集中於某一個產出。舉例來說 DMU 02 只集中在住院、DMU 07 只集中在門診。(2)CCR 對應在 DEA-R 的對應權重都有一個特色，就是若 CCR 認為產出 i 的不具優勢，則所有與該產出有關的對應權重都不被選取。第一個現象可以解釋比率加總的影響只在多個產出時發生，當只有一個產出，或者不為 0 權重集中在某一個產出時不會有比率加總的影響。而第二個現象則代表 CCR 隱藏著的假設，這個假設限制投入間的關係要符合 $w_{11}:w_{21}\dots:w_{m1} = w_{12}:w_{22}\dots:w_{m2} = \dots = w_{1s}:w_{2s}\dots:w_{ms}$ 、限制產出間的關係要符合 $w_{11}:w_{12}\dots:w_{1s} = \dots = w_{m1}:w_{m2}\dots:w_{ms}$ 這樣的限制。以 DMU 04 為例，若 CCR 判定產出 1 不具優勢，不管是以投入 1 製造產出 1、或者以投入 2 製造產出 1 都不具優勢。但 DEA-R 較 CCR 有彈性，可以將投入 1 製造的產出 1 與投入 2 製造的產出 1 分開來求算。以 DMU 04 為例，雖然投入 2 轉換產出 1 都不具優勢，但以投入 1 轉換產出 1 是有少許優勢的。接下來探討多餘權重限制的影響。將原本的 super DEA-R 模式加上投入間的關係與產出間的權重限制後可以求得含多餘權重限制的 DEA-R 效率值以及最佳權重，結果如表 4.6。

因為含權重限制 DEA-R 所計算出來的 DEA-R 最佳權重都能與 CCR 相對應，所以含權重限制 DEA-R 效率值與 CCR 對應效率值的差異是受到模式不同其權重選取不同的影響。而含權重限制 DEA-R 與不含權重限制 DEA-R 的差異即為多餘權重限制的影響，也就是權重選取的影響可以再細分成多餘權重限制的影響以及因模式不同其權重選取不同等兩種影響。在此案例中，有 DMU 02-06, 09-10, 14-16, 18-21 等 14 個 DMU 都受到多餘權重限制的影響。從學理上每一組 CCR 權重都可以對應到 DEA-R 模式中，但是這些對應權重僅僅是 DEA-R 所有模式的一部分而已(含多餘權重限制的 DEA-R 模式)，如上述 DMU 02-06, 09-10, 14-16, 18-21 等 14

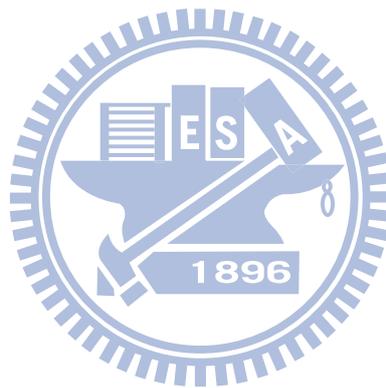
個 DMU 所計算出來的 DEA-R 最佳權重，都是與權重 CCR 所不能對應的權重。換句話說，因為權重關係的限制，CCR 只能尋求一部份區域的最佳解，而非全部區域的最佳解。

表 4.6 含多餘權重限制之 super DEA-R 的最佳權重、效率值與各因素之影響

DMU	含多餘權重限制的 Super DEA-R 最佳權重						不含多餘權重 DEA-R 效率值	含多餘權重的 DEA-R 效率值	CCR 對應效率值	CCR 效率值	權重限制的影響程度	模式不同的影響程度	比率加總的影響程度
	床/診	床/住	床/術	醫/診	醫/住	醫/術							
1	0.00	0.64	0.00	0.00	0.36	0.00	0.814	0.814	0.814	0.814	-	-	-
2	0.00	0.66	0.00	0.00	0.35	0.00	0.792	0.791	0.791	0.791	100%	0%	0%
3	0.04	0.61	0.00	0.02	0.34	0.00	0.843	0.843	0.839	0.835	4%	44%	52%
4	0.04	0.58	0.00	0.03	0.35	0.00	1.002	1.000	0.998	0.998	60%	40%	0%
5	0.04	0.59	0.00	0.02	0.34	0.00	0.842	0.842	0.838	0.835	3%	44%	53%
6	0.03	0.57	0.00	0.02	0.37	0.00	0.842	0.842	0.839	0.835	7%	36%	57%
7	0.82	0.00	0.00	0.18	0.00	0.00	2.170	2.170	2.170	2.170	-	-	-
8	0.32	0.00	0.68	0.00	0.00	0.00	1.540	1.540	1.342	1.315	0%	88%	12%
9	0.00	0.00	0.00	0.58	0.20	0.22	1.277	1.273	1.076	1.075	2%	98%	0%
10	0.10	0.03	0.15	0.25	0.07	0.40	0.747	0.742	0.736	0.736	39%	61%	0%
11	0.00	0.68	0.00	0.00	0.32	0.00	0.981	0.981	0.981	0.981	-	-	-
12	0.00	0.70	0.00	0.00	0.30	0.00	0.980	0.980	0.980	0.980	-	-	-
13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.952	1.952	1.952	1.952	-	-	-
14	0.00	0.00	0.00	0.22	0.79	0.00	0.908	0.907	0.889	0.884	6%	74%	20%
15	0.05	0.31	0.00	0.08	0.56	0.00	0.987	0.982	0.978	0.972	34%	26%	41%
16	0.06	0.41	0.00	0.07	0.46	0.00	0.980	0.978	0.976	0.975	40%	49%	11%
17	0.00	0.69	0.00	0.00	0.31	0.00	0.878	0.878	0.878	0.878	-	-	-
18	0.42	0.27	0.00	0.19	0.12	0.00	1.024	1.023	1.005	1.005	2%	96%	2%
19	0.03	0.58	0.00	0.02	0.37	0.00	0.855	0.855	0.851	0.850	4%	77%	20%
20	0.04	0.61	0.00	0.02	0.33	0.00	0.822	0.822	0.819	0.815	5%	42%	53%
21	0.04	0.60	0.00	0.02	0.34	0.00	0.968	0.967	0.966	0.959	2%	19%	79%

多餘權重限制除了影響效率值的低估外，也會造成投入產出的關係無法表達。例如醫學中心的個案中病床與手術及住院的關係密切，但病床對於門診的增加並無幫助，可是醫師對於門診、手術及住院都相當重要，而 CCR 或 weight SBM

等模式只有只有一個產出權重 u_r ，無法表達產出與不同投入的關係。因此，採用不含多餘權重限制的 super DEA-R 不僅能避免效率值的低估，還有助於表達單一投入產出間的關係。



第五章 結論與建議

5.1 結論

權重選取是資料包絡分析法的一大特色，所以不管在實務上或理論上都有許多的研究針對權重的議題作探討。2007 起，開始對 CCR 權重表達不完整與多餘權重限制作理論研究，並發展 DEA-R 以克服以上的缺陷。本文綜合過去的理論研究，並以實際的案例探討 DEA-R 的優點並權重選取之影響。本研究的主要成果有：一、驗證了 DEA-R-I 的正確性；二、比較 CCR 與 DEA-R，進而假設並證實何時 CCR 有低估的情況產生；三、將 super CCR 的權重對應成 super DEA-R 權重，探討出多餘權重限制對效率值低估的影響。接下來詳述各項結果、學術意涵、並探討實務上意義。最後對未來研究提出相關之建議。

首先因為不合理、不必要且隱含的多餘權重限制，當使用 CCR 模式時，會無法表達特定投入產出的關係。例如醫院中增加病床對於增加門診量的助益很小，則應該在設定病床對門診的權重以表達此一關係，若無法表達此一關係則效率值的評估會有誤差。因此，發展 DEA-R 模式並驗證其正確性後，可以採用正確的 DEA-R 模式以避免評估的誤差。此外，多餘權重限制還會產生低估，甚至假低效（pseudo-inefficiency）的問題。爲了要偵察出這個不容易發現的問題，本文採用 CCR-I（含有多餘權重限制的模式）的效率值及最佳權重與 DEA-R-I（不含多餘權重限制的模式）的做比較。在醫院的案例中，確實找到了假低效的現象，並進一步說明造成假低效的原因。接著，提出幾個假高效在實務上造成的影響。在台灣，政府爲了有效控制健保預算除了限制總體預算的支出外，還計畫將沒有效率的醫院降級以減少支出。如果一間醫院經營是有效率的而被判定成無效率的恐怕會面臨降級的命運。這對醫院來說是很大的問題，因爲在降級後每一個病人門診以及

住院的給付都會減少。馬上會面臨到總收入減少的問題。接下來可能還需要裁員，或者增加醫生的工作時數以維持總收入，導致醫生無法投入足夠的時間於研究，甚至整個醫院的經營策略可能需要做很大的改變（從研究並提供醫療服務轉為以提供醫療服務為主的機構）。此外在金融海嘯之後，政府促成企業的合併。在評估合併主體的議題之時，政府會協助無效率的企業併入有效率的企業，以促成效率的改進。同樣的，假低效會造成有效率的企業被收購的命運。因此我們可以採用 DEA-R-I 以避免評估時發生假低效的錯誤，並避免上述的情況發生。

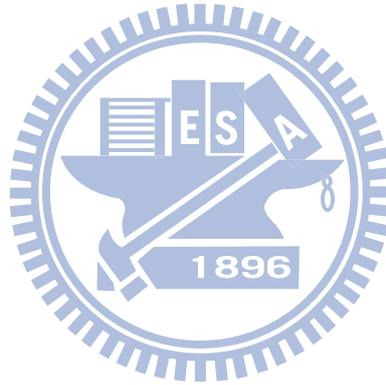
接下來，以 super DEA-R 模式與 super CCR 分析台灣醫療產業個案時，發現有效率的 Decision Making Unit (DMU) 低估的情況比無效率的 DMU 更嚴重。因此，發展 super DEA-R 代替 super CCR-I 模式是更有需要的。更重要的是，本文證明了在 DEA-R-I 權重不集中在一個產出時，DEA-R-I 的效率值與 CCR-I 的效率值不相同；只有參考 DMU 的每一項產出的皆為目標 DMU 對應產出的同一倍數時例外。根據這個證明，在執行 DEA-R 之後，就能判斷出 CCR 會不會有低估的情況發生。也就是說不僅可以用 DEA-R 來取代 CCR 來評估效率以避免低估及權重限制上的問題，還可以用 DEA-R 預測 CCR 低估是否會發生。最後，舉台灣高等教育的特別補助案、DRAM 廠的整併等實例，說明此研究在實務上的價值。第一個例子中，台灣政府以協助學校的院系成為各自領域中全球一流的院系為目標提出五年五百億的計畫補助院系作建設或研究。但是不同的學校都可以在各自的領域中領先，使得可以補助的範圍太廣泛了。這時候不只需要再探討該學校是否在該領域中佔據領先地位，而是需要探討在各自領域中領先的幅度有多大。補助領先幅度大的才有機會讓該學校脫穎而出。所以需要更準確的模式來計算有效率 DMU 的效率值。在第二個例子中，因為金融風暴以及長期的波動，使得 DRAM 產業搖搖欲墜。

所以政府欲出面整合 DRAM 廠以增大規模以達到較適合規模。但是 DRAM 中每一家公司幾乎都在虧損，換言之都不好。根據非凌駕解的概念都不好可能會被誤解成都很好，所以必須找出這些公司各自的專長在哪裡，以及領先其他廠商的幅度有多少，以作為合併的主體。由此可知，準確的評估有效率的 DMU 在實務上是很重要的。

最後，DEA-R 的效率值會大於等於 CCR 的效率值，而造成差異的原因可以細分成因多餘權重限制而造成的影響、數學模式及實例的比率加總的影響。藉由最加權重的轉換，有助於解釋多餘權重限制的意義，也可精確地劃分出多餘權重限制、模式權重選取不同與比率加總的影響程度。此外，因為多餘權重限制造成的差距則可以解釋成 DEA-R 是優於 CCR 的，且此個案中大部分的 DMU 都受權重限制的影響，根據結果確認了 super DEA-R 有優於 super CCR 之處，而未來的研究也可採用 super DEA-R 做為評估模式以避免低估效率值。在實務上，台灣已經有很多醫院通過醫學中心的認定而升等成醫學中心，而醫學中心可以獲得較高的預算總額以及每個醫療項目較多的給付金額以支持醫學中心作研究與發展。但是，以政府而言，現在已經有太多的醫學中心以致於無法集中資源給發展出個別特色醫療院所。因此，台灣醫療主管機關藉由超級效率之效率評估模式除了可以找出高效的醫療院所以外，還可以集中資源補助其發展其各自的特色，以兼顧全民健康與財政健全。另一方面，對醫療院所而言，太多的醫學中心採用相同的策略，以致於大部分的醫學中心都無法脫穎而出。所以，僅觀察最佳權重以了解自身最有利的情勢是不夠的，利用更深入分析可以了解自身與整體的關係有助於發展各自的特色。因此，未來不論主管機關或者醫學中心都可以藉由績效評估尋求長久的生存與發展。

5.2 後續研究

文章的最後我們在未來，我們主要可以朝兩個方向做更深入的研究。首先，我們可以將 two phase 法或者 SBM 法的概念應用到 DEA-R-I 模式中，同時避免假高效以及假低效的問題。最後，雖然所有的 DMU 都是醫學中心，可是規模相差甚大，最大者與最小者的床數有 9.5 倍的差距，而醫師數有 8.5 倍的差距。不同規模，應當會有不同發展策略與評估標準，因此有需要發展考量規模的超級效率模式。此外，超級效率模式在考量規模效率或投入值極小時會有無可行解的問題。發展考量規模的超級效率模式並解決無可行解的問題、驗證這個修正後的 super DEA-R 模式的正確性並確認此模式可以避免無可行解的問題這些都是未來研究之方向。



參考文獻

1. 王媛慧、李文福，「我國地區醫院技術效率之研究—DEA 方法的應用」，經濟研究，第四十卷，61-95 頁，2004。
2. 石淦生、羅紀琮、陳國樑，「公私立綜合醫院服務層面效率差異之探討」，中華公共衛生雜誌，第十五卷，469-482 頁，1996。
3. 洪維河、江東亮、張睿詒，「市場結構與組織特性對醫院營運效率之影響」，管理學報，第二十二卷，191-203 頁，2005。
4. 高強、黃旭男及 Toshiyuki Sueyoshi，「管理績效評估-資料包絡分析法」，華泰文化事業公式，2003。
5. 孫遜，「台北市立綜合醫院營運績效評估之研究」，管理學報，第二十卷，993-1022 頁，2003。
6. 張秀雲、陳天惠，「利用統計訪法建立資料包絡分析模式之變數權數上下界限」，工業工程學刊，第二十四卷第二期，120-127 頁，2007。
7. 張東生、曾國強，「利用融入價值判斷之資料包絡分析模式衡量台灣地區公共安全品質」，管理與系統，第七卷第三期，283-304 頁，2000。
8. 張睿詒、侯穎蕙，「省立醫院最佳經營典範探討—技術效率、分配效率與整體效率之評估」，管理評論，第二十卷，1-27 頁，2001。
9. 郭振雄、何怡澄，「非營利醫院的負債融資與營運效率及資本投資效率之關聯性」，經濟研究，第 46 卷第 1 期，141-170 頁，2010。
10. 黃月桂、張保隆、李延春，「台北市立綜合醫院經營績效之評估」，中華公共衛生雜誌，第十五卷，382-390 頁，1996。
11. 黃旭男，「資料包絡分析法使用程序之研究及其在非營利組織效率評估上之應用」，交通大學，博士論文，1993。
12. 游濬遠、邱健泰、耿慶瑞、黃馨瑩、邱志洲，「從效率性分析觀點探討醫療服務品質之提升—以台灣地區大型醫院為例」，品質學報，第十四卷，197-206 頁，2009。
13. 劉春初，「公共部門效率衡量-DEA 與 AHP 之應用」，中華管理評論，第一卷第二期，1998。
14. 劉春初，「資料包絡分析法權重設限之研究」，中華管理學報，第五卷第二期 93-104 頁，2004，。
15. 蕭基淵，「以 DEA 方法探討台灣林業效率之衡量」，交通大學，碩士論文，1989。

Reference

1. Allen, R., Athanassopoulos, A., Dyson, R.G., and Thanassoulis, E. "Weights Restrictions and Value Judgments in Data Envelopment Analysis: Evolution, Development and Future Directions", Annals of Operations Research, 73, pp. 13-34, 1997.
2. Anderson, p. and Peterson, N.C. "A Procedure for Ranking Efficient Unit in Data Envelopment Analysis", Management Science, 39, pp. 1261-1264, 1993.
3. Athanassopoulos, A., and Gounaris, C. "Assessing the technical and allocative efficiency of hospital operations in Greece and its resource allocation implications", European Journal of Operational Research, 133(2) pp. 416-431, 2001.
4. Ballesterro, E., and Maldonado, J.A. "Objective Measurement of Efficiency: Applying Single Price model to Rank Hospital Activities", Computers & Operations Research, 31, pp. 515-532, 2004.
5. Banker, R. D., Chanes, A., and Cooper, W. W. "Some Models for Estimating Technacal and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis", Management Science, 30, pp. 1078-1092, 1984.
6. Chang, H. H., "Determinants of hospital efficiency: the case of central government-owned hospitals in Taiwan," Omega-International Journal of Management Science, 26, pp. 307-317, 1998.
7. Chang, H. H., Cheng, M. A., & Das, S., "Hospital ownership and operating efficiency: Evidence from Taiwan," European Journal of Operational Research, 159, pp. 513-527, 2004.
8. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. "Measuring The Efficiency of Decision Making Units", European Journal of Operational Research, 2, pp. 429-44, 1978.
9. Charnes, A., Cooper, W.W., and Rhodes, E. "Short Communication: Measuring the Efficiency of Decision Making Units", European Journal of Operational Research, 4, pp. 339, 1979.
10. Charnes, A., Clark, C. T., Cooper, W. W. and Golany, B. "A Developmental Study of Data Envelopment Analysis in Measuring the Efficiency of Maintenance Units in the U.S. Air Force", Anuals of Operations Research, 2, pp. 95-112, 1985.
11. Charnes, A., Cooper, W. W., Wei, Q. L., and Huang, Z. M. "Cone-Ratio Data Envelopment Analysis and Multi-objective Programming", International Journal of Systems Sciences, 20, pp. 1099–1118, 1989.
12. Charnes, A., Cooper, W. W., Huang, Z. M., and Sun, D. B. "Polyhedral Cone-Ratio DEA Models with an Illustrative Application to Large Commercial Banks", Journal of Econometrics, 40, pp. 73–91, 1990.
13. Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y. and Seiford, L. M., Data Envelopment

- Analysis: Theory, Methodology and Application, Kluwer Academic, Boston, 1994.
14. Chen, Andrew, Hwang, Y., and Shao, B. "Measurement and Sources of Overall and Input Inefficiencies: Evidences and Implications in Hospital Services", European Journal of Operational Research, 161, pp.447-468, 2005.
 15. Chen, Wen-Chih, and McGinnis, Leon F. "Reconciling Ratio Analysis and DEA as Performance Assessment Tools", European Journal of Operational Research, 178, pp. 277–291, 2007.
 16. Chen, Yao, and Ali, Agha Iqbal, "Output–Input Ratio Analysis and DEA Frontier", European Journal of Operational Research, 142, pp. 476–479, 2002.
 17. Chu, H. L. Liu, S. Z., & Romeis, J. C., "Does the implementation of responsibility centers, total quality management, and physician fee programs improve hospital efficiency? Evidence from Taiwan hospitals," Medical Care, 40, pp. 1223-1237, 2002.
 18. Cook, W.D., and Seiford, L.M. "Data envelopment analysis (DEA) - Thirty years on ", European Journal of Operational Research, 192, pp. 1-17, 2009.
 19. Despic´, O., Despic´, M., and Paradi, J.C. " DEA-R: Ratio-Based Comparative Efficiency Model, Its Mathematical Relation to DEA and Its Use in Applications ", Journal of Productivity Analysis, 28, pp.33-44, 2007.
 20. Dyson, R. G., and Thanassoulis, E. "Reducing Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis ", Journal of the Operational Research Society, 39, pp. 563-576, 1988.
 21. Ersoy, K., Kavuncubasi, S., Ozcan, Y. A., & Harris, J. M., "Technical efficiencies of Turkish hospitals: DEA approach," Journal of Medical Systems, 21, pp. 67-74, 1997.
 22. Farrell M.J. "The Measurement of Productive Efficiency", Journal of the Royal Statistical Society, 120, pp.253-281, 1957.
 23. Giokas, D. I., "Greek hospitals: how well their resources are used," Omega-International Journal of Management Science, 29, pp. 73-83, 2001.
 24. Gonzalez-Bravo, MI. "Prior-Ratio-Analysis Procedure to Improve Data Envelopment Analysis for Performance Measurement", Journal of the Operational Research Society, 58, 1214-1222, 2007.
 25. Hillier, F., and Lieberman, G., Introduction to Operations Research, McGraw Hill, Boston, 2001.
 26. Katharaki M. "Approaching the Management of Hospital Units with an Operation Research Technique: The Case of 32 Greek Obstetric and Gynaecology Public Units", Health Policy, 85, pp. 19-31, 2008.
 27. Kirigia, J. M., Emrouznejad, A., Cassoma, B., Asbu, E. Z., & Barry, S. "A Performance Assessment Method for Hospitals: The Case of Municipal Hospitals

- in Angola," Journal of Medical Systems, 32, pp. 509-519, 2008.
28. Liu, S.T., and Chuang, M. "Fuzzy Efficiency Measures in Fuzzy DEA/AR with Application to University Libraries", Expert Systems with Applications, 36, pp.1105-1113, 2009.
 29. Morita, Hiroshi, Hirokawa, Koichiro, and Zhu, Joe "A Slack-Based Measure of Efficiency in Context-Dependent Data Envelopment Analysis" Omega-The International Journal of Management Science, 33, pp. 357 – 362, 2005.
 30. Nayar, P., and Ozcan, Y. A. "Data Envelopment Analysis Comparison of Hospital Efficiency and Quality" Journal of Medical Systems, 32, pp. 193-199, 2008.
 31. Pareto, V., Manuel d'Economic Polotique, Girard, Paris, 1927.
 32. Podinovski, V.V. "Computation of Efficient Targets in DEA Models with Production Trade-offs and Weight Restrictions" European Journal of Operational Research, 181, pp. 586-591, 2007.
 33. Renner, A., Kirigia, J. M., Zere, E. A., Barry, S. P., Kirigia, D. G., Kamara, C., & Muthuri, L. HK., "Technical efficiency of peripheral health units in Pujehun district of Sierra Leone: a DEA application," Bmc Health Services Research, 5, 2005.
 34. Roll, Y., Cook, W., and Golany, B. "Controlling Factor Weights in Data Envelopment Analysis", IIE Transactions, 23, pp. 2–9, 1991.
 35. Roll, Y., and Golany, B. "Alternate Methods of Treating Factor Weights in DEA ", Omega-The International Journal of Management Science, 21, pp. 99–109, 1993.
 36. Seiford L.M. and Zhu, J. "Context-Dependent Data Envelopment Analysis—Measuring Attractiveness and Progress", Omega-The International Journal of Management Science, 31, 397-408, 2003.
 37. Thanassoulis, E., Boussofiane, A., and Dyson, R.G. "A Comparison of Data Envelopment Analysis and Ratio Analysis as Tools for Performance Assessment" Omega-International Journal of Management Science, 24, pp. 229-244, 1996.
 38. Thompson, R. G., Singleton, F. D., Jr., Thrall, R. M., and Smith, B. A. "Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas", Interfaces, 16, pp.35-49, 1986.
 39. Thompson, R. G., Langemeier, L. N., Lee, C. T., Lee, E., and Thrall, R. M. "The Role of Multiplier Bonds in Efficiency Analysis with Application to Kansas Farming", Journal of Econometrics, 46, pp. 93–108, 1990.
 40. Tone, Kaoru "A Slack-Based Measure of Efficiency in Data Envelopment Analysis", European Journal of Operational Research, 130, pp. 498-509, 2001.
 41. Tone, Kaoru "A Slacks-Based Measure of Super-Efficiency in Data Envelopment Analysis", European Journal of Operational Research, 143, pp. 32–41, 2002.
 42. Tracy, D.L., and Chen, B.A. "Generalized Model for Weight Restrictions in Data Envelopment Analysis", Journal of the Operational Research Society, 56, pp.

- 390-396, 2005.
43. Valdmanis, V. G., Rosko, M. D., and Mutter, R. L. "Hospital Quality, Efficiency, and Input Slack Differentials", Health Services Research, 43, pp.1830-1848, 2008,.
 44. Wong, Y. B., and Beasley, J. E. "Restricting Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis", Journal of the Operational Research Society, 41, pp. 829-835, 1990.
 45. Wu, Desheng, and Liang, Liang "Aggregated Ratio Analysis in DEA" International Journal of Information Technology & Decision Making, 4, pp. 369–384, 2005.

