

國立交通大學

電機學院 電機與控制學程

碩士論文

二階動態系統之適應性順滑模態控制器設計

Adaptive Sliding Mode Controller Design for a
Second-Order Dynamic System

研究生：盧璟照

指導教授：陳永平 教授

中華民國九十九年六月

二階動態系統之適應性順滑模態控制器設計

Adaptive Sliding Mode Controller Design for a
Second-Order Dynamic System

研究生：盧璟照

Student : Jiing-Jaw Lu

指導教授：陳永平

Advisor : Prof. Yon-Ping Chen



Submitted to College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Electrical and Control Engineering

June 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年六月

二階動態系統之適應性順滑模態控制器設計

學生：盧璟照

指導教授：陳永平 教授

國立交通大學 電機學院 電機與控制學程碩士班

摘 要

本論文研製二階動態系統之適應性順滑模態控制器，主要為改善傳統順滑模態控制設計時，必須事先掌握未知參數上限的缺點，結合適應性法則，以即時估測的方式取得系統的未知參數。在本論文中，根據系統特性的差異歸納出三種情況，分別提出不同的適應性順滑模態控制方式，以解決高增益輸入、外界干擾、估測誤差等問題，其中包括三個設計步驟，首先給定適當的參考模型，其次是選定順滑模態函數，並依據不同的系統特性設計里奧波諾夫函數，最後再求得適應性順滑模態控制法則。為了驗證適應性順滑模態控制器的可行性，以常見的二階 MBK 機械系統進行數值模擬，從模擬結果中可以看出系統的響應確實對外界干擾具有強健性，而且高增益輸入的問題也可獲得改善，至於系統的未知參數，也可經由適應性法則來降低其估測誤差。

關鍵字：順滑模態控制，適應控制

Adaptive Sliding Mode Controller Design for a Second-Order Dynamic System

Student : Jiing-Jaw Lu

Advisors : Prof. Yon-Ping Chen

Degree Program of Electrical and Computer Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

This thesis proposes an adaptive sliding mode controller design to deal with the limitation of traditional sliding mode control, which requires the upper bound of unknown parameters. Most importantly, with the adaptive law the unknown parameters can be estimated in real time. There are three approaches developed for three cases with different system parameters and disturbances. These approaches can solve the high gain problem, reject the external disturbances, and reduce the estimation error. Furthermore, three design steps are also included to set an appropriate reference model, to choose suitable sliding function, and to design the adaptive sliding mode control. To demonstrate the usefulness of the proposed scheme, numerical simulation is applied to a MBK system. From the simulation results, the adaptive sliding mode controller is indeed robust to the disturbances, faced no high gain problem, and available to estimate the unknown parameters with smaller estimation error.

Keywords : Sliding Mode Control , Adaptive Control

誌 謝

「學而後知不足」是碩專班五年心中最大的感觸，不足的不僅只是課程專業部分，尚包括家庭與工作等的兼顧。曾經因為課業、工作與家庭三者無法兼顧的很好，而心生暫將課業先擺一邊的想法，幸賴陳永平教授相當具有同理心與教學專業，適時給予必要的指導與鼓勵，而讓本論文得以完成，心中的感謝實非簡短文句可完全表達，謹以本文表達最誠摯的謝意。

此外，非常感謝口試委員楊谷洋教授及張浚林教授的指正與協助，得以讓本文更加的周全。另外也要感謝從中幫忙的同事及摯友，感謝黃文曉及林安志兩位主管的推薦，同事政啟、邦威及火龍以過來人的經驗適時給予必要的建議，同學坤佑、思漢的相互勉勵與協助，以及一同修課同學的幫忙。

最後要感謝內人素料及懂事貼心的兩個小寶貝庭誼與丞揚，還記得剛考上在職專班時，大女兒還是幼稚園中班，而小兒子才剛滿周歲，心想內人除了工作外，還要多偏勞照顧這兩個小寶貝，不知是否會因此亂了家庭的生活步調，很慶幸兩個小寶貝的學習與適應能力很強，更感謝內人的全力支持，得讓學業能夠順利完成。

在職專班進修的課業，將隨論文的付梓而告一段落，還記得論文研究的過程中，陳永平教授一再提點碩士生養成，最重要的是培養個人獨自研究的能力，經由指導過程點滴的累積，自我肯定已經具備該項能力與成長進步的動力。最後謹以教授教學網頁上所寫的「只要天天下田，沒有不收成的」這一句話惕厲自己，期許自己在爾後的每一個階段都能全力以赴並有所貢獻。

目 錄

| | | 頁次 |
|------|---|------|
| 中文摘要 | | i |
| 英文摘要 | | ii |
| 誌謝 | | iii |
| 目錄 | | iv |
| 表目錄 | | v |
| 圖目錄 | | vi |
| 符號說明 | | viii |
| 第一章 | 緒論..... | |
| 1.1 | 研究背景..... | 1 |
| 1.2 | 研究動機..... | 1 |
| 1.3 | 研究方法與本文架構..... | 2 |
| 第二章 | 二階動態系統之適應性順滑模態控制器設計..... | |
| 2.1 | 系統與問題描述..... | 3 |
| 2.2 | 順滑模態控制理論..... | 4 |
| 2.3 | 適應控制理論..... | 9 |
| 2.4 | 二階動態系統之適應性順滑模態控制器設計..... | 15 |
| 第三章 | 二階動態系統之適應性順滑模態控制器應用與模擬..... | |
| 3.1 | 二階動態系統描述與參數規格設計..... | 21 |
| 3.2 | Case-I： μ 為未知且不知其上限， k 與 $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的模擬..... | 22 |
| 3.3 | Case-II： $d(t)$ 之常數部分 d_0 為未知且不知其上限， m 、 k 與 $\delta(t)$ 之上限 δ_{max} 為已知的模擬..... | 41 |
| 3.4 | Case-III： m 與 k 為未知且不知其上限， $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的模擬..... | 45 |
| 3.5 | 模擬結果探討..... | 50 |
| 第四章 | 結論與未來展望..... | |
| 4.1 | 結論..... | 51 |
| 4.2 | 未來展望..... | 53 |
| 參考文獻 | | 54 |
| 附錄 | | 57 |

表 目 錄

| | 頁次 |
|--|----|
| 表 3.1 Case-I : μ 為未知且不知其上限, k 與 $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的的參數規格..... | 21 |
| 表 3.2 Case-II : $d(t)$ 之常數部分 d_0 為未知且不知其上限, m 、 k 與 $\delta(t)$ 之上限 δ_{max} 為已知的參數規格..... | 22 |
| 表 3.3 Case-III : m 與 k 為未知且不知其上限, $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的參數規格..... | 22 |

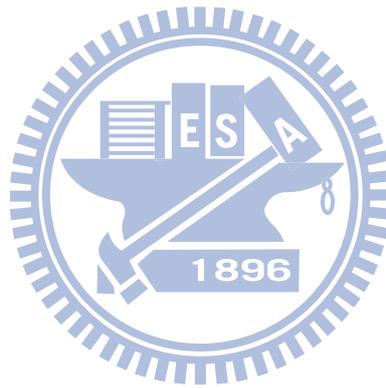


圖 目 錄

| | 頁次 |
|--|----|
| 圖 2.1 質量彈簧阻尼系統..... | 4 |
| 圖 2.2 切換函數 $sign(s(x))$ | 6 |
| 圖 2.3 迫近模態與順滑模態..... | 7 |
| 圖 2.4 沿順滑面之軌跡切換..... | 8 |
| 圖 2.5 參考模型適應控制..... | 10 |
| 圖 2.6 系統追蹤誤差的軌跡..... | 13 |
| 圖 2.7 質量估測誤差的軌跡..... | 13 |
| 圖 2.8 系統追蹤誤差的軌跡(有 d)..... | 14 |
| 圖 2.9 質量估測誤差的軌跡(有 d)..... | 15 |
| 圖 3.1 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 24 |
| 圖 3.2 順滑函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 24 |
| 圖 3.3 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 25 |
| 圖 3.4 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 25 |
| 圖 3.5 控制輸入($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 26 |
| 圖 3.6 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 27 |
| 圖 3.7 順滑函數的軌跡($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 27 |
| 圖 3.8 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 28 |
| 圖 3.9 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 28 |
| 圖 3.10 控制輸入($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)..... | 29 |
| 圖 3.11 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)..... | 30 |
| 圖 3.12 順滑函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)..... | 30 |
| 圖 3.13 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)..... | 31 |
| 圖 3.14 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)..... | 31 |
| 圖 3.15 控制輸入($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)..... | 32 |
| 圖 3.16 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)..... | 33 |
| 圖 3.17 順滑函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)..... | 33 |
| 圖 3.18 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)..... | 34 |
| 圖 3.19 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)..... | 34 |
| 圖 3.20 控制輸入($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)..... | 35 |
| 圖 3.21 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 36 |
| 圖 3.22 順滑函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 36 |
| 圖 3.23 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 37 |
| 圖 3.24 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 37 |
| 圖 3.25 控制輸入($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 38 |

| | |
|---|----|
| 圖 3.26 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$)..... | 39 |
| 圖 3.27 順滑函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$)..... | 39 |
| 圖 3.28 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$)..... | 40 |
| 圖 3.29 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$)..... | 40 |
| 圖 3.30 控制輸入($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$) | 41 |
| 圖 3.31 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 43 |
| 圖 3.32 順滑函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 43 |
| 圖 3.33 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 44 |
| 圖 3.34 外界干擾常數部份估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$) | 44 |
| 圖 3.35 控制輸入($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$) | 45 |
| 圖 3.36 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_k=0.5$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 47 |
| 圖 3.37 順滑函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_k=0.5$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)..... | 47 |
| 圖 3.38 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 、 $\gamma_k=0.5$ 及 $p=1$)... | 48 |
| 圖 3.39 質量估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 、 $\gamma_k=0.5$ 及 $p=1$)..... | 48 |
| 圖 3.40 彈性係數估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 、 $\gamma_k=0.5$ 及 $p=1$) | 49 |
| 圖 3.41 控制輸入($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 、 $\gamma_k=0.5$ 及 $p=1$) | 49 |
| 附錄圖一 Case-I： μ 為未知且不知其上限， k 與 $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的 MATLAB/SIMULINK 模擬 方塊圖..... | 57 |
| 附錄圖二 Case-II： $d(t)$ 之常數部分 d_0 為未知且不知其上限， m 、 k 與 $\delta(t)$ 之上限 δ_{max} 為已知的 MATLAB/ SIMULINK 模擬方塊圖..... | 58 |
| 附錄圖三 Case-III： m 與 k 為未知且不知其上限， $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的 MATLAB/SIMULINK 模擬 方塊圖..... | 59 |

符 號 說 明

| | |
|----------------|---------------------|
| u | : 控制輸入 |
| d | : 外界干擾 |
| d_{max} | : 外界干擾的上限 |
| d_0 | : 外界干擾的常數部份 |
| \hat{d}_0 | : 估測的外界干擾常數部份 |
| \tilde{d}_0 | : 外界干擾常數部份的估測誤差 |
| δ | : 外界干擾的變動部份 |
| δ_{max} | : 外界干擾變動部份的上限 |
| r | : 參考模型的控制輸入 |
| x | : 系統的狀態變數 |
| x_m | : 參考模型的狀態變數 |
| \tilde{x} | : 系統與參考模型狀態變數間的追蹤誤差 |
| m | : 系統質量 |
| \hat{m} | : 估測的系統質量 |
| \tilde{m} | : 系統質量的估測誤差 |
| m_0 | : 無外加負載的系統慣量 |
| μ | : 外加負載 |
| $\hat{\mu}$ | : 估測的外加負載 |
| $\tilde{\mu}$ | : 外加負載的估測誤差 |
| b | : 阻尼係數 |
| k | : 彈性係數 |
| \hat{k} | : 估測的彈性係數 |
| \tilde{k} | : 彈性係數的估測誤差 |
| s | : 順滑函數 |
| λ | : 順滑函數的正值常數 |
| ε | : 順滑層單邊厚度 |
| V | : 里奧波諾夫函數 |
| α | : 參考模型的正值常數 |
| γ | : 適應增益 |
| p | : 里奧波諾夫函數遞減因子 |

第一章 緒論

1.1 研究背景

順滑模態控制[1-11]的基本概念是必須先設計一個順滑面(sliding surface)，再經由控制手段迫使系統軌跡在有限時間內進入此順滑面，且一旦系統軌跡進入後便再也無脫離，而只能在此順滑面上運動，且朝著控制目標點前進，並確保系統的穩定性。順滑模態控制對於不確定系統具有強健的對策[7,10]，尤其對於滿足匹配式條件及已知上限量的外界干擾，更是具有完全消除的能力，但傳統的順滑模態控制器，需事先掌握不易獲得的未知參數上限，以確保受控系統的穩定。

適應控制[12-17]的基本概念是透過線上量測系統輸出訊號的方式，來估測受控體的未知參數，並運用所估測的參數當做系統的控制輸入，經由適應機制(adaptation mechanism)更新待調整的參數，來達到控制目標的一種技術。適應控制對於已知系統但具未知量參數的受控體(plant)，具有強健的對策，但對於外界干擾或系統具不定量時，則適應控制很容易喪失它的穩定性[18]。

綜上所述，順滑模態控制和適應控制具有互補的特性，且近來已有不少研究[19-34]結合順滑模態控制和適應控制，發展出參考模型適應性順滑模態控制器，依相關文獻之研究成果可確知，參考模型適應性順滑模態控制器對於具有未知上限的參數、系統不定量及已知上限的匹配式外界干擾等之系統，具有強健的特性，另外尚擁有良好的暫態特性，且對順滑模態控制易產生的切跳(chattering)現象有改善效果，並能夠保證系統穩定以及追蹤收斂等優點。

1.2 研究動機

目前的控制器種類很多，且迭有創新之做法，但以工程實務運用而言，應用最為廣泛的仍是問世超過 60 年的比例積分微分(Proportional Integral Differential, PID)控制器，超過 90%[35,36]的工業運用實例採用 PID 控制器，主要係因對大多數系統而言，其具有結構簡單、穩定性良好、工作可靠等優點。但其缺點是，被控系統的參數調整不易，需要依靠經驗及不斷的利用實驗試誤過程才能獲得，且假如調整的不好，不只是控制效能會變的很差，亦可能造成系統不穩定；且經調整好的參數，只能運用在系統某一負載結構下，若系統的負載結構大幅改變，則其參數可能需經重新調整才能適用，故對於具有

未知參數、外界干擾及不定量的系統，PID 控制器顯然不是最佳的選擇。

雖然有些研究者嘗試將傳統 PID 控制器與一些現代化的控制理論相結合，如導入主極點配置法、模糊類神經網路及基因演算法等，研製智慧型 PID 控制器，例如近幾年已被提出的最小次方支援向量機器(Least Squares Support Vector Machine, LS-SVM)[37]，它是 SVM 的延伸，SVM 擁有簡單的拓撲學(topological)結構，以及良好的歸納(generalization)能力，在機器的學習領域有很大成就，已被運用在類別系統(classification)分級、程式復原及時間序列的預測等領域，但一般被運用於離線(Off-Line)方式識別待預測系統的模型。

在面對系統之不確定量或外界之干擾時，現階段已有許多研究者嘗試利用順滑模態控制與適應控制來處理，並獲得不錯的成果，故針對傳統的順滑模態控制器設計，需事先掌握不易獲得的未知參數上限，以確保受控系統穩定的問題，本論文將結合順滑模態控制與適應控制兩種控制法則，針對二階動態系統研製具即時(On-Line)估測能力之適應性順滑模態控制器，以即時估測的方式取得系統的未知參數。

1.3 研究方法與本文架構

本論文將結合順滑模態控制與適應控制兩種控制法則，針對二階動態系統研製具即時(On-Line)估測能力之適應性順滑模態控制器，在第二章的第 1 節說明雖然大部份的實際系統並非二階系統，但可透過模型降階(model reduction)技術[38]，將受控體變為二階系統，故本論文將以常見的二階 MBK 機械系統為例，做為適應性順滑模態控制器的驗證系統，第 2、3 節分別針對順滑模態控制理論及適應控制理論的特點做一概要性簡介，於第 4 節說明控制器的設計過程，並根據系統特性的差異歸納出三種情況，分別提出不同的適應性順滑模態控制方式，以解決高增益輸入、外界干擾、估測誤差等問題，其中包括三個設計步驟，首先給定適當的參考模型，其次是選定順滑模態函數，並依據不同的系統特性設計里奧波諾夫函數，最後再求得適應性順滑模態控制法則。在第三章中為了驗證適應性順滑模態控制器的可行性，以常見的二階 MBK 機械系統進行數值模擬，從模擬結果中可以看出系統的響應確實對外界干擾具有強健性，而且高增益輸入的問題也可獲得改善，至於系統的未知參數，也可經由適應性法則來降低其估測誤差。在第四章中則針對所設計的控制器與數值模擬結果進行探討與分析，並提出未來可再進一步研究及探討的發展方向。

第二章 二階動態系統之適應性順滑模態控制器設計

在面對系統之不確定量或外界之干擾時，現階段已有許多研究者嘗試利用順滑模態控制與適應控制來處理，並獲得不錯的成果[19-34]，其中順滑模態控制對於不確定系統具有強健的特性，尤其是對於滿足匹配式條件及已知上限量的外界干擾，更是具有完全消除能力；而適應控制則可透過線上量測系統的輸出訊號，來估測受控體的未知量參數，並運用所估測的參數當做系統的控制輸入，經由適應機制(adaptation mechanism)來調整參數，本論文將結合以上兩種控制法則，針對二階動態系統研製具即時(On-Line)估測能力之適應性順滑模態控制器，用來改善傳統順滑模態控制器須事先掌握系統未知參數上限之缺點，以及提高一般適應控制器因外界干擾或系統不定量影響所喪失的系統穩定度與精確度。本章第 1 節說明將以常見的二階的 MBK 機械系統為例，做為適應性順滑模態控制器的驗證系統，第 2、3 節將分別針對順滑模態控制法則及適應控制法則等理論做一概要性簡介，並於第 4 節將研製的整合型控制器設計做完整說明。

2.1 系統與問題描述

一般的實際系統雖然具有非線性特性，但是為了控制目的，通常利用線性化的方式將其化為具有不確定量之線性系統，如下所示：

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + d(t, x) \quad (2.1)$$

其中 $x(t) \in R^n$ 是系統的狀態變數， $u(t) \in R^m$ 是控制輸入向量，而 $d(t, x) \in R^n$ 則是系統所受外部之干擾或本身之不確定量。

為了達到控制目的，設計控制器時，通常會先選定適當的系統參考模型，一般可由下列式子描述：

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad (2.2)$$

其中 $x_m(t) \in R^n$ 為參考模型的狀態， $r(t) \in R^m$ 為參考模型的輸入。接著定義追蹤誤差如下：

$$\tilde{x}(t) = x(t) - x_m(t) \quad (2.3)$$

此式對時間微分，並將(2.1)及(2.2)式代入後，可得追蹤誤差的動態方程式：

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A_m \tilde{x} + (A - A_m)x + Bu + d - B_m r \quad (2.4)$$

為了找出控制輸入 u ，使得狀態誤差在有限時間內趨近於零，通常系統必須滿足下列條件：

(I) (A, B) 是可控的。

(II) A_m 是一個穩定的矩陣。

在前述之條件下，本論文所建構之適應性順滑控制，可透過系統之輸出與輸入，來有效控制並確保系統的穩定性，減少 $d(t, x)$ 對追蹤誤差 $\tilde{x}(t) = x(t) - x_m(t)$ 的影響，使得欲控制的目標能正確地跟隨所設定的參考模型。

本論文以二階系統為探討對象，雖然大部份的實際系統並非二階系統，但可透過模型降階(model reduction)技術，將受控體變為二階系統，例如常見的機械系統通常化為二階的 MBK 系統，表示式如下：

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F \quad (2.5)$$

如圖 2.1 所示，其中 F 為外部施力，還包括分別具有質量 m 、彈性係數 k 與阻尼係數 b 的受控體、彈簧與阻尼器；事實上，一般的機械受控系統都具有相同的模式，並且考慮外界干擾與系統本身的不確定量，進一步將系統表為

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = u + d(t) \quad (2.6)$$

其中 u 為輸入， $d(t)$ 為不確定量，本論文將以此系統為例，說明及驗證所研製之適應性順滑模態控制器。

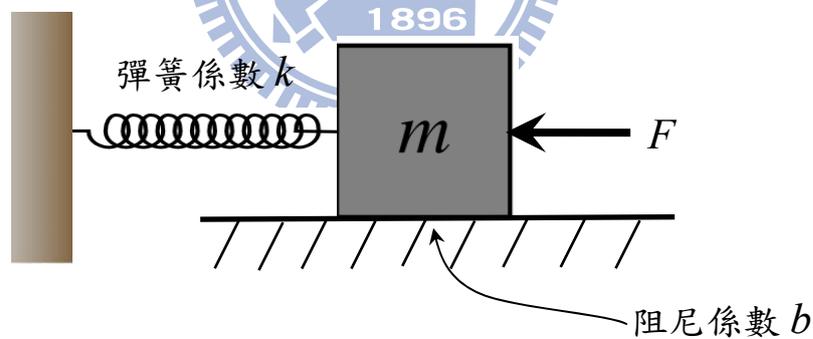


圖 2.1：質量彈簧阻尼系統

2.2 順滑模態控制理論

順滑模態理論為可變結構系統(Variable Structure System, VSS)的理論之一，所謂可變結構系統就是一種可以改變結構的系統，它必須包含兩個以上的子系統，並且具備特定的切換條件(switching condition)，視情況之需要，將系統切換於各子結構之間，以達到設計的目的。換句話說，可變結構控制是先使受控系統產生兩個以上的子結構，再利

用一些刻意加入的切換條件，來達到控制目標的一種技術[8]。

依據文獻的記載，早在 1950 年代，前蘇聯就已經有一批學者和工程師們將可變結構控制技術應用到馬達的控制上，並注意到一個非常重要且有趣的系統行為—順滑模態(sliding mode)，其後的可變結構控制也幾乎都是建構在順滑模態的基礎上去設計的。

使用順滑模態控制時，必須先設計一個順滑面(sliding surface)，再經由控制手段迫使系統軌跡進入此順滑面，且一旦進入後便再也無法脫離，而只能在此順滑面上運作，並且朝著控制目標前進。

可變結構系統具有三個重要且獨特的性質：(A)系統的穩定性與子結構的穩定性無關、(B)系統可具有順滑模態的行為及(C)系統對雜訊具有穩健性。雖然可變結構系統具有相當多的優點，但也有一些值得關切的缺失，其中最受詬病的是切跳(chattering)現象和不合理的高增益(high gain)輸入。在實際的系統中，切跳現象的產生主要是因為切換條件無法在極短的瞬間內完成，也就是說一定會面臨到時間延遲的效應，造成系統軌跡在順滑模態的兩側不斷快速地來回振盪，目前對切跳問題的處理，都是採用簡單的順滑層(sliding layer)概念來加以改進[11]，但代價是降低了系統的精確度。至於高增益輸入的使用，主要是為了消除系統雜訊，但是對實際的系統而言，其輸入可能無法達到高增益的需求，此外高增益經常引發難以預估的高頻響應，造成不良的暫態響應。為了降低前述之問題對系統所帶來的影響，本論文將結合適應性法則來設計順滑模態控制器，以有效減抑切跳現象與產生適當的控制輸入。

談到可變結構控制或順滑模態控制，一定會提到它們對消除匹配式外界干擾的優越能力，在此先概要說明匹配式外界干擾所代表的意義。考慮一具有外界干擾(disturbance)的系統，其表示式為

$$\dot{x} = Ax + Bu + d \quad (2.7)$$

令輸入矩陣 B 為一滿秩(full rank)矩陣，即 $\text{rank}(B)=m$ 。當 $\text{rank}(B,d)=m$ 時，則稱 d 是一個匹配式外界干擾，可表為[8]

$$d = B\delta \quad (2.8)$$

當 $\text{rank}(B,d)>m$ 時，則 d 不再是匹配式外界干擾，通常表為

$$d = B\delta + d' \quad (2.9)$$

其中 $B\delta$ 是 d 中匹配式部份，而 d' 為非匹配式部份，根據系統理論，由於非匹配式 d' 不在控制之子空間中，因此無論採用何種控制手段都只能將其減抑，而無法將其完全消除。

在設計可變結構系統時，所處理的數學模式是以狀態變數方程式為對象，通常考慮

如下的系統：

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.10)$$

其中 $x \in R^n$ 為系統狀態， u 是包括切換條件的控制輸入，其切換時機由狀態變數來決定，並以 $x=0$ 為系統的平衡點，也是系統設計的目標點。對單輸入系統而言，通常控制輸入表為

$$u = \begin{cases} u^+ & s(x) > 0 \\ u^- & s(x) < 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

其中 $s(x)$ 為順滑函數(sliding function)，對時間 t 必須是一次可微，而且 $u^+ \neq u^-$ ，在控制輸入中一般包含 $sign(s(x))$ 的切換函數，其表示式為

$$sign(s(x)) = \begin{cases} 1 & s(x) > 0 \\ -1 & s(x) < 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

如圖 2.2 所示。

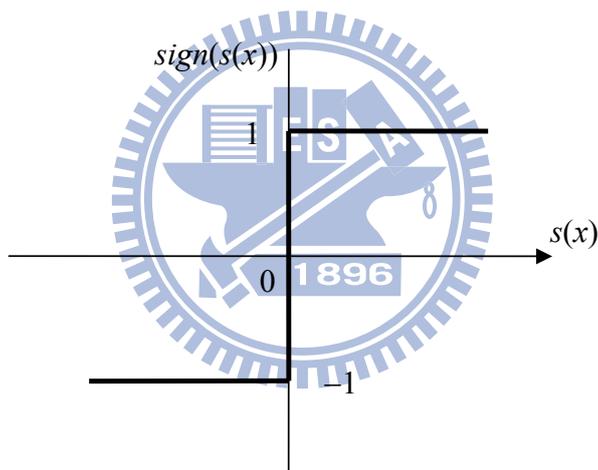


圖 2.2 切換函數 $sign(s(x))$

順滑模態的產生，基本上可歸納為兩個程序，首先當系統在超空間 $s(x)=0$ 之外時，應確保所有軌跡在有限的時間內被引導至所設計的超空間，此引導過程稱為迫近模態(reaching mode)；其次，一旦系統進入超空間後，必須保證不再離開，並且朝著目標點 $x=0$ 逼近，稱此系統在超空間中的軌跡為順滑模態(sliding mode)，以圖 2.3 為例，在初始時間 $t=0$ 時，系統狀態由 $x(0)$ 被迫推向超空間，並在有限時間 t_h 內到達，一旦系統進入此超空間，便不再脫離，且朝著目標點 $x=0$ 逼近，最終達到 $x(\infty) \rightarrow 0$ 的目標。

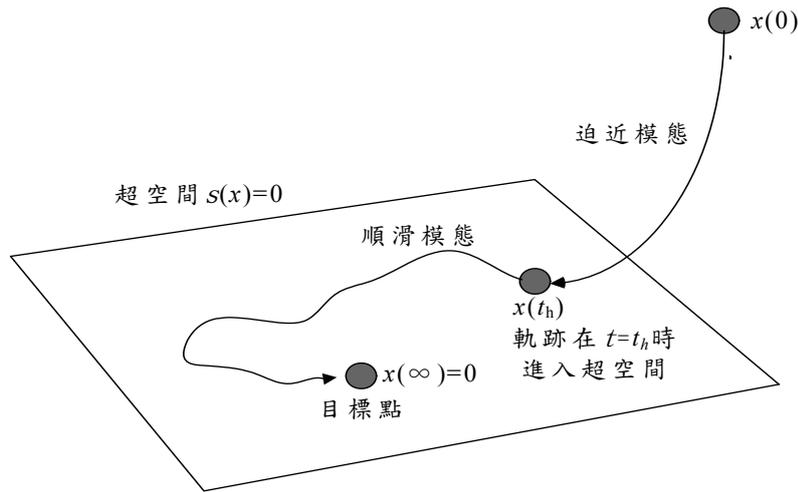


圖 2.3 逼近模態與順滑模態

由於超空間 $s(x) = 0$ 存在順滑模態，故有時也稱之為順滑面(sliding surface)，對單一切換條件的系統而言，順滑模態就是在順滑面上產生。理論上，若切換條件可真正達成，則代表系統確實擁有無窮大頻率的切換能力，但是此情況在實際的系統絕不可能發生，故應用時必須將切換條件適度調整，目前最常採用的是以順滑層(sliding layer)來取代順滑模態，其表示式為

$$\text{sat}(s(x)) = \begin{cases} 1 & s(x) > \varepsilon \\ s/\varepsilon & |s(x)| \leq \varepsilon \\ -1 & s(x) < -\varepsilon \end{cases} \quad (2.13)$$

如圖 2.4 所示，此外，由於順滑面是一個連續的交接面，將原空間分割成兩個子空間，從點的連續性觀點可知，假若順滑面表示為 $s(x) = 0$ ，則代表另外兩個子空間應分別為 $s(x) > 0$ 和 $s(x) < 0$ 。若再仔細觀察系統軌跡在順滑面附近 $s(x) \rightarrow 0$ 的行為時，可獲得下列結論：

當 $s(x) > 0$ 時， $s(x)$ 的值必須隨時間遞減，即 $\dot{s}(x) < 0$ ；

當 $s(x) < 0$ 時， $s(x)$ 的值必須隨時間遞增，即 $\dot{s}(x) > 0$ 。

以數學式表示為[3]

$$\lim_{s \rightarrow 0} s\dot{s} < 0 \quad (2.14)$$

此式即順滑條件，但須特別注意的是，此順滑條件適用範圍被侷限在極微小的 $s(x) \rightarrow 0$ 空間中，故除非系統一開始便擺在順滑模態上，否則在實際的順滑模態技術中並不適用。

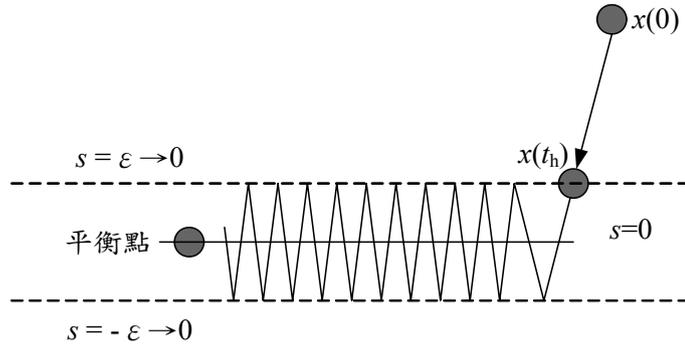


圖 2.4 沿順滑面之軌跡切換

由以上之說明，順滑模態的形成必須滿足迫近條件與順滑條件，底下介紹經常被使用的迫近條件，其表示式為[4]

$$s\dot{s} < -\sigma|s| \quad \text{當 } s \neq 0 \quad (2.15)$$

其中 $\sigma > 0$ ，接著利用 Lyapunov 定理來說明此條件如何確保在有限的時間內進入順滑模態，首先選取 Lyapunov 函數

$$V = s^2 \quad (2.16)$$

由於順滑函數 $s(x)$ 對時間 t 是一次可微，故

$$\dot{V} = 2s\dot{s} \quad (2.17)$$

在滿足迫近條件(2.15)之情況下，上式可表為

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} < 2\sigma|s| = -2\sigma\sqrt{V} < 0 \quad (2.18)$$

顯然的， $\dot{V} < 0$ ，故 V 是一個 Lyapunov 函數，呈現遞減收斂的趨勢，又由於 $\sqrt{V} > 0$ 及 $dt > 0$ ，上式經整理後可得

$$\frac{dV}{\sqrt{V}} < -2\sigma dt \quad (2.19)$$

或者是

$$\int_{V(0)}^{V(t)} \frac{dV}{\sqrt{V}} = 2\sqrt{V} \Big|_{V(0)}^{V(t)} = 2\sqrt{V(t)} - 2\sqrt{V(0)} < -2\sigma t \quad (2.20)$$

使得

$$0 < \sqrt{V(t)} - \sqrt{V(0)} < -\sigma t \quad (2.21)$$

根據此式可知當 $t = \frac{\sqrt{V(0)}}{\sigma}$ 時，將產生 $0 < \sqrt{V(t)} < 0$ 的矛盾情況，故時間 t 必須小於有限值 $\frac{\sqrt{V(0)}}{\sigma}$ ，即 $t < \frac{\sqrt{V(0)}}{\sigma}$ ，換句話說， $V(t)$ 必在有限時間 $t = \frac{\sqrt{V(0)}}{\sigma}$ 之內收斂到 0，而進入順滑面 $s = 0$ 。此外，當 $s(x) \rightarrow 0$ 時，進一步利用迫近條件(2.15)式可得 $\lim_{s \rightarrow 0} s\dot{s} < 0$ ，即保證(2.14)式之順滑條件成立，顯然地(2.15)式不但可以在有限時間內迫使系統進入順滑面，同時可確保順滑模態的產生，故可直接將(2.15)式稱為迫近順滑模態條件(approaching and sliding condition)，此乃設計順滑模態控制器時最常使用的設計條件。

2.3 適應控制理論

一般被控制的動態系統都會有固定或變動緩慢的未知量參數，例如電力系統在各負載條件下，容易遭受到如負載突升、突降或因設備故障引起系統擾動等的變動量，對於這樣的系統，適應控制法則具有良好的控制效果。

適應控制的基本概念是透過線上量測系統輸出訊號的方式，來估測受控體的未知量參數，並運用所估測的參數當做系統的控制輸入，經由適應性機制(adaptation mechanism)更新待調整的參數，來達到控制目標的一種技術[17]。

有關適應(adapt)所代表的意義，根據偉伯斯特字典的解釋為「改變自身，將可使自身的行為與新的或被改變後的情況相一致」，這樣的字義說明對於適應控制來說最為貼切。

依據文獻的記載，有關適應控制發展的起源，早在 1950 年代就已經開始，當初是為了具有大範圍速度、高度飛行，以及參數變動量大的高性能飛機自動導航所設計[39]，當面對飛機的動態改變時，適應控制可以提供自動調整控制器參數的方法，使得飛機能夠平穩飛行。但由於初期缺乏完整的學理辯證和飛行試驗的測試，無法佐證實際之應用，故而減少了研究者對於適應控制法則的興趣，使得該法則的發展停滯。但經由時間的演進，加以使用非線性控制理論的各種技術陸續被提出，使得適應控制理論更臻成熟，並在各種領域有很多實際應用，例如機器人操作，飛機和火箭控制，化學流程，電力系統，船舶駕駛和生物工程等。

在一些控制作業中，例如機器人的操作過程，由於受控系統一開始操作後便具有參數未知量，除非經由線上的適應性估測機制漸次降低這樣的參數未知量，否則它可能造成系統的不穩定或不精確。又例如電力系統，在一開始的系統動態可以被完全掌握，但

是在控制操作持續進行的過程中，卻無法準確預知參數的變動，如果沒有控制器的連續調整，最初的控制器可能無法有效控制變動中的受控體。

在很多實際的問題，例如機器人控制、飛機控制及流程控制等，都具有參數未知量或未知變化的情況，而適應控制的基本的目的，便是讓受控體能在此情況下保持一致的性能。

依發展歷程，目前建構適應控制器的方法主要有兩種[17]，一個是參考模型適應控制(Model-Reference Adaptive Control, MRAC)，另一個是自我調整控制(Self-Tuning Control, STC)。這兩種控制的形成各有不同的觀點與展望，在 MRAC 系統裡，控制器重覆的更新調整參數，以便讓受控體和參考模型兩者的輸出追蹤誤差減到最小；而在 STC 系統裡，雖然控制器也在不斷的更新調整參數，但是主要是採用數據調和(data-fitting)的方法，讓輸入與輸出的量測值能夠與參考數據的誤差減到最小。比較兩種控制器可知，STC 的靈活性高，可用於各式各樣的受控系統，不過受控系統的信號必須足夠，否則無法讓被估測的參數收斂至實際的參數，並導致系統的穩定性和精確性無法獲得確保。但是在 MRAC 系統裡，並沒有受控系統信號足夠與否的限制，且能夠有效減抑追蹤誤差並確保系統的穩定性，故本文中將選用 MRAC 來估測系統的未知參數。

一般來說，MRAC的架構可用圖2.5來表示，它包括四個部份：具未知參數的受控體、參考模型，控制器和適應法則(adaptation mechanism)。

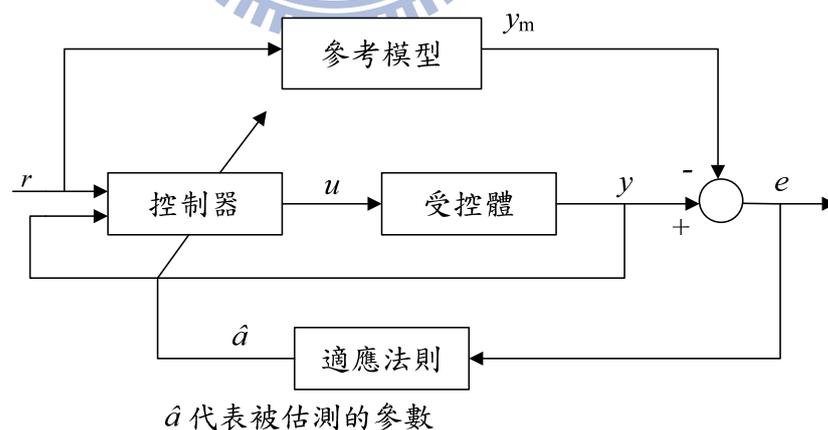


圖 2.5 參考模型適應控制

參考模型是指系統所期望獲得之響應的參考對象，選擇適當的參考模型是設計 MRAC 系統的第一個步驟，這個選擇必須滿足兩個要求，其一，參考模型應該反映出系統規格，例如上升時間，安定時間，超越量或頻率響應等特性；其二，參考模型的響應

必須是可達成的，亦即，參考模型的結構在選擇上會有一些固有的限制，例如階數或相對等級，這些限制必須取決於受控體的架構。

控制器參數通常是經由一些可調整參數的重覆修正而獲得。為了確保追蹤收斂 (tracking convergence) 的可行性，控制器必須具有追蹤能力，亦即當受控體參數為已知時，控制器可讓受控體產生與參考模型相同的輸出。而當受控體參數為未知時，適應機制將調整控制器參數，漸近式地達成追蹤任務。現有的適應控制設計通常要求控制器具有線性化的參數，以確保系統穩定以及追蹤收斂。

在 MRAC 系統裡，受控體的參數通常是未知的，但適應法則會調整控制參數，使得受控體在適應控制下的響應變得與參考模型相同，而在傳統的控制系統裡，受控體的參數通常是已知的，當受控體參數未知時，便無法使用傳統的控制器，這是傳統控制與適應控制主要差別的地方。

適應法則設計主要是在產生一個適應機制，以確保受控系統穩定，且當控制參數被改變時，仍可使追蹤誤差收斂到零。由於適應控制屬於非線性控制法則，在控制器的設計過程中，必須採用非線性的定理來分析，例如里奧波諾夫 (Lyapunov) 定理，Hyperstability 定理和 Passivity 定理。這些定理各有其優點及方便性，在本論文中將使用里奧波諾夫理論為分析工具。

在傳統的控制設計過程中，受控體的參數通常是已知的，因此當受控體參數為未知時，便無法使用傳統的控制器，此時可採用適應控制，經由適應法則來調整控制器的參數。在適應控制器的設計過程中，通常包含以下的三個步驟：

- (I) 選擇一個包含可調參數的控制法則，
- (II) 選擇一個適應法則來調整控制參數，
- (III) 分析所產生之控制系統的收斂特性。

底下以一個標準的 MRAC 控制器設計與模擬實例 [17]，詳細說明上述三個步驟的設計流程。假定在非光滑平面上有一未知質量 m 的物體受到外力 u 的作用，其動態方程式為

$$m\ddot{x} = u \quad (2.22)$$

假設系統響應的參考模型為

$$\ddot{x}_m + \lambda_1 \dot{x}_m + \lambda_2 x_m = \lambda_2 r(t) \quad (2.23)$$

在此模型中 $r(t)$ 為輸入，經由適當選擇常數 λ_1 與 λ_2 ，令輸出 x_m 為受控系統所期望的輸出，由於無法得知質量 m 值，在步驟 (I) 中先選定包含可調參數 \hat{m} 之控制法則如下：

$$u = \hat{m}(\ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x}) \quad (2.24)$$

將其代入(2.22)式可得

$$m\ddot{x} = u = \hat{m}(\ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x}) \quad (2.25)$$

此式等號兩邊同減 $m(\ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x})$ 後成為

$$m(\ddot{\tilde{x}} + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + \lambda^2\tilde{x}) = (\hat{m} - m)(\ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x}) \quad (2.26)$$

亦即

$$m\dot{s} + \lambda ms = \tilde{m}v \quad (2.27)$$

其中 $\tilde{m} = (\hat{m} - m)$ 代表參數的估測誤差，而

$$s = \dot{\tilde{x}} + \lambda\tilde{x} \quad (2.28)$$

$$v = (\ddot{x}_m - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x}) \quad (2.29)$$

接著進行步驟(II)，選擇調整控制參數的適應法則如下：

$$\dot{\hat{m}} = -\gamma vs \quad (2.30)$$

其中適應增益 γ 為正值的常數，最後於步驟(III)使用里奧波諾夫(Lyapunov)定理來分析系統的穩定性與參數的收斂性，選定的里奧波諾夫函數如下：

$$V = \frac{1}{2} \left(ms^2 + \frac{1}{\gamma} \tilde{m}^2 \right) \quad (2.31)$$

將此式微分，並利用(2.27)及(2.30)式可得

$$\dot{V} = -\lambda ms^2 \quad (2.32)$$

根據 Barbalat's 輔助定理[17]，可知 s 將收斂至零，再由(2.28)式，可得位置追蹤誤差 \tilde{x} 及速度追蹤誤差 $\dot{\tilde{x}}$ 亦將收斂至零，達到控制目的。

利用模擬軟體 MATLAB/SIMULINK 進行上例的模擬，設定未知的系統質量 $m=2$ 、可調參數 \hat{m} 的初始值為零、適應增益 $\gamma=0.5$ 、參考模型之輸入 $r(t)=\sin(4t)$ ，參數 $\lambda_1=10$ 、 $\lambda_2=25$ 、 $\lambda=6$ ，並假定初始條件 $\dot{x}(0)=\dot{x}_m(0)=0$ 及 $x(0)=x_m(0)=0.5$ ，模擬結果如圖 2.6 及 2.7 所示。由圖 2.6 及 2.7 可以明顯看出系統的追蹤誤差收斂到零，且待估測參數與實際參數的誤差也收斂到零，確實達到期望的響應，證明 MRAC 控制器的確具有良好的控制效果與估測能力。

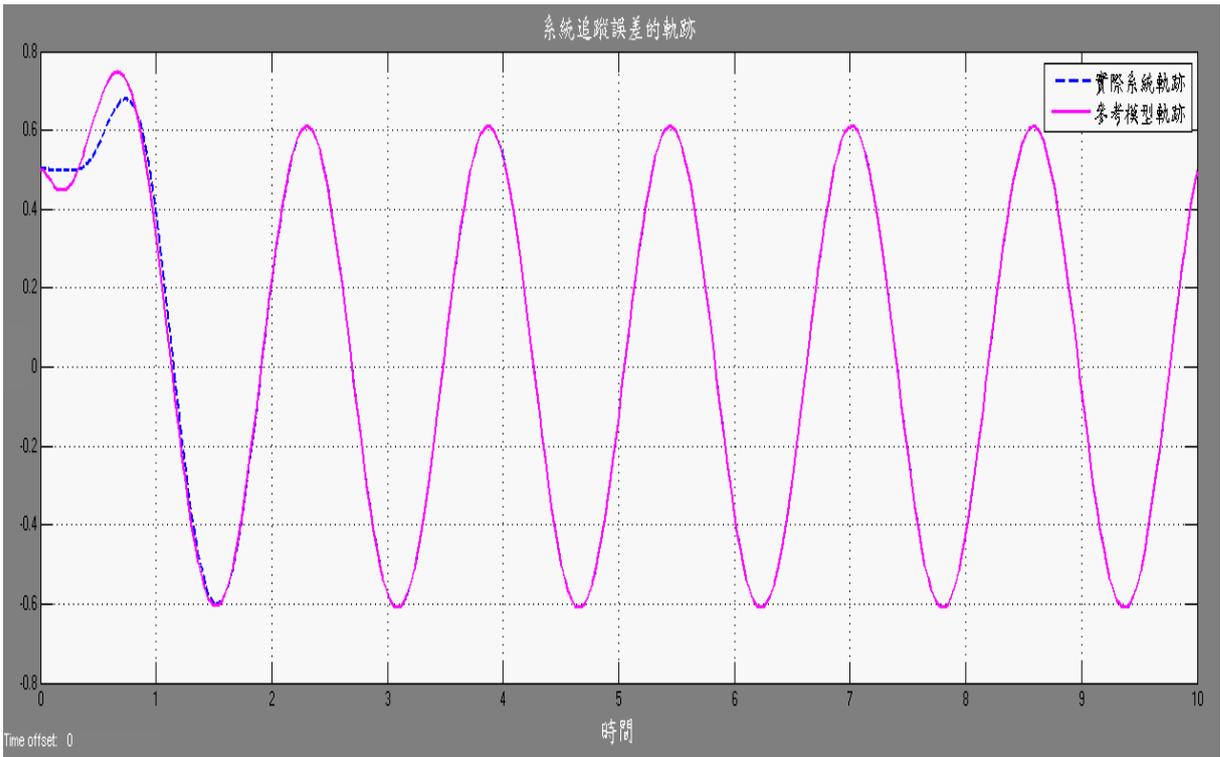


圖 2.6 系統追蹤誤差的軌跡

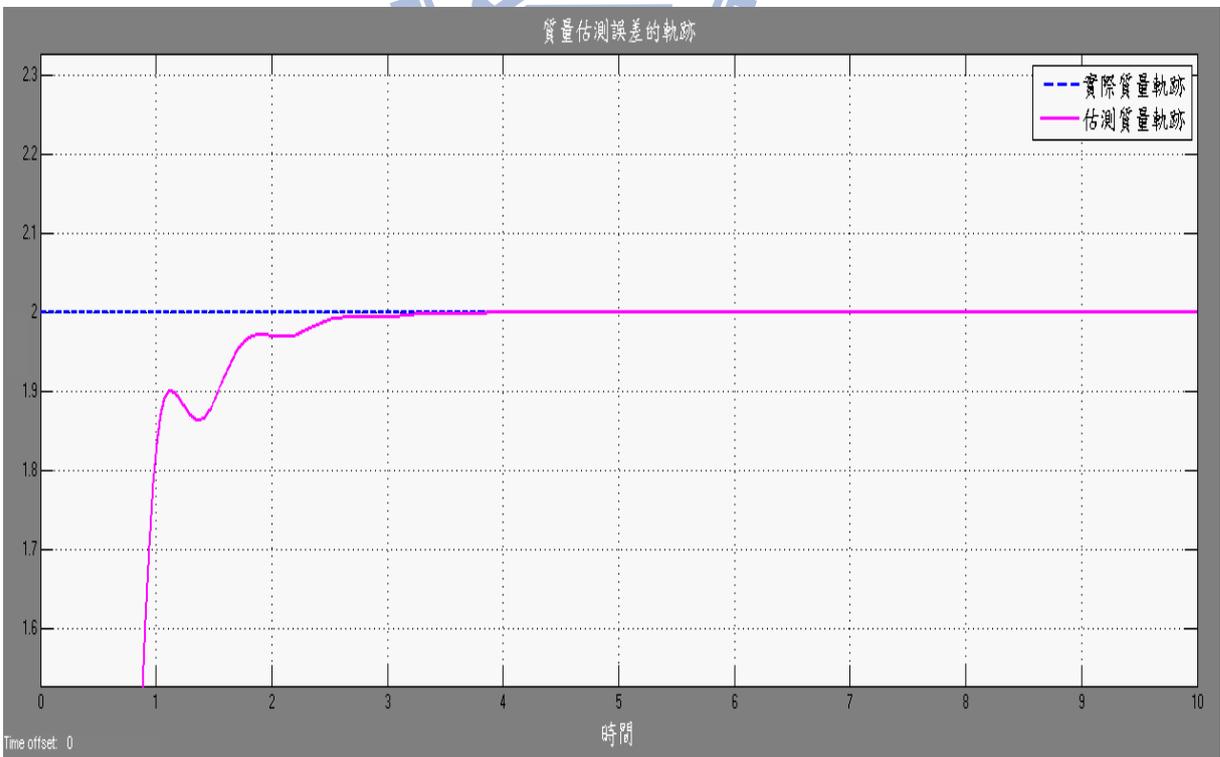


圖 2.7 質量估測誤差的軌跡

在上述模擬中系統並不存在未知的外界干擾量，若將受控體之動態方程式(2.22)式修改為

$$m\ddot{x} = u + d \quad (2.33)$$

其中 d 代表未知外界干擾量，令 $d=\sin(t)$ 且其他系統參數值不變的情況下進行模擬，其模擬結果如圖 2.8 及 2.9 所示。由圖 2.8 及 2.9 可以明顯的看出，系統的追蹤誤差及待估測參數與實際參數的誤差無法在有限時間內收斂到零，這是 MRAC 控制器因外界干擾或系統不定量而喪失穩定度及狀態估測器因而降低系統精確度等之缺點。

針對 MRAC 控制器的缺點，本論文嘗試結合對滿足匹配式條件及已知上限量的外界干擾，具有完全消除能力的順滑模態控制，研製具即時(On-Line)估測能力二階動態系統之適應性順滑模態控制器，並輔以里奧波諾夫(Lyapunov)定理證明其穩定性，設計出一具有強健特性之控制器，以使受到外界干擾的系統能夠達到穩定控制之目的，下一節將對二階動態系統之適應性順滑模態控制器設計做一完整性說明，並舉實例驗證其可行性。

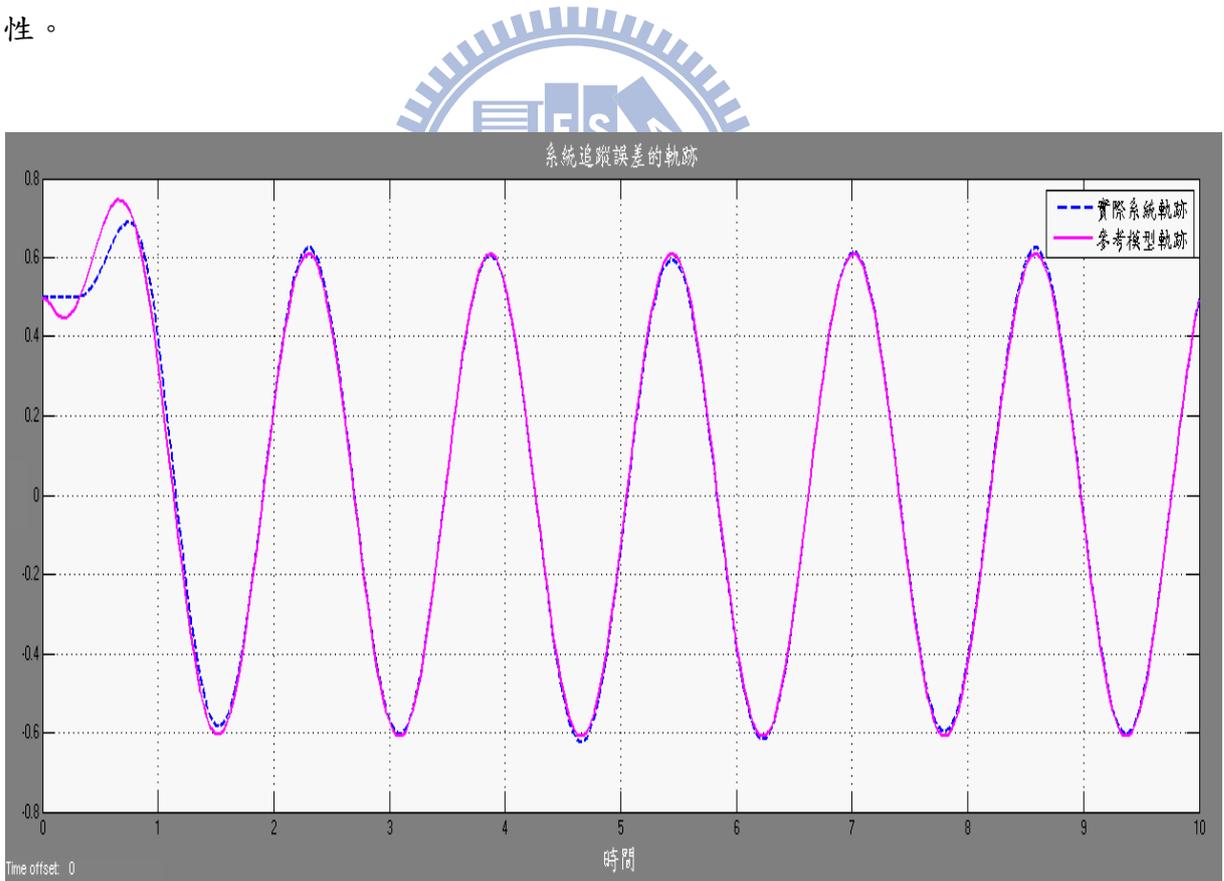


圖 2.8 系統追蹤誤差的軌跡(有 d)

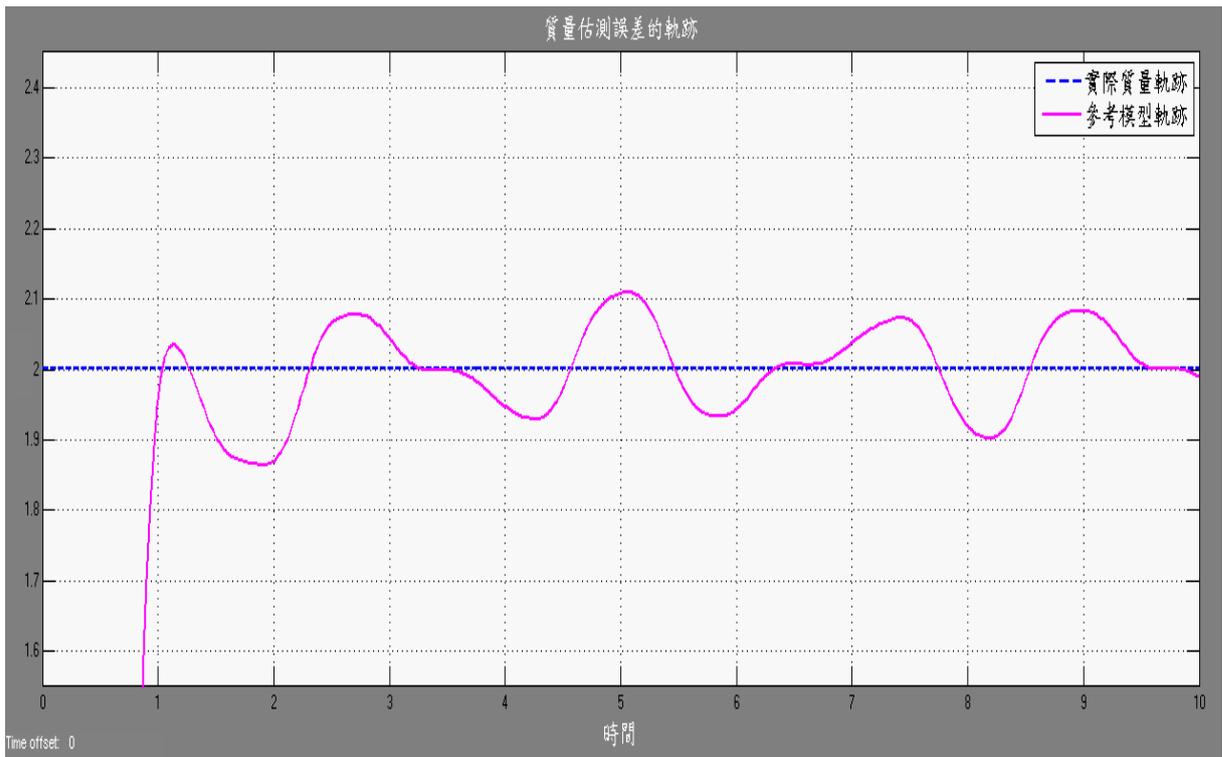


圖 2.9 質量估測誤差的軌跡(有 d)

2.4 二階動態系統之適應性順滑模態控制器設計

本論文以常見的二階 MBK 機械系統為探討對象，包括具質量 m 的受控體、彈性係數 k 的彈簧與阻尼係數 b 的阻尼器，如圖 2.1 所示，並且考慮外界干擾與系統本身的不確定量，其數學模式如(2.6)式，表為

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = u + d(t) \quad (2.34)$$

其中 u 為輸入， $d(t)$ 為外界干擾但具有已知上限。由於質量 m 包括外加負載 μ ，當負載 μ 為未知時，質量 m 亦為未知且不知其上限，此外在一般狀況下，由於摩擦力極小，因此在設計控制器時通常將阻尼係數 b 忽略不計，至於彈性係數 k 屬於系統本身的特性，可利用估測技術求得，根據以上之描述，本論文將針對以下之系統設計控制器，其數學模式為

$$m\ddot{x} + kx = u + d(t) \quad (2.35)$$

其中 $m = m_0 + \mu$ ， m_0 為無外加負載之系統慣量， μ 為未知且不知其上限的外加負載，此外對於具已知上限之外界干擾將分為兩種類型來探討，其一為 $|d(t)| \leq d_{max}$ ，即已知外界

干擾的上限為 d_{max} ，其二為 $d(t) = d_0 + \delta(t)$ ，其中 d_0 代表 $d(t)$ 的未知常數部分，而 $|\delta(t)| \leq \delta_{max}$ ，即已知外界干擾變動部分的上限為 δ_{max} 。

雖然設計控制器時 b 忽略不計，但是在數值模擬時仍會引入一個極小的值，以便觀察它的影響，底下將分三個步驟來說明控制器的設計過程。

Step-1：選擇適當的參考模型

參考模型是指系統所期望獲得之響應的參考對象，這個選擇必須滿足兩個要求，其一，參考模型應該反映出系統規格的效能指標，例如上升時間，安定時間，超越量或頻率響應等特性；其二，參考模型的響應必須是可達成的，亦即參考模型的結構在選擇上會有一些固有的限制，例如階數或相對等級，這些限制必須取決於受控體的架構。

為了達到控制目的，設計控制器時，通常會先選定適當的系統參考模型，本論文中選定為

$$\alpha_2 \ddot{x}_m + \alpha_1 \dot{x}_m + \alpha_0 x_m = r(t) \quad (2.36)$$

其中 $x_m \in R^n$ 為參考模型的狀態， $r(t) \in R^m$ 為參考模型的輸入， α_2 、 α_1 及 α_0 均為正值。接著定義追蹤誤差為 $\tilde{x}(t) = x(t) - x_m(t)$ ，再利用適應性順滑控制，透過系統之輸出與輸入，來有效控制並確保系統的穩定性，減少 $d(t, x)$ 對追蹤誤差 $\tilde{x}(t) = x(t) - x_m(t)$ 的影響，使得系統響應能正確地跟隨所設定的參考模型。

Step-2：選擇適當的里奧波諾夫(Lyapunov)函數

為了設計控制器以及證明系統的穩定性，本論文採用里奧波諾夫(Lyapunov)定理，在選定里奧波諾夫函數前，先設定順滑函數如下：

$$s = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (2.37)$$

其中 $\tilde{x} = x - x_m$ 為追蹤誤差， λ 為正值，使得系統在 $s=0$ 時，其追蹤誤差可收斂至零，即系統響應趨近於參考模型，達到控制目的。接著利用(2.36)式，在阻尼係數 b 可忽略不計之條件下，本步驟將針對下列三種情況來選定里奧波諾夫函數：

Case-I： μ 為未知且不知其上限， k 與 $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知

在此情況下所選定之里奧波諾夫函數為

$$V = \frac{1}{2} \left(ms^2 + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\mu}^2 \right) \quad (2.38)$$

其中 γ_m 為正值，而 $\tilde{\mu} = \hat{\mu} - \mu$ 為估測誤差，代表外加負載 μ 與其估測值 $\hat{\mu}$ 之差異，由於 $V \geq 0$ ，因此只要能夠證明 $\dot{V} \leq 0$ ，即可保證 V 可收斂至定值。

Case-II： $d(t)$ 之常數部分 d_0 為未知且不知其上限， m 、 k 與 $\delta(t)$ 之上限 δ_{max} 為已知

在此情況下所選定之里奧波諾夫函數為

$$V = \frac{1}{2} \left(ms^2 + \frac{1}{\gamma_d} \tilde{d}_0^2 \right) \quad (2.39)$$

其中 γ_d 為正值，而 $\tilde{d}_0 = \hat{d}_0 - d_0$ 為估測誤差，代表外界干擾的常數部分 d_0 與其估測值 \hat{d}_0 之差異，同樣的只要能夠證明 $\dot{V} \leq 0$ ，即可保證 V 可收斂至定值。

Case-III： m 與 k 為未知且不知其上限， $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知

在此情況下所選定之里奧波諾夫函數為

$$V = \frac{1}{2} \left(ms^2 + \frac{1}{\gamma_k} \tilde{k}^2 + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{m}^2 \right) \quad (2.40)$$

其中 γ_k 及 γ_m 為正值，而 $\tilde{k} = \hat{k} - k$ 及 $\tilde{m} = \hat{m} - m$ 分別為彈性係數與質量的估測誤差，同樣的只要能夠證明 $\dot{V} \leq 0$ ，即可保證 V 可收斂至定值。

接著依據不同的里奧波諾夫函數來設計控制法則以及適應法則。

Step-3：選擇調整控制參數的控制法則及適應法則

本步驟將針對上述步驟中，不同情況所選定的里奧波諾夫函數，分別設計控制法則及適應法則：

Case-I： μ 為未知且不知其上限， k 與 $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知

在此情況下所選定之里奧波諾夫函數為(2.38)式，利用系統參考模型(2.36)式與順滑函數(2.37)式，對里奧波諾夫函數(2.38)式微分後可得

$$\dot{V} = m\dot{s} + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\mu} \dot{\hat{\mu}} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned}
&= ms(\ddot{\tilde{x}} + \lambda\dot{\tilde{x}}) + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\mu}\dot{\hat{\mu}} \\
&= ms(\ddot{x} - \ddot{x}_m + \lambda\dot{\tilde{x}}) + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\mu}\dot{\hat{\mu}} \\
&= s[u + d - kx - (m_0 + \mu)\ddot{x}_m + (m_0 + \mu)\lambda\dot{\tilde{x}}] + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\mu}\dot{\hat{\mu}}
\end{aligned}$$

接著選取控制法則

$$u = kx + m_0\ddot{x}_m - m_0\lambda\dot{\tilde{x}} - d_{max}sat(s, \varepsilon) - ps + \hat{\mu}\ddot{x}_m - \lambda\hat{\mu}\dot{\tilde{x}} \quad (2.42)$$

其中加入 d_{max} 係為減抑未知外界干擾 $d(t)$ 對系統的影響，而加入 ps 則是用來調控 \dot{V} 的遞減速度，以使系統迅速達到穩定的目的，至於外加負載 μ 的估測值 $\hat{\mu}$ 可由底下之適應法則求得：

$$\dot{\hat{\mu}} = \gamma_m (s\lambda\dot{\tilde{x}} - s\ddot{x}_m) \quad (2.43)$$

再將(2.42)與(2.43)代入(2.41)可得

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= s(-d_{max}sat(s, \varepsilon) - ps + d + \tilde{\mu}\ddot{x}_m - \tilde{\mu}\lambda\dot{\tilde{x}}) + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\mu}\dot{\hat{\mu}} \\
&= s(-d_{max}sat(s, \varepsilon) - ps + d + \tilde{\mu}\ddot{x}_m - \tilde{\mu}\lambda\dot{\tilde{x}}) + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\mu}\gamma_m (s\lambda\dot{\tilde{x}} - s\ddot{x}_m) \\
&= s(-d_{max}sat(s, \varepsilon) - ps + d)
\end{aligned} \quad (2.44)$$

當 $|s| \geq \varepsilon$ 則

$$\dot{V} = -d_{max}|s| - ps^2 + sd \leq 0 \quad (2.45)$$

當 $|s| < \varepsilon$ 則

$$\dot{V} = -d_{max} \frac{s^2}{\varepsilon} - ps^2 + sd \leq 0 \quad (2.46)$$

即滿足 $\dot{V} \leq 0$ 之條件，達到穩定控制的目的。

Case-II : $d(t)$ 之常數部分 d_0 為未知且不知其上限， m 、 k 與 $\delta(t)$ 之上限 δ_{max} 為已知

在此情況下所選定之里奧波諾夫函數為(2.39)式，利用系統參考模型(2.36)式與順滑函數(2.37)式，對里奧波諾夫函數(2.39)式微分後可得

$$\dot{V} = mss + \frac{1}{\gamma_d} \tilde{d}_0 \dot{\hat{d}}_0 \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned}
&= ms(\ddot{x} + \lambda\dot{x}) + \frac{1}{\gamma_d} \tilde{d}_0 \dot{d}_0 \\
&= ms(\ddot{x} - \ddot{x}_m + \lambda\dot{x}) + \frac{1}{\gamma_d} \tilde{d}_0 \dot{d}_0 \\
&= s(u + d_0 + \delta - kx - m\ddot{x}_m + m\lambda\dot{x}) + \frac{1}{\gamma_d} \tilde{d}_0 \dot{d}_0
\end{aligned}$$

接著選取控制法則

$$u = kx + m\ddot{x}_m - m\lambda\dot{x} - \delta_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps - \hat{d}_0 \quad (2.48)$$

其中加入 δ_{max} 係為減抑未知外界干擾 $\delta(t)$ 對系統的影響，而加入 ps 則是用來調控 \dot{V} 的遞減速度，以加快系統穩定的目的，至於外界干擾常數部分 d_0 之估測值 \hat{d}_0 可由底下之適應法則求得：

$$\dot{\hat{d}}_0 = \gamma_d s \quad (2.49)$$

再將(2.48)與(2.49)代入(2.47)可得

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= s \left[-\delta_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps - \tilde{d}_0 + \delta \right] + \frac{1}{\gamma_d} \tilde{d}_0 \dot{d}_0 \\
&= s \left[-\delta_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps - \tilde{d}_0 + \delta \right] + \frac{1}{\gamma_d} \tilde{d}_0 (\gamma_d s) \\
&= s \left[-\delta_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps + \delta \right]
\end{aligned} \quad (2.50)$$

當 $|s| \geq \varepsilon$ 則

$$\dot{V} = -\delta_{max} |s| - ps^2 + sd \leq 0 \quad (2.51)$$

當 $|s| < \varepsilon$ 則

$$\dot{V} = -\delta_{max} \frac{s^2}{\varepsilon} - ps^2 + sd \leq 0 \quad (2.52)$$

即滿足 $\dot{V} \leq 0$ 之條件，達到穩定控制的目的。

Case-III： m 與 k 為未知且不知其上限， $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知

在此情況下所選定之里奧波諾夫函數為(2.40)式，利用系統參考模型(2.36)式與順滑函數(2.37)式，對里奧波諾夫函數(2.40)式微分後可得

$$\dot{V} = ms\dot{s} + \frac{1}{\gamma_k} \tilde{k} \dot{k} + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{m} \dot{m} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned}
&= ms(\ddot{\tilde{x}} + \lambda\dot{\tilde{x}}) + \frac{1}{\gamma_k} \tilde{k}\dot{\tilde{k}} + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{m}\dot{\tilde{m}} \\
&= ms(\ddot{x} - \ddot{x}_m + \lambda\dot{\tilde{x}}) + \frac{1}{\gamma_k} \tilde{k}\dot{\tilde{k}} + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{m}\dot{\tilde{m}} \\
&= s(u + d - kx - m\ddot{x}_m + m\lambda\dot{\tilde{x}}) + \frac{1}{\gamma_k} \tilde{k}\dot{\tilde{k}} + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{m}\dot{\tilde{m}}
\end{aligned}$$

接著選取控制法則

$$u = \hat{k}x + \hat{m}\ddot{x}_m - \hat{m}\lambda\dot{\tilde{x}} - d_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps \quad (2.54)$$

其中加入 d_{max} 係為減抑未知外界干擾 $d(t)$ 對系統的影響，而加入 ps 則是用來調控 \dot{V} 的遞減速度，以使系統迅速達到穩定的目的，至於彈性係數與質量的估測值可由底下之適應法則求得：

$$\dot{\hat{k}} = -\gamma_k sx \quad (2.55)$$

$$\dot{\hat{m}} = \gamma_m (s\lambda\dot{\tilde{x}} - s\ddot{x}_m) \quad (2.56)$$

再將(2.54)、(2.55)與(2.56)代入(2.53)可得

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= s[-d_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps + d + \tilde{k}x + \tilde{m}\ddot{x}_m - \tilde{m}\lambda\dot{\tilde{x}}] + \frac{1}{\gamma_k} \tilde{k}\dot{\tilde{k}} + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{m}\dot{\tilde{m}} \\
&= s[-d_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps + d + \tilde{k}x + \tilde{m}\ddot{x}_m - \tilde{m}\lambda\dot{\tilde{x}}] + \frac{1}{\gamma_k} \tilde{k}(-\gamma_k sx) + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{m}[\gamma_m (s\lambda\dot{\tilde{x}} - s\ddot{x}_m)] \\
&= s[-d_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps + d]
\end{aligned} \quad (2.57)$$

當 $|s| \geq \varepsilon$ 則

$$\dot{V} = -d_{max}|s| - ps^2 + sd \leq 0 \quad (2.58)$$

當 $|s| < \varepsilon$ 則

$$\dot{V} = -d_{max} \frac{s^2}{\varepsilon} - ps^2 + sd \leq 0 \quad (2.59)$$

即滿足 $\dot{V} \leq 0$ 之條件，達到穩定控制的目的。

上述係以常見的二階 MBK 機械系統為探討對象，使用數學模式(2.35)式的系統設計控制器，並依(A)選擇適當的參考模型(B)選擇適當的里奧波諾夫函數(C)選擇調整控制參數的控制法則及適應法則等三個步驟及所衍生的三種案例，詳細說明控制器的設計過程，且證明系統確實能夠達成穩定的目標，有關系統效能部分將在下一章中進行的模擬中，詳細分析與檢討。

第三章 二階動態系統之適應性順滑模態控制器應用與模擬

3.1 二階動態系統描述與參數規格設計

本章模擬所使用的二階動態系統為常見之 MBK 機械系統，其數學模式如(2.34)式所示，表示式如下：

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = u + d(t) \quad (3.1)$$

其中 u 為輸入， $d(t)$ 為外界干擾但具有已知上限。由於質量 m 包括外加負載 μ ，當負載 μ 為未知時，質量 m 亦為未知且不知其上限，此外在一般狀況下，由於摩擦力極小，因此在設計控制器時通常將阻尼係數 b 忽略不計，至於彈性係數 k 屬於系統本身的特性，可利用估測技術求得，根據以上之描述，本論文將針對以下之系統設計控制器，其數學模式為

$$m\ddot{x} + kx = u + d(t) \quad (3.2)$$

其中 $m = m_0 + \mu$ ， m_0 為無外加負載之系統慣量， μ 為未知且不知其上限的外加負載，此外對於具已知上限之外界干擾將分為兩種類型來探討，其一為 $|d(t)| \leq d_{max}$ ，即已知外界干擾的上限為 d_{max} ，其二為 $d(t) = d_0 + \delta(t)$ ，其中 d_0 代表 $d(t)$ 的未知常數部分，而 $|\delta(t)| \leq \delta_{max}$ ，即已知外界干擾變動部分的上限為 δ_{max} 。

雖然設計控制器時 b 忽略不計，但是在數值模擬時仍會引入一個極小的值，以便觀察它的影響，底下將依據第三章在不同情況下所設計的三種控制器，設定表 3.1~3.3 的參數規格，並於第 3.2、3.3 及 3.4 節針對所設計的三種不同情況進行數值模擬與分析。

| 參數名稱 | 符號 | 設計值 | 備註 |
|-------------|---------------|--|---|
| 系統慣量 | m_0 | 1 | $m = m_0 + \mu$ |
| 待估測的外加負載 | μ | 0.5 | |
| 阻尼係數 | b | 0.01 | |
| 彈性係數 | k | 1 | |
| 適應增益 | γ_m | 0.5~1.5 | |
| 外界干擾 | $d(t)$ | $0.1\sin 20t$ | |
| 外界干擾的上限 | d_{max} | 0.2 | |
| 參考模型的控制輸入 | $r(t)$ | $0.5\sin t$ | |
| 順滑函數的正值常數 | λ | 2~6 | $s = \dot{\tilde{x}} + \lambda\tilde{x}$ |
| 參考模型的正值常數 | α | $\alpha_2=2$ 、 $\alpha_1=20$ 、 $\alpha_0=32$ | $\alpha_2\ddot{x}_m + \alpha_1\dot{x}_m + \alpha_0x_m = r(t)$ |
| 里奧波諾夫函數遞減因子 | p | 0~30 | |
| 順滑層單邊厚度 | ε | 0.001 | |

表 3.1 Case-I： μ 為未知且不知其上限， k 與 $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的參數規格

| 參數名稱 | 符號 | 設計值 | 備註 |
|-------------|----------------|--|---|
| 系統質量 | m | 1.5 | |
| 阻尼係數 | b | 0.01 | |
| 彈性係數 | k | 1 | |
| 適應增益 | γ_d | 0.5 | |
| 外界干擾的常數部份 | d_0 | 0.1 | $d(t) = d_0 + \delta(t)$ |
| 外界干擾的變動部份 | $\delta(t)$ | $0.1\sin 20t$ | |
| 外界干擾變動部份的上限 | δ_{max} | 0.2 | |
| 參考模型的控制輸入 | $r(t)$ | $0.5\sin t$ | |
| 順滑函數的正值常數 | λ | 3 | $s = \dot{\tilde{x}} + \lambda\tilde{x}$ |
| 參考模型的正值常數 | α | $\alpha_2=2$ 、 $\alpha_1=20$ 、 $\alpha_0=32$ | $\alpha_2\ddot{x}_m + \alpha_1\dot{x}_m + \alpha_0x_m = r(t)$ |
| 里奧波諾夫函數遞減因子 | p | 1 | |
| 順滑層單邊厚度 | ε | 0.001 | |

表 3.2 Case-II： $d(t)$ 之常數部分 d_0 為未知且不知其上限， m 、 k 與 $\delta(t)$ 之上限 δ_{max} 為已知的參數規格

| 參數名稱 | 符號 | 設計值 | 備註 |
|-------------|---------------|--|---|
| 系統質量 | m | 1.5 | |
| 阻尼係數 | b | 0.01 | |
| 彈性係數 | k | 1 | |
| 系統質量的適應增益 | γ_m | 0.5 | |
| 彈性係數的適應增益 | γ_d | 0.5 | |
| 外界干擾 | $d(t)$ | $0.1\sin 20t$ | |
| 外界干擾的上限 | d_{max} | 0.2 | |
| 參考模型的控制輸入 | $r(t)$ | $0.5\sin t$ | |
| 順滑函數的正值常數 | λ | 3 | $s = \dot{\tilde{x}} + \lambda\tilde{x}$ |
| 參考模型的正值常數 | α | $\alpha_2=2$ 、 $\alpha_1=20$ 、 $\alpha_0=32$ | $\alpha_2\ddot{x}_m + \alpha_1\dot{x}_m + \alpha_0x_m = r(t)$ |
| 里奧波諾夫函數遞減因子 | p | 1 | |
| 順滑層單邊厚度 | ε | 0.001 | |

表 3.3 Case-III： m 與 k 為未知且不知其上限， $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的參數規格

3.2 Case-I： μ 為未知且不知其上限， k 與 $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的模擬

在選定里奧波諾夫函數前，本論文先設定(2.37)式的順滑函數如下：

$$s = \dot{\tilde{x}} + \lambda\tilde{x} \quad (3.3)$$

其中 $\tilde{x} = x - x_m$ 為追蹤誤差， λ 為正值，使得系統在 $s=0$ 時，其追蹤誤差可收斂至零，即系統響應趨近於參考模型，達到控制目的。且依(2.38)式所選定的里奧波諾夫函數

$$V = \frac{1}{2} \left(ms^2 + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\mu}^2 \right) \quad (3.4)$$

其中 γ_m 為正值，而 $\tilde{\mu} = \hat{\mu} - \mu$ 為估測誤差，代表未知外加負載 μ 與其估測值 $\hat{\mu}$ 之差異，由於 $V \geq 0$ ，因此只要能夠證明 V 滿足 $\dot{V} \leq 0$ ，即可保證 V 可收斂至定值。而接著依(2.43)式所選取的控制法則

$$u = kx + m_0 \ddot{x}_m - m_0 \lambda \dot{\tilde{x}} - d_{max} \operatorname{sgn}(s, \varepsilon) - ps + \hat{\mu} \ddot{x}_m - \lambda \hat{\mu} \dot{\tilde{x}} \quad (3.5)$$

其中加入 d_{max} 係為減抑未知外界干擾 $d(t)$ 對系統的影響，而加入 ps 則是用來調控 \dot{V} 的遞減速度，以使系統迅速達到穩定的目的。

由(3.4)式可知估測誤差 $\tilde{\mu}$ 受到適應增益 γ_m 、順滑函數 s 及里奧波諾夫函數 V 的影響，即若順滑函數 s 越逼近零且適應增益 γ_m 及里奧波諾夫函數 V 的值越小，將使得估測誤差 $\tilde{\mu}$ 亦越小。而從(3.3)式可知，選取較小的 λ 可使順滑函數 s 越快逼近零，且從(3.4)式可知若里奧波諾夫函數 V 為定值，則選取較小的適應增益 γ_m ，亦相對可使估測誤差 $\tilde{\mu}$ 減小，再從(3.5)式的控制法則中，本論文特別加入 ps 項來調控 \dot{V} 的遞減速度，若 p 大則 \dot{V} 的遞減速度加快，相對使得順滑函數 s 變小，亦能使(3.4)式中里奧波諾夫函數 V 的值變小，則同樣具有讓估測誤差 $\tilde{\mu}$ 變小的功用。

綜上所述，適當選取較小的 λ 、 γ_m 及較大的 p 便可使估測誤差 $\tilde{\mu}$ 逼近零，達成控制的目標，故以下的模擬中將先透過個別改變 λ 、 γ_m 及 p 的大小，驗證其各自的影響性，並透過模擬的過程，選取最佳的 λ 、 γ_m 及 p 組合，以增進外加負載 μ 的估測精準度，但選取的過程尚必須避開不合理的高增益(high gain)輸入，以免除高增益輸入經常引發難以預估的高頻響應，造成不良的暫態響應。

模擬 I-1： $\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$

條件：依據表 3.1 的相關參數規格，且先選定 $\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$ ，當做後續透過個別改變 λ 、 γ_m 及 p 的大小，驗證其各自影響性的比較對象，並假定初始條件 $\dot{x}(0) = \dot{x}_m(0) = 0$ 及 $x(0) = x_m(0) = 0.5$ ，利用模擬軟體 MATLAB/SIMULINK 進行 Case-I 的數值模擬。

結果：由圖 3.1 及 3.2 可以明顯的看出，適應性順滑模態控制展現對外界干擾的減抑能力，讓系統的追蹤誤差可在有限時間內逼近到零，亦即順滑函數 s 也會同時逼近零。但由圖 3.3 及 3.4 可以明顯的看出，里奧波諾夫函數收斂到不為零的定值，依(3.4)式所選定的里奧波諾夫函數可以確知，外加負載的估測誤差亦必不為零。

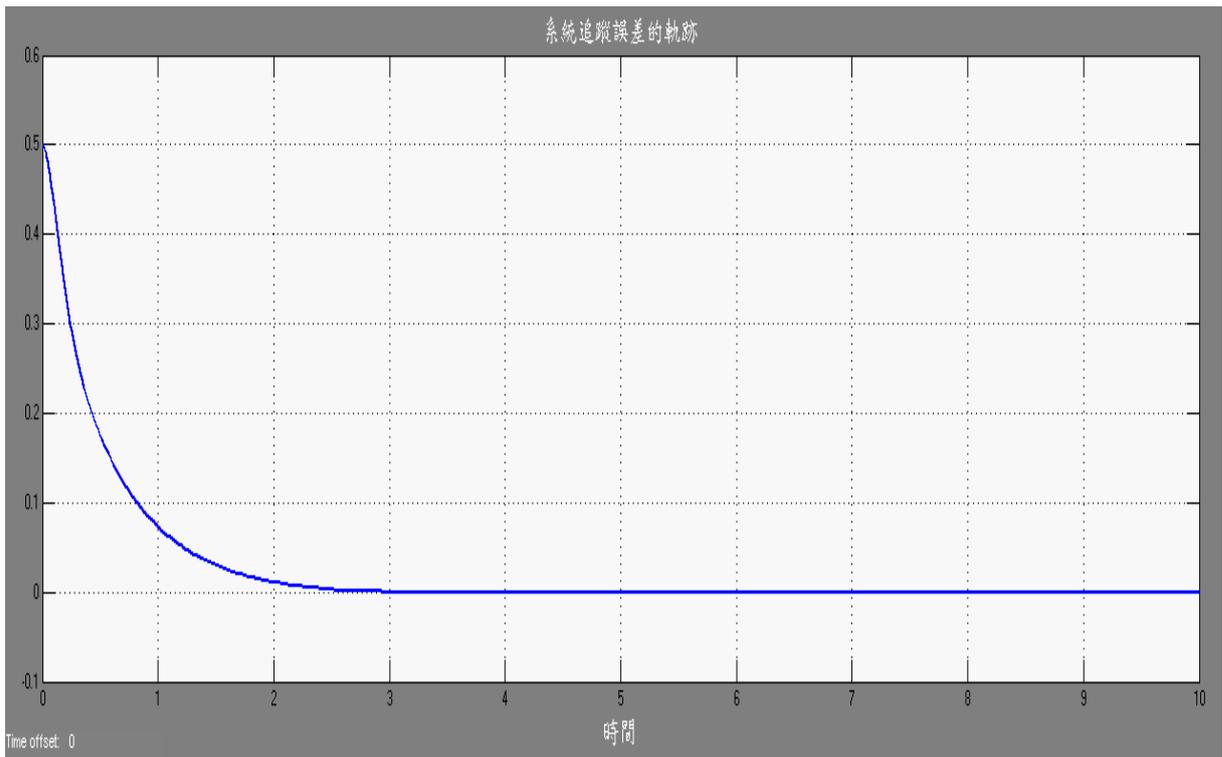


圖 3.1 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

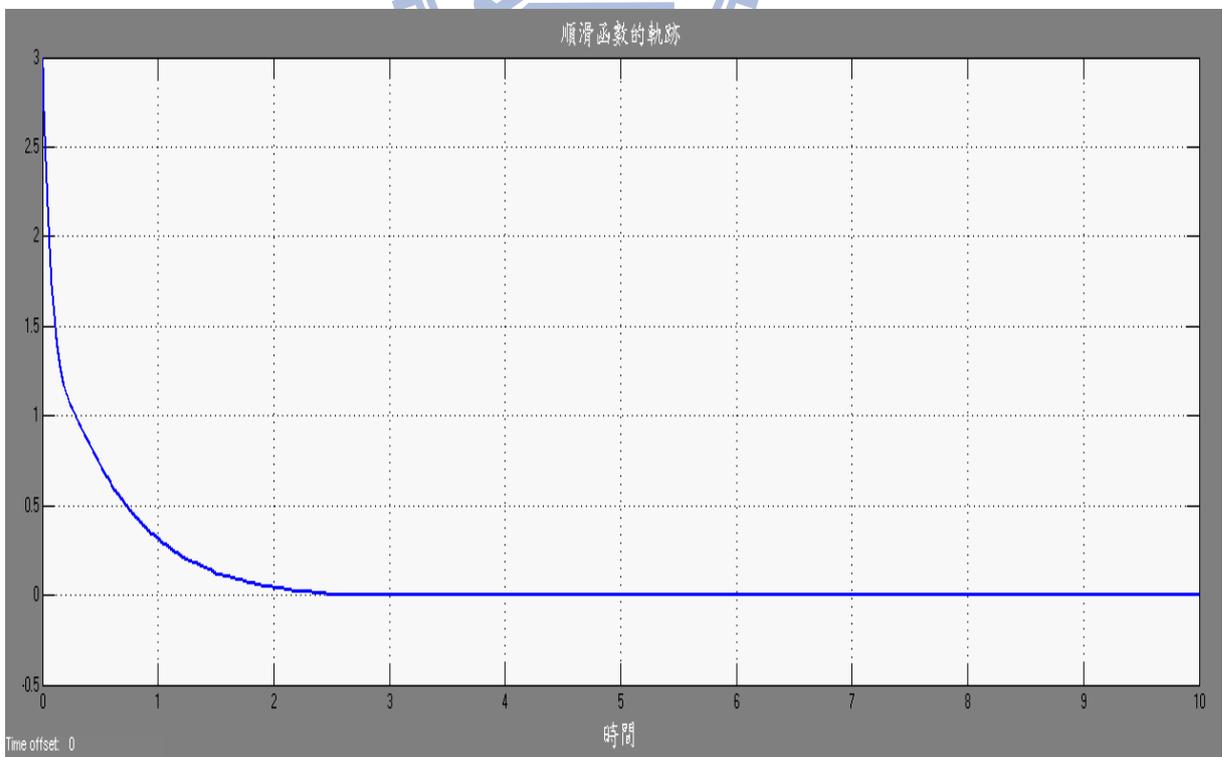


圖 3.2 順滑函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

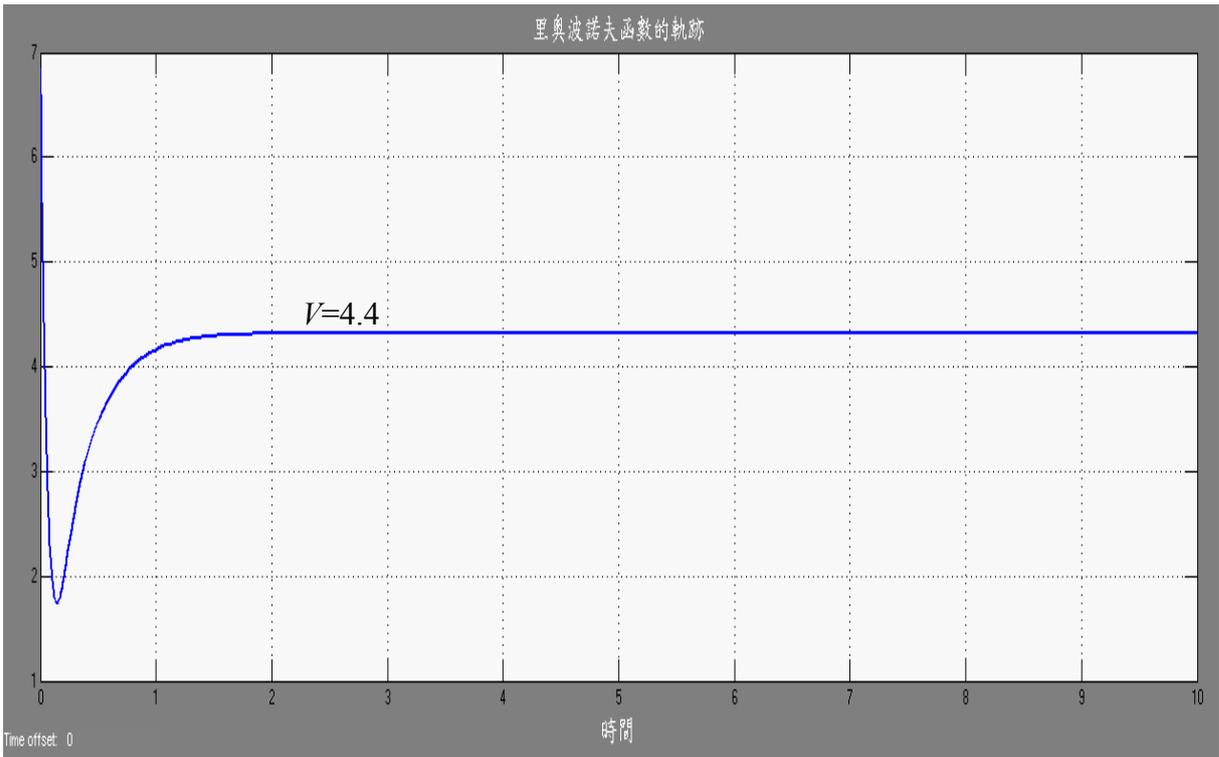


圖 3.3 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

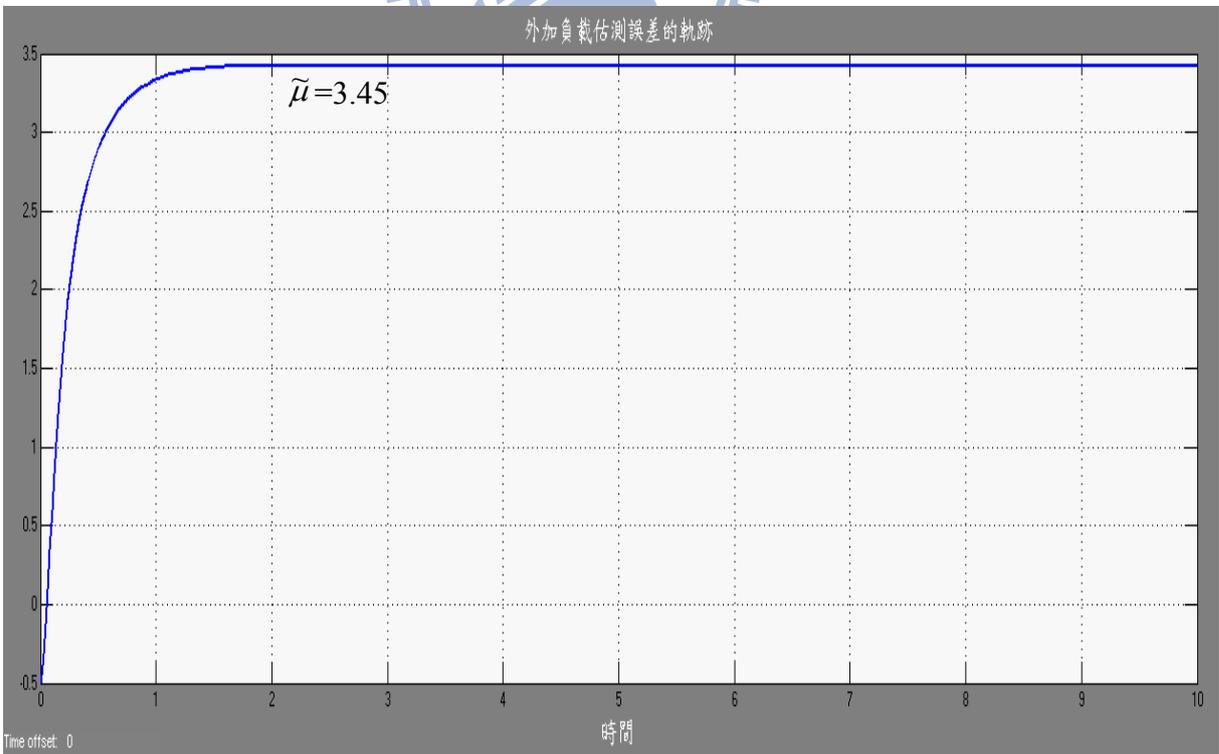


圖 3.4 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

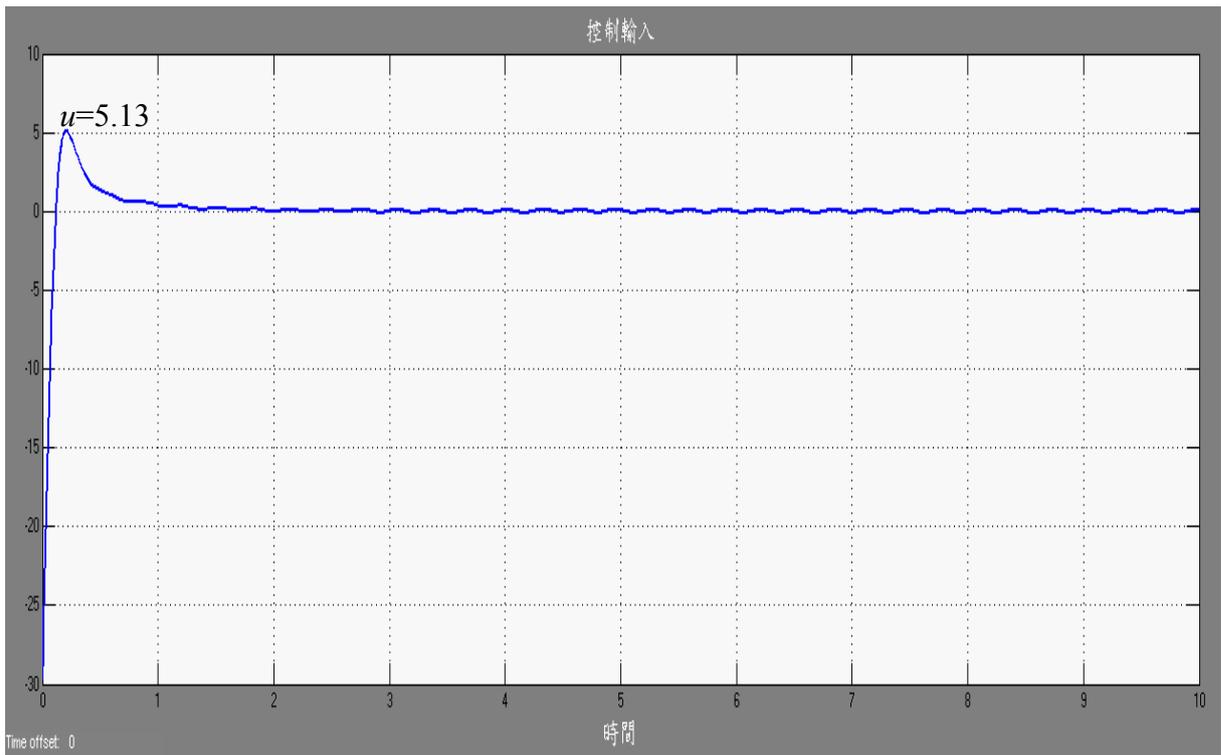


圖 3.5 控制輸入($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

模擬 I-2： $\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$ (改變 λ)

條件：本項模擬僅將 $\lambda=6$ 改變為 $\lambda=2$ 外，其它相關參數規格均同模擬 I-1 的設定，再次利用模擬軟體 MATLAB/SIMULINK 進行 Case-I 的數值模擬，以驗證選取較小的 λ 值確實會加快順滑函數 s 逼近零的程度，進而減小估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的值。

結果：比對圖 3.2 及 3.7 可明顯看出 $\lambda=2$ 時，順滑函數 s 的初始振幅較小、又較快逼近到零，且比對圖 3.4 及 3.9 亦可明顯看出估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的確也變小。另依(3.5)式，控制輸入 u 與 λ 具有關聯性，比對圖 3.5 及 3.10 可看出選取較小的 λ 值同時也會減小控制輸入 u 的值，降低高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。

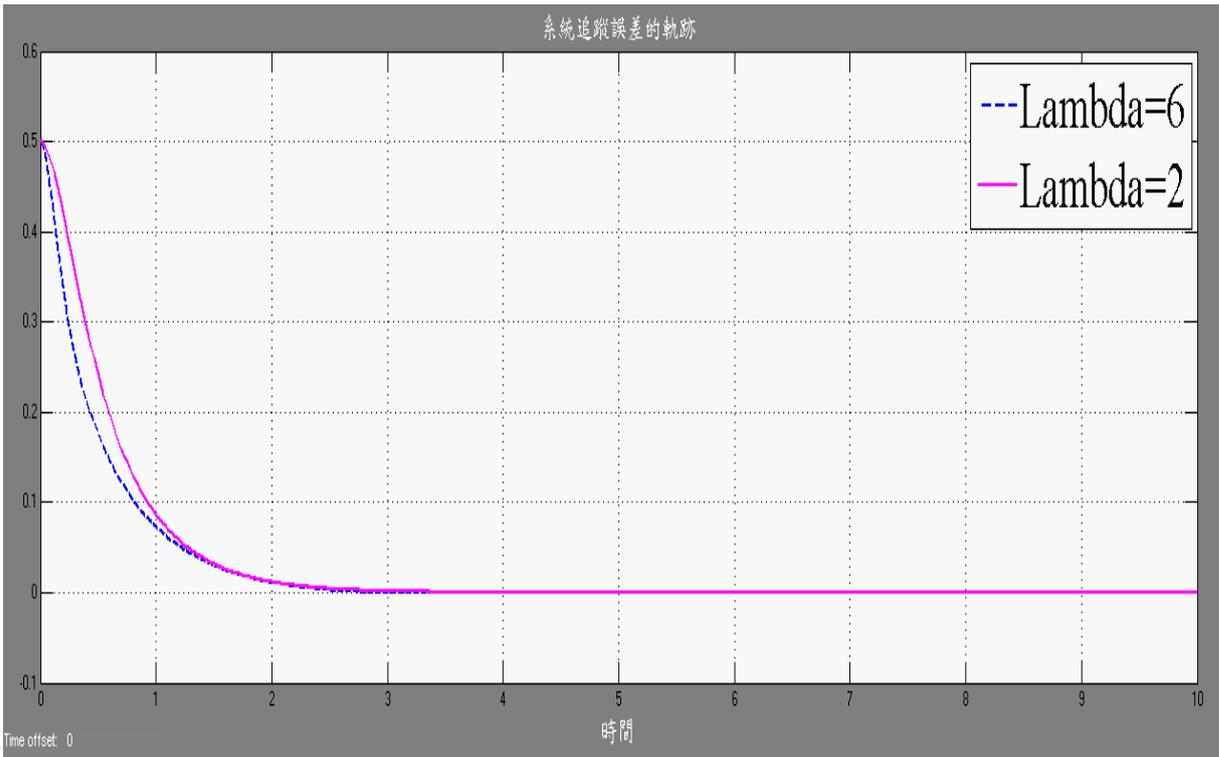


圖 3.6 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

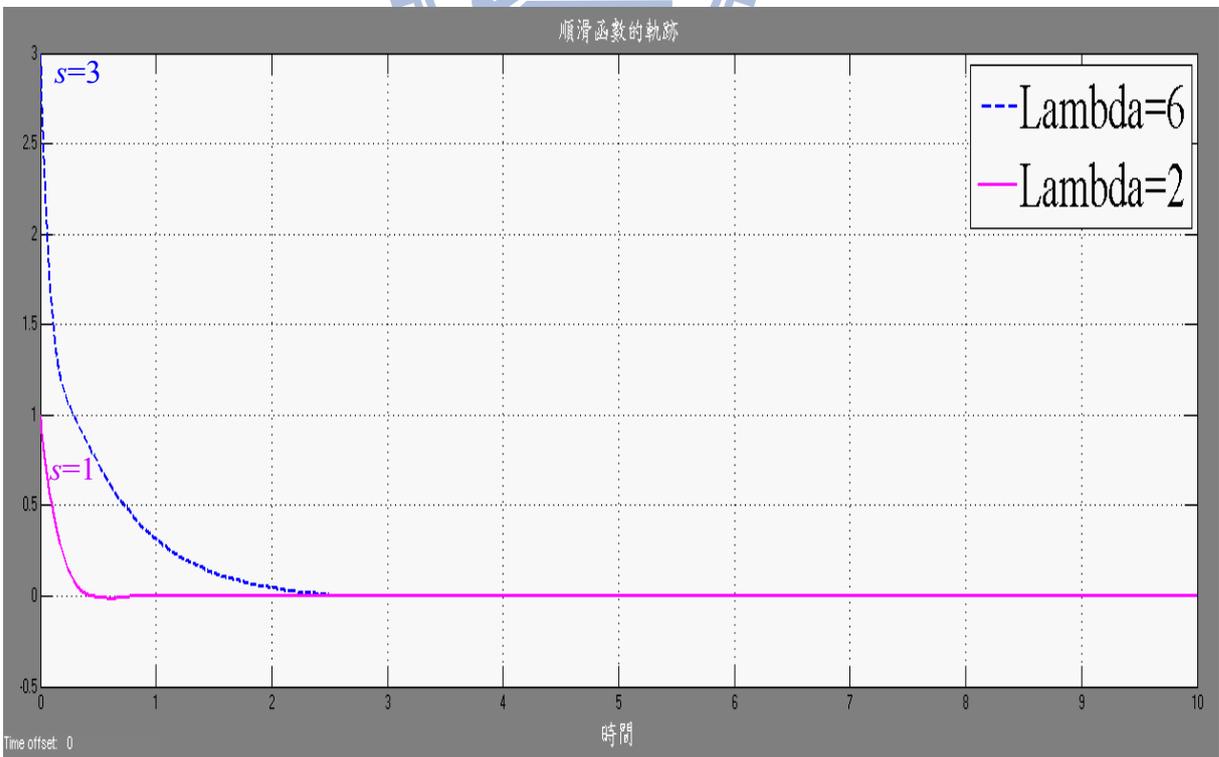


圖 3.7 平滑函數的軌跡($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

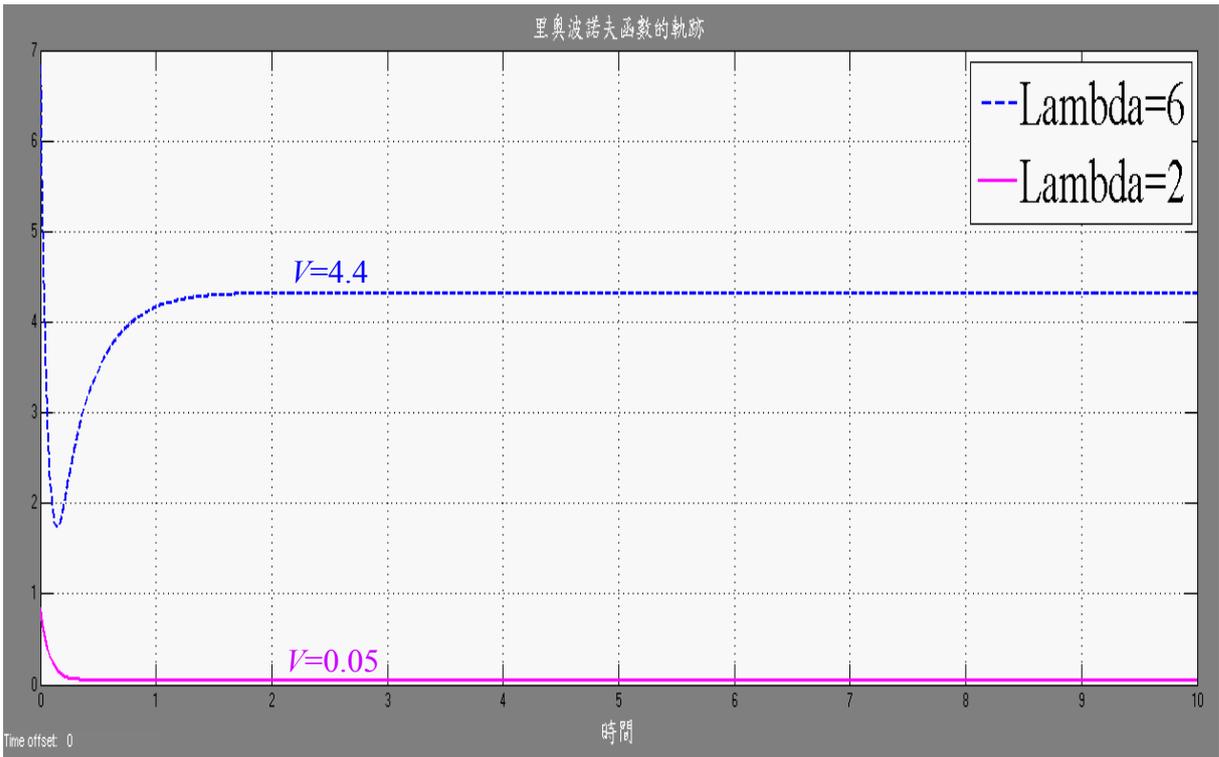


圖 3.8 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

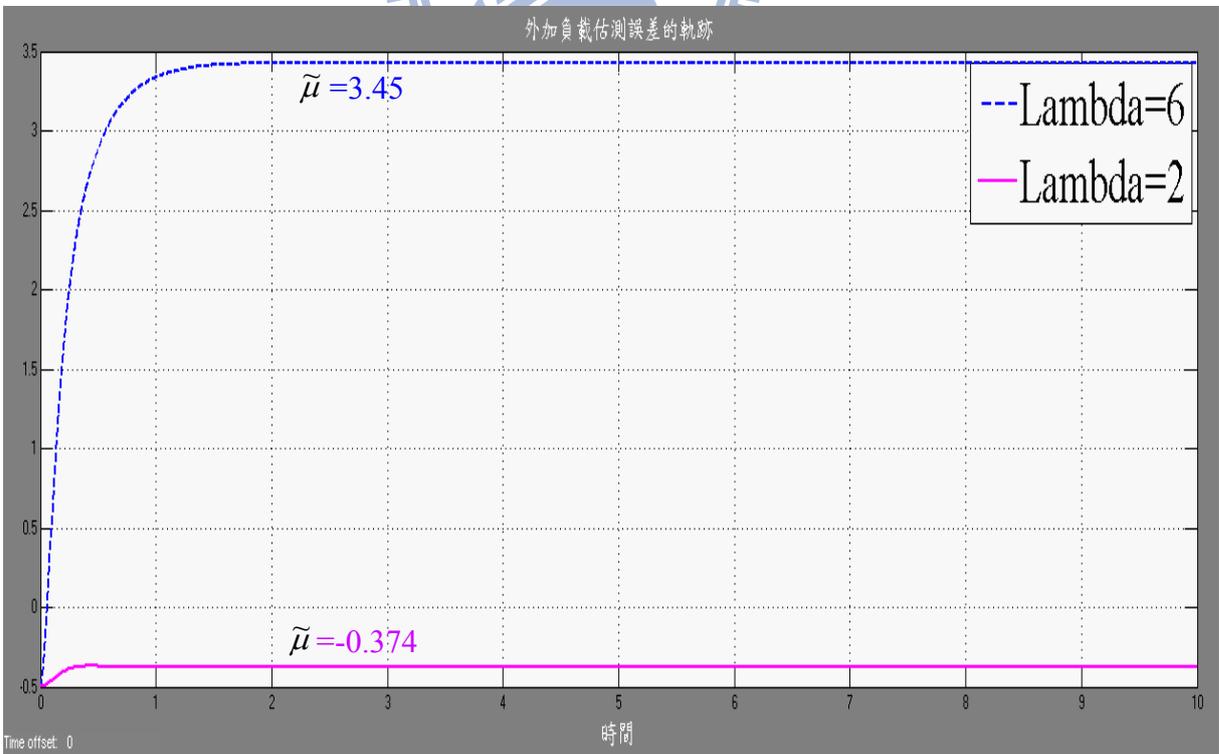


圖 3.9 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

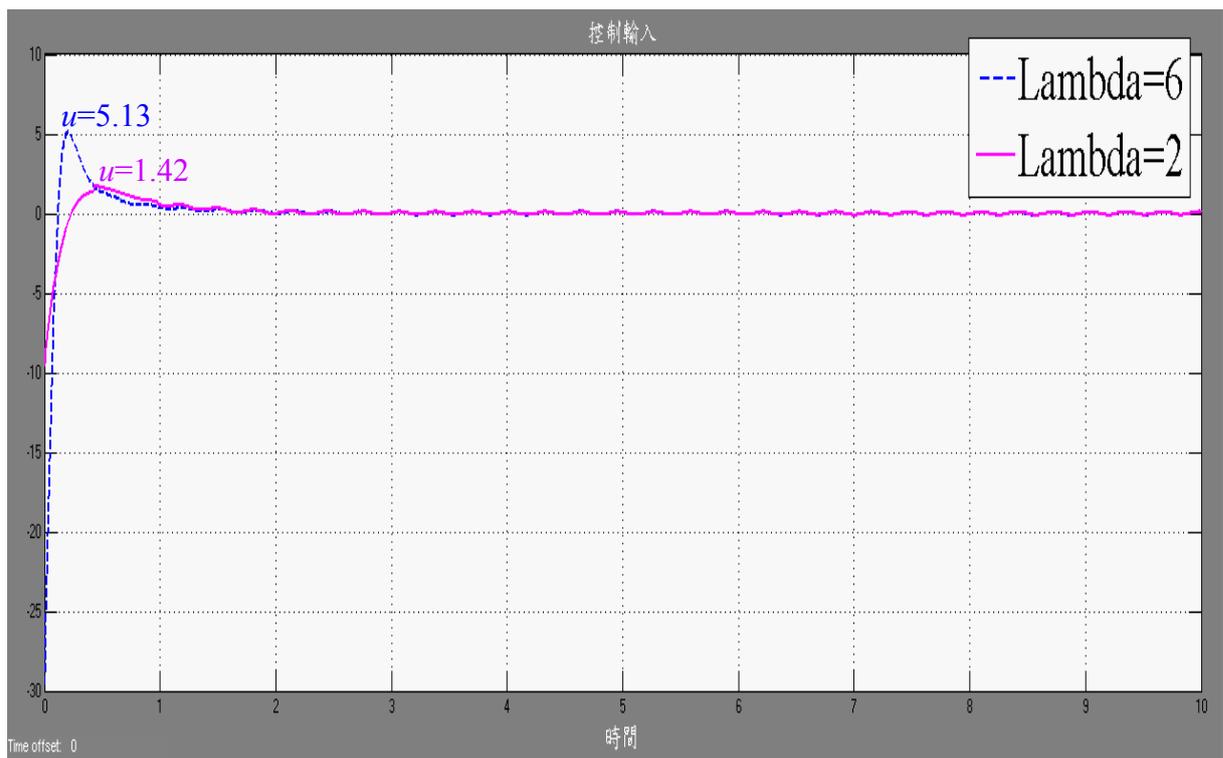


圖 3.10 控制輸入($\lambda=2$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=10$)

模擬 I-3： $\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$ (改變 γ_m)

條件：本項模擬僅將 $\gamma_m=1.5$ 改變為 $\gamma_m=0.5$ 外，其它相關參數規格均同模擬 I-1 的設定，再次利用模擬軟體 MATLAB/SIMULINK 進行 Case-I 的數值模擬，以驗證選取較小的 γ_m 值確實會減小估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的值。

結果：比對圖 3.4 及 3.14 可明顯看出，選取較小的 γ_m 確實會減小估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的值，但比對圖 3.5 及 3.15 可看出選取較小的 γ_m 值，並未明顯降低控制輸入 u 的值。

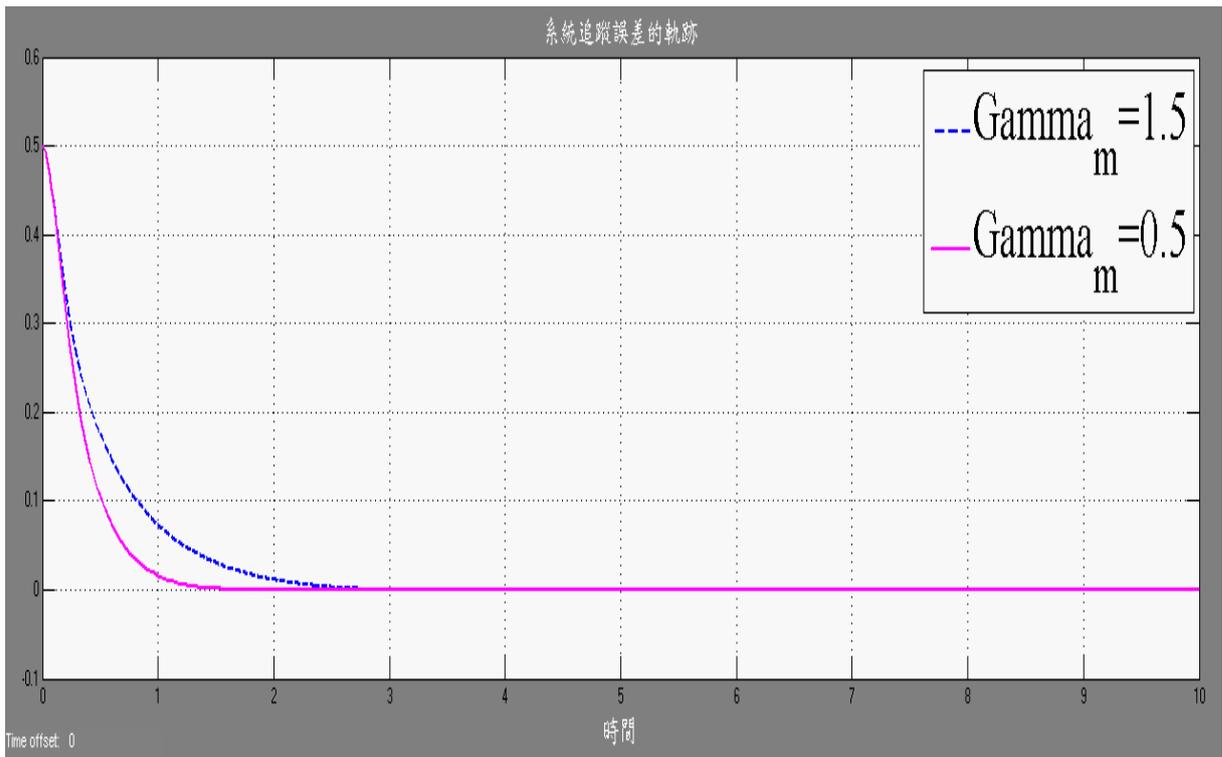


圖 3.11 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)

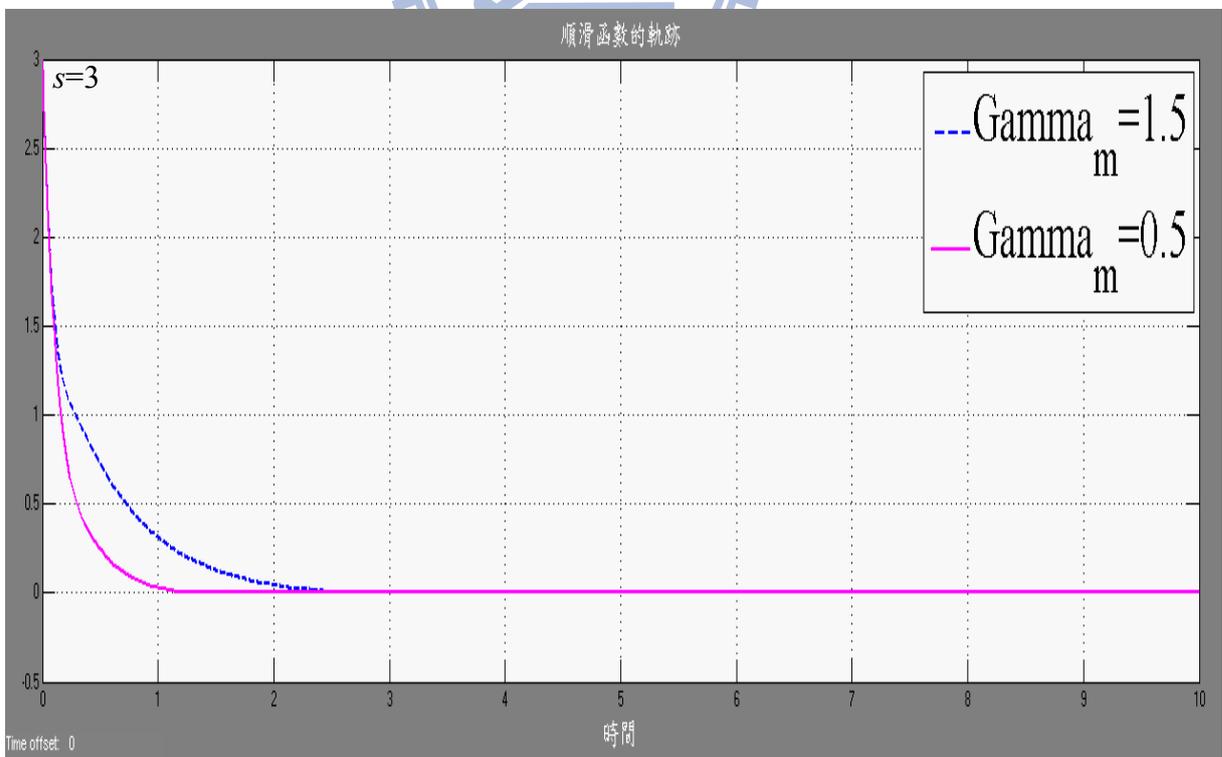


圖 3.12 順滑函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)

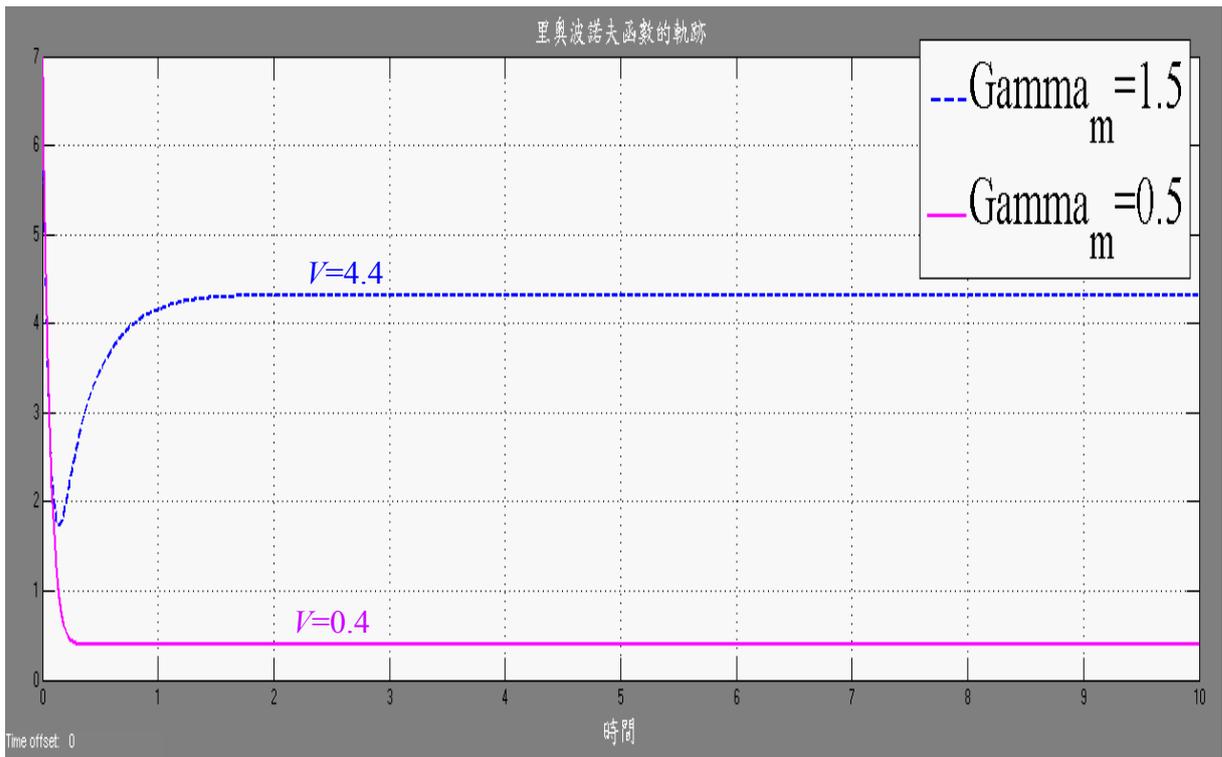


圖 3.13 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)

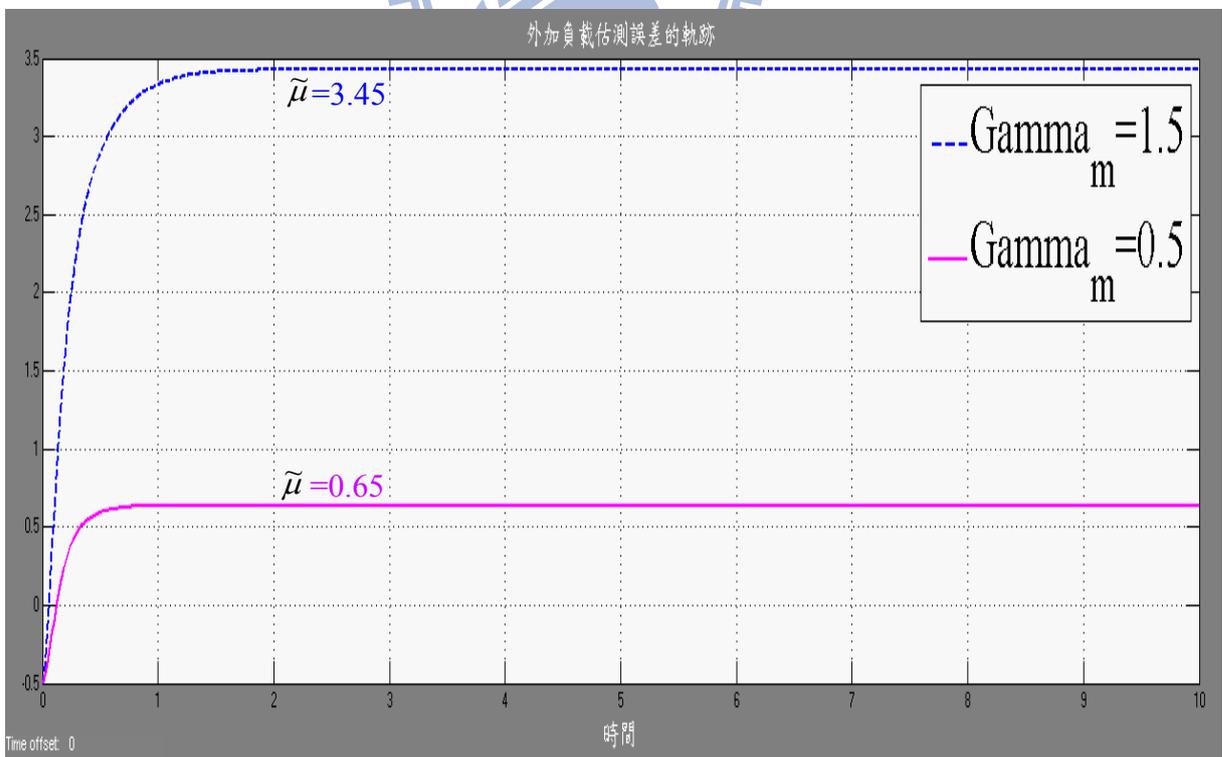


圖 3.14 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)

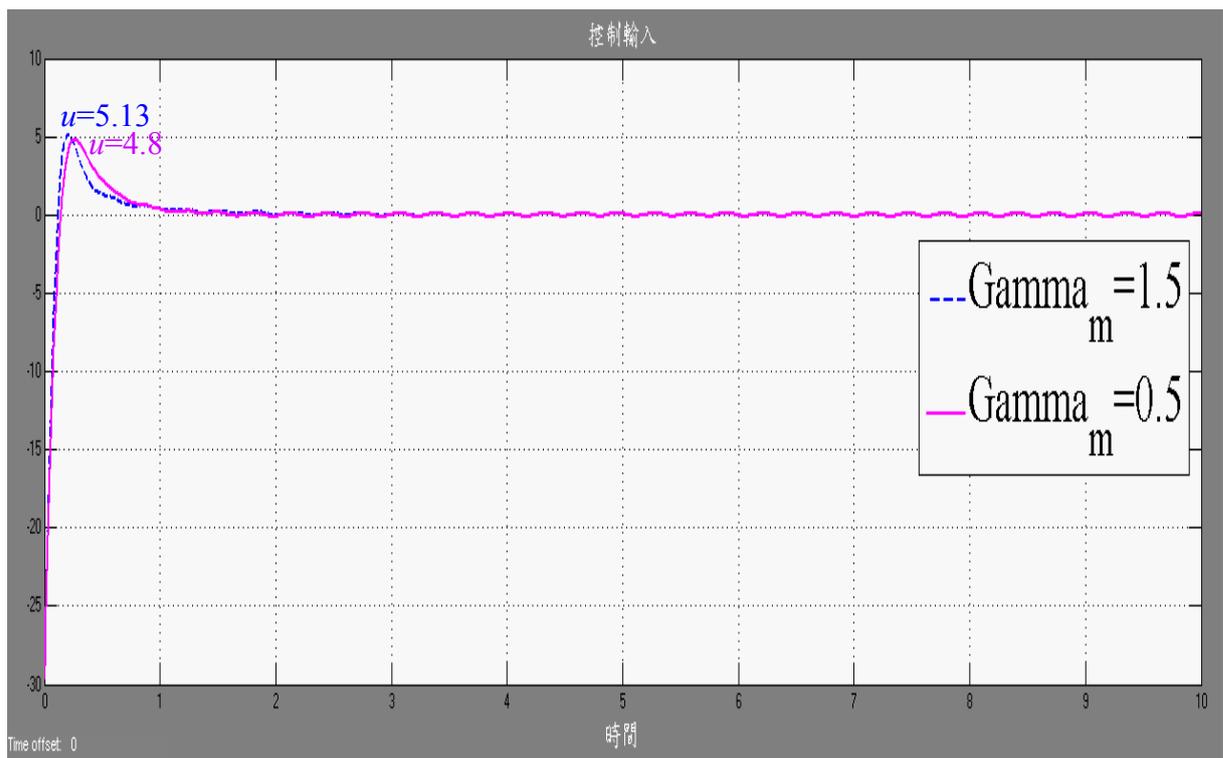


圖 3.15 控制輸入($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$)

模擬 I-4： $\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$ (改變 p)

條件：本項模擬僅將 $p=10$ 改變為 $p=30$ 外，其它相關參數規格均同模擬 I-1 的設定，再次利用模擬軟體 MATLAB/SIMULINK 進行 Case-I 的數值模擬，以驗證選取較大的 p 值確實會加快 \dot{V} 的遞減速度，以使系統迅速達到穩定的目的，進而加速順滑函數 s 逼近到零，減小估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的值。

結果：比對圖 3.3 及 3.18 可明顯看出， $p=30$ 的確加快里奧波諾夫函數 V 之收斂速度及減小其最後的定值，且比對圖 3.2 及 3.17 可明顯看出，順滑函數 s 也加速逼近到零，進而比對圖 3.4 及 3.19 亦可明顯看出，確實達到估測誤差 $\tilde{\mu}$ 變小的目標。但比對圖 3.5 及 3.20 可看出，選取較大的 p 值會使得控制輸入 u 的值變大，增加高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。比對模擬 I-1 與模擬 I-2、I-3、I-4 可以確知，適當選取較小的 λ 、 γ_m 及 p 值，才可減小估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的值，並降低增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應，順利達成控制的目標，下面將以模擬 I-5 來驗證及說明。

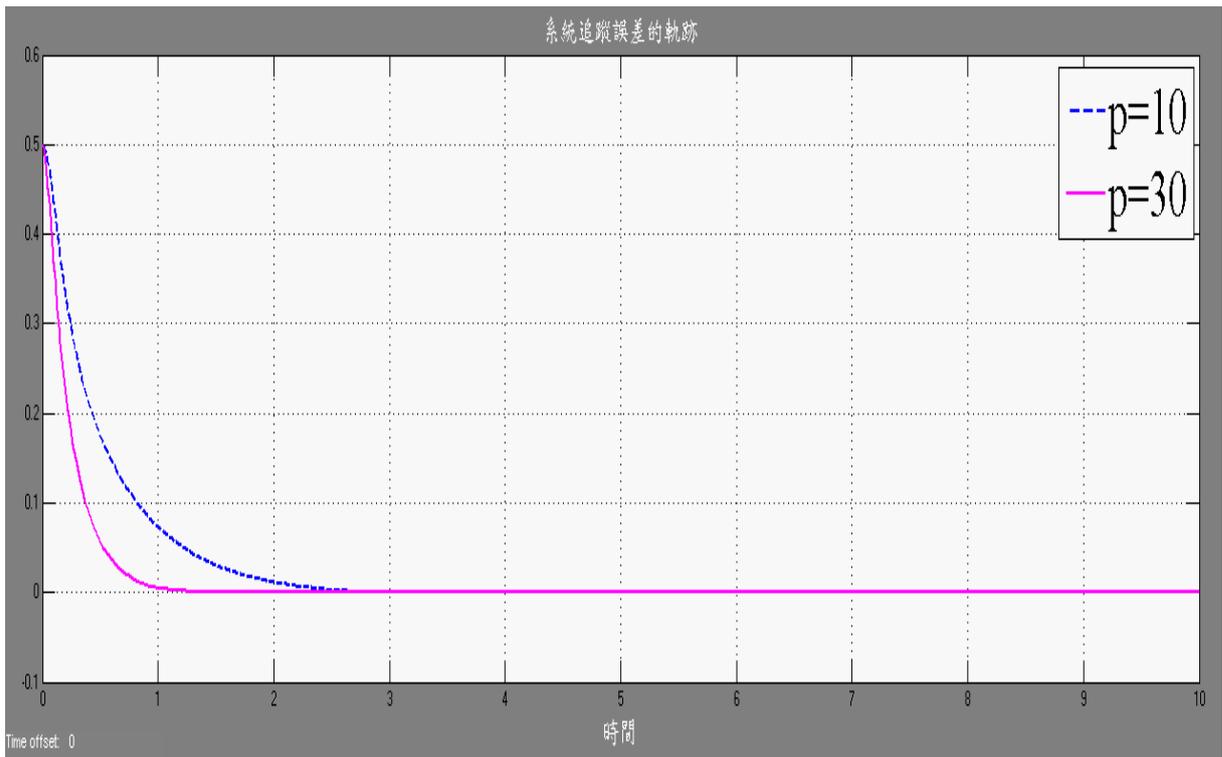


圖 3.16 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)

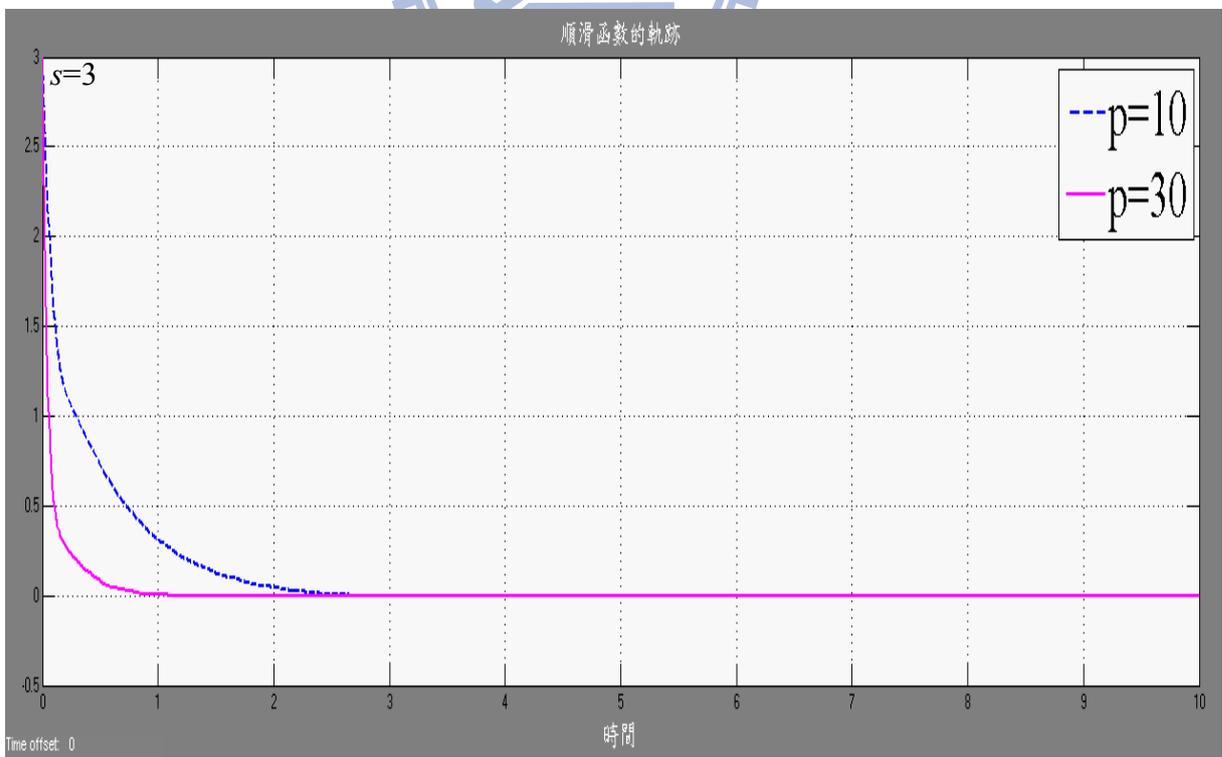


圖 3.17 順滑函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)

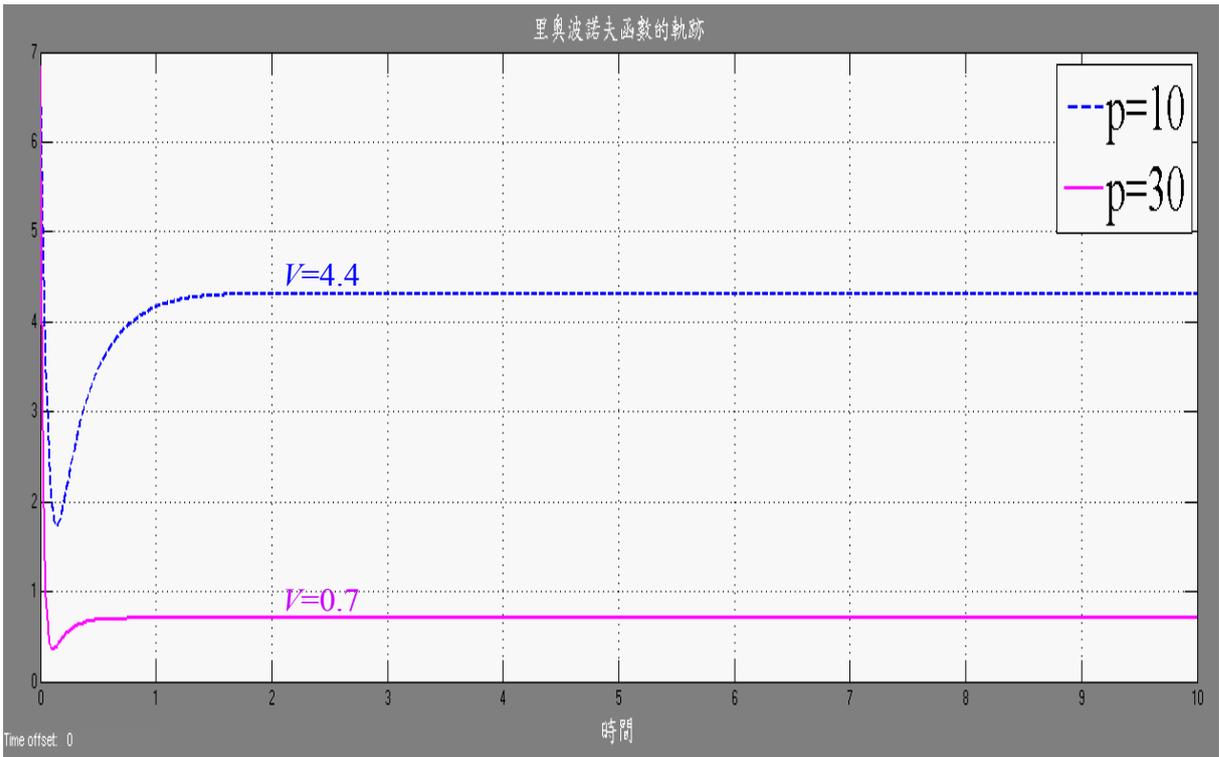


圖 3.18 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)

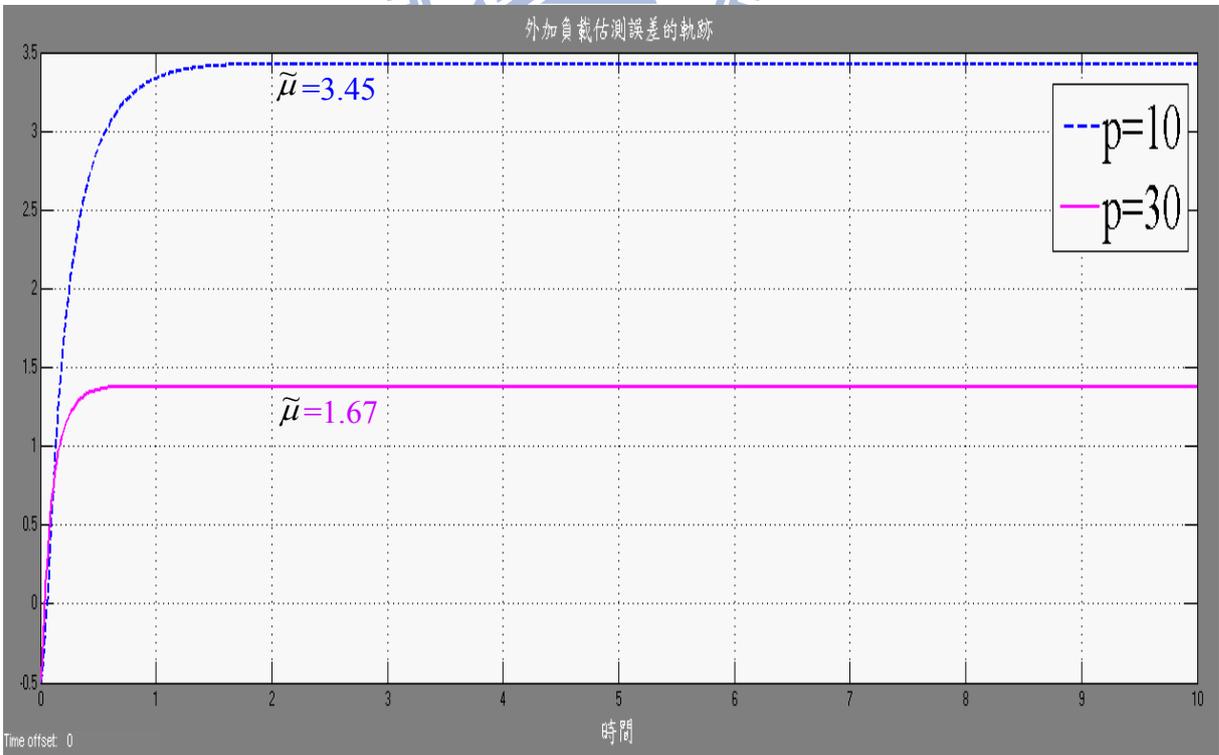


圖 3.19 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)

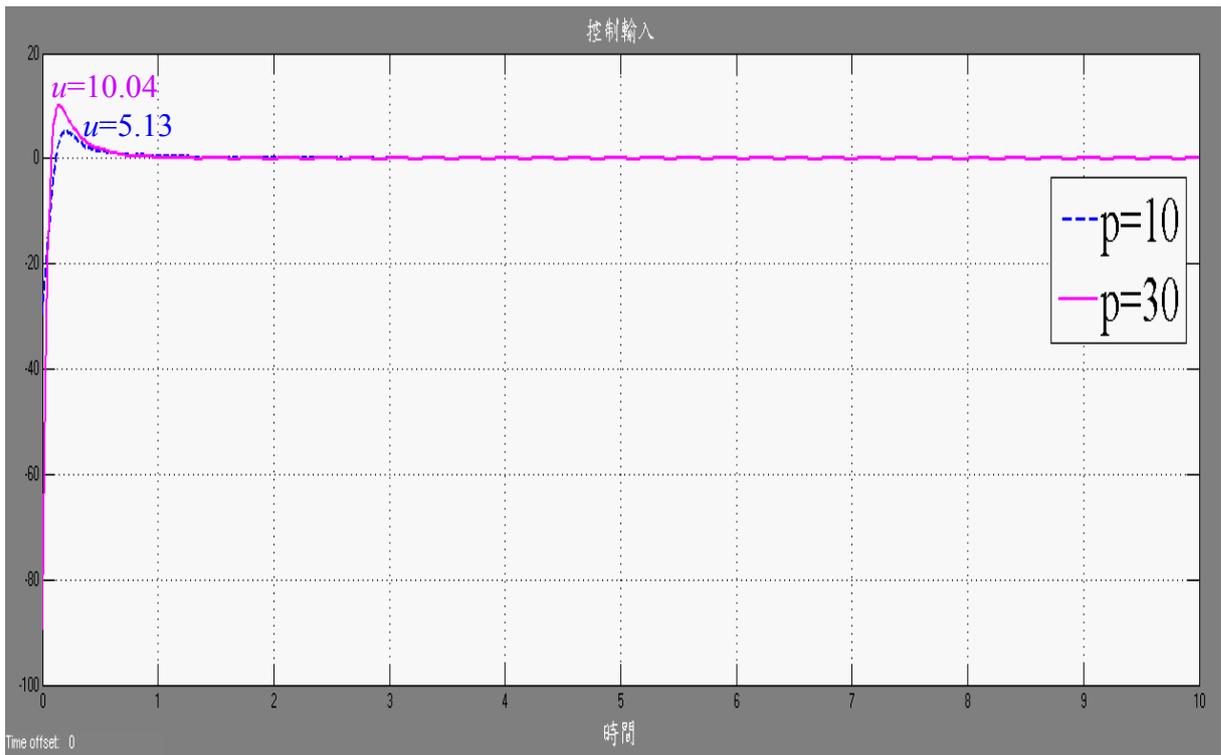


圖 3.20 控制輸入($\lambda=6$ 、 $\gamma_m=1.5$ 及 $p=30$)

模擬 I-5： $\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$

條件：本項模擬僅將 $\lambda=6$ 改變為 $\lambda=3$ 、 $\gamma_m=1.5$ 改變為 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=10$ 改變為 $p=1$ 外，其它相關參數規格均同模擬 I-1 的設定，再次利用模擬軟體 MATLAB/SIMULINK 進行 Case-I 的數值模擬，以驗證適當選取較小的 λ 、 γ_m 及 p 值，可減小估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的值，並降低增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應，達成控制的目標。

結果：比對圖 3.1、3.2、3.3、3.4、3.5 與圖 3.21、3.22、3.23、3.24、3.25 可得證，選取較小的 λ 、 γ_m 及 p 值，在有外界干擾的情況下，系統的追蹤誤差、順滑函數 s 、里奧波諾夫函數 V 的定值及估測誤差 $\tilde{\mu}$ 等，均可在有限時間內逼近到零，達成控制的目標，而且亦降低控制輸入 u 的值，產生適當的控制輸入，減少高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。另外本論文特別於選取的控制法則中加入 ps 項，目的是用來調控 \dot{V} 的遞減速度，以使系統迅速達到穩定的目的，下面將以模擬 I-6 來驗證及說明。

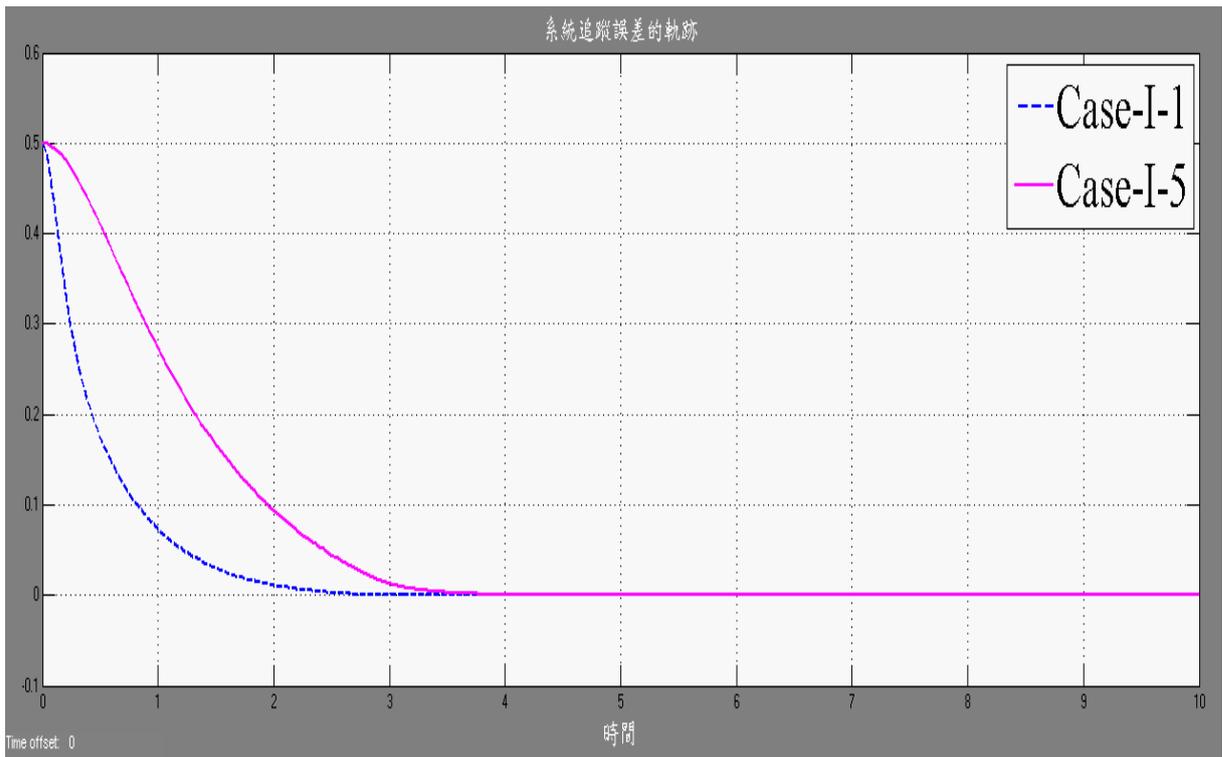


圖 3.21 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

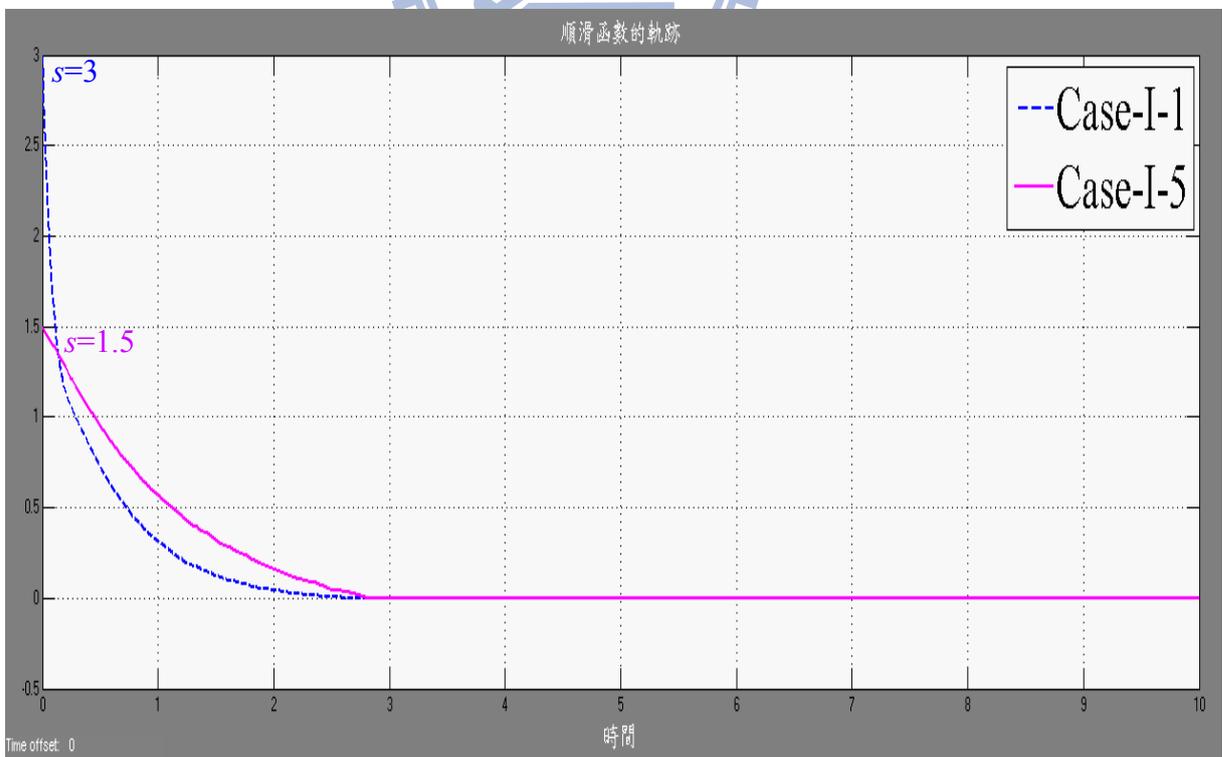


圖 3.22 順滑函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

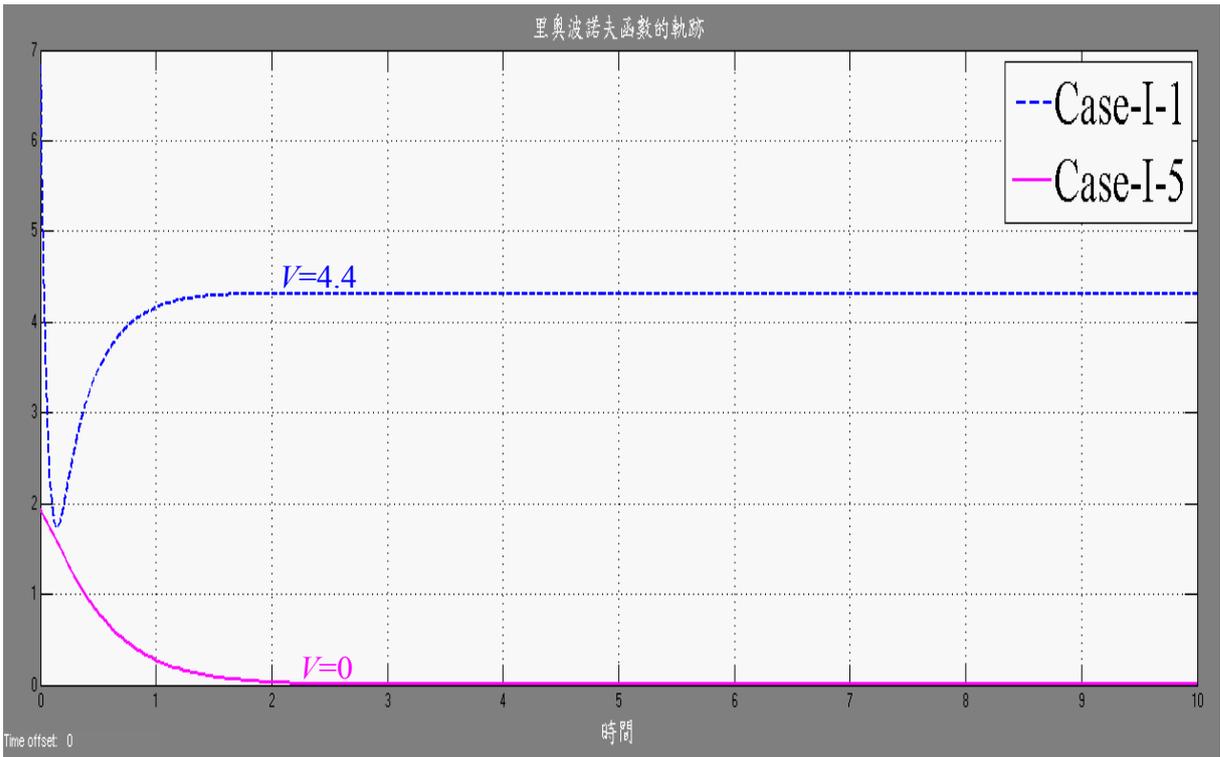


圖 3.23 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

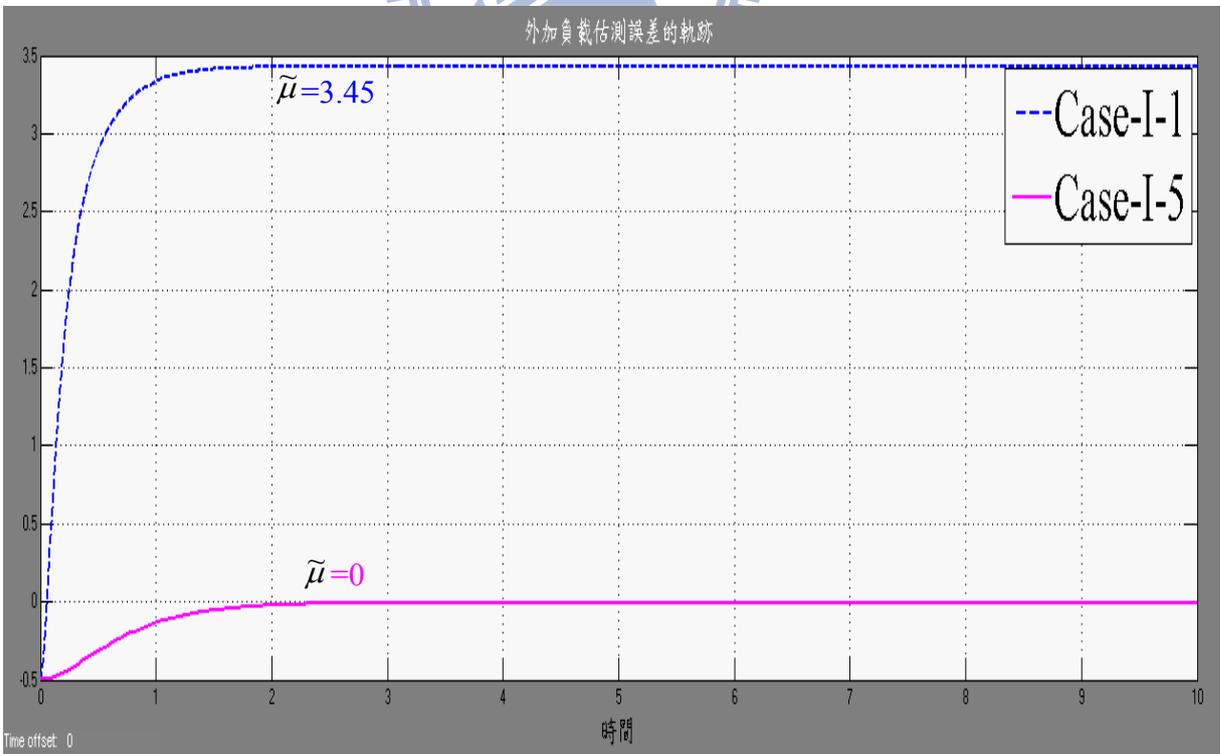


圖 3.24 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

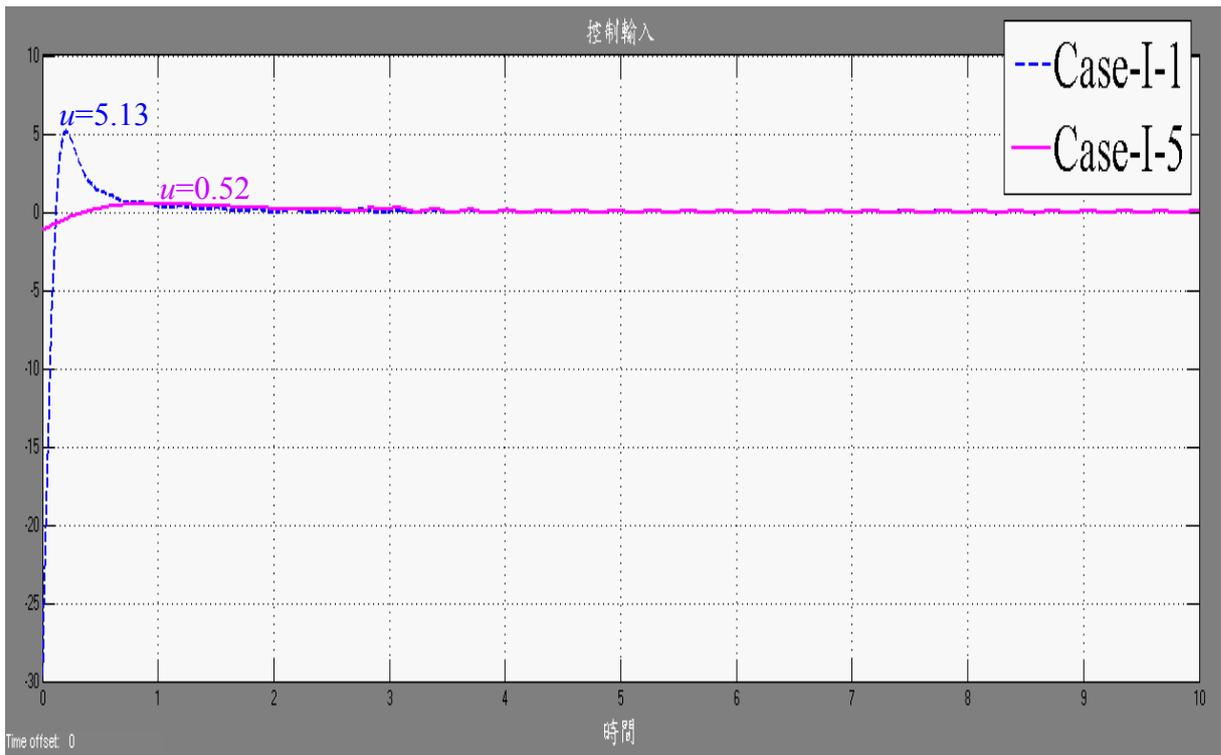


圖 3.25 控制輸入($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

模擬 I-6： $\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$

條件：本項模擬僅將 $p=1$ 改變為 $p=0$ 外，其它相關參數規格均同模擬 I-5 的設定，再次利用模擬軟體 MATLAB/SIMULINK 進行 Case-I 的數值模擬，以驗證於控制法則中加入 ps 項，確實可以調控 \dot{V} 的遞減速度，使系統迅速達到穩定，降低估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的值，達成控制的目標。

結果：比對圖 3.21、3.22、3.23、3.24、3.25 與圖 3.26、3.27、3.28、3.29、3.30 可明顯看出，當 $p=0$ 時，確實會延緩系統的追蹤誤差、順滑函數 s 、里奧波諾夫函數 V 的定值、估測誤差 $\tilde{\mu}$ 及控制輸入 u 遞減速度，且造成估測誤差 $\tilde{\mu}$ 無法逼近到零。故本論文特別於選取的控制法則中加入 ps 項，目的是用來調控 \dot{V} 的遞減速度，以使系統迅速達到穩定的目的，經比較模擬 I-5 及模擬 I-6 可明顯證得，選取適度的 p 確實能更有效達成控制目標。

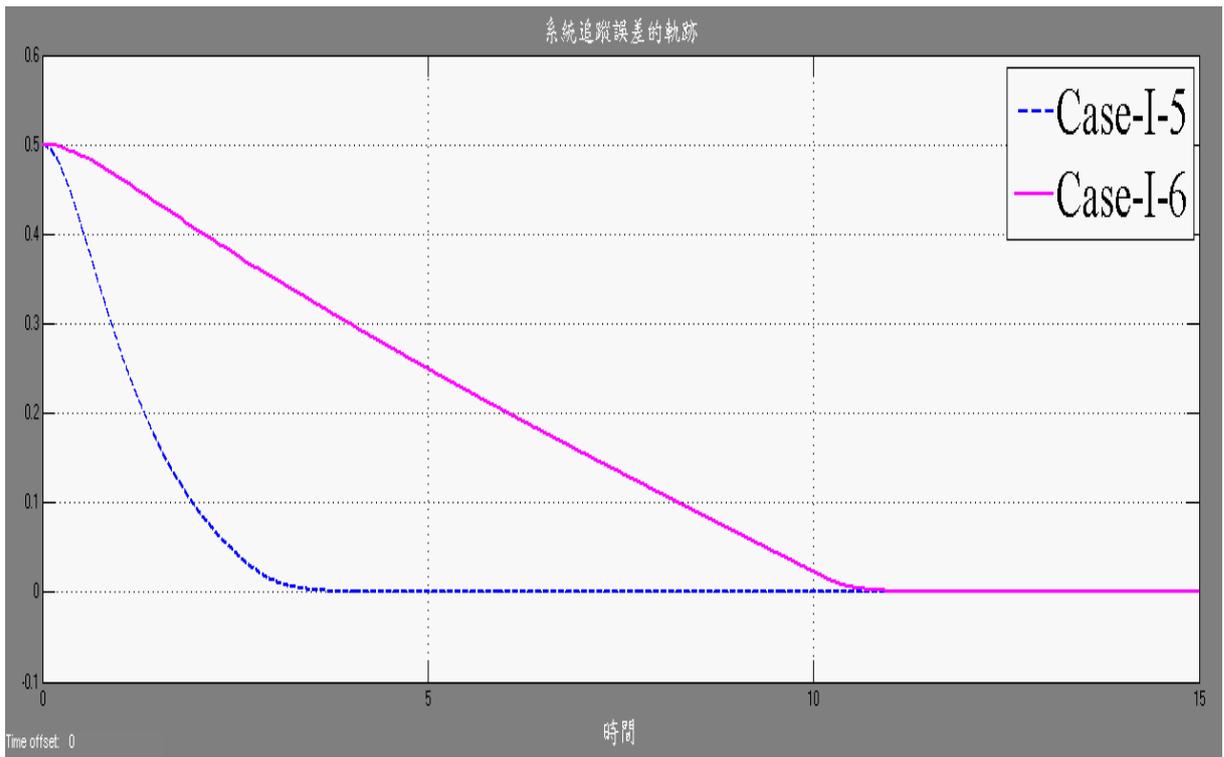


圖 3.26 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$)

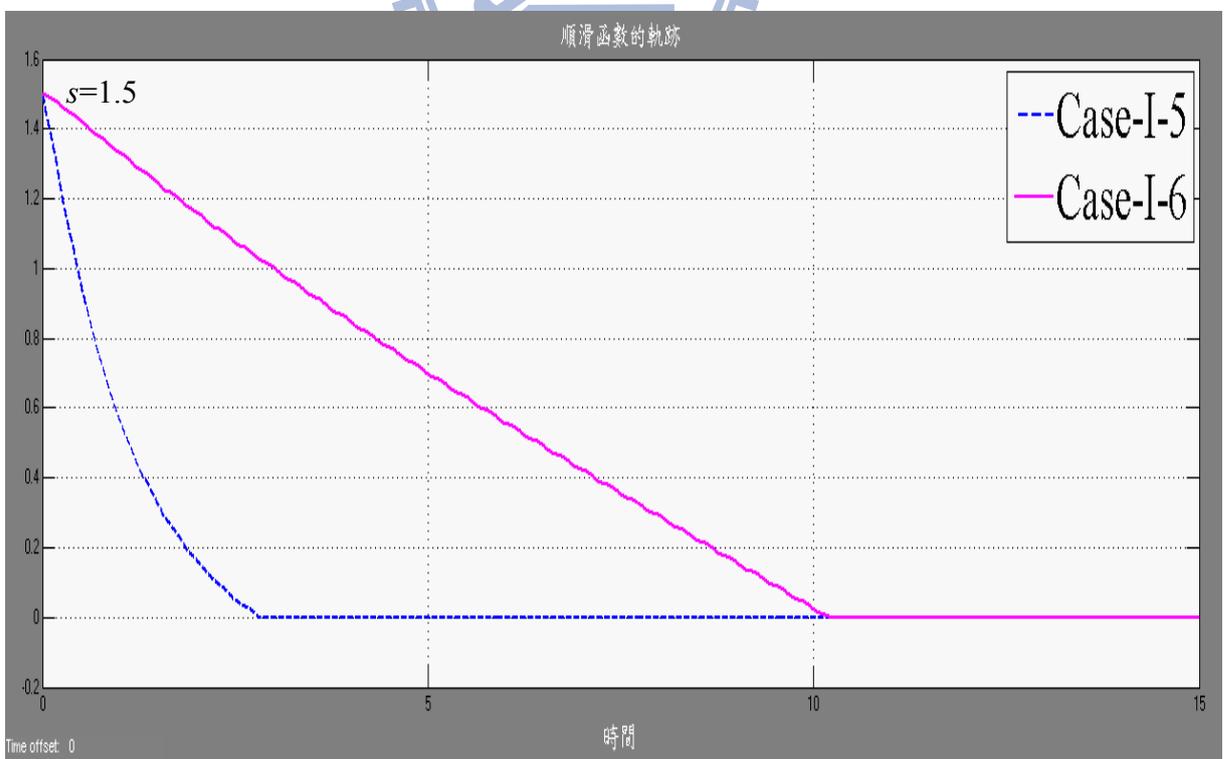


圖 3.27 順滑函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$)

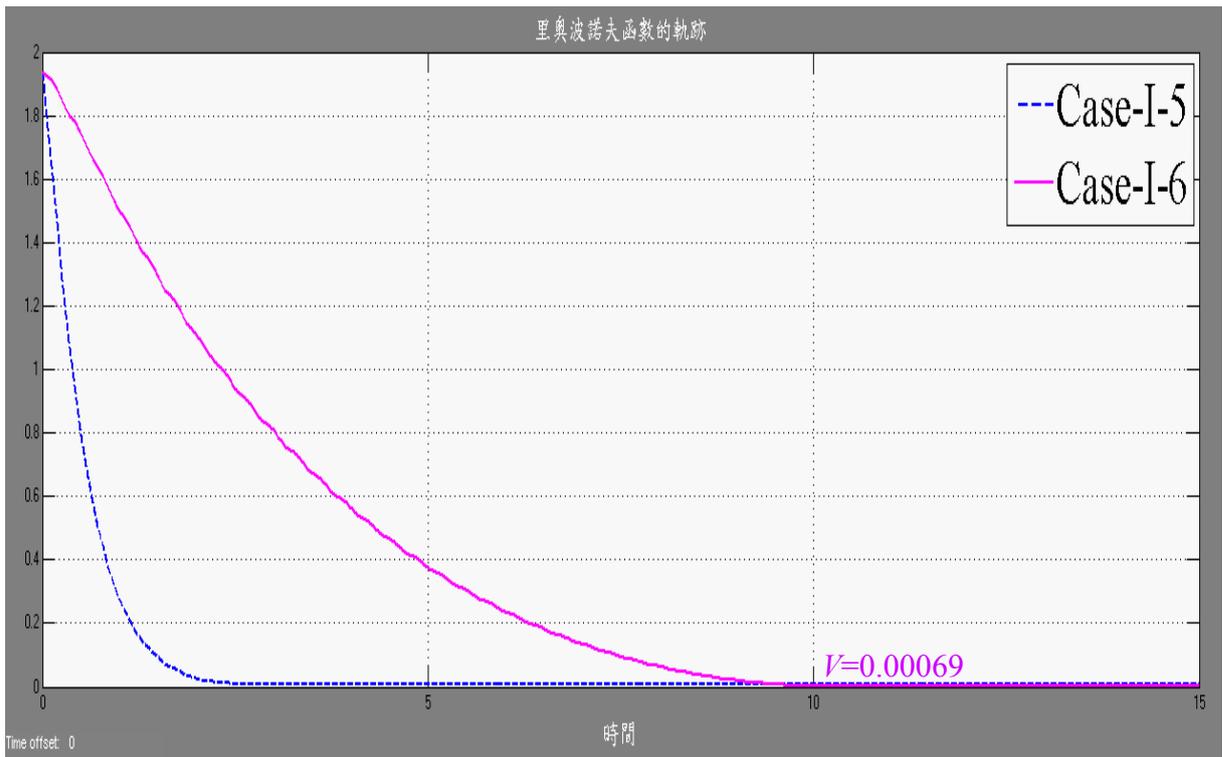


圖 3.28 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$)

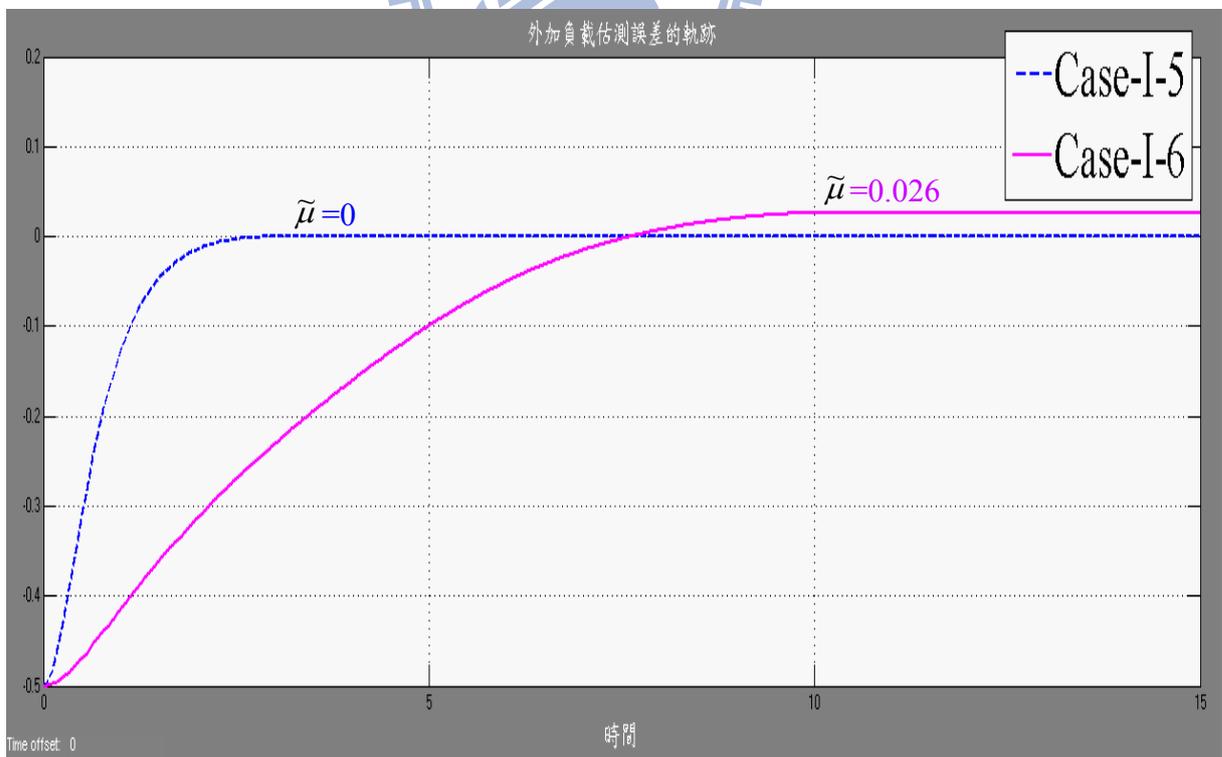


圖 3.29 外加負載估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$)

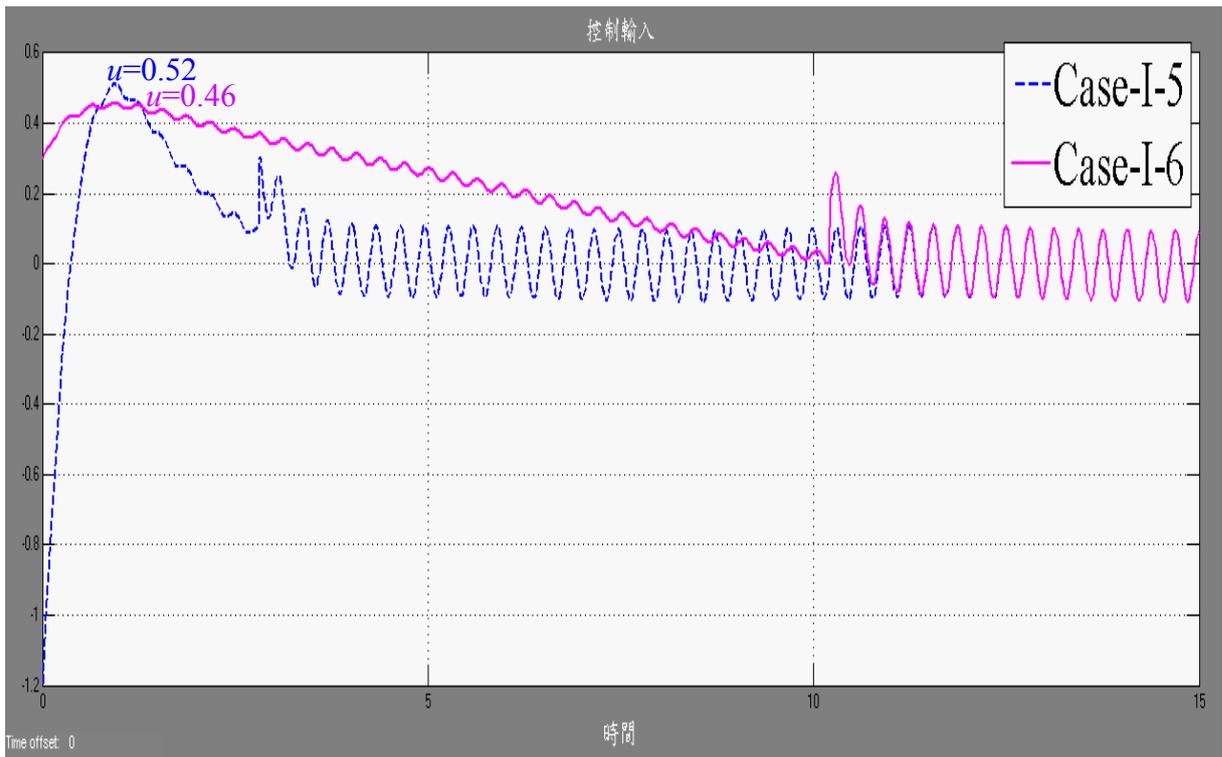


圖 3.30 控制輸入($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=0$)

3.3 Case-II: $d(t)$ 之常數部分 d_0 為未知且不知其上限, m 、 k 與 $\delta(t)$ 之上限 δ_{max} 為已知的模擬

設定(3.3)式的順滑函數, 且依(2.39)所選定的里奧波諾夫函數

$$V = \frac{1}{2} \left(ms^2 + \frac{1}{\gamma_d} \tilde{d}_0^2 \right) \quad (3.6)$$

其中 γ_d 為正值, 而 $\tilde{d}_0 = \hat{d}_0 - d_0$ 為估測誤差, 代表外界干擾的常數部分 d_0 與其估測值 \hat{d}_0 之差異, 同樣的只要能夠證明 $\dot{V} \leq 0$, 即可保證 V 可收斂至定值。而接著依(2.48)所選取的控制法則

$$u = kx + m\ddot{x}_m - m\lambda\dot{x} - \delta_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps - \hat{d}_0 \quad (3.7)$$

其中加入 δ_{max} 係為減抑未知外界干擾 $\delta(t)$ 對系統的影響, 而加入 ps 則是用來調控 \dot{V} 的遞減速度, 以加快系統穩定的目的。

由(3.6)式可知估測誤差 \tilde{d}_0 受到適應增益 γ_d 、順滑函數 s 及里奧波諾夫函數 V 的影

響，即若順滑函數 s 越逼近零且適應增益 γ_d 及里奧波諾夫函數 V 的值越小，將使得估測誤差 \tilde{d}_0 亦越小。而從(3.3)式可知選取較小的 λ 可使順滑函數 s 越快逼近零，且從(3.6)式可知若里奧波諾夫函數 V 為定值，則選取較小的適應增益 γ_d ，亦相對可使估測誤差 \tilde{d}_0 減小，再從(3.7)式的控制法則中，本論文特別加入 ps 項來調控 \dot{V} 的遞減速度，若 p 大則 \dot{V} 的遞減速度加快，相對使得順滑函數 s 變小，亦能使(3.6)式中里奧波諾夫函數 V 的值變小，則同樣具有讓估測誤差 \tilde{d}_0 變小的功用。

綜上所述，適當選取 λ 、 γ_d 及 p 便可使估測誤差 \tilde{d}_0 逼近零，達成控制的目標，故參照第 3.2 節選取 λ 、 γ_m 及 p 的經驗，選取最佳的 λ 、 γ_d 及 p 組合，以增進外界干擾常數部份 d_0 的估測精準度，但選取的過程同樣必須避開不合理的高增益(high gain)輸入，以免除高增益輸入經常引發難以預估不良暫態響應。

模擬： $\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$

條件：依據表 3.2 的相關參數規格，並參照第 3.2 節 λ 、 γ_m 及 p 最適當選擇的經驗值，同樣選定 $\lambda=3$ 、 $\gamma_d=0.5$ 及 $p=1$ ，並假定初始條件 $\dot{x}(0)=\dot{x}_m(0)=0$ 及 $x(0)=x_m(0)=0.5$ ，利用模擬軟體 MATLAB/SIMULINK 進行 Case-II 的數值模擬，以驗證參照第 3.2 節適當選取較小的 λ 、 γ_d 及 p 值，同樣可降低估測誤差 \tilde{d}_0 的值，達成控制的目標。

結果：由圖 3.31、3.32、3.33、3.34、3.35 可得證，選取較小的 λ 、 γ_d 及 p 值，在有外界干擾的情況下，系統的追蹤誤差、順滑函數 s 、里奧波諾夫函數 V 的定值及估測誤差 \tilde{u} 可在有限時間內均逼近到零，達成控制的目標，而且亦降低控制輸入 u 的值，產生適當的控制輸入，減少高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。故由第 3.2 及 3.3 節的模擬結果可確知，選定相同的參數規格，對單一待估測值的系統，同樣都具有良好的成效。

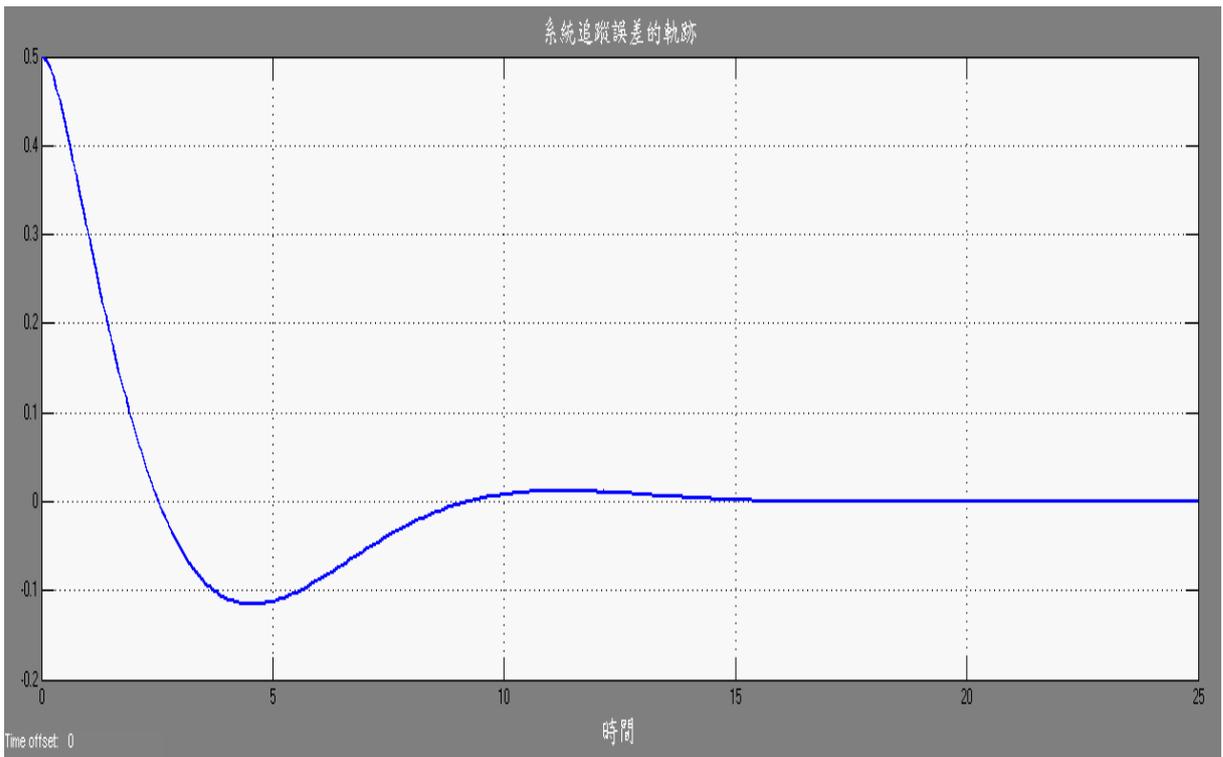


圖 3.31 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

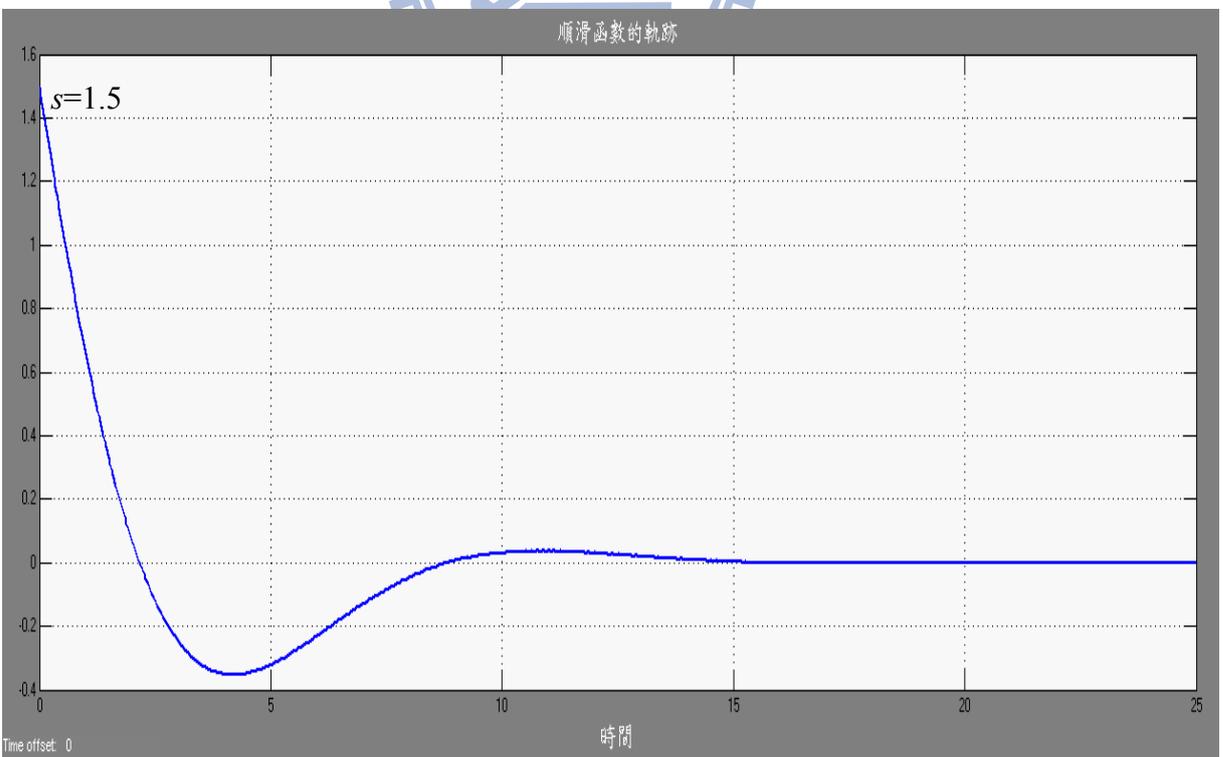


圖 3.32 順滑函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

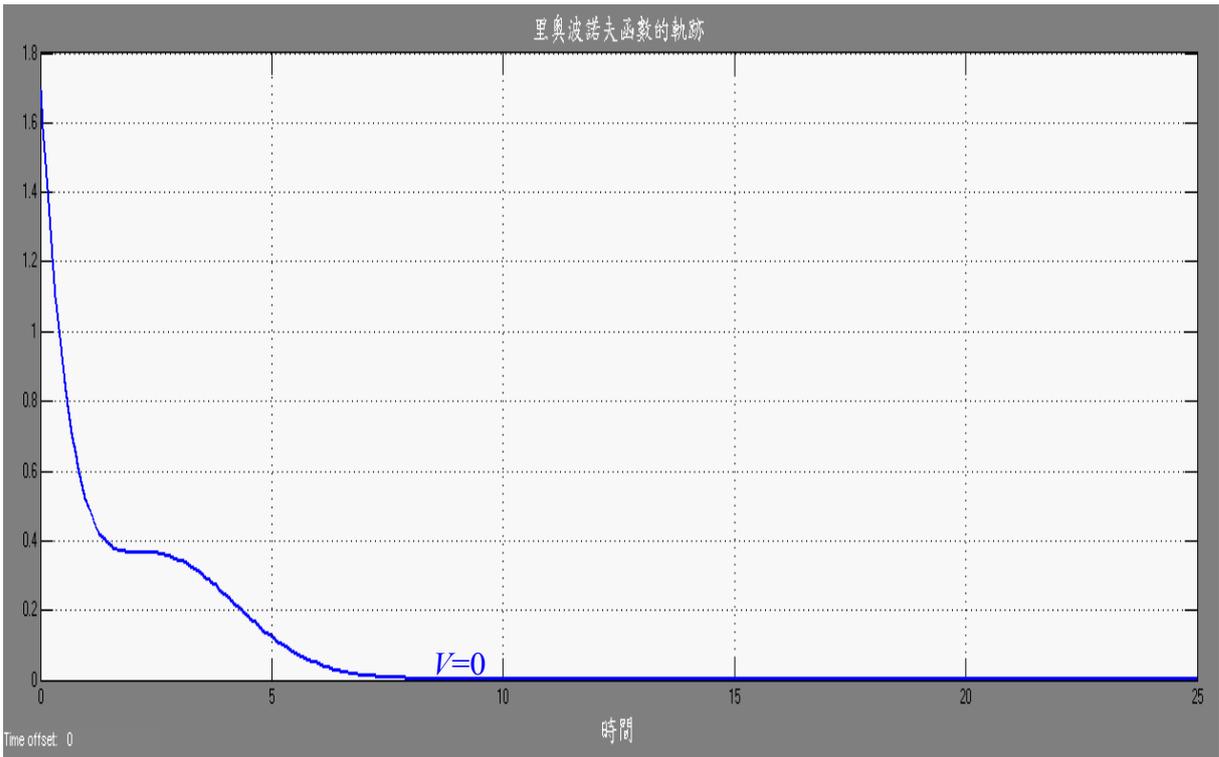


圖 3.33 里奧波諾夫函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

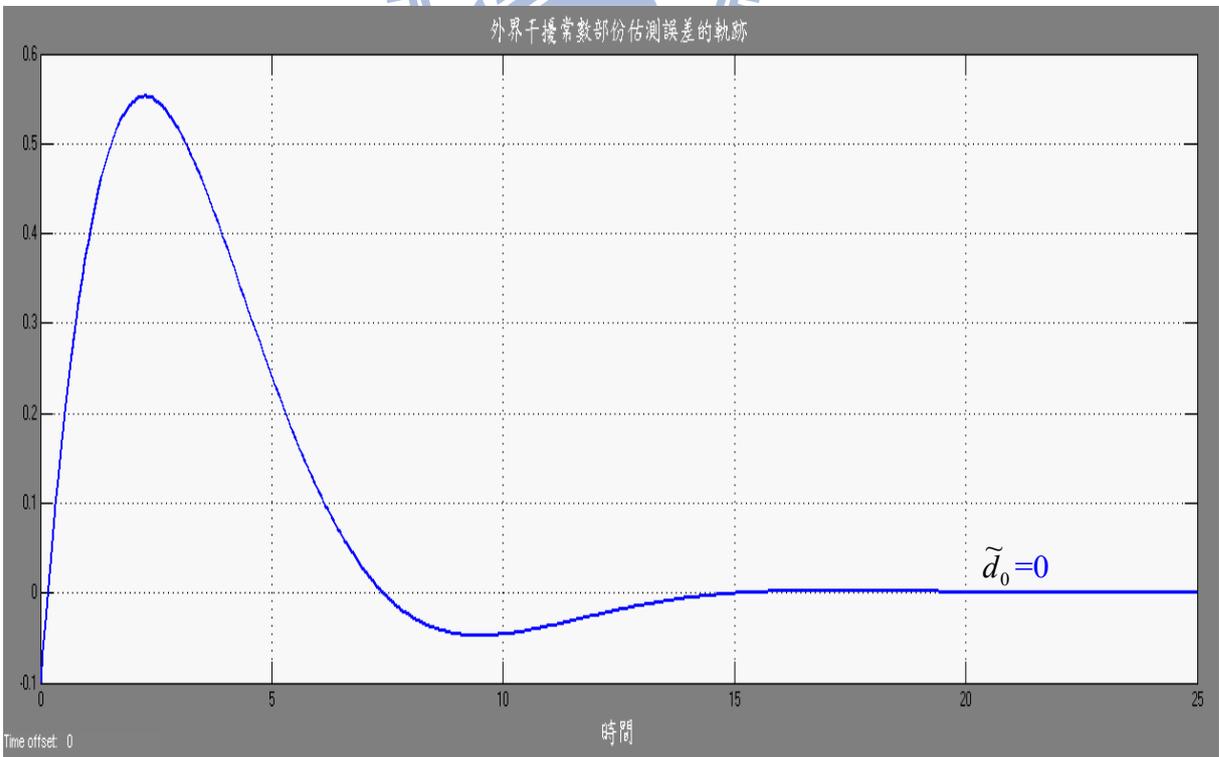


圖 3.34 外界干擾常數部份估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

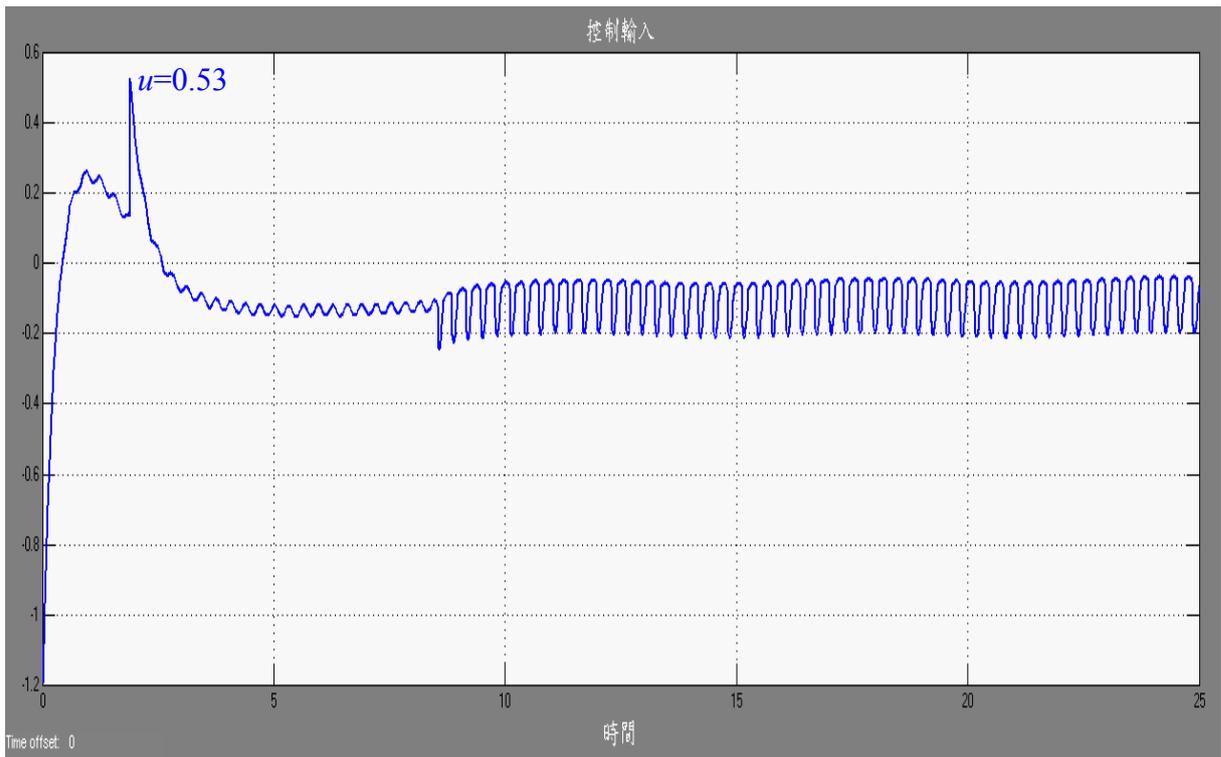


圖 3.35 控制輸入($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

3.4 Case-III : m 與 k 為未知且不知其上限， $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的模擬

模擬： $\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$

設定(3.4)式的順滑函數，且依(2.40)所選定的里奧波諾夫函數

$$V = \frac{1}{2} \left(ms^2 + \frac{1}{\gamma_k} \tilde{k}^2 + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{m}^2 \right) \quad (3.8)$$

其中 γ_k 及 γ_m 為正值，而 $\tilde{k} = \hat{k} - k$ 及 $\tilde{m} = \hat{m} - m$ 分別為彈性係數與質量的估測誤差，同樣的只要能夠證明 $\dot{V} \leq 0$ ，即可保證 V 可收斂至定值。而接著依(2.54)所選取的控制法則

$$u = \hat{k}x + \hat{m}\ddot{x}_m - \hat{m}\lambda\dot{x} - d_{max} \text{sat}(s, \varepsilon) - ps \quad (3.9)$$

其中加入 d_{max} 係為減抑未知外界干擾 $d(t)$ 對系統的影響，而加入 ps 則是用來調控 \dot{V} 的遞減速度，以加快系統穩定的目的。

由(3.8)式可知估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 分受到適應增益 γ_k 、 γ_m 、順滑函數 s 及里奧波諾夫函數 V 的影響，即若順滑函數 s 越逼近零且適應增益 γ_k 、 γ_m 及里奧波諾夫函數 V 的值

越小，將使得估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 亦越小。而從(3.3)式可知，選取較小的 λ 可使順滑函數 s 越快逼近零，且從(3.9)式可知若里奧波諾夫函數 V 為定值，則選取較小的適應增益 γ_k 、 γ_m ，亦相對可使估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 減小，再從(3.9)式的控制法則中，本論文特別加入 ps 項來調控 \dot{V} 的遞減速度，若 p 大則 \dot{V} 的遞減速度加快，相對使得順滑函數 s 變小，亦能使(3.9)式中里奧波諾夫函數 V 的值變小，則同樣具有讓估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 變小的功用。

綜上所述，適當選取 λ 、 γ_k 、 γ_m 及 p 便可使估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 逼近零，達成控制的目標，故參照第 3.2 節選取 λ 、 γ_m 及 p 的經驗，選取最佳的 λ 、 γ_k 、 γ_m 及 p 組合，以增進彈性係數 k 及質量 m 的估測精準度，但選取的過程同樣必須避開不合理的高增益(high gain)輸入，以免除高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。

模擬： $\lambda=3$ 、 $\gamma_k=0.5$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$

條件：依據表 3.3 的相關參數規格，參照第 3.2 節 λ 、 γ_m 及 p 最適當選擇的經驗值，同樣選定 $\lambda=3$ 、 $\gamma_k=0.5$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$ ，並假定初始條件 $\dot{x}(0)=\dot{x}_m(0)=0$ 及 $x(0)=x_m(0)=0.5$ ，利用模擬軟體 MATLAB/SIMULINK 進行 Case-III 的數值模擬，以驗證參照第 3.2 節適當選取較小的 λ 、 γ_k 、 γ_m 及 p 值，是否可同時降低估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 的值，達成控制的目標。

結果：由圖 3.36、3.37、3.38、3.39、3.40、3.41 可得證，選取較小的 λ 、 γ_k 、 γ_m 及 p 值，在有外界干擾的情況下，系統的追蹤誤差、順滑函數 s 可在有限時間內均逼近到零，而里奧波諾夫函數 V 收斂到非零的定值，可證明 $\dot{V} \leq 0$ ，確保系統的穩定性可以達成，但估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 並無法在有限時間內逼近到零，其原因從(2.55)及(2.56)式所選定的控制法則可知，當順滑函數 s 在很短的時間內逼近到零時，便停止估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 值的變動，故雖可證得 $\dot{V} \leq 0$ 、 $x \rightarrow x_m$ 及 $s \rightarrow 0$ ，確認系統達到穩定控制目的，但卻無法讓 \tilde{k} 及 \tilde{m} 逼近到零，而且明顯的加大控制輸入 u 的值，衍生可能的高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。

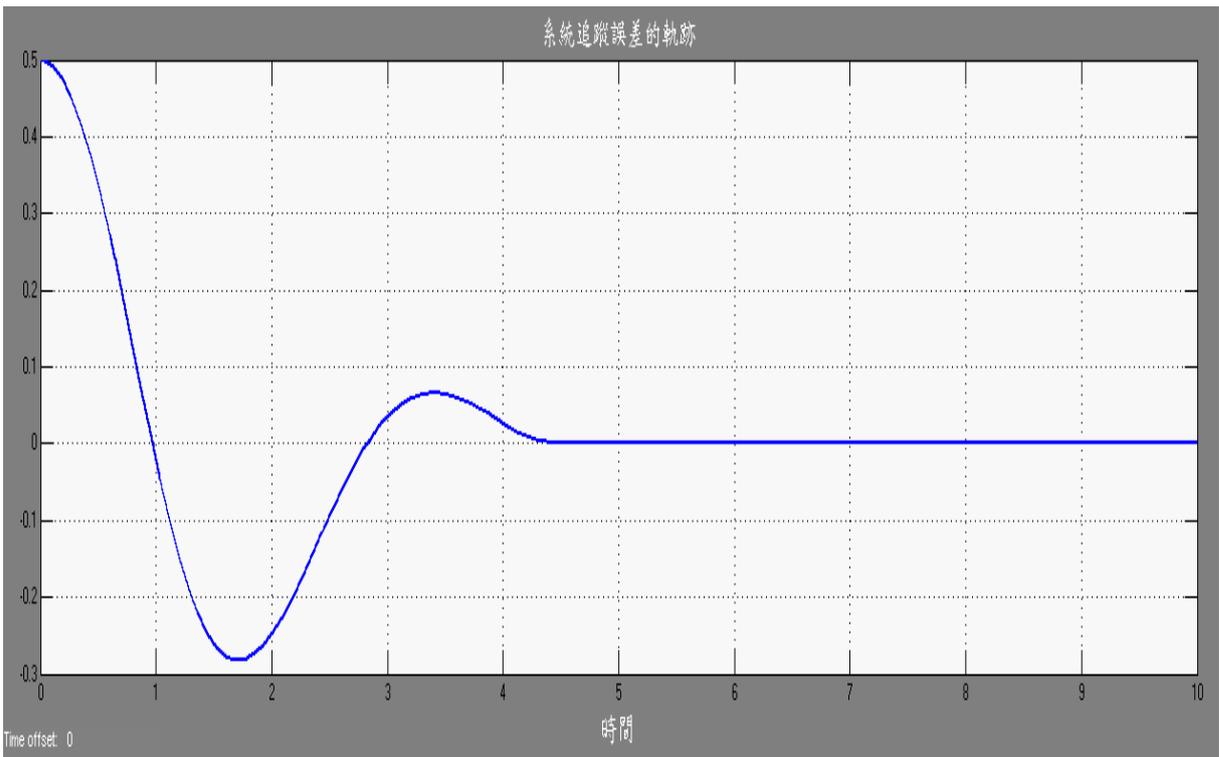


圖 3.36 系統追蹤誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_k=0.5$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

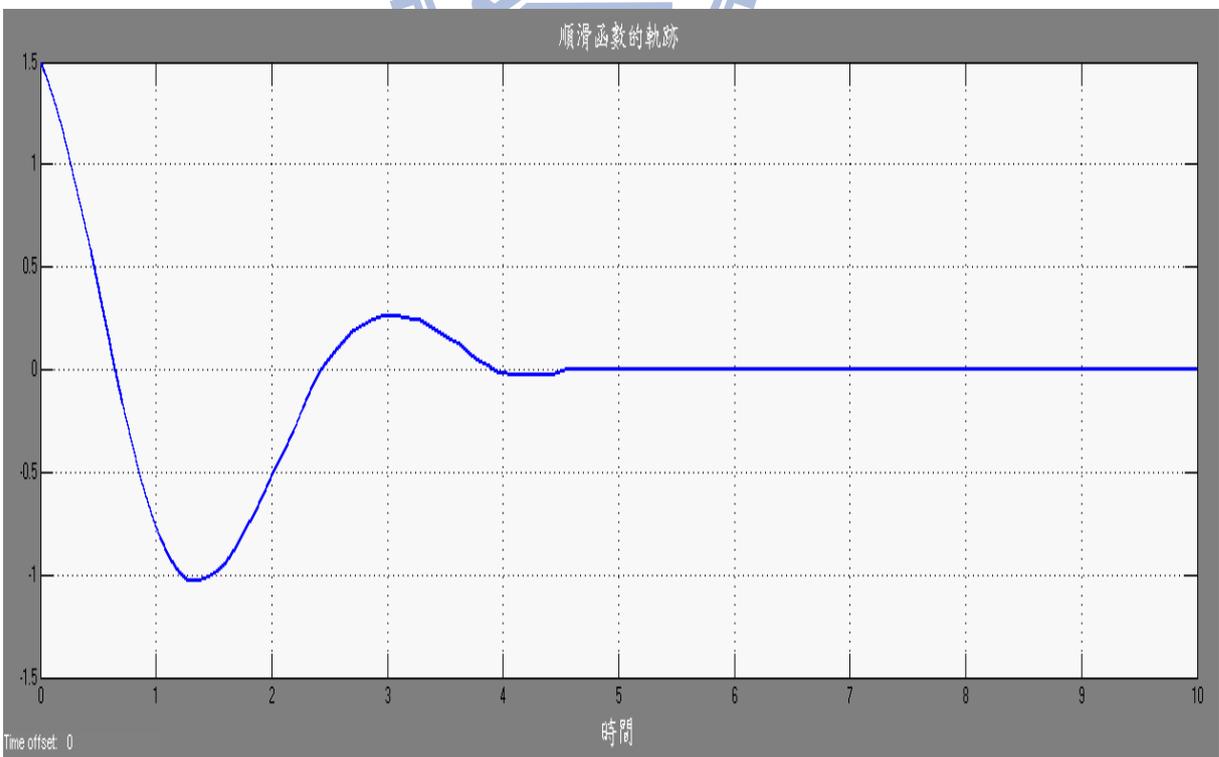


圖 3.37 順滑函數的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_k=0.5$ 、 $\gamma_m=0.5$ 及 $p=1$)

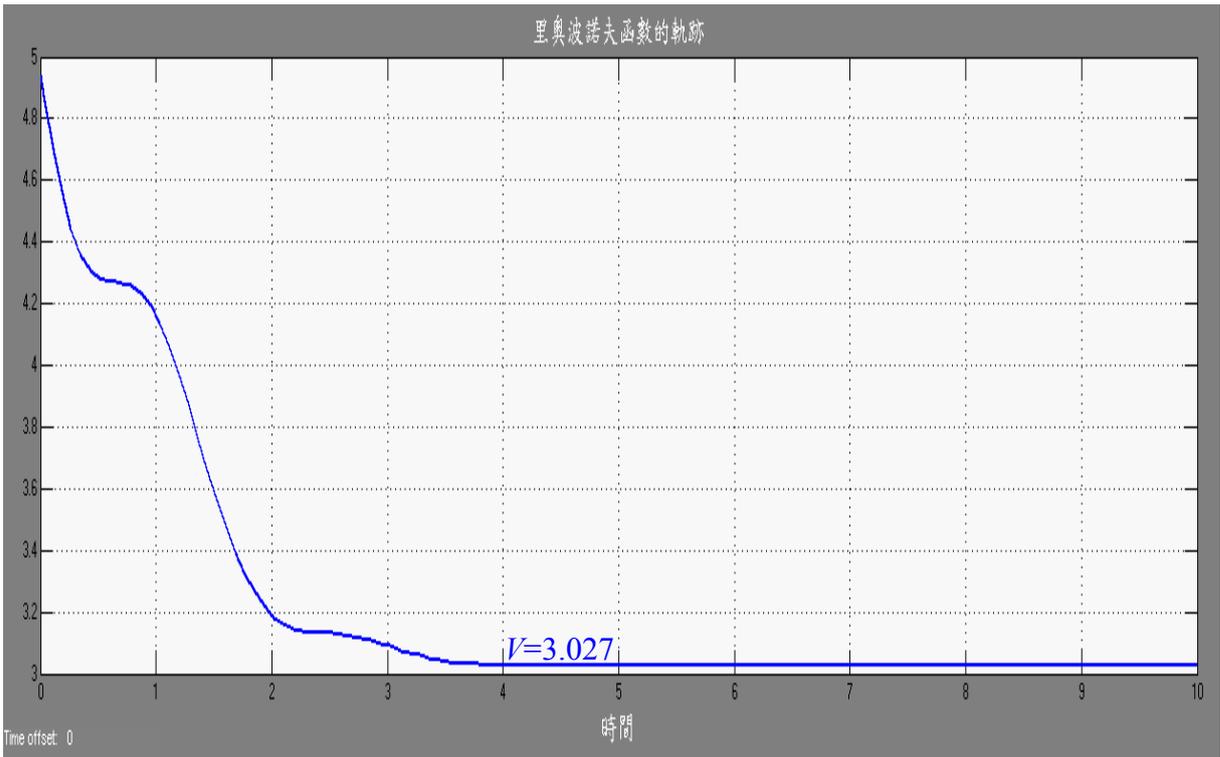


圖 3.38 里奧波諾夫函数的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 、 $\gamma_k=0.5$ 及 $p=1$)

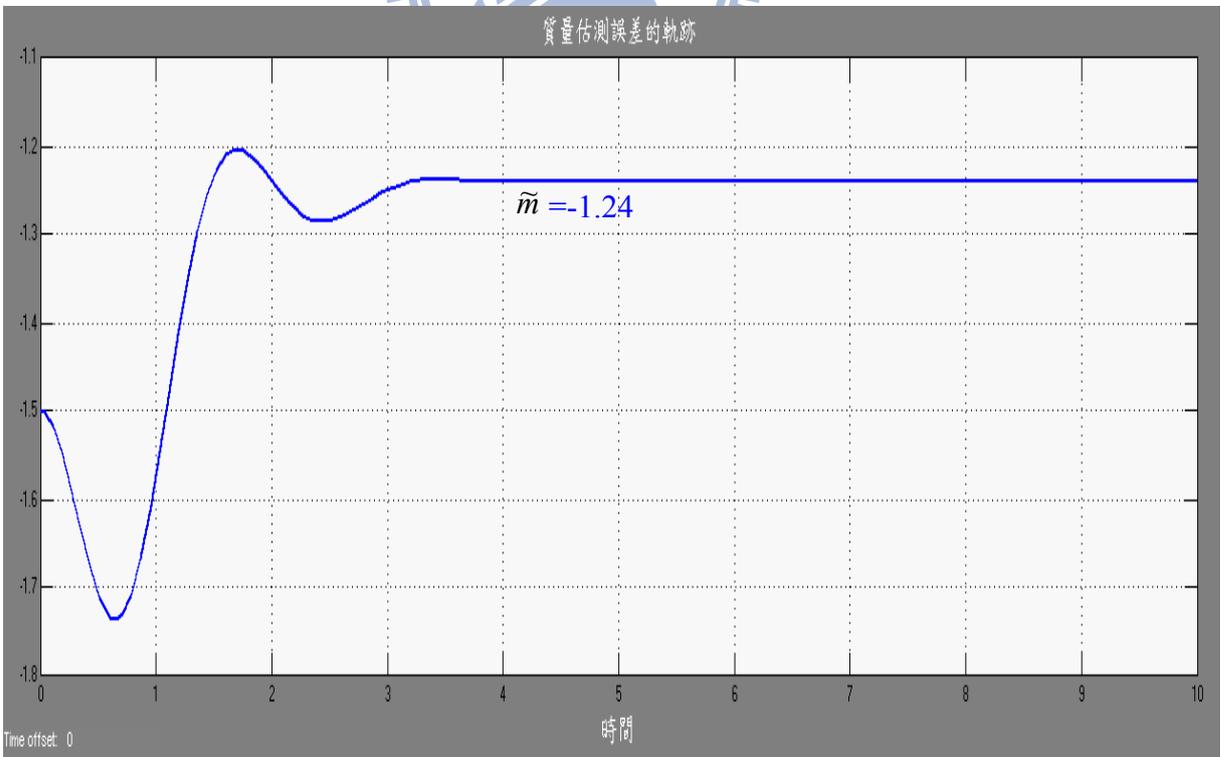


圖 3.39 質量估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 、 $\gamma_k=0.5$ 及 $p=1$)

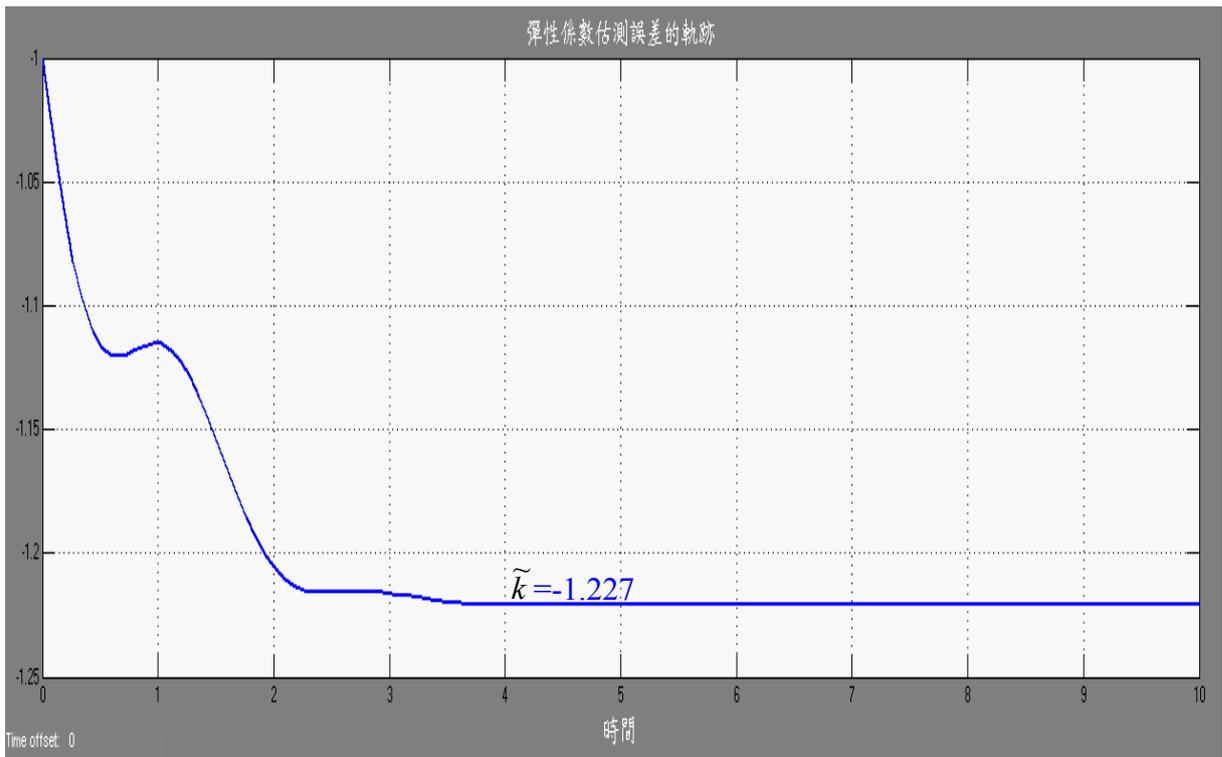


圖 3.40 彈性係數估測誤差的軌跡($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 、 $\gamma_k=0.5$ 及 $p=1$)

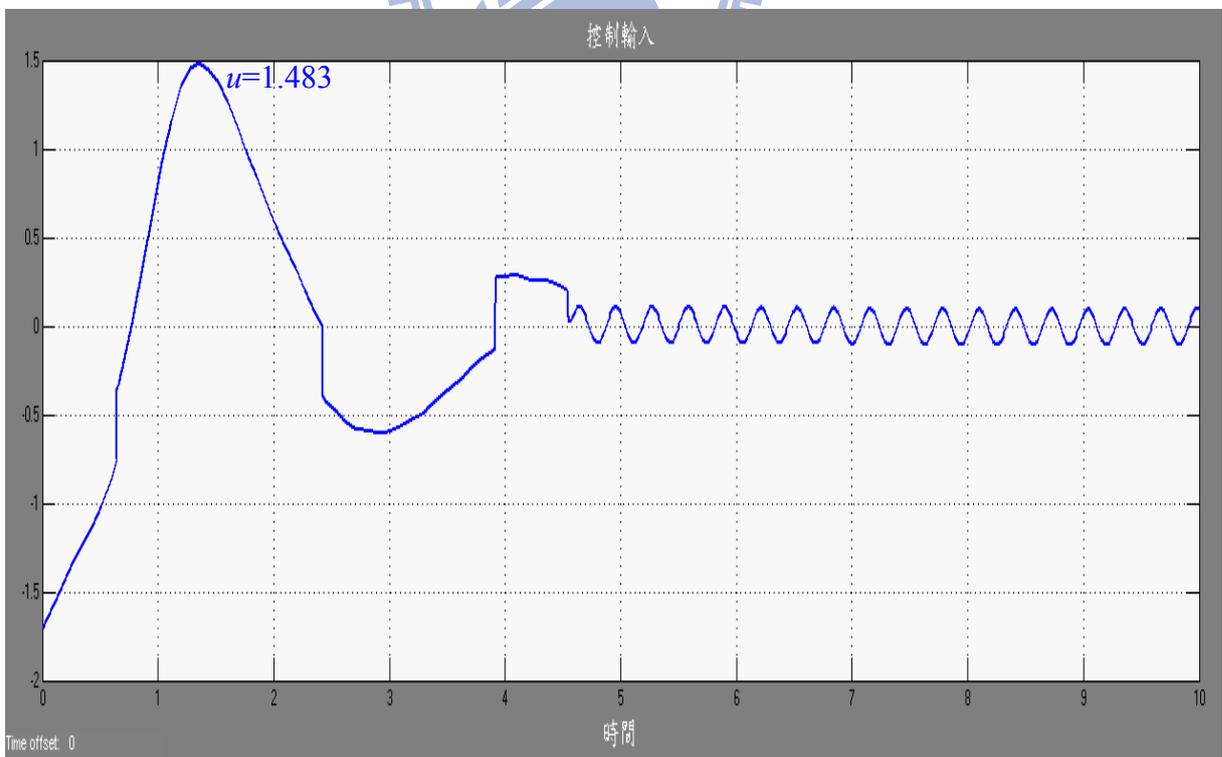


圖 3.41 控制輸入($\lambda=3$ 、 $\gamma_m=0.5$ 、 $\gamma_k=0.5$ 及 $p=1$)

3.5 模擬結果探討

由(3.3)至(3.9)式可知，順滑函數的常數部份 λ 、適應增益 γ 及里奧波諾夫函數遞減因子 p 是影響估測誤差精準度的關鍵參數，由第 3.2 及 3.3 節的數值模擬結果可看出，選定相同的參數規格，適當選取較小的常數部份 λ 、適應增益 γ 及里奧波諾夫函數遞減因子 p ，對系統具有單一未知參數及外界干擾或的系統不定量情況下，適應性順滑模態控制器都同樣展現良好的成效，使得估測誤差逼近到零，精準達成控制的目標。

而比較第 3.2 節 I-5 及 I-6 的數值模擬結果可看出，本論文特別於選取的控制法則中加入 ps 項，目的是用來調控 \dot{V} 的遞減速度，以使系統迅速達到穩定的目的，確實能更有效加速達成控制目標，而且能產生適當的控制輸入，減少高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。

但從第 3.4 節的數值模擬結果可看出，同樣選定相同的參數規格，適當選取較小的常數部份 λ 、適應增益 γ 及里奧波諾夫函數遞減因子 p ，但對系統具有非單一未知參數及外界干擾或系統不定量情況下，僅能讓系統的追蹤誤差、順滑函數 s 可在有限時間內均逼近到零，而里奧波諾夫函數 V 收斂到非零的定值，可證明 $\dot{V} \leq 0$ ，確保系統的穩定性可以達成。但估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 並無法在有限時間內均逼近到零，其原因從(2.55)及(2.56)式所選定的控制法則可知，當順滑函數 s 在很短的時間內逼近到零時，便停止估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 值的變動，故雖可證得 $\dot{V} \leq 0$ 、 $x \rightarrow x_m$ 及 $s \rightarrow 0$ ，確認系統達到穩定控制目的，但卻無法讓 \tilde{k} 及 \tilde{m} 逼近到零，而且明顯的加大控制輸入 u 的值，衍生可能的高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。

第四章 結論及未來展望

4.1 結論

本論文研製二階動態系統之適應性順滑模態控制器，主要為改善傳統順滑模態控制設計時，必須事先掌握未知參數上限的缺點，結合適應性法則，以即時估測的方式取得系統的未知參數。在本論文中，根據系統特性的差異歸納出三種情況，分別提出不同的適應性順滑模態控制方式，以解決高增益輸入、外界干擾、估測誤差等問題，其中包括三個設計步驟，首先給定適當的參考模型，其次是選定順滑模態函數，並依據不同的系統特性設計里奧波諾夫函數，最後再求得適應性順滑模態控制法則。為了驗證適應性順滑模態控制器的可行性，以常見的二階 MBK 機械系統進行數值模擬，從模擬結果中可以看出系統的響應確實對外界干擾具有強健性，而且高增益輸入的問題也可獲得改善，至於系統的未知參數，也可經由適應性法則來降低其估測誤差。

從第三章的數值模擬結果可知，順滑函數的常數部份 λ 、適應增益 γ 及里奧波諾夫函數遞減因子 p 是影響估測誤差精準度及系統穩定性的三個關鍵參數，以下摘述各種假定情況的模擬結論。

- (I) 從模擬 I-2 可知，選取較小的 λ 值，將使得順滑函數 s 的初始值減小、較快逼近到零，降低估測誤差 $\tilde{\mu}$ ，且同時也會減小控制輸入 u 的值，降低高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。
- (II) 從模擬 I-3 可知，選取較小的 γ_m 確實會減小估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的值，但並未明顯降低控制輸入 u 的值。
- (III) 從模擬 I-4 可知，選取較大的 p 的確會加快里奧波諾夫函數 V 之收斂速度及減小其最後的定值，並使得順滑函數 s 也加速逼近到零，進而達到減小估測誤差 $\tilde{\mu}$ 的目標。惟選取較大的 p 值會明顯加大控制輸入 u 的值，增加高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。
- (IV) 從模擬 I-5 可知，選取較小的 λ 、 γ_m 及 p 值，在有外界干擾的情況下，系統的追蹤誤差、順滑函數 s 、里奧波諾夫函數 V 的定值及估測誤差 $\tilde{\mu}$ 等，均可在有限時間內逼近到零，達成控制的目標，而且亦降低控制輸入 u 的值，產生適當的控制輸入，減少高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。
- (V) 從模擬 I-6 可知，當 $p=0$ 時，確實會延緩系統的追蹤誤差、順滑函數 s 、里奧波諾

夫函數 V 的定值、估測誤差 \tilde{u} 及控制輸入 u 遞減速度，且造成估測誤差 \tilde{u} 無法逼近到零。故本論文特別於選取的控制法則中加入 ps 項，目的是用來調控 \dot{V} 的遞減速度，以使系統迅速達到穩定的目的，經比較模擬 I-5 及模擬 I-6 可明顯證得，選取適度的 p 確實能更有效達成控制目標。

(VI) 從模擬 II 可知，選取較小的 λ 、 γ_d 及 p 值，在有外界干擾的情況下，系統的追蹤誤差、順滑函數 s 、里奧波諾夫函數 V 的定值及估測誤差 \tilde{d}_0 可在有限時間內均逼近到零，達成控制的目標，而且亦降低控制輸入 u 的值，產生適當的控制輸入，減少高增益輸入經常引發難以預估的高頻響應，造成不良的暫態響應。故由第 3.2 及 3.3 節的模擬結果可確知，選定相同的參數規格，對單一待估測值的系統，同樣都具有良好的成效。

(VII) 從模擬 III 可知，選取較小的 λ 、 γ_k 、 γ_m 及 p 值，在有外界干擾的情況下，系統的追蹤誤差、順滑函數 s 可在有限時間內均逼近到零，而里奧波諾夫函數 V 收斂到非零的定值，可證明 $\dot{V} \leq 0$ ，確保系統的穩定性可以達成，但估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 並無法在有限時間內逼近到零，其原因從(2.55)及(2.56)式所選定的控制法則可知，當順滑函數 s 在很短的時間內逼近到零時，便停止估測誤差 \tilde{k} 及 \tilde{m} 值的變動，故雖可證得 $\dot{V} \leq 0$ 、 $x \rightarrow x_m$ 及 $s \rightarrow 0$ ，確認系統達到穩定控制目的，但卻無法讓 \tilde{k} 及 \tilde{m} 逼近到零，而且明顯的加大控制輸入 u 的值，衍生可能的高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。

綜上所述，適當選取較小的常數部份 λ 、適應增益 γ 及里奧波諾夫函數遞減因子 p ，由第 3.2 及 3.3 節的數值模擬結果可看出，選定相同的參數規格，適當選取較小的常數部份 λ 、適應增益 γ 及里奧波諾夫函數遞減因子 p ，對系統具有單一未知參數及外界干擾或的系統不定量情況下，本論文所研製二階動態系統之適應性順滑模態控制器確實展現良好的成效，解決高增益輸入、外界干擾、估測誤差等問題，精準達成控制的目標。而且亦證得本論文特別於選取的控制法則中加入 ps 項，確實能調控 \dot{V} 的遞減速度，使系統迅速達到穩定，有效加速達成控制目標。

但從第 3.4 節的數值模擬結果可看出，同樣選定相同的參數規格，適當選取較小的常數部份 λ 、適應增益 γ 及里奧波諾夫函數遞減因子 p ，但對系統具有非單一未知參數及外界干擾或系統不定量情況下，僅能讓系統的追蹤誤差、順滑函數 s 可在有限時間內均逼近到零，而里奧波諾夫函數 V 收斂到非零的定值，可證明 $\dot{V} \leq 0$ ，確保系統的穩定性可以達成，但無法讓非單一未知參數的估測誤差在有限時間內均逼近到零，其原因從(2.55)

及(2.56)式所選定的控制法則延伸可知，當順滑函數 s 在很短的時間內逼近到零時，便停止多未知參數估測誤差的變動，故雖可證得 $\dot{V} \leq 0$ 、 $x \rightarrow x_m$ 及 $s \rightarrow 0$ ，確認系統達到穩定控制目的，但卻無法讓多未知參數的估測誤差同時趨近於零，而且明顯的加大控制輸入 u 的值，衍生可能的高增益輸入經常引發難以預估的不良暫態響應。

4.2 未來展望

從第三章的數值模擬結果可知，對具有單一未知參數及外界干擾或系統不定量情況下的系統，本論文所研製二階動態系統之適應性順滑模態控制器確實展現良好的成效，解決高增益輸入、外界干擾、估測誤差等問題，精準達成控制的目標，但對系統具有多未知參數及外界干擾或系統不定量情況下，僅能讓系統的追蹤誤差、順滑函數 s 可在有限時間內均逼近到零，而里奧波諾夫函數 V 收斂到非零的定值，可證明 $\dot{V} \leq 0$ ，確保系統的穩定性可以達成，但無法讓多未知參數的估測誤差在有限時間內逼近到零。

本論文中以常見的二階 MBK 機械系統進行數值模擬，在一般狀況下，由於摩擦力極小，因此在設計控制器時通常可將阻尼係數 b 忽略不計，至於彈性係數 k 屬於系統本身的特性，在無外加負載的情況下，利用系統慣量即可求得，故針對二階 MBK 機械系統，能掌控質量 m 的值相對重要，故若系統僅具有 2 個未知參數，則可選取對系統影響較大的未知參數進行估測，而讓系統的最終結果接近預期目標，但若系統具有多個未知參數，則前述方式斷不可行，故對具有多未知參數及外界干擾或系統不定量的系統，如何讓多未知參數的估測誤差均在有限時間內逼近到零，這個問題可為未來研究的努力方向。

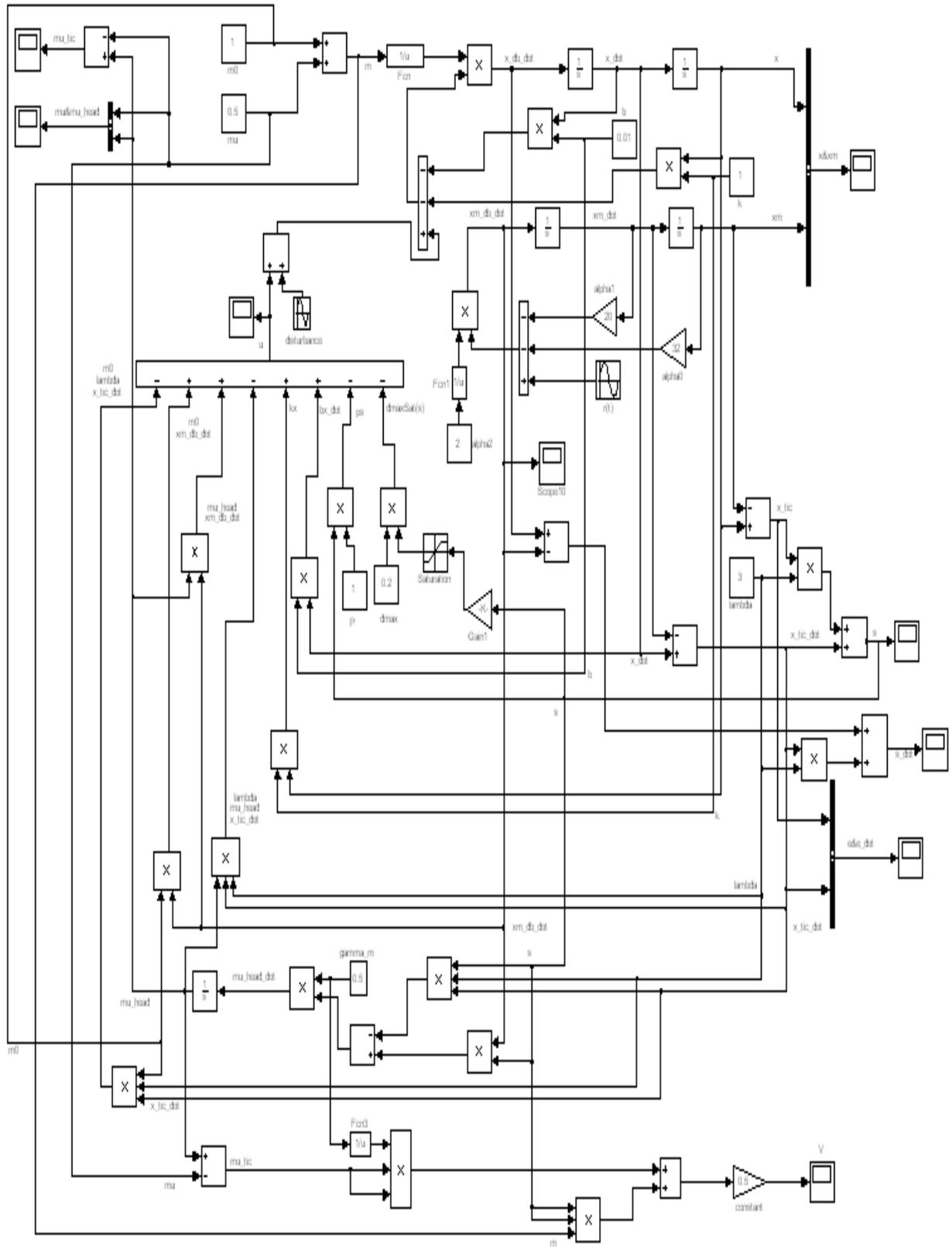
參 考 文 獻

- [1] J. D. Wang, T. L. Lee and Y. T. Juang, "New Methods to Design an Integral Variable Structure Controller," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 41, pp. 140-143, 1996.
- [2] D. Sbarbaro, "Application of Integral Variable Structure Controllers," *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications*, Dearborn, MI pp. 673-678, 1996.
- [3] V. I. UtKin. *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, Moscow: MIR publishers, 1978.
- [4] E. Baily and A. Arapostathis, "Simple Sliding Mode Control Scheme Applied to Robot Manipulator," *Int. J. Control*, Vol. 45, pp. 1197-1209, 1987.
- [5] S. V. Emelyanov, *Variable Structure Control Systems*, Nkuka, Moscow, 1967.
- [6] V. I. UtKin, "Variable Structure Systems with Sliding Modes," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 22, pp. 212-222, 1977.
- [7] J. Y. Hung, W. Gao and J. C. Hung, "Variable Structure Control: A survey," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, pp. 2-22, 1993.
- [8] 陳永平、張浚林，*可變結構控制設計*，二版，全華科技圖書，台北，民國九十一年。
- [9] W. Song, Y. Liu and L. Sun, "Model Reference Adaptive Integral-type Sliding Mode Control Design for a Class of Uncertain Systems," *Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, June 21-23, 2006, Dalian, China, pp. 2056-2060, 2006.
- [10] K. K. Young "Asymptotic Stability of Model Reference Systems with Variable Structure Control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 22, pp. 279-281, 1977.
- [11] J. J. E. Slotine and S. S. Sastry, "Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces with Application to Robot Manipulators," *Int. J. Control*, Vol. 38, pp. 465-492, 1983.
- [12] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Prentice Hall, 1989.
- [13] K. J. Astrom "Theory and Applications of Adaptive Control: A Survey," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 19, pp. 471-486, 1983.
- [14] S. Sastry and M. Bodson, *Adaptive Control Stability, Convergence and Robustness*, Prentice Hall, 1989.

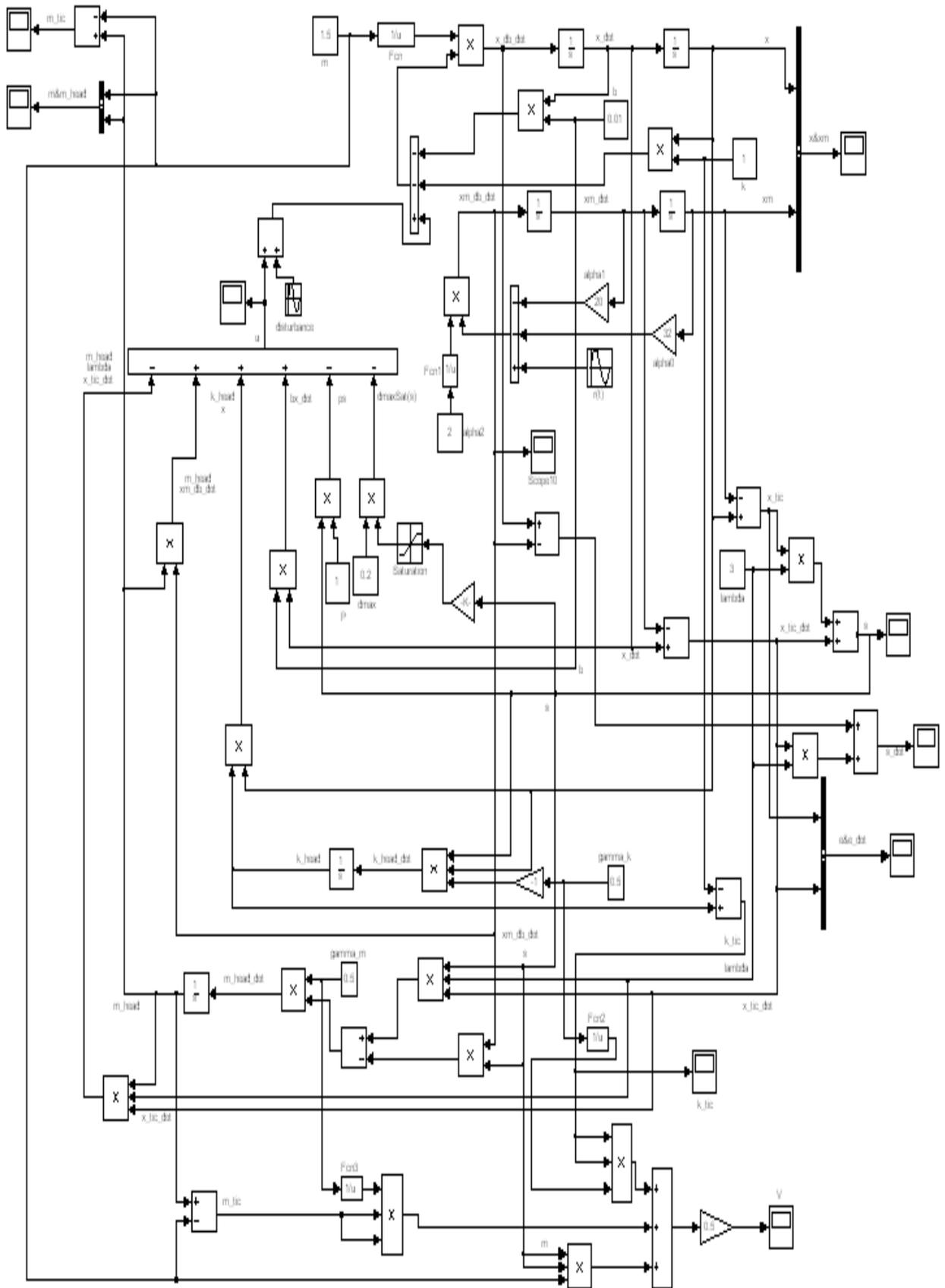
- [15] D. E. Miller and E. J. Davison, "An Adaptive Controller which Provides Lyapunov Stability," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 34, pp. 599-609, 1989.
- [16] D. E. Miller and E. J. Davison, "An Adaptive Controller which Provides an Arbitrarily Good Transient and Steady-State Response," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 36, pp. 68-81, 1991.
- [17] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs NJ, 1991.
- [18] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Prentice Hall, 1989.
- [19] L. Hsu, A. D. Araújo and R. R. Costa, "Analysis and Design of I/O Based Variable Structure Adaptive Control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 39, pp. 4-21, 1994.
- [20] L. Yan, L. Hsu, R. R. Costa and F. Lizarralde, "Variable Structure Model Reference Adaptive Control for Systems with Unknown High Frequency Gain¹," *Proceedings of the 42th Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaii, pp. 3525-3530, 2003.
- [21] L. Yan, L. Hsu and S. Xiuxia, "A Variable Structure MARC with Expected Transient and Steady-State Performance," *Automatic, In Press*, 2006.
- [22] L. Hsu, "Variable Structure Model Reference Adaptive Control Using only I/O Measurement: part II," *Proceedings of the 27th Conference on Decision and Control*, Austin, Texas, pp. 2396-2401, 1988.
- [23] L. Hsu, F. Lizarralde and A. D. Araújo, "New Results on Output-Feedback Variable Structure Model-Reference Adaptive Control: Design and Stability Analysis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 42, pp. 386-393, 1997.
- [24] A. K. Mohammadi, "A Variable Structure Model Reference Adaptive Controller, for SIMO Systems," *Proceedings of the First International Conference on Innovative Computing, Information and Control*, 2006.
- [25] D. W. Repperger and J. H. Lilly, "A Study on a Class of MRAC Algorithms," *Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control*, Phoenix, Arizona USA, pp. 3321-3326, 1999.
- [26] K. Nonaka, M. Yamakita and K. Furuta, "A Study on Model Reference Variable Structure Control with Adaptive Sliding Surface," *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, pp. 3504-3509, 1996.
- [27] S. H. Huh and Z. Bien, "Robust Sliding Mode Control of A Robot Manipulator Based on Variable Structure-Model Reference Adaptive Control Approach," *IET Control Theory Applications*, pp. 1355-1363, 2007.

- [28] D. E. Miller, "A New Approach to Model Reference Adaptive Control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 48, pp. 743-757, 2003.
- [29] C. H. Chou and C. C. Cheng, "A Decentralized Model Reference Adaptive Variable Structure Controller for Large-Scale Time-Varying Delay Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 48, pp. 1213-1217, 2003.
- [30] A. C. Huang and Y. C. Chen, "Adaptive Sliding Control for Single-Link Flexible-Joint Robot with Mismatched Uncertainties," *IEEE Transactions Control System Technology*, pp. 770-775, 2004.
- [31] E. L. Mirkin, "Variable Structure Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal for Input-Delay Systems," *PhysCon 2005, St. Petersburg, Russia*, pp. 573-577, 2005.
- [32] E. Bertran and G. M. Lopez, "Adaptive VS-MRAC for Disturbance Cancellation," *Electronics Letters*, Vol. 31, pp. 142-144, 1995.
- [33] E. L. Mirkin, "Combination of Sliding Mode and Reference Model Prediction Methods for Adaptive Control of Input-Delay Systems," *Proceeding of the 7th International Workshop on Variable Structure Systems*, Sarajevo, pp. 153-162, 2002.
- [34] 周建興, 「針對不確定動態系統之參考模式調適可變結構控制器設計」, 國立中山大學, 博士論文, 民國九十一年。
- [35] Richard T. O'Brien, Jr. and Jamie M. Howe, "Optimal PID Controller Design using Standard Optimal Control Technique," 2008 American Control Conference, pp. 4733-4738, Westin Seattle Hotel, Seattle, Washington, USA, 2008.
- [36] C. Knospe, "PID Control," *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 26, pp. 30-31, 2006.
- [37] Jun ZHAO, Ping LI, and Xue-song WANG, "Intelligent PID Controller Design with Adaptive Criterion Adjustment via Least Squares Support Vector Machine," 2009 Chinese Control and Decision Conference, pp. 7-12, China University of Mining and Technology, China, 2009.
- [38] K. Zhou, J. C. Doyle and K. Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1996.
- [39] H. P. Whitaker, J. Yamron and A. Kezer, "Design of model reference adaptive control systems for aircraft," Instrum. Lab., MIT Press, Cambridge, MA, Tech. Rep. R-164, 1958.

附 錄



圖一 Case-I: μ 為未知且不知其上限, k 與 $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的
MATLAB/SIMULINK 模擬方塊圖



圖三 Case-III： m 與 k 為未知且不知其上限， $d(t)$ 之上限 d_{max} 為已知的 MATLAB/SIMULINK 模擬方塊圖