

# 國立交通大學

資訊學院 資訊學程

## 碩士論文



輻射半徑基底函數網路於井測資料之反推

Radial Basis Function Network for Well Log Data Inversion

研究生：翁立昇

指導教授：黃國源 教授

中華民國九十九年七月

輻射半徑基底函數網路於井測資料之反推

Radial Basis Function Network for Well Log Data Inversion

研究生：翁立昇

Student : Li-Sheng Weng

指導教授：黃國源 教授

Advisor : Dr. Kou-Yuan Huang

國立交通大學

資訊學院 資訊學程

碩士論文

The logo of National Chiao Tung University is a circular emblem. It features a gear-like outer border. Inside, there are stylized representations of a book, a computer monitor, and a graduation cap. The text 'NCTU' is prominently displayed in the center, with '1896' below it. The words 'A Thesis' are written across the middle of the emblem.

A Thesis  
Submitted to College of Computer Science  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master of Science  
in  
Computer Science

July 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年七月

# 輻射半徑基底函數網路於井測資料之反推

學生：翁立昇

指導教授：黃國源 教授

國立交通大學 資訊學院 資訊學程碩士班

## 摘 要

關鍵字：輻射半徑基底函數網路，學習法則，井測資料反推。

我們採用監督式的輻射半徑基底函數網路 (Radial basis function network, RBF)，而且提出改良式兩層 RBF 與改良式三層 RBF 於井測資料的反推。網路的輸入是井測的視導電率 (apparent conductivity,  $C_a$ )，而輸出是真實地層導電率 (true formation conductivity,  $C_t$ )，由於做井測反推，所以輸入與輸出的特徵值數目是相同的。在實驗的部份，分為模擬資料的實驗與實際的井測資料的應用。在模擬的實驗，共有 31 組模擬的井測資料，其中 25 組做訓練，6 組做測試。

在改良式兩層 RBF 中，第一層為對訓練樣本做非監督式的分群，我們以 K-means 分群法與 pseudo F-statistic test 來決定最佳的分群數，成為第一層的節點數。第二層為一個單層的監督式的 perceptron，我們以 s-形的轉換函數代替線性的轉換函數，則 delta 的學習法則取代 Widrow-Hoff 的學習法則，這樣的改良式 RBF 具有非線性對應的特性。經由模擬的實驗，我們將不同長度的輸入做比較，結果 10-27-10 RBF 得到最小的測試誤差，也成為兩層 RBF 中最佳的網路。

我們將最佳的 10-27-10 兩層 RBF 擴充為三層 RBF，將兩層 RBF 的第二層擴展為一個兩層的 perceptron，成為改良式三層 RBF，以得到更佳的非線性對映。並且以 Mirchandani 與 Cao 提出的理論，決定改良式三層 RBF 中的隱藏層節點個數。由模擬的實驗結果得出 10-27-9-10 為最佳的改良式三層 RBF。而且 10-27-9-10 的改良式三層 RBF 較 10-27-10 改良式兩層 RBF 有較小的測試誤差。

我們將最佳的 10-27-9-10 改良式三層 RBF 經過模擬的資料訓練後，應用於實際井測資料的反推，得出的結果是可以接受的，這表示我們所提出的改良式 RBF 可以用於井測資料的反推。

# Radial Basis Function Network for Well Log Data Inversion

Student : Li-Sheng Weng

Advisor : Dr. Kou-Yuan Huang

Degree Program of Computer Science  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

Keywords: radial basis function network, learning rule, well log data inversion.

We adopt the supervised radial basis function network (RBF), and propose the modified two-layer RBF and the modified three-layer RBF for well log data inversion. The input of the network is the apparent conductivity ( $C_a$ ), and the output is the true formation conductivity ( $C_t$ ). For the well log data inversion, the number of input nodes is the same as the number of output nodes. We have experiments in simulation and real data application. In simulation, there are 31 sets of simulated well log data. 25 sets are used for training, and 6 sets are used for testing.

In the modified two-layer RBF, the first layer is the unsupervised clustering for the training samples. We use K-means clustering algorithm with pseudo F-statistics test to determine the optimal number of clusters that becomes the node number. The second layer is the supervised perceptron. We use the sigmoidal activation function instead of the linear activation function. The delta learning rule replaces the Widrow-Hoff learning rule. It becomes non-linear mapping. Comparing the testing results of different input data length, 10-27-10 can get the smallest error in two-layer RBF.

The best 10-27-10 two-layer RBF is expanded to three-layer RBF. We expand the one-layer perceptron to a two-layer perceptron. That can get more non-linear mapping. The number of hidden node is determined by the theorem of Mirchandani and Cao. The best 10-27-9-10 RBF can get the smallest error in the testing. Also, 10-27-9-10 three-layer RBF has smaller error than 10-27-10 two-layer RBF.

After the training of the best 10-27-9-10 modified three-layer RBF, we apply it for the inversion of the real field well log data, and the result is acceptable. It shows that the proposed RBF can perform the task of well log data inversion.

## 誌 謝

本文承蒙黃國源教授之悉心指點、指正引導方能順利完成，在此致上最誠摯的謝意。黃教授不僅教學態度嚴謹，做研究更是實事求是、講求科學精神，是我在求學上以及將來就業上的典範。同時感謝參加口試的口試委員們，劉長遠教授、蘇豐文教授、以及王榮華教授給予學生修改論文上的諸多寶貴建議。

感謝 Prof. Liang-Chi Shen 提供由電磁學理論上的計算所得到的 31 個模擬井測資料，以及提出使用類神經網路用於井測資料反推的研究。也感謝 Chevron Oil Company 提供野外的實際井測資料，如果沒有這些寶貴的井測資料以及建議，這篇論文便無法完成。

感謝實驗室的同学及好友，在論文研究期間所給予我精神上莫大的鼓勵；最後，謹以此文獻給我摯愛的父母。



# 目錄

摘要 .....	i
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>ii</b>
誌謝 .....	iii
<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
1.1. Statement of the Problem .....	1
1.2. Proposed System and Methods.....	3
1.3. Organization of the Thesis.....	6
<b>2. PROPOSED METHODS .....</b>	<b>7</b>
2.1. Model 1: Modified Two-Layer RBF .....	7
2.2. Model 2: Proposed Three-Layer RBF .....	13
2.3. Determination of the Node Number in the First Layer .....	17
2.4. Determination of the Number of Hidden Nodes .....	18
<b>3. EXPERIMENTS.....</b>	<b>19</b>
3.1. Simulation on the Modified Two-Layer RBF .....	19
3.1.1. Data transformation .....	19
3.1.2. Simulated well log data .....	20
3.1.3. Pattern length (Input data length) .....	23
3.1.4. Determination of the size of two-layer RBF .....	25
3.1.5. Parameter settings in the training of RBF and testing error .....	28
3.1.6. Training and testing in the modified two-layer RBF.....	29
3.2. Simulation on the Modified Three-Layer RBF .....	38
3.3. Comparison with Higher Order Neural Networks.....	46
3.4. Application to the Real Well Log Data Inversion .....	49
<b>4. CONCLUSIONS AND DISCUSSIONS .....</b>	<b>52</b>
<b>REFERENCES .....</b>	<b>53</b>

## 圖目錄

圖 1.1 實際的井測資料。	1
圖 1.2 實際井測的視導電率與反推的真實地層導電率。	2
圖 1.3 Supervised RBF training and testing system for well log data inversion.	3
圖 1.4 改良式兩層 RBF 的訓練及測試流程。	5
圖 1.5 改良式三層 RBF 的訓練及測試流程。	6
圖 2.1 傳統兩層 RBF。	7
圖 2.2 傳統兩層 RBF 的學習。	8
圖 2.3 改良式兩層 RBF，使用 sigmoidal function 當轉換函數。	9
圖 2.4 改良式兩層 RBF 的學習。	11
圖 2.5 改良式兩層 RBF 訓練的程式流程圖。	12
圖 2.6 改良式三層 RBF。	13
圖 2.7 改良式三層 RBF 的學習圖。	14
圖 2.8 改良式三層 RBF 訓練的程式流程圖。	16
圖 3.1 井測資料 $C_a$ 的轉換。	19
圖 3.2 $C_a$ 轉換到 $C_a'$ 的示意圖。	20
圖 3.3 $C_t'$ 轉換到 $C_t$ 的示意圖。	20
圖 3.4 第一個井測的訓練資料。	21
圖 3.5 第七個井測的訓練資料。	21
圖 3.6 第十三個井測的訓練資料。	22
圖 3.7 第十九個井測的訓練資料。	22
圖 3.8 第二十五個井測的訓練資料。	23
圖 3.9 訓練資料的選取，以資料長度 10 為範例。	24
圖 3.10 Feature length $N=1$ , PFS vs. # of cluster, $K^*=2426$ 。	26
圖 3.11 Feature length $N=2$ , PFS vs. # of cluster, $K^*=14$ 。	26
圖 3.12 Feature length $N=10$ , PFS vs. # of clusters, $K^*=27$ 。	27
圖 3.13 Feature length $N=50$ , PFS vs. # of clusters, $K^*=2$ 。	27
圖 3.14 Feature length $N=200$ , PFS vs. # of clusters, $K^*=4$ 。	28
圖 3.15 網路為 1-2426-1 時的 error vs. iteration。	29
圖 3.16 網路為 2-14-2 時的 error vs. iteration。	30

圖 3.17 網路為 4-7-4 時的 error vs. iteration。	30
圖 3.18 網路為 5-44-5 時的 error vs. iteration。	31
圖 3.19 網路為 10-27-10 時的 error vs. iteration。	31
圖 3.20 網路為 20-7-20 時的 error vs. iteration。	32
圖 3.21 網路為 40-2-40 時的 error vs. iteration。	32
圖 3.22 網路為 50-2-50 時的 error vs. iteration。	33
圖 3.23 網路為 100-2-100 時的 error vs. iteration。	33
圖 3.24 網路為 200-4-200 時的 error vs. iteration。	34
圖 3.25 第二十六組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.051753。	34
圖 3.26 第二十七組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.055537。	35
圖 3.27 第二十八組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.041952。	35
圖 3.28 第二十九組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.040859。	36
圖 3.29 第三十組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.047587。	36
圖 3.30 第三十一組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.050294。	37
圖 3.31 網路為 10-27-7-10 時的 error vs. iteration。	39
圖 3.32 網路為 10-27-8-10 時的 error vs. iteration。	40
圖 3.33 網路為 10-27-9-10 時的 error vs. iteration。	40
圖 3.34 網路為 10-27-10-10 時的 error vs. iteration。	41
圖 3.35 網路為 10-27-11-10 時的 error vs. iteration。	41
圖 3.36 網路為 10-27-12-10 時的 error vs. iteration。	42
圖 3.37 第二十六組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.041526。	42
圖 3.38 第二十七組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.059158。	43



圖 3.39 第二十八組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.046744。	43
圖 3.40 第二十九組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.043017。	44
圖 3.41 第三十組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.046546。	44
圖 3.42 第三十一組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 $C_t'$ 與期望的 $C_t$ ， MAE=0.042763。	45
圖 3.43 實際井測的視導電率。	50
圖 3.44 實際井測的視導電率與反推的真實地層導電率。	51



## 表目錄

表 3.1 資料長度與訓練樣本數的關係。 .....	24
表 3.2 不同輸入節點數下，PFS 最大時的 $K^*$ 值。 .....	25
表 3.3 一個改良式兩層 RBF(10-27-10)的反推測試誤差結果。 .....	37
表 3.4 所有十個改良式兩層 RBF 的訓練與反推測試誤差結果。 .....	38
表 3.5 一個改良式三層 RBF (10-27-9-10) 的反推測試誤差結果。 .....	45
表 3.6 六個改良式三層 RBF 的訓練與反推的測試誤差結果。 .....	46
表 3.7 最佳改良式兩層 RBF 與最佳改良式三層 RBF 的訓練與反推誤差之比較。 .....	46
表 3.8 單層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.018248。 .....	47
表 3.9 二階單層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.013648。 .....	47
表 3.10 三階單層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.008408。 .....	48
表 3.11 一階兩層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.001996。 .....	48
表 3.12 二階兩層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.001598。 .....	48
表 3.13 三階兩層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.001574。 .....	49
表 3.14 不同類神經網路的實驗結果比較。 .....	49

# 1. INTRODUCTION

## 1.1. Statement of the Problem

井測資料是一種利用儀器來蒐集及辨識地層資訊的技術，已經被廣泛地使用在油氣探測的工業上。井測資料的反推是為了得到地層的真实結構，是一個困難的問題。圖 1.1 為一實際的井測視導電率(apparent conductivity,  $C_a$ )，縱軸為地層深度，橫軸為視導電率，此資料為在地層深度 5,577.5~6,722 英尺量測到的視導電率。在井測反推的問題中，我們將從這些量測到的視導電率，反推出地層中的真实地層導電率(true formation conductivity,  $C_t$ )，如圖 1.2 所示，其為可能的井測反推結果，可以顯示各個地層的厚度及導電率或電阻率。

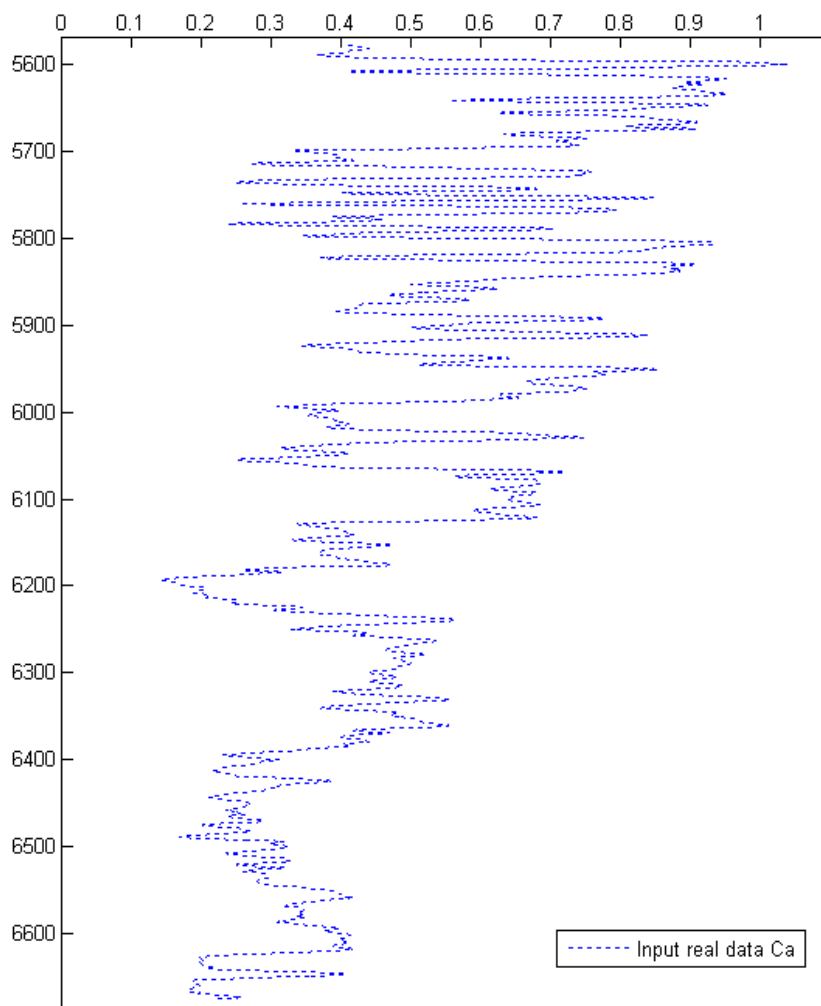


圖 1.1 實際的井測資料。

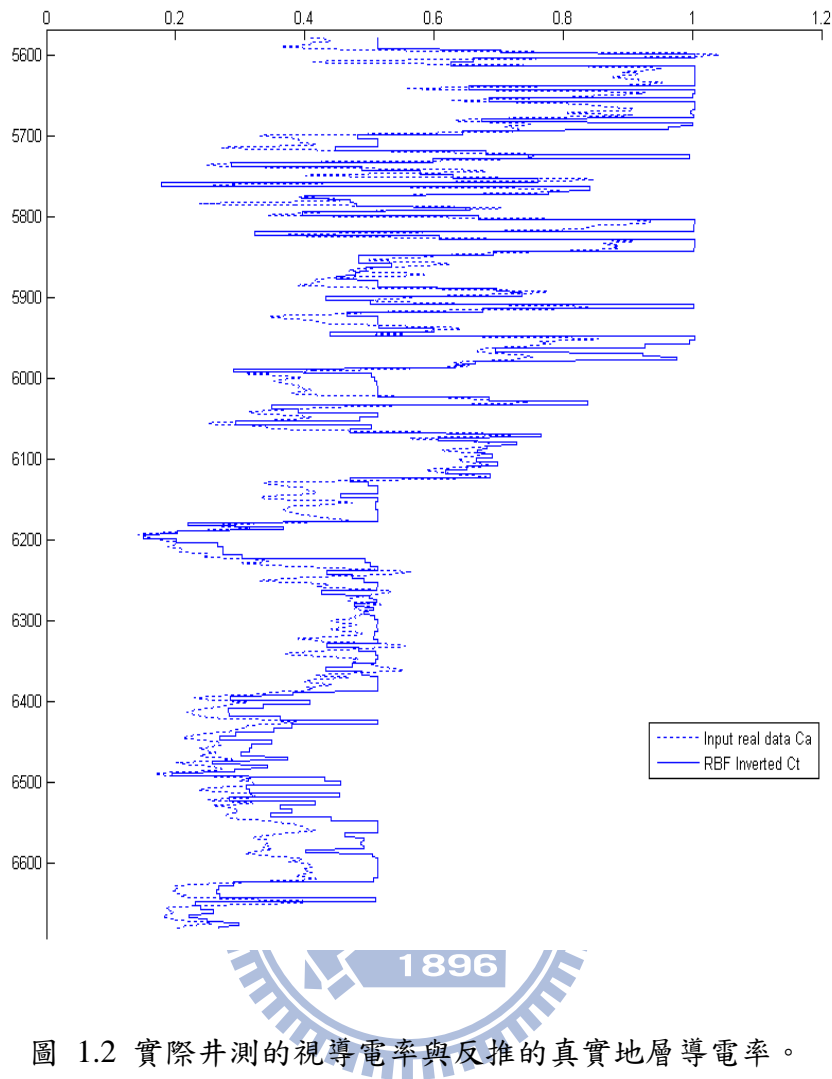


圖 1.2 實際井測的視導電率與反推的真實地層導電率。

傳統的井測反推方法，如 Lin 等人在 1984 年提出使用最小平方誤差來做井測反推 [1]。Dyos 在 1987 年提出利用 maximum entropy 來做井測反推，但在地層具有相對較大的斜度時，需要龐大的計算量 [2]。Martin 等人在 2001 年使用了 Levenberg-Marquardt (LM) 學習法的兩層類神經網路來作井測資料的反推 [3]。Goswami 等人在 2004 年利用演化計算的方法來作井測資料的反推 [4]。Huang 等人在 2008 年，利用高階的類神經網路來做井測資料的反推 [5]。比較這些方法後，類神經網路可以獲得較快速的訓練以及可靠的結果。

Powell 於 1985 年提出傳統的兩層輻射半徑基底函數網路 (Radial basis function network, RBF) [6]，Hush 與 Horne 在 1993 年也提及 RBF 在學習的計算上是較有效率的 [7]，Haykin 在 2008 年也對 RBF 作理論之分析 [8]。

基於 RBF 結構較多層的 multi-layer perceptron 簡單，且在學習的計算上較有效率，因此我們採用 RBF 於井測資料的反推。

## 1.2. Proposed System and Methods

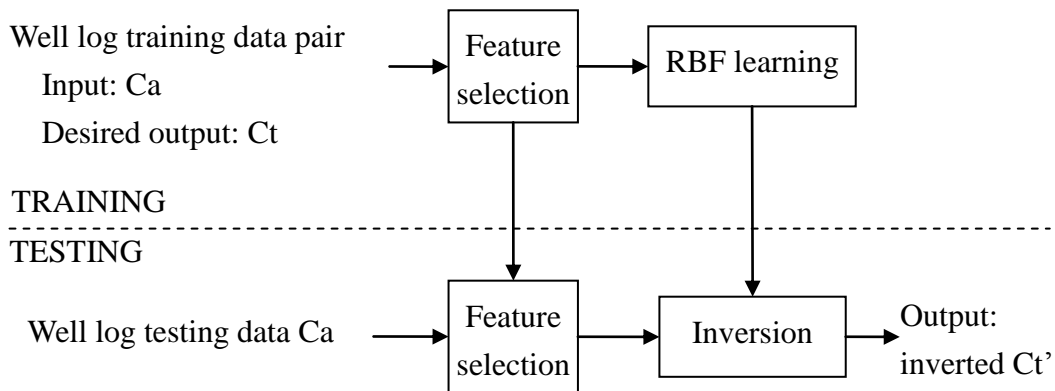


圖 1.3 Supervised RBF training and testing system for well log data inversion.

我們提出監督式的 RBF 的訓練與測試系統於井測資料的反推如圖 1.3。在訓練的階段，輸入為模擬的井測的視導電率，輸出為與其對應的模擬的真實地層導電率，利用類神經網路的 RBF 做學習。在訓練結束後，進入測試的階段，我們輸入模擬的井測的資料做反推的誤差測試，得出最佳的 RBF 網路，然後再輸入野外實際的井測的視導電率，做反推，得到真實地層導電率。

在這裡，我們修改傳統的 RBF，提出兩個 models，來做井測反推的工作。第一個 model，我們採用改良式兩層 RBF，將傳統 RBF 中第二層的 linear activation function 改為 sigmoidal activation function。第二個 model，我們修改了兩層的 RBF，將它擴展為改良式三層 RBF，第二、三層為一個兩層的 perceptron，以增加輸入與輸出間的非線性的對應，來解決井測資料的反推的問題。

在改良式兩層 RBF 中，第一層的工作是對訓練樣本做非監督式的分群，我們以 K-means 分群法 [9] 與 pseudo F-statistic test (PFS) [10] 來決定最佳的分群數，成為第一層的節點數。用 K-means clustering algorithm 分成幾類是主觀的決定，當預設的分類數不同時，分出來的結果也不同。為了解決這個問題，我們採用 PFS test 來

決定最佳的分類數。PFS 計算每一種分類個數下的分佈結果的 separability，再取 separability 最大時的分類個數為最佳的分類數。

第二層為一個單層的監督式的 perceptron，我們以 s-形的轉換函數代替線性的轉換函數，利用最小平方差與梯度坡降法，得出 delta 的學習法則 [11]，取代 Widrow-Hoff 的 Adaline 學習法則 [7] [12]，這樣的改良式 RBF 具有非線性對應的特性。經由模擬的實驗，我們將不同長度的輸入做比較，得到 10-27-10 為最佳的改良式兩層 RBF。

在改良式的三層 RBF 網路中隱藏層節點的個數，我們使用由 Mirchandani 與 Cao [13] 所推導出來的定理來決定。

在模擬實驗的部份，我們共有 31 組模擬的井測資料，我們拿第 1 組到第 25 組的模擬資料來做網路的訓練，拿第 26 組到第 31 組來做測試。每一組模擬的資料的井測資料深度是從 490 英尺到 589.5 英尺，而取樣區間 (sampling interval) 是 0.5 英尺。所以每一組模擬的井測資料共有 200 個視導電率與其對應的真實地層導電率。

改良式兩層 RBF 的訓練及測試流程如圖 1.4 所示，先拿第 1 組到第 25 組模擬的井測資料來訓練，再拿第 26 組到第 31 組模擬的井測資料來測試網路架構的誤差，找出最佳的網路架構。

改良式三層 RBF 的訓練及測試流程如圖 1.5 所示，將最佳的改良式兩層 RBF 擴展為三層，也是先拿第 1 組到第 25 組模擬的井測資料來訓練，再拿第 26 組到第 31 組模擬的井測資料來測試網路架構的誤差，找出最佳的網路架構。最後再與 Huang et al. [5] 的高階類神經網路的實驗結果做比較。

最後，我們並以訓練完成的最佳的改良式三層 RBF 應用到實際井測資料的反推。

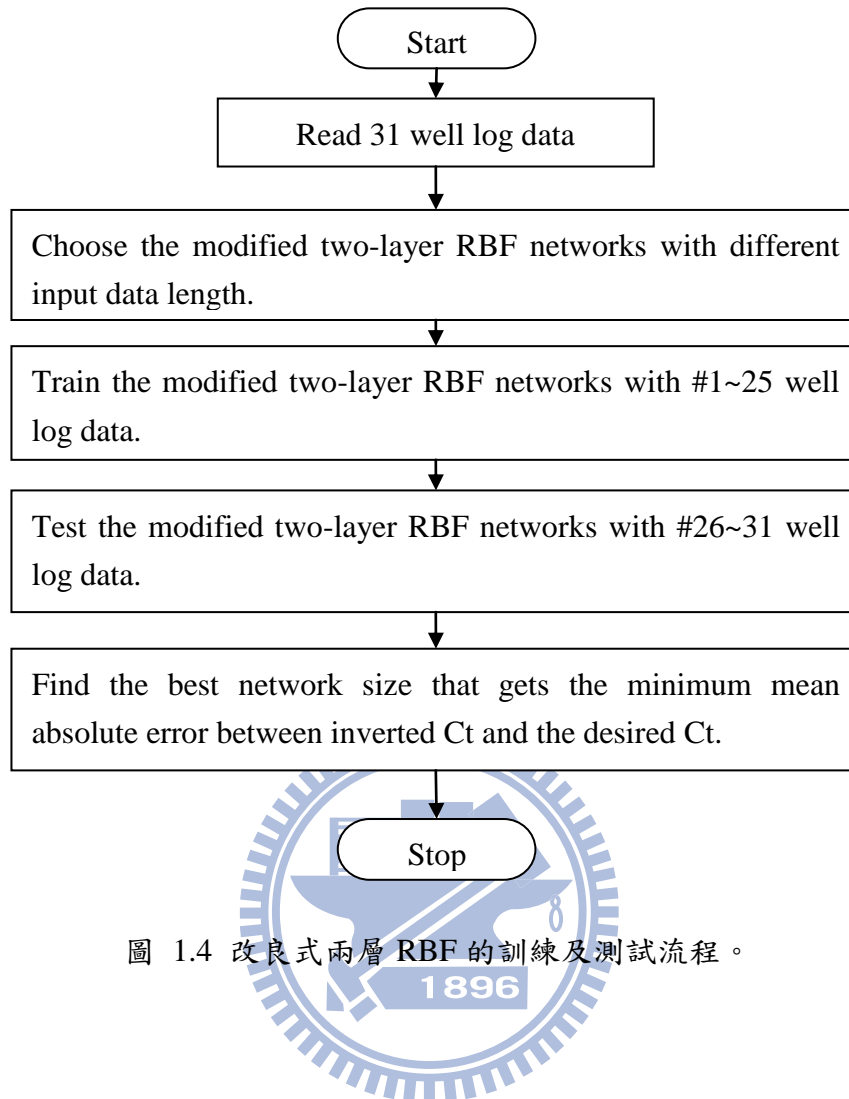


圖 1.4 改良式兩層 RBF 的訓練及測試流程。

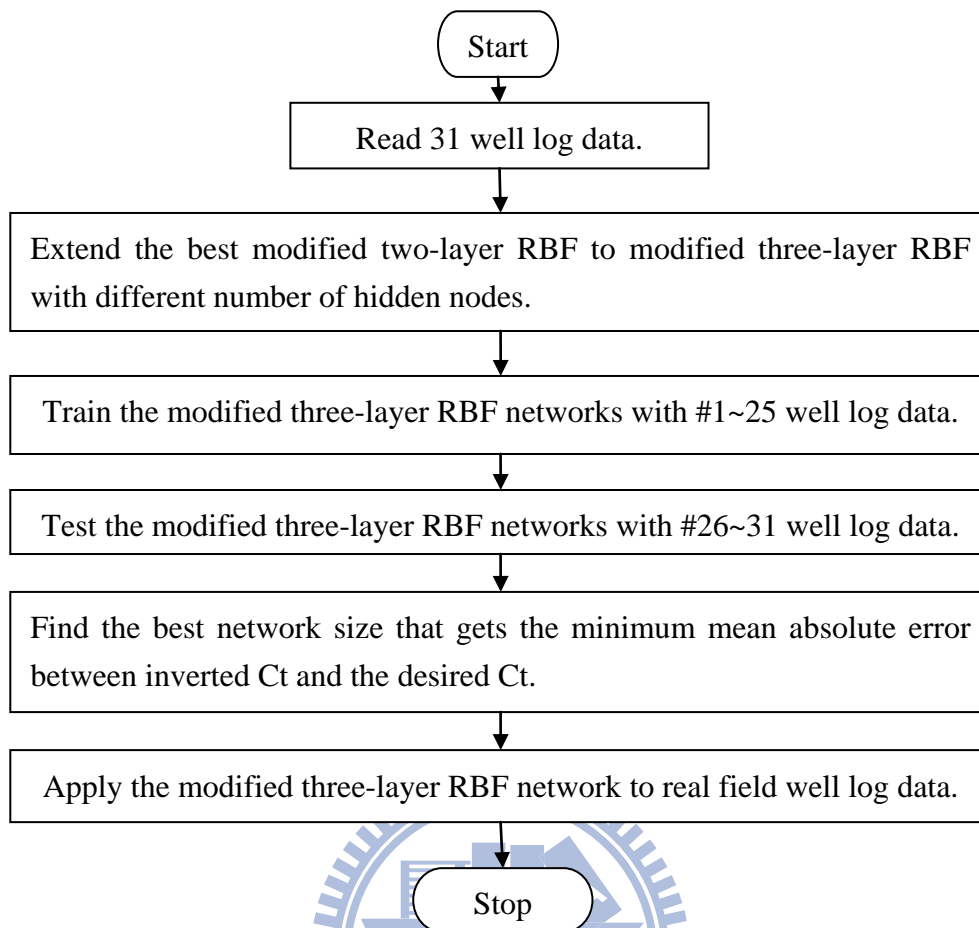


圖 1.5 改良式三層 RBF 的訓練及測試流程。

### 1.3. Organization of the Thesis

本論文的第二章，我們提出兩個 models，改良式的兩層 RBF 與改良式三層的 RBF，並介紹使用 PFS 來決定 RBF 的第一層 K-means clustering algorithm 的最佳分類數，及介紹改良式三層 RBF 中隱藏層節點個數如何決定。

第三章為實驗的部分，我們分成三種：(1) 改良式兩層 RBF 的模擬實驗，(2) 改良式三層 RBF 的模擬實驗，(3) 應用最佳的改良式三層 RBF 於實際井測資料的反推。

第四章為結果與討論。



## 2. PROPOSED METHODS

我們提出改良式兩層的 RBF 及提出的三層的 RBF 來作井測反推，RBF 為一個監督式學習與分類的方法[6][14]。

### 2.1. Model 1: Modified Two-Layer RBF

圖 2.1 為一個傳統兩層 RBF 的 forward computation，而其學習如圖 2.2 所示。其中，輸入節點個數為  $N$ ，第一層節點個數為  $I+1$ ，輸出層節點個數為  $N$ ，因為我們利用此 model 來找出 input 與 output 之間的非線性應對關係，以達到井測反推的效果，所以輸出節點個數等於輸入節點個數。

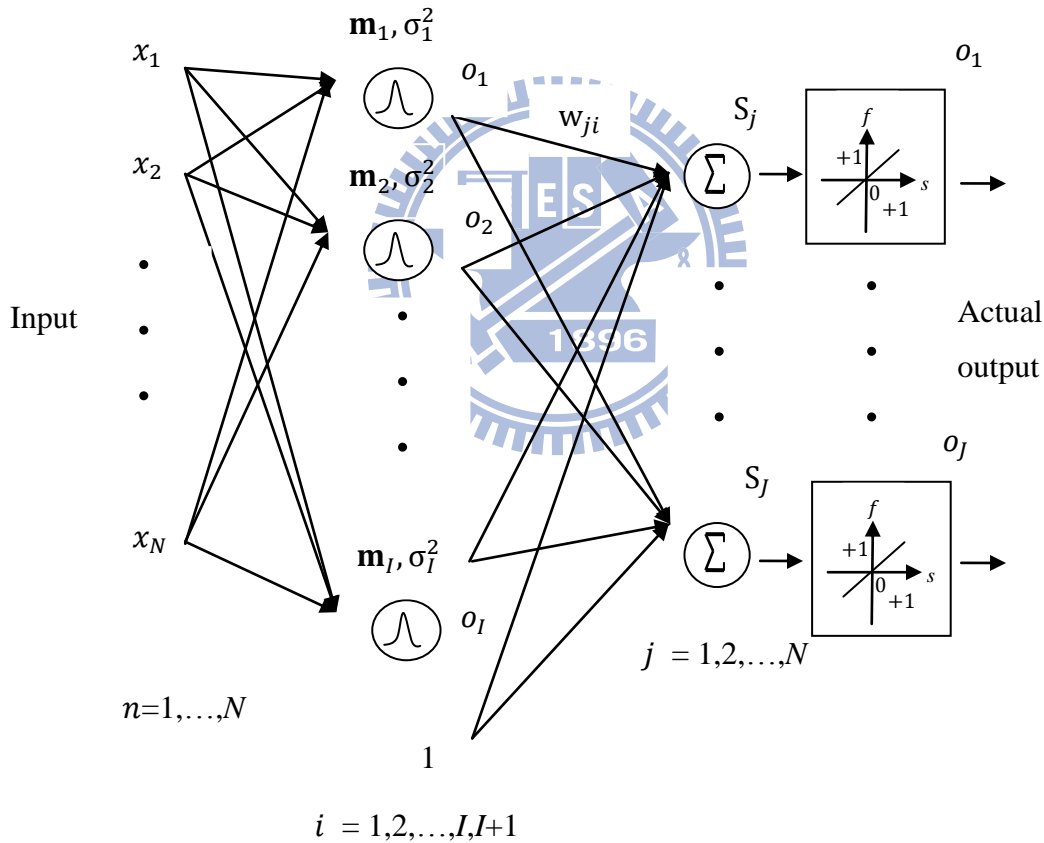


圖 2.1 傳統兩層 RBF。

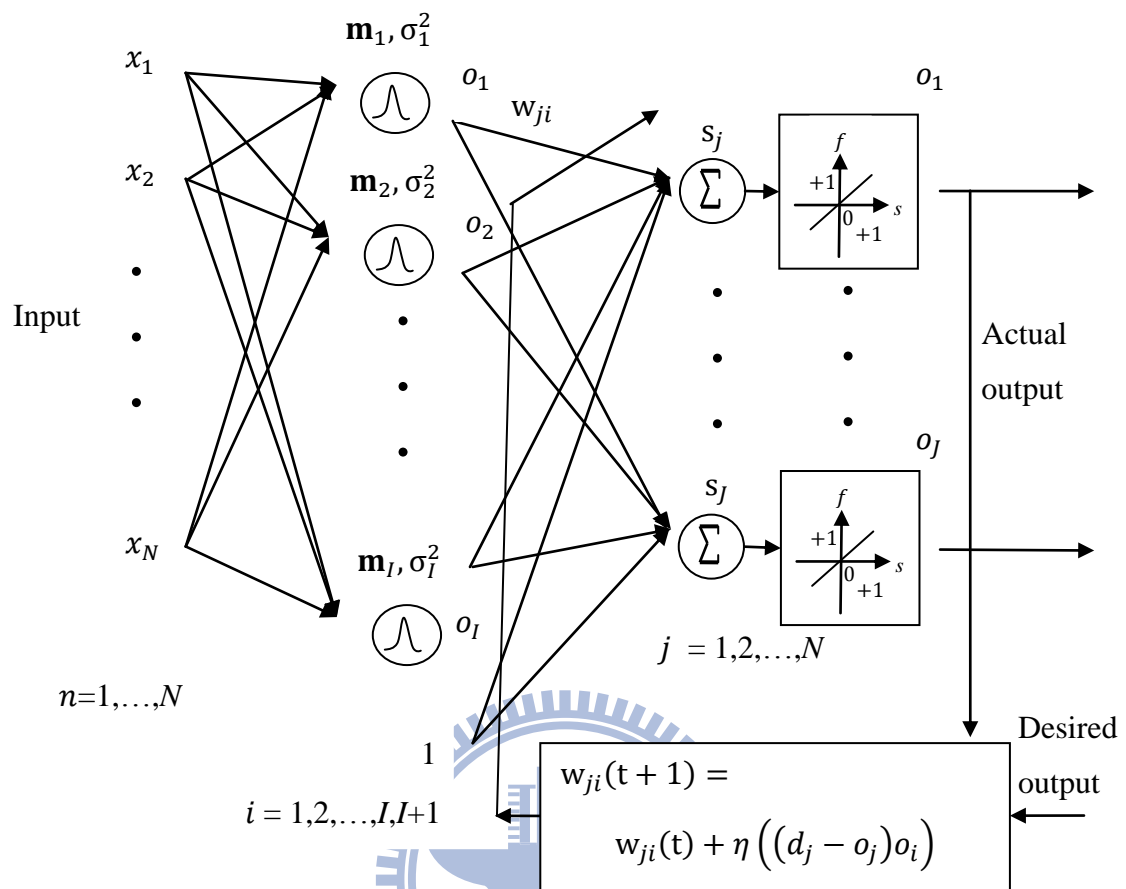


圖 2.2 傳統兩層RBF的學習。

我們將傳統的 RBF 做修改，在傳統的 RBF 中，轉換函數 (activation function) 為線性函數，我們將之修改為 sigmoidal function，修改後的 RBF 如圖 2.3 所示。

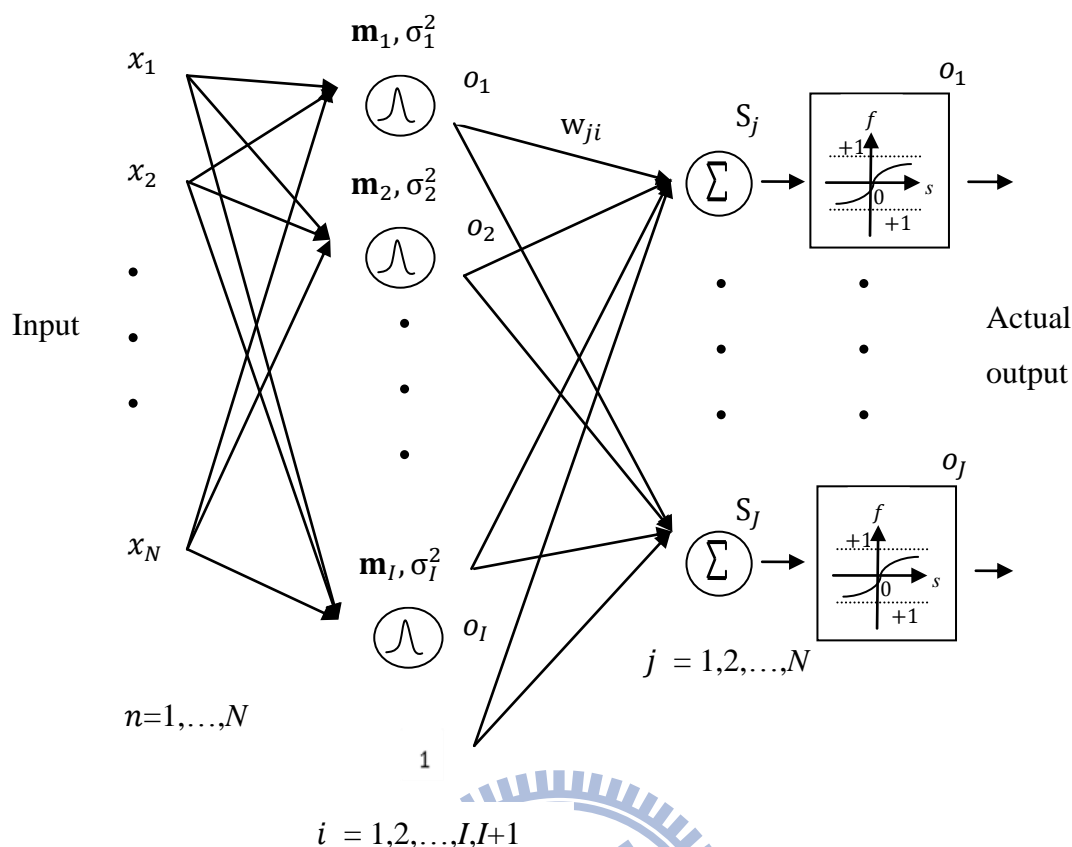


圖 2.3 改良式兩層 RBF，使用 sigmoidal function 當轉換函數。

改良式兩層 RBF 的監督式學習過程如圖 2.4，介紹如下。

在訓練時，先將訓練樣本用非監督式的 K-means clustering algorithm [9] 與 pseudo F-statistic test (PFS) [10] 分成最佳的 I 群，成為第一層的節點數。每群的 center ( $\mathbf{m}_i$ ) 與 variance ( $\sigma_i^2$ ) 記錄在第一層的 hidden node 上。

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \text{ in group } i} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i) \quad (2.1)$$

$\mathbf{x}$  為一個 input pattern。

第一層先計算 input sample 到各群中心的距離，再計算 Gaussian basis function 的 response 值：

$$o_i = \exp \left[ -\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)}{2\sigma_i^2} \right] \quad (2.2)$$

因此每個 input sample 到各個 hidden node (各群) 的 response 取決於 input sample 到各群中心的統計距離的遠近，由於 Gaussian basis function 是輻射半徑式對稱，所以在距離每一群中心的一定半徑的統計距離下，每一個 hidden node 的輸出均一樣。

RBF 的第二層(輸出層)則是將第一層的輸出值， $\mathbf{o}^1 = [o_1, o_2, \dots, o_I, 1]^T$ ，當成第二層的輸入，與第一層和第二層的 weighting coefficients 作 linear combination，得到節點  $j$  的輸出值：

$$s_j = \sum_{i=1}^{I+1} w_{ji} o_i \quad (2.3)$$

$i$  為第一層節點的 index，而  $I+1$  代表第一層輸出節點的個數，也是第二層輸入的個數， $j$  是第二層節點的 index。 $o_i$  是第一層第  $i$  個節點的輸出，也是第二層的輸入，而  $w_{ji}$  是連結第一層節點  $i$  與第二層節點  $j$  的權重 (weighting coefficient)。節點  $j$  的輸出為  $f(s_j)$ ， $f$  稱為轉換函數 (activation function)，在這裡我們使用 sigmoidal function 來當作轉換函數，而感知器 (perceptron) 的輸出如下：

$$o_j = f(s_j) = \frac{1}{1+e^{-s_j}} \quad (2.4)$$

$o_j$  為第二層 node  $j$  的輸出， $\mathbf{o}^2 = [o_1, o_2, \dots, o_J]^T$ 。

而誤差函數 (error function)  $E$  為 sum of squared error，定義如下：

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J (d_j - o_j)^2 \quad (2.5)$$

$J$  代表節點的個數， $d_j$  表示第二層第  $j$  個節點的期望輸出值 (desired output)。

在傳統 RBF 的學習中，採用 Widrow-Hoff 的 Adaline 學習 [7][12]，而在修改的 RBF 中，我們以 s-形的轉換函數代替線性的轉換函數。同樣利用 gradient descent method，適應性的改變 weights，求 sum of squared error function 的 minimum，則 delta 的學習法則取代了 Widrow-Hoff 的學習法則，這樣的改良式 RBF 更具有非線性對應的特性。

$$\Delta w_{ji} = w_{ji}(t+1) - w_{ji}(t) = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ji}} \quad (2.6)$$

$\eta$  為 learning rate，而  $t$  是 iteration 次數。經過推導，網路調整的公式如下：

$$\Delta w_{ji} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = -\eta \frac{\partial E}{\partial o_j} \frac{\partial o_j}{\partial w_{ji}} = -\eta \frac{\partial E}{\partial o_j} \frac{\partial o_j}{\partial s_j} \frac{\partial s_j}{\partial w_{ji}} \quad (2.7)$$

$$= -\eta [-(d_j - o_j)] f'_j(s_j) o_i = \eta ((d_j - o_j) f'_j(s_j) o_i) = \eta \delta_j o_i$$

where  $\delta_j = (d_j - o_j) f'_j(s_j)$

改良式兩層 RBF 訓練的程式流程圖如圖 2.5 所示。

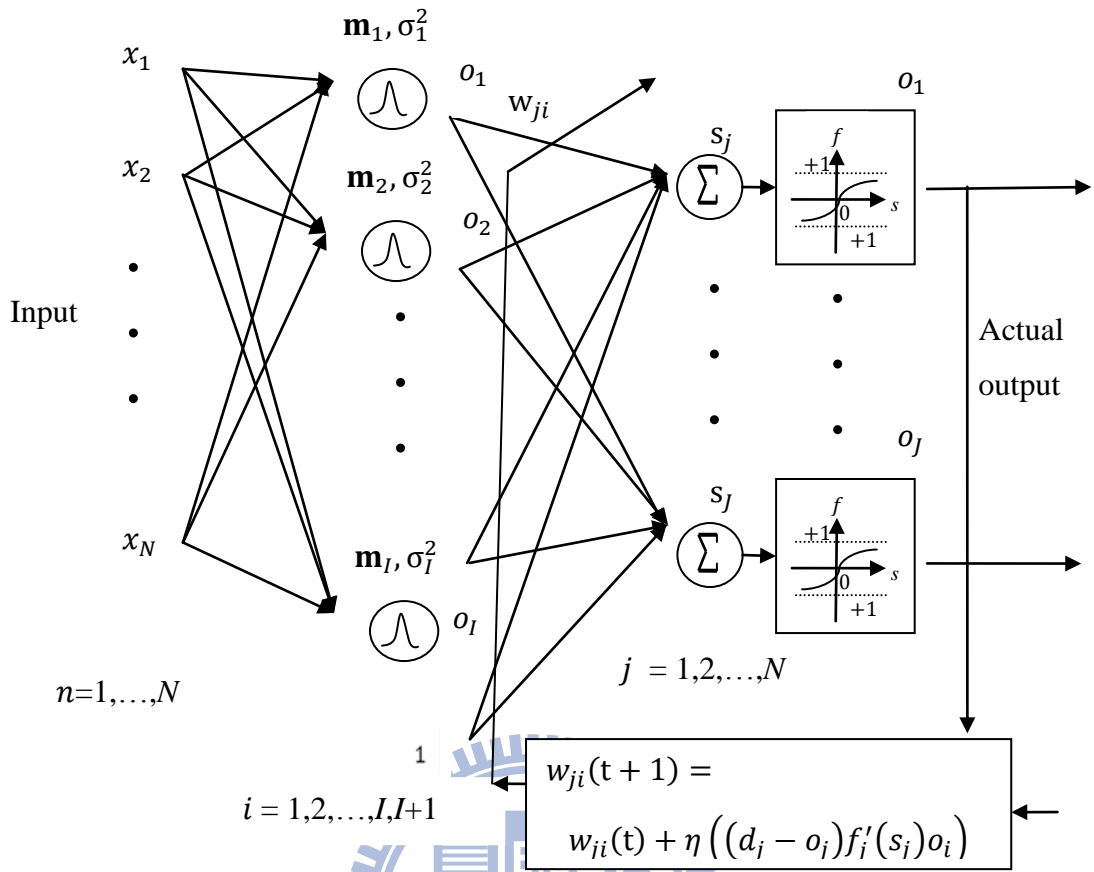


圖 2.4 改良式兩層 RBF 的學習。

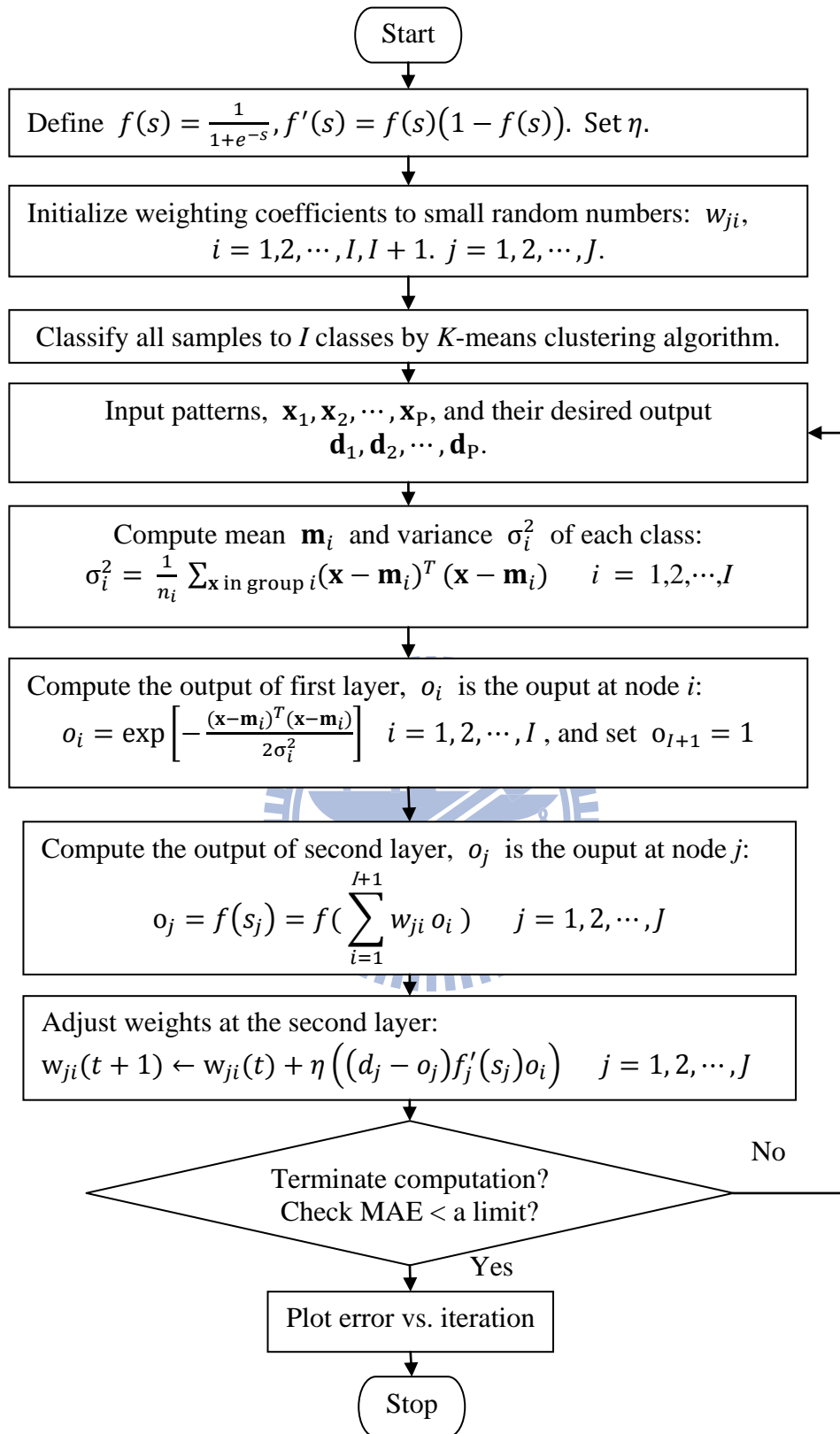


圖 2.5 改良式兩層 RBF 訓練的程式流程圖。

## 2.2. Model 2: Proposed Three-Layer RBF

我們將最佳的兩層 RBF 擴展為三層 RBF。我們將兩層的 RBF 的第二層擴展為一個兩層的 perceptron，成為改良式三層的 RBF，以得到更佳的非線性對映，如圖 2.6 所示，圖 2.7 則是其學習圖。其中， $n$  為輸入層節點的 index， $i$  是第一層節點的 index， $j$  是第二層節點的 index， $k$  是第三層節點的 index；輸入層節點個數為  $N$ ，第一層節點個數為  $I+1$ ，第二層節點個數為  $J+1$ ，第三層為輸出層節點個數為  $N$ 。我們要求反推，得 input 與 output 的非線性應對關係，所以輸入層與輸出層的節點數目相同。

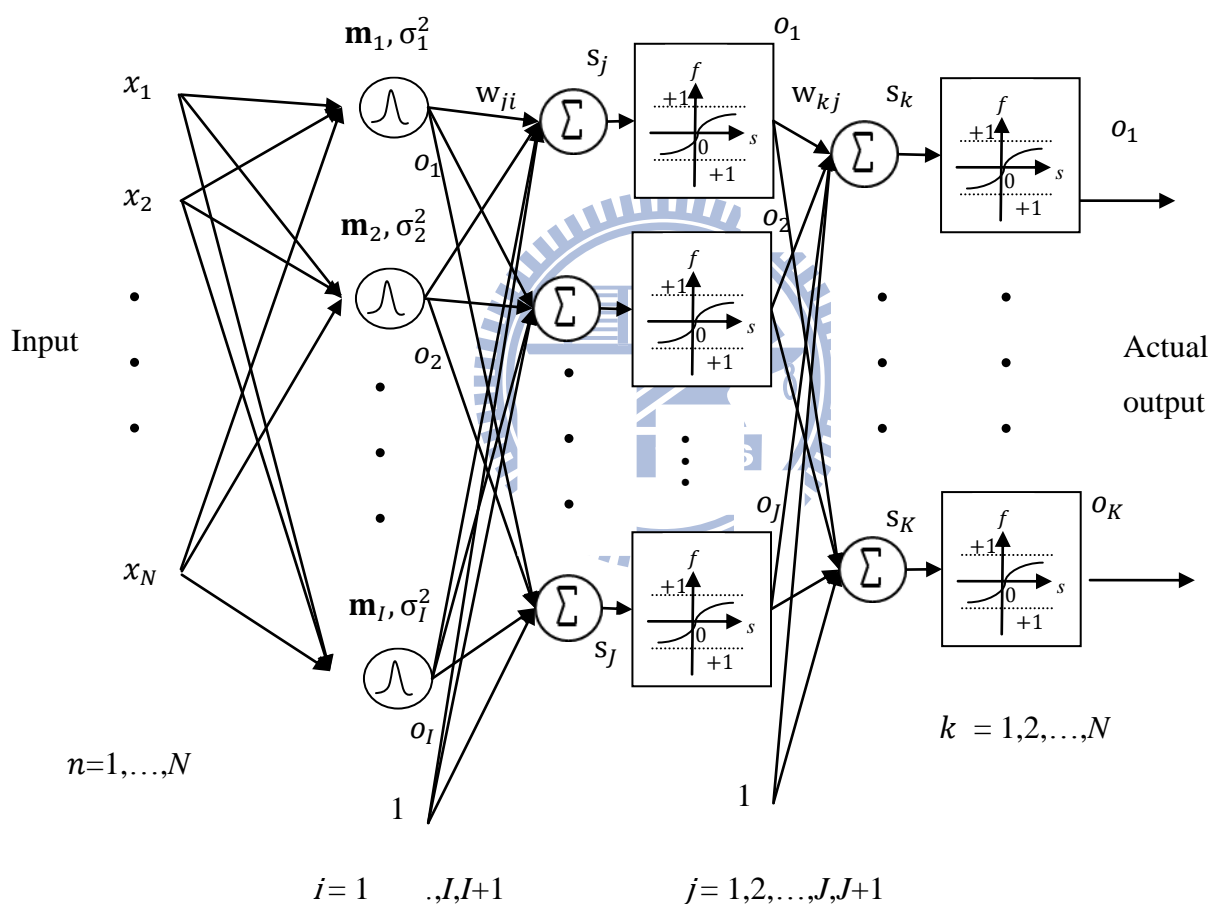


圖 2.6 改良式三層 RBF。

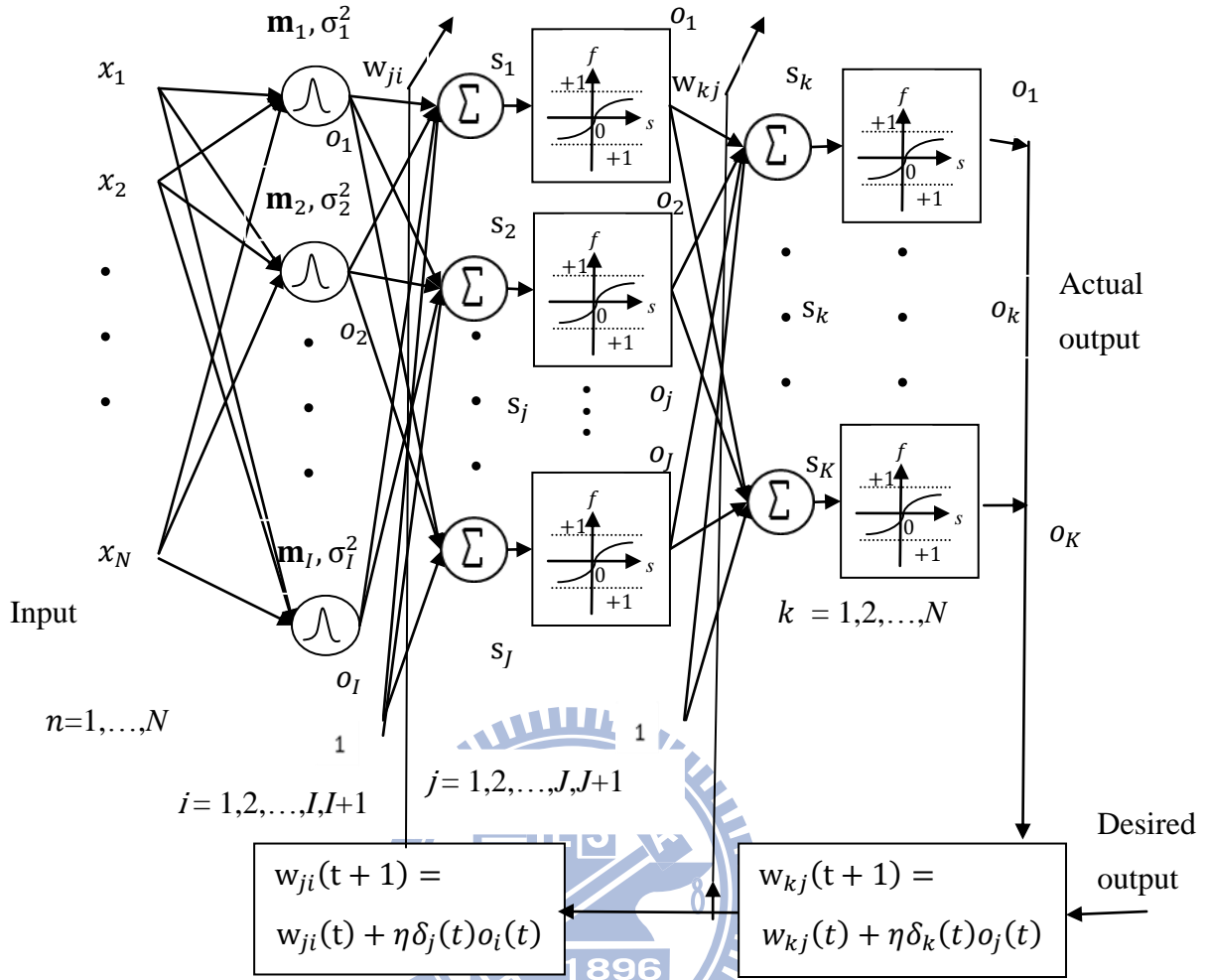


圖 2.7 改良式三層 RBF 的學習圖。

網路第一層與第二層之間以及第二層與第三層之間的權重的調整採用 gradient descent method [11]，使得 sum of squared error 為最小。其中，整個網路的輸入為  $\mathbf{x}$ ， $\mathbf{m}_i$  與  $\sigma_i^2$  是第一層中，使用 K-means clustering algorithm [9] 與 PFS-test 分 K 群所得第  $i$  群的中心點與變異數， $w_{ji}$  是連結第一層節點  $i$  與第二層節點  $j$  的權重， $w_{kj}$  是連結第二層節點  $j$  與第三層節點  $k$  的權重。

在 forward computation 的部分，第一層先計算 input sample 到各群中心的統計距離，再計算 Gaussian basis function 的 response 值：

$$o_i = \exp \left[ -\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)}{2\sigma_i^2} \right] \quad (2.9)$$

網路的第二層與第三層的轉換函數  $f$ ，皆採用 sigmoidal function，所以第二層節點的輸出  $o_j$  與第三層節點的輸出  $o_k$  分別為：



$$o_j = f(s_j) = \frac{1}{1 + e^{-s_j}}, \quad s_j = \sum_{i=1}^{I+1} w_{ji} o_i \quad (2.10)$$

$$o_k = f(s_k) = \frac{1}{1 + e^{-s_k}}, \quad s_k = \sum_{j=1}^{J+1} w_{kj} o_j \quad (2.11)$$

各層間權重的調整採用 Rumelhart 等人 1986 提出的 back-propagation learning rule，以 gradient descent 的方式修正[11]，使得 sum of squared error 為最小。

第二層與第三層之間的調整公式如下：

$$\Delta w_{kj} = \eta (d_k - o_k) f'_k(s_k) o_j = \eta \delta_k o_j \quad (2.12)$$

$$\delta_k = (d_k - o_k) f'_k(s_k) \quad (2.13)$$

第一層與第二層之間的權重調整公式如下：

$$\Delta w_{ji} = \eta \left( \sum_{k=1}^K \delta_k w_{kj} \right) f'_j(s_j) o_i = \eta \delta_j o_i \quad (2.14)$$

$$\delta_j = \left( \sum_{k=1}^K \delta_k w_{kj} \right) f'_j(s_j) \quad (2.15)$$

在這裡，我們也加入了慣性項來考慮前一次權重的調整，以使得調整的變化不致太劇烈，所以最終的調整公式為：

$$\Delta w_{kj}(t) = \eta \delta_k(t) o_j(t) + \beta \Delta w_{kj}(t-1) \quad (2.16)$$

$$\Delta w_{ji}(t) = \eta \delta_j(t) o_i(t) + \beta \Delta w_{ji}(t-1) \quad (2.17)$$

$\eta$  為 learning rate， $\beta$  為動量係數(momentum coefficient)。

改良式三層 RBF 訓練的程式流程圖如圖 2.8 所示。

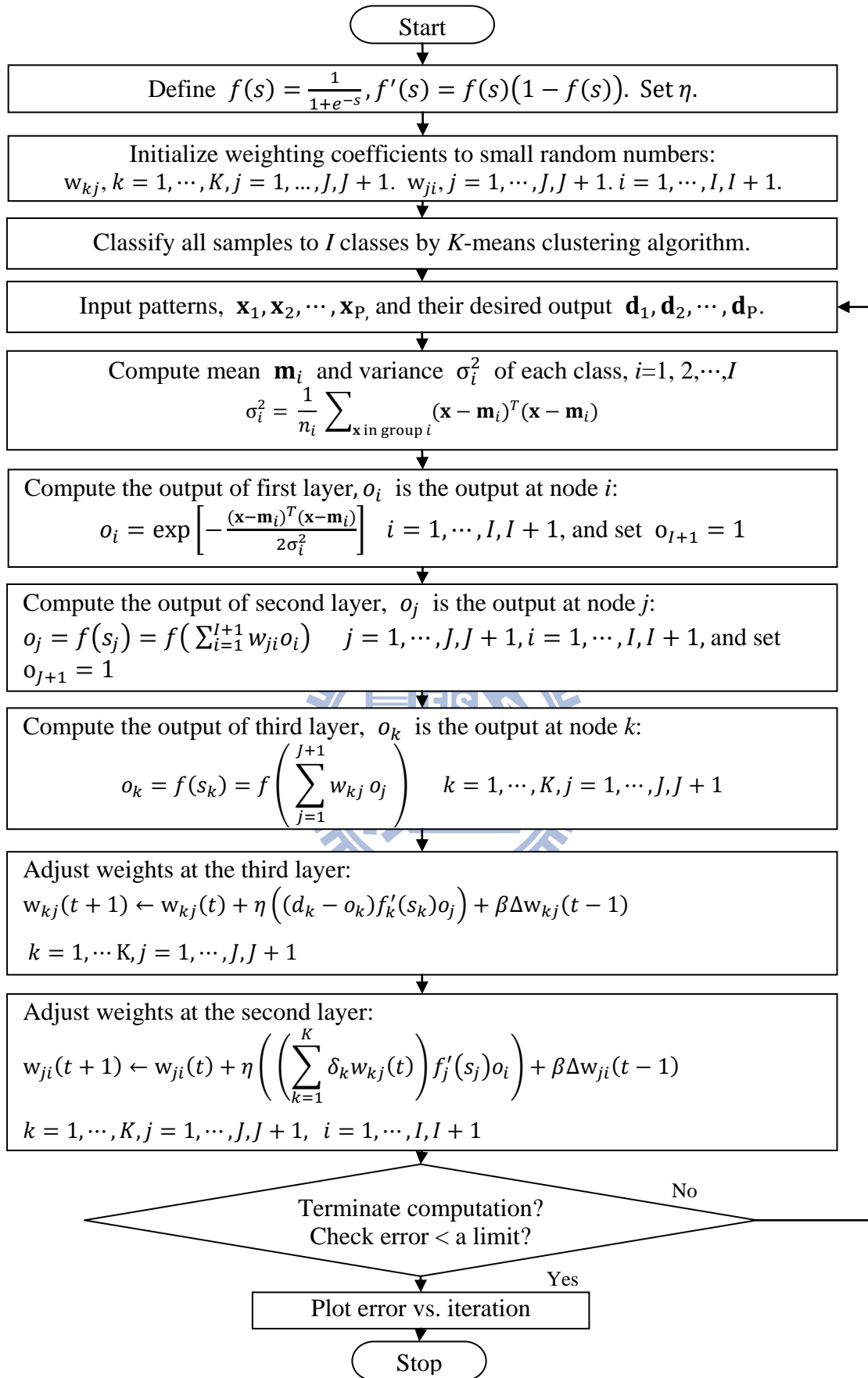


圖 2.8 改良式三層 RBF 訓練的程式流程圖。

### 2.3. Determination of the Node Number in the First Layer

RBF 的第一層是使用 unsupervised K-means clustering algorithm [9] 分成  $K$  群(類)，由於設定  $K$  是一個主觀之決定，不同的  $K$  值一定會有不同的分佈的結果。為了客觀地分成適當個數的類，我們可以計算每一種分類下之 separability，再取 separability 最大時的  $K^*$ ，即分為  $K^*$  類比較客觀。Separability 的計算為類的中心與類的中心距離越大越好，而且從每一類來看，每一類內的 patterns 越集中越好。Vogel 與 Wong 於 1979 年 [10] 提出 Pseudo F-Statistics (PFS)，它是對 K-means clustering algorithm [9] 分  $K$  類為最好的有效性驗證法，由最大 F-Statistics 的值來決定分類數  $K^*$ 。其中 PFS 公式定義如下：

$$PFS = \frac{\frac{tr\mathbf{S}_B}{n-K}}{\frac{tr\mathbf{S}_W}{n-K}} = \frac{tr\mathbf{S}_B^*(n-K)}{tr\mathbf{S}_W^*(K-1)} \quad (2.18)$$

$n$  為樣本的總數， $K$  為分類的數目。

$tr\mathbf{S}_W$  與  $tr\mathbf{S}_B$  之推導如下。

若已知有  $n$  個樣本， $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n$ ，欲將此  $n$  個樣本分成  $K$  類， $P = \{P_1, \dots, P_K\}$ ， $P_i$  代表一個類別，若是  $P_i$  這類的個數有  $n_i$  個，則  $P_i$  類樣本的中心向量為：

$$\mathbf{M}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \in P_i} \mathbf{x} \quad (2.19)$$

全部樣本的中心向量為：

$$\mathbf{M} = \frac{1}{n} (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{x}_n) = \frac{1}{n} \sum_{\mathbf{x} \in P} \mathbf{x} \quad (2.20)$$

$\mathbf{S}_W$  是同一類內部的擴散矩陣 (within-cluster scatter matrix)， $tr\mathbf{S}_W$  為  $\mathbf{S}_W$  的對角線值的總和； $\mathbf{S}_B$  是類與類之間的擴散矩陣 (between-cluster scatter matrix)， $tr\mathbf{S}_B$  是  $\mathbf{S}_B$  的對角線值的總和。

$$tr\mathbf{S}_W = \sum_{i=1}^K \sum_{\mathbf{x} \in P_i} \|\mathbf{x} - \mathbf{M}_i\|^2 \quad (2.21)$$

$$tr\mathbf{S}_B = \sum_{i=1}^K n_i \|\mathbf{M}_i - \mathbf{M}\|^2 \quad (2.22)$$

由公式 2.18 的計算，我們可以找到一個 PFS vs.  $K$  的 peak 值，這個 peak 值對應

的 $K^*$ 值的分類結果是最佳的分類個數，也就是不同類之間的距離比較大(較大的 $tr\mathbf{S}_B$ )，而同一類的samples較緊密(較小的 $tr\mathbf{S}_w$ )。

## 2.4. Determination of the Number of Hidden Nodes

在改良式三層的RBF中，關於兩層感知器網路的隱藏層的節點個數，我們使用由Mirchandani與Cao [13]所推導出來的定理來決定。

Mirchandani與Cao指出，在網路的輸入個數為 $d$ 時(即有 $d$ 度空間)，而隱藏的數目為 $H$ 時，則可得最多線性可分割的區域數 $M$ 為

$$M(H, d) = \sum_{k=0}^d C(H, k) = C(H, 0) + C(H, 1) + \dots + C(H, d) \quad (2.23)$$

where  $C(H, k) = 0, H < k$

根據此一定理，由最多可分割的區域數可推得訓練樣本的數目 $T$ 的lower bound。

假設兩層multi-layer perceptron網路為27- $H$ -10， $H$ 為隱藏層節點的個數，訓練樣本數為500個( $T=500$ )，而網路的輸入節點數為27( $d=27$ )，根據定理，我們可以得到最多分割區域數 $M$ 為：

選取 $H < d$ 時，

$$\begin{aligned} H = 6, M(H, d) &= M(6, 10) = C(6, 0) + C(6, 1) + \dots + C(6, 6) \\ &= 2^6 = 64 \text{ regions} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H = 7, M(H, d) &= M(7, 10) = C(7, 0) + C(7, 1) + \dots + C(7, 7) \\ &= 2^7 = 128 \text{ regions} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H = 8, M(H, d) &= M(8, 10) = C(8, 0) + C(8, 1) + \dots + C(8, 8) \\ &= 2^8 = 256 \text{ regions} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H = 9, M(H, d) &= M(9, 10) = C(9, 0) + C(9, 1) + \dots + C(9, 9) \\ &= 2^9 = 512 \text{ regions} \approx T \end{aligned}$$

理論上，輸入個數為27時，9個hidden nodes最多可以將空間分割成512個區域，對於分析500個input samples是足夠的，所以可設網路為27-9-10。

### 3. EXPERIMENTS

在實驗方面，我們分成三種：(1) 改良式兩層 RBF 的模擬實驗，(2) 改良式三層 RBF 的模擬實驗，(3) 應用最佳的改良式三層 RBF 於實際井測資料的反推。實驗的平台 CPU 為 Intel Core2 Quad Q9400 2.66GHz，作業系統為 Windows XP，我們並記錄第 1~25 組訓練的 CPU time。

#### 3.1. Simulation on the Modified Two-Layer RBF

##### 3.1.1. Data transformation

在模擬訓練的實驗中，網路的輸入為視導電率(apparent conductivity, Ca)，即視電阻率 (apparent resistivity, Ra) 的倒數，而網路的期望輸出是真實地層導電率 (true formation conductivity Ct)。我們將把輸入的 Ca 與期望輸出的 Ct 利用線性內插法依比例調整到 0~1 之間。圖 3.1 為井測資料 Ca 的轉換。

Preprocessing:

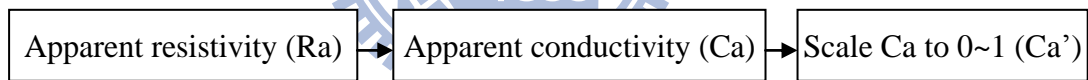


圖 3.1 井測資料 Ca 的轉換。

Ca 依線性內插法比例調到 0~1 之間的步驟如以下所述。Ct 的轉換也相同。

先找到所有資料中的最大值  $max$ ，以及最小值  $min$ 。在  $[max, min]$  中的任意值  $Ca$  就可以藉由下面的公式被轉換成在  $[0, 1]$  中的  $Ca'$ 。

$$\frac{Ca' - 0}{Ca - min} = \frac{1 - 0}{max - min},$$
$$Ca' = \frac{Ca - min}{max - min} \quad (3.1)$$

如圖 3.2 所示。

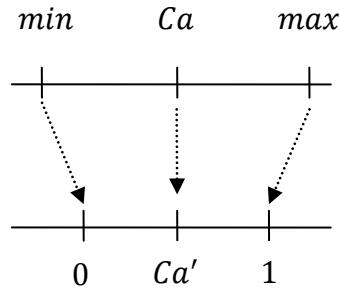


圖 3.2  $Ca$  轉換到  $Ca'$  的示意圖。

最後反推的結果  $Ct'$ ，可以再經由下列的公式還原(re-scaled)成  $Ct$ ，

$$\frac{Ct' - 0}{Ct - min} = \frac{1 - 0}{max - min} , \quad (3.2)$$

$$Ct = min + Ct'(max - min)$$

如圖 3.3 所示。

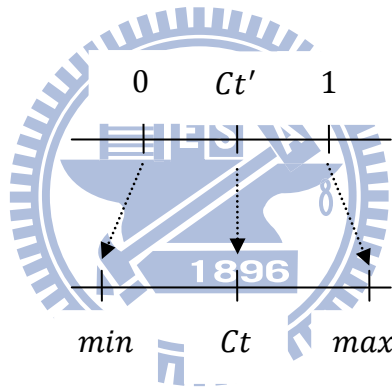


圖 3.3  $Ct'$  轉換到  $Ct$  的示意圖。

### 3.1.2. Simulated well log data

我們共有三十一組模擬的井測資料，由 University of Houston 的 Professor Liang-Chi Shen (沈良磯教授) 經由電磁學理論計算所得出。每一組模擬井測資料的深度是從 490 英尺到 589.5 英尺，取樣區間為 0.5 英尺，所以每一組模擬井測資料共有 200 個視導電率及其對應的 200 個真實地層導電率。我們拿第 1 組到第 25 組的模擬資料作為訓練樣本，第 26 組到第 31 組作為測試樣本。圖 3.4~圖 3.8 為 25 組訓練資料中的第 1、7、13、19、25 組。網路訓練的輸入為視導電率( $Ca'$ )，網路訓練的期望輸出是真實地層導電率( $Ct$ )。

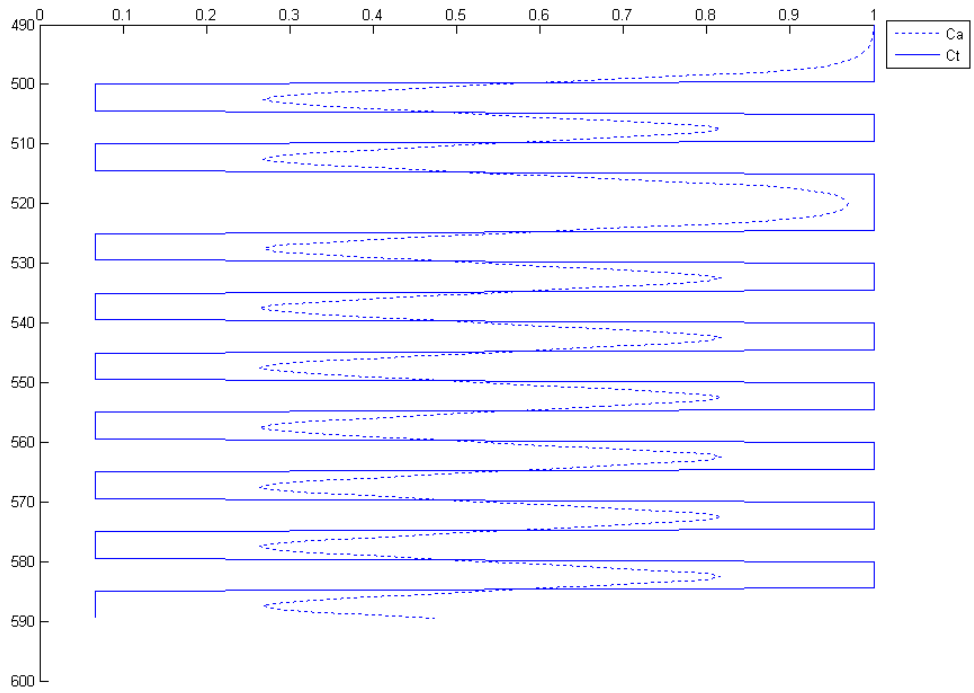


圖 3.4 第一個井測的訓練資料。

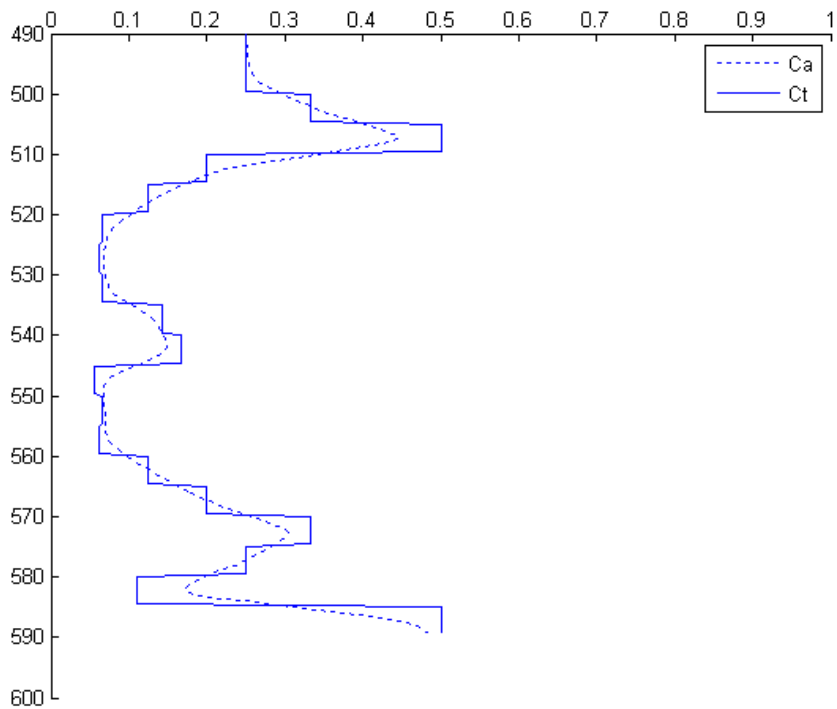


圖 3.5 第七個井測的訓練資料。

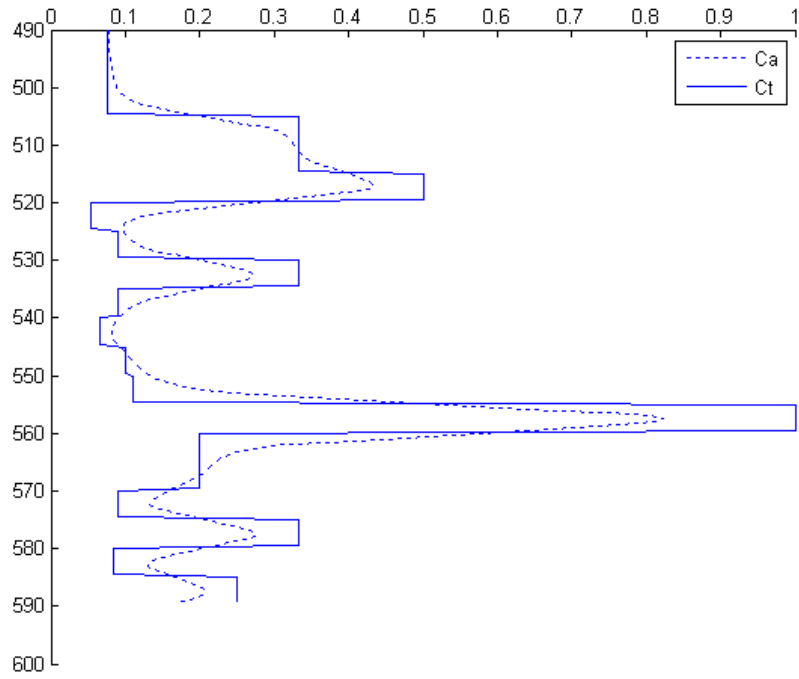


圖 3.6 第十三個井測的訓練資料。

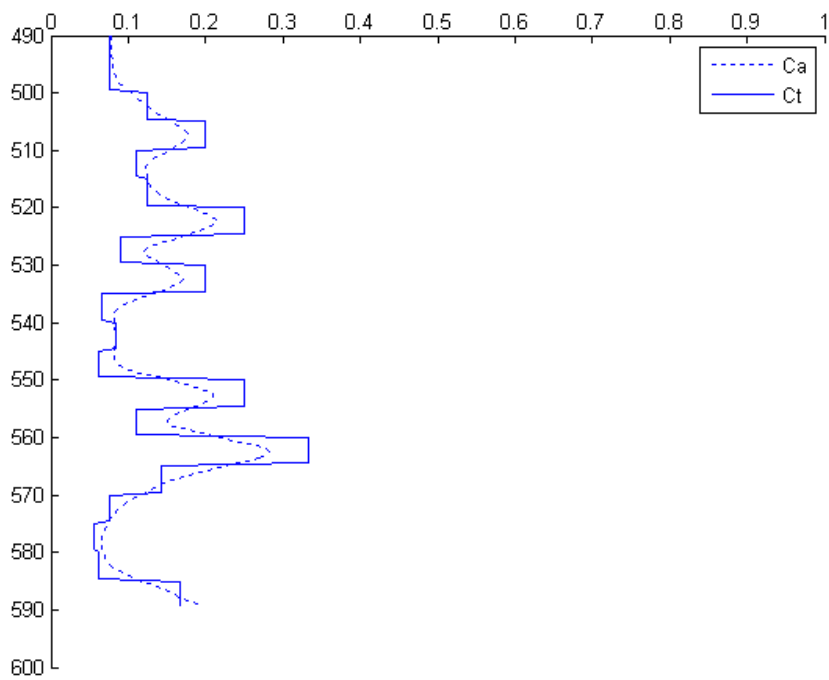


圖 3.7 第十九個井測的訓練資料。



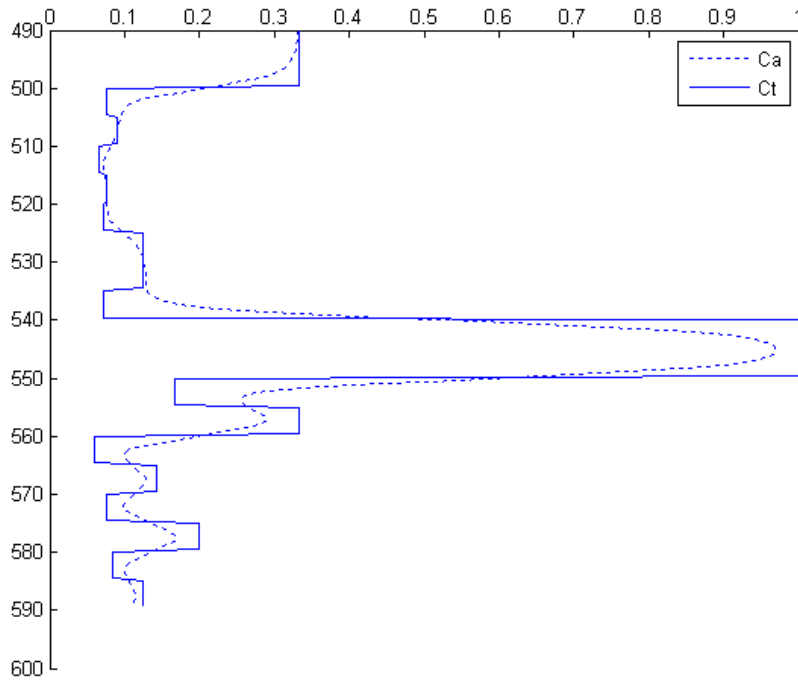


圖 3.8 第二十五個井測的訓練資料。

### 3.1.3. Pattern length (Input data length)

每一口井分別有 200 個視導電率(Ca') 及其對應的 200 個真實地層導電率 (Ct)，對於井測反推的問題，為求出輸入與輸出的應對關係，因此輸入與輸出的長度是相等的，而網路輸入的特徵值長度則是我們必須決定的。

為了決定輸入資料的長度，我們將每一口井的 200 個視導電率嘗試以不同的資料長度做輸入，分成長度為 1 個、2 個、4 個、5 個、10 個、20 個、40 個、50 個、100 個、200 個訓練樣本，共有十種不同的長度，每次均以跳躍的方式選取一段當訓練樣本，再將這些訓練樣本當作改良式兩層 RBF 與改良式三層 RBF 的輸入。以第十三筆井測資料為例，如圖 3.9 所示，若每 10 個視導電率作為一個訓練樣本，則 200 個視導電率共可分為 20 個訓練樣本。我們取第 1~25 筆井測資料為訓練樣本，資料長度與總訓練樣本數的關係如表 3.1 所列。

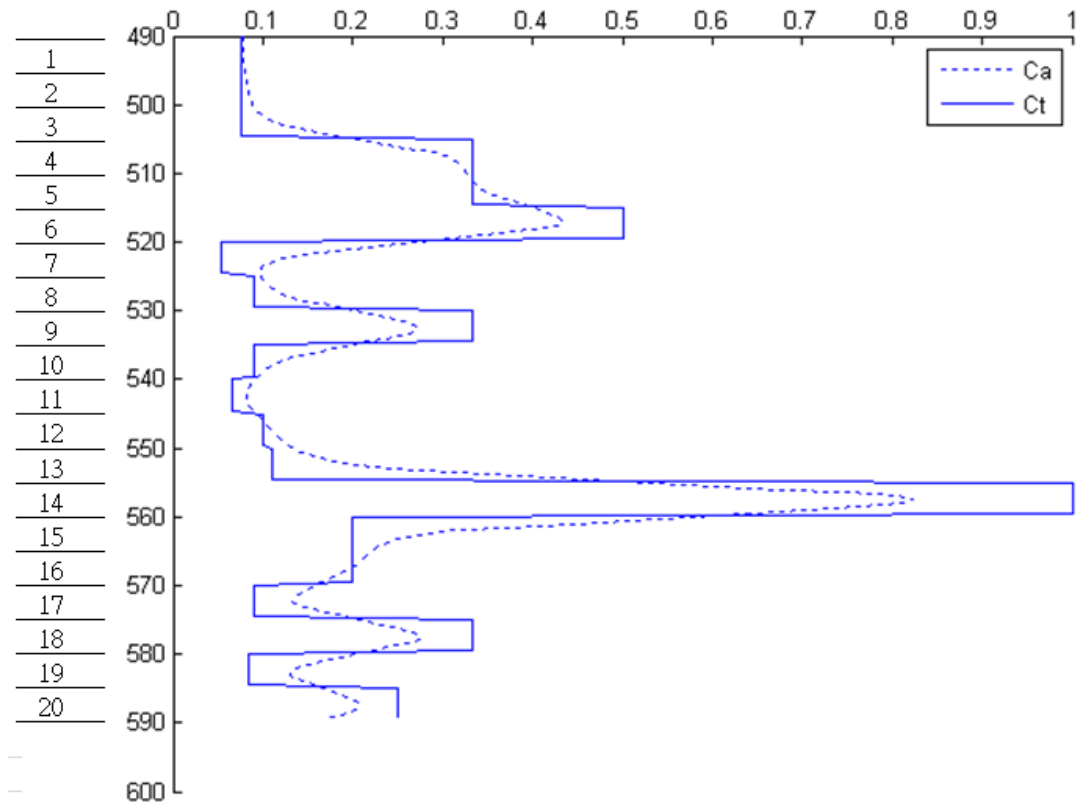


圖 3.9 訓練資料的選取，以資料長度 10 為範例。

表 3.1 資料長度與訓練樣本數的關係。

Input data length	Number of training patterns
1	5000
2	2500
4	1250
5	1000
10	500
20	250
40	125
50	100
100	50
200	25

### 3.1.4. Determination of the size of two-layer RBF

在實驗中，我們以 PFS 來決定 RBF 的第一層 K-means clustering algorithm 中  $K^*$  的值。圖 3.10~圖 3.14 分別為  $N=1、2、10、50、200$  時 PFS vs.  $k$ -clusters 的結果。各個不同輸入長度下，PFS 最大時的  $K^*$  值則記錄在表 3.2。於是，我們得到在不同輸入長度下，最佳的第一層節點個數，總共有十個網路，分別為 1-2426-1、2-14-2、4-7-4、5-44-5、10-27-10、20-7-20、40-2-40、50-2-50、100-2-100 以及 200-4-200。我們將以這十個網路做訓練及測試，選取測試誤差最小的網路為最佳的兩層 RBF 網路。

表 3.2 不同輸入節點數下，PFS 最大時的  $K^*$  值。

N	Training patterns	$K^*$
1	5000	2426
2	2500	14
4	1250	7
5	1000	44
10	500	27
20	250	7
40	125	2
50	100	2
100	50	2
200	25	4

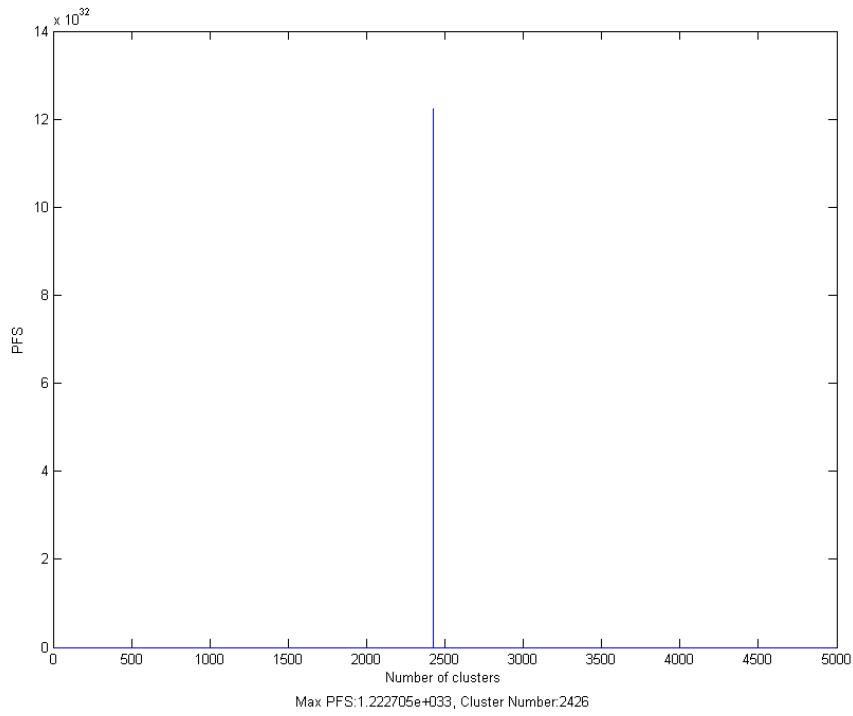


圖 3.10 Feature length  $N=1$ , PFS vs. # of cluster,  $K^*=2426$ 。

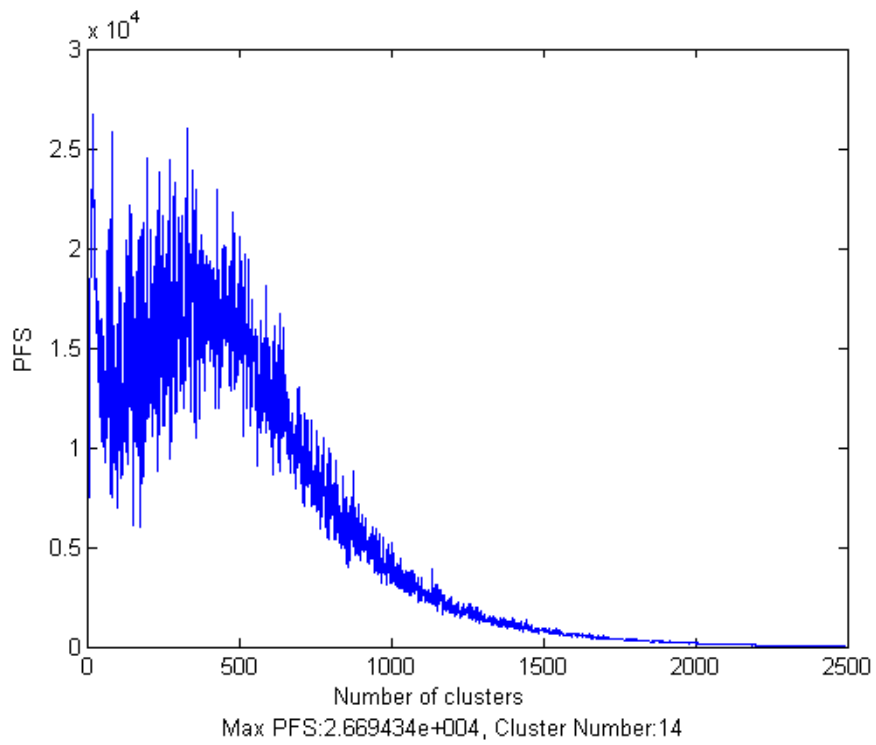


圖 3.11 Feature length  $N=2$ , PFS vs. # of cluster,  $K^*=14$ 。

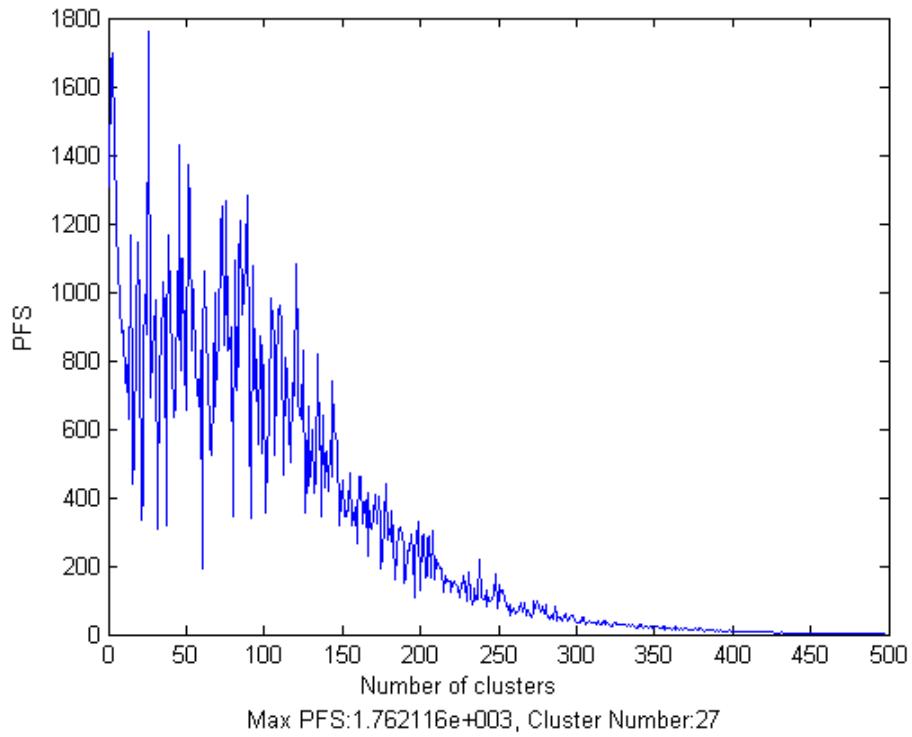


圖 3.12 Feature length  $N=10$ , PFS vs. # of clusters ,  $K^*=27$  。

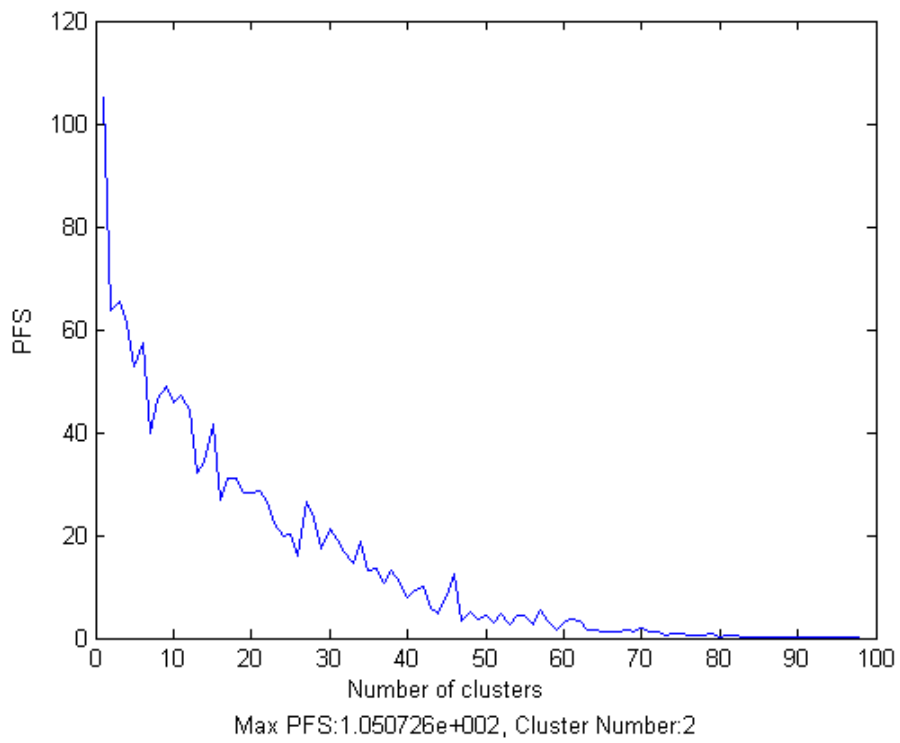


圖 3.13 Feature length  $N=50$ , PFS vs. # of clusters ,  $K^*=2$  。

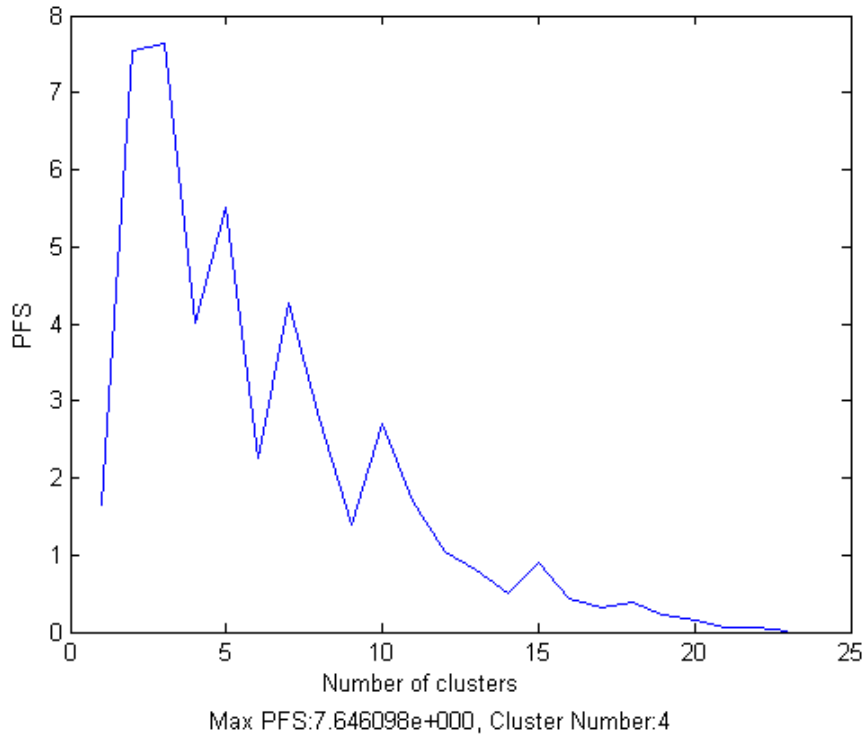


圖 3.14 Feature length N=200, PFS vs. # of clusters,  $K^*=4$ 。

### 3.1.5. Parameter settings in the training of RBF and testing error

我們以上述 10 個不同大小的網路做訓練與測試。網路訓練的 iteration 次數上限設定為 20,000 次，學習速率  $\eta$  為 0.6，動量係數  $\beta$  為 0.4 (用於改良式三層的 RBF)，sum of squared error 誤差值的門檻 (error threshold) 設定為 0.002，網路輸入為視導電率(Ca')，網路的期望輸出是真實地層導電率(Ct)。

訓練完成之後，再分別以第 26 組至第 31 組模擬資料做反推的測試，比較每一個網路的測試誤差 (testing error)，取測試誤差最小的網路為最佳的網路。這裡我們採用平均絕對值誤差 (mean absolute error, MAE)

$$MAE = \frac{1}{PK} \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^K |d_{pk} - o_{pk}| \quad (3.3)$$

$P$  是輸入樣本的總數， $K$  是輸出節點的總數目， $d_{pk}$  與  $o_{pk}$  分別代表第  $p$  個輸入樣本在第  $k$  個輸出節點的期望輸出值與實際輸出值。

### 3.1.6. Training and testing in the modified two-layer RBF

在改良式兩層 RBF 的實驗中，共有十個網路，分別為 1-2426-1、2-14-2、4-7-4、5-44-5、10-27-10、20-7-20、40-2-40、50-2-50、100-2-100、200-4-200。圖 3.15~圖 3.24 為此 10 個不同的網路訓練時的 error vs. iteration。

當所有十個 RBF 網路訓練完之後，分別以第 26 組到第 31 組模擬資料作測試。表 3.3 列出一個 10-27-10 RBF 網路對於第 26 組到第 31 組模擬資料反推的每一組測試誤差結果。而所有十個改良式兩層 RBF 訓練與反推的每一個平均測試誤差結果，則記錄在表 3.4 中。

比較此十個網路測試的平均絕對值誤差，最小的為網路 10-27-10 RBF 的 0.048003，因此我們決定網路大小 10-27-10 為最佳的改良式兩層 RBF 網路。

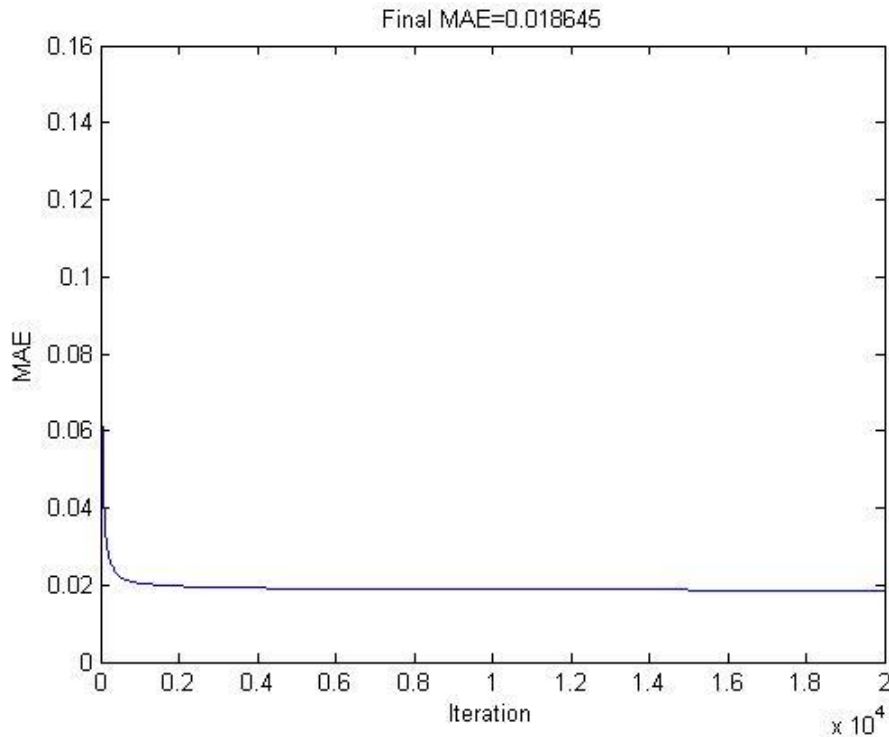


圖 3.15 網路為 1-2426-1 時的 error vs. iteration。

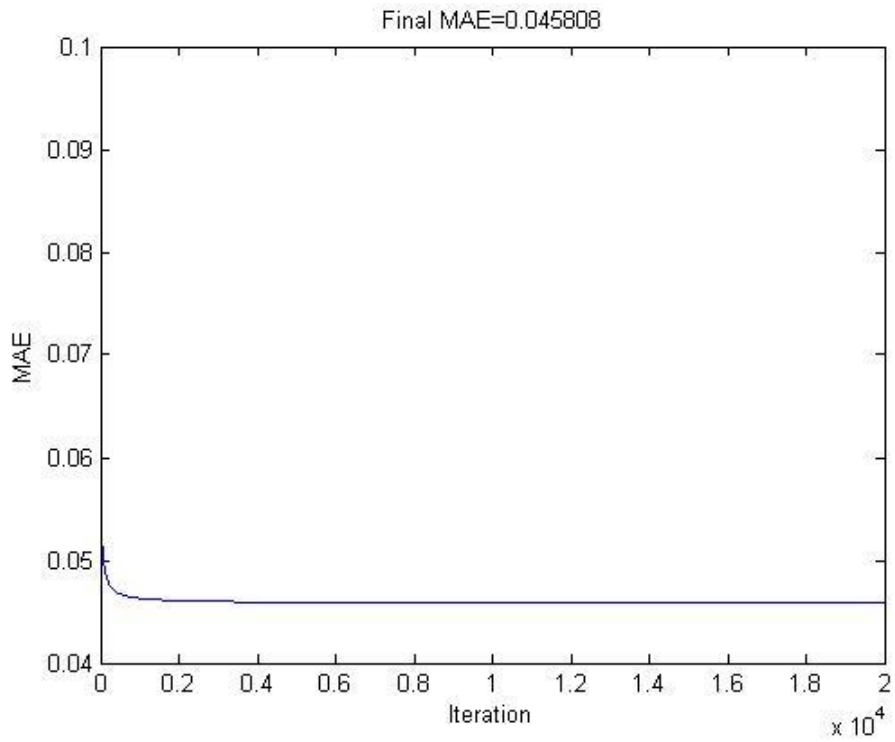


圖 3.16 網路為 2-14-2 時的 error vs. iteration。

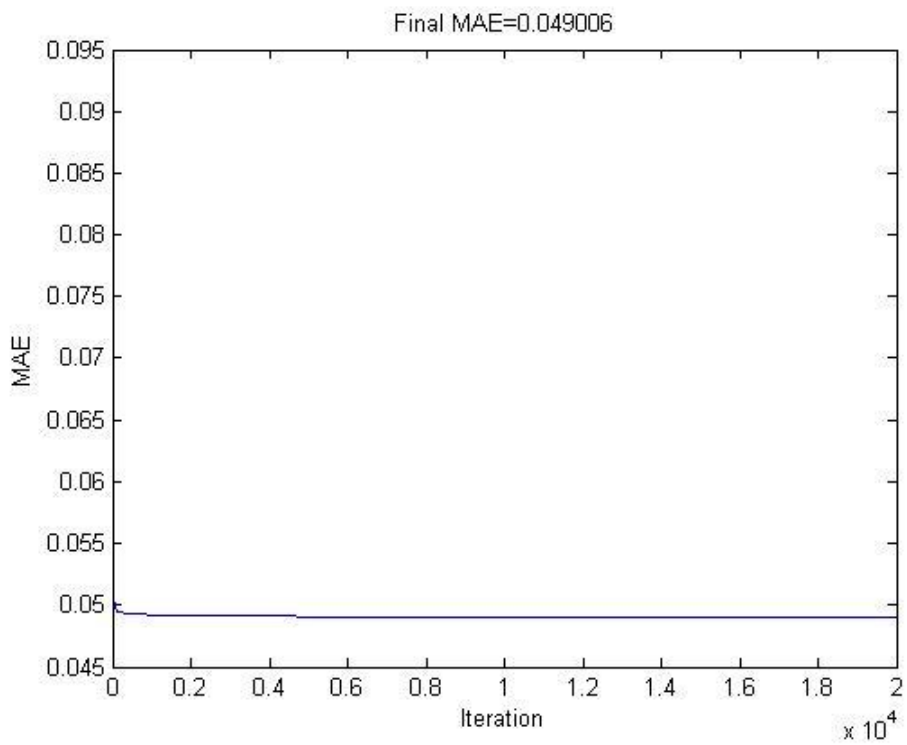


圖 3.17 網路為 4-7-4 時的 error vs. iteration。



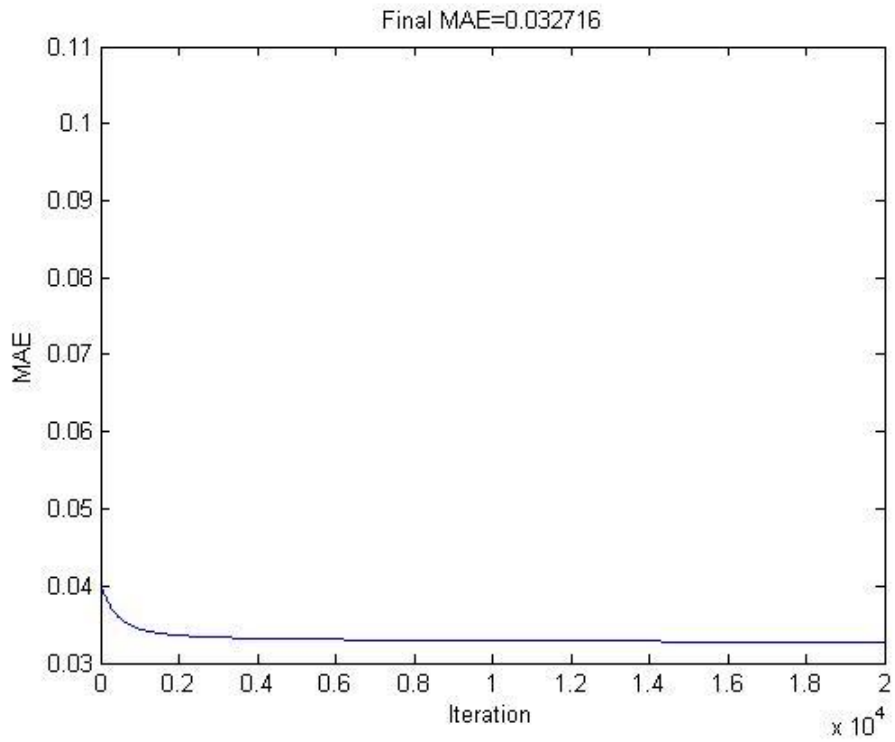


圖 3.18 網路為 5-44-5 時的 error vs. iteration。

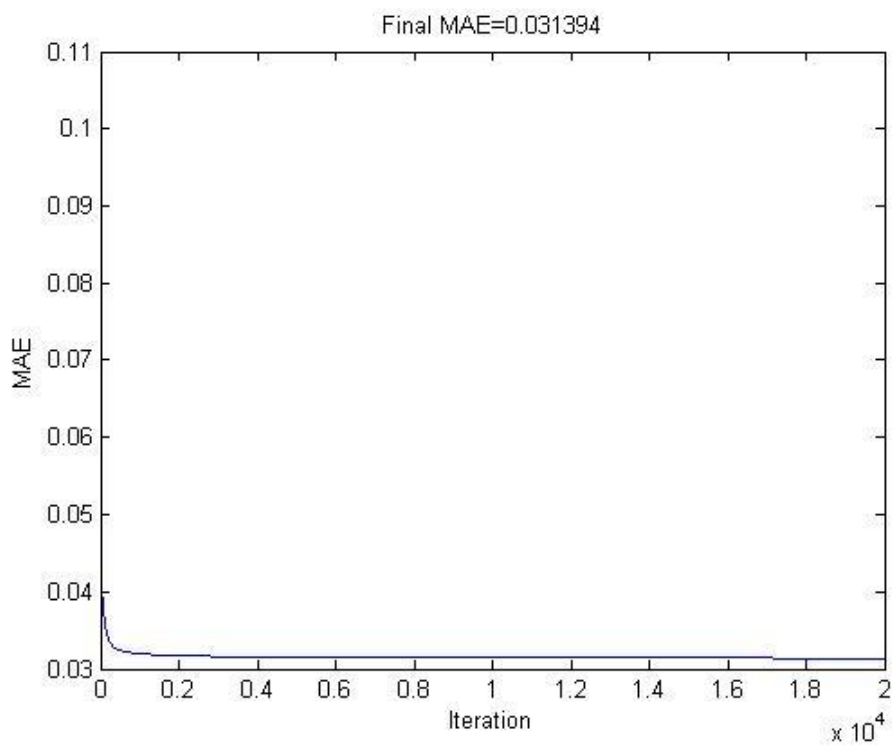


圖 3.19 網路為 10-27-10 時的 error vs. iteration。

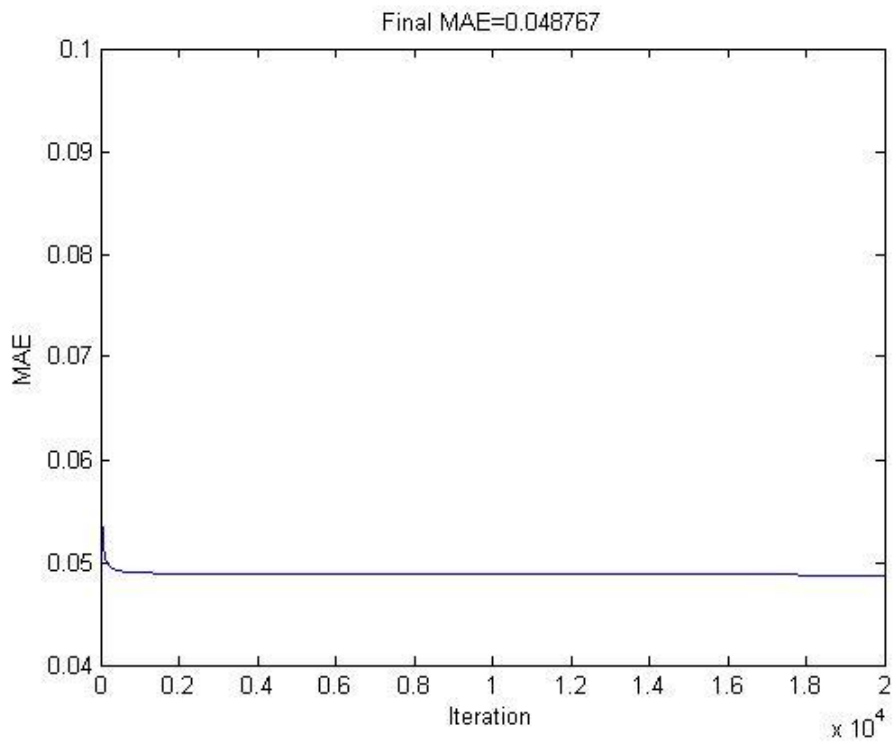


圖 3.20 網路為 20-7-20 時的 error vs. iteration。

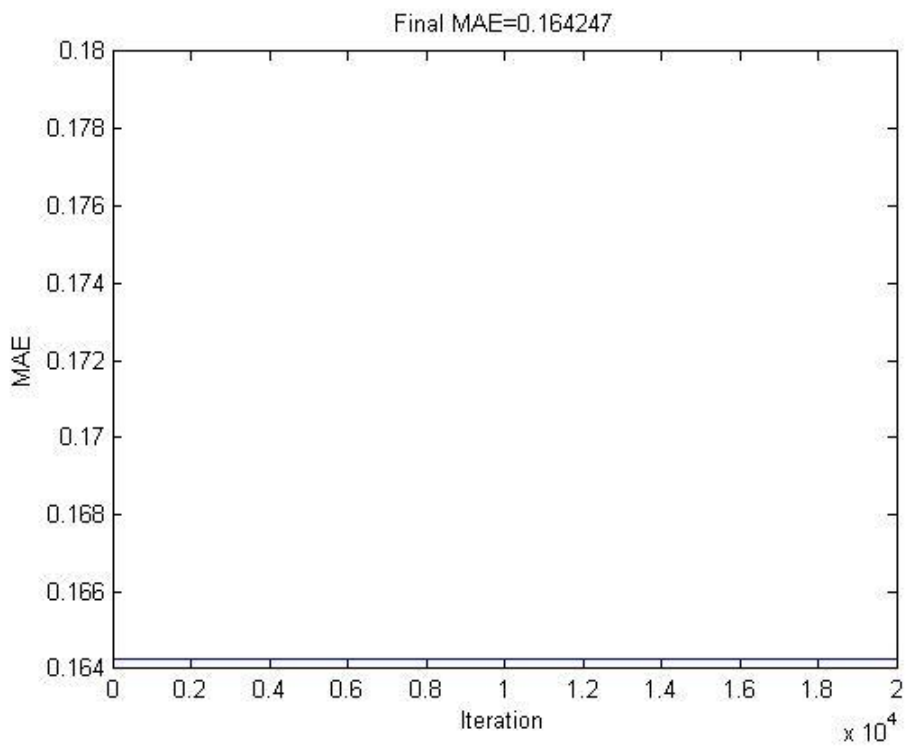


圖 3.21 網路為 40-2-40 時的 error vs. iteration。

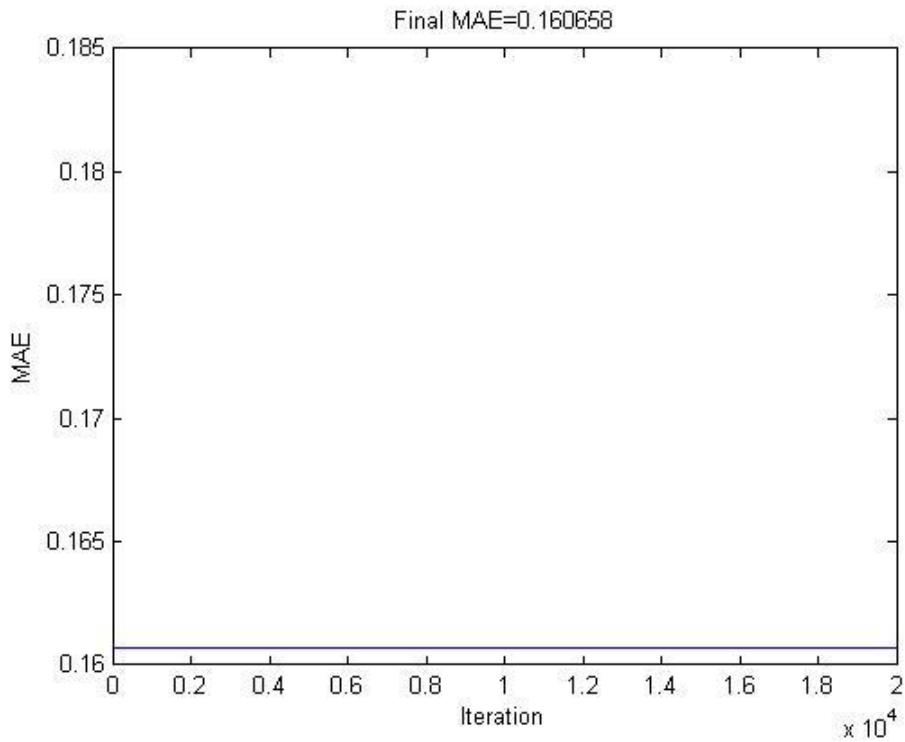


圖 3.22 網路為 50-2-50 時的 error vs. iteration。

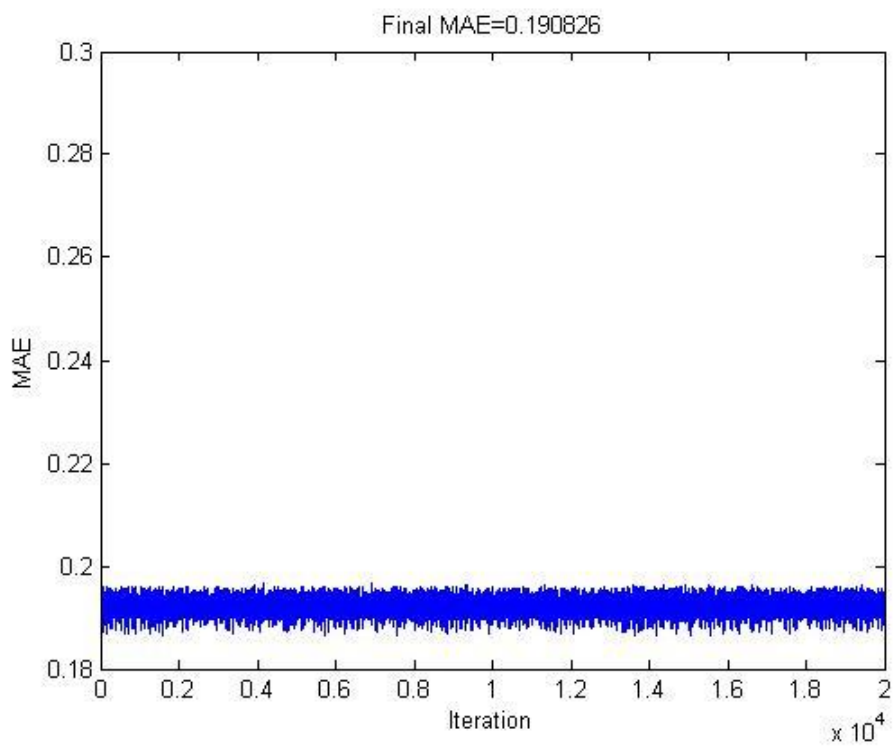


圖 3.23 網路為 100-2-100 時的 error vs. iteration。

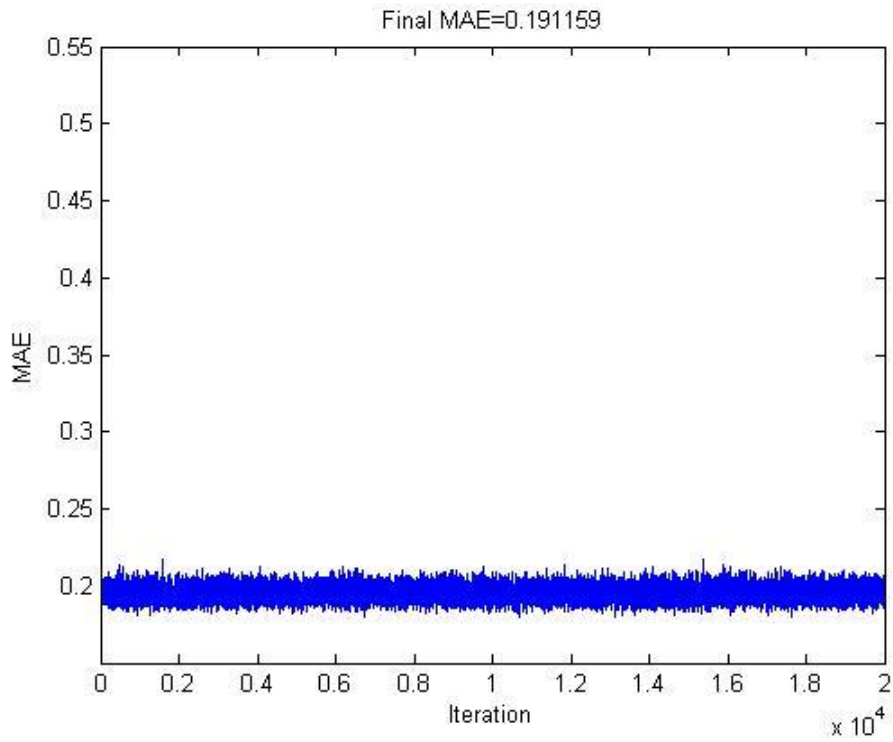


圖 3.24 網路為 200-4-200 時的 error vs. iteration。

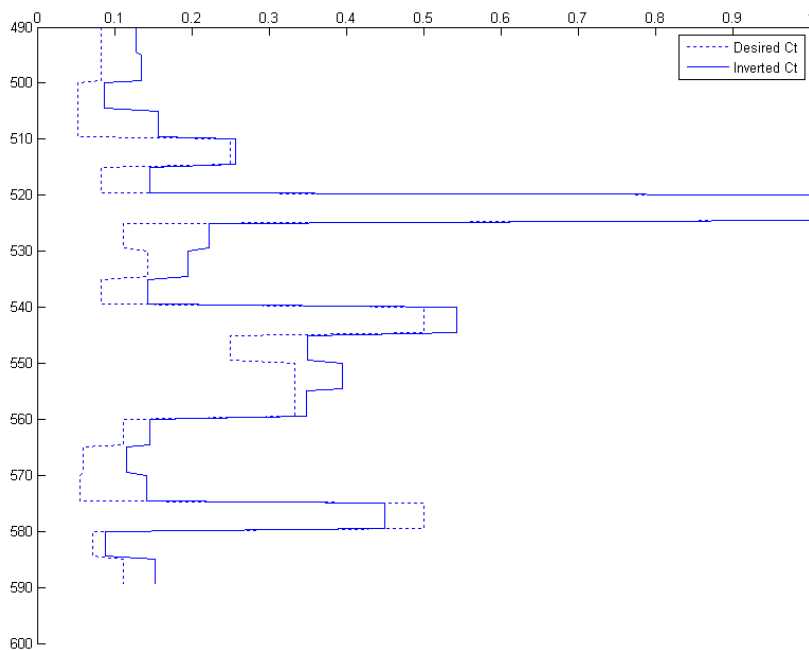


圖 3.25 第二十六組井測資料利用 10-27-10 網路反推的  $C_t'$  與期望的  $C_t$ ，

$MAE=0.051753$ 。

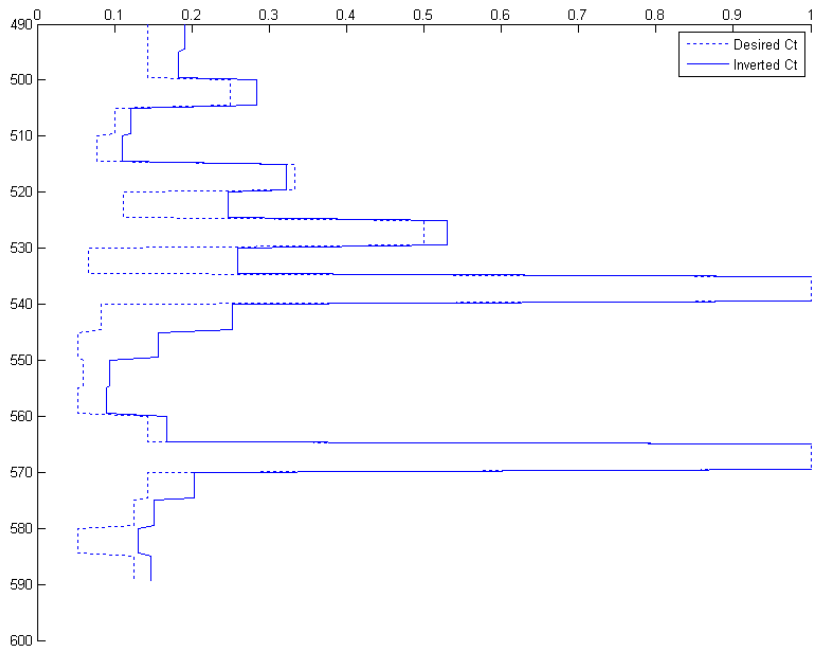


圖 3.26 第二十七組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 Ct'與期望的 Ct，

MAE=0.055537。

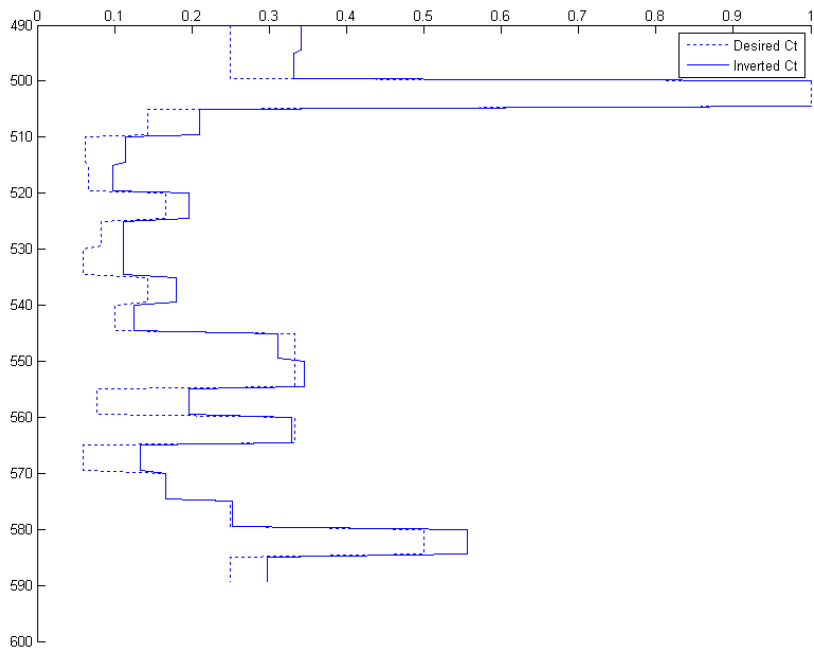


圖 3.27 第二十八組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 Ct'與期望的 Ct，

MAE=0.041952。

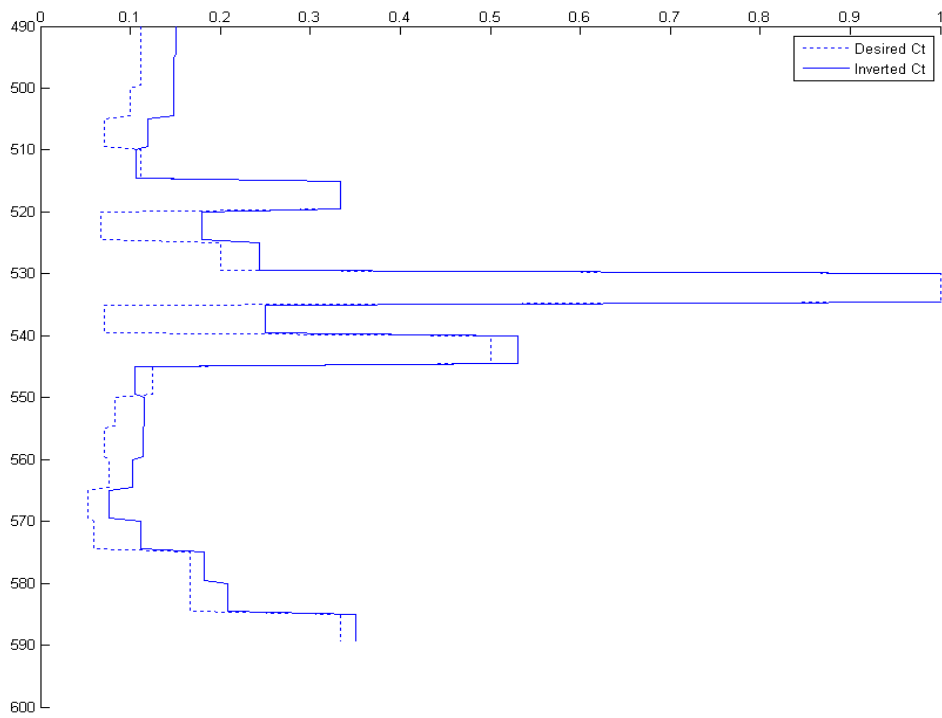


圖 3.28 第二十九組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 Ct'與期望的 Ct，

MAE=0.040859。

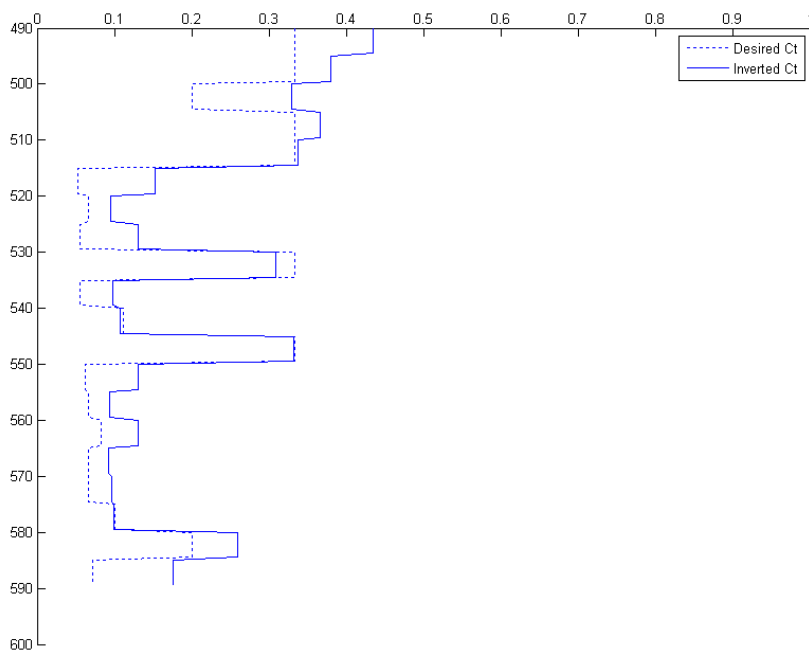


圖 3.29 第三十組井測資料利用 10-27-10 網路反推的 Ct'與期望的 Ct，

MAE=0.047587。

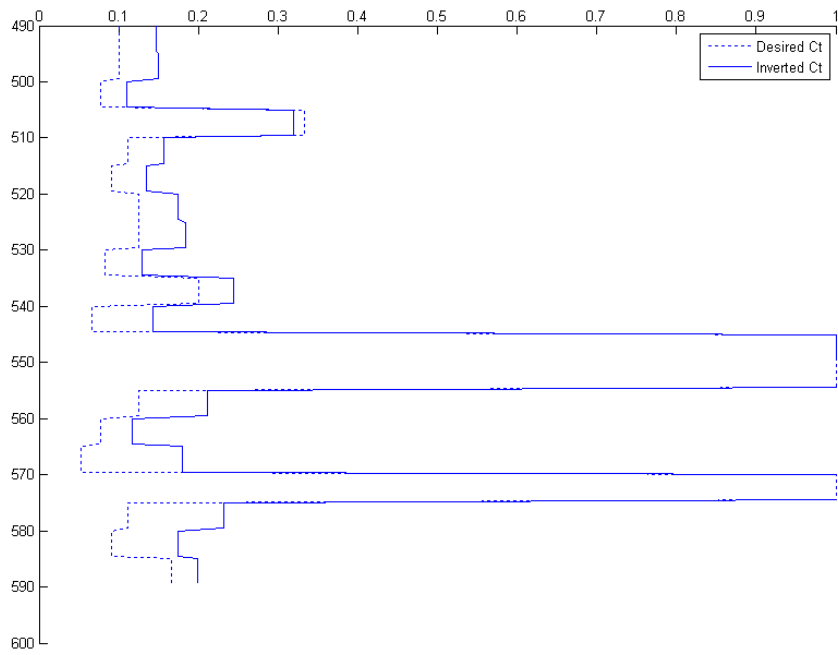


圖 3.30 第三十一組井測資料利用 10-27-10 網路反推的  $C_t'$  與期望的  $C_t$ ，  
 $MAE=0.050294$ 。

表 3.3 一個改良式兩層 RBF(10-27-10)的反推測試誤差結果。

Well log data	MAE of well log data inversion
#26	0.051753
#27	0.055537
#28	0.041952
#29	0.040895
#30	0.047587
#31	0.050294
Average error	0.048003

表 3.4 所有十個改良式兩層 RBF 的訓練與反推測試誤差結果。

Network size	Number of training patterns	MAE after 20,000 iterations	Average MAE of 6 test data	Training CPU time (hours:minutes:seconds)
1-2426-1	5000	0.018645	0.123119	01:43:15
2-14-2	2500	0.045808	0.071876	00:22:25
4-7-4	1250	0.049006	0.069823	00:11:18
5-44-5	1000	0.032716	0.058754	00:11:07
10-27-10	500	0.031394	0.048003	00:05:26
20-7-20	250	0.048767	0.073768	00:03:22
40-2-40	125	0.164247	0.174520	00:01:28
50-2-50	100	0.160658	0.165190	00:01:45
100-2-100	50	0.190826	0.185587	00:01:33
200-4-200	25	0.191159	0.277741	00:01:13

### 3.2. Simulation on the Modified Three-Layer RBF

我們將最佳改良式兩層 RBF (10-27-10) 擴展到三層，在改良式兩層 RBF 的實驗中，我們得到第一層的節點數，是以 K-mean clustering algorithm 分群後，再用 PFS-test 來判斷 separability 而決定，實驗結果為  $K^*=27$ 。因此，改良式三層 RBF 的網路大小為 10-27- $H$ -10，接著我們要決定的是隱藏層的節點個數  $H$ 。

我們利用 Mirchandani 與 Cao 於 1989 年所推導出來的定理來決定改良式三層 RBF 的隱藏層的節點個數  $H$ 。當輸入長度為 10 個 data 的時候，25 口井中，每口井有 200 個 data，因此每口井有 20 個訓練樣本，25 口井總共有 500 個訓練樣本， $T=500$ 。對一個 10-27- $H$ -10 內的兩層的 multi-layer perceptron，其輸入長度為 27，現在  $d=27$ ，根據公式 2.23 可知：

$$H = 9, M(H, d) = M(9, 27) = C(9, 0) + C(9, 1) + \dots + C(9, 9) \\ = 2^9 = 512 \text{ regions} \approx T (= 500)$$

理論上我們推得 10-27-9-10 為最佳的改良式三層 RBF 網路。

在實驗中，我們分別以  $H=7$  個、8 個、9 個、10 個、11 個、與 12 個隱藏節點個數來做訓練，並比較訓練與測試結果。圖 3.31~圖 3.36 為此六個網路 (10-27-7-10、10-27-8-10、10-27-9-10、10-27-10-10、10-27-11-10、10-27-12-10) 訓練過程的 error vs. iteration。

利用一個 10-27-9-10 RBF 網路對第 26 至 31 組井測資料反推出來的結果如圖



3.37~圖 3.42。

表 3.5 列出一個 10-27-9-10 的改良式三層 RBF 對第 26 至第 31 口井反推之 testing MAE errors。表 3.6 列出六個改良式三層 RBF 訓練與測試的 MAE，以及訓練的時間。由表 3.6，我們可以發現，10-27-9-10 的網路的測試誤差確實為此六個網路中最小的。

比較三層最佳的 RBF (10-27-9-10) 與兩層最佳的 RBF (10-27-10)，表 3.7 列出三層最佳的 10-27-9-10 RBF (由表 3.6) 與兩層最佳的 10-27-10 RBF (由表 3.4) 的訓練與測試結果，改良式三層 RBF 的測試誤差較改良式兩層 RBF 的測試誤差少了 4.1%，但訓練的時間卻增加了五倍。

因為 10-27-9-10 的網路可以得到最小的測試誤差，我們將選擇此最佳的 10-27-9-10 改良式三層 RBF，在完成訓練後，應用於實際井測資料的反推。

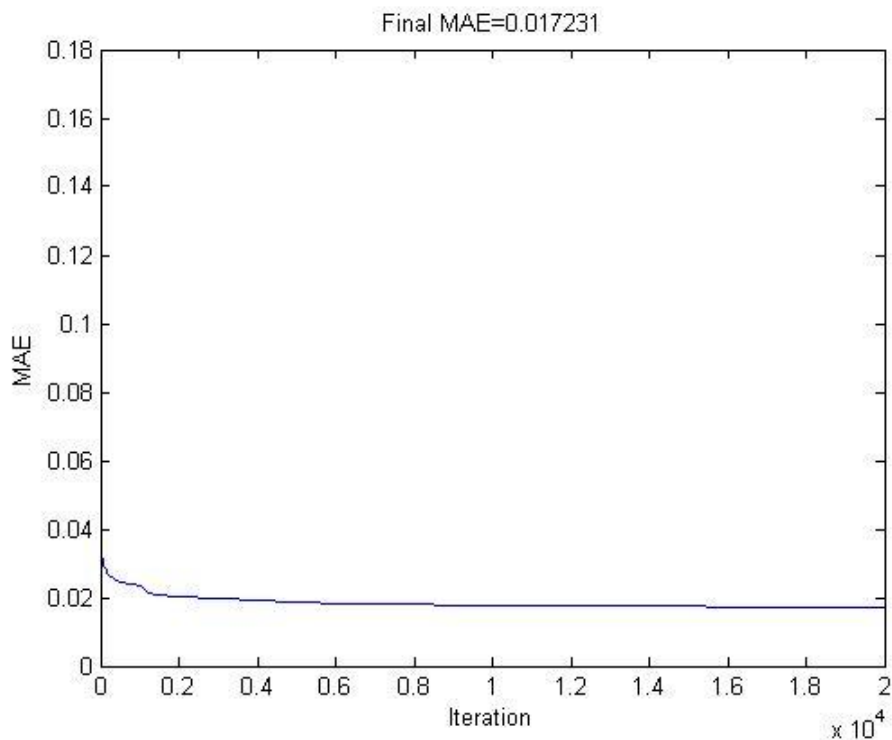


圖 3.31 網路為 10-27-7-10 時的 error vs. iteration。

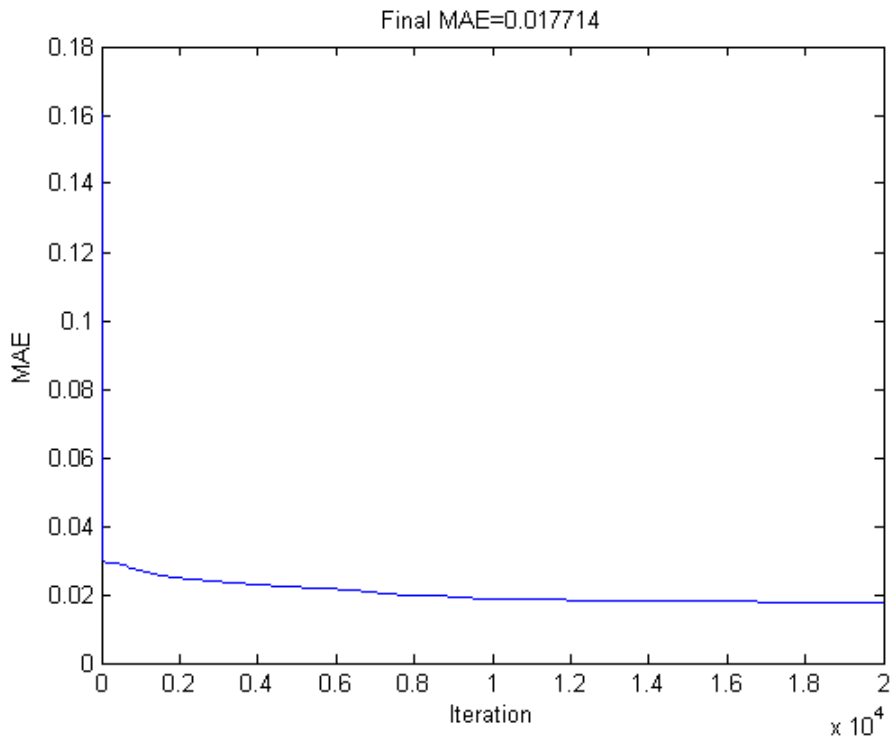


圖 3.32 網路為 10-27-8-10 時的 error vs. iteration。

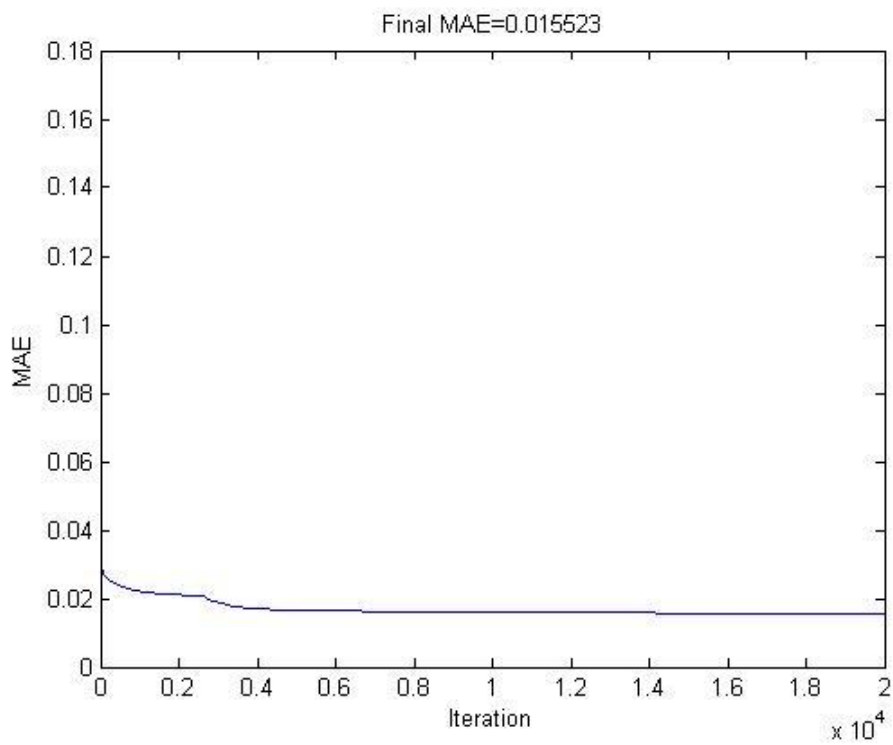


圖 3.33 網路為 10-27-9-10 時的 error vs. iteration。

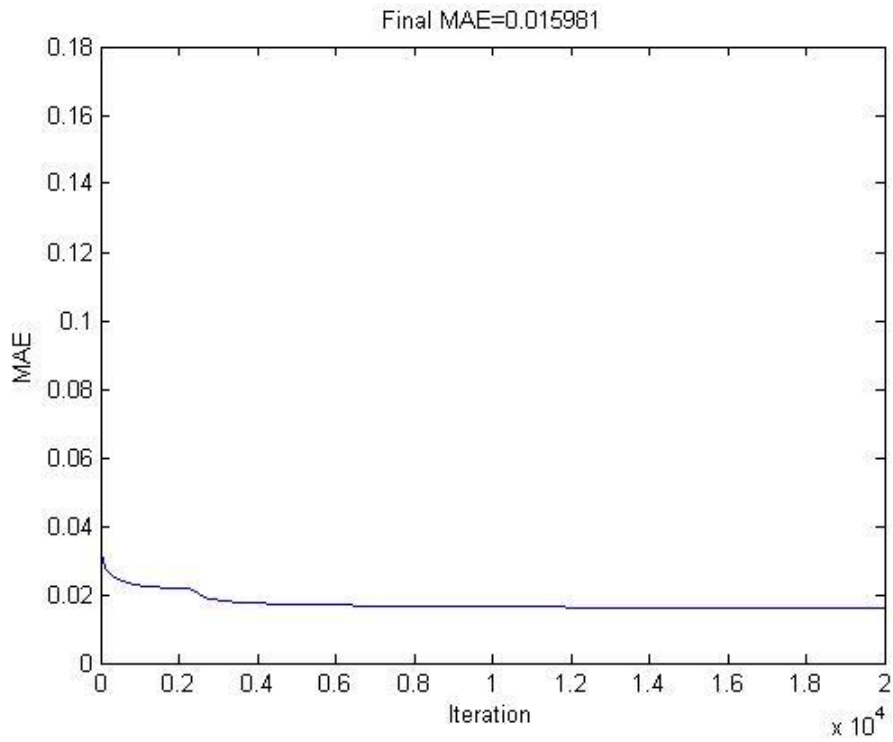


圖 3.34 網路為 10-27-10-10 時的 error vs. iteration。

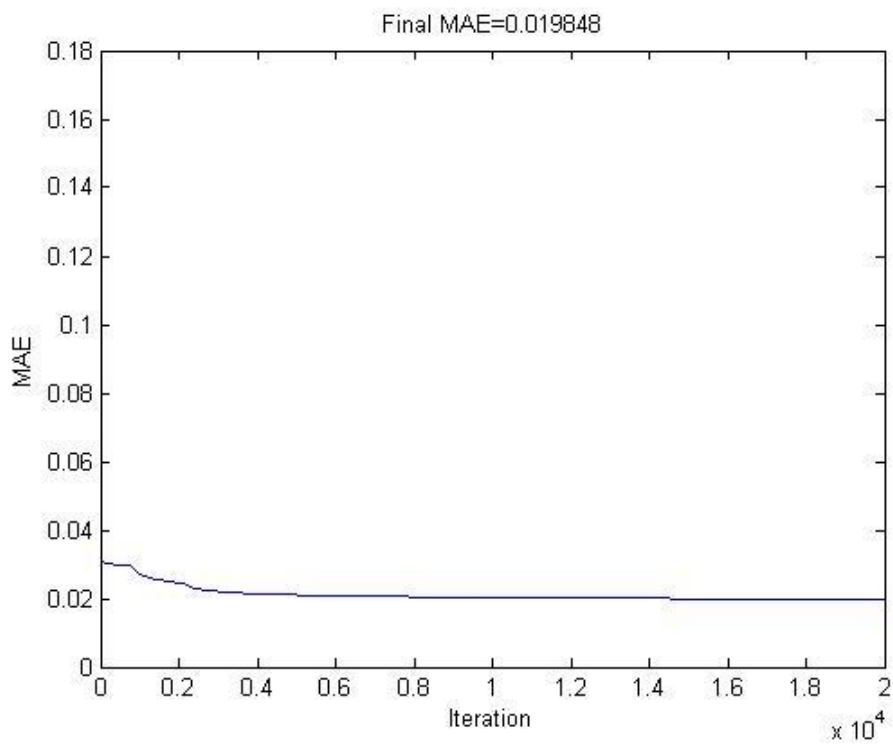


圖 3.35 網路為 10-27-11-10 時的 error vs. iteration。

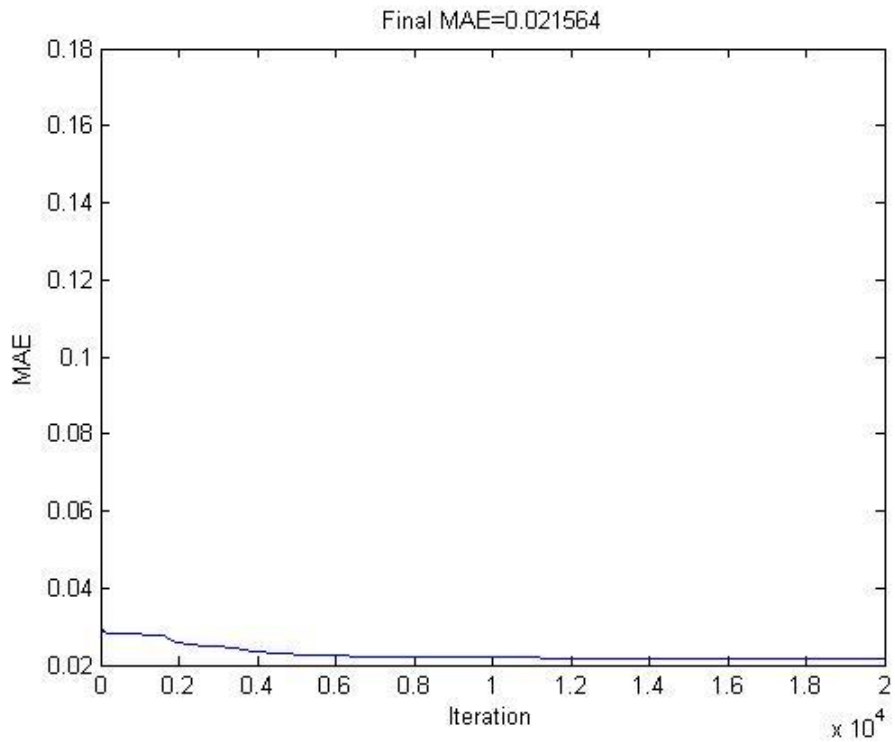


圖 3.36 網路為 10-27-12-10 時的 error vs. iteration。

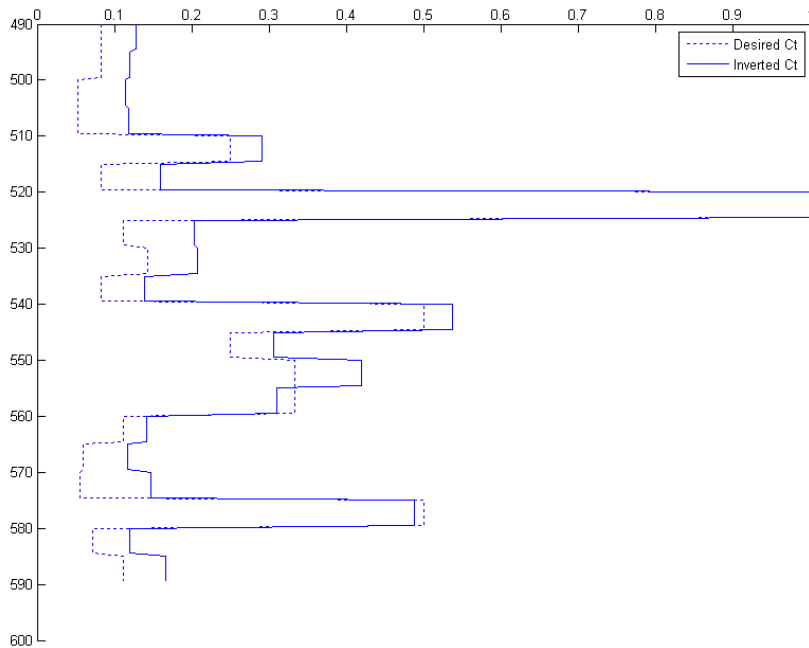


圖 3.37 第二十六組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 Ct' 與期望的 Ct，

MAE=0.041526。

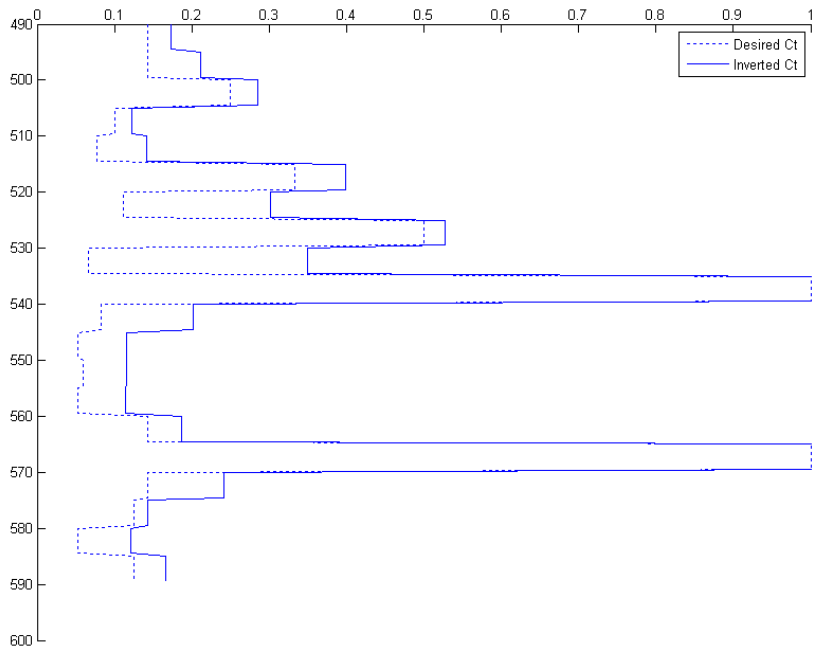


圖 3.38 第二十七組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 Ct'與期望的 Ct，

MAE=0.059158。

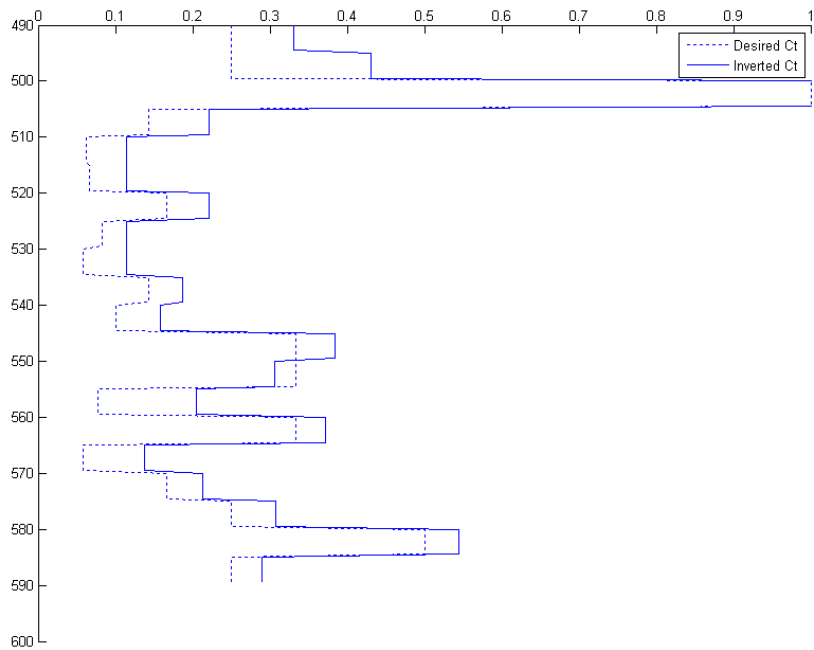


圖 3.39 第二十八組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 Ct'與期望的 Ct，

MAE=0.046744。

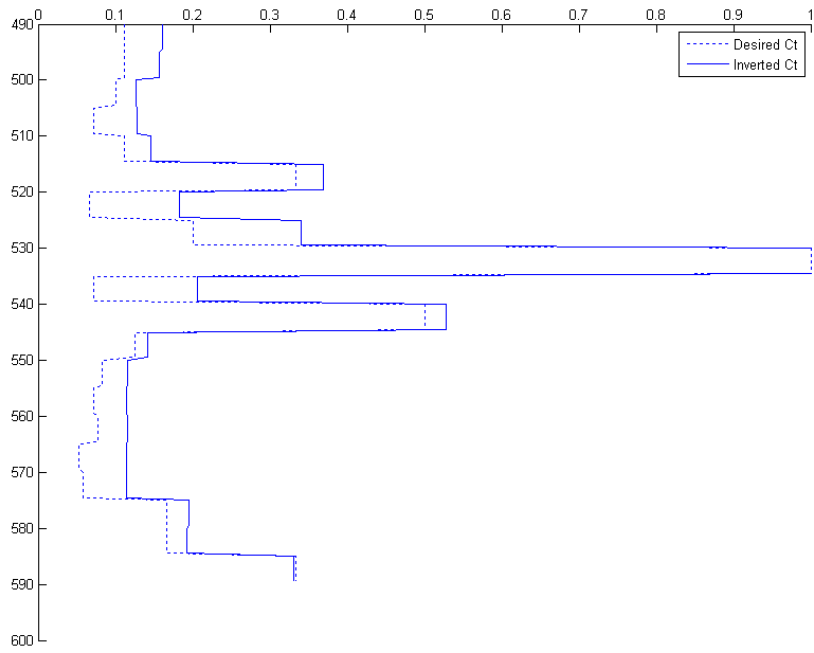


圖 3.40 第二十九組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的  $Ct'$  與期望的  $Ct$ ，

$MAE=0.043017$ 。

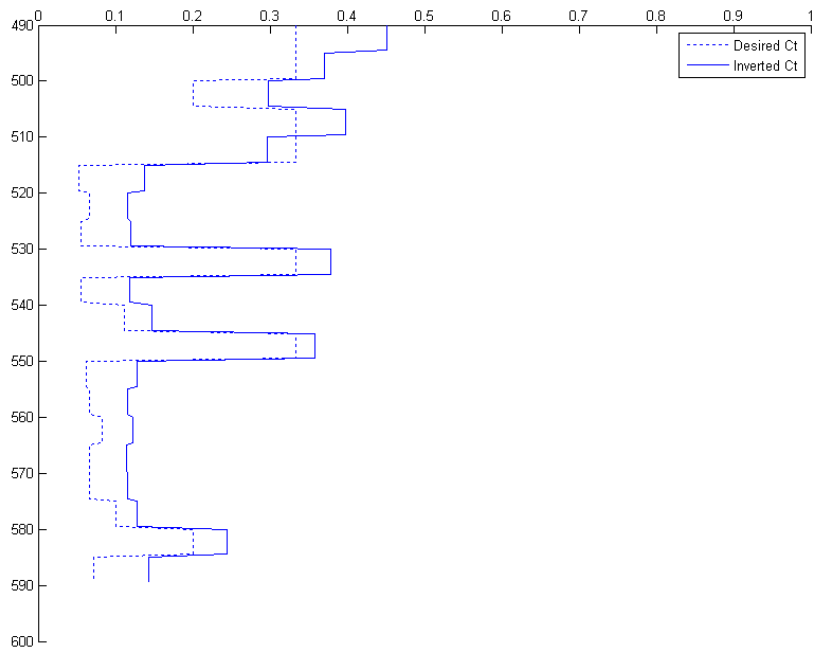


圖 3.41 第三十組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的  $Ct'$  與期望的  $Ct$ ，

$MAE=0.046546$ 。

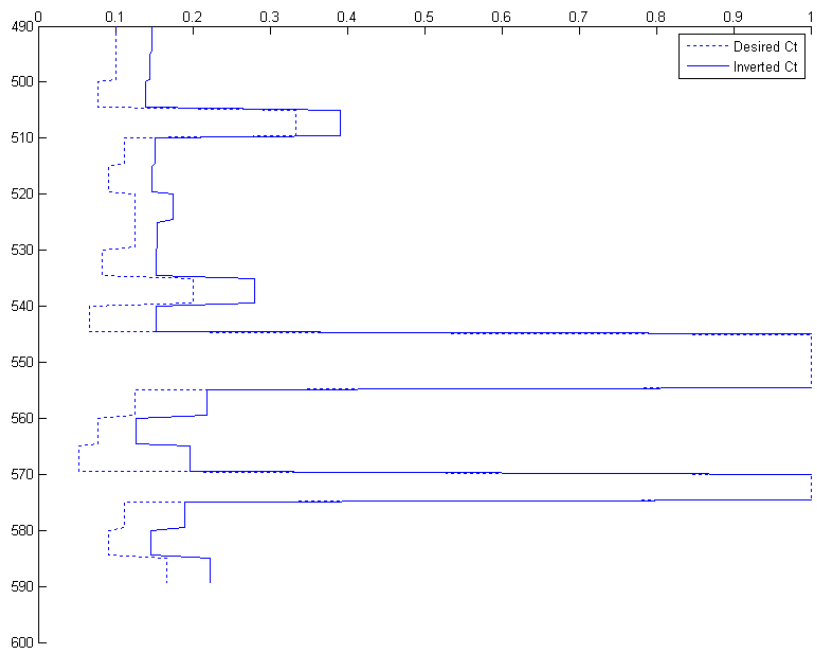


圖 3.42 第三十一組井測資料利用 10-27-9-10 網路反推的 Ct'與期望的 Ct，  
MAE=0.042763。

表 3.5 一個改良式三層 RBF (10-27-9-10) 的反推測試誤差結果。

Well log data	MAE of well log data inversion
#26	0.041526
#27	0.059158
#28	0.046744
#29	0.043017
#30	0.046546
#31	0.042763
Average error	0.046625

表 3.6 六個改良式三層 RBF 的訓練與反推的測試誤差結果。

Network size	Number of training patterns	MAE at 20,000 iterations	Average MAE of 6 well log data inversion	Training CPU time (hours:minutes:seconds)
10-27-7-10	500	0.017231	0.050430	00:31:02
10-27-8-10	500	0.017714	0.050313	00:29:40
10-27-9-10	500	0.015523	0.046625	00:29:45
10-27-10-10	500	0.015981	0.048452	00:30:37
10-27-11-10	500	0.019848	0.048173	00:29:59
10-27-12-10	500	0.021564	0.053976	00:29:27

表 3.7 最佳改良式兩層 RBF 與最佳改良式三層 RBF 的訓練與反推誤差之比較。

Network size	Number of training patterns	MAE at 20,000 iterations	Average MAE of 6 well log data inversion	Training CPU time (hours:minutes:seconds)
10-27-10	500	0.031394	0.048003	00:05:26
10-27-9-10	500	0.015523	0.046625	00:29:45

### 3.3. Comparison with Higher Order Neural Networks

Huang et al. [5] 利用高階類神經網路 (Higher Order Neural Network, HONN) 做井測反推，以第一組到第二十五組的模擬資料作為網路的訓練樣本，訓練過程完全相同，所用的 models 分別為單層 perceptron、二階單層 perceptron、三階單層 perceptron、一階兩層 perceptron、二階兩層 perceptron、與三階兩層 perceptron。Huang 的實驗為取訓練 20,000 次後，再做第二十六組到第三十一組的模擬資料之測試，得到的平均絕對誤差的結果，如表 3.8~表 3.13，每一實驗的最小誤差均發生於輸入為 10 的反推。

我們整理了高階類神經網路與改良式兩層與三階 RBF 來做比較，如表 3.14。從表 3.14 比較不同類神經網路最佳情況下的實驗結果，得到單層 perceptron 得到訓練時的最小的平均絕對誤差為 0.018248，二階單層 perceptron 得到訓練時的最小的平均絕對誤差為 0.013648，改良式三層 RBF 的最小的平均絕對誤差則是 0.015523。改良式三層 RBF 的訓練結果，只有比單層 perceptron 及兩層 RBF 好，與二階單層



perceptron 相當。相較其它的 perceptrons (二階單層 perceptron、三階單層 perceptron、一階兩層 perceptron、二階兩層 perceptron、三階兩層 perceptron)，則是比較差。

表 3.8 單層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.018248。

Network size	Number of training patterns	MAE at 20,000 iterations
1-1	5000	0.055739
2-2	2500	0.055430
4-4	1250	0.046294
5-5	1000	0.026866
10-10	500	<u>0.018248</u>
20-20	250	0.021283
40-40	125	0.022017
50-50	100	0.023346
100-100	50	0.023534
200-200	25	0.744285

表 3.9 二階單層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.013648。

Network size	Number of training patterns	MAE at 20,000 iterations
2-1	5000	0.055296
4-2	2500	0.055375
8-4	1250	0.045936
10-5	1000	0.026701
20-10	500	<u>0.013648</u>
40-20	250	0.018926
80-40	125	0.020748
100-50	100	0.022741
200-100	50	0.023167
400-200	25	0.780082

表 3.10 三階單層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.008408。

Network size	Number of training patterns	MAE at 20,000 iterations
3-1	5000	0.047405
6-2	2500	0.045860
12-4	1250	0.034748
15-5	1000	0.019202
30-10	500	<u>0.008408</u>
60-20	250	0.008766
120-40	125	0.010990
150-50	100	0.009827
300-100	50	0.011308
600-200	25	0.780082

表 3.11 一階兩層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.001996。

Network size	Number of training patterns	MAE at 20,000 iterations
10-7-10	500	0.002318
10-8-10	500	0.001921
10-9-10	500	0.002155
10-10-10	500	<u>0.001996</u>
10-11-10	500	0.002059
10-12-10	500	0.002141
10-24-10	500	0.002672

表 3.12 二階兩層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.001598。

Network size	Number of training patterns	MAE at 20,000 iterations	Iterations of convergence (threshold = 0.002)
20-7-10	500	0.002034	Over 20,000
20-8-10	500	<u>0.001598</u>	8,286
20-9-10	500	0.001649	8,880
20-10-10	500	0.001753	9,904
20-11-10	500	0.001994	13,740
20-12-10	500	0.002074	Over 20,000

表 3.13 三階兩層 perceptron 的實驗結果，最小 error=0.001574。

Network size	Number of training patterns	MAE at 20,000 iterations	Iterations of convergence (threshold=0.002)
30-7-10	500	0.002022	Over 20,000
30-8-10	500	<u>0.001574</u>	3,372
30-9-10	500	0.001719	4,386
30-10-10	500	0.001667	3,444
30-11-10	500	0.001808	11,427
30-12-10	500	0.001736	10,917

表 3.14 不同類神經網路的實驗結果比較。

Model	Network size	Number of training patterns	MAE at 20,000 iterations
單層 perceptron	10-10	500	0.018248
二階單層 perceptron	20-10	500	0.013648
三階單層 perceptron	30-10	500	0.008408
一階兩層 perceptron	10-10-10	500	0.001996
二階兩層 perceptron	20-8-10	500	0.001598
三階兩層 perceptron	30-8-10	500	0.001574
改良式兩層 RBF	10-27-10	500	0.031394
改良式三層 RBF	10-27-9-10	500	0.015523

### 3.4. Application to the Real Well Log Data Inversion

在模擬的 data 的實驗中，我們發現，採用 10-27-9-10 改良式三層 RBF 的網路，可以得到最小的測試的平均絕對值誤差，所以我們採用這個最佳網路來做實際井測資料的反推。

圖 3.43 為野外的實際井測的視導電率，深度為 5,577.5 英尺到 6,722 英尺，取樣的間隔為 0.5 英尺，所以此實際井測資料總共有 2,290 個視導電率。

我們利用模擬的第 1 組到第 25 組的資料來訓練 10-27-9-10 改良式三層 RBF 的網路後，以實際的視導電率每次取長度為 10，分段依序輸入得到反推的真實地層導電率，圖 3.44 為實際井測的視導電率與反推的真實地層導電率。

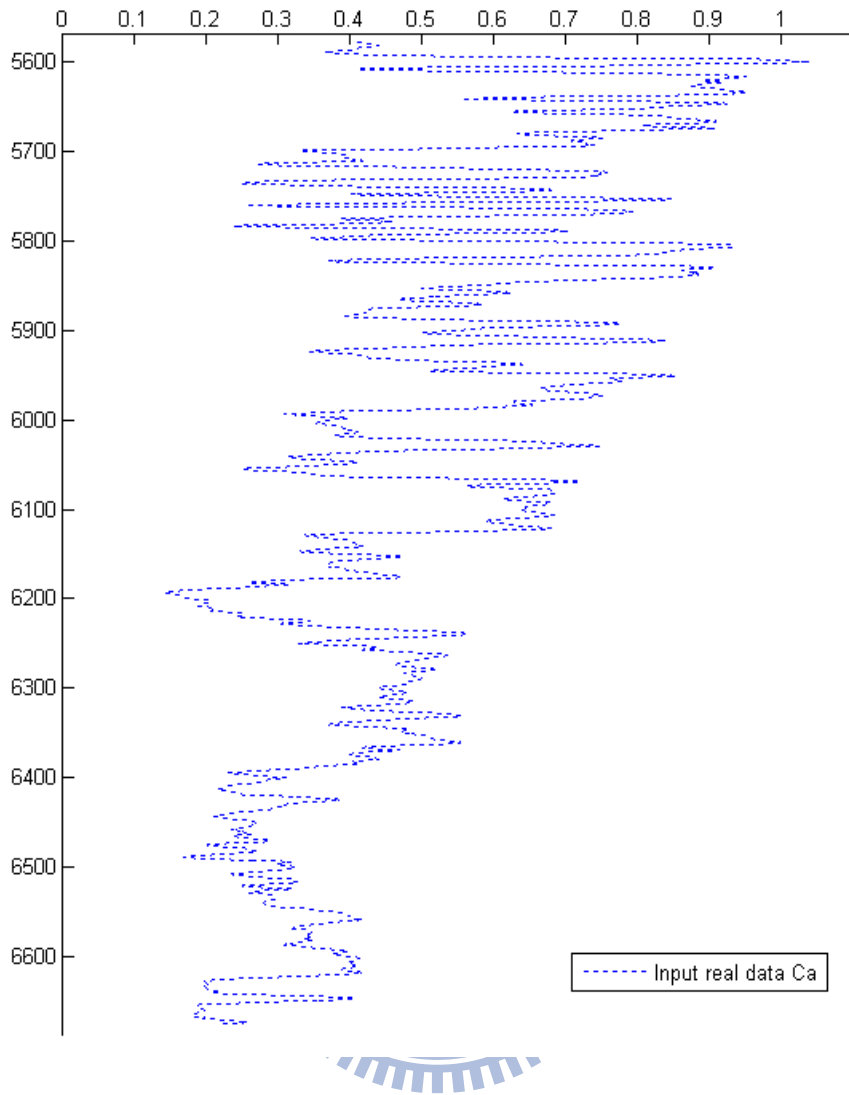


圖 3.43 實際井測的視導電率。

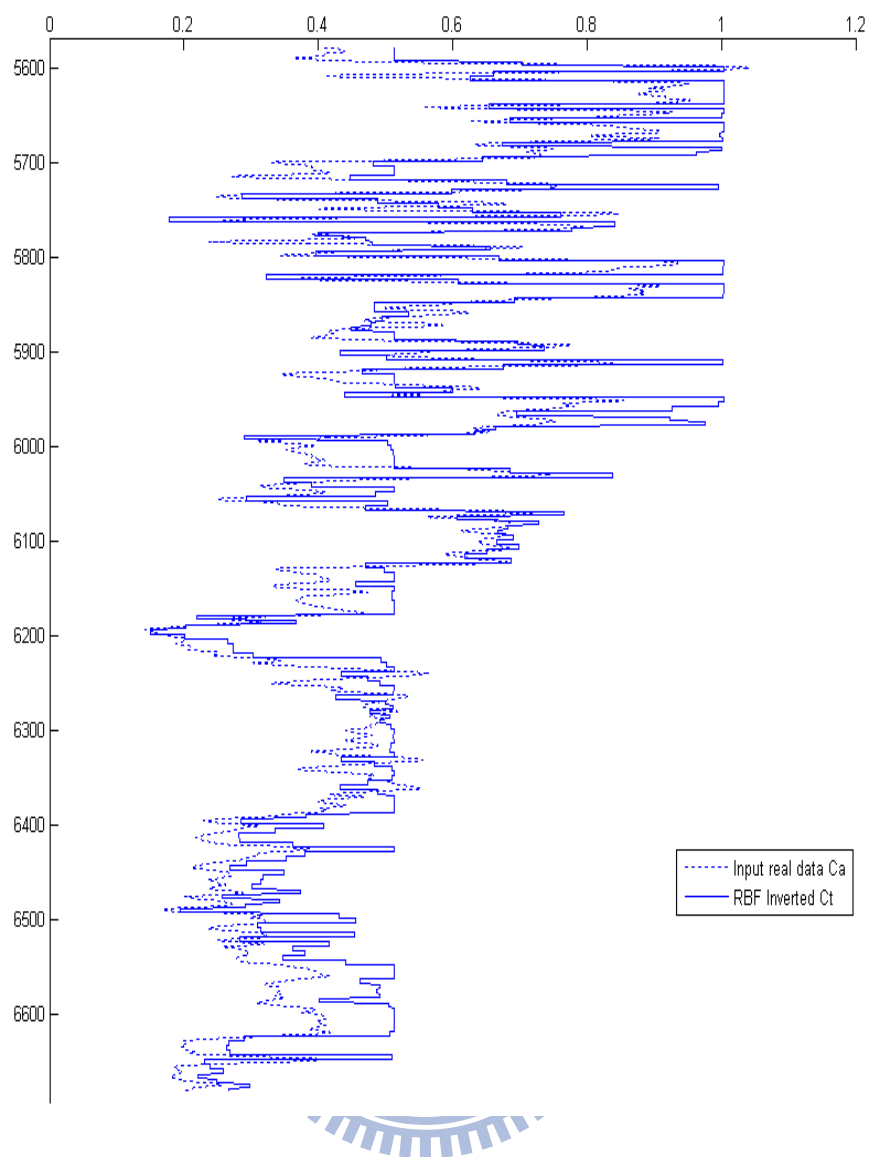


圖 3.44 實際井測的視導電率與反推的真實地層導電率。

## 4. CONCLUSIONS AND DISCUSSIONS

我們採用監督式的輻射半徑基底函數網路 (Radial basis function network, RBF), 而且提出改良式兩層 RBF 與改良式三層 RBF 於井測資料的反推。網路的輸入是井測的視導電率 (apparent conductivity, Ca), 而輸出是真實地層導電率 (true formation conductivity, Ct), 由於做井測反推, 所以輸入與輸出的特徵值數目是相同的。在實驗的部份, 分為模擬資料的實驗與實際的井測資料的應用。在模擬的實驗, 共有 31 組模擬的井測資料, 其中 25 組做訓練, 6 組做測試。

在改良式兩層 RBF 中, 第一層為對訓練樣本做非監督式的分群, 我們以 K-means 分群法與 pseudo F-statistic test 來決定最佳的分群數, 成為第一層的節點數。第二層為一個單層的監督式的 perceptron, 我們以 s-形的轉換函數代替線性的轉換函數, 則 delta 的學習法則取代 Widrow-Hoff 的學習法則, 這樣的改良式 RBF 具有非線性對應的特性。經由模擬的實驗, 我們將不同長度的輸入做比較, 結果 10-27-10 RBF 得到最小的測試誤差, 也成為兩層 RBF 中最佳的網路。

我們將最佳的 10-27-10 兩層 RBF 擴充為三層 RBF, 將兩層 RBF 的第二層擴展為一個兩層的 perceptron, 成為改良式三層 RBF, 以得到更佳的非線性對映。並且以 Mirchandani 與 Cao 提出的理論, 決定改良式三層 RBF 中的隱藏層節點個數。由模擬的實驗結果得出 10-27-9-10 為最佳的改良式三層 RBF。而且 10-27-9-10 的改良式三層 RBF 較 10-27-10 改良式兩層 RBF 有較小的測試誤差。

我們將最佳的 10-27-9-10 改良式三層 RBF 經過模擬的資料訓練後, 應用於實際井測資料的反推, 得出的結果是可以接受的, 這表示我們所提出的改良式 RBF 可以用於井測資料的反推。

在實驗的過程中, 實驗結果得到的誤差可能因為網路權重的初始值的不同而有所不同, 但是我們仍然可以從誤差值的數量級, 來比較不同網路的井測反推結果的好壞。

## REFERENCES

- [1] Y. Lin, S. Gianzero, and R. Strickland, "Inversion of induction logging data using the least squares technique," 25th Annual Logging Symposium Transactions, Paper AA, pp. 1-14, 1984.
- [2] C. J. Dyos, "Inversion of induction log data by the method of maximum entropy," 28th Annual Logging Symposium, Paper T, pp. 1-13, Jun 1987.
- [3] L. S. Martin, D. Chen, T. Hagiwara, R. Strickland, G. Gianzero, and M. Hagan, "Neural network inversion of array induction logging data for dipping beds," Society of Professional Well Log Analysts, 42nd Annual Logging Symposium, Paper U, pp. 1-11, Jun. 17-20, 2001.
- [4] J. C. Goswami, R. Mydur, P. Wu, and D. Hwliot, "A robust technique for well-log data inversion," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Volume 52, Issue 3, pp. 717-724, March 2004.
- [5] K. Y. Huang, L. C. Shen and C. Y. Chen, "Higher Order Neural Networks for Well Log Data Inversion," 2008 International Joint Conference on Neural Network, Hong Kong, June 1-6, pp.2546-2551, 2008.
- [6] M. J. D. Powell, "Radial basis functions for multivariate interpolation: a review." Technical Report DAMPT 1985/NA 12, Dept. of App. Math. and Theor. Physics, Cambridge University, Cambridge, England, 1985.
- [7] Don R. Hush and Bill G. Horne, "Progress in supervised neural networks", IEEE Signal Processing Magazine, pp. 8- 39, January 1993.
- [8] S. Haykin, Neural networks and learning machines, 3rd Ed., Pearson Co., NJ, USA, 2008.
- [9] J. T. Tou and R. C. Gonzalez, Pattern Recognition Principles, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 1974.
- [10] M. A. Vogel and A. K. C. Wong, "PFS clustering method," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-1, No. 3, pp. 237-245, 1979.
- [11] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, "Learning internal representations by error propagation," in D.E. Rumelhart and J. L. McClelland, eds., Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition, pp. 318-362, MIT Press, Cambridge, MA, 1986.
- [12] B. Widrow and M. E. Hoff, "Adaptive switching circuits," IRE Western Electric Show and Convention Record, part4, pp. 96-104, 1960.
- [13] G. Mirchandani and W. Cao, "On hidden nodes for neural nets," IEEE Transactions

on Circuits and Systems, Volume 36, Number 5, pp. 661-664, May 1989.

- [14] K. Y. Huang, Neural Networks and Pattern Recognition, Weikeg Publishing Co., Taipei, Taiwan, 406 pages, March 2003.

