

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

四輪驅動車輛之軌跡誤差自動修正

Trajectory autonomous compensations for vehicle steering

on four-wheel drive



研究生：樊奕承

指導教授：秦繼華 博士

中華民國九十八年六月

四輪驅動車輛之軌跡誤差自動修正

Trajectory autonomous compensations for vehicle steering on
four-wheel drive

研究生：樊奕承

Student : Yi-Cheng Fan

指導教授：秦繼華 博士

Advisor : Dr. Jih-Hua Chin

國立交通大學



A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

June 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年六月

四輪驅動車輛之軌跡誤差自動修正

學生：樊奕承

指導教授：秦繼華

國立交通大學機械工程學系

摘 要



近年來，由於車輛工業的進步，車輛現今已成為最普遍的交通工具，但因為車輛數目的爆增，車輛所造成的意外更是屢見不鮮。為了降低車輛意外所造成家庭與社會的損失，車輛安全輔助系統的研發更顯重要。

本論文由軌跡預測與修正得到靈感，利用後輪轉向對於車輛動向有著較顯著之影響代替較常使用的前輪轉向角補償作為修正模式，並且藉由『循圓軌跡預測法』輔助，對車輛進行軌跡預測，並和實際軌跡進行比較，當實際軌跡與預測軌跡產生誤差時，便自動進行補償，使已失控之車輛能短時間內回到原定期望之行駛軌跡上。

Trajectory autonomous compensations for vehicle steering on four-wheel drive

Student : Yi-Cheng Fan

Advisor : Jih-Hua Chin

Department of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University



ABSTRACT

Due to the rapid growth of the automobile industry in the last decade, cars have become the most common means of transportation. However, the growing number of vehicles has contributed to the rise in traffic accidents. In order to reduce the loss of the families and society, the research of vehicle assistant system is more important.

In this paper, trajectory prediction and compensation by the inspired use of rear-wheel steering amended more often used to replace the front wheel steering angle compensation, because rear-wheel steering is more influential to vehicle movements. Use “trajectory prediction method” to calculate the reasonable trajectory and to compare the actual trajectory, when computer judged vehicle is over control, it will automatically be amended. Look through the vehicle can be recovered by the rear-wheel steering to return to the original expectations of the driving on the track.

致謝

在此，首先我要感謝我的指導教授秦繼華老師，在這兩年半的求學過程中，不斷指導我研究的方向，而當我遇到困難時，老師也是不厭其煩的殷殷指導，讓我面對問題時不再害怕，反而更能得心應手的去解決。感謝口試委員周長彬老師與楊秉祥老師，給了我不少寶貴的意見，使這篇論文能更加完整。

起初決定這個題目時，心中難免擔心，雖然說前幾屆的學長對於車輛軌跡預測修正這個方向，打下了優秀的基礎，但是由於上屆學長在接手時，並不是很順利，所以不論是在經驗還是實驗器材方面，都不是那麼充足；在此，我要感謝建誠，有建誠跟我一起做這個方向的研究，一起討論並且給了我許多正向的建議，要不是他，如今我也無法順利畢業；要感謝偉源、子傑與孟諭，在實驗室苦悶的生活，因為有他們的陪伴，讓苦悶的氣氛變得活潑而有趣；也要感謝學弟們，因為有他們的幫助與建議，讓我的論文得以順利的進行、完成；最後，我要感謝我的父母，不是他們的諄諄教誨，我不會在那麼優秀的環境下學習，也因為他們的鼓勵，支持我繼續朝更高的理想邁進，謝謝你們！

目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
表目錄.....	vi
圖目錄.....	vii
符號說明.....	viii
第一章 緒論	1
1.1 前言	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 研究動機與本文架構.....	5
第二章 後輪轉向分析與車輛動態	7
2.1 轉向系統	7
2.1.1 轉向分析	8
2.1.2 四輪轉向與後輪轉向系統	10
2.2 側滑角的定義及影響	13
2.3 車體運動方程式.....	14
2.3.1 輪胎側向力分析.....	14
2.3.2 車體運動方程式	14
第三章 控制理論	19
3.1 軌跡預測法	19
3.1.1 外插軌跡預測法	20
3.1.2 外插軌跡預測補償法	21
3.1.3 循圓軌跡預測法	22
3.1.4 預測方法模擬與比較分析整理	26
3.2 軌跡輪廓誤差	29
3.3 後輪轉向補償模式	30
3.4 軌跡修正實驗模擬	31
第四章 實驗與分析	39
4.1 實驗系統與硬體架構.....	39
4.2 實驗規劃設計	44
4.2.1 座標定位設定	44
4.2.2 車輛速度量測	46

4.2.3 後輪轉向實驗.....	48
4.3 利用循圓軌跡預測進行後輪轉向修正實驗.....	52
4.4 實驗結果討論與檢討.....	59
4.4.1 實驗結果討論.....	59
4.4.2 實驗結果檢討.....	60
第五章 結論與未來展望.....	62
第六章 參考文獻.....	63



表目錄

表 3.1 模擬汽車系統參數	31
表 3.2 模擬修正相關參數設定	34
表 4.1 馬達脈波與車輛速度關係	46
表 4.2 後輪轉向對軌跡影響(後輪轉向為 1°)	48
表 4.3 後輪轉向對軌跡影響(後輪轉向為 2°)	49
表 4.4 前輪轉向對軌跡影響(前輪轉向為 1°)	49
表 4.5 前輪轉向對軌跡影響(前輪轉向為 2°)	50
表 4.6 軌跡預測與後輪修正結果	53
表 4.7 軌跡預測與後輪修正結果	54



圖 目 錄

圖 2.1 阿克曼轉向角	8
圖 2.2 四輪轉向車輛之轉向幾何	10
圖 2.3 $k(v)$ 與車速關係圖	12
圖 2.4 Slip angle 與 Yaw moment 之間的關係	13
圖 2.5 本實驗之車輛運動模型	15
圖 3.1 外插軌跡預測法	20
圖 3.2 循圓軌跡預測法	23
圖 3.3 動座標和絕對座標關係圖	25
圖 3.4 軌跡 $x^2 + y^2 = 100$ 之預測表現	26
圖 3.5 軌跡 $y = x^2$ 之預測表現	27
圖 3.6 軌跡 $y = \sin x$ 之預測表現	28
圖 3.7 平面之誤差示意圖	29
圖 3.8 輪廓誤差修正流程	30
圖 3.9 預測軌跡點與實際軌跡點示意圖	32
圖 3.10 (i)車輛未受干擾時之軌跡與預測模擬	33
(ii)循圓軌跡預測之追蹤誤差比	
圖 3.11 (i)車輛受不明干擾時之軌跡與預測模擬	34
(ii)循圓軌跡預測之追蹤誤差比	
圖 3.12 車輛軌跡預測與補償流程	36
圖 3.13 (i)模擬修正情形	37
(ii)修正軌跡與未受干擾軌跡之比較	
圖 4.1 實驗車之資訊傳輸流程	41
圖 4.2 Basic Stamp 2 microcontroller 模組	41
圖 4.3 紅外線感測器	42
圖 4.4 紅外線 Encoder 位置示意圖	42
圖 4.5 Encoder 計算車輛行進方式	43
圖 4.6 馬達控制流程	43
圖 4.7 軌跡座標示意圖	45
圖 4.8 平均車速長條圖	47
圖 4.9 車輛行進位置示意圖	48
圖 4.10 轉向角 1° 之軌跡表現比較	50
圖 4.11 轉向角 2° 之軌跡表現比較	51
圖 4.12 循圓軌跡預測與後輪微幅修正示意圖	52
圖 4.13 修正後誤差比例	55
圖 4.14 循圓預測軌跡與實驗車行進軌跡差異	56
圖 4.15 實驗追蹤軌跡誤差	57

符 號 說 明

F_{xfr}	作用在右前輪之牽引力
F_{yfr}	作用在右前輪之側向力
F_{xfl}	作用在左前輪之牽引力
F_{yfl}	作用在左前輪之側向力
F_{xrr}	作用在右後輪之牽引力
F_{yrr}	作用在右後輪之側向力
F_{xrl}	作用在左後輪之牽引力
F_{yrl}	作用在右後輪之側向力
δ_{fr}	右前輪轉向角
δ_{fl}	左前輪轉向角
δ_{rr}	右後輪轉向角
δ_{rl}	左後輪轉向角
β_{fr}	右前輪側滑角
β_{fl}	左前輪側滑角
β_{rr}	右後輪側滑角
β_{rl}	左後輪側滑角
V_{fr}	右前輪速度

V_{fl}	左前輪速度
V_{rr}	右後輪速度
V_{rl}	左後輪速度
V	車輛質心速度
ω	車輛旋轉角速度
θ	車輛質心側滑角
l_r	車輛質心與前輪軸距離
l_f	車輛質心與後輪軸距離
d_l	車輛質心與左輪距離
d_r	車輛質心與右輪距離
CG	車輛質心
R	車輛迴轉半徑
L	前後車輪距離
D	左右車輪距離
O	迴轉中心



第一章 緒論

1.1 前言

隨著汽車工業的快速發展，車輛已經成為人們生活上不可或缺的交通工具之一，汽機車的數量更以倍數的方式成長。伴隨而來的重大交通事故卻日益增加，國內因為交通事故而傷亡的人數更是佔事故傷害死亡的第一位[1]。因此，許多先進車廠，由原本強調內裝配備的華麗舒適性，逐漸轉變成強調車輛的高科技安全輔助系統，以確保駕駛及乘客的生命安全。由此可見，改善與研發車輛的安全輔助系統已經成為各大車廠主要目標之一。

在各大車廠使用的安全輔助系統當中，BENZ 的煞車力輔助系統 (Brake Assist System, BAS) [2]，當系統偵測器偵測出威脅時，會及時介入，在緊急狀況下將煞車距離減至最短；BMW 的動態穩定控制系統 (Dynamic Stability Control, DSC) [3]，當車輛處在過彎的狀態時，可避免一個或多個車輪因抓地力不足所產生的打滑現象，並且讓車輛在離開彎道時更為穩定；NISSAN 的車輛動態控制系統 (Vehicle Dynamics Control, VDC) [4]，結合了防鎖死煞車系統 (Anti-Lock Brake System, ABS)、循跡控制系統 (Traction Control System, TCS)、煞車式防滑差速器 (Brake Limited Slip Differential, BLSD) 等功能，藉以控制四個車輪的轉動速度來改變車輛在行駛中的姿態，使車輛在道

路上能以最佳的路線行駛。藉由車輛動態控制系統的控制，讓以非直線狀態行駛的車輛能夠有最佳的行駛路線，尤其當車輛在濕滑路面或是在過彎時，能夠提升車輛在行駛中的穩定性，除了提升車輛穩定性的同時也大大的增加了車輛在行駛當中的安全性。TOYOTA 的循跡防滑控制系統(Traction Control, TRC) [5]，當車輛在易打滑路面(ex. 路面上有水、油漬等)起步與加速時，系統能降低輪胎的空轉，確保車輛保持適當的驅動力，使車輛不會因為受到輪胎空轉而打滑產生危險；除此之外，較常見到的電子循跡支援系統(Electronic Traction Support, ETS)、限滑差速器(Limited Slip Differential, LSD)、側面撞擊保護系統(Side Impact Protect System, SIPS)等；上述之主動與被動安全輔助系統，其主要功能皆是穩定車身動態，避免因突發狀況(ex. 駕駛人因外在因素而轉向過度、易打滑路面、路面狀況不良等)所產生的危險，使車輛穩定，降低意外所造成的傷害。

1.2 文獻回顧

近幾十年來，對於車輛安全輔助系統方面的研究，不論是學術界的探討或者是業界的研發，其相關文獻甚多，使車輛在安全輔助系統方面更加成熟，底下將列舉這方面相關之研究。

對於行車動態穩定系統(Electronic Stability Program, ESP) 架構及其控制原理，在 2003 年 Andrea[6] 等人就已將這套系統進行敘述

及實驗模擬，包含了液壓作動器、模擬測試結果數據等。並且說明了當車輛在遭遇危急情況下 ESP 的控制情形，及其對於整體行車安全上的重要性。

Zanten[7]針對 Bosch 在 1995~2000 年之間設計的行車動態穩定系統的控制法則，並且提出看法與控制流程架構，明確提出車輛之打滑現象與其側滑角(Slip Angle)有著絕對的關係，當車輛在側滑角過大的情況時，車輛轉向時的 Yaw moment 降低，使駕駛者在遇到緊急情況時，無法順利的控制方向盤轉動閃避障礙物，在這個情況下，車輛亦無法保持在原目標路線內，造成失控的危險。Zanten 在此定義出車輛側滑角與路面的關係：當車輛在乾燥路面行駛時，所能容許的側滑角度邊緣值為正負十度；車輛在低摩擦路面行駛時，所能容許的側滑角則降低到正負兩度的邊緣值內；故當車輛轉向接近此邊緣值時，設計一控制器，做一個主動式的獨立煞車，其目的就是在輔助駕駛者能在控制方向盤時，車輛能更迅速、更敏捷的閃避危險或是修正軌跡；如果當煞車控制無法將邊緣值控制收斂時，控制器將會介入，自動切換成四輪的防鎖死煞車以及控制引擎動力輸出，控制車輛速度，並降低乘客傷害。

Layne [8] 利用 Fuzzy Model Reference Learning Control，FMRLC，一種模糊模式控制學習方法，模糊理論結合了模型跟隨的適應性控制，可以線上學習，強調防鎖死煞車系統可以在各種路況中適應良好，並且以各種數值模擬不同煞車路面與路面改變下的煞車效果。

關於主動性安全防護煞車系統，Nakashima[9] 說明了先進安全車輛的概念，藉由先進的感知器、雷射雷達、監視器、信號感測器、衛星導航系統、通訊系統及道路周邊設施等先進的科技，將周邊設施所得到的訊號以及數據，整合車輛的操縱控制，進而提升車輛的行車安全性。

Tanaka[10] 以模糊理論控制模型車循跡的穩定性，分析其原始模式、單一模式及 Fuzzy logic 模式，及這些模式對於模型車的控制效果。

Drakunov[11] 以滑動模式法(Sliding Mode Approach)設計了防鎖死煞車系統，並且提供車體動態方程式與液壓煞車系統的動態方程式，將輪胎摩擦力作為控制器輸出，對於車身之偏擺，利用對單一輪胎施加煞車力之方式加以控制車身，使車輛可以在不同的摩擦係數路面下回復車身穩定。

1.3 研究動機與本文架構

綜觀上述各篇駕駛輔助系統之相關論文或是目前市售車輛所提出之主動式安全輔助系統，主要是以控制輪胎轉向角，修正車輛所出現之偏駛問題，以維持其車身穩定與恢復其原行進路線；而上述之觀點與工具機加工軌跡期望在加工路徑上相似，由此觀念延伸，孔俊凱君[13]提出了一套系統，蒐集行車資訊，利用得到的資訊演算車輛行進路線，當行進誤差產生時，利用控制前輪轉速差進行軌跡修正；此系統正是將工具機修正加工軌跡誤差的理念應用在車輛軌跡誤差修正上。但是，當車輛因不明干擾，瞬間產生一大幅度轉向，過度的轉向使車輛無法藉由前輪補償模式，在意外發生前將路徑誤差修正並降低意外所帶來之傷害。



因此，本研究希望以後輪轉向，取代前輪速差補償模式；微幅的後輪轉向與控制前輪速差相比，對車體動向有著更為顯著的影響，可以在更短的時間內，使過度偏移失控的車輛即時的回到原來軌跡上，降低意外所帶來的傷害；系統中的預測方式將以孔俊凱君所提之三種預測模式，選擇適合的模式進行實驗。實驗操作是以一自製之四輪驅動車輛作為實驗車，並在實驗車裝上所需之感應器，進行實驗，並藉由數值分析軟體 MATLAB 對所得之數據進行分析討論。

為完成前述之研究目的，以下將本論文研究架構簡單介紹如下：

第二章：對於車輛前輪、後輪及四輪驅動轉向模式進行探討，並推導四輪轉向的車輛數學模型。

第三章：概述並比較本研究所需要之預測方法，簡述並以圖說明預測與修正之流程，並對預測模式與補償模式進行模擬。

第四章：詳述實驗規劃、實驗與實驗結果。

第五章：本篇貢獻及未來的展望與問題改進說明。



第二章 後輪轉向分析與車輛動態

車輛的行進與轉向，主要是前輪進行動作，而後輪通常為從動輪。但在近幾年的研究中發現，後輪對於車體的穩定與軌跡控制有著不小的影響。因此，本章將分析後輪轉向對於車體動態之影響，並且推導加入後輪後之車輛動態數學模式。

2.1 轉向系統

車輛的轉向性能，可以藉由主動操縱前輪與後輪來增強其轉向性。主動轉向是由直接施於後輪之轉向動作來達成。所以四輪轉向可用來增進低速操控性及高速轉向之性能。底下將介紹車輛前驅轉向系統、四驅轉向系統、後輪轉向，並且推導車輛運動方程式。

2.1.1 轉向分析

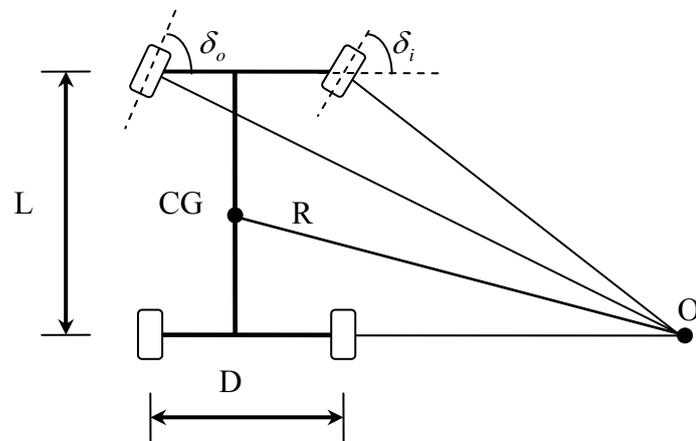


圖 2.1 阿克曼轉向角(Ackerman steering)

圖 2.1 中，各符號之意義為：

L ：前後輪軸距

D ：左右輪軸距

O ：迴轉中心

R ：迴轉半徑

CG ：車輛質心

δ_o ：左前輪轉向角

δ_i ：右前輪轉向角



車輛在做轉向運動時，車體是繞著旋轉中心行駛，四個輪胎的瞬心落在同一點，外側車輪和內側車輪所行走的距離不一樣，在轉向時左輪和右輪的轉向角不同。假設不考慮因為側向力及道路狀況而產生的側滑角影響，本篇研究將使用阿克曼原理(Ackerman Principle)所建構的轉向幾何，來決定駕駛者輸入的轉向角，對應於左右輪轉向角度間的關係；阿克曼轉向角為轉向時兩前輪轉向角度之差。當轉彎時，使車輛能以後軸延伸線的瞬時中心為圓心順利過彎，彎內輪所轉的角度通常大於彎外輪。此外當彎內輪轉角相對較大時，相對外輪與地面前進方向的阻力也較大，此不同的阻力可使車子偏向阻力較大的一方，使轉向更容易達成。沿著彎道轉彎時，利用四連桿的相等曲柄使內側輪的轉向角比外側輪多大約 2° 到 4° ，使四個輪子路徑的圓心大致上交會於後軸的延長線上瞬時轉向中心，讓車輛可以順暢的轉彎。當車輛處在低速轉向時，假設在小角度情況下，轉向角可由下式表之：

$$\delta_o \cong \frac{L}{(R+D/2)} \quad (2.1)$$

$$\delta_i \cong \frac{L}{(R-D/2)} \quad (2.2)$$

前輪平均角度，假設是在小角度的情況下，定義為阿克曼角 (Ackerman Angle)：

$$\delta = L/R \quad (2.3)$$

2.1.2 四輪轉向與後輪轉向系統

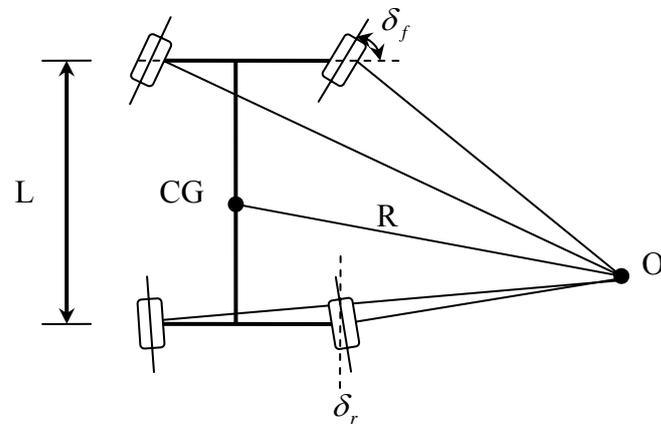


圖 2.2 四輪轉向車輛之轉向幾何

低速轉向(low-speed cornering)，利用後輪與前輪轉向相反之逆向位轉向，藉以降低車輛轉彎半徑，如此可增加車輛之操控性。如圖 2.2 所示。通常後輪的轉向角為前輪轉向角之小部份(其限制在 5° 以內)，而且僅適用於低速或低速轉向高轉向角時。

圖 2.2 中符號分別代表意義為：

δ_f ：前輪轉向角

δ_r ：後輪轉向角

L ：前後輪軸距

R ：車輛迴轉半徑

O ：迴轉中心

CG ：車輛質心

若後輪轉向角與前輪角度成正比，則轉向方程式可表示如下：

$$\delta_r = \xi \delta_f \quad (2.4)$$

$$\delta_f + \delta_r = \delta_f(1 + \xi) = L/R \quad (2.5)$$

轉彎半徑為：

$$R = \frac{L}{\delta_f(1 + \xi)} \quad (2.6)$$

式 2.6 為利用後輪轉向，降低轉彎半徑之表示式。由式 2.6，我們可以看出當 50% 的後輪轉向時，轉彎半徑 R 可降低三分之一，當 100% 後輪轉向時(及其後輪轉向量相同)，轉彎半徑可降低二分之一。

由上述可知，微幅的後輪轉向對於車輛動態影響效果顯著。



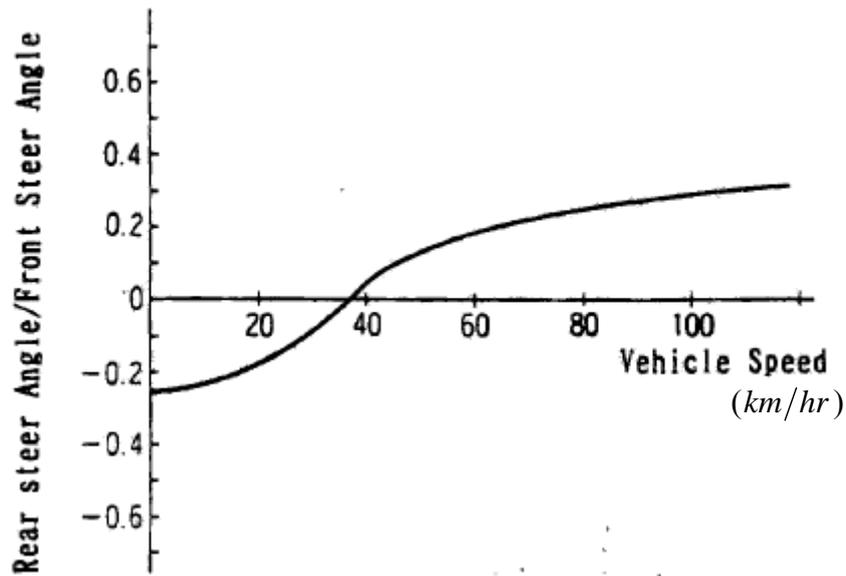


圖 2.3 $k(v)$ 與車速關係圖[12]

後輪轉向其基本原理為 $\alpha_2 = k(v) \times \alpha_1$ [12]；其中， α_1 為前輪轉角， α_2 為後輪轉角， $k(v)$ 為速度之函數，如圖 2.3 所示。由於 $k(v)$ 為速度之函數，所以在速度不變時， $k(v)$ 為一定值；當 $k(v)$ 被決定時，控制器會根據前輪之轉角來調整後輪轉角之相位及大小，使車輛行進穩定。在低速下， $k(v)$ 之值為負，代表後輪為逆相位轉向；在高速下， $k(v)$ 之值為正，代表後輪為同相位轉向。由圖 2.3 中，可以大略的判斷出，當車速小於時速 40 (km/hr) 時，為低速駕駛之車輛。

2.2 側滑角的定義及影響

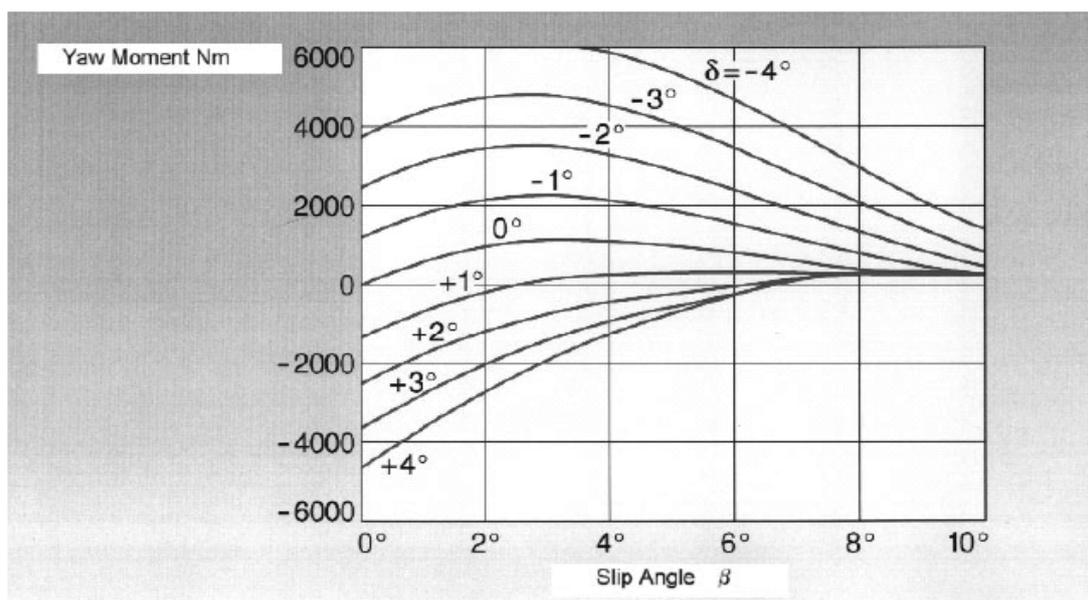


圖 2.4 Slip angle 與 Yaw moment 之間的關係[7]

側滑角(Slip angle)，是當車輛轉向時，車輛正前方中心線與車輛重心前進方向之間所夾之角度，在此以 β 表示。當 β 角越大時，表示車身側滑現象越嚴重；根據圖 2.4 所示，越大的 β 角，車輛在轉向時的 Yaw moment 就越小，使得前輪轉向角 δ 在正常時能有較佳的轉向力；但卻因為 β 的增加而使得其轉向力變小，而車輛失控的危險性便隨之增加。而根據 Zanten[7] 所描述，車輛在乾燥柏油路面時， $\mu=0.8$ ，所能容許的 β 邊界值為 $\pm 12^\circ$ ；在雪地上的低摩擦路面 $\mu=0.2$ ，所能容許的 β 邊界值則低到只有 $\pm 2^\circ$ ；只要在路面所對應的容許 β 值內，遭遇的任何情況都可藉由駕駛者操控方向盤進而控制車輛穩定；但一旦超過容許值，Yaw moment 將會大幅降低，大大減少了車輛的可操控性，如此一來便會產生失控打滑等現象，造成不可預測的危機。

2.3 車體運動方程式

由上述之觀念，底下將逐步推導出完整的車體運動方程式，利用推導得到的車體運動方程式進行接下來的實驗。

2.3.1 輪胎側向力分析

輪胎滾動時，輪胎之軸向(direction of heading)與運動方向(direction of travel)之夾角極為側滑角 α ；當側滑角度極小時(5° 或更小)，其轉向力與側滑角關係為線性，故轉向力 F_y 可以下式表之：

$$F_y = C_\alpha \alpha \quad (2.7)$$

其中比例常數 C_α 稱之為轉向剛度(Cornering Stiffness)。轉向剛度與許多變數相關，如：輪胎尺寸及形式、胎層數、胎線角度及胎紋等均為影響轉向剛度的因素，而速度並不會顯著地影響輪胎所產生的轉向力。

2.3.2 車體運動方程式

本研究之車輛數學模型，將藉由上述所提及之觀念，建立一個與其他研究不完全相同之車輛數學模型；由於在其他研究中所建構之車輛數學模型，大多將後輪視為從動輪，在不考慮後輪側向受力的情況下進行數學模型推導，因此後輪所受之力常被忽略。為了分析後輪轉向對車體所帶來的影響，本研究將考慮後輪側向力，進行數學模式推導。將車輛視為一質心運動的模型，具有適當集中質量及慣量性質，

並考慮四個輪子分別的運動行為；實驗用車將會採用四輪驅動，藉以實行預測與修正軌跡之方法。車輛運動時速度與受力模式狀態如圖

2.5 所示：

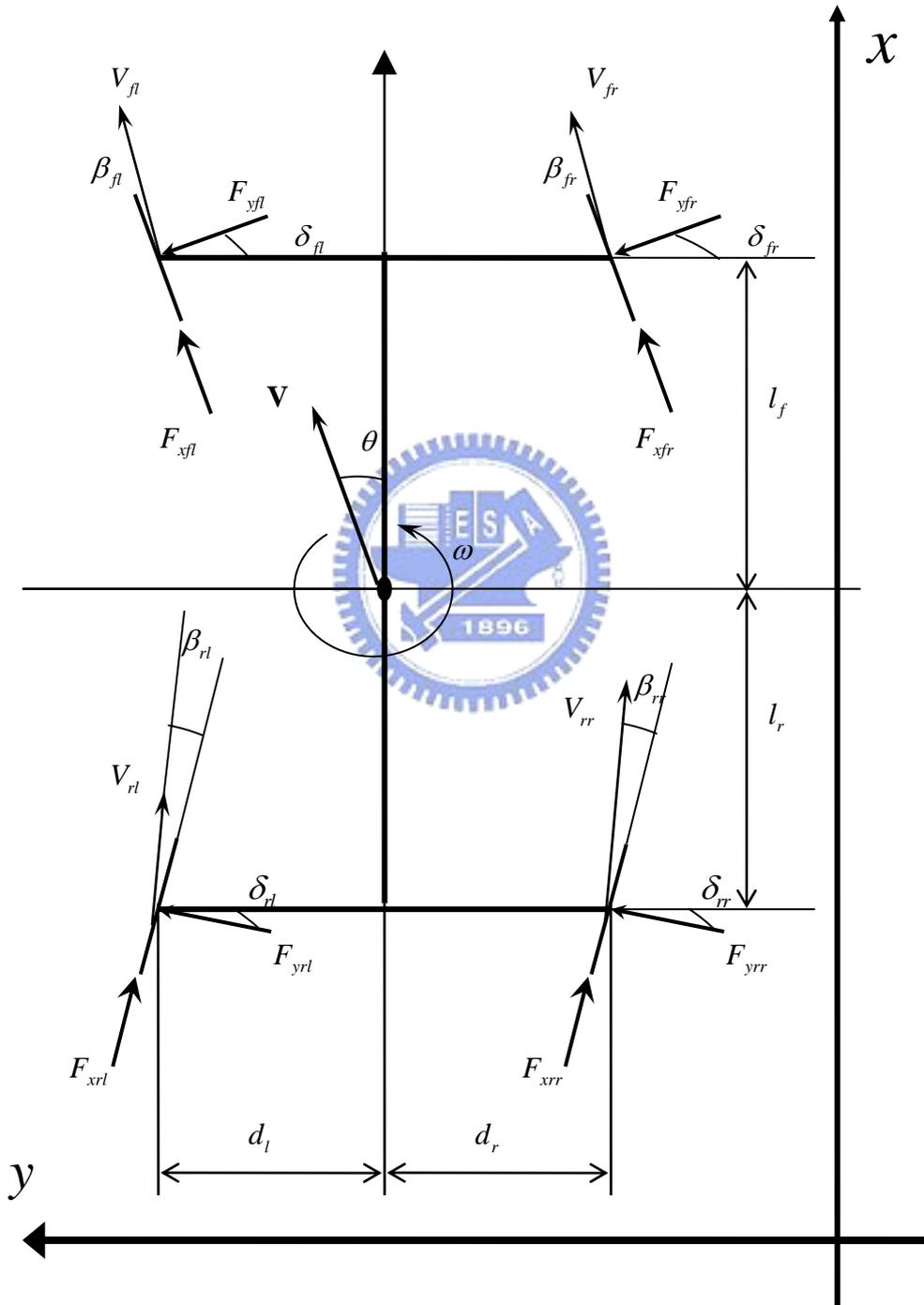


圖 2.5 本實驗之車輛運動模型

由圖 2.5，可推算出下列運動速度狀態方程式：

$$\Sigma F = ma ;$$

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \dot{\bar{V}} + \bar{\omega} \times \bar{V} \\ &= (\dot{V}_x \bar{i} + \dot{V}_y \bar{j}) + (\omega \bar{k}) \times (V_x \bar{i} + V_y \bar{j}) \\ &= (\dot{V}_x - \omega V_y) \bar{i} + (\dot{V}_y + \omega V_x) \bar{j} \end{aligned}$$

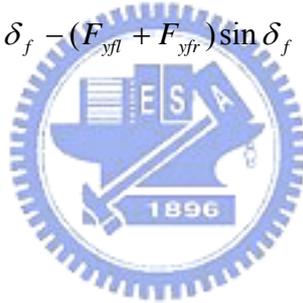
為了分析後輪轉向之影響，此處後輪之受力將不被忽略；

\bar{i} 方向運動狀態：

$$\Sigma F = -F_{xfl} \cdot \sin \delta_f - F_{xfr} \cdot \sin \delta_f + F_{yfr} \cdot \cos \delta_f + F_{yfl} \cdot \cos \delta_f + F_{xrl} + F_{xrr}$$

$$\Sigma \bar{F} = m \cdot \bar{a} :$$

$$m(\dot{V}_x - \omega V_y) = (F_{xfl} + F_{xrl}) \cos \delta_f - (F_{yfl} + F_{yfr}) \sin \delta_f + (F_{xrl} + F_{xrr}) \cos \delta_r + (F_{yrr} + F_{yrl}) \sin \delta_r$$



(2.8)

\bar{j} 方向運動狀態：

$$\Sigma F = F_{xfl} \cdot \cos \delta_f + F_{xfr} \cdot \cos \delta_f + F_{yfr} \cdot \sin \delta_f + F_{yfl} \cdot \sin \delta_f + F_{yrl} + F_{yrr}$$

$$\Sigma \bar{F} = m \cdot \bar{a} :$$

$$m(\dot{V}_y + \omega V_x) = (F_{xfl} + F_{xfr}) \sin \delta_f + (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos \delta_f - (F_{xrl} + F_{xrr}) \sin \delta_r + (F_{yrr} + F_{yrl}) \cos \delta_r$$

(2.9)

由於車體左右對稱，假設前後輪轉向皆為小角度、忽略車胎滾動；則：

$$\begin{aligned} F_{xfl} = F_{xfr} = 0, & \quad F_{yfl} = F_{yfr} = F_{yf} \\ F_{yrl} = F_{xrr} = 0, & \quad F_{yrl} = F_{yrr} = F_{yr} \end{aligned}$$

將上述帶入式 2.9，則：

$$\begin{aligned} m(\dot{V}_x - \omega V_y) &= -2F_{yf} \cdot \sin \delta_f + 2F_{yr} \cdot \sin \delta_r \\ m(\dot{V}_y + \omega V_x) &= 2F_{yf} \cdot \cos \delta_f + 2F_{yr} \cdot \cos \delta_r \end{aligned} \quad (2.10)$$

由式 2.10 可推得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= -\frac{2}{m}(F_{yf} \cdot \sin \delta_f - F_{yr} \cdot \sin \delta_r) + \omega V_y \\ \dot{V}_y &= \frac{2}{m}(F_{yf} \cdot \cos \delta_f + F_{yr} \cdot \cos \delta_r) - \omega V_x \end{aligned} \quad (2.11)$$

當側滑角 α 為小角度 ($\leq 5^\circ$) 時，則前後輪側向力可由下線性關係表示：

$$\begin{aligned} F_f &= C_f \times \alpha_f \\ F_r &= C_r \times \alpha_r \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \alpha_f &= \delta_f - \beta_f = \delta_f - (\tan^{-1} \frac{V_{fy}}{V_{fx}}) = \delta_f - (\frac{V_x \cdot \beta + l_f \omega}{V_x}) = \delta_f - \beta - \frac{l_f \cdot \omega}{V_x} \\ \alpha_r &= \beta_r - \delta_r = (\tan^{-1} \frac{V_{ry}}{V_{rx}}) - \delta_r = (\frac{V_x \cdot \beta - l_r \omega}{V_x}) - \delta_r = \beta - \frac{l_r \omega}{V_x} - \delta_r \end{aligned}$$

則：

$$\begin{aligned} F_f &= C_f \times \alpha_f = C_f \times (\delta_f - \beta - \frac{l_f \cdot \omega}{V_x}) = F_{yf} \\ F_r &= C_r \times \alpha_r = C_r \times (\beta - \frac{l_r \omega}{V_x} - \delta_r) = F_{yr} \end{aligned} \quad (2.13)$$

將上式帶入式 2.9，可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= -\frac{2}{m} \left[C_f \times (\delta_f - \beta - \frac{l_f \cdot \omega}{V_x}) \cdot \sin \delta_f - C_r \times (\beta - \frac{l_r \omega}{V_x} - \delta_r) \cdot \sin \delta_r \right] + \omega V_y \\ \dot{V}_y &= \frac{2}{m} \left[C_f \times (\delta_f - \beta - \frac{l_f \cdot \omega}{V_x}) \cdot \cos \delta_f - C_r \times (\beta - \frac{l_r \omega}{V_x} - \delta_r) \cdot \cos \delta_r \right] - \omega V_x \end{aligned} \quad (2.14)$$

考慮對 Z 軸的力矩平衡，車輛左右對稱：

$$\tau_z = 2F_f \times l_f - 2F_r \times l_r$$

$$I_z \cdot \dot{\omega} = 2l_f \cdot F_{yf} \cdot \cos \delta_f - 2l_r \cdot F_{yr} \cdot \cos \delta_r$$

$$\therefore \dot{\omega} = \frac{2}{I_z} \left[l_f \cdot C_f \times \left(\delta_f - \beta - \frac{l_f \cdot \omega}{V_x} \right) \cdot \cos \delta_f - l_r \cdot C_r \times \left(\beta - \frac{l_r \cdot \omega}{V_x} - \delta_r \right) \cdot \cos \delta_r \right] \quad (2.15)$$

由圖 2.4 可推導出：

$$\beta = \frac{V_y}{V_x}, \text{ 帶入式 2.14、2.15:}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_y &= \left[\frac{2(C_r l_r - C_f l_f)}{m V_x} - V_x \right] \cdot \omega + \left[\frac{-2(C_f + C_r)}{m V_x} \right] \cdot V_y + \frac{2C_f \delta_f}{m} + \frac{2C_r \delta_r}{m} \\ \dot{\omega} &= \left[\frac{2(C_r l_r^2 - C_f l_f^2)}{I_z V_x} \right] \cdot \omega + \left[\frac{-2(C_r l_r + C_f l_f)}{I_z V_x} \right] \cdot V_y + \frac{2C_f l_f}{I_z} \cdot \delta_f + \frac{2C_r l_r}{I_z} \cdot \delta_r \end{aligned} \quad (2.16)$$

將式 2.15、2.16 兩式整理成矩陣形式，可得下列關係式：

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{V}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2(C_r l_r^2 - C_f l_f^2)}{I_z V_x} & \frac{-2(C_r l_r + C_f l_f)}{I_z V_x} \\ \frac{2(C_r l_r - C_f l_f) - m V_x^2}{m V_x} & \frac{-2(C_f + C_r)}{m V_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ V_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2C_f l_f}{I_z} & \frac{2C_r l_r}{I_z} \\ \frac{2C_f}{m} & \frac{2C_r}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

式 2.17 即為考慮後輪的車輛動態數學模型。

第三章 控制理論

當車輛行進時，其軌跡並非隨意而不可預測，而是有一定的方向與路徑。因此，孔俊凱君對於駕駛者在駕駛車輛時，針對其行駛路徑提出了三種預測方法與兩種修正方式[13]，將車輛所行駛的軌跡視為相對於工具機加工路徑，對於軌跡誤差的修正相當於工具機的路徑誤差修正，這兩種誤差修正，其主要目的都是為了讓實際路徑更加接近原本所設定之路徑。因此，孔俊凱君利用應用於工具機加工路徑誤差補償的概念，應用在汽車軌跡修正上，將原本偏離軌道的車輛推回原定路徑；本章將就孔俊凱君所提之預測方法比較其適宜並擇其一，進行模擬預測與補償模式，觀察預測方式在模擬時的表現。

3.1 軌跡預測法

孔俊凱君曾假設，人在控制車輛時仍然有一定的連續及規則，故其駕駛者所行駛之路徑也必為連續可微分之路徑，而此路徑可藉由過去車輛行駛的資訊，點座標以及偏駛角，計算出下個時間點的車輛資訊。由此，提出了三種軌跡預測法分別是外插軌跡預測、外插軌跡預測誤差補償、以及循圓軌跡預測法，藉由模擬不同的軌跡進而比較其三者預測的精確度。底下將概述此三種預測方式及其在預測路徑上的模擬表現。

3.1.1 外插軌跡預測法

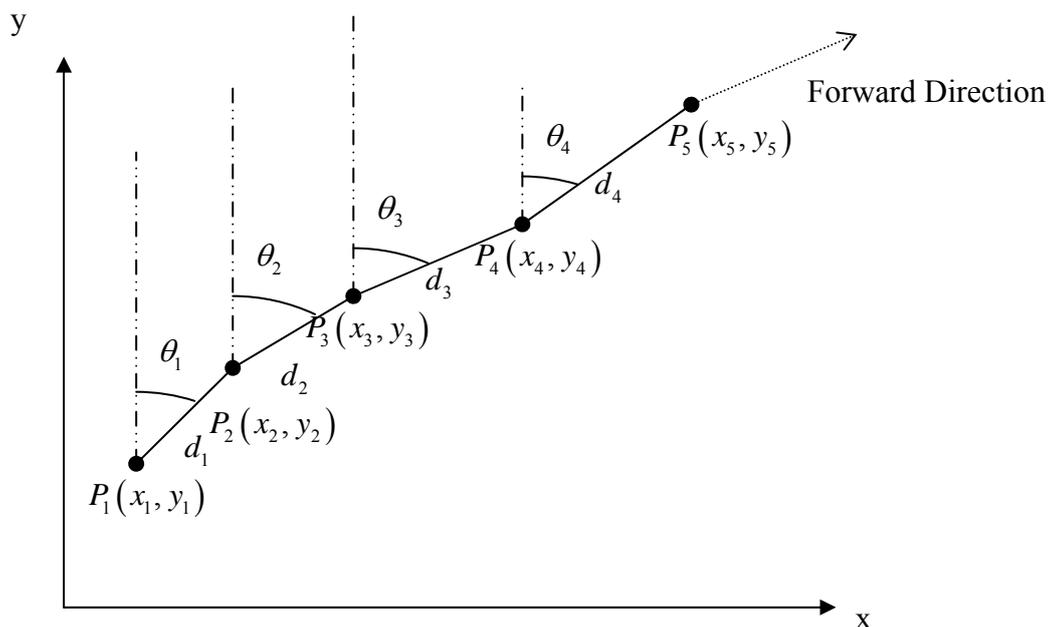


圖 3.1 外插軌跡預測法[13]

在圖中，符號所代表的意義分別為：

P_i ：車輛在第 i 秒時位置

x_i ：車輛之橫座標

y_i ：車輛之縱座標

θ_i ：車輛在 i 秒時之偏駛角

d_i ：第 i 點與第 $i+1$ 點間之距離

由上述所提供之條件，可定義出車輛之速度與加速度之間的關係：

$$d_i = \sqrt{(x_i^2 + y_i^2)} \quad (3.1)$$

$$V_i = d_i / \Delta t \quad (3.2)$$

$$a_i = \Delta V_i / \Delta t \quad (3.3)$$

在此吾人令車輛在第 i 秒時，其角速度為 ω_i ，角加速度為 α_i ，則可推得 ω_i 與 α_i 之間的關係：

$$\omega_i = \theta_i / \Delta t \quad (3.4)$$

$$\alpha_i = \Delta \omega_i / \Delta t \quad (3.5)$$

假設如果其距離與角度為分別獨立的，並遵循牛頓運動定律，則可形成一線性關係式：

$$S = Vt + \frac{1}{2}at^2 \quad (3.6)$$

由上述式子(3.6)可推得 P_i 與 P_{i+1} 之間的距離 d 與偏駛角 θ ：

$$d_i = V_{i-1}\Delta t + \frac{1}{2}a_i(\Delta t)^2 \quad (3.7)$$

$$\theta_i = \omega_{i-1}\Delta t + \frac{1}{2}\alpha_i(\Delta t)^2 \quad (3.8)$$

而座標點 $P_i(x_i, y_i)$ 與下一點 $P_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1})$ 其之間的關係為：

$$x_{i+1} = x_i + d_i \sin \theta_i \quad (3.9)$$

$$y_{i+1} = y_i + d_i \cos \theta_i \quad (3.10)$$

3.1.2 外插軌跡預測誤差補償法

此法與 3.1.1 所述之外差軌跡預測法相似，其與外插軌跡預測法不同處在於多加了前一點的軌跡預測誤差項。而其前一點之誤差項，以數學式表示：

$$E_d = Ad_{i-1} - Pd_{i-1} \quad (3.11)$$

$$E_s = A\theta_{i-1} - P\theta_{i-1} \quad (3.12)$$

其中 Ad_{i-1} 為前一點之實際軌跡距離， Pd_{i-1} 為前一點之預測軌跡距離， $A\theta_{i-1}$ 為前一點之實際軌跡角度， $P\theta_{i-1}$ 為前一點之預測軌跡角度， E_d 為距離之預測誤差， E_s 為角度之預測誤差，因此定義 P_i 距離下一點 P_{i+1} 的距離 d_i 和偏駛角度 θ_i 分別為：

$$d_i = V_{i-1}\Delta t + \frac{1}{2}a_i(\Delta t)^2 + E_d \quad (3.13)$$

$$\theta_i = w_{i-1}\Delta t + \frac{1}{2}\alpha_i(\Delta t)^2 + E_s \quad (3.14)$$

3.1.3 循圓軌跡預測法

循圓軌跡預測法顧名思義，假設車輛是遵循著圓型軌跡在行駛，藉著過去所行駛過的兩個時間點之資訊，去預測下一點將要行駛的軌跡位置，與前述兩種方法相同的地方是皆是由過去的時間點資訊進而推得下一點的軌跡資訊，而較特別的地方則是其路徑假設為圓形軌跡。

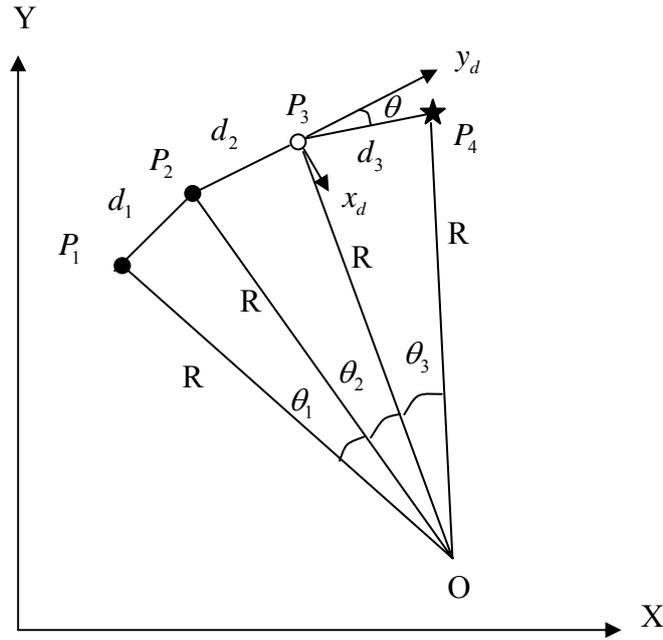


圖 3.2 循圓軌跡預測法[13]

圖 3.2 中各符號所代表之意義

P_i : 車輛在 i 秒時之資訊

R : 循圓半徑

O : 循圓圓心

θ_i : i 秒時之循圓角度

d_i : 第 i 與 $i+1$ 秒位置間的距離

假設 P_i 、 P_{i-1} 、 P_{i-2} 為已知分別為 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) ，令圓

心座標為 (x, y) ，藉著循圓半徑為定值的條件可得以下關係式

$$(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 = (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 \quad (3.15)$$

$$(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 = (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 \quad (3.16)$$

(3.15)、(3.16) 整理後可得

$$x = \frac{(x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2)}{2(x_1 - x_2)} - \frac{y(y_1 - y_2)}{x_1 - x_2} \quad (3.17)$$

$$y = \frac{\left[\frac{(x_2^2 + y_2^2) - (x_3^2 + y_3^2)}{2(x_2 - x_3)} - \frac{(x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2)}{2(x_1 - x_2)} \right]}{\left[\frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3} - \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right]} \quad (3.18)$$

由 (3.17)、(3.18) 可得循圓半徑為

$$R = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \quad (3.19)$$

角速度 w 和角加速度 α 的關係如下所示

$$w_{i-1} = \frac{\theta_{i-1}}{\Delta t} \quad (3.20)$$

$$w_{i-2} = \frac{\theta_{i-2}}{\Delta t} \quad (3.21)$$

$$\alpha_i = \frac{w_{i-1} - w_{i-2}}{\Delta t} \quad (3.22)$$

則 θ_i 可由牛頓定理推得

$$\theta_i = w_{i-1} \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_i (\Delta t)^2 \quad (3.23)$$

d_i 則可由 θ_i 推得

$$d_i = 2R \sin^{-1} \left(\frac{\theta_i}{2} \right) \quad (3.24)$$

d_i 和動座標 (x_d, y_d) 上縱軸的夾角 θ 可由 θ_i 和 θ_{i-1} 推得

$$\theta = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta_i}{2} \right) - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta_{i-1}}{2} \right) \quad (3.25)$$

P_{i+1} 相對於動座標 (x_d, y_d) 的位置可以表示如下

$$\vec{P}_{i+1} = d_i \sin \theta \vec{x}_d + d_i \cos \theta \vec{y}_d \quad (3.26)$$

動座標 (x_d, y_d) 和絕對座標 (X, Y) 間的關係圖如下所示

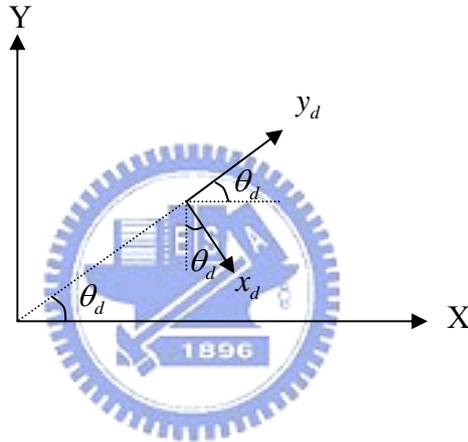


圖 3.3 動座標和絕對座標關係圖[13]

假設 P_{i+1} 相對於絕對的座標的位置為 (x_p, y_p) ，則其關係式可推導

如下

$$\theta_d = \tan^{-1} \left(\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right) \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} x_p &= x_1 + d_i \sin \theta \sin \theta_d + d_i \cos \theta \cos \theta_d \\ &= x_1 + d_i \cos(\theta - \theta_d) \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} y_p &= y_1 + d_i \cos \theta \sin \theta_d - d_i \sin \theta \cos \theta_d \\ &= y_1 - d_i \sin(\theta - \theta_d) \end{aligned} \quad (3.29)$$

3.1.4 預測方法模擬與比較分析整理

在提出上述三種預測方法之後，孔俊凱君藉由數值分析軟體 MATLAB，模擬上述三種預測方法，藉以驗證此三種預測方法並比較分析其準確度。在此，吾人將模擬結果整理分析，進而選擇精確度較高之預測方法，進行實驗。底下是三種預測方法在不同路徑下模擬的表現：

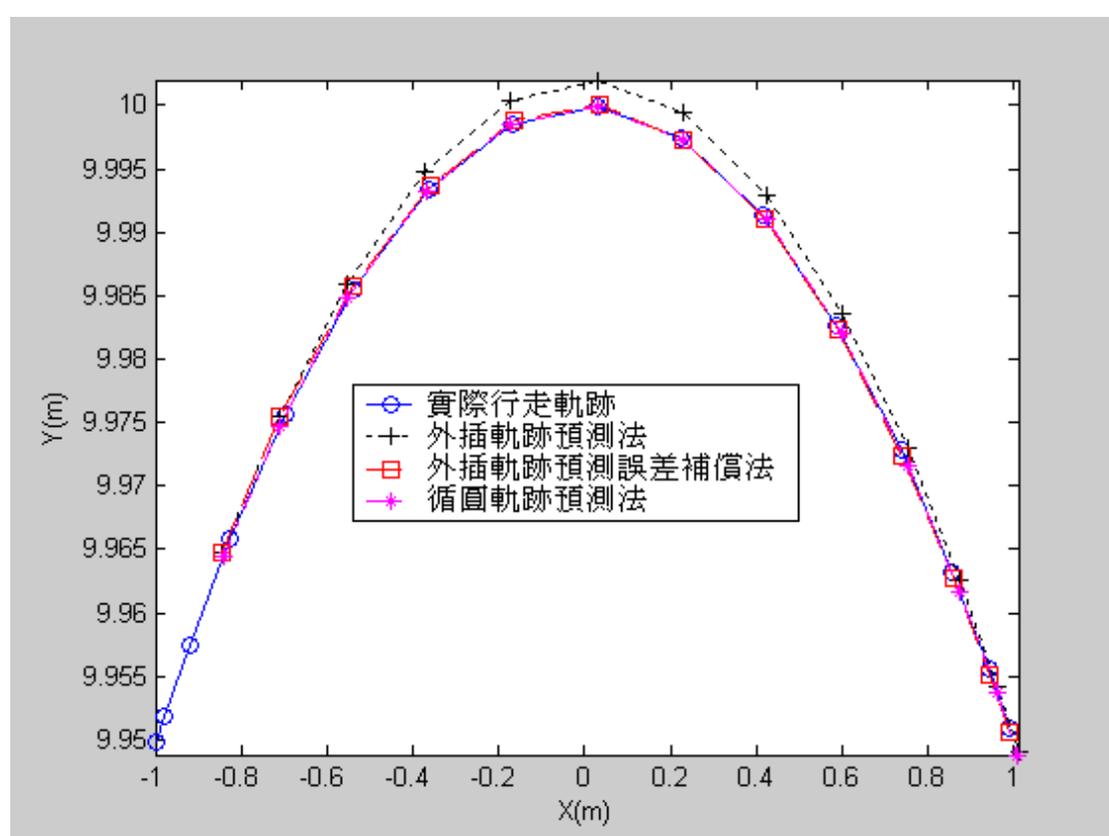


圖 3.4 軌跡 $x^2 + y^2 = 100$ 之預測表現[13]

當路徑為 $x^2 + y^2 = 100$ 時，其為一圓形路徑。我們可以很明顯的看到，外差軌跡預測法在圓形路徑的表現較差，而其他另外兩項的預測方式表現較優，其中又以循圓軌跡預測法表現較好。

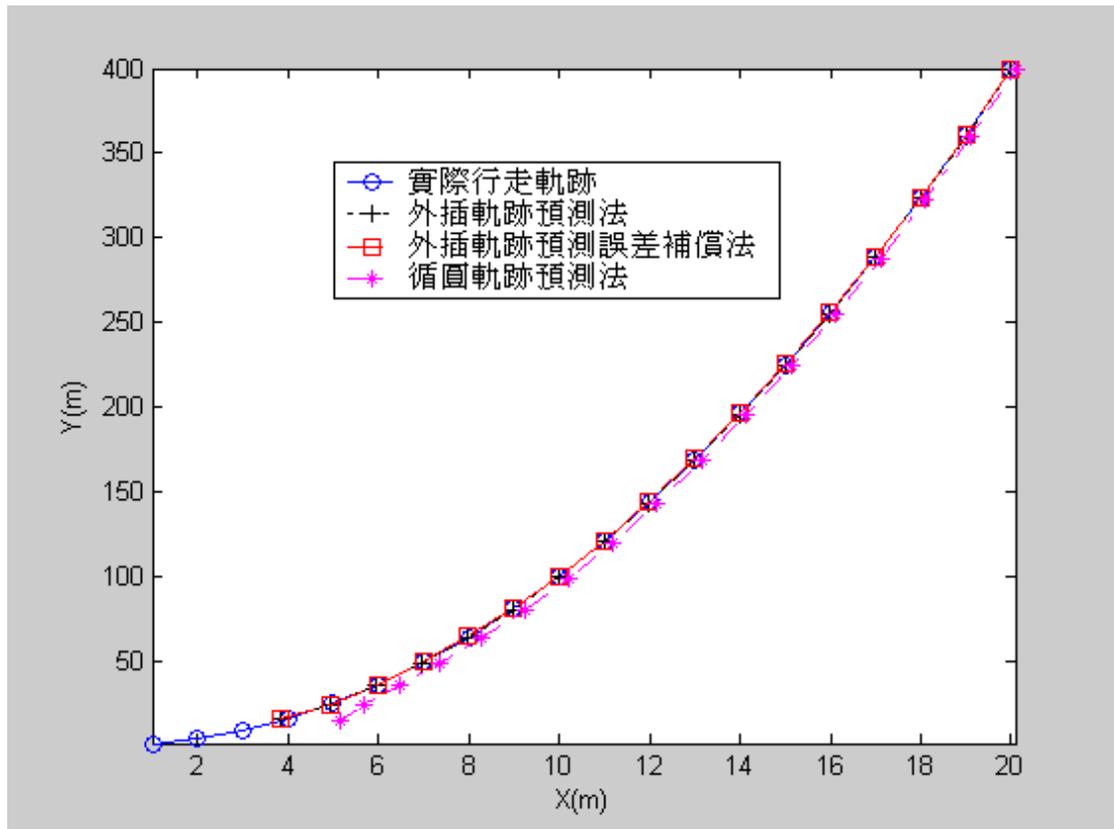


圖 3.5 軌跡 $y = x^2$ 之預測表現[13]

第二條路徑 $y = x^2$ 為一曲線，在此我們可以發現，三種預測方法在此路徑上表現與實際行走軌跡差不多，而循環軌跡預測法在此則有些許的偏差。

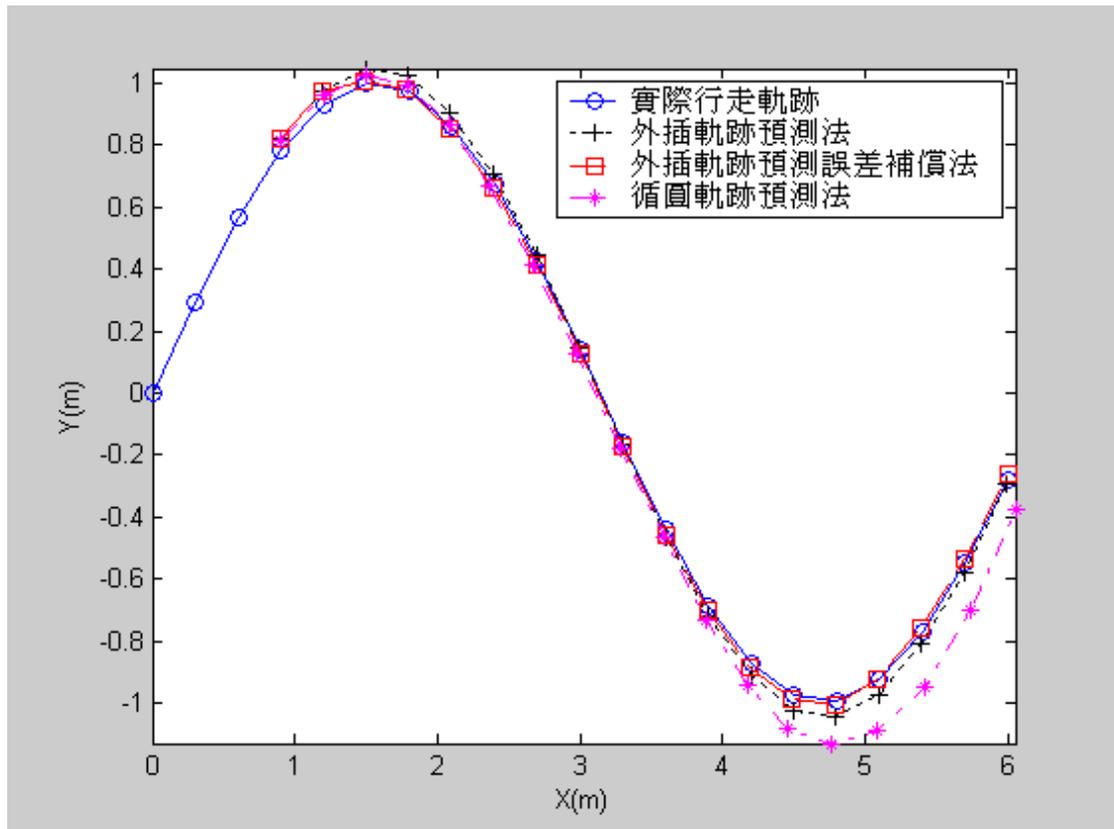


圖 3.6 軌跡 $y = \sin x$ 之預測表現[13]

最後一條路徑 $y = \sin x$ 為一連續曲線，由此模擬結果，我們可以判斷，外差軌跡預測法與外差軌跡預測誤差補償法其表現上皆屬良好，至於循圓軌跡預測法其誤差較大。

對孔俊凱君所提之三種模式進行比較之後，由於本篇實驗路徑將採用圓形路徑，因此吾人決定採用較適宜之『循圓軌跡預測法』，在實驗時進行軌跡預測。

3.2 軌跡輪廓誤差

車輛行走軌跡與預測軌跡發生誤差時，下一個時間點所預測之位置與目前位置之距離，稱為追蹤誤差(Tracking Error, E_t)，而目前位置與預測軌跡之最短距離，稱為輪廓誤差(Contour Error, E_r)。

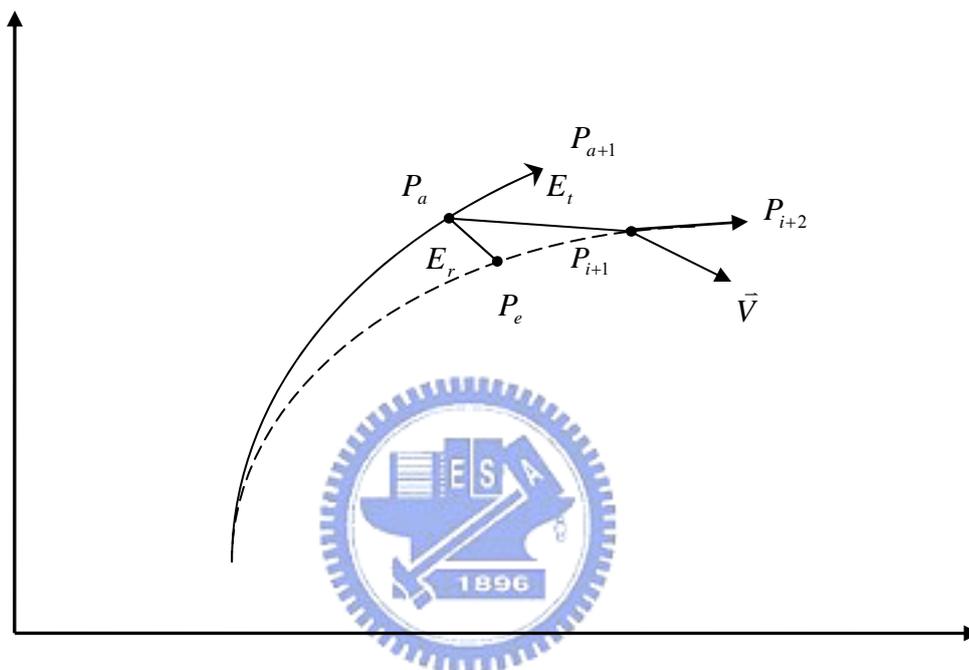


圖 3.7 平面之誤差示意圖

圖 3.7 為平面之誤差示意圖；由文獻[15]可定義出追蹤誤差與輪廓誤差：

$$\vec{E}_t = P_{i+1} - P_a \quad (3.30)$$

$$\vec{E}_r = P_e - P_a \quad (3.31)$$

$$\vec{V} = \frac{P_{i+2} + P_{a+1}}{2} \quad (3.32)$$

依向量法則，輪廓誤差可推得為：

$$\vec{E}_r \approx \vec{E}_t - (\vec{E}_t \cdot \vec{V}) \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|^2} \quad (3.33)$$

3.3 後輪轉向補償模式

孔俊凱君所提出的修正方式，藉由前輪速差，產生法線方向的速度，將車輛推回原來的路徑上，以修正車輛軌跡；本篇將依循孔俊凱君之理論，藉著應用於 CNC 工具機上的交叉耦合預補償法

(Cross-Coupled Pre-compensation Method, CCPM) [14]的概念，提出新的構想，利用後輪轉向的特性，作為修正方式，使偏駛的車輛能重新回到原定之行車路徑上，以維持車輛行進穩定；本研究所採取之修正模式為輪廓誤差補償模式，使受到不明因素影響而偏離之車輛，能回到原定之行駛路線上。輪廓誤差補償之系統流程如圖 3.8 所示。

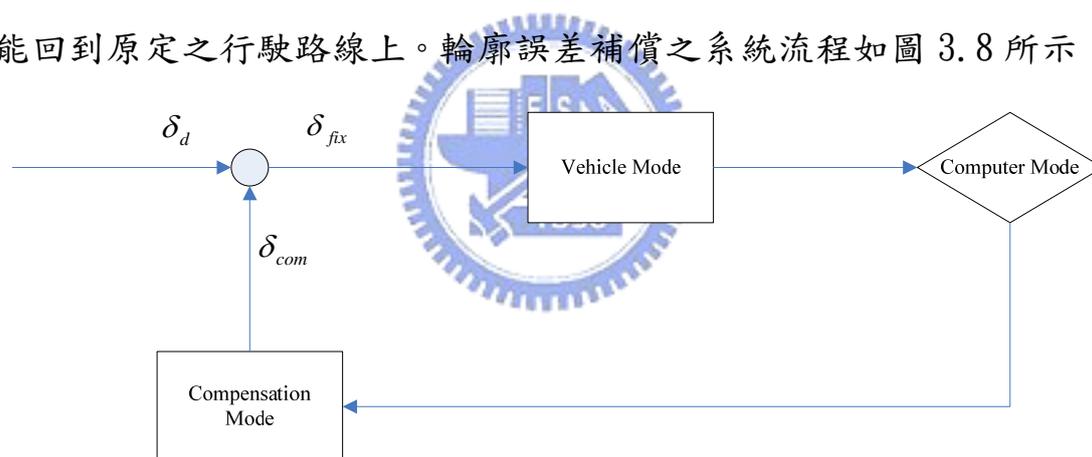


圖 3.8 輪廓誤差補償模式流程圖

其中 δ_d 為駕駛者輸入之轉向角， δ_{fix} 為修正後車輛之轉向角， δ_{com} 為後輪轉向所補償之轉向角。前述第二章後輪轉向系統中所提，假設前後輪轉角為一正比關係，則 δ_{com} 可以下列數學式表示之：

$$\delta_{com} = k\delta_d \quad (3.34)$$

在模擬中，由於車輛速度為低速，所以此處 k 值為負，代表後輪

相對於前輪為逆相位轉向，利用逆相位轉向，對失控車輛進行修正。

3.4 軌跡修正實驗模擬

在此，以數值分析軟體 MATLAB 進行模擬，模擬預測模式與補償模式。本模擬套用第二章所推導之車輛數學模型，預測方式為『循環軌跡預測法』，而車輛模型，則是參考[17]所提出之汽車系統參數，如表 3.1 所示。

表 3.1 模擬汽車系統參數[17]

Parameters	Numeral	Unit
Vehicle Speed(V_x)	16.67	m/s
Tread(D)	1.5	m
The distance to center of mass from front wheel(l_f)	1	m
The distance to center of mass from rear wheel (l_r)	1.5	m
Mass moment of inertia of vehicle (I_v)	2100	$kg \cdot m^2$
Steering stiffness of front wheel ($C_{\alpha f}$)	123190	N/rad
Steering stiffness of rear wheel ($C_{\alpha r}$)	110000	N/rad
Weight of vehicle(m)	1540	kg

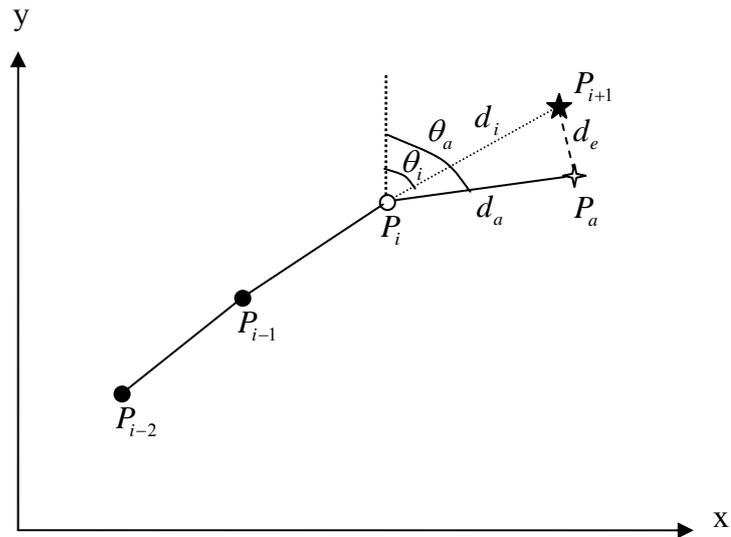


圖 3.9 預測軌跡點和實際軌跡點示意圖[13]

圖 3.9 中符號所代表的意義分別為

P_{i+1} ：車輛下一時間點之預測位置

P_a ：車輛下一時間點之實際位置

P_i ：目前車輛位置

P_{i-1} ：車輛前一時間點位置

P_{i-2} ：車輛前二時間點位置

d_i ：車輛下一時間點之預測位置與車輛目前位置間的距離

d_a ：車輛下一時間點之實際位置與車輛目前位置間的距離

d_e ：車輛下一時間點之實際位置與車輛下一時間點之預測位置間的距離

參考圖 3.5 定義 tracking error ratio 如下：

$$\text{Tracking error ratio} : \frac{d_e}{d_a} \times 100\%$$

給定一既定路線，套用上述之條件進行預測模擬。圖 3.10 為在正常情況未受不明干擾下，車輛行走之軌跡與預測軌跡關係。

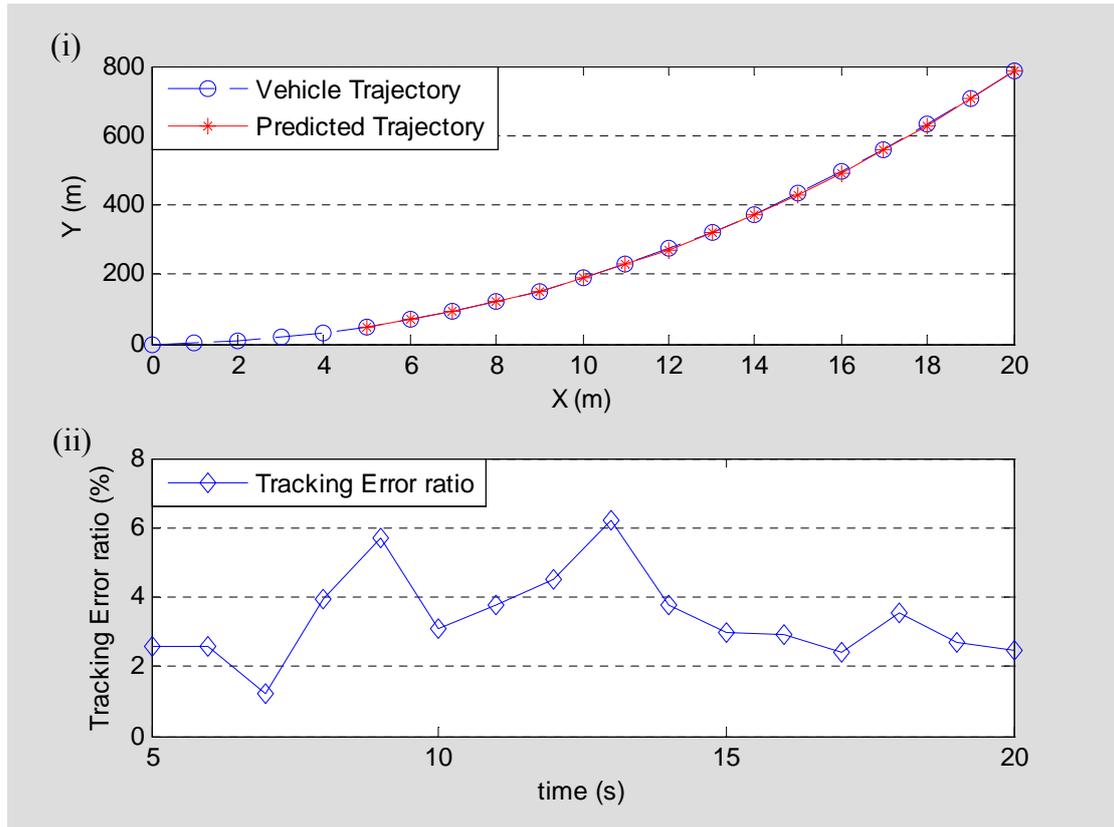


圖 3.10 (i)車輛未受干擾時之軌跡與預測模擬

(ii)循圓軌跡預測之追蹤誤差比

圖 3.10 中可看出，車況穩定未受干擾的情況下，循圓軌跡預測之軌跡誤差最大不超過 7%，車輛行進穩定，循圓軌跡預測法表現良好。

在此，為了模擬車輛在行駛時受不明外力干擾，在第 14 秒時加入大幅轉向，使模擬路線產生波動，如圖 3.11 所示。

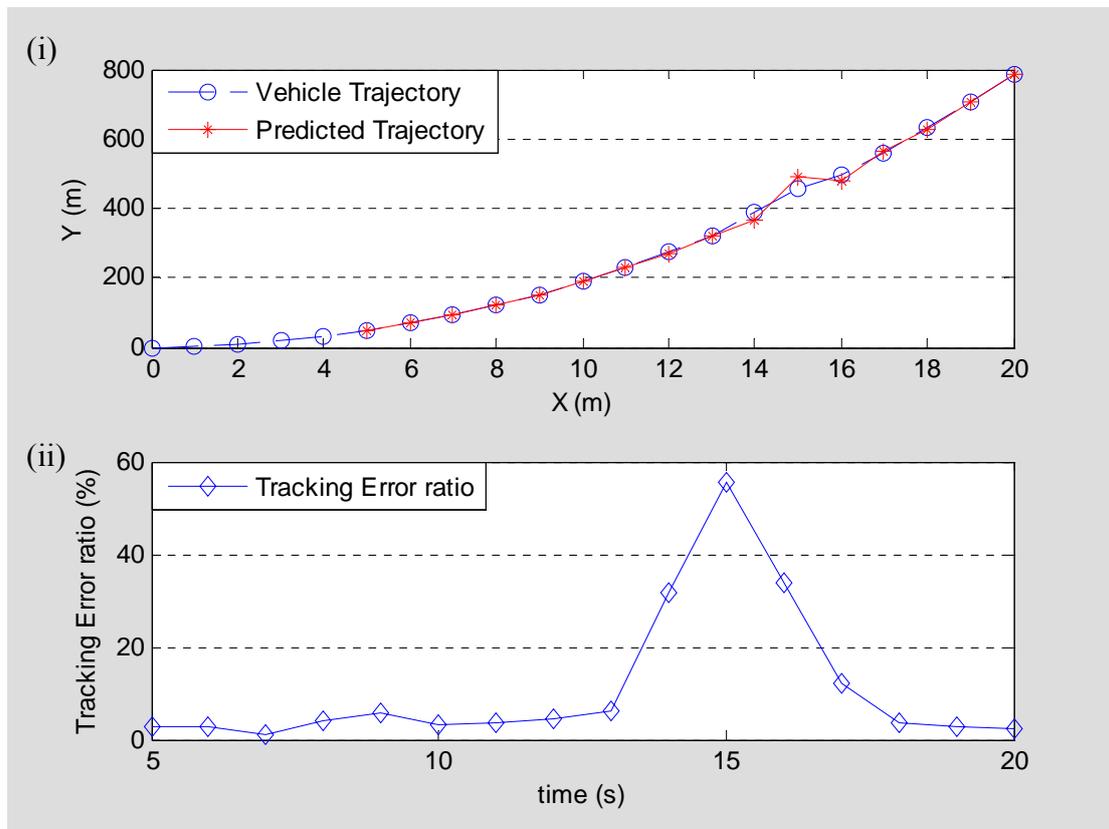


圖 3.11 (i)車輛受不明干擾時之軌跡與預測模擬

(ii)循圓軌跡預測之追蹤誤差比

由於軌跡預測是藉由過去之行車資訊進行演算，圖 3.11(i)中可看出，當軌跡受影響時，循圓軌跡預測法將會收集上一之偏離點資訊，以此資訊對下一點進行預測，因此下一預測點將與下一實際位置點產生誤差，使得之後所預測之軌跡皆產生一定的影響；而此影響，可由圖 3.11(ii)看出，在第九個時間點與第十個時間點之間，最大軌跡追蹤誤差將近 60%；所以，上一點偏離之數據資訊將會對下一預測點有著極大的影響，而影響大小將是電腦進行判斷是否失控之依

據。

在此，把軌跡補償模式導入原模擬系統當中，模擬車輛失控修正時之情況。表 3.2 為補償模式之相關參數設定。

表 3.2 模擬修正相關參數設定

Parameters	Numeral
The maximum of Tracking Error ratio (E_t)	20%
The steering angle ratio of front wheels and rear wheels (k)	0.03

將表 3.2 中所設定之修正參數套入預測模擬中，進行模擬，模擬修正時的情況。此系統之預測模式與補償模式流程如圖 3.12 所示。

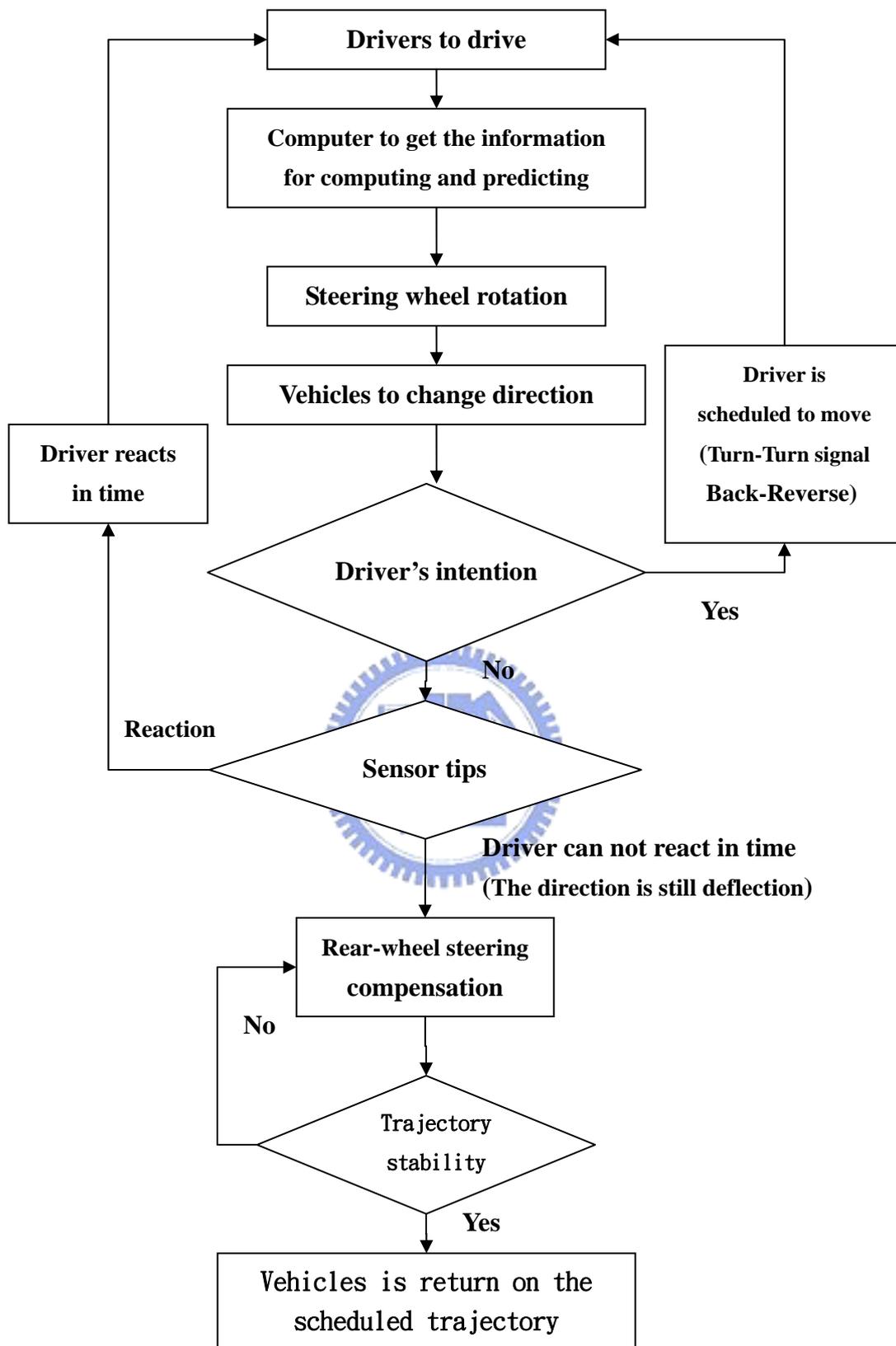


圖 3.12 車輛軌跡預測與補償流程

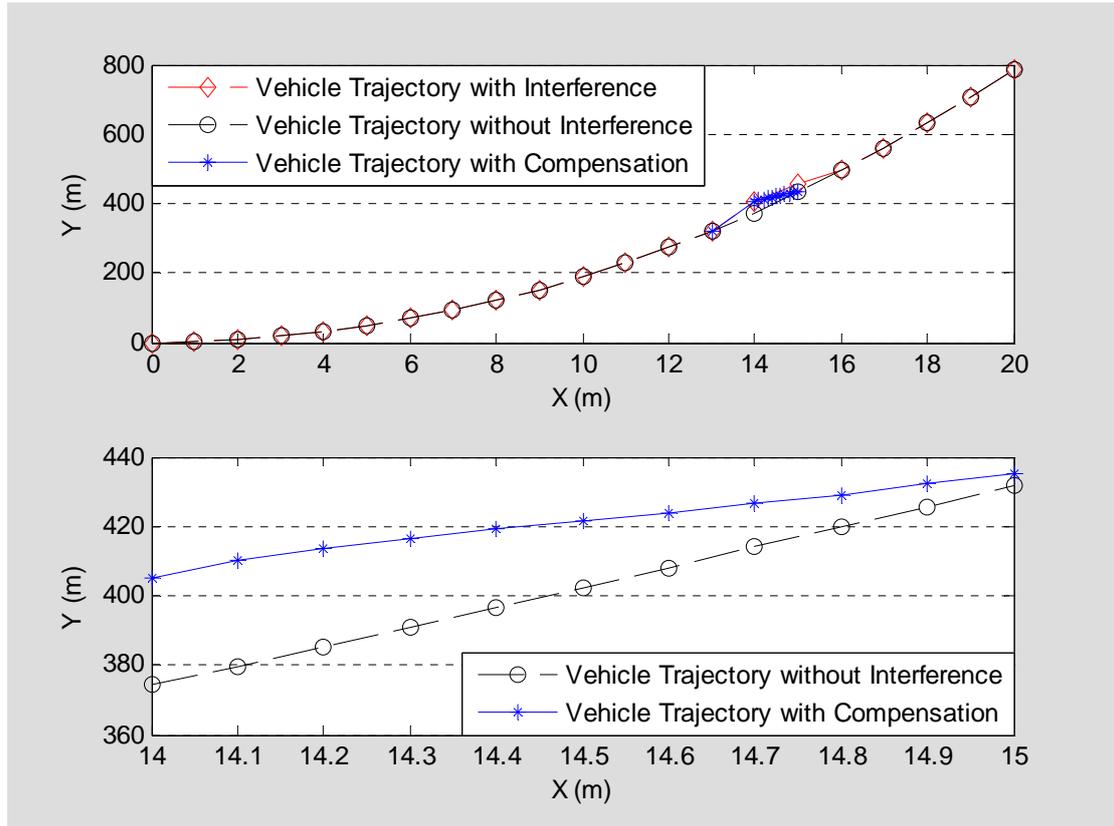


圖 3.13 (i) 模擬修正情形

(ii) 修正軌跡與未受干擾軌跡之比較

圖 3.13(i) 為車輛受到干擾有軌跡補償修正時，所模擬出來的行駛軌跡與預測軌跡。圖中可看出第 14 個取樣點，預測與實際行駛之追蹤誤差已大於所設定之追蹤誤差最大容許值(20%)，因此系統判定車輛產生失控狀況，軌跡輪廓誤差補償模式啟動，對失控之車輛軌跡進行修正；圖 3.13(ii) 為第 14 個取樣點到第 15 個取樣點之間，輪廓誤差補償模式修正之情形。可看出其軌跡誤差在每個取樣點逐漸遞減，當第 15 個取樣點時，輪廓誤差補償模式已將失控之軌跡逐漸修正至原行走軌跡，重新沿著原定軌跡行進。

綜觀上述表現，在預測模式方面，『循圓軌跡預測法』對於模擬之路徑表現良好，誤差大小不超過 7%；在加入干擾後，模擬車輛因受外力產生大幅度的轉向，使得預測軌跡與車輛行進軌跡產生巨大誤差；接著在導入軌跡補償模式之後，模擬修正車輛軌跡之表現在圖 3.13，失控的車輛在很短的時間內回到原定軌跡，系統重新對車輛路徑進行預測；由上述觀察之結果，循圓軌跡預測模式與後輪轉向補償模式除了各自在模擬上表現良好，亦能互相配合，對於失控的車輛作即時的修正，維持車輛行進穩定。



第四章 實驗與分析

4.1 實驗系統與硬體架構

本實驗將以具有四輪驅動功能之實驗車進行實驗，其控制元件包含一個主控晶片和一個紅外線感測器與馬達驅動模組。

實驗車輛的後輪轉向控制，是由主控晶片傳遞程式所要求之命令，控制馬達，驅動後輪產生轉向，以達所期許之軌跡修正結果。在實驗中，控制晶片為整個實驗裡的中樞，負責整合演算各項感測器所得到的資訊，給予適當的命令，控制馬達；系統各模組架構關係如圖 4.1 所示。此實驗裡採用 Parallax 公司所設計的單晶片 Basic Stamp 2 microcontroller 模組，中央處理器是 Microchip PIC16C57c，運算速度為 20 MHz。這個微處理器是一個 8-bit 處理器，內有 32 bytes 的快取記憶體(6 bytes 給 I/O 使用，26 bytes 給程式中的變數使用)，2 Kbytes 的 EEPROM，可以儲存使用者所開發的程式；Basic Stamp 2 microcontroller 模組如圖 4.2 所示。

BASIC Stamp 2 除了負責所有資料上的演算處理，同時也控制 RC Servo 馬達。由於 BASIC Stamp 2 所輸出的控制訊號為數位訊號，直接用來控制 RC Servo 馬達時，所需要的龐大指令數會造成 BASIC Stamp 2 程式執行上的負擔。因此，利用 Parallax 公司的 Servo Controller Rev. B 控制器作為控制 RC Servo 馬達與主控晶片的媒介，減少龐大

指令帶給BASIC Stamp2的負擔。吾人利用BASIC Stamp 2藉由傳送串列訊息命令Servo Controller給予RC Servo 馬達不同的脈衝電流(Pulse)，以達到控制RC Servo 轉動的目的。

為了計算車輛行進速度，選擇 Parallax 公司所設計的紅外線感測器，如圖 4.3 所示；將這顆感測器設置在車胎內側之車身，其位置如圖 4.4 所示；這顆感測器啟動時將放射紅外線，當車輛行進時，車胎旋轉，藉由車胎上的小孔，在旋轉時將會使得感測器所放射的紅外線產生斷斷續續的波段，每一個波段便代表車胎行進了一小段，當車輛停止時，便可由波段得知車輛所行駛之距離，將所得之距離除以移動時間，便可得知車輛行進速度，計算方式以圖 4.5 表示之。

控制車輛的馬達模組為個別獨立控制的直流馬達。控制方面選擇 PWM(Pulse Width Modulation：脈波寬度調變控制)控制，PWM的優點是從處理器到被控系統信號都是數位形式的，無需進行數位類比轉換。藉由以數位方式控制類比電路，可以大幅度降低系統的成本和功率消耗；其硬體架構與訊號控制流程如圖4.6所示。

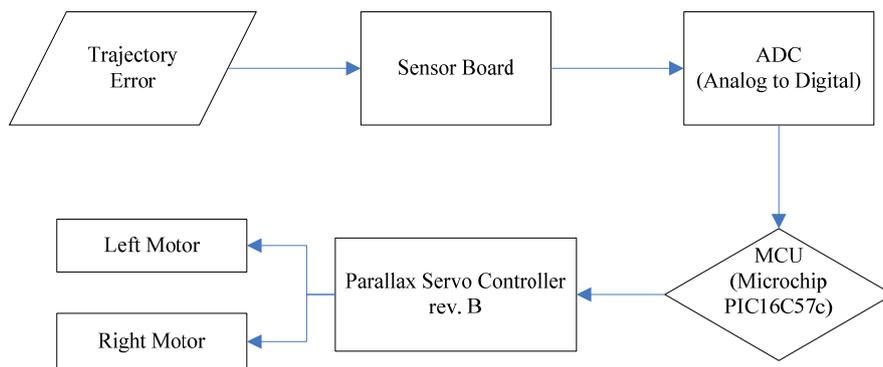


圖 4.1 實驗車之資料傳輸流程

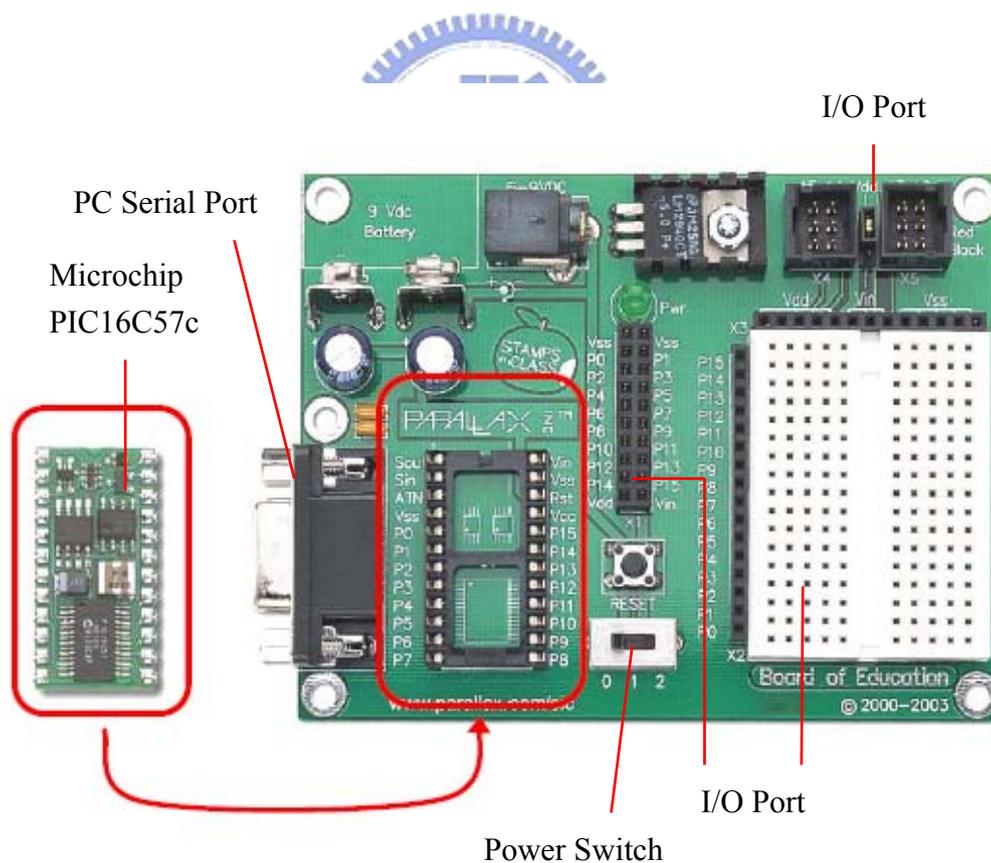


圖 4.2 Basic Stamp 2 microcontroller 模組

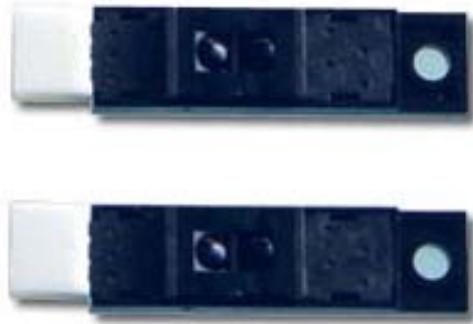


圖 4.3 紅外線感測器

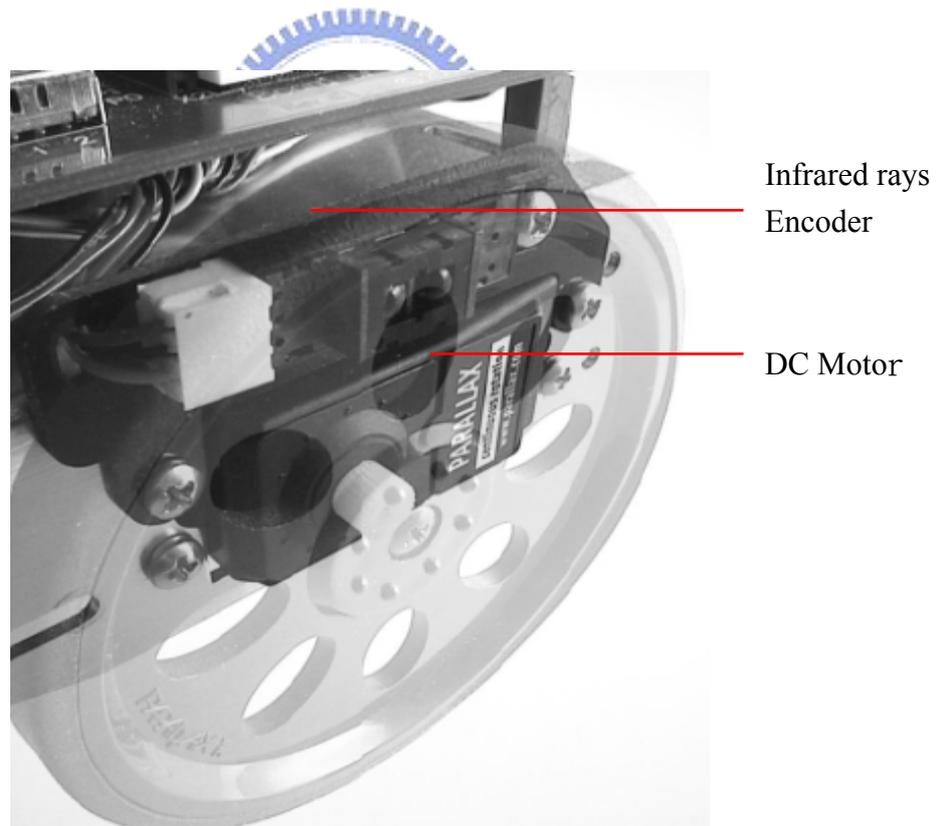


圖 4.4 Encoder 位置示意圖

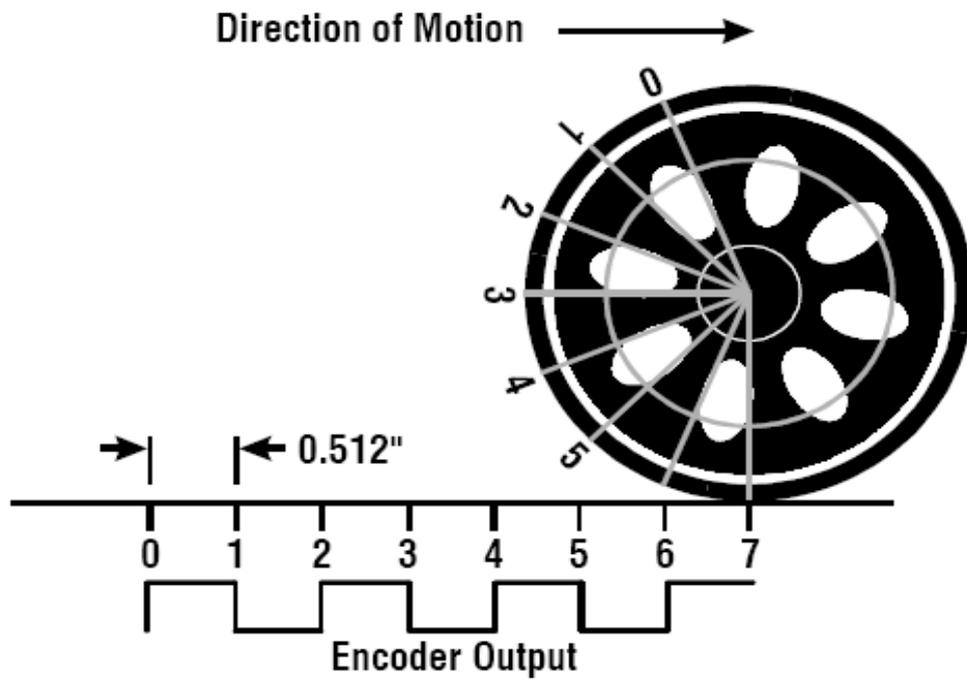


圖 4.5 Encoder 計算車輛行進方式[18]

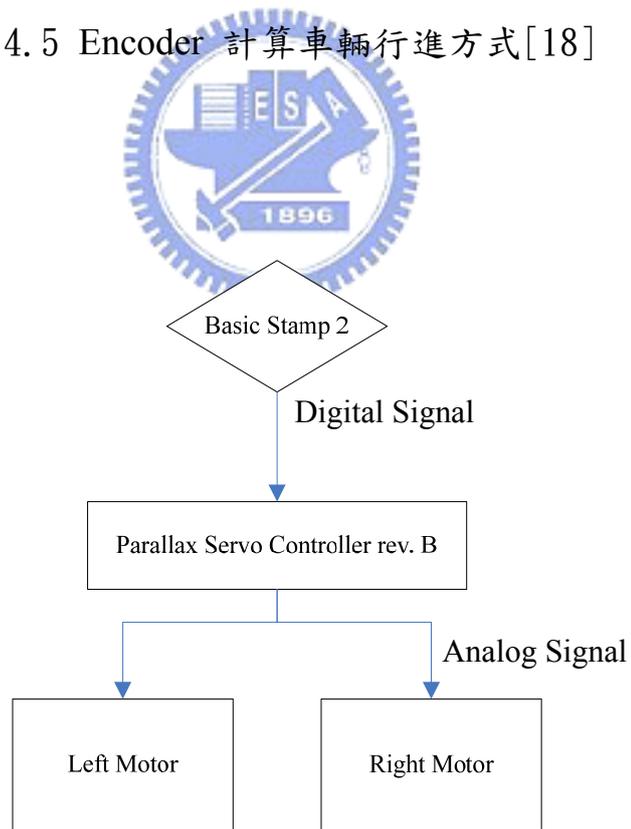


圖 4.6 馬達控制流程

4.2 實驗規劃設計

4.2.1 座標定位設定

假設車輛過彎時，角速度為 θ ，經由推算可得下列方程式：

$$\dot{\theta} = \frac{r}{L}(\omega_r - \omega_l) \quad (4.1)$$

其中，方程式中各個符號代表分別為：

L：兩輪之間之輪距

r：車輪之半徑

ω_r ：右輪輪速

ω_l ：左輪輪速

知道左輪與右輪的旋轉角速度之後，車輛之縱向速度在此假設為 V_0 ，可由下面方程式計算得知：

$$V_0 = \frac{(\omega_l + \omega_r)r}{2} \quad (4.2)$$

則車輛所行走之距離絕對座標可由下列方程式得知，其中 dt 為取樣時間，X、Y分別為與座標軸之距離，則：

$$\begin{aligned} X &= V_0 \cdot dt \cdot \cos \theta \\ Y &= V_0 \cdot dt \cdot \sin \theta \end{aligned} \quad (4.3)$$

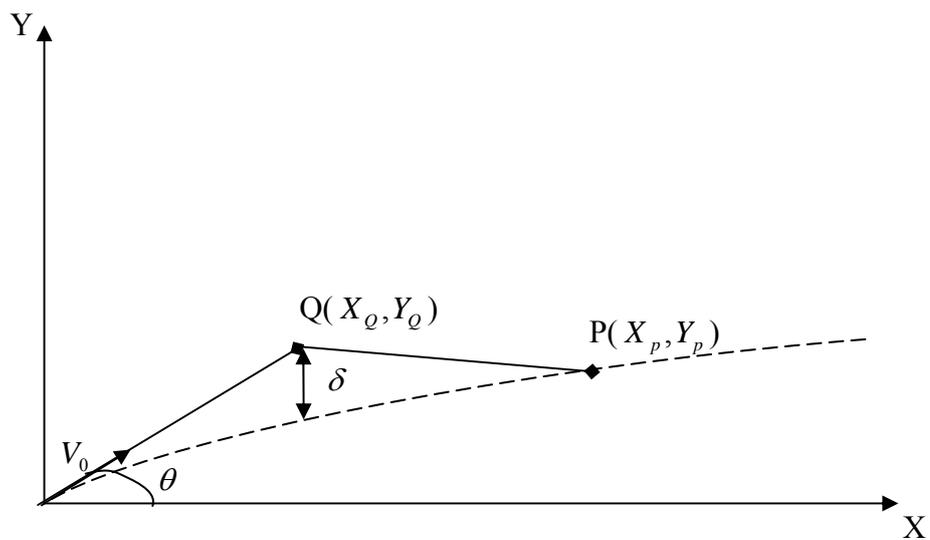


圖 4.7 軌跡座標示意圖

圖中各符號所代表之意義：

θ ：車輛行進方向與 X 軸夾角

δ ：預測軌跡與實際軌跡之誤差

Q：後輪介入修正位置

P：車身回到原預測軌跡

車身位置將由上述之座標訂定，便於計算偏移距離及修正後誤差距離等。

4.2.2 車輛速度量測

先對車輛的速度進行量測，得到輪速之後，再取適宜之左右輪旋轉速度進行實驗，觀察在不同的情況下，預測與修正結果之精確度；為了方便控制實驗車之速度，將原本車輛控制輪胎之馬達拆下，換上 RC Servo Motor，利用 RC Servo Motor 能更容易並且更加準確的控制車輛行進與速度。表 4.1 為車輛在各個脈波下的速度。

表 4.1 馬達脈波與車輛速度關係

	Left motor Pulse	Right motor pulse	Left wheel Pulse wave (ms)	Right wheel Pulse wave (ms)	Average Speed (cm/s)
1	846	650	1.692	1.3	19.4667
2	842	656	1.684	1.312	19.3167
3	840	660	1.680	1.320	19.16
4	837	665	1.674	1.330	18.96
5	834	671	1.668	1.348	18.77
6	831	676	1.666	1.352	18.5333
7	829	680	1.658	1.360	18.42
8	826	684	1.652	1.368	18.1267
9	821	688	1.642	1.376	17.8367
10	818	691	1.636	1.382	17.5667
11	814	696	1.628	1.392	17.2967
12	810	699	1.620	1.398	16.76
13	807	703	1.614	1.406	16.2333

14	801	708	1.602	1.416	15.3933
15	798	711	1.596	1.422	14.3667
16	790	717	1.580	1.434	12.2333
17	781	724	1.562	1.448	9.27
18	776	729	1.552	1.458	5.3567
19	765	739	1.530	1.478	3.0933
20	758	742	1.516	1.484	1.1967

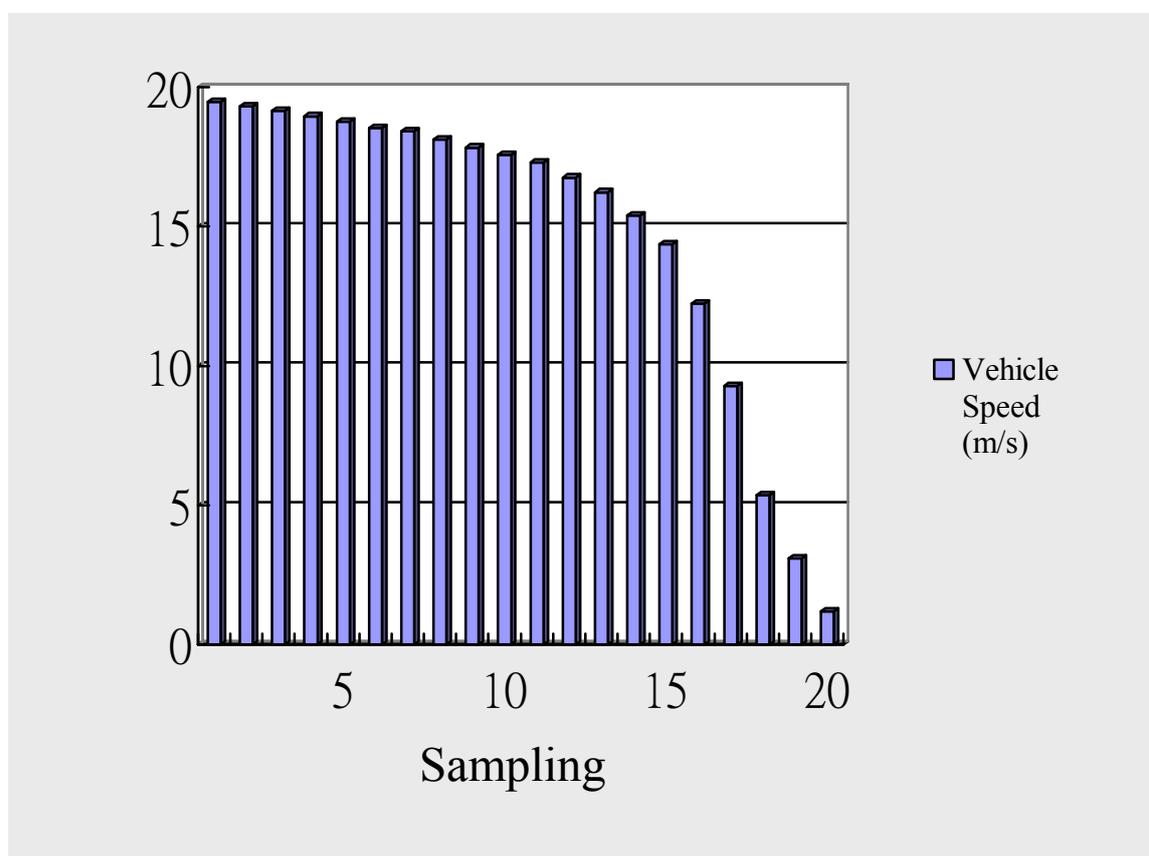


圖 4.8 平均車速長條圖

實驗中，將從表 4.1 中選取適宜之車速進行實驗比較，以觀察車速對於修正結果之影響。

4.2.3 後輪轉向實驗

後輪轉向對於車體的動態影響不小，本節將利用實驗車進行實驗，驗證後輪轉向對於車身的影響。

在此，車速為一定，取接近平均值之速度，給予速度 $V=15.3933(\text{cm/s})$ ，當車輛進行 1.5 秒，後輪轉向介入，車輛再繼續行進 1 秒，實驗車行進軌跡如圖 4.9 所示。

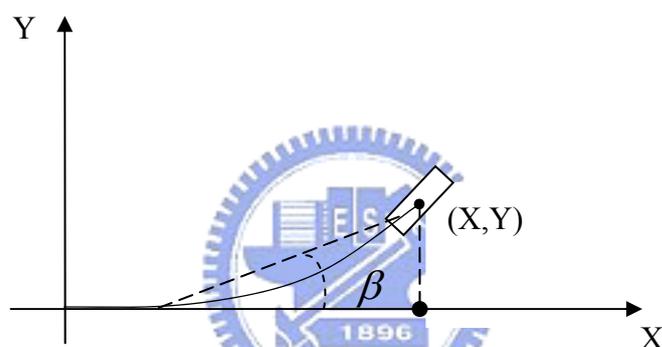


圖 4.9 車輛行進位置示意圖

下表 4.2 是測試後輪微幅轉向影響車輛行進軌跡之數據，由下表可以看出當車輛後輪轉向時，其位置改變量。

表 4.2 後輪轉向對軌跡影響(後輪轉向為 1°)

X direction displacement(cm)	Y direction displacement(cm)	β (度)
13.1132	3.0881	13.2515
12.9305	3.1172	13.5539
12.8136	3.1015	13.6066

表 4.3 後輪轉向對軌跡影響(後輪轉向為2°)

X direction displacement(cm)	Y direction displacement(cm)	β (度)
12.0631	4.2837	19.5503
12.0107	4.3033	19.7120
11.9553	4.2227	19.4536

由上述實驗結果，可看出後輪微幅轉向對於車輛行進的影響，當後輪被給予1°與2°的轉向時，車輛行進的角度相差了將近有6°；證實車輛在行進時，後輪轉向給予車身不小的影響。

為了比較後輪微幅轉向與前輪轉向對於車身的影響，在此將以同樣的條件，進行前輪轉向的實驗；表 4.4 與 4.5 為前輪轉向對於實驗車軌跡影響之結果。

表 4.4 前輪轉向對軌跡影響(前輪轉向為1°)

X direction displacement(cm)	Y direction displacement(cm)	β (度)
15.0317	0.7622	2.9028
15.5524	0.7993	2.9421
15.1128	0.8139	3.0827

表 4.5 前輪轉向對軌跡影響(前輪轉向為2°)

X direction displacement(cm)	Y direction displacement(cm)	β (度)
14.2717	0.9311	3.7327
14.3224	0.9642	3.8514
14.3551	0.9608	3.8291

表 4.4 與 4.5 分別為實驗車前輪轉向1°與2°之軌跡影響表現。表 4.4、4.5 中，1°與2°的轉向對於車身的方向影響不大，因此由表中可知，前輪轉向對於車輛軌跡之影響有限。底下將前後輪兩組實驗數據製成直方圖，進行比較。

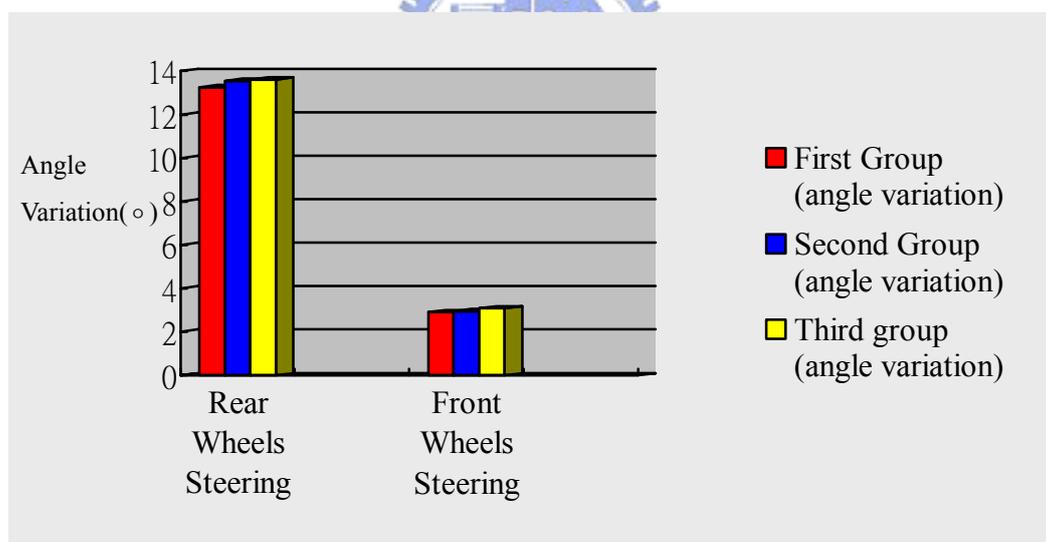


圖 4.10 轉向角1°之軌跡表現比較

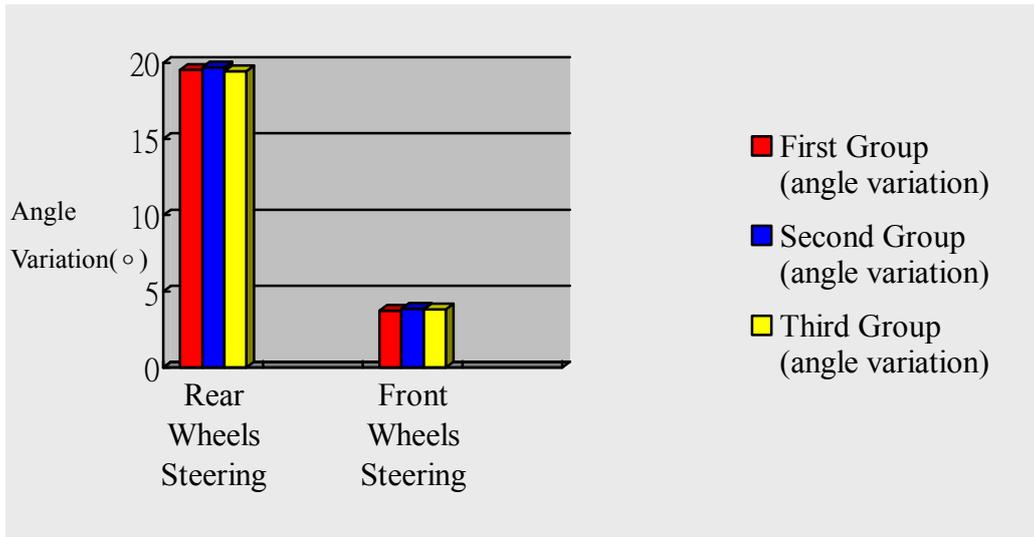


圖 4.11 轉向角 2° 之軌跡表現比較

由圖 4.11 與 4.12 之比較，可以更清楚比較出後輪轉向與前輪轉向對於實驗車身影響。因此，藉由後輪微幅轉向進行修正，對於車身之修正將更有效率，也更即時；接下來將利用此特性，進行實驗，觀察車輛偏駛時，後輪補償模式修正的情況

4.3 利用循圓軌跡預測進行後輪轉向修正實驗

整合之前的數據，採用較合適的數據來進行實驗。實驗預測方式採用『循圓軌跡預測法』，修正方式採用『後輪修正補償法』。

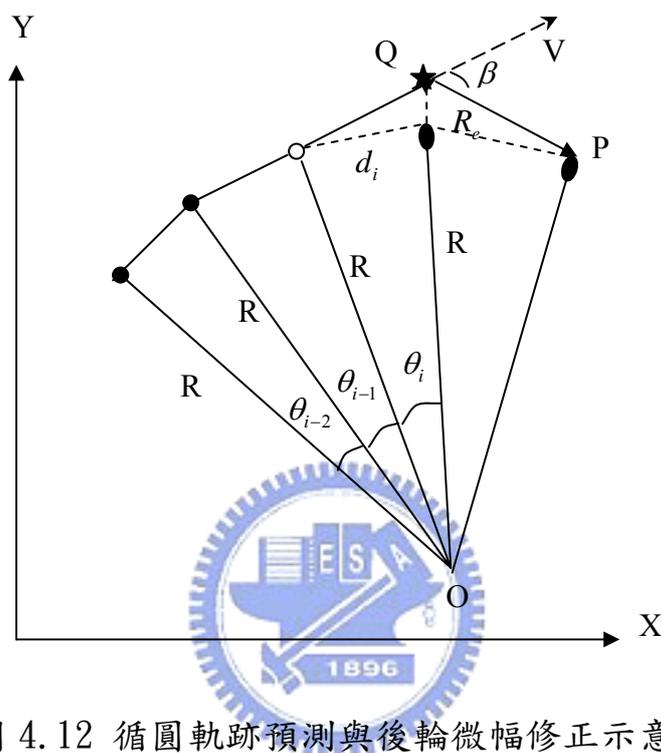


圖 4.12 循圓軌跡預測與後輪微幅修正示意圖

圖 4.12 中，虛線部分為原內定之路徑，實線部分為車輛實際行進路線，當 Tracking Error ratio 在 Q 點超過預測範圍時，後輪轉向補償模式便會啟動，使實驗車所行駛之下一路徑點修正回到 P 點。

實驗所設定的路徑為直徑一公尺的圓，藉由控制左右馬達轉速不同，使實驗車能做出圓之行走軌跡；除了計算點跟點之間座標關係，並計算出每個時間點 Tracking Error ratio，與行駛路徑比較，以為主控經片判斷啟動補償模式時機之依據。

取上述實驗中適宜的速度分段，左輪脈波寬 1.636 (ms)，轉速 4.3044 (rad/s)，右輪脈波寬 1.428 (ms)，轉速 3.8462 (rad/s)，車輛行進的縱向速度 V_0 為 13.4485 (cm/s)。表 4.6 為在此車速進行實驗之結果。

表 4.6 軌跡預測與後輪修正結果

Experiment group	Coordinates of the Amendments points Q (cm)	Chang quantity of radius R_e (cm)	Points P position (cm)	Error ratio (%)
1	X=-25.8776 Y=47.8971	4.4803	47.8531	4.29
2	X=-19.378 Y=52.132	3.0292	48.1138	3.77
3	X=-24.0183 Y=50.7220	5.9622	48.9271	2.15
4	X=-29.1086 Y=46.1525	4.5883	47.5037	4.99
5	X=-20.4261 Y=48.7233	2.9132	51.1622	2.32
6	X=-18.6722 Y=31.3289	2.5771	47.1334	5.73
7	X=-19.3126 Y=30.6984	3.7311	52.0023	4.00
8	X=-18.6723 Y=48.8411	2.6776	48.1141	3.77

將左輪與右輪的輪速調低，取左輪脈波寬 1.588 (ms)，轉速 3.734 (rad/s)；右輪脈波寬 1.432 (ms)，轉速 3.0524 (rad/s)，車輛縱向速度 $V_0=11.1976 (cm/s)$ ，以同樣方式再一次進行實驗。表 4.7 為實驗結果。

表 4.7 軌跡預測與後輪修正結果

Experiment group	Coordinates of the Amendments points Q (cm)	Chang quantity of radius R_e (cm)	Points P position (cm)	Error ratio (%)
1	X=-18.5928 Y=48.1135	3.6213	49.1961	1.61
2	X=-18.1928 Y=50.1786	3.3733	49.8142	0.37
3	X=-22.7096 Y=50.6251	5.5311	49.9175	0.17
4	X=-17.4158 Y=50.2154	3.2251	49.4772	1.05
5	X=-22.2197 Y=49.7003	4.5987	49.2083	1.58
6	X=-20.3971 Y=48.8912	3.3815	51.0108	2.02
7	X=-30.0711 Y=43.8002	3.2613	51.4916	2.98
8	X=-13.6113 Y=49.5718	4.3909	50.2877	0.58

表 4.6 與 4.7 分別為兩次不同實驗之數據，將此兩段不同速度分量的修正誤差結果以 MATLAB 繪製成圖 4.13 觀察，發現當車輛處在不同的速度分量下，後輪修正補償模式表現良好，車速較慢時，表現更為穩定。當車速 $V_0=13.4485 (cm/s)$ 時，平均誤差大約為 4%，最大誤差為 5.73%；當速度降為 $V_0=11.1976 (cm/s)$ 時，平均誤差更降低到只有 1.5%，最大誤差僅有 2.98%。

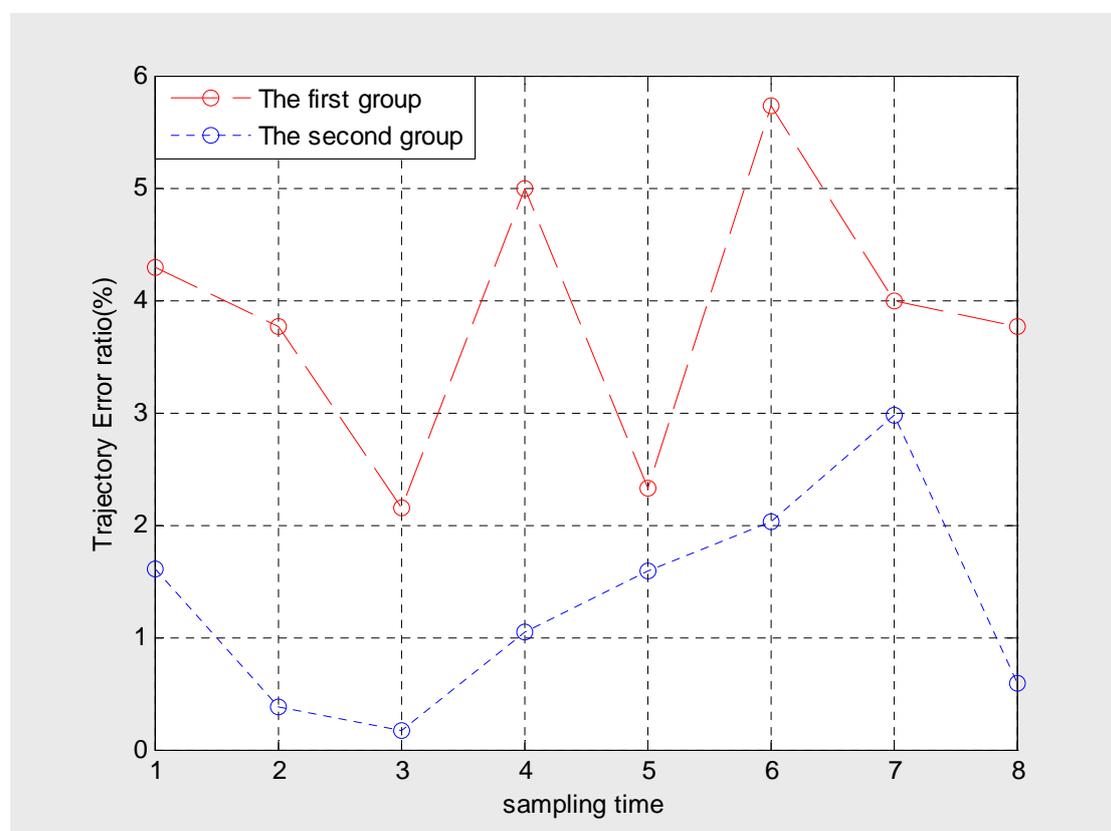


圖 4.13 修正後誤差比例

取車速為 $11.1976 (cm/s)$ 之其中一組實驗數據，藉由數值分析軟體 MATLAB 繪成圖 4.14、4.15 與 4.16，對軌跡路線進行討論。

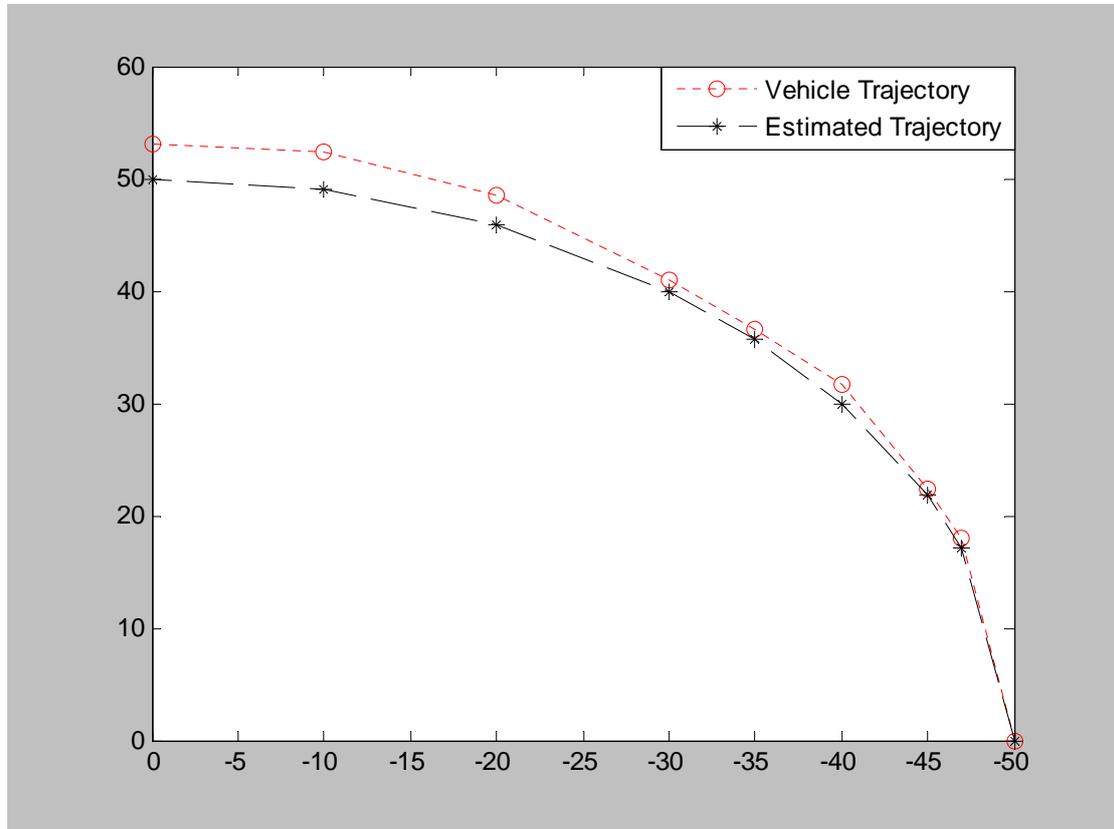


圖 4.14 循圓預測軌跡與實驗車行進軌跡差異

圖 4.14 為車輛實際行走路徑與預測路徑之差異，當車輛行走軌跡逐漸偏移時，感測器將所接收到的資訊，計算 Tracking Error ratio，藉此控制後輪轉向補償之時機。

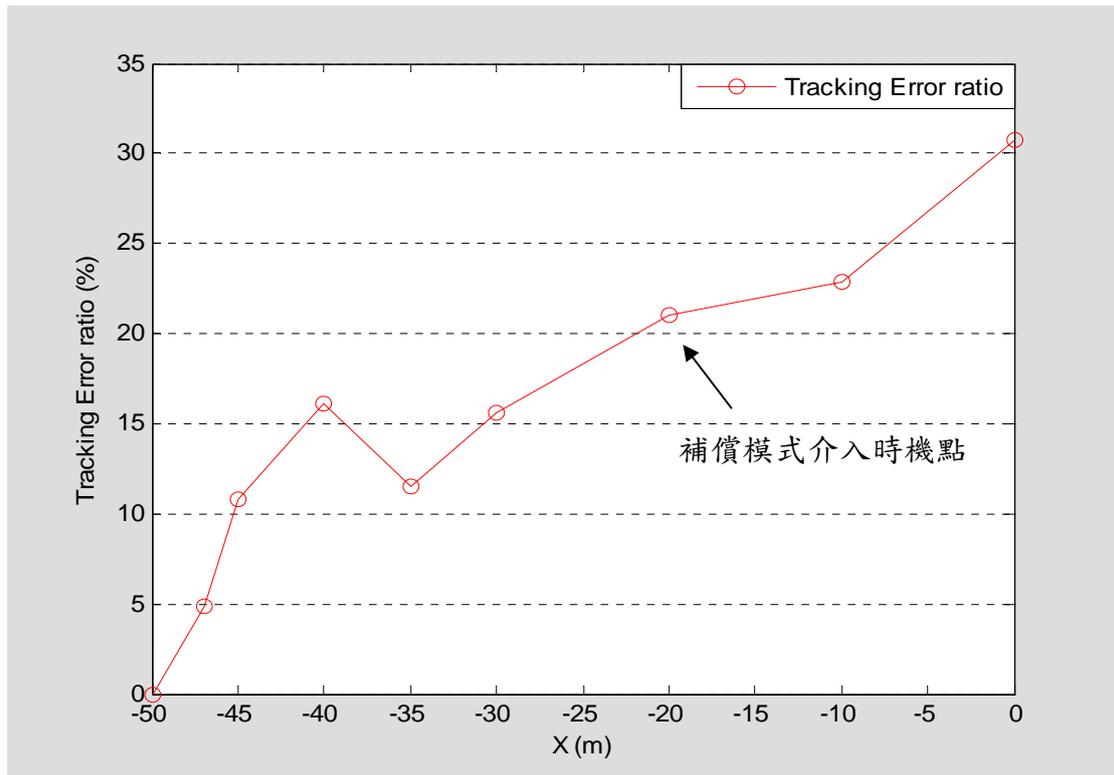


圖 4.15 實驗追蹤軌跡誤差

圖 4.15 為每個時間點的 Trajectory Error ratio，當 X 座標為-20 時，其追蹤軌跡誤差已超過系統所設定之追蹤誤差最大容忍值，主控晶片會在此時判定車輛已經失控，進而啟動補償模式，準備進行修正的動作。

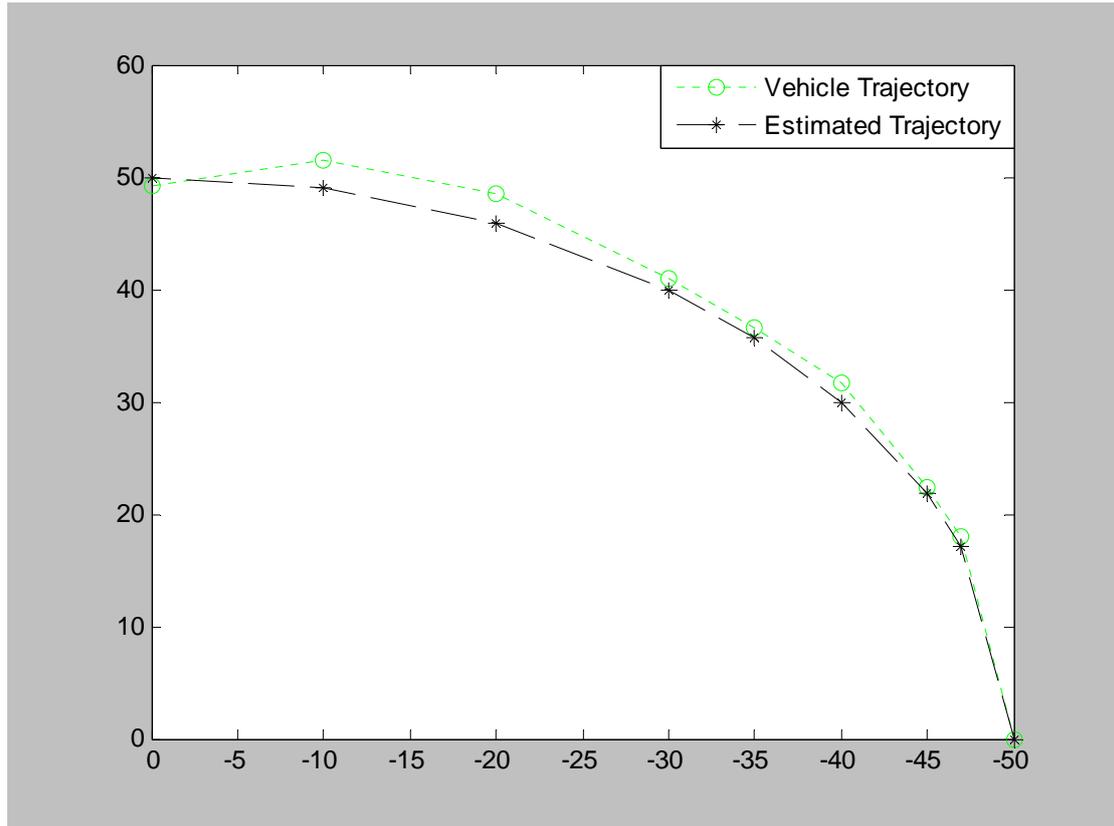


圖 4.16 修正後車輛軌跡變化

圖 4.16 為補償模式啟動後，車輛軌跡的變化；由圖中綠色的軌跡可以看出，在修正過後，車輛行進方向重新往原定路徑移動，最後回到原預測軌跡上，再次啟動預測模式，進行軌跡預測。

從上述實驗數據結果可以發現，對於車輛失控，採用後輪轉向取代前輪做為補償模式的方式的確可行，並且在修正上所需的距離和時間與前輪補償模式相比，將更為迅速，更加有效率。

4.4 實驗結果討論與檢討

4.4.1 實驗結果討論

當車輛軌跡由電腦模組判斷失控，主控晶片便啟動補償模式，對車輛軌跡進行修正；由圖 4.15 中可看出，當 $X=-20$ 時，車輛軌跡確實藉由後輪微幅轉向補償，將原本因轉向過大所產生之偏移逐漸修正至原來軌跡上；而由圖 4.16 修正後之誤差比例圖，我們可以看出修正之結果，在分別兩個速度分量下，兩者表現結果穩定，修正後車輛位置與電腦模組所預測之車輛位置誤差皆不大於 10%；實驗結果表示後輪修正的確可以更迅速的使車輛回到原定軌跡上，減低操控所產生的誤差。



進行實驗中，經過不斷的努力與研究，解決了大部分遇到的問題；底下幾點是在實驗中所得之結果：

- I. 後輪轉向對車體動態的影響：經過實驗驗證，由圖 4.10 與圖 4.11 互相比較可知，後輪轉向對於車輛方向影響較大。因此，適當的後輪微幅轉向對於車身與軌跡方面將有更及時的反應與修正。但後輪轉向對於車身的影響較大，過度的後輪轉向容易使得實驗車失控，所以在進行實驗中，時常出現實驗車因後輪的過度修正，偏離軌跡。因此當轉向角度的設定較為精準時，對於車輛軌跡補償能有更為準確的結果。

- II. 實驗參數設定：進行模擬時，設定的參數與實際情況較為接近，因此在模擬時，車輛受干擾之軌跡追蹤誤差較大；進行實驗時，為了確保實驗結果精確，因此參數設定上，較為保守，當實驗車受干擾時，追蹤軌跡誤差較小。在以後的實驗，若能注意到這方面，模擬與實驗的結果將更加符合實際情況。
- III. 車速：車速大小對於電腦計算反應與補償時機上有著不小的影響，當車速較慢時，電腦有較充裕的時間進行計算並且傳遞指令進行修正，修正結果表現較穩定，誤差較小；車速較快時，電腦計算與傳遞時間較短，後輪修正的結果誤差較大。

4.4.2 實驗結果檢討

在進行實驗當中，亦有許多不可避免的因素，對於實驗結果的精確性影響不小，其中幾個影響較大的因素，需要注意：

- I. 數據上取得誤差：在取數據分段時，其間隔時間有的時候過於短暫，不易觀察；路面凹凸不平亦影響到車輛在前進時，車身的位置及馬達模組的運作不夠精確，影響數據判讀。
- II. 人為疏失：RC Servo 馬達在做校正動作時，若校正不夠精確，對於左右輪的脈波寬數值就會有些許誤差，進而影響輪胎轉速與實驗車速，影響實驗數據。

III. 儀器良莠：當實驗車在進行過彎動作時，由於受到了較多的力，像是縱向及側向上的力，使其馬達控制上出現不穩定的情況，造成在彎道的路徑上並不是持續而穩定的輸出，有時馬達施力較大，使車輛行進路線偏向過大趨近於直線或轉向過度，影響角度變化。

為了避免上述的因素所造成之影響，數據結果必須從多次實驗中，取較完整且接近實際狀況的數據進行討論。故就整體而言，實驗結果與預期表現，大致上是符合的，證明後輪轉向作為修正方式的可行性；在之後的實驗中，如果能進一步排除上述所承述之因素，對於實驗會有更精確的結果。



第五章 結論與未來展望

本篇研究由孔俊凱君所提出的理論延伸，利用孔俊凱君所提出的三種預測模式中，選擇適用性最好的『循圓軌跡預測法』，演算車輛軌跡；為了使修正動作能更有效率，本文藉由後輪轉向的特性作為補償模式，取代前輪來進行修正；經由實驗結果，可以證實，後輪轉向對於車輛軌跡偏離所產生的軌跡誤差的確可以作更迅速、即時的修正，而修正的效果也更為顯著。後輪轉向應用在修正上，將讓主控晶片所需的反應時間更短，駕駛者也能避免掉更多因反應或修正不及所造成的遺憾。



目前市售車輛對於後輪的定位，主要是輔助前輪，當車輛在做轉向動作時，後輪藉由同向位或逆向位轉向，穩定車身，使車輛在過彎時，能有更舒適平穩的表現。本篇所提之理論，未來若能輔以慣性導航系統(Inertial Navigation System, INS)，根據車輛自身的運動狀態，不需借助外來的資訊，便可獲得即時且準確的車輛狀態，如車身現在的位置、速度與姿態等等，除了能對軌跡偏離做出更加精準的修正，同時也能降低甚至是避免車輛高速下二次或二次以上連續撞擊所帶來的傷害。對於車輛與乘客的安全與保障，在未來將有更新、更全面的發展目標與方向。

第六章 參考文獻

- [1] 中華民國統計資訊網：<http://www.stat.gov.tw/mp.asp?mp=4>
- [2] Mercedes-Benz：
http://www.mercedes-benz.com.tw/content/taiwan/mpc/mpc_taiwan_website/tw/mpc_splashpage/home.html
- [3] BMW 台灣總代理汎德股份有限公司：<http://www.bmw.com.tw/>
- [4] NISSAN：<http://www.nissan.com.tw/>
- [5] TOYOTA 豐田汽車：<http://www.toyota.com.tw/>
- [6] Andrea, D., and Wilhard, V. W., "Semiconductor Solutions for Braking Systems: New Partitioning and New Safety Concepts Increase Safety and Reduce System Cost" SAE paper NO.2004-01-0251
- [7] Zanten van, A.T., "Bosch ESP Systems: 5 Years of Experience" SAE paper NO.2000-01-1633
- [8] J. R. Layne, K. M. Passino, S. Yurkovich, "Fuzzy Learning Control For Antiskid Braking System", IEEE transaction on control systems technology, Vol.1 NO.2 June 1993.
- [9] Tsuneo Nakashima, "Promotion of the Program of Advanced Safety Vehicles for 21st century", JSAE Review, Vol.16, Issue: 1, January,1995, pp. 3-6.
- [10] Kazuo Tanala, Manabu Sano, "Trajectory stabilization of a model car via fuzzy control", Fuzzy Sets and System, Vol.70, Issue: 2-3, March 20, 1995, pp. 155-170.
- [11] Drakunov, S., Ozguner, U., Dix, P., and Ashrafi, B., and Rosiglioni, A., "Yaw Control Algorithm via Sliding Mode Control" Proc. of the American Control Conference., Vol. 1, NO. 6, pp. 580-583, 2000.

[12] Furukawa, Y.; Yuhara, N.; Sano, S.; Takeda, H.; Matsushita, Y., “A Review of Four-Wheel Steering Studies from the Viewpoint of Vehicle Dynamics and Control ” *Vehicle System Dynamics*, Vol.18, pp.151~186 (1989).

[13]孔俊凱，“車輛行走之軌跡預測與軌跡誤差自動修正”，交通大學碩士論文，2006。

[14] Chin J. H., Tsai H. C., “A Path Algorithm for Robotics Machining” *Robotics & Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 10, 1993, pp. 185-198.

[15]Hernandez J. I., Kuo C. Y., “Steering Control of Automated Vehicle Using Absolute Position GPS and Magnetic Markers” *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, Vol. 52, No. 1, Jan. 2003, pp 150-161.

[17]周安正，“汽車操控動態模擬與控制”，大葉大學碩士論文，2002。

[18] Parallax, Applying the Boe-Bot Wheel Encoders.

