

國立交通大學

機械工程學系

博士論文

車輛動態估測與預測系統

Vehicle Dynamics Estimation and Prediction Systems



研究生：許齡元

指導教授：陳宗麟 副教授

中華民國一百年九月

車輛動態估測與預測系統

Vehicle Dynamics Estimation and Prediction Systems

研究生：許齡元

Student : Ling-Yuan Hsu

指導教授：陳宗麟 博士

Advisor : Dr. Tsung-Lin Chen

國立交通大學

機械工程學系

博士論文



A Dissertation
Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Doctor of Philosophy
in
Mechanical Engineering

September 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年九月

車輛動態估測與預測系統

研究生：許齡元

指導教授：陳宗麟 博士

國立交通大學機械工程學系（研究所）博士班

摘要

本論文針對車輛動態模型已知及車輛動態模型未知兩種案例，分別提出兩套預測車輛動態的解決方案。前者透過以車輛動態模型為基礎的狀態觀察器來估測當下時間的車輛動態與道路角度資訊，並用此資訊與已知之車輛模型來預測未來時間的車輛動態；後者透過感測器混合系統（Sensor Fusion System）來估測當下時間的車輛動態與道路角度資訊，然後自行建立一車輛模型，利用感測器混合系統所獲得之車輛動態與道路角度資訊來鑑定出此一車輛模型中的系統參數，再藉由上述資訊（車輛模型、車輛動態、道路角度）來預測未來時間的車輛動態。兩套預測車輛動態的解決方法皆可以判斷車輛在未來時間內是否有翻覆危機，並可以應用於各式車輛即時（Real Time）控制系統中。

在以車輛動態模型為基礎的車輛動態估測／預測系統中，本論文主要探討：（1）如何透過可觀察性矩陣（Observability Matrix）來決定所需要的感測器，進而獲得預測時所需要的當下時間的車輛動態資訊；（2）發展一套新式的狀態觀察器—循環式狀態觀察器（Switching Observer）用以降低非線性狀態觀察器的設計難度及減少計算量，因此可適用於本論文的車輛系統（高階、非線性系統）。由於上述作法中車輛動態模型的準確與否，將嚴重影響車輛動態估測／預測的準確性。因此本論文提出另一作法，即在車輛參數未知的狀況下進行車輛動態估測與預測。此作法主要探討：（1）如何選取適當的感測器及感測器混合技術，在不使用車輛模型的狀況下，進行車輛動態與道路角度估測；（2）如何利用所得到的車輛動態及道路角度資訊進行車輛參數、道路摩擦係數鑑定；（3）如何整合上述資訊進行車輛動態預測。

為了以軟體驗證所提出的車輛動態估測／預測系統的可行性，本論文首先建立一具 20 個動態、6 自由度的「完整車輛模型 (Full-State Vehicle Model)」來模擬真實車輛的行為。此車輛模型相異於先前文獻在於其包含道路角度資訊，且可以描述車輛翻覆 (Rollover) 行為。

在車輛參數已知的例子中，藉由觀察性矩陣的分析得知最少需採用四種感測器 (側向加速度感測器、縱向速度感測器、橫擺角度感測器以及四側懸吊系統位移量感測器) 即可在道路角度未知的狀況下、平常駕駛或是輪胎抬離地面狀況下，即時估算出車輛動態，且成功的預測車輛於未來時間的動態。由模擬結果得知，在動態估測部分：車輛姿態與道路角度的估測誤差皆分別小於 0.5 度與 3.59 度，且不論車輛於未來時間是否翻覆，本作法都能夠粗略地預測出於未來時間的動態，其預測之「相對誤差 (Relative Accuracy)」分別為 0.21% 與 4.3%。在車輛參數未知的例子中，車輛動態估測系統在輪胎抬離地面時會無法捕捉部份車輛動態，而在輪胎未離地的狀況下，位移與姿態估測誤差分別小於 0.3 公尺與 0.11 度，道路角度的估測誤差小於 0.15 度，車輛於未來時間未翻覆的案例中，其預測誤差為 0.51%；於未來時間翻覆的案例中，其預測誤差為 27.3%。在翻覆過程中預測結果較不準確，主要是因為在參數鑑定過程中採用過於簡化的輪胎模型。

本論文亦嘗試將所獲得的車輛即時動態及未來動態應用於車輛軌跡跟隨控制系統中。所採用的控制策略乃是採用差動式煞車 (Differential Brake)，不使用方向盤，進行軌跡跟隨。相較於先前文獻，本作法特點在於：(1) 可應用於前輪驅動、前輪轉向的車輛系統；(2) 使用階層式架構來簡化控制策略的設計，並選擇順滑模態控制策略以確保系統具強健穩定性 (Robust Stability)；(3) 在確保強健穩定性下進行最小控制輸入的最佳化設計，且所獲得的最佳控制輸入為一解析解，避免數值搜尋 (Numerical Search) 的耗時與不確定性。本論文採用兩種車輛模型 (完整車輛模型與 Carsim 轎車模型) 來驗證所提出的控制法則的可行性，當車輛初始速度為每小時 90 公里時，控制系統皆可成功地調節車輛進行二次車道變換。當採用當下時間之車輛動態資訊進行控制時，其側向位移誤差小於 0.032 公尺。但是當採用未來時間之車輛動態資訊進行控制時，雖然可以提早 0.5 秒控制車輛、減少 52.42% 的最大車輛橫擺角速度以及降低 37.34% 的控制輸入總和，但是卻犧牲軌跡跟隨之精度 (側向位移誤差為 0.1307 公尺)。

Vehicle Dynamics Estimation and Prediction Systems

Student: Ling-Yuan Hsu

Advisor: Dr. Tsung-Lin Chen

Department of Mechanical Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

In this dissertation, two methods for vehicle dynamics estimation and prediction are proposed for known vehicle model and unknown vehicle model, respectively. The former estimates the current vehicle dynamics and road angle information from a model-based state observer. And then, it predicts the future vehicle dynamic information based on the same vehicle model, vehicle dynamics and road angles. The latter estimates the current vehicle dynamics and road angle information from the sensor-based sensor fusion system. And then it uses the above vehicle dynamics to identify the parameters of a vehicle model. Lastly, it predicts vehicle future dynamics based on the selected vehicle model, vehicle dynamics and road conditions (angles and friction coefficients). Both methods not only can predict the risk of the vehicle rollover in the future time, but also can be applied to the vehicle real-time control system to increase the driving safety.

In the approach for the known vehicle model, the proposed method focuses on two things: (1) using the observability matrix of the vehicle model to determine the collaborated sensors so that all the vehicle dynamics can be estimated using the minimum number of sensors; (2) developing a novel state observer techniques (switching observer) to both lower the complexity of designing an state observer for a high-order nonlinear system and reduce the computation load for the real-time implantation. The above model-based approach can predict the vehicle dynamics. However, its feasibility is largely affected by the accuracy of the vehicle model. Therefore, this dissertation proposed another method for unknown vehicle model. The method for unknown vehicle model is focuses on: (1) selecting a set of sensors so that most of the vehicle dynamics can be estimated without a vehicle model; (2) selecting a

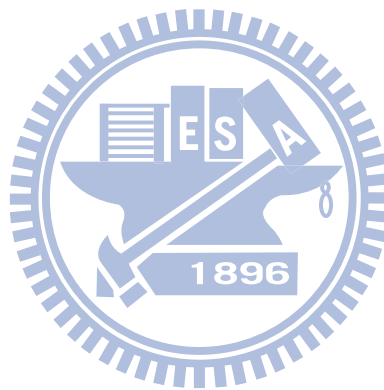
vehicle model and using the above vehicle dynamics to identify the parameters in the vehicle model; (3) using the above vehicle model, vehicle dynamics, and road conditions to predict the vehicle dynamics in the future time.

In order to verify the feasibility of the proposed method by simulations, a full-state vehicle model was employed to mimic the dynamics of a real vehicle on the road. This vehicle model differs from most existing vehicle models in including the road angles, and it can describe the rollover behaviors.

In the approach for the known vehicle model, the observability analysis suggests the minimum numbers of the incorporated sensors are four, which are lateral acceleration sensor, longitudinal velocity sensor, yaw angle sensor, and four suspension displacement sensors. According to the simulation results, the proposed method can estimate vehicle dynamics even when two of the tires are off the ground. The estimation accuracy for vehicle attitude estimation is less than 0.5 deg; the estimation accuracy for the road angles is less than 3.59 deg. The prediction accuracy is of 0.21% when the vehicle does a left turn, and it reduces to 4.3% when the vehicle rollover happens. For the case when vehicle model is unknown, the analysis indicates that some of the vehicle dynamics cannot be correctly estimated when the vehicle tire is off the ground. In other simulation conditions, the estimation accuracies of the vehicle displacements and attitudes are less than 0.3 m and 0.11 deg, respectively, while the estimation accuracy of the road angles is less than 0.15 deg. The accuracy of the dynamics prediction is of 0.51% when the vehicle does a left turn, and it reduces to 27.3% when the vehicle rollover happens. The inaccuracy of the dynamics prediction in the rollover case mainly comes from using an over-simplified tire model.

This dissertation also discusses the effect of using future vehicle dynamics in a vehicle trajectory control system. The proposed trajectory following system uses the differential brake technique to regulate the vehicle trajectory without using the steering wheel. It differs from the existing approaches in: (1) it can be applied to a front-drive, front steer vehicle; (2) the control algorithm is developed using a hierarchical architecture, the sliding model controls are used to ensure the robust stability for the entire system; (3) it achieves the minimum control inputs while preserving the robust performance. Additionally, this optimal solution is obtained analytically instead of from numerical search. Two vehicle models (full-state vehicle model and Carsim vehicle model) are employed to verify the robustness of the proposed control system. In the simulation, the initial vehicle velocity is 90 km/hr, the proposed control

system can use the current vehicle dynamics information to regulate the vehicle finishing the double lane change with the accuracy of the lateral displacement less than 0.032 m. When using the future vehicle dynamics information, the control algorithm can control the vehicle in advance by 0.5 second, lower the maximum vehicle yaw rate by 52.42%, and reduce the total control efforts by 37.34%. However, the accuracy of the trajectory following is also lowered to 0.1307 m.



誌謝

每當我從圖書館借到一本書的時候，我從來沒有看過該書的誌謝部分，但是當我撰寫這本用碩博七年才能成就的博士論文時，我瞭解到書籍內所發表的知識與技術只是冰冷的專業名詞描述，「誌謝」這個欄位便是擁有作者滿滿的感情表現，其目標在於讓親人、友人們來瞭解到你們對於這本博士論文有著無可比擬的幫助。目前時刻是凌晨一點，是一個我習慣待在實驗室的時刻，我決定抱持著「感恩」的心態來完成這篇誌謝。

首先當然要感謝陳宗麟老師，在我失去研究熱忱時，他能夠給予各種激勵話語，讓我重新獲得力量往前邁進；在我失去研究方向時，他能夠適時提供方向來引領我的前進，但是我總是覺得他所提供的研究方向都是一條佈滿荊棘的蜿蜒小道，以至於我必須要投入更多心力來到達終點，也因為如此，我在整段學術生涯學習到相當多技術，不論是這本博士論文內的技術，還有陀螺儀、微機電、燃料電池…等等其他技術，所以在這裡非常感謝老師七年來的教導、以及所提出的各種難題。

接著感謝吳炳飛教授與蕭得聖教授所提供的車用軟體 Carsim，沒有這個車用軟體將會無法成就這本博士論文。

按照慣例接下來應該要感謝微機電伺服控制實驗室的所有成員，然而我覺得應該要跳脫俗套，並且這些成員大多是阻礙我博士論文的絆腳石，當他們遇到問題的時候，都會找我解決，不論是技術上或是心靈上，我必須都要花費時間來幫助他們，我才知道博士生也要學會當心靈導師，他們常說我是他們人生的貴人，但是我卻覺得他們是我人生中的劫數，讓我披荊斬棘通過如此多的劫數，我相信我的未來人生能夠過得更為順遂，因此非常感謝微機電伺服控制實驗室的所有成員技術上與心靈上的支援。

最後獻給我的父親許添富、母親吳沂瀛以及兄姊，感謝他們能夠包容我的任性，能夠允許我將青春奉獻給學術界，這本論文的成就主要是來自於家人的支持。此外，必須感謝每位對於這本論文有所幫助的人們，雖然礙於版面無法一一列出，但是你應該知道我正在說你，你們的話語與行動都在無形中給予我力量與靈感，希望你們都可以接收到我誠摯的感恩。

目 錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	iii
誌謝.....	vi
目錄.....	vii
表目錄.....	xi
圖目錄.....	xii
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 車輛姿態與道路角度定義.....	1
1.3 車輛動態估測系統.....	3
1.4 車輛參數鑑定系統.....	4
1.5 車輛動態預測系統.....	5
1.6 車輛軌跡跟隨系統.....	7
1.7 研究目標.....	9
1.8 論文架構.....	11
第二章 完整車輛模型.....	12
2.1 座標系統與尤拉角.....	12
2.2 道路狀況對於車輛動態的影響.....	13
2.3 懸載質量系統.....	14
2.3.1 車輛線性運動.....	14
2.3.2 車輛旋轉運動.....	15
2.3.3 外在旋轉力矩.....	16
2.4 非懸載質量系統.....	18
2.4.1 懸吊系統.....	18
2.4.2 非線性輪胎模型.....	19
2.4.3 輪胎動態系統.....	21
2.4.4 轉向系統.....	21
2.5 完整車輛模型之討論.....	23

第三章 循環式狀態觀察器.....	24
3.1 循環式計算模組	24
3.2 循環式狀態觀察器	25
3.3 循環式計算模組的穩定性分析	26
3.3.1 穩定性分析.....	27
3.3.2 穩定性與準確性分析—以顯式尤拉法為例.....	29
3.4 結論	31
第四章 車輛動態估測系統 - 車輛模型 / 參數已知.....	32
4.1 道路角度估測之設計	32
4.2 循環式狀態觀察器	33
4.2.1 車輛橫擺模型與車輛側傾模型.....	33
4.2.2 狀態觀察器技術.....	34
4.3 系統觀察性分析	35
4.3.1 車輛感測器的選取.....	35
4.3.2 道路角度的觀察性分析.....	36
4.3.3 車輛動態的觀察性分析.....	38
4.4 觀察器演算法	39
4.5 數值模擬與討論	40
4.5.1 模擬例一：車輛行駛於水平路面.....	41
4.5.2 模擬例二：車輛行駛於固定道路角度的道路平面.....	41
4.5.3 模擬例三：車輛行駛於隨時間變化的道路平面.....	44
4.6 結論	45
第五章 車輛動態預測系統 - 車輛模型 / 參數已知.....	46
5.1 車輛動態預測系統之概念闡述	46
5.2 車輛動態預測系統之流程	47
5.3 數值模擬與討論	48
5.3.1 模擬例一：車輛行駛於水平路面.....	49
5.3.2 模擬例二：車輛行駛於固定道路角度的道路平面.....	50
5.4 結論	51
第六章 車輛動態估測系統 - 車輛模型 / 參數未知.....	53
6.1 一般車用感測器混合系統	53
6.1.1 基礎運動學 (Kinematics) 模型.....	53
6.1.2 感測器混合系統.....	54
6.2 裝設於車輛之感測系統	56
6.2.1 具有三根天線的全球衛星定位系統.....	56
6.2.2 懸吊系統位移量感測器.....	57
6.2.3 尤拉角拘束式之應用.....	58

6.3	適用於道路車輛之感測器混合系統.....	59
6.3.1	適用於道路車輛之運動學模型.....	59
6.3.2	觀察性分析.....	60
6.3.3	觀察器演算法.....	62
6.3.4	系統動態之一次微分資訊.....	64
6.4	車輛動態估測系統之流程.....	65
6.5	數值模擬與討論.....	66
6.5.1	模擬例一：車輛小幅度左轉彎並行駛於水平路面.....	67
6.5.2	模擬例二：車輛大幅度左轉彎並行駛於水平路面.....	67
6.5.3	模擬例三：車輛小幅度左轉彎並行駛於隨時間變化的道路平面.....	69
6.6	結論.....	71
第 七 章 車輛參數鑑定系統.....		73
7.1	針對車輛參數鑑定系統之簡易車輛模型.....	73
7.2	參數觀察性分析.....	76
7.2.1	參數之可觀性.....	77
7.2.2	參數之觀察性程度.....	79
7.3	車輛參數鑑定系統.....	79
7.3.1	遞迴式最小平方法.....	79
7.3.2	輪胎驅動剛性係數鑑定系統.....	81
7.3.3	車輛質量鑑定系統.....	81
7.3.4	輪胎轉向剛性係數鑑定系統.....	82
7.3.5	三軸慣性矩鑑定系統.....	82
7.4	車輛參數鑑定系統之流程.....	83
7.5	數值模擬與討論.....	84
7.5.1	模擬例一：車輛持續地左右轉動並前後加速.....	85
7.5.2	模擬例二：車輛右轉切換車道.....	88
7.5.3	結果討論.....	90
7.5.4	三軸慣性矩之討論.....	94
7.6	結論.....	95
第 八 章 車輛動態預測系統 - 車輛模型 / 參數未知.....		97
8.1	車輛動態預測系統之概念闡述.....	97
8.2	車輛動態預測系統之流程.....	98
8.3	數值模擬與討論.....	98
8.3.1	模擬例一：駕駛者固定方向盤角度與踏板踩踏力道.....	100
8.3.2	模擬例二：駕駛者固定方向盤角度並急踩煞車.....	100
8.3.3	討論.....	102
8.4	範例驗證：Carsim 商用軟體.....	105
8.4.1	模擬情況之設計.....	108

8.4.2	模擬結果.....	110
8.4.3	討論.....	113
8.5	結論.....	113
第九章	車輛軌跡跟隨系統.....	115
9.1	階層式架構.....	116
9.2	針對車輛軌跡跟隨系統之簡易車輛模型.....	116
9.3	車輛軌跡跟隨系統.....	118
9.3.1	李亞普諾夫函數.....	119
9.3.2	順滑模態控制法則.....	120
9.3.3	控制分配.....	121
9.3.4	最佳化問題之解析解.....	123
9.3.5	輪胎力矩之計算.....	127
9.4	數值模擬.....	128
9.4.1	車輛動態估測系統.....	128
9.4.2	參考路徑之設計.....	128
9.4.3	測試車輛模型之選取.....	129
9.4.4	測試車輛 I：完整車輛模型.....	132
9.4.5	測試車輛 II：Carsim 轎車模型.....	137
9.4.6	採用未來車輛動態資訊之車輛軌跡跟隨系統.....	139
9.5	討論.....	141
9.5.1	輪胎黏著力之高頻切換動作.....	141
9.5.2	輪胎力矩.....	142
9.5.3	最佳化問題.....	143
9.5.4	車輛動態預測系統之應用.....	145
9.6	結論.....	146
第十章	結論與未來方向.....	148
10.1	結論.....	148
10.2	未來方向.....	151
	參考文獻.....	153
	附錄 A：擴增卡曼濾波器.....	159
A.1	運用記憶退去技術之卡曼濾波器.....	160
A.2	多變率卡曼濾波器.....	160

表 目 錄

表 2.1 縱向輪胎模型參數[10].....	20
表 2.2 側向輪胎模型參數[10].....	20
表 4.1 感測系統之雜訊規格	41
表 6.1 感測系統之規格	64
表 6.2 感測器混合系統的估測精度	71
表 7.1 車輛參數鑑定系統之相對誤差	90
表 7.2 車輛動態估測系統之訊噪比	93
表 7.3 乘客人數與慣性矩變化量的關係	95
表 8.1 車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統之相對誤差	102
表 8.2 車輛動態預測系統之相對誤差	102
表 8.3 Carsim 5.16b 所提供之 Big Car 的車輛幾何參數.....	109
表 9.1 車輛幾何參數	131
表 9.2 控制系統之設計參數	131



圖目錄

圖 1.1 車輛運動相關之座標系統	2
圖 1.2 即將翻覆時間之計算過程示意圖[43].....	6
圖 1.3 最大側向加速度之計算示意圖[44].....	6
圖 2.1 車輛系統與四個座標系統	12
圖 2.2 車輛行駛於斜坡上。(a) 道路彎曲角 ψ_r ，(b) 道路傾斜角 ϕ_r ，(c) 道路坡度角 θ_r 。	14
圖 2.3 四分之一車輛的懸吊系統	19
圖 2.4 輪胎動態受到驅動力矩與煞車力矩的影響，以左前方輪胎為例	21
圖 2.5 亞克曼轉向原理	22
圖 3.1 循環式計算模組之示意圖。	25
圖 3.2 循環式狀態觀察器之示意圖：先估測一組動態模型的系統狀態，且固定另一組動態模型的系統狀態，當計算完畢之後，在下一個切換循環時，改變其運作角色。	26
圖 4.1 駕駛者行為之方向盤角度	40
圖 4.2 例一之完整車輛模型以及車輛動態估測系統的輸出比較	42
圖 4.3 例一之所預設的道路角度以及車輛動態估測系統的輸出比較	42
圖 4.4 例二之完整車輛模型以及車輛動態估測系統的輸出比較，駕駛情況與例一不同的是道路情況，進而造成車輛於 6.8 秒發生車輛翻覆事件。	43
圖 4.5 例二之所預設的道路角度以及車輛動態估測系統的輸出比較	43
圖 4.6 例三之完整車輛模型以及車輛動態估測系統的輸出比較，駕駛情況與例一不同的是道路情況，用以說明當道路角度隨時間變化時，車輛動態估測系統依舊不會發散。	44
圖 4.7 例三之所預設的道路角度以及車輛動態估測系統的輸出比較	45
圖 5.1 車輛動態預測系統之流程圖	48
圖 5.2 駕駛者行為之方向盤角度（與第四章的模擬情況相同）	49
圖 5.3 例一之完整車輛模型與車輛動態預測系統的輸出比較	50
圖 5.4 例二之完整車輛模型與車輛動態預測系統的輸出比較	51
圖 6.1 感測器混合系統：a) 開迴路設計；b) 閉迴路設計	55
圖 6.2 裝設於車輛上的具有三根天線之全球衛星定位系統	56
圖 6.3 裝設於車輛上的懸吊系統位移量感測器	57
圖 6.4 車輛動態估測系統之流程圖	65
圖 6.5 駕駛者行為之方向盤角度	66
圖 6.6 例一之完整車輛模型、感測系統以及感測器混合系統的輸出比較	67
圖 6.7 例二之完整車輛模型、感測系統以及感測器混合系統的輸出比較，與例一相異於駕駛行為的設計。感測器混合系統在六秒左右無法估測些許系統動態。	68
圖 6.8 例二之四個輪胎正向力，以左上角開始順時針方向，依序為左前方、右前方、右後方以及左後方的輪胎正向力。	68
圖 6.9 例二之完整車輛模型與藉由懸吊位移量感測器計算而得的車輛動態資訊比較（車輛俯仰角、車輛側傾角以及車輛垂直位移）。	69

圖 6.10 例三之完整車輛模型、感測系統以及感測器混合系統的輸出比較，與例一相異於道路角度的設計。.....	70
圖 6.11 例三之完整車輛模型與感測器混合系統（座標轉換過後）的輸出比較。.....	70
圖 7.1 縱向輪胎黏著力與輪胎滑動率、側向輪胎黏著力與輪胎滑動角之關係（此圖為輪胎負載固定於 4877N 與道路摩擦力為定值的情況下）.....	74
圖 7.2 車輛參數鑑定系統之流程圖.....	84
圖 7.3 駕駛者行為之方向盤角度與輪胎力矩.....	85
圖 7.4 例一之完整車輛模型與車輛動態估測系統的輸出比較.....	86
圖 7.5 例一之完整車輛模型與車輛參數鑑定系統的車輛質量與三軸慣性矩之比較.....	87
圖 7.6 例一之完整車輛模型與車輛參數鑑定系統的車輛輪胎驅動與轉向剛性係數之比較.....	87
圖 7.7 例二之完整車輛模型與車輛動態估測系統的輸出比較.....	88
圖 7.8 例二之完整車輛模型與車輛參數鑑定系統的車輛質量與三軸慣性矩之比較.....	89
圖 7.9 例二之完整車輛模型與車輛參數鑑定系統的車輛輪胎驅動與轉向剛性係數之比較.....	89
圖 7.10 輪胎滑動率與縱向輪胎黏著力的關係圖.....	91
圖 7.11 輪胎滑動角與側向輪胎黏著力的關係圖.....	91
圖 7.12 實際輪胎黏著力與透過車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統所估算之輪胎黏著力的誤差.....	92
圖 7.13 車上人數與質心偏移之示意圖，從左上角開始順時針之順序分別為承載 1 人、2 人、3 人至 4 人。.....	95
圖 8.1 車輛動態預測系統之流程圖.....	98
圖 8.2 例一之駕駛者行為的方向盤角度與輪胎力矩.....	99
圖 8.3 例二之駕駛者行為的方向盤角度與輪胎力矩.....	99
圖 8.4 例一之完整車輛模型與車輛動態預測系統的輸出比較.....	101
圖 8.5 例二之完整車輛模型與車輛動態預測系統的輸出比較.....	101
圖 8.6 例一之完整車輛模型與車輛動態預測系統（採用非線性輪胎模型）的輸出比較.....	103
圖 8.7 例二之完整車輛模型與車輛動態預測系統（採用非線性輪胎模型）的輸出比較.....	103
圖 8.8 輪胎滑動率與縱向輪胎黏著力的關係圖.....	104
圖 8.9 輪胎滑動角與側向輪胎黏著力的關係圖.....	105
圖 8.10 車輛動態預測系統實現於 Carsim 商用軟體與 SIMULINK 平台之流程圖.....	106
圖 8.11 Carsim 商用軟體所提供之 205/60R14 輪胎模型：縱向輪胎黏著力與輪胎滑動率之關係圖.....	107
圖 8.12 Carsim 商用軟體所提供之 205/60R14 輪胎模型：側向輪胎黏著力與輪胎滑動角之關係圖.....	107
圖 8.13 應用於 Carsim 商用軟體之駕駛者行為的方向盤角度與輪胎力矩.....	109
圖 8.14 應用於 Carsim 商用軟體的車輛動態估測系統之輸出比較圖，且感測系統的量測資訊不包含任何雜訊。.....	111
圖 8.15 應用於 Carsim 商用軟體的車輛參數鑑定系統所獲得之車輛總質量與三軸質量慣性矩.....	111
圖 8.16 應用於 Carsim 商用軟體的車輛參數鑑定系統所獲得之輪胎驅動與轉向剛性係數.....	112

圖 8.17 應用於 Carsim 商用軟體的車輛動態預測系統之輸出比較圖	112
圖 9.1 階層式架構之示意圖[52].....	115
圖 9.2 車輛進行二次車道變換之示意圖	129
圖 9.3 簡化車輛模型、完整車輛模型與 Carsim 轎車模型之動態行為比較圖。第一張子圖為駕駛者之方向盤行為，從第二張至第四張分別為三種車輛模型的縱向速度、側向速度與車輛橫擺角速度。	130
圖 9.4 (a) 當車輛軌跡跟隨系統應用於完整車輛模型時，受控車輛成功地進行「二次車道變換」。(b) 受控車輛之車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度，但是會有高頻振動的現象。(c) 車輛縱向速度從每秒 25 公尺遞減至每秒 23.9 公尺。	132
圖 9.5 車輛軌跡跟隨系統所產生之四個輪胎的輪胎力矩，其中後輪之輪胎力矩永遠小於零以符合前驅車輛之設計。	133
圖 9.6 輪胎力矩的頻率響應圖，切換動作的頻率發生在 25 Hz 附近。	133
圖 9.7 車輛軌跡跟隨系統透過低通濾波器所產生之四個輪胎的輪胎力矩。	134
圖 9.8 透過低通濾波器之輪胎力矩的頻率響應圖，切換動作的頻率發生在 12.5 Hz 附近。	134
圖 9.9 (a) 當包含修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統應用於完整車輛模型時，受控車輛成功地進行「二次車道變換」。(b) 受控車輛之車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度。(c) 車輛縱向速度從每秒 25 公尺遞減至每秒 24.6 公尺。	135
圖 9.10 包含修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統所產生之四個輪胎的輪胎力矩，且無高頻切換動作。	136
圖 9.11 系統不確定項之絕對值與控制系統之相關設計參數，系統不確定項之數值在任何時間皆小於設計參數。	136
圖 9.12 車輛軌跡跟隨系統應用於 Carsim 轎車模型之示意圖	137
圖 9.13 (a) 當包含修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統應用於 Carsim 轎車模型時，受控車輛成功地進行「二次車道變換」。(b) 受控車輛之車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度。(c) 車輛縱向速度從每秒 25 公尺遞減至每秒 15.3 公尺。	138
圖 9.14 包含修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統應用於 Carsim 轎車模型所產生之四個輪胎的輪胎力矩	138
圖 9.15 當下時間與未來時間的側向位移誤差示意圖	139
圖 9.16 (a) 採用未來時間之車輛動態資訊應用於完整車輛模型，受控車輛成功地進行「二次車道變換」。(b) 受控車輛之車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度。(c) 車輛縱向速度從每秒 25 公尺遞減至每秒 24.7 公尺。 ...	140
圖 9.17 採用未來時間之車輛動態資訊應用於完整車輛模型所產生之四個輪胎的輪胎力矩	140
圖 9.18 縱向輪胎黏著力、輪胎滑動率與垂直負載三者 in Carsim 輪胎模型中的關係圖	142
圖 9.19 成本函數之等高線圖。上圖以三維方式來表示此等高線圖，下圖以二為方式來表示此等高線圖。	144
圖 9.20 車輛軌跡跟隨系統採用當下時間與未來時間之車輛動態資訊的模擬比較圖。(a) 車輛橫擺角速度；(b) 車輛縱向速度；(c) 輪胎力矩之總和	145

第一章

緒論

本論文探討如何選取適當的感測器與感測器整合技術，針對車輛動態估測與預測系統提出兩套解決方案，分別適用於車輛參數已知及車輛參數未知兩種情形。所設計的車輛動態估測／預測系統可應用於汽車黑盒子、車輛軌跡控制、車輛翻覆抑制、等系統。

1.1 研究動機與目的

在 1999 年，美國國家公路交通安全管理局（NHTSA）宣佈將「車輛翻覆穩定性」作為安全性能指標之一。其指標背後的主要原因在於小型客車與運動型多功能車輛（Sport Utility Vehicle, SUV）的翻覆事件層出不窮，其中運動型多功能車輛翻覆事件高達 62% 的死亡致死率[1]。

目前許多車輛安全系統會利用當下時間和/或未來時間的車輛動態資訊，來增進車輛的安全性能，當下時間的車輛動態資訊是用來計算控制輸入的大小[2][3]，而未來時間的車輛動態資訊是用來判定參考軌跡以及車輛控制系統的有效介入時間[4][5]，這些車輛安全系統將會在車輛消費市場上逐漸的受到重視，使得車輛動態估測與預測的技術日益重要。

1.2 車輛姿態與道路角度定義

本論文所描述之車輛姿態與道路角度將會藉由尤拉角（Euler Angles）與三個座標系統來描述，如圖 1.1 所示，其中三個座標系統分別為地球座標 $\{g\}$ 、道路座標 $\{r\}$ 、以及車體座標 $\{v\}$ 。相似於先前文獻的座標設計，地球座標被固定於地球上的某一點；車體座標被固定於車輛重心，然而與先前文獻不同的是，本論文引進道路座標來描述在斜坡上運動的車輛動態，其道路座標被固定於道路上的某一點。因此，道路角度即是道路座標與地球座標之間的旋轉角度關係。此外，本論文定義兩組名詞來描述車輛姿

態，其中車輛姿態相對於地球座標稱為車輛「絕對姿態」，車輛姿態相對於道路座標為車輛「相對姿態」。

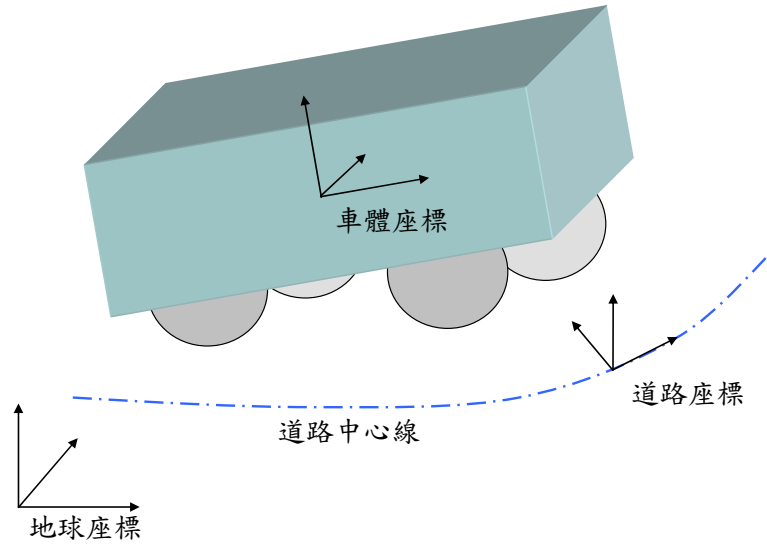


圖 1.1 車輛運動相關之座標系統

三組尤拉角分別用來描述三個座標系統（地球座標、道路座標與車體座標）中任意兩座標系統之間的角度關係。首先，地球座標與車體座標之間的角度關係可以利用尤拉角 $(\psi_g, \theta_g, \phi_g)$ 來描述，即為車輛絕對姿態，在此篇論文分別定義為絕對橫擺角、絕對俯仰角與絕對側傾角，其旋轉次序為 yaw-pitch-roll，因此旋轉矩陣可以寫為下式：

$$\mathbf{C}_g^v = \mathbf{R}(x, \phi_g) \mathbf{R}(x, \theta_g) \mathbf{R}(x, \psi_g) \quad (1.1)$$

$$\mathbf{R}(x, \phi_g) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_g & \sin \phi_g \\ 0 & -\sin \phi_g & \cos \phi_g \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(x, \theta_g) = \begin{bmatrix} \cos \theta_g & 0 & -\sin \theta_g \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_g & 0 & \cos \theta_g \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(x, \psi_g) = \begin{bmatrix} \cos \psi_g & \sin \psi_g & 0 \\ -\sin \psi_g & \cos \psi_g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其次，地球座標與道路座標之間的角度關係可以利用尤拉角 $(\theta_r, \phi_r, \psi_r)$ 來描述，即為道路角度，在此篇論文分別定義為道路坡度角、道路傾斜角與道路彎曲角，其旋轉次序為 pitch-roll-yaw，因此旋轉矩陣可以寫為下式：

$$\mathbf{C}_g^r = \mathbf{R}(z, \psi_r) \mathbf{R}(x, \phi_r) \mathbf{R}(y, \theta_r) \quad (1.2)$$

最後，道路座標與車體座標之間的角度關係亦可利用尤拉角 $(\psi_v, \theta_v, \phi_v)$ 來描述，即為車輛相對姿態，在此篇論文分別定義為車輛橫擺角、車輛俯仰角與車輛側傾角，其旋轉次序為 yaw-pitch-roll，其旋轉矩陣可以寫為下式：

$$\mathbf{C}_r^v = \mathbf{R}(x, \phi_v) \mathbf{R}(x, \theta_v) \mathbf{R}(x, \psi_v) \quad (1.3)$$

1.3 車輛動態估測系統

為了獲得當下時間的車輛動態資訊，先前文獻大致上可以分成：以動態模型為基礎之估測系統 (Model-based Estimation) 與以感測系統為基礎之估測系統 (Sensor-based Estimation)。前者主要是建構包含目標動態之車輛模型，再利用狀態觀察器技術 (State Observer Technology) 來設計相關於此車輛模型之估測系統[6]-[19]，其中目標動態是指研究學者欲估測的系統動態，像是車輛速度、車輛姿態、甚至是道路角度資訊；後者則是尋找能夠量測目標動態之感測系統與物理關係，像是速度與加速度之間的積分關係，再利用感測器混合技術 (Sensor Fusion Technology) 來設計相關於目標動態之估測系統[20]-[28]。

以動態模型為基礎之估測系統的估測精度直接取決於車輛模型的建構精度，先前文獻通常採用簡易車輛模型來建立估測系統以獲得當下時間的車輛動態，例如單軌模型 (Single Track Model) [14]-[17]、車輛側傾－俯仰模型[18]、四分之一車輛模型 (Quarter Vehicle Model) [19]或單軌模型加上側傾運動的車輛模型[10]-[13]，然而這些估測系統不僅提供較少的車輛動態資訊，還會由於簡易車輛模型與實際車輛之間的模型誤差進而降低動態估測的精度，雖然有些先前文獻採用複雜車輛模型來企圖解決上述問題並建立相關估測系統，例如完整車輛模型[6]-[9]，但是車輛模型越複雜，估測系統的推導過程與數值運算量將更加繁重。

相較之下，以感測系統為基礎之估測系統的優點在於不需要一車輛動態模型，缺點是必須使用更多的高精度感測器。先前文獻通常會選取精度較高的慣性量測單元（Inertial Measurement Unit, IMU）來獲得較佳的加速度與角速度，再使用全球衛星定位系統（Global Positioning System, GPS）來量測物體之位置，利用感測器整合技術來協調不同感測器的輸出，截長補短，進而獲得高品質的量測資訊[24]-[28]，例如慣性量測單元有訊號偏移（Signal Bias）、誤差累積的問題，但是其輸出頻率較高，全球衛星定位系統的輸出頻率較低，但是無誤差累積的問題，將兩種感測器的輸出整合在一起，便可提高估測精度與訊號輸出頻寬。然而在車輛動態量測中，僅用上述兩組感測器，將無法獲得道路角度與車輛的相對姿態。

先前文獻提出道路角度會直接地造成車輛動態的變化[6][7][13][16]-[18]，進而影響各式車輛安全系統的性能，例如車輛動態估測系統、車輛軌跡跟隨系統或車輛防止翻覆系統…等。先前文獻亦提出在相同的駕駛情況之下，道路角度將會是決定車輛是否翻覆的關鍵之一[6][7]。因此為了正確估測車輛動態，必須一併估測道路角度。然而此道路角度問題之所以如此難處理主要是在於（1）無法事先假設或獲得道路角度的變化情況；（2）無法藉由車輛感測器來即時量測道路角度的變化情況，因為在量測過程中，道路角度會耦合於其他車輛動態，包括車輛側傾／俯仰角、車輛縱向／側向加速度…等[13][16]-[18]。

1.4 車輛參數鑑定系統

伴隨著車輛模型的車輛參數主要包括車身長、寬度、車體質量、質量慣性矩、輪胎有效半徑、道路與輪胎間之摩擦係數…等。然而部分的車輛參數（例如：車輛質量、質量慣性矩、等）可能會因為乘客數目、油料總量以及道路平面資訊…等狀況情況而發生變化。一般而言，研究人員會針對目標車輛來事先量測這些車輛參數，進而設計相關的車輛安全系統[2]-[5]。當進行數值模擬或實際驗證時，透過實驗條件的設定來盡量維持這些車輛參數不會產生無法預期之變化，因此所設計的車輛安全系統容易被侷限於於特定環境下使用。為了更廣泛地應用車輛安全系統於各式車輛或環境中，或是對車輛參數精準度要求高的系統（例如：開路式（Open Loop）的車輛控制系統），許多研究人員建議整合自動車輛參數鑑定技術於車輛系統中。

先前文獻設計車輛參數鑑定系統時，主要是先建構包含欲鑑定車輛參數之車輛模型，再藉由感測系統來量測所需要之車輛動態，透過車輛動態資訊及系統鑑別方法（System Identification）來獲得車輛參數[29]，在實際的應用中，此種作法往往不容易獲得準確的車輛參數，其主要原因來自於所建構之車輛模型無法完全描述實際車輛的複雜動態行為，且由於車輛動態的非線性特徵，某些參數估測會受限於「持續刺激（Persistent Excitation）」條件的限制，不易估測。這些現象再加上感測器雜訊的影響，使得即時的車輛參數鑑定的難度更加提高。

J. Ryu [11]提出以兩個自由度的單軌模型為基礎之車輛參數鑑定系統，利用最小平方方法來獲得相關車輛參數，包含輪胎轉向剛性係數、z 軸質量慣性矩以及車輛重心位置，從實驗結果可以看出此單軌模型無法同時鑑定上述車輛參數，必須透過假設某一參數已知才能夠鑑定出其他參數，同樣的結果亦可見於[34][35]，也就是說所建構之車輛模型將會限制欲鑑定車輛參數之數目。參數能否被成功的鑑別，在參數鑑定技術中被稱為「參數觀察性（Parameter Observability）」[42]，然而甚少有研究分析所採用之車輛模型的參數觀察性。

1.5 車輛動態預測系統

先前文獻採用許多方法來預測車輛於未來時間的動態資訊。B. Chen 等人[43]提出採用類神經網路（Neural Network）來估算未來時間的車輛側傾角是否達到臨界值而造成車輛翻覆的危機，此數值在文獻中被稱為「即將翻覆時間（Time-to-rollover）」，此計算方式之示意圖可見於圖 1.2，其中臨界值是分別根據目標車輛（1988 年 Suzuki Samurai 和 1997 年 Jeep Cherokee）所實驗而得。其基本想法乃是藉由類神經網路來補償簡化的車輛橫擺一側傾模型的不足。類神經網路的輸出與其訓練階段時的資料庫有關，因此此作法可能具可行性，但是卻無法說明於其於翻覆預測時的準確性。

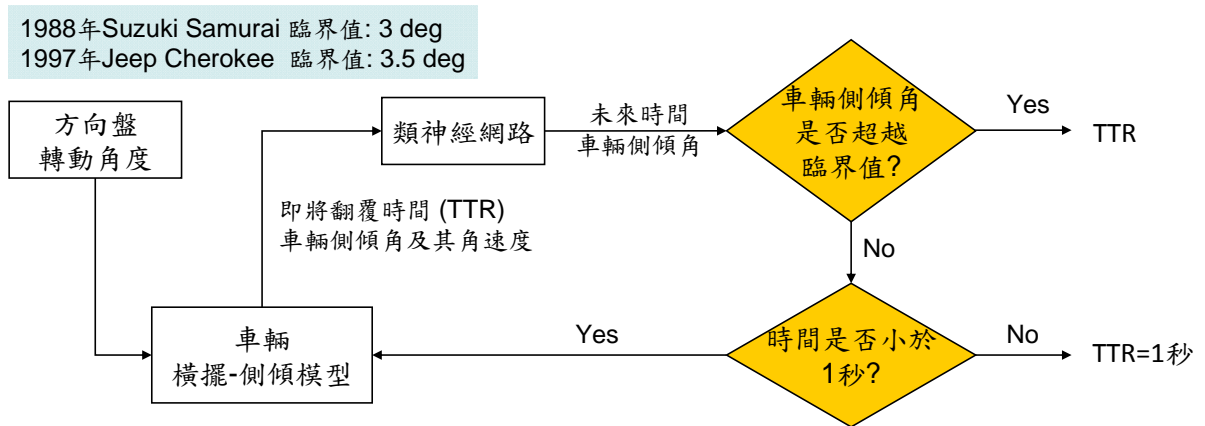


圖 1.2 即將翻覆時間之計算過程示意圖[43]

W. Travis 等人[44]提出當車輛靜止時，藉由車輛質量與負載計算出能夠讓輪胎剛好抬起的最大側向加速度 ($a_{y,max}$)，如方程式 (1.4) 所示，即是以當時車輛橫擺角速度 ($\dot{\psi}$) 來估算出車輛縱向速度 (V_{max}) 的臨界值，此數值在文獻中被稱為「車輛翻覆速度 (Rollover Velocity)」，當透過感測器已獲得目前車輛縱向速度與加速度時，即可推算出在未來時間內是否會到達此車輛翻覆速度。

$$\begin{aligned}
 a_{y,max} &= \frac{F_{z,max}t}{2mh} \\
 &= V_{max}\dot{\psi}
 \end{aligned}
 \tag{1.4}$$

其中 $F_{z,max}$ 為單側輪胎的最大負載； t 為兩側輪胎距離； m 為車體質量； h 為車輛質心高度，可詳見於圖 1.3。

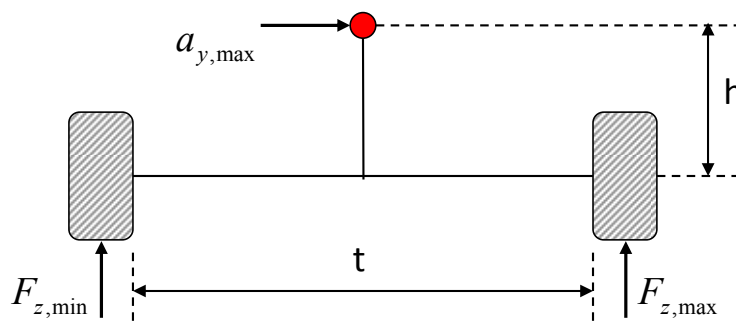


圖 1.3 最大側向加速度之計算示意圖[44]

此作法相當簡單，但是車輛翻覆行為除了與側向加速度、橫擺角速度相關外，還涉及更複雜的其他車輛動態及道路角度，因此過於簡化的模型可能無法精確的預測出複雜的車輛翻覆行為。

M. Greene 等人[45]提出選用五或十個取樣時間的車輛側傾角並利用曲線擬合方法 (Curve Fitting Method) 來找出直線方程式，利用此方程式來預測未來五個取樣時間後的車輛側傾角。C. Liu 等人[39]提出一個包含道路角度與風阻影響的二階線性路徑模型，利用狀態觀察器技術來估測道路角度、風阻與系統狀態，再使用此線性路徑模型來預測車輛在未來時間內的行駛路徑。P. Gaspar 等人[5]提出以煞車力矩為輸入，前後輪胎負載比例為輸出，藉由系統鑑別方式來建構一個二階模型，以此模型來預測在未來時間內的前後輪胎負載比例，進而提供時間與負載資訊於控制器，使其提早介入控制車輛而遠離危機。不論是主動式或是被動式車輛安全系統，先前文獻所設計之預測方法都是採用當下時間的車輛動態資訊，以及經驗公式或過於簡化的車輛模型來預測車輛動態行為，這些方法極可能不適用於車輛不穩定情況，尤其是車輛翻覆 (Vehicle Rollover)，車輛翻覆是由許多車輛動態、駕駛行為以及道路角度所造成的，所有這些因素必須同時地被考慮，才能可靠的預測出車輛於未來時間是否翻覆。

1.6 車輛軌跡跟隨系統

先前文獻大多使用「直接橫擺力矩控制策略 (Direct Yaw Moment Control)」來設計車輛軌跡跟隨系統[46]-[50]。直接橫擺力矩控制策略主要是藉由方向盤轉向角度或輪胎驅動／煞車力矩來產生橫擺力矩於車體，進而迫使車輛跟隨參考軌跡。大部分文獻選擇方向盤轉向角度為控制器[49][50]，其原因在於簡單且直接，然而以控制理論的角度來看，若僅採用方向盤轉向角度為控制輸入，車輛動態的制動範圍較為侷限。舉例來說，倘若車輛安全系統設計以方向盤轉向角度為控制輸入時，受控車輛並不容易同時滿足軌跡跟隨與防止翻覆兩種控制目標。相較之下，部分文獻選用輪胎驅動／煞車力矩做為控制輸入[47][48]，其原因主要在於四個輪胎驅動／煞車力矩能夠迫使車輛進入更廣泛的動態變化範圍，然而以目前研究而言，先前文獻大多不是設計四個輪胎力矩，而是選擇單側輪胎力矩或單一輪胎力矩[47][48]，雖然這種設計方式可以簡化控制器設計過程，但是這種簡化設計反而容易限制控制器的性能。

為了運用輪胎力矩來實現直接橫擺力矩控制策略，大部分先前文獻選用階層式架構 (Hierarchical Architecture) 來降低控制器設計的複雜性[51]-[54]，階層式架構主要是將控制策略分階段設計，首先藉由控制策略來決定虛擬控制輸入 (作用於車體的總和力與力矩)，再使用「控制分配 (Control Distribution)」[51]-[54]將虛擬控制輸入分配至四顆輪胎黏著力，最後將輪胎黏著力轉換至輪胎驅動／煞車力矩以達成控制目標。一般而言，這種階層式架構的控制器設計過程大致上會有兩個關鍵議題：(1) 控制分配一般會導致最佳化問題 (Optimization Problem)，並需要利用數值搜尋方法 (Numerical Search Method) 來獲得最佳的四個輪胎力矩。然而利用數值搜尋方法求解所需要的搜尋時間不確定，因此較不適用於即時控制系統[52][55][56]；(2) 一般階層式架構之控制器設計，都是針對架構中的每個階層分別設計控制策略以達到穩定性，然而每一階層的些許誤差或暫態響應可能會危害到其它階層的穩定性，進而使整個控制系統發散，因此階層式架構的控制系統應該要同時考慮所有階層的穩定性，才能夠確保穩定且獲得較佳的車輛控制性能[53]。

Wang 等人[51]提出採用四個輪胎轉向角度與輪胎力矩為控制輸入的車輛安全系統，其控制策略是以階層式架構為基礎，先以順滑模態控制策略來設計相關輪胎黏著力與橫擺力矩，再藉由控制分配以及跟路面摩擦係數相關的權重函數來確保在軌跡控制的過程，以最小的輪胎滑動率與輪胎滑動角來控制車輛，然而此篇文獻不僅沒有提到如何獲得摩擦係數，亦沒有說明如何將四顆輪胎的輪胎滑動率與輪胎滑動角轉換成實際車輛的控制輸入，如同先前所說，當轉換成實際車輛的控制輸入的過程中有所誤差時，很容易影響到上一階層控制策略的穩定性，此外整體階層式架構的穩定性分析並沒有在文獻中詳細地說明。Ono 等人[55]提出採用四個輪胎轉向角度與輪胎力矩為控制輸入的車輛安全系統，其控制策略是以階層式架構為基礎並藉由控制分配來確保在軌跡控制的過程，四顆輪胎能保有最大的抓地力。然而此篇文獻僅著眼於控制分配的最佳化問題，其最佳解透過數值搜尋方法來獲得並證明為全域最佳解，但是關於整體階層式架構的穩定性分析並沒有詳細說明。Mokhiamar 等人[54]提出採用四個輪胎轉向角度與輪胎力矩為控制輸入的車輛安全系統，其控制策略是以階層式架構為基礎並藉由控制分配來確保在軌跡控制的過程，能量損耗最低，也就是最小輪胎轉向角度與輪胎黏著力。其控制分配的最佳解不是利用數值搜尋方法而是透過拉格朗日乘數因子 (Lagrange Multiplier) 來計算出最佳解的解析解 (Analytical Solution)，然而同樣地，

此篇論文在設計控制策略時並沒有考慮如何將輪胎黏著力轉換為實際車輛的控制輸入，例如輪胎力矩或是駕駛者的踩踏油門／煞車力道，因而無法確保整體系統的穩健性。

由先前文獻[5]可以看出當車輛翻覆防止系統採用未來時間的動態資訊時，可以獲得提早介入控制與降低控制輸入的好處。直覺地思考，如果車輛軌跡跟隨系統能夠預先知道未來軌跡相對於車輛將會如何變化時，控制輸入勢必可以事先驅動車輛轉向以便跟隨此未來軌跡的變化，然而甚少研究工作著眼於採用未來時間的動態資訊之車輛軌跡跟隨系統，因此本論文將會利用所建構之車輛動態預測系統來輔助車輛軌跡跟隨系統，並採用數值模擬來展示其好處。

1.7 研究目標

歸納以上文獻回顧，目前研究大致上會遇到下列情況：

- 1) 以車輛動態模型為基礎的車輛系統（車輛動態估測系統、車輛參數鑑定系統與車輛動態預測系統）大多採用簡易車輛模型來簡化設計過程與獲得部分車輛動態與相關車輛參數。然而車輛動態預測系統需要完整的動態資訊與車輛參數才能夠獲得較可靠的預測結果，因此文獻上的許多作法不適用於車輛動態預測系統。
- 2) 先前文獻的車輛動態估測系統大多沒有考慮道路角度的影響。然而因為道路相對於車輛的傾斜角度無法事先獲得，且透過車用感測器會量測到車輛姿態與道路角度所疊合之物理量，再加上道路角度資訊是車輛翻覆的關鍵因素之一，所以道路角度的估測在車輛翻覆預測系統中是必要的。
- 3) 先前文獻設計車輛參數鑑定系統大多直接採用感測系統的量測資訊來獲得相關車輛參數，然而與車輛參數相關的部分車輛動態資訊是無法直接被感測器所量測而得，因此必須先設計估測系統來獲得無法透過感測系統所量測的車輛動態資訊，才能夠鑑定出相關車輛參數。

- 4) 先前文獻設計車輛參數鑑定系統時，大多直接建構車輛模型並鑑定相關車輛參數而沒有分析參數是否可以被所量測獲得的車輛動態資訊鑑定出來，也就是參數觀察性。因此透過參數觀察性才能夠瞭解所建構之車輛模型與量測所獲得的車輛動態資訊可以鑑定車輛參數的數量，以便於後續車輛參數鑑定系統的開發。
- 5) 先前文獻設計階層式架構控制策略時，一般都是針對架構中的每個階層分別設計其控制策略以求達到穩定性，然而每一階層的些許誤差或暫態響應可能會危害其它階層的穩定性，進而使得整個控制系統發散，因此階層式架構的控制系統應該要同時考慮所有階層的穩定性，才能夠確保系統穩定且獲得較佳的車輛控制性能。
- 6) 先前文獻透過非線性最佳化來進行控制分配時，大多選用數值搜尋方法來獲得最佳解，然而數值搜尋方法由於搜尋到最佳解的時間不確定，因而比較不適用於即時控制系統。

本論文的主要目標在於提供車輛動態預測之解決方案，根據車輛動態模型是否已知的情況下，分別提出兩套解決方案：(1) 已知車輛動態模型：假設車輛參數為已知且不受環境因素影響而變化，所以僅需要估測車輛動態與道路角度來進行車輛動態預測。由於車輛動態模型已知，車輛動態估測系統將會使用車輛動態模型與狀態觀察器技術，透過所選用之車輛感測系統（側向加速度感測器、縱向速度感測器、橫擺角度感測器以及四側懸吊系統位移量感測器）來獲得當下時間的車輛動態與道路角度資訊，車輛動態預測系統即可使用這些資訊及車輛模型來獲得在未來時間的車輛動態資訊；(2) 未知車輛動態模型：選用一組車用感測器，且以此感測系統為基礎進行車輛動態估測與道路角度估測；選用一個車輛動態模型，利用所獲得的車輛動態進行車輛模型參數鑑定；再利用上述的車輛動態、車輛模型進行車輛動態預測。所選用之車輛感測系統包括：具有三根天線的全球衛星定位系統、慣性量測單元以及四側懸吊系統位移量感測器。

上述兩套解決方案皆可以獲得在未來時間的車輛動態資訊，此資訊可用於警告駕駛者未來即將發生之車輛翻覆危機，或是提供車輛安全系統在未來時間內的車輛動態資訊以便於判斷控制輸入介入的時機。為了闡釋運用未來車輛動態資訊於車輛安全系

系統的特點，本論文選擇車輛軌跡跟隨系統為範例，此車輛軌跡跟隨系統將會採用階層式架構來設計控制策略；同時運用順滑模態控制策略與非線性最佳化問題來確保整個控制系統的強健穩定性；並透過約束條件選擇出前輪具有驅動／煞車力矩而後輪僅具有煞車力矩，以符合目前市場常見的車輛；而非線性最佳化問題將會達成車輛控制系統的在確保強健穩定下的最低控制輸入；除此之外，本論文將會計算出非線性最佳化問題的解析解，以因應未來即時控制系統的可行性。

1.8 論文架構

本論文分為十章，第一章用以介紹獲得當下時間與未來時間之車輛動態的重要性與相關研究，並指出本論文的研究目標。第二章建立完整車輛模型，用以模擬實際車輛的動態行為。如先前所敘述，本論文提出兩套預測車輛動態的解決方案，第一套解決方案呈現於第三章至第五章，其中第三章介紹新型狀態觀察器－循環式狀態觀察器之設計與穩定性分析，用以簡化狀態觀察器之設計過程並應用於第四章所提出之完整車輛模型為基礎的車輛動態估測系統，接著第五章將會建構車輛動態預測系統，以獲得在未來時間的車輛動態；第二套解決方案呈現於第六章至第八章，其中車輛動態估測系統與車輛模型參數鑑定分別呈現於第六章與第七章，車輛動態估測系統在不需要車輛動態模型的狀況下，透過感測系統來獲得當下時間的車輛動態與道路角度資訊，接著以簡易車輛模型為基礎進行車輛模型的參數鑑定。第八章利用上述之相關車輛參數、車輛動態與道路角度資訊來建構車輛動態預測系統，以便獲得在未來時間內之車輛動態資訊。除此之外，為了闡釋車輛軌跡跟隨系統使用當下時間或未來時間的車輛動態進行回饋控制所造成的性能差異性，第九章將會建構以階層式架構為基礎之車輛軌跡跟隨系統，運用順滑模態控制策略與非線性最佳化問題來分別計算四顆輪胎的輪胎力矩以驅動車輛跟隨預先設計之參考路徑，最後第十章作一總結並提出未來研究方向。

第二章

完整車輛模型

一個具有 20 個系統動態且非線性的完整車輛模型 (Full-state Vehicle Model) 將會用以模擬車輛於不同駕駛行為與道路狀況下的完整動態行為，此車輛模型主要包含兩個部份：懸載質量系統 (Sprung Mass System) 與非懸載質量系統 (Unsprung Mass System)，其中懸載質量系統 (即為車體) 假設為剛體運動 (Rigid Body Motion) 並且參考 Hingwe 博士的論文來獲得數學模型[9]；另外，非懸載質量系統包含方向盤轉向系統、懸吊系統、非線性輪胎模型以及輪胎動態系統。除此之外，本論文亦會將道路角度引入完整車輛模型中，用以描述車輛於斜坡上的動態行為。

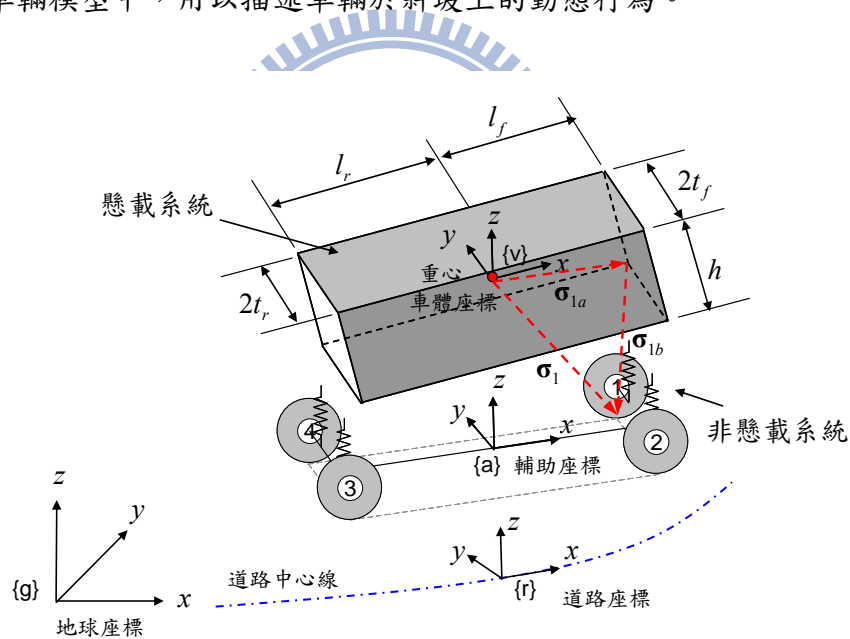


圖 2.1 車輛系統與四個座標系統

2.1 座標系統與尤拉角

如同第一章所定義之座標系統，本論文採用三組尤拉角與三個座標系統來描述車輛運動狀況，然而為了直覺地描述車輛的線性運動，本論文會多選取一個座標系統—

輔助座標 {a}。如圖 2.1 所示，此輔助座標可以用來描述車輛相對於道路座標的動態資訊，其定義為旋轉道路座標的 z 軸直到道路座標的 x 軸對齊於車體座標的 x 軸。

道路角度的定義是地球座標與道路座標之間的角度關係，在本論文中分別定義三個尤拉角 (θ_r, ϕ_r, ψ_r) 為道路坡度角、道路傾斜角與道路彎曲角，然而因為車輛行駛路線由駕駛者決定，駕駛者並不需要沿著道路曲率而轉彎，因此無法從車輛動態而獲得道路彎曲角，因此在本論文中將會假設為零 ($\psi_r = 0$)。

值得注意的是，從方程式 (1.1) 至方程式 (1.3) 可以明顯地看出，任意選擇兩組尤拉角皆能用以描述車輛行駛於道路平面的動態行為，這也表示能夠使用任意兩組尤拉角來描述剩下那組尤拉角，因此三組尤拉角會有一個拘束式：

$$\mathbf{C}_g^v = \mathbf{C}_r^v \mathbf{C}_g^r \quad (2.1)$$

此尤拉角拘束式用來描述九個角度之間的關係，也就是說假如能夠獲得其中六個角度，即可藉由尤拉角拘束式 (2.1) 來計算獲得剩餘三個角度資訊。此尤拉角拘束式將會用在後續的車輛動態估測系統。



2.2 道路狀況對於車輛動態的影響

本論文特別考慮到道路狀況對車輛動態的影響，因為道路的坡道傾斜、爬升角度…皆會造成車輛不穩定而發生車輛翻覆的意外。如圖 2.2 所示，地球重力是唯一作用在車輛上且被固定於地球座標上的外力，當車輛行駛於斜坡時，地球重力不僅影響車體上下移動，還會影響車輛傾斜、前行或後退，意即地球重力將會把道路狀況反映在車輛動態上。車輛動態一般描述在輔助座標上，因此透過用以描述道路狀況的尤拉角，將地球重力描述在輔助座標：

$$\begin{aligned} G_{a,x} &= -g(-\sin \theta_r \cos \psi_v + \cos \theta_r \sin \phi_r \sin \psi_v) \\ G_{a,y} &= -g(\sin \theta_r \sin \psi_v + \cos \theta_r \sin \phi_r \cos \psi_v) \\ G_{a,z} &= -g \cos \theta_r \cos \phi_r \end{aligned} \quad (2.2)$$

其中 g 為地球重力常數， $G_{a,x}, G_{a,y}, G_{a,z}$ 為分別被描述於輔助座標 x, y, z 三軸的地球重力分量，下標 a 表示被描述於輔助座標的物理量。

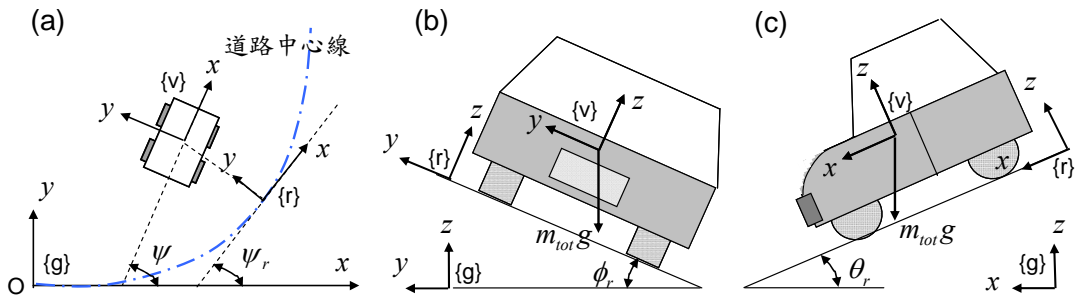


圖 2.2 車輛行駛於斜坡上。(a) 道路彎曲角 ψ_r ，(b) 道路傾斜角 ϕ_r ，(c) 道路坡度角 θ_r 。

2.3 懸載質量系統

懸載質量系統意指於懸吊系統所承載的質量塊，為了方便推導數學模型，懸載質量系統假設為剛體運動，其分別擁有三個線性運動與旋轉運動，以下將會詳細描述。

2.3.1 車輛線性運動

作用於車輛重心的加速度包含線性加速度以及受到旋轉角速度與角加速度的慣性加速度，因此被描述於輔助座標的加速度表示為下式：

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{a}_0 + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \ddot{\mathbf{r}} \\ \mathbf{a} &= [a_{a,x}, a_{a,y}, a_{a,z}]^T \\ \ddot{\mathbf{r}} &= [\ddot{x}_a, \ddot{y}_a, \ddot{z}_a]^T \\ \boldsymbol{\omega} &= [0, 0, \dot{\psi}_v]^T \end{aligned}$$

其中 \mathbf{a} 表示為作用於車輛重心的三軸加速度， \mathbf{a}_0 表示為線性加速度， $\boldsymbol{\omega}$ 表示為道路座標相對於輔助座標的旋轉角速度， \mathbf{r} 表示為道路座標相對於輔助座標的長度。由於本論文所設計的輔助座標與車體座標為一起移動，假設沿著 z 軸旋轉的角加速度相對地小 ($\dot{\psi}_v^2 \approx 0, \ddot{\psi}_v \approx 0$)，因此被描述於輔助座標的加速度可以省略地被表示為下式：

$$\mathbf{a} \approx \ddot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} \quad (2.3)$$

透過牛頓第二定理 (Newton's Second Law)，被描述於輔助座標的車輛線性運動即可被表示為下式：

$$\begin{aligned} m_{tot}(\ddot{x}_a - \dot{y}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{x,tire} + m_{tot} G_{a,x} \\ m_{tot}(\ddot{y}_a + \dot{x}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{y,tire} + m_{tot} G_{a,y} \\ m_{tot} \ddot{z}_a &= \sum F_{z,spring} + m_{tot} G_{a,z} \end{aligned} \quad (2.4)$$

其中 m_{tot} 是車輛總質量， (x_a, y_a, z_a) 分別為被描述於輔助座標的車輛重心三軸之線性位移， $(F_{x,tire}, F_{y,tire}, F_{z,spring})$ 分別為輪胎模型與懸吊系統所產生的力，並作用於車輛重心上。

2.3.2 車輛旋轉運動

本論文所探討的車輛旋轉運動是從道路座標相對於車體座標的旋轉運動，因此作用於車輛重心的角速度可以透過尤拉角表示為：

$$\begin{aligned} \omega_{v,x} &= \dot{\phi}_v - \dot{\psi}_v \sin \theta_v \\ \omega_{v,y} &= \dot{\theta}_v \cos \phi_v + \dot{\psi}_v \cos \theta_v \sin \phi_v \\ \omega_{v,z} &= -\dot{\theta}_v \sin \phi_v + \dot{\psi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v \\ \dot{\omega}_{v,x} &= \ddot{\phi}_v - \ddot{\psi}_v \sin \theta_v - \dot{\psi}_v \dot{\theta}_v \cos \theta_v \\ \dot{\omega}_{v,y} &= \ddot{\theta}_v \cos \phi_v + \ddot{\psi}_v \cos \theta_v \sin \phi_v - \dot{\theta}_v \dot{\phi}_v \sin \phi_v - \dot{\psi}_v \dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v + \dot{\psi}_v \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v \\ \dot{\omega}_{v,z} &= -\ddot{\theta}_v \sin \phi_v + \ddot{\psi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v - \dot{\theta}_v \dot{\phi}_v \cos \phi_v - \dot{\psi}_v \dot{\theta}_v \sin \theta_v \cos \phi_v - \dot{\psi}_v \dot{\phi}_v \cos \theta_v \sin \phi_v \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中 $(\omega_{v,x}, \omega_{v,y}, \omega_{v,z})$ 為車輛重心沿著車體座標三軸旋轉的角速度，且相對於道路座標。

其次，透過尤拉方程式即可表示作用於車輛重心的車輛旋轉運動，如下式：

$$\begin{aligned} M_x &= I_x \dot{\omega}_{v,x} - (I_y - I_z) \omega_{v,y} \omega_{v,z} \\ M_y &= I_y \dot{\omega}_{v,y} - (I_z - I_x) \omega_{v,z} \omega_{v,x} \\ M_z &= I_z \dot{\omega}_{v,z} - (I_x - I_y) \omega_{v,x} \omega_{v,y} \end{aligned} \quad (2.6)$$

其中 (M_x, M_y, M_z) 為作用於車輛重心的三軸外在旋轉力矩， (I_x, I_y, I_z) 為車輛重心的三軸質量慣性矩。將方程式 (2.5) 代入方程式 (2.6)，車輛相對於道路的尤拉角動態即可表示為：

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi}_v - \ddot{\psi}_v \sin \theta_v &= \dot{\psi}_v \dot{\theta}_v \cos \theta_v + \\
&\quad \frac{M_x}{I_x} - \frac{I_z - I_y}{I_x} \left(\dot{\theta}_v \cos \phi_v + \dot{\psi}_v \cos \theta_v \sin \phi_v \right) \left(-\dot{\theta}_v \sin \phi_v + \dot{\psi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v \right) \\
\ddot{\theta}_v \cos \phi_v + \ddot{\psi}_v \cos \theta_v \sin \phi_v &= \dot{\theta}_v \dot{\phi}_v \sin \phi_v + \dot{\psi}_v \dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v - \dot{\psi}_v \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v + \\
&\quad \frac{M_y}{I_y} - \frac{I_x - I_z}{I_y} \left(\dot{\phi}_v - \dot{\psi}_v \sin \theta_v \right) \left(-\dot{\theta}_v \sin \phi_v + \dot{\psi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v \right) \\
-\ddot{\theta}_v \sin \phi_v + \ddot{\psi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v &= \dot{\theta}_v \dot{\phi}_v \cos \phi_v + \dot{\psi}_v \dot{\theta}_v \sin \theta_v \cos \phi_v + \dot{\psi}_v \dot{\phi}_v \cos \theta_v \sin \phi_v + \\
&\quad \frac{M_z}{I_z} - \frac{I_y - I_x}{I_z} \left(\dot{\phi}_v - \dot{\psi}_v \sin \theta_v \right) \left(\dot{\theta}_v \cos \phi_v + \dot{\psi}_v \cos \theta_v \sin \phi_v \right)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

2.3.3 外在旋轉力矩

外在旋轉力矩包含作用於車輛重心的外力及其力臂，其外力主要是由輪胎模型與懸吊系統所產生 $(F_{x,tire}, F_{y,tire}, F_{z,spring})$ ，如方程式 (2.4) 所示，然而該外力是被描述於輔助座標，為了方便計算外在旋轉力矩，必須將其轉換至車體座標：

$$\begin{aligned}
F_{v,x} &= F_{x,tire} \cos \theta_v - F_{z,spring} \sin \theta_v \\
F_{v,y} &= F_{x,tire} \sin \theta_v \sin \phi_v + F_{y,tire} \cos \phi_v + F_{z,spring} \cos \theta_v \sin \phi_v \\
F_{v,z} &= F_{x,tire} \sin \theta_v \cos \phi_v - F_{y,tire} \sin \phi_v + F_{z,spring} \cos \theta_v \cos \phi_v
\end{aligned} \tag{2.8}$$

其中 $F_{v,x}, F_{v,y}, F_{v,z}$ 表示作用於車輛重心的三軸外力，其表示於車體座標上，下標 v 表示被描述於車體座標的物理量。此外透過車輛幾何長度（如圖 2.1 中的 σ_{1a} ）與四端懸載質量系統相對於非懸載質量系統的長度（如圖 2.1 中的 σ_{1b} ），即可獲得外在旋轉力矩的力臂（如圖 2.1 中的 σ_1 ），以左前方輪胎為例：

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \sigma_{1a} + \sigma_{1b} \\
\sigma_{1a} &= [l_f \quad t_f \quad -h/2]^T
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{1b} &= [\sigma_{1c} \sin \theta_v \quad -\sigma_{1c} \cos \theta_v \sin \phi_v \quad -\sigma_{1c} \cos \theta_v \cos \phi_v]^T \\ \sigma_{1c} &= -l_f \sin \theta_v + t_f \cos \theta_v \sin \phi_v - h \cos \theta_v \cos \phi_v / 2 - (Z - z_a)\end{aligned}$$

其中 l_f 為車輛重心到前軸的距離， t_f 為車輛前軸的一半長度， h 為懸載質量系統的高度， Z 為車輛重心相對於路面的初始高度，以上皆為車輛幾何參數。相同地，其他三端長度如下所示：

$$\sigma_2 = \sigma_{2a} + \sigma_{2b} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{2a} &= [l_f \quad -t_f \quad -h/2]^T \\ \sigma_{2b} &= [\sigma_{2c} \sin \theta_v \quad -\sigma_{2c} \cos \theta_v \sin \phi_v \quad -\sigma_{2c} \cos \theta_v \cos \phi_v]^T \\ \sigma_{2c} &= -l_f \sin \theta_v - t_f \cos \theta_v \sin \phi_v - h \cos \theta_v \cos \phi_v / 2 - (Z - z_a)\end{aligned}$$

$$\sigma_3 = \sigma_{3a} + \sigma_{3b} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{3a} &= [-l_r \quad -t_r \quad -h/2]^T \\ \sigma_{3b} &= [\sigma_{3c} \sin \theta_v \quad -\sigma_{3c} \cos \theta_v \sin \phi_v \quad -\sigma_{3c} \cos \theta_v \cos \phi_v]^T \\ \sigma_{3c} &= l_r \sin \theta_v - t_r \cos \theta_v \sin \phi_v - h \cos \theta_v \cos \phi_v / 2 - (Z - z_a)\end{aligned}$$

$$\sigma_4 = \sigma_{4a} + \sigma_{4b} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{4a} &= [-l_r \quad t_r \quad -h/2]^T \\ \sigma_{4b} &= [\sigma_{4c} \sin \theta_v \quad -\sigma_{4c} \cos \theta_v \sin \phi_v \quad -\sigma_{4c} \cos \theta_v \cos \phi_v]^T \\ \sigma_{4c} &= l_r \sin \theta_v + t_r \cos \theta_v \sin \phi_v - h \cos \theta_v \cos \phi_v / 2 - (Z - z_a)\end{aligned}$$

其中 l_r 為車輛重心到後軸的距離， t_r 為車輛後軸的一半長度。因此利用方程式 (2.8) 至方程式 (2.12) 即可計算出外在旋轉力矩：

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1 \sim 4} \sigma_i \times \mathbf{F}_i \quad (2.13)$$

$$\mathbf{M} = [M_x \quad M_y \quad M_z]^T$$

$$\mathbf{F} = [F_{v,x} \quad F_{v,y} \quad F_{v,z}]^T$$

2.4 非懸載質量系統

以車輛結構而言，非懸載質量系統包含底盤、支架軸、以及四個輪胎，其對於車輛模型建構是重要的，而其動態特性可以被分類為下列四項：懸吊系統、非線性輪胎模型、輪胎動態系統以及轉向系統，因此後續章節將會分別討論這四項動態特性。

2.4.1 懸吊系統

為了方便起見，懸吊系統採用質量塊、阻尼與彈簧的簡易系統。大多數的先前文獻假設懸吊系統被操作於線性區。然而在車輛翻覆的情況下，這假設是一嚴重錯誤，例如當車輛即將翻覆時某一側的輪胎抬起，另一側懸吊系統將會被壓縮到達極限。此時被抬起的懸吊系統將會被拉長而與本身的重量達成力平衡，另一側懸吊系統將會承受所有車輛重量且逐漸飽和，由此可見，懸吊系統必須採用非線性彈簧方足以描述車輛翻覆的情形。

$$K_{spring} = C_1 e^{C_2(H_i - C_3)} \quad (2.14)$$

$$H_{a,i} = \begin{cases} H_{a,i}, & \text{for } H_{a,i} \leq -m_{u,i}g / K_{spring} \\ -m_{u,i}g / K_{spring}, & \text{for } H_{a,i} > -m_{u,i}g / K_{spring} \end{cases}$$

其中 K_{spring} 為彈簧彈性係數， C_1, C_2, C_3 為非線性彈簧的設計參數， $m_{u,i}$ 為第 i 側的非懸載質量以及 $H_{a,i}$ 為第 i 側懸吊系統的壓縮長度。當車輛四輪皆在地面上時，其懸吊系統的壓縮長度會跟車輛姿態與車輛重心位移相關，其關係式如下所示：

$$H_{a,1} = -z_a + l_f \sin \theta_v - t_f \cos \theta_v \sin \phi_v \quad (2.15)$$

$$H_{a,2} = -z_a + l_f \sin \theta_v + t_f \cos \theta_v \sin \phi_v$$

$$H_{a,3} = -z_a - l_r \sin \theta_v + t_r \cos \theta_v \sin \phi_v$$

$$H_{a,4} = -z_a - l_r \sin \theta_v - t_r \cos \theta_v \sin \phi_v$$

因此藉由方程式 (2.14) 與 (2.15)，懸吊系統所產生的力即可被計算出來：

$$F_{z,spring,i} = K_{spring} H_{a,i} + D_{damper} \dot{H}_{a,i} + m_{u,i}g \quad (2.16)$$

其中 D_{damper} 為阻尼係數。

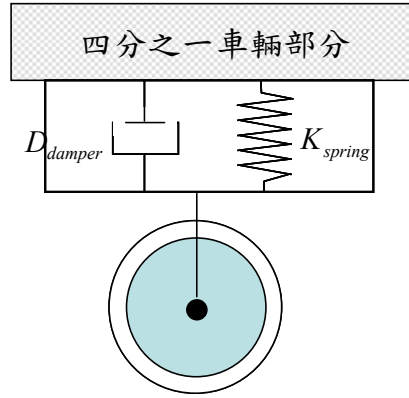


圖 2.3 四分之一車輛的懸吊系統

2.4.2 非線性輪胎模型

本論文所採用的非線性輪胎模型為 1993 年 Pacejka 與 Bakker 所提出的輪胎方程式 (Magic Formula Tire Model) [57][58]，如下所示：

$$\begin{aligned} F_{a,tire} &= D_x \sin\left\{C_x \tan^{-1}\left[B_x \lambda - E_x \left(B_x \lambda - \tan^{-1}(B_x \lambda)\right)\right]\right\} \\ F_{b,tire} &= D_y \sin\left\{C_y \tan^{-1}\left[B_y \alpha - E_y \left(B_y \alpha - \tan^{-1}(B_y \alpha)\right)\right]\right\} \end{aligned} \quad (2.17)$$

其中 $F_{a,tire}$ 為縱向輪胎黏著力， $F_{b,tire}$ 為側向輪胎黏著力， λ 為輪胎滑動率 (Slip Ratio)， α 為輪胎滑動角 (Slip Angle)， B_x, C_x, D_x, E_x 為縱向輪胎模型的设计參數以及 B_y, C_y, D_y, E_y 為側向輪胎模型的设计參數，這八個參數皆會受到車輛負載與路面摩擦力的影響，其關係式必須藉由實驗結果得知。然而在本論文直接採用方凱田博士在其論文中所提出的設計參數 (如表 2.1 與表 2.2)，以便後續車輛動態模擬。因此透過方程式 (2.17)，輪胎所產生的黏著力除了與車輛負載與路面摩擦力相關之外，主要是來自於輪胎滑動率與輪胎滑動角，而輪胎滑動率是定義於輪胎移動速度與輪胎轉動速度的比例，如下所示：

$$\lambda_i = \frac{r_i \omega_i - V_i \cos \alpha_i}{\max\{r_i \omega_i, V_i \cos \alpha_i\}} \quad (2.18)$$

$$V_1 = \sqrt{(\dot{x}_a - t_f \dot{\psi}_v)^2 + (\dot{y}_a + l_f \dot{\psi}_v)^2}$$

$$V_2 = \sqrt{(\dot{x}_a + t_f \dot{\psi}_v)^2 + (\dot{y}_a + l_f \dot{\psi}_v)^2}$$

$$V_3 = \sqrt{(\dot{x}_a + t_r \dot{\psi}_v)^2 + (\dot{y}_a - l_r \dot{\psi}_v)^2}$$

$$V_4 = \sqrt{(\dot{x}_a - t_r \dot{\psi}_v)^2 + (\dot{y}_a - l_r \dot{\psi}_v)^2}$$

其中 ω_i 為第 i 個輪胎的轉動角速度， r_i 為第 i 個輪胎的有效半徑。至於輪胎滑動角是定義於車輛行進方向與輪胎行進方向的夾角，如下所示：

$$\alpha_i = \delta_i - \beta_{w,i} \quad (2.19)$$

$$\beta_{w,1} = \tan^{-1}[(\dot{y}_a + l_f \dot{\psi}_v)/(\dot{x}_a - t_f \dot{\psi}_v)]$$

$$\beta_{w,2} = \tan^{-1}[(\dot{y}_a + l_f \dot{\psi}_v)/(\dot{x}_a + t_f \dot{\psi}_v)]$$

$$\beta_{w,3} = \tan^{-1}[(\dot{y}_a - l_r \dot{\psi}_v)/(\dot{x}_a + t_r \dot{\psi}_v)]$$

$$\beta_{w,4} = \tan^{-1}[(\dot{y}_a - l_r \dot{\psi}_v)/(\dot{x}_a - t_r \dot{\psi}_v)]$$

其中 δ_i 為第 i 個輪胎轉向角度， $\beta_{w,i}$ 為第 i 個輪胎側滑角。

表 2.1 縱向輪胎模型參數[10]

縱向輪胎模型	驅動模式 ($\lambda > 0$)	煞車模式 ($\lambda \leq 0$)
B_x	$22 + (F_{z,spring} - 1940)/645$	$22 + (F_{z,spring} - 1940)/430$
C_x	$1.35 - (F_{z,spring} - 1940)/16125$	$1.35 - (F_{z,spring} - 1940)/16125$
D_x	$2000 + (F_{z,spring} - 1940)/0.956$	$1750 + (F_{z,spring} - 1940)/0.956$
E_x	-3.6	0.1

表 2.2 側向輪胎模型參數[10]

側向輪胎模型	數值
B_y	$10.2 + (5200 - F_{z,spring})/4000$
C_y	$1.26 - (F_{z,spring} - 5200)/32750$
D_y	$-0.0003F_{z,spring}^2 + 1.5096F_{z,spring} - 22.73$
E_y	-1.6

2.4.3 輪胎動態系統

輪胎動態系統包含傳動系統所輸出的驅動力矩、煞車系統所輸出的煞車力矩以及輪胎黏著力所產生的力矩（如圖 2.4 所示），因此藉由方程式 (2.20) 即可連結這些力矩與輪胎角速度：

$$I_{wheel} \dot{\omega}_i = -r_i F_{a,tire,i} - T_{b,i} + T_{m,i} \quad (2.20)$$

其中 I_{wheel} 為輪胎轉動的質量慣性矩， $T_{b,i}$ 為煞車系統所輸出的煞車力矩，且作用於第 i 個輪胎， $T_{m,i}$ 為傳動系統所輸出的驅動力矩，且作用於第 i 個輪胎。

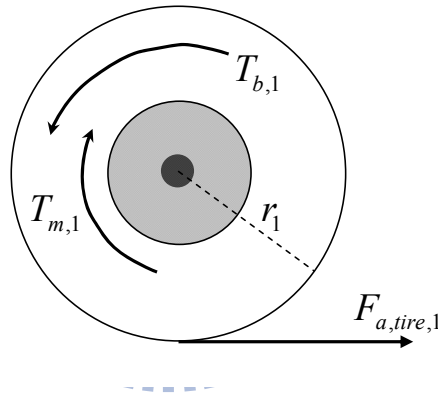


圖 2.4 輪胎動態受到驅動力矩與煞車力矩的影響，以左前方輪胎為例

2.4.4 轉向系統

亞克曼轉向原理[59]是用來確保車輛可以沿著「瞬心」順滑地通過彎道。其做法乃是藉由設計內側輪胎與外側輪胎的轉向角度不同，而使得車輛能夠順滑地通過彎道。以前輪轉向之車輛為例（如圖 2.5 所示），其內側輪胎與外側輪胎的轉向角度關係可以寫為：

$$\cot \delta_{outer} - \cot \delta_{inner} = \frac{2t_f}{l_f + l_r} \quad (2.21)$$

其中 δ_{outer} 為外側輪胎的轉向角度， δ_{inner} 為內側輪胎的轉向角度。假設方向盤轉向角度與輪胎轉向角度的齒輪比值為 18，當駕駛者操作方向盤轉動 δ_{sw} 角度時，可以想像成前方兩輪中間有顆虛擬輪胎且轉動 $\delta_{sw}/18$ 角度，倘若車輛進行左轉彎時，則左前輪為內側輪胎且虛擬輪胎為外側輪胎，右前輪為外側輪胎且虛擬輪胎為內側輪胎，即可分別透過方程式 (2.21) 並計算出前方兩輪的轉向角度，因此輪胎黏著力便可藉由方程式 (2.22) 被轉換座標至輔助座標上 (如圖 2.5 所示)，進而透過方程式 (2.4) 即可計算車輛縱向運動。

$$\begin{aligned} F_{x,tire,i} &= F_{a,tire,i} \cos \delta_i - F_{b,tire,i} \sin \delta_i \\ F_{y,tire,i} &= F_{a,tire,i} \sin \delta_i + F_{b,tire,i} \cos \delta_i \end{aligned} \quad (2.22)$$

其中 δ_i 為第 i 個輪胎的轉向角度，由於本論文僅考慮前輪轉向的車輛，所以後方兩輪的轉向角度皆為零 ($\delta_3 = \delta_4 = 0$)。

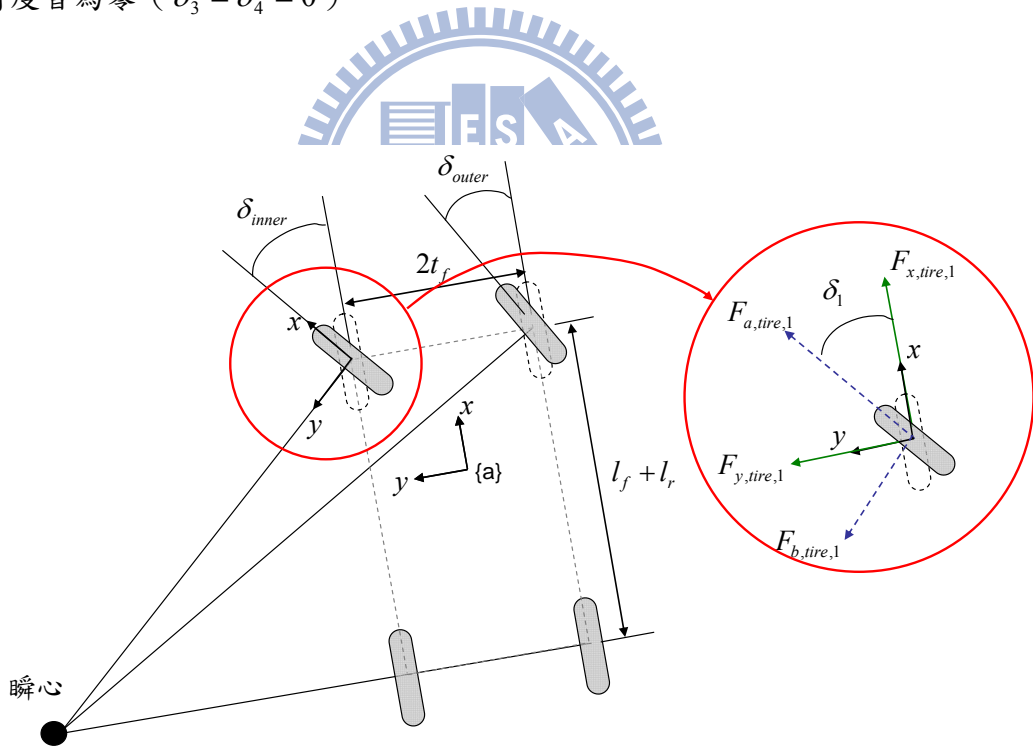


圖 2.5 亞克曼轉向原理

2.5 完整車輛模型之討論

完整車輛模型已經建構完畢，此車輛模型包含懸載質量系統與非懸載質量系統，懸載質量系統為懸吊系統所承載之質量塊，在此假設為剛體運動，而非懸載質量系統為懸吊系統、非線性輪胎模型、輪胎動態系統以及轉向系統。本論文特別設計非線性懸吊系統以描述車輛不穩定情況，如車輛翻覆情況。然而除了考慮懸載質量系統與非懸載質量系統之外，本論文亦將道路狀況引入整個車輛模型中，使得此車輛模型可以模擬車輛行駛於斜坡時的動態變化，其動態包含懸載質量系統的六個自由度（ $x_a, \dot{x}_a, y_a, \dot{y}_a, z_a, \dot{z}_a, \phi_v, \dot{\phi}_v, \theta_v, \dot{\theta}_v, \psi_v, \dot{\psi}_v$ ）、懸吊系統的四個自由度（ $H_{a,1}, H_{a,2}, H_{a,3}, H_{a,4}$ ）、以及輪胎動態系統的四個自由度（ $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ ），共 20 個系統動態。



第三章

循環式狀態觀察器

本章節將會介紹一新發展的狀態觀察器—循環式狀態觀察器，此觀察器是以循環式計算模組為基礎發展而成。循環式計算模組的主要作法是藉由兩個低階系統透過循環式的計算來近似一個高階系統的動態行為。因此透過循環式狀態觀察器之設計，可以藉由兩個低階系統的狀態觀察器來估測一個高階系統的系統動態。本章節除了提出此一循環式觀察器的設計概念外，亦會證明循環式計算模組之穩定性與準確性分析。

3.1 循環式計算模組

循環式計算模組（Switching Computation Scheme）是一套近似於「領域分解法（Domain Decomposition）」的計算方式[60]，其先將一組高階的常微分方程式分成兩組低階的常微分方程式，接著在一個切換循環（Switching Cycle）之內，先計算一組低階常微分方程式的系統狀態，此時另外一組低階常微分方程式的系統狀態被固定為定值，當計算完畢之後，在下一個切換循環之內，兩組常微分方程式再互相轉換其上述運作角色，如圖 3.1 所示。

根據循環式計算模組的設計，一組高階且非線性的常微分方程式被分為兩組低階的常微分方程式，如下所示：

$$\dot{x} = f(x) \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, \bar{x}_2) \\ \dot{x}_2 = f_2(\bar{x}_1, x_2) \end{cases} \quad (3.1)$$

其中 x 為高階常微分方程式 $f(\cdot)$ 的系統狀態向量， x_1, x_2 分別為兩個低階常微分方程式 $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ 的系統狀態向量，且 $(\bar{\cdot})$ 表示在切換循環內為固定的系統狀態。

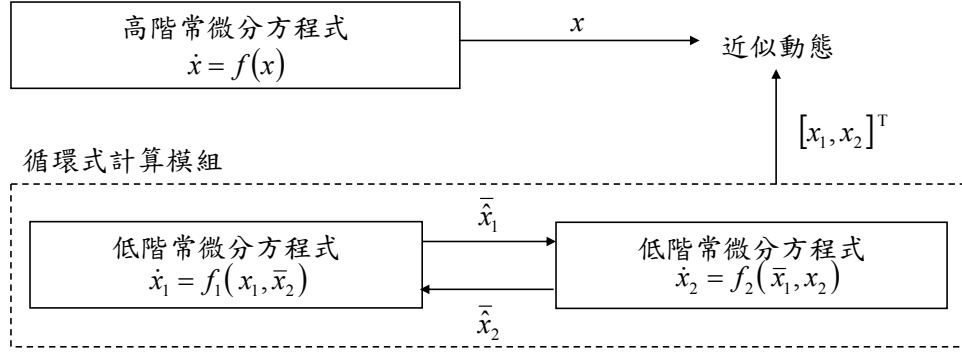


圖 3.1 循環式計算模組之示意圖。

3.2 循環式狀態觀察器

循環式狀態觀察器 (Switching Observer Scheme) 是以循環式計算模組為基礎而建立的，假設高階且非線性之常微分方程式 (見方程式 (3.1)) 是用以描述物理系統的動態方程式，當高階常微分方程式被分離為兩組低階常微分方程式時，我們可以針對此兩組低階常微分方程式來分別設計其狀態觀察器 (State Observer)，如下所示：

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= f_1(\hat{x}_1, \bar{x}_2) + L_1(y_1 - \hat{y}_1) \\ y_1 &= h_1(\hat{x}_1, \bar{x}_2) \end{aligned} \quad (3.2a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_2 &= f_2(\bar{x}_1, \hat{x}_2) + L_2(y_2 - \hat{y}_2) \\ y_2 &= h_2(\bar{x}_1, \hat{x}_2) \end{aligned} \quad (3.2b)$$

其中 y_1, y_2 分別為兩個低階系統的感測器量測輸出， L_1, L_2 分別為兩個低階系統的觀察器增益，且 $(\hat{\cdot})$ 表示為被估測的系統狀態。將循環式計算模組應用於這兩組狀態觀察器，即為本論文所提出之循環式狀態觀察器。如圖 3.2 所示，循環式狀態觀察器的計算方式為先估測一組動態模型的系統狀態，且固定另一組動態模型的系統狀態，當計算完畢之後，在下一個切換循環時，改變其運作角色。

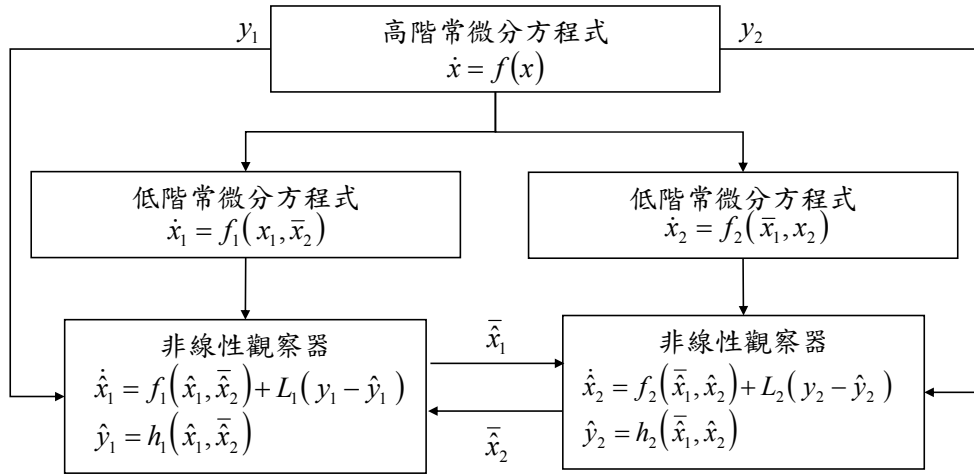


圖 3.2 循環式狀態觀察器之示意圖：先估測一組動態模型的系統狀態，且固定另一組動態模型的系統狀態，當計算完畢之後，在下一個切換循環時，改變其運作角色。

3.3 循環式計算模組的穩定性分析

考慮一個非線性常微分方程式：

$$\dot{x} = f(x(t)) \quad (3.3)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$ ， $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 且為一個連續時間函數， $0 \leq t \leq t_n$ 。上述的常微分方程式可以代表為任何非線性系統於任何有限時間內，藉由切割系統動態於兩組，則上述常微分方程式便可以表示為兩組常微分方程式：

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1(t), x_2(t)) \\ f_2(x_1(t), x_2(t)) \end{bmatrix} = f(x(t)) \quad (3.4)$$

其中 $x_1 \in \mathbb{R}^m$ ， $x_2 \in \mathbb{R}^{n-m}$ ， $f_1: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ 與 $f_2: \mathbb{R}^{n-m} \rightarrow \mathbb{R}^{n-m}$ 為連續時間函數且符合三個條件：（1）One-sided Lipschitz condition[61]，（2）Lipschitz condition[62]，（3）中間值定理（Mean Value Theorem）[63]，此外 One-sided Lipschitz 常數可為正或負[61]。

將方程式（3.4）重新表達為積分式：

$$\begin{aligned}x_{1,n+1} &= x_{1,n} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_1(x_1(t), x_2(t)) dt \\x_{2,n+1} &= x_{2,n} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_2(x_1(t), x_2(t)) dt\end{aligned}\quad (3.5)$$

其中 $x_{i,n}$ 為 $x_i(t)$ 於時間 $t=t_n$ 的數值， $x_{i,n+1}$ 為 $x_i(t)$ 於時間 $t=t_n+\tau$ 的數值， τ 為取樣時間。既然 $x_1(t)$ 與 $x_2(t)$ 皆出現於方程式 (3.5) 的兩條方程式中，因此方程式 (3.5) 無法用來計算狀態數值。

相似於[64]，循環式計算模組擁有兩組作用中以及等待中的常微分方程式，在下一個切換循環之內，兩組常微分方程式將會交換其功能性。相異於[64]，循環式計算模組有不同的方程式切割、切換時間 (Switching Time)、以及在切換循環中的計算方式。切換時間表示為每一個常微分方程式用以計算系統狀態所花費的時間長度，然而為了不失去其一般性，切換時間將會被設計與取樣時間相同。因此藉由上述循環式計算模組，方程式 (3.5) 可已被改寫為：

$$\begin{aligned}\tilde{x}_{1,n+1} &= \tilde{x}_{1,n} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_1(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_{2,n}) dt \\ \tilde{x}_{2,n+1} &= \tilde{x}_{2,n} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_2(\tilde{x}_{1,n+1}, \tilde{x}_2(t)) dt\end{aligned}\quad (3.6)$$

其中 (\sim) 表示為循環式計算模組所獲得的系統狀態。

3.3.1 穩定性分析

利用泰勒展開式於方程式 (3.5) 與方程式 (3.6)，

$$\begin{aligned}x_{1,n+1} &= x_{1,n} + \tau f_1(x_{1,n}, x_{2,n}) + \frac{1}{2} \tau^2 [A_{1,x1,n} f_1(x_{1,n}, x_{2,n}) + A_{1,x2,n} f_1(x_{1,n}, x_{2,n})] + O(\tau^3) \\x_{2,n+1} &= x_{2,n} + \tau f_2(x_{1,n}, x_{2,n}) + \frac{1}{2} \tau^2 [A_{2,x1,n} f_2(x_{1,n}, x_{2,n}) + A_{2,x2,n} f_2(x_{1,n}, x_{2,n})] + O(\tau^3) \\A_{i,x1,n} &= \frac{\partial}{\partial x_1} f_i(x_1(t), x_{2,n}) \Big|_{x_1 = x_{1,n}} \\A_{i,x2,n} &= \frac{\partial}{\partial x_2} f_i(x_{1,n}, x_2(t)) \Big|_{x_2 = x_{2,n}} \quad (i=1, 2)\end{aligned}\quad (3.7)$$

$$\begin{aligned}\tilde{x}_{1,n+1} &= \tilde{x}_{1,n} + \tau f_1(\tilde{x}_{1,n}, \tilde{x}_{2,n}) + O(\tau^2) \\ \tilde{x}_{2,n+1} &= \tilde{x}_{2,n} + \tau f_2(\tilde{x}_{1,n+1}, \tilde{x}_{2,n}) + O(\tau^2)\end{aligned}\quad (3.8)$$

切換誤差 (Switching Error) 被定義為實際系統狀態與利用計算模組所獲得的系統狀態，兩者之間的誤差。因此將方程式 (3.8) 的第一條方程式與方程式 (3.7) 的第一條方程式相減之後，系統狀態 x_1 的切換誤差取其 2-norm 可寫為下式：

$$\|e_{s,1,n+1}\|_2^2 = \|e_{s,1,n}\|_2^2 + 2\tau e_{s,1,n}^\top [f_1(\tilde{x}_{1,n}, \tilde{x}_{2,n}) - f_1(x_{1,n}, x_{2,n})] + O(\tau^2) \quad (3.9)$$

應用 one-sided Lipschitz 條件與 Lipschitz 條件於方程式 (3.9)，則可以找到 one-sided Lipschitz 常數 ($K_1(\tau)$) 與 Lipschitz 常數 ($K_2(\tau)$) 符合下列的不等式：

$$\begin{aligned}\|e_{s,1,n+1}\|_2^2 &\leq \|e_{s,1,n}\|_2^2 + 2\tau K_1(\tau) \|e_{s,1,n}\|_2^2 + 2\tau K_2(\tau) \|e_{s,1,n}\|_2 \|e_{s,2,n}\|_2 + O(\tau^2) \\ &\leq [1 + 2\tau K_1(\tau) + 2\tau K_2(\tau)] \|e_{s,1,n}\|_2^2 + \tau K_2(\tau) \|e_{s,2,n}\|_2^2 + O(\tau^2)\end{aligned}\quad (3.10)$$

相同地，我們也可以獲得另外一個系統狀態的誤差動態：

$$\|e_{s,2,n+1}\|_2^2 \leq [1 + 2\tau K_4(\tau) + 2\tau K_3(\tau)] \|e_{s,2,n}\|_2^2 + \tau K_3(\tau) \|e_{s,1,n}\|_2^2 + O(\tau^2) \quad (3.11)$$

其中 $K_3(\tau)$ 與 $K_4(\tau)$ 分別為相關方程式的 Lipschitz 常數與 one-sided Lipschitz 常數。為了證明切換誤差在循環式計算模組中所累積的誤差大小，將方程式 (3.10) 與方程式 (3.11) 重新排列為矩陣型式：

$$E_{s,n+1} \leq A_n E_{s,n} + D_s \quad (3.12)$$

$$E_{s,n} = \left[\|e_{s,1,n}\|_2^2, \|e_{s,2,n}\|_2^2 \right]^\top$$

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 + \tau K_5(\tau) & \tau K_2(\tau) \\ \tau K_3(\tau) & 1 + \tau K_6(\tau) \end{bmatrix}$$

$$D_n = [O(\tau^2), O(\tau^2)]^\top$$

$$K_5(\tau) = 2K_1(\tau) + K_2(\tau)$$

$$K_6(\tau) = 2K_4(\tau) + K_3(\tau)$$

為了整個系統的穩定性，矩陣 A_n 的全部特徵值必須在單位圓內，而矩陣 A_n 的特徵值可以被寫為下式：

$$\lambda(A_n) = 1 + \frac{1}{2}\tau[K_5(\tau) + K_6(\tau)] \pm \frac{1}{2}\tau\sqrt{(K_5(\tau) - K_6(\tau))^2 + 4K_2(\tau)K_3(\tau)} \quad (3.13)$$

既然 $K_2(\tau)$ 與 $K_3(\tau)$ 皆為 Lipschitz 常數且必須為正，所以從方程式 (3.13) 可以找出特徵值進入單位圓內的必要條件：

$$\begin{cases} K_5(\tau) < 0, & K_6(\tau) < 0 \\ K_5(\tau) \cdot K_6(\tau) > K_2(\tau) \cdot K_3(\tau) \end{cases} \quad (3.14)$$

因為 $K_5(\tau)$ 與 $K_6(\tau)$ 為 one-sided Lipschitz 常數且為負，所以從方程式 (3.12) 可以知道 $K_1(\tau)$ 與 $K_4(\tau)$ 亦必須為負。因此既然方程式 (3.14) 為循環式計算模組穩定性的必要條件，我們可以選擇一個適當的切換時間 (τ) 來確保矩陣 A_n 的全部特徵值於單位圓內，來確保循環式計算模組的穩定性。

上述穩定性分析是適用於一般尚未離散化系統動態的情況下，導致所計算獲得的準則過於狹隘，因此下面章節將會利用顯式尤拉法 (Explicit Euler Method) 來離散化系統動態，並分析其穩定性與準確性。

3.3.2 穩定性與準確性分析－以顯式尤拉法為例

藉由顯式尤拉法來離散化方程式 (3.6)：

$$\begin{aligned} \hat{x}_{1,n+1} &= \hat{x}_{1,n} + \tau f_1(\hat{x}_{1,n}, \hat{x}_{2,n}) + \tau \delta_{1,n} \\ \hat{x}_{2,n+1} &= \hat{x}_{2,n} + \tau f_2(\hat{x}_{1,n+1}, \hat{x}_{2,n}) + \tau \delta_{2,n} \end{aligned} \quad (3.15)$$

其中 $(\hat{\cdot})$ 表示為藉由離散化循環式計算模組所獲得的系統狀態， $\delta_{i,n}$ 表示為計算過程中的干擾，主要來自於數值截斷誤差 (Truncation Error)。藉由定義誤差為 $e_i \equiv \hat{x}_i - x_i$ ，則來自於方程式 (3.7) 與方程式 (3.15) 的誤差動態即可被寫為下式：

$$\begin{aligned}
e_{1,n+1} &= e_{1,n} + \tau \widehat{M}_1 + \tau \delta_{1,n} - O(\tau^2) \\
e_{2,n+1} &= e_{2,n} + \tau \widehat{M}_2 + \tau \delta_{2,n} - O(\tau^2) \\
\widehat{M}_1 &= [f_1(\widehat{x}_{1,n}, \widehat{x}_{2,n}) - f_1(x_{1,n}, x_{2,n})] \\
\widehat{M}_2 &= [f_2(\widehat{x}_{1,n+1}, \widehat{x}_{2,n}) - f_2(x_{1,n}, x_{2,n})]
\end{aligned} \tag{3.16}$$

透過中間值定理於 \widehat{M}_1 與 \widehat{M}_2 ，

$$\begin{aligned}
\widehat{M}_1 &= \widehat{A}_{1,x1,n} e_{1,n} + \widehat{A}_{1,x2,n} e_{2,n} \\
\widehat{M}_2 &= \widehat{A}_{2,x1,n} (\widehat{x}_{1,n+1} - x_{1,n}) + \widehat{A}_{2,x2,n} e_{2,n} \\
\widehat{A}_{i,x1,n} &= \frac{\partial}{\partial x_1} f_i(x_1(t), x_{2,n}) \Big|_{x_1 = ax_{1,n} + (1-a)x_{1,n}} \\
\widehat{A}_{i,x2,n} &= \frac{\partial}{\partial x_2} f_i(x_{1,n}, x_2(t)) \Big|_{x_2 = b\widehat{x}_{2,n} + (1-b)x_{2,n}}, \quad a, b \in (0, 1)
\end{aligned} \tag{3.17}$$

結合方程式 (3.16) 與方程式 (3.17) ，

$$\begin{aligned}
e_{1,n+1} &= e_{1,n} + \tau (\widehat{A}_{1,x1,n} e_{1,n} + \widehat{A}_{1,x2,n} e_{2,n}) + \alpha_{1,n} \\
e_{2,n+1} &= e_{2,n} + \tau (\widehat{A}_{2,x1,n} e_{1,n} + \widehat{A}_{2,x2,n} e_{2,n}) + \alpha_{2,n} \\
\alpha_{1,n} &= \tau \delta_{1,n} - O(\tau^2) \\
\alpha_{2,n} &= \tau \delta_{2,n} - O(\tau^2) + \tau \widehat{A}_{2,x1,n} (\widehat{x}_{1,n+1} - \widehat{x}_{1,n})
\end{aligned} \tag{3.18}$$

相同地，將方程式 (3.18) 整理為矩陣型態：

$$\begin{aligned}
E_{n+1} &= \widehat{A}_n E_n + \widehat{D}_n \\
E_n &= [e_{1,n}, e_{2,n}]^T \\
\widehat{A}_n &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} + \tau A_{1,x1,n} & \tau A_{1,x2,n} \\ \tau A_{2,x1,n} & \mathbf{I} + \tau A_{2,x2,n} \end{bmatrix} \\
\widehat{D}_n &= [\alpha_{1,n}, \alpha_{2,n}]^T
\end{aligned} \tag{3.19}$$

因為偏差值 (\widehat{D}_n) 不會影響誤差動態 (E_n) ，因此我們可以找到一個適當的切換時間 (τ) ，以至於矩陣 (A_n) 的所有特徵值都存在於單位圓內，使得循環式計算模組可以

穩定且獲得其偏差值，且假如在計算過程中，截斷式誤差趨近於零，則循環式計算模組應用於顯式尤拉法的準確性將會正比於切換時間的平方。

3.4 結論

這個章節介紹一個新型狀態觀察器－循環式狀態觀察器，其主要是以循環式計算模組為基礎而建立的。透過循環式狀態觀察器之設計，我們可以簡化一個針對高階且非線性的動態模型所設計之狀態觀察器的數學推導過程。其簡化狀態觀察器設計的成效將在下一章節以實例說明。此外，從本論文所介紹之穩定性分析可以知道應用循環式計算模組的兩組常微分方程式必須滿足穩定性分析之必要條件，才能夠確保透過循環式計算模組的數值運算不會失去其穩定性。本章節最後利用顯示尤拉法來離散化系統動態以分析其穩定性與準確性。



第四章

車輛動態估測系統—車輛模型／參數已知

本章節將會提出一個適用於當車輛動態模型已知之車輛動態估測系統，由於第二章所提出之完整車輛模型為高階且非線性的常微分方程式，其狀態觀察器設計相當繁瑣，且計算量龐大不適合於即時運算，因而藉由第三章所介紹之循環式狀態觀察器來設計完整車輛模型之狀態觀察器，並藉由系統觀察性的分析，來決定如何以最少數量之車輛感測器來獲得目前車輛動態與道路角度資訊。

4.1 道路角度估測之設計

除了估測車輛動態資訊之外，本論文還特別設計道路角度的估測，而兩個道路角度（ θ_r, ϕ_r ）將會被視為系統動態與其他車輛動態一起估測。為了應用狀態觀察器的技術來估測兩個道路角度，兩個道路角度的“動態方程式”（道路角度一般在建築鋪路時就會被決定，並沒有隨著時間變化的動態方程式，然而為了應用於狀態觀察器，在此特地寫為動態方程式）必須在建構狀態觀察器之前獲得，然而除了不容易利用感測器來量測隨著時間變化的道路角度，亦不容易隨意獲得道路地勢的資訊，因此兩個道路角度的變化將會被假設為零，如方程式（4.1）所示。雖然這假設並不適用於一般道路情況，但是這錯誤將可以利用儲存記憶退去法[65][66]（Fading Memory Technique）來抑制，其將會在後續章節討論。

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_r &= 0 \\ \dot{\phi}_r &= 0\end{aligned}\tag{4.1}$$

將上述的兩個系統動態併入第二章所推導的完整車輛模型，即可獲得一個包含道路角度的 22 個系統動態的車輛模型，因此我們可以為此車輛模型來設計狀態觀察器，進而獲得車輛動態資訊及車輛目前行駛的道路角度。

4.2 循環式狀態觀察器

車輛動態估測系統是以上述具有 22 個系統動態的完整車輛模型為基礎而設計的狀態觀察器，然而以擴增卡曼濾波器技術而言[42]，必須手動推導 484 條偏微分方程式（ $22 \times 22 = 484$ ），且針對於每一條輸出方程式至少要推導 22 條偏微分方程式，才能夠決定所選定的感測器是否能夠觀察到所有車輛動態資訊，然而對於工程師而言，這數學工作量容易造成計算錯誤與浪費時間。

本章節利用第三章所提出之循環式狀態觀察器設計原理，對具 22 個動態的完整車輛模型建構一狀態觀察器，其設計過程會將原本高階的動態模型拆成兩個低階子模型，若兩個子模型的階數分別為 11，則所需要的偏微分方程式數目為 242（ $2 \times 11 \times 11 = 242$ ）。可降低一半的數學公式推導及數學矩陣運算量。

4.2.1 車輛橫擺模型與車輛側傾模型

根據第三章所提出之循環式狀態觀察器之設計過程，具有 22 個系統動態的車輛模型必須先被切割為兩組子模型：車輛橫擺模型（Vehicle Yaw Model）與車輛側傾模型（Vehicle Roll Model），其車輛橫擺模型的系統動態為 $x_a, \dot{x}_a, y_a, \dot{y}_a, \psi_v, \dot{\psi}_v, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \theta_r, \phi_r$ ；而車輛側傾模型的系統動態為： $z_a, \dot{z}_a, \phi_v, \dot{\phi}_v, \theta_v, \dot{\theta}_v, H_{a,1}, H_{a,2}, H_{a,3}, H_{a,4}$ 。兩組車輛子模型如下所示：

車輛橫擺模型：

$$\ddot{\psi}_v = \dot{\theta}_v \dot{\phi}_v \sec \theta_v + \dot{\psi}_v \dot{\theta}_v \tan \theta_v + \dot{\omega}_{v,y} \sin \phi_v \sec \theta_v + \dot{\omega}_{v,z} \cos \phi_v \sec \theta_v \quad (4.2a)$$

$$\ddot{x}_a = \dot{y}_a \dot{\psi}_v + \sum F_{x,tire} / m_{tot} + G_{a,x}$$

$$\ddot{y}_a = -\dot{x}_a \dot{\psi}_v + \sum F_{y,tire} / m_{tot} + G_{a,y}$$

$$I_{wheel} \dot{\omega}_i = -r_i F_{a,tire,i} - T_{b,i} + T_{m,i}$$

$$\dot{\theta}_r = 0$$

$$\dot{\phi}_r = 0$$

車輛側傾模型：

$$\ddot{\phi}_v = \ddot{\psi}_v \sin \theta_v + \dot{\psi}_v \dot{\theta}_v \cos \theta_v + \dot{\omega}_{v,x} \quad (4.2b)$$

$$\ddot{\theta}_v = -\dot{\psi}_v \dot{\phi}_v \cos \theta_v + \dot{\omega}_{v,y} \cos \phi_v - \dot{\omega}_{v,z} \sin \phi_v$$

$$\ddot{z}_a = \sum F_{z,spring} / m_{tot} + G_{a,z}$$

$$\dot{H}_{a,1} = -\dot{z}_a + l_f \dot{\theta}_v \cos \theta_v + t_f (\dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v - \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v)$$

$$\dot{H}_{a,2} = -\dot{z}_a + l_f \dot{\theta}_v \cos \theta_v - t_f (\dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v - \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v)$$

$$\dot{H}_{a,3} = -\dot{z}_a - l_r \dot{\theta}_v \cos \theta_v - t_r (\dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v - \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v)$$

$$\dot{H}_{a,4} = -\dot{z}_a - l_r \dot{\theta}_v \cos \theta_v + t_r (\dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v - \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v)$$

值得注意的是上述之系統動態切割並不是唯一組合。藉由第三章所提出之穩定性分析可知，不論完整車輛模型之系統動態如何分配至兩組車輛子模型，只要能夠滿足於穩定性之必要條件皆可成就後續所建立之循環式狀態觀察器。本論文切割兩組車輛子模型的依據除了穩定性條件之外，主要在於系統動態的關連性，例如車輛側傾模型所包含之懸吊系統位移量必須透過車輛側傾運動、俯仰運動以及垂直位移運動來描述，因而選取這些相關系統動態於車輛側傾模型。

4.2.2 狀態觀察器技術

回顧方程式 (3.2a) 與方程式 (3.2b)，針對車輛橫擺模型與車輛側傾模型所設計之狀態觀察器可以被寫為下式：

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= f_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + L_1(y_1 - \hat{y}_1) \\ y_1 &= h_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \end{aligned} \quad (4.3a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_2 &= f_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + L_2(y_2 - \hat{y}_2) \\ y_2 &= h_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \end{aligned} \quad (4.3b)$$

其中 $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ 分別為車輛橫擺模型與車輛側傾模型， x_1, x_2 分別為車輛橫擺模型與車輛側傾模型的系統動態， y_1, y_2 分別為車輛橫擺模型與車輛側傾模型的感測器量測輸出， L_1, L_2 分別為車輛橫擺模型與車輛側傾模型的觀察器增益。因此當針對車輛橫擺模型與

車輛側傾模型所選擇之感測器量測輸出 (y_1, y_2) 能夠滿足上述兩組觀察器的觀察性，即可使用任意觀察器演算法來計算觀察器增益 (L_1, L_2)，以獲得目前時間的車輛動態與道路角度資訊。

4.3 系統觀察性分析

系統狀態的估測成功與否首先取決於系統觀察性，而一個系統的區域觀察性(Local Observability) 可以由觀察性矩陣 (Observability Matrix) 的秩來決定，當觀察性矩陣滿秩時，表示若選擇適當的狀態觀察器，全部的系統狀態都可以被估測出來；反之，當觀察性矩陣沒有滿秩的時候，表示有些系統狀態無法被估測出來。從參考文獻[67]可以知道，非線性系統的觀察性矩陣是由系統輸出方程式及其偏微分方程式組合而成，假設車輛橫擺模型之感測器量測輸出為 \mathbf{Y}_1 且車輛側傾模型之感測器量測輸出為 \mathbf{Y}_2 ，本章節所提出之車輛動態估測系統的觀察性矩陣 (\mathbf{W}_o) 可以寫為下式：

$$\mathbf{W}_o \equiv \nabla \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_1 \\ \dot{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Y}}_1 \\ \ddot{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix}, \dots \end{bmatrix}^T \quad (4.4)$$

4.3.1 車輛感測器的選取

首先必須針對完整車輛模型來選擇適當之感測器輸出，以確保整體系統觀察性，然而根據第二章所提出之完整車輛模型，車輛動態資訊會包含地球重力或是道路角度的資訊，如方程式(2.2)所示，所以假如能夠準確地獲得車輛動態資訊，道路角度即可透過車輛動態資訊來計算而得。所選用的四種感測器分別為側向加速度感測器、縱向速度感測器、橫擺角度感測器、以及四個懸吊系統位移量感測器，其選用的理由可見於後續章節。當這些感測器應用於循環式狀態觀察器時，側向加速度感測器、縱向速度感測器與橫擺角度感測器 (\mathbf{Y}_1) 將會應用於車輛橫擺模型的狀態觀察器；而四側懸吊系統位移量感測器 (\mathbf{Y}_2) 將會應用於車輛側傾模型的狀態觀察器。

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}_1 &= \begin{bmatrix} \ddot{y}_g^{sensor} \\ \dot{x}_a^{sensor} \\ \psi_v^{sensor} \end{bmatrix} \tag{4.5} \\
&= \begin{bmatrix} (\ddot{x}_a - \dot{y}_a \dot{\psi}_v + G_{a,x}) \sin \phi_v \sin \theta_v + (\ddot{y}_a + \dot{x}_a \dot{\psi}_v + G_{a,y}) \cos \phi_v + (\ddot{z}_a + G_{a,z}) \sin \phi_v \cos \theta_v \\ \dot{x}_a \\ \psi_v \end{bmatrix} \\
\mathbf{Y}_2 &= \begin{bmatrix} H_{a,1}^{sensor} \\ H_{a,2}^{sensor} \\ H_{a,3}^{sensor} \\ H_{a,4}^{sensor} \\ H_{a,1}^{sensor} \\ H_{a,2}^{sensor} \\ H_{a,3}^{sensor} \\ H_{a,4}^{sensor} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{a,1} \\ H_{a,2} \\ H_{a,3} \\ H_{a,4} \\ -z_a + l_f \sin \theta_v - t_f \cos \theta_v \sin \phi_v \\ -z_a + l_f \sin \theta_v + t_f \cos \theta_v \sin \phi_v \\ -z_a - l_r \sin \theta_v + t_r \cos \theta_v \sin \phi_v \\ -z_a - l_r \sin \theta_v - t_r \cos \theta_v \sin \phi_v \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

其中 \mathbf{Y}_2 呈現為重複使用感測器資訊的輸出方程式，每個懸吊系統位移量感測器所量測的資訊 ($H_{a,1}^{sensor}$, $H_{a,2}^{sensor}$, $H_{a,3}^{sensor}$, $H_{a,4}^{sensor}$) 皆被使用兩次，這是因為懸吊系統位移量是否為一個多餘動態或是獨立動態將會取決於輪胎是否離開地面[6]，一旦某一顆輪胎已經被判定為離開地面，其將不重複使用其感測器資訊，舉例來說，假如第一顆輪胎已經被判定為離開地面，則 \mathbf{Y}_2 的第五條方程式將會被從觀察器中移除。這種重複使用感測器資訊的方法可以不管輪胎是否離開地面，成功地估測出車輛動態資訊。

4.3.2 道路角度的觀察性分析

由於道路角度 (θ_r, ϕ_r) 是透過地球重力 ($G_{a,x}, G_{a,y}, G_{a,z}$) 來影響車輛動態，如方程式 (2.2) 所示，所以地球重力可以視為道路角度影響車輛動態的“媒介”，當這些媒介可以被正確估測時，道路角度才有機會被正確估測，因此道路角度的觀察性可以從地球重力的觀察性來個別檢測，透過前一章節所選擇之車輛感測器，地球重力的觀察性矩陣可以被寫為下式：

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}_{o,gravity} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{G}_a} \left[\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_1 \\ \dot{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Y}}_1 \\ \ddot{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix} \right]^T \\
&= \begin{bmatrix} 2 \sin \phi_v \sin \theta_v & 2 \cos \phi_v & 2 \sin \phi_v \cos \theta_v \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{8 \times 1} & \mathbf{0}_{8 \times 1} & \mathbf{0}_{8 \times 1} \\ \frac{\partial \dot{y}_g^{sensor}}{\partial \dot{x}_a} & \frac{\partial \dot{y}_g^{sensor}}{\partial \dot{y}_a} & \frac{\partial \dot{y}_g^{sensor}}{\partial \dot{z}_a} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{8 \times 1} & \mathbf{0}_{8 \times 1} & \mathbf{0}_{8 \times 1} \\ \left(\frac{\partial \ddot{x}_a}{\partial \dot{x}_a} + \frac{\partial \dot{y}_a}{\partial \dot{x}_a} \right) \frac{\partial \dot{y}_g^{sensor}}{\partial \dot{x}_a} & \left(\frac{\partial \ddot{x}_a}{\partial \dot{y}_a} + \frac{\partial \dot{y}_a}{\partial \dot{y}_a} \right) \frac{\partial \dot{y}_g^{sensor}}{\partial \dot{y}_a} & \left(\frac{\partial \ddot{x}_a}{\partial \dot{z}_a} + 1 \right) \frac{\partial \dot{y}_g^{sensor}}{\partial \dot{y}_a} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{8 \times 1} & \mathbf{0}_{8 \times 1} & \mathbf{1}_{8 \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.6)
\end{aligned}$$

$$\mathbf{G}_a = [G_{a,x}, G_{a,y}, G_{a,z}]^T$$

從上式可以明顯地看出此觀察性矩陣的秩為三，但是取決於車輛動態資訊，因此假如這些相關的車輛動態資訊都可以準確地被感測器量得或是被狀態觀察器估測時，這三個地球重力分量將會被正確地估測獲得。

由於車輛橫擺角與兩個道路角度僅存在於地球重力的三個分量中，因此使用連鎖率法則(Chain Rule)，即可藉由上述地球重力的觀察性矩陣來分析道路角度的觀察性。

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}_{o,angle} &= \frac{\partial}{\partial \{\theta_r, \phi_r, \psi_v\}} \left[\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_1 \\ \dot{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Y}}_1 \\ \ddot{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix}, \dots \right]^T \\
&= \frac{\partial}{\partial \{\mathbf{G}_a, \dot{\mathbf{G}}_a, \dots\}} \left[\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_1 \\ \dot{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Y}}_1 \\ \ddot{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix}, \dots \right]^T \cdot \mathbf{G} \\
\mathbf{G} &\equiv \frac{\partial}{\partial \{\theta_r, \phi_r, \psi_v\}} [\mathbf{G}_a, \dot{\mathbf{G}}_a, \dots]^T
\end{aligned} \quad (4.7)$$

既然三個地球重力分量是可以被觀察的，因此道路角度的觀察性將會被矩陣 \mathbf{G} 所決定，然而先省略其微分項($[\dot{\mathbf{G}}_a, \dots]$)，其矩陣的秩可以被下式決定：

$$\frac{\partial \mathbf{G}_a}{\partial \{\theta_r, \phi_r, \psi_v\}} = \begin{bmatrix} -g \begin{pmatrix} -\cos \theta_r \cos \psi_v \dots \\ -\sin \theta_r \sin \phi_r \sin \psi_v \end{pmatrix} & -g(\cos \theta_r \cos \phi_r \sin \psi_v) & -g \begin{pmatrix} \sin \theta_r \sin \psi_v \dots \\ +\cos \theta_r \sin \phi_r \cos \psi_v \end{pmatrix} \\ -g \begin{pmatrix} \cos \theta_r \sin \psi_v \dots \\ -\sin \theta_r \sin \phi_r \cos \psi_v \end{pmatrix} & -g(\cos \theta_r \cos \phi_r \cos \psi_v) & -g \begin{pmatrix} \sin \theta_r \cos \psi_v \dots \\ -\cos \theta_r \sin \phi_r \sin \psi_v \end{pmatrix} \\ -g(-\sin \theta_r \cos \phi_r) & -g(-\cos \theta_r \sin \phi_r) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

上面的矩陣可以被證明其秩為二，並且根據參考文獻[68]可以知道，縱使加入其他微分項（ $[\dot{\mathbf{G}}_a, \dots]$ ）於此觀察性矩陣，亦無法增加矩陣 \mathbf{G} 的秩。

既然方程式（4.6）為滿秩且方程式（4.8）為非滿秩，很明顯地三個重力分量可以被準確地估測而得，而兩個道路角度跟車輛橫擺角卻無法被估測得知。因此本論文特別選擇橫擺角度感測器用以補足其觀察性矩陣的資訊，一但車輛橫擺角（ ψ_v ）可以被準確地感測時，上述之偏微分方程式便不需要考慮車輛橫擺角的微分，此時方程式（4.8）的秩仍為二，因此兩個道路角度可以被成功地估測獲得。

4.3.3 車輛動態的觀察性分析

由於車輛動態估測系統是以循環式狀態觀察器為基礎，因此分別地檢驗車輛橫擺模型與車輛側傾模型之系統觀察性，即可確保所有系統動態可以被觀察到。

在檢驗車輛橫擺模型的觀察性矩陣之前，首先確認車輛縱向位移（ x_a ）與車輛側向位移（ y_a ）跟系統輸出方程式（ \mathbf{Y}_1 ）的連結關係：

$$\frac{\partial}{\partial x_a} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \dot{\mathbf{Y}}_1 \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial y_a} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \dot{\mathbf{Y}}_1 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (4.9)$$

從上式可以看出其相關偏微分方程式都為零，所以車輛縱向位移與車輛側向位移都是全域性的不可觀察，而從我們所選擇的車輛感測器（側向加速度感測器、縱向速度感測器與橫擺角度感測器）也可以清楚地看出我們將無法藉由上述感測器獲得位移資訊。

車輛橫擺模型的觀察性矩陣並不容易以解析解的方式來檢驗其是否滿秩，主要是因為此矩陣需要大量的偏微分與常微分方程式，在這種情況下，我們設計一條車輛軌跡利用數值方式來檢驗車輛橫擺模型的觀察性矩陣。模擬結果指出觀察性矩陣的秩為十（系統的階數 12），既然方程式（4.9）中的所有元素皆為零，因此除了車輛縱向位移與車輛側向位移，其他系統動態包含道路角度都是可以觀察到的。

至於車輛側傾模型的觀察性矩陣可以被寫為下式：

$$\mathbf{W}_{o,roll} = \nabla \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_2 \\ \dot{\mathbf{Y}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 6} & \mathbf{I}_{4 \times 4} \\ \mathbf{A}_{12 \times 6} & \mathbf{0}_{12 \times 4} \end{bmatrix}_{16 \times 10} \quad (4.10)$$

其中 \mathbf{I} 為單位矩陣。上式中的左下方矩陣 \mathbf{A} 可以被證明除了車輛俯仰角 (θ_v) 為 90 度的情況之外，其秩皆為六，因此車輛側傾模型的所有系統動態除了當車輛俯仰角為 90 度的情況之外，其餘狀況皆為可觀察。除此之外，先前有提過當輪胎抬離地面時，其相關側的懸吊系統位移量在輸出方程式（4.5）中會被移除，然而從方程式（4.10）中可以看出，一旦兩個輪胎抬離地面時，也就是兩個懸吊系統位移量被移除於輸出方程式時，此觀察性矩陣的秩依舊為十，此現象代表懸吊系統位移量僅需要兩個即可，然而我們無法事先知道哪一個輪胎將會抬離地面，因此我們依然分別為四個懸吊系統設置一位移量感測器。

從上述討論中，我們證明了除了車輛縱向位移與車輛側向位移外，其餘的車輛動態資訊皆可以被估測得知，還證明兩個道路角度可以藉由橫擺角度感測器的輔助而被估測而得知。

4.4 觀察器演算法

本論文採用擴增卡曼濾波器為觀察器演算法，主要是因為它可應用於非線性系統且有效地抑制感測器雜訊，然而擴增卡曼濾波器並不一定能夠獲得正確的系統狀態數值[42]，此時我們可以採用遞迴式擴增卡曼濾波器（Iterative Extended Kalman Filter）以確保估測系統的穩定性且抑制感測器雜訊。

如先前所提到，固定道路角度的假設將會造成模型建構錯誤，如方程式 (3.1) 所示。一般而言，模型建構錯誤在卡曼濾波器中有兩種處理方式：(1) 增大系統雜訊的斜方差矩陣以便於讓觀察器相信於感測器端較多於模型端[42]；(2) 使用儲存記憶退去法以便於讓觀察器相信目前感測器量測資訊較多於先前資訊[65][66]。在本論文中，將會採用擴增卡曼濾波器搭配儲存記憶退去法來設計觀察器，其詳細公式見於附錄 A。

4.5 數值模擬與討論

本章節將會利用 MATLAB 數學軟體來驗證之前所提出的車輛動態估測與預測系統的可行性。在後續的模擬情況中，駕駛者操作車輛的初始速度為每小時 90 公里並且在第四秒後開始轉彎（方向盤角度變化如圖 4.1 所示），根據三種不同的預設道路情況，來驗證車輛動態估測系統與預測系統：(1) 車輛行駛於平地上；(2) 車輛行駛於固定道路角度的道路平面；(3) 車輛行駛於隨時間變化的道路平面。模擬結果呈現於圖 4.2 至圖 4.7，圖中藍色虛線為完整車輛模型所輸出的動態或是所預設的道路情況，其代表實際車輛動態；綠色鏈線表示為感測器輸出；紅色實線表示為動態估測系統的輸出。除此之外，車輛動態估測系統所使用的取樣時間為 1ms，而且感測系統的雜訊規格如表 4.1 所示。

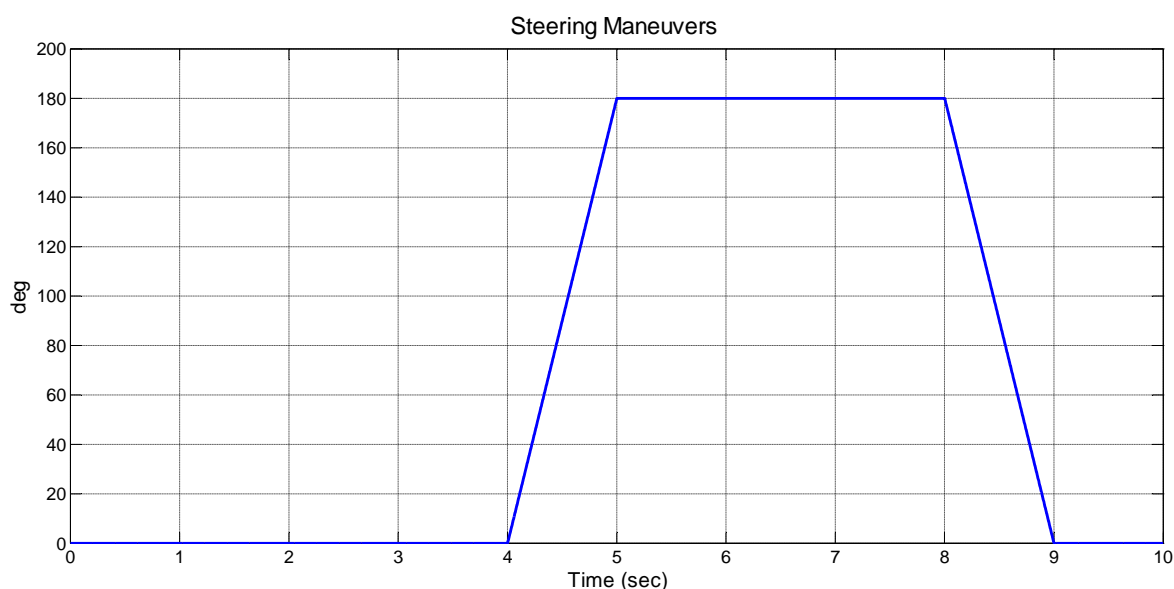


圖 4.1 駕駛者行為之方向盤角度

表 4.1 感測系統之雜訊規格

感測器名稱	雜訊標準差
側向加速度感測器	0.02 m/s ²
縱向速度感測器	0.05 m/s
橫擺角度感測器	0.4 deg
懸吊系統位移量感測器	0.001 m

4.5.1 模擬例一：車輛行駛於水平路面

水平路面是指兩個道路角度皆為零的道路 ($\phi_r = 0, \theta_r = 0$)，車輛動態與道路角度的模擬結果將會分別呈現於圖 4.2 與圖 4.3。從圖中可以知道，其模擬結果與先前觀察性分析一樣，除了車輛縱向位移與車輛側向位移之外，完整車輛模型中的 18 個車輛動態與兩個道路角度可以被正確估測獲得，其中車輛姿態之估測精度（在此定義為估測訊號與實際訊號的誤差標準差）皆小於 0.41 deg 且道路角度之皆小於 0.45 deg。

4.5.2 模擬例二：車輛行駛於固定道路角度的道路平面

本例子為車輛行駛於固定道路角度的道路平面，其兩個道路角度分別被設計為-10 度與 10 度 ($\phi_r = -10 \text{ deg}, \theta_r = 10 \text{ deg}$)，此例子與例一僅相異於道路角度。車輛動態與道路角度的模擬結果將會分別呈現於圖 4.4 與圖 4.5，從圖中可以發現車輛受到道路角度的影響而發生車輛翻覆事件，但是車輛動態估測系統依舊可以準確地獲得車輛動態與道路角度資訊，車輛姿態之估測精度皆小於 0.5 deg 且道路角度之估測精度皆小於 3.59 deg。從模擬例一與例二可以發現，在相同的駕駛者行為之下，車輛會因為道路角度的影響而發生車輛翻覆事件，因而如果車輛動態估測系統沒有考量道路角度，極容易造成錯誤估測及提供錯誤資訊給後續的車輛安全系統。

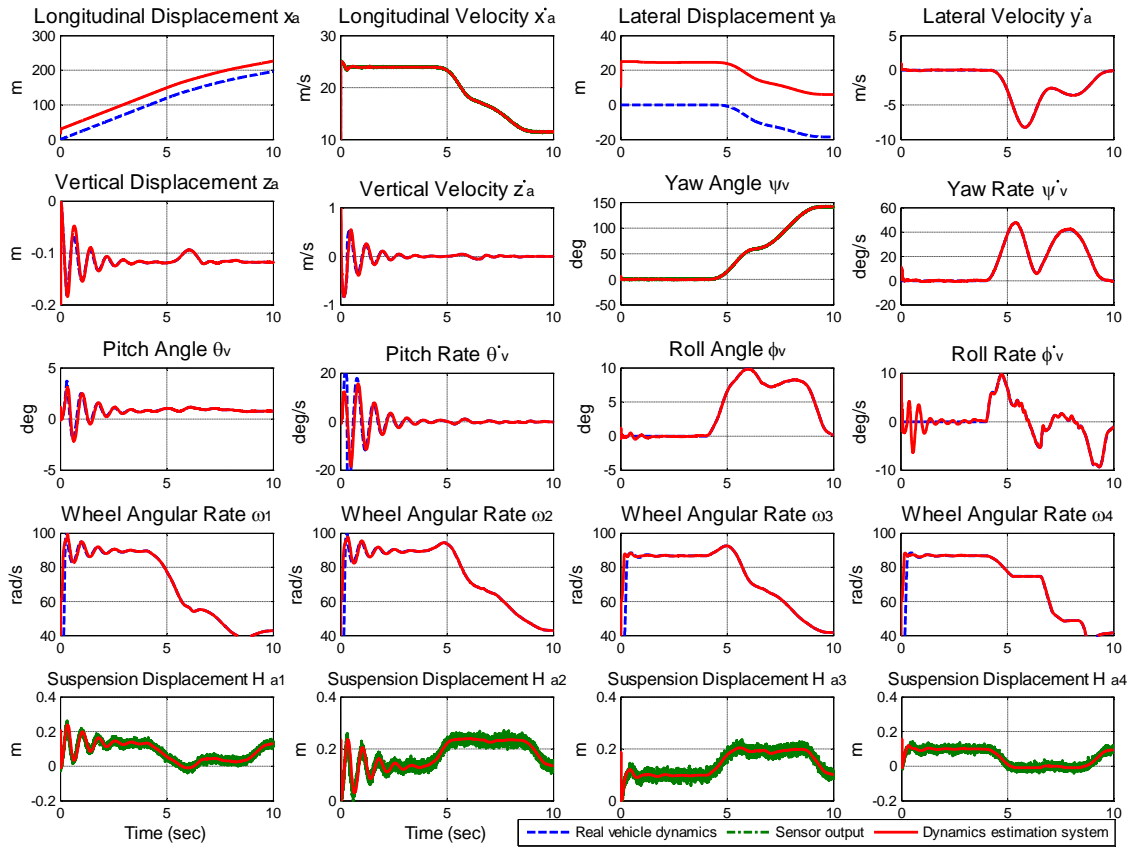


圖 4.2 例一之完整車輛模型以及車輛動態估測系統的輸出比較

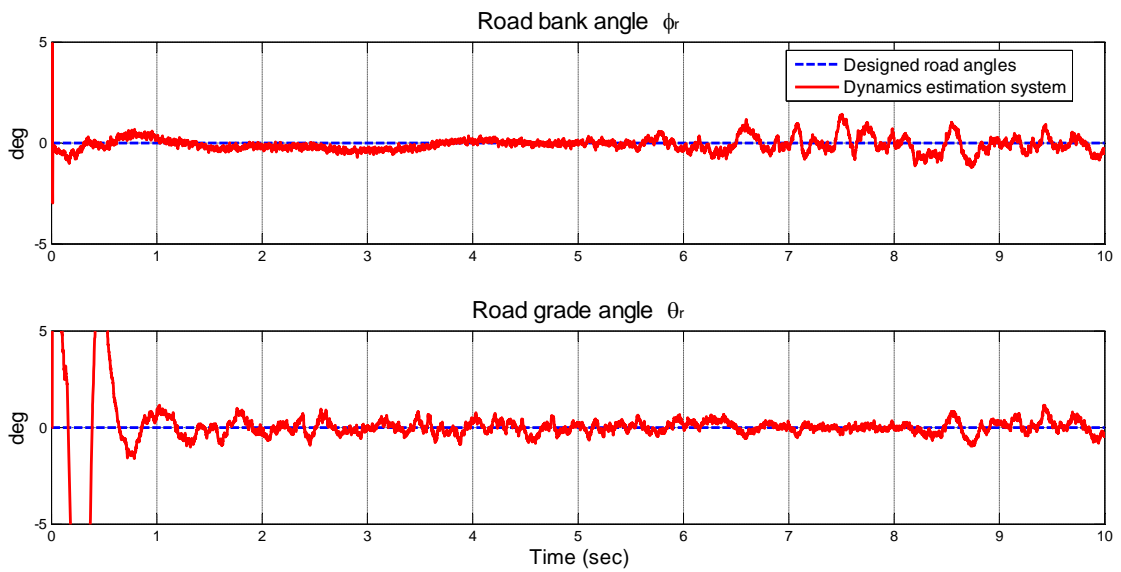


圖 4.3 例一之所預設的道路角度以及車輛動態估測系統的輸出比較

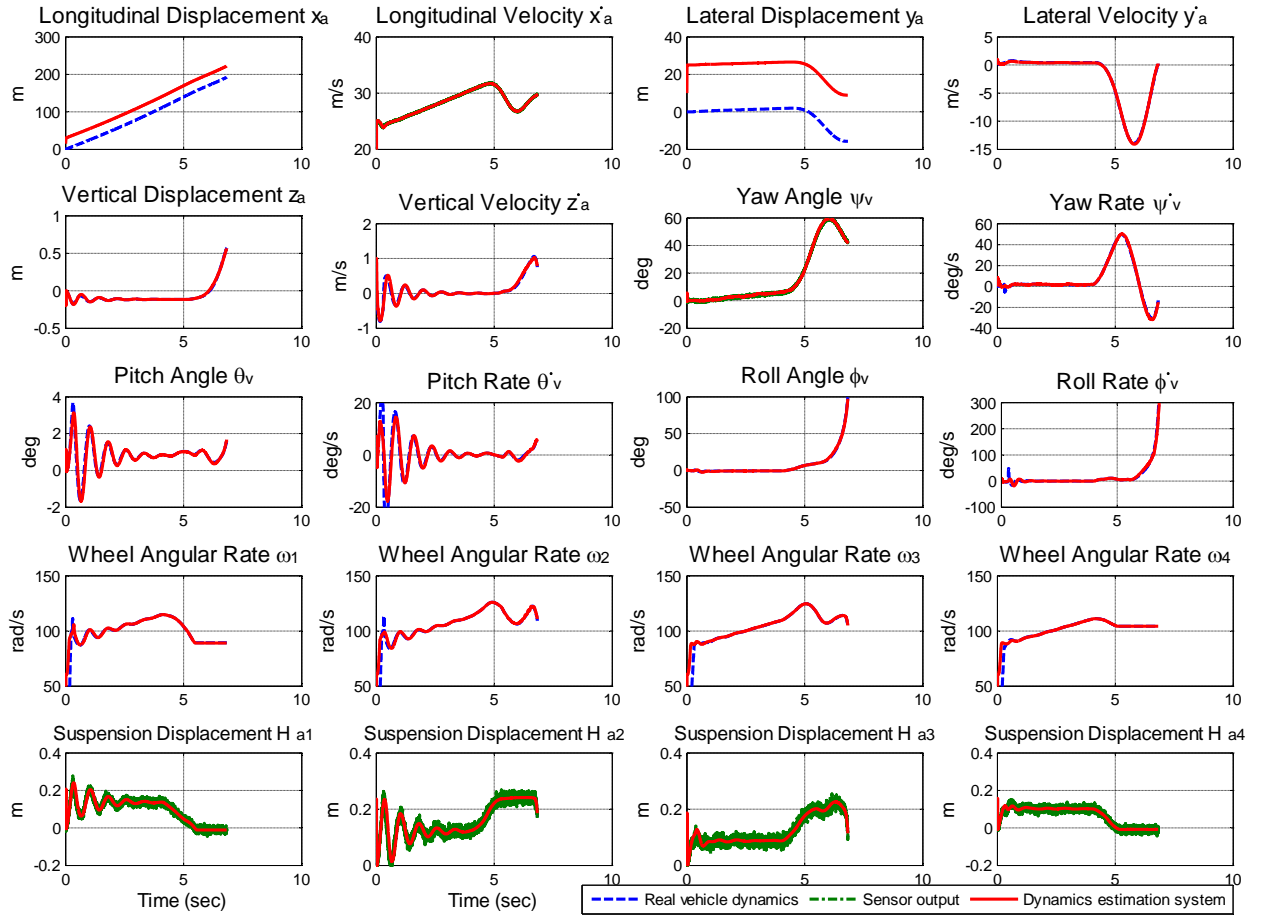


圖 4.4 例二之完整車輛模型以及車輛動態估測系統的輸出比較，駕駛情況與例一不同的是道路情況，進而造成車輛於 6.8 秒發生車輛翻覆事件。

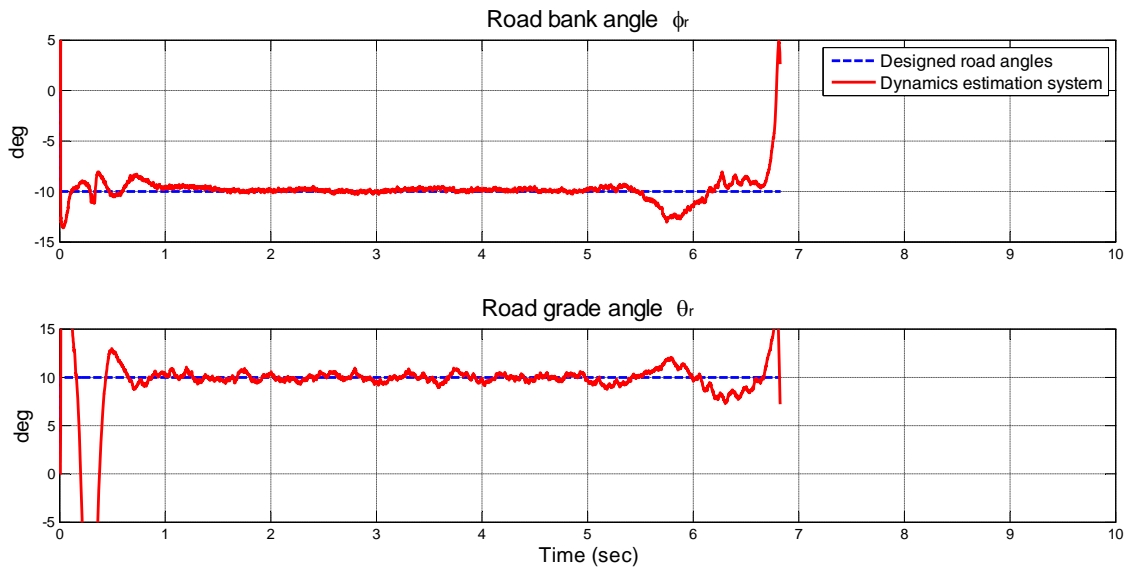


圖 4.5 例二之所預設的道路角度以及車輛動態估測系統的輸出比較

4.5.3 模擬例三：車輛行駛於隨時間變化的道路平面

本例子為車輛行駛於隨時間變化的道路平面，其兩個道路角度分別設計為時間相關的弦波函數（ $\phi_r = -10\sin(2\pi \times 0.25t)\text{deg}$, $\theta_r = 10\sin(2\pi \times 0.25t)\text{deg}$ ），此例與前兩個例子僅相異於道路角度的變化。從圖 4.6 與圖 4.7 可以發現雖然道路角度會跟隨著時間發生變化，但是車輛動態估測系統依舊可以獲得車輛動態與道路角度資訊，車輛姿態之估測精度皆小於 0.28 deg 且道路角度之估測精度皆小於 0.99 deg。

從上面三個例子可以知道所設計的循環式觀察器的車輛動態估測系統，可以成功的在車輛翻覆及未翻覆的狀況下獲得在目前時間的車輛動態資訊，亦可以獲得相對於車輛的道路角度資訊。

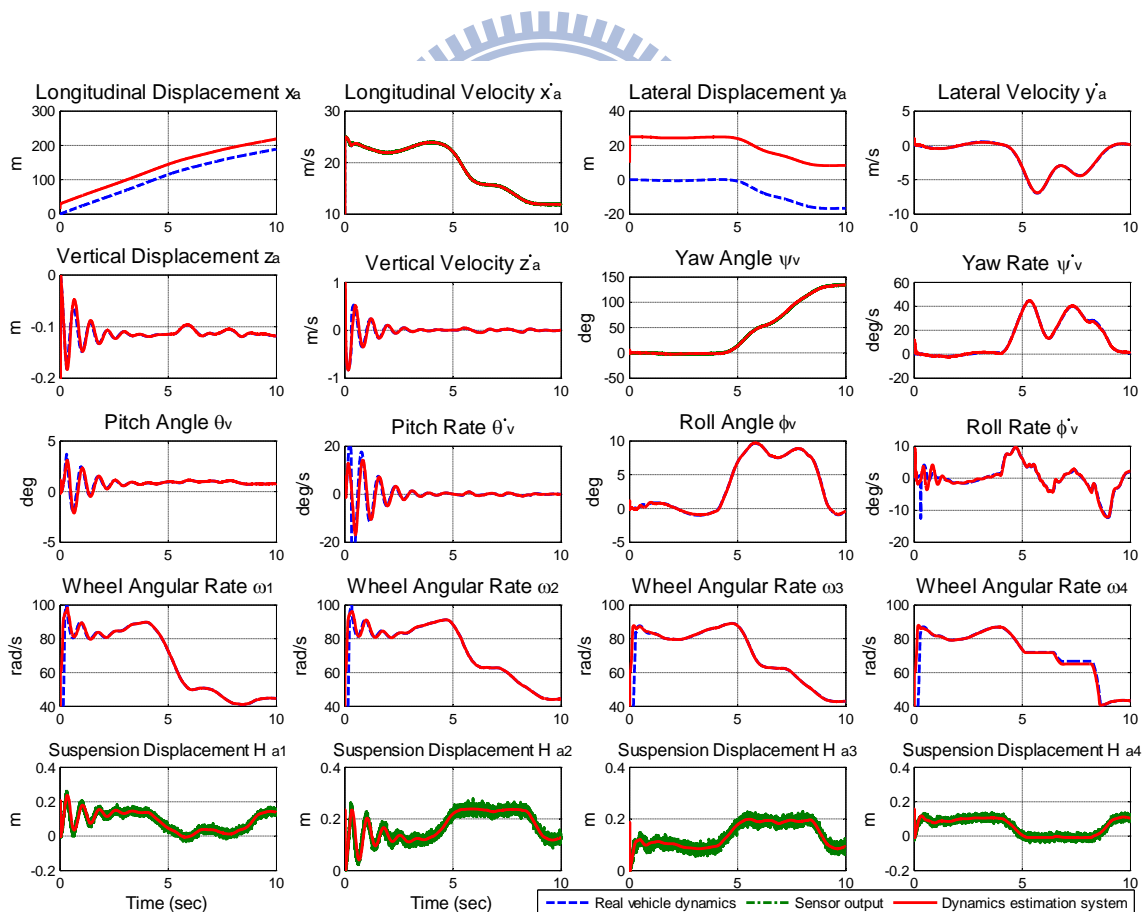


圖 4.6 例三之完整車輛模型以及車輛動態估測系統的輸出比較，駕駛情況與例一不同的是道路情況，用以說明當道路角度隨時間變化時，車輛動態估測系統依舊不會發散。

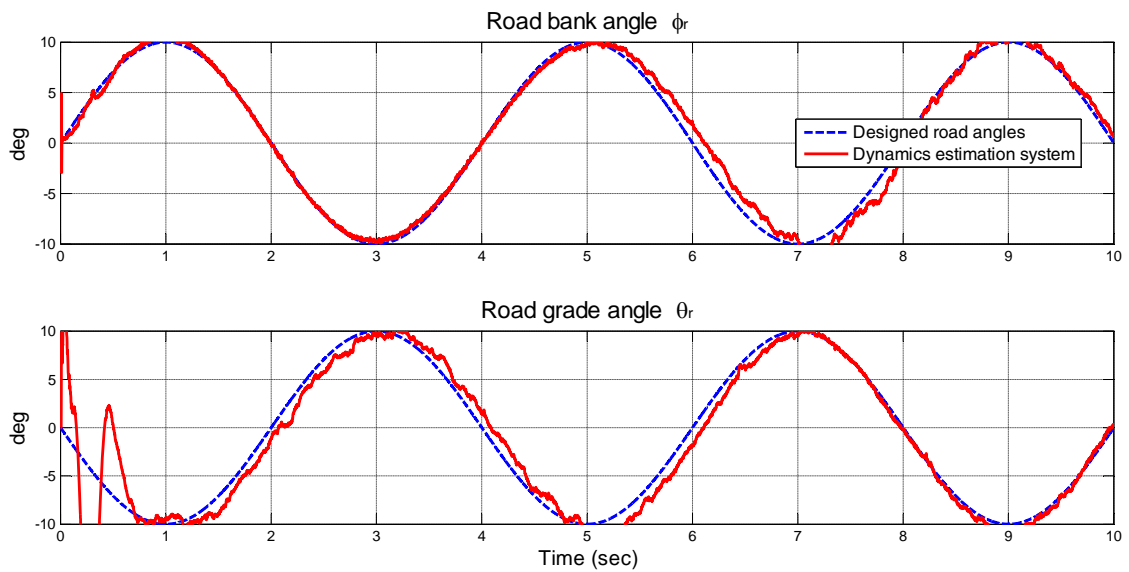


圖 4.7 例三之所預設的道路角度以及車輛動態估測系統的輸出比較

4.6 結論

這個章節介紹車輛動態估測系統可以獲得目前時間的車輛動態與道路角度資訊，其主要概念是以完整車輛模型為基礎的狀態觀察器技術，僅需要採用四種車輛感測器（側向加速度感測器、縱向速度感測器、橫擺角度感測器與四側懸吊系統位移量感測器）即可成功地估測完整車輛模型的系統動態，然而完整車輛模型是一組高階且非線性的常微分方程式，不容易為其設計相關狀態觀察器，所以本章節利用第三章所提出之循環式狀態觀察器技術來簡化設計狀態觀察器所需之數學推導工作，並且從觀察性分析與模擬結果都可以知道本章節所建立之車輛動態估測系統不論是在輪胎是否抬離地面的狀況下（至多兩個輪胎離地），除了車輛縱向位移與車輛側向位移之外，都可以成功地獲得其餘車輛動態與道路角度資訊，車輛姿態的估測精度皆小於 0.5 deg 以及道路角度的誤差標準差皆小於 3.59 deg。

第五章

車輛動態預測系統—車輛模型／參數已知

本章節將會設計一個車輛動態預測系統，藉由車輛動態估測系統所獲得的車動態資訊與車輛動態模型（在此使用完整車輛模型），來獲得在未來時間的車輛動態資訊。

5.1 車輛動態預測系統之概念闡述

考慮一個線性系統：

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (5.1)$$

其中 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 為系統狀態； $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ 為系統輸入； \mathbf{A} 與 \mathbf{B} 分別為系統矩陣與輸入矩陣。上述之線性系統的解析解可以寫為：

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (5.2)$$

其中 $\mathbf{x}(t)$ 表示為系統狀態 \mathbf{x} 在時間 t 的狀態數值； $\mathbf{u}(t)$ 表示為系統輸入 \mathbf{u} 在時間 t 的輸入數值； t_0 表示為初始時間。從方程式 (5.2) 可知，倘若下列項目皆為已知的時候：系統矩陣 \mathbf{A} 、輸入矩陣 \mathbf{B} 、系統輸入 $\mathbf{u}(t)$ 、以及系統狀態 \mathbf{x} 在初始時間 t_0 的狀態數值，即可透過用來描述系統狀態的常微分方程式來計算出系統狀態在任一時間的狀態數值，甚至是在未來時間的狀態數值。

承上述概念，藉由本論文所提出的完整車輛模型，即可獲得一個能夠描述車輛動態的數學模型（也就是系統矩陣與輸入矩陣為已知）；藉由本論文所提出的車輛動態估測系統，即可獲得目前時間的車輛動態資訊（也就是系統狀態在初始時間的狀態數值為已知）；藉由感測器的配置，即可獲得駕駛者的操控資訊，如方向盤角度、踩踏油門／煞車之力道（也就是系統輸入為已知），因此透過完整車輛模型即可預測出在未來時間內的車輛動態資訊。

回顧在第二章所提出之完整車輛模型，其如下所示：

$$\begin{aligned}
m_{tot}(\ddot{x}_a - \dot{y}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{x,tire} + m_{tot} G_{a,x} \\
m_{tot}(\ddot{y}_a + \dot{x}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{y,tire} + m_{tot} G_{a,y} \\
m_{tot} \ddot{z}_a &= \sum F_{z,spring} + m_{tot} G_{a,z} \\
I_x \dot{\omega}_{v,x} &= (I_y - I_z) \omega_{v,y} \omega_{v,z} + M_x \\
I_y \dot{\omega}_{v,y} &= (I_z - I_x) \omega_{v,z} \omega_{v,x} + M_y \\
I_z \dot{\omega}_{v,z} &= (I_x - I_y) \omega_{v,x} \omega_{v,y} + M_z \\
I_{wheel} \dot{\omega}_i &= -r_i F_{a,tire,i} - T_{b,i} + T_{m,i} \quad (i=1 \sim 4) \\
\dot{H}_{a,1} &= -\dot{z}_a + l_f \dot{\theta}_v \cos \theta_v + t_f (\dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v - \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v) \\
\dot{H}_{a,2} &= -\dot{z}_a + l_f \dot{\theta}_v \cos \theta_v - t_f (\dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v - \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v) \\
\dot{H}_{a,3} &= -\dot{z}_a - l_r \dot{\theta}_v \cos \theta_v - t_r (\dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v - \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v) \\
\dot{H}_{a,4} &= -\dot{z}_a - l_r \dot{\theta}_v \cos \theta_v + t_r (\dot{\theta}_v \sin \theta_v \sin \phi_v - \dot{\phi}_v \cos \theta_v \cos \phi_v)
\end{aligned} \tag{5.3}$$

從上式可以知道，完整車輛模型為非線性系統，並不容易獲得其解析解，所以車輛動態預測系統將會採用數值方法來獲得完整車輛模型之數值解，以預測在未來時間內的車輛動態資訊。

數值方法主要是將非線性系統離散化進而獲得下一時間點的近似解，當所選用之數值方法的階數越高時，其所獲得之近似解的誤差越小，常見的數值方法有：尤拉法（Euler Method）、梯形法（Trapezoidal Method）、泰勒級數解法（Taylor Series Method）、龍格-庫塔法（Runge-Kutta Method）等，其詳細介紹可見於[69]。為了方便起見，本論文所採用的數值方法為龍格-庫塔法，以MATLAB數學軟體的ode45.m來實現。

5.2 車輛動態預測系統之流程

車輛動態預測系統在此建構完畢，其流程可見於圖 5.1，藉由車輛動態估測系統所獲得的車輛動態資訊與完整車輛模型，運用數值方法來預測在未來時間的車輛動態資訊。

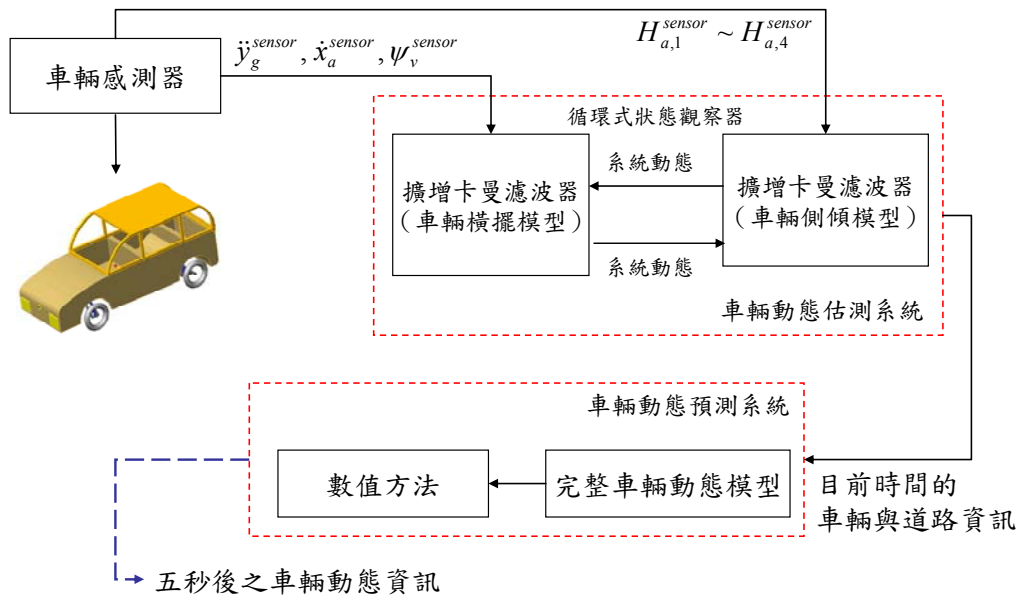


圖 5.1 車輛動態預測系統之流程圖

5.3 數值模擬與討論

本章節所設計之模擬情況將會與第四章的模擬例一與例二相同，透過兩種不同的道路角度所造成之動態行為，進而分別驗證車輛動態預測系統的可行性。

本論文所提出之預測狀況是指在駕駛行為固定且道路角度固定的情況下，車輛動態在未來時間的變化情形，因此車輛動態預測系統的開啟時機會故意設計在模擬時間為 6 秒的時候，其主要原因是駕駛者在第 5 秒到第 8 秒時都是固定方向盤角度（見圖 5.2），以第 6 秒的瞬間而言，從第 6 秒到第 8 秒的車輛動態變化可以被視為駕駛者在第 6 秒所固定方向盤角度於未來時間內的車輛動態變化，進而用以檢驗在第 6 秒所啟動的車輛動態預測系統。其模擬結果將會被展示於圖 5.3 至圖 5.4，圖中藍色虛線為完整車輛模型所輸出的動態，其代表在未來時間的實際車輛動態；紅色實線表示為車輛動態預測系統的輸出。除此之外，車輛動態預測系統所運用之數值方法，其採用的取樣時間為 1ms。

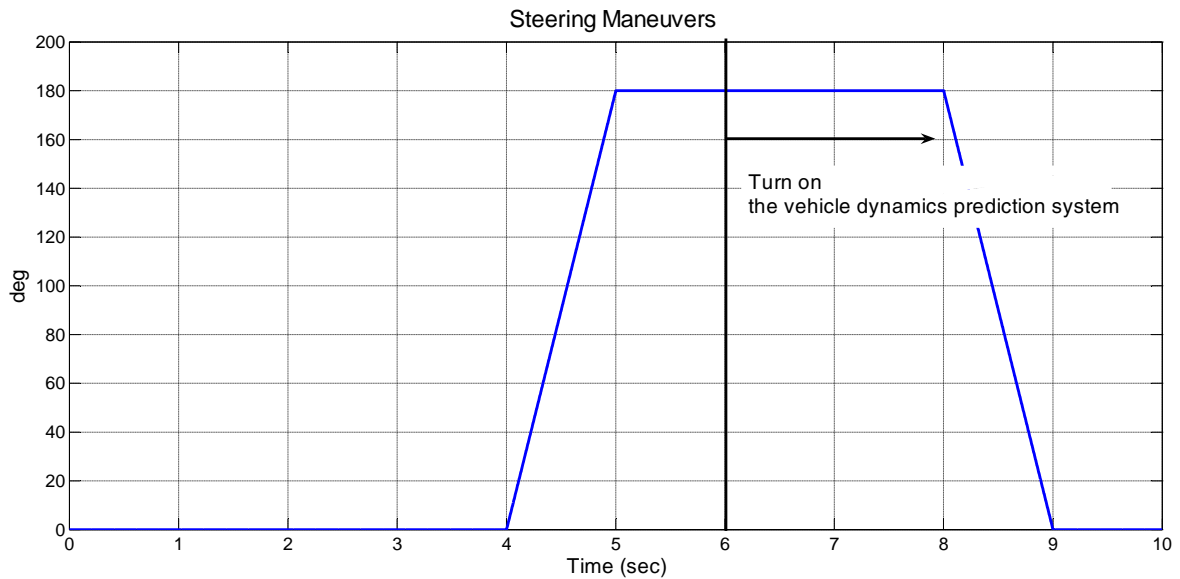


圖 5.2 駕駛者行為之方向盤角度（與第四章的模擬情況相同）

5.3.1 模擬例一：車輛行駛於水平路面

本例子為車輛行駛於道路平面，車輛動態的模擬結果會被呈現於圖 5.3，從圖中可以看出車輛動態預測系統可以準確地預測未來車輛動態變化，然而當第 8 秒之後，因為駕駛者改變方向盤角度，車輛動態預測系統無法預測駕駛者的駕駛行為，因此 8 秒之後預測系統與實際動態開始不同。在 6 秒至 8 秒中，車輛動態預測系統的相對誤差¹（不包含車輛縱向位移與車輛側向位移）平均為 0.21%。

¹相對誤差是指車輛動態系統所估測之車輛動態與完整車輛動態模型所輸出之實際車輛動態的相對誤差，其計算公式為（所估測之車輛動態/實際車輛動態 - 1） [70]。

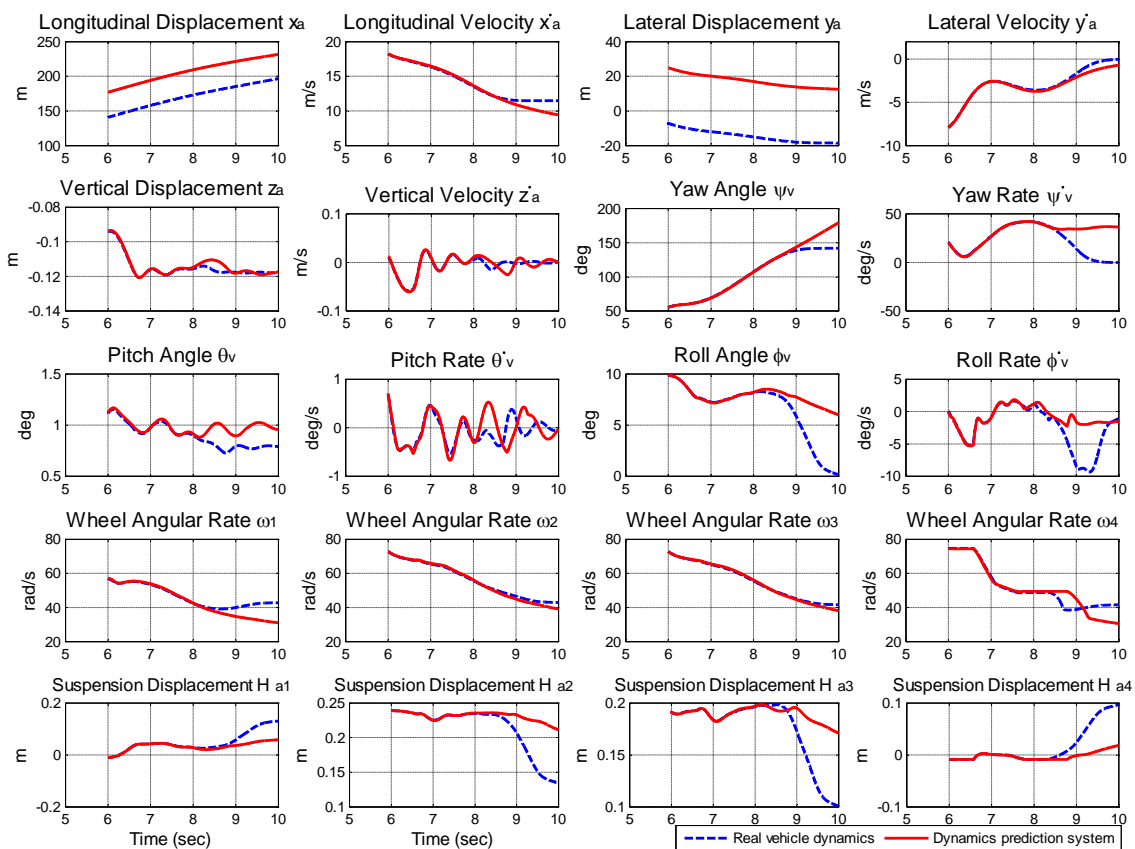


圖 5.3 例一之完整車輛模型與車輛動態預測系統的輸出比較

5.3.2 模擬例二：車輛行駛於固定道路角度的道路平面

在本例中，兩個道路角度分別被設計為-10度與10度（ $\phi_r = -10 \text{ deg}, \theta_r = 10 \text{ deg}$ ），車輛動態的模擬結果會被呈現於圖 5.4，從圖中可以看出即使道路角度傾斜於固定角度，車輛動態預測系統仍然可以準確地預測車輛翻覆的現象，其車輛動態預測系統的相對誤差（不包含車輛縱向位移與車輛側向位移）平均為 4.3%。

從模擬例一與例二可以知道，車輛動態預測系統不論是平常駕駛情況或是車輛翻覆狀況，都可以獲得在未來時間內的車輛動態資訊，其相對誤差分別為 0.21%與 4.3%。由於車輛動態預測系統是一套利用數值積分來獲得車輛動態資訊的系統，以及車輛動態估測系統所提供之車輛動態資訊擁有些許誤差，因而受到數值積分過程因而逐漸發散，其中因為車輛翻覆屬於變化較快或是稱為較為高頻的動態行為，因此更容易造成

系統發散，所以當車輛發生車輛翻覆事件的時候，車輛動態預測系統會有較大的相對誤差。

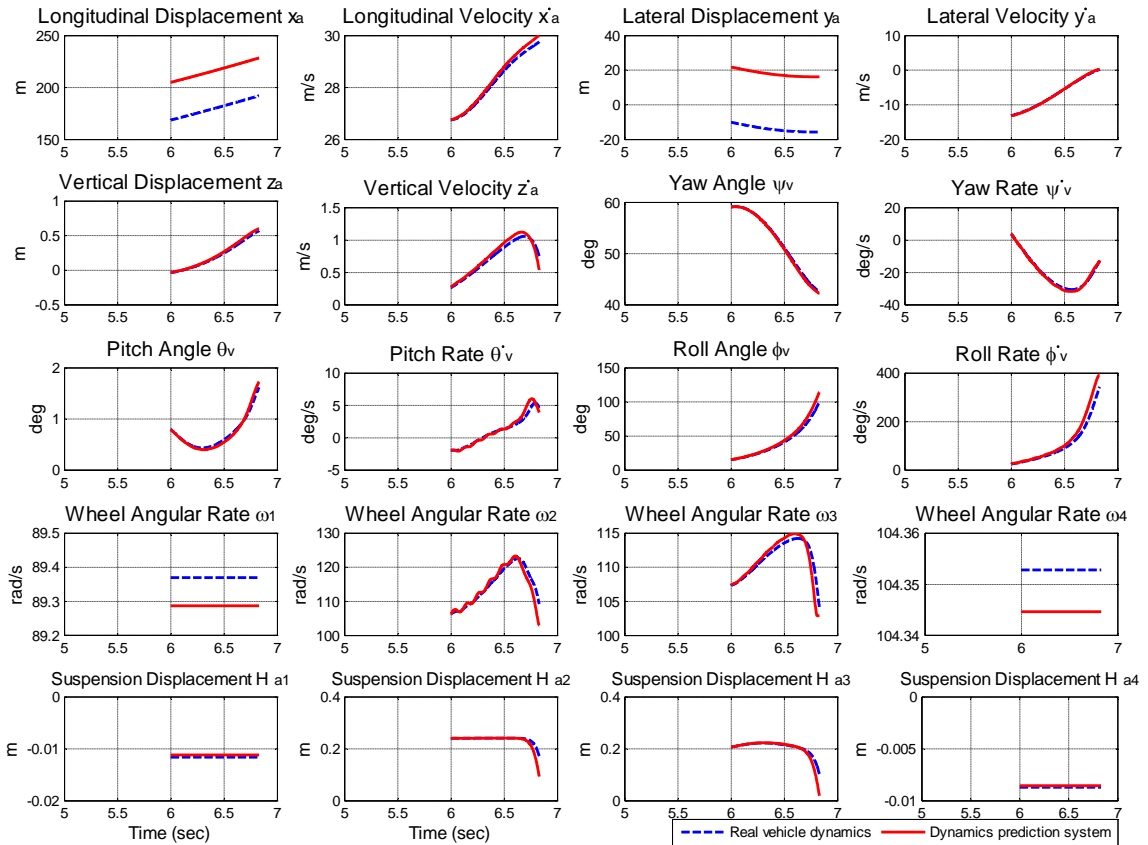


圖 5.4 例二之完整車輛模型與車輛動態預測系統的輸出比較

5.4 結論

本章節介紹一車輛動態預測系統可以獲得在未來時間的車輛動態資訊，其主要藉由前面章節所發展的車輛動態估測系統，來獲得目前時間的車輛動態資訊，透過完整車輛模型與 MATLAB 數學軟體的數值積分之後，便可獲得在未來時間內的車輛動態資訊，從模擬結果可以知道，不論是平常駕駛情況或是車輛翻覆事件的時候，車輛動態預測系統都能夠粗略地預測出在未來時間的車輛動態，其預測系統之相對誤差分別為 0.21% 與 4.3%。

本章節利用以完整車輛模型為基礎的車輛動態估測系統來獲得在目前時間的車輛動態與道路角度資訊，雖然藉由完整車輛模型為基礎，可以憑藉著較少數量的車輛感測器（側向加速度感測器、縱向速度感測器、橫擺角度感測器與四側懸吊系統位移量感測器）來估測完整車輛模型的系統動態，但是仍擁有些許缺點：（1）相關車輛參數（如車體質量、三軸慣性矩、或是輪胎與地面的摩擦係數）必須事先藉由實驗或是量測而得到，然而當車輛參數受到環境因素而變化時，第四章所提出之車輛動態估測系統不僅無法即時得知其變化，會造成估測精度降低甚至估測值發散；（2）雖然採用循環式狀態觀察器設計來降低數學運算，但是其數學運算工作依舊複雜且龐大。因此為了解決這些問題，後續章節將會介紹不需要任何車輛數學模型與相關車輛參數的車輛動態估測與預測系統。



第六章

車輛動態估測系統—車輛模型／參數未知

本章節將會提出一個適用於當車輛模型／參數未知時的車輛動態估測系統，其優點在於不需要任何車輛數學模型與相關車輛參數，單純採用感測器的量測資訊運用感測器混合系統（Sensor Fusion System）來獲得目前車輛動態資訊與道路角度資訊，並且利用 $\alpha-\beta$ 濾波器（Alpha-beta Filter）來獲得車輛動態的一次微分資訊，用以降低積分雜訊誤差。此方法的估測精度主要取決於裝設於車輛上的感測器量測精度。

6.1 一般車用感測器混合系統

感測器混合系統主要是用來調節來自於各種感測器的量測資訊，以便獲得品質較佳的量測資訊。一般而言，運用於車輛的感測器混合系統主要是用來調節全球衛星定位系統與三軸加速度感測器的量測訊號[24]-[28]，例如修正加速度量測偏壓、同步量測訊號以及最佳化雜訊精度。

6.1.1 基礎運動學（Kinematics）模型

為了調節來自於感測器的量測資訊，首先必須要有一運動學模型用以描述角度、位置或速度。假設安裝慣性量測單元（包含三軸角速度感測器與三軸加速度感測器）在車體重心用以量測角速度與加速度，可以利用下述之一階與兩階動態模型分別描述角速度與加速度與感測器量測量之間的關係，角速度的動態模型列於方程式(6.1)，經過一次積分後可以獲得角度；加速度的動態模型列於方程式(6.2)，經過一次及兩次積分後可以獲得速度與位置：

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}^{\text{ang}} &= \mathbf{A}^{\text{ang}} \mathbf{x}^{\text{ang}} + \mathbf{B}^{\text{ang}} \mathbf{u}^{\text{ang}} \\ &= \mathbf{0}_{3 \times 3} \mathbf{x}^{\text{ang}} + \mathbf{C}_{\omega}^{-1} \mathbf{u}^{\text{ang}} \\ \mathbf{x}^{\text{ang}} &= [\phi_g, \theta_g, \psi_g]^T\end{aligned}\tag{6.1}$$

$$\mathbf{C}_\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta_g \\ 0 & \cos\phi_g & \cos\theta_g \sin\phi_g \\ 0 & -\sin\phi_g & \cos\theta_g \cos\phi_g \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}^{\text{ang}} = [\omega_x^{\text{gyro}}, \omega_y^{\text{gyro}}, \omega_z^{\text{gyro}}]^T$$

其中 $(\omega_x^{\text{gyro}}, \omega_y^{\text{gyro}}, \omega_z^{\text{gyro}})$ 表示三軸角速度感測器的量測資訊。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}^{\text{pos}} &= \mathbf{A}^{\text{pos}} \mathbf{x}^{\text{pos}} + \mathbf{B}^{\text{pos}} \mathbf{u}^{\text{pos}} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{x}^{\text{pos}} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{C}_g^{\text{v}^{-1}} \end{bmatrix} \mathbf{u}^{\text{pos}} \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\mathbf{x}^{\text{pos}} = [x_g, y_g, z_g, \dot{x}_g, \dot{y}_g, \dot{z}_g]^T$$

$$\mathbf{u}^{\text{pos}} = [A_x^{\text{acc}}, A_y^{\text{acc}}, A_z^{\text{acc}}]^T$$

其中 $(A_x^{\text{acc}}, A_y^{\text{acc}}, A_z^{\text{acc}})$ 表示三軸加速度感測器的量測資訊； (x_g, y_g, z_g) 與 $(\dot{x}_g, \dot{y}_g, \dot{z}_g)$ 表示在地球座標 $\{g\}$ 所觀察的車輛位置與速度資訊。值得注意的是，慣性量測單元所量測而得之物理量資訊將會是相對於慣性座標，因此上述二式所描述之角速度與加速度皆是從地球座標所觀察之物理量。

上述二是僅是運動學關係，所以沒有動態模型建構誤差，因此透過上述二式來分別獲得角度、位置與速度，其精度將會取決於感測器的雜訊特性與偏移量 (Offset)。

6.1.2 感測器混合系統

先前文獻運用於車輛的感測器混合系統主要是採用上述的運動學模型，如方程式 (6.2)，以加速度感測器為輸入，以全球衛星定位系統的量測位置訊號為輸出，來設計濾波器或觀察器用以調節兩種感測器的量測訊號。訊號處理的方式可分為開迴路設計方法與閉迴路設計方法的，簡易示意圖可見於圖 6.1。舉例來講，假如裝設於物體上的加速度感測器量測到帶有偏壓的加速度資訊，透過兩次積分過程，將會獲得位置資訊與偏壓積分的疊合訊號，用以比對全球衛星定位系統所量測的位置資訊，即可得知偏壓大小，進而矯正加速度感測器的量測資訊[27][28]。

選用加速度感測器與全球衛星定位系統來做感測器混合系統主要是因為兩者感測器擁有互補的特性，以加速度感測器來講，其利用質量塊來感測慣性加速度訊號，從感測訊號產生到輸出都是發生在封裝晶片內部，不易受到外在環境因素影響，因而感測精度較高且取樣頻率較高（ $>100\text{ Hz}$ ），但是最嚴重的缺點在於經過長時間的積分之後，其位置誤差會因為雜訊積分而越來越大；相對地，全球衛星定位系統需要接收從太空傳送而來的衛星訊號，會受到電離層、對流層與多路徑效應等等環境因素的影響，因而感測精度較低且取樣頻率較低（ $<10\text{ Hz}$ ），但是由於是直接獲得位置資訊並沒有透過積分運算，因此能夠提供長時間的位置資訊而精準度保持在一定的範圍內。為了同時獲得這兩種感測器的優點，整合全球衛星定位系統與加速度感測器的感測器混合系統是較為常用的方法。

雖然上述這兩個運動學模型已經被大量地運用來獲得相對於地球座標的車輛動態資訊，然而卻無法分辨相對於道路座標的車輛動態資訊及道路角度資訊。因此後續章節將會增加感測器，並修改此運動學模型以適用於行駛於斜坡路面的車輛動態行為。

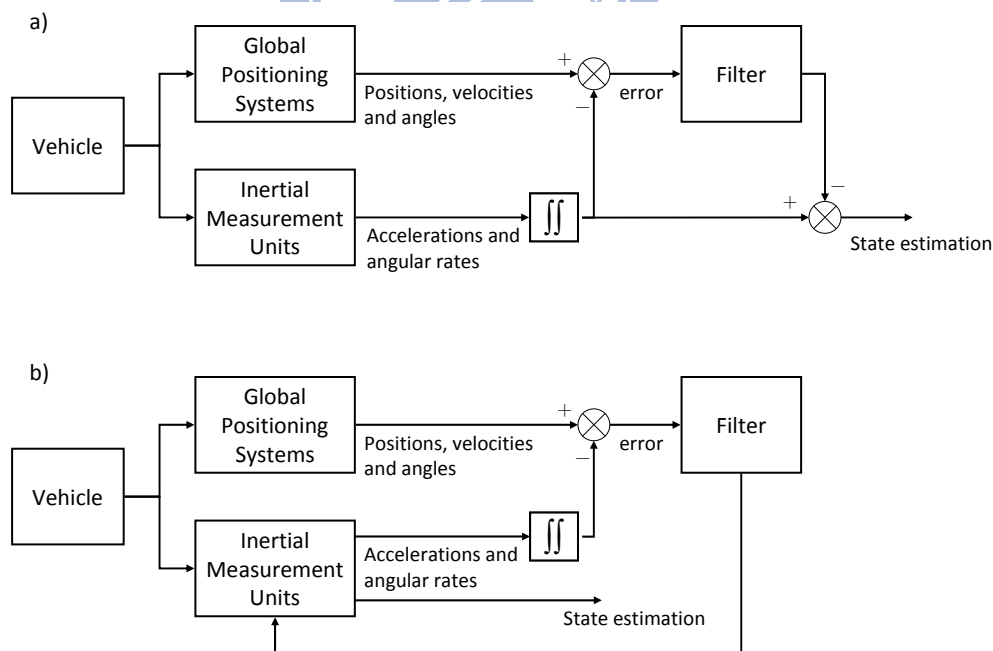


圖 6.1 感測器混合系統：a) 開迴路設計；b) 閉迴路設計

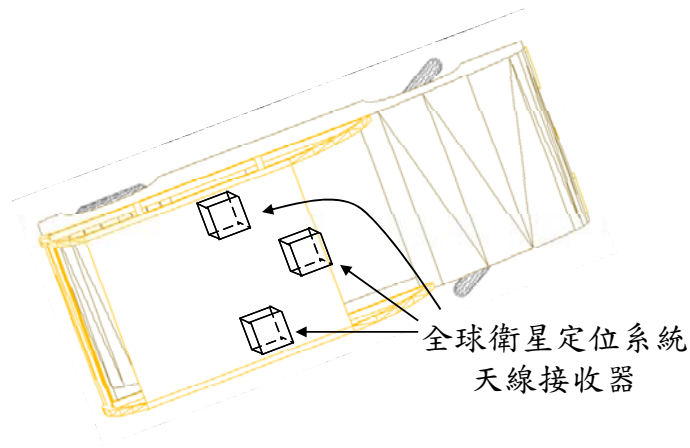


圖 6.2 裝設於車輛上的具有三根天線之全球衛星定位系統

6.2 裝設於車輛之感測系統

如先前所描述，為了描述行駛在斜坡路面的車輛動態行為，本論文將會增加感測器及道路角度相關的系統動態於上述之感測器混合系統。回顧第二章節所提出之三組尤拉角分別用來描述三個座標之間的角度關係，因而存在著一組尤拉角拘束式（方程式 (2.1)）用以規範三組尤拉角，方程式 (2.1) 為一個 3×3 矩陣且滿秩，因此能夠提供三條拘束方程式，因此僅需要六個角度資訊即可計算出其餘三個未知角度資訊，然而這六個角度資訊必須先由裝設於車輛之感測系統所決定，所以接下來將會介紹本論文所選用的感測系統，來獲得車輛相對姿態與道路角度。

6.2.1 具有三根天線的全球衛星定位系統

相異於一般全球衛星定位系統，此全球衛星定位系統可以同時接收來自於三根天線之衛星訊號，其代表性的商業產品為 Septentrio 公司所開發的 PolaRx2e 系列產品 [71]。當此全球衛星定位系統裝設於車輛時，其三根天線可以裝設於車頂以形成三角形的位置（見圖 6.2 所示），藉由此三根天線所接收的衛星訊號，即可利用其中的載波訊號的相位差來獲得同一衛星至不同天線的距離差，由於 GPS 訊號的波長為 19mm，因此，理想上所獲得的距離差精度亦在毫米等級。利用三根天線的距離差資訊可以構成兩條獨立向量，而車輛的姿態變化會造成此兩條向量的變化。因此藉由量測車輛旋轉

前與旋轉後的向量變化，透過 Wabba 理論，即可計算出車體座標相對於地球座標的三軸旋轉角度[72]。因此，採用此全球衛星定位系統不僅能夠獲得車輛相對於地球座標的位移資訊（ $x_g^{gps}, y_g^{gps}, z_g^{gps}$ ），亦能夠獲得車輛相對於地球座標的姿態資訊（ $\phi_g^{gps}, \theta_g^{gps}, \psi_g^{gps}$ ），其中上標符號 gps 是代表為全球衛星定位系統的量測資訊。

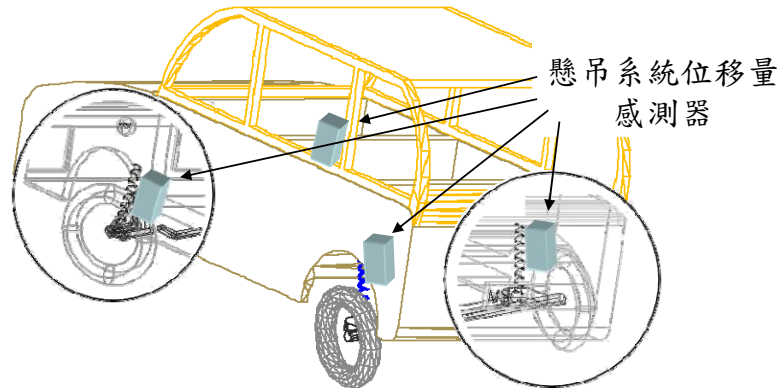


圖 6.3 裝設於車輛上的懸吊系統位移量感測器

6.2.2 懸吊系統位移量感測器

四個懸吊系統位移量感測器裝設於車輛的四個角落（見圖 6.3 所示），可以量測四側懸吊系統的伸長量或壓縮量。回顧方程式 (2.15)，懸吊系統位移量主要是受到車輛垂直、側傾與俯仰動態的影響，因此假如車輛幾何參數可以事先量測得知，懸吊系統位移量感測器的量測資訊可以重新整理並獲得車輛相關動態：

$$z_a^{sus} = \frac{-l_r(H_{a,1}^{sus} + H_{a,2}^{sus}) - l_f(H_{a,3}^{sus} + H_{a,4}^{sus})}{2l_f + 2l_r} \quad (6.3)$$

$$\theta_v^{sus} = \sin^{-1} \left[\frac{H_{a,1}^{sus} + H_{a,2}^{sus} - H_{a,3}^{sus} - H_{a,4}^{sus}}{2l_f + 2l_r} \right]$$

$$\phi_v^{sus} = \sin^{-1} \left[\frac{-H_{a,1}^{sus} + H_{a,2}^{sus} + H_{a,3}^{sus} - H_{a,4}^{sus}}{(2l_f + 2l_r) \cos \theta_v} \right]$$

其中上標符號 sus 代表為懸吊系統位移量感測器的量測資訊。

6.2.3 尤拉角拘束式之應用

如同先前所描述的，我們必須要獲得六個角度資訊才能描述車輛姿態與道路角度。藉由上述之感測系統，我們可以知道：

- 1) 車輛相對於地球座標的姿態資訊 ($\phi_g^{gps}, \theta_g^{gps}, \psi_g^{gps}$) 可以藉由具有三根天線的全球衛星定位系統所量測而知。
- 2) 車輛側傾角 (ϕ_v^{sus}) 與車輛俯仰角 (θ_v^{sus}) 可以藉由四個懸吊系統位移量感測器的量測資訊所計算得知，如方程式 (3.3) 所示。
- 3) 道路彎曲角已被假設為零 ($\psi_r = 0$)，因為駕駛者不需要沿著道路曲率而轉彎，因而無法從車輛動態獲得道路彎曲角，如 2.1 節所示。

因此藉由感測器的選取與道路彎曲角的假設，我們可以獲得 6 個角度資訊。將上述之感測訊號代入尤拉角拘束式 ($\mathbf{C}_g^v = \mathbf{C}_r^v \mathbf{C}_g^r$)，並重新整理：

$$\mathbf{R}(x, \psi_v) \mathbf{R}(x, \phi_r) \mathbf{R}(y, \theta_r) = \mathbf{R}(x, \phi_v^{sus})^T \mathbf{R}(x, \theta_v^{sus})^T \mathbf{R}(x, \phi_g^{gps}) \mathbf{R}(x, \theta_g^{gps}) \mathbf{R}(x, \psi_g^{gps}) \quad (6.4)$$

透過比對方程式 (6.4) 左右兩邊的矩陣元素，即可計算出其餘三個角度資訊 (車輛橫擺角 ψ_v 、道路傾斜角 ϕ_r 、以及道路坡度角 θ_r)：

$$\begin{aligned} \phi_r = & -\sin^{-1} \{ -\cos \theta_g^{gps} \sin \psi_g^{gps} \sin \theta_v^{sus} + \sin \phi_g^{gps} \sin \theta_g^{gps} \sin \psi_g^{gps} \sin \phi_v^{sus} \sin \theta_v^{sus} \\ & + \cos \phi_g^{gps} \cos \theta_g^{gps} \sin \phi_v^{sus} \cos \theta_v^{sus} + \cos \phi_g^{gps} \sin \theta_g^{gps} \sin \psi_g^{gps} \cos \phi_v^{sus} \cos \theta_v^{sus} \\ & - \sin \phi_g^{gps} \cos \theta_g^{gps} \cos \phi_v^{sus} \cos \theta_v^{sus} \} \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} \theta_r = & -\tan^{-1} \{ [-\cos \theta_g^{gps} \cos \psi_g^{gps} \sin \theta_v^{sus} + \sin \phi_g^{gps} \sin \theta_g^{gps} \cos \psi_g^{gps} \sin \phi_v^{sus} \cos \theta_v^{sus} \\ & + \cos \phi_g^{gps} \sin \theta_g^{gps} \cos \psi_g^{gps} \cos \phi_v^{sus} \cos \theta_v^{sus} + \sin \phi_g^{gps} \sin \psi_g^{gps} \cos \phi_v^{sus} \cos \theta_v^{sus}] / \\ & [\sin \theta_g^{gps} \sin \theta_v^{sus} + \sin \phi_g^{gps} \cos \theta_g^{gps} \sin \phi_v^{sus} \cos \theta_v^{sus} \\ & - \cos \phi_g^{gps} \cos \theta_g^{gps} \cos \phi_v^{sus} \cos \theta_v^{sus}] \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_v = & -\tan^{-1} \{ [\cos \theta_g^{gps} \cos \psi_g^{gps} \sin \phi_r \sin \theta_r + \sin \psi_g^{gps} \cos \phi_r \cos \theta_r \\ & - \sin \theta_g^{gps} \sin \phi_r \cos \theta_r] / [\cos \theta_g^{gps} \cos \psi_g^{gps} \cos \theta_r + \sin \theta_g^{gps} \sin \theta_r] \} \end{aligned}$$

然而上述方程式會受到全球衛星定位系統的雜訊影響，會得到取樣頻率較低且誤差較高的角度資訊，因此將方程式(6.4)併入感測器混合系統可以獲得穩健性較佳且雜訊精度較高的角度資訊。

6.3 適用於道路車輛之感測器混合系統

道路車輛是指行駛於路面、斜坡或彎道的車輛，而非行駛於崎嶇路面的越野車輛。

6.3.1 適用於道路車輛之運動學模型

為了利用感測器混合系統來估測車輛橫擺角、道路傾斜角與道路坡度角，首先必須要獲得這三個角度的動態方程式並加入至線性運動與旋轉運動的運動學模型中，如同 4.1 章節所述，額外增加外在感測器來獲得這三個角度隨時間變化的動態，或是針對些許特殊情況（例如：固定的道路角度情況、道路坡度角）來設計動態方程式並不是個實際的方法，因此這三個角度隨時間變化的動態資訊被假設為零：

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_r &= 0 \\ \dot{\theta}_r &= 0 \\ \dot{\psi}_v &= 0\end{aligned}\tag{6.6}$$

將上述方程式整合於方程式(6.1)與(6.2)，可以獲得一個適用於道路車輛的運動學模型：

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}^{\text{fus}} &= \mathbf{A}^{\text{fus}} \mathbf{x}^{\text{fus}} + \mathbf{B}^{\text{fus}} \mathbf{u}^{\text{fus}} \\ \mathbf{x}^{\text{fus}} &= \left[\mathbf{x}^{\text{pos T}}, \mathbf{x}^{\text{ang T}}, \phi_r, \theta_r, \psi_v \right]^T \\ \mathbf{A}^{\text{fus}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{\text{pos}} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}^{\text{ang}} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{6.7}$$

$$\mathbf{B}^{\text{fus}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{\text{pos}} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{B}^{\text{ang}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}^{\text{fus}} = [\mathbf{u}^{\text{pos}}, \mathbf{u}^{\text{ang}}]^T$$

6.3.2 觀察性分析

為了確保上述運動學模型所有系統動態皆可以被正確估測，此感測器混合系統的輸出方程式必須經過特殊設計。輸出方程式的設計過程說明如下。

首先選取全球衛星定位系統的量測資訊為輸出方程式的其中一組，如下所示：

$$\mathbf{y}_1^{\text{gps}} = [x_g^{\text{gps}}, y_g^{\text{gps}}, z_g^{\text{gps}}, \phi_g^{\text{gps}}, \theta_g^{\text{gps}}, \psi_g^{\text{gps}}] \quad (6.8)$$

藉由方程式 (6.8) 可以確定車輛相對於地球座標的位置與姿態為可觀察。其次，第二組的輸出方程式可藉由尤拉角拘束式與全球衛星定位系統的量測資訊獲得：

$$\mathbf{y}_2^{\text{gps}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_g^v(1, 1), \mathbf{C}_g^v(1, 2) \\ \mathbf{C}_r^v \mathbf{C}_g^r(1, 1), \mathbf{C}_r^v \mathbf{C}_g^r(1, 2) \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

其中 $\mathbf{M}(n, m)$ 是指矩陣 \mathbf{M} 之中第 n 列第 m 行的矩陣元素，因此上述之四個矩陣元素如下：

$$\mathbf{C}_g^v(1, 1) = \cos \theta_g^{\text{gps}} \cos \psi_g^{\text{gps}}$$

$$\mathbf{C}_g^v(1, 2) = \cos \theta_g^{\text{gps}} \sin \psi_g^{\text{gps}}$$

$$\mathbf{C}_r^v \mathbf{C}_g^r(1, 1) = \cos \theta_v^{\text{sus}} \cos \psi_v \cos \theta_r + \cos \theta_v^{\text{sus}} \sin \psi_v \sin \phi_r \sin \theta_r - \sin \theta_v^{\text{sus}} \cos \phi_r \sin \theta_r$$

$$\mathbf{C}_r^v \mathbf{C}_g^r(1, 2) = \cos \theta_v^{\text{sus}} \sin \psi_v \cos \phi_r + \sin \theta_v^{\text{sus}} \sin \phi_r$$

由上述方程式可以方程式 (6.9) 的第一行是個包含 $(\theta_g^{\text{gps}}, \psi_g^{\text{gps}})$ 的函數，而方程式 (6.9) 的第二行是個包含 $(\phi_r, \theta_r, \psi_v)$ 的函數，假如道路角度資訊 (ϕ_r, θ_r) 能夠被估測而得的話，方程式 (6.9) 將可確保車輛橫擺角 (ψ_v) 的觀察性。值得注意的是這裡與以往輸出方程式設計不同，以往輸出方程式的設計如方程式 (6.8) 所示，會根據動態模型的系統動態來直接挑選感測器的量測資訊，也就是動態模型與估測系統的輸出方程式會相

同，然而這種設計方式會侷限住某些系統動態的觀察性，因此為了增加估測系統的觀察性，後續輸出方程式會根據尤拉角拘束式的兩種表示方式來設計，進而引領尤拉角拘束式進入本論文所設計的感測器混合系統。

接著選取懸吊系統位移量感測器的量測量為第三組輸出方程式：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1^{\text{sus}} &= [\mathbf{C}_r^v(1,3), \mathbf{C}_r^v(2,3), \mathbf{C}_r^v(3,3)] \\ &= [\mathbf{C}_g^v \mathbf{C}_g^{r^T}(1,3), \mathbf{C}_g^v \mathbf{C}_g^{r^T}(2,3), \mathbf{C}_g^v \mathbf{C}_g^{r^T}(3,3)] \end{aligned} \quad (6.10)$$

其上述之六個矩陣元素如下所示：

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_r^v(1,3) &= -\sin \theta_v^{\text{sus}} \\ \mathbf{C}_r^v(2,3) &= \sin \phi_v^{\text{sus}} \cos \theta_v^{\text{sus}} \\ \mathbf{C}_r^v(3,3) &= \cos \phi_v^{\text{sus}} \cos \theta_v^{\text{sus}} \\ \mathbf{C}_g^v \mathbf{C}_g^{r^T}(1,3) &= \cos \theta_g^{\text{gps}} \cos \psi_g^{\text{gps}} \cos \phi_r \sin \theta_r - \cos \theta_g^{\text{gps}} \sin \psi_g^{\text{gps}} \sin \phi_r \\ &\quad - \sin \theta_g^{\text{gps}} \cos \phi_r \cos \theta_r \\ \mathbf{C}_g^v \mathbf{C}_g^{r^T}(2,3) &= (\sin \phi_g^{\text{gps}} \sin \theta_g^{\text{gps}} \cos \psi_g^{\text{gps}} - \cos \phi_g^{\text{gps}} \sin \psi_g^{\text{gps}}) \cos \phi_r \sin \theta_r \\ &\quad - (\sin \phi_g^{\text{gps}} \sin \theta_g^{\text{gps}} \sin \psi_g^{\text{gps}} + \cos \phi_g^{\text{gps}} \cos \psi_g^{\text{gps}}) \sin \phi_r \\ &\quad + \sin \phi_g^{\text{gps}} \cos \theta_g^{\text{gps}} \cos \phi_r \cos \theta_r \\ \mathbf{C}_g^v \mathbf{C}_g^{r^T}(3,3) &= (\cos \phi_g^{\text{gps}} \sin \theta_g^{\text{gps}} \cos \psi_g^{\text{gps}} + \sin \phi_g^{\text{gps}} \sin \psi_g^{\text{gps}}) \cos \phi_r \sin \theta_r \\ &\quad - (\cos \phi_g^{\text{gps}} \sin \theta_g^{\text{gps}} \sin \psi_g^{\text{gps}} - \sin \phi_g^{\text{gps}} \cos \psi_g^{\text{gps}}) \sin \phi_r \\ &\quad + \cos \phi_g^{\text{gps}} \cos \theta_g^{\text{gps}} \cos \phi_r \cos \theta_r \end{aligned}$$

方程式 (6.10) 的第一行是一包含 $\phi_v^{\text{sus}}, \theta_v^{\text{sus}}$ 的函數，而方程式 (6.10) 的第二行是一包含 $\phi_g^{\text{gps}}, \theta_g^{\text{gps}}, \psi_g^{\text{gps}}, \phi_r, \theta_r$ 的函數，因此方程式 (6.10) 將可以確保道路角度 (ϕ_r, θ_r) 的觀察性。最後，再次選取懸吊系統位移量感測器的量測量為第四組輸出方程式：

$$\begin{aligned} y_2^{\text{sus}} &= z_a^{\text{sus}} \\ &= \mathbf{C}_g^r(3,1)x_g + \mathbf{C}_g^r(3,2)y_g + \mathbf{C}_g^r(3,3)z_g \end{aligned} \quad (6.11)$$

其上述之三個矩陣元素如下所示：

$$C_g^r(3,1) = -\sin \theta_r$$

$$C_g^r(3,2) = \sin \phi_r \cos \theta_r$$

$$C_g^r(3,3) = \cos \phi_r \cos \theta_r$$

方程式 (6.10) 的第一行是用於描述車輛相對於輔助座標的垂直位移資訊，而方程式 (6.10) 的第二行是用旋轉矩陣與車輛相對於地球座標的位移資訊來表示車輛相對於輔助座標的垂直位移資訊，此輸出方程式的選取目標不僅是用於增強系統動態的觀察性，並且可以提高車輛相對於地球座標的位移資訊的估測精度，因為懸吊系統位移量感測器相對於全球衛星定位系統能提供較精準的定位量測。

重新整理上述觀察性分析，方程式 (6.8) 在觀察性矩陣 (Observability Matrix) 中能夠提供九個秩 (Rank)；方程式 (6.9) 與 (6.10) 在觀察性矩陣中能夠提供三個秩；方程式 (6.11) 在觀察性矩陣中能夠提高觀察性，不需要提供額外的秩。所以上述所選取的輸出方程式能夠讓觀察性矩陣造成滿秩的情況，因此方程式 (6.7) 之運動學模型的所有系統動態皆為可觀察 (Observable)。

設計過程中有一點必須要被注意的，本論文分別使用了兩個與三個矩陣元素來確保車輛橫擺角、道路傾斜角與道路坡度角的觀察性。一般情況而言，輸出方程式僅需要一個方程式即可確保相關系統動態的觀察性，然而由於矩陣中的每個元素都是由三角函數所組成，倘若僅採用一個矩陣元素來進行估測時，容易造成在特定角度上發生奇異點而失去其觀察性，因此採用多餘的矩陣元素來確保每個角度在估測過程中的觀察性。

6.3.3 觀察器演算法

藉由前兩小節所介紹的適用於道路車輛之運動學模型與輸出方程式，即可設計一感測器混合系統來估測所有的系統動態：

$$\hat{\mathbf{x}}^{\text{fus}} = \mathbf{A}^{\text{fus}} \hat{\mathbf{x}}^{\text{fus}} + \mathbf{B}^{\text{fus}} \mathbf{u}^{\text{fus}} + \mathbf{L}^{\text{fus}} \left[\mathbf{y}(\mathbf{x}^{\text{fus}}) - \mathbf{y}(\hat{\mathbf{x}}^{\text{fus}}) \right] \quad (6.12)$$

其中上標 (^) 是指感測器混合系統所估測的系統動態； \mathbf{L}^{fus} 代表觀察器的回授增益； $\mathbf{y}(\mathbf{x}^{\text{fus}})$ 與 $\mathbf{y}(\hat{\mathbf{x}}^{\text{fus}})$ 分別代表為實際系統與感測器混合系統的輸出方程式。

方程式 (6.12) 為狀態觀察器的一般形式，可以藉由各種觀察器演算法來計算其觀察器增益以估測系統動態。然而由於本論文所使用的感測系統：全球衛星定位系統、慣性量測單元與懸吊系統位移量感測器具有不同的雜訊特性（見表 6.1）與輸出頻率，因此本論文的觀察器演算法將會選取多變率卡曼濾波器（Multi-rate Kalman Filter）[42][73]來設計觀察器增益。

多變率卡曼濾波器的設計過程類似於擴增卡曼濾波器（Extended Kalman Filter），不同處在於用來更新系統動態的輸出方程式。當全球衛星定位系統能夠提供量測資訊至感測器混合系統時，系統動態估測將會藉由全球衛星定位系統與其它感測器的量測資訊來進行更新；而當全球衛星定位系統無法提供量測資訊至感測器混合系統時，系統動態估測將僅由其它的感測器的量測資訊來更新：

當全球衛星定位系統能夠提供量測資訊時，

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(\mathbf{x}^{\text{fus}}) &= [\mathbf{y}_1^{\text{gps}}, \mathbf{y}_2^{\text{gps}}, \mathbf{y}_1^{\text{sus}}, \mathbf{y}_2^{\text{sus}}]^T \\ \mathbf{y}(\hat{\mathbf{x}}^{\text{fus}}) &= [\hat{\mathbf{y}}_1^{\text{gps}}, \hat{\mathbf{y}}_2^{\text{gps}}, \hat{\mathbf{y}}_1^{\text{sus}}, \hat{\mathbf{y}}_2^{\text{sus}}]^T \end{aligned} \quad (6.13)$$

當全球衛星定位系統無法提供量測資訊時，

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(\mathbf{x}^{\text{fus}}) &= [\mathbf{0}_{1 \times 6}, \mathbf{0}_{1 \times 2}, \mathbf{y}_1^{\text{sus}}, \mathbf{y}_2^{\text{sus}}]^T \\ \mathbf{y}(\hat{\mathbf{x}}^{\text{fus}}) &= [\mathbf{0}_{1 \times 6}, \mathbf{0}_{1 \times 2}, \hat{\mathbf{y}}_1^{\text{sus}}, \hat{\mathbf{y}}_2^{\text{sus}}]^T \end{aligned} \quad (6.14)$$

多變率卡曼濾波器的演算法流程與詳細數學公式列於附錄 A。

回顧先前適用於道路車輛之運動學模型的假設：三個角度為定值，不隨時間變化。此假設情況會使得多變率卡曼濾波器在計算這三個角度時，轉變成遞迴式最小平方方法（Recursive Least-squares Method），即在尤拉角拘束式（見方程式 (6.4)）裡面選出足夠數目的拘束式，並藉由遞迴式最小平方方法來找出這三個角度之最佳近似值。由於 6.2.3 章節已說明所有角度可以被正確解出，因此就算無法得知這三個角度隨時間

變化的動態，利用多變率卡曼濾波器，依舊可以憑著尤拉角拘束式找出正確解。多變率卡曼濾波器與遞迴式最小平方法的數學關係可見於書籍[42][73]。

表 6.1 感測系統之規格

感測器名稱		取樣頻率	雜訊均值	雜訊標準差
全球衛星定位系統	姿態量測	5 Hz	0	0.4 deg
	定位量測 ^a	5 Hz	0	1 m or 3 m
慣性量測單元	加速度量測	1000 Hz	0	0.02 m/s ²
	角速度量測	1000 Hz	0	0.08 deg/s
懸吊系統位移量感測器		1000 Hz	0	0.001 m
輪胎轉速計		1000 Hz	0	3 deg/s

^a 全球衛星定位系統針對水平量測方向與垂直量測方向的雜訊標準差並不相同，其主要原因是在於地球表面不是一個標準球面[74]，所以本論文設計水平方向的雜訊標準差為 1m 而垂直方向的雜訊標準差為 3m。

6.3.4 系統動態之一次微分資訊

從上個小節可以知道，藉由多變率卡曼濾波器可以正確估測位置、速度以及角度資訊，濾除相關雜訊干擾。然而卻無法獲得無雜訊之加速度、角速度以及角加速度資訊，而這些資訊對於後續章節所介紹的車輛系統（車輛參數鑑定系統、車輛動態預測系統與車輛軌跡控制系統）是非常重要的。因此本論文在此介紹 $\alpha-\beta$ 濾波器用以獲得較低雜訊之加速度、角速度以及角加速度的動態資訊。

$\alpha-\beta$ 濾波器是個針對具雜訊的動態系統所發展的二階濾波器，其相似於低通濾波器，藉由設計兩個回授增益（ α 與 β ），可以調整濾波後訊號的頻帶寬度（Frequency Width）與延遲時間（Delay Time），其詳細推導過程可見於[42]，本論文擷取主要數學公式，表示如下：

$$\hat{\mathbf{x}}_{\alpha}(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{\alpha}(k) + \mathbf{K}_{\alpha}(k+1) [z(k+1) - \hat{z}(k+1)] \quad (6.15)$$

$$\mathbf{K}_{\alpha}(k+1) = [\alpha, \beta/T_s]^T$$

其中 \mathbf{x}_a 是二階系統的狀態向量； z 與 \hat{z} 分別為被量測與被估測的一階動態，如位置資訊或角度資訊； T_s 是離散系統的取樣時間。

6.4 車輛動態估測系統之流程

車輛動態估測系統在此建構完畢，其流程見於圖 6.4，藉由修改過後的運動學模型，以及裝設於車輛上的三根天線全球衛星定位系統、慣性量測單元與懸吊系統位移量感測器，來設計感測器混合系統以獲得當下時間的車輛動態資訊，其包含車輛相對於地球座標的位置 (x_g, y_g, z_g) 與速度 $(\dot{x}_g, \dot{y}_g, \dot{z}_g)$ 、車輛相對於地球座標的姿態 $(\phi_g, \theta_g, \psi_g)$ 、車輛相對於道路座標的姿態 $(\phi_v, \theta_v, \psi_v)$ 、以及道路相對於地球座標的角度 (ϕ_r, θ_r) ，然而為了獲得上述系統動態的一次微分資訊，運用 $\alpha-\beta$ 濾波器來獲得精度較佳的動態資訊。除此之外，輪胎轉速亦是重要車輛動態之一，由於併入感測器混合系統並無直接效益，因此後續所介紹的車輛系統將會直接使用輪胎轉速計的量測資訊。

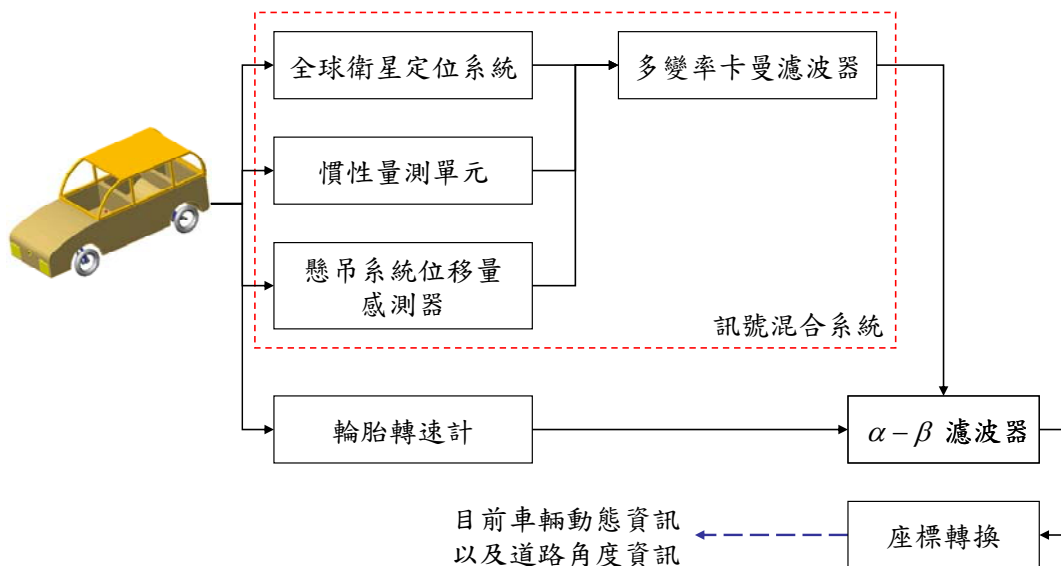


圖 6.4 車輛動態估測系統之流程圖

6.5 數值模擬與討論

本章節利用 MATLAB 數學軟體來驗證之前所提出的感測器混合系統的可行性，第二章所發表的完整車輛模型會被用來模仿實際車輛的動態行為。在後續的模擬情況中，駕駛者操作車輛的初始速度為每小時 90 公里，根據各種不同的駕駛行為（如圖 6.5 所示）與道路情況，來驗證所提出的車輛動態估測系統：（1）車輛小幅度左轉彎並行駛於水平路面；（2）車輛大幅度左轉彎並行駛於水平路面；（3）車輛小幅度左轉彎並行駛於隨時間變化的道路平面。模擬結果呈現於圖 6.6 至圖 6.9，其中藍色虛線為完整車輛模型所輸出的動態或是道路角度；綠色鏈線為感測系統輸出；紅色實線為感測器混合系統的輸出。除此之外，車輛動態估測系統所使用的取樣時間為 1ms；感測系統的雜訊規格如表 6.1 所示。

由於感測器混合系統與完整車輛模型的系統動態並不是位於相同的座標系統上，加上感測器混合系統缺少系統動態的一次微分資訊且無法得知輪胎轉速，為了後續車輛系統之考量，感測器混合系統所估測之車輛動態資訊必須經由座標轉換、 $\alpha-\beta$ 濾波器與增設輪胎轉速計才能獲得完整車輛模型的所有系統動態，由於座標轉換並不會影響估測精度且 $\alpha-\beta$ 濾波器是個穩定的濾波器，因此本論文僅用例三來描述於輔助座標中的車輛動態估測的輸出結果。

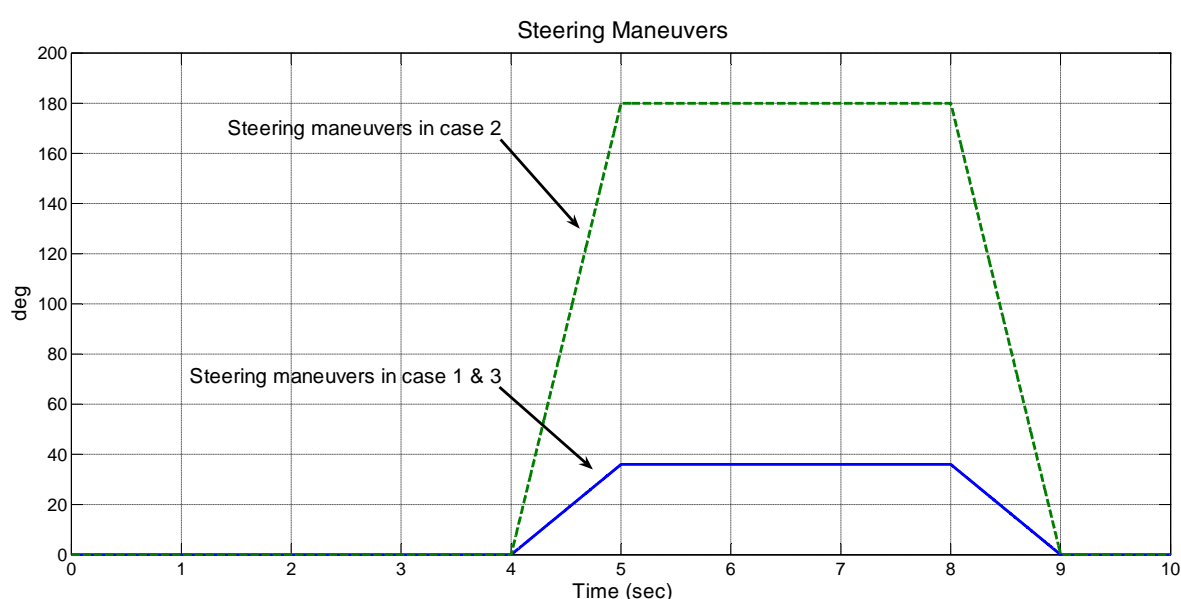


圖 6.5 駕駛者行為之方向盤角度

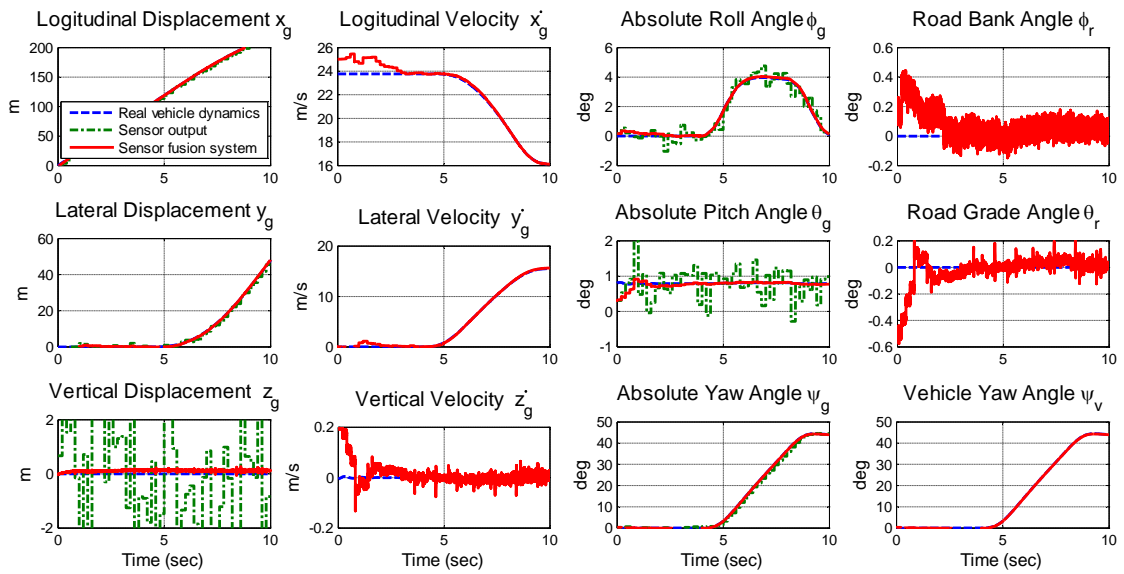


圖 6.6 例一之完整車輛模型、感測系統以及感測器混合系統的輸出比較

6.5.1 模擬例一：車輛小幅度左轉彎並行駛於水平路面

本例為車輛小幅度左轉彎並行駛於水平路面，其駕駛行為（方向盤角度）如圖 6.5 之藍色實線所示。車輛動態的模擬結果呈現於圖 6.6，從圖中可以看出，其模擬結果與先前觀察性分析一樣，感測器混合系統皆能夠估測出所有的系統動態，其估測精度（在此定義為估測訊號與實際訊號的誤差標準差）列於表 6.2。

6.5.2 模擬例二：車輛大幅度左轉彎並行駛於水平路面

本例子為車輛大幅度左轉彎並行駛於水平路面，其駕駛行為（方向盤角度）如圖 6.5 之綠色虛線所示。此例子與例一僅相異於駕駛行為的變化，其車輛動態的模擬結果呈現於圖 6.7，從圖中可以看出，除了在時間六秒的附近，感測器混合系統能夠估測所有的系統動態。從圖 6.8 可以看出，左後方輪胎所承受的正向力在六秒左右已經為零，說明此時左後方輪胎已經離開地面，使得懸吊系統位移量感測器的量測資訊無法應用於所設計的混合器整合系統，如圖 6.9 所示，當左後方輪胎再次回到地面時（七秒以後），感測器混合系統即可逐漸地獲得所有的系統動態。

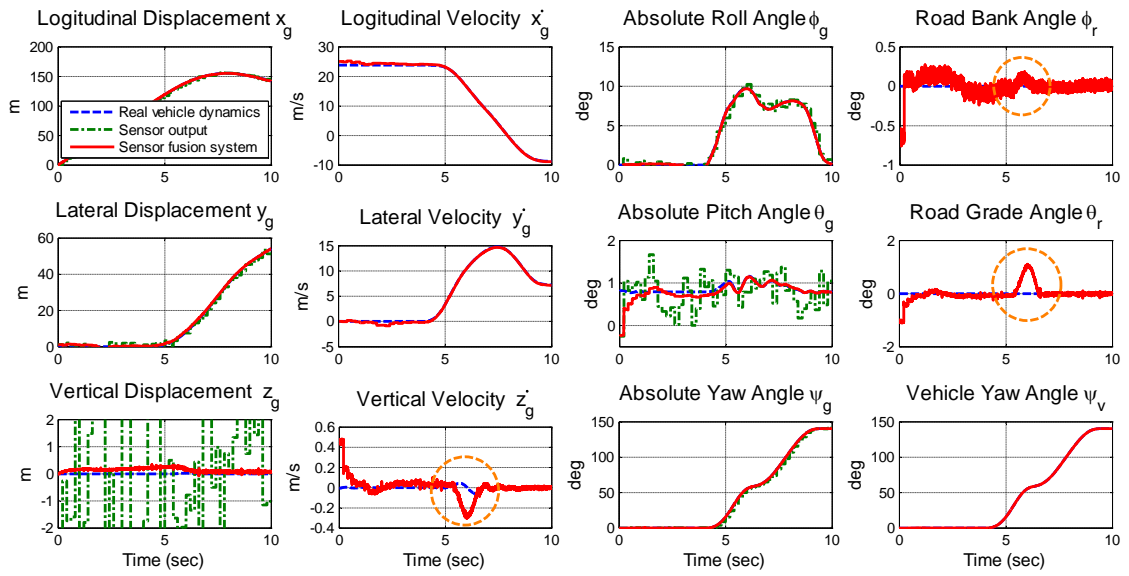


圖 6.7 例二之完整車輛模型、感測系統以及感測器混合系統的輸出比較，與例一相異於駕駛行為的設計。感測器混合系統在六秒左右無法估測些許系統動態。

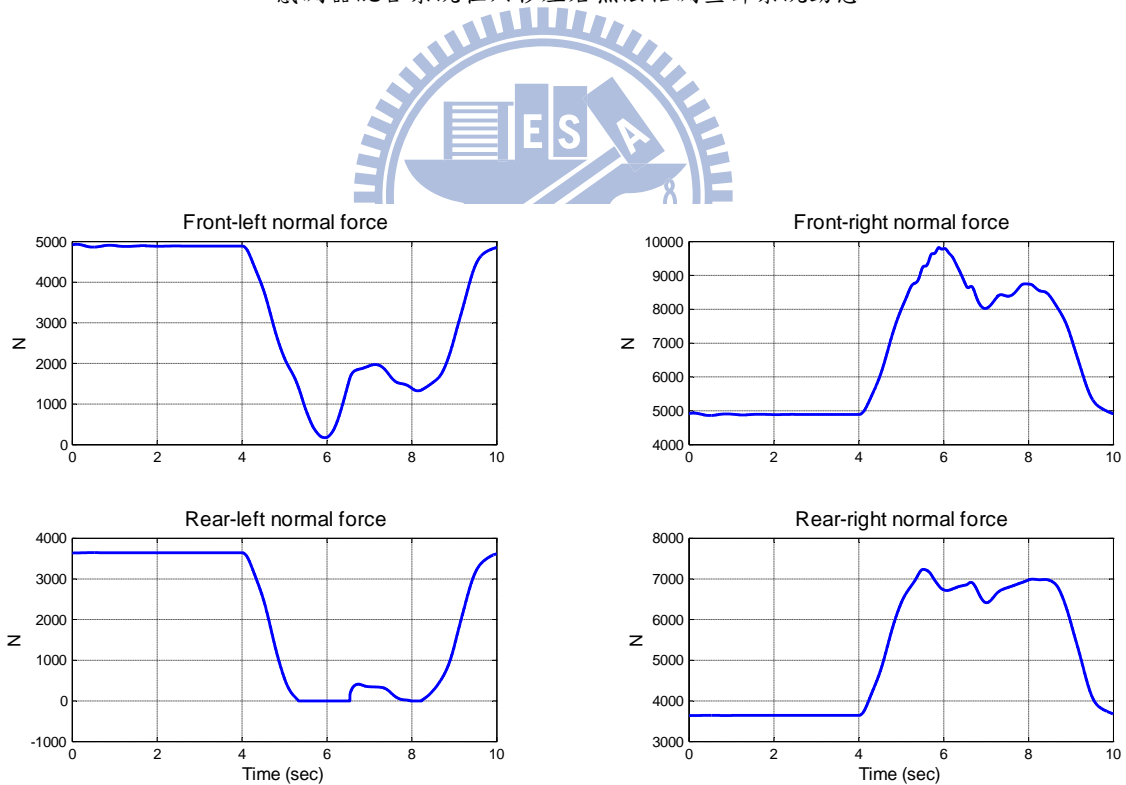


圖 6.8 例二之四個輪胎正向力，以左上角開始順時針方向，依序為左前方、右前方、右後方以及左後方的輪胎正向力。

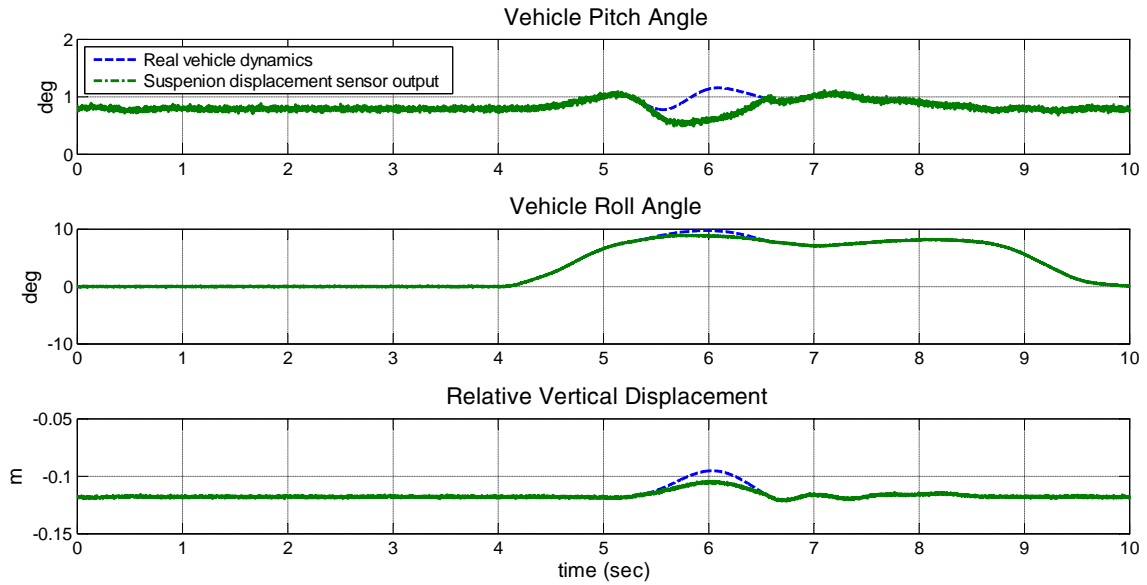


圖 6.9 例二之完整車輛模型與藉由懸吊位移量感測器計算而得的車輛動態資訊比較（車輛俯仰角、車輛側傾角以及車輛垂直位移）。

6.5.3 模擬例三：車輛小幅度左轉並行駛於隨時間變化的道路平面

本例為車輛小幅度左轉彎並行駛於隨時間變化的道路平面，其駕駛行為（方向盤角度）如圖 6.5 之藍色實線所示。隨時間變化的道路平面是指兩個道路角度被假設為時間函數，本例中假設為一弦波函數（ $\phi_r = 5 \sin(2\pi 0.25t) \text{deg}$ 與 $\theta_r = -5 \sin(2\pi 0.25t) \text{deg}$ ）。此例主要是用來檢驗感測器混合系統在道路角度變化的情況時的可行性，其車輛動態的模擬結果呈現於圖 6.10，從圖中可以看出，本論文所發表的感測器混合系統在車輛行駛於隨時間變化的道路平面上，亦能夠正確估測出所有的系統動態，其估測精度列於表 6.2。

如同先前所提到，感測器混合系統與完整車輛模型的系統動態並不是位於相同座標系統、缺少系統動態的一次微分資訊且無法得知輪胎轉速。經由座標轉換與 $\alpha-\beta$ 濾波器的系統動態呈現於圖 6.11，從圖中可以看出被估測的車輛動態如預期般地相當近似於完整車輛模型。

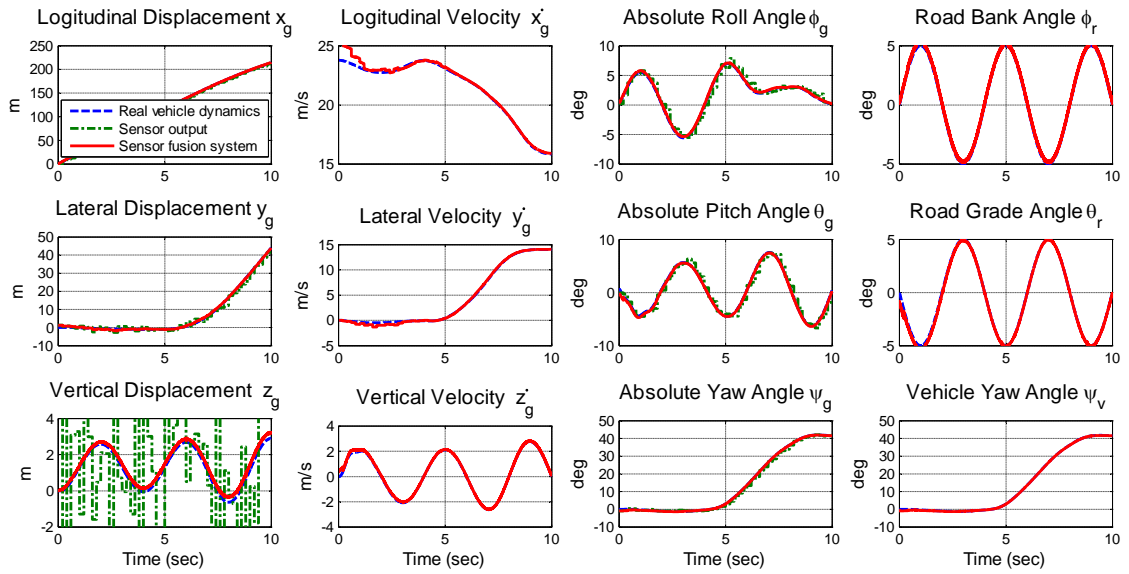


圖 6.10 例三之完整車輛模型、感測系統以及感測器混合系統的輸出比較，與例一相異於道路角度的設計。

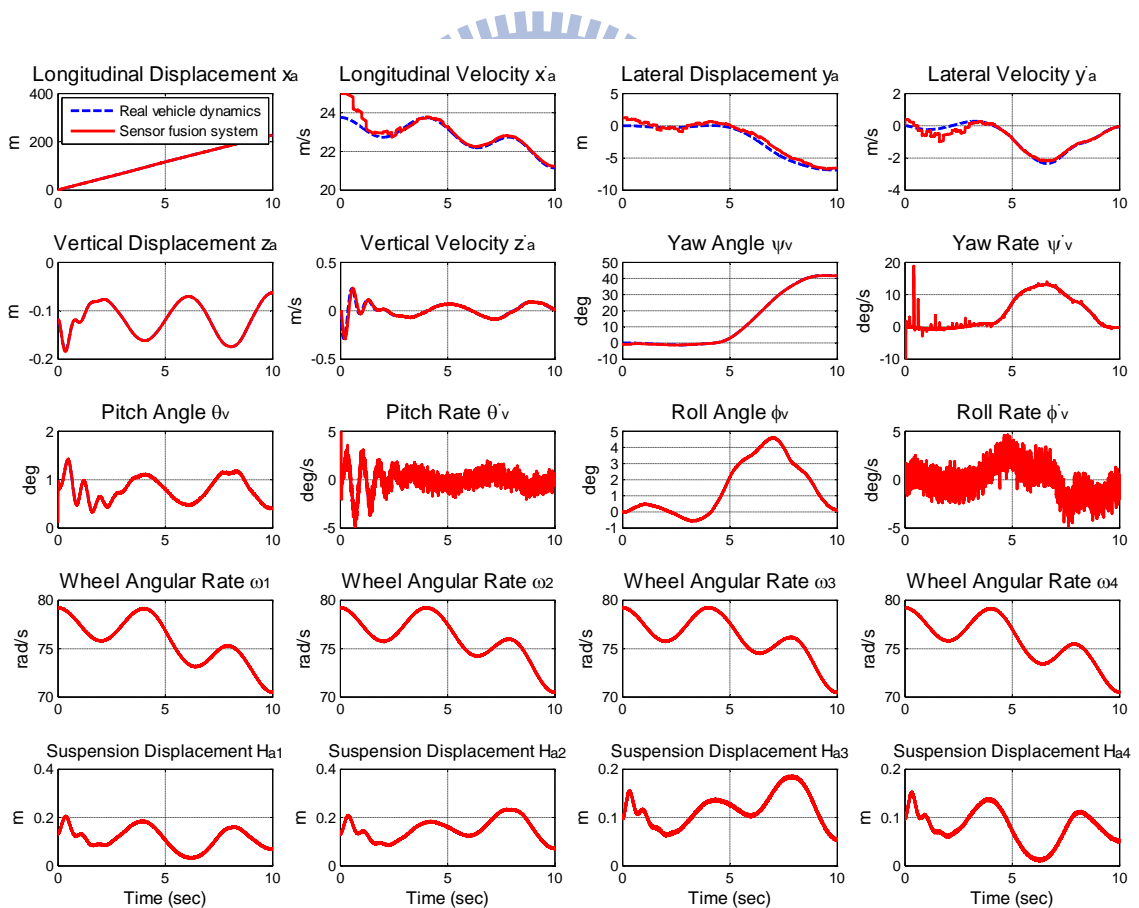


圖 6.11 例三之完整車輛模型與感測器混合系統（座標轉換過後）的輸出比較。

表 6.2 感測器混合系統的估測精度

系統動態	變數符號	估測精度 ^a			單位	
		例一	例二	例三		
車輛相對於地球座標的位移	縱向位移	x_g	0.2104	0.2687	0.2701	m
	側向位移	y_g	0.1910	0.4207	0.2749	m
	垂直位移	z_g	0.1219	0.1271	0.2556	m
車輛相對於地球座標的速度	縱向速度	\dot{x}_g	0.0688	0.0807	0.0534	m/s
	側向速度	\dot{y}_g	0.0598	0.0661	0.0849	m/s
	垂直速度	\dot{z}_g	0.0136	0.0897	0.0346	m/s
車輛相對於地球座標的姿態	絕對側傾角	ϕ_g	0.0532	0.0352	0.1114	deg
	絕對俯仰角	θ_g	0.0152	0.0179	0.0891	deg
	絕對橫擺角	ψ_g	0.0877	0.0416	0.0431	deg
道路相對於地球座標的角度	道路傾斜角	ϕ_r	0.0594	0.0452	0.1456	deg
	道路坡度角	θ_r	0.0425	0.3292	0.0395	deg
車輛橫擺角		ψ_v	0.0961	0.0423	0.0525	deg

^a 估測精度是指感測器混合系統的估測訊號與完整車輛模型的實際訊號之誤差標準差，其計算時間從模擬結果的 5 秒到 10 秒。

6.6 結論

這個章節介紹以感測器混合系統來獲得車輛動態與道路角度資訊。所建構的感測器混合系統由三種感測器組合而成，包含三根天線的全球衛星定位系統、慣性量測單元以及懸吊系統位移量感測器，其中三根天線的全球衛星定位系統能夠獲得車輛相對於地球座標的位置與姿態，懸吊系統位移量感測器能夠獲得車輛相對於道路座標的姿態、而慣性量測單元能夠增加估測精度，因為上述感測器訊號有著不同的雜訊特性與輸出頻率，所以本論文採用多變率濾波器來整合這些感測器訊號。從模擬結果可以看出感測器混合系統能夠估測所有的系統動態，包含道路角度資訊，其絕對車輛位移的估測誤差皆小於 0.3 m，絕對車輛姿態的估測誤差皆小於 0.11 deg，道路角度的估測誤差皆小於 0.15 deg。除此之外，模擬結果亦指出當輪胎離開地面時，感測器混合系統會無法估測部分系統動態。

由於感測器混合系統與完整車輛模型的系統動態並不是位於相同的座標系統上，加上感測器混合系統缺少系統動態的一次微分資訊且無法得知輪胎轉速，必須經由座標轉換、 $\alpha-\beta$ 濾波器與增設輪胎轉速計才能比較估測所得的動態與完整車輛模型的動態。從模擬結果中可以看出，估測的車輛動態近似於完整車輛模型的系統動態。



第七章

車輛參數鑑定系統

由於車輛動態預測需要一個車輛動態模型，而第六章所提出之車輛動態估測系統不需要車輛動態模型與相關車輛參數，因此本章節建構一個車輛模型，並利用第六章所獲得的系統動態進行模型的參數鑑定，以作為後續車輛動態預測之用。此一參數鑑定系統運用遞迴式最小平方法（Recursive Least-squares Method）來獲得簡易車輛模型中的相關車輛參數，包括：車輛總質量、懸載質量系統的三軸慣性矩、輪胎模型中的輪胎驅動剛性係數（Tracking Stiffness Coefficients）以及輪胎轉向剛性係數（Cornering Stiffness Coefficients）。

7.1 針對車輛參數鑑定系統之簡易車輛模型

欲精準的預測車輛的未來動態，所使用的車輛動態模型應儘可能的貼近實際車輛動態，然而過複雜的車輛模型可能導致所獲得的車輛動態資訊不足以進行相關的參數鑑定。因此為了兼顧車輛翻覆的複雜動態行為、模型參數鑑定的可觀察性及驗證所提出的參數鑑定法則的準確性，所採用的簡易車輛模型乃由簡化完整車輛模型而來，簡化的部分包括：（1）簡易車輛模型中縱向輪胎黏著力與側向輪胎黏著力分別跟輪胎滑動率與輪胎滑動角有著線性關係，也就是簡易車輛模型是採用線性輪胎模型。（2）簡易車輛模型中前／後方兩輪的滑動角相同。

因此簡易車輛模型表示如下：

$$\begin{aligned}m_{tot}(\ddot{x}_a - \dot{y}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{x,tire} + m_{tot} G_{a,x} \\m_{tot}(\ddot{y}_a + \dot{x}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{y,tire} + m_{tot} G_{a,y} \\m_{tot} \ddot{z}_a &= \sum F_{z,spring} + m_{tot} G_{a,z}\end{aligned}\tag{7.1}$$

$$\begin{aligned}
I_x \dot{\omega}_{v,x} &= (I_y - I_z) \omega_{v,y} \omega_{v,z} + M_x \\
I_y \dot{\omega}_{v,y} &= (I_z - I_x) \omega_{v,z} \omega_{v,x} + M_y \\
I_z \dot{\omega}_{v,z} &= (I_x - I_y) \omega_{v,x} \omega_{v,y} + M_z \\
I_{wheel} \dot{\omega}_i &= -r_i F_{a,tire,i} - T_{b,i} + T_{m,i} \quad (i=1 \sim 4)
\end{aligned}$$

由上述模型可知此簡易車輛模型不需要描述懸吊系統的動態方程式，這是因為本論文所採用的感測系統能夠直接量測四端懸吊系統的位移量，並且透過 $\alpha-\beta$ 濾波器可以獲得懸吊系統的位移速度，因此藉由方程式(2.16)即可計算出懸吊系統所產生的力：

$$F_{z,spring,i} = K_{spring} H_{a,i}^{SUS} + D_{damper} \dot{H}_{a,i}^{SUS} + m_{u,i} g \quad (7.2)$$

$$K_{spring} = C_1 e^{C_2(H_i - C_3)}$$

$$H_{a,i} = \begin{cases} H_{a,i}, & \text{for } H_{a,i} \leq -m_{u,i} g / K_{spring} \\ -m_{u,i} g / K_{spring}, & \text{for } H_{a,i} > -m_{u,i} g / K_{spring} \end{cases}$$

其次，在一般駕駛者行為之下，輪胎所承受的垂直負載不會有太大的改變，且輪胎滑動率與輪胎滑動角亦會操作在其線性區內，如圖 7.1 所示，因此會造成由訊號整合系統所獲得的動態資訊僅包含輪胎線性區內的資訊。如果採用非線性的輪胎模型進行參數鑑定，極可能造成參數鑑定失效。採用簡易的線性輪胎模型如下：

$$\begin{aligned}
F_{a,tire,i} &= C_{\lambda,i} \lambda_i \\
F_{b,tire,i} &= C_{\alpha,i} \alpha_i
\end{aligned} \quad (7.3)$$

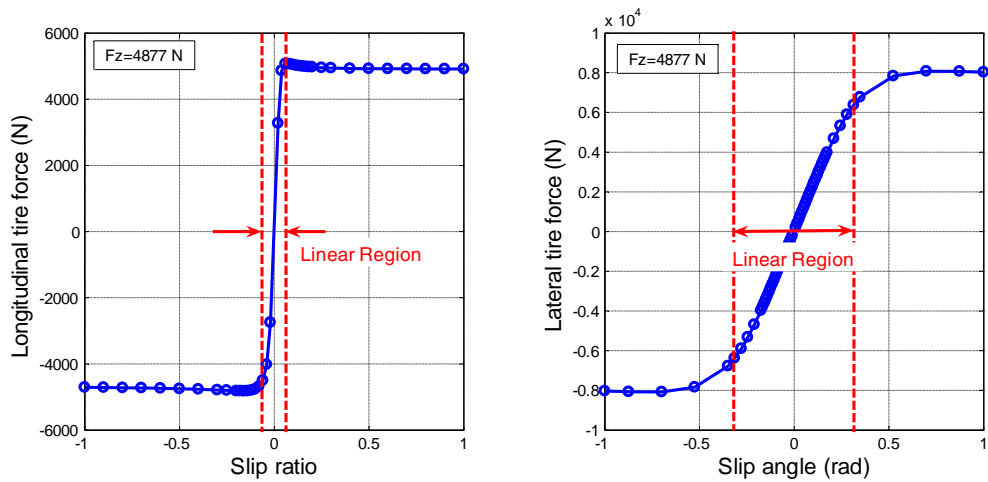


圖 7.1 縱向輪胎黏著力與輪胎滑動率、側向輪胎黏著力與輪胎滑動角之關係（此圖為輪胎負載固定於 4877N 與道路摩擦力為定值的情況下）

與完整車輛模型中的非線性輪胎模型（方程式（2.17））相呼應，相關的係數關係整理如下：

$$\begin{aligned}
 C_{\lambda,i} &= D_x C_x B_x \Big|_{F_{z,spring,i}} \\
 C_{\alpha,i} &= D_y C_y B_y \Big|_{F_{z,spring,i}} \\
 F_{z,spring,1} &= F_{z,spring,2} = m_{tot} g \times l_r / (l_f + l_r) / 2 \\
 F_{z,spring,3} &= F_{z,spring,4} = m_{tot} g \times l_f / (l_f + l_r) / 2
 \end{aligned}$$

方程式（7.3）中， $C_{\lambda,i}$ 表示為第*i*個輪胎的輪胎驅動剛性係數， $C_{\alpha,i}$ 表示為第*i*個輪胎的輪胎轉向剛性係數。因此透過此線性輪胎模型，僅需要鑑定出輪胎驅動剛性係數與輪胎轉向剛性係數即可分別地描述縱向與側向輪胎黏著力。

最後，第二個簡化是簡易車輛模型中的前／後兩輪的輪胎滑動角相同。從輪胎滑動角的計算公式（見方程式（2.19））可以看出，當車輛進行轉彎所造成的側向速度與橫擺角速度較小的時候，其輪胎滑動角將會近似於輪胎轉向角度，因而透過亞克曼轉向原理的設計，前／後方兩輪的輪胎滑動角會相似（ $\alpha_1 \approx \alpha_2, \alpha_3 \approx \alpha_4$ ），因此可以整合前／後方兩輪的輪胎轉向剛性係數為單一參數，所以方程式（7.3）中描述側向輪胎黏著力的線性輪胎模型將會被改寫為下式：

$$\begin{aligned}
 F_{b,tire,f} &= F_{b,tire,1} + F_{b,tire,2} \\
 &= C_{\alpha,f} \alpha_f \\
 F_{b,tire,r} &= F_{b,tire,3} + F_{b,tire,4} \\
 &= C_{\alpha,r} \alpha_r
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

其中

$$\begin{aligned}
 C_{\alpha,f} &= C_{\alpha,1} + C_{\alpha,2} \\
 C_{\alpha,r} &= C_{\alpha,3} + C_{\alpha,4} \\
 \alpha_f &= (\alpha_1 + \alpha_2) / 2 \\
 \alpha_r &= (\alpha_3 + \alpha_4) / 2
 \end{aligned}$$

在此簡易車輛模型已建構完畢，此簡易車輛模型將做為後續車輛參數鑑定與車輛未來動態預測的基礎。

從上述之簡易車輛可以發現，除了待鑑定的參數（車輛總質量、懸載質量系統的三軸慣性矩、輪胎模型中的輪胎驅動剛性係數以及輪胎轉向剛性係數）之外，簡易車輛模型中還有其他車輛參數，例如：彈簧彈性係數（ K_{spring} ）、阻尼係數（ D_{damper} ）、非懸載質量（ m_u ）、輪胎有效半徑（ r_i ）以及輪胎的慣性矩（ I_{wheel} ），由於這些車輛參數不容易在駕駛情況中發生變化，因此可以假設這些參數可以事先藉由實驗來獲得。

7.2 參數觀察性分析

參數觀察性（Parameter Observability）是指藉由參數鑑定演算法來獲得參數的可行性，其類似於線性系統的狀態觀察性[67]，因此透過參數觀察性的分析，可以確認利用感測器整合系統所獲得的車輛動態資訊來進行簡易車輛模型之參數鑑定的可行性。

首先使用物理概念來說明：（1）藉由懸吊系統位移量感測器的量測資訊，可以利用垂直運動來計算出車輛總質量；（2）藉由輪胎轉速計的量測資訊，可以利用線性輪胎模型來計算出四個輪胎驅動剛性係數；（3）藉由上述資訊與加速度感測器的量測資訊（縱向與側向加速度）可以計算出兩個輪胎轉向剛性係數；（4）藉由角速度感測器的量測資訊，可以計算出三軸慣性矩。因此可以預期出車輛參數鑑定系統的可行性。

其次就數學分析的觀點來看，若以待鑑定的車輛參數為未知，車輛動態為已知，則簡易車輛模型為一組線性獨立的方程式，因此可以將簡易車輛模型（方程式（7.1））與待鑑定車輛參數整理為下式：

$$\mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{b} \quad (7.5)$$

其中 $\bar{\mathbf{x}}$ 表示為待鑑定車輛參數（ $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{m}_{tot}, \bar{C}_{\alpha,f}, \bar{C}_{\alpha,r}, \bar{I}_x, \bar{I}_y, \bar{I}_z, \bar{C}_{\lambda,1}, \bar{C}_{\lambda,2}, \bar{C}_{\lambda,3}, \bar{C}_{\lambda,4}]^T$ ），其上標符號（ $\bar{\quad}$ ）表示為鑑定系統所得之鑑定值； \mathbf{A} 與 \mathbf{b} 表示為藉由車輛動態估測系統與感測系統所獲得的車輛動態資訊。所以藉由系統矩陣（ \mathbf{A} ）的特性探討，可以得到參數鑑定的兩種性質：（1）假設系統矩陣 \mathbf{A} 擁有滿秩（Full Rank），則待鑑定車輛參數皆可計算獲得（ $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ ），也就是參數具可觀性；（2）假設系統矩陣中某些奇異值（Singular

Values) 較小，則相對應的待估測參數的「觀察性程度 (Degree of Observability)²」也會較弱，不容易被成功的鑑定。

7.2.1 參數之可觀性

在檢驗參數之可觀性之前，值得注意的是，方程式 (7.5) 可以看成 10 條線性方程式用以解出 10 個未知數，假如方程式之間皆為線性獨立，則未知數為唯一解。回顧先前簡易車輛模型的簡化二：“簡易車輛模型中前/後方兩輪的滑動角相同，”假如沒有這個假設的時候，方程式(7.5)將會是 10 條線性方程式、12 個未知數，則必然無解。因此我們必須增加相關線性方程式或是降低未知數個數，然而從完整車輛模型可以知道，我們不容易建立其它的車輛動態與相關車輛參數的關係，所以本論文降低未知數數目來讓方程式 (7.5) 有唯一解。而左右兩側的輪胎滑動角會因為亞克曼轉向原理而近似，使減少滑動角變數成為常用的作法之一[11][30][31][34][35]。

回到方程式 (7.5)，其系統矩陣 (A) 可以用來檢驗參數之可觀察性，其如下所示：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^{11}_{1 \times 1} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ \mathbf{a}^{21}_{2 \times 1} & \mathbf{a}^{22}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{a}^{23}_{2 \times 4} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{a}^{32}_{3 \times 2} & \mathbf{a}^{33}_{3 \times 3} & \mathbf{a}^{34}_{3 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 1} & \mathbf{0}_{4 \times 2} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{a}^{44}_{4 \times 4} \end{bmatrix}_{10 \times 10} \quad (7.6)$$

從上述方程式可以看出系統矩陣 (A) 的矩陣特徵值將會被取決於其中之四個矩陣元素 ($\mathbf{a}^{11}, \mathbf{a}^{22}, \mathbf{a}^{33}, \mathbf{a}^{44}$)，因此當矩陣元素 ($\mathbf{a}^{11}, \mathbf{a}^{22}, \mathbf{a}^{33}, \mathbf{a}^{44}$) 的特徵值皆不為零的時候，系統矩陣 (A) 是滿秩且可逆，使得上述車輛參數將可觀察，上述之矩陣元素如下所示：

$$\mathbf{a}^{11} = \ddot{z}_a - G_{a,z} \quad (7.7)$$

$$\mathbf{a}^{22} = \begin{bmatrix} \alpha_f \sin \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} & 0 \\ -\alpha_f \cos \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} & -\alpha_r \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

² 觀察性程度 (Degree of Observability) 可以被定義為許多物理量，例如狀況指數 (Condition Number)、最小矩陣特徵值 (Minimum Eigenvalue) …等物理量，可見於先前文獻[76][77]。本論文是定義最小矩陣特徵值為觀察性程度。

$$\mathbf{a}^{33} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{v,x} & -\omega_{v,y}\omega_{v,z} & \omega_{v,y}\omega_{v,z} \\ \omega_{v,z}\omega_{v,x} & \dot{\omega}_{v,y} & -\omega_{v,z}\omega_{v,x} \\ -\omega_{v,x}\omega_{v,y} & \omega_{v,x}\omega_{v,y} & \dot{\omega}_{v,z} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

$$\mathbf{a}^{44} = \begin{bmatrix} -r_1\lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_2\lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_3\lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_4\lambda_4 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

由於方程式 (7.7) 為常數，因此僅需要常數不為零即代表可逆，其條件為：

- 垂直加速度不相等於地球重力在輔助座標上的垂直分量 ($\ddot{z}_a \neq G_{a,z}$)。

從方程式 (7.8) 可以看出其矩陣 (\mathbf{a}^{22}) 之滿秩條件為：

- 前輪轉向角度總和不為零 ($\delta_1 + \delta_2 \neq 0$)。
- 前輪滑動角與後輪滑動角皆非為零 ($\alpha_f \neq 0, \alpha_r \neq 0$)。

從方程式 (7.9) 可以看出其矩陣 (\mathbf{a}^{23}) 之滿秩條件為：

- 車體座標的任一軸之角速度皆非為零 ($\omega_{v,x} \neq 0, \omega_{v,y} \neq 0, \omega_{v,z} \neq 0$)。

從方程式 (7.10) 可以看出其矩陣 (\mathbf{a}^{34}) 之滿秩條件為：

- 任一輪胎滑動率皆非為零 ($\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0, \lambda_3 \neq 0, \lambda_4 \neq 0$)。

因此當駕駛行為滿足上述五個條件時，參數鑑定系統可以確保上述車輛參數的取得。

雖然可以如上述一般地，運用整個簡易車輛模型來建立車輛參數鑑定系統，以獲得所有目標車參數，但是此系統矩陣的維度較大 ($\text{size}(\mathbf{A})=10 \times 10$)，參數鑑定的演算法過程中容易造成繁重的數學工作，既然 (1) 系統矩陣 (\mathbf{A}) 的特徵值取決於對角線的矩陣元素；(2) 系統矩陣 (\mathbf{A}) 中左下角矩陣與右上角矩陣部分為零的特性，所以可以逐步鑑定每一待鑑定參數。然而相較於運用整個簡易車輛模型來一次鑑定出所有車輛參，其車輛參數的鑑定是藉由所有動態來計算的，理論上，分別鑑定的鑑定精度

必然地會比一次鑑定的鑑定精度低，但是在考量鑑定過程中所涉及的最佳化過程的困難度，本論文仍採用分別鑑定的方式進行。

7.2.2 參數之觀察性程度

參數之「觀察性程度」在本論文被定義為系統矩陣之最小特徵值，由於後續章節將會分別建立相關車輛參數的鑑定系統，因此參數之觀察性程度分析將會個別地檢驗。

由於車輛垂直加速度會時間變化且在一般的駕駛情形下通常很小，因此方程式 (7.7) 在大部分的時間下為可逆；從方程式 (7.8) 可以發現，駕駛行為必須持續地提供幅度較大的前輪轉向角以及後輪的輪胎滑動角，以確保此矩陣元素 (\mathbf{a}^{22}) 的特徵值；從方程式 (7.9) 可以發現，駕駛行為必須持續地激發車體座標三軸的角速度，以確保此矩陣元素 (\mathbf{a}^{23}) 的特徵值；從方程式 (7.10) 可以發現，駕駛行為必須提供夠大的輪胎滑動率，以確保此矩陣元素 (\mathbf{a}^{34}) 的特徵值。綜合上述，駕駛者必須要持續地轉動車輛以及加速與減速，透過較劇烈的駕駛行為才能夠確保三個矩陣元素的特徵值夠大而使得車輛參數鑑定系統能夠正確地觀察到相關車輛參數。相同的作法可見於先前文獻 [11][19]，然而先前文獻卻沒有詳細地說明劇烈的駕駛行為的原因。

7.3 車輛參數鑑定系統

7.3.1 遞迴式最小平方法

當車輛動態估測系統不斷地估測目前車輛動態資訊時，車輛參數鑑定系統必須找出最符合這些車輛動態資訊的車輛參數。為了同步的鑑定出這些車輛參數，本論文所採用的參數鑑定演算法為遞迴式最小平方法。

為了找出符合車輛動態估測系統所獲得的車輛動態資訊，承續方程式 (7.5)，便可形成無拘束式之最佳化問題 (Unconstrained Optimization Problem)，此問題的成本函數如下所示 (Cost Function)：

$$\min \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_k \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} - \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_k \end{bmatrix} \right\| \quad (7.11)$$

其中 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_k$ 與 $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_k$ 表示分別使用車輛動態估測系統在時間 $t=1, 2, \dots, k$ 估測而獲得的車輛動態資訊，來建構而成的矩陣 \mathbf{A} 與 \mathbf{b} 。然而為了改善此參數鑑定系統的參數觀察性程度，本論文特別設計權重矩陣 (Weighting Matrix) 以及比例矩陣 (Scaling Matrix) 進入最佳化問題，因此方程式 (7.12) 可以被改寫為：

$$\min \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{Q}\mathbf{A}_1\mathbf{W} \\ \mathbf{Q}\mathbf{A}_2\mathbf{W} \\ \vdots \\ \mathbf{Q}\mathbf{A}_k\mathbf{W} \end{bmatrix} \mathbf{W}^{-1}\bar{\mathbf{x}} - \begin{bmatrix} \mathbf{Q}\mathbf{b}_1 \\ \mathbf{Q}\mathbf{b}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Q}\mathbf{b}_k \end{bmatrix} \right\| \quad (7.12)$$

其中 \mathbf{Q} 為權重矩陣，其矩陣元素為常數； \mathbf{W} 為比例矩陣，其矩陣元素為常數。從方程式 (7.12) 可以看出此最佳化問題已經發生變化，由於這兩個矩陣皆為常數矩陣，因此先前所敘述的參數之可觀性並不會因為權重矩陣與比例矩陣而改變，然而參數之觀察性程度會受到影響，原本參數之觀察性程度是藉由系統矩陣 (\mathbf{A}) 的最小特徵值來描述，透過這兩個常數矩陣進入成本函數，則參數之觀察性程度將會由此矩陣 (\mathbf{QAW}) 的最小特徵值來描述，僅需要適當地挑選這兩個常數矩陣，即可獲得最佳的參數之觀察性程度，然而挑選方式會再次形成一個最佳化問題，此最佳化問題已經超出本論文的研究範圍，因此本論文將會把這兩個矩陣設計成常數對角矩陣並忽略挑選問題。

當運用遞迴式最小平方法於此最佳化問題，即可獲得此問題的最佳解，也就是最符合車輛動態資訊的車輛參數，其遞迴式最小平方法的演算法如下所示：

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{Q,k+1} &= \mathbf{P}_{Q,k} - \mathbf{P}_{Q,k} \mathbf{A}_{Q,k+1}^T \left[\mathbf{I} + \mathbf{A}_{Q,k+1} \mathbf{P}_{Q,k} \mathbf{A}_{Q,k+1}^T \right]^{-1} \mathbf{A}_{Q,k+1} \mathbf{P}_{Q,k} \\ \bar{\mathbf{x}}_{Q,k+1} &= \bar{\mathbf{x}}_{Q,k} - \mathbf{P}_{Q,k+1} \mathbf{A}_{Q,k+1}^T \left[\mathbf{Q}\mathbf{b}_{k+1} - \mathbf{A}_{Q,k+1} \bar{\mathbf{x}}_{Q,k} \right] \\ \mathbf{A}_{Q,k+1} &= \mathbf{Q}\mathbf{A}_{k+1}\mathbf{W} \\ \bar{\mathbf{x}}_{Q,k+1} &= \mathbf{W}^{-1}\bar{\mathbf{x}}_{k+1} \end{aligned} \quad (7.13)$$

其中 \mathbf{P}_Q 表示為斜方差矩陣 (Covariance Matrix)，且下標 (k 與 $k+1$) 分別表示為在時間 $t=k$ 與 $t=k+1$ 所估測或鑑定而獲得的該變數數值。

7.3.2 輪胎驅動剛性係數鑑定系統

藉由簡易車輛模型，車輛的輪胎動態可以用來鑑定四個輪胎的驅動剛性係數 ($\bar{C}_{\lambda,1}, \bar{C}_{\lambda,2}, \bar{C}_{\lambda,3}, \bar{C}_{\lambda,4}$)，作法如下：

$$\mathbf{Q}^a \mathbf{A}^a \mathbf{W}^a \mathbf{W}^{a-1} \bar{\mathbf{x}}^a = \mathbf{Q}^a \mathbf{b}^a \quad (7.14)$$

其中

$$\bar{\mathbf{x}}^a = [\bar{C}_{\lambda,1}, \bar{C}_{\lambda,2}, \bar{C}_{\lambda,3}, \bar{C}_{\lambda,4}]^T$$

$$\mathbf{A}^a = \text{diag}\{-r_1 \hat{\lambda}_1, -r_2 \hat{\lambda}_2, -r_3 \hat{\lambda}_3, -r_4 \hat{\lambda}_4\}$$

$$\mathbf{b}^a = \begin{bmatrix} I_{wheel} \dot{\hat{\omega}}_1 + T_{b,1} - T_{m,1} \\ I_{wheel} \dot{\hat{\omega}}_2 + T_{b,2} - T_{m,2} \\ I_{wheel} \dot{\hat{\omega}}_3 + T_{b,3} - T_{m,3} \\ I_{wheel} \dot{\hat{\omega}}_4 + T_{b,4} - T_{m,4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}^a = \text{diag}\{q_1^a, q_2^a, q_3^a\}$$

$$\mathbf{W}^a = \text{diag}\{w_1^a, w_2^a, w_3^a\}$$

7.3.3 車輛質量鑑定系統

藉由簡易車輛模型，車輛的垂直位移動態可以用來鑑定車輛質量 (\bar{m}_{tot})，作法如下：

$$\mathbf{Q}^b \mathbf{A}^b \mathbf{W}^b \mathbf{W}^{b-1} \bar{\mathbf{x}}^b = \mathbf{Q}^b \mathbf{b}^b \quad (7.15)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{x}}^b &= \bar{m}_{tot} \\ \mathbf{A}^b &= \ddot{\hat{\mathbf{z}}}_a - \hat{\mathbf{G}}_{a,z} \\ \mathbf{b}^b &= \sum K_{spring} \hat{H}_{a,i} + D_{damper} \dot{\hat{H}}_{a,i} + m_{u,i} \mathbf{g} \\ \mathbf{Q}^b &= q_1^b \\ \mathbf{W}^b &= w_1^b\end{aligned}$$

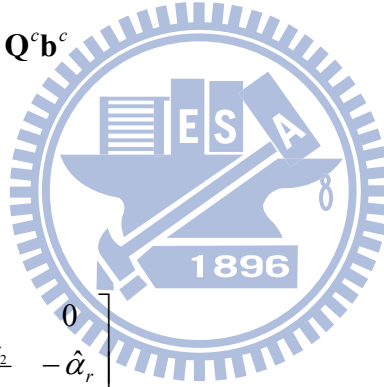
7.3.4 輪胎轉向剛性係數鑑定系統

藉由簡易車輛模型，車輛的縱向與側向位移動態可以用來鑑定輪胎轉向剛性係數 ($\bar{C}_{\alpha,f}, \bar{C}_{\alpha,r}$)，作法如下：

$$\mathbf{Q}^c \mathbf{A}^c \mathbf{W}^c \mathbf{W}^{c-1} \bar{\mathbf{x}}^c = \mathbf{Q}^c \mathbf{b}^c \quad (7.16)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{x}}^c &= [\bar{C}_{\alpha,f}, \bar{C}_{\alpha,r}]^T \\ \mathbf{A}^c &= \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_f \sin \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} & 0 \\ -\hat{\alpha}_f \cos \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} & -\hat{\alpha}_r \end{bmatrix} \\ \mathbf{b}^c &= \begin{bmatrix} -\bar{m}_{tot} (\ddot{\hat{x}}_a - \dot{\hat{y}}_a \dot{\hat{\psi}}_v - \hat{G}_{a,x}) + \sum \bar{C}_{\lambda,i} \hat{\lambda}_i \cos \delta_i \\ -\bar{m}_{tot} (\ddot{\hat{y}}_a + \dot{\hat{x}}_a \dot{\hat{\psi}}_v - \hat{G}_{a,y}) + \sum \bar{C}_{\lambda,i} \hat{\lambda}_i \sin \delta_i \end{bmatrix} \\ \mathbf{Q}^c &= \text{diag}\{q_1^c, q_2^c\} \\ \mathbf{W}^c &= \text{diag}\{w_1^c, w_2^c\}\end{aligned}$$



7.3.5 三軸慣性矩鑑定系統

藉由簡易車輛模型，車輛三軸的旋轉動態可以用來鑑定車體座標三軸的慣性矩 ($\bar{I}_x, \bar{I}_y, \bar{I}_z$)，作法如下：

$$\mathbf{Q}^d \mathbf{A}^d \mathbf{W}^d \mathbf{W}^{d-1} \bar{\mathbf{x}}^d = \mathbf{Q}^d \mathbf{b}^d \quad (7.17)$$

其中

$$\bar{\mathbf{x}}^d = [\bar{I}_x, \bar{I}_y, \bar{I}_z]^T$$

$$\mathbf{A}^d = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{v,x} & -\hat{\omega}_{v,y}\hat{\omega}_{v,z} & \hat{\omega}_{v,y}\hat{\omega}_{v,z} \\ \hat{\omega}_{v,z}\hat{\omega}_{v,x} & \hat{\omega}_{v,y} & -\hat{\omega}_{v,z}\hat{\omega}_{v,x} \\ -\hat{\omega}_{v,x}\hat{\omega}_{v,y} & \hat{\omega}_{v,x}\hat{\omega}_{v,y} & \hat{\omega}_{v,z} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}^d = [M_x, M_x, M_z]^T$$

$$\mathbf{Q}^d = \text{diag}\{q_1^d, q_2^d, q_3^d\}$$

$$\mathbf{W}^d = \text{diag}\{w_1^d, w_2^d, w_3^d\}$$

藉由方程式 (7.14) 至 (7.17)，所有待測的 10 個車輛參數可以運用遞迴式最小平方方法鑑別出來。

7.4 車輛參數鑑定系統之流程

車輛參數鑑定系統在此建構完畢，其流程可見於圖 7.2：藉由簡易車輛模型與車輛動態估測系統所估測的車輛動態資訊，來分別設計四組車輛參數鑑定系統：輪胎驅動剛性係數鑑定系統、車輛質量參數鑑定系統、輪胎轉向剛性係數鑑定系統、以及三軸慣性矩鑑定系統，進而獲得相關車輛參數，包括：輪胎驅動剛性係數 ($\bar{C}_{\lambda,1}, \bar{C}_{\lambda,2}, \bar{C}_{\lambda,3}, \bar{C}_{\lambda,4}$)、車輛質量 (\bar{m}_{tot})、輪胎轉向剛性係數 ($\bar{C}_{\alpha,f}, \bar{C}_{\alpha,r}$)、以及車體座標之三軸慣性矩 ($\bar{I}_x, \bar{I}_y, \bar{I}_z$)。

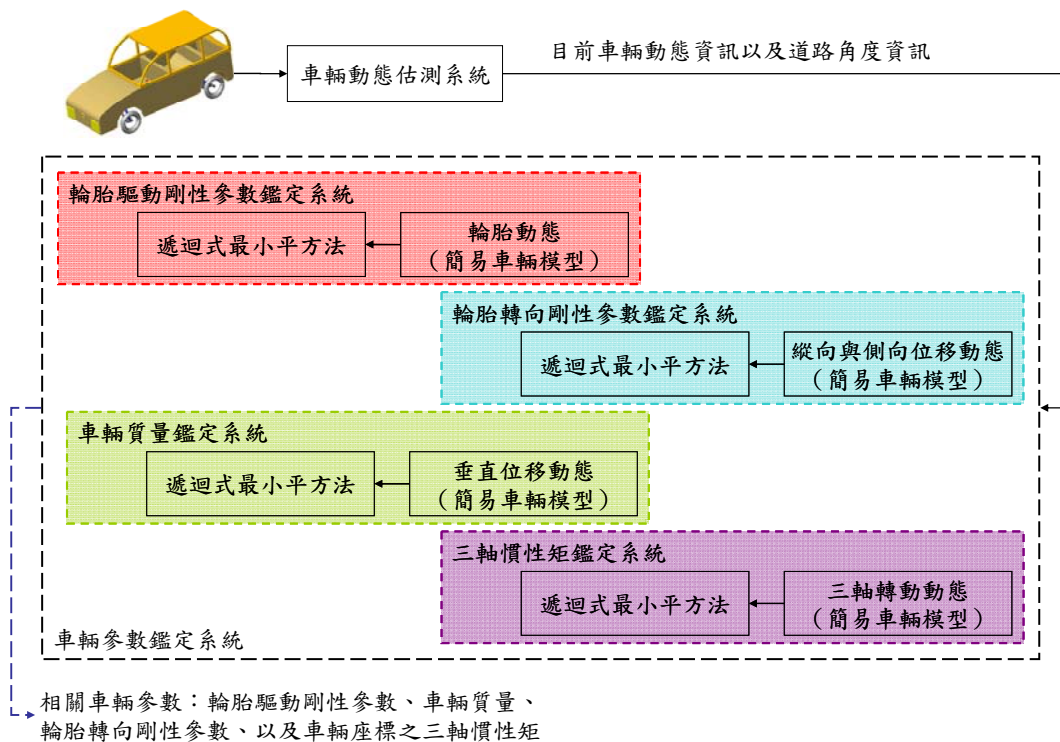


圖 7.2 車輛參數鑑定系統之流程圖

7.5 數值模擬與討論

本章節利用 MATLAB 數學軟體來驗證之前所提出的車輛參數鑑定系統，同樣地採用第二章所發表的完整車輛模型作為實際車輛的動態行為。在後續的模擬情況中，駕駛者操作車輛的初始速度為每小時 90 公里，其行駛於具有斜坡的道路 ($\phi_r = 2 \text{ deg}$ 與 $\theta_r = -2 \text{ deg}$)，根據各種不同的駕駛行為 (如圖 7.3 所示) 以及透過車輛動態估測系統所估測的車輛動態資訊，來驗證車輛參數鑑定系統的可行性：(1) 車輛持續地左右轉動並前後加速 ($\delta_{sw} = 360 \sin(2\pi \times 2t) \text{ deg}$ 與 $T_m - T_b = -300 \cos(2\pi \times 2t) \text{ Nm}$)；(2) 車輛右轉切換車道。其模擬結果將會被展示於圖 7.4 至圖 7.9，其圖中藍色虛線表示為完整車輛模型的車輛參數，代表實際車輛參數；紅色實線為車輛參數鑑定系統的輸出。除此之外，車輛參數鑑定所需要的車輛動態由第六章所建構的感測器整合系統提供，在此僅呈現車輛動態估測的結果，不再做動態估測精度的探討。

在簡易車輛模型中輪胎的驅動剛性係數與轉向剛性係數被假設為常數，如方程式 (7.3) 所示。與完整車輛模型中的非線性輪胎模型相較之下，此常數是透過三個假設而得：(1) 道路摩擦力為定值；(2) 四個輪胎的垂直負載不隨時間變化；(3) 輪胎滑動率／滑動角皆趨近於零 ($\lambda_i \rightarrow 0, \alpha_i \rightarrow 0$)。所以此常數為非線性輪胎模型中的線性區域的黏著力／滑動率 (滑動角) 的斜率。

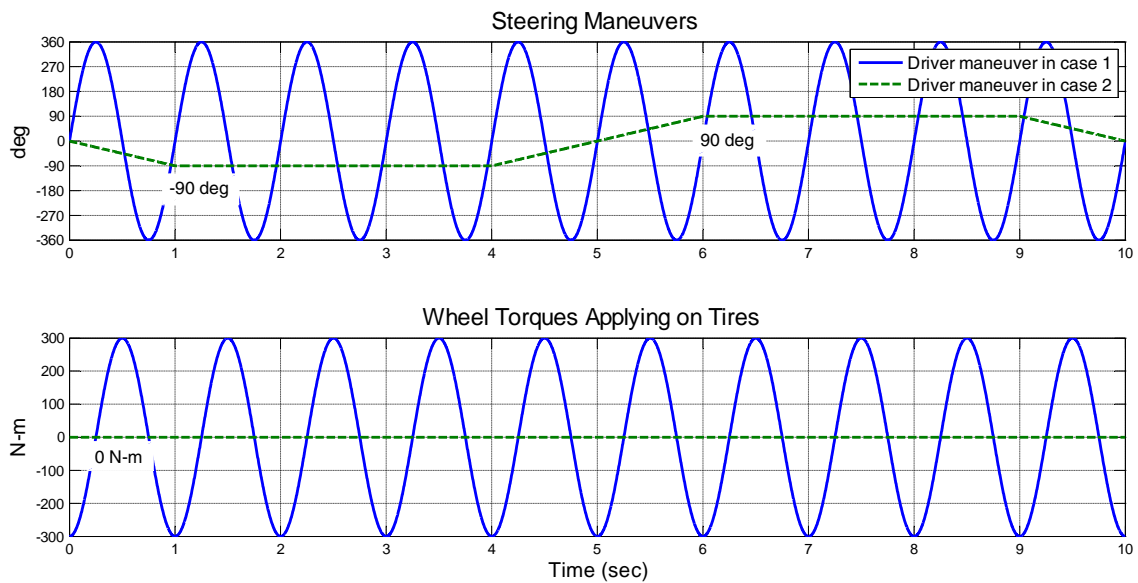


圖 7.3 駕駛者行為之方向盤角度與輪胎力矩

7.5.1 模擬例一：車輛持續地左右轉動並前後加速

本例為車輛持續地左右轉動並前後加速，其駕駛行為如圖 7.3 之藍色實線。完整車輛動態與車輛動態估測系統的模擬結果呈現於圖 7.4，從圖中可以看出，車輛動態擁有劇烈地變化，並且車輛動態估測系統能夠準確地獲得車輛動態以及道路角度。

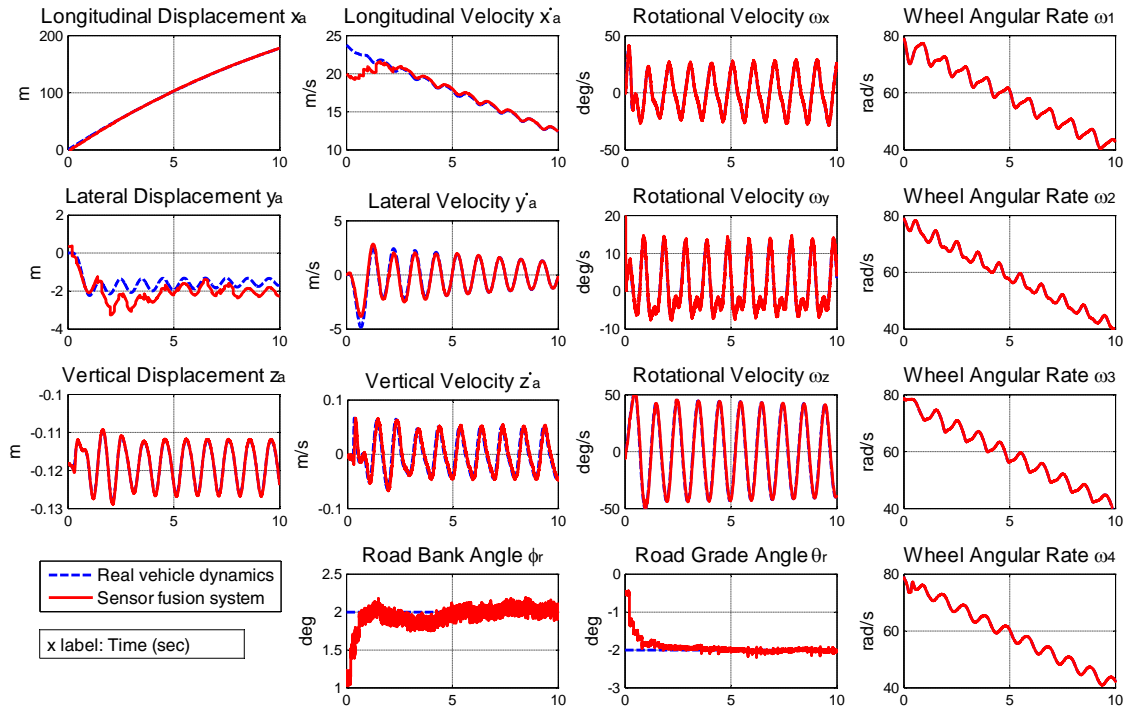


圖 7.4 例一之完整車輛模型與車輛動態估測系統的輸出比較

圖 7.5 為車輛質量與慣性矩的鑑定結果，其模擬結果與先前參數觀察性分析一樣，車輛參數鑑定系統能夠準確地獲得車輛質量與慣性矩，質量鑑定的平均值為 1739.91 kg；三軸慣性矩鑑定結果之平均值分別為 419.50 kg-m²、2462.95 kg-m² 與 3354.30 kg-m²，此鑑定結果符合預期，主要是因為懸吊系統位移量感測器具有較佳的量測精度。

圖 7.6 為輪胎驅動剛性係數與輪胎轉向剛性係數的鑑定結果。四顆輪胎的驅動剛性係數鑑定結果之平均值分別為 74550.63 N、79404.84 N、31618.82 N 與 50426.31 N；前後輪的轉向剛性係數鑑定結果之平均值分別為 40029.38 N/rad 與 39013.83 N/rad。鑑定結果與預期值列於表 7.1，從表中可以明顯地看出輪胎驅動剛性係數的相對誤差較高，其主要原因在於車輛動態估測系統的估測精度，詳細討論將會呈現於下一章節。

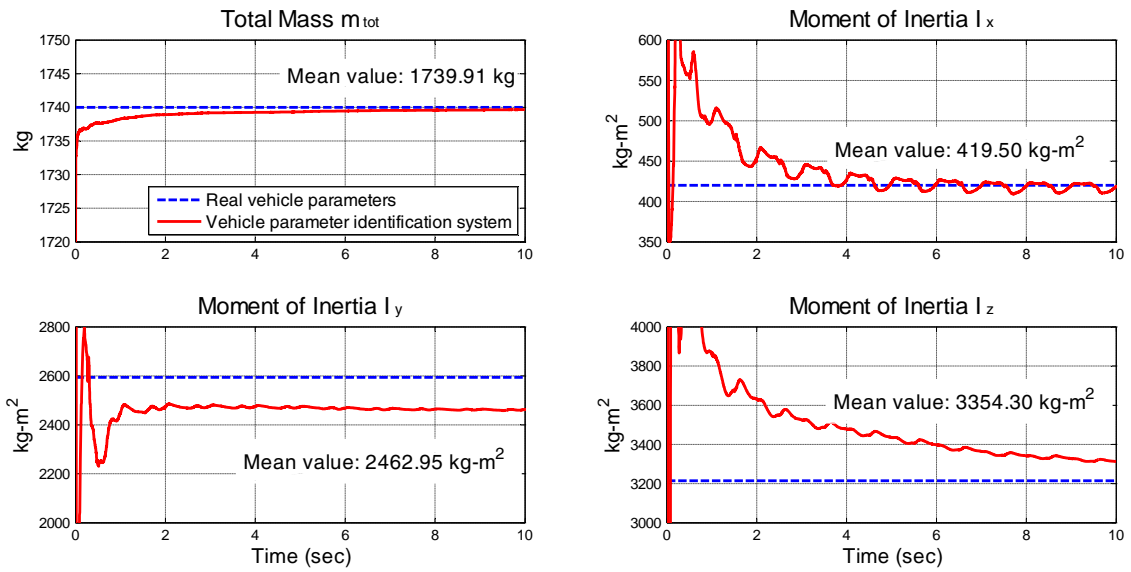


圖 7.5 例一之完整車輛模型與車輛參數鑑定系統的車輛質量與三軸慣性矩之比較

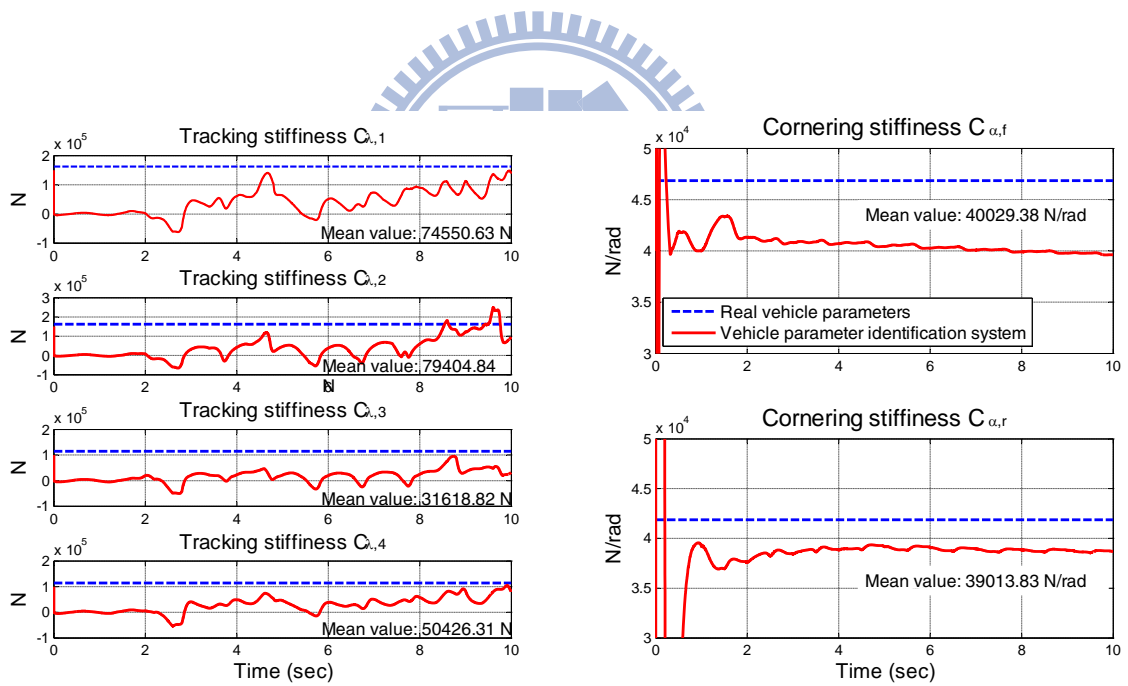


圖 7.6 例一之完整車輛模型與車輛參數鑑定系統的車輛輪胎驅動與轉向剛性係數之比較

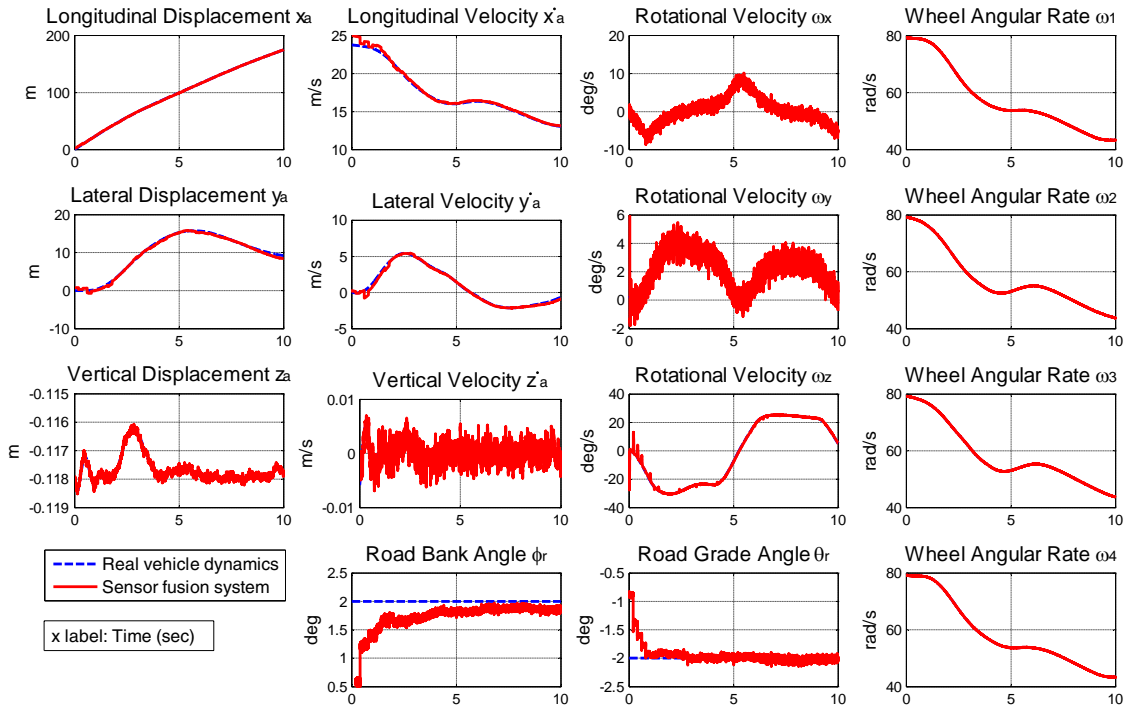


圖 7.7 例二之完整車輛模型與車輛動態估測系統的輸出比較

7.5.2 模擬例二：車輛右轉切換車道

本例為車輛右轉進行車道變換，其駕駛行為為如圖 7.3 之綠色虛線所示。完整車輛動態與車輛動態估測系統的模擬結果呈現於圖 7.7，從圖中可以看出，車輛動態變化緩慢，車輛動態估測系統能夠準確地獲得車輛動態以及道路角度。

圖 7.8 為車輛質量與慣性矩的鑑定結果；圖 7.9 為輪胎驅動剛性係數與輪胎轉向剛性係數的鑑定結果。模擬結果顯示除了車輛質量能夠準確地被鑑定而得，其他車輛參數卻無法準確地被鑑定，此結果與先前參數觀察性分析結果不同，主要原因是雖然已經滿足五個滿秩的條件（如 7.2.1 章節所示），但是但是觀察性程度的不足，鑑定系統仍然很難在訊號具雜訊的狀況下正確的鑑定出系統的參數。其詳細討論將會呈現於下一章節，此外模擬結果亦列於表 7.1。

圖 7.8 的車體座標之三軸慣性矩的鑑定結果，在第五秒左右的時候，會有一個類似突波的現象發生，其主要原因在於車體的 y 軸與 z 軸旋轉角速度驅近於零（如圖 7.7 所示），導致車輛參數鑑定系統的系統矩陣會有奇異性發生（如方程式 (7.9) 所示），類

似的突波現象亦發生於車輛質量與輪胎轉向剛性係數鑑定的模擬中，其原因在於駕駛者的方向盤轉向角度趨近為零(如圖 7.2 所示)，導致矩陣的奇異性發生(如方程式(7.8)所示)，然而由於座標軸比例的關係，使得這些車輛參數鑑定結果中的突波現象無法明顯呈現。

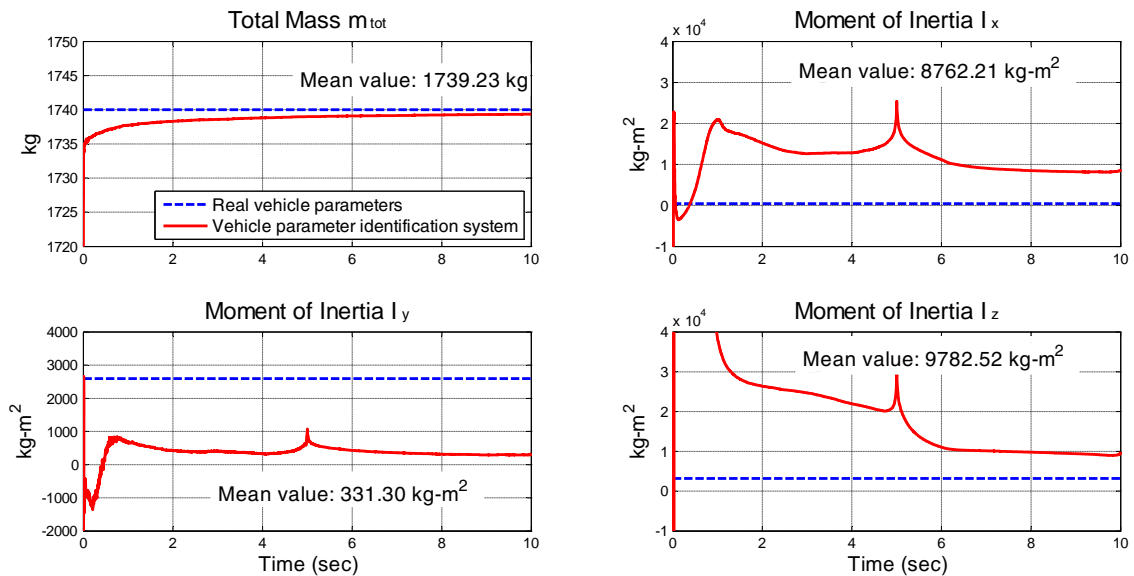


圖 7.8 例二之完整車輛模型與車輛參數鑑定系統的車輛質量與三軸慣性矩之比較

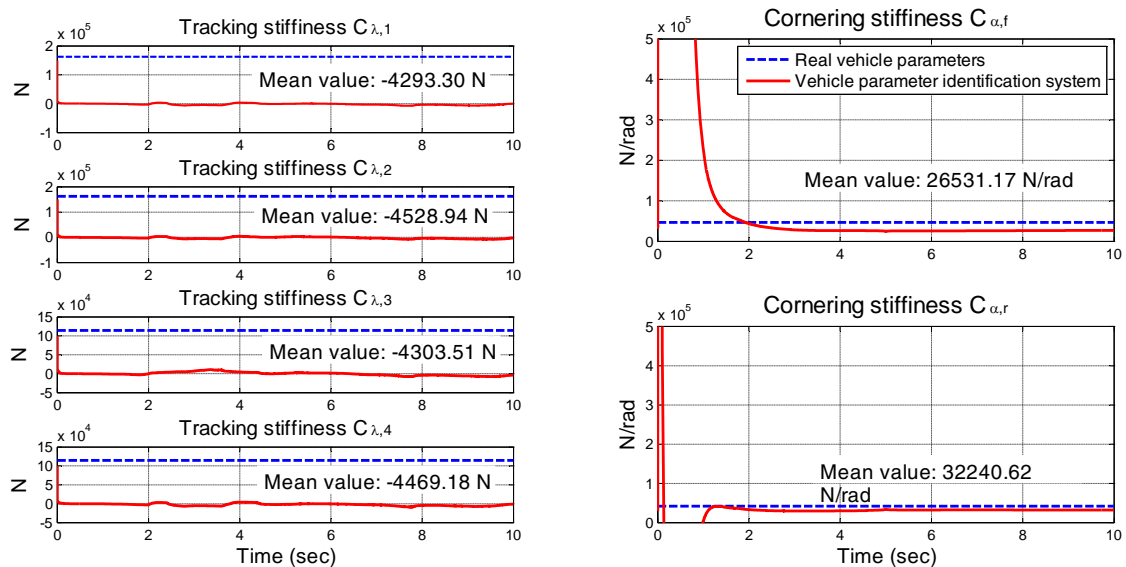


圖 7.9 例二之完整車輛模型與車輛參數鑑定系統的車輛輪胎驅動與轉向剛性係數之比較

表 7.1 車輛參數鑑定系統之相對誤差

車輛參數	變數符號	單位	理想數值	鑑定平均值 ^a		相對誤差 ^b	
				例一	例二	例一	例二
車輛質量	\bar{m}_{tot}	kg	1740	1739.91	1739.23	0.0052%	0.04%
車體座標之 x 軸慣性矩	\bar{I}_x	kg-m ²	420	419.50	8762.21	0.12%	-1.99e5
車體座標之 y 軸慣性矩	\bar{I}_y	kg-m ²	2594	2462.95	331.30	5.05%	87.23%
車體座標之 z 軸慣性矩	\bar{I}_z	kg-m ²	3214	3354.30	9782.52	4.37%	-204.37%
左前輪之 輪胎驅動剛性係數	$\bar{C}_{\lambda,1}$	N	162360 ^c	74550.63	-4293.30	54.08%	102.64%
右前輪之 輪胎驅動剛性係數	$\bar{C}_{\lambda,2}$	N	162360 ^c	79404.84	-4528.94	51.09%	102.79%
右後輪之 輪胎驅動剛性係數	$\bar{C}_{\lambda,3}$	N	114645 ^c	31618.82	-4303.51	72.42%	103.75%
左後輪之 輪胎驅動剛性係數	$\bar{C}_{\lambda,4}$	N	114645 ^c	50426.31	-4469.18	56.02%	103.90%
前輪之 輪胎轉向剛性係數	$\bar{C}_{\alpha,f}$	N/rad	46856 ^c	40029.38	26531.17	14.57%	43.38%
後輪之 輪胎轉向剛性係數	$\bar{C}_{\alpha,r}$	N/rad	41872 ^c	39013.83	32240.62	6.86%	23.00%

^a 鑑定平均值是指車輛參數鑑定系統所鑑定的車輛參數平均值，其計算時間從模擬結果的 5 秒到 10 秒。

^b 相對誤差是指車輛參數鑑定系統的鑑定參數與完整車輛模型的實際參數之相對誤差，其計算公式為(鑑定參數/實際參數-1) [69]。

^c 輪胎驅動剛性係數與轉向剛性係數的理想數值是運用第二章所發表的非線性輪胎模型且透過假設(如 7.5 節所述)而得。

7.5.3 結果討論

由例一的模擬結果可知，本論文所發表的車輛參數鑑定系統可以藉由車輛動態估測系統所估測的動態資訊來獲得簡易車輛模型中的車輛參數，包括：車輛質量、三軸慣性矩、輪胎驅動剛性係數以及輪胎轉向剛性係數。從表 7.1 可以看出，除了輪胎驅動剛性係數與輪胎轉向剛性係數之外，其他的車輛參數的相對誤差皆小於 5.1%，參數鑑定的精度主要由車輛動態估測系統的估測精度所決定。圖 7.10 與圖 7.11 分別為輪胎滑動率與縱向輪胎黏著力之關係圖，以及輪胎滑動角與側向輪胎黏著力之關係圖，圖中綠色點代表實際車輛動

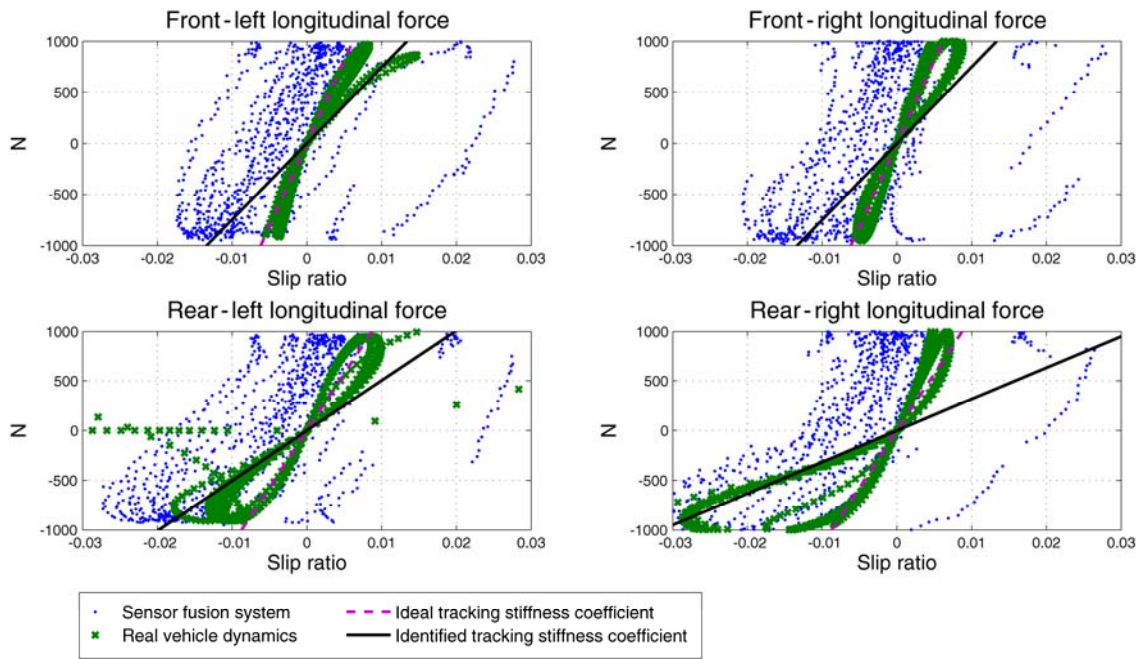


圖 7.10 輪胎滑動率與縱向輪胎黏著力的關係圖

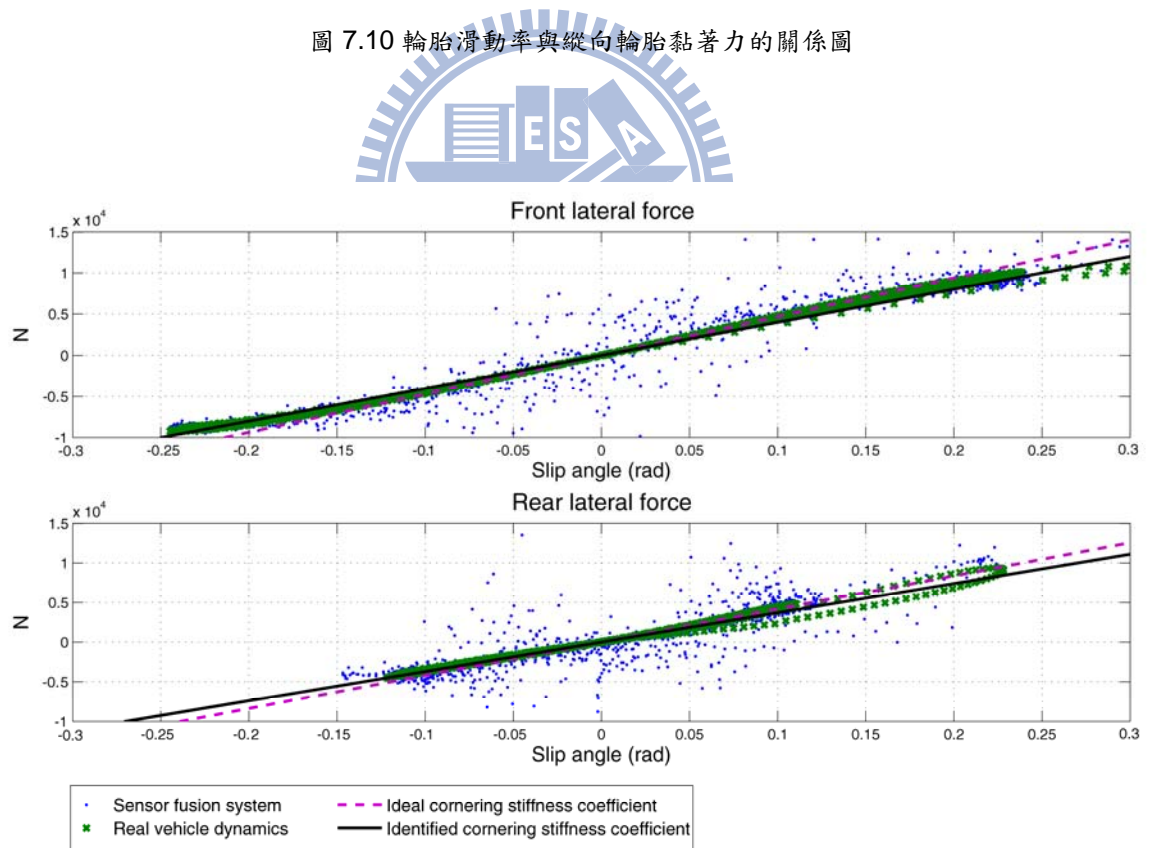


圖 7.11 輪胎滑動角與側向輪胎黏著力的關係圖

態，藍色 X 代表車輛動態估測系統的輸出，紫色虛線為理想的輪胎剛性係數，黑色實線為被鑑定的輪胎剛性係數，從圖 7.10 可以發現此車輛動態大部分仍操作在線性區內，但是藉由車輛動態估測系統所獲得的動態資訊與實際車輛動態相差甚遠。既然輪胎驅動剛性係數是藉由遞迴式最小平方法來獲得一常數，也就是在圖 7.10 中的藍色點中找出一誤差最小之直線方程式（輪胎滑動率 vs. 縱向輪胎黏著力），使得藉由鑑定系統所得的輪胎驅動剛性係數（黑色實線）偏離先前所計算的理想輪胎驅動剛性係數（紫色虛線）。相同的現象亦發生在圖 7.11，然而由於輪胎角度的關係，車輛動態估測系統在此方向上估測較為精準，因此所鑑定的輪胎轉向剛性係數（相對誤差小於 15%）會比輪胎驅動剛性係數（相對誤差小於 73%）準確許多。除此之外，雖然輪胎剛性係數的相對誤差較大，但是依舊可以透過車輛動態估測系統所估測的輪胎滑動率與輪胎滑動角以及車輛參數鑑定系統的輪胎驅動剛性係數與輪胎轉向剛性係數來粗略地描述縱向輪胎黏著力與側向輪胎黏著力，圖 7.12 為實際輪胎黏著力與透過車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統所獲得之輪胎黏著力的誤差，從模擬結果可以知道其誤差平均值（計算時間從 5 秒到 10 秒）皆小於 400 N。

由例二的模擬可看知，當車輛進行單次車道變換時，本論文所設計的車輛參數鑑定系統會失效，雖然滿足參數可觀察行的五個條件，但是參數的觀察性程度不足，使得車輛參數鑑定系統很難得到正確的車輛參數值。而參數可觀察行程度不足的主因在於動態太小導致前述之系統矩陣的特徵值太小。

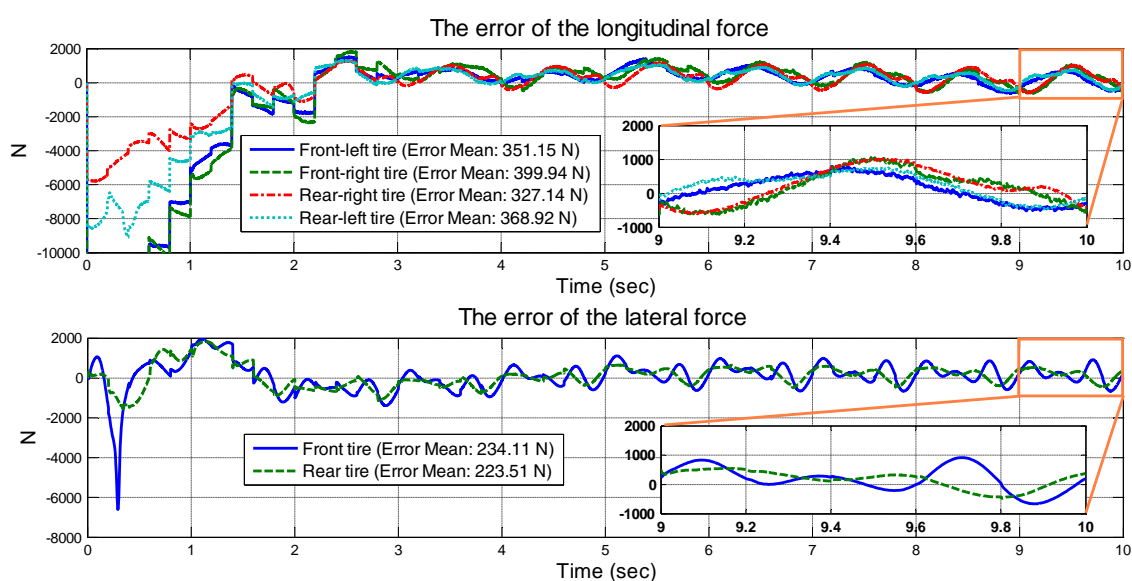


圖 7.12 實際輪胎黏著力與透過車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統所估算之輪胎黏著力的誤差

此現象可以由另一個物理特徵—訊噪比³來解釋，其訊噪比過低導致系統矩陣的元素值由雜訊所支配。表 7.2 為車輛動態估測系統之訊噪比，從表中可以知道例一模擬的訊噪比皆至少有 38 dB (≈ 79.43 倍) 且能夠獲得目標車輛參數 (如圖 7.5 與圖 7.6)，相較之下，例二的模擬中有兩個訊號的訊噪比都小於 30 dB (≈ 31.62 倍)，導致車輛參數鑑定系統無法獲得相關車輛參數：車體座標 y 軸旋轉角速度具有較低的訊噪比，使得三軸慣性矩無法被正確鑑定 (如圖 7.8)；縱向加速度具有較低的訊噪比，使得輪胎轉向剛性係數無法被正確鑑定 (如圖 7.9)。

如前所述，在本系統中車輛參數鑑定需要較高的訊噪比，而提高訊噪比的方法包括：(1) 激發出較明顯的車輛動態；(2) 採用雜訊較低的感測器。前者與先前觀察性程度分析所提起之「較劇烈的駕駛行為」一樣，然而由於車輛是個相當穩定的系統，即使透過劇烈的駕駛行為 (如圖 7.2 之藍色實線)，其角速度與加速度之均方根值並不大，因此本論文所採用的感測系統必須具有較低的雜訊，所獲得之訊噪比才足夠以鑑定出車輛參數。

表 7.2 車輛動態估測系統之訊噪比

感測系統所量測之 車輛動態	單位	實際動態 均方根		感測 雜訊 均方根 ^a	訊噪比 (單位：dB)		
		例一	例二		例一	例二	
車體座標 加速度	縱向加速度	m/s ²	2.359	0.516	0.02	41.43	28.23
	側向加速度	m/s ²	2.669	6.624	0.02	42.51	50.40
	垂直加速度	m/s ²	9.804	9.797	0.02	53.81	53.80
車體旋轉 角速度	x 軸角速度	rad/s	0.292	0.060	0.0014	46.39	32.64
	y 軸角速度	rad/s	0.115	0.043	0.0014	38.29	29.75
	z 軸角速度	rad/s	0.538	0.379	0.0014	51.69	48.65
輪胎轉速	左前輪胎	rad/s	59.662	58.792	0.035	64.63	64.51
	右前輪胎	rad/s	59.708	58.472	0.035	64.64	64.46
	右後輪胎	rad/s	60.080	59.277	0.035	64.69	64.58
	左後輪胎	rad/s	60.148	59.452	0.035	64.70	64.60

^a 感測雜訊均方根是藉由第六章所採用之感測系統所計算而得，可參考表 6.1。

³訊噪比 (Signal-to-noise Ratio, SNR) 定義為 $20 \log_{10}$ (訊號之均方根/雜訊之均方根) [78]。

7.5.4 三軸慣性矩之討論

從表 7.2 可以看出，即使低雜訊的角速度感測器（雜訊標準差：0.08 deg/sec），車體座標之 y 軸角速度的訊噪比依舊只有 38.29 dB，然而一般車用的角速度感測器，例如：Epson Toyocom 公司所發展的 XV-8000 系列陀螺儀⁴[79]，其靜態雜訊為 0.12 deg/sec。可以預期的是當採用上述陀螺儀作為感測系統之一時，本論文所提出的車輛參數鑑定方法有可能失效。從慣性矩公式[75]的角度來看：

$$I_{\text{new}} = (m_{\text{new}} / m_{\text{old}}) I_{\text{old}} + m_{\text{new}} r^2 \quad (7.16)$$

其中 m_{old} 與 m_{new} 分別代表為受到乘客數量或汽油損耗影響前／後的質量； I_{old} 與 I_{new} 分別代表為質量變化前／後的慣性矩； r 為質量變化前與變化後的質心偏移長度。從上述慣性矩公式可以發現，慣性矩的改變量可以分成兩個部份：（1）方程式（7.16）等號右邊的前者（ $(m_{\text{new}} / m_{\text{old}}) I_{\text{old}}$ ）為“質量變化”；（2）方程式（7.16）等號右邊的後者（ $m_{\text{new}} r^2$ ）為“質心偏移”。因此我們可以設計一個簡單模擬條件：乘客數量從 1 人到 4 人分別地坐在車輛上不同的位置（如圖 7.13 所示），並且假設車輛質心的垂直位移變化很小因而忽略不計，透過此簡易初步計算（如表 7.3 所示）可以發現“質心偏移”造成的慣性矩改變量會遠小於“質量變化”所造成的慣性矩改變量，既然透過懸吊系統位移量感測器與垂直加速度感測器，車輛質量可以被準確地鑑定（如表 7.1 所示），因此假設車體座標的三軸慣性矩能夠事先藉由實驗獲得，接著使用被鑑定而得的車輛質量來推算三軸慣性矩的改變量，如此便能不需要高成本的感測器或是劇烈的車輛動態行為，來獲得三軸慣性矩之鑑定精度。詳細驗證與分析過程仍然持續進行中。

⁴ Epson Toyocom 公司所發展的 XV-8000 系列陀螺儀，是使用石英材料所設計而成的振動陀螺儀，其主要目的是裝設於車輛用來量測車輛橫擺角速度以防止車輛打滑，稱為姿態穩定系統（Electronic Stability Control），或者是裝設於車輛用來量測車輛側傾角速度以啟動側邊氣囊，稱為翻覆防護系統（Rollover Protection System）。

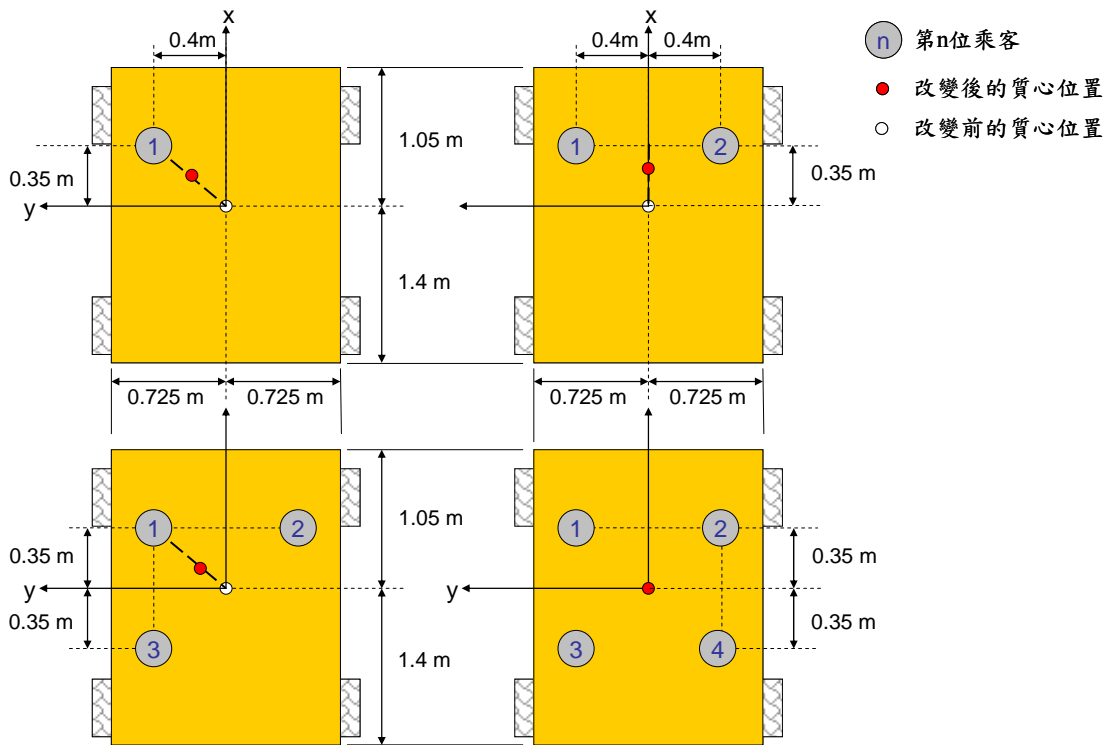


圖 7.13 車上人數與質心偏移之示意圖，從左上角開始順時針之順序分別為承載 1 人、2 人、3 人至 4 人。

表 7.3 乘客人數與慣性矩變化量的關係

乘客數量 ^a	質量偏移		質量變化 (C)	慣性矩總變化量	
	ΔI_x (A)	ΔI_y (B)		(A)+(C)	(B)+(C)
1	0.076 %	0.010 %	3.45 %	3.53 %	3.46 %
2	0	0.037 %	6.90 %	6.90 %	6.94 %
3	0.071 %	0.009 %	10.34 %	10.41 %	10.35 %
4	0	0	13.79 %	13.79 %	13.79 %

^a 乘客假設為一般成人，其重量為 60 kg，並且按照順序地分別坐在 $(-0.4, 0.35)$ 、 $(0.4, 0.35)$ 、 $(-0.4, -0.35)$ 與 $(0.4, -0.35)$ ，假如改變前的質心位置為原點。

7.6 結論

這個章節介紹一車輛參數鑑定系統來獲得待測之車輛參數，其包含車輛質量、車體座標之三軸慣性矩、輪胎驅動剛性係數與輪胎轉向剛性係數。由於這些目標車輛參數在簡易車輛模型中是線性獨立且鑑定過程之相關系統系統矩陣具有對角性（如方程式

(7.6) 所示)，所以本論文把待測車輛參數分成四部份來鑑定：(1) 輪胎驅動剛性係數鑑定系統；(2) 車輛質量參數鑑定系統；(3) 輪胎轉向剛性係數鑑定系統；(4) 三軸慣性矩鑑定系統。從模擬結果得知當駕駛者持續地激發車輛動態以及採用低雜訊之感測器時，車輛參數鑑定系統具有充份的訊噪比來獲得所有的車輛參數，除了輪胎驅動與轉向剛性係數因為訊噪比的不足而造成相對誤差平均為 55% 之外，其餘車輛參數之相對誤差皆低於 6%。除此之外，本論文亦分析參數觀察性與觀察性程度，其分析結果與模擬結果相符，雖然滿足參數可觀性的五個條件（參數可觀察），但是當駕駛者沒有激發相關車輛動態，也就是訊噪比不夠大時，車輛參數便無法被正確鑑定。

本章節亦討論慣性矩改變量的鑑定方式，從慣性矩公式來看，其慣性矩之改變量主要來自於質量的改變，因此假如運用車輛參數鑑定系統所獲得的車輛質量來計算三軸慣性矩之變化量，應可大幅提高三軸慣性矩的鑑定精度，然而此概念之詳細分析過程還在進行中。



第八章

車輛動態預測系統—車輛模型／參數未知

本章節針對車輛模型／參數未知的情況下設計一個車輛動態預測系統，由於車輛之動態模型未知，因此必須分別藉由第六章所提出之不需車輛模型之動態估測系統來獲得的車輛動態與道路角度，以及藉由第七章所提出之車輛參數鑑定系統來獲得簡易車輛模型的相關車輛參數，應用簡易車輛模型來獲得在未來時間的車輛動態資訊。

8.1 車輛動態預測系統之概念闡述

本章節所介紹之車輛動態預測系統，其概念與第五章所介紹之車輛動態預測系統的概念相同，因此再次回顧在第七章所提出的簡易車輛模型：

$$\begin{aligned} m_{tot}(\ddot{x}_a - \dot{y}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{x,tire} + m_{tot} G_{a,x} \\ m_{tot}(\ddot{y}_a + \dot{x}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{y,tire} + m_{tot} G_{a,y} \\ m_{tot} \ddot{z}_a &= \sum F_{z,spring} + m_{tot} G_{a,z} \\ I_x \dot{\omega}_{v,x} &= (I_y - I_z) \omega_{v,y} \omega_{v,z} + M_x \\ I_y \dot{\omega}_{v,y} &= (I_z - I_x) \omega_{v,z} \omega_{v,x} + M_y \\ I_z \dot{\omega}_{v,z} &= (I_x - I_y) \omega_{v,x} \omega_{v,y} + M_z \\ I_{wheel} \dot{\omega}_i &= -r_i F_{a,tire,i} - T_{b,i} + T_{m,i} \quad (i=1 \sim 4) \end{aligned} \quad (8.1)$$

從上式可以知道，簡易車輛模型亦是非線性系統，相同於第五章所提出之車輛動態預測系統此簡易車輛模型並不容易獲得其解析解，因此本章節依舊採用數值方法（龍格-庫塔法，MATLAB 數學軟體的 ode45.m）來獲得簡易車輛模型之數值解，以預測在未來時間內的車輛動態資訊。

從第七章可以知道，簡易車輛模型與第五章所採用之完整車輛模型缺少了四端懸吊系統的位移量變化、僅擁有前後兩輪的側向輪胎黏著力、以及線性輪胎模型，由於上述之模型建構誤差，因而可以預期後續模擬結果的預測精度會略差於第五章所提出之車輛動態預測系統的預測精度。

8.2 車輛動態預測系統之流程

車輛動態預測系統在此建構完畢，其流程可見於圖 8.1。藉由車輛動態估測系統所獲得的車輛動態資訊、車輛參數鑑定系統所提供的相關車輛參數、以及簡易車輛模型，運用數值方法來預測在未來時間的車輛動態資訊。

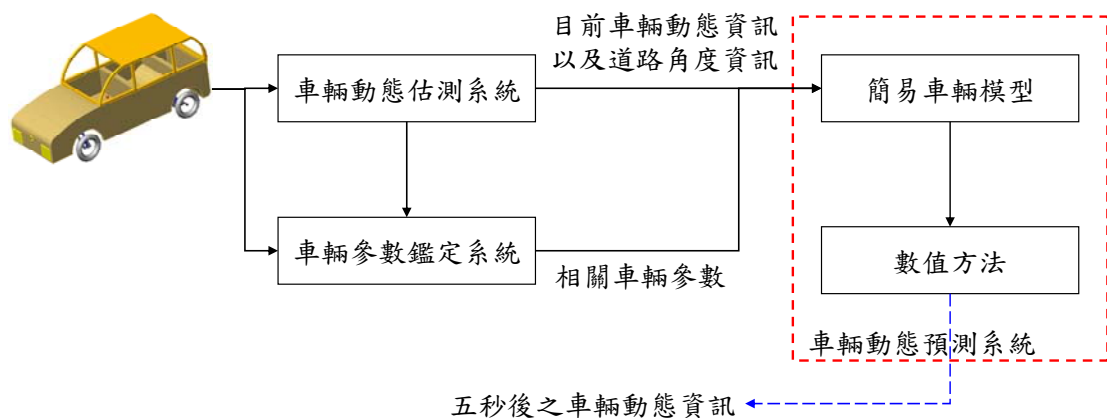


圖 8.1 車輛動態預測系統之流程圖

8.3 數值模擬與討論

本章節使用 MATLAB 數學軟體來驗證所提出之車輛動態預測系統，同樣地採用第二章所發表的完整車輛模型作為實際車輛的動態行為，且運用前兩章所發表的車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統來獲得目前車輛動態資訊與相關車輛參數。為了驗證方便，後續模擬情況將會與第七章中的例一相同：駕駛者操作車輛之方向盤角度與踩踏油門／煞車之力道皆設計為時間相關函數（ $\delta_{sw} = 360 \sin(2\pi \times 2t) \text{deg}$ 與 $T_m - T_b = -300 \cos(2\pi \times 2t) \text{Nm}$ ），其車輛初始速度為每小時 90 公里，且行駛於具有斜坡的道路（ $\phi_r = 2 \text{deg}$ 與 $\theta_r = -2 \text{deg}$ ），為了節省論文空間，本章節不會再次呈現車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統之模擬結果。

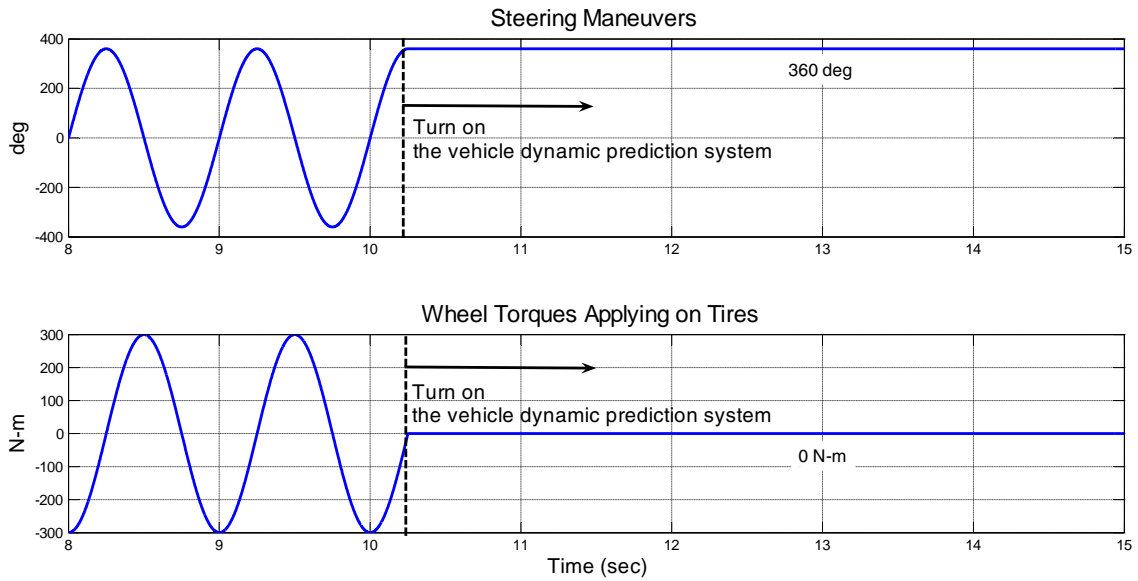


圖 8.2 例一之駕駛者行為的方向盤角度與輪胎力矩

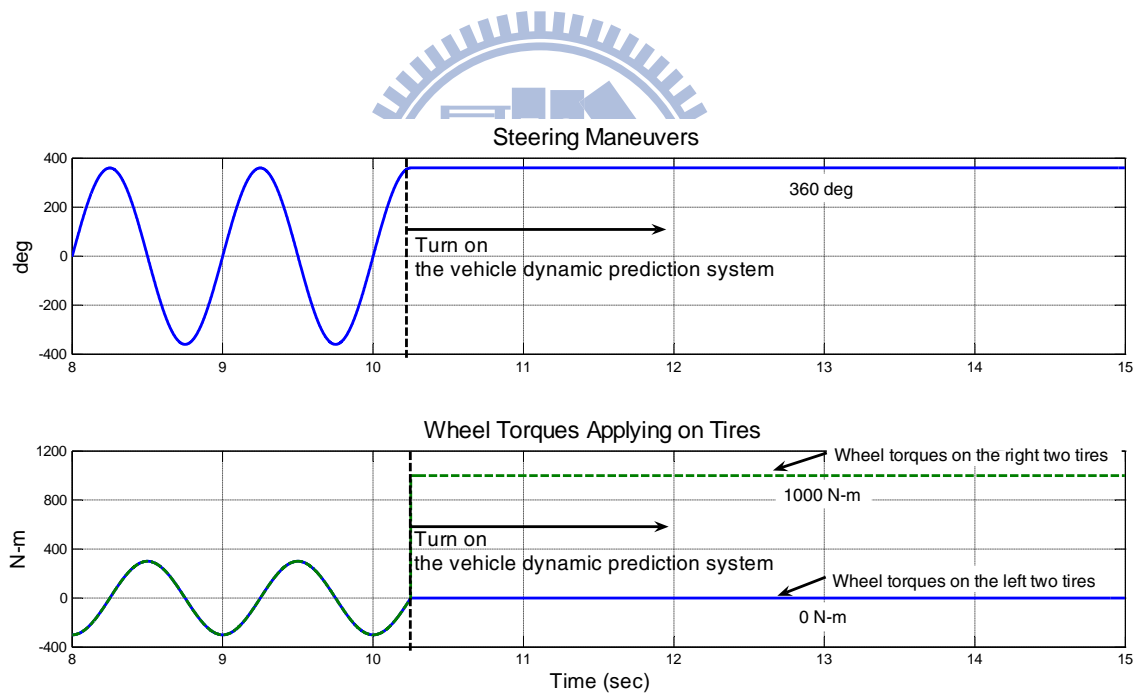


圖 8.3 例二之駕駛者行為的方向盤角度與輪胎力矩

本章節所提出之車輛動態預測系統將會接續在第七章例一的模擬之後並且在模擬時間 10.25 秒時開啟，相同於第五章所提出之預測概念—“在駕駛行為固定且道路角度固定的情況下，所預測車輛在未來時間的動態變化，”後續模擬情況將會根據駕駛者在車輛動態預測系統開啟前的各種駕駛行為，分別驗證車輛動態預測系統：（1）駕駛

者固定方向盤與踩踏力道（如圖 8.2 所示）；（2）駕駛者固定方向盤並急踩煞車（如圖 8.3 所示），其模擬結果將會被展示於圖 8.4 至圖 8.5，其圖中藍色虛線為完整車輛模型的車輛動態資訊，代表實際車輛動態資訊；紅色實線為車輛動態預測系統的輸出。

8.3.1 模擬例一：駕駛者固定方向盤角度與踏板踩踏力道

本例為駕駛者在 10.25 秒時保持其方向盤角度與踏板與踩踏力道，如圖 8.2 所示。完整車輛動態與車輛動態預測系統的模擬結果呈現於圖 8.4，從圖中可以看出，車輛動態預測系統能夠準確地預測 10.25 秒之後的車輛動態，其預測誤差（車輛位移與姿態的相對誤差）平均為 0.51%。

8.3.2 模擬例二：駕駛者固定方向盤角度並急踩煞車

本例子為駕駛者在 10.25 秒時保持其方向盤角度，但是在右側兩輪增加其驅動力矩（ $T_{m,3} - T_{b,3} = T_{m,4} - T_{b,4} = 1000 \text{ Nm}$ ），如圖 8.3 所示。在這個情況下，由於車輛受到右側兩輪之加速度，而造成車輛橫擺角速度增加，因此預期會發生車輛翻覆事件。完整車輛動態與車輛動態預測系統的模擬結果呈現於圖 8.5。從圖中可以看出，車輛翻覆事件如預期般地發生，並且車輛動態預測系統亦能夠預測 10.25 秒之後的車輛動態，其預測誤差（車輛位移與姿態的相對誤差）平均為 27.3%。相較於例一，其預測精度較差，尤其是例二中，預測的車輛側傾運動與垂直運動皆比原本車輛動態高出兩倍之多。其主要原因在於車輛翻覆事件中輪胎將操作於非線性區，而預測系統採用線性輪胎模型。詳細討論將會呈現於下一個章節。

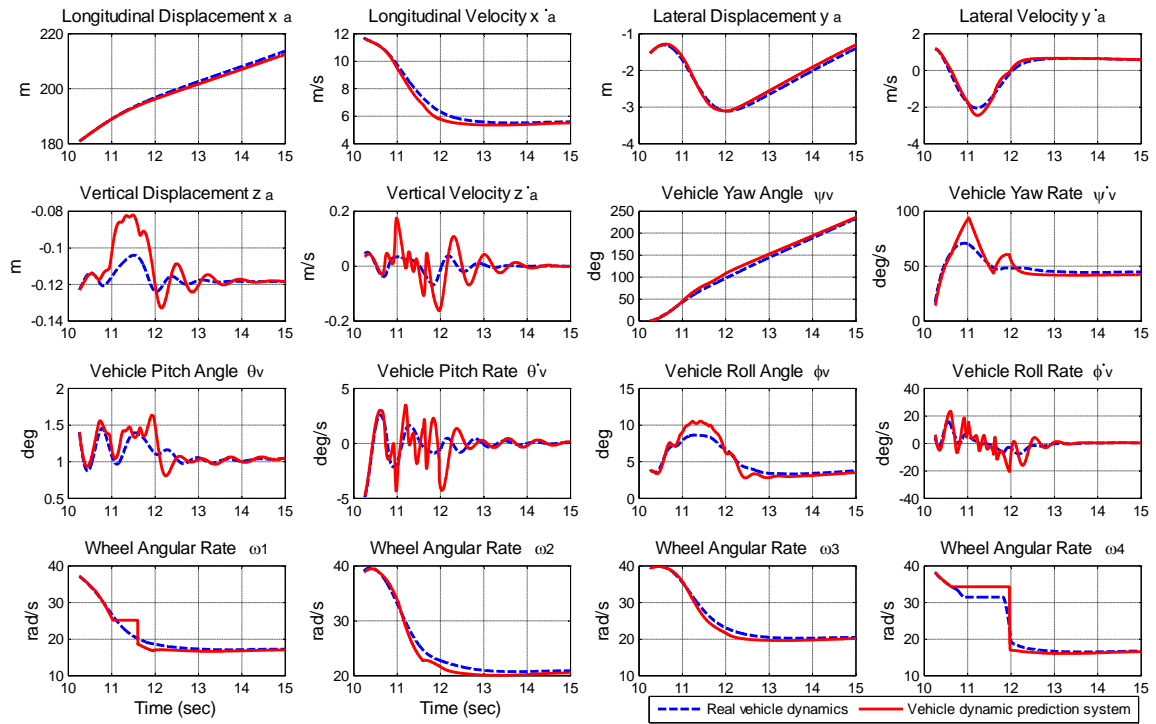


圖 8.4 例一之完整車輛模型與車輛動態預測系統的輸出比較

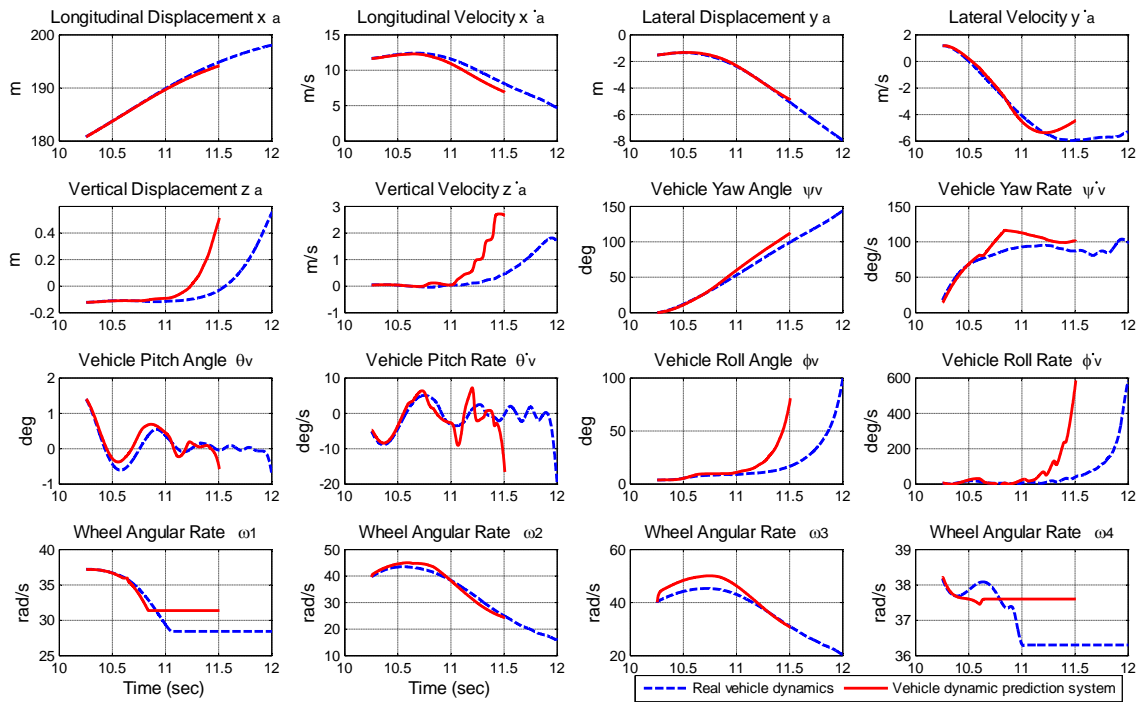


圖 8.5 例二之完整車輛模型與車輛動態預測系統的輸出比較

表 8.1 車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統之相對誤差

車輛動態估測系統之相對誤差 ^a		車輛參數鑑定系統之相對誤差 ^b	
縱向位移	0.21%	車輛質量	0.0052%
側向位移	0.0787%	三軸慣性矩	3.18%
垂直位移	0.0149%	驅動剛性係數	58.40%
車輛橫擺角	4.53%	轉動剛性係數	10.72%
車輛俯仰角	0.53%		
車輛側傾角	0.0771%		

^a 車輛動態估測系統之相對誤差是藉由第六章之模擬例三計算而得，計算時間從模擬結果的 5 秒到 10 秒。

^b 車輛參數鑑定系統之相對誤差是藉由第七章之模擬例一計算而得（見表 7.1）。其中慣性矩與輪胎剛性係數皆以平均值所示。

表 8.2 車輛動態預測系統之相對誤差

	車輛位移與姿態之相對誤差平均	
	被鑑定的線性輪胎模型	理想的非線性輪胎模型
模擬例一	0.51%	0.17%
模擬例二	27.30%	7.62%

8.3.3 討論

從例一與例二的模擬結果可知，本作法可以預測車輛於未來時間的動態行為，包括穩定的行為（例一）與不穩定的行為（例二，車輛翻覆）。在上述兩例中，預測的相對誤差分別為小於 0.51% 與 27.3%。在此作法中，車輛動態預測之誤差主要是來自於：（1）車輛動態估測系統之估測誤差；（2）車輛模型之模型誤差；（3）參數鑑定系統之鑑定誤差。回顧前兩章所發表的車輛系統之模擬結果（見表 5.1），可以看出，不僅輪胎模型的鑑定精度較差，且輪胎模型亦具有較大的誤差（線性輪胎模型 vs. 非線性輪胎模型）。圖 8.6 與圖 8.7 在例一與例二的模擬過程，採用非線性輪胎模型並且其輪胎參數皆為已知，其模擬結果亦整理於表 8.2。從圖中或表中都可以看出，不論是車輛左轉彎或是車輛翻覆的情況下，車輛動態預測的精度皆大幅的提升。

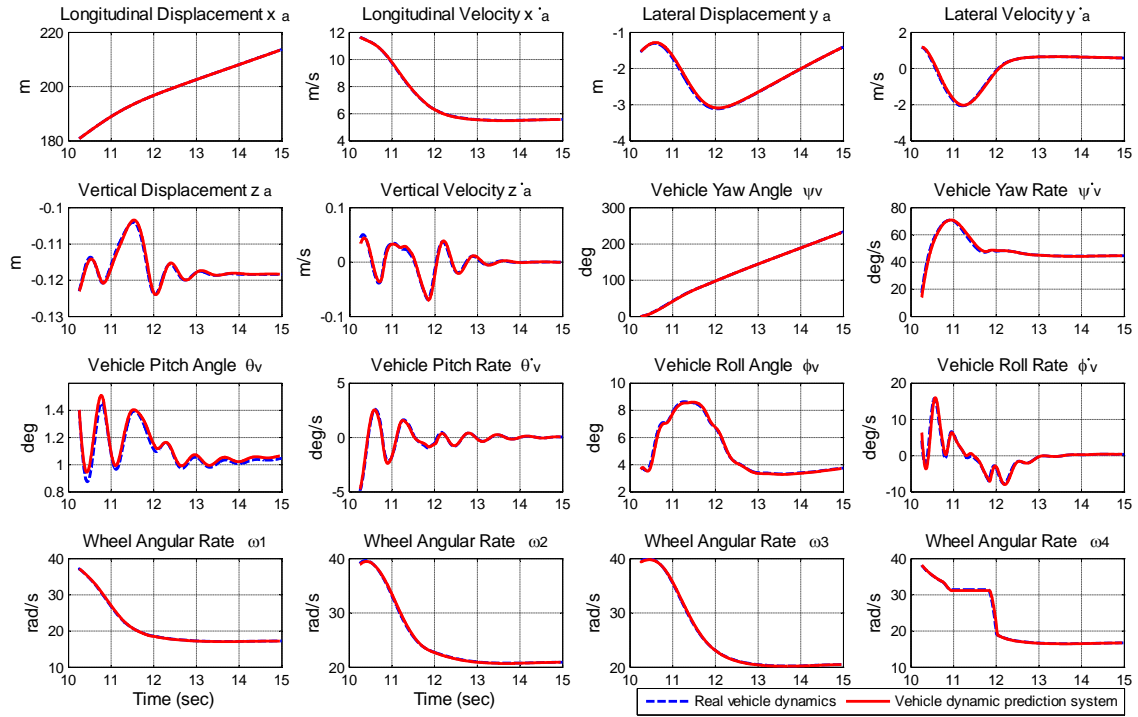


圖 8.6 例一之完整車輛模型與車輛動態預測系統（採用非線性輪胎模型）的輸出比較

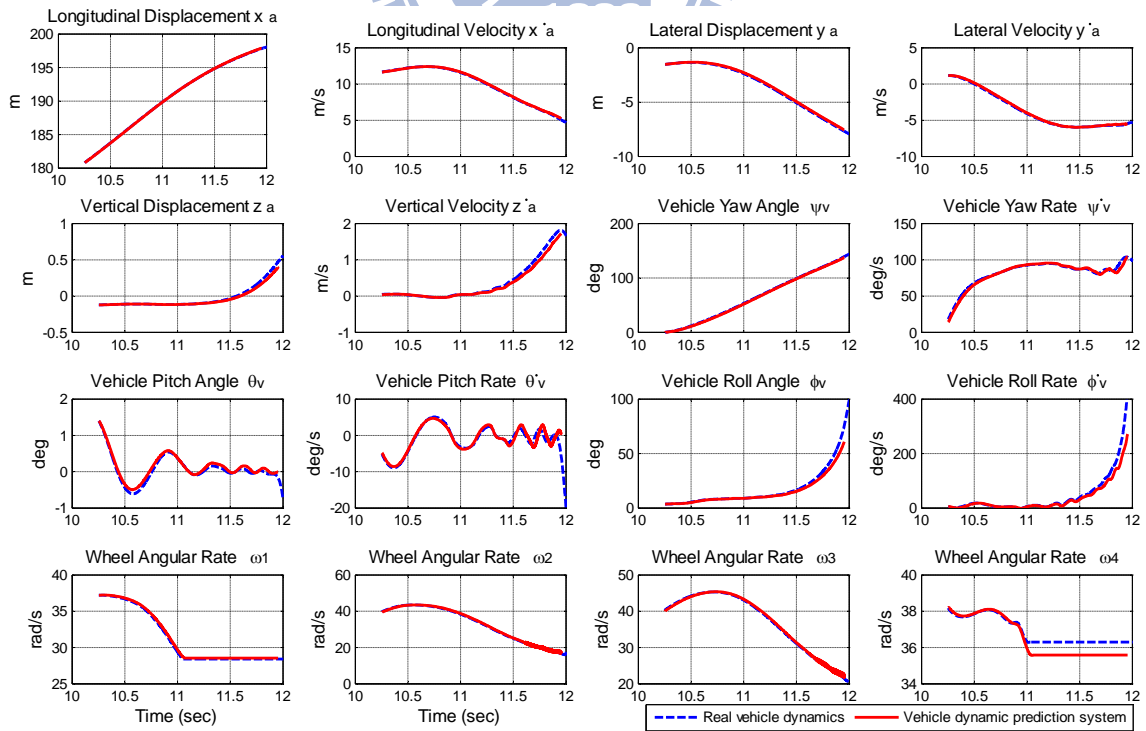


圖 8.7 例二之完整車輛模型與車輛動態預測系統（採用非線性輪胎模型）的輸出比較

此現象可以從圖 8.8 與圖 8.9 得到更進一步的驗證。圖 8.8 與圖 8.9 分別為輪胎滑動率與縱向輪胎黏著力之關係圖，以及輪胎滑動角與側向輪胎黏著力之關係圖。圖中綠色 X 代表車輛動態估測系統的輸出，紅色圓圈代表在在例一模擬中，未來時間的實際車輛動態（從 10.25 秒到模擬結束），青色方塊代表在例二模擬中，未來時間的實際車輛動態（從 10.25 秒到模擬結束），紫色虛線為理想的輪胎剛性係數，黑色實線為被鑑定的輪胎剛性係數。從這兩張圖可以看出，當車輛進行左轉彎時，不論是被鑑定的輪胎剛性係數或是理想的輪胎剛性係數皆能夠粗略地描述輪胎黏著力（兩圖中紅色圓圈）；而當車輛發生車輛翻覆時，不論是被鑑定的輪胎剛性係數或是理想的輪胎剛性係數都無法準確地描述輪胎黏著力（兩圖中青色方塊）。由此可知，因為在車輛參數鑑定過程中，駕駛者行為所激發的輪胎滑動率與輪胎滑動角都是位於線性區域，然而當車輛翻覆發生時，輪胎滑動率與輪胎滑動角大多位於非線性區域裡，車輛參數鑑定系統利用線性區域內的車輛動態資訊來獲得其輪胎剛性係數，因此無法描述位於非線性區域內的輪胎黏著力。

雖然車輛翻覆所激發的車輛動態資訊大多位於非線性區域裡，使用非線性輪胎模型可以用來提升預測精度（見圖 8.6 與圖 8.7），但是從上述討論可以知道，若採用非線性輪胎模型來進行輪胎參數鑑定，在實際作法中仍會有相當的難度，其原因如下：

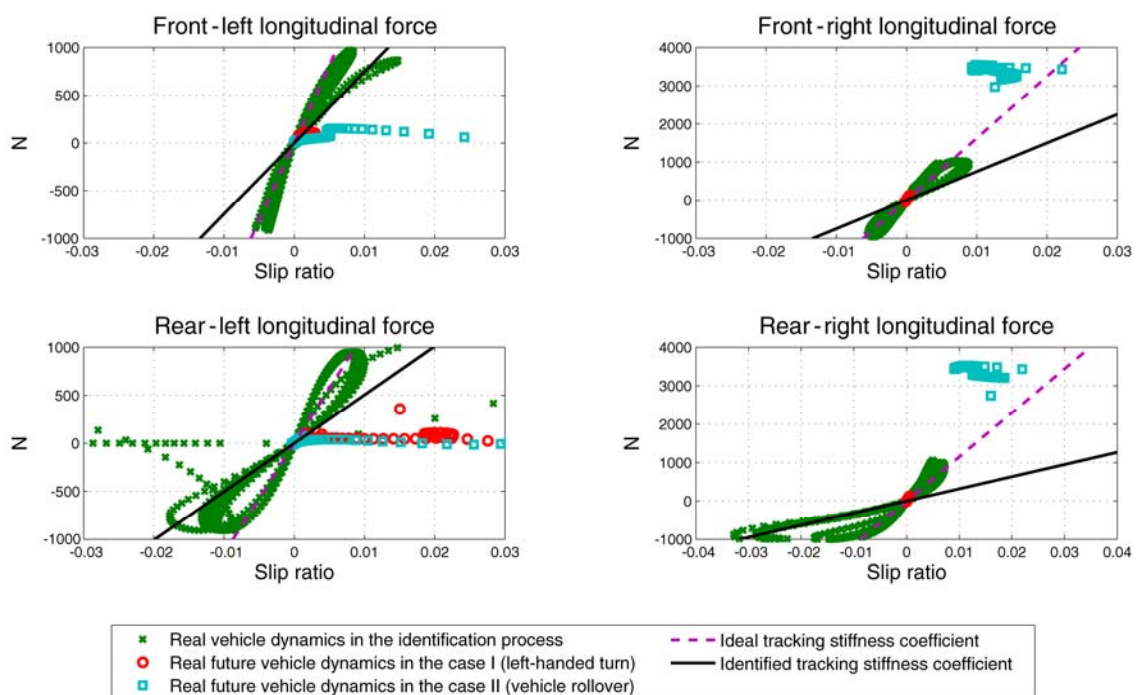


圖 8.8 輪胎滑動率與縱向輪胎黏著力的關係圖

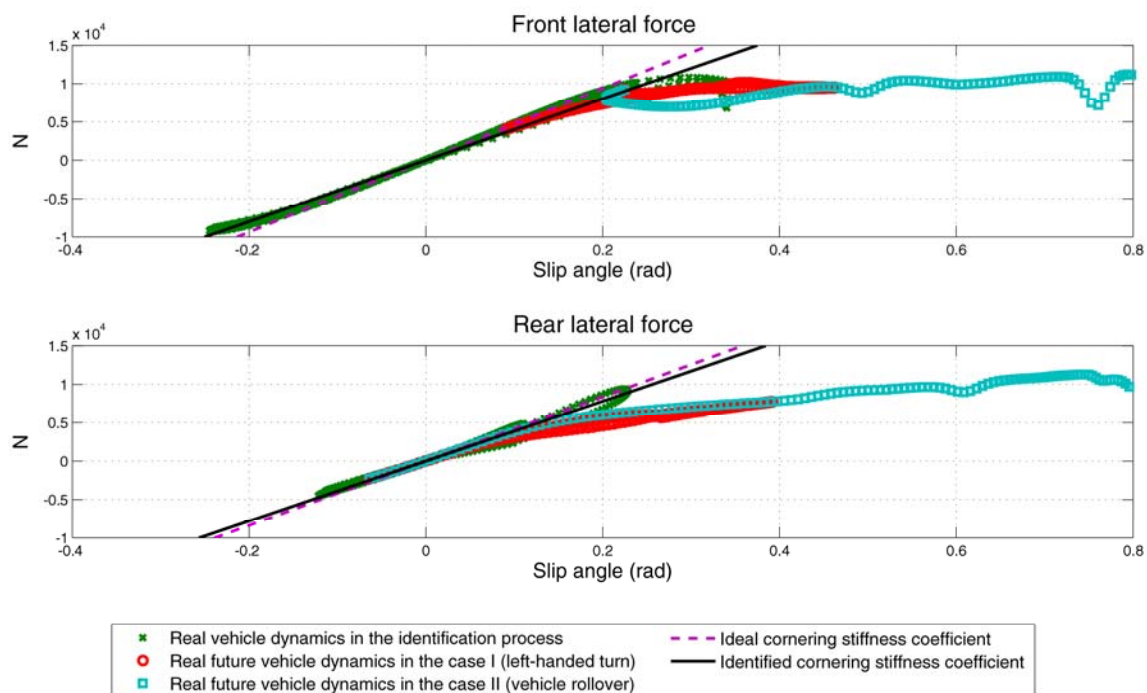


圖 8.9 輪胎滑動角與側向輪胎黏著力的關係圖

- 1) 從系統鑑定的角度來看，一般要有足夠的刺激訊號才有辦法鑑定出相關的參數。也就是說在參數鑑定過程中必須要有接近車輛翻覆的行為，方能鑑定出能夠預測車輛翻覆的相關參數。
- 2) 除了必須產生相對應的動態外，此動態必須能夠被精確的量得。然而一般的車用感測器其精度不足以準確地描述輪胎滑動率與輪胎滑動角。

8.4 範例驗證：Carsim 商用軟體

Carsim 商用軟體是一套由 Mechanical Simulation Corporation 開發的車輛軟體，其主要用來模擬車輛在不同環境、不同零組件或是各種駕駛行為之下的動態變化。為了呈現實際車輛的動態行為，Mechanical Simulation Corporation 透過各種實驗數據來獲得車輛的各種關鍵參數，其包含車型（小客車、拖曳車…等）、車輛零組件（懸吊系統、輪胎、變速箱以及引擎…等）、環境因素（道路摩擦力、風阻…等）。因此，Carsim 商

用軟體將會比第二章所提出之完整車輛模型更為接近實際車輛動態，因此本章節使用 Carsim 商用軟體來驗證本章節所提出之車輛動態預測系統。

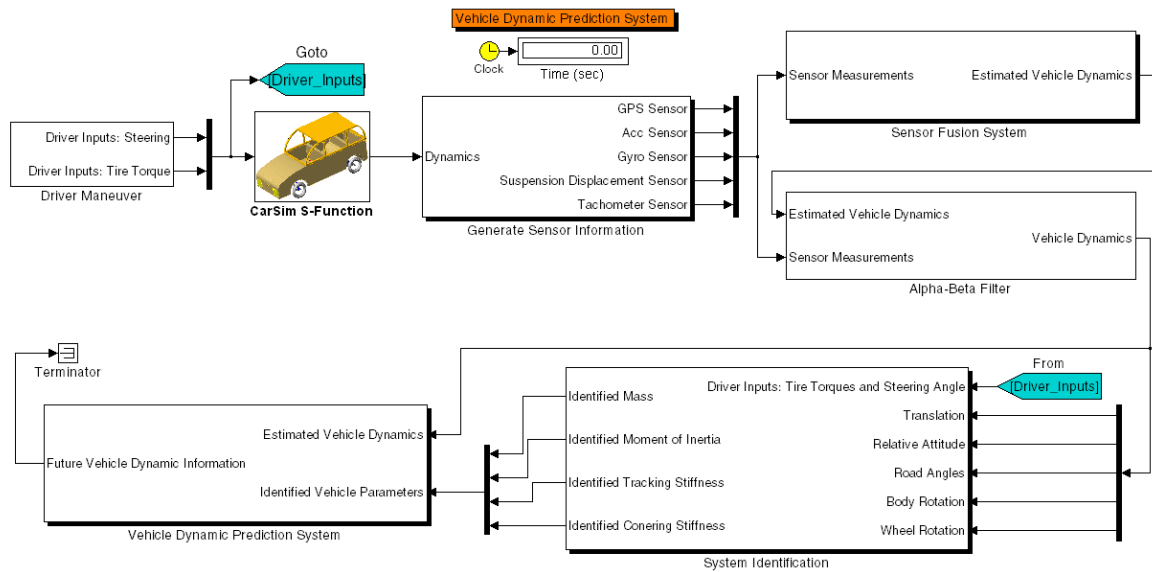


圖 8.10 車輛動態預測系統實現於 Carsim 商用軟體與 SIMULINK 平台之流程圖

Carsim 商用軟體必須透過 SIMULINK/MATLAB 平台才能夠將 Carsim 所模擬之車輛動態應用至車輛動態預測系統，其訊號流程圖如圖 8.10 所示，首先設計駕駛者的方向盤轉向與輪胎加速／減速的操控行為，Carsim 軟體將會輸出相關車輛動態，藉由感測器的設定來量測相關動態進而透過車輛動態估測系統來獲得目前時間的車輛動態與道路角度資訊，透過車輛參數鑑定系統來獲得相關車輛參數，再藉由上述兩車輛系統所獲得之資訊來預測在未來時間內的車輛動態資訊。

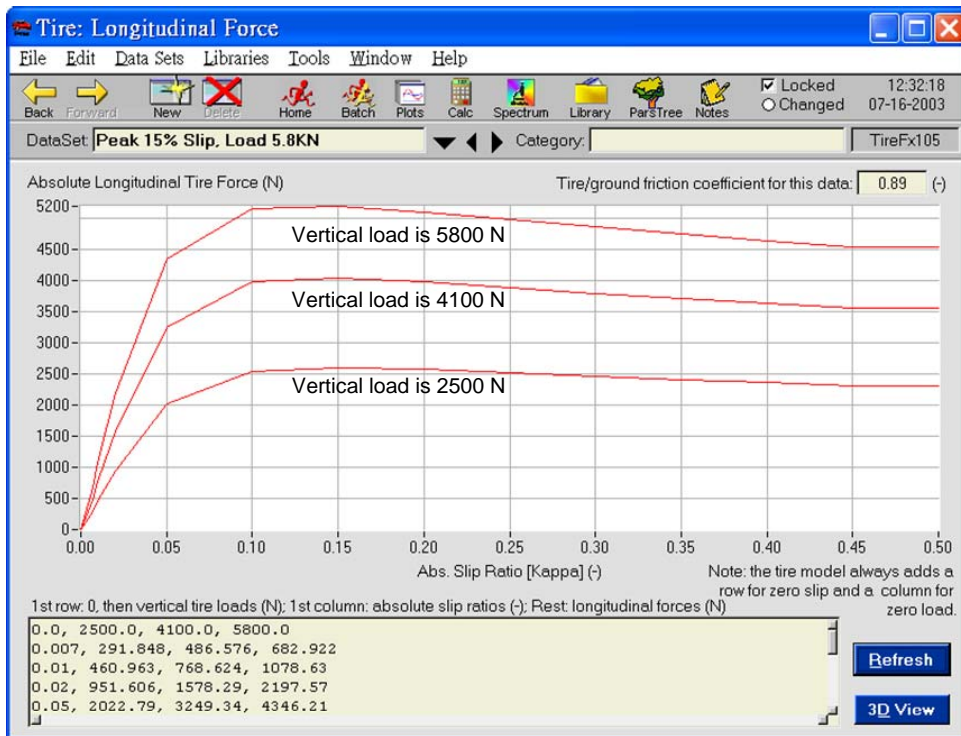


圖 8.11 Carsim 商用軟體所提供之 205/60R14 輪胎模型：縱向輪胎黏著力與輪胎滑動率之關係圖

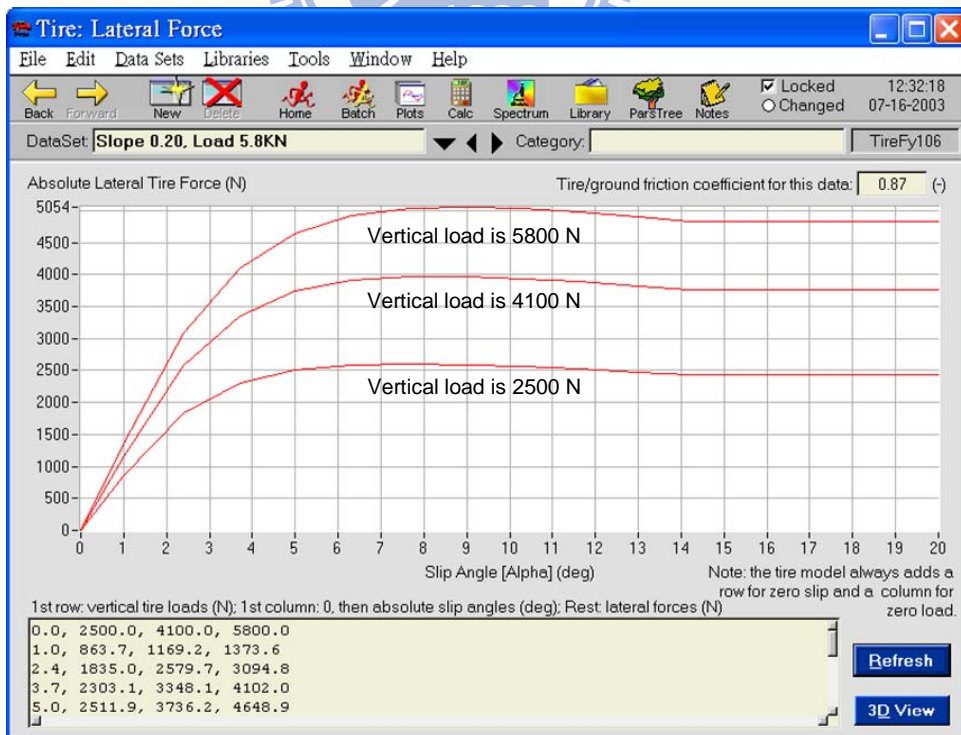


圖 8.12 Carsim 商用軟體所提供之 205/60R14 輪胎模型：側向輪胎黏著力與輪胎滑動角之關係圖

8.4.1 模擬情況之設計

根據先前所提出的車輛動態預測系統及其相關討論，為了增加車輛動態預測系統的精度，其車輛動態行為必須（1）被操作於非線性輪胎模型的線性區域；（2）擁有較高的訊噪比，因此首先檢視 Carsim 商用軟體所提供之 205/60R14 輪胎模型（見圖 8.11 與圖 8.12），圖 8.11 為縱向輪胎黏著力與輪胎滑動率之關係圖，圖 8.12 為側向輪胎黏著力與輪胎滑動角之關係圖，倘若輪胎負載為 5000N 與道路摩擦係數固定為 0.85 時，縱向輪胎黏著力的線性區域是輪胎滑動率於 ± 0.05 內；側向輪胎黏著力的線性區域是輪胎滑動角於 ± 4 度內。因此駕駛行為必須使得輪胎滑動率與輪胎滑動角皆落入此線性區域內，然而值得注意的是此線性區域之範圍過於狹窄，可以預期車輛動態變化程度過小，使得訊號的訊噪比不足以鑑定車輛參數，因此為了驗證車輛動態預測系統於 Carsim 商用軟體之可行性，後續模擬情況將會屏除所有感測器的雜訊。

目標車輛選用 Carsim 5.16b 所提供之 Big Car 模型，此模型為一前後皆具有獨立懸吊系統的小型汽車，其車輛幾何參數及其輪胎參數被列於表 8.3，透過 Carsim 5.16b 本身軟體的設定，其車輛動態輸出的頻率為 1000 Hz，藉由此車輛動態資訊所設計之感測資訊，除了全球衛星定位系統為 5 Hz 之外，其餘感測系統之取樣頻率亦是 1000 Hz，而且如先前所述，由於車輛動態變化程度過小，所以將會屏除所有感測系統的雜訊。為了持續地激發車輛動態且讓輪胎滑動率與輪胎滑動角皆落入線性區域中，駕駛者操作車輛之方向盤角度與踩踏油門／煞車之力道皆設計為時間相關函數（ $\delta_{sw} = 60 \cos(2\pi \times 2t) \text{deg}$ 與 $T_m - T_b = 300 \sin(2\pi \times 2t) + 150 \text{Nm}$ ），如圖 8.13 所示，其車輛初始速度為每小時 60 公里且行駛於平坦道路（ $\phi_r = 0 \text{deg}$ 與 $\theta_r = 0 \text{deg}$ ）。車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統之模擬結果將會被呈現於圖 8.14 至圖 8.16，然而當車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統皆分別獲得車輛動態與道路角度資訊及其相關車輛參數時，也就是模擬時間經過 10 秒之後，車輛動態預測系統將會被開啟，其模擬結果呈現於圖 8.17 並用以驗證車輛動態預測系統的可行性。其圖中藍色虛線表示為 Carsim 所提供之 Big Car 模型的車輛動態資訊，其代表實際車輛動態資訊；綠色鏈線表示為感測系統的輸出；紅色實線表示為本論文所提出之車輛系統（車輛動態估測系統、車輛參數鑑定系統以及車輛動態預測系統）的輸出。

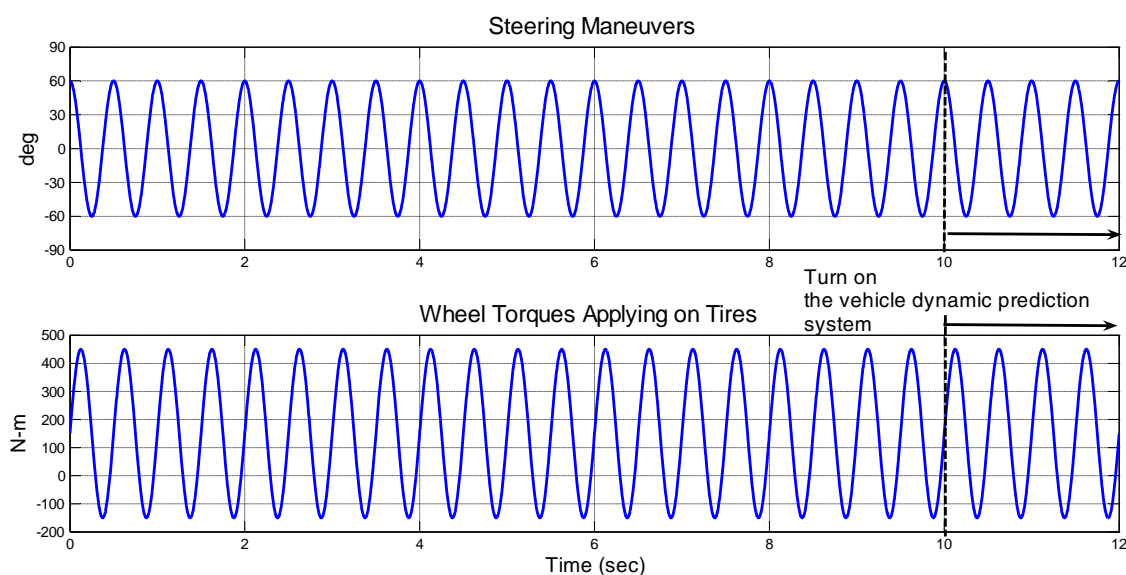


圖 8.13 應用於 Carsim 商用軟體之駕駛者行為的方向盤角度與輪胎力矩

表 8.3 Carsim 5.16b 所提供之 Big Car 的車輛幾何參數

幾何參數	數值	幾何參數	數值
車輛總質量 (m_{tot})	1707 kg	質心與前軸距離 (l_f)	1.014 m
X 軸慣性矩 (I_x)	606.1 kg-m ²	質心與後軸距離 (l_r)	1.676 m
Y 軸慣性矩 (I_y)	2741.9 kg-m ²	前軸一半長度 (l_{f1})	0.770 m
Z 軸慣性矩 (I_z)	2741.9 kg-m ²	後軸一半長度 (l_{r1})	0.765 m
前軸非懸載質量 (m_{u1}, m_{u2})	50 kg	輪胎轉動慣性矩 (I_{wheel})	0.9 kg-m ²
後軸非懸載質量 (m_{u3}, m_{u4})	40 kg	輪胎有效半徑 (r)	0.301 m
前輪之輪胎驅動剛性係數 ^a ($C_{\lambda 1}, C_{\lambda 2}$)	78601 N	前輪之輪胎轉向剛性係數 ($C_{\sigma f}$)	118183 N/rad
後輪之輪胎驅動剛性係數 ($C_{\lambda 3}, C_{\lambda 4}$)	51403 N	後輪之輪胎轉向剛性係數 ($C_{\sigma r}$)	85768 N/rad

^a 輪胎驅動與轉向剛性係數是藉由各自輪胎的靜態垂直負載分別套用至圖 8.11 與圖 8.12 的輪胎黏著力關係圖所推斷而得的斜率數值，本論文所採用之方法為內差法。其中，前輪之靜態垂直負載為 $m_s l_r / (l_f + l_r) + m_{u1,2}$ ，後輪之靜態垂直負載為 $m_s l_f / (l_f + l_r) + m_{u3,4}$ ， m_s 為懸載質量 ($m_s = m_{tot} - \sum_{i=1}^4 m_{u,i}$)。

8.4.2 模擬結果

如圖 8.13 所示，模擬時間從 0 秒到 10 秒的時候，車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統將會被開啟並即時地估測車輛動態、道路角度及其相關車輛參數資訊。如圖 8.14 所示，車輛動態估測系統能夠成功地估測車輛動態與道路角度資訊，由於所有感測器的雜訊皆被設計為零，因此計算其估測精度並無實質意義。除此之外，從圖 8.14 可以明顯地看出，雖然採用無雜訊的感測資訊來估測車輛動態與道路角度資訊，但是道路角度的估測結果仍有誤差存在，其可能的原因是（1）多變率卡曼濾波器的參數設計，使得系統狀態的收斂速度不夠快；（2）Carsim 與 SIMULINK 所造成的數值誤差（Numerical Error）。

圖 8.15 為車輛質量與三軸質量慣性矩的鑑定結果，其模擬結果指出車輛參數鑑定系統能夠準確地獲得車輛質量，其平均值為 1706.44 kg；且三軸質量慣性矩之平均值分別為 225.45 kg-m²、2758.30 kg-m² 與 2541.88 kg-m²。圖 8.16 為輪胎驅動與轉向剛性係數的鑑定結果，其中四顆輪胎的輪胎驅動剛性係數之平均值分別為 73513.70 N、77583.34 N、70693.63 N 與 59973.26 N，而前後輪胎的輪胎轉向剛性係數之平均值分別為 68971.39 N/rad 與 69747.30 N/rad。從圖 8.15 與圖 8.16 可以看出，有些車輛參數並沒有被準確地鑑定而得，包含沿著 x 軸旋轉的質量慣性矩以及輪胎剛性係數，其主要原因將會被描述於下一章節。

模擬時間從 10 秒之後，車輛動態預測系統開始預測未來時間的車輛動態資訊，與前面章節不同的地方在於此次預測結果是假設車輛動態預測系統能夠得知駕駛者在未來時間的操作行為（方向盤與踩踏油門／煞車的力道，如圖 8.13 所示），此假設原因將會闡述於下一章節。圖 8.17 為車輛動態預測系統的預測結果，從圖中可以看出，車輛側傾角度完全無法預測得知，其平均相對誤差高達 6.83 倍，至於其餘車輛動態資訊在 10 秒到 12 秒之內，其平均誤差為 3.92%，然而可以清楚地看出除了車輛側傾角之外，其餘車輛動態資訊（紅色實線）在 1 秒之後將會遠離實際車輛動態（藍色虛線），其詳細原因描述於下一章節。

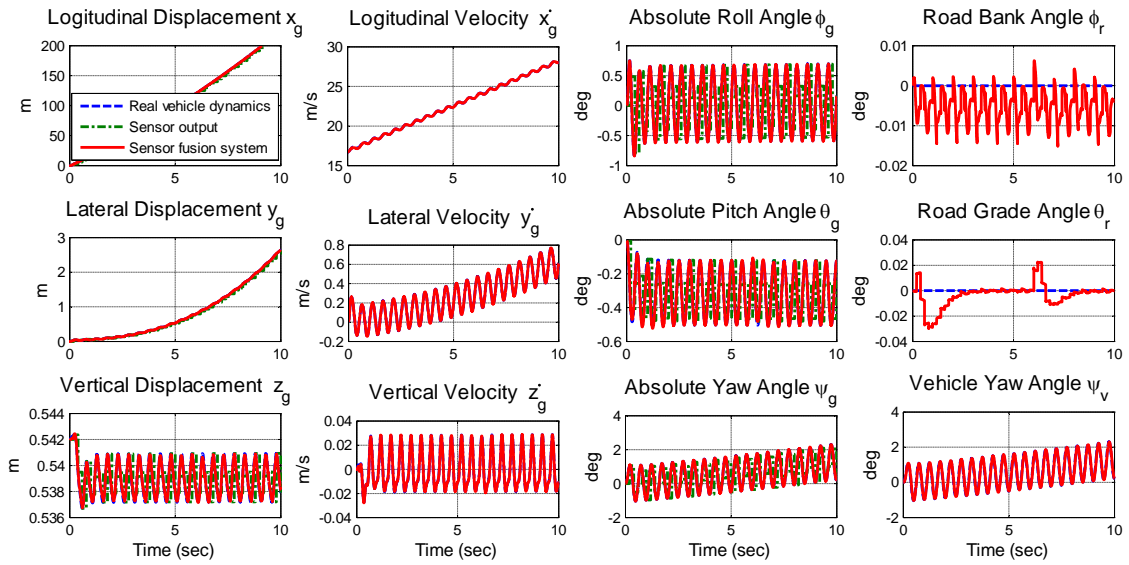


圖 8.14 應用於 Carsim 商用軟體的車輛動態估測系統之輸出比較圖，且感測系統的量測資訊不包含任何雜訊。

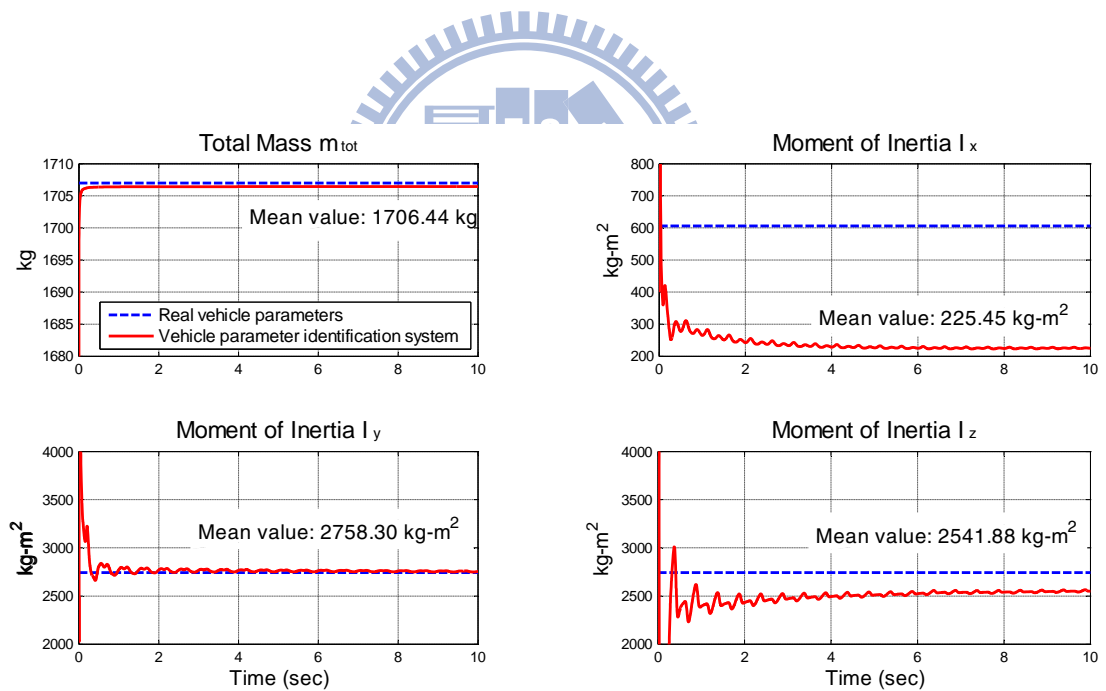


圖 8.15 應用於 Carsim 商用軟體的車輛參數鑑定系統所獲得之車輛總質量與三軸質量慣性矩

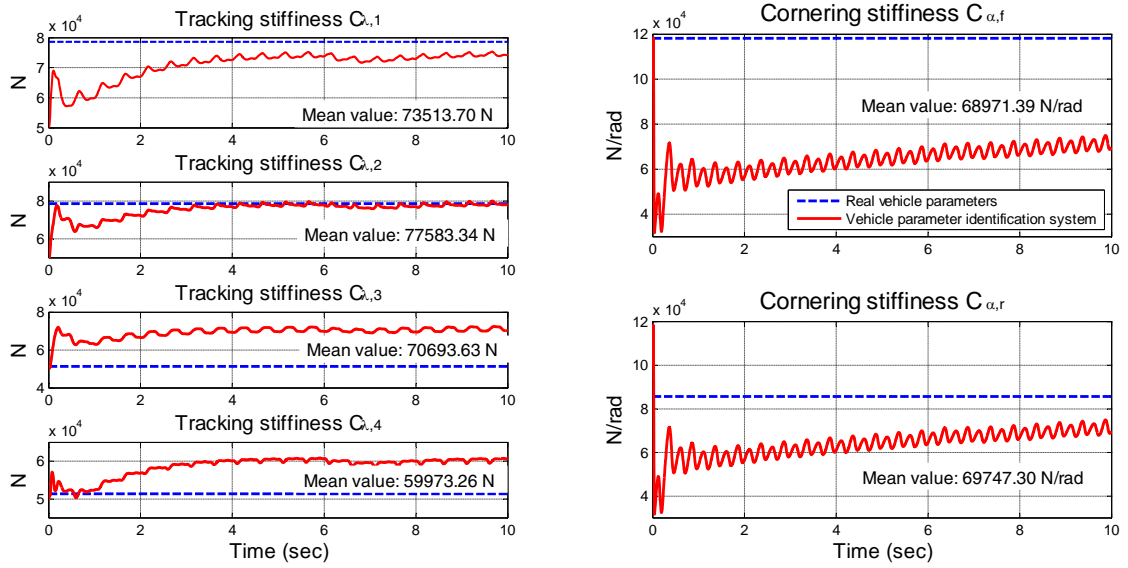


圖 8.16 應用於 Carsim 商用軟體的車輛參數鑑定系統所獲得之輪胎驅動與轉向剛性係數

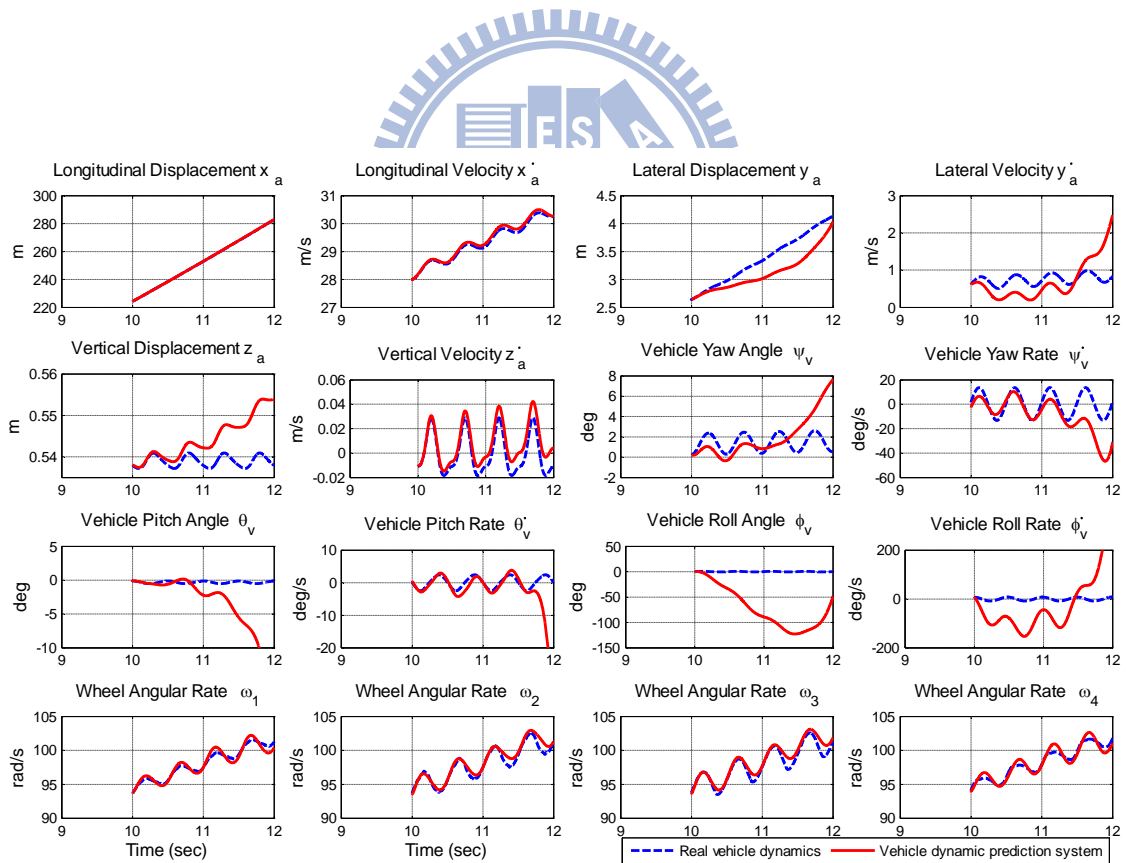


圖 8.17 應用於 Carsim 商用軟體的車輛動態預測系統之輸出比較圖

8.4.3 討論

由上述模擬結果可知，將所提出的方法應用於 Carsim 商用軟體之 Big Car 模型時，車輛動態估測仍然相當準確，但是簡易模型的車輛參數鑑定並不準確。從圖 8.15 與圖 8.16 可以看出有些車輛參數會收斂至 Big Car 模型的理想車輛參數（如車輛總質量、沿著 y 軸旋轉的質量慣性矩…等），但是有些車輛參數卻會收斂至遠離理想車輛參數的數值，其主要原因在於 Big Car 模型與簡化車輛模型（見 7.1 節）差異甚大。如前所述，當用以參數鑑定之簡化車輛模型與實際車輛模型具有模型誤差時，系統鑑別方法將會把模型誤差轉嫁至相關車輛參數以獲得最小誤差。也就是說當二者的車輛模型相亦甚遠時，比較鑑定得的車輛參數是不具意義的。更何況 Carsim 文件中並未詳細說明每個參數的定義。

從圖 8.17 可以知道，當車輛動態預測系統應用於 Big Car 模型時，大致上可以藉由車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統所估測的車輛動態、道路角度與相關車輛參數來獲得在未來時間內的車輛動態資訊，除了車輛側傾運動較難被預測之外。與先前模擬結果不同的是，此模擬結果是採用變動性的駕駛行為（見圖 8.2、圖 8.3 與圖 8.13），其主要原因是因為模型誤差較大，使得從不同時間點開始預測的預測誤差都不相同，為了避免所呈現的誤差現象為一特定車輛狀態值（State Value）下預測誤差，因此採用變動性的駕駛行為來呈現所預測的未來動態。

8.5 結論

本章節介紹一車輛動態預測系統可以獲得未來時間的車輛動態，其主要概念是藉由前面章節所發展的車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統，來獲得簡易車輛模型與目前時間的車輛動態資訊，透過動態模型的數值解，便可獲得在未來時間的車輛動態資訊，從模擬結果可以知道，不論是車輛進行左轉彎或是車輛翻覆發生的時候，車輛動態預測系統都能夠粗略地預測出在未來時間的車輛動態資訊，其預測系統之相對誤差分別為 0.51% 與 27.3%。

在車輛參數鑑定過程中所使用的車輛動態，其輪胎滑動率與輪胎滑動角都是位於線性區域裡，然而當車輛翻覆發生時，其輪胎滑動率與輪胎滑動角大多位於非線性區

域裡，因此利用線性區域內的車輛動態資訊所獲得的輪胎剛性係數，無法適用於描述非線性區域內的輪胎動態。並且從模擬結果可知，當車輛動態預測系統採用理想非線性輪胎模型時，可大幅提升其預測精度（車輛進行左轉彎時，預測精度從 0.51% 提升至 0.17%；車輛發生翻覆時，預測精度從 27.30% 提升至 7.62%）。然而若採用非線性輪胎模型為基礎進行相關參數鑑定，依舊不容易獲得輪胎的相關參數，主要原因在於：（1）用以進行輪胎參數鑑定用的車輛動態不包含非線性區域的輪胎行為；（2）車輛動態估測系統之估測精度不足以用來鑑定輪胎剛性係數。

當車輛動態預測系統應用於 Carsim 商用軟體之 Big Car 模型時，大致上可以準確地預測 1 秒之後的車輛動態行為，其平均相對誤差為 0.49%（不包含車輛側傾運動），然而當預測時間拉長的時候，車輛動態預測系統會因為動態誤差與模型誤差而誤差逐漸累積，例如預測 2 秒之後的車輛動態資訊，其平均相對誤差會增加至 3.92%（不包含車輛側傾運動）



第九章

車輛軌跡跟隨系統

本章節設計一個車輛軌跡跟隨系統，主要適用於一般前輪驅動的車輛，藉由調節四顆輪胎所承受的輪胎力矩，使車輛跟隨一條事先預設的軌跡。本論文採用階層式架構來設計此控制系統，首先決定迫使車輛跟隨軌跡之轉向力矩，再藉由控制分配 (Control Distribution) 來決定四顆輪胎的縱向輪胎黏著力或輪胎力矩，進而達成控制目的。為了確保系統穩健性 (System Robustness) 與最低控制輸入 (Minimum Control Effort)，本作法整合「順滑模態控制方法 (Sliding Mode Control Method)」與「最佳化問題 (Optimization Problem)」來實現上述之控制系統。

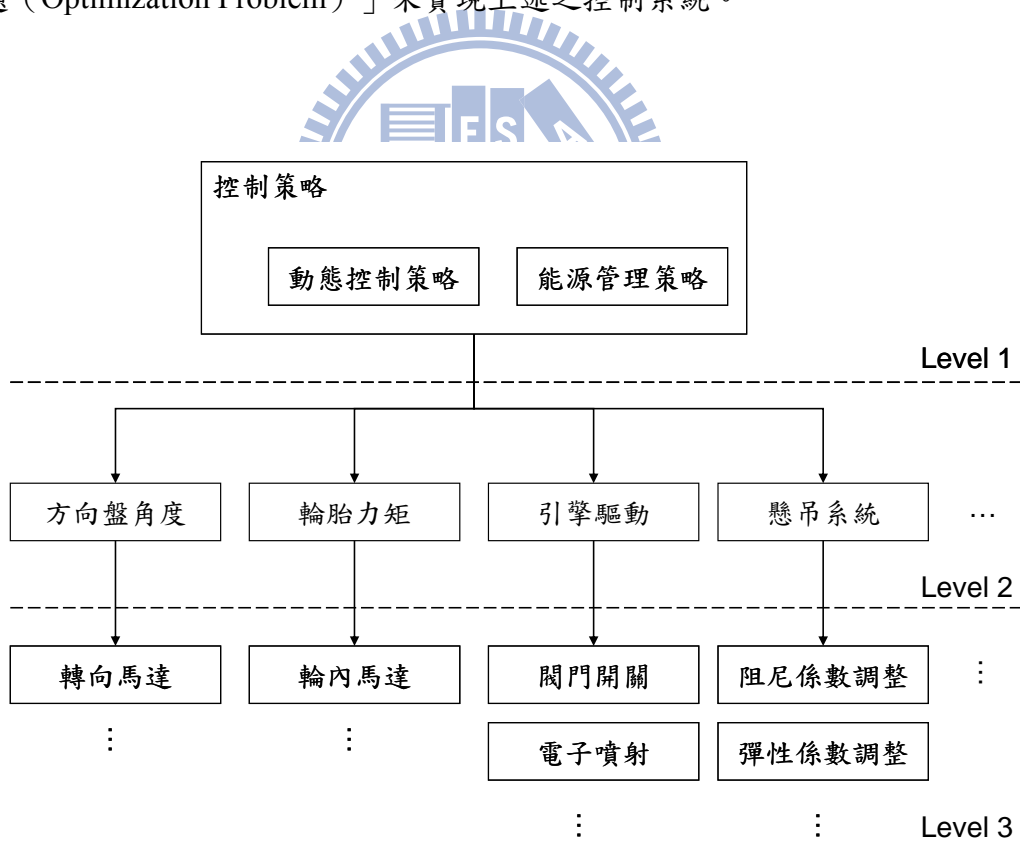


圖 9.1 階層式架構之示意圖[52]

9.1 階層式架構

階層式架構是一種控制系統的設計概念，其概念主要在於分層設計控制法則，如圖 9.1 所示。首先為各種車輛控制策略，像是動態控制策略、能源管理策略…等，用以計算出達成這些車輛控制策略所需的控制輸入，像是方向盤、輪胎力矩、引擎驅動…等，接著藉由實際硬體內部控制來使得實際硬體的輸出達成上述之控制輸入，像是轉向馬達、輪內馬達、閥門開關…等。運用兩組控制法則來達成最終控制目標。

承續相同的概念，本作法著眼於前兩層，也就是車輛軌跡跟隨控制策略的控制輸入並不是選擇輪內馬達的電流值大小，而是直接選擇輪內馬達的力矩輸出。然而在一般的階層式控制器設計過程中，每一層控制法則的設計都假設其它層的動態可以被忽略或是已經在其它層控制法則的主導下進入其穩態值。此假設並不合理，且在控制過程中，每一層的動態響應皆可能影響其它層的穩定性。因此在本作法中，在分層設計控制法則時，同時考量其它層的動態對所設計階層動態的干擾，並選取李亞普諾夫函數 (Lyapunov Function) 來驗證整個系統的穩定性。接著整合順滑模態控制方法與設計最佳化問題，來計算出符合約束條件的最佳控制輸入，也就是四顆輪胎的輪胎力矩。

9.2 針對車輛軌跡跟隨系統之簡易車輛模型

控制法則的設計需要一個簡易的車輛模型，因此第二章的完整車輛模型將會被簡化為一個更簡易的車輛模型。由於所發展的車輛軌跡控制的驗證仍將在完整車輛模型上進行，因此在此被簡化的動態可以被視為控制過程中的系統不確定項。相較於完整車輛模型，以下為針對控制法則建構用的車輛模型的四個假設：

- 1) 此車輛模型不考慮四側懸吊系統的位移動態。
- 2) 此車輛模型採用線性輪胎模型，即縱向輪胎黏著力與側向輪胎黏著力分別跟輪胎滑動率與輪胎滑動角成線性關係。
- 3) 簡易車輛模型中輪胎滑動率較小，也就是輪胎之角加速度趨近於零 ($\dot{\omega}_i \approx 0$)。

- 4) 簡易車輛模型忽略車輛垂直動態、側傾動態以及俯仰動態，因為在軌跡跟隨過程中，這些車輛動態變化較小。

因此透過上述四個假設，第二章所介紹之完整車輛模型將會被簡化為下式：

$$\begin{aligned}
 m_{tot}(\ddot{x}_a - \dot{y}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{x,tire} + m_{tot} G_{a,x} \\
 m_{tot}(\ddot{y}_a + \dot{x}_a \dot{\psi}_v) &= \sum F_{y,tire} + m_{tot} G_{a,y} \\
 I_z \ddot{\psi}_v &= M_z + \Delta M \\
 \Delta T &= -r_i F_{a,tire,i} - T_{b,i} + T_{m,i} \quad (i=1 \sim 4)
 \end{aligned} \tag{9.1}$$

其中

$$\begin{aligned}
 M_z &= l_f (F_{y,tire,1} + F_{y,tire,2}) - l_r (F_{y,tire,3} + F_{y,tire,4}) \\
 &\quad - t_f (F_{x,tire,1} - F_{x,tire,2}) + t_r (F_{x,tire,3} - F_{x,tire,4}) \\
 F_{x,tire,i} &= F_{a,tire,i} \cos \delta_i - F_{b,tire,i} \sin \delta_i \\
 F_{y,tire,i} &= F_{a,tire,i} \sin \delta_i + F_{b,tire,i} \cos \delta_i
 \end{aligned}$$

由於此車輛模型是用來描述前輪轉向的車輛，所以前輪轉向角度是由第二章所介紹之亞克曼轉向原理所決定（見方程式 (2.21)），後輪轉向角度皆為零（ $\delta_3 = \delta_4 = 0$ ）。在方程式 (9.1) 中的 ΔM 表示為橫擺運動之系統不確定項，來源為先前假設而忽略的車輛側傾與俯仰動態； ΔT 表示為輪胎轉動動態之系統不確定項，來源為先前假設之角加速度趨近於零。其次，第二個假設描述簡易車輛模型採用線性輪胎模型，與第七章相同地，因為在大部分的駕駛者行為之下，輪胎所承受的垂直正向力不會有太大的改變，並且輪胎滑動率與輪胎滑動角亦會保持在固定範圍中，使得輪胎所產生的輪胎黏著力會落在線性區域中。由於縱向輪胎黏著力被設計為階層式控制架構中的虛擬控制輸入，其值會被後續的控制法則所決定，在此不列出其計算公式。線性輪胎模型之側向輪胎黏著力可以被寫為下式：

$$F_{b,tire,i} = C_{\alpha,i} \alpha_i \tag{9.2}$$

其中

$$C_{\alpha,i} = D_y C_y B_y \Big|_{F_{z,spring,si}}$$

$$F_{z,spring,s1} = F_{z,spring,s2} = m_{tot} g \times l_r / (l_f + l_r) / 2$$

$$F_{z,spring,s3} = F_{z,spring,s4} = m_{tot} g \times l_f / (l_f + l_r) / 2$$

上式中 $F_{z,spring,si}$ 表示為車輛在靜止狀態時，第 i 個輪胎所承受的垂直負載。

車輛速度 \dot{x}_a, \dot{y}_a 表示為被描述於輔助座標的車輛速度，而車輛速度 \dot{x}_g, \dot{y}_g 表示為被描述於地球座標的車輛速度，當車輛側傾與俯仰動態皆被忽略時，上述四個車輛速度的關係式可以被寫為下式：

$$\begin{aligned} \dot{x}_g &= \dot{x}_a \cos \psi_v - \dot{y}_a \sin \psi_v \\ \dot{y}_g &= \dot{x}_a \sin \psi_v + \dot{y}_a \cos \psi_v \end{aligned} \quad (9.3)$$

本論文選擇縱向輪胎黏著力 ($F_{a,tire,i}$) 為控制策略中所產生的虛擬控制輸入，且選擇每個輪胎的輪胎力矩 ($T_{wheel,i} = T_{m,i} - T_{b,i}$) 為此控制系統的實際控制輸入，透過方程式 (9.1) 的最後一行可以將虛擬控制輸入轉換為此控制系統的實際控制輸入：

$$T_{wheel,i} = r_i F_{a,tire,i} \quad (9.4)$$

從方程式 (9.1) 的最後一行可知，上述方程式 (9.4) 實際上會有系統不確定項，導致實際控制輸入無法獲得所要的虛擬控制輸入，其主要來源為被忽略的輪胎滑動率、滾動阻力 (Rolling Resistance)、空氣阻力 (Air Resistance)、輪胎內壓 (Inflation Pressure) … 等因素，這也是大部分先前文獻在設計控制策略中容易忽略的誤差量 [51]-[54]。此外雖然已有先前文獻藉由最佳化尋找方式來轉換虛擬與實際控制輸入，然而不僅設計複雜且浪費較多的計算時間，亦會因為不容易找到最佳點而造成控制輸入有著些許誤差 [80]。

9.3 車輛軌跡跟隨系統

假設車輛欲跟隨之參考軌跡可以事先得到，這條參考軌跡即可被描述於地球座標並且藉由曲線擬合方法 (Curve Fitting Method) 近似來獲得一條方程式 ($y_g^{ref} = f(x_g)$)，

此方程式之自變數為地球座標的 x 軸座標，應變數為地球座標的 y 軸座標，所以本論文所設計之車輛軌跡跟隨系統僅適用於 x 軸座標相對於 y 軸座標的參考軌跡為一對一或多對一的情況。當目前車輛所位於的 x 軸座標 (x_g) 代入上述之方程式，即可獲得目前車輛應到達的 y 軸座標 (y_g^{ref})，也就是側向位移之參考值，因此車輛軌跡跟隨系統可以藉由控制側向位移來達成。

9.3.1 李亞普諾夫函數

本作法設計一李亞普諾夫函數，用來輔助後續控制器的推導與確保系統穩定性。在設計李亞普諾夫函數之前，為了補償先前忽略的動態、階層式架構設計以及各種假設所造成的系統不確定項，以及為了方便控制系統的推導，我們將車輛橫擺動態重新整理為下式：

$$\begin{aligned} \ddot{\psi}_v &= A_0 + \Delta A + (\mathbf{B}_0 + \Delta \mathbf{B})(\mathbf{F}_{a0} + \Delta \mathbf{F}_a) \quad (9.5) \\ A_0 &= (F_{b,tire,1} l_f \cos \delta_1 + F_{b,tire,1} t_f \sin \delta_1 + F_{b,tire,2} l_r \cos \delta_2 - F_{b,tire,2} l_r \sin \delta_2 \\ &\quad - F_{b3} l_r - F_{b4} l_r) / I_z \\ \mathbf{B}_0 &= [B_1, B_2, B_3, B_4] \\ &= [(l_f \sin \delta_1 - t_f \cos \delta_1) / I_z, (l_f \sin \delta_2 + t_f \cos \delta_2) / I_z, t_r / I_z, -t_r / I_z] \\ \Delta \mathbf{B} &= [\Delta B_1, \Delta B_2, \Delta B_3, \Delta B_4] \\ \mathbf{F}_{a0} &= [F_{a,tire,1}, F_{a,tire,2}, F_{a,tire,3}, F_{a,tire,4}]^T \end{aligned}$$

其中 A_0 與 B_0 包含如方程式 (9.1) 所示之原始車輛動態； \mathbf{F}_{a0} 為控制策略所設計之虛擬控制輸入； ΔA 為 A_0 之系統不確定項，主要是來自於側向輪胎黏著力； $\Delta \mathbf{B}$ 為 \mathbf{B}_0 之系統不確定項，主要來自於所忽略的車輛側傾與俯仰動態； $\Delta \mathbf{F}_a$ 為 \mathbf{F}_{a0} 之系統不確定項，主要來自於縱向輪胎黏著力，會有兩個來源：（1）當設計縱向輪胎黏著力時，被忽略的輪胎滑動率與道路摩擦係數；（2）當縱向輪胎黏著力轉換成為輪胎力矩時，被忽略的輪胎動態。

為了應用「直接橫擺力矩控制 (Direct Yaw Moment Control)」的策略於車輛軌跡跟隨系統中，因此李亞普諾夫函數 (V) 選擇側向位移誤差與橫擺角速度誤差：

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}e^2 \quad (9.6)$$

$$s = \dot{y}_g - \dot{y}_g^{ref} + \lambda_{v1}(y_g - y_g^{ref})$$

$$e = \dot{\psi}_v - \dot{\psi}_v^{ref}$$

其中 λ_{v1} 為設計參數且必須為正數； $\dot{\psi}_v^{ref}$ 為參考車輛橫擺角速度，此為控制策略之虛擬輸入之一，將在後續推導過程中決定。為了利用上述李亞普諾夫函數來分析系統穩定性，李亞普諾夫函數之一次微分將會被計算且重新排列成下列三項：

$$\dot{V} = \dot{V}_{p1} + \dot{V}_{p2} + \dot{V}_{p3} \quad (9.7)$$

$$\dot{V}_{p1} = -\tau_1 s^2 - \tau_2 e^2 + \dot{x}_g s e$$

$$\dot{V}_{p2} = (\ddot{x}_a \sin \psi_v + \ddot{y}_a \cos \psi_v) s + \dot{x}_g \dot{\psi}_v^{ref} s - \dot{y}_g^{ref} s - s \lambda_{v1} (\dot{y}_g - \dot{y}_g^{ref}) + \tau_1 s^2$$

$$\dot{V}_{p3} = e \ddot{\psi}_v - e \ddot{\psi}_v^{ref} + \tau_2 e^2$$

其中 τ_1, τ_2 為設計參數且必須為正數。藉由選擇適當數值的 τ_1, τ_2 ， \dot{V}_{p1} 可以確定為半負定 (Negative Semi-definite)。因此整個控制系統的穩定性將由 \dot{V}_{p2} 與 \dot{V}_{p3} 決定。

9.3.2 順滑模態控制法則

為確保系統的強健性，呈現於方程式 (9.7) 的參考車輛橫擺角速度是藉由順滑模態控制法則所決定。因此參考車輛橫擺角速度被設計為下式：

$$\dot{\psi}_v^{ref} = -\dot{x}_g^{-1} \left[-\ddot{y}_g^{ref} - \lambda_{v1} (\dot{y}_g - \dot{y}_g^{ref}) + \tau_1 s + \kappa s / \Phi_1 \right] \quad (9.8)$$

$$\kappa = \sup_{t \in [0, \infty]} |\ddot{x}_a(t) \sin \psi_v(t) + \ddot{y}_a(t) \cos \psi_v(t)| + \eta_1$$

其中 η_1 為設計參數且必須為微小正數，其主要用意為確保 κ 恆大於系統不確定項 $(\ddot{x}_a(t) \sin \psi_v(t) + \ddot{y}_a(t) \cos \psi_v(t))$ ； Φ_1 為隱性順滑層寬度 (Implicit Boundary Layer) 且被設計為正數。將方程式 (9.8) 的參考車輛橫擺角速度代入方程式 (9.7) 中的 \dot{V}_{p2} ：

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p2} &= (\ddot{x}_a \sin \psi_v + \ddot{y}_a \cos \psi_v) s - \kappa s^2 / \Phi_1 \\ &\leq -\eta_1 s^2 / \Phi_1 \quad \text{for } |s| \geq \Phi_1 \end{aligned} \quad (9.9)$$

從上式可以知道 \dot{V}_{p2} 在隱性順滑層 (Φ_1) 外時，可以確保為半負定。

接著再將方程式 (9.3) 代入方程式 (9.7) 中的 \dot{V}_{p3} ：

$$\begin{aligned}\dot{V}_{p3} &= e[A_0 + \Delta A + (\mathbf{B}_0 + \Delta \mathbf{B})(\mathbf{F}_{a0} + \Delta \mathbf{F}_a) - \ddot{\psi}_v^{ref} + \tau_2 e] \\ &\leq \bar{A} + e\mathbf{B}_0\mathbf{F}_{a0} + |e|\delta_{B1}|F_{a,tire,1}| + |e|\delta_{B2}|F_{a,tire,2}| + |e|\delta_{B3}|F_{a,tire,3}| + |e|\delta_{B4}|F_{a,tire,4}|\end{aligned}\quad (9.10)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{A} &= eA_0 + |e|\delta_A + |e|\|\mathbf{B}_0\|_2 \delta_F + |e|\delta_B \delta_F - e\ddot{\psi}_v^{ref} + \tau_2 e^2 \\ \delta_F &= \sup_{t \in [t, \infty]} \|\Delta \mathbf{F}_a(t)\|_2 \\ \delta_A &= \sup_{t \in [t, \infty]} |\Delta A(t)| \\ \delta_{Bi} &= \sup_{t \in [t, \infty]} |\Delta B_i(t)| \quad \text{for } i=1 \sim 4 \\ \delta_B &= \sqrt{\delta_{B1}^2 + \delta_{B2}^2 + \delta_{B3}^2 + \delta_{B4}^2}\end{aligned}$$

9.3.3 控制分配

縱向輪胎黏著力 ($F_{a,tire,1}, F_{a,tire,2}, F_{a,tire,3}, F_{a,tire,4}$) 需要被選擇來確保李亞普諾夫函數之第三部分的穩定性，還必須適用於一般前輪驅動的車輛，也就是後方兩輪之縱向輪胎黏著力不為正數，從方程式 (9.10) 很明顯地可以看出，有無限多組的縱向輪胎黏著力可以滿足上述兩個條件，因此本作法將其規劃成一個具約束條件之最佳化問題，進而找出最佳的一組縱向輪胎黏著力。

9.3.3.1 具有約束條件之非線性最佳化問題

此最佳化問題的成本函數被選為最低控制輸入，因此具有約束條件之非線性最佳化問題可以被寫為下式：

$$\begin{aligned}
& \min \quad \frac{1}{2} \mathbf{F}_{a0}^T \mathbf{Q}_c \mathbf{F}_{a0} \\
& \text{subject to} \quad \bar{A} + e \mathbf{B}_0 \mathbf{F}_{a0} + |e| \delta_{B1} |F_{a,tire,1}| + |e| \delta_{B2} |F_{a,tire,2}| + |e| \delta_{B3} |F_{a,tire,3}| \\
& \quad \quad \quad + |e| \delta_{B4} |F_{a,tire,4}| = -\eta_2 e^2 \\
& \quad \quad \quad F_{a,tire,3}, F_{a,tire,4} \leq 0
\end{aligned} \tag{9.11}$$

其中

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_c &= \text{diagonal}([q_{c1}, q_{c2}, q_{c3}, q_{c4}]) \\
q_{ci} &= F_{z,spring,i}^{-1} \quad \text{for } i=1 \sim 4
\end{aligned}$$

且 η_2 為設計參數且必須為微小正數。

方程式(9.11)的第一個約束條件是用來確保李亞普諾夫函數之第三部份的半負定，方程式(9.11)的第二個約束條件是用來限制車輛後方兩輪不會輸出驅動力矩。由於藉由此最佳化問題所選擇出來的一組縱向輪胎黏著力，必定符合上述所設計之兩個約束條件，因此當上述之約束條件成立時，李亞普諾夫函數之第三部份將會被確保為半負定：

$$\dot{V}_{p3} \leq -\eta_2 e^2 \tag{9.12}$$

理論上，在確保系統的穩定性（方程式(9.12)）條件下，方程式(9.10)的第一個約束條件應設計成不等式，才可以增加可行解的數量並且近一步的降低控制輸入。但是若設計成不等式，最佳化問題的求解過程會造成每個時間點的最佳解（縱向輪胎黏著力）呈現一跳躍現象，即為了達成最小的控制輸入，縱向輪胎黏著力必須快速地變化，這種現象不但不切實際，而且還可能會傷害車輛零件。

\mathbf{Q}_c 為權重矩陣，本論文將其設計為對角線矩陣且其對角元素分別為四顆輪胎的垂直負載之倒數，而這種權重矩陣的設計方式不僅降低控制輸入，亦符合輪胎滑動率較小的假設，詳細討論將會呈現於後續章節。

9.3.3.2 等式約束條件的設計修正

雖然約束條件之等式設計可以防止所計算出的縱向輪胎黏著力（控制輸入）快速地變化，但是縱向輪胎黏著力之數值依舊存在較高頻的切換動作，其原因在於順滑模態控制法則利用控制輸入快速的切換來降低系統不確定項的影響。這個高頻的切換動作非常難透過一般的演算法（低通濾波器的設計）來消除，其原因會呈現於後續章節。在此，本作法提出另一種方法來解決這個高頻切換的問題，此方法引入一個隱性順滑層進入方程式 (9.11) 的等式約束條件，其中隱性順滑層寬度（ Φ_2 ）將會被設計為正數，則等式約束條件可以被改寫為下式：

$$\bar{A}_2 + \mathbf{B}_0 \mathbf{F}_{a0} + (\delta_{B1} |F_{a,tire,1}| + \delta_{B2} |F_{a,tire,2}| + \delta_{B3} |F_{a,tire,3}| + \delta_{B4} |F_{a,tire,4}|) e / \Phi_2 + \eta_2 e = 0 \quad (9.13)$$

其中

$$\bar{A}_2 = A_0 + (\delta_A + \|\mathbf{B}_0\|_2 \delta_F + \delta_B \delta_F) e / \Phi_2 - \dot{y}_v^{ref} + \tau_2 e$$

因此當上述之等式約束條件成立時，李亞普諾夫函數之第三部份將會在隱性順滑層（ Φ_2 ）外的時候被確保為半負定：

$$\dot{V}_{p3} \leq -\eta_2 e^2 / \Phi_2 \quad \text{for } |e| \geq \Phi_2 \quad (9.14)$$

兩條等式約束條件（見方程式 (9.11) 與 (9.13)）都可以讓李亞普諾夫函數之第三部份被確保為半負定（見方程式 (9.12) 與 (9.14)），而後續之數值模擬將會展示這兩條等式約束條件的性能差異。

9.3.4 最佳化問題之解析解

由於上述所設計的兩條約束條件皆包含絕對值項，導致上述之最佳化問題成為一非線性最佳化問題，其最佳解大多都透過數值搜尋方法來獲得，然而數值搜尋方法收斂至最佳解的時間無法確定，因而數值搜尋方法比較不適用於車輛即時控制系統，因此本章節介紹變數變換法（Variable Transformation）與卡羅需—庫恩—塔克條件（Karush-Kuhn-Tucker Condition, KKT Condition）來獲得上述之非線性最佳化問題的解析解。

9.3.4.1 變數變換法

變數變換法主要是用來消除約束條件中的絕對值[81]計算，進而使得非線性最佳化問題轉換成一般常見的同時具有等式約束條件與不等式約束條件之平方最佳化問題（Quadratic Optimization Problem）。

$$\begin{aligned} F_{a,tire,n} &= F_{a,tire,n}^+ - F_{a,tire,n}^- \\ |F_{a,tire,n}| &= F_{a,tire,n}^+ + F_{a,tire,n}^- \quad \text{for } n=1, 2 \end{aligned} \quad (9.15)$$

其中

$$F_{a,tire,n}^+ = \begin{cases} F_{a,tire,n}, & \text{if } F_{a,tire,n} > 0 \\ 0, & \text{if } F_{a,tire,n} \leq 0 \end{cases}$$

$$F_{a,tire,n}^- = \begin{cases} 0, & \text{if } F_{a,tire,n} > 0 \\ -F_{a,tire,n}, & \text{if } F_{a,tire,n} \leq 0 \end{cases}$$

$$F_{a,tire,n}^+, F_{a,tire,n}^- \geq 0$$

當方程式(9.15)代入方程式(9.11)之後，此具有約束條件之最佳化問題可以被重寫為：

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \left[q_{c1}^2 (F_{a,tire,1}^+ - F_{a,tire,1}^-)^2 + q_{c2}^2 (F_{a,tire,2}^+ - F_{a,tire,2}^-)^2 + q_{c3} F_{a,tire,3}^2 + q_{c4} F_{a,tire,4}^2 \right] \\ \text{subject to} \quad & C + \mathbf{D}\bar{\mathbf{F}}_a = 0 \\ & -F_{a,tire,1}^+, -F_{a,tire,1}^-, -F_{a,tire,2}^+, -F_{a,tire,2}^-, F_{a,tire,3}, F_{a,tire,4} \leq 0 \end{aligned} \quad (9.16)$$

其中

$$C = \bar{A} + \eta_2 e^2$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= [D_1^+, D_1^-, D_2^+, D_2^-, D_3, D_4] \\ &= [eB_1 + |e|\delta_{B1}, -eB_1 + |e|\delta_{B1}, eB_2 + |e|\delta_{B2}, \\ &\quad -eB_2 + |e|\delta_{B2}, eB_3 - |e|\delta_{B3}, eB_4 - |e|\delta_{B4}] \end{aligned}$$

$$\bar{\mathbf{F}}_a = [F_{a,tire,1}^+, F_{a,tire,1}^-, F_{a,tire,2}^+, F_{a,tire,2}^-, F_{a,tire,3}, F_{a,tire,4}]^T$$

為了比較先前設計的兩個等式約束條件，再度將變數變換法應用至修改之後的等式約束條件，如方程式 (9.13) 所示之最佳化問題，而變換之後的等式約束條件依舊描述為相同變數所構成的方程式 ($C + \mathbf{D}\bar{\mathbf{F}}_a = 0$)，因此其相關變數 (C, \mathbf{D}) 與最佳化問題可以被重寫為下式：

$$\begin{aligned}
\min \quad & \frac{1}{2} \left[q_{c1}^2 (F_{a,tire,1}^+ - F_{a,tire,1}^-)^2 + q_{c2} (F_{a,tire,2}^+ - F_{a,tire,2}^-)^2 + q_{c3} F_{a,tire,3}^2 + q_{c4} F_{a,tire,4}^2 \right] \\
\text{subject to} \quad & C + \mathbf{D}\bar{\mathbf{F}}_a = 0 \\
& -F_{a,tire,1}^+, -F_{a,tire,1}^-, -F_{a,tire,2}^+, -F_{a,tire,2}^-, F_{a,tire,3}, F_{a,tire,4} \leq 0 \\
C = & \bar{A}_2 + \eta_2 e \\
\mathbf{D} = & [B_1 + e\delta_{B1}/\Phi_2, -B_1 + e\delta_{B1}/\Phi_2, B_2 + e\delta_{B2}/\Phi_2, \\
& -B_2 + e\delta_{B2}/\Phi_2, B_3 - e\delta_{B3}/\Phi_2, B_4 - e\delta_{B4}/\Phi_2]
\end{aligned} \tag{9.17}$$

9.3.4.2 卡羅需－庫恩－塔克條件

先前文獻已經證明同時具有等式約束條件與不等式約束條件之非線性最佳化問題之最佳解或是區域最小值 (Local Minimizer)，會滿足卡羅需－庫恩－塔克條件[82]。一般而言，最佳化問題必須被證明為凸型最佳化 (Convex Optimization) 才能夠確保區域最小值為全域最小值 (Global Minimizer)，然而在這個車輛模型並不容易證明為凸型最佳化，其原因會在後續章節介紹。此外，雖然所獲得的解為區域最小值，無法保證為全域最小值，但是所獲得的區域最小值仍舊會滿足本論文針對系統穩定而設計之約束條件，因此縱使是區域最小值，仍舊不會失去其穩定性。

考慮下列一般性的非線性最佳化問題：

$$\begin{aligned}
\min \quad & f(\mathbf{x}) \\
\text{subject to} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\
& \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0
\end{aligned} \tag{9.18}$$

其中 $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$ ； $f \in \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^1$ ； $\mathbf{h} \in \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m, m \leq n$ ； $\mathbf{g} \in \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^p$ 。因此區域最小值 (\mathbf{x}^*) 將會滿足卡羅需－庫恩－塔克條件：

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\mu}_k &\geq 0 \\
\nabla f(\mathbf{x}^*) + \boldsymbol{\lambda}_k^T \nabla h(\mathbf{x}^*) + \boldsymbol{\mu}_k^T \nabla g(\mathbf{x}^*) &= \mathbf{0}^T \\
\boldsymbol{\mu}_k^T g(\mathbf{x}^*) &= 0 \\
h(\mathbf{x}^*) &= 0 \\
g(\mathbf{x}^*) &\leq 0
\end{aligned} \tag{9.19}$$

其中 $\boldsymbol{\mu}_k$ 為所謂的 KKT 乘數因子向量 (KKT Multiplier Vectors)； $\boldsymbol{\lambda}_k$ 為所謂的拉格朗日乘數因子向量 (Lagrange Multiplier Vectors)；方程式 (9.19) 的第一、三與五條方程式是用來確認 KKT 乘數因子向量內之元素 (μ_{ki}) 的情況，當 KKT 乘數因子向量內之元素為正的時候，其相關不等式約束條件為有效 (Active) 之約束條件 ($g(\mathbf{x}^*)=0$)，而當 KKT 乘數因子向量之元素為零的時候，其相關不等式約束條件為無效 (Inactive) 之約束條件 ($g(\mathbf{x}^*)<0$)。

將方程式 (9.16) 的非線性最佳化問題，應用於卡羅需－庫恩－塔克條件：

$$\begin{aligned}
q_{c1}^2 (F_{a,tire,1}^+ - F_{a,tire,1}^-) + \lambda_{k1} D_1^+ - \mu_{k1} &= 0 \\
-q_{c1}^2 (F_{a,tire,1}^+ - F_{a,tire,1}^-) + \lambda_{k1} D_1^- - \mu_{k2} &= 0 \\
q_{c2}^2 (F_{a,tire,2}^+ - F_{a,tire,2}^-) + \lambda_{k1} D_2^+ - \mu_{k3} &= 0 \\
-q_{c2}^2 (F_{a,tire,2}^+ - F_{a,tire,2}^-) + \lambda_{k1} D_2^- - \mu_{k4} &= 0 \\
q_{c3}^2 F_{a,tire,3} + \lambda_{k1} D_3 - \mu_{k5} &= 0 \\
q_{c4}^2 F_{a,tire,4} + \lambda_{k1} D_4 - \mu_{k6} &= 0 \\
-\mu_{k1} F_{a,tire,1}^+ - \mu_{k2} F_{a,tire,1}^- - \mu_{k3} F_{a,tire,2}^+ - \mu_{k4} F_{a,tire,2}^- + \mu_{k5} F_{a,tire,3} + \mu_{k6} F_{a,tire,4} &= 0 \\
C + D\bar{F}_a &= 0 \\
-F_{a,tire,1}^+, -F_{a,tire,1}^-, -F_{a,tire,2}^+, -F_{a,tire,2}^-, F_{a,tire,3}, F_{a,tire,4} &\leq 0
\end{aligned} \tag{9.20}$$

其中 λ_{k1} 與 μ_{k1-6} 分別為方程式 (9.16) 的相關拉格朗日乘數因子與 KKT 乘數因子。在搜尋最佳解的時候，上述方程式 (9.20) 必須針對任何情況 ($\mu_{ki}=0$ 或 $\mu_{ki}\neq 0$, $i=1\sim 6$) 來重複地求解並驗證是否為最佳解，可以預見的是在每個時間點下都必須要計算 64 次 ($=2^6$)。然而在這個車輛控制系統內，經由下列三種考量可以將 64 次計算過程大幅地簡化為 2 次：(1) 根據方程式 (9.15)， F_{a1}^+ 與 F_{a1}^- 不能夠同時為零；(2) 針對最低控制輸入的車輛橫擺運動，左側與右側的縱向輪胎黏著力不能夠同為正或同為負；(3)

針對最低控制輸入的車輛橫擺運動，前方與後方的縱向輪胎黏著力不能夠有相反的正負號。因此經由這三種考量，其最佳化問題之可行解僅剩下兩個，如下所示：

Case I: $(\mu_{k1} = 0, \mu_{k2} \neq 0, \mu_{k3} \neq 0, \mu_{k4} = 0, \mu_{k5} = 0, \mu_{k6} \neq 0)$

$$\begin{aligned}
 F_{a,tire,1}^+ &= -\lambda_{k1} D_1^+ / q_{c1}^2 & \mu_{k2} &= \lambda_{k1} (D_1^+ + D_1^-) \\
 F_{a,tire,1}^- &= 0 & \mu_{k3} &= \lambda_{k1} (D_2^+ + D_2^-) \\
 F_{a,tire,2}^+ &= 0 & \mu_{k6} &= -\lambda_{k1} D_4 \\
 F_{a,tire,2}^- &= -\lambda_{k1} D_2^- / q_{c2}^2 \\
 F_{a,tire,3} &= -\lambda_{k1} D_3 / q_{c3}^2 \\
 F_{a,tire,4} &= 0 \\
 \lambda_{k1} &= C / (D_1^{+2} / q_{c1}^2 + D_2^{-2} / q_{c2}^2 + D_3^2 / q_{c3}^2)
 \end{aligned} \tag{9.21}$$

Case II: $(\mu_{k1} \neq 0, \mu_{k2} = 0, \mu_{k3} = 0, \mu_{k4} \neq 0, \mu_{k5} \neq 0, \mu_{k6} = 0)$

$$\begin{aligned}
 F_{a,tire,1}^+ &= 0 & \mu_{k1} &= \lambda_{k1} (D_1^+ + D_1^-) \\
 F_{a,tire,1}^- &= -\lambda_{k1} D_1^- / q_{c1}^2 & \mu_{k4} &= \lambda_{k1} (D_2^+ + D_2^-) \\
 F_{a,tire,2}^+ &= -\lambda_{k1} D_2^+ / q_{c2}^2 & \mu_{k5} &= -\lambda_{k1} D_3 \\
 F_{a,tire,2}^- &= 0 \\
 F_{a,tire,3} &= 0 \\
 F_{a,tire,4} &= -\lambda_{k1} D_4 / q_{c4}^2 \\
 \lambda_{k1} &= C / (D_1^{-2} / q_{c1}^2 + D_2^{+2} / q_{c2}^2 + D_4^2 / q_{c4}^2)
 \end{aligned}$$

在第一種情況 (Case I) 之下，所有縱向輪胎黏著力將會組成逆時針的車輛橫擺轉矩，使得車輛進行向左轉彎；在第二種情況 (Case II) 之下，所有縱向輪胎黏著力將會組成順時針的車輛橫擺轉矩，使得車輛進行向右轉彎。

9.3.5 輪胎力矩之計算

如前所述，縱向輪胎黏著力被設計為虛擬控制輸入，必須經由方程式 (9.4) 將虛擬控制輸入 ($F_{a,tire,i}$) 轉換為實際控制輸入 ($T_{wheel,i}$)。雖然這個轉換過程會忽略某些動態產生系統不確定項 (Uncertainty)，但是本論文將會藉由兩種方法來處理這個系統不確定項：(1) 最佳化問題的權重函數設計，會造成縱向輪胎黏著力將會與其相關垂直負載成正比，會使得相關輪胎滑動率操作在較小的區域裡，正好符合先前較小輪胎滑動

率的假設；(2) 轉換過程所產生之系統不確定項 (ΔF_a) 及其影響，已經被考慮在車輛控制策略中，因而不會失去其系統強健性，詳細討論將會呈現於後續章節。

藉由上述之控制策略推導，當順滑平面 (s) 在隱性順滑層 (Φ_1) 之外且當車輛橫擺角速度誤差 (e) 在隱性順滑層 (Φ_2) 之外時，李亞普諾夫函數之三個部分 (方程式 (9.7)) 皆被保證為半負定，因此整個車輛控制策略之穩定性將會被保證。

9.4 數值模擬

9.4.1 車輛動態估測系統

如 9.3 章節所示，許多車輛動態資訊與車輛參數必須被用來實現本章節所提出之控制系統，如車輛縱向位置與速度 (x_g, \dot{x}_g)、車輛側向位置與速度 (y_g, \dot{y}_g)、車輛橫擺角度與角速度 ($\psi_v, \dot{\psi}_v$)、每顆輪胎的垂直負載 ($F_{z, spring, 1\sim 4}$)、道路角度 (ϕ_r, θ_r)、車輛質量 (m_{tot})、車體重心之 z 軸質量慣性矩 (I_z) 以及輪胎參數...等，然而這些車輛動態資訊與車輛參數可以分別藉由第六章與第七章所提出之車輛動態估測系統與車輛參數鑑定系統而得。這些系統之估測精度與鑑定精度會影響控制系統的性能，為了清楚地觀察所設計之控制系統之性能優缺點，本章節假設車輛動態資訊皆可直接獲得且無雜訊。

9.4.2 參考路徑之設計

本章節利用「二次車道變換 (Double Lane Change)」來驗證之前所提出的車輛軌跡跟隨系統之可行性，二次車道變換之道路狀況為兩條平行且相距 3 公尺的車道 (道路角度為零的水平路面： $\phi_r = 0, \theta_r = 0$)，如圖 9.2 所示，當車輛行駛至 100 公尺時，逐漸往左邊方向進入另一條平行車道，接著再回到原本行駛的車道，其數學方程式可以被寫為下式：

$$y_g^{ref}(x_g) = \frac{3}{1 + \exp[-0.08(x_g - 145)]} - \frac{3}{1 + \exp[-0.08(x_g - 385)]} \quad (9.22)$$

而後續的數值模擬中，其車輛初始速度為每小時 90 公里 (=25 m/s) 且方向盤的轉動角度為零 ($\delta_1 = \delta_2 = 0$)，而車輛軌跡跟隨系統將會從初始時間便啟動，用以調節車輛完成上述預先設計之二次車道變換。

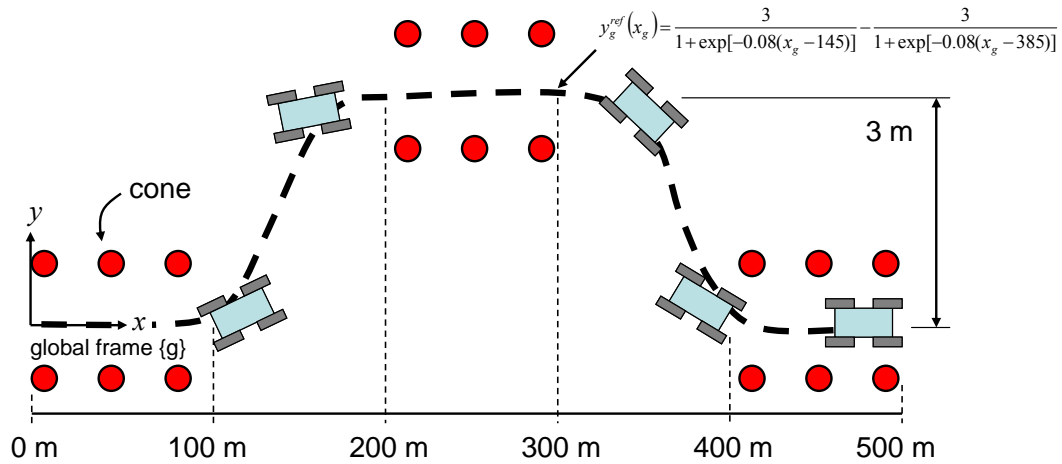


圖 9.2 車輛進行二次車道變換之示意圖

9.4.3 測試車輛模型之選取

兩種車輛模型將會被用來模仿實際車輛的動態行為：(1) 第二章所發表之完整車輛模型；(2) Carsim 商用軟體內建之轎車模型 (E-class Sedan Model in Carsim 7.1)。由於控制法則的設計是以簡化車輛模型 (如方程式 (9.1) 所示) 為基礎並應用於上述之兩種車輛模型，因此控制策略所擁有的穩健性將會決定控制策略是否能夠成功地驅動車輛來跟隨軌跡。為了進一步地闡述控制策略之穩健性，本論文分別呈現上述之兩種車輛模型與簡化車輛模型的動態差異，此模擬狀況為車輛行駛於水平路面且初始速度為每小時 90 公里 (=25 m/s)，並依循著駕駛者之方向盤行為 (圖 9.3 的第一張子圖)。三種車輛模型之幾何參數列於表 9.1，由於完整車輛模型與 Carsim 轎車模型的幾何參數並不相同，因此為了進行此三個模型的動態差異比較，控制法則推導所倚賴的車輛模型，會分別採用與比較對象 (完整車輛模型、Carsim model) 相同的車輛參數。三種車輛模型的縱向速度、側向速度與車輛橫擺角速度分別呈現於圖 9.3 左右兩側的第二至四張子圖，從這些子圖中可以發現車輛動態行為有著些許差異，因此所發展的控制法則必須擁有適度的強健性才能夠成功地應用於完整車輛模型與 Carsim 轎車模型。

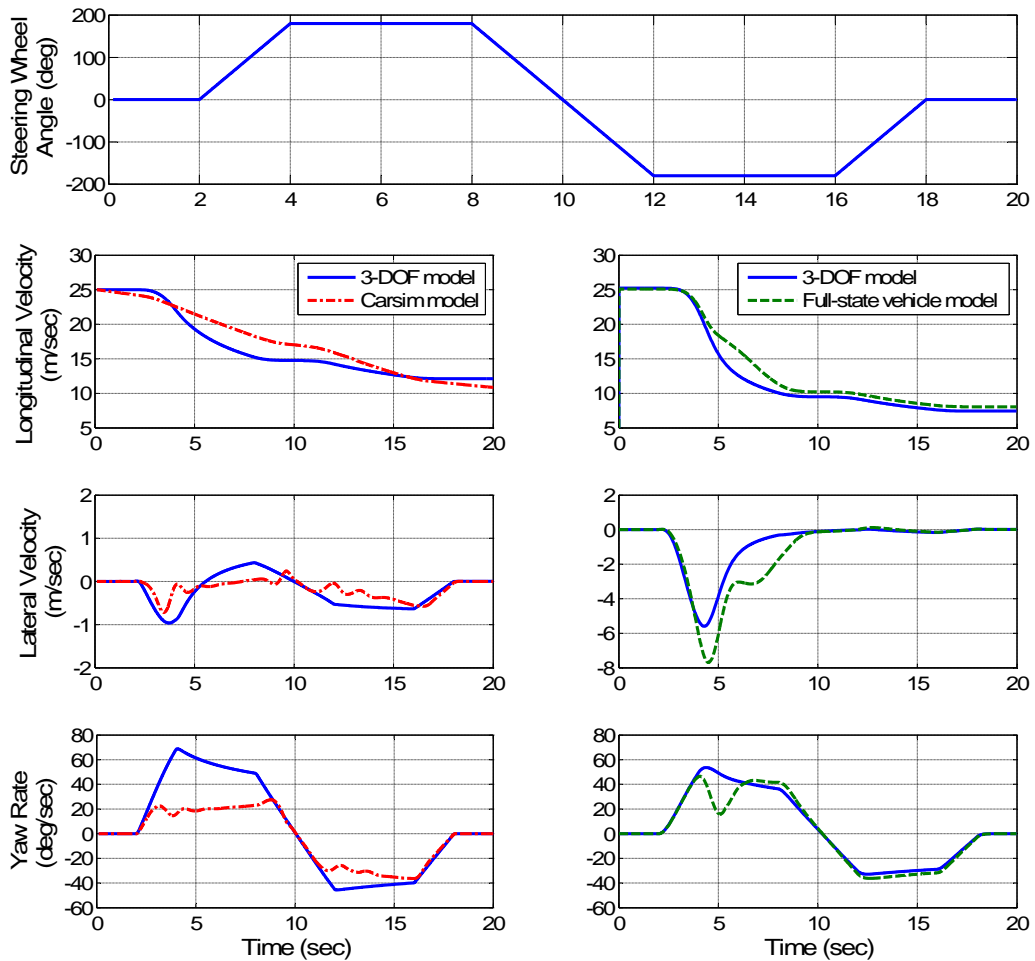


圖 9.3 簡化車輛模型、完整車輛模型與 Carsim 轎車模型之動態行為比較圖。第一張子圖為駕駛者之方向盤行為，從第二張至第四張分別為三種車輛模型的縱向速度、側向速度與車輛橫擺角速度。

雖然可以僅使用 Carsim 轎車模型來驗證控制策略的可行性與穩建性。選取另一車輛模型（完整車輛模型）的主要原因在於完整車輛模型的動態行為是完全可知的，因此可以就所發展的控制法則進行量化的分析。相較之下，Carsim 商用軟體內建之車輛模型並沒有開放給後端使用者，因而無法獲得其詳細模型資料，但是此轎車模型的動態行為已經經過實驗驗證，因此更接近於實際車輛的動態行為，因此採用 Carsim 模型當作測試車輛將可以展示控制系統應用於實際車輛之可行性。

如同第一章所提出，將未來時間的動態資訊應用於車輛安全系統可以得到若干優點。因此為了確認本論文所開發之車輛軌跡跟隨系統是否具有相關優點，最後一章節會使用車輛動態預測系統所得之未來時間的車輛動態資訊來進行車輛軌跡跟隨控制。

車輛控制系統的取樣頻率為 100 Hz，用以確保整個控制系統穩健性之設計參數列於表 9.2，這些設計參數主要是藉由完整車輛模型之模擬結果所決定。採用當下時間的模擬結果將會被呈現於圖 9.4 至圖 9.14，採用未來時間的模擬結果將會被呈現於圖 9.16 至圖 9.17。圖 9.4、圖 9.9、圖 9.13 與圖 9.16 中藍色虛線為參考路徑與參考車輛橫擺角速度；紅色實線為軌跡控制系統下之車輛動態行為。

表 9.1 車輛幾何參數

幾何參數	完整車輛模型	Carsim 轎車模型	幾何參數	完整車輛模型	Carsim 轎車模型
車體質量 (m_{tot})	1740 kg	2013 kg	質心與前軸距離 (l_f)	1.05 m	1.402 m
X 軸慣性矩 (I_x)	420 kg-m ²	614 kg-m ²	質心與後軸距離 (l_r)	1.4 m	1.646 m
Y 軸慣性矩 (I_y)	2594 kg-m ²	2765 kg-m ²	前軸一半長度 (t_f)	0.725 m	0.8 m
Z 軸慣性矩 (I_z)	3124 kg-m ²	2765 kg-m ²	後軸一半長度 (t_r)	0.725 m	0.801 m
輪胎轉動慣性矩 (I_{wheel})	2.03 kg-m ²	0.9 kg-m ²	輪胎有效半徑 (r)	0.3 m	0.364 m

表 9.2 控制系統之設計參數

設計參數	數值	設計參數	數值	設計參數	數值
η_1	0.1	Φ_1	1	τ_1	7.5
η_2	0.1	Φ_2	0.01	τ_2	22
δ_A	0.05	δ_{B1-4}	1e-6	δ_F	100
λ_{v1}	1	κ	3		

9.4.4 測試車輛 I：完整車輛模型

當控制法則採用方程式 (9.16) 之約束條件時，受到控制之後的車輛動態呈現於圖 9.4。從圖中可以看出，本作法可以成功地帶領車輛進行二次車道變換，車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度，且車輛縱向速度從每小時 90 公里 (=25 m/s) 遞減至每小時 86 公里 (=23.9 m/s)，此外側向位移誤差的標準差為 0.0318 公尺。

圖 9.5 為車輛軌跡跟隨系統所產生之四個輪胎的輪胎力矩，從圖中可以看出，前兩輪同時擁有驅動與煞車力矩，而後兩輪僅有煞車力矩，且這些輪胎力矩呈現出高頻的切換動作。如前所述，這是因為控制系統需要藉由快速地切換來補償簡化車輛模型與完整車輛模型之間的差異（不確定項）。

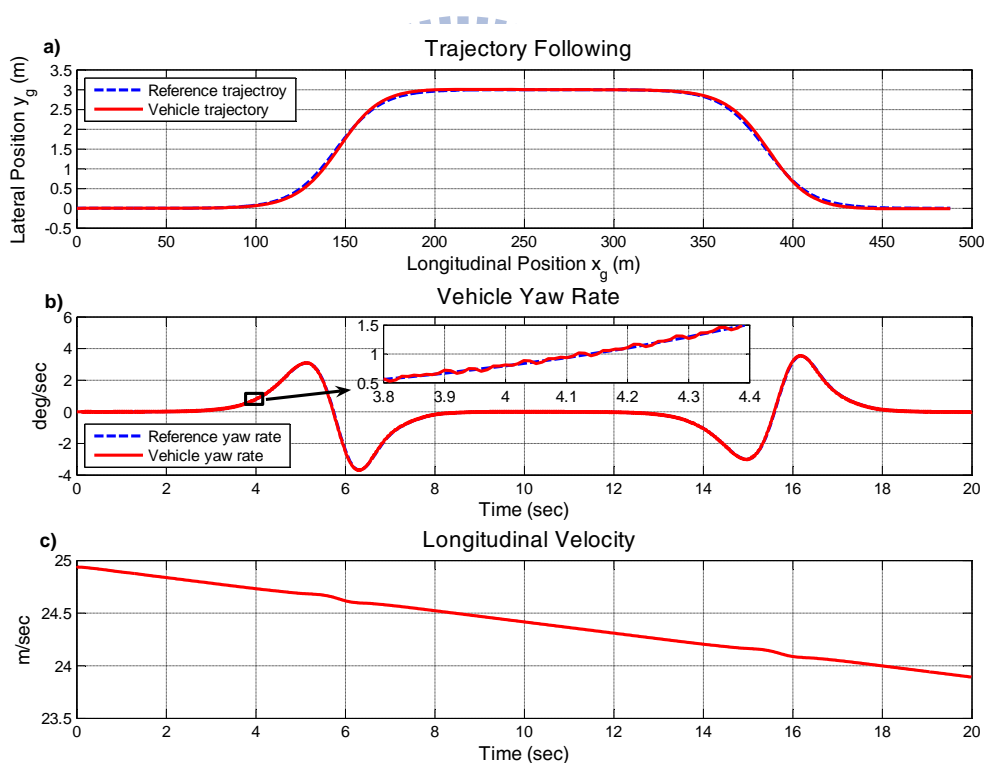


圖 9.4 (a) 當車輛軌跡跟隨系統應用於完整車輛模型時，受控車輛成功地進行「二次車道變換」。(b) 受控車輛之車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度，但是會有高頻振動的現象。(c) 車輛縱向速度從每秒 25 公尺遞減至每秒 23.9 公尺。

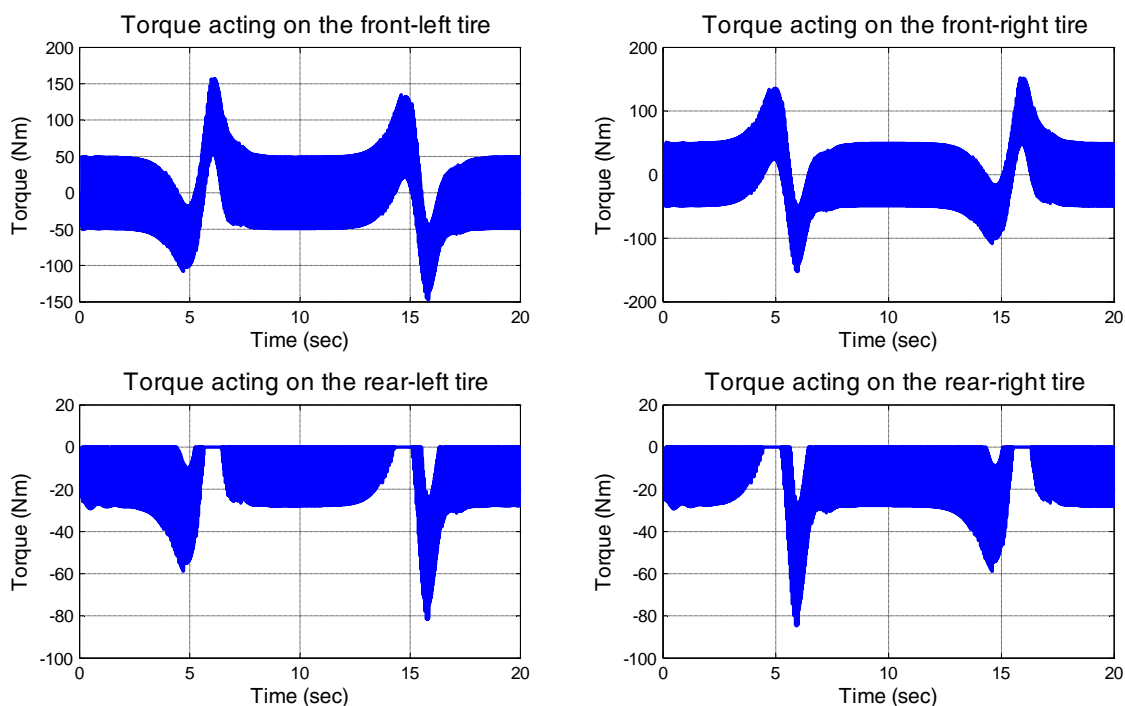


圖 9.5 車輛軌跡跟隨系統所產生之四個輪胎的輪胎力矩，其中後輪之輪胎力矩永遠小於零以符合前驅車輛之設計。

為了消除上述之高頻切換動作，傳統且直覺的做法是增加一低通濾波器 (Low-pass Filter) 於控制系統所計算之輪胎力矩之後。為了決定低通濾波器的通過頻寬，必須先觀察上述輪胎力矩之頻率響應，如圖 9.6 所示。既然切換動作的頻率發生在 25 Hz 附近，而其他訊號的頻率在 5 Hz 以下，因此低通濾波器的頻寬設計為 5 Hz。當取樣頻率為 100 Hz 且頻寬為 5 Hz 時，一階的離散低通濾波器可以被寫為下式：

$$G_{LPF}(z) = \frac{0.2696z^{-1}}{1 - 0.7304z^{-1}} \quad (9.23)$$

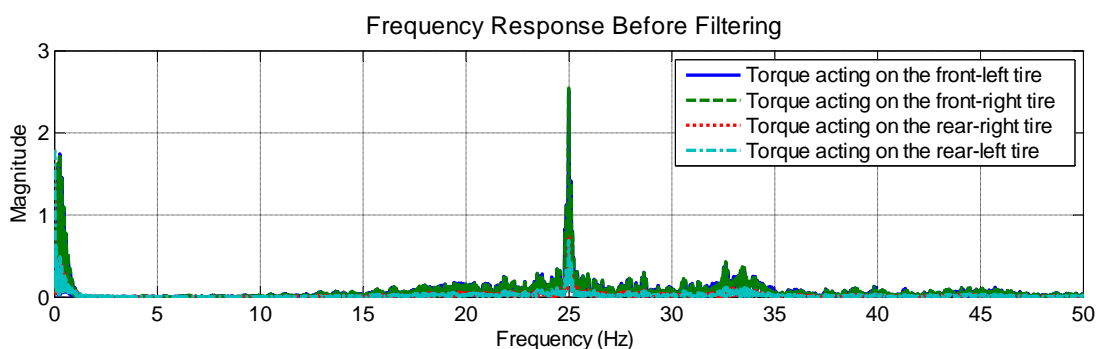


圖 9.6 輪胎力矩的頻率響應圖，切換動作的頻率發生在 25 Hz 附近。

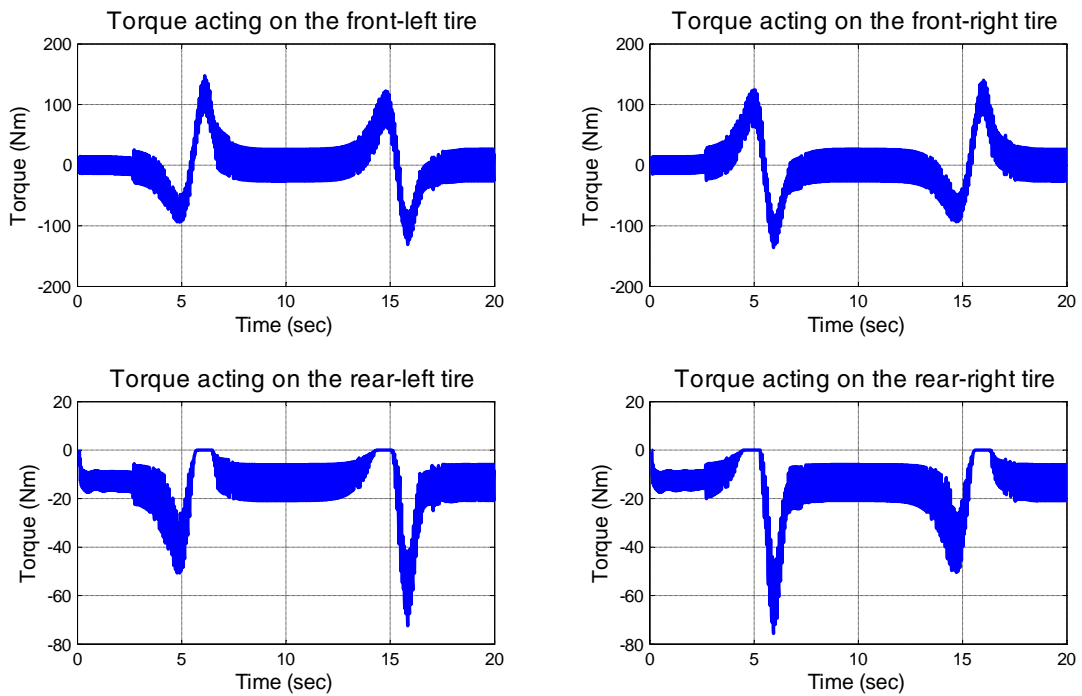


圖 9.7 車輛軌跡跟隨系統透過低通濾波器所產生之四個輪胎的輪胎力矩。

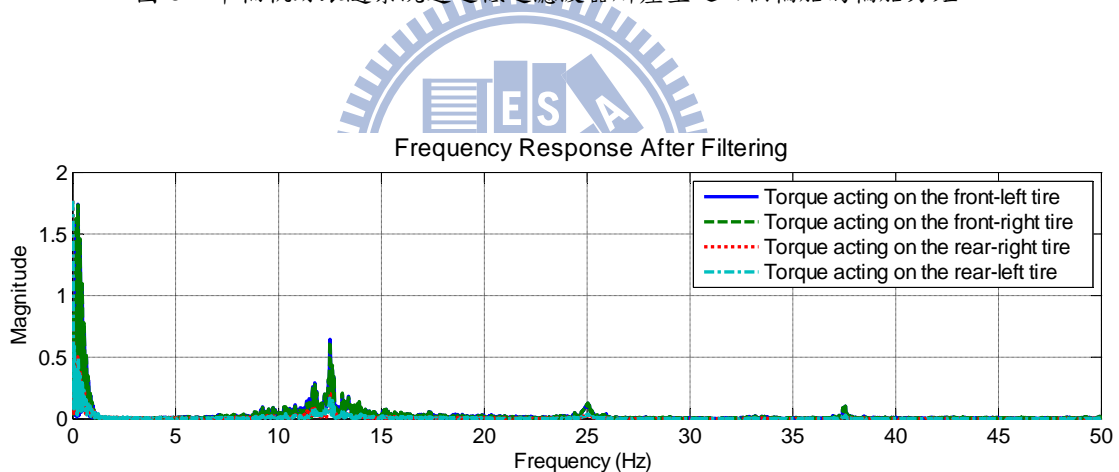


圖 9.8 透過低通濾波器之輪胎力矩的頻率響應圖，切換動作的頻率發生在 12.5 Hz 附近。

圖 9.7 為車輛軌跡跟隨系統透過上述之低通濾波器所產生之四個輪胎的輪胎力矩，從圖中可以看出，輪胎力矩依舊擁有高頻的切換動作，再次計算這四個輪胎力矩之頻率響應，從圖 9.8 可以看出輪胎力矩在 12.5 Hz 附近擁有振幅較小的切換動作，這是因為低通濾波器降低回授迴路之頻寬，使得控制系統再另一個頻率進行切換動作以便補償系統不確定項。很明顯地，傳統的低通濾波器並沒有辦法抑制控制輸入之高頻切換動作。另一種可能的方法是設計一個高階且較低頻寬的低通濾波器，然而這種低通濾波器會增加控制輸入的延遲時間，極可能造成系統的不穩定。

本論文所提出的解決方案在於使用修改過後之約束條件進行最佳化問題（見方程式 (9.17)）的求解，而非使用原始設計之約束條件（見方程式 (9.16)）。從圖 9.9 可以看出控制系統可以成功地帶領車輛進行二次車道變換，車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度，且車輛縱向速度從每小時 90 公里 (=25 m/s) 遞減至每小時 88.6 公里 (=24.6 m/s)，更重要的是控制系統所計算之輪胎力矩並沒有高頻的切換動作，如圖 9.10 所示。除此之外，側向位移誤差的標準差為 0.0323 公尺。

圖 9.11 可以看出所有的系統不確定項之絕對值在任何時間內皆小於控制系統之設計參數(如表 9.2 所示)，即可驗證控制系統在推導過程中的假設(見方程式 (9.10))。

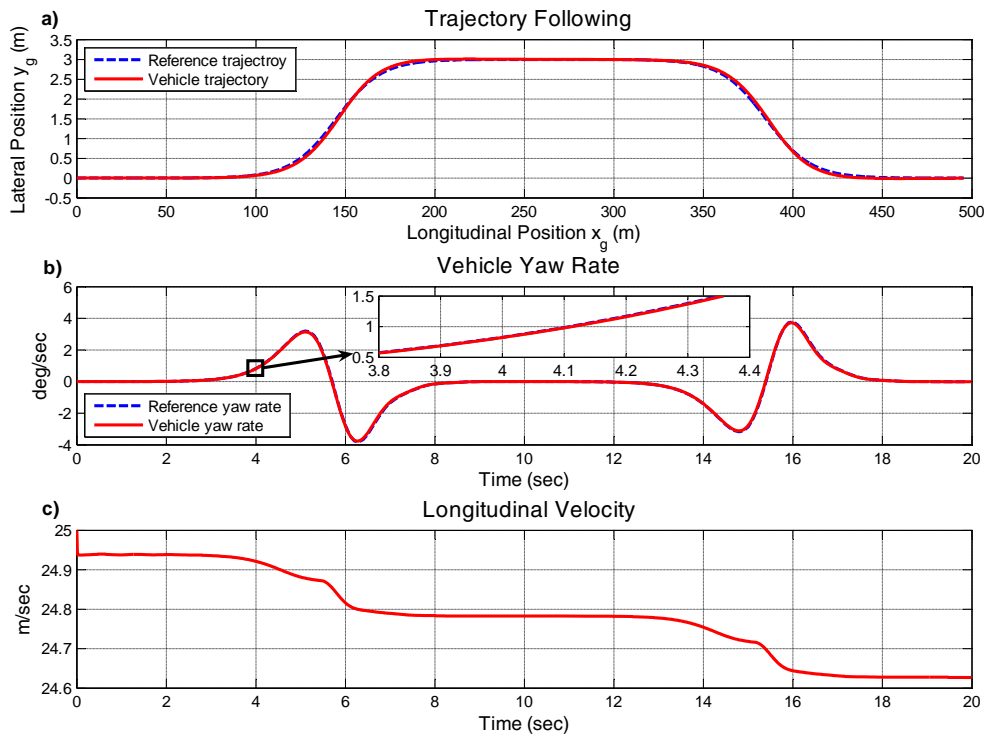


圖 9.9 (a) 當包含修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統應用於完整車輛模型時，受控車輛成功地進行「二次車道變換」。(b) 受控車輛之車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度。(c) 車輛縱向速度從每秒 25 公尺遞減至每秒 24.6 公尺。

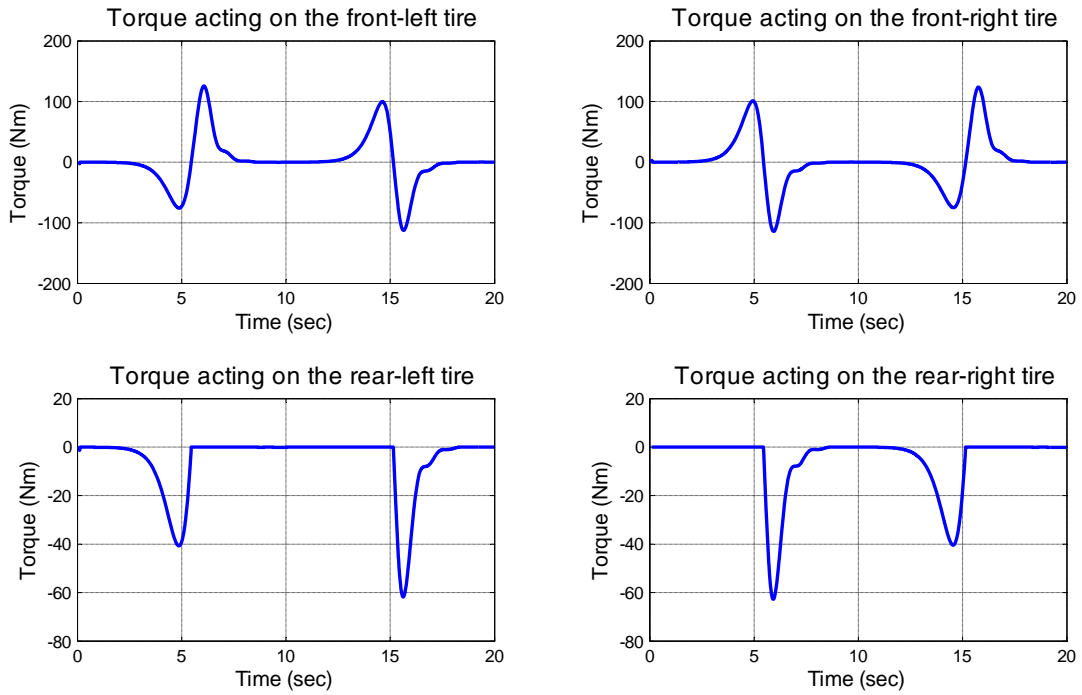


圖 9.10 包含修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統所產生之四個輪胎的輪胎力矩，且無高頻切換動作。

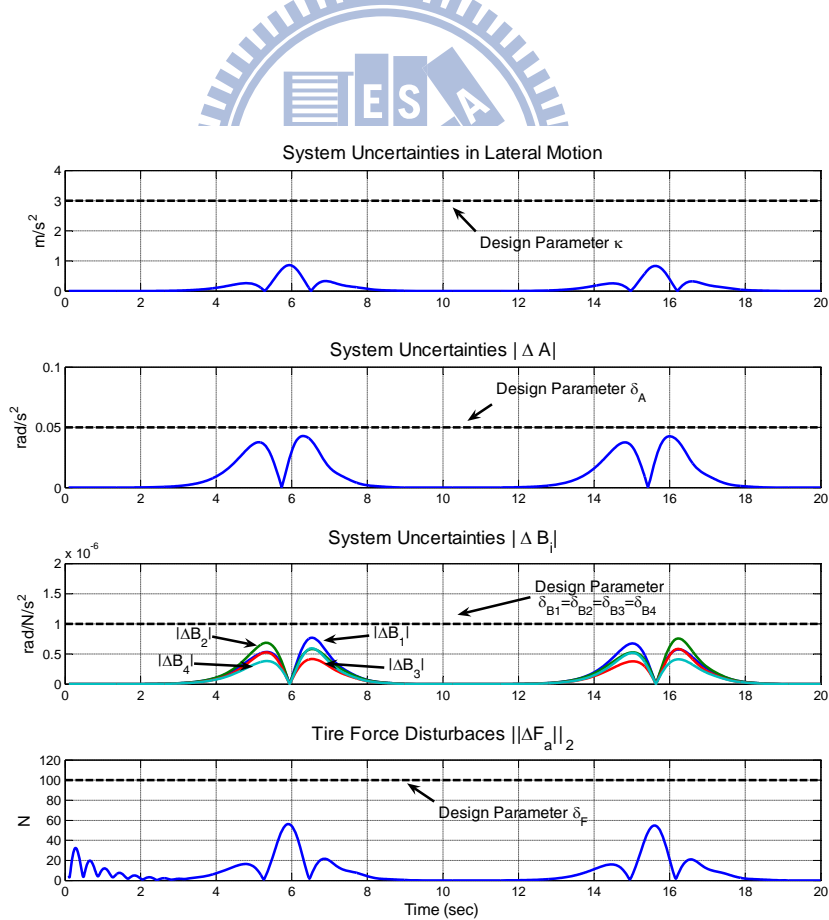


圖 9.11 系統不確定項之絕對值與控制系統之相關設計參數，系統不確定項之數值在任何時間皆小於設計參數。

9.4.5 測試車輛 II：Carsim 轎車模型

圖 9.12 為本論文所發展之車輛軌跡跟隨系統應用於 Carsim 轎車模型的示意圖，此系統將會實現於 SIMULINK/MATLAB 平台。從先前模擬結果可以知道，藉由修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統（見方程式 (9.17)）所產生之輪胎力矩可以消除高頻的切換動作，因此本章節僅應用修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統於 Carsim 轎車模型。

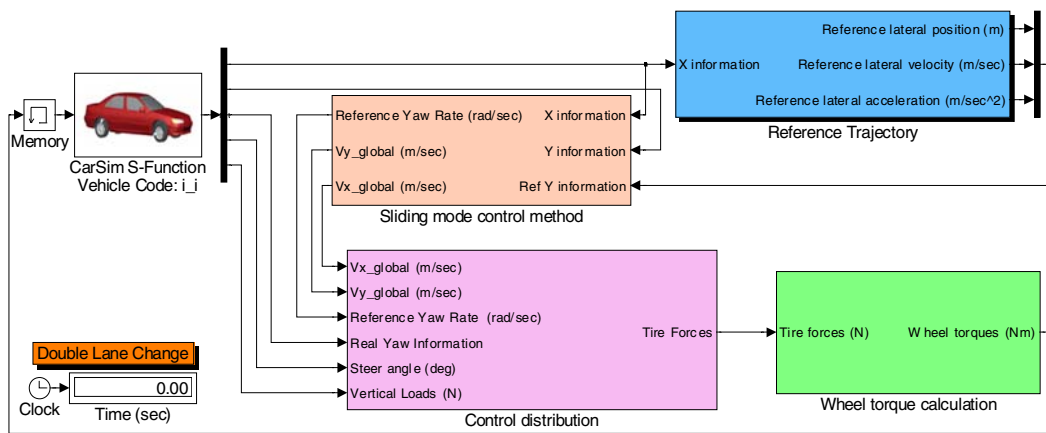


圖 9.12 車輛軌跡跟隨系統應用於 Carsim 轎車模型之示意圖

圖 9.13 的模擬結果指出，本論文所發表之車輛軌跡跟隨系統可以成功地帶領車輛進行二次車道變換，車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度，且車輛縱向速度從每小時 90 公里 (=25 m/s) 遞減至每小時 55 公里 (=15.3 m/s)。車輛速度減低較多主要是因為簡化車輛模型與 Carsim 轎車模型的差異較大（如圖 9.3 所示），控制系統採用較大的回授增益 ($\tau_1 = 1.56, \tau_2 = 100$) 來補償系統動態的不確定項。除此之外，側向位移誤差的標準差為 0.019 公尺。圖 9.14 為車輛軌跡跟隨系統所產生之輪胎力矩，相同地，沒有高頻的切換動作。

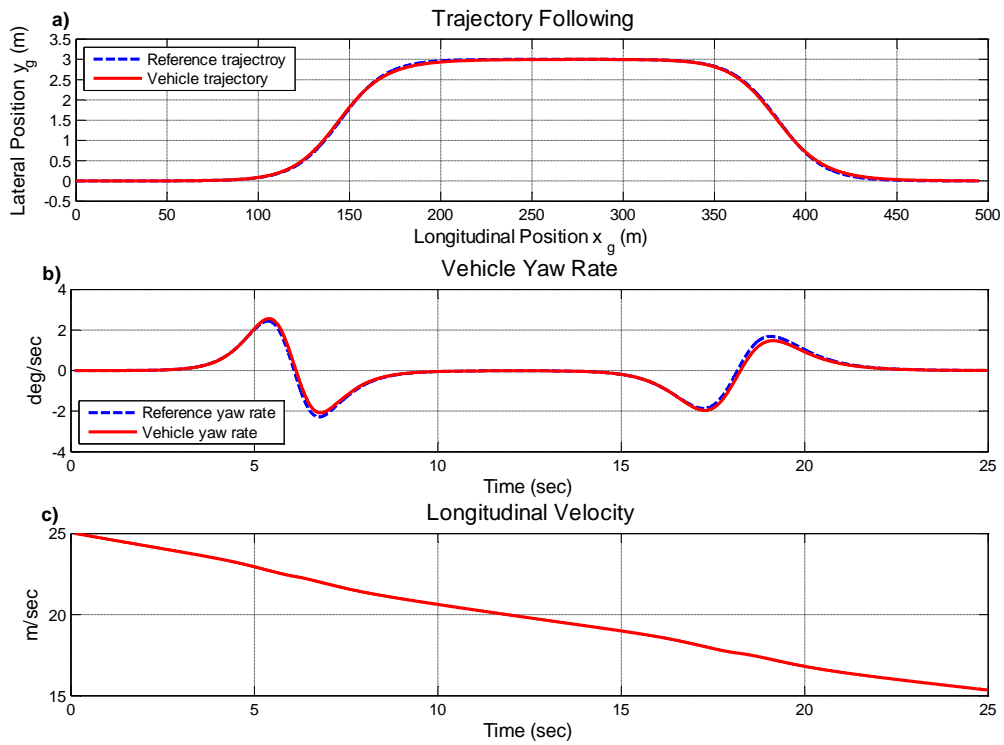


圖 9.13 (a) 當包含修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統應用於 Carsim 轎車模型時，受控車輛成功地進行「二次車道變換」。 (b) 受控車輛之車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度。 (c) 車輛縱向速度從每秒 25 公尺遞減至每秒 15.3 公尺。

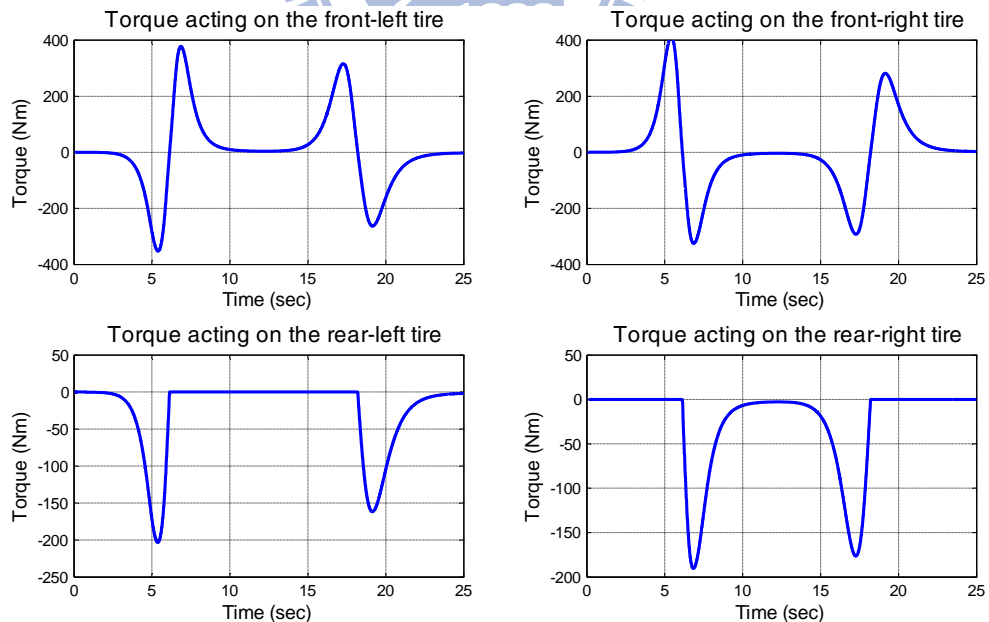


圖 9.14 包含修改過後之約束條件的車輛軌跡跟隨系統應用於 Carsim 轎車模型所產生之四個輪胎的輪胎力矩

9.4.6 採用未來車輛動態資訊之車輛軌跡跟隨系統

先前模擬皆是採用當下時間的車輛動態資訊進行回授控制，而本章節將會介紹採用未來時間之車輛動態資訊來進行車輛軌跡跟隨。為了符合一般駕駛行為，本章節所模擬之車輛軌跡跟隨控制僅採用未來時間（1 秒後）的側向位移誤差。圖 9.15 為當下時間與未來時間（1 秒後）的側向位移誤差示意圖，除此之外，本章節採用修改過後之約束條件（見方程式 (9.17)）、完整車輛模型。因此本章節所模擬之車輛軌跡跟隨系統與 9.4.4 章節最後模擬之車輛軌跡跟隨系統僅差異於當下時間與未來時間的側向誤差。

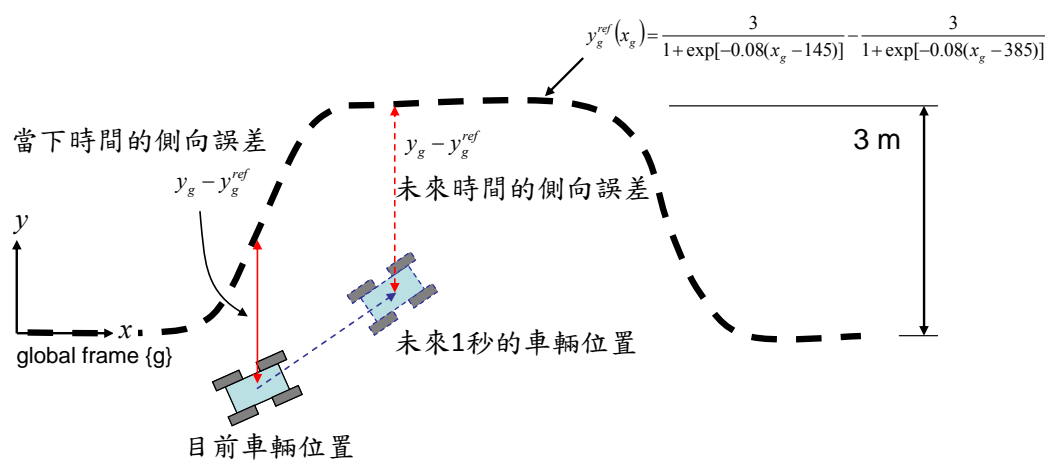


圖 9.15 當下時間與未來時間的側向位移誤差示意圖

圖 9.16 的模擬結果指出，本論文所發表之車輛軌跡跟隨系統可以成功地帶領車輛進行二次車道變換，車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度，車輛縱向速度從每小時 90 公里 (=25 m/s) 遞減至每小時 88.9 公里 (=24.7 m/s)，車輛軌跡跟隨系統所產生之輪胎力矩沒有高頻的切換動作（如圖 9.17 所示）。從圖 9.16 可以看出採用未來時間的車輛軌跡跟隨系統會犧牲軌跡跟隨的精度（最大誤差為 0.2997 公尺），而獲得提早介入與較低控制輸入的好處，其側向位移誤差的標準差為 0.1307 公尺。此外圖 9.17 剛開始的輪胎力矩快速變化是因為車輛軌跡跟隨系統控制車輛所造成的暫態響應，先前例子亦有暫態響應，只是振幅較小而較為不明顯。

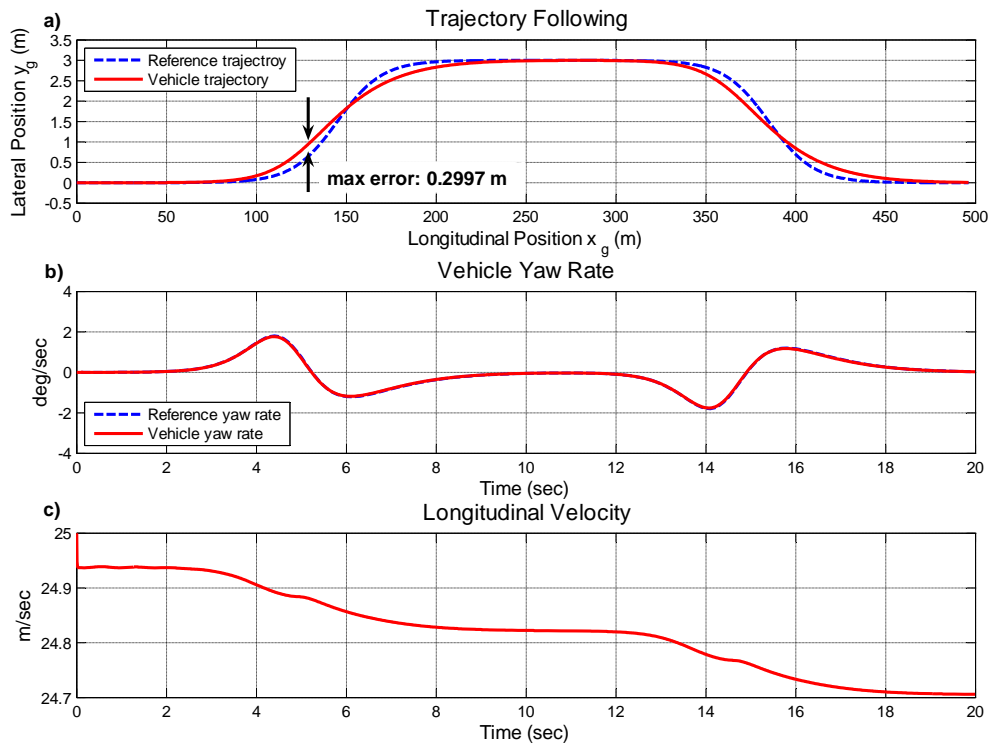


圖 9.16 (a)採用未來時間之車輛動態資訊應用於完整車輛模型，受控車輛成功地進行「二次車道變換」。(b)受控車輛之車輛橫擺角速度成功地跟隨參考車輛橫擺角速度。(c)車輛縱向速度從每秒 25 公尺遞減至每秒 24.7 公尺。

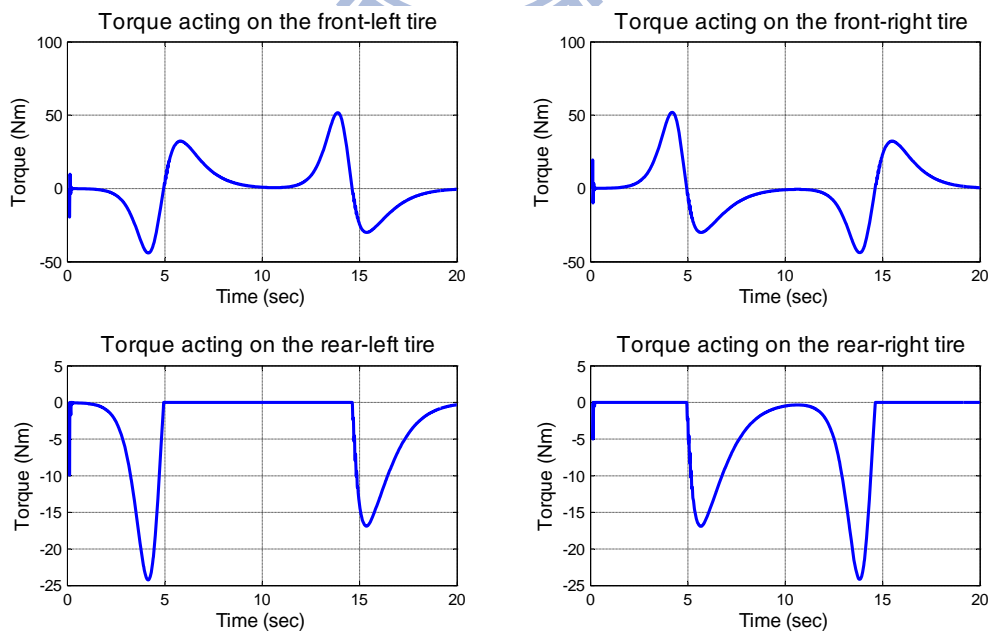


圖 9.17 採用未來時間之車輛動態資訊應用於完整車輛模型所產生之四個輪胎的輪胎力矩

9.5 討論

9.5.1 輪胎黏著力之高頻切換動作

採用最佳化問題（方程式（9.16））所產生之輪胎力矩會有高頻的切換動作，如圖 9.5 所示，其原因可從下列分析而得知。最佳化問題（方程式（9.16））之等式約束條件被除以車輛橫擺角速度之誤差（ e ），可以被寫為下式：

$$M + (\eta_2 + \tau_2)e + \mathbf{N}\bar{\mathbf{F}}_a = 0 \quad (9.24)$$

其中

$$M = A_0 + (\delta_A + \|B_0\|_2 \delta_F + \delta_B \delta_F) \text{sign}(e) - \ddot{\psi}_v^{ref}$$
$$\mathbf{N} = [B_1 + \delta_{B1} \text{sign}(e), \quad -B_1 + \delta_{B1} \text{sign}(e), \quad B_2 + \delta_{B2} \text{sign}(e), \\ -B_2 + \delta_{B2} \text{sign}(e), \quad B_3 - \delta_{B3} \text{sign}(e), \quad B_4 - \delta_{B4} \text{sign}(e)]$$

$\text{sign}(\cdot)$ 為符號函數。既然藉由最佳化問題所產生之縱向輪胎黏著力必須滿足上述之約束條件，所以當車輛橫擺角速度之誤差很小的時候，縱向輪胎黏著力將會被 M 與 \mathbf{N} 所決定，其中 \mathbf{N} 會因為設計參數較小（ δ_{B1-4} ）而接近一常數向量； M 會因為車輛並不會大幅度地改變其移動方向（ $A_0 \approx 0, \ddot{\psi}_v^{ref} \approx 0$ ）而被這些系統不確定項之界限（ $\delta_A, \delta_B, \delta_F$ ）來決定其數值大小，且被車輛橫擺角速度之誤差（ e ）來決定其正負符號，因此當車輛橫擺角速度之誤差很小且在零附近切換的時候，藉由最佳化問題所產生之縱向輪胎黏著力（ $\bar{\mathbf{F}}_a$ ）會有高頻的切換動作。

如同先前討論所建議的，抑制最佳化問題所產生之縱向輪胎黏著力的高頻切換動作必須設計較小的系統不確定項之界限（ $\delta_A, \delta_B, \delta_F$ ）或者是較小的幾何參數（ B_{1-4} ），然而較小的系統不確定項之界限必須藉由採用較為精準之車輛動態模型來發展控制法則，但是較為精準之車輛動態模型會造成控制系統的推導不易且計算複雜；同時，較小的幾何參數之設計不僅會改變車輛外型，亦增加駕駛車輛之困難度。上述兩種方案皆不切實際。本論文提出修改過後之約束條件來解決高頻切換動作的問題，其主要作法在於引進隱性順滑層（ Φ_2 ）於約束條件中，控制輸入不會在車輛橫擺角速度之誤差

(e)趨近於零的附近切換，而在 Φ_2 與 $-\Phi_2$ 處進行切換。但是在 Φ_2 與 $-\Phi_2$ 處， M 與 N 的不會由上述之系統不確定項之界限($\delta_A, \delta_B, \delta_F$)與幾何參數(B_{1-4})所決定，因此控制輸入的切換現象不明顯。

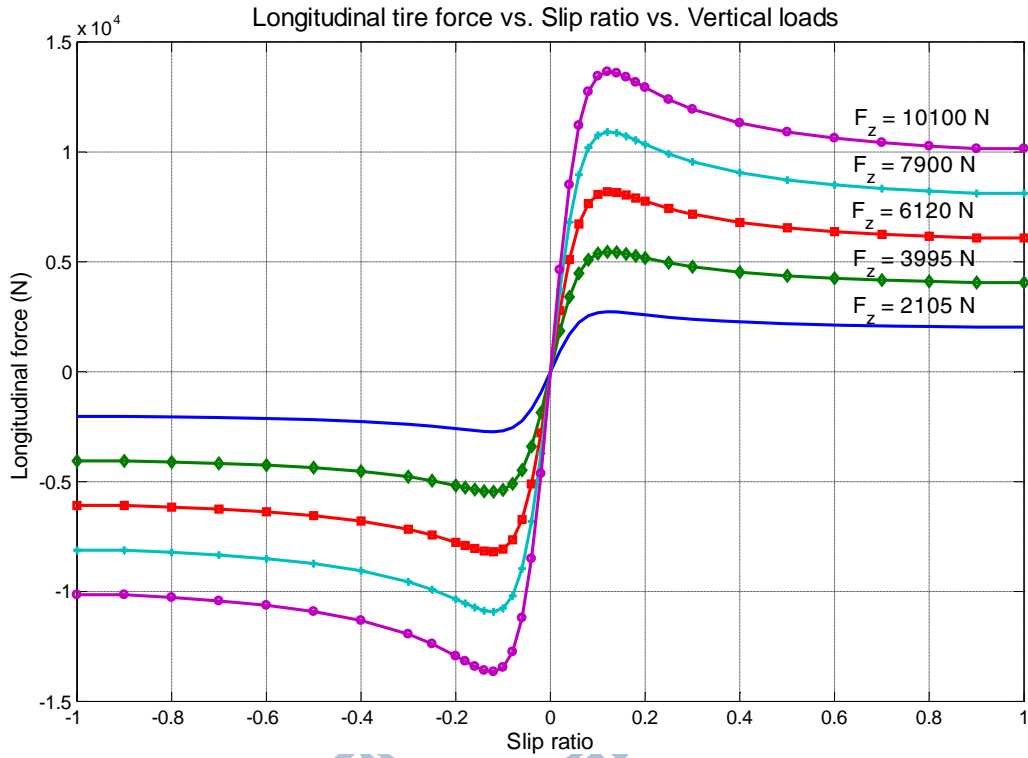


圖 9.18 縱向輪胎黏著力、輪胎滑動率與垂直負載三者之在 Carsim 輪胎模型中的關係圖

9.5.2 輪胎力矩

以圖 9.10 為例，在模擬時間 5.1 秒與 16.3 秒附近，車輛正進行左轉彎的動作，此時，作用於右側輪胎的輪胎力矩大於作用於左側輪胎的輪胎力矩；在模擬時間 6.2 秒與 15.2 秒附近，車輛正進行右轉彎的動作，此時，作用於左側輪胎的輪胎力矩大於作用於右側輪胎的輪胎力矩，而且在同一時間內，作用於前方輪胎的輪胎力矩必大於後方輪胎的輪胎力矩，這是因為車輛重心接近於車輛前方，因此可以瞭解到由控制法則所計算出的輪胎力矩的分佈與輪胎的垂直負載有關，而這種輪胎力矩之分佈結果與先前最佳化問題之權重函數設計互相符合，如方程式 (9.11) 所示。圖 9.18 為縱向輪胎黏著

力、輪胎滑動率與垂直負載三者 in Carsim 輪胎模型中的關係圖。根據圖中所示，當輪胎滑動率固定時，縱向輪胎黏著力將會與垂直負載成正比；而當輸出固定的縱向輪胎黏著力時，輪胎滑動率將會於垂直負載成反比，因此根據垂直負載來分佈每顆輪胎的輪胎力矩，不僅可以最小化控制輸入，還可以確保在駕駛過程中擁有較小的輪胎滑動率，然而較小的輪胎滑動率意味著輪胎角速度的變化很小，這剛好符合簡化車輛模型的第三個假設，也成就方程式 (9.4) 的近似結果。

9.5.3 最佳化問題

大部分非線性最佳化問題皆採用數值搜尋方法來獲得其最佳解[52][55][56]，然而數值搜尋方法由於初始猜測 (First Guess) 的設計而導致每次搜尋的搜尋時間都不一定，因而較不適用於即時控制系統。本論文透過變數變換法與卡羅需-庫恩-塔克條件來獲得非線性最佳化問題的最佳解，如方程式 (9.21) 所示，因此最佳解的計算時間是可以被決定而固定的。根據本論文所提出之車輛軌跡跟隨系統，如方程式 (9.6)、(9.8)、(9.16)、(9.17) 以及 (9.21) 所示，控制輸入的計算不需要大型的矩陣運算，並且最多 150 個加法/乘法運算即可獲得控制輸入的值。入門階級的數位訊號處理器⁵ (Digital Signal Processor) 僅需要 20 ns 即可完成一個乘法器的運算，套用至本論文的情況時，每個時間點之控制輸入的計算時間皆小於 10 μ s，其僅佔控制系統取樣時間 (10 ms) 的千分之一，因此可以確保所發展的控制器在即時控制系統中的可行性。

由於本論文所建構之最佳化問題是以車輛動態為基礎，因而造成最佳化問題擁有隨時間變化的參數，不容易證明其是否為凸型最佳化。因此本論文採用數值模擬來驗證方程式 (9.21) 所計算而得的最佳解為全域最佳解。本論文所建構之最佳化問題，如方程式 (9.17) 所示，包含四個變數 (F_{a1-4}) 與一個等式約束條件 ($C + \mathbf{D}\bar{\mathbf{F}}_a = 0$)，使得搜尋範圍過大且無法使用圖形來呈現其凸型最佳化與搜尋結果。為了簡化搜尋過程，以方程式 (9.21) 中的 Case II 為例，當模擬時間為 5.1 秒時，可合理地假設 F_{a3} 為零且利用等式約束條件來計算 F_{a4} ，上述四維度的數值搜尋問題可以被簡化為二維數值搜尋問題。當 F_{a1} 與 F_{a2} 被設計為獨立變數且變化範圍分別從 -5000 N 到 5000 N、-5000 N

⁵ 數位訊號處理器的規格是參考德州儀器所提供之 TM320CF28xx 系列處理器[83]，其為 32 位元處理器，其時脈最低為 60 MHz，也就是執行週期最多為 16.67 ns，而一個執行週期即可完成一個乘法器運算。

到 5000 N，其搜尋結果繪製為成本函數之等高線圖並呈現於圖 9.19，如圖所示，等高線圖呈現為內凹的碗狀圖形且成本函數之最小等高線為 0.006，而當下時間藉由解析解所計算而得之成本函數為 0.00564，因此當搜尋範圍夠大且佈點夠密時，即可驗證方程式 (9.21) 所提供之解析解為最佳化問題之全域最小值。

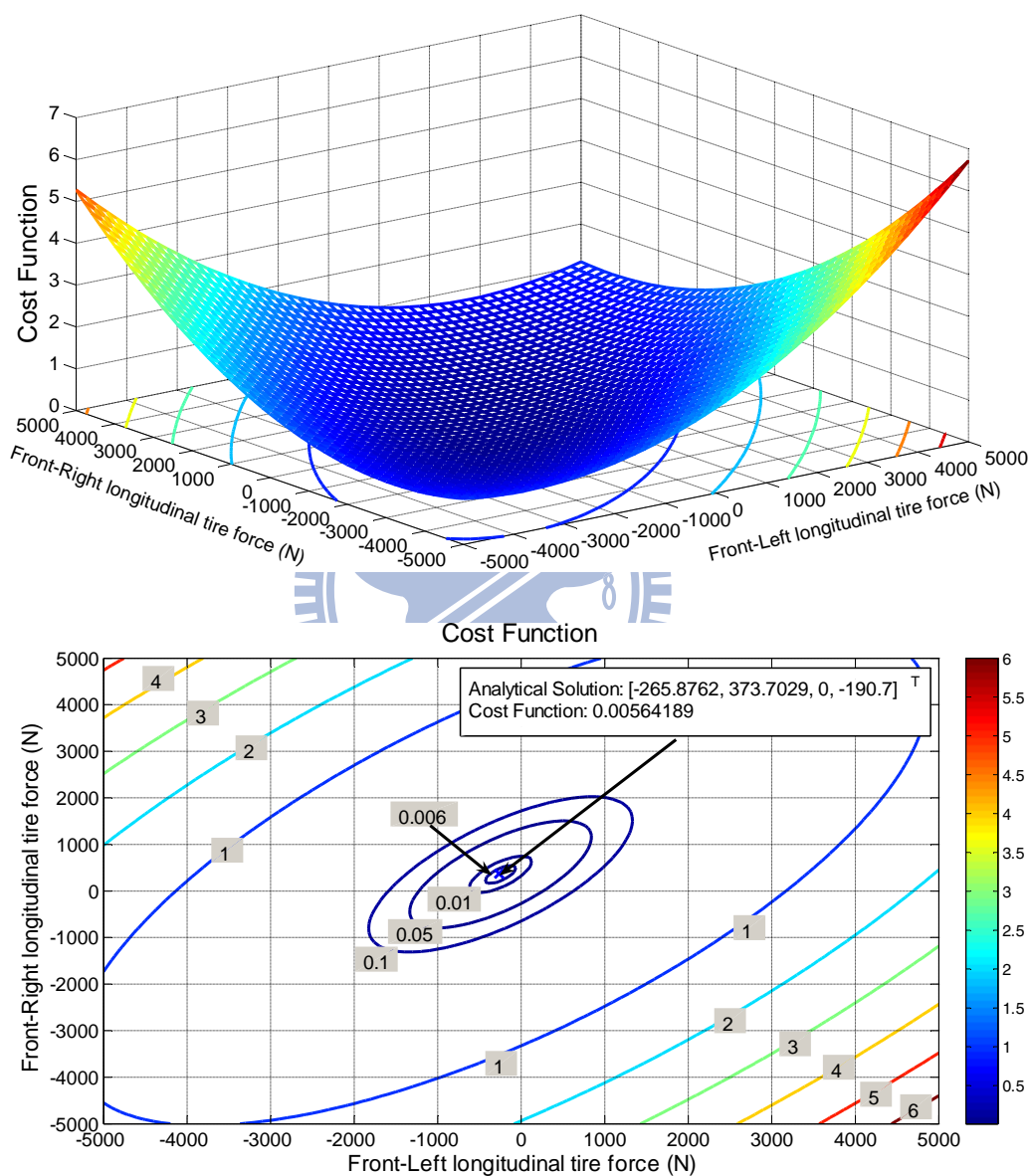


圖 9.19 成本函數之等高線圖。上圖以三維方式來表示此等高線圖，下圖以二為方式來表示此等高線圖。

9.5.4 車輛動態預測系統之應用

9.4.4 章節所介紹之車輛軌跡跟隨系統是選用修改過後之約束條件與當下時間之車輛動態資訊來進行軌跡控制（見圖 9.9 與圖 9.10），9.4.6 章節所介紹之車輛軌跡跟隨系統是選用修改過後之約束條件與未來時間之車輛動態資訊來進行軌跡控制（見圖 9.16 與圖 9.17），也就是說這兩者的模擬情況大致上相同，僅相異於控制輸入的計算方式選用的是當下時間或未來時間之動態資訊，重新整理這兩者的模擬結果並呈現於圖 9.20，圖中依序為車輛橫擺角速度、車輛縱向速度與輪胎力矩之總和（ $= \sum_{i=1}^4 |T_{wheel,i}|$ ），藍色虛線為車輛軌跡跟隨系統採用當下時間之車輛動態資訊的模擬結果；紅色實線為車輛軌跡跟隨系統採用未來時間之車輛動態資訊的模擬結果。

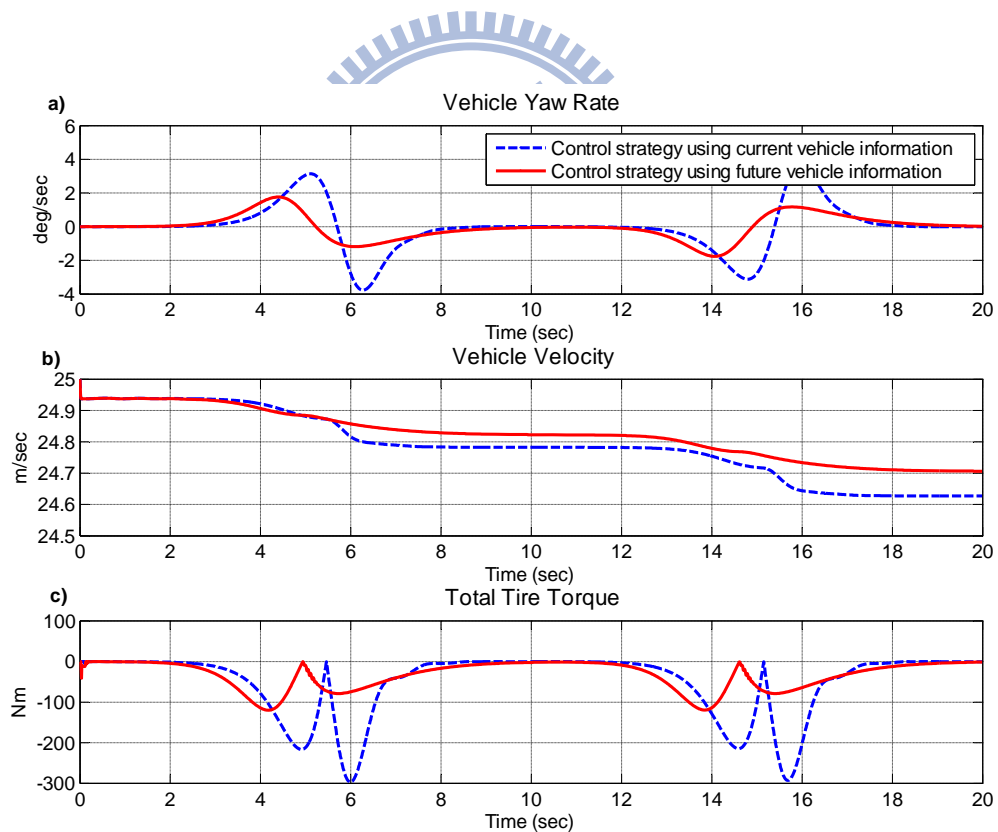


圖 9.20 車輛軌跡跟隨系統採用當下時間與未來時間之車輛動態資訊的模擬比較圖。(a) 車輛橫擺角速度；(b) 車輛縱向速度；(c) 輪胎力矩之總和

從圖 9.20 可以看出當車輛軌跡跟隨系統採用未來時間之車輛動態資訊時，能夠提早 0.5 秒感知參考路徑相對於車輛有所變化進而提早控制車輛來進行二次車道變換（紅色實線），相較於車輛軌跡跟隨系統採用當下時間之車輛動態資訊，最大車輛橫擺角速度從 3.72 deg/sec（藍色虛線）減少 52.42%至 1.77 deg/sec（紅色實線）與最低車輛縱向速度從 24.6 m/s（藍色虛線）增加 0.41%至 24.7 m/s（紅色實線），即可成功地調節車輛進行二次車道變換，不僅增加車輛橫擺穩定性，亦提高控制後之車輛縱向速度。從圖 9.20 中的第三張子圖可以知道，採用未來時間之車輛動態資訊來計算控制輸入（其總和為 66020 N），相較於採用當下時間之車輛動態資訊來計算控制輸入（其總和為 105355 N）大幅降低 37.34%，此模擬結果再次確認先前文獻[5]所提之優點。然而獲得這些優點之代價為犧牲軌跡跟隨的精確度，其最大側向位移誤差為 0.2997 公尺，標準差為 0.1307 公尺。

9.6 結論

本章節介紹車輛軌跡跟隨控制系統，其使用差動式輪胎力矩控制來達成軌跡跟隨並達成最低控制輸入。控制法則設計主要利用階層式控制架構，首先藉由直接橫擺力矩控制策略設計虛擬輸入來控制車輛使之跟隨參考路徑，最後再規劃非線性最佳化問題與約束條件將虛擬輸入根據車輛四顆輪胎的垂直負載來分佈，進而獲得控制輸入所需要的輪胎力矩。其中非線性最佳化問題的最佳解不是採用數值搜尋方法，而是藉由卡羅需—庫恩—塔克條件來獲得其解析解。除此之外，本章節運用順滑模態控制方法與非線性最佳化問題來確保並驗證整個控制系統的穩定性與強健性。

由於順滑模態控制方法與非線性最佳化問題的特性，所提出之控制系統會輸出高頻切換動作的控制輸入，其原因在於：（1）最佳化問題為了達成最低控制輸入使得計算所得的控制輸入值到處跳躍；（2）順滑模態控制為了補償系統不確定項使得控制輸入快速地切換。直覺且傳統的解決方案是加入一個低通濾波器，然而此作法並不適用於本控制系統。本論文提出另一種解決方案，設計包含隱性順滑層之等式約束條件來取代常見設計之不等式約束條件與符號函數。

本論文所提出之車輛軌跡跟隨系統應用於兩種車輛模型來進行驗證，分別為完整車輛模型與 Carsim 轎車模型。模擬的案例中，車輛的初始速度為每小時 90 公里，車輛

軌跡跟隨系統可以成功地調節車輛進行二次車道變換，其側向位移誤差之標準差皆小於 0.032 公尺。除此之外，模擬結果亦指出當車輛軌跡跟隨系統採用車輛動態預測系統所獲得之未來車輛動態資訊，不僅能夠提早 0.5 秒控制車輛，還能夠減少 52.42% 的最大車輛橫擺角速度與降低 37.34% 的控制輸入總和，然而這些好處所付出之代價為犧牲軌跡跟隨的性能，其最大側向位移誤差為 0.2997 公尺且標準差為 0.1307 公尺。



第十章

結論與未來方向

10.1 結論

本論文提出兩套車輛動態預測系統：（1）假設車輛參數已知且為定值時，以車輛動態模型為基礎的車輛動態預測系統；（2）假設車輛參數未知，以車輛感測系統為基礎的車輛動態預測系統。前者可以分成兩個部份：車輛動態估測系統與車輛動態預測系統，首先透過本論文所提出之循環式狀態觀察器應用於完整車輛模型以建構車輛動態估測系統，進行車輛動態與道路角度估測，藉由這些資訊與已知之車輛模型，來獲得在未來時間的車輛動態資訊。從模擬結果顯示，車輛動態預測系統能夠預測出在未來時間的車輛動態資訊，甚至包括不穩定的車輛翻覆事件。其預測系統之相對誤差分別為車輛位翻覆 0.21%與車輛翻覆 4.3%。後者可以分成三個部份：車輛動態估測系統、車輛參數鑑定系統與車輛動態預測系統，首先以感測器混合系統進行車輛動態與道路角度估測，再以簡化車輛模型與系統鑑別方法來進行車輛參數鑑定，藉由上述估測與鑑定而得的車輛動態與車輛參數來進行車輛動態預測，從模擬結果可以知道，不論是車輛進行左轉彎或是車輛翻覆發生的時候，車輛動態預測系統都能夠粗略地預測出在未來時間內的車輛動態資訊，其預測系統之相對誤差分別為 0.51%與 27.3%。最後，本論文採用車輛軌跡控制系統為範例，運用車輛動態預測系統的未來車輛動態資訊，用以提早控制車輛並降低控制損耗。

本論文所提出之第一套車輛動態預測系統，其車輛動態估測系統是以完整車輛模型為基礎的狀態觀察器，僅需要採用四種車輛感測器（側向加速度感測器、縱向速度感測器、橫擺角度感測器與四側懸吊系統位移量感測器）即可成功地估測完整車輛模型的系統動態，然而完整車輛模型是一組高階且非線性的常微分方程式，因而不容易為其設計相關狀態觀察器，透過本論文所介紹之新型狀態觀察器—循環式狀態觀察器，將完整車輛模型分離為兩個車輛子模型（車輛橫擺模型與車輛側傾模型），即可針對這兩個車輛子模型設計其狀態觀察器，透過觀察性分析與模擬結果可以瞭解雖然車輛動態

估測系統無法獲得車輛縱向位移與車輛側向位移，但是不論是平常駕駛情況或是任一輪胎抬離地面，甚至是車輛發生車輛翻覆事件，都可以成功地獲得其餘車輛動態與道路角度資訊，其車輛姿態的估測精度皆小於 0.5 度以及道路角度的估測精度皆小於 3.59 度。

本論文所提出之第二套車輛動態預測系統，其車輛動態估測系統不需要車輛模型，即可同時獲得車輛動態與道路角度資訊，其主要是以感測器混合系統與三種感測系統所組成，包含具有三根天線的全球衛星定位系統、慣性量測單元以及懸吊系統位移量感測器，其中具有三根天線的全球衛星定位系統能夠獲得車輛相對於地球座標的位置與姿態，懸吊系統位移量感測器能夠獲得車輛相對於道路座標的姿態、而慣性量測單元能夠增加估測精度，因為上述感測器訊號有著不同的訊號特性，所以本論文採用多變率濾波器來整合這些感測器訊號，經由尤拉角拘束式的加入與系統動態的設計，從模擬結果可以看出感測器混合系統當車輛輪胎皆緊貼地面時，即可估測全部車輛動態與道路角度資訊，其絕對車輛位移的估測精度皆小於 0.3 公尺，絕對車輛姿態的估測精度皆小於 0.11 度，道路角度的估測精度皆小於 0.15 度。除此之外，兩個車輛動態估測系統的主要差異性在於估測精度，以車輛模型為基礎的估測系統，其估測精度將會取決於所建構之車輛模型的模型誤差；以感測系統為基礎的估測系統，其估測精度將會取決於所選用之感測系統的雜訊特性。

本論文所提出之第二套車輛動態預測系統，其車輛參數鑑定系統是以簡易車輛模型為基礎的，用以獲得目標車輛參數，其包含車輛質量、車體座標三軸之慣性矩、輪胎驅動剛性係數與輪胎轉向剛性係數，由於這些目標車輛參數在簡易車輛模型中是線性獨立且有對角特性，所以本論文將會把目標車輛參數分成四部份來鑑定：（1）輪胎驅動剛性係數鑑定系統；（2）車輛質量鑑定系統；（3）輪胎轉向剛性係數鑑定系統；（4）三軸慣性矩鑑定系統，分析結果與模擬結果皆同意當車輛參數鑑定系統同時滿足參數可觀性與觀察性程度，即可鑑定出所有車輛參數，其中觀察性程度除了透過權重函數設計之外，亦可以持續地激發車輛動態與／或採用較低雜訊標準差之感測系統來提高，從模擬結果可以知道除了輪胎驅動與轉向剛性係數因為訊噪比的不足而造成相對誤差平均為 55% 之外，其餘車輛參數之相對誤差皆低於 6%。

在車輛參數鑑定過程中，駕駛者行為所激發的輪胎滑動率與輪胎滑動角都是位於線性區域裡，然而當車輛翻覆發生時，車輛行為所激發的輪胎滑動率與輪胎滑動角大多位於非線性區域裡，車輛參數鑑定系統利用線性區域內的車輛動態資訊來獲得其輪胎剛性係數，自然地無法用以描述位於非線性區域內的車輛動態資訊，並且從模擬結果可以知道，當車輛動態預測系統採用理想非線性輪胎模型的時候，即可大幅提升預測精度。除此之外，假如車輛參數鑑定系統採用非線性輪胎模型為基礎的時候，依舊不容易獲得其輪胎剛性係數並描述其非線性輪胎黏著力，其主要原因在於：（1）當駕駛者行為激發車輛動態達到接近車輛翻覆的時候，駕駛者正面臨相當危險的情況；（2）車輛動態估測系統之估測精度已足以描述車輛動態，但是不足以用來鑑定輪胎剛性係數。

本論文提出一套以階層式架構為基礎的車輛軌跡跟隨系統，其可以使用個別輪胎力矩控制並達成最低控制輸入而調節車輛跟隨預先設計之參考路徑，其主要概念在於階層式架構之設計，首先藉由直接橫擺力矩控制策略設計虛擬輸入來調節車輛跟隨參考路徑，最後再規劃非線性最佳化問題與約束條件將虛擬輸入根據車輛四顆輪胎的垂直負載來分佈至相關的輪胎力矩，進而達成最低控制輸入與車輛軌跡跟隨系統，其中非線性最佳化問題的最佳解不是採用運算時間不固定的數值搜尋方法，而是藉由卡羅需-庫恩-塔克條件來獲得其解析解，其運算時間固定且運算負載較低，未來應用於即時控制系統之可行性較高。由於順滑模態控制方法結合最佳化問題的基本性質，會造成控制輸入擁有高頻的切換動作，其原因在於：（1）非線性最佳化問題為了達成最低控制輸入而使得控制輸入會到處跳躍；（2）順滑模態控制方法為了補償系統不確定項而使得控制輸入會不斷地切換。因此本論文設計包含隱性順滑層之等式約束條件來取代常見設計之不等式約束條件與符號函數，因而抑制控制輸入之高頻切換動作。從模擬結果可以知道，當車輛初始速度為每小時 90 公里時，不論是應用於完整車輛模型，還是 Carsim 轎車模型，皆可以成功地調節車輛進行二次車道變換，其側向位移誤差之標準差皆小於 0.032 公尺。

本論文以車輛軌跡跟隨系統為例來闡釋未來車輛動態資訊應用於車輛安全系統之好處，因此本論文所提出之車輛軌跡跟隨系統亦可以採用車輛動態預測系統所獲得之未來車輛動態資訊來調節車輛跟隨預先設計之參考路徑，相較於先前採用當下時間之車輛動態資訊的車輛軌跡跟隨系統，此控制系統擁有提早介入控制與降低控制損耗的

優點，模擬結果指出，在相同的模擬情況下，當車輛動態預測系統所獲得之未來車輛動態資訊應用至車輛軌跡跟隨系統時，此控制系統能夠提早 0.5 秒控制車輛、減少 52.42% 的最大車輛橫擺角速度以及降低 37.34% 的控制輸入總和，因而提高車輛橫擺運動的穩定性，然而這些好處所付出之代價為軌跡跟隨的性能，其最大側向位移誤差為 0.2997 公尺且標準差為 0.1307 公尺。

10.2 未來方向

經由本論文的研究探討後，相關未來研究如下：

- 在車輛模型／參數未知的狀況下，本論文所設計之車輛動態估測系統僅適用於車輛輪胎尚未抬起之前，假如車輛輪胎受到各種因素而抬離地面時，車輛動態估測系統將會失效而無法獲得目前車輛動態資訊，然而車輛輪胎抬離地面並不代表車輛未來必定翻覆。因此為了補齊缺陷，仍必須拓展車輛動態估測系統之適用範圍。
- 本論文所設計之車輛參數鑑定系統，除了要提高訊噪比，還可以適當地挑選權重函數以增加收斂速度，然而權重函數必須要根據觀察性程度來設計，這將可以組成一個最佳化問題。
- 本論文所設計之車輛參數鑑定系統，其中車體質量慣性矩之鑑定深受訊噪比之影響，從本論文的模擬結果與討論可以知道，假如可從質量變化來評估車體質量慣性矩，其鑑定精度將有可能會大幅提高，然而相關之計算方式仍需要分析其可行性。
- 本論文所設計之車輛參數鑑定系統，其中輪胎驅動與轉向剛性係數所組成的線性輪胎模型無法描述車輛翻覆的情況，因而需採用非線性輪胎模型（如 Pacejka 輪胎模型[57][58]、Dugoff 輪胎模型[84][85]…等）來描述更多情況的車輛動態（如車輛翻覆、雪地行走、側向滑動…等），並透過最小平方法與其他參數鑑定方式即可獲得非線性輪胎模型之參數，然而此方法之可行性仍需藉由實驗數據來分析。

- 本論文所設計之車輛軌跡跟隨系統為應用未來車輛動態資訊的車用控制系統之一，由於車輛動態預測系統所提供之未來車輛動態資訊十分充足，因此針對車輛各種安全與操控之車用控制系統皆可以使用未來車輛動態資訊，然而各式車用控制系統使用未來車輛動態資訊之優缺點仍需進一步探討與分析。



参 考 文 献

- [1] NHTSA, “NHTSA Denies Firestone Request For Ford Explorer Investigation,” website: <http://www.nhtsa.gov/>
- [2] C. R. Carlson and J. C. Gerdes, “Optimal rollover prevention with steer by wire and differential braking,” in Proc. *ASME Dynamic Systems and Control Division*, Washington, DC, 2003, pp. 345-354.
- [3] E. N. Scanchez, L. J. Ricalde, R. Langari, and D. Shahmirzadi, “Recurrent neural control for rollover prevention on heavy vehicles,” in Proc. *IEEE International Conference on Neural Network*, 2004, pp. 1841-1846.
- [4] E. N. Scanchez, L. J. Ricalde, R. Langari, and D. Shahmirzadi, “Rollover prediction and control in heavy vehicles via recurrent neural networks,” in Proc. *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, Paradise Island, Bahamas, 2004, pp. 5210-5215.
- [5] P. Gaspar, Z. Szabo, and J. Bokor, “Prediction based combined control to prevent the rollover of heavy vehicles,” in Proc. *13th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Limas sol, Cyprus, 2005, pp. 575-580.
- [6] L.-Y. Hsu and T.-L. Chen, “Vehicle full-state estimation and prediction system using state observers,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 6, pp. 2651-2662, 2009.
- [7] L.-Y. Hsu and T.-L. Chen, “Estimating Road Angles with the Knowledge of the Vehicle Yaw Angle,” *Transactions on ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol.132, no. 3, pp. 031004, 2010.
- [8] M. Tomizuka, J. K. Hedrick, and H. Pham, “Integrated maneuvering control for automated highway systems based on a magnetic reference/ sensing system,” California PATH, Berkeley, CA, Research Report UCBITS- PRR-95-12, Jan. 1995.
- [9] P. Hingwe, “Robustness and performance issues in the lateral control of vehicle in automated highway system,” Ph.D. dissertation, Department of Mechanical Engineering, University California, Berkeley, CA, 1997.
- [10] K. T. Feng, “Vehicle lateral control for driver assistance and automated driving,” Ph.D. dissertation, Department of Mechanical Engineering, University California, Berkeley, CA, 2000.
- [11] J. Ryu, “State and parameter estimation for vehicle dynamics control using GPS,” Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 2004.
- [12] J. Ryu and J. C. Gerdes, “Integrating inertial sensors with GPS for vehicle dynamics control,” *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 126, pp. 243-254, 2004.
- [13] J. Ryu, and J. C. Gerdes, “Estimation of vehicle roll and road bank angle,” in Proc. *American Control Conference*, 2004, vol. 3, pp. 2110-2115.

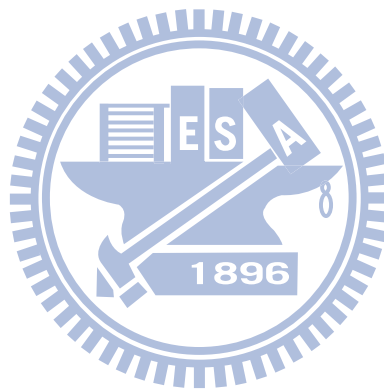
- [14] P. Yih, J. Ryu, and J. C. Gerdes, "Vehicle state estimation using steering torque," in *Proc. American Control Conference*, 2004, vol.3, pp.2116-2121.
- [15] Y. Fukada, "Slip-angle estimation for vehicle stability control," *Vehicle System Dynamics*, vol. 32, no. 4/5, pp. 375-388, 1999.
- [16] J.-O. Hahn, R. Rajamani, S.-H. You, and K. I. Lee, "Real-time identification of road-bank angle using differential GPS," *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 12, no. 4, pp. 589-599, 2004.
- [17] H. E. Tseng, "Dynamic estimation of road bank angle," *Vehicle System Dynamics*, vol. 36, no. 4/5, pp. 307-328, 2001.
- [18] H. E. Tseng, L. Xu, and D. Hrovat, "Estimation of land vehicle roll and pitch angles," *Vehicle System Dynamics*, vol. 45, no. 5, pp. 433-443, 2007.
- [19] B. L. Pence, H. K. Fathy, and J. L. Stein, "Sprung mass estimation for off-road vehicles via base-excitation suspension dynamics and recursive least squares," in *Proc. American Control Conference*, 2009, pp. 5043-5048.
- [20] L. Jianbo and T. B. Allen, "Attitude sensing system for an automotive vehicle," United States Patent. Patent Number: 6 631 317, 2003.
- [21] L. Jianbo and A. B. Todd, "System and method for characterizing vehicle body to road angle for vehicle roll stability control," United States Patent. Patent Number: 7 003 389, 2006.
- [22] Y. K. Peng and M. F. Golnaraghi, "A vector-based gyro-free inertial navigation system by integrating existing accelerometer network in a passenger vehicle," in *Proc. IEEE Conference on Position Location and Navigation Symposium*, 2004, pp. 234-242.
- [23] J. C. Becker and A. Simon, "Sensor and navigation data fusion for an autonomous vehicle," in *Proc. Intelligent Vehicles Symposium*, 2000, pp.156-161.
- [24] R. Jarvis, "An all-terrain intelligent autonomous vehicle with sensor-fusion-based navigation capabilities," *Control Engineering Practice*, vol. 4, no. 4, pp. 481-486, 1996.
- [25] N. H. Q. Phuong, H.-J. Kang, Y.-S. Suh, Y.-S. Ro, and K.-C. Lee, "A GPS/INS integration system for land vehicle application," in *Proc. International Joint Conference on SICE-ICASE*, 2006, pp.482-487.
- [26] S.-B. Kim, S.-Y. Lee, J.-H. Choi, K.-H. Choi, and B.-T. Jang, "A bimodal approach for GPS and IMU integration for land vehicle applications," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, 2003, vol.4, pp. 2750-2753.
- [27] K. Kobayashi, K. Watanabe, and F. Munekata, "Accurate navigation via sensor fusion of differential GPS and rate-gyro," in *Proc. Instrumentation and Measurement Technology Conference*, 1994, vol.2, pp.556-559.
- [28] K. A. Redmill, T. Kitajima, and U. Ozguner, "DGPS/INS integrated positioning for control of automated vehicle," in *Proc. Intelligent Transportation Systems*, 2001, pp.172-178.
- [29] L. Ljung, System Identification: Theory for the User. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1987.

- [30] J.-O. Hahn, R. Rajamani, and L. Alexander, "GPS-based real-time identification of tire-road friction coefficient," *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 10, no. 3, pp. 331-343, 2002.
- [31] R. Anderson and D. M. Bevly, "Estimation of tire cornering stiffness using GPS to improve model based estimation of vehicle states," in Proc. *IEEE Conference on Intelligent Vehicles Symposium*, 2005, pp. 801-806.
- [32] K. Macek, K. Thoma, R. Glatzel, R. Siegwart, "Dynamics modeling and parameter identification for autonomous vehicle navigation," in Proc. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2007, pp. 3321-3326.
- [33] M. Rozyn and N. Zhang, "A method for estimation of vehicle inertial parameters," *Vehicle System Dynamics*, vol. 48, no. 5, pp. 547-565, 2010.
- [34] S. Sivaramakrishnan, "Simultaneous identification of tire cornering stiffnesses and vehicle center of gravity," in Proc. *American Control Conference*, 2008, pp. 2846-2851.
- [35] D. Wesemeier and R. Isermann, "Identification of vehicle parameters using stationary driving maneuvers," *Control Engineering Practice*, vol. 17, pp. 1426-1431, 2009.
- [36] M. L. McIntyre, T. J. Ghotikar, A. Vahidi, X. Song, and D. M. Dawson, "A two-stage lyapunov-based estimator for estimation of vehicle mass and road grade," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 7, pp. 3177-3185, 2009.
- [37] D. M. Bevly, J. Ryu, and J. C. Gerdes, "Integrating INS sensors with GPS measurements for continuous estimation of vehicle sideslip, roll, and tire cornering stiffness," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 7, no. 4, pp. 483-493, 2006.
- [38] C. R. Carlson and J. C. Gerdes, "Consistent nonlinear estimation of longitudinal tire stiffness and effective radius," *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 13, no. 6, pp. 1010-1020, 2005.
- [39] C.-S. Liu and H. Peng, "Road friction coefficient estimation for vehicle path prediction," *Vehicle System Dynamics Supplement*, vol. 25, pp. 413-425, 1996.
- [40] G. Baffet, A. Charara, and G. Dherbomez, "An observer of tire-road forces and friction for active security vehicle systems," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 12, no. 6, pp. 651-661, 2007.
- [41] L. R. Ray, "Nonlinear state and tire force estimation for advanced vehicle control," *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 3, no. 1, pp. 117-124, 1995.
- [42] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, and T. Kirubarajan, Estimation with Applications to Tracking and Navigation. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2001.
- [43] B. Chen and H. Peng, "A real-time rollover threat index for sports utility vehicles," in Proc. *American Control Conference*, San Diego, CA, 1999, pp. 1233-1237.
- [44] W. E. Travis, R. J. Whitehead, D. M. Bevly, and G. T. Flowers, "Using scaled vehicles to investigate the influence of various properties on rollover propensity," in Proc. *American Control Conference*, Boston, MA, 2004, pp. 3381-3386.
- [45] M. E. Greene and V. S. Trent, "A predictive rollover sensor," SAE Paper 2002-01-1605, DOI: 10.4271/2002-01-1605, 2002.

- [46] P. Raksincharoensak, M. Nagai, and M. Shino, "Lane keeping control strategy with direct yaw moment control input by considering dynamics of electric vehicle," *Vehicle System Dynamics Supplement*, vol. 44, pp. 192–201, 2006.
- [47] J. Yoon and K. Yi, "A rollover mitigation control scheme based on rollover index," in Proc. *American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, USA, 2006, pp. 5372-5377.
- [48] C. Zhao, W. Xiang, and P. Richardson, "Vehicle lateral control and yaw stability control through differential braking," in Proc. *IEEE ISIE*, Montr'éal, Qu'ebec, Canada, 2006, pp. 384-389.
- [49] M. Schorn, U. St'ahlin, A. Khanafer, and R. Isermann, "Nonlinear trajectory following control for automatic steering of a collision avoiding vehicle," in Proc. *American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, USA, 2006, pp. 5837-5842.
- [50] Y. Hayakawa, R. White, T. Kimura, and G. Naito, "Driver-compatible steering system for wide speed-range path following," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 9, no. 3, pp. 544-552, 2004.
- [51] J. Wang and R. G. Longoria, "Coordinated vehicle dynamics control with control distribution," in Proc. *American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, USA, 2006, pp. 5348-5353.
- [52] J. Fredriksson, J. Andreasson and L. Laine, "Wheel force distribution for improved handling in a hybrid electric vehicle using nonlinear control," in Proc. *IEEE Conference on Decision and Control*, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, 2004, pp. 4081-4086.
- [53] J. Tjønnås and T. A. Johansen, "Stabilization of automotive vehicles using active steering and adaptive brake control allocation," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 18, no. 3, pp. 545-558, 2010.
- [54] O. Mokhiamar and M. Abe, "Simultaneous optimal distribution of lateral and longitudinal tire forces for the model following control," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 126, pp. 753-763, 2004.
- [55] E. Ono, Y. Hattori, Y. Muragishi and K. Koibuchi, "Vehicle dynamics integrated control for four-wheel-distributed steering and four-wheel distributed traction/braking systems," *Vehicle System Dynamics*, vol. 44, no. 2, pp. 139-151, 2006.
- [56] J. Andreasson and T. Bunte, "Global chassis control based on inverse vehicle dynamics models," *Vehicle System Dynamics Supplement*, vol. 44, pp. 321-328, 2006.
- [57] H. B. Pacejka and E. Bakker, "The magic formula tyre model," *Vehicle System Dynamics Supplement*, Vol. 21, pp. 1-18, 1993.
- [58] H. B. Pacejka and I. J. M. Besselink, "Magic formula tyre model with transient properties," *Vehicle System Dynamics Supplement*, vol. 27, no. S1, pp. 234-249, 1997.
- [59] W. Norris, Modern Steam Road Wagons. London: Longmans, 1906, pp. 63–67.
- [60] A. Toselli, and O. Widlund, Domain Decomposition Methods-Algorithms and Theory. Springer, Berlin, 2005.
- [61] F. Riesz, and B.Sz.-Nagy, Functional Analysis. New York, 1953.

- [62] H. K. Khalil, Nonlinear Systems, 3rd edition. Prentice Hall, 2000.
- [63] W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis, 3rd edition. McGraw-Hill, 1985.
- [64] W. H. Hundsdorfer, and J. G. Verwer, “Stability and convergence of the Peaceman-Rachford ADI method for initial-boundary value problems,” *Mathematics of Computation*, vol. 53, no. 187, pp. 81-101, 1989.
- [65] Q. Xia, M. Rao, Y. Ying, and S. X. Shen, “A New State Estimation Algorithm - Adaptive Fading Kalman Filter,” in Proc. *IEEE Conference on Decision and Control*, Tucson, AZ, 1992, pp. 1216-1221.
- [66] C. Hu, W. Chen, Y. Chen, and D. Liu, “Adaptive Kalman Filtering for Vehicle Navigation,” *Journal of Global Positioning Systems*, vol. 2, no. 1, pp. 42-47, 2003.
- [67] M. Vidyasagar, Nonlinear System Analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.
- [68] C.-F. Kao, and T.-L. Chen, “Design and Analysis of an Orientation Estimation System Using Coplanar Gyro-Free Inertial Measurement Unit and Magnetic Sensors,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 144, no. 2, pp. 251-262, 2008.
- [69] C. F. Gerald and P. O. Wheatley, Applied Numerical Analysis. Addison-Wesley, 1994.
- [70] R. Pallás-Areny and J. G. Webster, Sensors and Signal Conditioning, 2nd edition. NY: Wiley-Interscience, 2001, pp. 13.
- [71] Septentrio Satellite Navigation, PolARx2e@OEM, website: <http://www.septentrio.com/products/receivers/polarx2eat-oem>
- [72] G. Wahba, 1965, “Problem 65-1: A Least Squares Estimate of Satellite Attitude,” *SIAM Review*, vol. 7, no. 3, p. 409.
- [73] S. Andrew and M. Wu, “Multi-rate Kalman filtering for the data fusion of displacement and acceleration response measurements in dynamic system monitoring,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, no. 2, pp. 706-723, 2007.
- [74] A. Leick, GPS Satellite Surveying, Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2004.
- [75] R. C. Hibbeler, Engineering Mechanics: Dynamics, 12nd edition. NJ: Prentice-Hall, 2009.
- [76] A. K. Singh and J. Hahn, “Determining optimal sensor locations for state and parameter estimation for stable nonlinear systems,” *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 44, pp. 5645-5659, 2005.
- [77] A. Nahvi, J.M. Hollerbach, and V. Hayward, “Calibration of a parallel robot using multiple kinematic closed loops,” in Proc. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1994, vol. 1, pp. 407-412.
- [78] Signal-to-noise ratio, website: http://en.wikipedia.org/wiki/Signal-to-noise_ratio
- [79] Epson Toyocom, XV-8000, website: http://www.epsontoyocom.co.jp/english/gyroportal/product_xv8000series.html

- [80] Z. H. Weng, "Vehicle trajectory following and rollover prevention control systems using differential wheel torques," M.A. Thesis, Department Mechanical Engineering, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan.
- [81] R. L. Rardin, Optimization in Operations Research. NJ: Prentice-Hall, 1998.
- [82] E. K. P. Chong and S. H. Zak, An Introduction to Optimization. NY: Wiley-Interscience, 2001.
- [83] Texas Instruments, TM320CF28xx Series, website: http://focus.ti.com/mcu/docs/mcu_prodooverview.tsp?sectionId=95&tabId=1531&familyId=916
- [84] A. Porcel, P. Laurence, M. Basset, and G. L. Gissinger, "Tyre model for vehicle simulation: overview and real time solution for critical situations," in Proc. *IEEE International Conference on Control Applications*, Mexico City, Mexico, 2001, pp. 817-822.
- [85] H. Dugoff, P. S. Fancher, and L. Segel, "An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance," SAE Paper 700377, Feb. 1970.



附錄 A：擴增卡曼濾波器

擴增卡曼濾波器[42]可以間接從帶有雜訊的量測值來獲得系統狀態，尤其對於雜訊來源為高斯雜訊時，卡曼濾波器可以得到最小化的均方誤差（Mean Square Error）。然而卡曼濾波器僅適用於線性系統，因而為了適用於非線性系統，必須將非線性系統線性化以套用於卡曼濾波器，此方式的卡曼濾波器又稱為擴增卡曼濾波器（Extended Kalman Filter）。

考慮一個離散的非線性系統：

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= f(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k &= h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k\end{aligned}\tag{A.1}$$

其中 \mathbf{x}_k 表示為系統狀態於時間 t_k 的數值， \mathbf{x}_{k+1} 表示為系統狀態於時間 t_{k+1} 的數值， \mathbf{y}_k 為系統輸出於時間 t_k 的數值， $f(\cdot)$ 與 $h(\cdot)$ 分別為離散且非線性的系統動態方程式與系統輸出方程式， \mathbf{w}_k 與 \mathbf{v}_k 分別為系統雜訊與輸出雜訊，其被假設為互無關聯的高斯隨機雜訊，且其平均值為零，其協方差矩陣（Covariance Matrix）如下所示：

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_j^T] &= \mathbf{Q}_k \\ \mathbb{E}[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^T] &= \mathbf{R}_k\end{aligned}\tag{A.2}$$

先對非線性系統作線性化的動作：

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_k &= \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x = \mathbf{x}_k} \\ \mathbf{H}_k &= \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x = \mathbf{x}_k}\end{aligned}\tag{A.3}$$

假如動態系統具有觀察性，針對此系統的卡曼濾波器可以被寫為下式：

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}_k^- &= f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \\
\hat{\mathbf{x}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{L}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k) \\
\mathbf{P}_k^- &= \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}_k \\
\mathbf{L}_k &= \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \\
\mathbf{P}_{k+1} &= [\mathbf{I} - \mathbf{L}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^-
\end{aligned} \tag{A.4}$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 與 $\hat{\mathbf{y}}_k$ 表示為卡曼濾波器分別估測系統狀態 \mathbf{x}_k 與系統輸出 \mathbf{y}_k 的數值， \mathbf{P}_k 表示為狀態誤差斜方差矩陣， \mathbf{L}_k 表示為卡曼濾波器的觀察器增益。

A.1 運用記憶退去技術之卡曼濾波器

由於卡曼濾波器會根據所有過往時間的狀態資訊與系統動態方程式而獲得較佳的狀態資訊，然而一但系統動態方程式建構錯誤時，此估測器將會根據過往錯誤資訊而逐漸估測錯誤，因此為了克服這個問題，先前文獻[65][66]提出儲存記憶退去技術 (Fading Memory Technique) 利用退去因子 λ_k (Fading Factor) 來降低卡曼濾波器對於過往資訊的權重依賴。其儲存記憶退去技術應用於卡曼濾波器可以寫為下式：

$$\mathbf{P}_k^- = \lambda_k \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}_k \tag{A.5}$$

然而退去因子的決定方式有很多種，在此僅列出一種是由先前文獻[42]所提出的，也是本論文所使用的記憶退去技術：

$$\lambda_k = \max\{1, \text{trace}(\mathbf{N}_k) / \text{trace}(\mathbf{M}_k)\} \tag{A.6}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{N}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_{k-1}^T \mathbf{H}_k^T \\
\mathbf{M}_k &= \mathbf{H}_k (\mathbf{P}_{k-1}^- - \mathbf{Q}_{k-1}) \mathbf{H}_k^T
\end{aligned}$$

因此利用卡曼濾波器與儲存記憶退去技術，即可估測具有模型建構錯誤的系統動態。

A.2 多變率卡曼濾波器

多變率卡曼濾波器的設計過程相似於卡曼濾波器，僅相異於系統動態的更新方程式，如方程式 (A.4) 第二行與第五行所示，假如系統輸出是選取全球衛星定位系統且

系統輸入是選取慣性量測單元，而全球衛星定位系統的取樣週期為 T_g 且慣性量測單元的取樣週期為 T_a ，可以知道 $T_g > T_a$ ，因為全球衛星定位系統僅會在 kT_g 的時間點之下提供量測資訊，所以在 $(k-1)T_g$ 與 kT_g 的時間範圍內，系統狀態無法藉由全球衛星定位系統的量測資訊來更新，所以其系統動態的更新方程式可以寫為：

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}_k$$

可以明顯地看出在 $(k-1)T_g$ 與 kT_g 的時間範圍內，僅藉由慣性量測單元的量測資訊來更新下一個時間點的系統動態，這段時間內容易造成系統動態的發散，因此慣性量測單元的矯正是必要的。藉由方程式 (A.4) 與 (A.7)，多變率卡曼濾波器即建構完畢，更為詳細的數學推導過程請參考[42][73]。

