

# 國立交通大學

## 土木工程學系

### 博士論文

河道三維高含砂水流沉滓運移模式發展與應用

Development and Application of a Three-Dimensional Model for  
Hyper-Concentrated Flow and Sediment Transport in Alluvial Channels

研究生：鍾浩榮

指導教授：楊錦釗博士

謝德勇博士

中華民國 101 年 7 月

河道三維高含砂水流沉滓運移模式發展與應用

Development and Application of a Three-Dimensional Model for  
Hyper-Concentrated Flow and Sediment Transport in Alluvial Channels

研究生：鍾浩榮  
指導教授：楊錦釗  
謝德勇

Student：Hau-Rong Chung  
Advisor：Jinn-Chuang Yang  
Te-Yung Hsieh

國立交通大學  
土木工程學系  
博士論文

A Dissertation

Submitted to Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Doctor of Philosophy

in

Civil Engineering

July 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 101 年 7 月

# 河道三維高含砂水流沉滓運移模式發展與應用

研究生：鍾浩榮

指導教授：楊錦釗

謝德勇

國立交通大學土木工程學系

## 摘要

為能探討高含砂水流運移現象並提供實際規劃應用參考，本研究採水平正交曲線、垂向 sigma 座標系統之靜水壓淺水波方程式，發展一三維高含砂水流沉滓運移數值模式。控制方程式以水平垂直分離概念，分為水深平均二維方程式與流速差異量方程式，搭配三維連續方程式求解三維流場。沉滓運移控制方程式分為三維質量傳輸方程式、作用層連續方程式與底床連續方程式。高含砂效應考量二次式流變關係反應非牛頓流體特性，以狀態函數反應含砂濃度對密度之影響，並採用考慮高含砂效應之懸浮載與底床載經驗式，反應高含砂水流沉滓運移與濃度變化。

高含砂水流及沉滓運移模式應用上需率定之相關參數甚多，因此首先進行模式參數敏感度分析，探討影響水理、濃度與底床沖淤模擬結果重要參數之權重。另研選數組高含砂水流實驗案例進行模式測試，探討水理及沉滓運移特性。探討重點包含：流變關係之阻力使潰壩湧波移動一段距離後發生停止運移之現象；彎道水位超高變化受流變關係之影響；流變關係與密度對底床載運移量之影響；並釐清落淤速度與剪力速度之比值，可判斷兩種紊流擴散係數分布於模擬三維懸浮載濃度分布之適用性。最後以實際應用角度，建立高含砂水流效應下，定床水深、流速與底床剪力相對於清水流之增量及以動床觀點探討底床載對底床沖淤之影響，以簡易關係式之型式供工程規劃設計應用之參考。

**關鍵詞：** 高含砂水流、三維模式、流變關係、沉滓運移、懸浮載、底床載

# **Development and Application of a Three-Dimensional Model for Hyper-Concentrated Flow and Sediment Transport in Alluvial Channels**

Student : Hau-Rong Chung

Advisor : Jinn-Chuang Yang

Te-Yung Hsieh

Department of Civil Engineering National Chiao Tung University

## **Abstract**

To investigate the transport behavior of hyper-concentrated flow and as a result to provide as a reference for engineering planning of practical cases, a hydrostatic three-dimensional model for hyper-concentrated flow and sediment transport in alluvial channels was developed in this study. By following the vertical and horizontal splitting concept (VHS), the shallow water flow governing equations were split into two parts including the depth-averaged two-dimensional equations and velocity defect equation in vertical direction. The former one was transformed into orthogonal curvilinear coordinate system; the latter one was derived as the form of sigma coordinate. Incorporated with continuity equation, the three-dimensional velocity field can therefore be solved. Sediment transport governing equations include three-dimensional mass transport equation, active-layer continuity equation, and bed-layer continuity equation. The effects of hyper-concentrated flow were treated as follows: a quadratic rheological relation was used to reflect the characteristics of non-Newtonian fluid; a state function was used to reflect the influence of concentration to density; the empirical suspended- and bed-load formulae with hyper-concentrated flow effect were used for the sediment transport computation.

Sensitivity analysis was performed first to identify the weighting of parameters to be calibrated in the model. The influence extent induced by the parameters on water

flow, suspended sediment concentration, and bed evolution, thereafter were examined and justified. To further investigate the characteristics of hyper-concentrated flow and sediment transport, several sets of experimental cases collected from the literatures were simulated. The case of dam-break wave propagation of non-Newtonian fluid was simulated to demonstrate the limit of traveling distance of hyper-concentrated flow. A channel bend flow experiment with 40% volume concentration of sediment was studied to investigate the effect of hyper-concentrated flow on super-elevation of water surface. A criterion of ratio of falling velocity and shear velocity was numerically examined and justified based on experimental data as a baseline for choosing the proper distribution type of turbulent diffusivity for simulation of suspended-load movement. At last, simple and concise regression relations for the increments of water depth, velocity, bed shear stress, and bed change caused by the hyper-concentrated flow were established for application of engineering planning and design.

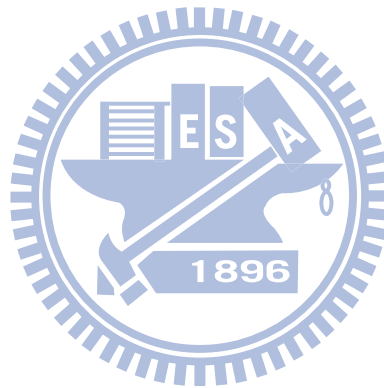
***Key words : hyper-concentrated flow, three-dimensional model, rheological relation, sediment transportation, suspended load, bed load***

# 目錄

摘要 .....	I
Abstract .....	II
目錄 .....	IV
表目錄 .....	VII
圖目錄 .....	VIII
符號表 .....	XI
第一章 緒論 .....	1
1.1 研究動機 .....	1
1.2 文獻回顧 .....	1
1.2.1 理論機制部分 .....	2
1.2.2 數值模式部分 .....	4
1.3 研究方法 .....	6
第二章 理論基礎 .....	11
2.1 水理部分 .....	11
2.1.1 三維方程式 .....	11
2.1.2 二維水深平均方程式 .....	13
2.1.3 流速差異量方程式 .....	15
2.1.4 高含砂水流與紊流輔助關係式 .....	17
2.1.5 邊界條件 .....	20
2.2 沉滓運移部分 .....	21
2.2.1 基本控制方程式 .....	21
2.2.2 高含砂水流與紊流輔助關係式 .....	22
2.2.3 邊界條件 .....	26
2.3 假設條件 .....	27
第三章 數值架構 .....	33

3.1 水理部分 .....	33
3.1.1 求解架構 .....	33
3.1.2 數值差分 .....	37
3.2 沉滓運移部分 .....	40
3.2.1 求解架構 .....	40
3.2.2 數值差分 .....	42
3.3 模式演算流程 .....	44
第四章 模式參數敏感度分析 .....	48
4.1 參數彙整 .....	48
4.2 案例設計 .....	49
4.3 水理部分 .....	50
4.4 濃度部分 .....	51
4.5 底床沖淤部分 .....	52
第五章 模式功能測試與驗證 .....	59
5.1 水理部分 .....	59
5.1.1 湧波傳遞案例 .....	59
5.1.2 彎道案例 .....	61
5.2 沉滓運移部分 .....	63
5.2.1 底床載案例 .....	63
5.2.2 懸浮載案例 .....	65
5.2.3.1 紊流黏滯係數檢定與驗證 .....	66
5.2.3.2 紊流擴散係數檢定與驗證 .....	67
5.2.3 彎道流場對懸浮載濃度分布之影響 .....	71
第六章 高含砂水流效應影響程度分析與應用 .....	96
6.1 前言 .....	96
6.2 定床情況高含砂水流之影響程度分析 .....	97
6.2.1 無因次參數影響程度分析 .....	97

6.2.2 重要參數之關聯性分析與應用 .....	100
6.3 底床載效應對底床沖淤影響程度分析 .....	104
6.3.1 無因次參數影響程度分析 .....	104
6.3.2 重要參數之關聯性分析與應用 .....	106
第七章 結論與建議 .....	123
7.1 結論 .....	123
7.2 建議 .....	125
參考文獻 .....	127





## 表目錄

表 1.1 高含砂水流之流變關係彙整表 .....	9
表 1.2 高含砂水流流變關係實驗數據蒐集整理列表 .....	10
表 4.1 流變關係參數係數統計特性列表 .....	53
表 4.2 參數敏感度分析案例設計範圍表 .....	53
表 5.1 定床湧波扇形擴展案例停止運移時前端位置比較表 .....	76
表 5.2 彎道定床高含砂水流模擬參數表 .....	76
表 5.3 彎道定床高含砂水流模擬結果比較表 .....	76
表 5.4 高含砂水流底床載案例實驗參數表 .....	77
表 5.5 高含砂水流懸浮載案例實驗參數表 .....	78
表 5.6 懸浮載案例之流變關係參數列表 .....	78
表 5.7 紊流擴散係數分布差異分析之參數範圍表 .....	78
表 5.8 寬深比>5 動床實驗案例之 $\omega_f / U_*$ 參數表 .....	79
表 5.9 彎道設計案例條件列表 .....	79
表 6.1 定床影響程度分析參數統計特性 .....	109
表 6.2 定床影響程度分析設計案例表(1/2) .....	109
表 6.3 定床影響程度分析設計案例表(2/2) .....	110
表 6.4 定床影響程度分析應用案例參數表 .....	110
表 6.5 底床載影響程度分析沉滓與底床糙度統計特性 .....	110
表 6.6 底床載影響程度分析設計案例參數範圍列表 .....	111
表 6.7 無因次參數對 $Max\Delta Z_b^* / H$ 之影響程度迴歸係數表 .....	112
表 6.8 福祿數與流體比重對 $Max\Delta Z_b^* / H$ 之影響程度迴歸係數表 .....	112

## 圖目錄

圖 2.1 正交曲線座標轉換示意圖 .....	29
圖 2.2 $\sigma$ 座標轉換示意圖 .....	29
圖 2.3 水深方向流速剖面示意圖 .....	30
圖 2.4 動床模式之懸浮載、作用層變數配置示意圖 .....	31
圖 2.5 落淤速度修正係數與顆粒雷諾數關係圖 .....	32
圖 3.1 水平格網控制體積法示意圖 .....	45
圖 3.2 交錯格網示意圖 .....	46
圖 3.3 三維流場與濃度離散之控制體積法示意圖(計算域) .....	46
圖 3.4 數值模式演算流程圖 .....	47
圖 4.1 模式參數對水深平均速度之敏感度係數柱狀圖 .....	54
圖 4.2 不同案例之無因次縱向流速剖面圖與基值案例 .....	54
圖 4.3 模式參數對水面速度之敏感度係數柱狀圖 .....	55
圖 4.4 模式參數對近底床速度之敏感度係數柱狀圖 .....	55
圖 4.5 模式參數對水深敏感度係數柱狀圖 .....	56
圖 4.6 模式參數對深度平均濃度之敏感度係數柱狀圖 .....	56
圖 4.7 不同案例之無因次濃度剖面圖與基值案例 .....	57
圖 4.8 模式參數對最大濃度垂直分布差異之敏感度係數柱狀圖 .....	57
圖 4.9 模式參數對底床沖淤量敏感度係數柱狀圖 .....	58
圖 5.1 直線道湧波傳遞之潰壩實驗案例初始水深與模擬結果圖 .....	80
圖 5.2 扇形擴展之潰壩案例水深模擬結果立體圖 .....	81
圖 5.3 扇形擴展之潰壩案例渠道中心線水深沿程變化圖 .....	82
圖 5.4 彎道定床高含砂水流案例水槽幾何條件與格網配置圖 .....	82
圖 5.5 彎道定床以側向水深檢定流變關係參數比較圖 .....	83
圖 5.6 曲率半徑 0.4 m 彎道定床高含砂水流水位超高比較圖 .....	83
圖 5.7 曲率半徑 0.6 m 彎道定床高含砂水流水位超高比較圖 .....	84

圖 5.8 曲率半徑 1.0 m 彎道定床高含砂水流水位超高比較圖 .....	84
圖 5.9 底床載案例之底床載通量比較圖 .....	85
圖 5.10 底床載案例流變關係效應對底床剪力之影響比較圖 .....	85
圖 5.11 底床載案例流變關係影響底床載通量比較圖 .....	86
圖 5.12 不同分布之紊流黏滯係數沿水深分布比較圖 .....	86
圖 5.13 垂直紊流黏滯係數對流速剖面影響比較圖 .....	86
圖 5.14 懸浮載案例(水利署 2011)流速剖面模擬結果(寬深比>5) .....	87
圖 5.15 懸浮載案例(水利署 2011)流速剖面模擬結果(寬深比<5) .....	87
圖 5.16 懸浮載案例(水利署 2008)流速剖面模擬結果 .....	88
圖 5.17 不同型態之紊流擴散係數沿水深分布比較圖 .....	88
圖 5.18 不同紊流擴散係數分布型態懸浮載濃度剖面之影響 .....	89
圖 5.19 不同紊流擴散係數分布型態對濃度影響之敏感度分析柱狀圖 .....	89
圖 5.20 懸浮載案例之無因次紊流擴散係數沿無因次水深分布圖 .....	90
圖 5.21 Coleman(1970)之無因次紊流擴散係數沿無因次水深分布圖 .....	90
圖 5.22 應用 $w_f/U_*$ 判斷不同紊流擴散係數分布之濃度剖面模擬結果 .....	91
圖 5.23 拋物線分布紊流擴散係數對彎道濃度之影響 .....	92
圖 5.24 拋物線-常數分布紊流擴散係數對彎道濃度之影響 .....	92
圖 5.25 彎道入口處不同紊流擴散係數分布對彎道濃度影響比較 .....	93
圖 5.26 彎道中點處不同紊流擴散係數分布對彎道濃度影響比較 .....	93
圖 5.27 彎道出口下游不同紊流擴散係數分布對彎道濃度影響比較 .....	94
圖 5.28 彎道設計案例 BF1 底床沖淤等值圖 .....	94
圖 5.29 彎道設計案例 BF2 底床沖淤等值圖 .....	95
圖 5.30 彎道設計案例 BF3 底床沖淤等值圖 .....	95
圖 6.1 水深差異量與不同無因次參數關係圖 .....	113
圖 6.2 流速差異量與不同無因次參數關係圖 .....	114
圖 6.3 剪力差異量與不同無因次參數關係圖 .....	115
圖 6.4 $T_m$ 與 $\rho_m^*$ 對 $Max\tau^*$ 相對差異分析圖 .....	116

圖 6.5 高含砂水流增量與無因次賓漢剪應力 $T_m$ 關係圖 .....	116
圖 6.6 高含砂水流剪力增量與 $\rho_m^*$ 關係圖.....	117
圖 6.7 高含砂水流定床案例應用水深與流速增量結果比較圖 .....	117
圖 6.8 以 $\rho_m^*$ 計算高含砂水流剪力增量結果比較圖(案例 Af2、Af3 與 Af4).....	118
圖 6.9 以 $T_m$ 計算高含砂水流剪力增量結果 (案例 Af5) .....	118
圖 6.10 定床案例下高含砂水流效應影響程度之水深比較 .....	119
圖 6.11 定床案例下高含砂水流效應影響程度之剪力差異比較圖 .....	120
圖 6.12 坡度對 $Max\Delta Z_b^* / H$ 影響程度比較圖 .....	120
圖 6.13 $Max\Delta Z_b^*$ 與主控因子迴歸關係圖 .....	121
圖 6.14 不同案例之主控因子對 $Max\Delta Z_b^*$ 影響程度分類圖 .....	121
圖 6.15 底床載影響程度之驗證(Rickenmann, 1991 案例 12) .....	122
圖 6.16 底床載影響程度之驗證(水利署, 2008; 水利署, 2011) .....	122



## 符號表

$B$  = 渠道寬度；

$C$  = 懸浮沉滓濃度；

$\bar{C}$  = 懸浮沉滓水深平均濃度；

$C_{a,e}$  = 近底床沉滓平衡濃度；

$C_a$  = 近底床沉滓濃度；

$c_c$  = Chezy 糙度係數；

$C_f = g / c_c^2$  = 摩擦係數；

$d_{50}$  = 懸浮沉滓中值粒徑；

$D$  = 水深；

$D_b$  = 河床沉滓代表粒徑；

$D_m$  = 編號第  $m$  組沉滓之粒徑；

$D_s$  = 懸浮載向下通量；

$D_{ms}$  = 懸浮沉滓代表粒徑；

$D_{*m}$  = 無因次顆粒粒徑；

$E_p$  = 作用層厚度；

$E_{rms}$  = 均方根誤差；

$E_s$  = 懸浮載向上通量；

$F_r$  = 福祿數；

$f_{\xi}^{\rho}$ 、 $f_{\xi}^{\rho}$  = 主流與側方向受密度差異量影響之移流作用力；

$g$  = 重力加速度；

$H$  = 正常水深；

$H_m$  = 高含砂效應下，最大差異發生處之水深；

$H_w$  = 清水流下，最大差異發生處之水深；

$h_1$ 、 $h_2 = \xi$ 、 $\eta$  方向轉換係數；

$K_l$  = 多項式流變關係之水深平均層流阻力係數；

$k_s$  = 粗糙高度；



$\kappa$  = 卡門係數(Von Kármán's 係數)；

$M$  = 沉滓代表粒徑總數目；

$m$  = 第  $m$  組沉滓編號

$n$  = 曼寧糙度係數；

$\dot{P}$  = 動量方程式之壓力項；

$p$  = 孔隙率；

$Q$  = 總流量；

$q$  = 單寬流量；

$q_{bi_m}$  =  $i$  方向某一粒徑  $m$  之河床載通量；

$R$  = 彎道任一點之曲率半徑；

$R_L$  = 彎道左岸之曲率半徑；

$R_h$  = 水力半徑；

$r_c$  = 彎道中心線曲率半徑；

$S_0$  = 渠道坡降；

$S_{s_m}$  = 某一粒徑  $m$  之懸浮載源；

$s_g$  = 砂比重；

$S_E$  = 作用層源；

$S_w$  = 水面坡降；

$S_{*m}$  = 某一粒徑  $m$  水流挾砂能力；

$T_k$  = 輸送參數；

$T_{11}$ 、 $T_{12}$ 、 $T_{22}$  = 有效剪應力項；

$t$  = 時間；

$\bar{u}$  = 主流方向深度平均速度；

$u$  = 主流方向速度；

$U$  = 斷面平均速度；

$U_*$  = 剪力速度；

$U_m$  = 高含砂效應下，最大差異發生處之水深平均速度；

$U_w$  = 清水流下，最大差異發生處之水深平均速度；



$U_{*c}$  = 臨界剪力速度；

$\bar{v}$  = 側方向深度平均速度；

$v$  = 側方向速度；

$w$  =  $z$  方向速度

$w_f$  = 沉滓沉降速度；

$w_{fh}$  = 濃度影響下沉滓沉降速度；

$z$  = 卡式座標系統之垂直方向座標

$z_b$  = 底床高程；

$z_s$  = 水面高程；

$z_l$  = 最接近底床之垂直格網厚度；

$Z_u$  = 懸浮沉滓傳輸係數；

$\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  = 流變關係參數常數項係數；

$\beta_m$  = 第  $m$  組代表粒徑在作用層中所佔百分比；

$\beta_1$ 、 $\beta_2$  = 流變關係參數指數項係數；

$\epsilon_{sh}$ 、 $\epsilon_{sv}$  = 懸浮載連續方程式中水平、垂直方向之紊流擴散係數；

$\nu_l$  = 層流黏滯係數；

$\nu_t$  = 紊流黏滯係數；

$\nu_H$  = 水平方向渦流黏滯係數；

$\nu_V$  = 垂直方向渦流黏滯係數；

$\mu_t$  = 動力黏滯係數

$\mu_B$  = 賓漢黏滯係數；

$\theta_m$  = 第  $m$  組代表粒徑承受之無因次剪力；

$\theta_{cm}$  = 第  $m$  組代表粒徑之無因次臨界剪力；

$\rho$  = 含砂水流流體密度；

$\rho_s$  = 乾砂密度；

$\tau_B$  = 賓漢降伏應力；

$\tau_m$  = 高含砂效應下，最大差異發生處之底床剪力；

$\tau_w$  = 清水流下，最大差異發生處之底床剪力；

$\tau_{b_1}$ 、 $\tau_{b_2}$  = 底床剪應力在  $\xi$ 、 $\eta$  方向之分量；

$\tau_{s1}$ 、 $\tau_{s2}$  = 風剪應力在  $\xi$ 、 $\eta$  方向之分量；

$\tau_c$  = 泥砂顆粒啟動之臨界剪力；

$\gamma$  = 含砂水流比重量；

$\xi$ 、 $\eta$  = 平面上兩正交座標方向；

$\sigma$  = 水深分層之垂直方向座標，無因次水深；

$\omega$  =  $\sigma$  座標方向之垂向速度；

$\Delta t$  = 時間間距；

$\Delta\eta$ 、 $\Delta\xi$  =  $\xi$ 、 $\eta$  方向兩相鄰格網點之格網間距。

## 上標

$n = n\Delta t$  時刻之已知變數；

$n+1 = (n+1)\Delta t$  時刻之未知變數；

$n+1/2 = (n+1)\Delta t$  與  $n\Delta t$  間之未之變數；

( $\bar{\quad}$ ) 時間平均；

( $\overline{\quad}$ ) 水深平均；

( $\sim$ ) 差異量 (流速為與深度平均流速之差，密度為與清水密度差)；

( $\prime$ ) 紊流擾動量。

## 下標

$i$  =  $\xi$  方向格點編號；

$j$  =  $\eta$  方向格點編號；

$k$  =  $\sigma$  方向格點編號；

$1, 2$  =  $\xi$ 、 $\eta$  方向變數；

$p$ 、 $e$ 、 $w$ 、 $n$ 、 $s$  = 通量所在格點位置；

$a$  = 近底床高度 5% 水深處變數；

$b$  = 近底床變數。





# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機

台灣河流特徵多陡坡且流急，使水流蘊藏較高的沖刷潛勢，部分山區地質鬆軟且地震頻繁，大量崩塌覆蓋各集水區，產生大量砂源。而近年來氣候變遷現象明顯，極端降雨事件頻傳，時有山洪挾帶土砂而下，對河道屢生衝擊。各地不時傳出土砂災害，且越趨嚴重，如民國 85 年賀伯颱風在台東太麻里溪沿岸造成大量土石崩落；民國 90 年桃芝颱風在南投東埔蚋溪造成堤防毀損、民房沖毀；民國 98 年莫拉克颱風在中南部、東部造成了大量土砂災難。

廣義而言，由於砂土在水流中的含量過高，導致密度、黏滯係數等物理特性異於清水流情況，使水體的流動、沉滓運移特性受到改變，皆可稱為高含砂水流。Takahashi et al. (2006) 提到，水體含砂量達體積濃度 2% 以上時，流體特性開始受到影響，因此本研究將主要針對體積濃度 2% 以上之含砂水流進行探討。面對高含砂水流可能逐漸形成河川輸砂的常態現象，本研究建構適用之高含砂水流動床數值模式，RESED3D，配合實驗數據探討高含砂水流與沉滓運移之現象。

## 1.2 文獻回顧

一般而言，高含砂水流之研究範圍多為河川中上游區域，含砂水流有較高比例之粗顆粒泥砂，土石碰撞、摩擦效應明顯，且流動一段距離後粗顆粒泥砂會有明顯落淤現象，Wan and Wang (1994) 定義此區域為土石流(debris flow)運動區。在土石流運動區下游，河道坡度較緩，泥砂顆粒較細，也就是顆粒間碰撞效應可以忽略，較鬆散、細小之泥砂容易被水流帶往下游，Wan and Wang (1994) 定義此為高含砂水流(hyper-concentrated flow)運動區，Takahashi et al. (2006) 稱為非成熟土石流(immature debris flow)運動區。此區域既可能有凝聚性沉滓產生非牛頓流體(non-Newtonian fluid)特性，也有非凝聚性沉滓以移流擴散效應傳輸，此區域為本

研究主要探討重點。就高含砂水流運動區而言，相關文獻可分為理論機制與數值模式發展兩個部分，以下分別說明。

### 1.2.1 理論機制部分

描述流體應力與應變關係的函數稱為流變關係(rheological relation)，高含砂水流在水體含砂量高到某種程度時，水流流動特性可能由牛頓流體(Newtonian fluid)的流變關係轉變為非牛頓流體之流變關係。文獻中已有學者探討適用於高含砂水流的非牛頓流體流變關係，Wan and Wang(1994)整理後作一比較，其成果如表 1.1 所示。表中 88%的高含砂水流研究係以賓漢流(Bingham fluid)作為描述非牛頓流體之流變關係。

賓漢流體之賓漢降伏應力(Bingham yield stress)、賓漢黏滯係數(Bingham viscosity)為高含砂水流中描述流變關係之常見參數，稱為流變關係參數(rheological relation parameters)，通常與體積濃度有某種函數關係，如下列式(1.1)與式(1.2)的指數函數。表 1.2 為根據文獻所蒐集、彙整之現場土樣流變關係參數，其中  $\alpha_1$ 、 $\beta_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\beta_2$  等係數可對應式(1.1)與式(1.2)。

$$\tau_B = \alpha_1 e^{C\beta_1} \quad (1.1)$$

$$\mu_B = \alpha_2 e^{C\beta_2} \quad (1.2)$$

其中  $\tau_B$ 、 $\mu_B$  分別為賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數， $C$  為含砂體積濃度。

除流體特性外，沉滓運移機制也是高含砂水流的研究課題，可分為懸浮載(suspended load)與底床載(bed load)兩部分做探討。高含砂水流之泥砂運移機制，普遍以挾砂能力(sediment carrying capacity) (曹如軒，1987；張紅武與張清，1992；劉峰與李義天，1997；費祥俊與舒安平，1998；Shu and Fei, 2008)作為主控水體中含砂量的參數。挾砂能力係在對應的水流條件下，維持沉滓懸浮所耗費之水流

紊流能量，可視為平衡狀態(equilibrium condition)的水深平均濃度。前述文獻中用以迴歸、建構挾砂能力經驗式之數據均係以單一代表粒徑(如佔粒徑百分比 50%之沉滓粒徑)為主，又均採用現場資料，黏性沉滓含量對整體沉滓運移機制之影響無法忽略，其造成的絮團(flocculation)結構則增加經驗公式的不確定性。水利署(2008)、水利署(2011)與莊巧巧等(2011)採用不同粒徑、摒除黏性沉滓之沉滓，利用循環水槽研析適用於台灣河川粒徑特性的挾砂能力經驗式。另一方面，也可藉由解析解之濃度垂直剖面直接積分(Rouse, 1937; Zhang et al., 2001)，量化懸浮載運移量，並且以經驗公式推估近底床濃度，作為濃度剖面在近底床處之邊界條件。直接積分方法較能考慮濃度在深度方向不均勻分布之特性，但是僅考慮懸浮參數(suspension parameter, Rouse, 1937)之解析解，難以反應濃度剖面受三維複雜流場之影響。張紅武等(1994)推導濃度剖面解析解並探討高含砂水流懸浮載沿水深之分布，但仍是在解析解流速剖面適用、恆定流(steady flow)與平衡狀態之假設下，簡化三維濃度質量傳輸方程式而得到。

由前述懸浮載之經驗公式的發展回顧，可知相關研究頗豐。然而至目前為止，探討高含砂水流密度、流體特性影響的底床載運移機制不多。Rickenmann(1991)以水槽實驗解析高含砂水流之底床載運移機制，考慮高含砂水流效應之密度、底床剪力對底床載運移之影響，指出水體密度為影響底床載運移之主控參數。然而，真正考量底床載效應並分析高含砂水流動床沖淤的研究在文獻上少見，以黃河流域為例，由於坡度緩且粒徑較細，多為沖洗載，相對較粗的沉滓也均屬於懸浮載的範圍。Yang et al.(1996)蒐集黃河流域現場沉滓數據並分析適用於高含砂水流情況下的總載(total load)經驗公式，其數據中已經將沉滓區分為水體的懸浮沉滓與在河床表面之沉滓，水利署(2011)將兩個區間的沉滓分別計算懸浮參數(Rouse number)後，發現無論是懸浮沉滓或是底床沉滓之懸浮參數均小於 2.0。根據錢寧與萬兆惠(1983)，在懸浮參數小於 2.0 可歸類為懸浮載。由此

可知，黃河流域之沉滓特性應可僅以懸浮載機制探討底床沖淤。但是，在坡度相對較陡、空間與時間降雨均相當集中、流況變化劇烈的河川時，例如台灣部分河段，尤其是在河川中上游，底床載運移量則可能貢獻較高的底床沖淤量(郭朝雄等，1984-1988；水規所，2007)。

### 1.2.2 數值模式部分

為探討河道維持底床穩定的條件，泥砂輸送(sediment transport)的計算一直是數值模式探討之對象。由於沉滓運移之量化係依靠對應之水理條件、沉滓特性，流場計算成為數值模式發展的首要重點。就現有電子計算機的發展而言，水深平均二維水理模式在現場應用有快速、簡便的優點，且諸多應用在近年來已經獲得許多研究之驗證，例如近幾年之 Molls and Chaudhry (1995)，Ye and McCorquodale (1997)，Lien et al.(1999)與 Hsieh and Yang(2003)等，均是應用在複雜幾何之渠道、模擬諸多複雜流場，並得到良好的結果。為能夠得到更精確的流場分布，應用三維模式於現場之數值模擬也逐漸發展，例如 Leschziner and Rodi (1979)，Sinha et al. (1998)，Wu et al. (2000)，Meselhe and Sotiropoulos (2000)與 Zeng et al. (2008)等，均是考慮完整的三維流體動力(fully three-dimensional hydrodynamic)方程式，可以解析局部流場之現象。但是若以時間成本考量，且所關心的現象著重於大範圍流場、垂向流速遠小於水平方向流速之應用時，則水深方向靜水壓(hydrostatic)假設之數值模式亦可提供合理之三維流速資訊。例如，在海洋與湖泊的研究當中，由於溫度與鹽分之影響，導致水體密度沿深度產生分層(stratified)之現象，在研究範圍廣情況下，又需要節省計算時間，漸多研究提出水平垂直分離演算的概念發展三維數值模式，如 Lardner and Cekirge (1988)，Jin and Kranenburg (1993)，Wang (1994)與 Lin and Huang (2008)。水平垂直分離演算的概念主要是先以深度平均模式求解水深與深度平均流速，再以三維子模式求解垂直方向分布的流速剖面。洪聖翔(2011)發展一水平垂直分離演算概念之數值模式，並應用於彎道明渠流解析

二次流(secondary current)現象。

水理條件得到較精確流場資訊後，結合底床載、懸浮載或總載經驗公式作為輔助關係式，可進一步發展動床數值模式。近年來由於數值計算能力大幅進步，漸多研究直接以三維數值模式探討河道動床機制，如 Gessler et al.(1999)、Fang and Wang (2000)、Wu et al.(2000)與 Zeng et al.(2010)等。主要係因天然河道幾何形狀多彎曲、漸縮漸擴等不規則側壁邊界，僅採用平面二維數值模式難免會由於水深積分，而無法考慮垂向流場資訊，或是構造物附近的局部流場，難以合理計算二次流效應或是垂向流速資訊，如此則無法合理的計算相關效應對動床沖淤之影響。前述三維動床模式研究均著重在底床載(bed load)佔較高比例的沖刷案例，含砂濃度較低。其中 Zeng et al.(2010)係以懸浮載為主控之案例(比例約佔總載之 50% 至 60%)進行三維水理與動床數值模擬，其所模擬的案例中，懸浮載比例較高，認為複雜流場顯著影響懸浮載源通量沿水深之變化，相對於僅考慮近底床之懸浮載源通量，較能合理反應懸浮載對底床沖淤之貢獻。在含砂水流較高之河川，計算較完整、合理的懸浮載三維濃度資訊，除了有助於解析底床沖淤外，引水(intake)防砂的水資源問題(Ruether et al. 2005)也可藉由三維濃度的分布資訊，做為引水設施置放高程與平面位置之參考。

如前所述，水體含砂量增加後，水體的流動特性受到改變，O'Brien et al. (1993)、Naef et al. (2006)、Liu and Huang (2006)與 Cetina et al. (2006)發展數值模式，視高含砂水流為連續流體，假設運移過程為定床，以流變關係解析非牛頓流體運動特性。描述不同流體的流變關係中，如牛頓流體的曼寧(Manning's)公式(紊流條件下)、土體內摩擦角流變關係(Voellmy,1955)與多項式(quadratic)流變關係(O'Brien et al., 1993)，均是反應於淺水波(shallow water)方程式之底床剪力。Naef et al. (2006)以實驗數據比較不同流變關係之間差異，在考量曼寧公式(紊流效應)時，如多項式流變關係，數值模擬結果較能符合高含砂水流流動情況。目前流變

關係理論發展漸豐，仍鮮少有研究加入動床機制共同探討，主要係因為在應用面上，如 Canuti et al.(2002)、Liu and Huang (2006)與 Cetina et al. (2006)、Sosio et al. (2007)與 Armento et al.(2008)等，均主要假設沉滓與流體為完整混合且濃度與密度均固定的均勻連續流體，高含砂水流之影響範圍為其研究重點。假設濃度不隨時間空間改變是較為簡化的方法，越向下游則由於濃度不考慮改變機制，同時流體流變關係也僅為濃度的函數時，無法藉由濃度改變反應合理的流場機制。在所關心的課題若為影響範圍時，會得到保守之運移距離，若是考慮剪力對底床、結構物之影響，則可能高估剪力。而改變濃度的合理方法，就是結合高含砂水流之沉滓運移機制，考慮沉滓沿程交換，計算濃度改變量。

高含砂水流之動床模式如黃遠東等(2003)、Ni et al.(2004)與 Cao et at. (2006)等，考量修正的沉滓落淤速度，以挾砂能力概念解析高含砂水流懸浮載通量，探討黃河流域的高含砂水流洪水對底床沖淤之影響。但是 Ni et al.(2004)與 Cao et at. (2006)等係一維模式，而黃遠東等(2003)係水平二維模式，考慮高含砂水流之懸浮載常主控整體沉滓運移機制，僅以一維或二維模式進行分析難免忽略流場較複雜處之濃度資訊。van Maren et al.(2009)採用 Delft3D 靜水壓三維模式模擬黃河的高含砂水流洪水事件，但是僅採用低濃度下適用之經驗式與黏性沉滓的沖淤經驗式進行模擬，並未採用適用之懸浮載經驗式，同時現場沉滓特性十分複雜，因此難以良好模擬現場底床沖淤趨勢。目前高含砂水流動床數值模式均尚未考慮流變關係造成的底床剪力，及底床剪力對沖淤機制之影響。同時，底床載經驗式除了理論發展外，鮮少整合至高含砂水流數值模式，針對底床載機制進行分析與應用。

### 1.3 研究方法

本研究擬發展一數值模式，基於謝德勇(2002)之水深平均水理與沉滓運移模式(RESED2D)及洪聖翔(2011)之靜水壓三維水理模式，建構一考慮高含砂水流效應之三維動床模式(RESED3D)。針對高含砂水流非牛頓流體特性，採用多項式流

變關係，計算水深平均二維模式之底床剪力。密度採用狀態函數反應含砂濃度對密度之影響，且考慮濃度在三維空間之不均勻分布特性，計算密度差造成之壓力梯度(baroclinic pressure gradient)。模式以沉滓運移連續方程式計算高含砂水流的濃度變化與沉滓運移量，並將底床載與懸浮載分開計算。選用文獻中考量高含砂水流效應而發展之經驗公式，計算底床載通量與懸浮載源，以解析動床機制。

本研究所探討之高含砂水流，係針對體積濃度 2% 以上之含砂水流，主要是因為 Takahashi et al. (2006) 認為此濃度含砂水流已經對水流特性產生影響。體積濃度更高的情況，費祥俊與舒安平(2004)提出一水砂重量的判斷式：

$$\rho_s C = \rho_0 (1 - C) \quad (1.3)$$

其中  $\rho_s$  與  $\rho_0$  分別為乾砂密度與清水流密度，在單位體積的高含砂水流中，若乾砂比重為 2650 kg/m<sup>3</sup>，水流所挾帶的最大砂量則為 27.4%。這也是後續所模擬高含砂水流案例的體積濃度上限，超過此範圍則應考慮土石流之運移機制作探討。

綜合前述水理部分的流變關係、密度效應與高含砂水流沉滓運移機制，模式發展考量了眾多參數之影響，為釐清模式參數之重要性，以參數敏感度分析的方法，權衡數值模式中各參數對流場、濃度、底床沖淤之影響程度。

模式功能測試與驗證方面，首先解析高含砂水流流變關係對流場之影響，以潰壩案例解析流變關係造成的阻力與流體自重平衡後，產生的停止流動現象，另外也以彎道水位超高案例，解析超臨界流下，高含砂水流水位在平面空間不均匀分布的特性。考量高含砂水流情況下適用之底床載經驗式，以實驗案例作測試，驗證高含砂水流流變關係與密度影響下，模式模擬底床沖淤之能力。過去高含砂水流動床模式研究多以現場案例測試數值模式之正確性，如 Ni et al.(2004)與黃遠東等(2003)，但由於現場沉滓特性複雜，難以排除沖洗載效應並單獨探討懸浮載受高含砂水流效應之影響。本研究以水利署(2008)、水利署(2011)與莊巧巧(2011)

之實驗案例，檢定影響參數並模擬三維濃度分布，探討影響三維濃度分布之沉滓運移機制與紊流效應。最後為能展現三維模式模擬複雜流場之模擬能力，並解析複雜流場對高含砂水流之影響，以假設之彎道案例解析二次流效應對濃度分布、底床沖淤之影響。

本研究數值模式可同時提供二維與三維之流場、濃度資訊，考量實務應用上仍以二維資訊較為普遍，例如規劃設計所需資訊或是沉滓運移經驗式之流速資訊，均以水深平均或斷面平均速度為主要參數，又由於高含砂水流水理、動床之分析工具仍屬少見，因此在研究的最後，以二維流場、沖淤資訊為基礎，提出一套簡單的圖表關係，讓高含砂水流效應可由清水流角度或是在進行模式分析前，得知高含砂水流效應之影響程度。定床部分，本研究為釐清高含砂水流效應對明渠流之影響程度，以清水流模式為對照，分析高含砂水流與清水流差異的主控參數，以期進一步瞭解高含砂水流效應對明渠流水深、流速與剪力之影響。動床部分，考量底床載對河床穩定的重要性，解析底床載效應考慮與否對高含砂水流情況下底床沖淤影響程度之主控參數。



表 1.1 高含砂水流之流變關係彙整表

Material	流變關係	作者	年份
Loess deposite/water	Bingham	Y.Sha	1947
Deposits in reservoir at estuary, in river/water	Bingham	N.Qian & H.Ma	1958
Deposite in river/water	Pseudo-plastic	Y.Zhou	1963
Loess deposits/water	Bingham	Z.Wan et al.	1979
Loess deposits/water	Bingham	H.Zhang et al.	1980
Clay/water	Bingham Pseudo-plastic	J.Dai et al.	1980
Loess deposits/water	Bingham	M.Wang et al.	1983
Bentonite/water, kaoline/water	Bingham	Z.Wan	1982
Loess deposits/water	Bingham	X.Fei	1982, 1983
Slurry of debris flow	Bingham	Y.Wang	1982
Slurry of debris flow	Bingham	S.Sheng & S.Xie	1983
Deposits in bay, reservoir, kaoline, limestone	Bingham	C.Migniot	1968
Clay/water	Bingham	H.E.Babbit & D.H.Caldwell	1940
Kaoline/water	Bingham	D.G.Thomas	1961, 1963
Clay/water	Bingham	G.W.Govier & M.D.Winning	1948
Clay/water	Bingham	N.I.Heywood & J.F.Richardson	1978
Clay/water	Bingham, Crowley-Kitzes	D.G.Thomas	1962
Clay/water	Bingham	B.A.Firth & R.J.Hunter	1976
Clay/water	Bingham	K.Emeya	1970
Clay/water	Bingham	H.D.Weymann & M.C.Chuang,R.A.Ross	1973
Clay/water	Bingham	H.D.Weymann	1965
Clay/water	Bingham	G.F.Brooks & R.L.Whitmore	1968
Clay/water	Bingham	V.M.Dobrychenko et al.	1975
Clay/water	Bingham	E.C.Bingham & T.C.Durham	1911
Clay/water	Bingham	H.Pazwash & J.M.Robertson	1975

Wan and Wang(1994)

表 1.2 高含砂水流流變關係實驗數據蒐集整理列表

數據出處	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$
Dai et al. (1980)	0.26	0.1748	0.00075	0.1439
O'Brien and Julien(1988):1	0.0348	0.225	0.00373	0.22
O'Brien and Julien(1988) :2	0.0228	0.176	0.0002	0.268
O'Brien and Julien(1988) :3	0.0052	0.19	0.000505	0.195
O'Brien and Julien(1988) :4	0.0044	0.21	0.000502	0.231
O'Brien and Julien(1988) :5	0.0043	0.2	0.000441	0.218
O'Brien and Julien(1988) :6	0.0149	0.16	0.01017	0.128
O'Brien and Julien(1988) :7	0.001	0.228	0.003619	0.15
O'Brien and Julien(1988) :8	0.0009	0.232	0.000831	0.25
Coussot and Piau(1994) :1	0.031	0.244	0.00103	0.17
Coussot and Piau(1994) :2	0.043	0.22	0.00535	0.17
Coussot(1995)	0.0658	0.215	0.002856	0.175
Chen(1998): 1	0.0924	0.236	0.00052	0.301
Chen(1998): 2	0.0057	0.234	0.000315	0.155
Malet et al.(2005) :1	0.0066	0.21	0.020937	0.169
Malet et al.(2005) :2	0.0136	0.204	0.090642	0.161
Malet et al.(2005):3	0.0421	0.175	0.150151	0.153
Malet et al.(2005):4	0.0519	0.19	0.101	0.113
Sosio et al.(2007):1	0.0098	0.194	0.000143	0.21
Sosio et al.(2007):2	0.0015	0.207	0.000157	0.204
Martino(2003)	0.0059	0.17	0.005424	0.12
Malet et al.(2003):1	0.0138	0.207	0.025797	0.18
Malet et al.(2003):2	0.0083	0.212	0.030805	0.166
Malet et al.(2003):3	0.003	0.221	0.004702	0.171
Malet et al.(2003):4	0.0029	0.211	0.008558	0.157
Malet et al.(2003):5	0.0516	0.204	0.056075	0.141
Malet et al.(2003):6	0.0065	0.216	0.001119	0.198
Malet et al.(2003):7	0.0113	0.221	0.014546	0.174
Schatzmann et al.(2003 )	0.1486	0.223	0.008385	0.185
神木村(徐昌益 1996)	0.0811	0.1372	0.000462	0.1124
東埔蚶溪(水利署 2008)	0.0157	0.17	0.000047	0.221
陳有蘭溪(水利署 2011)	0.00254	0.198	0.000824	0.176
濁水溪(水利署 2011)	0.0041	0.177	0.0032	0.263
太麻里溪(水利署 2011)	0.00004	0.225	0.247	0.095

$$\tau_B = \alpha_1 e^{C\beta_1} \cdot \mu_B = \alpha_2 e^{C\beta_2}$$

修改自王志賢(2007)

## 第二章 理論基礎

### 2.1 水理部分

本研究以靜水壓為主要假設之三維動量方程式為基礎，採水平垂直分離演算概念，分為水平二維方程式與流速差異量方程式(洪聖翔，2011)，並考量高含砂水流造成的密度差與流變關係，建構高含砂水流水理模式。為能適當表達天然河道不規則的幾何形狀，模式在水平方向採用正交曲線座標(orthogonal curvilinear coordinate)系統，如圖 2.1 所示，在垂直方向則採用  $\sigma$  座標系統(Blumberg and Mellor, 1983)，如圖 2.2 所示，如此能將不規則的計算區域轉換至矩形計算區域求解，且能便利地處理渠道的側壁、自由液面及底床邊界。

#### 2.1.1 三維方程式

基於不可壓縮流之假設下，對那威爾-史托克司(Navier-Stokes)方程式取時間平均後，控制方程式水平方向以正交曲線座標系統、垂直方向為卡式座標表示如下：

##### 連續方程式

$$\frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(h_1 h_2 \bar{w}) = 0 \quad (2.1)$$

##### 動量方程式

$\xi$  方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{u}) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho\bar{u}^2) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho\bar{u}\bar{w}) + \frac{2(\rho\bar{u}\bar{v})}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{(\rho\bar{u}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{(\rho\bar{v}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\
& + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho\bar{u}'^2) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho\bar{u}'\bar{v}') + \frac{\partial}{\partial z}(\rho\bar{u}'\bar{w}') + \frac{2(\rho\bar{u}'\bar{v}')}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{(\rho\bar{u}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{(\rho\bar{v}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \quad (2.2) \\
& = -\frac{1}{h_1} \frac{\partial \dot{P}}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 \tau_{11}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 \tau_{12}) + \frac{\partial}{\partial z}(h_1 h_2 \tau_{13}) \right] + \frac{\tau_{12}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\tau_{22}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi}
\end{aligned}$$

$\eta$  方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{v}) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho\bar{v}^2) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho\bar{v}\bar{w}) + \frac{2(\rho\bar{u}\bar{v})}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{(\rho\bar{v}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{(\rho\bar{u}^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\
& + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho\bar{v}'^2) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho\bar{u}'\bar{v}') + \frac{\partial}{\partial z}(\rho\bar{v}'\bar{w}') + \frac{2(\rho\bar{u}'\bar{v}')}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{(\rho\bar{v}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{(\rho\bar{u}'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \quad (2.3) \\
& = -\frac{1}{h_2} \frac{\partial \dot{P}}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 \tau_{22}) + \frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 \tau_{12}) + \frac{\partial}{\partial z}(h_1 h_2 \tau_{23}) \right] + \frac{\tau_{12}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\tau_{11}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta}
\end{aligned}$$

$z$  方向：

在一般淺水的天然河道，垂向流速遠小於水平方向流速時，垂直方向之動量方程式可用靜水壓分布來簡化，

$$\frac{\partial \dot{P}}{\partial z} + \rho g = 0 \quad (2.4)$$

，採用連續方程式(2.1)可求解垂直方向流速  $\bar{w}$ 。

以上諸式中， $\xi$ 、 $\eta$ 、 $z$  為三維正交曲線座標方向，其中  $\xi$ 、 $\eta$  為水平方向， $z$  為垂直方向；下標 1、2、3 分別代表物理量在  $\xi$ 、 $\eta$ 、 $z$  方向代號； $h_1$ 、 $h_2$  分別為  $\xi$ 、 $\eta$  方向之轉換係數； $u$ 、 $v$ 、 $w$  分別為  $\xi$ 、 $\eta$ 、 $z$  方向流速； $g$  為重力加速度； $t$  為時間； $\tau$  為層流剪應力； $(-)$  表時間平均； $(')$  表時間平均瞬時擾動量； $\rho$  為密度； $\dot{P}$  為水體內任一點壓力。

為能考慮高含砂水流與清水流之密度差異  $\bar{\rho}$ ，空間中各點需考量垂直方向的密度差異量積分所造成的壓力增加量，將式(2.4)之  $\dot{P}$  靜水壓與壓力增量合併為：

$$\dot{P} = \rho_0 g (z_s - z) + g \int_z^{z_s} \tilde{\rho}(\xi, \eta, z, t) dz' \quad (2.5)$$

### 2.1.2 二維水深平均方程式

將 2.1.1 節之三維水理控制方程式(2.1)、(2.2)、(2.3)轉換為  $\sigma$  座標系統，該系統之轉換方式為：

$$\sigma = \frac{z - z_b}{z_s - z_b} \quad (2.6)$$

再利用萊布尼茲法則(Leibuniz rule)對深度方向積分，加上水面與底床運動邊界條件(kinematic boundary condition)，並取深度平均，可得水平二維水理控制方程式：

#### 連續方程式

$$h_1 h_2 \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u} D) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v} D) = 0 \quad (2.7)$$

#### 動量方程式

$\xi$  方向：

$$\begin{aligned} & \rho_0 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\bar{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) + f_\xi^{\tilde{\rho}} = \\ & - \frac{\rho_0 g}{h_1} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} - \frac{g}{h_1} \int_0^1 \int_\sigma^1 \left( D \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + D \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right) d\sigma d\sigma \\ & + \frac{1}{D h_1 h_2} \left( T_{11} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + 2T_{12} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - T_{22} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{D h_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} + \frac{1}{D h_2} \frac{\partial T_{12}}{\partial \eta} + \frac{(\tau_{s1} - \tau_{b1})}{D} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$\eta$  方向：

$$\begin{aligned}
& \rho_0 \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\bar{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + f_\eta^{\tilde{\rho}} = \\
& - \frac{\rho_0 g}{h_2} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} - \frac{g}{h_1} \int_0^1 \int_\sigma^1 \left( D \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} + D \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right) d\sigma d\sigma \\
& + \frac{1}{D h_1 h_2} \left( T_{22} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + 2T_{12} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - T_{11} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{D h_2} \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} + \frac{1}{D h_1} \frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} + \frac{(\tau_{s2} - \tau_{b2})}{D}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

式中，

$$\begin{aligned}
f_\xi^{\tilde{\rho}} = & \frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 \tilde{\rho} \bar{u} d\sigma + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{u}^2 - \tilde{u}^2) d\sigma + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{u}\bar{v} - \tilde{u}\tilde{v}) d\sigma \\
& + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{2\partial h_1}{\partial \eta} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{u}\bar{v} - \tilde{u}\tilde{v}) d\sigma + \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{u}^2 - \tilde{u}^2) d\sigma - \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{v}^2 - \tilde{v}^2) d\sigma \right]
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}
f_\eta^{\tilde{\rho}} = & \frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 \tilde{\rho} \bar{v} d\sigma + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{v}^2 - \tilde{v}^2) d\sigma + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{u}\bar{v} - \tilde{u}\tilde{v}) d\sigma \\
& + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{2\partial h_2}{\partial \xi} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{u}\bar{v} - \tilde{u}\tilde{v}) d\sigma + \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{v}^2 - \tilde{v}^2) d\sigma - \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \int_0^1 \tilde{\rho} (\bar{u}^2 - \tilde{u}^2) d\sigma \right]
\end{aligned} \tag{2.11}$$

$$T_{11} = \int_0^1 D(\tau_{11} - \rho \tilde{u}^2 - \rho \bar{u}^2) d\sigma \tag{2.12}$$

$$T_{22} = \int_0^1 D(\tau_{22} - \rho \tilde{v}^2 - \rho \bar{v}^2) d\sigma \tag{2.13}$$

$$T_{12} = \int_0^1 D(\tau_{12} - \rho \tilde{u}\tilde{v} - \rho \bar{u}\bar{v}) d\sigma \tag{2.14}$$

以上諸式中， $D$  為水深； $z_s$  為水面高程； $z_b$  為底床高程； $\tau_{si}$  為  $i$  方向水面剪應力； $\tau_{bi}$  為  $i$  方向底床剪應力； $(\bar{\quad})$  表水深平均； $(\tilde{\quad})$  表物理量與平均值之差異量（流速為三維流速與水深平均流速之差值： $\tilde{u} = \bar{u} - \bar{u}$ 、 $\tilde{v} = \bar{v} - \bar{v}$ ，密度為含砂水流與清水密度之差值： $\tilde{\rho} = \rho - \rho_0$ ）；下標  $s$ 、 $b$  分別為水面及底床代號； $\tau_{b1}$ 、 $\tau_{b2}$  為主流與側方向之底床剪力； $f_\xi^{\tilde{\rho}}$  與  $f_\eta^{\tilde{\rho}}$  為主流與側方向受密度差異量影響之移流作用力； $T_{ij}$  為有效剪應力項(effective shear stress term)，包含層流剪應力(laminar shear stress)、紊流擴散(turbulent diffusion)與延散效應(dispersion)。

### 2.1.3 流速差異量方程式

將 2.1.1 節之三維水理控制方程式(2.2)、(2.3)代入靜水壓假設，並令  $\bar{u} = \tilde{u} + \bar{u}$ 、 $\bar{v} = \tilde{v} + \bar{v}$  (如圖 2.3)，使三維流速成為流速差異量( $\tilde{u}$ 、 $\tilde{v}$ )與水深平均流速( $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ )之函數，對所得到之三維控制方程式減去與水平二維水理控制方程式(2.8)、(2.9)重複之項，即可得到流速差異量方程式如下：

ξ 方向：

$$\begin{aligned}
 & \rho_0 \left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \omega \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \sigma} + \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \left( \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} + \frac{\tilde{u}\bar{v}}{h_1 h_2} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \left( \frac{2\bar{v}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\tilde{v}^2}{h_1 h_2} \right) \right) + \bar{\rho} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\bar{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) \\
 & + \bar{u} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\bar{u}^2}{h_1} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \eta} - f_{\xi}^{\bar{\rho}} + \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \sigma} \left( \bar{u} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\bar{u}^2}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{w}}{D} \right) \\
 & = -\frac{g}{h_1} \int_{\sigma}^1 \left( D \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \xi} + D \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right) d\sigma + \frac{g}{h_1} \int_0^1 \int_{\sigma}^1 \left( D \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \xi} + D \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right) d\sigma d\sigma \\
 & + \frac{1}{D} \frac{\partial \tau_{13}}{\partial \sigma} - \frac{(\tau_{s1} - \tau_{b1})}{D} + (\text{Horizontal Diffusion in } \xi)
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

η 方向：

$$\begin{aligned}
 & \rho_0 \left( \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \omega \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \sigma} + \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \left( \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} + \frac{\tilde{u}\bar{v}}{h_1 h_2} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \left( \frac{2\bar{u}\tilde{u}}{h_1 h_2} + \frac{\tilde{u}^2}{h_1 h_2} \right) \right) + \bar{\rho} \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\bar{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \\
 & + \bar{v} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\bar{v}^2}{h_2} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \xi} - f_{\eta}^{\bar{\rho}} + \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \sigma} \left( \bar{v} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\bar{v}^2}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}\bar{w}}{D} \right) \\
 & = -\frac{g}{h_2} \int_{\sigma}^1 \left( D \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \eta} + D \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right) d\sigma + \frac{g}{h_2} \int_0^1 \int_{\sigma}^1 \left( D \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \eta} + D \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right) d\sigma d\sigma \\
 & + \frac{1}{D} \frac{\partial \tau_{23}}{\partial \sigma} - \frac{(\tau_{s2} - \tau_{b2})}{D} + (\text{Horizontal Diffusion in } \eta)
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

式中，

$$\omega = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \bar{w} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -D^{-1} \sigma \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \xi} = -D^{-1} \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - D^{-1} \sigma \frac{\partial D}{\partial \xi} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \eta} = -D^{-1} \frac{\partial z_b}{\partial \eta} - D^{-1} \sigma \frac{\partial D}{\partial \eta} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = D^{-1} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} (\text{Horizontal Diffusion in } \xi) &= -\frac{1}{D h_1 h_2} \left( T_{11} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + 2T_{12} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - T_{22} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) \\ &- \frac{1}{D h_2} \frac{\partial T_{12}}{\partial \eta} - \frac{1}{D h_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} + \rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} \left[ \frac{2\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{h_1} \right) + \frac{2\nu_H}{h_1^2 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right] + \frac{2\rho\nu_H}{h_1^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \xi^2} \\ &+ \frac{2\rho\nu_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\bar{v}}{h_1 h_2} \right) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\rho\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{h_2}{h_1} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{\rho\nu_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{h_1}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\bar{u}}{h_1} \right) \\ &+ \frac{\rho\nu_H h_1}{h_2^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left( \frac{\bar{u}}{h_1} \right) + 2\rho\nu_H \left[ \frac{1}{h_1^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{2\rho\nu_H}{h_1 h_2^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + R_u^3 \end{aligned} \quad (2.22)$$

其中  $R_u^3$  為 sigma 轉換之殘餘項，以式(2.22)等號右邊第 8 項為例，做座標轉換可型如：

$$\begin{aligned} R_u^3 &= \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \xi^2} + \dots = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right) + \dots \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \dots \end{aligned}$$

下式也以相同方式表示為  $R_v^3$ 。



$$\begin{aligned}
(\text{Horizontal Diffusion in } \eta) = & -\frac{1}{Dh_1h_2} \left( T_{22} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + 2T_{12} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - T_{11} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \\
& - \frac{1}{Dh_2} \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} - \frac{1}{Dh_1} \frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} + \frac{\rho \bar{v}}{\partial \eta} \left[ \frac{2v_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{h_2} \right) + \frac{2v_H}{h_1 h_2^2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right] + \frac{2\rho v_H}{h_2^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \eta^2} \\
& + \frac{2\rho v_H}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\bar{u}}{h_1 h_2} \right) \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\rho v_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{h_2}{h_1} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{\rho v_H}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{h_1}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\bar{u}}{h_1} \right) \\
& + \frac{\rho v_H h_2}{h_1^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left( \frac{\bar{v}}{h_2} \right) + 2\rho v_H \left[ \frac{1}{h_1^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{2\rho v_H}{h_1^2 h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + R_v^3
\end{aligned} \tag{2.23}$$

其中  $v_H$  為水平方向渦流黏滯係數 =  $v_l + v_t$  ;  $v_l$  為層流黏滯係數，約為  $1.12 \times 10^{-6}$  ;  $v_t$  為紊流黏滯係數。式(2.22)與式(2.23)中，本研究以  $R_u^3$  與  $R_v^3$  表示為水平紊流剪力中經 sigma 轉換後的高次項，假設其數值計算結果可忽略，在模式計算時並未考慮。

#### 2.1.4 高含砂水流與紊流輔助關係式

##### 密度變化

高含砂水流造成在空間與時間上濃度的不均勻分布，而在含砂濃度主控的情況下，可由狀態函數表示密度變化：

$$\rho = (1-C)\rho_0 + C\rho_s \tag{2.24}$$

藉由上式，可反應濃度對流體密度  $\rho$  之影響，其中  $C$  為含砂水流濃度， $\rho_0$  為清水流密度， $\rho_s$  為乾砂密度。本研究在水流方程式當中考慮密度變化，以及其對壓力梯度在空間三個維度方向之影響，以反應密度效應對高含砂水流流動特性之影響。

##### 卡門係數

高含砂水流情況下之卡門係數並非常數，引用張紅武等(1994)：

$$\kappa = 0.4 \left[ 1 - 4.2 \sqrt{\bar{C}} (0.365 - \bar{C}) \right] \quad (2.25)$$

，其中  $\bar{C}$  為水深平均濃度。

### 底床剪應力

高含砂水流情況下，高比例的含砂量造成水流流動特性改變，剪力與應力應變關係可能由牛頓流體轉變為非牛頓流體特性。本研究以含砂濃度反應牛頓與非牛頓兩種流體特性之主控參數，採用 O'Brien et al.(1993)提出之多項式流變關係計算高含砂水流情況下之流變關係參數。流變關係主要作用於於二維水深平均動量方程式之底床剪力，並且亦在式(2.15)與式(2.16)等號右邊第 4 項當中：

$$\tau_{b1} = \frac{\tau_B \bar{u}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}} + \frac{K_l \mu_B \bar{u}}{8D} + C_f \rho \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \quad (2.26)$$

$$\tau_{b2} = \frac{\tau_B \bar{v}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}} + \frac{K_l \mu_B \bar{v}}{8D} + C_f \rho \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \quad (2.27)$$

$\tau_B$  = 賓漢降伏應力； $\mu_B$  = 賓漢黏滯係數； $C_f = g/c_c^2$  ( $c_c$  = Chezy 糙度係數)； $K_l$  = 多項式流變關係之層流阻力係數，為底床糙度函數(O'Brien et al.,1993)。

### 紊流黏滯係數

本研究採用零方程(zero-equation)紊流模式求解紊流黏滯係數，並選用文獻中較常見之形式作為後續研究探討，如下分為兩種：

Elder(1959) (type-I) ：

$$v_t = \kappa U_* D / 6 \quad (2.28)$$

Jobson and Sayre(1970) (type-II) ：

$$v_t = \kappa U_* D \sigma (1 - \sigma) \quad (2.29)$$

上列  $v_i$  即為  $v_H = v_i + v_t$  與  $v_V = v_i + v_t$  中之  $v_t$ 。兩式所依據的假設，是水深遠小於渠寬，流速剖面依循對數分布。

### 層流與紊流剪應力

式(2.2)與式(2.3)之層流剪應力與紊流擴散效應採用 Boussinesq 之渦流黏性理論簡化為：

$$\frac{\tau_{11}}{\rho} - \bar{u}'^2 = 2\nu_H \left( \frac{1}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \quad (2.30)$$

$$\frac{\tau_{22}}{\rho} - \bar{v}'^2 = 2\nu_H \left( \frac{1}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) \quad (2.31)$$

$$\frac{\tau_{12}}{\rho} - \bar{u}'\bar{v}' = 2\nu_H \left[ \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \quad (2.32)$$

垂向層流剪應力以流速梯度表示時，若考慮正交曲線座標以及  $\sigma$  座標時，可表示如下：

$$\frac{\tau_{13}}{\rho} = \nu_V \left( \frac{1}{D} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \sigma} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi} \right) \quad (2.33)$$

$$\frac{\tau_{23}}{\rho} = \nu_V \left( \frac{1}{D} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \sigma} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} \right) \quad (2.34)$$

式中， $\nu_V = \nu_i + \nu_t$  為垂直方向渦流黏滯係數，在本研究中由於應用案例之格網尺度差異均不大，因此假設  $\nu_V$  與  $\nu_H$  可採用相同之數值， $\nu_t$  如式(2.29)、式(2.29)所示。

## 2.1.5 邊界條件

### 水平二維部分

水平二維方程式考量三種邊界條件設定，分別為渠道入流、渠道出流與固體邊界。一般而言，渠道入流邊界條件設定為單位寬度入流量，渠道出流邊界條件則採用水位高程設定。在固體邊界處，沿固體邊界法線方向採不透水邊界條件，而沿固體邊界切線方向可分為滑移與非滑移邊界條件。另外，上游為亞臨界流時需給予流量，若為超臨界流則另需提供水位資訊；下游若為亞臨界流需給予水位，若為超臨界流則無須設定。

### 流速差異量部分

流速差異量方程式考量渠道入流、渠道出流、自由液面及底床邊界條件。在渠道入流條件為流速，出流處採用主流方向零通量設定。自由液面採風剪力邊界條件：

$$\frac{\partial(\tilde{u}+\bar{u})}{\partial\sigma} = \frac{D}{u_v} \frac{\tau_{s1}}{\rho} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial(\tilde{v}+\bar{v})}{\partial\sigma} = \frac{D}{u_v} \frac{\tau_{s2}}{\rho} \quad (2.36)$$

而底床則採用 French (1986)之壁函數(wall function)經驗式：

$$\frac{\partial(\tilde{u}+\bar{u})}{\partial\sigma} = \frac{D}{u_v} \bar{u}_b |\bar{u}_b| \left[ 2.5 \ln \left( \frac{30z_l}{2.72k_s} \right) \right]^{-2} \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial(\tilde{v}+\bar{v})}{\partial\sigma} = \frac{D}{u_v} \bar{v}_b |\bar{v}_b| \left[ 2.5 \ln \left( \frac{30z_l}{2.72k_s} \right) \right]^{-2} \quad (2.38)$$

式中， $\bar{u}_b$ 、 $\bar{v}_b$  分別為 $\xi$ 、 $\eta$ 方向之近底床流速； $z_l$  為邊界層厚度，模式中採用近底

床格網之厚度； $k_s$  為粗糙高度。

## 2.2 沉滓運移部分

沉滓運移部分在懸浮載、底床載分開求解概念下，求解懸浮載之質量傳輸 (mass transport) 方程式、作用層連續方程式 (active-layer continuity equation)、底床連續方程式 (bed-layer continuity equation) (謝德勇，2002)，其中懸浮載之質量傳輸為三維控制方程式。由於本研究模式各項變數之間的空間關係較為複雜，包含懸浮載 (suspended load) 濃度、懸浮載底床濃度、懸浮載向上與向下通量、底床載 (bed load)、作用層 (active layer) 等，將各變數於深度方向之關係表示於圖 2.4。本研究將沉滓運移計算分為懸浮載與底床載兩部分，以底床高程  $z_b$  為分界。懸浮載運移在  $z_b$  之上，底床載運移在  $z_b$  之下，且底床載運移發生於作用層內。作用層主要是一理論上的假設物理量，模式假設底床載運移與粒徑變化均僅發生於作用層當中，頂面位置為底床  $z_b$  所在高程。懸浮載之底床濃度則是位於  $z_b$ ，交換通量也發生於  $z_b$ 。以下逐一介紹圖 2.4 中的各變數與計算方式。

### 2.2.1 基本控制方程式

沉滓運移控制方程式將沉滓粒徑分為數種代表粒徑，分開計算懸浮載與底床載，計算各代表粒徑在懸浮載中的濃度以及在作用層當中之比例，並計算整體沉滓在交換後所造成之底床沖淤量，將方程式說明如下：

#### 質量傳輸方程式

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left( \bar{u} h_2 \frac{\partial C}{\partial \xi} + \bar{v} h_1 \frac{\partial C}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{D^2} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \frac{\partial \varepsilon_{sv}}{\partial \sigma} - \frac{\varepsilon_{sv}}{D^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \sigma^2} + \omega \frac{\partial C}{\partial \sigma} - \frac{w_{fh}}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} - \frac{C}{D} \frac{\partial w_{fh}}{\partial \sigma} \\
 & = \frac{1}{h_1 h_2} \left( \frac{\varepsilon_{sh}}{\partial \xi} \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{h_2}{h_1} \right) + \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial \varepsilon_{sh}}{\partial \xi} + \frac{h_2 \varepsilon_{sh}}{h_1} \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} \right. \\
 & \left. + \frac{\varepsilon_{sh}}{\partial \eta} \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{h_1}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial \varepsilon_{sh}}{\partial \eta} + \frac{h_1 \varepsilon_{sh}}{h_2} \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

上式移流項部分藉由 sigma 座標轉換後，產生  $\omega$  速度項，係以式(2.17)求解。水平擴散項由於 sigma 座標轉換後產生多項二次微分之乘積，本研究中假設其值可予以忽略。

### 作用層連續方程式

$$\rho_s(1-p)\frac{\partial(\beta_m E_p)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 q_{b1_m}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 q_{b2_m}) + S_{s_m} - S_E = 0 \quad (2.40)$$

### 底床連續方程式

$$\rho_s(1-p)\frac{\partial z_b}{\partial t} + \sum_{m=1}^M \left[ \frac{\partial}{\partial \xi}(h_2 q_{b1_m}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1 q_{b2_m}) + S_{s_m} \right] = 0 \quad (2.41)$$

上列諸式中， $C$  = 某一代表粒徑的懸浮載體積濃度； $\varepsilon_{sV}$ 、 $\varepsilon_{sH}$  = 垂直、水平方向紊流擴散係數； $w_{fn}$  = 泥砂落淤速度； $\rho$  = 含砂水流密度； $\rho_s$  = 乾砂密度； $\beta_m$  = 第  $m$  組代表粒徑在作用層中所佔百分比； $p$  = 孔隙率； $E_p$  = 作用層厚度，模式中假設為 0.2 - 0.5 (m)； $S_E$  = 作用層源(source of active layer)； $z_b$  = 底床高程； $q_{b1_m}$ 、 $q_{b2_m}$  = 水流方向、水流側方向第  $m$  組代表粒徑之底床載通量； $S_{s_m}$  為第  $m$  組代表粒徑懸浮載源(source of suspended load)。

## 2.2.2 高含砂水流與紊流輔助關係式

### 落淤速度

落淤速度(falling velocity)是沉澱在底床交換、流體中垂直方向移流之重要物理機制，在分析高含砂水流懸浮載運移機制上，是本研究不可或缺之參數，常以經驗公式推估之。一般而言，清水流中的沉澱落淤速度主要變數為粒徑  $D_m$ ，van Rijn(1984)蒐集整理不同粒徑區間( $D_m$ )之落淤速度( $w_f$ )計算式如下：

$$w_f = \begin{cases} \frac{1}{18} \frac{(s_g - 1)gD_m^2}{\nu_l} & , 0.01\text{mm} < D_m < 0.1\text{mm} \\ 10 \frac{\nu_l}{D_m} \left\{ \left[ 1 + \frac{0.01(s_g - 1)gD_m^3}{\nu_l^2} \right]^{0.5} - 1 \right\} & , 0.1\text{mm} \leq D_m \leq 1\text{mm} \\ 1.1 \left[ (s_g - 1)gD_m \right]^{0.5} & , 1\text{mm} \leq D_m \leq 4\text{mm} \end{cases} \quad (2.42)$$

其中  $s_g$ =乾砂密度/清水密度， $g$ =重力加速度， $\nu_l$  = 層流黏滯係數。

群體沉滓之落淤速度則需考量顆粒之間的碰撞、擾動等影響。細顆粒的存在增加了水體的密度，並提高沉滓浮力，另黏滯性增加減緩落淤速度，因此清水中的落淤速度應用在高含砂水流下時需進行修正。黏性沉滓對非黏性沉滓落淤速度之影響有其複雜性，目前文獻中少有定量計算的方法，本研究僅介紹計算非黏性沉滓的群體沉降速度，Richardson and Zaki(1954)提出落淤速度之修正方法：

$$\frac{w_{fh}}{w_f} = (1 - \bar{C})^b \quad (2.43)$$

$w_{fh}$  為修正後落淤速度， $b$  為待定係數，Richardson and Zaki(1954)建議  $b$  以 2.39 作為沉滓在水流處於紊流時的計算值。Wan and Wang(1994)蒐集文獻資料後，認為  $b$  可用顆粒雷諾數( $w_f D_m / \nu_l$ )進行估計，兩者之間有圖 2.5 之關係。本研究根據莊巧巧(2011)所蒐集資料得到迴歸式：

$$b = 3.652 D_m^{-0.298} , D_m \text{ 以 mm 計算} \quad (2.44)$$

### 底床載通量

以沉滓運移機制的理論基礎而言，單以總載概念計算河道穩定雖有其簡便性，但並無法區分懸浮載與底床載運移之機制。懸浮載與底床載各有物理意義，分開考量較能夠合理探討非平衡輸砂現象。以動床數值模式角度而言，文獻中高含砂水流動床數值模式(黃遠東等, 2003)由於僅考量懸浮載運移，在底床載所佔比

例較高的河川恐有適用性的問題。為能夠讓模式較能夠較合理反應天然河川之輸砂行為，本研究蒐集高含砂水流條件下適用之底床載經驗公式，以利解析高含砂水流底床載效應。

針對高含砂水流下情況下發展的底床載運移經驗式較少，目前僅蒐集到 Rickenmann (1991) 提出相關經驗式，其底床載公式如下：

$$q_{b_m} = q_b(D_m) = 1.05 \sqrt{(s_g - 1)gD_m^3} \frac{3.1}{\sqrt{(s_g - 1)}} (\theta_m)^{0.5} (\theta_m - \theta_{cm}) F_r^{1.1} \quad (2.45)$$

其中  $\theta_m = \frac{\tau_b}{\rho(s_g - 1)gD_m}$ ，為無因次剪力； $\theta_{cm} = \frac{\tau_{cm}}{\rho(s_g - 1)gD_m}$ ，為無因次臨界剪力；

$q_{b_m}$  = 第  $m$  組代表粒徑之底床載； $m$  為第  $m$  組代表粒徑之沉滓編號； $s_g$  = 泥砂比重； $g$  = 重力加速度； $D_m$  = 第  $m$  組沉滓之代表粒徑； $F_r$  = 福祿數； $\tau_{cm}$  = 第  $m$  組代表粒徑之泥砂顆粒的臨界剪力。參數  $\theta_m$  在本研究中以式(2.26)與式(2.27)計算。對於泥砂顆粒的無因次臨界剪力  $\theta_{cm}$ ，本研究引用 Shield's diagram 求解。其公式迴歸所採用之數據，包括高含砂水流(體積濃度最高 20%)至清水流不等之濃度，坡度包含陡坡(5%-20%)與 Meyer-Peter Muller 之緩坡數據。所採用粒徑數據，以中值粒徑範圍而言，包含 Meyer-Peter Muller 之 0.4 mm 至 29 mm、Smart(1984) 之 2 mm 至 10.5 mm，以及 Rickenmann(1991)之 10 mm(單一粒徑)等。

### 懸浮載源

影響底床沖淤的懸浮載源是計算近底床處的沉滓交換機制，通用的形式如下：

$$S_{s_m} = (E_{s_m} - D_{s_m}) \quad (2.46)$$

其中  $E_{s_m}$ 、 $D_{s_m}$  分別為第  $m$  組代表粒徑之向上通量、向下通量。本研究採用挾



砂能力概念，計算交換機制，

$$D_{s_m} = w_{fh} \bar{C}_m \rho_s \quad (2.47)$$

$$E_{s_m} = S_m^* \exp\left(8.21 \frac{w_{fh}}{U_* K}\right) / N_0 \quad (2.48)$$

其中  $S_m^*$  = 第  $m$  組代表粒徑之挾砂能力( $\text{kg}/\text{m}^3$ )，採用水利署(2011)以水槽試驗得到之挾砂能力經驗式：

$$\frac{S_m^*}{\rho_s} = 0.043 \left[ \bar{C} \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \frac{\bar{u}^3}{g D w_{fh}} \ln\left(\frac{D}{D_m}\right) \right]^{0.245} \quad (2.49)$$

式(2.48)中  $N_0$  為深度平均挾砂能力與近底床挾砂能力之比值，計算方式參考張紅武等(1994)提出的經驗式：

$$N_0 = \int_0^1 f\left(\frac{\sqrt{g}}{c_c}, \sigma\right) e^{5.33 \omega_{fh} / (\kappa U_* \tan^{-1} \sqrt{\sigma-1})} d\sigma, \quad (2.50)$$

$$f\left(\frac{\sqrt{g}}{c_c}, \sigma\right) = 1 - \frac{3\pi\sqrt{g}}{8c_c 0.375} + \frac{\sqrt{g}}{0.375c_c} (\sqrt{\sigma - \sigma^2} + \sin^{-1} \sqrt{\sigma})$$

### 作用層源

作用層源係由於母層(active stratum)頂面之升降而產生，當其下降時，

$$S_E = -\rho_s (1-p) \frac{\partial}{\partial t} [(\beta_s)_m (z_b - E_p)] \quad (2.51)$$

式中， $(\beta_s)_m$  = 母層中某一顆粒  $m$  之粒徑百分比。如母層之厚度增加及其頂面上升時，(2.51)式中之 $(\beta_s)_m$ 則改為 $\beta_m$ 。

### 紊流擴散係數

本研究採用文獻中的幾種零方程(zero-equation)的紊流擴散係數計算方法，以

探討不同紊流擴散係數計算式對高含砂水流之影響，茲列出於文獻常見之經驗公式如下：

van Rijn(1984)的拋物線-常數(parabolic-constant)分布：

$$\varepsilon_s = \begin{cases} 0.25\kappa U_* D & , \sigma > 0.5 \\ \kappa U_* D(1-\sigma)\sigma & , \sigma \leq 0.5 \end{cases} \quad (2.52)$$

van Rijn(1984)拋物線(parabolic)分布：

$$\varepsilon_s = \kappa U_* D(1-\sigma)\sigma \quad (2.53)$$

式(2.39)中的  $\varepsilon_{sV}$  與  $\varepsilon_{sH}$  是以上列兩式求解，在本研究中  $\varepsilon_{sV} = \varepsilon_{sH}$ ，採用相同數值。

### 2.2.3 邊界條件

沉滓運移求解的未知變數為懸浮載濃度  $C$ 、沉滓在底床的粒徑百分比  $\beta$  及河床高程  $z_b$ 。其中  $\beta$  與  $z_b$  部分，入流邊界條件利用已知值設定，下游邊界處之底床坡度通常較為平緩，其邊界條件可設定為  $\partial\beta/\partial\xi = 0$  與  $\partial z_b/\partial\xi = 0$ ，在固體邊界處，其邊界條件則設定為  $\partial\beta/\partial\eta = 0$  與  $\partial z_b/\partial\eta = 0$ 。

前述  $\beta$ 、 $z_b$  為平面二維之變數，而  $C$  為三維變數，首先渠道入流邊界條件給定入流濃度，渠道出流處邊界條件為  $\partial C/\partial\xi = 0$ 。另外底床部分與水面部分濃度邊界條件設定如下：

#### 底床部分

本研究底床濃度為  $z_b$  所在高程，如圖 2.4 所示。計算過程中底床若為濃度捲昇過程，底床平衡濃度  $C_{a,e}$  計算結果會大於上層水體濃度，因此直接採用下式：

$$C_a = C_{a,e} \quad (2.54)$$

若為濃度落淤過程， $C_{a,e}$  會小於上層水體濃度，可判斷為落淤情況(van

Rijn,1985)，此時則採用 Neumann 邊界條件，

$$\left. \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right|_a = 0 \quad (2.55)$$

，如此模式可合理模擬捲昇與落淤兩種情況的濃度剖面。

$C_{a,e}$  在本研究引用莊巧巧(2011)之研究，其採用水利署(2008)、水利署(2011)實驗數據，修正 Wright and Parker (2004)之經驗式，得到近底床濃度之經驗公式如下：

$$C_{a,e} = \frac{0.0044Z_u^{2.04} \cdot 0.3}{0.3 + 0.0044Z_u^{2.04}} \quad (2.56)$$

$$Z_u = \frac{U_*}{w_f} \left( \sqrt{\frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_s \nu} g D_m^3} \right)^{0.6} S_0^{0.08} \quad (2.57)$$

其中  $U_*$  = 剪力速度； $S_0$  = 底床坡降。

### 水面部分

採用垂向擴散與移流之和為零，求解水面邊界條件：

$$\left. \frac{\varepsilon_{sv}}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} + C w_f \right|_{zs} = 0 \quad (2.58)$$

## 2.3 假設條件

模式發展過程有數點理論基礎假設，如下所列：

1. 以靜水壓假設忽略垂向動量方程式。
2. 流變關係主要反應於深度平均控制方程式之底床剪力，三維水理控制方程式仍為牛頓流體。

3. 所採用之零方程紊流模式之主要假設是在渠寬遠大於水深、垂向流速分布符合對數分布的情況，本研究假設其適用於高含砂水流流場與濃度計算。
4. 作用層源為沿用清水流情況下的計算方式，仍假設適用於高含砂水流當中。
5. 泥砂運移仍以連續方程式計算，忽略泥砂與水流的動量交換。



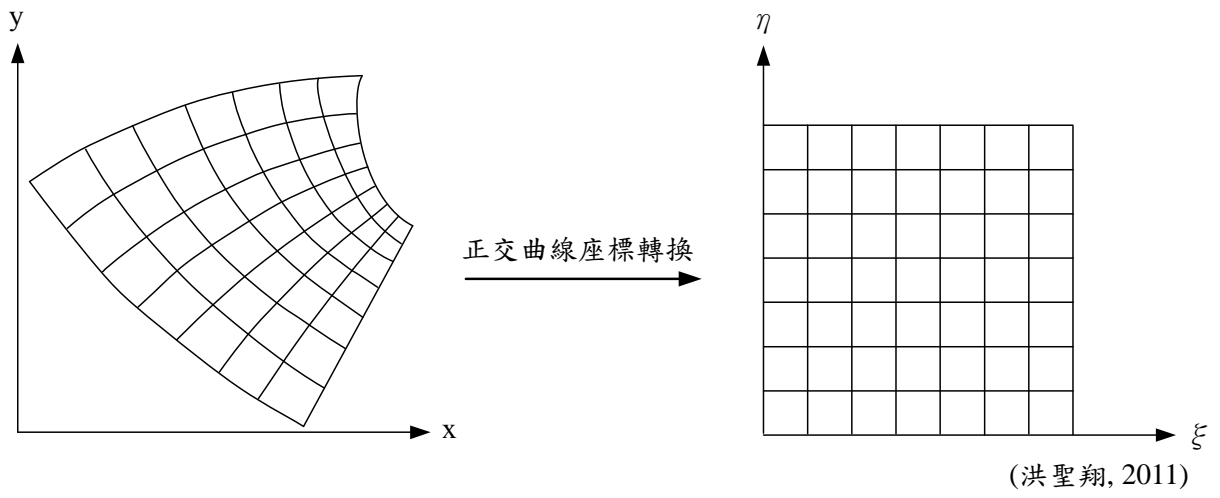


圖 2.1 正交曲線座標轉換示意圖

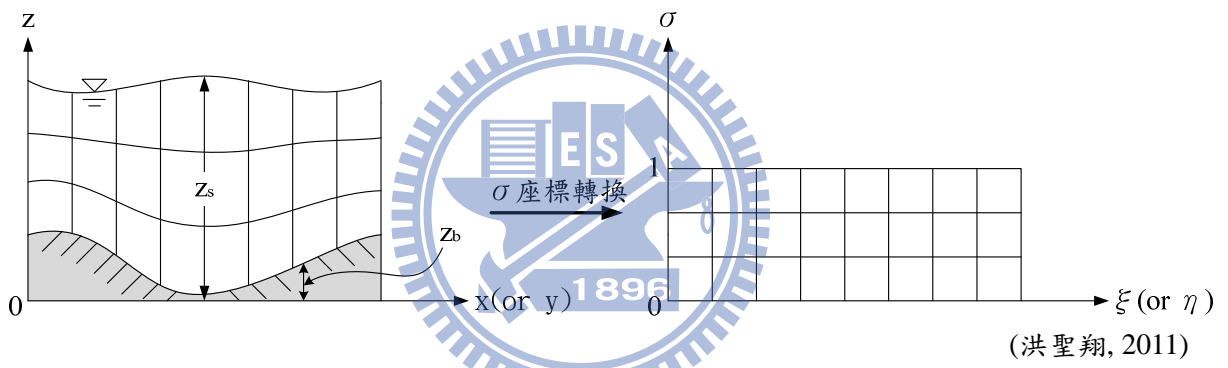
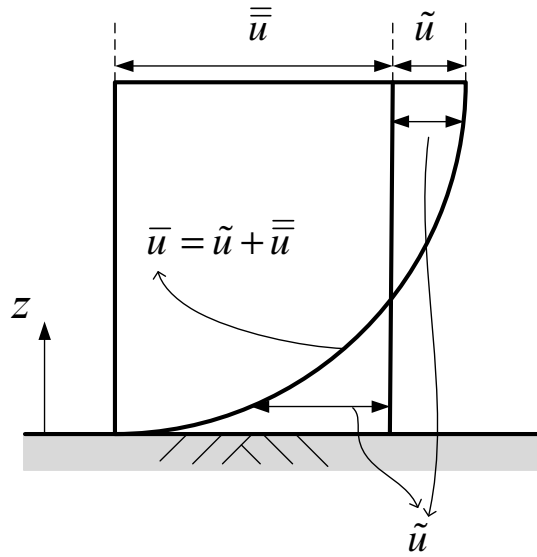


圖 2.2  $\sigma$  座標轉換示意圖



$\bar{u}$  為時間平均流速； $\bar{\bar{u}}$  為水深平均流速； $\tilde{u}$  為流速差異量

圖 2.3 水深方向流速剖面示意圖



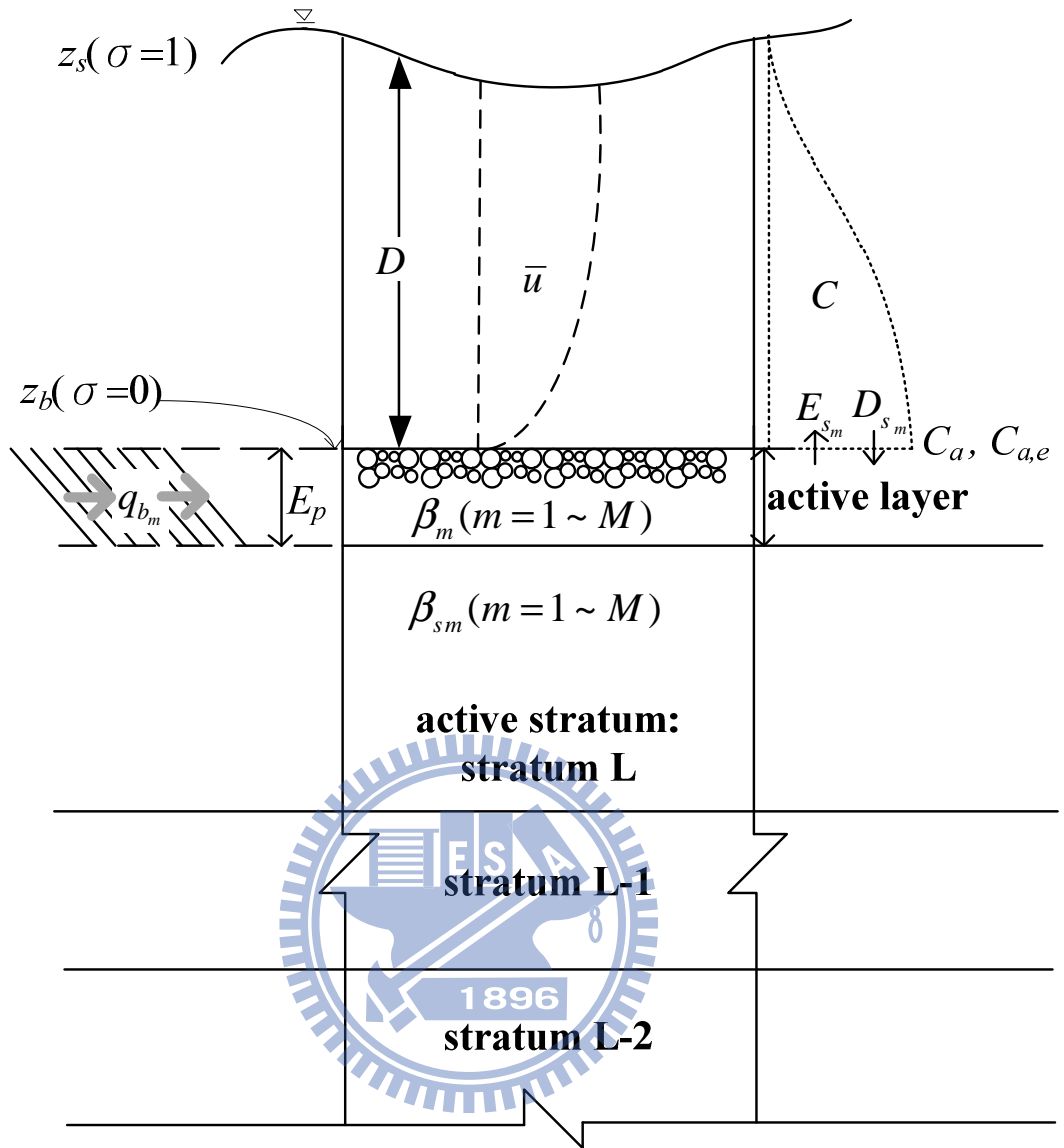
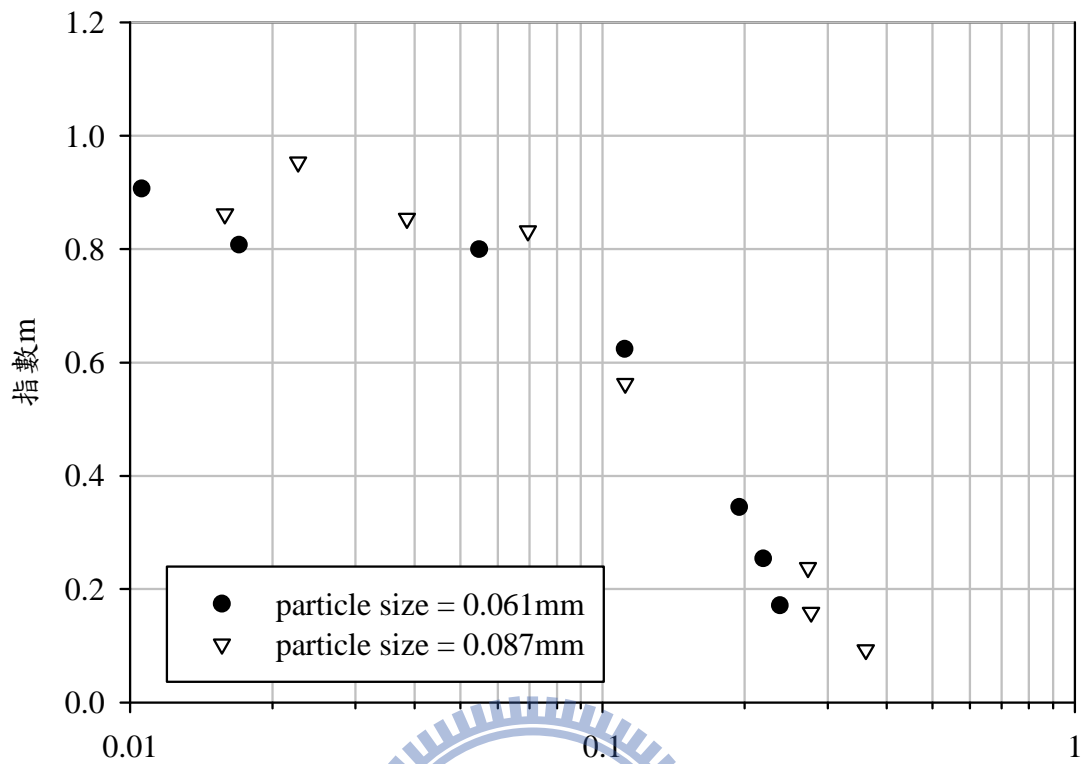


圖 2.4 動床模式之懸浮載、作用層變數配置示意圖



體積濃度(-)

Wan and Wang(1994)

圖 2.5 落淤速度修正係數與顆粒雷諾數關係圖



## 第三章 數值架構

### 3.1 水理部分

水理部分之整體架構基於水平垂直分離演算概念，首先由水平二維模式求解水面高程以及水深平均流速，其中之有效剪力項依靠三維流場計算而得到。三維流場係經流速差異量方程式求解後，與二維模式疊代收斂。以下分別就水理部分之求解架構與數值差分方法做說明。

#### 3.1.1 求解架構

##### 水深平均控制方程式

本研究基於隱式雙階分割操作之觀念，將深度平均動量方程式分割成二個時間步驟，延散步驟(advection and diffusion step)及傳播步驟(propagation-step)，分別求得  $n + 1/2$  與  $n + 1$  時刻之流場，並利用隱式數值方法求解。延散步驟求解移流項(advection terms)和擴散項(diffusion terms)，傳播步驟求解壓力項、底床剪應力項和連續方程式。水理控制方程式先就時間部分離散如下：

延散步驟

$$\frac{V^{n+1/2} - V^n}{\Delta t} = -(V^n \cdot \nabla)V^{n+1/2} + \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot T^{n+1/2} \quad (3.1)$$

傳播步驟

$$\frac{V^{n+1} - V^{n+1/2}}{\Delta t} = -g \nabla (z_b + D)^{n+1} - \frac{\tau_b}{\rho_0 D} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot V^{n+1} = 0 \quad (3.3)$$

式中， $V$  表示速度向量； $T$  表示擴散及延散項； $n + 1$  表示  $(n + 1)\Delta t$  時刻之未知

變數； $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ ； $n$  表示  $n\Delta t$  時刻之已知變數； $n + 1/2$  表示在  $(n + 1)\Delta t$  與  $n\Delta t$  間之未知變數。

(3.1)-(3.3)的一般式可表示成

延散步驟

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}^{n+1/2} - \bar{u}^n}{\Delta t} = & \left[ -\frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} - \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\bar{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{f_\xi^{\bar{p}}}{\rho_0} \right. \\ & \left. + \frac{1}{\rho_0 D h_1 h_2} \left( T_{11} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + 2T_{12} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - T_{22} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\rho_0 D h_1} \frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_0 D h_2} \frac{\partial T_{12}}{\partial \eta} \right]^{n+1/2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{v}^{n+1/2} - \bar{v}^n}{\Delta t} = & \left[ -\frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} - \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{f_\eta^{\bar{p}}}{\rho_0} \right. \\ & \left. + \frac{1}{\rho_0 D h_1 h_2} \left( T_{22} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + 2T_{12} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - T_{11} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\rho_0 D h_2} \frac{\partial T_{22}}{\partial \eta} + \frac{1}{\rho_0 D h_1} \frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} \right]^{n+1/2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$f_\xi^{\bar{p}}$  與  $f_\eta^{\bar{p}}$  如式(2.10)、式(2.11)所述，在此不贅述。

傳播步驟

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^{n+1/2}}{\Delta t} = & -\frac{g}{h_1} \left[ \frac{\partial(z_b + D)^{n+1}}{\partial \xi} \right] - \frac{g}{\rho_0 h_1} \iint_{0\sigma}^{11} \left[ D^n \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + D^n \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right] d\sigma d\sigma \\ & - \frac{c_f \rho \bar{u}^{n+1} \sqrt{(\bar{u}^{n+1/2})^2 + (\bar{v}^{n+1/2})^2}}{\rho_0 D^n} - \frac{\bar{u}^{n+1} \tau_B}{\rho_0 D^n \sqrt{(\bar{u}^{n+1/2})^2 + (\bar{v}^{n+1/2})^2}} - \frac{\bar{u}^{n+1} \mu_B K_l}{8\rho_0 (D^n)^2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{v}^{n+1} - \bar{v}^{n+1/2}}{\Delta t} = & -\frac{g}{h_2} \left[ \frac{\partial(z_b + D)^{n+1}}{\partial \eta} \right] - \frac{g}{\rho_0 h_2} \iint_{0\sigma}^{11} \left[ D^n \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} + D^n \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right] d\sigma d\sigma \\ & - \frac{c_f \rho \bar{v}^{n+1} \sqrt{(\bar{u}^{n+1/2})^2 + (\bar{v}^{n+1/2})^2}}{\rho_0 D^n} - \frac{V^{n+1} \tau_B}{\rho_0 D^n \sqrt{(\bar{u}^{n+1/2})^2 + (\bar{v}^{n+1/2})^2}} - \frac{\bar{v}^{n+1} \mu_B K_l}{8\rho_0 (D^n)^2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

以及連續方程式：

$$h_1 h_2 \frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u} D)^{n+1} + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v} D)^{n+1} = 0 \quad (3.8)$$

針對  $n+1$  時刻的水深值( $D^{n+1}$ )做線性化處理，且僅保留一階項，(3.8)式可改寫成

$$h_1 h_2 \frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \alpha_1 \frac{\partial(\Delta D)}{\partial \xi} + \beta_1 \Delta D + \gamma_1 \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \alpha_2 \frac{\partial(\Delta D)}{\partial \eta} + \beta_2 \Delta D + \gamma_2 \right) = 0 \quad (3.9)$$

式中，

$$\alpha_1 = -\frac{h_2 g \Delta t}{C_\tau h_1} D^n ; \quad \alpha_2 = -\frac{h_1 g \Delta t}{C_\tau h_2} D^n ;$$

$$\beta_1 = \frac{h_2 \bar{u}^n}{C_\tau} - \frac{\Delta t g h_2}{C_\tau h_1} \left( \frac{\partial z_b}{\partial \xi} + \frac{\partial D^n}{\partial \xi} \right) - \frac{D^n \Delta t g h_2}{C_\tau \rho_0 h_1} \iint_{0\sigma}^1 \left[ \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right] d\sigma d\sigma ;$$

$$\beta_2 = \frac{h_1 \bar{v}^n}{C_\tau} - \frac{\Delta t g h_1}{C_\tau h_2} \left( \frac{\partial z_b}{\partial \eta} + \frac{\partial D^n}{\partial \eta} \right) - \frac{D^n \Delta t g h_1}{C_\tau \rho_0 h_2} \iint_{0\sigma}^1 \left[ \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right] d\sigma d\sigma ;$$

$$\gamma_1 = \beta_1 D^n ; \quad \gamma_2 = \beta_2 D^n ;$$

$$C_\tau = 1 + \frac{\Delta t \rho C_f \sqrt{(\bar{u}^{n+1/2})^2 + (\bar{v}^{n+1/2})^2}}{\rho_0 D^n} + \frac{\Delta t \tau_B}{\rho_0 D^n \sqrt{(\bar{u}^{n+1/2})^2 + (\bar{v}^{n+1/2})^2}} + \frac{\Delta t \mu_B K_l}{8 \rho_0 (D^n)^2} ;$$

$$\Delta D = D^{n+1} - D^n .$$

### 流速差異量方程式

由於本研究數值模式係針對淺水波假設的流場發展，可預期垂直方向之尺度無論是深度、流速或是格網厚度在實際應用時均小於水平方向之尺度。同時在河道演算時，為考量水深可能發生乾床情況，三維流場之求解係以水柱(water column)為單位發展數值架構，在接近乾床處則忽略求解。因此本研究求解流速差異量時，可由水深判斷有必要求解三維流場之範圍，在需求解範圍內針對個別水柱求解流速剖面。在此概念之下，流速差異量  $\tilde{u}$ 、 $\tilde{v}$  在離散時，可將方程式區分為垂直方向(沿水深)與水平方向兩方向的物理量，分別以隱式法與疊代法求解。隱示法求解常數項與垂直微分項，疊代法係針對水平微分項，如此切割時間

項則可將式(2.15)與式(2.16)改寫為：

ξ 方向：

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\tilde{u}^{n+1} - \tilde{u}^n}{\Delta t} + \rho \left( \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \omega \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \sigma} + \frac{\tilde{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\tilde{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right)^{n+1} + \tilde{u}^{n+1} \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{2\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} \right) \\ & + \tilde{u}^{n+1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{2\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\bar{w}}{D} \right) - \frac{1}{D^2} \frac{\partial \mu_{IV}}{\partial \sigma} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \sigma} - \frac{\mu_{IV}}{D^2} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \sigma^2} = M_u^{n*} \end{aligned} \quad (3.10)$$

η 方向：

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\tilde{v}^{n+1} - \tilde{v}^n}{\Delta t} + \rho \left( \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \omega \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \sigma} + \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right)^{n+1} + \tilde{v}^{n+1} \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{2\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} \right) \\ & + \tilde{v}^{n+1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{2\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{w}}{D} \right) - \frac{1}{D^2} \frac{\partial \mu_{IV}}{\partial \sigma} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \sigma} - \frac{\mu_{IV}}{D^2} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \sigma^2} = M_v^{n*} \end{aligned} \quad (3.11)$$

上列兩式中未知數僅有等號左邊  $\tilde{u}$ 、 $\tilde{v}$  兩個變數，其在第 1 項為時間微分項，在其他項中均屬於垂直方向微分項與常數項，採隱式法求解  $n+1$  時刻之值。 $\mu_{IV} = \nu_{IV} \rho$  為垂直動力黏滯係數， $\bar{w}$  係以式(2.1)求解， $\omega$  以式(2.17)求解。等號右邊之  $M_u^{n*}$  與  $M_v^{n*}$  分別為  $\xi$  與  $\eta$  方向之  $\tilde{u}$ 、 $\tilde{v}$  水平微分項與其他物理項，上標  $n^*$  表示兩項內的  $\tilde{u}$ 、 $\tilde{v}$  係以疊代收斂以近似  $n+1$  時刻之值。 $M_u$  與  $M_v$  包含的物理項如下：

$$\begin{aligned} M_u = & -\frac{g}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{\sigma}^1 \left( D \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + D \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right) d\sigma + \frac{g}{h_1} \int_0^1 \int_{\sigma}^1 \left( D \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + D \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} \right) d\sigma d\sigma \\ & + \frac{1}{D h_1} \frac{\partial \mu_{IV}}{\partial \sigma} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi} + \frac{\mu_{IV}}{D h_1} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \sigma \partial \xi} - \frac{(\tau_{s1} - \bar{\tau}_{b1})}{D} + (\text{Horizontal Diffusion in } \xi) + f_{\xi}^{\tilde{\rho}} \\ & - \rho \left( \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{2\bar{v}\tilde{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\tilde{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) \\ & - \tilde{\rho} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\bar{v}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right) - \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} - \frac{\bar{u}^2}{h_1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} - \frac{\tilde{u}^2}{h_1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} - \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} \\ & - \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} - \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} - \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \left( \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\bar{u}^2}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}^2}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}\bar{w}}{D} \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}
M_v = & -\frac{g}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \int_{\sigma}^1 \left( D \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \eta} + D \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right) d\sigma + \frac{g}{h_2} \int_0^1 \int_{\sigma}^1 \left( D \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \eta} + D \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} \right) d\sigma d\sigma \\
& + \frac{1}{D h_2} \frac{\partial \mu_{iv}}{\partial \sigma} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \eta} + \frac{\mu_{iv}}{D h_2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \sigma \partial \eta} - \frac{(\tau_{s2} - \bar{\tau}_{b2})}{D} + (\text{Horizontal Diffusion in } \eta) + f_{\eta}^{\tilde{p}} \\
& - \rho \left( \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{2 \bar{u} \tilde{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\tilde{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \\
& - \tilde{\rho} \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{u} \bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\bar{u}^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) - \bar{v} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} - \frac{\bar{v}^2}{h_2} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} - \frac{\tilde{v}^2}{h_2} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \eta} - \frac{\bar{u} \bar{v}}{h_1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} \\
& - \frac{\bar{u} \tilde{v}}{h_1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} - \frac{\tilde{u} \tilde{v}}{h_1} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} - \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \left( \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\bar{v}^2}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\tilde{v}^2}{h_2} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\bar{u} \bar{v}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\tilde{u} \tilde{v}}{h_1} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\bar{v} \bar{w}}{D} \right)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

其中 Horizontal Diffusion in  $\xi$  與 Horizontal Diffusion in  $\eta$  為水平方向之剪應力，如第二章式(2.22)、式(2.23)所述，在此不加贅述。

式(3.10)與式(3.11)針對垂直方向格網，也就是圖 3.3 的 T、P、B 三個格點進行隱式法離散，其餘各項則列於顯式法，並疊代收斂，型如下列兩式：

$$A_{T1} \tilde{u}_T^{n+1} + A_{P1} \tilde{u}_P^{n+1} + A_{B1} \tilde{u}_B^{n+1} = M_u^{n*} \tag{3.14}$$

$$A_{T2} \tilde{v}_T^{n+1} + A_{P2} \tilde{v}_P^{n+1} + A_{B2} \tilde{v}_B^{n+1} = M_v^{n*} \tag{3.15}$$

上列兩式的  $A_{Ti}$ 、 $A_{Pi}$  與  $A_{Bi}$  ( $i$  代表水流或側方向)均為帶狀矩陣係數，因此可採用湯瑪斯演算法求解。

### 3.1.2 數值差分

#### 水深平均部分

本模式採用控制體積(control volume)法的觀念來離散控制方程式之空間項，控制體積法的基本概念如圖 3.1 所示，其中(a)圖為實際區域，(b)圖為計算區域，E、W、N、S 表相鄰格點，e、w、n、s 表控制面。模式計算之變數則放置在交錯網格(staggered grid)上，如圖 3.2。在控制方程式中，除了移流項採用一階精度

混合型上風法(hybrid upwind scheme) (Spalding 1972)差分外，所有空間差分均採用二階精度的中央差分法。另外，時間項則採用簡單的前向差分方法。

中央差分法可表示成

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi}\right)_{i,j} = \frac{\Psi_e + \Psi_w}{\Delta \xi} \quad (3.16)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta}\right)_{i,j} = \frac{\Psi_n + \Psi_s}{\Delta \eta} \quad (3.17)$$

式中， $\Psi_e = 0.5(\Psi_E + \Psi_P) = 0.5(\Psi_{i+1,j} + \Psi_{i,j})$ ； $\Psi_w = 0.5(\Psi_P + \Psi_W) = 0.5(\Psi_{i,j} + \Psi_{i-1,j})$ ； $\Psi_n = 0.5(\Psi_N + \Psi_P) = 0.5(\Psi_{i,j+1} + \Psi_{i,j})$ ； $\Psi_s = 0.5(\Psi_P + \Psi_S) = 0.5(\Psi_{i,j} + \Psi_{i,j-1})$ ； $\Psi$ 可表為 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ 、 $h_1$ 、 $h_2$ 、 $D$ 、 $z_s$ 和 $z_b$ ； $i$ 、 $j$ 分別代表水平格網上任一點之縱向及橫向位置。

混合型上風法為上風法(upwind scheme)與中央差分法(central difference scheme)組合而成，當移流效應重要時，採用上風法；移流效應不重要時，則採用中央差分法。至於移流效應重要性的判斷，則採用格網雷諾數(mesh Reynolds number) $R_x$ 、 $R_y$ 作為判斷的因子，當 $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 大於2時，代表移流效應重要，差分方法採用能反應方向性的上風法； $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 小於等於2時，移流效應可視為不重要，差分方法採用中央差分法。混合型上風法應用於本研究移流項的處理可表成：

$$\frac{\bar{u}_{i,j}^n}{h_{1,i,j}} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \xi}\right)_{i,j} = 0.5 \frac{\bar{u}_{i,j}^n}{h_{1,i,j}} \left[ (1 - \alpha_{x,i,j}) \left(\frac{\Phi_{i+1,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta \xi}\right) + (1 + \alpha_{x,i,j}) \left(\frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta \xi}\right) \right] \quad (3.18)$$

$$\frac{\bar{v}_{i,j}^n}{h_{2,i,j}} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \eta}\right)_{i,j} = 0.5 \frac{\bar{v}_{i,j}^n}{h_{2,i,j}} \left[ (1 - \alpha_{y,i,j}) \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{\Delta \eta}\right) + (1 + \alpha_{y,i,j}) \left(\frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta \eta}\right) \right] \quad (3.19)$$

其中

$$\alpha_x = \begin{cases} 0 & |R_x| \leq 2 \\ 1 & R_x > 2 \\ -1 & R_x < -2 \end{cases}; \alpha_y = \begin{cases} 0 & |R_y| \leq 2 \\ 1 & R_y > 2 \\ -1 & R_y < -2 \end{cases} \quad (3.20)$$

上列諸式中， $R_x = \bar{u}_{i,j}^n h_{1,j} \Delta \xi / (\mu / \rho_0)$ ； $R_y = \bar{v}_{i,j}^n h_{2,i} \Delta \eta / (\mu / \rho_0)$ ； $\mu$  為流體動力黏滯係數(dynamic viscosity)； $\Phi$  可表成  $\bar{u}$  或  $\bar{v}$ 。

水深平均二維模式均採用隱式法，可採用較高的 CFL 數值，CFL 計算如下：

$$CFL = (\bar{u} / h_1 + \bar{v} / h_2) \Delta t_H \quad (3.21)$$

其中  $\Delta t_H$  為水深平均二維模式所採用之時間間距。

### 流速差異量部分

流速差異量的差分方法亦採用控制體積法的觀念離散控制方程式，如圖 3.3 所示，E、W、N、S、T、B 為相鄰格點，e、w、n、s、t、b 為控制面。模式計算之變數亦放置在交錯網格(staggered grid)上，如前述圖 3.2。(3.10)及(3.11)等式左邊採用 Crank-Nicolson method，而等式右邊  $M_u$  和  $M_v$  的空間差分則採用中央差分法。由於在水平方向的空間差分仍為顯示法，因此時間間距的要求如下：

$$\Delta t < 0.6 \frac{\Delta z}{\sqrt{2gD_{\max}}} \quad (3.22)$$

另外在離散垂向格網時，需注意 sigma 座標可能產生的累積誤差(Mellor et al. 1994)，垂向格網尺寸有以下限制：

$$\max \left( \left| \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D / \partial \xi}{\Delta \sigma} \right|, \left| \frac{\sigma}{D} \frac{\partial D / \partial \eta}{\Delta \sigma} \right| \right) < 1 \quad (3.23)$$

舉例而言，若均分 20 層垂向格網，則水流方向或側方向任兩個同一分層格網的水深梯度/水深的比值不可大於 1/20。由此可知，底床變動在 sigma 座標情況

下，並無法適用在過於劇烈變化的底床，否則誤差累積後，數值穩定性將受到影響。

### 3.2 沉滓運移部分

沉滓運移首先求解懸浮載濃度之移流傳輸，求得懸浮載濃度的空間分布後，再行求解作用層連續方程式與底床連續方程式，下列分述其求解架構與數值方法。

#### 3.2.1 求解架構

##### 質量傳輸方程式

與流速差異量相同，基於尺度之考量，濃度的移流傳輸採用垂直水平切割的操作方法，在垂直方向的微分項採用隱式法，水平方向的微分項採用疊代收斂，首先將式(2.39)分為濃度對垂直方向微分項與濃度對水平微分項( $M_c$ )，並對時間離散，如下所示：

$$\frac{C^{n+1} - C^n}{\Delta t} + \omega \frac{\partial C^{n+1}}{\partial \sigma} - \frac{1}{D^2} \frac{\partial C^{n+1}}{\partial \sigma} \frac{\partial \varepsilon_{sv}}{\partial \sigma} - \frac{\varepsilon_{sv}}{D^2} \frac{\partial^2 C^{n+1}}{\partial \sigma^2} - \frac{w_f}{D} \frac{\partial C^{n+1}}{\partial \sigma} - \frac{C^{n+1}}{D} \frac{\partial w_f}{\partial \sigma} = M_c^{n*} \quad (3.24)$$

其中  $M_c^{n*}$  包含其他水平方向的移流擴散項，上標  $n^*$  表示疊代收斂，其包含的物理項如下：

$$M_c = \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \varepsilon_{sH} \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{h_2}{h_1} \right) + \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial C}{\partial \xi} \frac{\partial \varepsilon_{sH}}{\partial \xi} + \frac{h_2}{h_1} \varepsilon_{sH} \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} \right. \\ \left. + \varepsilon_{sH} \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{h_1}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial C}{\partial \eta} \frac{\partial \varepsilon_{sH}}{\partial \eta} + \frac{h_1}{h_2} \varepsilon_{sH} \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} - \bar{u} h_2 \frac{\partial C}{\partial \xi} - \bar{v} h_1 \frac{\partial C}{\partial \eta} \right] \quad (3.25)$$

同樣針對垂向格點進行隱式法離散，式(3.21)可型如下式：

$$A_T C_T^{n+1} + A_P C_P^{n+1} + A_B C_B^{n+1} = M_C^{n*} \quad (3.26)$$



時間間距的計算與流速差異量相同。

### 作用層與底床連續方程式

作用層連續方程式與底床連續方程式所求解的粒徑比例與底床沖淤量具相似的時間尺度，且作用層方程式的守恆性，必須依賴作用層連續方程式與底床連續方程式在同一時間間距下同時求解。本研究採用式(2.51)之作用層源維持各代表粒徑之比例在作用層中的和為 100%，以結合演算法(Spasojevic and Holley, 1990)概念求解如下：

在主要格點 P(圖 3.1)之離散方程式共有  $m+1$  個，若以向量表示則如下式：

$$\vec{s}^{n+1} = (z_b^{n+1}, \beta_1, \dots, \beta_m, \dots, \beta_M) \quad (3.27)$$

若整體運算的沉澱可以  $m$  個代表粒徑做表示，則包含  $m$  個  $\beta_m$  需求解粒徑之間的比例，剩餘一個變數為底床高程。以更簡單的表示方法如：

$$\vec{s}^{n+1} = (s_1, s_{m+1}) \quad m=1, M \quad (3.28)$$

$M$  表示代表粒徑總數目， $m$  表示代表粒徑編號。將式(3.24)與式(3.25)分別以向量形式表示則如下式：

$$F_1(\vec{s}^{n+1}) = 0 \quad (3.29)$$

$$F_{m+1}(\vec{s}^{n+1}) = 0 \quad m=1, M \quad (3.30)$$

式(3.26)與式(3.27)式分別對應式(2.40)與式(2.41)，均為一非線性代數式，加以線性化後，利用 Newton-Raphson 法疊代求解：

$$\left[ \frac{\partial F_1}{\partial \vec{s}} \right] \Delta \vec{s} = -F_1(\vec{s}^{n+1}) \quad (3.31)$$

$$\left[ \frac{\partial F_{m+1}}{\partial \vec{s}} \right] \Delta \vec{s} = -F_{m+1}(\vec{s}^{n+1}) \quad m=1, M \quad (3.32)$$

式(3.28)與式(3.29)中， $[\partial F / \partial \bar{s}]$ 為 Jacobian 係數矩陣中之列向量； ${}^l \bar{s}^{n+1}$ 為前一次疊代未知向量； $\Delta \bar{s}$ 為疊代過程的向量修正值。解得向量修正值 $\Delta \bar{s}$ 後，可得新的 ${}^{l+1} \bar{s}^{n+1}$ 向量：

$${}^{l+1} \bar{s}^{n+1} = {}^l \bar{s}^{n+1} + \Delta \bar{s} \quad (3.33)$$

當達到(*torr* 為收斂容許誤差值)收斂條件時，疊代得以結束；一般而言，疊代 2 至 3 次即可達到誤差小於  $1 \times 10^{-8}$  之精度。

### 3.2.2 數值差分

採用混合型上風法與中央差分法離散式(3.21)等號左方各空間項：

$$\begin{aligned} & \frac{C_P^{n+1} - C_P^n}{\Delta t} + \omega \left( (1 + \alpha_z) \frac{C_T^{n+1} - C_P^{n+1}}{\sigma_T - \sigma_P} + (1 - \alpha_z) \frac{C_P^{n+1} - C_B^{n+1}}{\sigma_P - \sigma_B} \right) \\ & - \frac{w_{fh}}{D} \left( (1 + \alpha_z) \frac{C_T^{n+1} - C_P^{n+1}}{\sigma_T - \sigma_P} + (1 - \alpha_z) \frac{C_P^{n+1} - C_B^{n+1}}{\sigma_P - \sigma_B} \right) \\ & - \frac{1}{D^2} \left( \frac{C_T^{n+1} - C_B^{n+1}}{\sigma_T - \sigma_B} \right) \left[ \frac{(\epsilon_{sV})_T - (\epsilon_{sV})_B}{\sigma_T - \sigma_B} \right] \frac{\epsilon_{sV}}{D^2} \left[ \frac{(C_T^{n+1} - C_P^{n+1})}{(\sigma_T - \sigma_P)(\sigma_P - \sigma_B)} - \frac{(C_P^{n+1} - C_B^{n+1})}{(\sigma_P - \sigma_B)^2} \right] \\ & + C_P^{n+1} \left[ -\frac{1}{D} \frac{(w_{fh})_T - (w_{fh})_B}{\sigma_T - \sigma_B} \right] = M_c^{n*} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\text{其中 } \alpha_z = \begin{cases} 0 & |R_z| \leq 2 \\ 1 & R_z > 2 \\ -1 & R_z < -2 \end{cases} \quad (3.35)$$

與式(3.20)相似，其中  $R_z = \omega_{i,j,k}^n \Delta z / (\mu / \rho_0)$  為垂向之格網雷諾數，用以判斷垂向濃度移流所適用的差分方法。

式(3.31)等號左邊整理如式(3.23)後，將等號右邊也就是式(3.22)同樣除移流項外以中央差分法離散：

$$\begin{aligned}
M_c^{n*} = & \frac{1}{h_1 h_2} \left\{ \varepsilon_{sH} (C_e^{n*} - C_w^{n*}) \left( \left( \frac{h_2}{h_1} \right)_e - \left( \frac{h_2}{h_1} \right)_w \right) + \varepsilon_{sH} (C_n^{n*} - C_s^{n*}) \left( \left( \frac{h_1}{h_2} \right)_n - \left( \frac{h_1}{h_2} \right)_s \right) \right. \\
& + \frac{h_2}{h_1} (C_e^{n*} - C_w^{n*}) [(\varepsilon_{sH})_e - (\varepsilon_{sH})_w] + \frac{h_2}{h_1} \varepsilon_{sH} (C_E^{n*} - 2C_P^{n*} + C_W^{n*}) \\
& + \frac{h_1}{h_2} (C_n^{n*} - C_s^{n*}) [(\varepsilon_{sH})_n - (\varepsilon_{sH})_s] + \frac{h_1}{h_2} \varepsilon_{sH} (C_N^{n*} - 2C_P^{n*} + C_S^{n*}) \\
& - \bar{u} h_2 \left( (1 + \alpha_x) \left( \frac{C_E^{n*} - C_P^{n*}}{\Delta \xi} \right) + (1 - \alpha_x) \left( \frac{C_P^{n*} - C_W^{n*}}{\Delta \xi} \right) \right) \\
& \left. - \bar{v} h_1 \left( (1 + \alpha_y) \left( \frac{C_N^{n*} - C_P^{n*}}{\Delta \eta} \right) + (1 - \alpha_y) \left( \frac{C_P^{n*} - C_S^{n*}}{\Delta \eta} \right) \right) \right\} \quad (3.36)
\end{aligned}$$

下標符號 P、E、W、N、S、e、w、n 與 s 與格網離散的關連性與前節相同，如圖 3.3 所示。n+1 表示 (n+1)Δt 時刻之未知變數；Δt = t<sup>n+1</sup> - t<sup>n</sup>；n 表示 nΔt 時刻之已知變數。α<sub>x</sub> 與 α<sub>y</sub> 以式(3.20)的計算方式相似，但是以  $\bar{u}_{i,j,k}$  取代  $\bar{u}_{i,j}$ ，以  $\bar{v}_{i,j,k}$  取代  $\bar{v}_{i,j}$ ，方可考慮流速在深度方向分布之差異。

採用中央差分法離散式(3.28)與式(3.29)的空間項後，可分別表示為：

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho_s(1-p)}{\Delta t} \left[ (\beta_m E_p)^{n+1} - (\beta_m E_p)^n \right]_P + \frac{0.5}{h_{1p} h_{2p}} \left[ h_{2e} (q_{b1_m})_e^{n+1} - h_{2w} (q_{b1_m})_w^{n+1} \right] \\
& + \frac{0.5}{h_{1p} h_{2p}} \left[ h_{2e} (q_{b1_m})_e^n - h_{2w} (q_{b1_m})_w^n \right] + \frac{0.5}{h_{1p} h_{2p}} \left[ h_{1n} (q_{b2_m})_n^{n+1} - h_{1s} (q_{b2_m})_s^{n+1} \right] \\
& + \frac{0.5}{h_{1p} h_{2p}} \left[ h_{1n} (q_{b2_m})_n^n - h_{1s} (q_{b2_m})_s^n \right] + \frac{1}{2} (S_{s_m}^{n+1} + S_{s_m}^n)_P - (S_f)_P = 0 \quad (3.37)
\end{aligned}$$

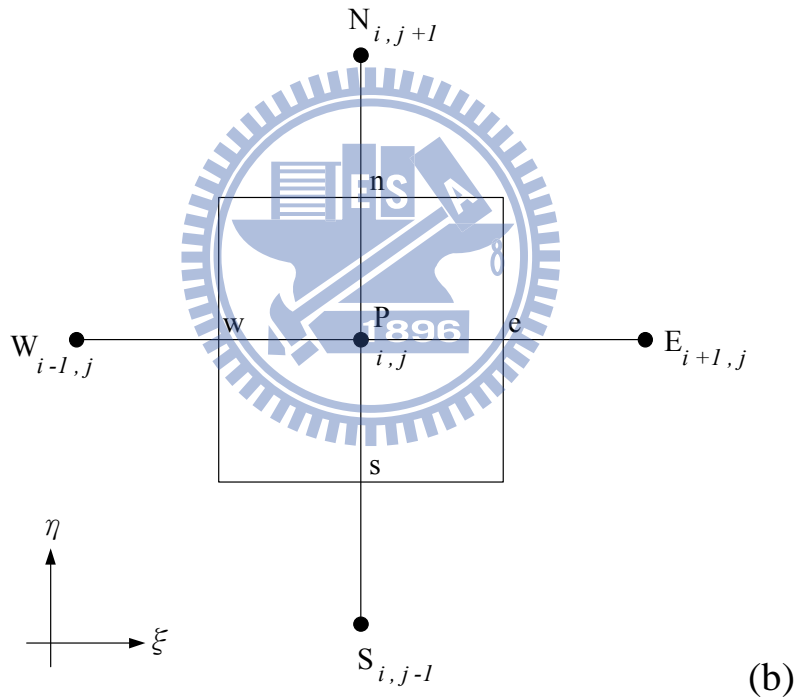
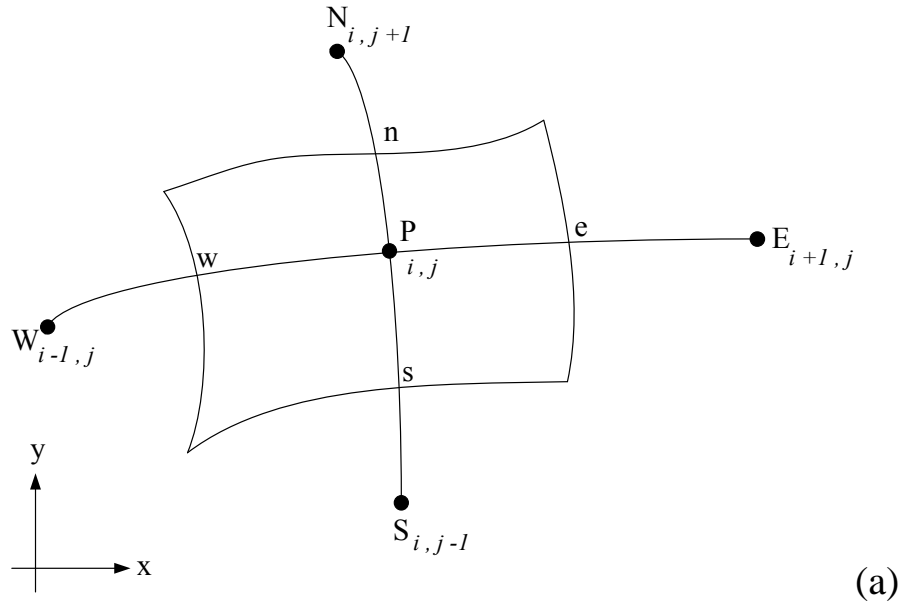
$$\begin{aligned}
& \frac{\rho_s(1-p)}{\Delta t} \left[ z_b^{n+1} - z_b^n \right]_P + \\
& \frac{1}{h_{1p} h_{2p}} \sum_{m=1}^M \left\{ \frac{1}{2} \left[ h_{2e} (q_{b1_m})_e^{n+1} - h_{2w} (q_{b1_m})_w^{n+1} \right] + \frac{1}{2} \left[ h_{2e} (q_{b1_m})_e^n - h_{2w} (q_{b1_m})_w^n \right] \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \left[ h_{1n} (q_{b2_m})_n^{n+1} - h_{1s} (q_{b2_m})_s^{n+1} \right] + \frac{1}{2} \left[ h_{1n} (q_{b2_m})_n^n - h_{1s} (q_{b2_m})_s^n \right] \right\} + \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} (S_{s_m}^{n+1} + S_{s_m}^n)_P = 0 \quad (3.38)
\end{aligned}$$

其中下標符號 P、e、w、n 與 s 與格網離散的關連性如前節所述，標示於圖 3.3。

### 3.3 模式演算流程

本研究數值模式演算流程如圖 3.4 所示。

1. 首先藉由水平二維模式計算水深(式 3.9)與水深平均流速，此部分包含輸入邊界條件，考慮流變關係對底床剪力之影響以及計算水體中因含砂濃度產生的密度差異量。水深平均流速先以式(3.4)、式(3.5)計算延散步驟之流速，再由式(3.6)、式(3.7)計算傳播步驟之流速。
2. 以流速差異量模式，求解式(3.10)、式(3.11)得到三維流場之流速差異量。三維流場之流速係以  $\bar{u} = \bar{u} + \bar{u}'$ 、 $\bar{v} = \bar{v} + \bar{v}'$  得到。
3. 以式(2.1)之連續方程式計算  $\bar{w}$ 。
4. 以式(2.12)、式(2.13)與式(2.14)計算有效剪應力  $T_{ij}$ ，以反饋深度平均方程式。
5. 若水理部分尚未收斂，或是在變量流過程尚未達到下一個計算階段，則回到步驟 1 繼續計算。
6. 以式(3.34)求解質量傳輸方程式。
7. 藉由式(3.31)與式(3.32)之概念，聯立求解式(3.37)與式(3.38)，以解析作用層中各個代表粒徑的百分比與底床沖淤量。
8. 若尚未達到計算時間則回到步驟 1，否則結束。



$i$ 、 $j$  分別代表水平格網上任一點之縱向及橫向位置；(a) 物理域；(b) 計算域  
(謝德勇, 2002)

圖 3.1 水平格網控制體積法示意圖

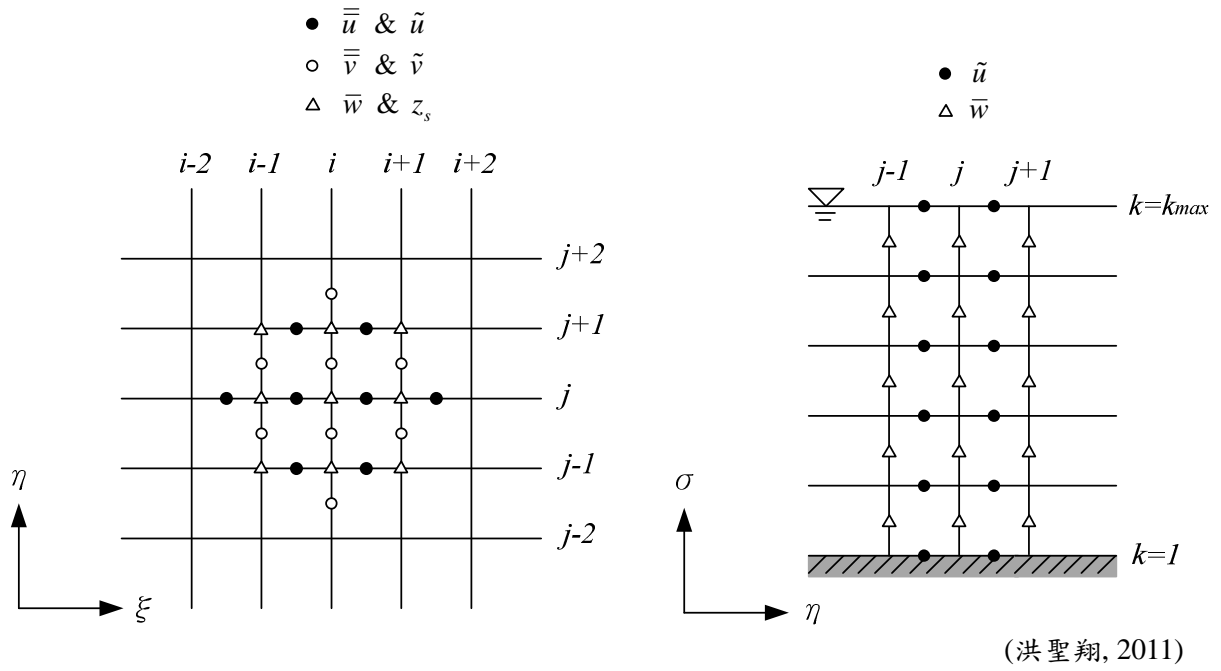
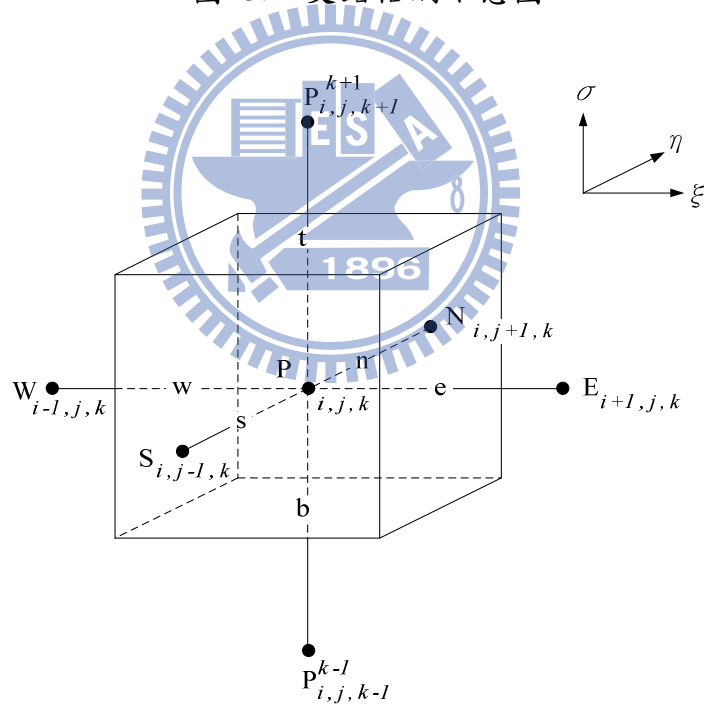


圖 3.2 交錯格網示意圖



$i$ 、 $j$ 分別代表水平格網上任一點之縱向及橫向位置； $k$ 代表在垂向格網上的位置(洪聖翔, 2011)

圖 3.3 三維流場與濃度離散之控制體積法示意圖(計算域)

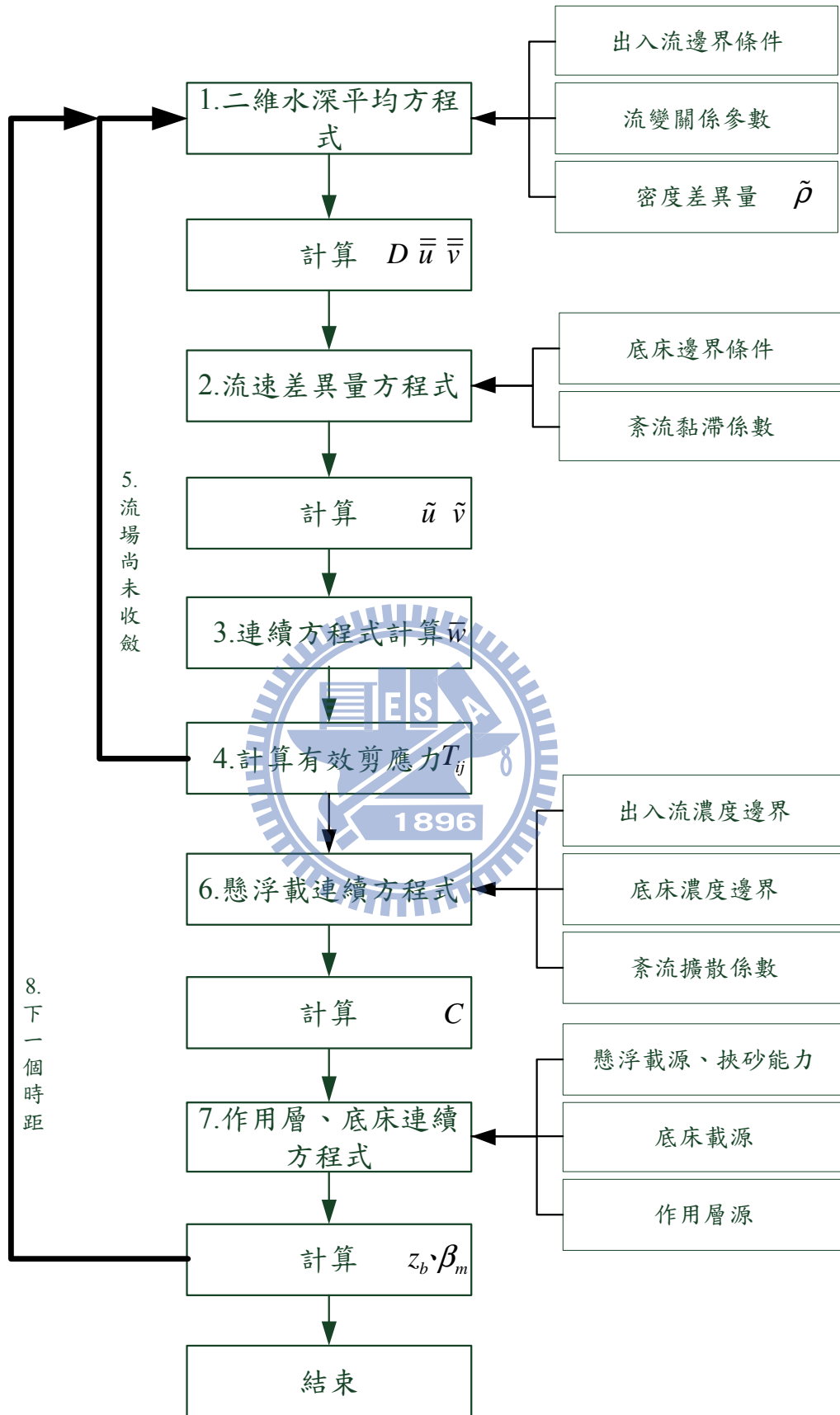


圖 3.4 數值模式演算流程圖

## 第四章 模式參數敏感度分析

本研究主要針對所發展之高含砂水流動床模式，分析模式各項參數對流速、水深、濃度、底床沖淤之敏感度。本研究首先考慮定床狀態下，忽略沉滓交換機制，探討流速與水深之影響參數敏感度。接續考慮沉滓運移機制，也就是粒徑因子影響與濃度移流擴散之計算，探討參數對濃度、底床沖淤之敏感程度。為能廣泛探討模式參數敏感度，首先需進行參數彙整，並就合理範圍進行參數取樣以利案例設計，再針對模式不同模擬功能進行分析，以下分別說明。

### 4.1 參數彙整

為分析定床水理、沉滓濃度與底床沖淤等部分的功能，須針對各項參數進行蒐集。各項參數包含：邊界條件總流量  $Q$ 、下游邊界之正常水深  $H$ 、入流濃度  $C$ 、渠道寬度  $B$ 、渠道坡降  $S_0$ 、沉滓粒徑  $D_m$ 、含砂水流流體密度  $\rho$ 、黏滯係數  $\mu$ 、乾砂密度  $\rho_s$ 、流變關係參數常數項係數  $\alpha_1$  與  $\alpha_2$ 、流變關係參數指數項係數  $\beta_1$  與  $\beta_2$ 、賓漢黏滯係數層流阻力  $K_l$ 、Chezy 糙度係數  $c_c$ 、重力加速度  $g$ 、紊流黏滯係數  $\nu_v$  ( $=\nu_H$ )、沉滓紊流擴散係數  $\varepsilon_{sv}$  ( $=\varepsilon_{sh}$ )、粗糙高度  $k_s$ 。

定床水理部分，模式參數可整理為：

$$f_{w1}(Q, C, B, H, S_0, \rho, \mu, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, K_l, c_c, g, \nu_v, k_s) \quad (4.1)$$

濃度與底床沖淤部分，模式參數整理為

$$f_{m1}(Q, C, B, H, S_0, D_m, \rho, \rho_s, \mu, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, K_l, c_c, g, \nu_v, \varepsilon_{sv}, k_s) \quad (4.2)$$

下游邊界之正常水深以曼寧公式計算，不列入分析參數。 $c_c$ 、 $K_l$  與  $k_s$  均考量與  $C_f$  關連性。 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$  以  $\tau_B = \alpha_1 e^{C\beta_1}$  與  $\mu_B = \alpha_2 e^{C\beta_2}$  表示為賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數。忽略幾乎為常數之  $\rho_s$  與  $g$ ， $\rho$  僅為濃度函數，而濃度  $C$  係以邊界條件之水深平均濃度  $\bar{C}$  代表。因此模式參數可就水理以及濃度、底床沖淤兩部分



整理為：

$$f_{w2}(Q, \bar{C}, B, S_0, \tau_B, \mu_B, C_f, u_V) \quad (4.3)$$

$$f_{m2}(Q, \bar{C}, B, S_0, D_m, \tau_B, \mu_B, C_f, u_V, \varepsilon_{sV}) \quad (4.4)$$

## 4.2 案例設計

### 參數範圍蒐集

各項參數之範圍與統計特性在界定時有其複雜度，本研究在合理的範圍內，儘量涵蓋高含砂水流水理、泥砂條件，對模擬結果的敏感度。流量、坡度、底床糙度部分，本研究參考 Hsieh and Yang(2003)之水理條件範圍進行設定，範圍如表 4.2 所列之流量、坡度與曼寧糙度。

粒徑部分，自然界中河川沉滓粒徑涵蓋範圍廣泛，不同河川由於坡度、地質情況差異大，粒徑差異也相當廣泛，涵蓋所有情況有其困難度。為能有效模擬高含砂水流沉滓運移，避免沖洗載出現，且維持懸浮載佔多數的情況，參考水利署(2008)與水利署(2011)之實驗條件，將粒徑在 0.060 mm 與 0.12 mm 範圍內均勻選取粒徑條件，每一案例均為單一代表粒徑。

入砂濃度以式(2.49)挾砂能力經驗公式計算。流變關係參數範圍參考表 1.2 之  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$ ，分析其統計特性，如表 4.1，各項功能之敏感度分析均分別以 200 組案例進行分析，相關條件與參數範圍如表 4.2。

### 設計方法

根據上述參數範圍，除了流變關係參數外，其他參數均假設均勻分布亂數取樣 600 組，採用整體敏感度分析。式(4.3)、式(4.4)僅有紊流黏滯係數與紊流擴散係數以經驗公式計算後給與 0.70 至 1.30 之間的亂數作為倍數，入流濃度為了避

免產生過於乖離之濃度，以挾砂能力計算後，給定 0.7 至 1.3 之間的亂數作為倍數，產生適當的超載與減載，其他參數之間假設獨立以設計案例。水槽幾何條件為矩型斷面，直線渠道。整體參數範圍列如表 4.2，由參數範圍可知，本研究設計案例之寬深比均大於 10，福祿數位於 0.05 至 2.0，雷諾數位於  $1 \times 10^5$  至  $7.1 \times 10^6$ ， $C_f$  位於 0.002 至 0.023，可知本研究之案例設計範圍已經盡量涵蓋廣泛的水理條件範圍。

### 4.3 水理部分

圖 4.1 為水深平均速度受參數影響之敏感度分析結果，可以發現除底床坡度、渠寬與邊界流量外，計算底床剪力所需之底床糙度與流變關係參數為水深平均速度的主要影響參數。進行水深分析時，由於紊流黏滯係數係藉由式(2.29)計算，與水深為明顯相關，而水深為模式敏感度分析時之下游邊界，導致紊流黏滯係數與水深相關性過高，因此在水深部分排除紊流黏滯係數後進行敏感度分析。

本研究模擬條件為直線道案例，為探討三維流場的敏感參數，以主流方向之流速剖面為探討對象。為能釐清流速剖面變異程度之影響參數，以深度平均流速做無因次化，降低流速剖面之間的尺度差異。圖 4.2 展現所有模擬結果的無因次流速剖面分布，橫軸為無因次流速，縱軸為無因次水深。選取剖面在水面與底床無因次速度均最靠近 1.0 的模擬結果作為基值案例(圖 4.2 之箭頭)，再計算水面與近底床流速與基值案例之差，進行敏感度分析。分析結果如圖 4.3 與圖 4.4 所示，可發現水面與近底床無因次流速的影響參數為相反趨勢。除了流量與坡度外，紊流黏滯係數為主要影響參數，其次為流變關係與糙度係數。就趨勢而言，紊流黏滯係數越大，水面流速越小，而近底床速度越大，即接近基值案例。也就是說，紊流黏滯係數越小則流速在垂直方向的梯度越大。

圖 4.5 為水深之模擬結果，如同深度平均流速之敏感度分析結果，流量、渠

寬與坡度等為主控參數，屬於邊界條件與幾何條件。其他參數相對不確定較高，其中糙度係數為敏感度較高的參數，其次為流變關係參數。

#### 4.4 濃度部分

對水深平均濃度模擬結果而言，入流濃度影響程度甚高，為釐清參數之敏感度，針對水深平均濃度之敏感度分析排除入流濃度影響。敏感度分析結果如圖 4.6 所示，除坡度與流量外，反應在底床剪力的糙度係數與沉滓粒徑為主控參數。濃度部分參數忽略紊流黏滯係數，主要是因為紊流黏滯係數與紊流擴散係數均為相似的經驗式(式 2.29 與式 2.53)，且與濃度求解之關連性低。

另外為探討濃度在三維空間分布之特性，合理比較濃度剖面差異，以底床濃度對三維濃度作無因次化。將各案例之無因次濃度剖面沿水深分布做比較，圖 4.7 為不同案例之無因次濃度剖面。為計算敏感度，選取無因次濃度剖面變化最小之案例作為基值案例，如圖 4.7 箭頭所示，並計算基值案例與其他案例之間的最大差異，其受各參數影響之敏感度分析結果如圖 4.8 所示。敏感度分析結果顯示，除了入流濃度、坡度、粒徑、底床糙度外，紊流擴散係數與賓漢黏滯係數為主控因子。趨勢上紊流擴散係數與入流濃度相同，兩者數值越高，則濃度剖面的趨勢越接近底床濃度，也就是沿水深分佈越顯均勻。粒徑則為相反，顯示粒徑越粗，則與基值案例越近，也就是濃度分布產生如基值案例相似的濃度分層效應。

由本研究敏感度分析結果可以發現，除了幾何條件、邊界條件與沉滓條件的粒徑等因子外，底床糙度與紊流擴散係數對濃度剖面有顯著的敏感度。底床糙度部分，主要為紊流擴散係數計算之函數，同時也藉由流場產生影響，以致於對濃度剖面影響顯著，相對而言，紊流擴散係數是直接影響濃度求解之參數，因此理論基礎的意義上敏感度相較於底床糙度更顯重要。

## 4.5 底床沖淤部分

圖 4.9 為底床沖淤受到各項參數與邊界、幾何條件下的敏感度分析結果。整體而言，幾何條件的坡度越陡、流量越高、渠寬越小與粒徑越細的情況下，模擬結果趨勢為沖刷，反之亦然。由圖 4.9 可以發現，除了幾何條件、邊界條件與沉滓條件的粒徑等因子外，影響程度最高的參數為底床糙度係數與流變關係參數之賓漢黏滯係數，兩者均是主控底床剪力之參數。

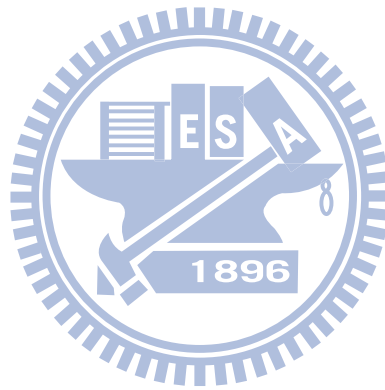


表 4.1 流變關係參數係數統計特性列表

統計量 參數	平均值	標準偏差	上限	下限
$\alpha_1$	0.0314	0.0511	0.2600	0.00004
$\beta_1$	0.2034	0.0242	0.2440	0.133
$\alpha_2$	0.0236	0.0511	0.15	0.000046
$\beta_2$	0.1807	0.0463	0.320	0.1770

表 4.2 參數敏感度分析案例設計範圍表

參數 項目	入流濃度 $\bar{C}$ (%)	坡度	流量 Q(cms)	渠寬 B(m)	粒徑 (mm)	曼寧糙度 ( $m^{-1/3}s$ )
數值	3.4-31	0.0005-0.02	0.075-11.0	3-15	0.06-0.12	0.015-0.043
參數 項目	紊流擴散係數 ( $m^2/s$ ) $\times 10^{-3}$	紊流黏滯係 數( $m^2/s$ ) $\times 10^{-3}$	賓漢降伏應 力( $N^2/m$ )	賓漢黏滯係數(s $N^2/m$ )	寬深比	福祿數
數值	2-3	2-4	0.008-14.0	0.0002-0.2	50-10	0.1-2.8

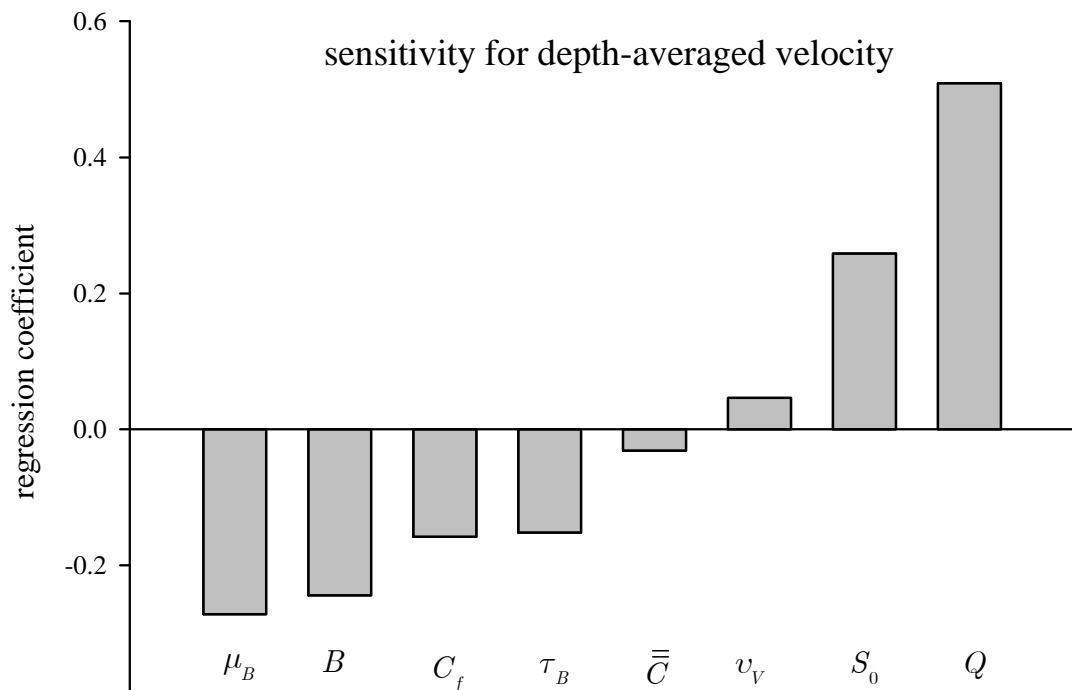


圖 4.1 模式參數對水深平均速度之敏感度係數柱狀圖

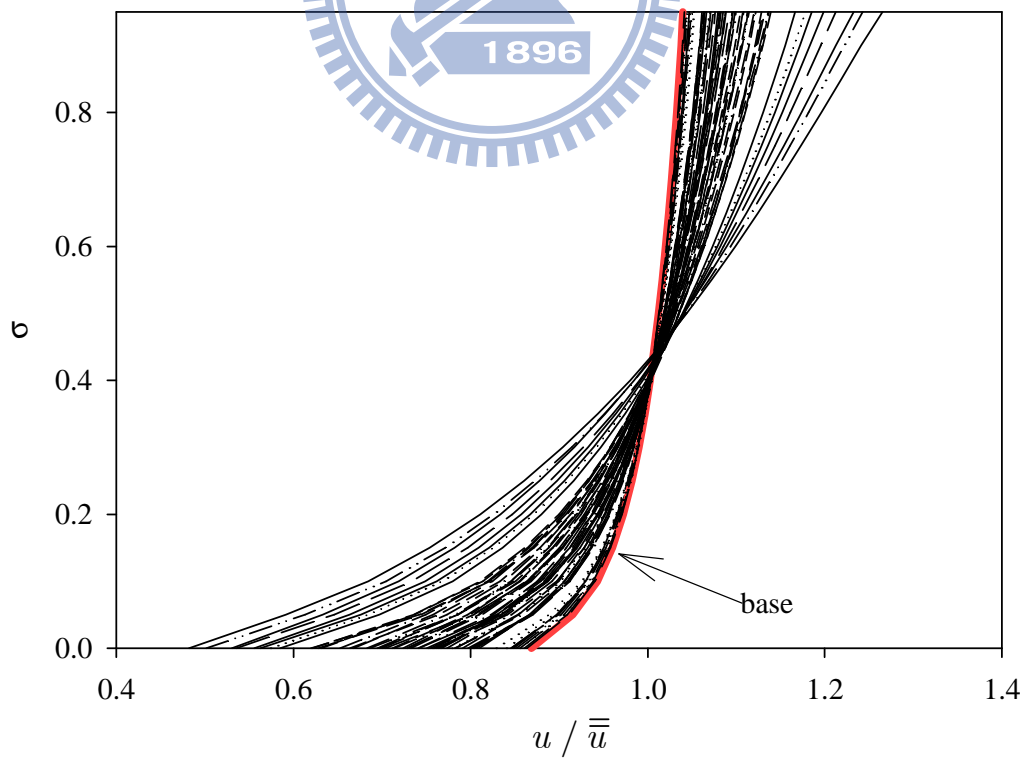


圖 4.2 不同案例之無因次縱向流速剖面圖與基值案例

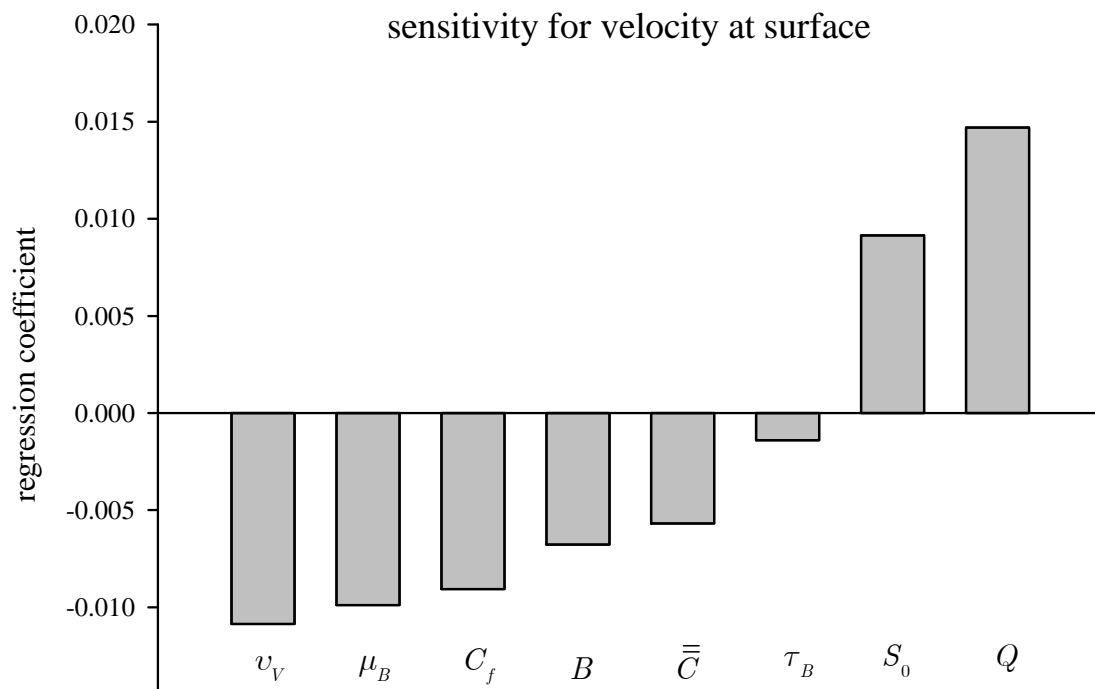


圖 4.3 模式參數對水面速度之敏感度係數柱狀圖

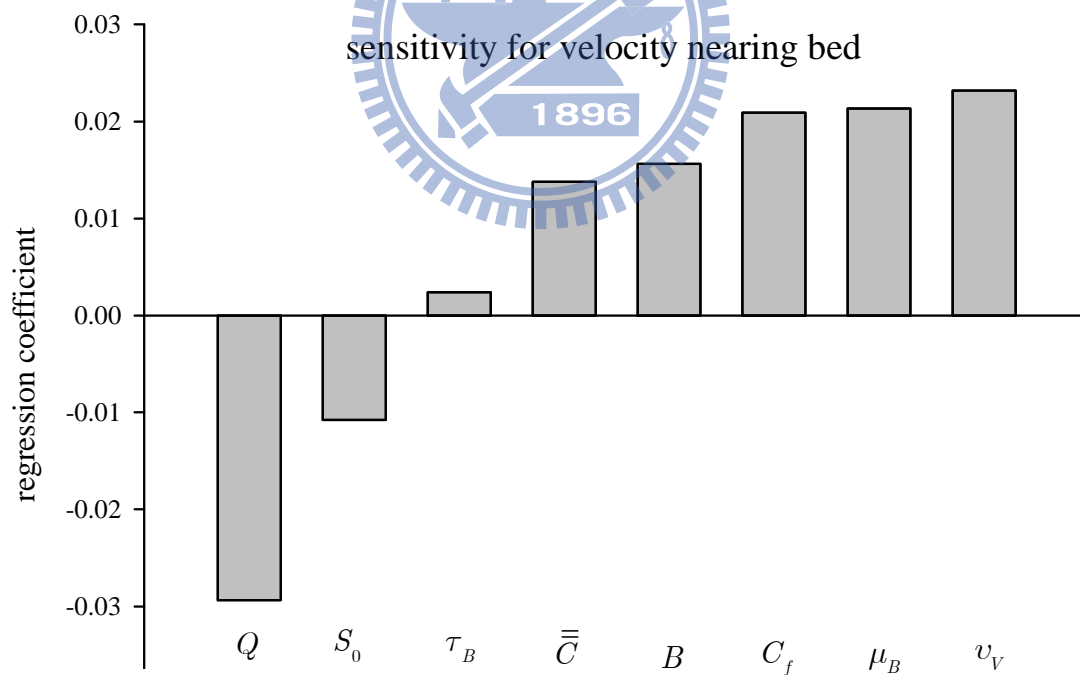


圖 4.4 模式參數對近底床速度之敏感度係數柱狀圖

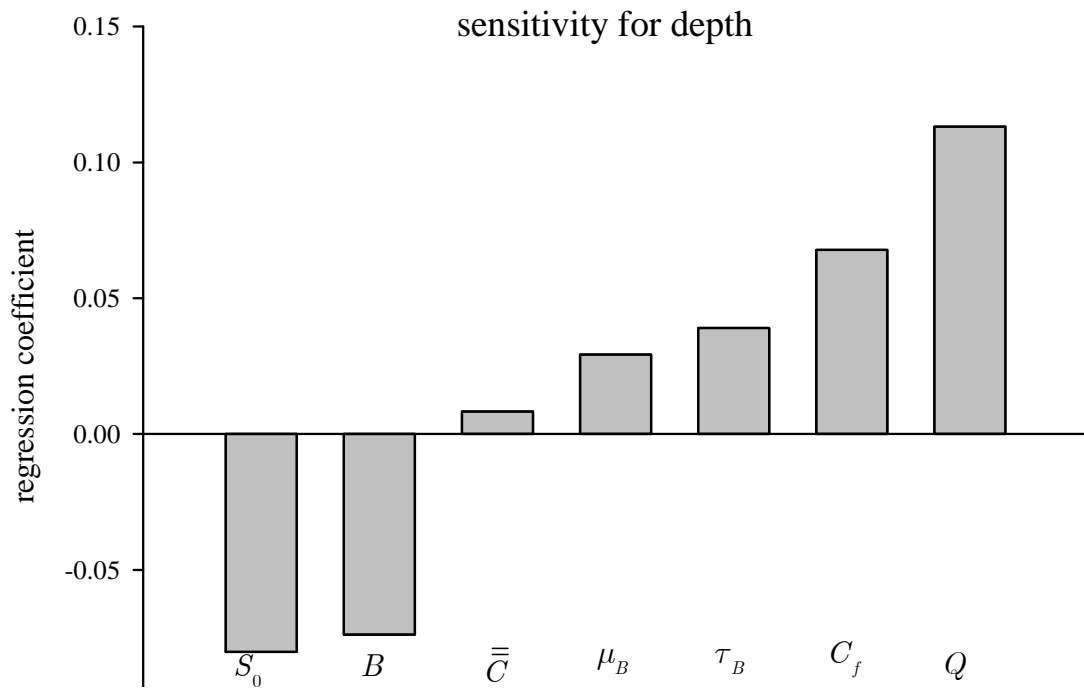


圖 4.5 模式參數對水深敏感度係數柱狀圖

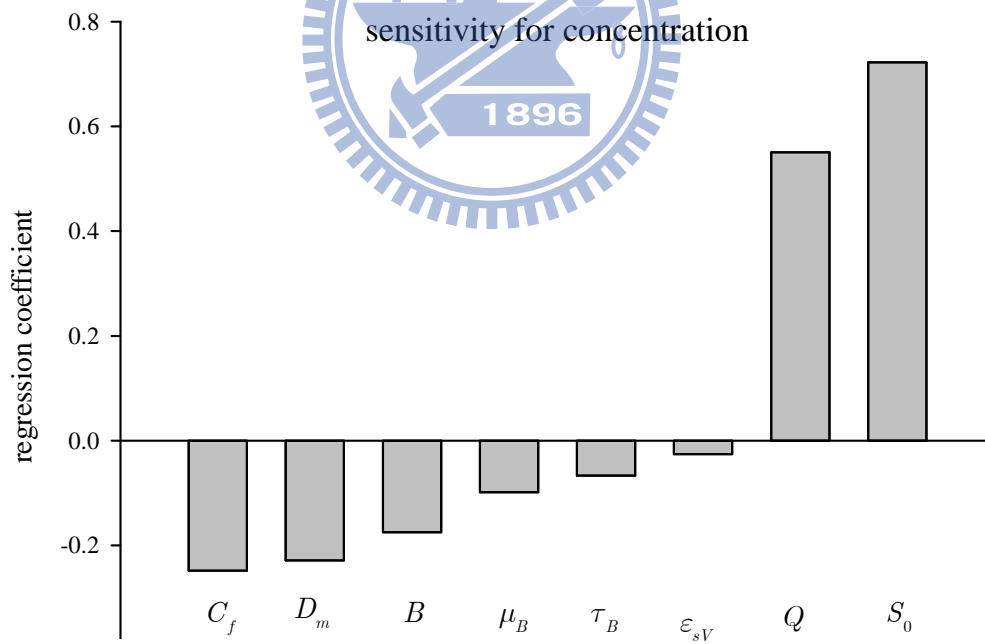


圖 4.6 模式參數對深度平均濃度之敏感度係數柱狀圖



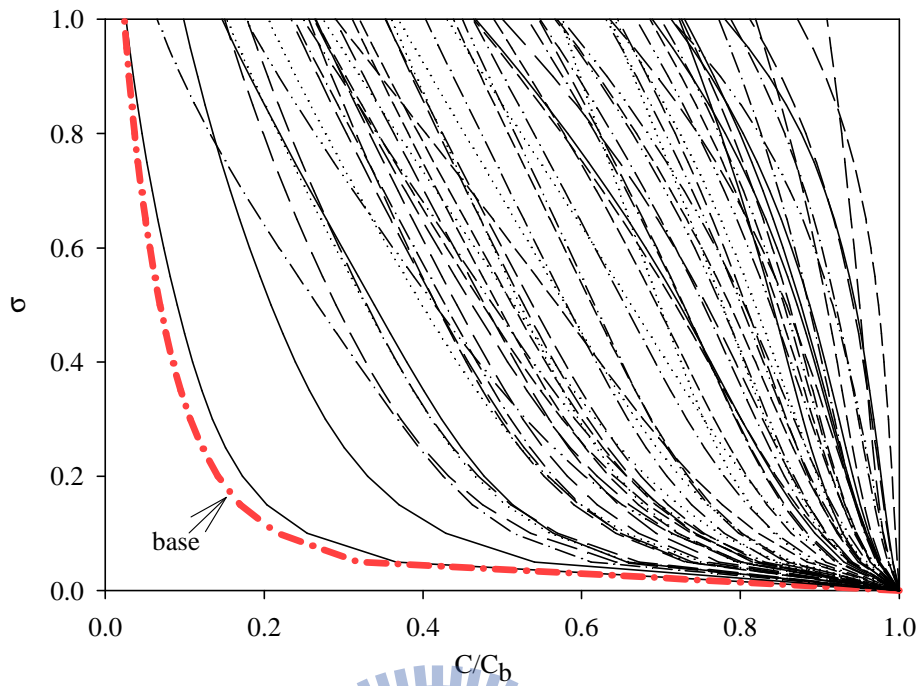


圖 4.7 不同案例之無因次濃度剖面圖與基值案例

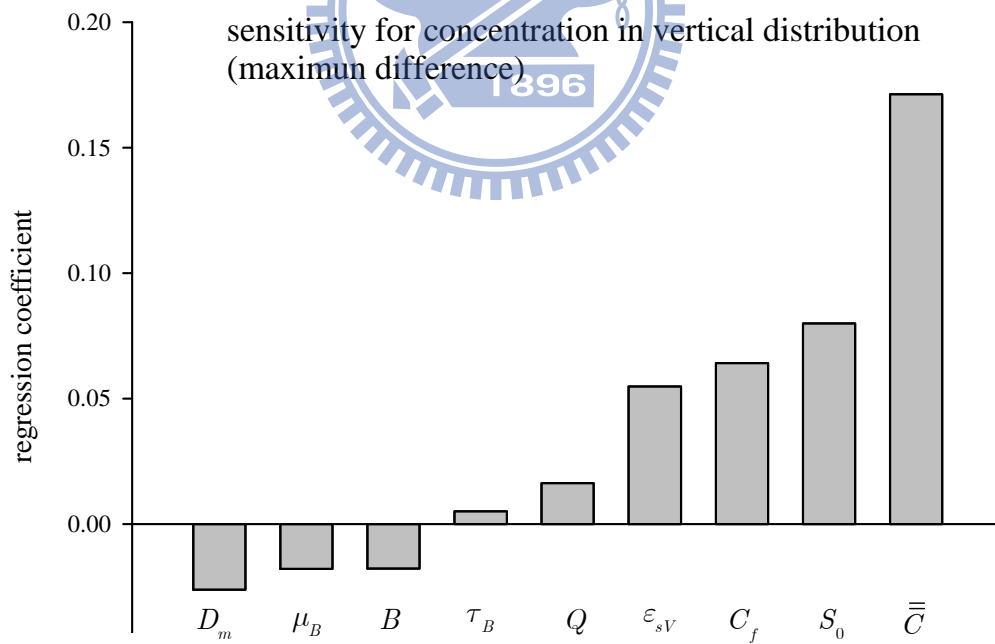


圖 4.8 模式參數對最大濃度垂直分布差異之敏感度係數柱狀圖

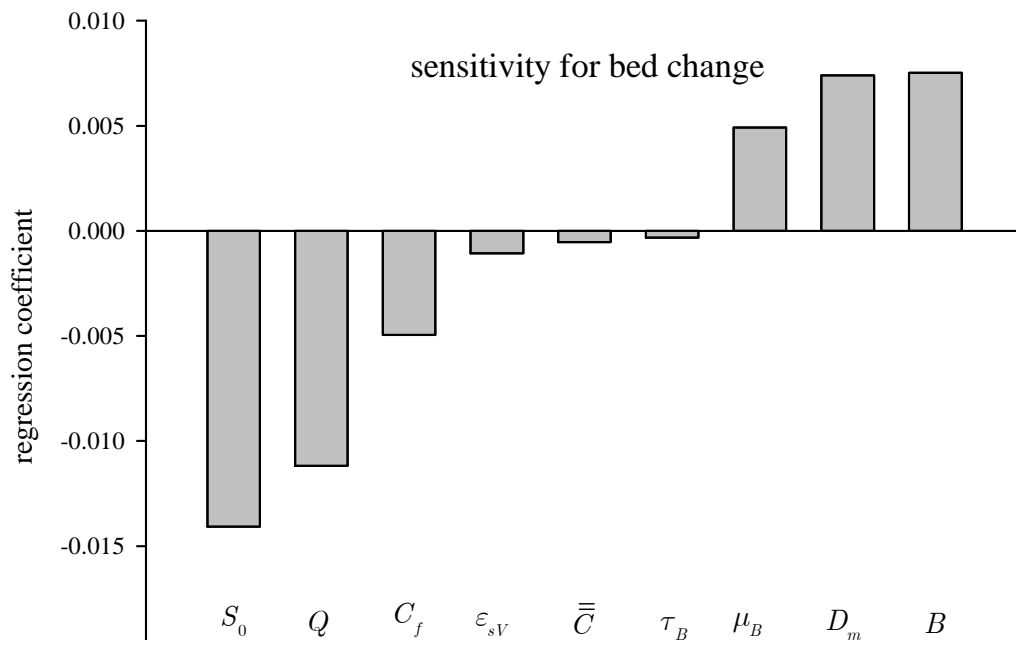
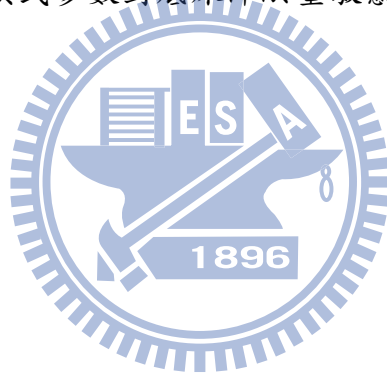


圖 4.9 模式參數對底床沖淤量敏感度係數柱狀圖



## 第五章 模式功能測試與驗證

由敏感度分析結果可發現，本研究高含砂水流數值模式並未有主控流場或沉滓運移特性之單一參數。但仍可以觀察到流變關係為水理、沉滓運移的重要影響因子，紊流擴散係數與流變關係顯著影響懸浮載濃度分布。本章主要是將所發展之數值模式分為水理與沉滓運移機制等兩個部分進行功能測試，檢定重要參數，並輔以實驗數據驗證。最後，為能展現複雜流場對高含砂水流沉滓運移之影響，以設計之彎道案例進行模擬，定性探討二次流對彎道濃度分布與底床沖淤之影響。

### 5.1 水理部分

#### 5.1.1 湧波傳遞案例

非牛頓流體流變特性對流體最明顯的影響是增加阻力，因此高含砂水流之湧波移動會明顯較清水流(牛頓流體)緩慢，且運移一段距離後，往往發生流體停止運移情況，也就是底床剪力與水體重力達到平衡，不再移動的情況。實際案例如堰塞湖或壩體結構物破壞時，可能發生高含砂水流潰壩而產生湧波。本研究分別以 Wright and Krone (1987)之實驗案例以及美國德州東部現場潰壩案例(Pastor et al., 2004; Chen and Peng, 2006)，驗證本研究數值模式對於湧波在直線傳遞與扇形擴展情況下，高含砂水流湧波傳遞與流體停止運移情況之模擬能力。

#### 直線湧波案例

Wright and Krone (1987)之實驗水槽 10 m 長，0.6 m 寬，坡度 6%；流變關係參數方面，賓漢降伏應力 42.6 Pa，賓漢黏滯係數 0.23 Pa·s，流體密度 1,073 kg/m<sup>3</sup>，底床糙度為曼寧  $n = 0.032$ 。本研究主要模擬水位變化，根據敏感度分析結果，底床糙度與流變參數為重要參數，由於此案例之重要參數均為已知，因此

無須進行參數檢定的工作。

為反應潰壩效應，設定水槽之初始水深在壩址至上游邊界約 2 m 長的距離內為 0.3 m(如圖 5.1)，且上下游邊界均無流量通過。圖 5.1 展示水深量測值與模擬值之結果，其中實驗結果在第 4.1 秒時已經靜止，水面不再運移之情況。比較第 60 秒與第 4.1 秒之模擬結果，運移距離並無明顯差異，因此可研判潰壩湧波的模擬結果在第 4.1 秒後已接近靜止。比較實驗與模擬值，雖然模擬最大堆積深度與實驗值相對誤差約 30%，但是整體而言高含砂水流前端位置之模擬值與實驗值相符，皆停留在距離上游約 8.5 m 之位置。

### 扇形擴展案例

本研究為能夠展現模式模擬高含砂水流潰壩後朝下游與兩側擴展流動之能力，採用美國德州東部的現場潰壩案例(Pastor et al., 2004；Chen and Peng, 2006)進行模擬分析。此案例上游壩體寬 350 m，長 110 m，深 11 m，流體由 140 m 寬之缺口向下游寬 620 m 之平床河道擴展，初始條件可參考圖 5.2 (a)。流變關係參數參考 Pastor et al.(2004)設定流體之賓漢降伏應力=1,000 Pa，賓漢黏滯係數=50 Pa·s，曼寧  $n=0.032$ ，流體密度為  $1,400 \text{ kg/m}^3$ 。由於實驗條件已經給定相關所需參數，無須進行參數檢定之步驟。

圖 5.2(b)到圖 5.2 (f)分別為 10 秒、30 秒、60 秒、120 秒及 240 秒之水深模擬結果立體圖，可看出模式具有模擬高含砂水流潰壩後，流體向兩側與下游擴展流動並達到停止流動情況之能力。配合圖 5.3 的缺口中心線水深變化可知，潰壩現象導致的波前運移，由大幅變化到穩定約 60 秒，第 120 秒與第 240 秒之結果幾乎相同，可研判 120 秒時已經達到靜止。

現場觀測資料顯示，高含砂水流達到水位靜止時，前端之運移距離位於缺口中心線下游 300 m 處。表 5.1 為沿缺口中心線，本研究所模擬之高含砂水流前端

靜止時距離上游缺口的運移距離模擬結果，並比較文獻其他模擬結果之誤差。其中本研究模擬之運移距離約 275 m，與現場觀測值相對差異約 8.3%，誤差大於 Pastor et al.(2004)0%，小於 Chen and Peng(2006)的 10%。另外現場觀測資料顯示該潰壩案例之湧波移動速度平均約 2.5 m/s，本研究模擬結果顯示流體停止運移時間約為 120 秒，顯示平均移動速度為 2.29 m/s，亦接近現場平均速度。此案例模擬結果顯示模式可合理反應高含砂水流潰壩在縱向與側向之運移特性。

### 5.1.2 彎道案例

為展示模式模擬高含砂水流情況下，彎道水位超高現象之能力，以 Ashida et al. (1981)彎道超臨界流之高含砂水流實驗(含砂體積濃度 40%)作為模擬案例。實驗有三組中心線曲率半徑之設定，分別為 0.4 m、0.6 m 與 1.0 m。其他幾何條件均相同，渠寬均為 0.2 m，彎道上游直線段坡度 20 度，彎道段及下游直線段坡度 10 度，幾何條件如圖 5.4。圖 5.4 中 A 到 B 斷面與 C 到 D 斷面為直線道，長度均為 0.4 m，B 到 C 為彎道，其外岸長度在中心線曲率半徑 0.4 m、0.6 m 與 1.0 m 之案例分別為 0.79 m、0.92 m 與 1.28 m。上下游均為超臨界流，因此上游須給予流量與水深作為邊界條件，相關參數列於表 5.2。實驗結果顯示，水深最大值出現在彎道出口處附近，隨中心線曲率半徑不同其最大深度值與其位置也有所不同。根據 Ashida et al. (1981)實驗結果，水深分布呈現內岸水深遠小於外岸，而近外岸處之通水面積遠大於內岸，也就是側向水位分布呈現極端水位超高之現象。

#### 流變關係參數檢定

Ashida et al. (1981)並未說明流變關係參數，本研究嘗試利用中心線曲率半徑為 0.4 m 之案例，在彎道 45 度斷面處之極端水位超高數據，如圖 5.5 所示，也就是水位在該斷面的側向分布，以檢定賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數。模擬結果發現賓漢黏滯係數之範圍在  $1 \times 10^{-4}$  Pa·s 以下時，45 度斷面側方向即產生極端的水

位超高現象，且當賓漢黏滯係數小於  $1 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  時，其變化對模擬結果的影響並不顯著，但極端水位超高的最大側向水深梯度位置則隨不同降伏應力值而有變化。因此，本研究設定賓漢黏滯係數為  $1 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ，再藉由調整賓漢降伏應力，使彎道 45 度處之側向水深梯度相似於實驗資料。圖 5.5 列出實驗資料之最大側向水深梯度位置(圖中垂直虛線)係在距離曲率中心 0.45 m 處，根據此位置檢定賓漢降伏應力結果，合理的數值約為 15 Pa。

### 模擬結果分析

圖 5.6、圖 5.7 與圖 5.8 分別為中心線曲率半徑 0.4 m、0.6 m 與 1.0 m 在彎道內外岸之水深模擬結果與實驗數據，橫軸為外岸與上游邊界距離，圖 5.4 之 B 點為彎道入口，距離上游邊界 0.4 m，圖 5.4 之 C 點為 45 度斷面也是彎道出口，在三個案例中分別位於距離上游 1.19 m、1.35 m 與 1.68 m 處。實驗數據顯示中心線曲率半徑 0.4 m、0.6 m 與 1.0 m 之水位最高點分別發生於 45 度斷面下游 0.5 m 處、45 度斷面處與 40 度斷面處，而水位最大值隨曲率半徑越小則越大，顯示越小曲率半徑之案例其極端水位超高現象越明顯。相對於中心線曲率半徑，二次流強度( $SI = \bar{u}D / (U_* r_c)$ , Hsieh and Yang, 2003)之參數包含中心線曲率半徑、流速與水深，能夠較合理的表現實驗案例之彎道水流強度。雖然本案例明顯的為離心力(centrifugal force)主導水面變化，而二次流強度本身代表的物理意義通常為層流、紊流與延散剪應力，其在所模擬案例之影響程度應不大，在本研究中僅將二次流強度參數客觀地作為比較彎道強度的參數。實驗條件之二次流強度顯示隨中心線曲率半徑由小而大分別是 1.32、1.28、0.17，可發現案例隨中心線曲率半徑越小，二次流強度越高。以下以二次流強度參數代表實驗案例的彎道水理情況。

表 5.3 列出模擬值與實驗值之外岸沿程水深均方根誤差、內外岸水深比值與最大水深相對誤差的比較結果。其中外岸沿程水深均方根誤差(RMSE)計算方式如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}{N}} \quad (5.1)$$

其中  $x_i$  與  $y_i$  分別為模擬值與實驗值， $N$  為比較數據數量。內外岸水深比值 = (外岸水深-內岸水深)/內岸水深，均採用模擬值。最大水深相對誤差 = (實驗外岸水深-模擬外岸水深)/實驗外岸水深之絕對值。由於僅有外岸水深量測值，外岸沿程水深均方根誤差可視為整體模擬結果的誤差程度。在二次流強度 1.32、1.28、0.17 案例的均方根誤差分別是 0.00805 m、0.00520 m 與 0.00336 m，數值不大，顯示三個案例的模擬結果均與實驗值接近，但仍可發現誤差隨二次流強度越高而呈現增加的趨勢。進一步比較內外岸水深比值，三個案例分別為 11.23 倍、8.82 倍與 3.06 倍，顯示隨二次流強度越大，內外岸水深之差異也隨之增加，即水位超高現象越明顯。

前述模擬結果之共同特性是整體誤差、內外岸水深差異與二次流強度具有一致趨勢。若比較最大水深與實驗值的相對誤差，可發現三組案例在二次流強度為 1.32、1.28、0.17 時，相對誤差為 7.7%、9.4% 與 0.2%，比較沒有一致的趨勢。在彎道超臨界流容易出現交波現象且難以用數值模式準確描述(Ippen, 1951)的情況下，可能為此不一致現象的原因。但整體而言，還是可以看出二次流強度大誤差大(7.7%、9.4%)、強度小誤差小(0.2%)的趨勢。

## 5.2 沉滓運移部分

### 5.2.1 底床載案例

Rickenmann(1991)進行了一系列高含砂水流動床試驗，本研究所引用之實驗參數如表 5.4 所示。實驗為沖淤量接近平衡之底床載運移實驗，其中沉滓來源有沖洗載與底床載兩種。沖洗載為硬泥岩黏土(opalinus clay)，入流體積濃度 5% 到 16%，目的使流體產生非牛頓流體特性與高於清水流之密度，且不增加底床沖淤

之複雜度。根據 Wan and Wang(1994)，賓漢降伏應力( $\tau_B$ )大於  $0.5\text{N/m}^2$  可稱為具有賓漢流體效應，由表 5.4 可知其試驗案例均超過此條件。實驗採用 10 mm 之細礫石作為床質沉澱，細礫石之入砂量與底床載運移量達到相同的數值時，底床沖淤達到平衡狀態，此時底床載運移量可視為與入砂量相同。實驗量測之底床載運移量為表 5.4 之  $G_b$ 。以下就模式參數檢討及與底床沖淤模擬比較等部份進行說明。

### 底床糙度檢定

敏感度分析結果顯示，影響底床沖淤之參數主要是流變參數與底床糙度。由表 5.4 可知，除底床糙度外，流變關係參數皆已經給定，因此針對糙度係數進行參數檢討分析。

Wan and Wang(1994)提及在高含砂水流情況下，即使河床質組成變動不大，河道糙度係數可能隨流況、濃度、流變關係不同而改變。因此本研究首先檢討各案例之底床糙度，在此以曼寧係數作為率定對象。本研究先以高含砂水流定床模式模擬各案例水深，參考實驗所提供之水深數據率定曼寧係數，率定結果列於表 5.4 最右欄。

### 模擬結果分析

由式(2-48)可知，本研究動床數值模式需以底床剪力計算底床載通量。本研究以數值模式模擬 Rickenmann(1991)之試驗資料，以式(2.26)、式(2.27)計算之底床剪力反應於底床載計算。

由於 Rickenmann(1991)之試驗為平衡狀態，也就是底床不沖不淤。本研究維持底床不變為原則，調整底床載的入砂量，得到維持底床幾乎不會變化之底床載通量數值解。圖 5.9 有 15 個數據點，分別對應 15 組案例，同時對應橫軸為試驗量測之底床載通量(表 5.5 的  $G_b$  值乘以渠寬)，縱軸為數值計算之底床載通量，數



據點越接近 45 度線則表示數值計算結果與實驗值越相似。15 組案例中模擬結果與實驗數據的均方根誤差約 0.64 kg/s，相關係數為 0.93，顯示模擬結果與實驗值具有相似性，展現模式結合流變關係參數反應在底床剪力上，所模擬的底床載運移量具有合理性。

為比較流變關係對底床沖淤之影響，本研究以忽略流變關係情況下的底床剪力進行模擬。圖 5.10 橫軸為忽略賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數之高含砂水流底床剪力，縱軸為完整的底床剪力，圖中合理顯示忽略高含砂水流流變關係參數時會低估底床剪力。圖 5.11 為忽略與考慮高含砂效應(賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數)情況下，比較模式計算的底床載運移量，橫軸對應實驗數據，縱軸為數值計算之底床載運移量，可以發現忽略高含砂水流效應時，底床載運量計算值會有低估的情況發生。

## 5.2.2 懸浮載案例

前述所模擬之高含砂水流實驗案例由於量測數據均為平面資訊，僅能展現本研究數值模式的定床水理、底床載運移機制，難以測試並驗證三維模式之模擬能力。以下以懸浮載實驗案例所量測之流速與濃度剖面，以數值模式求解實驗條件下之三維流場、懸浮載之移流與擴散，驗證模式模擬懸浮載運移之正確性。

水利署(2008)、水利署(2011)進行了一系列高含砂水流實驗，並且以懸浮載為主要沉滓運移機制，本研究以此作為驗證案例，其實驗條件如表 5.5 所示，實驗水槽為矩型斷面，渠寬 0.2 m。以粒徑區分可分為兩種，0.06 mm 與 0.1 mm。以寬深比而言，可分為寬深比小於 5 與大於 5 之案例，福祿數介於 0.29 至 1.25。所採用之流變關係參數列如表 5.6 所示。

### 5.2.3.1 紊流黏滯係數檢定與驗證

#### 參數檢定

第四章分析結果顯示，紊流黏滯係數是高含砂水流情況下，影響流速剖面分布之重要參數。就本研究蒐集之經驗式而言，如式(2.28)、式(2.29)所示，其中 type-I 為 type-II 對  $\sigma$  由 0.0 積分至 1.0 而得到，係一沿水深均勻分布之函數，type-II 所計算之紊流黏滯係數均係沿水深呈現近似拋物線分布，若比較實際案例計算之結果，圖 5.12 為表 5.5 中案例 11m4 不同紊流黏滯係數沿水深分布之比較，最大值發生於距離底床水深之半處。

對流速剖面影響比較結果如圖 5.13 所示，整體而言 type-I 與 type-II 所模擬之流速剖面均相當接近實驗數據。雖然 type-I 是 type-II 之積分結果，但是仍可以看出 type-I 的分布與實驗數據差異稍大，且趨勢難以如 type-II 一般在近底床處產生較大的流速梯度。由此可以看出，數值模式仍應採用以距底床高程或無因次深度為函數之紊流黏滯係數計算式，較能夠合理的反應實際紊流黏滯係數分布，使模擬結果較具合理性。

#### 流速剖面驗證

本研究接續將表 5.5 中除 11m4 之外的案例進行模擬，採用 type-II 分布之紊流黏滯係數，比較流速剖面模擬結果與實驗數據，結果如圖 5.14 至 圖 5.16 所示。其中圖 5.14 與圖 5.15 分別是小寬深比與大寬深比的實驗條件，粒徑均為 0.06 mm。觀察圖 5.14 可發現最大流速相當接近水面，也就是接近對數分布，數值模擬結果與實驗值相當接近。圖 5.15 則由於寬深比均小於 5，根據 Nezu 與 Nakagawa(1993)的理論，容易產生二次流效應，產生流速最大值位於水面以下情況。而本研究數值模式則因採用零方程(zero-equation)的紊流模式，且基於淺水波、靜水壓假設，模擬結果難以模擬出相似情況。圖 5.16 為粒徑 0.1 mm 之沉滓

條件，趨勢上數值模擬大致符合實驗數據，由於量測點數較少，雖然案例 08m2、08m4 與 08m6 之寬深比較小，並無法判斷是否有流速位在水面下的情況。

由模擬結果與實驗數據的比對可以發現，採用現有之紊流黏滯係數經驗公式，即使是高含砂水流情況之沉滓運移案例，模擬流速剖面時，除了寬深比較大的案例受限於模式靜水壓假設，模擬結果有所誤差外，其他案例均可以有良好的近似實驗數據。

### 5.2.3.2 紊流擴散係數檢定與驗證

#### 參數問題解析

紊流擴散係數在理論基礎上直接影響濃度的計算，同時根據敏感度分析結果，也是影響濃度垂直剖面分布的重要參數之一。流體中沉滓顆粒的紊流擴散係數具有較大的不確定，通常以紊流模式計算得到清水流的紊流黏滯係數，再以施密特數(Schmidt number)轉換為紊流擴散係數。以河道沉滓運移的數值模式而言，紊流黏滯係數常見以二方程(two equations)紊流模式例如  $k-\epsilon$  模式(Gessler et al., 1999、Fang and Wang, 2000、Wu et al., 2000)求解。在含砂濃度低的情況下，由於懸浮載之沉滓佔水體比例小，視擴散係數等於水流之紊流黏滯係數(施密特數=1.0)為合理之假設。van Rijn(1984)則提出沉滓的紊流擴散係數隨含砂體積濃度與落淤速度/剪力速度而修正之函數。然而泥砂的紊流擴散係數( $\epsilon_s$ )應比水流的紊流黏滯係數( $\nu_t$ )要來的大或小仍看法分歧。Jobson and Sayre(1970)彙整文獻，其中提出  $\epsilon_s < \nu_t$  者，是認為沉滓為固體，水體為連續體，沉滓難以完全反應水流紊流效應。另一方面，提出  $\epsilon_s > \nu_t$  者係認為流體本身的紊流渦團(eddy)對沉滓會產生離心力，沉滓被離心力甩出後會產生更大的混合(mixing)、擴散效應。上述兩種說法均有其合理性，但仍未有定論。

目前為止，高含砂水流中的沉滓紊流擴散係數的計算尚未有成熟的相關研

究，由於以紊流模式計算較為複雜，且其中包含多種經驗常數，如同卡門係數在含砂水流情況下並非常數一般，是否適用於高含砂水流流場尚待進一步釐清。在既有實驗數據有限情況下，本研究目前採用零方程(zero-equation)的紊流模式計算，再比較高含砂水流沉滓運移之實驗數據與模擬結果之合理性。

Coleman(1970)提出紊流擴散係數隨水深分布大致區分為兩種，一種呈現拋物線(parabolic)分布，頂點位於水深之半，另一種為拋物線-常數(parabolic-constant)分布，水深上半部為常數。圖 5.17 為設計案例之紊流擴散係數沿水深之分布，可發現拋物線-常數分布在水深一半以上幾乎為定值，其中存在微小差異主要是因本研究卡門係數考慮體積濃度之影響，並非常數。

本研究以高含砂水流實驗案例進行模擬，展現不同紊流擴散係數分布對高含砂水流濃度之影響。本研究選取濃度相近且寬深比較高的 11m4、08m1 兩組案例進行模擬，數值模式之底床邊界採用式(2.56)計算底床濃度。計算結果如圖 5.18 所示，圖(A)為 11m4 案例而圖(B)為 08m1 案例，橫軸為濃度，縱軸為無因次水深，圖中並比較兩種紊流擴散係數分布之結果。兩者案例的水深平均體積濃度差異不大，但由於粒徑的差異導致沿水深分布有所不同，粒徑較粗之 08m1 案例在垂直方向濃度梯度較大，有較明顯的不均勻現象。紊流擴散係數不同的分布明顯導致模擬結果的差異，就目前模擬結果可以發現，拋物線-常數分布在 08m1 之模擬結果較為相符，而拋物線分布之模擬結果則與 11m4 案例之實驗數據較為符合。明顯可以發現，不同分布的紊流擴散係數分布均有合理性，且在高含砂水流情況會有較明顯的差異，而兩種分布的選用成為重要的問題，若能解析何種因子可區分不同分布紊流擴散係數對濃度之影響，有益於後續檢定紊流擴散係數，並釐清參數影響程度。

## 紊流擴散係數檢定

過去 Coleman(1970)雖然發現落淤速度與剪力速度之比值，會約略的與紊流擴散係數呈現正相關，但是由於所分析的數據範圍較小，且如以下所述，後續有文獻提出懸浮載源的其他相關參數，以下首先解析有無更顯著的其他參數影響紊流擴散係數分布。

本研究為探討拋物線分布與拋物線-常數分布之紊流擴散係數對濃度剖面影響的差異，以參數分析角度，探討兩種紊流擴散係數導致濃度最大差異的主控參數，期望區分使用條件。本研究根據過去懸浮載研究，如 van Rijn(1984)、Garcia and Parker(1991)與 Cellino and Graf(1999)，蒐集文獻中影響濃度剖面分布之相關參數，主要為落淤速度、流速、水深、濃度、粒徑、黏滯係數、沉澱乾密度、底床糙度、重力加速度與清水流密度等 10 個參數。上述參數藉由因次分析得到 7 組無因次參數，將較具有物理意義之參數整理後，如下所示：

$$\max \Delta C = f\left(\frac{\varepsilon_s}{U_* D}, \frac{w_f}{U_*}, \sqrt{\frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_s}} g D_m, \frac{D_m}{v_l}, \frac{\bar{u}}{\sqrt{g D}}\right) \quad (5.2)$$

其中  $\max \Delta C$  為不同紊流擴散係數分布對同一種案例模擬結果的濃度最大差異。

為能夠探討在廣泛的水理、泥砂條件下兩種紊流擴散係數分布對濃度影響的差異，本研究通泛設計不同流量、坡度、沉澱粒徑之動床案例，使式(5.2)之參數涵蓋夠廣之範圍。以兩種紊流擴散係數分布分別對所設計案例進行數值模擬，並比較模擬結果的濃度最大差異值。設計案例之模擬結果所包含的無因次參數範圍可參考表 5.7，其中福祿數包含亞、超臨界流，涵蓋夠廣的水理條件。粒徑則是在表 5.5 的參數範圍之內，避免過細的粒徑成為沖洗載，而過粗的粒徑大部分形成底床載。

圖 5.19 為兩種紊流擴散係數分布對濃度影響的最大差異模擬結果，與式(5.1)

各項參數之敏感度分析。分析結果顯示  $w_f/U_*$  (懸浮指標) 影響程度最高，為最敏感參數。式(5.2)等號右邊第三項無因次參數為粒徑因子，敏感度僅次於參數  $w_f/U_*$ ，而粒徑為落淤速度的主要參數，敏感度呈現相反趨勢係因為粒徑越粗則落淤速度越小。同時也可以知道影響紊流擴散係數最大者，除了  $w_f/U_*$  參數外，其中落淤速度之敏感程度甚至較剪力速度更高。

本研究綜合目前設計案例的模擬結果，僅能知道  $w_f/U_*$  顯著的影響兩種分布的差異，也就是  $w_f/U_*$  越大，則兩種紊流擴散係數導致的濃度剖面差異越大，難以解析出明確的  $w_f/U_*$  參數分界，可判斷何種情況應使用拋物線與拋物線-常數分布。

藉由現有的實驗數據，如圖 5.20 與圖 5.21 之無因次紊流擴散係數沿無因次水深之分布，可知兩圖之無因次紊流擴散係數分別是拋物線與拋物線-常數分布。圖 5.20 為表 5.5 中 11m1 至 11m10 十個案例的無因次紊流擴散係數分布，其大寬深比之案例的參數  $w_f/U_*$  落在 0.04 至 0.08 之間，圖 5.21 之參數  $w_f/U_*$  如圖上標示可知，落在 0.101 至 0.897 之間。藉由比較此兩者數據，可以推測  $w_f/U_*=0.1$  可作為兩種不同紊流擴散係數之分界。簡言之，藉由統計分析，參數  $w_f/U_*$  確實為主控兩種紊流擴散係數分布的重要參數，藉由現有實驗數據，本研究進一步界定  $w_f/U_*>0.1$  之範圍可採用拋物線-常數之紊流擴散係數分布， $w_f/U_*<0.1$  則採用拋物線之紊流擴散係數分布。其中圖 5.21 為 Coleman(1970)所量測之數據，由於並未考慮更細粒徑的沉澱，因此僅能提出  $w_f/U_*>0.1$  範圍內，紊流擴散係數所呈現的分布特性。 $w_f/U_*$  參數可代表沉澱垂直移流效應與流場強度之比值，在較高的  $w_f/U_*$  參數範圍代表沉澱移流效應較大，濃度分層效應會較為明顯，水體上半部的濃度可能呈現線性分布，又擴散係數主要影響濃度分布之斜率，因此水體上半部的紊流擴散係數以接近常數分布之數值較能合理描述濃度分布。

## 濃度剖面驗證

本研究選取表 5.5 符合寬深比 $>5$ 之案例，以 $w_f/U_* = 0.1$ 之分界整理於表 5.8。為展現此關連性之適用性，以對應之實驗案例進行數值模擬，模擬結果如圖 5.22 所示，其中圖 5.22(A)為 $w_f/U_* > 0.1$ 之案例，採用拋物線-常數分布，而圖 5.22(B)為 $w_f/U_* < 0.1$ 之案例，採用拋物線分布，可以發現模擬結果均大致符合實驗數據的分布，顯示以目前所模擬的參數而言，此分界應具合理性。

### 5.2.3 彎道流場對懸浮載濃度分布之影響

接續 5.2.2 節之模擬結果，本研究針對三維模式模擬複雜流場之能力進行探討。

#### 分析目的

由前節模擬結果，可瞭解本研究數值模式已經可以解析高含砂水流的濃度剖面與懸浮載運移機制，但由於均是平衡狀態之實驗案例，難以展現模式模擬底床沖淤之能力，且均為直線道案例，難以彰顯模式模擬三維流場之模擬能力。由於現階段實驗案例較少，為能夠展現模式模擬複雜流場與高含砂水流互制之現象，本研究擬以彎道流場為探討對象，以假設案例進行分析，探討彎道流場對濃度分布、底床沖淤之影響。河道沖淤部分主要是觀察彎道兩岸底床沖淤之差異，濃度分布方面係探討濃度在垂直方向的分布差異，尤其是考慮以河川取水時，取水工則需考慮引水防砂之概念，減少民生用水的含砂量。一般而言，彎道動床之沉滓運移行為均著重在底床載受到二次流、側向坡度之影響，進而探討彎道沖淤現象，例如 Struiksmā et al.(1985)與張益家(2005)。以本研究而言，較為完整作法應是考慮底床載與懸浮載均同樣重要之高含砂水流案例，解析高含砂水流剪力與密度對底床載之影響，探討彎道底床受高含砂水流效應下之沖淤現象。然而現有彎道底床載通量之修正理論(Struiksmā et al., 1985)在高含砂水流情況下之適用性仍

待探討，且目前缺乏合適之實驗數據可作為輔證，本研究期望簡化底床載之影響，僅探討懸浮載在彎道分布之差異，解析高含砂水流懸浮載在彎道的沖淤行為。因此，為能夠單純探討高含砂水流情況下之懸浮載效應對彎道沖淤之影響，以下研究忽略底床載之效應。

### 案例設計

藉由表 5.5 各項案例在第五章之模擬結果，本研究發現雖然均是平衡狀態，但是 11m2 與 11m4 案例由於坡度較緩，係以懸浮載主控整體沉滓運移機制，因此本研究由其中濃度相對較高的 11m4 案例，依其水理、沉滓條件與坡度，設計不同彎道之案例進行模擬。

表 5.9 為根據表 5.5 案例 11m4 之水理、泥砂條件所設計的三種彎道案例，分別為 BF1、BF2 與 BF3。案例 BF1 與另兩個案例為為中心線曲率半徑的差異，分別是 1.8 m 與 1.2 m，案例 BF3 與另兩個案例彎道蜿蜒角度之差異，分別是 180 度與 135 度彎道。二次流強度(SI)如表 5.9 所列，本研究將其設計為 0.36 與 0.24 兩種數值，根據 Hsieh and Yang(2003)可知屬於彎道水理特性與質量傳輸受到二次流效應影響程度為顯著之範圍。並且，SI=0.36 相似於 Almquist and Holley(1985)之彎道案例(亦約等於 0.36)，水流容易受到自由渦流(free vortex)影響而發生接近凸岸流速較大的現象。

### 紊流擴散係數分布差異

首先以 BF1 案例比較前節所探討之拋物線-常數與拋物線兩種分布之沉滓紊流擴散係數，在彎道流場下對濃度分布之影響。圖 5.23 與圖 5.24 分別是拋物線分布與拋物線-常數兩種紊流擴散係數分布下，水深平均濃度等值圖。可以發現兩組濃度模擬結果在彎道段於近兩岸處發生明顯差異。拋物線分布之紊流擴散係數明顯造成彎道段靠近兩岸處之水深平均濃度較拋物線-常數分布結果較大。圖中列



出 A、B 與 C 斷面編號，分別是彎道入口、彎道中點與下游直線道段，以利後續比較。圖 5.25 為彎道入口處，兩種紊流擴散係數所模擬之濃度沿水深分布，圖中  $R$  為剖面所在位置與曲率中心點之距離， $R_L$  為該斷面左岸(凸岸)距離曲率中心之長度， $B$  為渠寬，圖中粗線標示  $(R - R_L)/B = 0.1$  為近凸岸；細線是  $(R - R_L)/B = 0.9$  為近凹岸之濃度剖面；以連續線標示拋物線分布；以點線標示拋物線-常數分布。圖 5.25 可以發現在水面處濃度剖面斜率有所差異，符合前節模擬不同紊流擴散係數分布對濃度影響之結果，與紊流擴散係數在近水面分布不同有關。後續圖 5.26 與圖 5.27 均可發現相似的差異，同時也可以看出拋物線分布在近水面濃度垂向梯度較大，因此濃度較高，且沿水深濃度分布均較高，僅有在凸岸近底床處兩種分布的濃度較為相近，導致整體係以拋物線分布之紊流擴散係數具有較高濃度模擬結果。

### 濃度橫斷面分布特性

由圖 5.25、圖 5.26 與圖 5.27 模擬結果也可以發現在彎道近兩岸處對濃度分布的趨勢隨不同彎道縱向距離有所差異。以下以拋物線分布之紊流擴散係數所模擬的濃度剖面做說明。由圖 5.25 可以發現，剛進入彎道時(斷面 A)濃度在近水面處的濃度近兩岸處之變化不大，係由於二次流效應在斷面 A 甫發生影響，接近水面位置之混和效應尚不顯著。就近底床之濃度而言，由於斷面 A 水理條件已經受彎道效應影響而改變，凸岸流速高於凹岸，導致近凸岸處的近底床濃度相較於凹岸高，也就是濃度側向分布向凹岸逐漸減小的趨勢；形成圖 5.25 整體深度方向濃度分布趨勢係下層水體濃度變化範圍較上層水體廣的情況。

圖 5.26 為斷面 B(彎道中間處)之濃度沿水深分布，由於二次流導致之側向混和效應明顯，整體濃度的混和效應已經顯著的受到動量由凸岸傳遞至凹岸影響，導致圖 5.26 近水面之濃度沿側向之分布較入口處更不均勻，趨勢接近下層水體，形成整體近左岸濃度較高、右岸濃度較低之現象。

圖 5.27 為斷面 C 濃度剖面沿水深比較圖，可以發現近水面濃度於凹凸岸之間差異較近底床濃度大。在彎道出口處，側向混合效應已經減小，但是濃度分布仍受二次流影響，因此上層水體仍維持不均勻的濃度分布；近底床處的濃度則由於水理條件逐漸擺脫二次流之影響，近床區濃度在兩岸差異減小。整體形成與斷面 A 相反的濃度剖面分布型態，也就是上層水體在兩岸濃度差異大，下層水體濃度在凹、凸岸差異小的現象。

整體而言，彎道入口與出口雖然濃度均是靠凸岸濃度大於凹岸，但是在二次流影響下，上下層水體濃度沿側向分散程度為相反的分布。另外在入口處，凸岸濃度在垂直方向分布差異較大，但在彎道出口下游直線道段，是凹岸的濃度在垂直方向分布差異較明顯。

BF2 與 BF3 的濃度分布趨勢均相似於 BF1，因此不另外詳列濃度剖面。整體而言，因為彎道二次流強度與彎道長度不同，導致隨二次流強度越高或彎道長度越長，在同一斷面之濃度在兩岸分布之差異有逐漸變大的趨勢。

### 底床沖淤

圖 5.28、圖 5.29 與圖 5.30 分別為 BF1、BF2 與 BF3 案例之底床沖淤量等值圖。三組案例均在彎道入口以及出口下游的直線道發生明顯的凹凸岸沖淤差異。由於二次流效應之影響，沿彎道向下游運移時動量向凹岸傳送，因此流速在下游右岸較高，此部分可由圖 5.27 位於  $(R-R_L)/B=0.9$  處之濃度剖面在近底床濃度結果可發現，由於流速較高，底床濃度計算結果也較高。因此，由於直線道右岸流速較高，導致水流挾砂能力增加，使沖刷量集中於圖 5.28、圖 5.29 與圖 5.30 斷面 C 的右岸，同時也是最大沖刷發生位置。BF1、BF2 與 BF3 案例之沖刷深度以水深(0.05m)無因次化後，沖刷深度/水深比值分別為 1.2、1.6 與 1.8。案例 BF1 之二次流強度較小，沖刷量也小於另外兩組案例，可推測二次流效應較大案例的

冲刷深度相對較大；BF3 冲刷深度相對 BF2 較高，可知應是彎道長度較長案例由於二次流發展較完整，於下游斷面 C 右岸之冲刷深度相對較大。

## 小結

由本節之數值模擬可以發現，高含砂水流下懸浮載運移明顯受水理二次流效應影響，導致濃度傳輸在空間的不均勻分布。

在彎道入口近底床處濃度，受二次流現象影響，率先反應流速沿側向分布之差異。進入彎道後二次流現象使沉滓發生側向混合，導致水體濃度產生沿橫斷面由凸岸向凹岸逐漸降低的濃度剖面。離開彎道進入直線道後，受到二次流效應向下游傳遞之影響，濃度混合現象仍然影響水深上半部之沉滓，導致濃度沿側向之差異在上下層水體不同，且彎道出口與入口處為相反的趨勢。模擬結果也合理展現二次流強度較強的案例，以及二次流發展較完整的案例冲刷深度均較高。



表 5.1 定床湧波扇形擴展案例停止運移時前端位置比較表

作者	Pastor et al. (2004)	Chen and Peng (2006)	本研究
前端距離缺口位置(m)	300	330	275
相對差異	0%	10%	8.3%

表 5.2 彎道定床高含砂水流模擬參數表

曲率半徑(m)	0.4	0.6	1
上游水深(m)	0.01	0.01667	0.017
流量(cms)	0.003		
體積濃度(%)	40		
曼寧係數	0.032		

表 5.3 彎道定床高含砂水流模擬結果比較表

比較項目與位置		曲率半徑(m)	0.4	0.6	1.0
二次流強度	整體彎道		1.32	1.28	0.17
外岸沿程水深均方根 誤差(m)	彎道外岸		0.00805	0.00520	0.00336
內外岸水深比值	最大水深所在斷面		11.23	8.82	3.06
最大水深相對誤差	最大水深所在斷面		0.077	0.094	0.002

表 5.4 高含砂水流底床載案例實驗參數表

No.	濃度 (%)	坡度 (%)	單寬流量 (cms/m)	平均流速 (m/s)	水深 (m)	底床載量測值 $G_b$ (kg/s)	$\tau_B$ ( $N/m^2$ )	$\mu_B$ ( $pa \cdot s$ )	$Fr$	$n$ (模式率定)
1	9	7.5	0.07	1.27	0.0583	1.15	2.7	0.00333	1.68	0.030
2	16	7.5	0.07	1.36	0.0583	1.2	18.6	0.0162	1.80	0.017
3	13	7.5	0.07	1.21	0.0562	1.49	8.06	0.00627	1.63	0.030
4	13	12.4	0.07	1.6	0.0811	2.24	4.31	0.00435	1.79	0.027
5	9	12.4	0.07	1.46	0.078	1.97	2.56	0.00322	1.67	0.033
6	13	12.4	0.07	1.69	0.0706	2.39	18.6	0.0162	2.03	0.020
7	1	5.0	0.1	1.12	0.048	2.03	2.5	0.00332	1.63	0.034
8	13	5.0	0.1	1.16	0.049	1.76	20.1	0.0175	1.67	0.026
9	13	5.0	0.1	1.15	0.045	2.58	8.07	0.00643	1.73	0.032
10	9	7.5	0.1	1.4	0.0596	3.12	2.77	0.00333	1.83	0.031
11	3	7.5	0.1	1.41	0.0591	3.91	8.07	0.00643	1.85	0.029
12	16	7.5	0.1	1.43	0.06	3.35	16.2	0.0148	1.86	0.023
13	9	14.9	0.1	2.18	0.0854	5.08	2.26	0.00306	2.38	0.021
14	13	14.9	0.1	1.93	0.0872	4.95	7.35	0.006	2.09	0.026
15	16	14.9	0.1	2.08	0.0815	7.18	17.6	0.0157	2.33	0.020

資料來源：Rickenmann(1991)  
 ( $\tau_B$ 與 $\mu_B$ 為實驗量測數據)

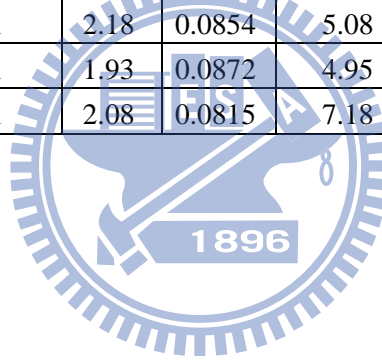


表 5.5 高含砂水流懸浮載案例實驗參數表

案例	粒徑 (mm)	水深 (cm)	底床坡降 (%)	平均濃度 (%)	平均流速(m/s)	單寬流量 (cms/m)	Fr
11m1	0.06	9	0.1	9.20	0.35	0.032	0.37
11m2	0.06	5	0.1	5.10	0.20	0.010	0.29
11m3	0.06	9	0.3	17.65	0.49	0.044	0.52
11m4	0.06	5	0.3	5.97	0.30	0.015	0.43
11m5	0.06	8	0.5	21.04	0.51	0.041	0.58
11m6	0.06	5	0.5	11.29	0.36	0.018	0.51
11m7	0.06	10	0.7	23.63	0.40	0.040	0.40
11m8	0.06	4	0.7	17.35	0.27	0.011	0.43
11m9	0.06	9	0.9	33.42	0.65	0.059	0.69
11m10	0.06	5	0.9	26.43	0.34	0.017	0.49
08m1	0.1	5	1.0	7.3	0.87	0.044	1.25
08m2	0.1	10	1.0	6.0	1.00	0.100	1.01
08m3	0.1	5	0.75	4.9	0.83	0.042	1.19
08m4	0.1	9.5	0.75	6.1	1.04	0.099	1.07
08m5	0.1	4.5	0.5	2.4	0.53	0.024	0.80
08m6	0.1	8	0.5	5.0	0.88	0.070	0.99

資料來源：水利署(2008)，水利署(2011)與莊巧巧(2011)

表 5.6 懸浮載案例之流變關係參數列表

流變關係之係數 案例	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$
08m1 至 08m6(水利署 2008)	0.0157	0.17	0.000047	0.221
11m1 至 11m10(水利署 2011)	0.00004	0.225	0.247	0.095

表 5.7 紊流擴散係數分布差異分析之參數範圍表

粒徑(mm)	福祿數	$\omega_f / U_*$	$\varepsilon_s / U_* D$	入流濃度 %
0.061-0.118	0.17-2.57	0.03-0.45	0.014-0.375	0.4-15

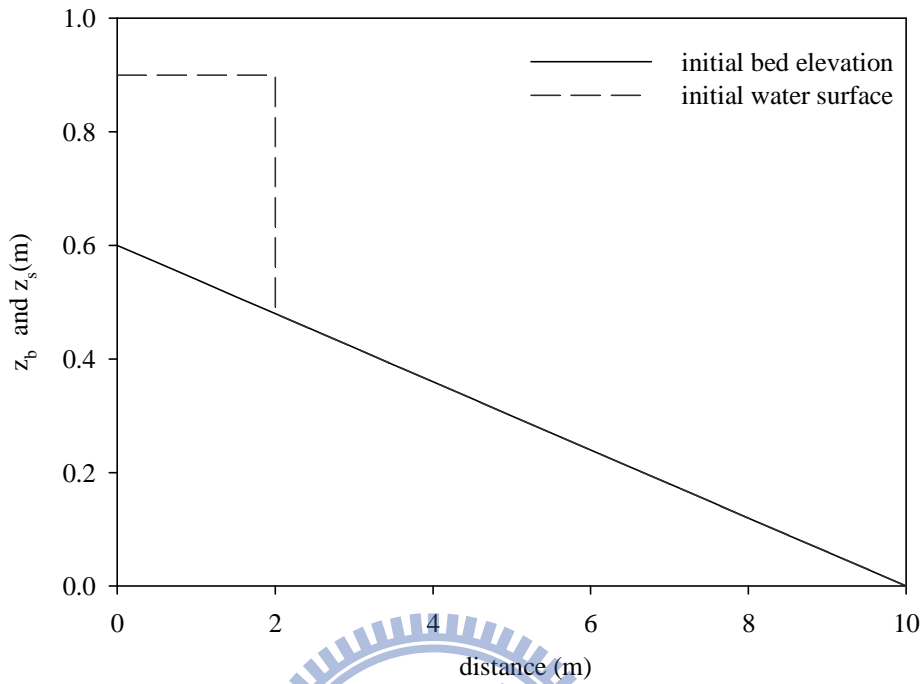
表 5.8 寬深比>5 動床實驗案例之  $\omega_f / U_*$  參數表

案例編號	$\omega_f / U_*$ 參數	紊流擴散係數分布型態
08m1	0.125986	拋物線-常數
08m3	0.158309	
08m5	0.113959	
11m2	0.056571	拋物線
11m4	0.080005	
11m6	0.073034	
11m8	0.058558	
11m10	0.046191	

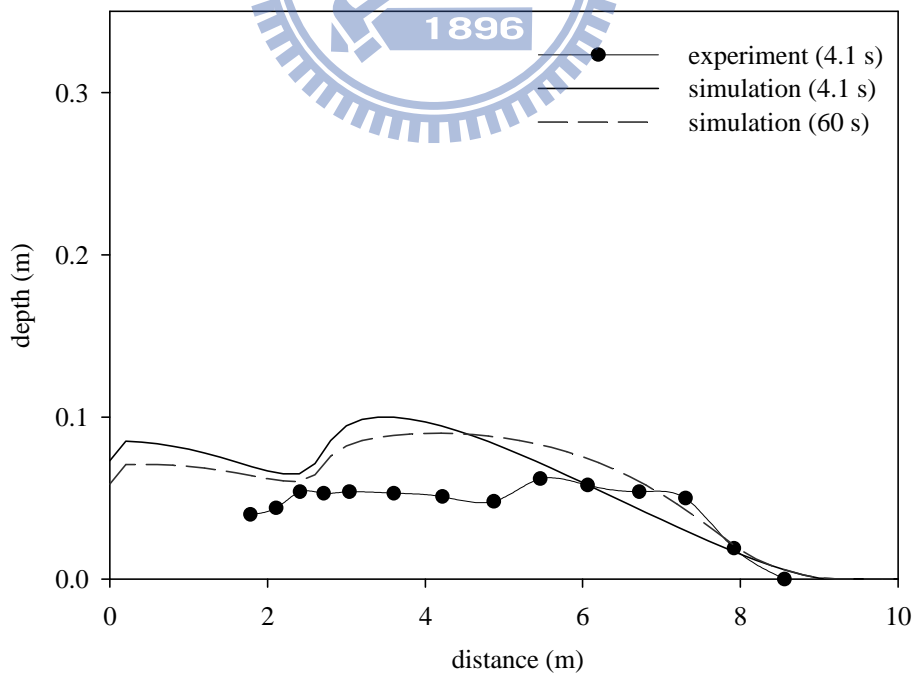
表 5.9 彎道設計案例條件列表

案例	粒徑 (mm)	水深 (cm)	底床坡降 (%)	平均濃度 (%)	單寬流量 (cms/m)	福祿數	彎道角度 (度)	中心線曲率半徑/渠寬	二次流強度 SI
BF1	0.06	5	0.3	5.97	0.015	1.3043	135	1.8	0.24
BF2							135	1.2	0.36
BF3							180	1.2	0.36

$$SI = \bar{u}D / (U_* r_c)$$



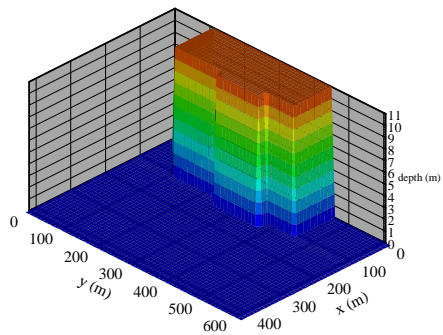
(a) 初始水深



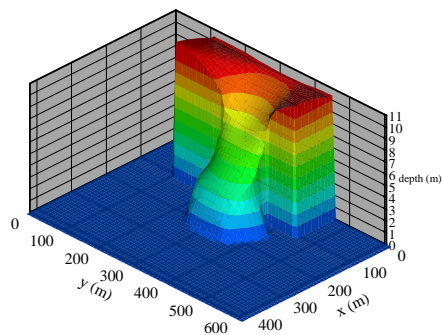
(b) 水深模擬結果

圖 5.1 直線道湧波傳遞之潰壩實驗案例初始水深與模擬結果圖

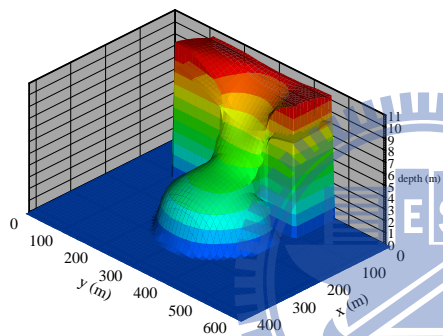




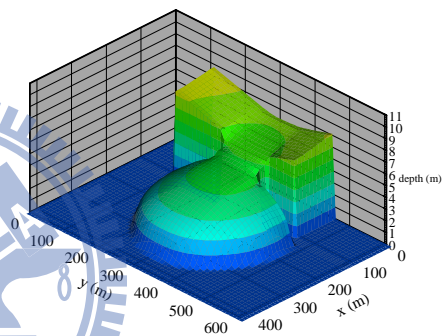
(a) 0 秒



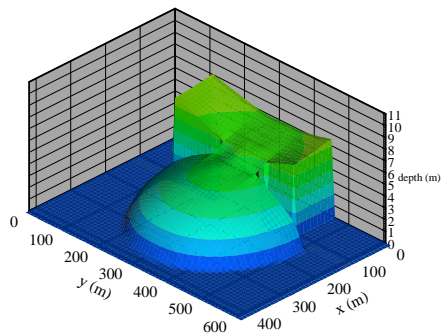
(b) 10 秒



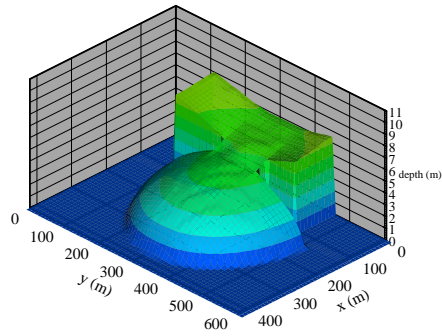
(c) 30 秒



(d) 60 秒



(d) 120 秒



(e) 240 秒

圖 5.2 扇形擴展之潰壩案例水深模擬結果立體圖

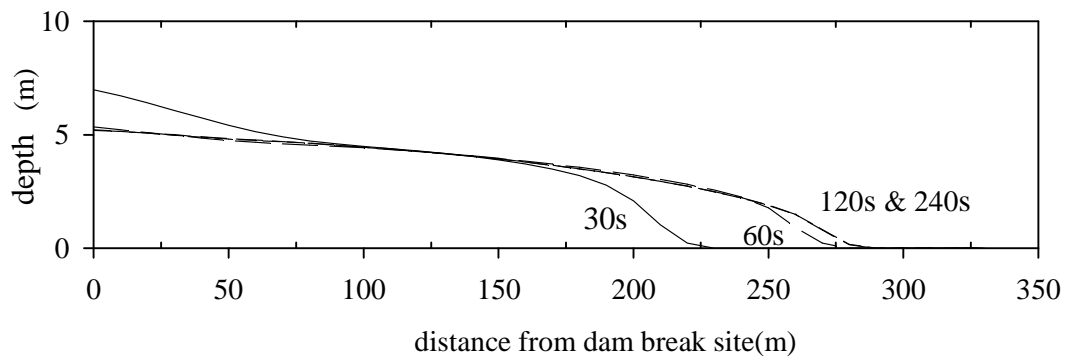


圖 5.3 扇形擴展之潰壩案例渠道中心線水深沿程變化圖

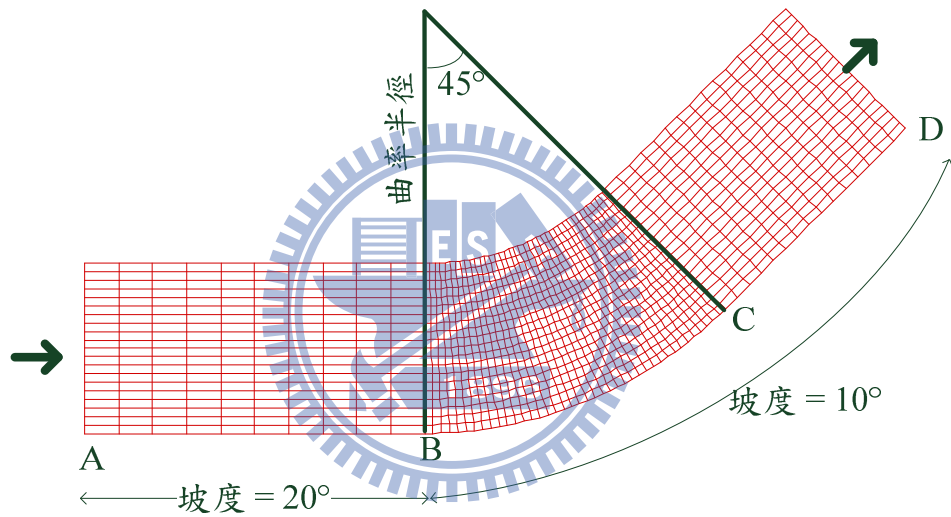


圖 5.4 彎道定床高含砂水流案例水槽幾何條件與格網配置圖

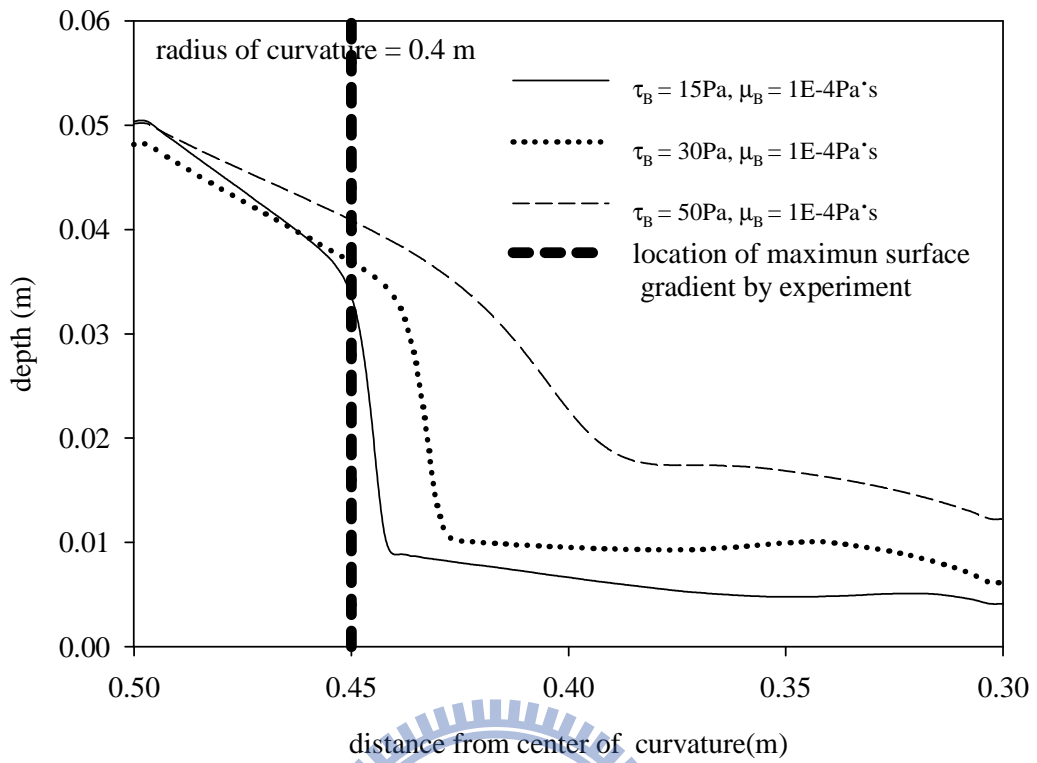


圖 5.5 彎道定床以側向水深檢定流變關係參數比較圖

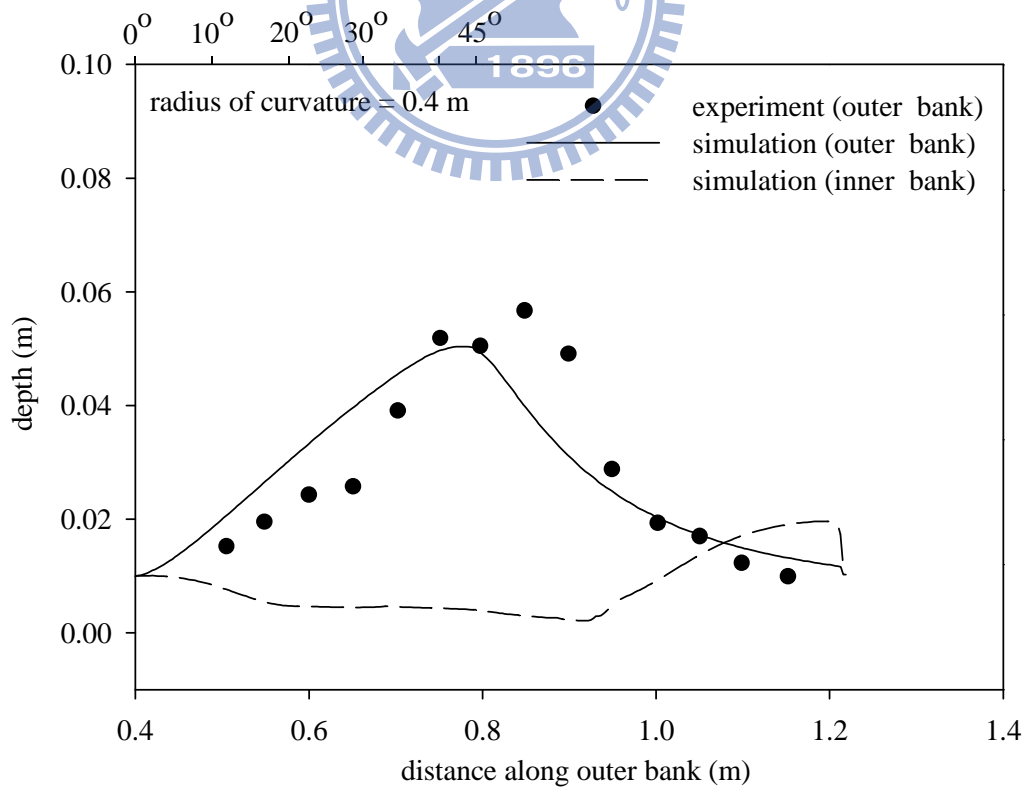


圖 5.6 曲率半徑 0.4 m 彎道定床高含砂水流水位超高比較圖

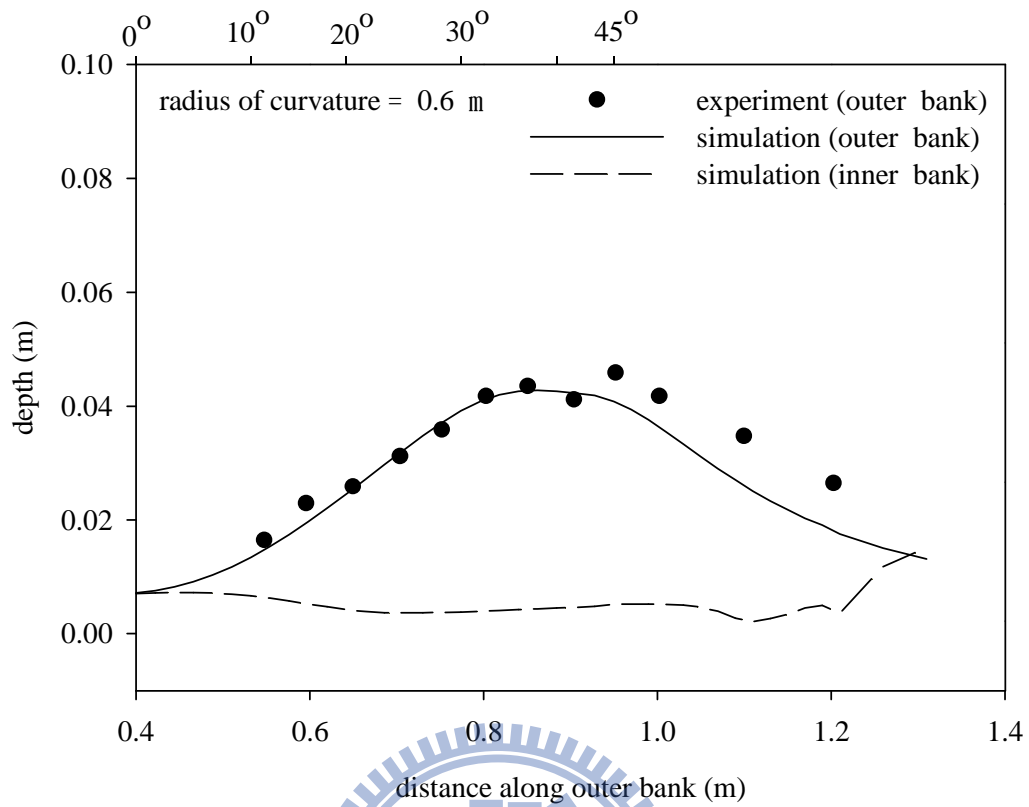


圖 5.7 曲率半徑 0.6 m 彎道定床高含砂水流水位超高比較圖

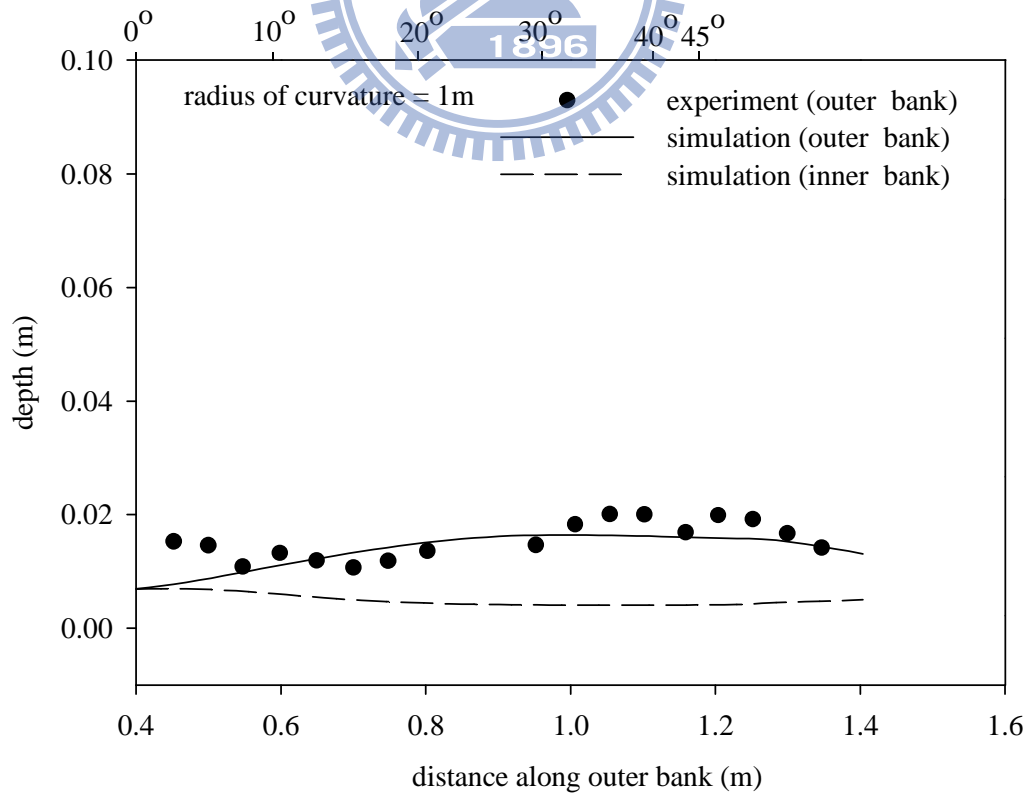


圖 5.8 曲率半徑 1.0 m 彎道定床高含砂水流水位超高比較圖

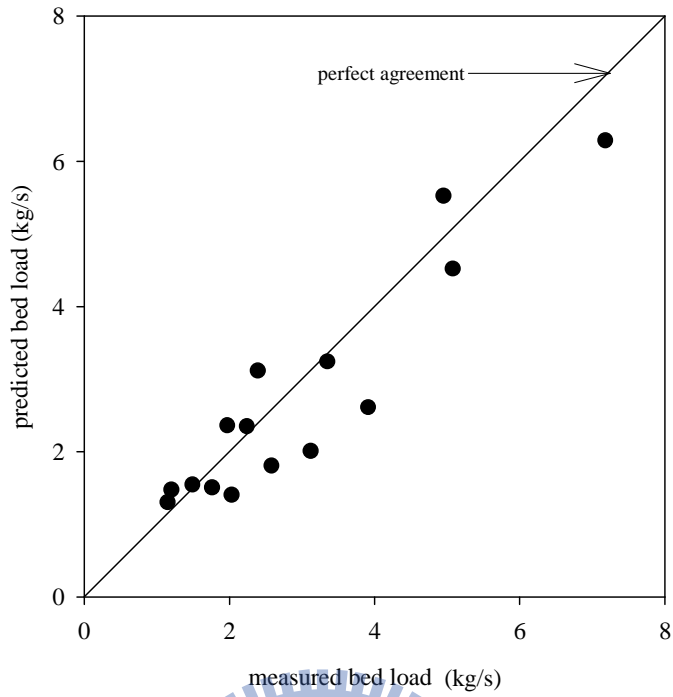


圖 5.9 底床載案例之底床載通量比較圖

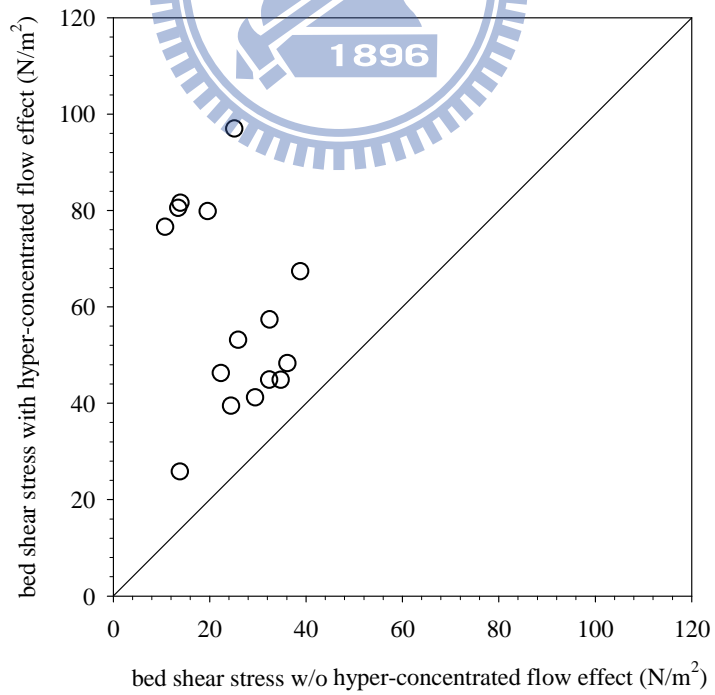


圖 5.10 底床載案例流變關係效應對底床剪力之影響比較圖

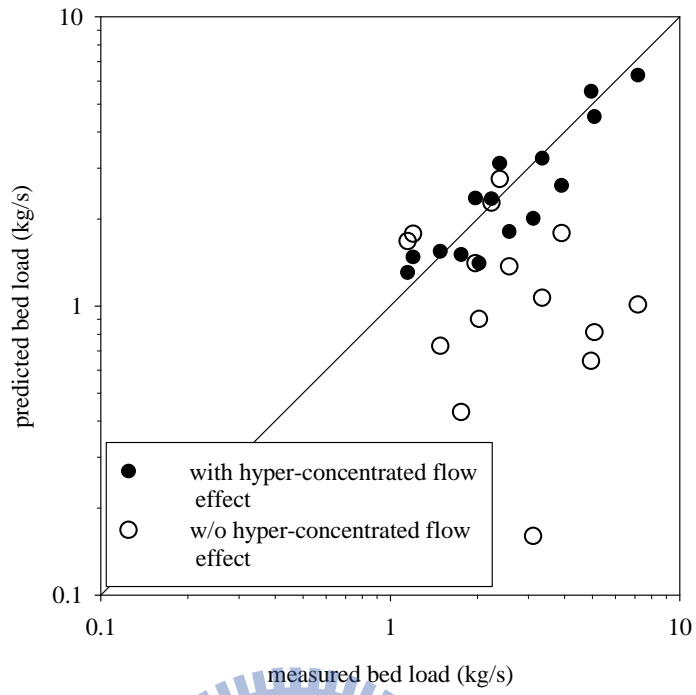


圖 5.11 底床載案例流變關係影響底床載通量比較圖

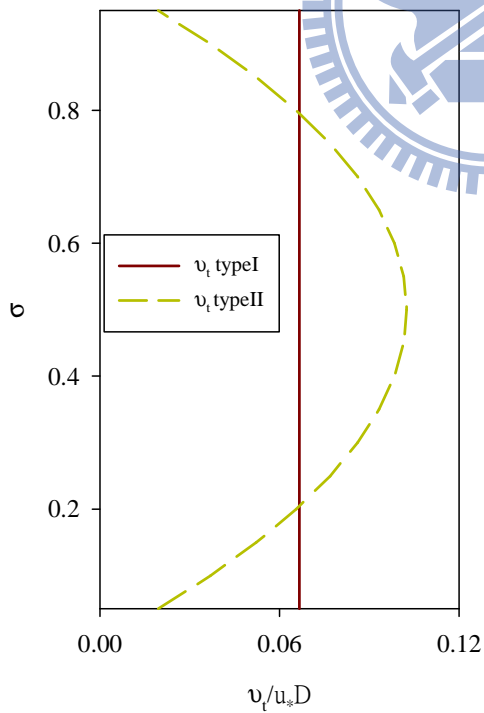


圖 5.12 不同分布之紊流黏滯係數沿水深分布比較圖

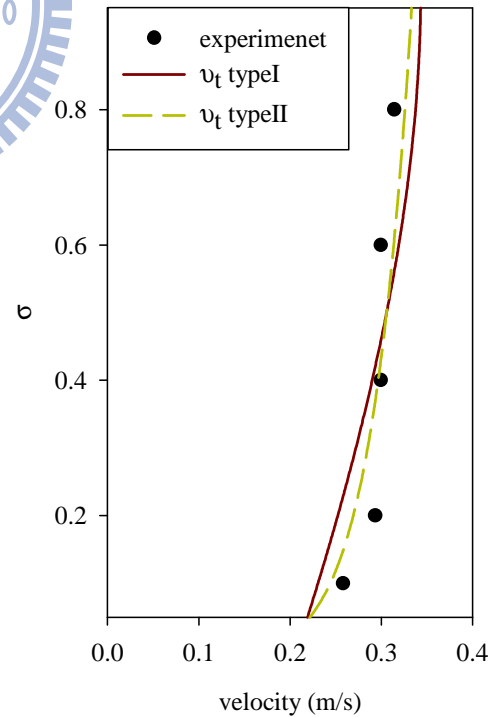


圖 5.13 垂直紊流黏滯係數對流速剖面影響比較圖

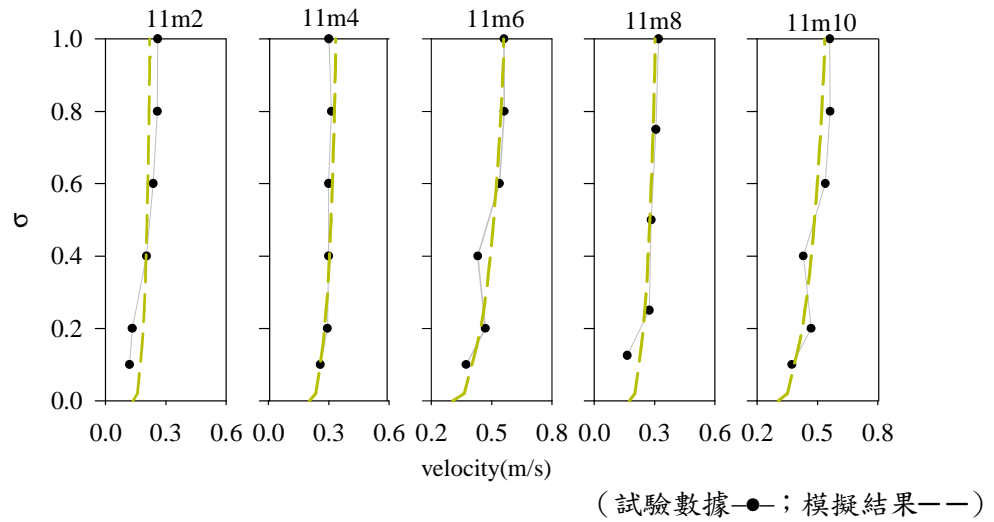


圖 5.14 懸浮載案例(水利署 2011)流速剖面模擬結果(寬深比>5)

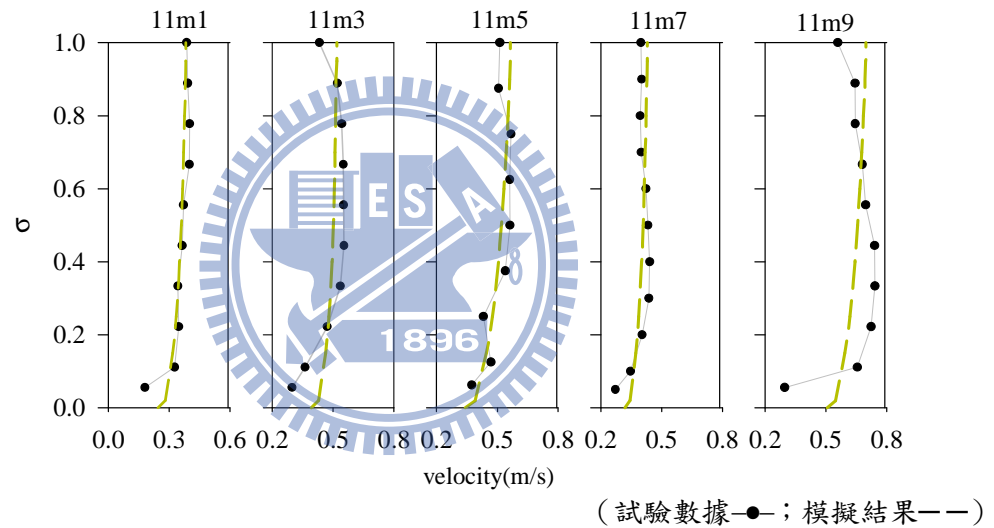
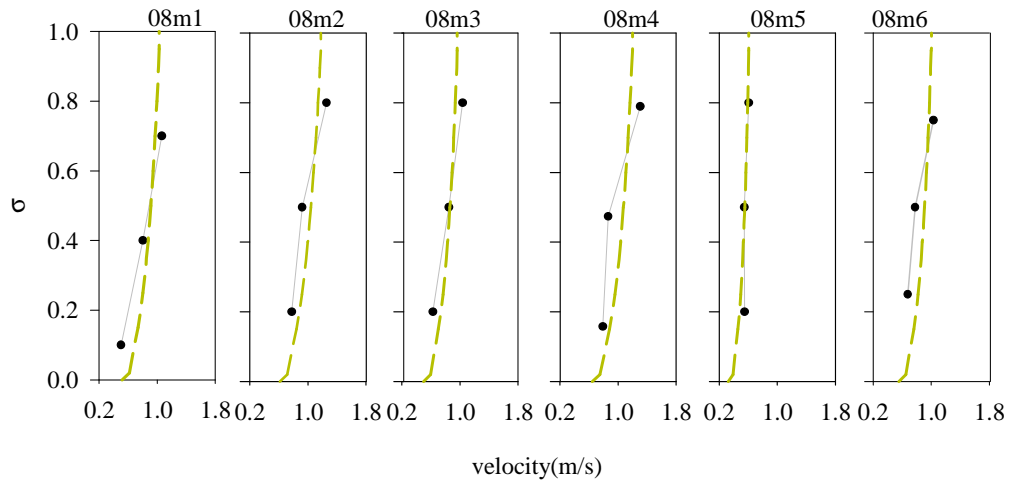


圖 5.15 懸浮載案例(水利署 2011)流速剖面模擬結果(寬深比<5)



(試驗數據—●—；模擬結果— —)

圖 5.16 懸浮載案例(水利署 2008)流速剖面模擬結果

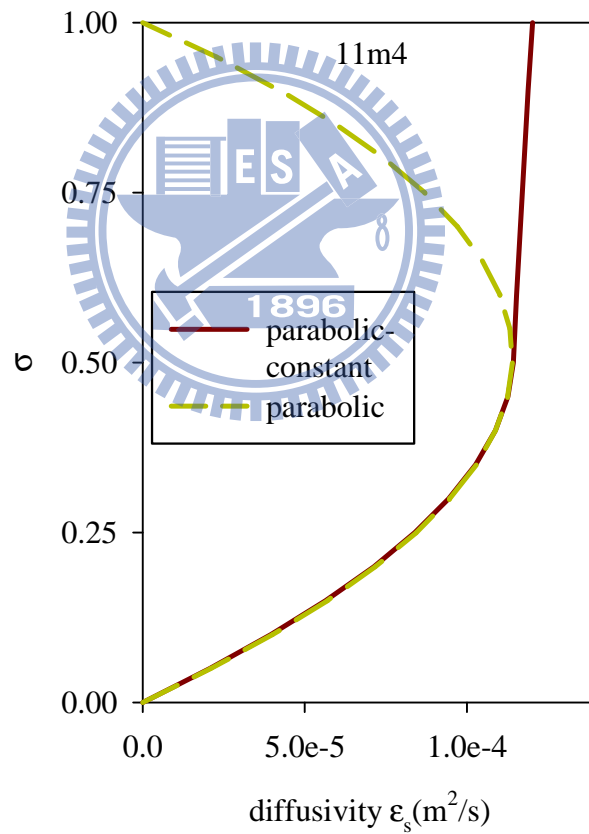
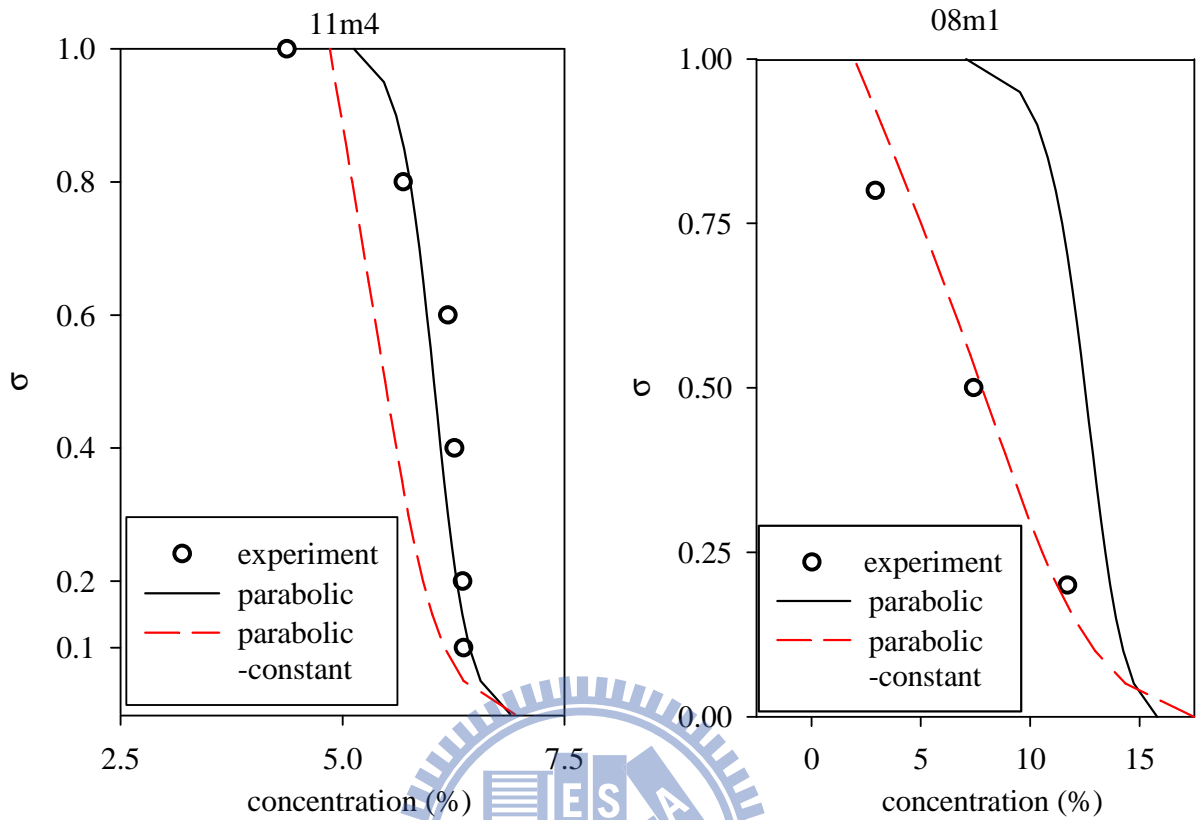


圖 5.17 不同型態之紊流擴散係數沿水深分布比較圖





(A)體積濃度 5.97%

(B)體積濃度 7.3%

圖 5.18 不同紊流擴散係數分布型態懸浮載濃度剖面之影響

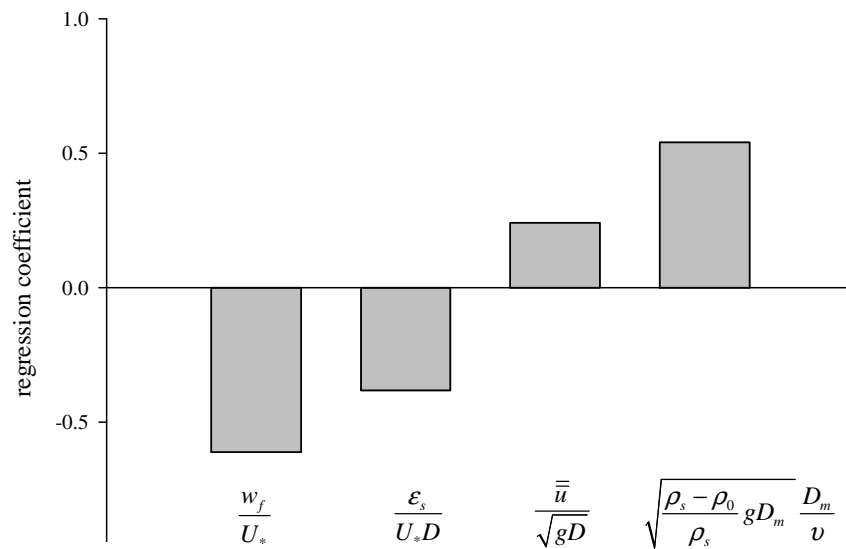
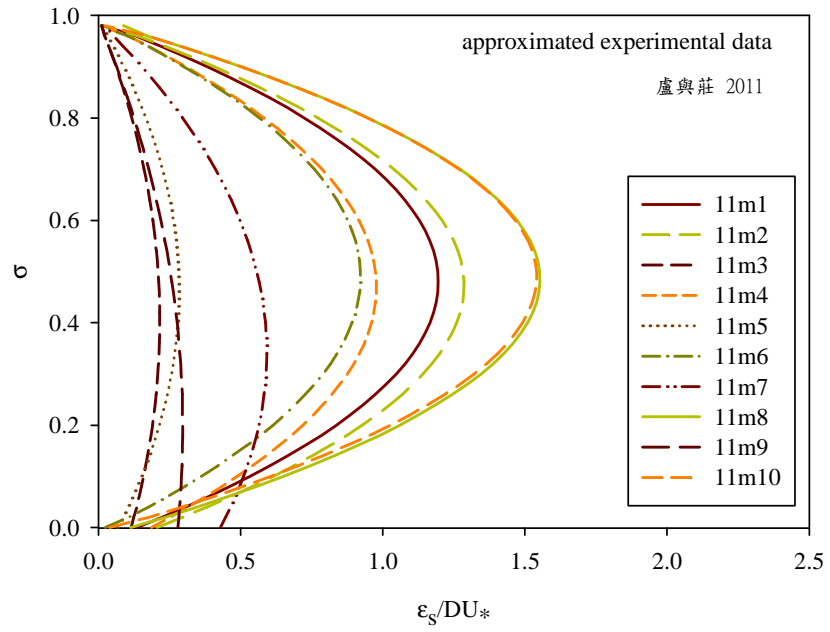


圖 5.19 不同紊流擴散係數分布型態對濃度影響之敏感度分析柱狀圖



資料來源：莊巧巧(2011)

圖 5.20 懸浮載案例之無因次紊流擴散係數沿無因次水深分布圖

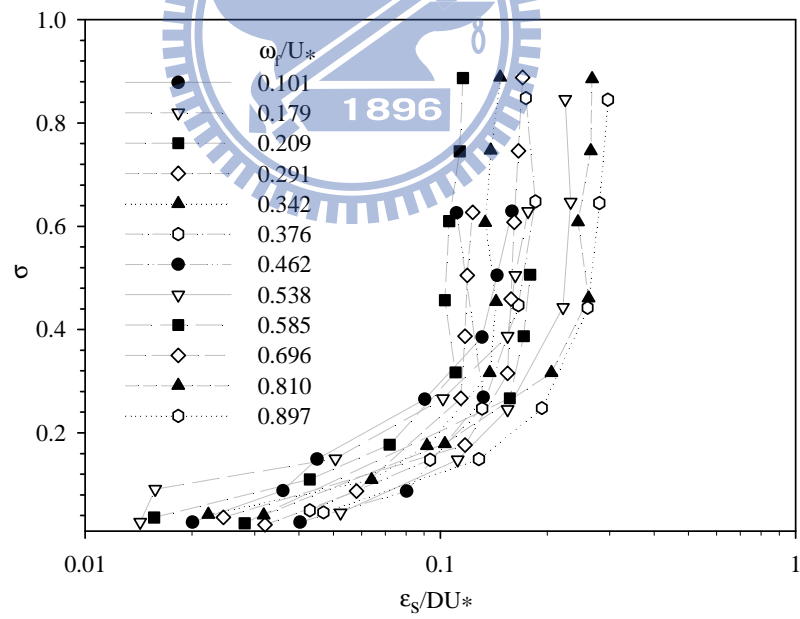
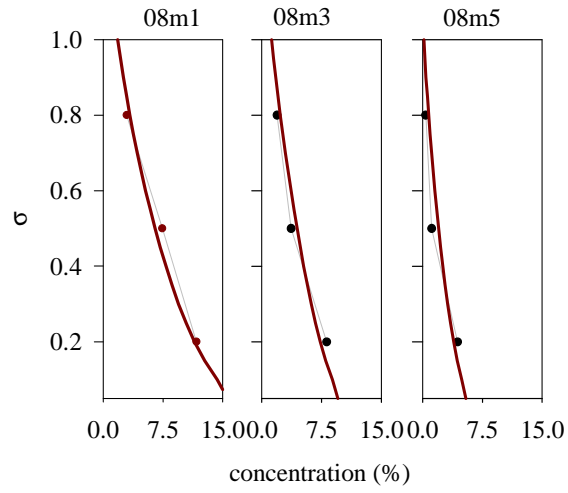
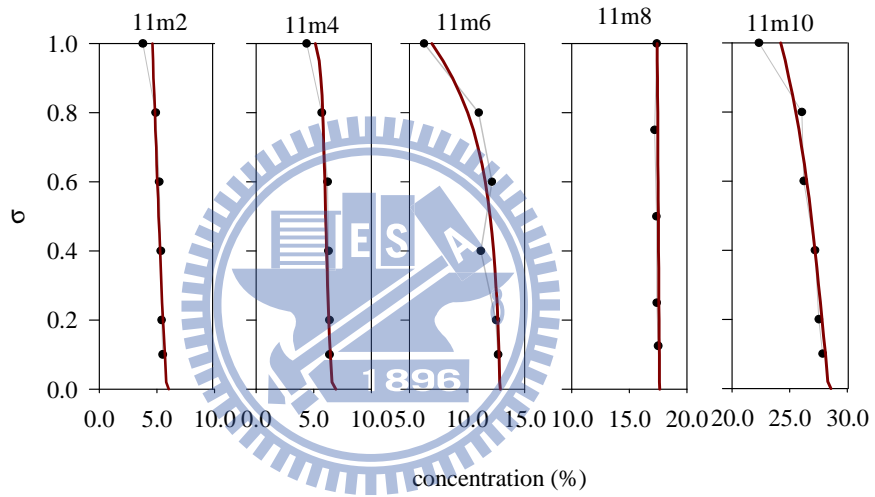


圖 5.21 Coleman(1970)之無因次紊流擴散係數沿無因次水深分布圖



(A) 08m1、08m3 與 08m5



(B) 11m2、11m4、11m6、11m8 與 08m10

(實驗數據 ●；模擬結果 —)

圖 5.22 應用  $w_f/U_*$  判斷不同紊流擴散係數分布之濃度剖面模擬結果

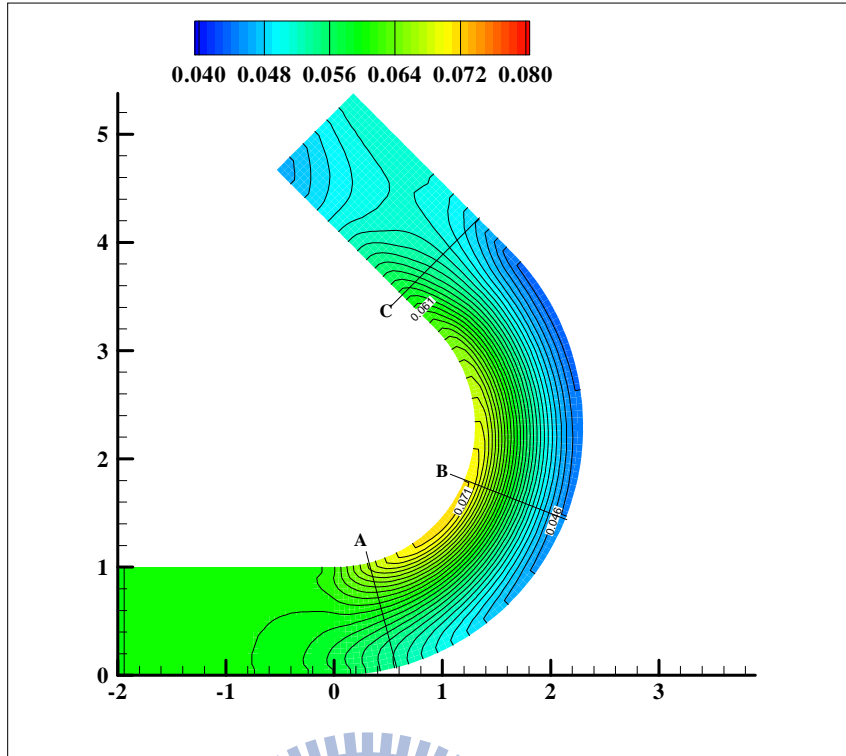


圖 5.23 拋物線分布紊流擴散係數對彎道濃度之影響

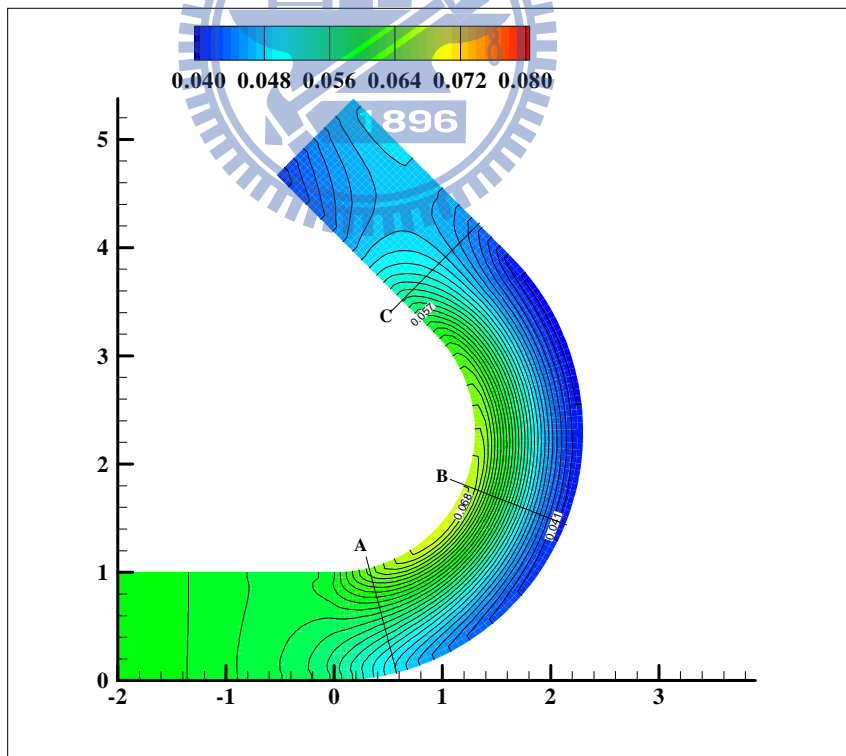


圖 5.24 拋物線-常數分布紊流擴散係數對彎道濃度之影響

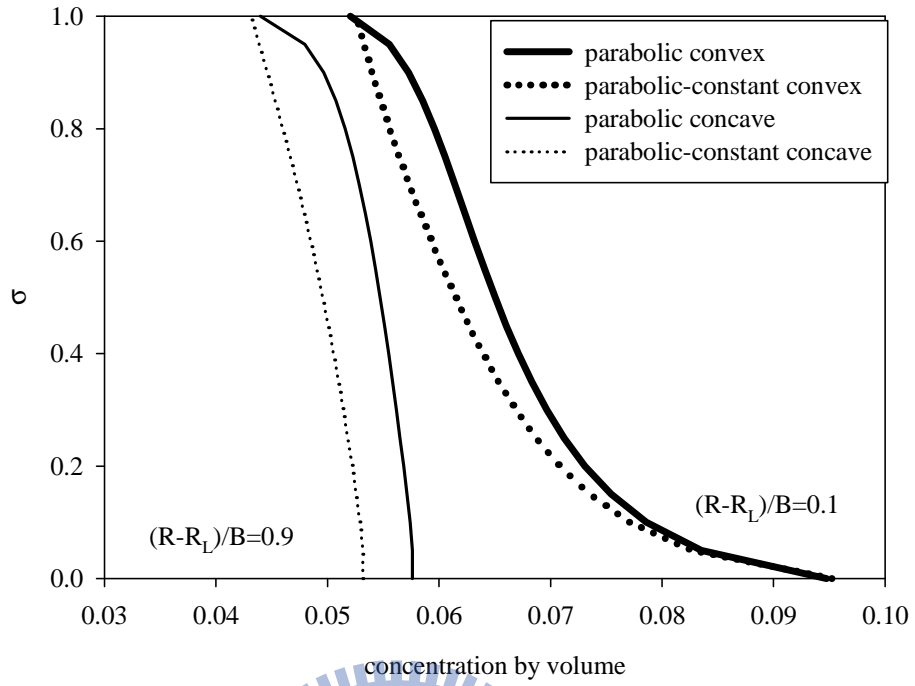


圖 5.25 彎道入口處不同紊流擴散係數分布對彎道濃度影響比較

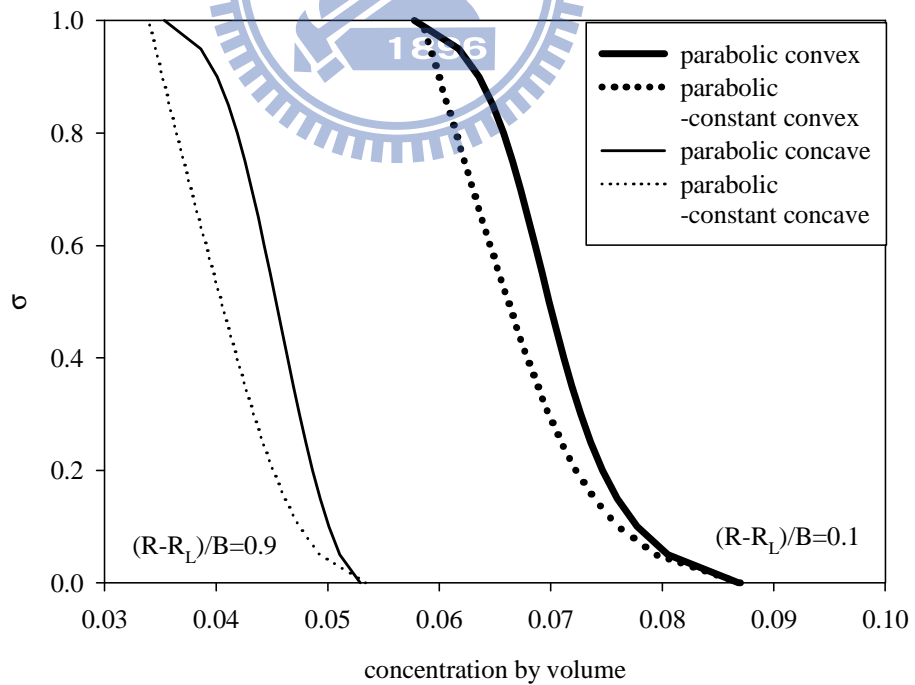


圖 5.26 彎道中點處不同紊流擴散係數分布對彎道濃度影響比較

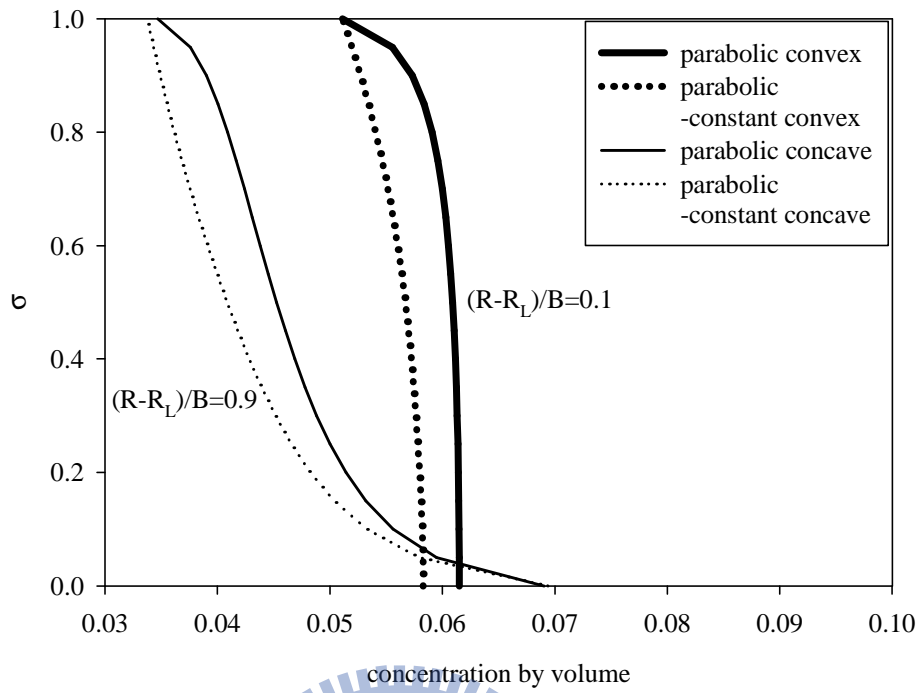


圖 5.27 彎道出口下游不同紊流擴散係數分布對彎道濃度影響比較

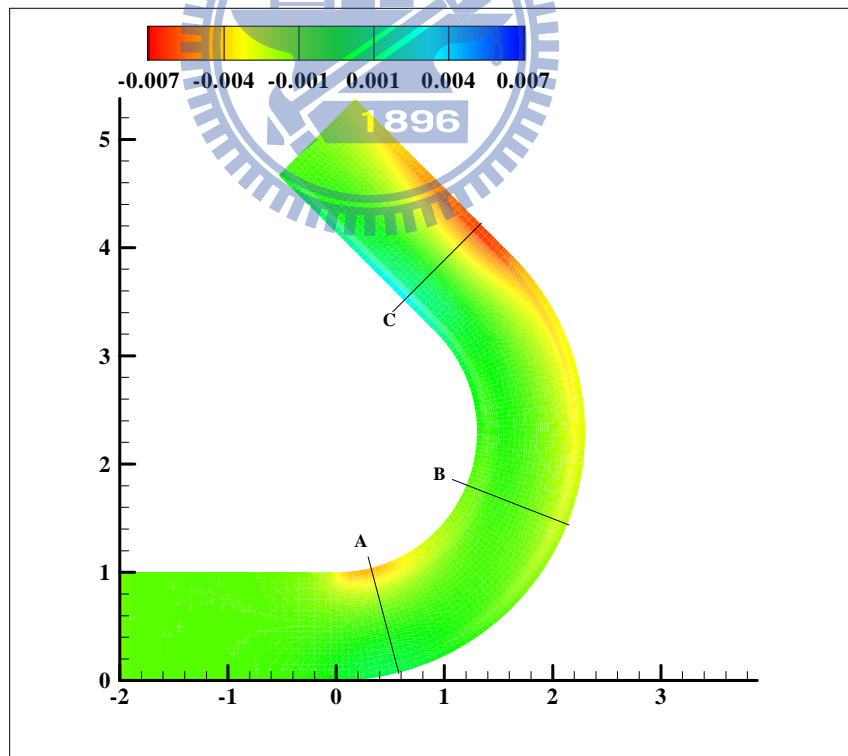


圖 5.28 彎道設計案例 BF1 底床沖淤等值圖

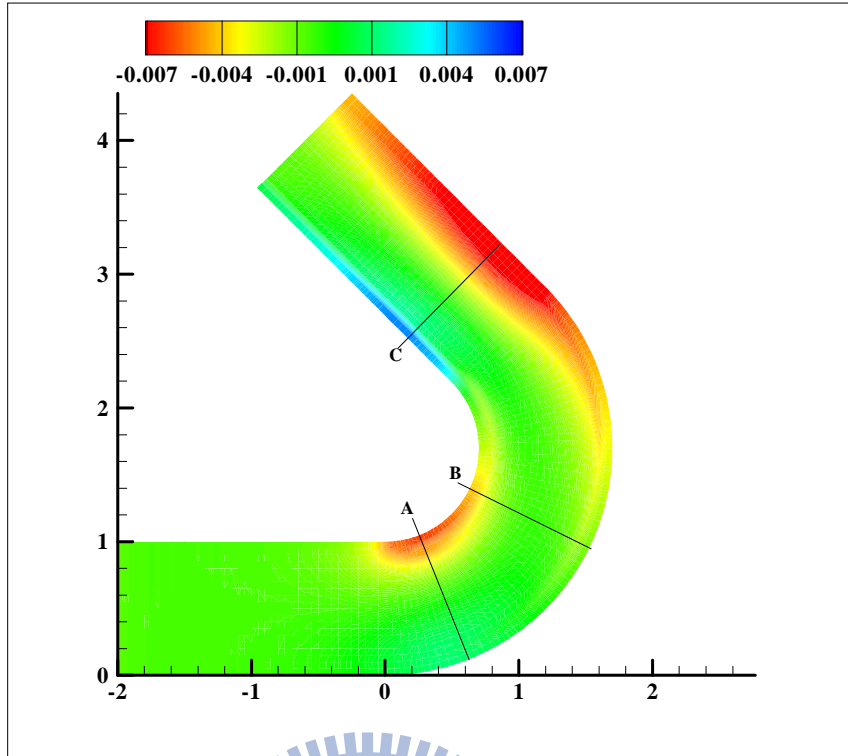


圖 5.29 彎道設計案例 BF2 底床沖淤等值圖

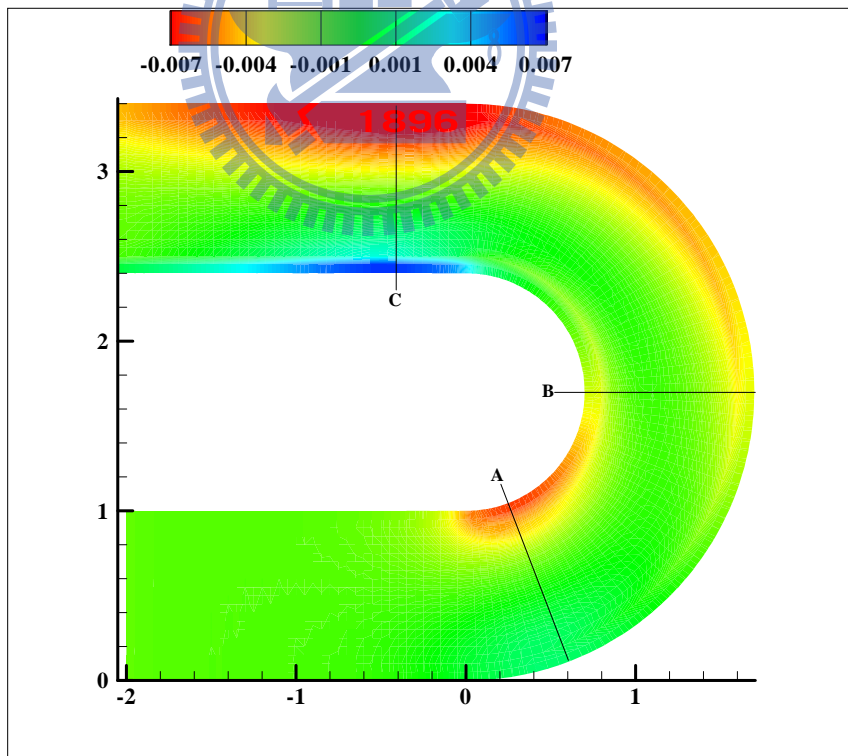


圖 5.30 彎道設計案例 BF3 底床沖淤等值圖

## 第六章 高含砂水流效應影響程度分析與應用

### 6.1 前言

本研究已經針對所發展之數值模式進行參數分析以及模式測試，可以瞭解流變關係顯著地影響高含砂水流流場之水理、沉滓運移情況。本章主要探討高含砂水流效應在應用面的影響程度，就水理與動床而言，河川水位與流速是直接影響河防安全的要素，底床沖淤則是探討河道穩定的重要課題。在一般河道分析水理因素時，以所需資訊而言，水位與一維或二維之流速值已經足以提供所需資訊。針對河道穩定之分析，一般均以懸浮載與底床載經驗式探討對底床沖淤之影響，就目前相關經驗式之理論發展而言，均是以水深平均流速作為計算的主要參數，三維資訊包含深度方向的流場變化，可增加經驗式計算結果的合理性。本研究數值模式可同時提供二維與三維流場資訊，在本節研究著重實際應用且二維流場資訊已經足夠情況下，不以三維流場、濃度資訊進行分析。

面對實務應用，現場往往得到清水流或低濃度情況下的資訊，且高含砂水流數值模式仍屬少見，難以直接以高含砂水流數值模式進行分析。若能解析高含砂水流效應對明渠流之影響程度，並界定此差異程度的主控參數，表示可在應用數值模擬前，得知高含砂水流效應的重要性。本研究擬定量地探討高含砂水流效應達到何種程度時，高含砂水流與清水流之模擬結果會有顯著的不同，以更明確的解析高含砂水流對明渠水流之效應，提供相對於清水流流況差異的概念以作為實際應用參考。

就河道穩定性而言，底床載係穩定河道沖淤與河床型態之要素之一，分析底床載功能的重要性，主要是希望能界定其對底床沖淤的影響程度，也探討主控河道穩定受底床載影響之參數。同時，文獻中高含砂水流動床模式少有考量底床載運移機制，若能提供區分底床載對底床沖淤影響程度的方法，則無論是實際應用



或是模式發展，都可提供量化底床載影響程度的判斷依據。因此，本研究最後亦解析模式所建構之高含砂水流底床載運移機制，對底床沖淤的影響程度。

## 6.2 定床情況高含砂水流之影響程度分析

本研究分析高含砂水流模式與清水流模式在相同的條件時，流速、水深及剪力等水理特性於穩態的情況下，空間上各個水理參數最大的差異比值。以  $MaxH^* = Max(H_m - H_w) / H_m$  代表水深的最大差異量， $MaxU^* = Max(U_m - U_w) / U_m$  為流速的最大差異量， $Max\tau^* = Max(\tau_m - \tau_w) / \tau_m$  為底床剪力的最大差異量。在此  $H_m$ 、 $U_m$  與  $\tau_m$  表示高含砂條件下的水深、流速與剪力， $H_w$ 、 $U_w$  與  $\tau_w$  表示表示清水流條件下的水深、流速與剪力。

### 6.2.1 無因次參數影響程度分析

由第四章敏感度分析，可瞭解並未有單一參數可以主控數值模式之模擬結果。本研究為能夠解析高含砂水流效應之主控參數，需先蒐集在定床條件下，與理論機制有關之影響因子。因此所蒐集參數雖相似於第四章，但不排除有相關性之參數，使無因次參數分析結果較為合理。無因次參數分析之目的，係藉由因次分析理論，找尋可主控高含砂水流效應之無因次參數，同時也是為了避免受到空間尺度差異之影響。接續進行參數產生，產生後可衍生無因次參數，再將各參數以數值模式模擬，得到各案例之模擬結果(水深、流速與剪力)，並檢視是否能夠涵蓋足夠通用、廣泛的高含砂水流條件，使主控之無因次參數可合理地區分高含砂水流效應之範圍。與第四章的不同處，主要是第四章係為了找出模式輸入所需參數對模式輸出結果的敏感程度趨勢。

### 影響因子

為決定高含砂效應對定床流場影響的相關參數，本研究參考第四章蒐集參數

成果，彙整高含砂效應影響因子，包括：斷面平均速度  $U$ 、平均水深  $H$ 、水深平均濃度  $\bar{C}$ 、寬度  $B$ 、渠道坡度  $S_0$ 、含砂水流流體密度  $\rho$ 、黏滯係數  $\mu$ 、賓漢黏滯係數係數項  $\alpha_1$ 、賓漢黏滯係數指數項  $\beta_1$ 、賓漢降伏應力係數項  $\alpha_2$ 、賓漢降伏應力指數項  $\beta_2$ 、賓漢黏滯項層流阻力係數  $K_l$ 、重力加速度  $g$  與底床型態之糙度係數  $c_c$ 。流量  $Q$  在本節研究由於已以平均流速、水深作為水理參數，因此忽略流量影響。由於不考慮三維流場之影響，影響流速剖面為重要參數之紊流黏滯係數，同時在敏感度分析中對水深平均速度影響並不顯著，雖直接以經驗式計算，但不列入影響程度分析。相關因子可初步整理為：

$$\text{Max}\phi^* = f_1(U, H, \bar{C}, B, S_0, \rho, \mu, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, K_l, g, c_c) \quad (6.1)$$

其中  $c_c$ =Chezy 糙度係數  $=R_h^{1/6}/n$ ； $n$  = 曼寧糙度係數； $R_h$  = 水力半徑， $\phi = H$ 、 $U$  與  $\tau$ 。

### 無因次參數

式(6.1)等號左右邊共 15 個獨立變數，利用柏金漢 (Vaschy - Buckingham) 因次分析理論，可得 12 個無因次參數：

$$f(\text{Max}\phi^*, \text{Re} = \rho UH / \mu, \bar{C}, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, K_l, H/B, S_0, \text{Fr} = U / \sqrt{gH}, C_f = g/c_c^2) \quad (6.2)$$

整合上述各無因次參數，並考慮所代表之物理意義，本研究將式(6.2)整理、合併為 7 個無因次參數：

$$\left( \begin{array}{l} R_e = \rho UH / \mu \\ T_m = \left( \tau_B + \frac{K\mu_B U}{8H} \right) / \rho_w U^2 \\ \rho_m^* = \frac{\rho}{\rho_w} \\ \frac{H}{B} \\ S_0 \\ Fr = \frac{U}{\sqrt{gH}} \\ C_f = g/c_c^2 \end{array} \right) \quad (6.3)$$

其中  $\tau_B$ 、 $\mu_B$  係以體積濃度作為函數，如式(1.1)、(1.2)，以避免  $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$  等參數本身不具物理意義的問題； $R_e$ =雷諾數； $T_m$ =無因次賓漢剪應力項； $Fr$ = 福祿數； $\rho_m^*$ =無因次含砂水流密度(包含  $\bar{C}$ )； $H/B$ =正常水深/渠寬； $C_f$  =摩擦因子。

因此，無因次參數與差異量的關係可整理合併為：

$$Max\phi^* = f_2(R_e, T_m, \rho_m^*, \frac{H}{B}, S_0, Fr, C_f) \quad (6.4)$$

## 案例設計

本研究為使主控因子與影響程度分界的迴歸係數具高度可信度，將第四章之參數範圍再擴大且以統計特性進行常態分布取樣。根據既有參數的統計特性產生足夠數量的數值模擬案例，再以本研究數值模式進行模擬，計算模擬結果的流速、水深與底床剪力之最大差異，產生足夠之參數與模擬結果樣本數目。

流變關係參數的  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  係數由表 1.1 的現有資料作分析，結果為對數常態分布，而除此之外，本研究假設式(6.1)中其他因子之分布型態為常態分布，表 6.1 為相關參數統計特性，經由拉丁超立方取樣(LHS; Wu et al., 2011)衍生 928 組設計案例，進行模擬分析工作。各案例的參數範圍如表 6.2 至表 6.3 所示，由表可知

本研究所設計案例涵蓋坡度、流量、底床糙度等參數相當廣的範圍，且都是在明渠流中合理的範圍內。由水理條件來看，雷諾數為  $3.05 \times 10^4$  至  $2.65 \times 10^6$ ，寬深比為大於 5、福祿數為 0.093 至 3.26(包含亞臨界流與超臨界流)， $C_f$  為 0.002 至 0.00969。由設定範圍可知，本研究所設計之案例範圍相當廣，足夠近似真實河川的各種水理情況。

### 無因次參數敏感度分析

圖 6.1、圖 6.2 與圖 6.3 分別為  $MaxH^*$ 、 $MaxU^*$ 、 $Max\tau^*$  等差異量對式(6.4)中各無因次參數之關係圖，由圖中分別可發現  $T_m$  對各差異量有較明顯的關係趨勢。此外，由圖 6.3 中可發現除  $T_m$  外， $Max\tau^*$  亦明顯與參數  $\rho_m^*$  相關，因此對高含砂水流差異量而言，重要無因次參數主要為  $T_m$  與  $\rho_m^*$  兩者。

#### 6.2.2 重要參數之關聯性分析與應用

##### $\rho_m^*$ 與 $T_m$ 對水深、流速、剪力增量關聯性分析

本研究由圖 6.1、圖 6.2 與圖 6.3 嘗試找出高含砂水流與清水流之間的關係式，由各差異量與  $T_m$  之關係可以發現相當顯著的關連性；對底床剪力的差異量而言，密度亦有其影響程度。因此本研究首先可以知道高含砂水流流速、水深之最大差異量可由  $T_m$  表示為：

$$MaxH_m^* = e^{-0.045[\ln(T_m)]^2 + 0.2954\ln(T_m) - 0.3095}, R^2=0.84 \quad (6.5)$$

$$MaxU_m^* = -e^{-0.0292[\ln(T_m)]^2 + 0.5255\ln(T_m) + 0.7068}, R^2=0.86 \quad (6.6)$$

剪力部分則可以得到兩種關係式，

$$Max\tau_m^* = e^{-8.6029[\ln(\rho_m^*)]^2 + 9.8385\ln(\rho_m^*) - 3.2024}, R^2=0.81 \quad (6.7)$$

$$Max\tau_m^* = e^{-0.0111[\ln(T_m)]^2 + 0.1026\ln(T_m) + 0.1009}, R^2 = 0.68 \quad (6.8)$$

在分析剪力差異量問題時，由圖 6.3 的  $T_m - Max\tau_m^*$  關係圖可發現，即便高含砂效應已相當微小下，清水流與高含砂水流模式之模擬結果仍有 3.02% 至 8.21% 的差異程度，遠大於同樣  $T_m$  數值下的  $MaxU_m^*$  與  $MaxH_m^*$ 。探究其原因，係因為高含砂水流模式在底床剪力中，如式(2.24)、式(2.26) 與式(2.27)所示，藉由狀態函數反應體積濃度對含砂水流密度之影響，因此即便在高含砂之效應(式 2.26、式 2.27 等號右邊前兩項流變關係參數影響)已趨於相當微小的情況下，高含砂水流模式與清水流模式仍因流體密度的差異，導致底床剪力仍有差異存在。

由於同時存在兩種關係式有選用上的困擾，因此，本研究藉由相對差異，嘗試區分  $T_m$  與  $\rho_m^*$  的底床剪力計算結果差異。首先藉由  $\rho_m^* - Max\tau_m^*$  迴歸關係式(式 6.7) 計算底床剪力( $\tau_{regression}$ )，比較模式模擬相同案例得到的底床剪力( $\tau_{model}$ )，以相對差異量化迴歸式與模式計算結果的差別，相對差異計算方式是  $relative\ difference = |(\tau_{model} - \tau_{regression}) / \tau_{regression}|$ 。另外也同樣以相對差異比較  $T_m - Max\tau_m^*$  迴歸關係式(式 6.8)計算結果與數值模擬結果。計算結果如圖 6.4 所示，圖中分為兩群相對差異計算點，分別為  $T_m - Max\tau_m^*$  與  $\rho_m^* - Max\tau_m^*$  計算式相對於數值模式模擬結果之差異。分別以迴歸分析曲線比較兩群數據點之趨勢，由圖 6.4 發現兩個迴歸線交叉點位於  $Max\tau^* = 0.43$  處。再以圖 6.3 的  $T_m - Max\tau_m^*$  關係圖計算  $Max\tau^* = 0.43$  對應之  $T_m$  值，可以推估得到  $T_m = 3.346 \times 10^{-3}$ 。因此，本研究以  $T_m = 3.346 \times 10^{-3}$  作為區分  $T_m - Max\tau_m^*$  與  $\rho_m^* - Max\tau_m^*$  兩個關係式的適用時機如下：

$$Max\tau_m^* = e^{-8.6029[\ln(\rho_m^*)]^2 + 9.8385\ln(\rho_m^*) - 3.2024}, T_m < 3.346 \times 10^{-3}, R^2 = 0.81 \quad (6.9)$$

$$Max\tau_m^* = e^{-0.0111[\ln(T_m)]^2 + 0.1026\ln(T_m) + 0.1009}, T_m > 3.346 \times 10^{-3}, R^2 = 0.68 \quad (6.10)$$

### $\rho_m^*$ 與 $T_m$ 對水深、流速、剪力增量關係式

式(6.5)至式(6.10)的最大差異量  $MaxH^*$ 、 $MaxU^*$ 與  $Max\tau^*$ 係以高含砂水流之流速、水深與剪力等物理量作為無因次化之分母。主要是因為在參數分析時，多數情況高含砂水流之物理量會高出清水流物理量甚多，因此方以高含砂水流物理量作為基礎，以限制差異量結果的最大值為 1.0。為能夠更直覺的解析高含砂水流相較於清水流之差異，本研究以下列代數式轉換式(6.5)至式(6.10)，作為分界增量之關係式：

$$\Delta\phi^* = \frac{|\phi_m - \phi_w|}{\phi_w} = \frac{Max\phi_m^*}{1 - Max\phi_m^*} \quad (6.11)$$

由式(6.11)之轉換，本研究將流速、水深與剪力增量關係式以函數圖形表示，如圖 6.5 所示，其中在  $\ln(T_m) < -8$  時水深增量與流速增量小於 1%，相較於圖 6.6 之剪力增量，可以發現剪力增量均大於 1%。一般而言，若河道水位差異在 1%之內，應可視為無明顯水位變化，本研究在此統一以 1%之流速與水深增量，作為高含砂水流效應影響程度之界定標準。圖 6.5 與圖 6.6 亦可在應用其他案例時，彈性改變界定百分比，在本研究中假設 1%為分辨高含砂水流效應之標準。由圖 6.5 可知，剪力增量在本研究考慮範圍內均相當重要，而由式(6.9)與式(6.10)可知， $T_m < 3.346 \times 10^{-3}$  的情況需以圖 6.6 也就是無因次密度  $\rho_m^*$ 評估底床剪力之增量，反之則需以  $T_m$ 評估剪力增量。

### $\rho_m^*$ 與 $T_m$ 對水深、流速、剪力增量重要性驗證

表 6.4 為水利署(2008)所進行之高含砂水流定床實驗條件，本研究利用其數據，套用圖 6.5 與圖 6.6 之增量關係曲線進行計算。圖 6.7 為應用水深、流速增量關係圖，將表 6.4 中各案例計算得到之  $\ln(T_m)$ 進行比較。流速、水深增量僅有案例 Af4、Af5 相對明顯，相對地 Af2 與 Af3 之流速水深增量可以忽略。水深增

量計算結果以較明顯的案例來說，案例 Af4 與案例 Af5 在關係曲線圖中是屬於不可忽略區域。

剪力增量方面，案例 Af2、Af3 與 Af4 之  $T_m$  均小於  $3.346 \times 10^{-3}$ ，因此採用無因次密度計算底床剪力，Af5 採用  $\ln(T_m)$  計算。圖 6.8 為案例 Af2、Af3 與 Af4 之無因次密度計算結果，其中 Af4 剪力增量相對較高，Af2 與 Af3 相對較小，但是均落在不可忽略的區域；Af5 由圖 6.9 顯示，明顯剪力增量相當高。

本研究將表 6.4 實驗條件直接以高含砂水流模式模擬，並比較與清水流結果的差異性；實驗量測數據為高含砂之水深資訊，除水深外，亦利用水面坡降計算實驗之底床剪力值，驗證圖 6.5 與圖 6.6 之增量關係曲線應用結果的合理性。圖 6.10 為案例 Af2、Af3、Af4 與 Af5 之水深沿程模擬結果，可以發現高含砂水流效應下之模擬結果實驗大致相符，清水流情況下的模擬結果則有不同程度的差異。其中 Af4 水深模擬結果與清水水深最大差異約 3%，而 Af5 模擬結果差異約為清水的 24%，其他案例水深模擬結果幾乎沒有差別。因此，Af4 與 Af5 確實符合前述圖 6.7 以  $\ln(T_m)$  計算高含砂水流效應之趨勢，具有相對明顯的水深增量。

另外剪力方面，本研究根據實驗水槽之水面坡降計算實驗之整體底床剪力，比較高含砂水流數值模式之底床剪力值與清水流模擬之底床剪力值。數值模式之底床剪力模擬結果取其平均值，也就是實驗案例各有一個底床剪力的模擬值與量測值。並另外以清水流模式求得各案例之清水流底床剪力平均值，同樣與實驗值比較。比較結果如圖 6.11 所示，圖中橫軸為底床剪力實驗值，縱軸為底床剪力模擬值，45 度線表示實驗值與模擬值完全一致。由圖可知，Af2 與 Af3 的高含砂水流與清水流底床剪力差異約 5% 至 10%，Af4 案例約 33%，Af5 案例約 180%，均是不可忽略之範圍，與前述增量關係式估計的結果相符，也就是底床剪力均無法忽略，且 Af4 與 Af5 的剪力增量相對其他案例明顯的趨勢，也由增量關係式得到驗證。

由以上增量分析以及實驗數據的驗證，可以知道  $T_m$  確實可作為反應高含砂水流流水深、剪力增加量的重要參數，而無因次密度也同樣是底床剪力之重要影響因子。就底床剪力而言，區分  $\rho_m^* - Max\tau_m^*$  與  $T_m - Max\tau_m^*$  關係式之適用時機，由案例 Af4(以  $\rho_m^* - Max\tau_m^*$  分析)與 Af5(以  $T_m - Max\tau_m^*$  分析)的應用與驗證也得到一清楚的確認。

### 6.3 底床載效應對底床沖淤影響程度分析

與前節相同，本節以動床角度，先根據參數分析，將影響底床沖淤之因子作一分析，並設計涵蓋足夠廣泛的案例進行動床數值模擬。數值模擬結果將產生考慮與忽略計算底床載之底床沖淤量，兩者之差的最大值稱為  $Max\Delta Z_b^*$ 。將影響因子與  $Max\Delta Z_b^*$  進行敏感度分析，以解析主控因子，並得到迴歸關係式。

#### 6.3.1 無因次參數影響程度分析

##### 影響因子

為分析影響高含砂動床特性的相關參數，本研究蒐集高含砂動床效應影響因子除前述式(6.1)之參數外，額外考慮河床質粒徑  $D_b$ 、懸浮沉滓粒徑  $D_{ms}$ 、土砂乾密度  $\rho_s$  等。河床質與懸浮沉滓均為單一代表粒徑。

本研究以底床沖淤量解析上述各參數對底床載影響程度的分析，表示如下：

$$Max\Delta Z_b^* = f(U, H, \bar{C}, B, S_0, \rho, \mu, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, K_l, g, c_c, D_b, D_{ms}, \rho_s) \quad (6.12)$$

##### 無因次參數

為進行參數分析，本研究須先將式(6.12)中各項參數進行無因次化。根據柏金漢(Vaschy-Buckingham)理論，式(6.12)中等號左右共 17 個參數，可得 14 個無因次參數，但是其中  $\alpha_1$ ， $\beta_1$ ， $\alpha_2$ ， $\beta_2$ ， $K_l$  與  $\rho_0$  等 6 個參數整合為底床剪力之無



因次參數，減少為 9 個無因次參數，如下所列，

$$\left( \begin{array}{l} \frac{\Delta z b}{H} \\ T_m = \left( \tau_B + \frac{K \mu_B U}{8H} \right) / \rho_w U^2 \\ \gamma_m / \gamma_s - \gamma_m \\ H / B \\ H / D_b \\ S_0 \\ Fr = U / \sqrt{gH} \\ D_{ms}^* = D_{ms} \left[ \frac{(s_g - 1)g}{v^2} \right]^{1/3} \\ \bar{u} / U_* \end{array} \right) \quad (6.13)$$

其中  $\gamma_m = \rho g$  ;  $\gamma_s = \rho_s g$  ;  $U_*$  為剪力速度 ;  $T_m$  為無因次底床剪力 ;  $s_g = \rho_s / \rho$  。

因此，無因次參數與底床沖淤差異量的關係可整理合併為：

$$Max \Delta Z_b^* / H = f_2(T_m, \gamma_m / \gamma_s - \gamma_m, H / B, H / D_b, S_0, Fr, D_{ms}^*, \bar{u} / U_*)$$

### 案例設計

前述 6.2 節為能夠區分流變關係參數與流體密度等高含砂水流物理機制的適用性，因此在涵蓋相當廣泛的水理條件內設計參數。本節採用動床數值模式，除了水理條件參考前節外，沉滓運移經驗公式也需考慮所適合的水理條件範圍，因此適用案例數目相對定床案例較少。由於底床載部分需考慮合適的賓漢降伏應力與賓漢黏滯係數，為控制兩項參數的變化範圍，參考王志賢(2001)之研究，以 0.0014 與 0.03 分別帶入  $\alpha_1$  與  $\alpha_2$ ，僅以  $\beta_1$  與  $\beta_2$  代表流變關係參數之變化。分析尺度方面，為能降低分析結果與實際情況的尺度差異，對渠道長寬尺度放大至 1,000 m 至 5,000 m，單寬流量的尺度也同樣放大。粒徑方面，同時考量底床粗顆粒沉

滓與懸浮載之細顆粒沉滓，本研究參考 Chang et al.(1993)所採用的相關參數統計特性，如表 6.5，以常態分布進行案例設計。

整體案例參數之設計結果列如表 6.6，每個案例之設計均為直線矩形渠道。模擬區域均取距離上下游 96% 渠道長度範圍內之模擬結果進行分析，以減少邊界對底床沖淤之影響。由表 6.6 可知本研究設計案例涵蓋廣泛範圍，以無因次參數而言，模擬結果顯示福祿數落在 0.41-2.44，包含超亞臨界流，水流雷諾數約在  $2.98 \times 10^5$ - $1.94 \times 10^6$ ，符合紊流完全發展範圍，寬深比均大於 5，符合淺水波要件，顯示本研究設計案例應可足夠近似真實河川之水理以及輸砂情況。

### 無因次參數敏感度分析

將式(6.13)中的參數進行無因次參數敏感度分析，可得到表 6.7 之迴歸係數表，其中可發現坡度之敏感程度最大，而福祿數、流體比重  $\gamma_m / (\gamma_s - \gamma_m)$  次之。其中坡度對  $Max\Delta Z_b^* / H$  之分布關係圖如圖 6.12，顯示雖然坡度明顯具較高敏感度，但是其效應已經藉由流場強度反應在福祿數，因此以下以福祿數與流體比重作為  $Max\Delta Z_b^* / H$  之主控因子，以判斷底床載重要性。由 Rickenmann(1991)試驗結果可知，若水流條件處於紊流情況，流體本身因含砂濃度高而密度較高時，底床沉滓之浮力越大，底床載越高；且其研究同樣將福祿數作為計算底床載之主要因子。

### 6.3.2 重要參數之關聯性分析與應用

#### 福祿數與密度對底床沖淤關聯性分析

表 6.8 為根據主控底床沖淤量之敏感因子(福祿數與流體比重)進行迴歸分析，所得到的敏感度影響係數，根據此係數可得到主控底床載影響底床沖淤程度的迴歸式：

$$\frac{Max\Delta Z_b^*}{H} = 0.4327 \left( \frac{\gamma_m}{\gamma_s - \gamma_m} \right)^{1.859} \cdot F_r^{4.026} \quad (6.14)$$

由上式可知，高含砂水流情況下，底床載的影響可藉由福祿數與水流密度等兩個參數反應對底床沖淤的影響，兩者分別是明渠流的重要因子以及濃度影響沉滓浮力的重要因子。圖 6.13 為式(6.14)與考慮底床載與否對底床沖淤差異量的關係圖，可以發現橫軸在小於某一數值的情況下，沖淤差異量會接近一相當小的數值。另外式(6.14)係針對本研究所建構的底床載經驗公式所得到之結果，在不同的經驗公式下，主控參數受參數影響之權重應有所差異。

本研究嘗試利用式(6.14)區分對底床載重要性之影響，首先須假設一區間，在小於某一範圍內時，底床載效應考慮與否對底床沖淤影響可忽略不計。本研究目前將此區間假設為  $Max\Delta Z_b^* \leq 0.05H$ ，亦即 0.05 倍正常水深的沖刷深度為一幾乎可忽略之數值。與水理部分相同，此一界定影響程度的標準係彈性的設定，後續可視實務情況或現場沖淤尺度做一改變。藉由所界定之區間以及式(6.14)，可分為兩個區域，如圖 6.14 的 I 區和 II 區，兩區以主控因子的數值等於 0.115 做區隔，其中 I 區表示底床載可忽略不計，而 II 區表示底床載重要性高，對底床沖淤影響程度不可忽略。

### 福祿數與密度對底床沖淤重要性驗證

圖 6.14 並以表 5.4 的實驗案例 12，表 5.5 之 2011m2、2011m4、2008m1 與 2008m3 等案例，以式(6.14)進行計算，比較福祿數與密度對底床沖淤重要性之計算結果。圖 6.14 中案例 12 計算結果係落在第 II 區，顯示底床載重要。另外將案例 12 直接以數值模式進行模擬，底床高程模擬果如圖 6.15，圖中展示初始底床、考慮與忽略底床載效應之底床高程模擬結果，其中忽略底床載效應之模擬結果與初始底床有明顯差異，最大底床差異約為 0.075 m，為水深的 1.25 倍，而考慮底

床載的模擬結果符合沖淤平衡之條件，驗證案例 12 在圖 6.14 中的分區為合理的。若比較表 5.4 其他案例的福祿數與流體密度，式(6.14)之計算結果均落於底床載重要的區域，符合該實驗係以底床載為對象的基本條件，因此本研究將不重複展示其他案例的驗證結果。

表 5.5 中，2011m2 與 2011m4 案例之粒徑為 0.06 mm，2008m1 與 2008m3 為粒徑 0.1 mm。比較圖 6.14 四個案例，可發現其中 2011m2 與 2011m4 之橫軸數值較小，位於第 I 區，底床載可忽略；而 2008m1 與 2008m3 之橫軸數值較高，位於第 II 區，底床載對底床沖淤影響明顯。圖 6.16 為 2011m2、2011m4、2008m1 與 2008m3 四個案例的動床數值模擬結果，縱軸為考慮與忽略底床載效應之底床差異量與水深比值( $Max\Delta Z_b^* / H$ )，橫軸為沿程距離。由圖可看得出來 2008m1 與 2008m3 的底床差異量在上游段均大於  $Max\Delta Z_b^* / H = 0.05$  的數值，而 2011m2 與 2011m4 之差異均相當小。整體而言，比較本研究迴歸式計算結果與直接數值模擬的底床差異量，就目前所建構的經驗式而言，底床載對底床沖淤的影響程度確實可藉由福祿數與流體密度作一判斷。

表 6.1 定床影響程度分析參數統計特性

參數 統計量	Q ( $m^3/s$ )	$\bar{C}$	$c_c$ ( $m^{1/2}/s$ )	$s_g$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$
參數範圍	0.025 -10	0.01 -0.5	10 -70	2.6 -2.9	0.00004- 0.26	0.133-0.24	0.000046- 0.15	0.18-0.32
平均值	5.3375	0.252	40	2.75	0.0314	0.2034	0.0236	0.1807
標準偏差	3.7435	0.184	21.6025	0.1291	0.0511	0.0242	0.0511	0.0463

表 6.2 定床影響程度分析設計案例表(1/2)

案例編號	Q	B	$S_0(10^{-3})$	$c_c$	$\bar{C}$ (%)
1-120	0.0022-3.1832	3、9、12、 15	50	10.0625-67.6637	1-40
121-295	0.0055-1.6580	6	50	10.0625-68.2666	1-40
296-425	0.0053-1.6580	6	20、40、 60、80	12.4154-68.4883	1-40
426-595	0.0166-3.0822	3、6、9、 12、15	1.0	13.1155-67.6637	1-40
596-790	0.2102-1.6580	6	1.0	13.1155-67.6636	1-40
791-928	0.2102-1.5996	6	2.5、5.0、 7.5、10.0	12.4154-62.0840	1-40

表 6.3 定床影響程度分析設計案例表(2/2)

No.	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$s_g$
1-790	0.025-2.59	0.041-0.259	0.00004-0.01254	0.0835-0.36	2.6-2.9
791-928	0.030-2.536	0.047-0.258	0.00008-0.01109	0.0844-0.341	

表 6.4 定床影響程度分析應用案例參數表

案例	H(cm)	$S_0$ (%)	$\bar{C}$ (%)	$U$ (m/s)	$q$ (cms/m)	福祿數
AF2	5.3	1	2.12	1.556	0.0825	2.16
AF3	5.8	1.25	3.85	1.721	0.0998	2.28
AF4	5.2	1.48	13.6	1.642	0.0854	2.30
AF5	4.9	1.66	27	1.60	0.0784	2.31

表 6.5 底床載影響程度分析沉滓與底床糙度統計特性

參數 統計量	曼寧係數	孔隙率	河床質粒徑(mm)					懸浮沉滓 粒徑(mm)
			群組 1	群組 2	群組 3	群組 4	群組 5	
參數 範圍	0.0298 -0.04	0.31- 0.46	0.51-0.68	1.095-1.48	2.61-3.53	5.68-7.69	11.45-15.5	0.052-0.07
平均 值	0.035	0.400	0.598	1.129	3.07	6.69	13.47	0.061
標準 偏差	0.003031	0.034	0.0514	0.00528	0.265	0.5795	1.167	0.0053

表 6.6 底床載影響程度分析設計案例參數範圍列表

案例編號	河床質組別	懸浮沉滓粒徑(mm)	$p$	$q(\text{cms/m})$	$\bar{C}$	$S_0$	$n$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$
1-196	群組 5	0.052-0.07	0.30-0.498	26.6-53.2	0.0-0.15	0.001-0.025	0.022-0.037	0.0014	0.151-0.264	0.03	0.085-0.293
197-205	群組 1		0.352-0.45	26.2-53.2	0.0-0.061	0.001-0.025	0.027-0.0328	0.0014	0.19-0.243	0.03	0.132-0.243
206-214	群組 2		0.382-0.444	26.2-53.2	0.0-0.067	0.001-0.025	0.0284-0.035	0.0014	0.198-0.235	0.03	0.129-0.232
215-220	群組 3		0.344-0.441	26.2-53.2	0.0-0.059	0.001-0.025	0.025-0.0323	0.0014	0.175-0.232	0.03	0.167-0.246
221-229	群組 4		0.34-0.425	26.2-53.2	0.0-0.069	0.001-0.025	0.0266-0.036	0.0014	0.168-0.252	0.03	0.176-0.233

表 6.7 無因次參數對  $Max\Delta Z_b^* / H$  之影響程度迴歸係數表

參數	$\frac{\gamma_m}{\gamma_s - \gamma_m}$	$S_0$	$\frac{\bar{u}}{U_*}$	$F_r$	$D_{ms}^*$	$\frac{H}{B}$	$\frac{H}{D_b}$	$T_m$
係數	0.402	1.3	0.112	-0.471	-0.0897	-0.0446	0.0396	-0.0209

$R^2=0.732$

表 6.8 福祿數與流體比重對  $Max\Delta Z_b^* / H$  之影響程度迴歸係數表

參數	$\frac{\gamma_m}{\gamma_s - \gamma_m}$	$F_r$
係數	0.338	0.732

$R^2=0.603$





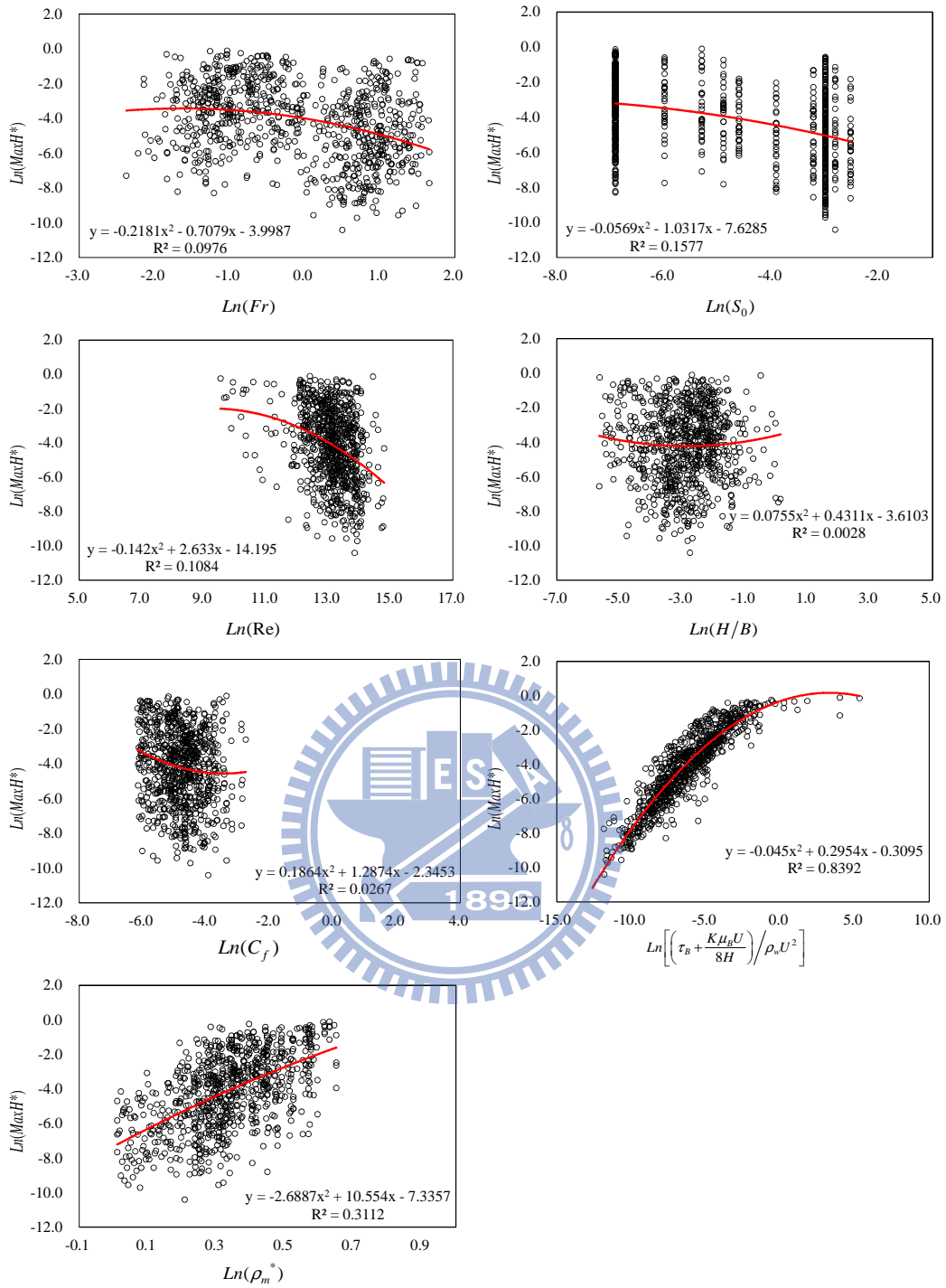


圖 6.1 水深差異量與不同無因次參數關係圖

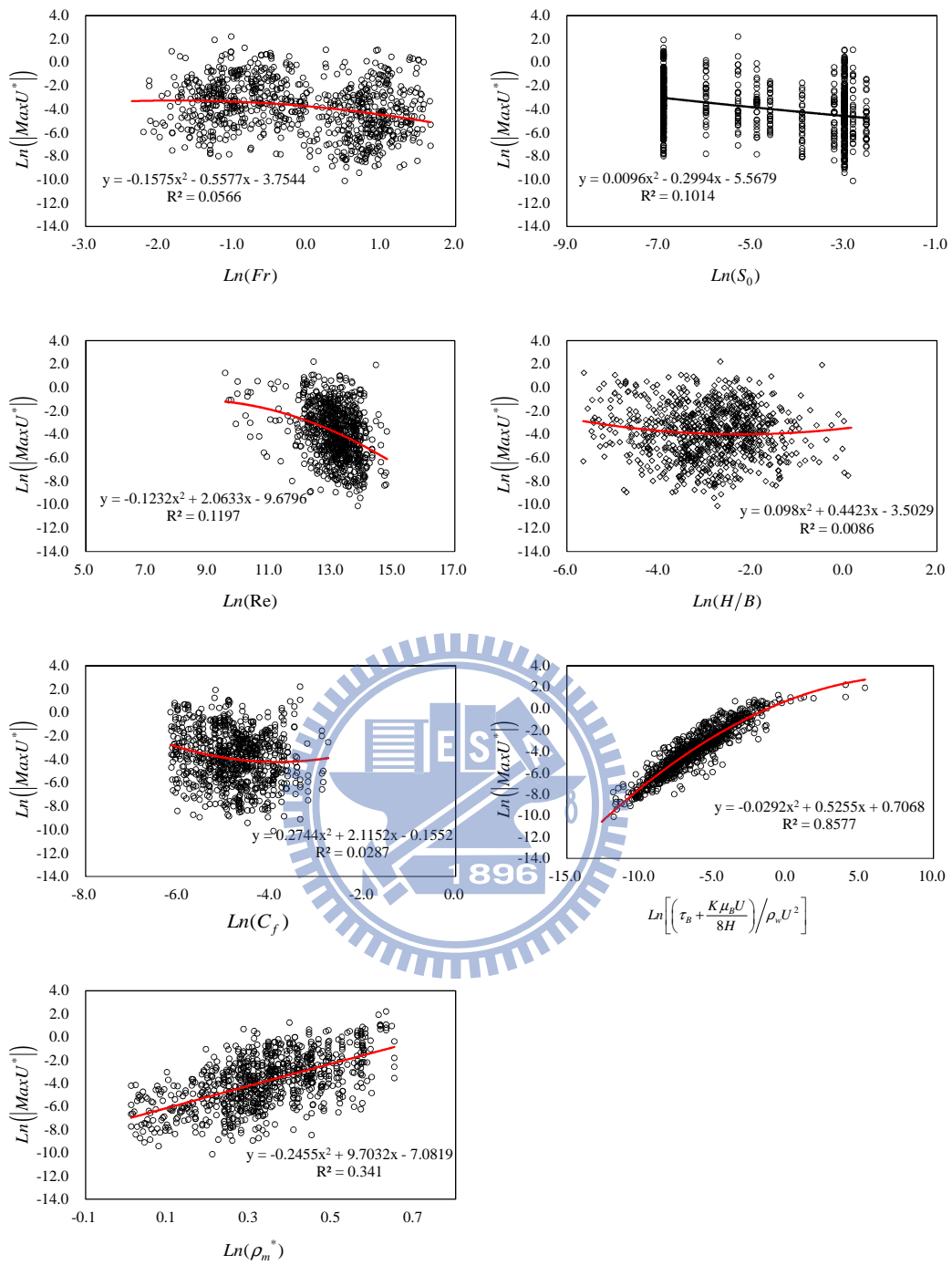


圖 6.2 流速差異量與不同無因次參數關係圖

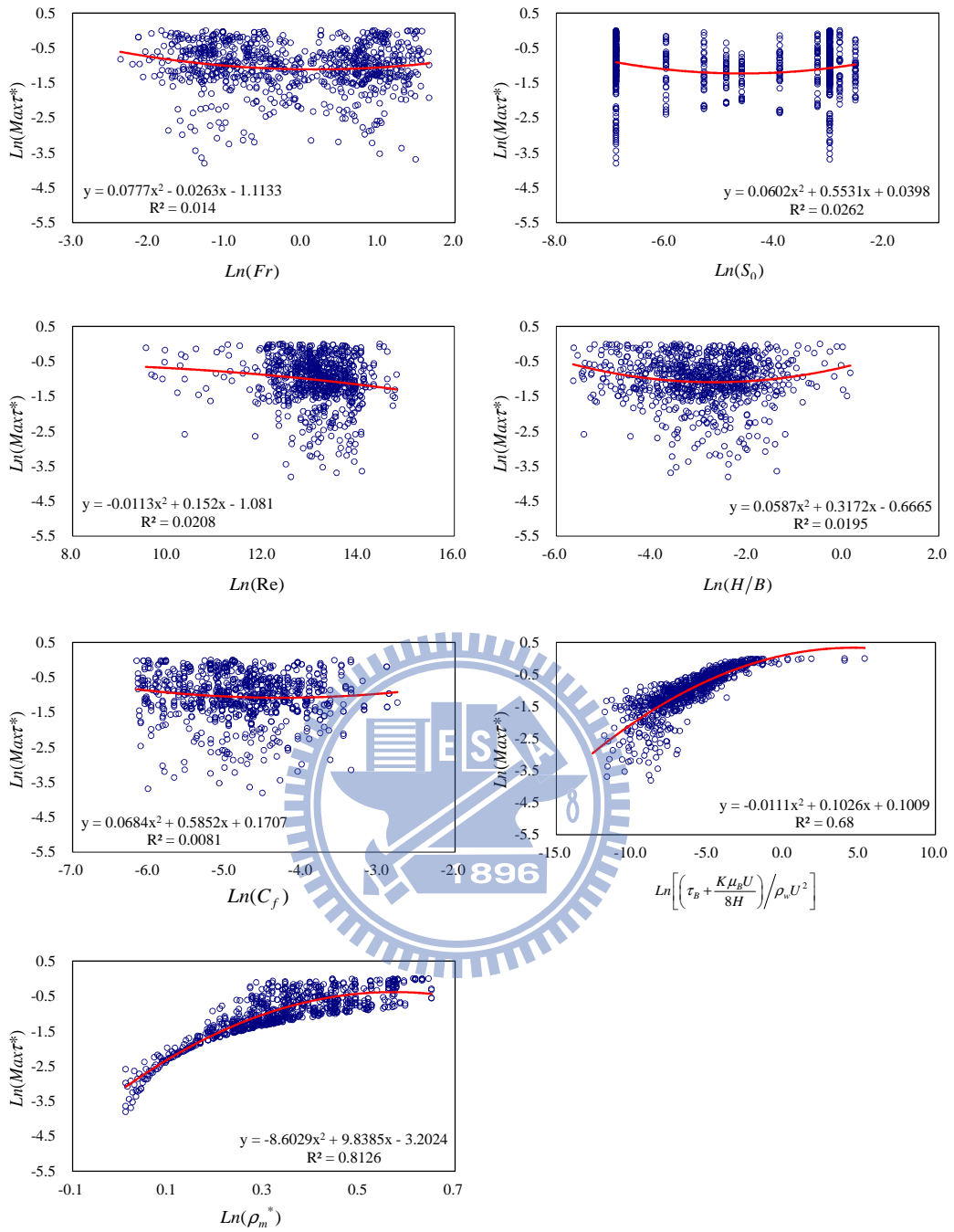


圖 6.3 剪力差異量與不同無因次參數關係圖

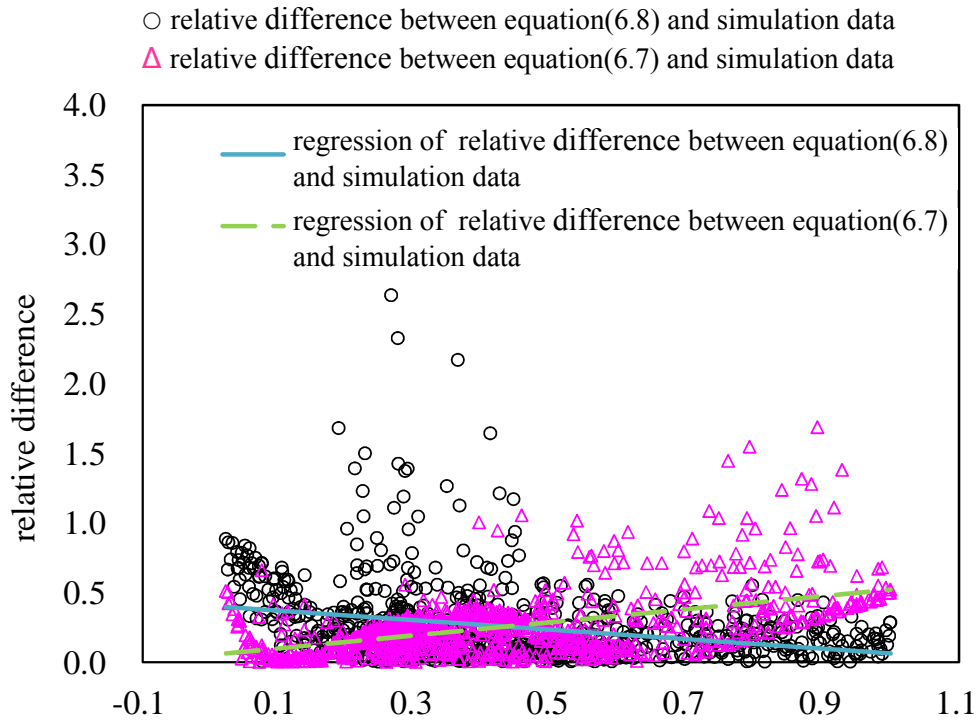


圖 6.4  $T_m$  與  $\rho_m^*$  對  $Max\tau^*$  相對差異分析圖

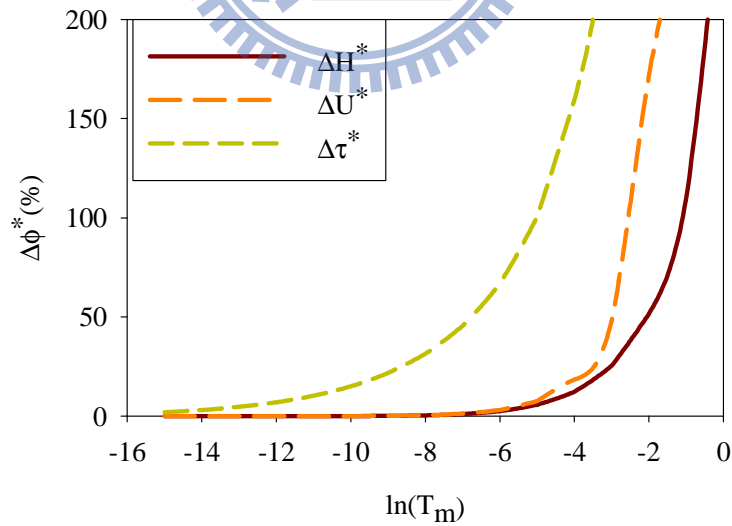


圖 6.5 高含砂水流增量與無因次賓漢剪應力  $T_m$  關係圖

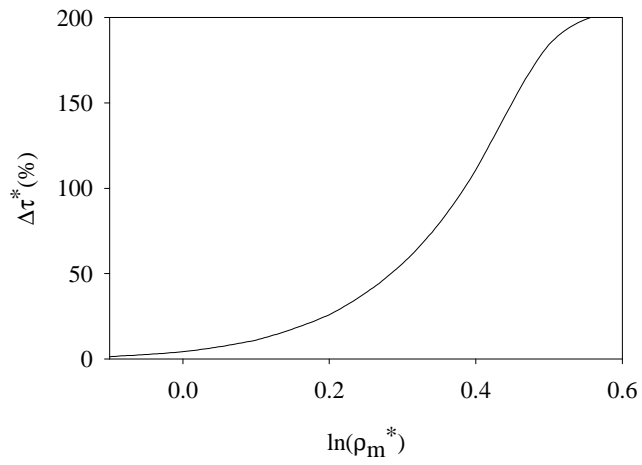


圖 6.6 高含砂水流剪力增量與  $\rho_m^*$  關係圖

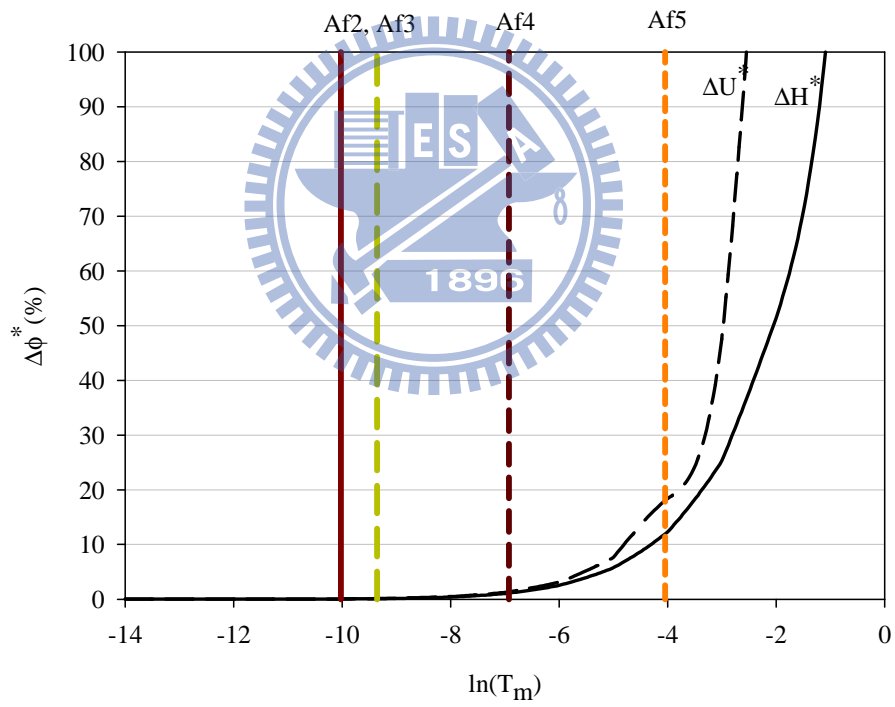


圖 6.7 高含砂水流定床案例應用水深與流速增量結果比較圖

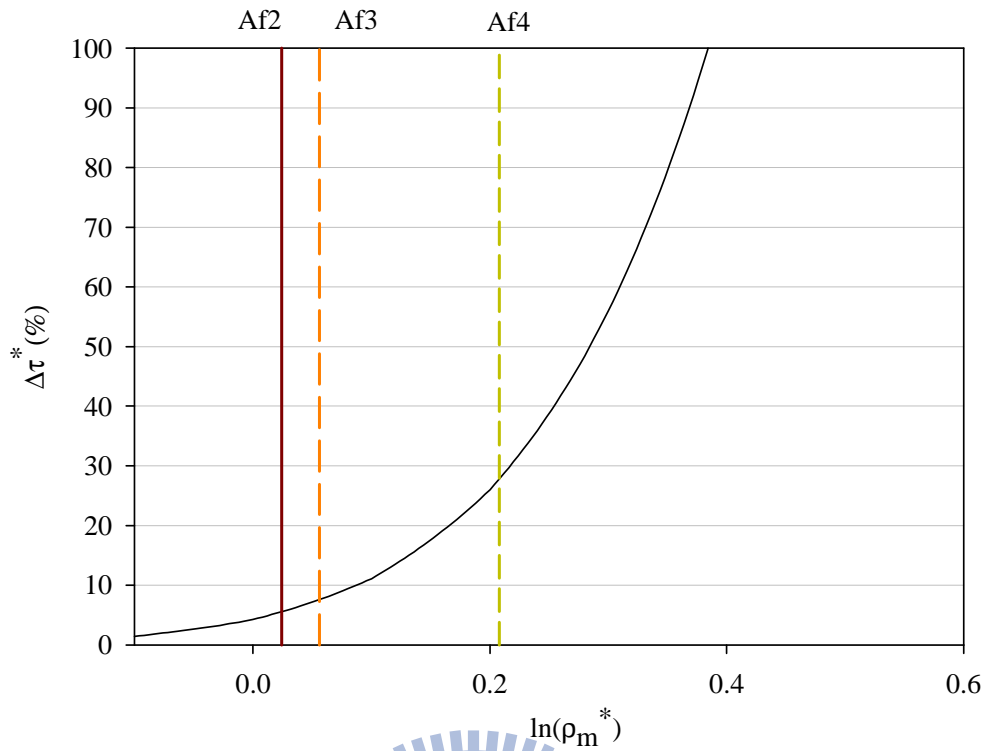


圖 6.8 以  $\rho_m^*$  計算高含砂水流剪力增量結果比較圖(案例 Af2、Af3 與 Af4)

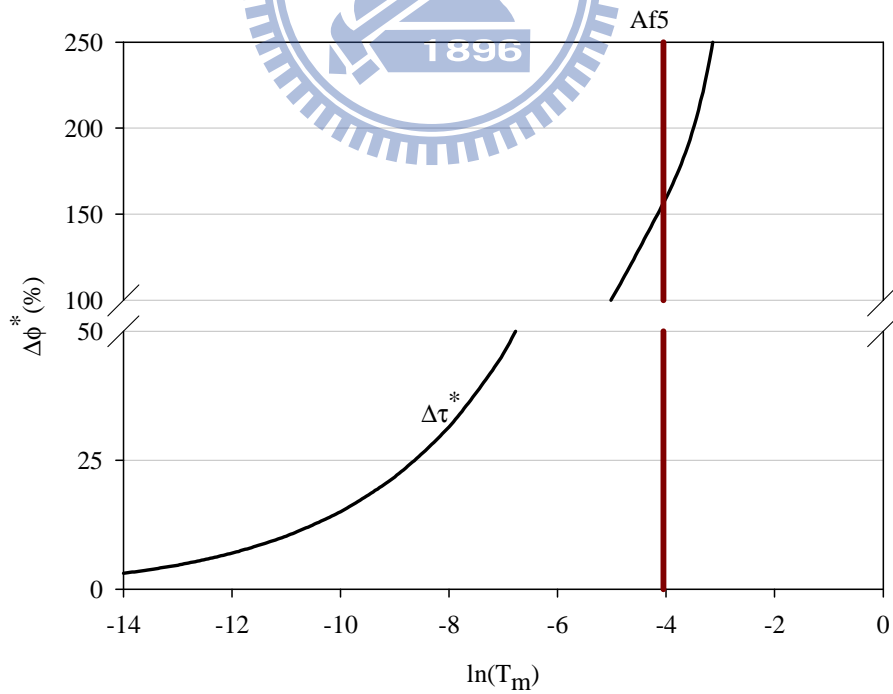


圖 6.9 以  $T_m$  計算高含砂水流剪力增量結果 (案例 Af5)

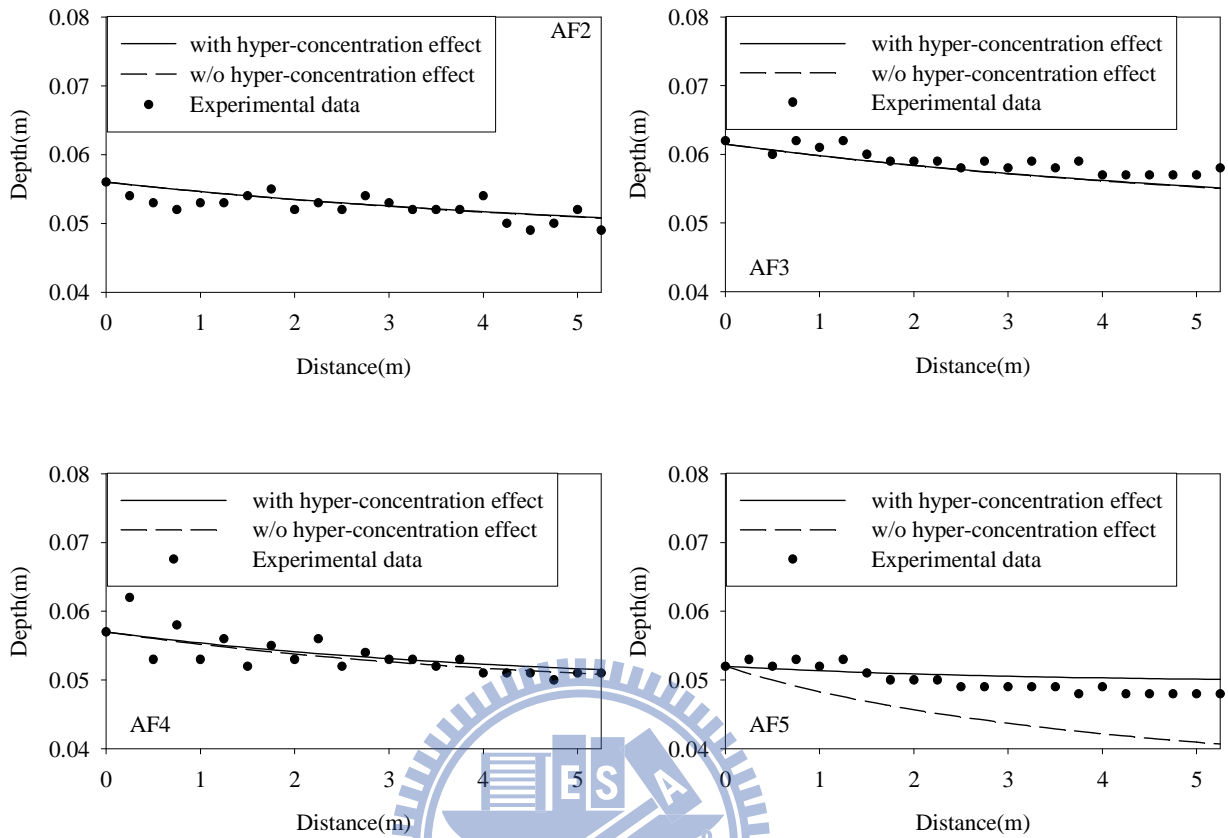
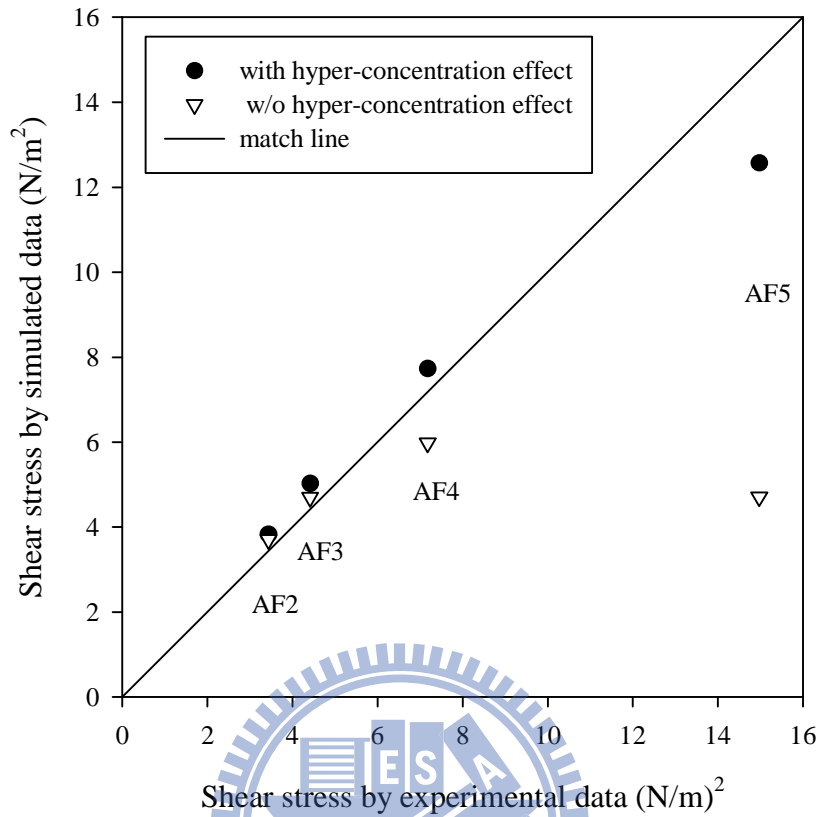


圖 6.10 定床案例下高含砂水流效應影響程度之水深比較



(圖中橫軸採用水面坡降  $S_w$  量測值，以  $\tau_b = \sqrt{\gamma_m R S_w}$  計算)

圖 6.11 定床案例下高含砂水流效應影響程度之剪力差異比較圖

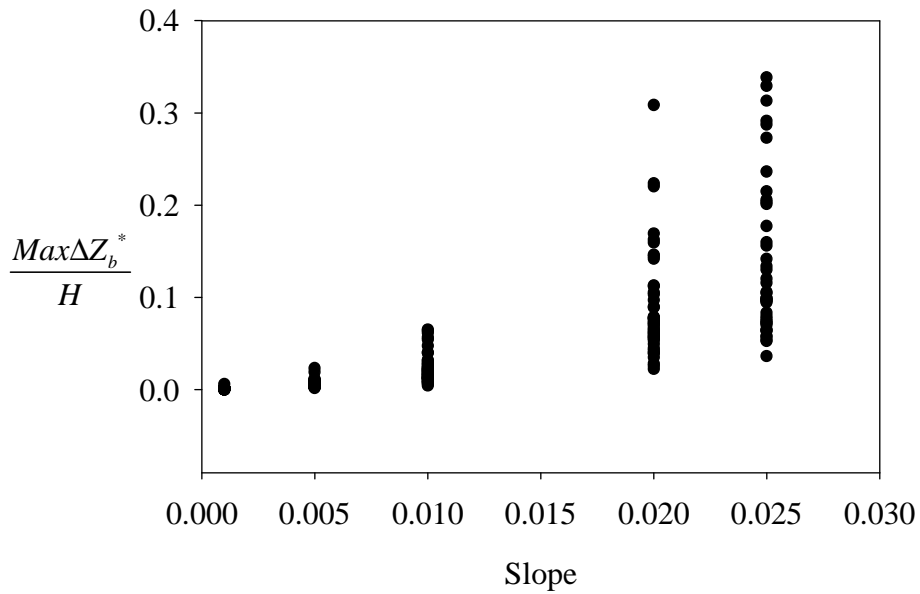


圖 6.12 坡度對  $Max\Delta Z_b^* / H$  影響程度比較圖



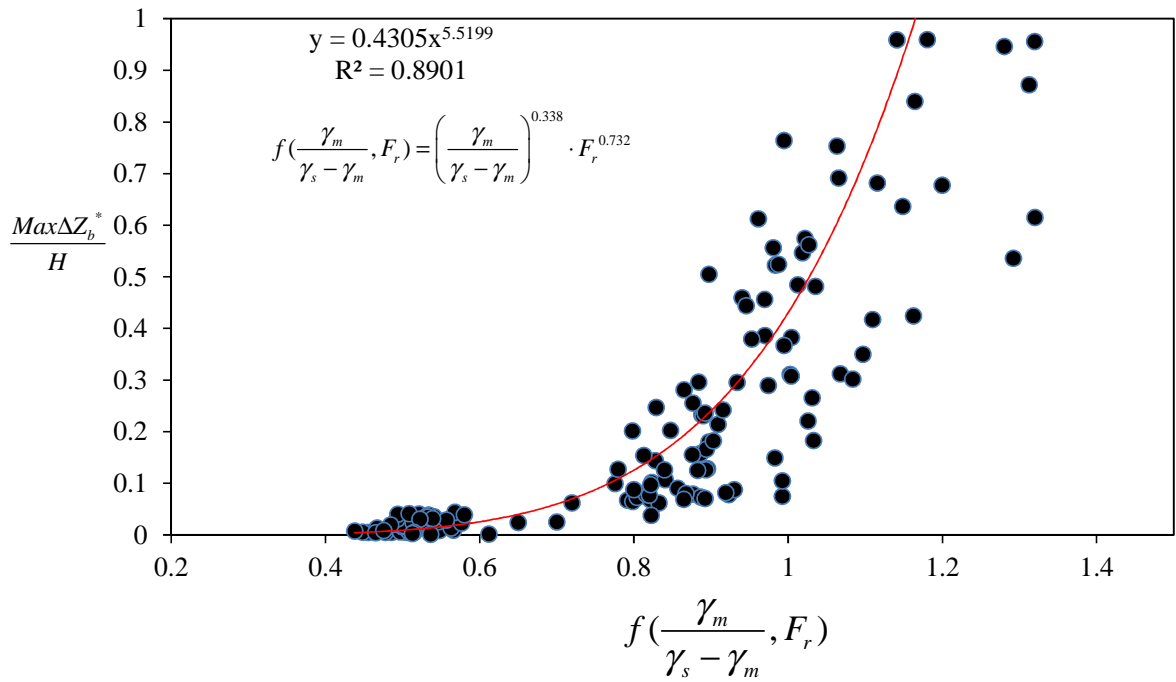


圖 6.13  $Max\Delta Z_b^*$  與主控因子迴歸關係圖

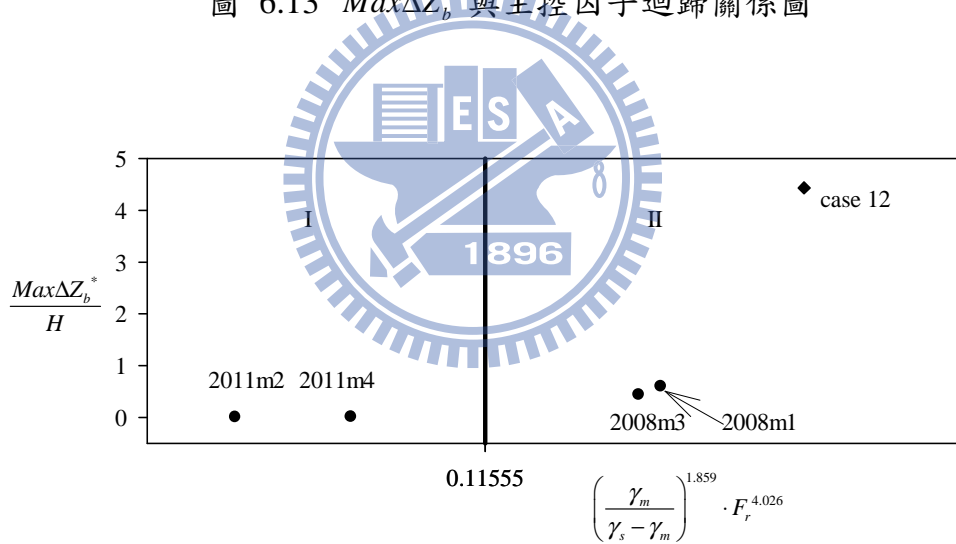


圖 6.14 不同案例之主控因子對  $Max\Delta Z_b^*$  影響程度分類圖

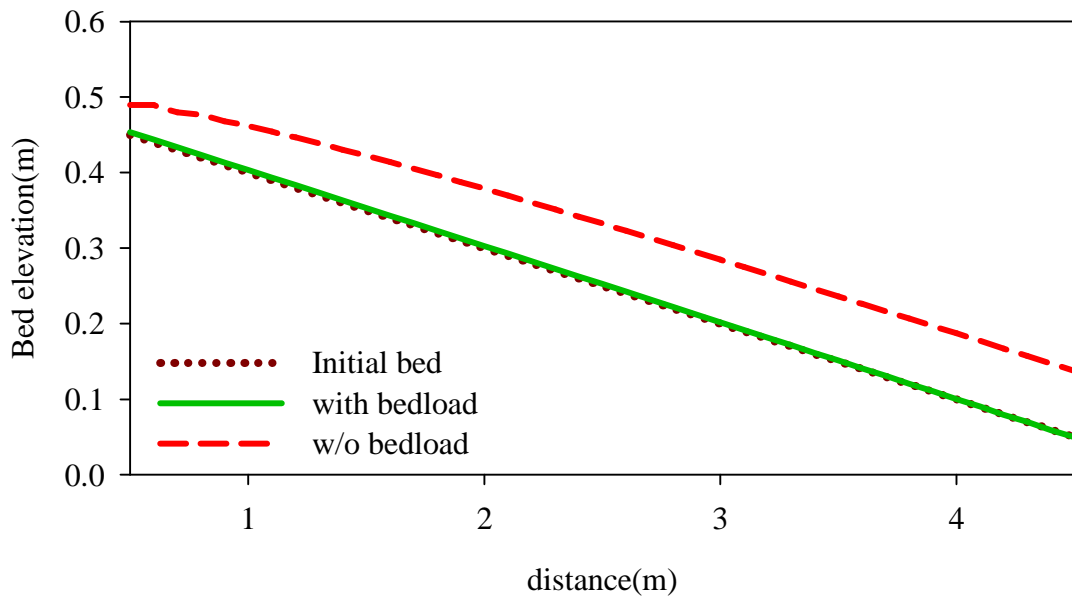


圖 6.15 底床載影響程度之驗證(Rickenmann, 1991 案例 12)

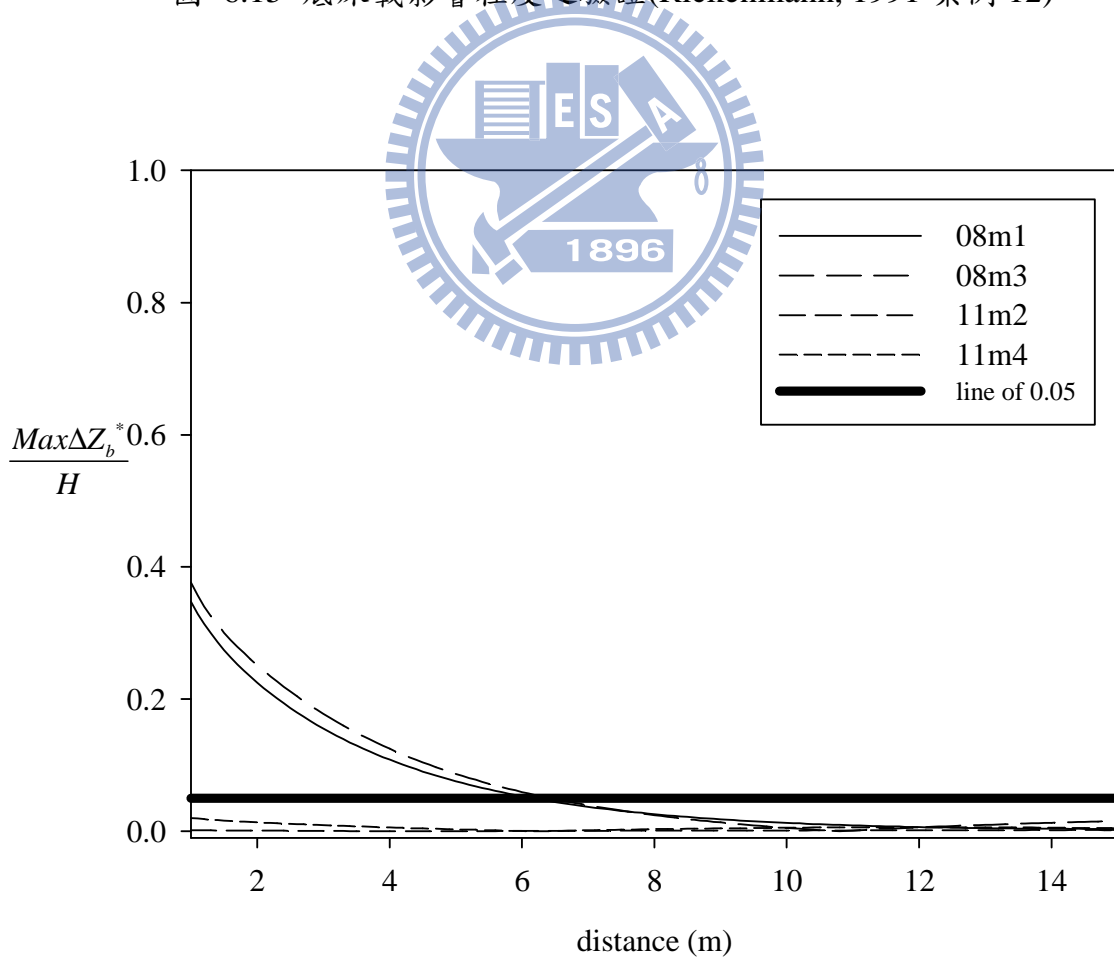


圖 6.16 底床載影響程度之驗證(水利署, 2008; 水利署, 2011)

## 第七章 結論與建議

### 7.1 結論

1. RESED3D 數值模式係結合高含砂水流密度、流變關係與沉滓運移機制，探討高含砂水流效應對明渠水理、動床之影響。沉滓運移機制考慮高含砂水流適用之懸浮載源與底床載源輔助關係式，可合理解析流變關係與密度對濃度與底床沖淤之影響。流場與懸浮載源均考量三維流場之影響，可合理模擬高含砂水流之三維濃度分布。
2. 藉由模式參數敏感度分析，解析影響模式流速、水深、濃度與底床沖淤之重要參數。除了邊界條件、幾何條件與粒徑外，模式其他之參數敏感度結果如下：
  - (1) 定床部分，高含砂效應的賓漢黏滯係數明顯影響水深平均速度與流速剖面。對流速剖面而言，受到紊流黏滯係數之影響更高於賓漢黏滯係數。水深部分，底床糙度影響程度高於流變關係，趨勢上流變關係數值越高則水深漸高。
  - (2) 濃度分布的敏感度分析結果，顯示濃度剖面主要受紊流擴散係數影響，另外底床糙度與賓漢黏滯係數也有相當程度之影響。
  - (3) 底床沖淤敏感度分析結果，顯示賓漢黏滯係數與底床糙度為影響底床沖淤深度的重要參數。
3. 模式測試在水理部分，採用高含砂水流湧波傳遞與彎道超臨界流之實驗案例，合理探討高含砂水流流變關係影響下，潰壩湧波傳遞時水位急遽變化到停止運移現象發生的動態行為，以及彎道超臨界流水位在平面空間極端不均勻分布受流變關係之影響，且藉由水面側向坡降最大值的發生位置，可率定

適合的流變關係參數。

4. 模式於沉滓運移測試部分，分別採用底床載與懸浮載之實驗案例，解析流變關係藉由底床剪力對底床載之影響，以及紊流擴散係數對懸浮載在三維空間分布之影響。
  - (1) 底床載案例之模擬方面，藉由比對實驗量測之底床載運移量，顯示為了能夠模擬高含砂水流影響之底床載運移，除了密度影響沉滓的浮力外，流變關係增加的底床剪力也有顯著的影響。
  - (2) 懸浮載案例之模擬方面，比對實驗量測之流速剖面與濃度剖面，分別檢定水理之紊流黏滯係數與沉滓之紊流擴散係數分布型態。
    - a. 紊流黏滯係數檢定方面，以拋物線分布之經驗式  $v_i = \kappa U_* D \sigma (1 - \sigma)$  計算紊流黏滯係數，可合理模擬高含砂水流之流速剖面；卡門係數  $\kappa$  與剪力速度  $U_*$  均考慮濃度與流變關係之影響。 $D$  為水深， $\sigma$  為無因次水深。
    - b. 紊流擴散係數檢定部分，面臨選擇拋物線分布與拋物線-常數分布兩種紊流擴散係數分布型態之困擾。以數值模式進行差異性分析後，發現在相同案例下  $w_f / U_*$  參數(落淤速度除以剪力速度)越大，兩種紊流擴散係數分布所模擬之濃度剖面會產生較大的差異。進一步比較文獻實驗數據後，本研究提出  $w_f / U_* > 0.1$  可採用拋物線-常數分布之紊流擴散係數； $w_f / U_* < 0.1$  可採用拋物線分布之紊流擴散係數。以實驗案例進行驗證後，本研究所提出之  $w_f / U_*$  分界可良好的模擬高含砂水流濃度之濃度剖面分布。
5. 進一步釐清高含砂水流效應對水理之影響程度，藉由統計迴歸分析，以參數分析得到一無因次參數  $T_m$ ，可作為界定高含砂水流效應對水深、流速與剪力

之主控參數：

$$T_m = \left( \tau_B + \frac{K\mu_B U}{8H} \right) / \rho_w U^2$$

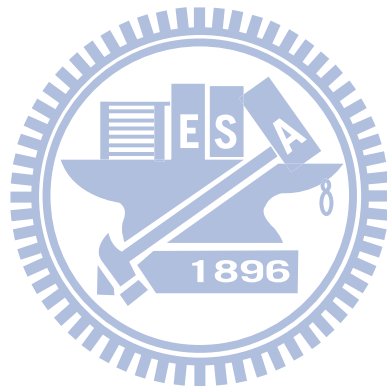
該無因次參數包含賓漢降伏應力  $\tau_B$ 、賓漢黏滯係數  $\mu_B$ 、高含砂水流濃度(反映於  $\tau_B$ 、 $\mu_B$ )與相同流況下的清水流流速  $U$  與水深  $H$ 。剪力增量也與高含砂水流密度有重要關係，研究成果也提出以  $T_m$  或密度計算剪力增量之判斷條件。

6. 以動床角度，釐清高含砂水流情況下底床載對底床沖淤之影響程度。提出福祿數與流體密度兩者無因次參數，可作為界定底床載影響程度之參數。

## 7.2 建議

1. 建議考量非零方程之紊流模式，如 k- $\epsilon$  紊流模式，或是次格網紊流模式，增加求解紊流黏滯係數之可靠度。
2. 數值模式基本假設為垂向靜水壓分布，建議可以考量垂直方向動量方程式，建構為非靜水壓(non-hydrostatic)模式：
  - (1) 可進一步更合理的探討結構物局部流場、水位變化劇烈流場與岸壁沖刷之現象，例如橋墩、丁壩周圍流場、緩彎急彎交界處、河道突擴或突縮處與岸壁崩塌後急遽之流場變化。
  - (2) 對於寬深比較小的明渠水流案例，結合適用的紊流模式，或可模擬最大流速位於水面下的流速分布。如本研究模擬高含砂水流案例時，部分案例寬深比 < 5 之流速剖面模擬結果有些許誤差。
3. 所設計之三組彎道案例模擬結果顯示，受二次流效應之影響，於原直線道為沖淤平衡之水理、泥砂條件，均在所延長之彎道凹岸下游直線道部分產生最大沖刷，在凸岸下游直線道產生最大淤積。相對的，文獻中清水沖刷

且底床載主控的案例，底床沖淤最大值通常發生於彎道段入口。後續可採用高含砂水流彎道之濃度量測案例，進行較複雜案例之測試與驗證。



## 參考文獻

- [1] 錢寧，萬兆惠(1983)「泥沙運動力學」，科學出版社，309。
- [2] 郭朝雄(1984-1988)「濁水溪砂質(沖積扇)河段輸砂特性研究」，行政院國科會防災科技研究報告。
- [3] 曹如軒(1987)「高含沙引水管道輸沙能力的數學模型」，水利學報(9)，39。
- [4] 張紅武，張清(1992)「黃河水流挾沙力的計算公式」人民黃河(11)，7。
- [5] 張紅武，江恩惠，白詠梅，邵蘇梅，張清，蘇曉東(1994)，「黃河高含沙洪水模型的相似律」，河南科學技術出版。
- [6] 劉峰，李義天(1997)「新的水流挾沙力計算公式」，長江科學院院報(3)，17。
- [7] 費祥俊，舒安平(1998)「多沙河流水流輸沙能力的研究」水利學報(11)，38。
- [8] 黃遠東，張紅武，趙連軍，江恩惠(2003)「黃河下游平面二維非恆定輸砂數學模型 I：模型方程與數值方法」，水動力學研究與進展(A)(18)，No. 5。
- [9] 謝德勇(2002)「二維水理、污染傳輸及沉滓運移模式之研發與應用」，國立交通大學土木工程學系博士學位論文。
- [10] 張益家(2005)「二維彎道動床模式之發展研究」，國立交通大學土木工程學系碩士學位論文。
- [11] 費祥俊與舒安平(2004)「泥石流運動機理與災害防治」，北京，科學出版社。
- [12] 經濟部水利署水利規劃試驗所(2007)「921 地震後濁水溪下游輸砂關係之試驗研究」。
- [13] 王志賢(2007)「泥砂顆粒組成對黏性土石流體流變參數影響之研究」，國立成功大學水利與海洋工程學系博士學位論文。
- [14] 經濟部水利署(2008)「高砂水流整治規劃條件檢討及計算模式研發應用」，水利規劃試驗所。
- [15] 莊巧巧(2011)「高含砂水流流動室內試驗及類神經網路於流變參數推估之應用」，國立中興大學土木工程學系碩士學位論文。
- [16] 洪聖翔(2011)「正交曲線座標擬似三維水理模式於彎道水流之模擬研究」，國

立交通大學土木工程學系碩士學位論文。

- [17] 經濟部水利署(2011)「高含砂水流河道沖淤模擬及試驗研究」,水利規劃試驗所。
- [18] Almquist CW and Holley ER (1985) Transverse Mixing in Meandering Laboratory Channels with Rectangular and Naturally Varying Cross Sections, Center for Research in Water Resources, Bureau of Engineering Research, Department of Civil Engineering, University of Texas.
- [19] Armento MC, Genevois R and Tecca PR (2008) Comparison of numerical models of two debris flows in the Cortina d' Ampezzo area, Dolomites, Italy. *Landslides* 5:143-150.
- [20] Ashida K, Takahashi T and Arai M (1981) Study on debris flow control: Debris flow in bends of rectangular section. *Annals Disaster Prevention Res Inst Kyoto Univ.* 24B:13.
- [21] Blumberg AF and Mellor GL (1983) Diagnostic and Prognostic Numerical Circulation Studies of the South-Atlantic Bight. *J Geophys Res-Oc Atm* 88:4579-4592.
- [22] Canuti P, Casagli N, Catani F and Falorni G (2002) Modeling of the Guagua Pichincha volcano (Ecuador) lahars. *Phys Chem Earth* 27:1587-1599.
- [23] Cao ZX, Pender G and Carling P (2006) Shallow water hydrodynamic models for hyperconcentrated sediment-laden floods over erodible bed. *Adv Water Resour* 29:546-557.
- [24] Cellino M and Graf WH (1999) Sediment-laden flow in open-channels under noncapacity and capacity conditions. *J Hydraul Eng-Asce* 125:455-462.
- [25] Cetina M, Rajar R, Hojnik T, Zakrajsek M, Krzyk M and Mikos M (2006) Case study: Numerical simulations of debris flow below Stoze, Slovenia. *J Hydraul Eng-Asce* 132:121-130.
- [26] Chang C, Yang J and Tung Y (1993) Sensitivity and uncertainty analysis of a sediment transport model: a global approach. *Stochastic Hydrology and Hydraulics* 7:299-314.



- [27] Chen CS, Liu HD and Beardsley RC (2003) An unstructured grid, finite-volume, three-dimensional, primitive equations ocean model: Application to coastal ocean and estuaries. *J Atmos Ocean Tech* 20:159-186.
- [28] Chen SC and Peng SH (2006) Two-dimensional numerical model of two-layer shallow water equations for confluence simulation. *Adv Water Resour* 29:1608-1617.
- [29] Coleman NL (1970) Flume Studies of the Sediment Transfer Coefficient. *Water Resour Res* 6:801-809.
- [30] de Vriend HJ and Koch FG (1977) Flow of water in a curved open channel with a fixed plane bed. Report on experimental and theoretical investigations, Delf Univ of Technology, Delf, The Netherlands R675-V M1415.
- [31] Elder JW (1959) The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics* 5:544-560.
- [32] Fang HW and Wang GQ (2000) Three-dimensional mathematical model of suspended-sediment transport. *J Hydraul Eng-Asce* 126:578-592.
- [33] French RH (1986) *Open Channel Hydraulics*, Water Resources Publications, LLC.
- [34] Garcia M and Parker G (1991) Entrainment of Bed Sediment into Suspension. *J Hydraul Eng-Asce* 117:414-435.
- [35] Gessler D, Hall B, Spasojevic M, Holly F, Pourtaheri H and Raphael N (1999) Application of 3D mobile bed, hydrodynamic model. *J Hydraul Eng-Asce* 125:737-749.
- [36] Hsieh TY and Yang JC (2003) Investigation on the suitability of two-dimensional depth-averaged models for bend-flow simulation. *J Hydraul Eng-Asce* 129:597-612.
- [37] Jin X and Kranenburg C (1993) Quasi-3D Numerical Modeling of Shallow-Water Circulation. *Journal of Hydraulic Engineering* 119:458-472.
- [38] Jobson HE and Sayre WW (1970) Vertical Transfer in Open Channel Flow. *Journal of the Hydraulics Division* 96.

- [39] Lardner RW and Cekirge HM (1988) A New Algorithm for 3-Dimensional Tidal and Storm-Surge Computations. *Appl Math Model* 12:471-481.
- [40] Leschziner MA and Rodi W (1979) Calculation of Strongly Curved Open Channel Flow. *J Hydr Eng Div-Asce* 105:1297-1314.
- [41] Lien HC, Hsieh TY, Yang JC and Yeh KC (1999) Bend-flow simulation using 2D depth-averaged model. *J Hydraul Eng-Asce* 125:1097-1108.
- [42] Liu KF and Huang MC (2006) Numerical simulation of debris flow with application on hazard area mapping. *Computat Geosci* 10:221-240.
- [43] Mellor GL, Ezer T and Oey LY (1994) The Pressure-Gradient Conundrum of Sigma Coordinate Ocean Models. *J Atmos Ocean Tech* 11:1126-1134.
- [44] Meselhe EA and Sotiropoulos F (2000) Three-dimensional numerical model for open-channels with free-surface variations. *J Hydraul Res* 38:115-121.
- [45] Molls T and Chaudhry MH (1995) Depth-Averaged Open-Channel Flow Model. *J Hydraul Eng-Asce* 121:453-465.
- [46] Naef D, Rickenmann D, Rutschmann P and McArdeell BW (2006) Comparison of flow resistance relations for debris flows using a one-dimensional finite element simulation model. *Nat Hazard Earth Sys* 6:155-165.
- [47] Nezu I, Nakagawa H and Research IAfH (1993) *Turbulence in Open-Channel Flows*, Balkema.
- [48] Ni JR, Zhang HW, Xue A, Wieprecht S and Borthwick AGL (2004) Modeling of hyperconcentrated sediment-laden floods in Lower Yellow River. *J Hydraul Eng-Asce* 130:1025-1032.
- [49] O'Brien JS, Julien PY and Fullerton WT (1993) 2-Dimensional Water Flood and Mudflow Simulation. *J Hydraul Eng-Asce* 119:244-261.
- [50] Pastor M, Quecedo M, Gonzalez E, Herreros MI, Merodo JAF and Mira P (2004) Simple approximation to bottom friction for Bingham fluid depth integrated models. *J Hydraul Eng-Asce* 130:149-155.
- [51] Pirulli M (2010) On the use of the calibration-based approach for debris-flow

forward-analyses. *Nat Hazard Earth Sys* 10:1009-1019.

- [52] Richardson JF and Zaki WN (1954) Sedimentation and fluidisation: Part I. *Chemical Engineering Research and Design* 75, Supplement:S82-S100.
- [53] Rickenmann D (1991) Hyperconcentrated Flow and Sediment Transport at Steep Slopes. *J Hydraul Eng-Asce* 117:1419-1439.
- [54] Rouse H (1937) Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence. *Trans Am Soc Civ Eng* 102:463-554.
- [55] Ruether N, Singh JM, Olsen NRB and Atkinson E (2005) 3-D computation of sediment transport at water intakes. *PI Civil Eng-Wat M* 158:1-7.
- [56] Shu AP and Fei XJ (2008) Sediment transport capacity of hyperconcentrated flow. *Sci China Ser G* 51:961-975.
- [57] Sinha SK, Sotiropoulos F and Odgaard AJ (1998) Three-dimensional numerical model for flow through natural rivers. *J Hydraul Eng-Asce* 124:13-24.
- [58] Smart GM (1984) Sediment Transport Formula for Steep Channels. *J Hydraul Eng-Asce* 110:267-276.
- [59] Sosio R, Crosta GB and Frattini P (2007) Field observations, rheological testing and numerical modelling of a debris-flow event. *Earth Surf Proc Land* 32:290-306.
- [60] Spalding DB (1972) A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 4:551-559.
- [61] Spasojevic M and Holly FM (1990) 2-D Bed Evolution in Natural Watercourses - New Simulation Approach. *J Waterw Port C-Asce* 116:425-443.
- [62] Struiksmā N, Olesen KW, Flokstra C and Devriend HJ (1985) Bed Deformation in Curved Alluvial Channels. *J Hydraul Res* 23:57-79.
- [63] Takahashi T (2006) *Debris Flow: Mechanics, Prediction and Countermeasures*, Taylor & Francis.
- [64] van Maren DS, Winterwerp JC, Wu BS and Zhou JJ (2009) Modelling

hyperconcentrated flow in the Yellow River. *Earth Surf Proc Land* 34:596-612.

- [65] van Rijn L, van Rossum H and Termes P (1990) Field Verification of 2-D and 3-D Suspended – Sediment Models. *Journal of Hydraulic Engineering* 116:1270-1288.
- [66] van Rijn LC (1984) Sediment Transport .2. Suspended-Load Transport. *J Hydraul Eng-Asce* 110:1613-1641.
- [67] Voellmy A (1955) Uber die Zerstorkraft von Lawinen. *Schweiz Bauztg* 73212-285.
- [68] Wang KH (1994) Characterization of Circulation and Salinity Change in Galveston Bay. *J Eng Mech-Asce* 120:557-579.
- [69] Wright S and Parker G (2004) Flow resistance and suspended load in sand-bed rivers: Simplified stratification model. *J Hydraul Eng-Asce* 130:796-805.
- [70] Wright V and Krone R (1987) Topics in Hydraulic Modelling: Proceedings of Technical Session B, Twenty-second Congress, International Association for Hydraulic Research, Lausanne, Switzerland, Secretariat of the XXII International Congress, IAHR.
- [71] Wu SJ, Yang JC and Tung YK (2011) Risk analysis for flood-control structure under consideration of uncertainties in design flood. *Nat Hazards* 58:117-140.
- [72] Wu WM, Rodi W and Wenka T (2000) 3D numerical modeling of flow and sediment transport in open channels. *J Hydraul Eng-Asce* 126:4-15.
- [73] Yang CT, Molinas A and Wu BS (1996) Sediment transport in the Yellow River. *J Hydraul Eng-Asce* 122:237-244.
- [74] Ye J and McCorquodale JA (1997) Depth-averaged hydrodynamic model in curvilinear collocated grid. *J Hydraul Eng-Asce* 123:380-388.
- [75] Zeng J, Constantinescu G, Blanckaert K and Weber L (2008) Flow and bathymetry in sharp open-channel bends: Experiments and predictions. *Water Resources Research* 44.
- [76] Zeng J, Constantinescu G and Weber L (2010) 3D Calculations of Equilibrium

Conditions in Loose-Bed Open Channels with Significant Suspended Sediment Load. J Hydraul Eng-Asce 136:557-571.

- [77] Zhang H, HUANG Y and Zhao L (2001) A mathematical model for unsteady sediment transport in the Lower Yellow River. 國際泥沙研究(英文版) 16:9.

