

國立交通大學
電機與控制工程學系

碩士論文

基於力回饋搖桿之虛擬毛筆書寫系統

A Calligraphy Writing System Based on Using a
Force-Reflection Joystick

研究生：梁昶煒

指導教授：楊谷洋教授

中華民國九十八年六月

基於力回饋搖桿之虛擬毛筆書寫系統

A Calligraphy Writing System Based on Using a
Force-Reflection Joystick

研究生：梁昶煒

Student: Chang-Wei Liang

指導教授：楊谷洋 博士

Advisor: Dr. Kuu-Young Young



A Thesis

Submitted to Department of Electrical and Control Engineering

College of Electrical and Computer Science

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

of the Degree of

Master

in

Electrical and Control Engineering

June 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 九十八年 六月

基於力回饋搖桿之虛擬毛筆書寫系統

研究生: 梁昶煒

指導教授: 楊谷洋教授

國立交通大學電機與控制工程學系

摘要

由於電腦功能日益強大與繪圖軟體的快速發展，人們開始使用電腦作為繪圖或藝術創作的工具，目前的電腦的輸入方式主要是藉由鍵盤與滑鼠或是數位筆與繪圖板的搭配，但這些工具的操作方式與毛筆或水彩筆的差距相當大，這對使用者來說是一個很大的障礙。因此本論文建構了一個結合虛擬實境的毛筆字書寫系統，並且以六個自由度的力回饋搖桿作為輸入裝置，此系統提供了使用者視覺與觸覺的回饋，讓使用者身歷其境地操作虛擬毛筆；本文著重於毛筆模型的設計，結合幾何與物理模型演算法模擬毛筆刷毛的形變；我們以實驗驗證此系統，並與毛筆以及繪圖板系統進行比較，實驗結果顯示本系統比手寫板系統較好且更接近真實的毛筆，印證虛擬毛筆書寫系統的優異性。

A Calligraphy Writing System Based on Using a Force-Reflection Joystick

Student: Chang-Wei Liang

Advisor: Dr. Kuu-Young Young

Department of Electrical and Control Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

Due to fast development of computer and painting software, artists nowadays are using computer to paint or create artistic production. At present, the major input devices for these systems are mouse, keyboard, and graphics tablet. However these devices are not like the traditional brushes, such as calligraphy brush or watercolor brush. In this thesis, we intend to develop a calligraphy writing system based on utilizing the virtual reality technology. A 6-DOF force-reflection joystick is adopted in our system. This calligraphy writing system provides both visual and haptic feedbacks, so that the user may immerse into the virtual writing environment. We focus on the virtual brush model, and apply both the geometric- and physical-based deformation techniques to simulate the deformation of the brush. In experiments, we compare our system with both Calligraphy brush and also graphics tablet. The results show that our system is better than the graphics tablet and quite resembles the calligraphy brush, indicating a successful implementation of a calligraphy writing system.

致謝

首先感謝我的指導教授---楊谷洋博士，在這兩年研究期間，由於他熱心的指導，使得我的研究工作得以順利完成。同時感謝口試委員們:莊仁輝教授、宋開泰教授及楊秉祥教授撥冗參與論文口試，並給予許多寶貴的指到與建議，使我獲益良多。另外，謝謝一元、木政、修任、豪宇、一哲、宗仁、怡翔及佑倫學長在研究上的討論與建議，還有其他在「人與機器實驗室」的夥伴們：彥安、勝雄同學以及方翔、明勳、翔斌、鎧銜與學弟們，在這兩年的研究室生活中，由於你們的陪伴讓我的生活多采多姿。最後要感謝的是我的家人，你們的關懷與支持使得我能心無旁騖的完成學業。很高興自己在邁向人生另一個階段的關鍵時刻，有這麼多美好的回憶陪伴著我，我會將他好好珍藏起來，讓他成爲我最美麗的回憶，謝謝大家。



目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
誌謝.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
1. 導論.....	1
2. 虛擬毛筆系統.....	5
2.1 毛筆模型.....	6
2.1.1 形變演算法.....	7
2.1.2 質點-彈簧-阻尼模型.....	10
2.1.3 隱式積分法.....	11
2.2 視覺系統.....	17
2.3 力資訊計算.....	18
3. 毛筆模型.....	19
3.1 毛筆骨架.....	19
3.1.1 一維質點-彈簧-阻尼模型.....	20
3.1.2 虛擬骨架.....	22
3.1.3 毛筆可塑性.....	24
3.2 刷毛表面.....	26
4. 系統實現.....	31
4.1 硬體實現.....	31

4.2 軟體實現.....	33
4.2.1 毛筆模型.....	34
4.2.2 視覺系統.....	37
4.2.3 力資訊運算.....	38
5.實驗.....	43
5.1 實驗設計與流程.....	43
5.2 實驗結果.....	47
6.結論.....	54
6.1 未來工作.....	54
參考文獻.....	56



表目錄

表 4-1 Phantom Omni 三軸力回饋搖桿規格表	33
表 5-1 受測者資料	47



圖目錄

圖 1-1	虛擬毛筆系統架構圖	2
圖 1-2	DAB[5]油畫繪畫系統介面.....	3
圖 1-3	寫意軒[6]虛擬毛筆系統.....	4
圖 2-1	虛擬毛筆系統流程圖	5
圖 2-2	Global FFD[10]，以控制點構成的平行六面體包圍住物體，藉由移動外圍控制點的位置造成形變.....	8
圖 2-3	EFFD[11]，由左到右，調整控制點的高度造成形變.....	8
圖 2-4	質點-彈簧-阻尼單元.....	10
圖 2-5	一個三維質點-彈簧-阻尼模型架構.....	10
圖 3-1	虛擬毛筆的刷毛結構	20
圖 3-2	一維質點-彈簧-阻尼模型	21
圖 3-3	每一層以(a)4 個質點、(b)8 個質點、(c)12 個質點近似圓形	21
圖 3-4	多個一維結構的質點-彈簧-阻尼模型的組合	22
圖 3-5	一維的質點-彈簧-阻尼模型與物體發生碰撞時穩態形狀改變：(a)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面未接觸，(b)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面發生碰撞，(c)質點-彈簧-阻尼模型離開虛擬紙面，(d) 質點-彈簧-阻尼模型達到新的穩態	22
圖 3-6	一維的質點-彈簧-阻尼模型搭配虛擬骨架：(a)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面未接觸，(b)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面發生碰撞，(c)質點-彈簧-阻尼模型離開虛擬紙面，(d) 質點-彈簧-阻尼模型達到新的穩態	23
圖 3-7	虛擬骨架形變演算法示意圖.....	25
圖 3-8	毛筆骨架與表面多邊形.....	27
圖 3-9	毛筆刷毛切面圖：(a)初始狀態和(b)受力後.....	27

圖 3-10 第 i 層的刷毛切面	29
圖 3-11 使用內插法得到短軸方向	29
圖 3-12 骨架的彎曲程度	29
圖 3-13 由橢圓方程式設定外部節點的位置	30
圖 4-1 力回饋搖桿裝置示意圖	32
圖 4.2 Phantom Omni 三軸力回饋搖桿[33]	32
圖 4-3 執行順序和時間關係	34
圖 4-4 毛筆模型運算流程圖	35
圖 4-5 質點-彈簧模型與物體發生碰撞：(a)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面未接觸，(b)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面發生碰撞，(c)發生碰撞的質點被移到虛擬紙面的表面	36
圖 4-6 本系統所建構的虛擬場景	38
圖 4-7 墨水沾染運作流程	38
圖 4-8 God-object 法，當操作物與其他虛擬物件發生碰撞時，在視覺上操作物停留在發生碰撞物的表面，但操作物的實際位置已侵入碰撞物內部，並反饋給操作者一碰撞力	40
圖 4-9 刷毛按壓深度示意圖	41
圖 4-10 慣性力示意圖	42
圖 5-1 傳統毛筆的書寫環境	44
圖 5-2 Wacom Intuos3 4*6 數位繪圖板與感壓筆	44
圖 5-3 Corel Painter Essentials 4 操作介面	45
圖 5-4 實驗流程圖	46
圖 5-5 (a)毛筆 (b)繪圖板系統 (c)本系統 進行實驗	46
圖 5-6 王羲之的四體千字文中楷書的“永”字	46
圖 5-7 受測者三種書寫方式的書寫結果	49
圖 5-8 分別比較繪圖板系統與本系統對毛筆的相像程度	52

圖 5-9 繪圖板與本系統優劣程度的比較	52
圖 5-10 統計永字八法不易書寫的筆畫.....	53
圖 5-11 對圖 5-7 書寫結果的評分	53



第一章

導論

隨著電腦科技的進步，藝術家開始使用電腦做為繪圖或藝術創作的工具，使用電腦進行創作的優點包括了易於記錄與數位化永久保存，此外現有的繪圖軟體包含了各式各樣的濾鏡與特效，藉由這些數位影像處理的技術，藝術家可以輕易的套用這些特效以幫助藝術創作；然而，使用電腦繪圖仍然有一些問題，其中最重要的就是電腦系統的輸入方式與傳統畫筆的操作上有不小的差距，目前的電腦的輸入方式主要是藉由鍵盤與滑鼠，另外數位筆與繪圖板的搭配也是藝術創作時的一項重要工具，但是這些對藝術家來說都不算是非常直覺的操作方式，尤其是鍵盤與滑鼠的操作方式更是與傳統的工具如毛筆、水彩筆大相逕庭；而目前的數位筆與繪圖板技術越來越進步，搭配商用繪圖軟體，如 Corel Painter、Photoshop 等，都有仿真毛刷的效果，藉由電磁偵測與壓力感應的技術，數位筆的傾斜角度或者壓力深度都可以即時地呈現在電腦螢幕中，對於藝術創作有很大的幫助，但是傳統的油畫、水彩畫的畫筆或是東方的毛筆都是柔軟的筆頭，操作時的手感是無法經由數位筆的操作傳遞給使用者，這對使用者來說是很大的一個障礙，使用者必須經過較長時間的學習來適應數位筆的操作方式，最重要的是無法將從前在水彩筆或毛筆的運筆方式直接帶入數位繪圖的世界，這對於要從傳統藝術創作方式跨入數位創作方式的藝術家來說是一大障礙。

因此，有研究提出結合虛擬實境(Virtual Reality, VR)[1]的毛筆字書寫系統，此類系統企圖要讓使用者身歷其境地書寫，如同在操作一支真的毛筆；此外，使用者也能藉由視覺與觸覺的回饋而沉浸於電腦建構的虛擬作畫空間，3D 虛擬場景逼真的立體視覺回饋可以讓使用者更直覺地操作三維搖桿裝置，觸覺回饋則提供了柔軟筆刷的觸感，而讓使用者可以有不同的運筆方式與書寫力道，圖 1-1 展示一結合虛擬實境的毛筆系統的架構

圖，使用者操作力回饋搖桿，力回饋裝置會將使用者的運動指令傳送給虛擬場景系統，而虛擬場景系統則依使用者的操作對 3D 虛擬場景中的虛擬毛筆進行相對應的動作，並計算虛擬毛筆與虛擬紙張的互動，接著虛擬場景系統將 3D 虛擬場景投影為 2D 的畫面並傳送給顯示器，提供給使用者視覺回饋；另一方面，虛擬場景系統計算虛擬毛筆與虛擬紙張的接觸力，將此力轉換成馬達命令以驅動力回饋裝置，提供使用者觸感回饋。視覺回饋包括了毛筆的形狀與顏料在畫布上呈現的結果，而觸覺則必須要呈現畫筆的各種物理特性如重量、慣性以及毛筆與紙面之間的反作用力、摩擦力、黏滯力等。



圖 1-1 虛擬毛筆系統架構圖

在早期關於虛擬毛筆書寫系統或繪畫系統的研究，都是針對如何模擬出擬真的刷毛筆觸，Strassmann[2]提出了一個簡化的畫筆模型，他將畫筆在繪畫過程中涉及的物件歸結為四要素：筆刷 (Brush)、筆劃(Stroke)、蘸墨(Dip)和紙張(Paper)，雖然 Strassmann 所提出的畫筆模型能類比多種不同類型的筆劃，但該方法相當費時，且無法模擬當筆刷分叉時的繪畫效果，而且需要使用者在作畫的同時指定 Cubic Spline 曲線軌跡以繪出符合創作者所設想的圖形，使用者在操作上非常不便；Wong 與 Ip[3]聚焦在毛筆與書法的研究上，作者將毛筆的幾何形狀、刷毛的特性與墨水的痕跡完整的參數化，使用者在操作此系統時必須調整這些參數，並不是直覺的操作方式，而且許多參數化的設定並非基於毛

筆的物理特性來設計，所以無法將這些參數用於觸覺回饋；在[4]中，Lee 結合了虛擬實境的操作概念，使用者藉由操作虛擬實境中的 3D 毛筆來書寫，而虛擬實境中的毛筆刷毛的形變也利用到物理模型的運算，以物理模型模擬刷毛的彈性；然而使用者仍需以滑鼠與鍵盤做為輸入裝置，在做畫時必須調整許多參數或是在各種墨水模式間切換，並不是直覺的操作方式；Baxter 等[5]設計了一個油畫繪畫系統，其操作介面如圖 1-2 所示，使用者操作虛擬畫刷在中間的畫布上做畫，並在左右兩側分別有調色盤以及不同形狀的畫筆可供選擇，此系統延續[4]虛擬實境的作法，不過改以六個操作自由度的搖桿作為輸入裝置，它能夠提供使用者力回饋，且使用者以最直覺的方式操作虛擬畫筆，畫筆的旋轉、傾斜都可以即時的呈現在虛擬場景中，在物理模型方面也採用了更有效率的質點-彈簧模型(mass-spring model)進行模擬，並根據不同形狀的油畫畫筆設計質點與彈簧的幾何架構；Chu 等[6]嘗試做出擬真的毛筆，設計了寫意軒系統，如圖 1-3 所示，此系統採用繪圖板做為輸入裝置，虛擬場景提供了虛擬毛筆與紙張，同樣是以虛擬 3D 畫筆為基礎，也採用質點-彈簧模型，並使用最佳化的方式進行虛擬畫筆的形變運算。

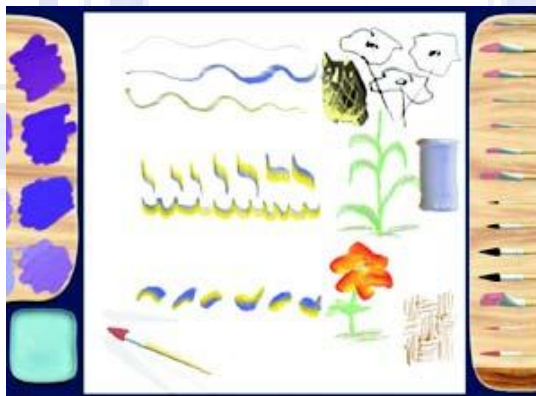


圖 1-2 DAB[5]油畫繪畫系統介面

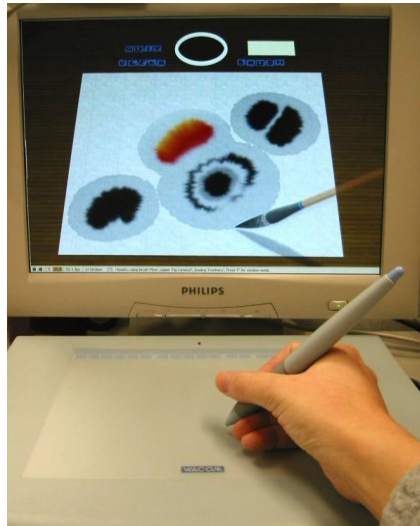


圖 1-3 寫意軒[6]虛擬毛筆系統

基於上述的討論，我們將建立一個接近東方書法的虛擬毛筆系統，且運算更有效率，而且刷毛的結構設計上將更具彈性。論文的重點將放在毛筆幾何模型與物理運算模型的設計以及力回饋的設定，將以一個六個自由度的搖桿作為使用者的輸入裝置，搖桿同時也能提供三個自由度的力回饋，接著建造一個虛擬場景進行書寫，包含了毛筆與紙張，最後對整個書寫系統進行測試，了解對虛擬書寫此一應用上可能遇到的問題，並就遇到的問題提出討論與解決之道。

本論文將於第二章提出虛擬毛筆書寫系統的系統架構，並介紹虛擬場景中物體的形變，並就形變的物理模型與積分法進行介紹；第三章則依據第二章介紹的形變演算法建構毛筆的骨架，並提出演算法以模擬毛筆的骨架與毛刷表面多邊形的形變；第四章介紹系統實現，分為硬體與軟體兩部分，硬體主要介紹六軸力回饋裝置，軟體方面則說明 3D 場景的製作、墨水的設計與力回饋的設計；第五章介紹實驗流程，並討論實驗結果；最後第六章提出結論以及未來發展的方向。

第二章

虛擬毛筆系統

本章首先介紹我們提出的虛擬毛筆系統的系統架構，包括了視覺回饋裝置、搖桿操作系統以及虛擬場景系統，視覺回饋裝置提供影像的回饋給使用者，搖桿操作系統除了偵測使用者的操作動作之外，也回授操作毛筆的虛擬觸感，而虛擬場景系統必須建構一個虛擬的毛筆操作空間，模擬虛擬毛筆的各種動態，並且進行視覺與觸覺回授的計算，系統流程如圖 2.1 所示，受測者透過操作搖桿將位置資訊傳輸給搖桿操作系統，經運算後轉換成運動指令送給虛擬場景系統，虛擬場景系統中的毛筆模型會處理虛擬畫筆的移動、碰撞、形變等運算；虛擬場景由繪圖引擎成像並經透視投影得到 2D 畫面，透過視覺回饋裝置提供給受測者；另一方面，虛擬場景也將場景中的資訊持續傳輸給力資訊計算，再將力感透過搖桿操作系統回饋給受測者。我們將在本章詳細介紹虛擬場景系統中的各個元件；在 2.1 節，我們將介紹虛擬毛筆的毛筆模型以及形變演算法；在 2.2 節介紹視覺系統，分為 3D 的虛擬場景以及書寫時的墨水設計；在 2.3 節介紹力資訊的計算。

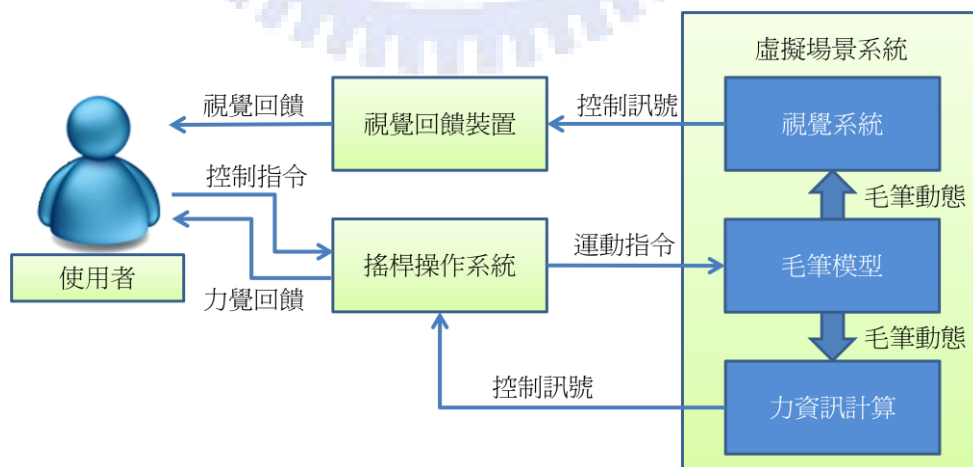


圖 2-1 虛擬毛筆系統流程圖

2.1 毛筆模型

在書寫毛筆字時，運筆方式、刷毛的種類或是墨水含量都會影響到操作時刷毛的動態，也直接影響到畫出的圖案，甚至影響書寫時的觸感；因此，當我們設計一個虛擬毛筆系統時，最重要的就是擬真的刷毛模型，由於毛筆的刷毛是一個具有高彈性且柔軟可形變的物體，所以我們需要一個合適的形變演算法。各式各樣的形變演算法被提出來模擬虛擬實境中柔軟物體的變形，在2.1.1節，我們將回顧並簡介形變演算法，它大致分為幾何模型模擬法、物理模型模擬法以及混合法；在2.1.2節，我們將介紹質點-彈簧-阻尼模型；在2.1.3節討論隱式積分法對此模型的計算，最後對於我們將要使用的積分法進行詳細的說明。

早期的畫筆模型，都是2D形式的畫筆，繪畫時只考慮繪出的筆觸是不是符合真實畫筆畫出筆觸，並不考慮使用者的操作方式，主要可以分為out-line based的方式與flat-brush based的方式兩類。out-line-based的方式[7]，使用者必須先以滑鼠或手寫筆指定控制點(control point)，然後經過Bézier或B-spline運算決定軌跡，然後再以材質貼圖填滿整塊區域；flat-brush-based的方式[8]，類似橡皮圖章的形式，使用者操作2D的畫刷可以是各種形狀、大小或材質，當使用者將2D畫刷畫過紙面時將在紙面上留下和畫刷一樣的圖案。然而，這些操作方式都不夠直覺，使用者無法使用從前的運筆方式，必須指定許多參數才能繪出一條軌跡，且繪出的筆跡多半單調缺乏變化，也無法將運筆的輕、重、快、慢表現在繪出的成果中。

為了解決2D形式畫筆的問題，Lee[4]提出了結合虛擬實境的3D毛筆，使用者藉由操作虛擬實境中的虛擬毛筆來書寫，而毛筆刷毛的形變也利用到物理模型的運算，以物理模型模擬刷毛的彈性，不過由於畫筆的模型較簡化，所以形變的效果並不够真實。Baxter等[5]的油畫繪畫系統，在刷毛的物理模型方面採用了更有效率的質點-彈簧模型

(mass-spring model)進行模擬，根據不同形狀的油畫畫筆設計質點與彈簧的幾何架構，並選擇簡化的隱式積分法來做積分，所以能夠模擬高彈力的物質，同時保持穩定；但是由於使用了Aristotelian Dynamics的簡化，刷毛變成一個具有極高阻尼的系統，刷毛立刻到達它的平衡狀態，這對於西方的水彩或油畫是可以接受的，但是對於東方的毛筆來說，高阻尼的刷毛在毛筆快速移動時，如提筆或勾筆，將出現不連續的軌跡。Chu與Tai[6]的毛筆系統同樣也採用質點-彈簧模型，並且使用多束的毛刷模擬毛筆散開時的效果，但是所提的方式先將整個系統寫成一個能量函數，接著使用最佳化的方式進行最小能量的運算，這樣的優點在於可由能量的觀點而輕易地找到新的平衡位置，但是能量函數的設計相當複雜，且最佳化的運算相當耗時，當質點-彈簧模型的複雜度提高時可能會降低系統的效能，不容易達到即時運算的結果。

2.1.1 形變演算法

用來模擬柔軟物體形變的演算法大致可以分為以下三種類型：幾何模型演算法(Geometrical techniques)、物理模型演算法(Physical techniques)與混合法(Hybrid techniques)[9]。幾何演算法提供的是物體形變的外在形狀，並不牽涉任何物體的物理特性，此法的優點在於它的高運算效率，缺點在於不能提供任何物理性質的資訊。目前已經有許多幾何模型演算法被提出，大部分的做法都是用參數化的方式來呈現曲線、曲面或是一個物件，例如 Bézier curve、B-Spline curve 等，藉由調整曲線或曲面上的控制點，物體的形狀就可以輕易的被改變；Seberberg 和 Parry [10] 提出了自由曲面變形演算法(Free-form deformation, FFD)，FFD 方法不對物體直接變形，而是對物體所嵌入的平行六面體晶格(lattice)進行變形，如圖 2-2 所示，以兩個六面體晶格包圍欲形變的物體，接著移動晶格的控制點以達到形變的效果，雖然 FFD 是一個非常直覺且簡單的做法，但是 FFD 的變形受限於物體所嵌入的空間；為解決 FFD 的缺點，Conquillart[11]提出了擴展自由變形(extended free-form deformation, EFFD)，消除了對非平行六面體的限制，如圖 2-3，在形變前就先依欲形變的形狀安插晶格頂點的位置，晶格不再受限為平行六面體；然而，FFD 和 EFFD

都有一個缺點在於變形的控制點都在物體的外部，所以物體的形變與控制點的移動並不一致，使用者不能直接改變物體的形狀；Hsu[12]提出(Direct Manipulation of free-form deformation, DFFD)，使用者可以直接改變物體網格上的頂點，不再直接操控外部的控制點。

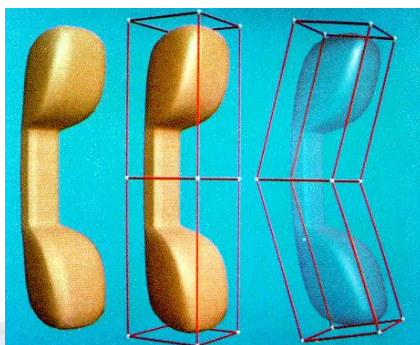


圖 2-2 Global FFD[10]，以控制點構成的平行六面體包圍住物體，藉由移動外圍控制點的位置造成形變

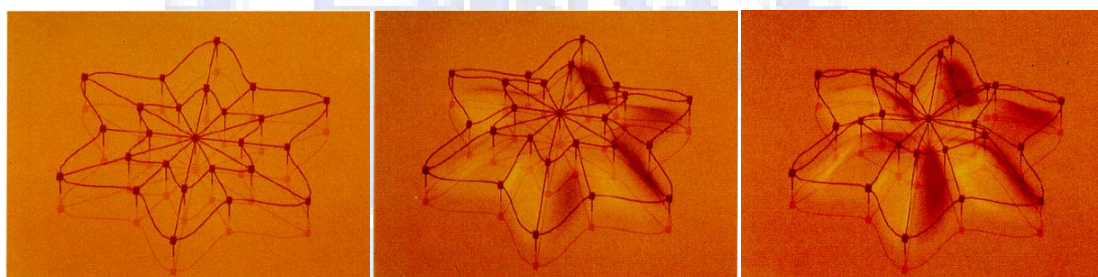


圖 2-3 EFFD[11]，由左到右，調整控制點的高度造成形變

物理模型演算法使用數學模型模擬物體的狀態，藉由力、力矩和能量等運動學資訊，模擬出物體的位移、速度與變形，當外力施加於虛擬物體時，虛擬物體將會像真實世界的物體一樣形變，這樣的演算法是基於真實世界的力學所建構，所以在計算的過程中必須要解大量的微分方程式(differential equation)或是尋找最小能量的狀態，因此執行起來將耗費大量的系統資源。物理模型演算法中其中一個熱門的方式稱為質點-彈簧模型(mass-spring model)，它的做法是使用大量的彈簧組成物體的骨幹架構，接著在彈簧相連的地方加上質點，質點不具有體積，而整個系統藉由虎克定律可列出力的方程式，然後

根據牛頓力學的幫助，我們可由質點的受力推出質點的速度與位置，藉此得出物體受力後形變的形狀。質點-彈簧模型廣泛應用在各種柔軟物體的形態的模擬上，如衣服布料的模擬[13]、頭髮的模擬[14]、肌肉的模擬[15]等；另外，由於此模型提供了物體的物理狀態，所以也可與虛擬實境聲學[16]與觸覺[17]的模擬結合。物理模型雖然非常易於實行且具有高度平行化的優良特性，但是當對物體的精細度有高度要求時運算量將非常龐大，且積分方式將會影響物體的穩定性。另一個有名的物理模型演算法稱為有限元素法 (finite-element method, FEM)，在 FEM 中，一個可以形變的物體被切分為許多個極小的單元，針對每一個小的單元進行其特性的運算，最後再將所有的單元合起來就可以得到整個物體的形態；早期 FEM 受限於電腦的運算能力不足而發展的較為緩慢，但近幾年來因電腦的運算性能大幅提升，它已成為一種成熟的工具並且被廣泛的應用在各個領域當中，如機械、造船、建築、產品分析及生物力學等，有限元素法的優點在於它的高精確度，但是其運算相當複雜，不容易做到即時運算。

混合法就是要結合幾何模型演算法與物理模型演算法，幾何模型演算法具有運算速度快的優點，但卻沒有考慮物體的物理特性；然而，物理模型演算法使用物體的物理特性來做運算，但卻需要大量的運算時間，所以混合法就是要結合兩者的優點，使用幾何模型演算法來描述物體形狀的細節，再以物理模型演算法描述物體形變的狀況；Terzopoulos[18]使用 NURBS 描繪物體的表面形狀，並且使用質點-彈簧模型模擬物體的變形。基於上述的討論，本文將使用混合法模擬虛擬毛筆毛刷的形變，在刷毛骨架的運算上，我們採用物理模型演算法中的質點-彈簧-阻尼模型，這是因為對於刷毛彎曲的真實度以及高彈性刷毛的需要，我們需要一個可以考慮物體發生碰撞時的物理特性且具高運算效率的演算法；在刷毛表面的運算上，我們只需要模擬刷毛受擠壓時而散開的現象，所以我們設計了一套簡單的幾何模型演算法以模擬刷毛表面的形變，且此法考慮了墨水溼度以及骨架彎曲程度等各種因素。

2.1.2 質點-彈簧-阻尼模型

爲了以質點-彈簧模型描述一個可形變物體的外型，我們先以質點與彈簧結合而成的幾何結構來描述物體初始的形狀，使得模型具有物體近似的形狀與體積，質點與質點之間以彈簧相連，一般使用上也常將彈簧與阻尼串連，組成一質點-彈簧-阻尼單元，如圖 2-4 所示，兩個質點間以彈簧-阻尼相連，彈簧可以提供結構力或是附著力，使得質點間緊密地結合(或保持一定的距離)，而阻尼可以使得連接的物體減少過度的震盪，圖 2-5 顯示以多個質點-彈簧-阻尼單元描述一個方型的物體，爲簡化運算，假設彈簧與阻尼不具質量，質點也不具體積。

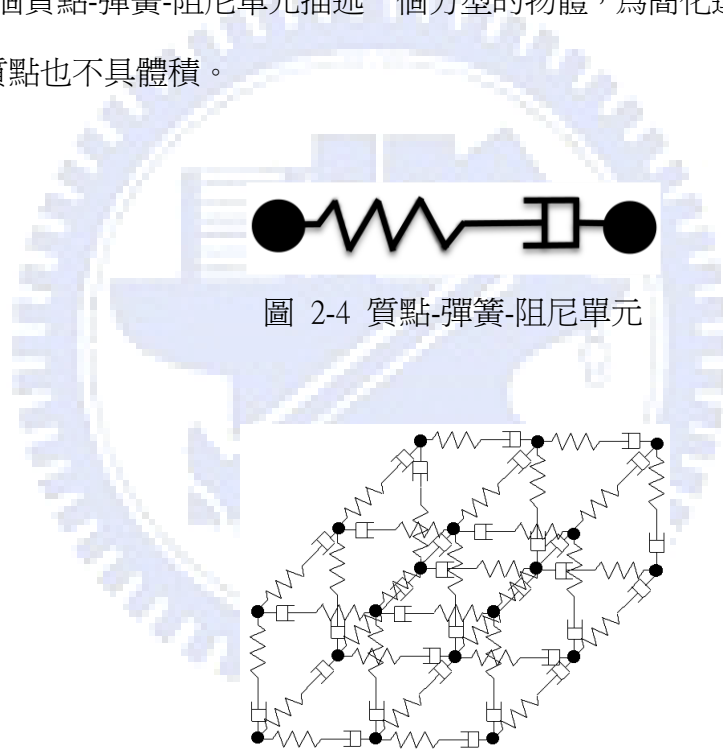


圖 2-5 一個三維質點-彈簧-阻尼模型架構

當建立了一個質點-彈簧-阻尼模型的物體後，我們必須計算每一個質點所受的合力，接著利用牛頓力學推出每一個質點新的位置，而質點所受的力由彈簧與阻尼兩種元件提供，彈簧是一種結構上的單元，當它連接兩個物體時，會有量值相同而方向相反的兩個力作用在兩個物體上，根據虎克定律(Hooke' s law)，彈簧的公式爲：

$$\mathbf{F}_s = -k_s \mathbf{x} \quad (2.1)$$

其中的 \mathbf{F}_s 是彈力， k_s 是彈力常數， \mathbf{x} 是彈簧由初始長度壓縮或伸長的量，阻尼(damper)常常與彈簧合併使用，阻尼的作用與黏滯阻力相同，皆為抵消速度，阻尼所發出的力，與兩連接物體之間的相對速度和阻尼常數 k_d 成正比，相對速度和阻尼力(damping force)的關係式如下：

$$\mathbf{F}_d = k_d(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \quad (2.2)$$

\mathbf{F}_d 是阻尼常數和兩連接物體上連接點相對速度的函數，阻尼力的公制單位是 N，而速度的單位是 m/s， k_d 的單位是 kg/s。以向量表示時，連接兩物體的彈簧-阻尼單元的公式如下：

$$\mathbf{F}_1 = -\{k_s(L - r) + k_d(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\} \quad (2.3)$$

在此， L 與 r 分別代表彈簧的初始長度以及受擠壓後的長度， \mathbf{F}_1 表示物體 1 所受的力，由於物體 2 所受的力與物體 1 大小相同方向相反，因此作用在物體 2 上的作用力為 $\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1$ 。從(2.3)式中我們可計算出作用在物體上的力，再依據牛頓運動定律，即可得到速度 $\mathbf{v}(t)$ 與位置 $\mathbf{x}(t)$ ：

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \int \frac{\mathbf{F}(t)}{m} dt \quad (2.4)$$

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 + \int \mathbf{v}(t) dt \quad (2.5)$$

其中 v_0 、 x_0 分別代表初始速度與初始位置。

2.1.3 隱式積分法

由上一節提到的牛頓運動定律的積分式(2.4)與(2.5)式可看出聯立方程式是以連續時間的積分表示，因此，當我們以電腦模擬時，必須以數值積分的方法求得上述聯立方程式的解，一般常使用的數值積分方法是顯式積分法(Explicit integration method)，之所以使用顯式積分法的原因在於它的計算簡單，顯式積分法為泰勒級數中捨去第一階導數之後的多項式數列而得到：

$$\mathbf{v}^{t+h} = \mathbf{v}^t + \mathbf{F}^t \frac{h}{m} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{x}^{t+h} = \mathbf{x}^t + \mathbf{v}^{t+h} h \quad (2.7)$$

其中 h 代表一段極短暫的積分時間間隔， $\mathbf{x}^t = [x_x^t \ x_y^t \ x_z^t]^T$ 、 $\mathbf{v}^t = [v_x^t \ v_y^t \ v_z^t]^T$ 、與 $\mathbf{F}^t = [F_x^t \ F_y^t \ F_z^t]^T$ 分別代表時刻 t 的位置、速度與所受的力， \mathbf{x}^{t+h} 、 \mathbf{v}^{t+h} 代表 $t+h$ 時刻的位置與速度。

雖然顯式積分法容易實作，但深受不穩定性(instability)所苦，誤差呈指數成長，解迅速擴為無窮大。以質點-彈簧模型的例子來看，如果彈簧彈力常數 k_s 相對 h 的倒數太大，將會造成不穩定的情形發生，此稱為 Courant condition[19][20]：

$$\frac{1}{h} < \sqrt{\frac{k_s}{m}} \quad (2.8)$$

若要維持使用顯式積分法的系統穩定，必須滿足上列方程式。也就是說，當我們模擬的是一個比較堅硬的物體時， k_s 之值勢必變大，同時我們也必須要使用更小的時間間隔 h 以維持系統穩定；然而受限於系統的計算能力， h 之值不可能無限制縮小，所以必須採用其他數值積分方法。

當穩定性變得很重要時，隱式積分法是一個很恰當的方式[20][21][22]，隱式積分法的方程式表示如下：

$$\mathbf{v}^{t+h} = \mathbf{v}^t + \mathbf{F}^{t+h} \frac{h}{m} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{x}^{t+h} = \mathbf{x}^t + \mathbf{v}^{t+h} h \quad (2.10)$$

顯式積分法的積分是以目前的初始條件 \mathbf{F}^t 來進行積分，而隱式積分法則試圖尋找下一時刻的狀態 \mathbf{F}^{t+h} 來積分；當使用顯式積分法於質點-彈簧-阻尼模型，若模型中有一個質點受到的力較其相鄰質點所受的力大時，此質點將被拉離整個系統，若系統要回歸原始的力平衡狀態，必須要在下一個運算周期依賴彈簧與阻尼的作用而將此偏離的質點拉回來，如此將會產生很大的拉回力，造成系統很大的震盪；然而在使用隱式積分法的情況下，若有一個質點受到的力較其相鄰質點所受的力大，此質點的速度變化量在計算時將會考

慮其相鄰質點的速度變化量，在移動之前就先考慮相鄰質點的動態，所以採用隱式積分法的質點-彈簧-阻尼模型比較接近群體的移動，也比較穩定。理論上來說，以隱式積分法進行數值積分的系統不論 h 的值為多少都會維持系統穩定；雖然隱式積分法不如顯式精準，即使沒有震盪，解也慢慢失去準度，不過在此應用中，使用者將比較重視穩定性而非精度。

接下來，我們將針對隱式積分法用於質點-彈簧模型的狀況進行討論，我們將系統表示為一個線性方程式[22]，先將系統限制在只有質點與彈簧的情形，假設有 n 個質點，根據(2.9)、(2.10)式，針對第 i 個點的隱式積分式表示為

$$\mathbf{v}_i^{t+h} = \mathbf{v}_i^t + \mathbf{F}_i^{t+h} \frac{h}{m_i} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{x}_i^{t+h} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+h} h \quad (2.12)$$

而 $\mathbf{x}_i^t = [x_{i,x}^t \quad x_{i,y}^t \quad x_{i,z}^t]^T$ 、 $\mathbf{v}_i^t = [v_{i,x}^t \quad v_{i,y}^t \quad v_{i,z}^t]^T$ 、與 $\mathbf{F}_i^t = [F_{i,x}^t \quad F_{i,y}^t \quad F_{i,z}^t]^T$ ， m_i 代表第 i 個質點的質量；將 n 個質點的隱式積分式以向量的形式表示：

$$\hat{\mathbf{v}}^{t+h} = \hat{\mathbf{v}}^t + h\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{F}}^{t+h} \quad (2.13)$$

$$\hat{\mathbf{x}}^{t+h} = \hat{\mathbf{x}}^t + h\hat{\mathbf{v}}^{t+h} \quad (2.14)$$

其中

$$\hat{\mathbf{x}}^{t+h} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^{t+h} \\ \mathbf{x}_2^{t+h} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^{t+h} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{v}}^{t+h} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^{t+h} \\ \mathbf{v}_2^{t+h} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n^{t+h} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{F}}^{t+h} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1^{t+h} \\ \mathbf{F}_2^{t+h} \\ \vdots \\ \mathbf{F}_n^{t+h} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_n \end{bmatrix}, M_i = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 \\ 0 & 0 & m_i \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

由於隱式積分法的計算必須求得 $\hat{\mathbf{F}}^{t+h}$ ，我們以泰勒展開式(Taylor expansion)的一階近似(first-order approximation)來近似之：

$$\hat{\mathbf{F}}^{t+h} = \hat{\mathbf{F}}^t + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \hat{\mathbf{x}}^{t+h} = \hat{\mathbf{F}}^t + \mathbf{J} \Delta \hat{\mathbf{x}}^{t+h} \quad (2.17)$$

其中 $\Delta \hat{\mathbf{x}}^{t+h} = \hat{\mathbf{x}}^{t+h} - \hat{\mathbf{x}}^t$ ， $\mathbf{J} = \partial \hat{\mathbf{F}} / \partial \mathbf{x}$ 。由(2.13)、(2.14)、與(2.17)式，將整個系統表示為一個線性方程式：

$$(\mathbf{M} - h^2 \mathbf{J}) \Delta \hat{\mathbf{v}}^{t+h} = h(\hat{\mathbf{F}}^t + h \mathbf{J} \hat{\mathbf{v}}^t) \quad (2.18)$$

而 $\Delta \hat{\mathbf{v}}^{t+h} = \hat{\mathbf{v}}^{t+h} - \hat{\mathbf{v}}^t$ 。

針對(2.18)式的線性方程式，許多論文提出以更有效率的方式解出 $\Delta \hat{\mathbf{v}}^{t+h}$ ，Baraff 和 Witkin[22]提出在質點-彈簧模型使用隱式積分法，不論積分的時間間格為多少，都能維持系統的穩定性，[22]嘗試直接解出泰勒展開式的 $\partial \hat{\mathbf{F}} / \partial \mathbf{x}$ ，由於不進行簡化，所以運算上非常耗時，不能即時運算形變結果；Desbrun 等[23]延續[22]的研究，繼續使用隱式積分法，並且將 $\partial \hat{\mathbf{F}} / \partial \mathbf{x}$ 近似為一個常數稀疏矩陣，使得大部分的計算都可以預先算好，降低了即時運算的運算量，但由於對常數稀疏矩陣做了反矩陣之後矩陣並不稀疏，必須進行一個 $n \times n$ 矩陣的運算，所以運算還是有 $O(n^2)$ 的時間複雜度，而且整個系統必須使用相同的彈力常數與質量，且系統運算過程不能修改彈力常數與質量；Kang 等[24]從[23]提出的常數稀疏矩陣進行修改，簡化高階的運算量，且不再需要 $n \times n$ 矩陣的運算，所以每一個質點的速度變化量只與和本身相連的質點相關，則其運算的時間複雜度為 $O(n)$ ，另外運算過程中可以輕易更改彈力常數、質量與積分的時間間隔，但是此法太過簡化，所以誤差量較大。

本論文將在虛擬毛筆的質點-彈簧-阻尼模型採用 Kang 與 Cho[25]的積分法，此法是基於隱式積分法推出，因此在任何的積分時間間隔都能保持穩定，而且由於不再牽涉大維度的矩陣運算，每一個質點的速度變化量都可表示成一個獨立的方程式，所以運算的時間複雜度是 $O(n)$ ，與系統中質點的數目成正比；此外，可以隨著系統的運算能力來調整每一次運算周期的疊代次數，藉以提高積分的精準度，可以在系統效能與精確度之間找出平衡，且不同於[23]的做法，並沒有預先計算好的項，所以只要有一個好的資料結

構來儲存模型的資訊，就可以在運算的過程中改變質點的質量、彈力係數與阻尼係數，以下將詳細介紹此法，根據(2.18)式的左式，令 W 為：

$$W = M - h^2 J \quad (2.19)$$

由[23]提出矩陣 J 的近似，將 W 近似為一常數稀疏矩陣：

$$\begin{cases} W_{ii} = M_i - h^2 J_{ii} = M_i + h^2 \sum_{(i,j)\text{connected}} J_{ij} \\ W_{ij} = -h^2 J_{ij}, \text{ if } i \neq j \end{cases} \quad (2.20)$$

其中

$$\begin{cases} J_{ii} = -\sum_{\text{for all } j, i \neq j} \begin{bmatrix} k_{s,ij} & 0 & 0 \\ 0 & k_{s,ij} & 0 \\ 0 & 0 & k_{s,ij} \end{bmatrix} \\ J_{ij} = \begin{bmatrix} k_{s,ij} & 0 & 0 \\ 0 & k_{s,ij} & 0 \\ 0 & 0 & k_{s,ij} \end{bmatrix}, \text{ if } i \neq j \end{cases} \quad (2.21)$$

其中 $k_{s,ij}$ 為質點 i 與質點 j 之間相連彈簧的彈力常數，另一方面，根據(2.18)式的右式，令：

$$\tilde{\mathbf{F}}^t = \hat{\mathbf{F}}^t + h \mathbf{J} \hat{\mathbf{v}}^t \quad (2.22)$$

由(2.19)與(2.22)式可將(2.18)式的線性方程式改寫為：

$$W \Delta \hat{\mathbf{v}}^{t+h} = h \tilde{\mathbf{F}}^t \quad (2.23)$$

將(2.20)式帶入(2.23)式並展開，則質點 i 的速度變化量為：

$$\Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h} = W_{ii}^{-1} (h \tilde{\mathbf{F}}_i^t + h^2 \sum_{(i,j)\text{connected}} J_{ij} \Delta \hat{\mathbf{v}}_j^{t+h}) \quad (2.24)$$

然而(2.24)式並不能直接解出質點 i 的速度變化量 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h}$ ，因為此式必須要先求得與質點 i 相連的質點的速度變化量 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_j^{t+h}$ ，因此 Kang 使用 Jacobi 疊代法解出此線性方程組的解，使用時可以依精準度的需要調整疊代的次數 k ，將(2.24)式修改為：

$$\begin{aligned} \text{第 } 0 \text{ 次疊代： } \Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h(0)} &= h W_{ii}^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i^t \\ \text{第 } 1 \text{ 次疊代： } \Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h(1)} &= h W_{ii}^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i^t + h^2 W_{ii}^{-1} \sum_{(i,j)\text{connected}} J_{ij} \Delta \hat{\mathbf{v}}_j^{t+h(0)} \\ &\vdots \\ \text{第 } k \text{ 次疊代： } \Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h(k)} &= h W_{ii}^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i^t + h^2 W_{ii}^{-1} \sum_{(i,j)\text{connected}} J_{ij} \Delta \hat{\mathbf{v}}_j^{t+h(k-1)} \end{aligned} \quad (2.25)$$

由(2.25)式可解出一質點-彈簧系統中每一個質點的速度變化量，我們可將(2.25)式總結如

下，令 $W_i = W_{ii}$ ，則 Kang 等[25]的積分法可以表為：

$$\begin{cases} \mathbf{p}_i = \Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h(0)} = hW_i^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i^t \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h(k)} = \mathbf{p}_i + h^2 W_i^{-1} \sum_{(i,j)\text{connected}} J_{ij} \Delta \hat{\mathbf{v}}_j^{t+h(k-1)} \end{cases} \quad (2.26)$$

整個演算法可以寫成如(2.26)式的簡潔形式。當使用此演算法時，必須先決定疊代的次數 k ，每一個積分週期開始時都先依(2.26)的上式計算每個質點的 \mathbf{p}_i ，接著將 \mathbf{p}_i 帶入(2.26)式的下式得第 1 次疊代的結果 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h(1)}$ ，接下來就是重複(2.26)式下式的運算，直到迴圈數到達 k ，即可得第 k 次疊代的 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h(k)}$ ，若疊代的次數越多，則得到的解就越精準。

由於(2.26)式僅適用於質點-彈簧系統，以下將加上阻尼擴展至質點-彈簧-阻尼系統，以符合我們系統的需求，設定額外的阻尼力為：

$$\mathbf{F}_d = -k_d \sum_{(i,j)\text{connected}} (\mathbf{v}_i^t - \mathbf{v}_j^t) \quad (2.27)$$

k_d 為阻尼係數，在此我們假設系統的阻尼係數均相同；在此，我們由增加(2.17)式泰勒展開式的高階項開始

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}}^{t+h} &= \hat{\mathbf{F}}^t + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \hat{\mathbf{x}}^{t+h} + \frac{\partial \mathbf{F}_d}{\partial \mathbf{v}} \Delta \hat{\mathbf{v}}^{t+h} \\ &= \hat{\mathbf{F}}^t + \mathbf{J} \Delta \hat{\mathbf{x}}^{t+h} + \mathbf{J}_d \Delta \hat{\mathbf{v}}^{t+h} \end{aligned} \quad (2.28)$$

其中

$$\begin{cases} J_{d,ii} = -n_i k_d I_3 \\ J_{d,ij} = k_d I_3, \text{ if } i \neq j \end{cases} \quad (2.29)$$

n_i 是與質點 i 相連的質點數。按照(2.19)式到(2.24)式的方式，可得速度變化量：

$$\Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h} = W_i'^{-1} (h \tilde{\mathbf{F}}_i^t + h^2 \sum_{(i,j)\text{connected}} J'_{ij} \Delta \hat{\mathbf{v}}_j^{t+h}) \quad (2.30)$$

其中

$$W_i' = W_i - h J_{d,ii} \quad (2.31)$$

$$J'_{ij} = J_{ij} + J_{d,ij} / h \quad (2.32)$$

由(2.30)式以及 Jacobi 疊代法的推導方式，可以將質點-彈簧-阻尼系統的隱式積分法表示成如同(2.26)式的形式：

$$\left\{ \begin{array}{l} p'_i = \Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h(0)} = h \mathbf{W}'_i^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i^t \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h(k)} = p'_i + h^2 \mathbf{W}'_i^{-1} \sum_{(i,j) \text{ connected}} J'_{ij} \Delta \hat{\mathbf{v}}_j^{t+h(k-1)} \end{array} \right. \quad (2.33)$$

由(2.33)式可以得到每一個質點的速度變化量 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_i^{t+h}$ ，參考目前的質點速度 $\hat{\mathbf{v}}^t$ 可得 $\hat{\mathbf{v}}_i^{t+h}$ ，將其帶入(2.14)式即可得到每個質點的新位置 $\hat{\mathbf{x}}^{t+h}$ 。

2.2 視覺系統

視覺系統的回饋包括了虛擬場景以及書寫時在虛擬紙張上呈現的墨水效果，由於虛擬場景中最重要的元素就是毛筆與紙張，其中的毛筆的形狀必須由毛筆模型運算的結果來決定，必須將刷毛的彎曲或散開都呈現給使用者，以符合真實毛筆操作時的景況，我們採用 3D 繪圖引擎來進行虛擬場景的建置，藉由 3D 電腦繪圖營造出三維景深，接著使用透視投射(Perspective Projections)映射到 2D 平面上，此 2D 影像就可提供為視覺回饋。

在墨水的效果方面，這在電腦圖學上是一個重要的研究領域，在[5]中，Baxter 等提出了各種模型以處理顏料之間的渲染，將紙張與畫筆都分為表層與深層，討論了顏料之間的流動與混色；Curtis 等[26]研究水彩顏料的混和效果，模擬流體在紙面上的運動，顏料的流動分為三個層次：紙張表面的液體、液體中的顏料與紙面上顏料的混合、液體被紙面吸收；採用 Kubelka-Munk compositing model 來進行顏料混合的運算；在[27]中，Baxter 等提出的模型可以模擬顏料的流動與顏料的光學性質，可以產生擬真的油畫效果。Chu 等[28]提出了一個流體模型，可以模擬墨水在紙張溼開的狀況；Lee[4]提到墨水在紙張上溼開的效果，並且模擬隨機材質纖維結構的紙張的溼開效果；Okaichi [29]設計油畫的刮刀系統，特別針對顏料的厚度考慮，將顏料視為有厚度且會形變的柔軟物體，當刮刀對顏料施加壓力時，顏料將會向周圍散開，如同輪胎壓過泥濘的道路時的效果。在本文的系統設計上，我們將不考慮任何墨水的混合、渲染與流動，設定為只有和虛擬毛刷的表

面有接觸的部分會沾上墨水；我們將畫過的圖形轉換為一張材質貼圖，接著將此材質貼圖貼在虛擬場景的紙面上。

2.3 力資訊計算

力感的回饋對於毛筆或柔軟畫筆上的操作非常重要，藉由力感的回饋，使用者更能感受到刷與紙面接觸時按壓的深度以及移動的速度，連筆刷的濕度都可以由接觸時的彈性而有不同的觸感；在書寫時，感受毛筆的觸感而提供不同的運筆方式與書寫力道是書法非常重要的一環。操作畫筆的觸覺回饋與一般觸覺回饋的狀況不大相同，一般關於觸覺回饋的研究多半是使用者在虛擬場景中移動堅硬的物體而與柔軟或堅硬的物體發生碰撞來計算回饋力，如虛擬手術[30]、虛擬雕塑[31]等，但是在虛擬畫筆繪圖系統中，使用者是拿著筆頭柔軟的物體與堅硬的紙面或畫布做碰撞，關於這樣的研究並不多，Baxter[5]根據畫刷與紙面的垂直距離來決定正向力，並且加上摩擦力，提出一個簡單的力回饋機制以幫助使用者在虛擬場景中繪畫；Baxter 與 Lin[32]提到畫筆與顏料流體之間力回饋的設計，不過此法運算相當複雜，難以在複雜的物理模擬系統中再針對力回饋做複雜的運算，並同時達到力回饋的高更新頻率。在本文的系統中，力資訊的運算不宜太過複雜，使用者在系統的操作上才不會有力感不連續的情形，我們將回饋給使用者的力感分為兩個種類，一個是用來限制使用者工作範圍的力，也就是限制使用者操作的虛擬毛筆不會穿過紙面，另一個是模擬操作毛筆時的各種力，包括了因毛筆重量產生的重力，以及毛筆與紙面接觸時產生的摩擦力與正向力，並且以慣性力的方式模擬毛筆在紙面上拖拉時產生的黏滯阻力。

第三章

毛筆模型

本章將介紹設計的毛筆模型，根據此模型來實現虛擬毛筆的刷毛。我們採用第二章提到形變演算法的混合法來產生毛筆的物理模型，以物理模型演算法模擬毛筆的骨架，以幾何模型演算法模擬毛筆表面。在 3.1 節，我們針對毛筆的骨架設計做討論，以第二章的質點-彈簧-阻尼模型進行骨架形變運算，並使用虛擬骨架的方式模擬畫筆的柔軟性，最後討論物理運算的流程；在 3.2 節，將介紹毛筆的表面結構，並以刷毛表面演算法模擬毛筆散開時的視覺效果。

3.1 毛筆骨架

我們設計的虛擬毛筆的幾何結構如圖 3-1 所示，以一個圓錐形的結構表示毛筆刷毛的模型，依其橫切面分為 N 層，圖中的紅色點代表質點-彈簧-阻尼模型的質點，紅色線表示質點-彈簧-阻尼模型的彈簧-阻尼連結，橙色點代表虛擬骨架的節點，橙色連線是虛擬骨架之間的連結，同一層的質點與虛擬骨架的節點間有彈簧與阻尼連結，外部的黑色點為外部節點，以黑色節點構成的多邊形組成毛筆刷毛的表面。

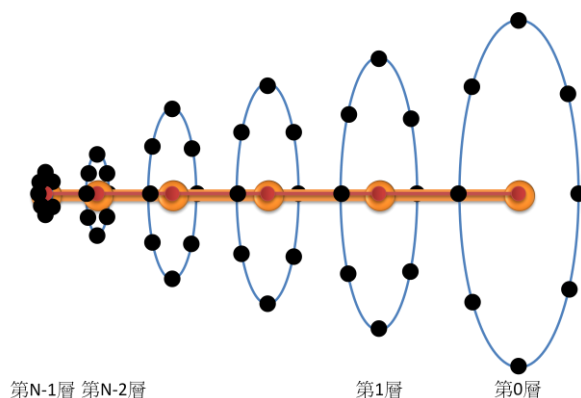


圖 3-1 虛擬毛筆的刷毛結構

3.1.1 一維質點-彈簧-阻尼模型

本文使用第二章提出的質點-彈簧-阻尼模型來建構毛筆的骨架，並搭配[25]的隱式積分演算法做計算。採用一維的結構做為骨架，將刷毛分為 N 層，如圖 3-2 所示。採用一維的結構在刷毛的模擬上有許多的好處，首先是計算量大幅下降，若與使用三維結構做比較，質點數與彈簧數都大幅降低，運算量降低的好處將可直接反映在刷毛的擬真上，因為刷毛是一具有高彈性的物體，所以我們的虛擬刷毛將是一個高彈力係數的質點-彈簧系統，也就是需要一個運算頻率更高的系統。在每一週期的運算時間都降低的情況下，我們可以使用更小的積分時間間隔，不僅可以即時反應質點-彈簧系統與紙面的碰撞，也可以讓系統的誤差降低。另一個優勢在於使用三維結構須要考慮畫筆的幾何形狀，當要處理圓形的畫筆時，爲了要有真實的碰撞效果，必須使用更多的質點搭配曲面運算以取得符合物理碰撞與視覺的效果，如圖 3-3 所示，這將大幅提高運算量。我們採用完全以表面貼圖來呈現刷毛的表面，雖然犧牲了刷毛表面與紙面的碰撞效果，但是我們將於 3.2 節說明以幾何模型演算法做出補償，同樣可以達到刷毛受壓縮時散開的視覺效果，另一個使用三維結構的重要缺點在於，爲了要使刷毛的表面維持恆定的截面積，必須要有非常大的彈力係數，且隨著使用不同的畫筆，必須重新調整模型中質點的位置，隨著質點的間距不同，彈力常數也必須改變，若使用一維的結構搭配刷毛表面貼圖的做法，

非常輕易就可以模擬出各種畫刷的形狀，我們就只要改變表面節點的位置即可，要調整刷毛的軟硬度也相對容易。

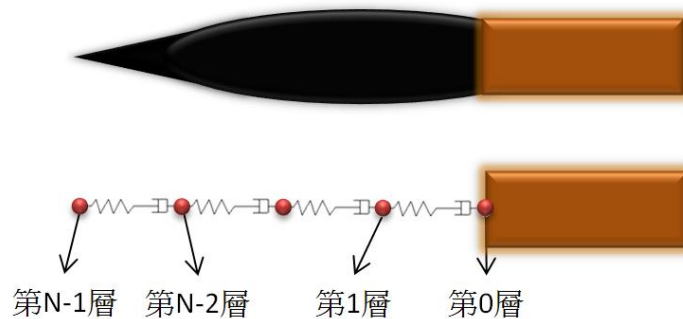


圖 3-2 一維質點-彈簧-阻尼模型

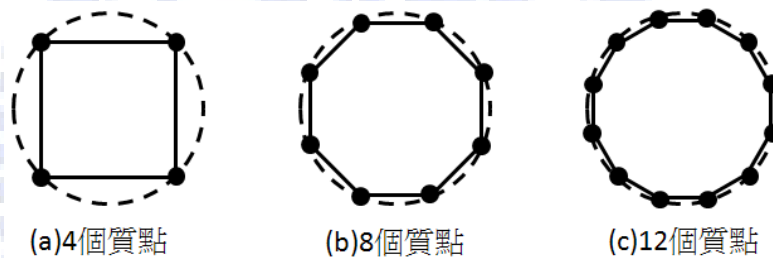


圖 3-3 每一層以(a)4 個質點、(b)8 個質點、(c)12 個質點近似圓形

此外若使用多個一維結構的排列而成的質點-彈簧-阻尼模型，就可以模擬出多束刷毛集成一個筆刷的情況，如圖 3-4 所示，搭配一維結構間的碰撞機制與流體在刷毛間的效應，這將是最接近真實畫筆的物理模型。然而一維的質點-彈簧-阻尼模型受力後，當系統回歸到新的穩態時，其穩態形狀將會被改變，如圖 3-5 所示，初始狀態時，一維的質點-彈簧-阻尼模型與其他物體沒有發生碰撞，如圖 3-5(a)所示；當一維的質點-彈簧-阻尼模型與物體碰撞後產生形變，如圖 3-5(b)所示；而當模型離開碰撞物體的瞬間時，模型開始形變回穩態，如圖 3-5(c) 所示；當模型離開碰撞物體一段時間之後，系統達到新的穩態，形狀與離開紙面的瞬間幾乎一樣，彈簧回復至初始長度，但模型無法回到初始形狀，如圖 3-5(d) 所示。

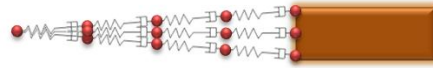


圖 3-4 多個一維結構的質點-彈簧-阻尼模型的組合

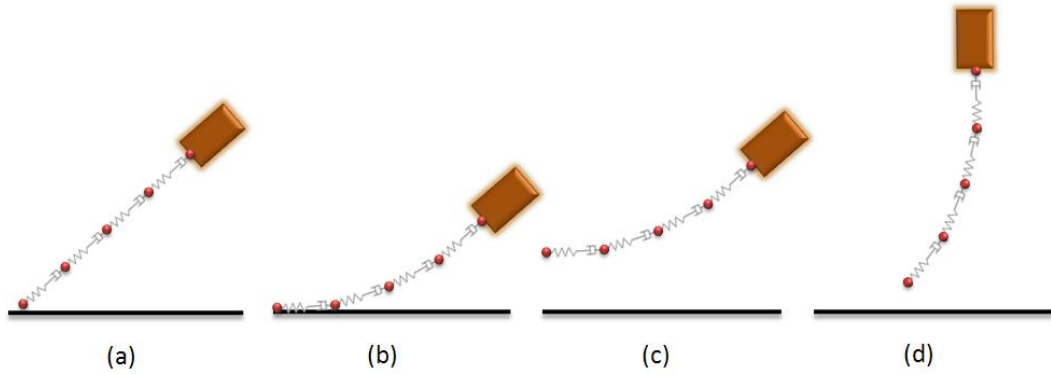


圖 3-5 一維的質點-彈簧-阻尼模型與物體發生碰撞時穩態形狀改變：(a)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面未接觸，(b)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面發生碰撞，(c)質點-彈簧-阻尼模型離開虛擬紙面，(d) 質點-彈簧-阻尼模型達到新的穩態

3.1.2 虛擬骨架

為了解決一維質點-彈簧-阻尼系統在受力後穩態改變的情況，以及模擬毛筆的可塑性，我們引入一個虛擬骨架與一維質點-彈簧模型結合，虛擬骨架是一個虛擬的骨幹，它由一組數量與質點-彈簧-阻尼模型骨架的質點數相同的節點組成，在整個系統運作的過程中，兩相鄰節點的長度維持不變，初始位置亦與一維質點-彈簧-阻尼模型骨架的初始位置相同。我們以 $VS_{0,1,\dots,N-1}$ 代表虛擬骨架的 N 個節點，以 $S_{0,1,\dots,N-1}$ 表示一維質點-彈簧模型骨架的 N 個質點， $VS_{i,i \in [0,\dots,N-1]}$ 與 $S_{i,i \in [0,\dots,N-1]}$ 之間以串接的彈簧與阻尼連接，彈簧的初始長度為零，我們以(2.3)式的彈簧與阻尼對質點產生的力的關係式計算 S_i 的受力，當系統達到穩態時， VS_i 與 S_i 位置重合，質點受力為零；我們以圖 3-6 說明虛擬骨架的運作方式，紅色點為一維質點-彈簧-阻尼模型的質點，橙色點為虛擬骨架的節點，橙色線段是虛擬骨架節點間的連線，且總是維持相同的長度，綠色線段表示 VS_i 與 S_i 之間的連結，

圖 3-6(a)表示初始狀態時， VS_i 與 S_i 位置重合，兩者之間沒有作用力；圖 3-6(b)呈現模型與物體發生碰撞，一維質點-彈簧-阻尼模型依碰撞機制產生形變，但虛擬骨架並無碰撞機制， VS_i 與 S_i 之間若位置不重合，彼此間將有作用力產生，然而對於貼在碰撞物表面的質點將不會有與虛擬骨架的作用力，這是為了不要壓縮畫筆的長度；在圖 3-6(c)中，模型所有的質點都離開物體表面，所有的質點與虛擬骨幹的節點產生作用力；在圖 3-6(d)中，質點-彈簧-阻尼模型回復為虛擬骨架的初始形狀，每個質點所受的合力為零。

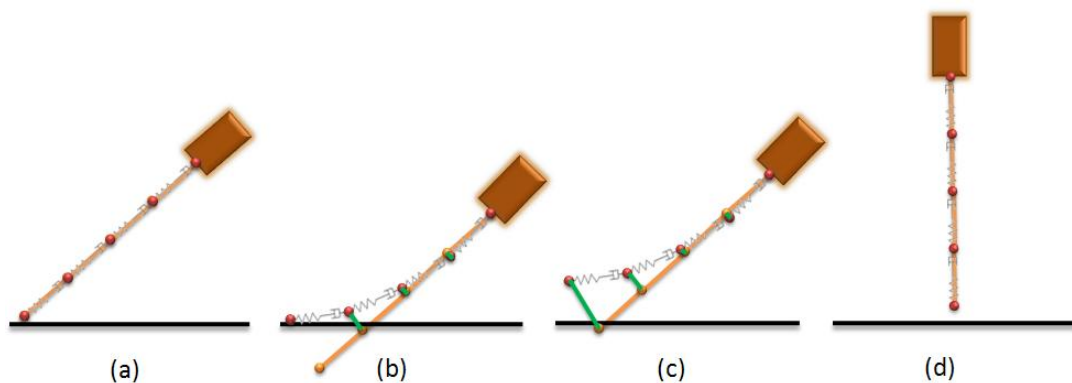


圖 3-6 一維的質點-彈簧-阻尼模型搭配虛擬骨架：(a)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面未接觸，(b)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面發生碰撞，(c)質點-彈簧-阻尼模型離開虛擬紙面，(d) 質點-彈簧-阻尼模型達到新的穩態

在實際使用毛筆寫字或繪畫時，當毛筆受力後必須經過一段時間才能達到平衡狀態，這是因為毛筆的彈性與墨水造成的黏滯力的影響，我們藉由調整 VS_i 與 S_i 間的彈力常數與阻尼係數也可以達到類似的效果，彈力常數代表的是刷毛的彈性而阻尼係數則代表液體黏滯力，當彈力常數大時，質點-彈簧-阻尼系統很快就達到新的穩態，但同時也可能造成過度的震盪，而加大阻尼係數，就可以使得形變和緩且平滑，若將此處的彈力係數與阻尼係數設為與墨水含量相關的函數，就可以更符合真實毛筆的動態。

3.1.3 毛筆可塑性

有了虛擬骨架的幫助，系統在形變後可以回復到初始的形狀，但是這和一般毛筆操作的情況有所不同；毛筆在經過一段時間的使用之後，隨著毛刷中水分的降低以及操作毛筆時傾斜角度的影響，毛筆的穩態形狀將會被改變，雖然這對於使用者來說是一個不太方便的特性，使用者必須要重新沾墨與潤筆，但這一特性在進行水墨畫繪製時卻會被使用到；在 Baxter 等[5]提出的畫筆模型中，畫筆使用的是 Aristotelian Dynamics，當物體有受力才有形變，無受力就沒有形變，這樣產生的畫筆雖然穩態形狀可以隨著使用者操作而改變，但是畫筆缺少彈性。

既然要改變系統的穩態形狀，依照質點-彈簧-阻尼系統搭配虛擬骨架的設計，我們需要進行虛擬骨架的形變，而虛擬骨架的形狀必須根據質點-彈簧-阻尼系統的形狀來改變。我們設計了一個幾何演算法模擬虛擬骨架的形變，此演算法可以確保虛擬毛筆的長度維持不變，且形變後的形狀非常平滑，不會有過大的扭曲；我們定義符號如下： $\mathbf{S}_{i,i \in [0, \dots, N-1]}$ 代表質點-彈簧-阻尼模型中 N 個質點的位置， $\mathbf{VS}_{i,i \in [0, \dots, N-1]}$ 代表虛擬骨架的 N 個節點的位置，而 $\mathbf{V}_{i,i \in [0, \dots, N-2]}$ 表示 \mathbf{VS}_{i+1} 與 \mathbf{VS}_i 之間的單位向量，如圖 3-7 所示。此演算法的第一步是要以質點-彈簧-阻尼模型末端的向量做為虛擬骨架形變方向的目標 \mathbf{V}_{goal} ；接下來將目前時刻虛擬骨架的末端向量 \mathbf{V}_{N-2}^t 與 \mathbf{V}_{goal} 分別乘上一權重，可得下一時刻虛擬骨架的末端向量 \mathbf{V}_{N-2}^{t+h} ；然後我們可以使用內插的方式得到每一節虛擬骨架的方向 $\mathbf{V}_{i,i \in [0, \dots, N-2]}^{t+h}$ ，並將其正規化；最後由虛擬骨架每一段的長度 L 與每一節虛擬骨架的方向 $\mathbf{V}_{i,i \in [0, \dots, N-2]}^{t+h}$ 決定每一個虛擬骨架節點的新位置。

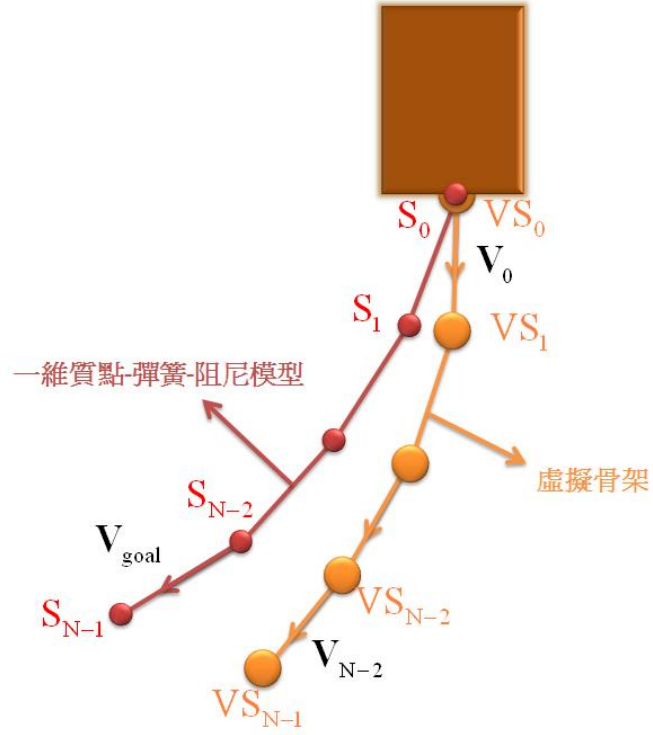


圖 3-7 虛擬骨架形變演算法示意圖

基於上述討論，我們提出虛擬骨架形變演算法條列如下：

虛擬骨架形變演算法：

<步驟 1> 虛擬骨架形變方向的目標 \mathbf{V}_{goal} ：

$$\mathbf{V}_{\text{goal}} = \mathbf{S}_{N-1}^t - \mathbf{S}_{N-2}^t / \|\mathbf{S}_{N-1}^t - \mathbf{S}_{N-2}^t\| \quad (3-1)$$

<步驟 2> 下一時刻虛擬骨架的末端向量 \mathbf{V}_{N-2}^{t+h} ：

$$\mathbf{V}_{N-2}^{t+h} = (1 - D) \cdot \mathbf{V}_{N-2}^t + D \cdot \mathbf{V}_{\text{goal}} \quad (3-2)$$

<步驟 3> 以內插方式得出 $\mathbf{V}_{i,i \in [0, \dots, N-2]}^{t+h}$ ，並將其正規化：

$$\mathbf{V}_{i,i \in [0, \dots, N-2]}^{t+h} = \left(1 - \frac{i}{N-1}\right) \cdot \mathbf{V}_0^{t+h} + \frac{i}{N-1} \cdot \mathbf{V}_{N-2}^{t+h} \quad (3-3)$$

$$\mathbf{V}_{i,i \in [0, \dots, N-2]}^{t+h} = \mathbf{V}_i^{t+h} / \|\mathbf{V}_i^{t+h}\| \quad (3-4)$$

<步驟 4> 推出新的虛擬骨架的位置 $\mathbf{VS}_{i,i \in [0, \dots, N-1]}^{t+h}$ ：

$$\mathbf{VS}_0^{t+h} = \mathbf{S}_0^{t+h} \quad (3-5)$$

$$\mathbf{VS}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}^{t+h} = \mathbf{VS}_{i-1}^{t+h} + L \cdot \mathbf{V}_{i-1}^{t+h} \quad (3-6)$$

3.2 刷毛表面結構

在決定刷毛的骨架形狀之後，依照本文的設計，必須要在骨架週圍安插刷毛表面的節點，毛筆刷毛的骨幹以一維質點-彈簧模型分為 N 層，每一層外圍環繞著 K 個節點，鄰近的節點間以三角型的多邊形組成毛筆的表面，如圖 3-8 所示，我們可以任意設置每一層的節點位置與數量來設計我們所想要使用的毛刷形狀。在初始狀態時，節點環繞的軌道為圓形軌道，但是當毛筆傾斜受到擠壓時，或是毛筆因長時間使用而墨水含量降低時，刷毛的切面形狀比較接近橢圓形而非圓形，如圖 3-9 所示，因此我們設計了一個幾何形變演算法來模擬毛筆刷毛表面的形變，也就是隨著毛刷的彎曲程度、與紙面的接觸與墨水的含量來決定橢圓形軌道的長、短軸方向與長度，我們定義符號如下，假設每一層有 K 個外部節點、紙面的法向量為 \mathbf{N}_{paper} 、 $\mathbf{S}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}$ 表示第 i 層的質點位置，此刷毛表面形變演算法的第一步是決定每一層的短軸方向 $\mathbf{SA}_{i,i \in [0, \dots, N-1]}$ ，如圖 3-10 所示，在決定第 i 層的短軸方向時，考慮三種情況：(1) 第 i 層的質點位置 \mathbf{S}_i 與紙面有接觸，短軸方向 \mathbf{SA}_i 設為紙面方向 \mathbf{N}_{paper} ，(2) 有 Q 個質點與紙面接觸，但 \mathbf{S}_i 並未與紙面接觸，以內插法決定短軸方向，(3) 整個質點-彈簧-阻尼系統沒有質點與紙面接觸，以內插法決定短軸方向；接著決定長軸方向 $\mathbf{LA}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}$ ，以短軸方向與該層相鄰質點構成的向量外積而得；接下來將短軸方向與長軸方向進行正規化處理；由於刷毛的切面形狀受刷毛骨架彎曲的影響很大，所以我們定義刷毛骨架的彎曲程度，分別定義每一層的彎曲程度 $\text{Tilt}_{i,i \in [1, \dots, N-2]}$ 以及整體的彎曲程度 Tilt_{all} ，對第 i 層來說，其彎曲程度 Tilt_i 定義為質點-彈簧-阻尼模型在該層相鄰質點構成兩向量的內積，而整個模型的彎曲程度定義為每一層彎曲程度的算術平均數；接下來計算期望的長軸長度 $\text{RL}_{goal,i,i \in [1, \dots, N-1]}$ ，考慮刷毛溼度 $\text{W}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}$ 與彎曲程度作為設定期望長軸長度的條件，並以 TF 代表骨架彎曲影響程度的權重，且以 $\text{RL}_{max,i}$ 表示長軸長度的最大值，以防止過度變形；接下來是計算長、短軸長度 $\text{RL}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}^{t+h}$ 與 $\text{RS}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}^{t+h}$ ，以 SDF 代表刷毛表面的形變率參數，當 SDF 越大時長軸長度 RL_i^{t+h} 很快趨近期望的長軸長度 $\text{RL}_{goal,i}$ ，在決定長軸長度之後，由於必須保持橢

圓面積不變，所以由長軸的初始長度 $RL_{init,i}$ 與新的長軸長度可得短軸長度 SL_i^{t+h} ；最後由橢圓方程式更新表面節點的位置 $G_{i,j}, i \in [1, \dots, N-1], j \in [0, \dots, K-1]$ ，如圖 3-13 所示。

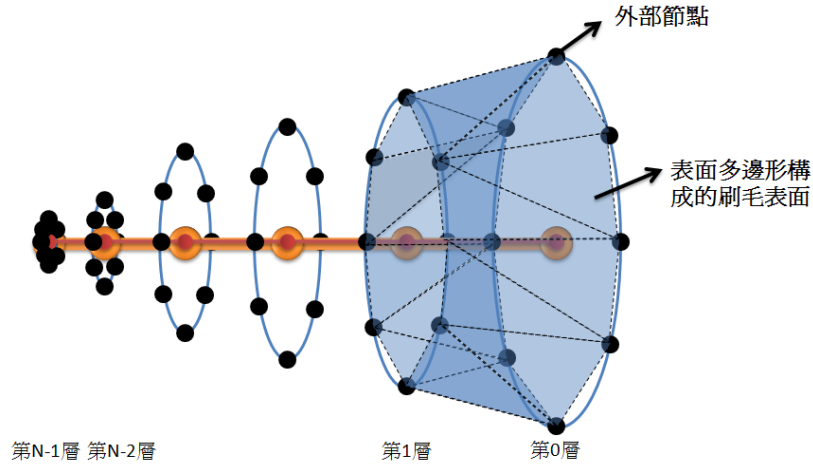


圖 3-8 毛筆骨架與表面多邊形

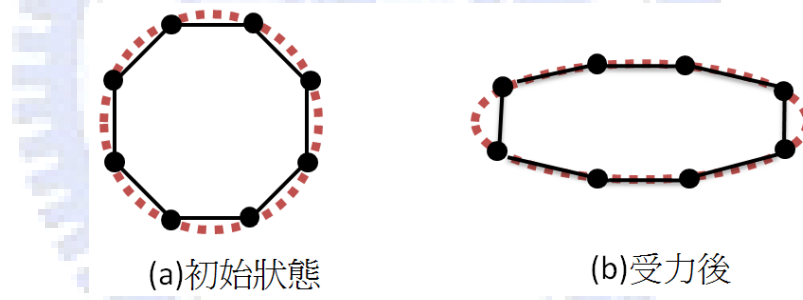


圖 3-9 毛筆刷毛切面圖：(a)初始狀態和(b)受力後

基於上述討論，我們提出刷毛表面形變演算法條列如下：

刷毛表面形變演算法：

<步驟 1> 決定短軸方向：

Case1：當 S_i 與紙面接觸時，該層短軸方向即紙面方向：

$$SA_i^{t+h} = N_{paper} \quad (3-7)$$

Case2：若有 Q 個質點與紙面接觸，但 S_i 並未與紙面接觸，如圖 3-11 所示，設定短軸方向為：

$$SA_i^{t+h} = \left[1 - \frac{N-Q-i}{N-Q}\right] SA_{N-Q}^{t+h} + \left[\frac{N-Q-i}{N-Q}\right] SA_0^{t+h} \quad (3-8)$$

Case3：若整個質點-彈簧-阻尼系統沒有質點與紙面接觸時則短軸方向為：

$$\mathbf{SA}_{N-1}^{t+h} = \mathbf{SA}_{N-1}^t \quad (3.9)$$

$$\mathbf{SA}_{i,i \in [1, \dots, N-2]}^{t+h} = \left[1 - \frac{N-i-1}{N-1}\right] \mathbf{SA}_{N-1}^{t+h} + \left[\frac{N-i-1}{N-1}\right] \mathbf{SA}_0^{t+h} \quad (3.10)$$

<步驟 2> 決定長軸方向：

$$\mathbf{LA}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}^{t+h} = \mathbf{SA}_i^{t+h} \times (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_{i-1}) \quad (3.11)$$

<步驟 3> 正規化長、短軸方向向量

$$\mathbf{LA}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}^{t+h} = \mathbf{LA}_i^{t+h} / \|\mathbf{LA}_i^{t+h}\| \quad (3.12)$$

$$\mathbf{SA}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}^{t+h} = \mathbf{SA}_i^{t+h} / \|\mathbf{SA}_i^{t+h}\| \quad (3.13)$$

<步驟 4> 計算每一層的質點-彈簧-阻尼模型的彎曲程度以及模型整體的彎曲程度，如

圖 3-12 所示：

$$\mathbf{V}_{i,i \in [1, \dots, N-1]} = \mathbf{S}_i - \mathbf{S}_{i-1} \quad (3.14)$$

$$\text{Tilt}_{i,i \in [1, \dots, N-2]} = 1 - \mathbf{V}_{i+1} \cdot \mathbf{V}_i \quad (3.15)$$

$$\text{Tilt}_{all} = (\sum_{i=1}^{N-2} \text{Tilt}_i) / (N - 2) \quad (3.16)$$

<步驟 5> 計算期望的長軸長度：

Case1：當有質點與紙面接觸，設計期望的長軸長度為：

$$\begin{aligned} \text{RL}_{\text{goal}, i, i \in [1, \dots, N-1]} &= \text{RL}_i^t + (\text{RL}_{\text{max}, i} - \text{RL}_i^t) \cdot (1 - W_i) \cdot \left(\frac{i}{N-1}\right) [\text{TF} \cdot \\ &\text{Tilt}_i + (1 - \text{Tilt}_i) \text{Tilt}_{\text{total}}] \end{aligned} \quad (3.17)$$

Case2：若沒有質點與紙面接觸，設計期望的長軸長度為：

$$\text{RL}_{\text{goal}, i, i \in [1, \dots, N-1]} = \text{RL}_{\text{initial}, i} \quad (3.18)$$

<步驟 6> 計算長、短軸長度：

$$\text{RL}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}^{t+h} = \text{SDF} \cdot \text{RL}_{\text{goal}, i} + (1 - \text{SDF}) \cdot \text{RL}_i^t \quad (3.19)$$

$$\text{RS}_{i,i \in [1, \dots, N-1]}^{t+h} = \text{RL}_{\text{initial}, i}^2 / \text{RL}_i^{t+h} \quad (3.20)$$

<步驟 7> 由橢圓方程式更新刷毛表面節點位置，如圖 3-13 所示：

$$\mathbf{G}_{i,j, i \in [1, \dots, N-1], j \in [0, \dots, K-1]}^{t+h} = \mathbf{S}_i + \mathbf{LA}_i^{t+h} \cdot \text{RL}_i^{t+h} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{j}{K}\right) + \mathbf{SA}_i^{t+h} \cdot \text{RS}_i^{t+h} \cdot$$

$$\sin\left(2\pi \cdot \frac{j}{K}\right)$$

(3-21)

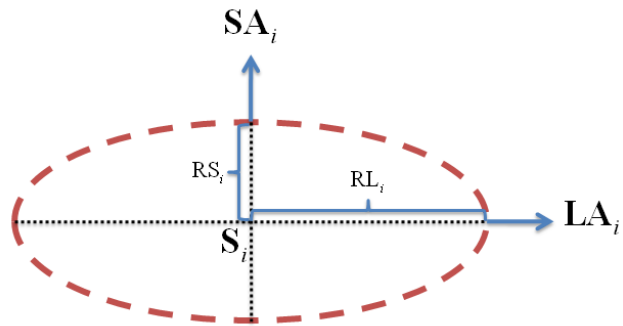


圖 3-10 第 i 層的刷毛切面

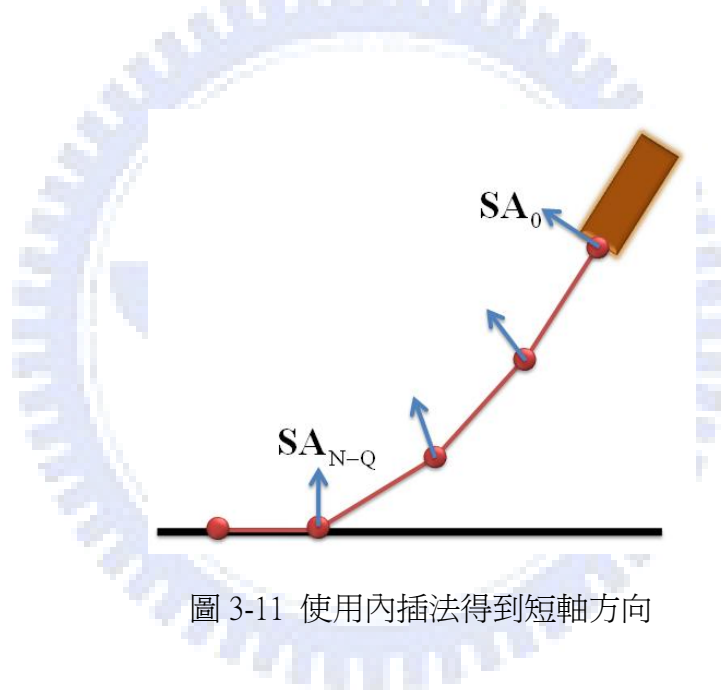


圖 3-11 使用內插法得到短軸方向

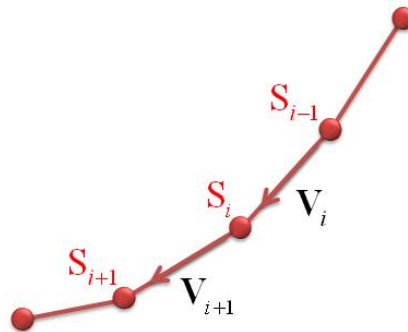


圖 3-12 骨架的彎曲程度

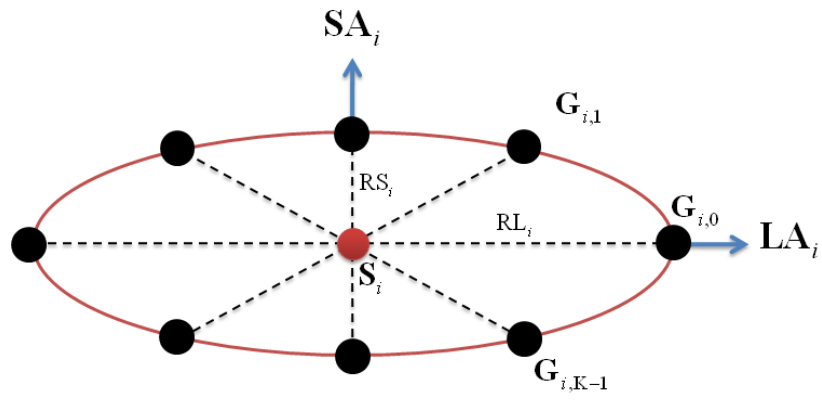


圖 3-13 由橢圓方程式設定外部節點的位置



第四章

系統實現

我們在第二章提出虛擬毛筆系統之系統架構，並於第三章詳細說明虛擬毛筆的模型，在本章，我們將敘述如何基於第二章所提之系統架構，搭配適合的軟、硬體來實踐此系統；在 4.1 節介紹本系統所使用的硬體；在 4.2 節介紹本系統使用的軟體與軟體的設計，分為視覺系統、毛筆模型、與力資訊運算三部分。

4.1 硬體實現

在實現虛擬毛筆系統時，所使用到的設備包含一台個人電腦和力回饋搖桿，個人電腦主要是提供虛擬實境場景的視覺回饋及計算虛擬場景中場景資訊的運算；搖桿操作系統部份其基本組成如圖 4-1 所示，經由感測元件可以得知使用者搖桿的位置，動力元件則可將運算後的力資訊回饋給使用者。我們利用個人電腦來實現虛擬場景系統，電腦規格為 Intel Core2 Duo E8400 CPU 3.00GHz，選用此處理器的原因是為了有效率地處理多執行緒的運算，3.25GB 的記憶體，顯示卡為 NVIDIA GeForce 9800GT。

力回饋搖桿部份，我們採用美國 SensAble 公司出產的 Phantom Omni 力回饋搖桿[33]，如圖 4-2 所示，由於搖桿的操作握柄外觀為筆的設計，因此很合適用來作為本系統的輸入設備，握柄上有二個按鈕，可以設計作為特定控制功能；此搖桿的工作區域涵蓋了大部份書寫情況的要求，解析度為 0.055mm，高於許多市售搖桿，對於毛筆操作來說，手部細微的操控動作是很講究的，因此搖桿所提供的高解析度很適合用來發展本系統，表 4-1 為此搖桿規格。

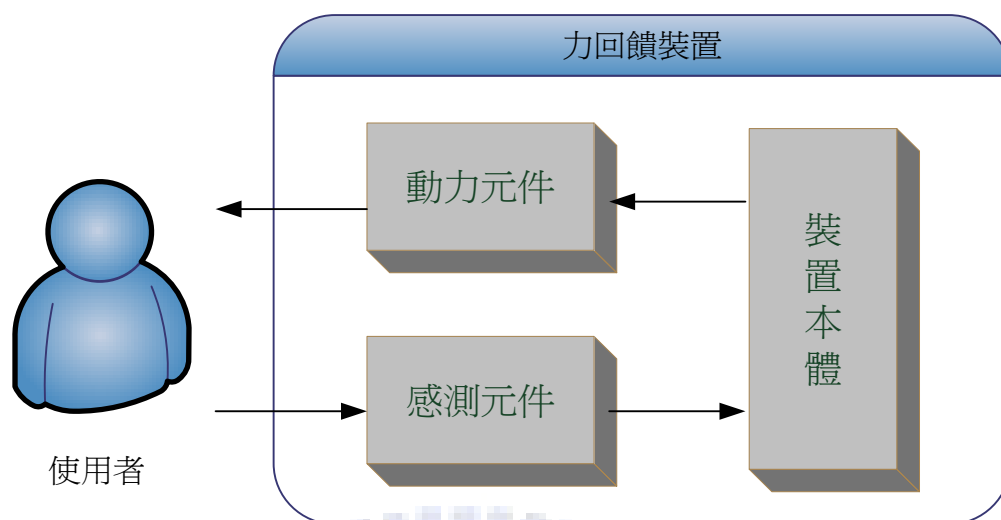


圖 4-1 力回饋搖桿裝置示意圖



圖 4-2 Phantom Omni 三軸力回饋搖桿[33]

表 4-1 Phantom Omni 三軸力回饋搖桿規格表

Forcefeedback workspace	160 W x 120 H x 70 D mm.
Weight (device only)	15 oz.
Range of motion	Hand movement pivoting at wrist
Nominal position resolution	0.055 mm.
Maximum exertable force at position	3.3 N
Continuous exertable force	0.88 N
Stiffness	X axis 1.26 N / mm. Y axis 2.31 N / mm. Z axis 1.02 N / mm.
Inertia (apparent mass at tip)	45 g
Force feedback	x, y, z
Interface	IEEE-1394 FireWire port: 6-pin to 6-pin
Supported platforms	Intel or AMD-based PCs

4.2 軟體實現

本論文所使用的作業系統為 Microsoft Windows XP，編譯軟體採用 Microsoft Visual C++ 6.0，軟體實現是在處理虛擬場景系統的計算，分為三個部分，分別是視覺系統、毛筆模型、與力資訊運算，首先由力回饋搖桿接收運動指令，經毛筆模型處理虛擬畫筆的形變、碰撞，藉由視覺處理系統繪出毛筆模型，再傳送至顯示器；另一方面，虛擬場景也將虛擬毛筆與紙面接觸的情形持續傳輸給力資訊計算，再將力感回饋給受測者。

由於毛筆模型的運算、視覺系統與力資訊運算三者的更新頻率各有不同，且差距相當大，所以我們以多執行緒的方式進行處理，將三者分為三個執行緒進行運算，除了交

換場景資訊之外，三者獨立運算。多重執行緒將一個程式分割成幾個小模組，每個模組都在一個特定的執行緒當中執行，宛如平行處理一般，但是卻利用了多工的能力，表面上使用者並未感覺到多重管線的運作方式，但實際上程式執行的效率卻提高了，如圖 4-3 所示，其中圖 4-3(a)為一般程式設計時的執行順序和時間的關係，系統必須依序處理三個工作，必須等先前的工作完成才能進行下一個；圖 4-3(b)則為執行緒程式執行的順序和時間的關係，每個工作都被切分為多個小塊，系統每次只處理一小塊的運算就轉換到處理另一項工作，運作上好像多個工作同時進行。

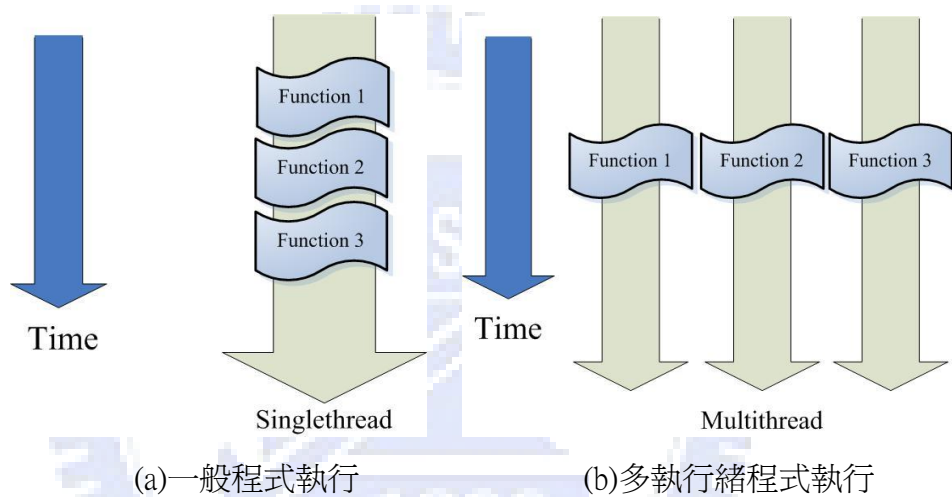


圖 4-3 執行順序和時間關係

4.2.1 毛筆模型

我們照圖 4-4 的毛筆模型運算流程進行毛筆模型的運算，首先是偵測質點-彈簧-阻尼系統與其他物體是否有發生碰撞，由碰撞計算每個質點所受的合力，接著由每個質點所受的力進行隱式積分而計算出新的位置，接下來是虛擬骨架的形變演算法，最後則是刷毛表面形變演算法。由於骨架的運算將牽涉到質點-彈簧-阻尼模型的動力學運算，所以需要相當高的運算頻率，為了模擬筆刷的高彈性，即時偵測筆刷與紙面的碰撞，以及降低積分誤差，我們將毛筆模型的運算頻率設為 25kHz，這樣的運算頻率對於隱式積分

法的運算或是要與視覺與力回饋結合都相當足夠，以下我們將詳細介紹毛筆模型運算流程中的每個步驟。

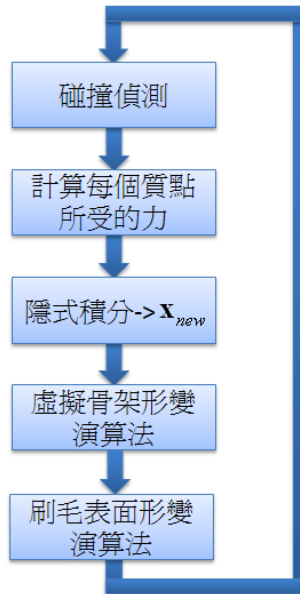


圖 4-4 毛筆模型運算流程圖

碰撞偵測是在偵測虛擬場景中虛擬物體之間的碰撞，以避免虛擬物體有穿透的情形發生。然而在使用質點-彈簧-阻尼模型時，碰撞偵測必須偵測每一個質點與其他虛擬物件的碰撞，藉由碰撞產生的力來進行質點-彈簧-阻尼模型動態的運算，在這個虛擬毛筆系統中，我們必須確保虛擬毛筆永遠不會穿透紙面，也就是模型中所有的質點與紙面碰撞時都會維持在紙面之上，此處使用一個最簡單的方式：當有質點穿過紙面時，將質點的位置固定在其與紙面產生的正交投影點上，如圖 4-5 所示，在初始狀態時，質點與物體無接觸，如圖 4-5(a)所示；當質點-彈簧-阻尼模型移動後，若有質點侵入物體內部，偵測到碰撞，如圖 4-5(b)所示；為避免質點-彈簧-阻尼模型穿越其他虛擬物體，發生碰撞質點的位置移到其原先位置與紙面的正交投影處，彈簧被壓縮，與相鄰質點產生力，如圖 4-5(c)所示。

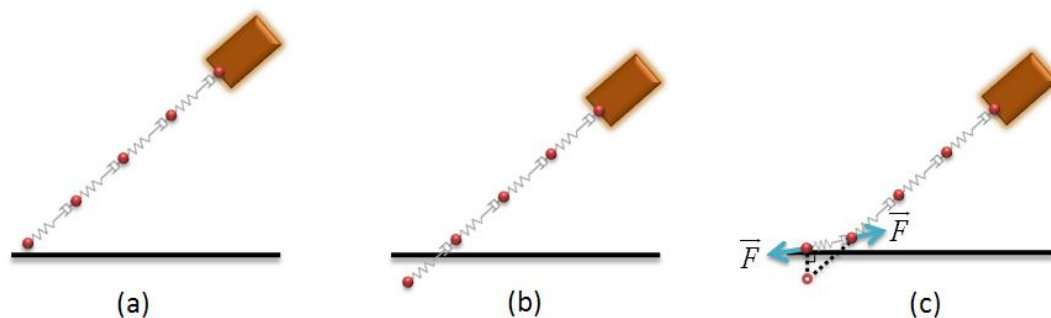


圖 4-5 質點-彈簧模型與物體發生碰撞：(a)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面未接觸，(b)質點-彈簧-阻尼模型與虛擬紙面發生碰撞，(c)發生碰撞的質點被移到虛擬紙面的表面

在接下來計算每一個質點的合力方面，我們必須要知道每一個質點所受的力，以進行隱式積分法的運算，此處我們考慮的力包含了相鄰質點間的彈簧力與阻尼力、質點與虛擬骨架節點的彈簧力與阻尼力、以及質點與紙面的摩擦力。彈簧力與阻尼力的計算方式分別依照虎克定律以及與速度成反比的黏滯阻尼力的設定，如同(2.3)式；此處我們使用的摩擦力方程式與一般剛體的摩擦力有所不同，由於毛筆墨水的黏滯效果，所以此處的力我們稱之為黏滯(摩擦)阻力[34]，其方程式可以表示為：

$$\mathbf{F}_v = -C_f \mathbf{v}_p \quad (4.1)$$

\mathbf{v}_p 代表質點平行於紙面的速度， C_f 是阻力係數。得出每個質點的合力後，使用隱式積分法得出新的質點位置，由加上阻尼的隱式積分法(2.34)式得出每一個質點的速度變化量 $\Delta \mathbf{v}$ ，再使用(2.14)式推出新的位置。

在處理完質點-彈簧-阻尼模型之後，接著是處理輔助質點-彈簧-阻尼模型的虛擬骨架，由質點-彈簧-阻尼模型末端的方向做為虛擬骨架形變方向的目標，最後的運算是刷毛表面形變演算法，隨著毛刷的彎曲程度、與紙面的接觸與墨水的含量來決定橢圓形軌道的長、短軸方向與長度。

4.2.2 視覺系統

場景的視覺系統方面，我們需要在虛擬場景中顯示出一支虛擬毛筆以及一張紙張，本文所建構的虛擬場景如圖 4-6 所示；其中，毛筆的動態必須要隨著毛筆模型的運算而顯示出來，紙張上也必須要留下毛筆畫過紙面時流下的墨水印記。為了建構擬真的場景，以增加互動時的可見性與真實性，我們需要用到電腦繪圖引擎，一般而言，最常被使用的非 DirectX、OpenGL[35]這兩種軟體莫屬，我們選擇採用 OpenGL，理由是 OpenGL 的架構非常簡單明瞭，方便使用，而且它的彈性較佳，具有與硬體無關的開放架構，能夠在許多不同的平台所執行。根據 Delingette[36]的研究中指出，人類的視覺感受中，爲了要讓人感覺畫面流暢，每秒至少需繪製 20 至 30 個畫面，也就是說虛擬場景的更新頻率至少需要 20~30Hz 左右，才能夠保持畫面的流暢，而此系統所撰寫的虛擬場景經由實驗測試，畫面更新頻率約爲 60Hz。

本文的墨水設計採用最基本的設計方式，不考慮任何墨水的混合、渲染與流動，設定爲只有和虛擬毛筆有接觸的部分會沾上墨水，由於虛擬畫筆的運作牽涉太多的畫筆形狀的資訊，所以無法由紀錄畫筆的位置與旋轉角度來復現畫過的圖形，必須使用類比的方式來紀錄下畫過的痕跡；藉由 OpenGL 所提供的 Frame Buffer Object 的功能，我們可以把正交投影的影像轉換爲材質貼圖，接下來再將這張材質貼圖當做正交投影的背景，重覆上述的步驟就可以將虛擬毛筆與紙面接觸的圖形記錄下來，如圖 4-7 所示，在虛擬場景的紙面上方進行正交投影，此張投影的影像會紀錄下目前虛擬毛筆與紙面接觸的範圍以及之前畫過的痕跡，將此張影像轉換爲材質貼圖貼在虛擬紙面的上方，如此週而復始即可記錄一連串畫過的痕跡。

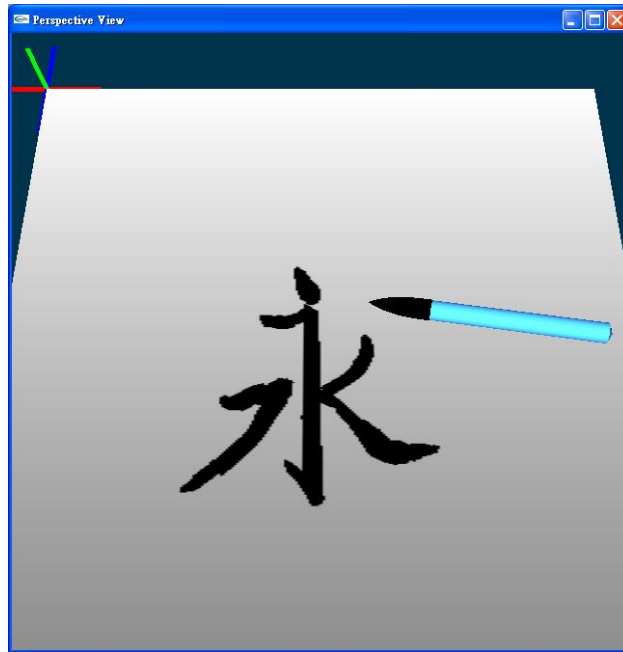


圖 4-6 本系統所建構的虛擬場景

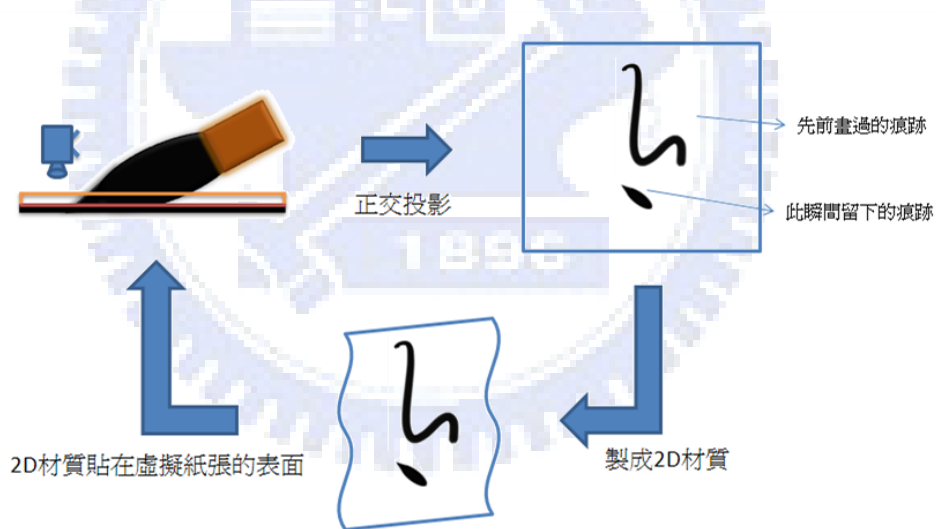


圖 4-7 墨水沾染運作流程

4.2.3 力資訊運算

在力資訊運算方面，一個虛擬毛筆系統必須要讓使用者在操作時感受到毛筆拿在手上的重量、毛筆與紙面接觸的正向力、以及毛筆與紙張之間的摩擦，本論文使用 SensAble

公司所設計的函式庫 Haptic Library API (HLAPI)[33]作為與 Phantom Omni 力回饋搖桿的驅動函式庫，此函式庫可以與 OpenGL 系統結合，程式設計者可以很輕易將視覺與觸覺整合，當處理力資訊運算時，要依其應用設定合適的力更新率，例如醫生開刀所需的觸感回饋 (touch feedback) 裝置需要高達 1kHz 才能提供足夠的觸感[37]，模擬一堵剛性為 10000 N/m，黏性為 1000 N/(m/sec) 的硬牆所需力更新頻率要達 500 Hz 以上，但若操作者的手快速移動則需要更高的更新頻率 [38]，本系統採用 1kHz 的更新頻率進行力更新，一般的操作下，使用者並無感受到力感的不連續。

我們將回饋給使用者的力分為兩個種類，一個是用來限制使用者工作範圍的力，也就是限制使用者操作的虛擬毛筆不會穿過紙面，另一個是模擬操作毛筆時的各種力，包括了因毛筆重量產生的慣性力與重力，以及毛筆與紙面接觸時產生的摩擦力與正向力。

爲了不要在視覺上產生虛擬毛筆穿越紙面的情況，所以必須要限制使用者的工作區域，理論上來說，我們必須在觸覺上建立一個彈力常數趨近無限大的虛擬紙面，如此一來使用者不論是在視覺或者操作空間上都不會穿越紙面，但是實際上由於搖桿的出力不足，且搖桿的更新頻率並不足以模擬堅硬的物體，因此我們必須以其他的方式來解決這個問題。Zilles 在[39]提出了 God-object 法，此法分為觸覺與視覺兩部分，在視覺上，當被操縱物與虛擬物體發生碰撞時，就算被操縱物實際上已侵入物體，但在視覺上看來，物體仍然停留在物體的表面，兩個虛擬物體在空間上並無交集；在觸覺上，當被操縱物與虛擬物體發生碰撞且侵入物體時，以一簡單的彈簧阻尼方式來計算碰撞的反作用力，我們以一簡單的方程式表示限制力：

$$\mathbf{F}_c = -[k_s \cdot \|\Delta\mathbf{x}\| + k_d \cdot \|\Delta\mathbf{v}_\perp\|] \cdot \mathbf{N}_p \quad (4.2)$$

\mathbf{N}_p 表示紙面的法向量，如圖 4-8 所示。

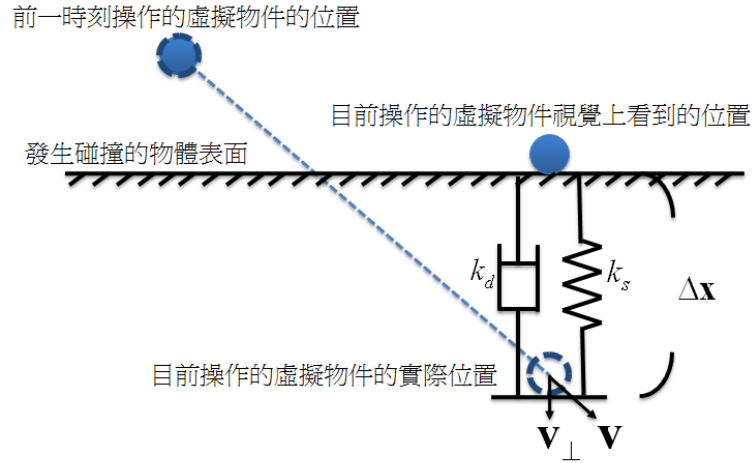


圖 4-8 God-object 法，當操作物與其他虛擬物件發生碰撞時，在視覺上操作物停留在發生碰撞物的表面，但操作物的實際位置已侵入碰撞物內部，並反饋給操作者一碰撞力

本文將操作毛筆時的感受到的力分為重力、正向力、摩擦力與慣性力。在重力的模擬方面，由於我們使用的搖桿所提供的力並不能提供力矩的效果，所以無法模擬毛筆傾斜時重心位置的改變，因此我們僅以一常數表現重力：

$$\mathbf{F}_{gravity} = -w_g \cdot m \cdot g \cdot \mathbf{N}_p \quad (4.3)$$

m 代表虛擬毛筆的質量、 g 表示重力加速度、 w_g 代表重力占的權重。

當毛筆與紙張接觸時，應該要有一與紙面法向量平行的正向力，且隨著使用者下壓的深度越深而力越大，這是因為毛刷具有彈性的緣故，我們設計一簡單的方式來計算正向力，使用虛擬骨架的位置資訊

$$\begin{cases} \mathbf{F}_n = w_n \cdot \frac{D_p}{L_p} \cdot \mathbf{N}_p, & \text{有質點與紙面接觸} \\ \mathbf{F}_n = 0, & \text{沒有質點與紙面接觸} \end{cases} \quad (4.4)$$

D_p 代表虛擬骨架穿越紙面的深度、 L_p 代表虛擬骨架在紙面法向量方向的投影長度、而 w_n 代表正向力占的權重， D_p/L_p 的設計同時考慮了刷毛的按壓深度與筆桿的傾斜，如圖 4-9 所示，另外由於使用者在操作毛筆時，各種提筆或深壓的動作將使 D_p/L_p 變化很大，這樣的運算會使得力感不連續，因此我們對於正向力的計算另外加上一低通濾波器。

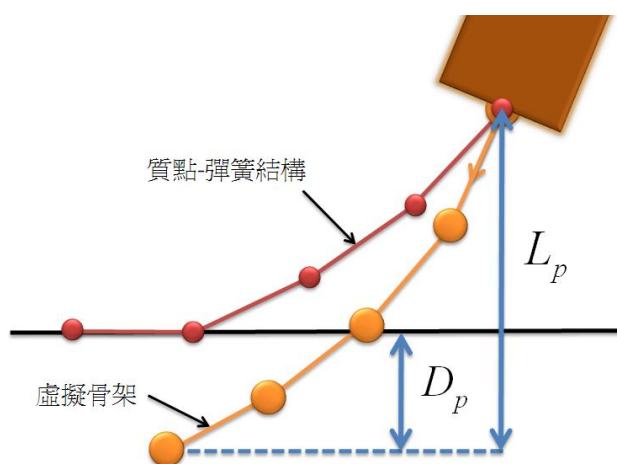


圖 4-9 刷毛按壓深度示意圖

關於摩擦力的設計，由於毛筆與紙面間墨水的關係，所以無法以一般剛體摩擦力的運算方式來運算，Baxter 等[32]提出如何在具有流體的環境下模擬力感，但此法運算太複雜，因此不適用於我們的系統。本文提出一個簡單但有效的力回饋方式模擬畫筆與紙面間的摩擦，首先我們修改(4.1)式所提出的黏滯(摩擦)阻力，多考慮了毛筆與紙張接觸的體積：

$$\mathbf{F}_{friction} = -w_f \cdot \frac{n}{N} \cdot \mathbf{V}_{\parallel p} \quad (4.5)$$

n 代表與紙面接觸的質點數目、 N 代表所有的質點數、 $\mathbf{V}_{\parallel p}$ 代表毛筆移動的速度平行於紙面的分量、 w_f 則代表黏滯(摩擦)阻力占的權重。

黏滯(摩擦)阻力的設計並不足以完整呈現毛筆在紙面上移動的狀況，由於墨水表面張力的影響，所以我們另外加上了一項慣性力(inertia force)，有了慣性力的幫助，使用者就可以更感受到毛筆與紙面間的摩擦的觸感，且也能幫助使用者更平滑與穩定地操作毛筆，為了模擬慣性力，我們設定毛筆在虛擬空間中拖著一個質點，其質量為：

$$m = m_i + n \cdot m_{mp} \quad (4.6)$$

m_i 代表此質點的初始質量， m_{mp} 代表質點-彈簧結構中質點的質量，當毛筆與紙面接觸的體積越大則 n 的值上升，而 m 就上升，提供更大的慣性，設定毛筆的中心點與此質點

以彈簧與阻尼相連接，如圖 4-10 所示，我們以彈簧與阻尼造成毛筆的拉力設為慣性力，同時以顯式積分法計算質點 m 的位置。

$$\mathbf{F}_{inertia} = -k_s(\mathbf{x}_{joystick} - \mathbf{x}_m) + k_d \mathbf{v}_m \quad (4.7)$$

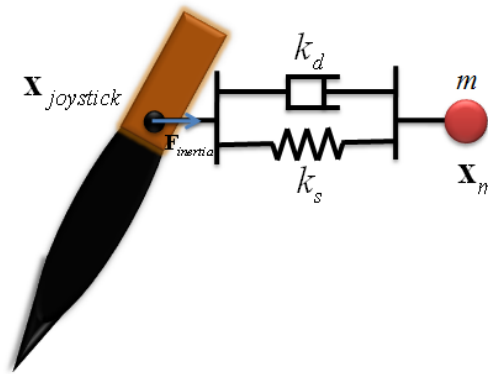


圖 4-10 慣性力示意圖

由我們設定的限制力以及各種擬真力，使用者在操作虛擬毛筆時將更有身歷其境的感覺，使用者可以感受到筆桿與紙面的碰撞，另外，藉由刷毛在紙面上移動產生的各種擬真力，彌補了虛擬實境操作時視角受限的問題，更讓使用者可以有不同的運筆方式與書寫力道。

第五章

實驗

基於第四章所設計的虛擬毛筆系統，我們將本文的系統與其他現有的書寫方式比較。實驗的目的在於測試本論文所提出的虛擬毛筆書寫系統，以真實的毛筆以及繪圖板系統作為比較對象；在 5.1 節介紹實驗的設計與流程，在 5.2 節討論實驗結果與問卷的統計結果。

5.1 實驗設計與流程

我們設計實驗來讓使用者比較傳統的毛筆、繪圖板與本系統，傳統毛筆的書寫環境如圖 5-1 所示，使用一大楷毛筆，書寫的紙張為宣紙；繪圖板系統選用的是 Wacom 公司出的 Intuos3 數位繪圖板，大小是 157.5 x 98.4 公分，如圖 5-2 所示，此塊繪圖板具有 1024 階段的筆壓設定，可表現出粗細、濃淡的筆觸，並可偵測出感應筆的傾斜角度，另外，選用 Corel Painter Essentials 4 做為與繪圖板搭配的軟體，此軟體可以模擬各種刷毛的筆觸，包括各式的水彩筆、毛筆、炭筆或是蠟筆，並且由繪圖板偵測到的筆觸壓力與畫筆傾斜角來調整畫出的痕跡，Corel Painter Essentials 4 的操作介面如圖 5-3 所示，中間為空白畫布，畫布上的圓圈表示目前感壓筆對應在畫布上的位置，左側面板可選擇各種不同類型的畫筆，右側有調色盤可供選擇顏色或混合調色。



圖 5-1 傳統毛筆的書寫環境



圖 5-2 Wacom Intuos3 4*6 數位繪圖板與感壓筆

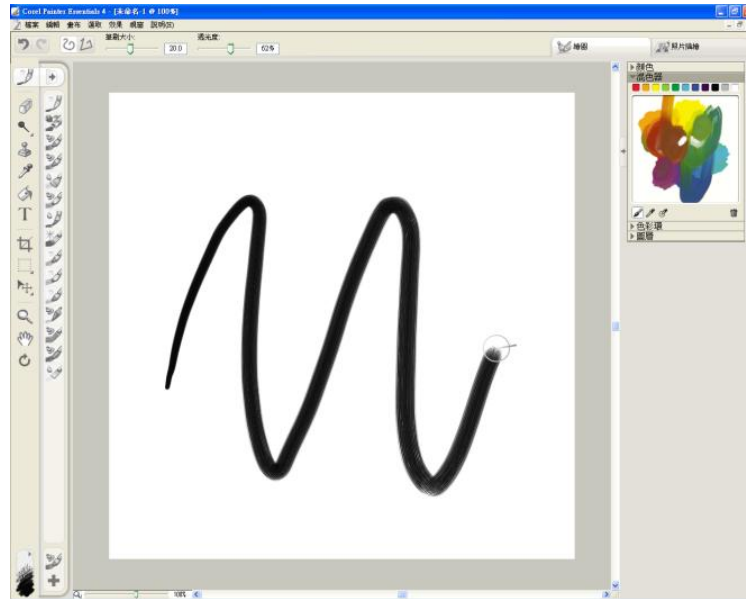


圖 5-3 Corel Painter Essentials 4 操作介面

實驗流程的設計如圖 5-4 所示，開始時先請受測者填寫受測前問卷，收集受測者的基本資料，接著讓受測者學習永字八法的基本概念[40]，學習側、勒、努、趯、策、掠、啄、磔八筆的楷書寫法，再接下來讓受測者分別使用毛筆、繪圖板系統、本系統書寫五個“永”字，如圖 5-5 所示，而三種書寫工作採隨機順序，以免影響最後問卷的填答；在開始寫字之前有一段自由練習的時間，讓受測者熟悉系統的操作，每一個系統的練習時間不超過十分鐘；在書寫時，我們以圖 5-6 的“永”字做為臨摹對象；實驗完畢請受測者填寫受測後問卷，問卷中請受測者比較繪圖板系統與真實毛筆的相似度、本系統與毛筆的相似度以及繪圖板系統與本系統的比較，並分別為繪圖板系統與本文系統選出最難寫的三个筆畫。

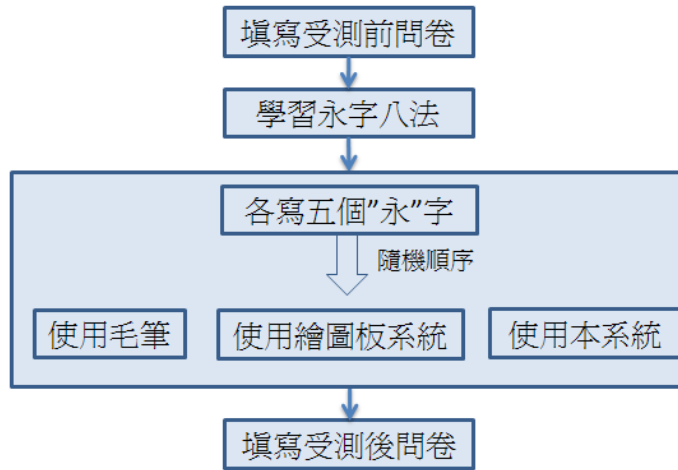


圖 5-4 實驗流程圖

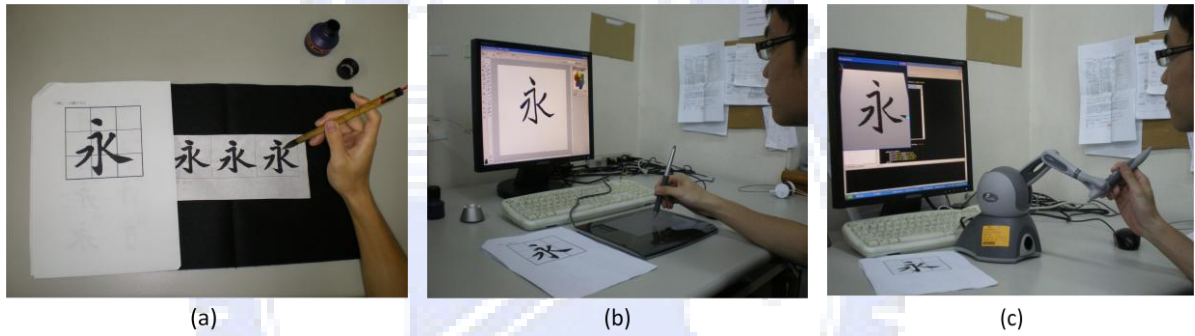


圖 5-5 (a)毛筆 (b)繪圖板系統 (c)本系統 進行實驗

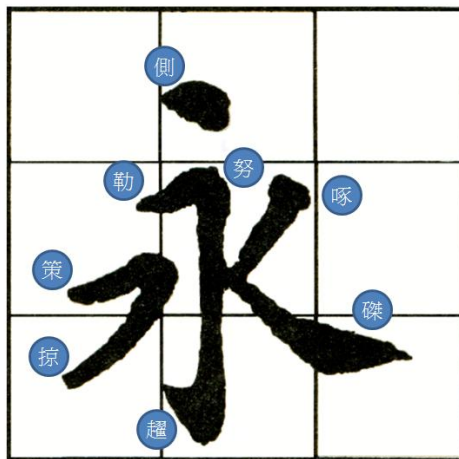


圖 5-6 王羲之的四體千字文中楷書的“永”字

5.2 實驗結果

實驗共有 10 位受測者參與，其基本資料列於表 5-1，實驗的書寫結果列於圖 5-7，每個系統受測者各寫有五個字，我們在實驗最後請受測者分別為三種系統選出他認為寫得最好的一個字。

表 5-1 受測者資料

受測者	性別	年齡	慣用手	寫書法的經驗	練習書法的習慣	使用繪圖板進行繪圖的經驗	使用電腦繪圖軟體的經驗	操作 Phantom 搖桿的經驗
1	男	24	右	有	無	無	無	有
2	男	23	右	有	無	無	有	有
3	男	23	右	有	無	無	有	無
4	男	23	右	有	無	無	有	無
5	男	23	右	有	無	無	有	無
6	男	23	右	有	無	無	無	無
7	男	25	右	有	無	有	無	無
8	男	24	右	有	無	有	有	無
9	男	25	右	有	無	無	有	無
10	男	23	右	有	無	無	無	無

	毛筆	繪圖板系統	本系統
受測者 1			
受測者 2			
受測者 3			
受測者 4			
受測者 5			





受測者 6			
受測者 7			
受測者 8			
受測者 9			
受測者 10			

圖 5-7 受測者三種書寫方式的書寫結果

受測者的問卷統計結果如圖 5-8 所示，比較毛筆對繪圖板系統的相像程度與毛筆對本系統的相像程度，比較的項目分別有刷毛外觀、觸感、墨水效果與操作方式，受測者評分由 0~9 分，9 分代表一模一樣，0 分代表完全不像，最後呈現的是十位受測者算術平均數的結果。在刷毛外觀方面，由於 Corel Painter Essentials 4 所提供的虛擬毛筆看不見毛刷形變的情形，因此在此處沒有對繪圖板系統評分；觸感的比較上，受測者覺得本系統比繪圖板系統更接近真實毛筆；在墨水的比較上面，本系統與繪圖板系統分數相差不多，Corel Painter Essentials 4 提供的墨水處理上多了渲染與刷白的效果，而本系統則是讓使用者可以由刷毛外觀預測到毛筆在紙面留下的痕跡；在操作方式上，本系統也比繪圖板系統接近毛筆，主要是因為本系統提供的毛筆操作是一個 3D 空間的操作，而繪圖板系統則是 2D 空間的操作，必須要在 2D 平面上改變繪圖板的壓力，和真的毛筆有一段差距。

圖 5-9 呈現的是讓受測者比較繪圖板系統與本系統的優劣，評分的方式是由 0~10 分，0 分代表本系統較佳，5 分代表不相上下，10 分代表繪圖板系統較佳，我們以 Box plot 方式來呈現資料的分散狀況。由圖中可看到平均上本系統在觸感、墨水與操作方式都比繪圖板系統好，但是在操作方式的評方中可看到評分較分散，有部分受測者提出的原因是對於 3D 的虛擬實境的操作不習慣，認為視覺與觸覺不易搭配而無法感受何時紙面會與毛筆發生碰撞，另一個原因是 Phantom 搖桿的硬體操作的問題，當使用者要以寫毛筆的握筆方式來拿 Phantom 時，受測者要把搖桿的筆桿與桌面垂直，此時容易使筆桿與搖桿的連桿發生碰撞。

圖 5-10 呈現的是讓受測者分別對繪圖板系統與本系統選出最難寫的三个筆畫，由圖中可以看到兩個系統對於永字八法的“側”、“趯”與“磔”三筆都不太好寫；“側”筆代表永字第一筆的點，“趯”是“勾”筆，“磔”是永字的最後一筆，也就是俗稱的“捺”。在繪圖板系統方面，“側”筆難寫的原因主要是受測者認為力道不易控制導致粗細不易調整所以不易起、收筆；“趯”筆的原因是不易在快速移動的同時改變按壓的

力道，以及繪圖板表面缺乏摩擦力所以不易掌控；關於“磔”筆同樣有力道不易掌握的問題，另外還有無法像使用毛筆時以深壓而做出轉角。在本系統中，“側”筆的問題包括了不易控制虛擬毛筆與紙面接觸的時機，另外還有不易在很小的範圍做出迴轉；“趯”筆的問題則是當收得很快時沒辦法寫出平順的筆畫，這是因為虛擬毛筆的彈力常數不夠高或是阻尼系數太大，不夠快將毛筆回復到原始狀態而造成提筆時與紙面接觸的不連續；“磔”筆的原因有一部分是因為使用者對於 Phantom 的操作不習慣造成，由於此筆的方向與手臂的方向平行，受測者感到不易移動；另外一個問題則是因為虛擬場景視角的問題，受測者不易掌握毛筆與紙面的間距，所以最後收尾的提筆的速度不易掌握。

在做完實驗後，我們另外找了十位評分者對書寫的結果評分，這些評分者並沒有專業的書法背景，對於這些字使用何種書寫方式亦不知情，只單純請他們以美感來評分，提供給這些評分者臨摹的字帖，請評分者對圖 5-7 中的 30 個字的永字八法的八筆評分，以及整個永字的評分，評分的範圍為 1~10 分，1 分代表最差，10 分代表最好，最後圖 5-11 呈現的是十位評分者對三種書寫方式評分做算術平均數的結果，由圖 5-11 中可以看到，不管是哪一筆畫，真實毛筆寫出來的結果還是得到最高的評分，而本系統的書寫結果則較繪圖版系統好。

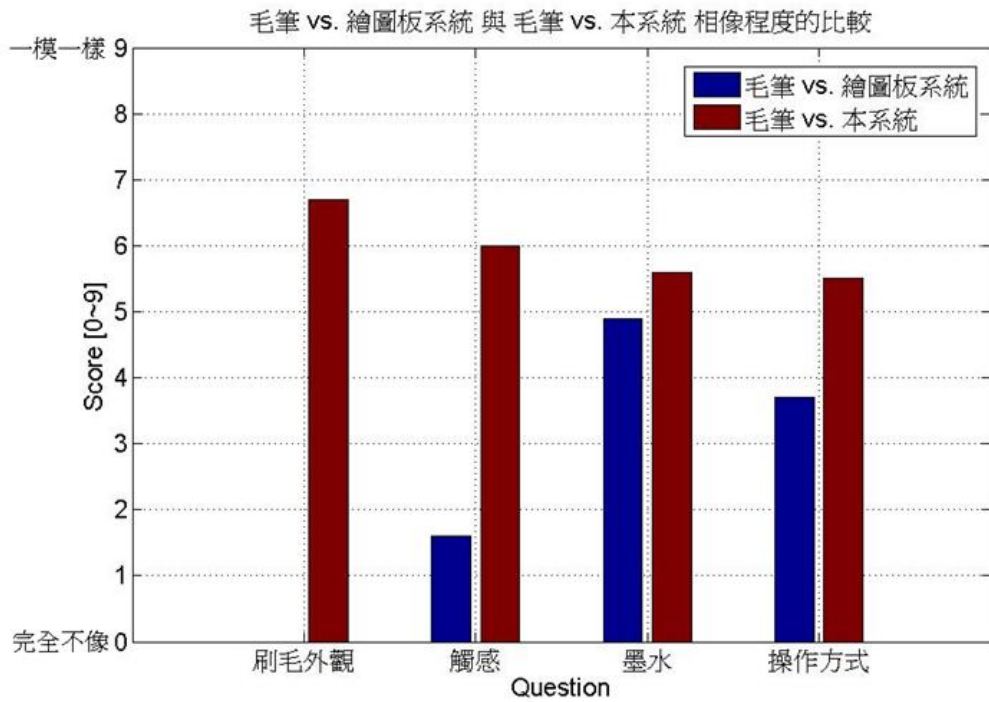


圖 5-8 分別比較繪圖板系統與本系統對毛筆的相像程度

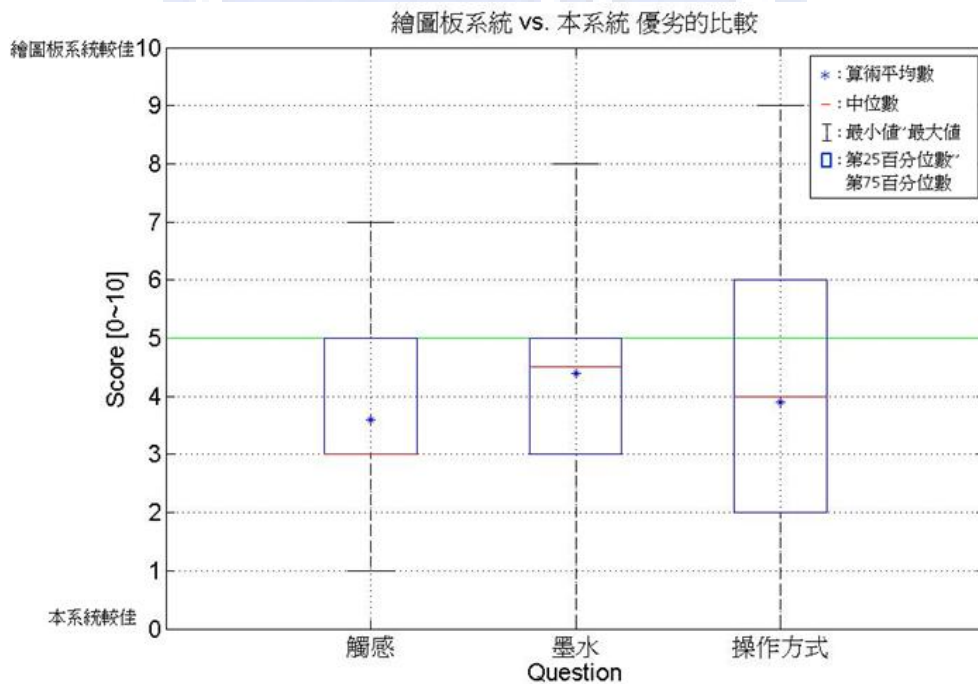


圖 5-9 繪圖板與本系統優劣程度的比較

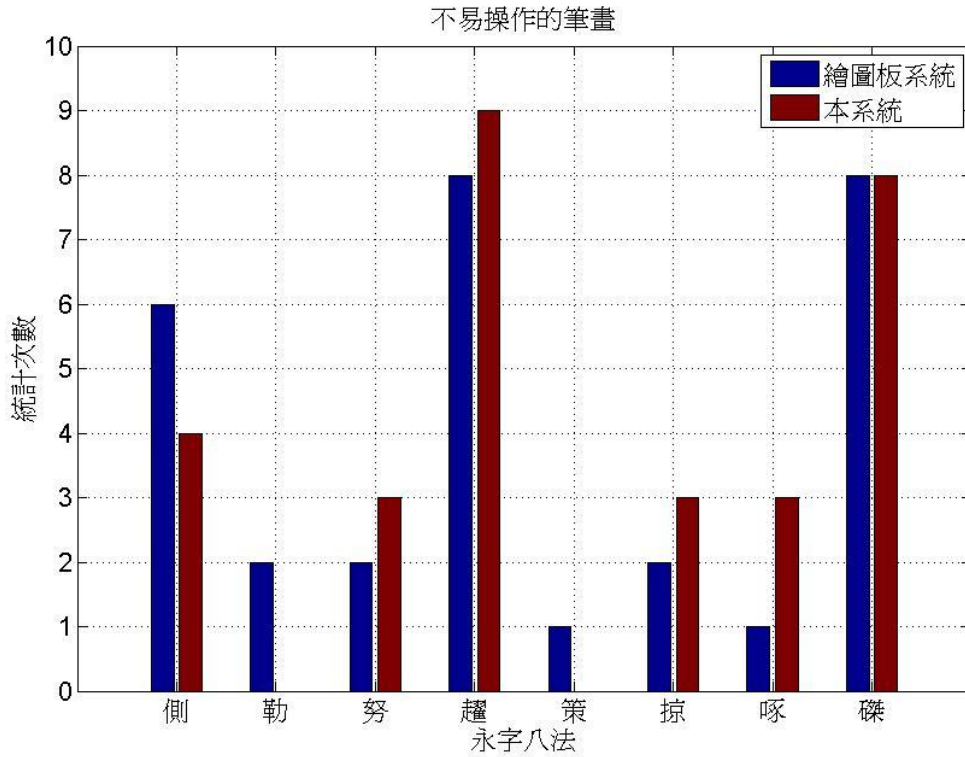


圖 5-10 統計永字八法不易書寫的筆畫

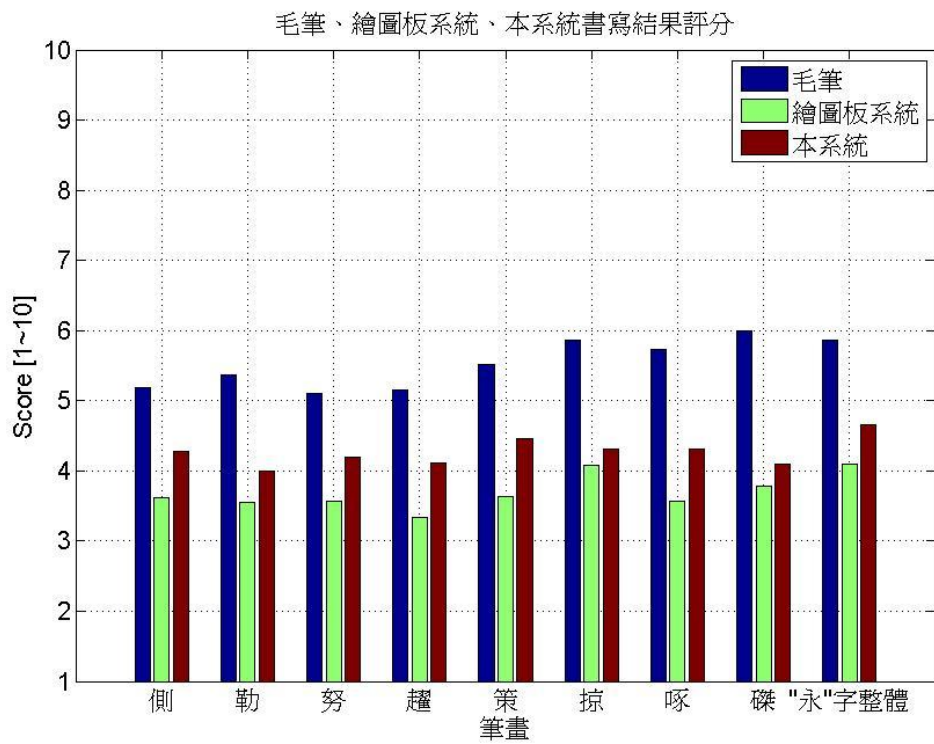


圖 5-11 對圖 5-7 書寫結果的評分

第六章

結論

在本論文中，我們使用了虛擬實境技術與三軸力回饋搖桿發展了一套虛擬毛筆系統，藉由虛擬實境場景的視覺與觸覺的回饋讓使用者身歷其境的操作虛擬毛筆。在虛擬毛筆的模型建構上，使用了物理模型演算法的質點-彈簧-阻尼模型建構出毛筆骨架，且採用隱式積分法進行動力學的運算，並提出虛擬骨架的方式以修正一維的質點-彈簧-阻尼模型穩態變化的問題，搭配虛擬骨架形變演算法可模擬毛筆的可塑性；接著我們以幾何模型演算法模擬毛刷表面的形狀；此外，藉由虛擬毛筆與紙面互動的資訊，本文提出了一套有效率的力回饋機制，可以模擬出操作毛筆時的各種觸感；最後設計實驗，與真實毛筆以及繪圖板系統比較，在書寫結果的評分可以看到，傳統毛筆寫出來的結果還是最好，本系統次之，繪圖板系統較差，而由受測者的問卷統計結果可以發現，受測者認為本系統在各方面都比繪圖板系統更接近毛筆，本系統也較繪圖板系統適合進行數位書法的寫作。

6.1 未來工作

對於我們所提出的虛擬毛筆系統，在虛擬實境的視覺回饋上，可以在虛擬場景中提供光影效果，使用者將能藉由光影的變化判斷畫筆與紙張的相對距離，讓使用者更沉浸於虛擬世界中；在刷毛的模型方面，未來可以將一維質點-彈簧-阻尼架構搭配不同的形狀的表面結構，如此將可模擬各種形式的畫筆，如水彩筆、油畫筆等；此外，可擴展一維骨架的結構，例如將多個一維的結構並排，考慮每一支骨架間的作用力，將可以得到更接近真實的毛筆模型；在墨水的設計上，為了能寫出擬真的毛筆字，可套用更複雜的

墨水設計，引入墨水的混和、渲染、刷白等效果，並且將墨水的含量或是畫筆的溼度作為形變模型參數的依據；另外關於觸感方面，可以由墨水的流體模型結合形變模型來設計力回饋的觸感。



參考文獻

- [1] M. S. Yoh, "The Reality of Virtual Reality," *7th International Conference on Virtual Systems and Multimedia*, pp.666-674, 2001.
- [2] S. Strassmann, "Hairy Brushes," *13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp.225-232, 1986.
- [3] H. T. F. Wong and H. H. S. Ip, "Virtual Brush: A Model-Based Synthesis of Chinese Calligraphy," *Computers & Graphics* Vol. 24, No. 1, pp. 99-113, 2000.
- [4] J. Lee, "Simulating Oriental Black-ink Painting," *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 19, No. 3, pp. 74-81, 1999.
- [5] B. Baxter, V. Scheib, M. C. Lin, and D. Manocha, "DAB: Interactive Haptic Painting with 3D Virtual Brushes," *Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp. 461-468, 2001.
- [6] N.S.H. Chu and C.L. Tai, "Real-Time Painting with an Expressive Virtual Chinese Brush," *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 24, No. 5, pp. 76-85, 2004.
- [7] T. Nishita, S. Takita, and E. Nakamae, "A Display Algorithm of Brush Strokes Using Bézier Functions," *Computer Graphics International Conference*, pp. 244-257, 1993.
- [8] S. C. Hsu and I. H. H. Lee, "Drawing and Animation using Skeletal Strokes," *21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp. 109-118, 1994.
- [9] U. Cugini, M. Bordegoni, C. Rizzi, F. De Angelis, and M. Prati, "Modeling and Haptic Interaction with Non-Rigid Materials," *Eurographics*, 1999.
- [10] T. W. Sederberg and S. R. Parry, "Free-Form Deformation of Solid Geometric Models," *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, Vol. 20, No. 4, pp. 151-159, 1986.
- [11] S. Coquillart, "Extended Free-Form Deformation: A Sculpturing Tool for 3D Geometric Modeling," *Computer Graphics*, Vol. 24, No. 4, pp. 187-196, 1990.

- [12]W. M. Hsu, "Direct Manipulation of Free-Form Deformation," *Proceedings of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp. 177-184, 1992.
- [13]M. Meyer, G. DeBunne, M. Desbrun, and A. H. Barr, "Interactive Animation of Cloth-Like Objects in Virtual Reality," *Journal of Visualization and Computer Animation*, vol. 12, No. 1, pp. 1-12, 2001.
- [14]R. E. Rosenblum, W. E. Carlson, E. Tripp III, "Simulating the Structure and Dynamics of Human Hair: Modeling, Rendering and Animation," *The Journal of Visualization and Computer Animation*, Vol. 2, No. 4, pp. 141-148, 2006.
- [15]L. P. Nedel and D. Thalmann, "Real Time Muscle Deformations Using Mass-Spring Systems," *Computer Graphics International*, pp.156-165, 1998.
- [16]N. Raghuvanshi and M. C. Lin, "Physically Based Sound Synthesis for Large-Scale Virtual Environments," *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 27, No. 1, pp. 14-18, 2007.
- [17]C. Tong, A. Song, and W. Juan, "A Mass-Spring Model for Haptic Display of Flexible Object Global Deformation," *International Conference on Mechatronics and Automation*, pp. 2753-2757, 2007.
- [18]D. Terzopoulos and H. Qin, "Dynamic NURBS with Geometric Constraints for Interactive Sculpting," *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 13, No. 2, pp. 103-136, 1994.
- [19]O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, *The Finite Element Method Set*, McGraw-Hill, 2005.
- [20]M. A. DeLoura 著, 楊倍青、陳永錚譯, 遊戲程式設計精華 I, 碁峰資訊, 民國九十三年五月。
- [21]M. Meyer, G. DeBunne, M. Desbrun, and A. H. Barr, "Interactive Animation of Cloth-Like Objects in Virtual Reality," *Journal of Visualization and Computer Animation*, Vol. 12, No. 1, pp. 1-12, 2001.
- [22]D. Baraff and A. Witkin, "Large Steps in Cloth Simulation," *Proceedings of the 25th An-*

- nual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp. 43-54, 1998.
- [23]M. Desbrun, P. Schröder, and A. Barr, “Interactive Animation of Structured Deformable Objects,” *Conference on Graphics Interface*, pp. 1-8, 1999.
- [24]Y. M. Kang, J. H. Choi, H. G. Cho and D.H. Lee, “An Efficient Animation of Wrinkled Cloth with Approximate Implicit Integration,” *The Visual Computer*, Vol. 17, No. 3, pp. 147-157, 2001.
- [25]Y. M. Kang and H. G. Cho, “Real-Time Animation of Complex Virtual Cloth with Physical Plausibility and Numerically Stability,” *Presence: Teleoperators & Virtual Environments*, Vol. 13, No. 6, Pages 668-680, 2004.
- [26]C. J. Curtis, S. E. Anderson, J. E. Seims, K. W. Fleischer, and D. H. Salesin, “Computer-Generated Watercolor,” *24th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp.421-430, 1997.
- [27]W. Baxter, J. Wendt, and M. C. Lin, “IMPaSTo: A Realistic, Interactive Model for Paint,” *3rd International Symposium on Non-Photorealistic Animation and Rendering*, pp. 45-56, 2004.
- [28]N. S.H. Chu and C. L. Tai, “MoXi: Real-Time ink Dispersion in Absorbent Paper,” *ACM SIGGRAPH 2005, Session: Illustration and Image Based Modeling*, Vol. 24, No. 3, pp.504-511, 2005.
- [29]N. Okaichi, H. Johan, T. Imagire, and T. Nishita, “A Virtual Painting Knife,” *The Visual Computer*, Vol. 24, No. 7-9, pp. 753-763, 2008.
- [30]J. Zhang, S. Payandeh, and J. Dill, “Haptic Subdivision: An Approach to Defining Level-of Detail in Haptic Rendering,” *10th Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*, pp. 201-208, 2002.
- [31]F. Dacheux, H. Qin, and A. Kaufman, “A Novel Haptics-Based Interface and Sculpting System for Physics-Based Geometric Design,” *Computer Aided Design*, Vol. 33, No. 5, pp. 403-420, 2001.

- [32]W. Baxter and M. C. Lin, "Haptic Interaction with Fluid Media," *Proceedings of Graphics Interface*, pp. 81-88, 2004.
- [33]PHANTOM. Six-DOF input device by SensAble Technologies, Inc.
<http://www.sensable.com> [Accessed: May. 26, 2009].
- [34]D. M. Bourg 著, 莊彥澤、洪貫庭譯, 黃吉霈校閱, 電玩物理學, 美商歐萊禮股份有限公司台灣分公司, 民國九十一年八月。
- [35]S. W. Richard and Jr. Michael Sweet 著, 大新資訊譯, OpenGL 超級手冊第二版, 碁峰資訊, 民國九十三年四月。
- [36]H. Delingette, "Toward Realistic Soft-Tissue Modeling in Medical Simulation," *Proceeding of the IEEE: Special Issue on Surgery Simulation*, Vol. 86, No. 3, pp. 512-523, 1998.
- [37]Y. K. Kim and X. Yang, "Real-Time Performance Analysis of Handwriting Rehabilitation Exercise in Haptic Virtual Reality," *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, pp. 1357-1360, 2007.
- [38]J. Solis, C. A. Avizzano, and M. Bergamasco, "Teaching to Write Japanese Characters Using a Haptic Interface," *10th Symposium on Haptic Interfaces For Virtual Environment and Teleoperator Systems*, pp. 255-262, 2002.
- [39]C. B. Zilles and J. K. Salisbury, "A Constraint-Based *God-Object Method* for Haptic Display," *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 3, pp.3146, 1995.
- [40]中華藝術家網站 <http://www.chinese-artists.net/lessons/yongzhi.htm> [Accessed: May. 26, 2009].