

國立交通大學

電機與控制工程所

碩士論文

四輪轉向車輛避障控制之實驗研究

Experimental Studies on Obstacle Avoidance of a

Four-Wheel-Steering Vehicle

研究生：吳東欣

指導教授：蕭得聖 博士

中華民國九十九年九月

四輪轉向車輛避障控制之實驗研究

Experimental Studies on Obstacle Avoidance of a Four-Wheel-Steering Vehicle

研究生：吳東欣

Student：Tung-Shin Wu

指導教授：蕭得聖 博士

Advisor：Dr. Te-Sheng Hsiao

國立交通大學

電機與控制工程所



Submitted to Institute of Electrical and Control Engineering  
College of Electrical Engineering  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
In

Electrical and Control Engineering

September 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年九月

# 四輪轉向車輛避障控制之實驗研究

學生:吳東欣

指導教授:蕭得聖博士

國立交通大學電機與控制工程所碩士班



本論文為研究四輪轉向系統車輛控制。四輪轉向系統能夠使前輪與後輪獨立轉向，使車輛擁有更好的操控性與穩定性。本論文以單邊軌道車輛模型為基礎，考慮車輛在等速度時的轉向行為，並且忽略滾動與前後傾斜運動的影響。

為了簡化設計控制器的過程，在文中車輛的轉移函數解耦合為兩個單輸入單輸出系統，可各別操縱側向加速度與旋轉速度。換言之，控制器可命令前輪與後輪轉向以便於追縱期望的車輛操縱行為的側向加速度和旋轉速度。

在研究最後部份，四輪轉向系統車輛完成躲避障礙物實驗。實驗結果表示理論與實驗上的差異，並且可了解這台四輪轉向車的控制特性與效果。

# Experimental Studies on Obstacle Avoidance of a Four-Wheel-Steering Vehicle

Student : Tung-Shin Wu

Advisor : Dr. Te-Sheng Hsiao

Institute of Electrical and Control Engineering  
Nation Chiao Tung University

## ABSTRACT

This thesis investigates the four-wheel-steering (4WS) control system of a vehicle. Four-wheel-steering vehicles, which can control the front wheel steering angle and rear wheel angle independently, have been investigated based on the single track model. Assumptions of constant longitudinal velocities and negligible roll and pitch motions of the vehicle are commonly adopted to make the single track model linear and time-invariant.

In order to simplify the controller design process, the transfer functions of the vehicle in the thesis is decoupled into two single-input single-output systems to handle the lateral acceleration and the yaw rate individually. On the other hand, the controller commands the front and rear steering angles such that the lateral acceleration and the yaw rate of the vehicle can follow reference trajectories, and consequently the desired vehicle handling behavior is achieved.

## 誌 謝

首先誠摯的感謝指導教授蕭得聖博士，老師耐心的教導使我得以一窺控制領域的深奧，不時的討論並指點我正確的方向，使我在碩士求學階段中獲益匪淺。老師對學問的廣博、嚴謹更是我輩學習的典範。由衷感謝恩師在學業上的幫忙，讓你煩惱了不少，非常感激！

本論文的完成另外亦得感謝交大電機與控制工程所的徐保羅教授、楊谷洋教授大力協助。因為有你們的建議及幫忙，使得本論文能夠更完整而嚴謹。

碩士班求學的日子，實驗室裡共同的生活點滴，學術上的討論、言不及義的閒扯，感謝眾位學長、同學、學弟的共同抵勵，你們的陪伴讓苦悶的研究生生活變得絢麗多彩。

感謝永洲、毅泓、宗明、暉鈞學長們不厭其煩的指出我研究中的缺失，且總能在我迷網時為我解惑，也感謝茂樵同學在 DSP F2812 程式上的幫忙。實驗室的志誠、念冀、翊薰、偉仁、宜熹、偉杰、勝元學弟們當然也不能忘記，你們的幫忙及體諒我銘感在心。

非常感謝我最偉大的父母一直提供生活物資上的需求，這幾年讓你們擔心了，除此之外感謝兄姊的關心，不常回家有你們在家幫忙讓我放心不少。也感謝所有求學階段一路陪伴我的好友，謝謝你們！最後，謹以此文獻給我摯愛的雙親。

# 目 錄

|                      |     |
|----------------------|-----|
| 中文摘要.....            | i   |
| 英文摘要.....            | ii  |
| 致謝.....              | iii |
| 目 錄.....             | iv  |
| 圖目錄.....             | vi  |
| 表目錄.....             | x   |
| 第一章 緒論.....          | 1   |
| 1.1 研究背景與動機.....     | 1   |
| 1.2 研究目的.....        | 2   |
| 1.3 研究貢獻.....        | 2   |
| 1.4 論文貢獻.....        | 2   |
| 第二章 相關研究.....        | 4   |
| 2.1 腳踏車模型.....       | 4   |
| 2.2 4WS 車輛的相關研究..... | 10  |
| 第三章 四輪轉向車輛之設計.....   | 14  |
| 3.1 車體.....          | 14  |
| 3.2 致動器.....         | 15  |
| 3.2.1 直流馬達.....      | 15  |
| 3.2.2 伺服機.....       | 16  |
| 3.3 感測器.....         | 17  |
| 3.3.1 陀螺儀.....       | 17  |
| 3.3.2 加速度計.....      | 18  |
| 3.3.3 角度電位檢測計.....   | 19  |
| 3.3.4 編碼器.....       | 20  |

|       |                        |    |
|-------|------------------------|----|
| 3.4   | 數位訊號處理器與其他周邊電路.....    | 21 |
| 3.4.1 | 數位訊號處理器.....           | 21 |
| 3.4.2 | SD 記憶卡.....            | 22 |
| 3.4.3 | 電壓轉換 IC.....           | 23 |
| 3.4.4 | 抗交疊濾波器.....            | 23 |
| 3.4.5 | 電源配置.....              | 25 |
| 3.4.6 | 完整的硬體架構.....           | 25 |
| 第四章   | 伺服機與實驗車的轉移函數.....      | 28 |
| 4.1   | ARX 模型.....            | 29 |
| 4.2   | 伺服機的轉移函數與實驗.....       | 31 |
| 4.3   | 整合多筆伺服機實驗結果與驗證.....    | 35 |
| 4.4   | 實驗車的轉移函數與實驗.....       | 40 |
| 4.5   | 整合多筆實驗車實驗結果與驗證.....    | 45 |
| 第五章   | 控制系統架構.....            | 53 |
| 5.1   | 控制迴路解耦合.....           | 53 |
| 5.2   | 控制回授迴路.....            | 57 |
| 5.2.1 | 靜態實驗.....              | 57 |
| 5.2.2 | 帶通濾波器設計.....           | 59 |
| 第六章   | 車輛道路避障軌跡的設計與實驗.....    | 61 |
| 6.1   | 車輛道路避障軌跡的設計.....       | 62 |
| 6.2   | 車輛道路避障軌跡的路徑估測.....     | 66 |
| 6.3   | 車輛道路避障軌跡之控制器設計與實驗..... | 68 |
| 6.3.1 | 實驗一.....               | 69 |
| 6.3.2 | 實驗二.....               | 73 |
| 6.3.3 | 實驗分析與討論.....           | 76 |
| 第七章   | 結論與未來展望.....           | 77 |
| 7.1   | 結論.....                | 77 |



|                |    |
|----------------|----|
| 7.2 未來展望 ..... | 78 |
| 參考文獻.....      | 80 |
| 附錄.....        | 82 |





## 圖目錄

|      |   |    |
|------|---|----|
| 圖 1  | 腳踏車模型 .....   | 4  |
| 圖 2  | 一般車輛輸入對側向加速度轉移函數的波德圖，左、右圖的輸入分別是前、後輪轉向角度 .....   | 8  |
| 圖 3  | 一般車輛輸入對旋轉速度轉移函數的波德圖，左、右圖的輸入分別是前、後輪轉向角度 .....  | 9  |
| 圖 4  | 設計 $K(s)$ 使輸出 $\beta$ 、 $r$ 可以跟隨期望的輸入 $\beta_{ref}$ 、 $r_{ref}$ ， $G(s)$ 為車輛的轉移函數，本圖引用自 [7] 中 ..... | 11 |
| 圖 5  | 控制結構方塊圖，本圖引用自 [8] 中 .....   | 12 |
| 圖 6  | 側滑角與旋轉速度的仿效結構，本圖引用自 [9] 中 .....   | 13 |
| 圖 7  | 一個完整的四輪轉向車輛控制器方塊圖，虛線部分為本論文中所設計的控制器 .....  | 13 |
| 圖 8  | TXT-1 .....   | 15 |
| 圖 9  | DS1015 伺服機 .....  | 16 |
| 圖 10 | FUTABA S3003 伺服機 .....  | 16 |
| 圖 11 | 陀螺儀 PR0021 .....  | 17 |
| 圖 12 | 加速度計 AGB3_V2 .....  | 18 |
| 圖 13 | 角度電位檢測計 .....   | 19 |
| 圖 14 | DSP F2812 開發板 .....   | 22 |
| 圖 15 | SD 記憶卡 .....  | 22 |
| 圖 16 | 抗交疊濾波器電路圖 .....   | 24 |
| 圖 17 | 放大器電路圖 .....  | 24 |
| 圖 18 | 抗交疊濾波器串接放大器電路圖 .....  | 25 |
| 圖 19 | 完整硬體的俯視圖，右方為遙控器 .....   | 26 |
| 圖 20 | 完整硬體的側向俯視圖 .....  | 26 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 圖 21 | 硬體架構圖 .....                               | 27 |
| 圖 22 | 紅色虛線部分為伺服機的輸入輸出關係，藍色虛線部分為實驗車的輸入輸出關係 ..... | 28 |
| 圖 23 | 伺服機輸入與輸出結構 .....                          | 31 |
| 圖 24 | 前、後輪轉移函數波德圖 .....                         | 32 |
| 圖 25 | 前、後輪輸入信號 .....                            | 32 |
| 圖 26 | 前、後輪輸入信號頻譜 .....                          | 33 |
| 圖 27 | 感測器量到前、後輪角度 .....                         | 33 |
| 圖 28 | 前、後輪角度的量測值與估測值 .....                      | 34 |
| 圖 29 | 前、後輪轉移函數波德圖 .....                         | 36 |
| 圖 30 | 實驗 1 量測到的前、後輪轉向角度 .....                   | 36 |
| 圖 31 | 量測到的前、後輪轉動角度與估測 .....                     | 37 |
| 圖 32 | 前、後輪轉動角度與估測之誤差 .....                      | 37 |
| 圖 33 | 新的前、後輪輸入角度與頻譜 .....                       | 38 |
| 圖 34 | 新的前、後輪輸出轉動角度與估測以及其角度的誤差 .....             | 38 |
| 圖 35 | 虛線為實驗車實驗的輸入與輸出 .....                      | 41 |
| 圖 36 | 感測器量測的前、後輪轉向角度 .....                      | 42 |
| 圖 37 | 旋轉速度與側向加速度 .....                          | 42 |
| 圖 38 | 旋轉速度、側向加速度的量測值與估測值比較 .....                | 44 |
| 圖 39 | $T_{11}(s)$ 、 $T_{12}(s)$ 之波德圖 .....      | 46 |
| 圖 40 | $T_{21}(s)$ 、 $T_{22}(s)$ 之波德圖 .....      | 46 |
| 圖 41 | 感測器量測的前輪轉向角度 .....                        | 47 |
| 圖 42 | 旋轉速度實際值與估測值比較圖 .....                      | 48 |
| 圖 43 | 側向加速度實際值與估測值比較圖 .....                     | 48 |
| 圖 44 | 旋轉速度與側向加速度之實驗值與估測值誤差 .....                | 49 |
| 圖 45 | 新的轉向輸入實驗量測到的前、後輪轉向角度 .....                | 50 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 圖 46 | 旋轉速度實際值與估測值比較圖 .....   | 50 |
| 圖 47 | 側向加速度實際值與估測值比較圖 .....  | 51 |
| 圖 48 | 旋轉速度與側向加速度之實驗值與估測值誤差 .....                                       | 51 |
| 圖 49 | 紅色虛線部分為伺服機的輸入輸出關係，藍色虛線部分為實驗車的輸入輸出關係 .....                        | 53 |
| 圖 50 | 兩個等效方塊圖。左圖為輸入輸出解耦合的結果，右圖為輸出輸入實際的關係 .....                         | 56 |
| 圖 51 | 前、後輪角度電位檢測計靜態下的輸出 .....  | 57 |
| 圖 52 | 陀螺儀與加速度計於靜態下的輸出 .....  | 58 |
| 圖 53 | 陀螺儀與加速度計於靜態下輸出的頻譜 .....  | 58 |
| 圖 54 | 控制系統方塊圖 .....  | 59 |
| 圖 55 | Band-Pass filter 的波德圖 .....                                      | 60 |
| 圖 56 | 車輛道路避障的概念圖 .....   | 61 |
| 圖 57 | 軌跡平面圖 .....  | 62 |
| 圖 58 | $x(t)$ 、 $y(t)$ 方向為正 .....                                       | 63 |
| 圖 59 | 在 1.6 秒內避障軌跡橫向移動距離 .....   | 63 |
| 圖 60 | 軌跡的側向加速度參考輸入與頻譜 .....  | 65 |
| 圖 61 | 軌跡的旋轉速度參考輸入與頻譜 .....   | 65 |
| 圖 62 | 以固定於地上的座標系記述運動 .....   | 66 |
| 圖 63 | 車輛控制系統架構 .....   | 68 |
| 圖 64 | 左圖為 0~9 秒參考輸入與實驗之側向加速度、旋轉速度、右圖為 6~7.6 秒參考輸入與實驗之側向加速度、旋轉速度 .....  | 70 |
| 圖 65 | 左圖為 6~9 秒參考輸入與實驗之軌跡右圖為 6~7.6 秒參考輸入與實驗之軌跡 .....                   | 71 |
| 圖 66 | 0~9 秒實驗車前、後輪轉向角度 .....   | 71 |
| 圖 67 | 左圖為 0~12 秒參考輸入與實驗之側向加速度、旋轉速度、右圖為 6~7.6 秒參考輸入與實驗之側向加速度、旋轉速度 ..... | 73 |
| 圖 68 | 左圖為 6~12 秒參考輸入與實驗之軌跡右圖為 6~7.6 秒參考輸入與實驗之軌跡 .....                  | 74 |

|      |                         |    |
|------|-------------------------|----|
| 圖 69 | 0~12 秒實驗車前、後輪轉向角度.....  | 75 |
| 圖 70 | 結合駕駛人輸入的四輪轉向控制器方塊圖..... | 78 |



## 表目錄

|      |                                  |    |
|------|----------------------------------|----|
| 表 1  | 遙控車規格 .....                      | 14 |
| 表 2  | 3557C-006C 的規格 .....             | 15 |
| 表 3  | 伺服機 DS1015 與 S3003 規格資料 .....    | 16 |
| 表 4  | 陀螺儀 PR0021 的規格 .....             | 18 |
| 表 5  | 加速度計 AGB3_V2 的規格 .....           | 19 |
| 表 6  | 角度電位檢測計的規格 .....                 | 20 |
| 表 7  | 編碼器的規格 .....                     | 20 |
| 表 8  | 電壓轉換 IC 的規格 .....                | 23 |
| 表 9  | 實驗一、實驗二的前、後輪的平均絕對值誤差 .....       | 39 |
| 表 10 | 實驗一、實驗二的旋轉速度、側向加速度的平均絕對值誤差 ..... | 52 |



# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景與動機

隨著科技不斷進步，全球汽車大廠爭相投入研發，推動車輛控制相關技術蓬勃發展，提供車輛行駛更多的安全性與舒適性。尤其是車用電子技術的應用已經成為產業革新的重要推手。

透過電子化產品的應用，線控轉向(Steer-by-wire)[1]技術也可應用於四輪轉向車輛系統，藉由電子訊號操縱技術控制轉向角度的致動器，取代傳統一般車輛的油壓或機構元件。這項技術除了節省了車子空間，也使車輪前、後輪可以大幅的轉向。而且可以加入感測器及控制電腦使成為高智慧的車輛，在四輪轉向系統車輛上，提升車輛性能及安全性。

何謂四輪轉向系統車輛？四輪轉向除了一般車子的前輪轉向功能外，後輪也具有轉向功能，藉由後輪配合前輪轉向，使得車輛的轉向操縱更為優越。尤其當車輛在低速時轉彎，後輪轉動方向與前輪相反，減少轉彎半徑；當車輛行駛在中、高速變換車道時，後輪的轉動方向與前輪相同，使得車輛所承受的側向速度、車輛重心側滑角變小，使得車輛在操控性能穩定，車內駕駛者感到舒適。

雖然目前四輪轉向技術已應用在市面上的車輛，但是後輪只能做小幅度的轉向，在不限制後輪轉向角度的條件下，可以使車輛前、後輪能在左右約 30 度以內轉向，並且貼近真實的車輛，本論文利用現有的模型車，加入四輪轉向控制系統，實現可以在路面上控制的線控四輪轉向車輛，而且完成車輛道路躲避障礙物實驗。

## 1.2 研究目的

實現擁有四輪轉向系統的車輛，使用此實驗車，完成以下目的。

- 1.利用 ARX model 求得此實驗平台的前、後輪轉向伺服機以及實驗車的轉移函數。
- 2.設計控制器，使車輛行進間，車輛旋轉速度及側向加速度可以跟隨期望的參考訊號。
- 3.設計車輛道路躲避障礙物軌跡，觀察控制器在此軌道上，車輛表現的效能。

## 1.3 研究貢獻

本研究首先實現一台四輪轉向車輛，配備相關的感測器、致動器，控制器則採用高效能的數位訊號處理晶片，此實驗平台為後續控制器設計之相關研究提供一個良好的基礎。

設計模擬真實道路的车辆躲避障碍物路徑，設計控制器控制車輛側向及旋轉方向的動態，使車輛於行進間其旋轉速度與側向加速度可以追隨避障路徑期望的參考訊號，達成避障的目標，驗證控制器效能。

## 1.4 論文架構

論文各章節的編排如下：

第一章 緒論:描述研究背景、動機與目的。

第二章 相關研究:此章節首先介紹一個常用來描述車輛動態的模型，並探討四輪轉向車輛控制器設計的相關研究。

第三章 四輪轉向車輛設計:介紹實驗平台使用的致動器、感測器、控制器及其他相關電路和電源配置。

第四章 伺服機與實驗車的轉移函數:敘述如何求得代表前、後輪轉向伺服機與實驗車的數學模型。

第五章 控制系統架構:說明控制迴路如何解耦合為兩個單輸入單輸出系統，以及帶通回授迴路的設計。

第六章 車輛道路避障軌跡的設計與實驗:說明車輛道路避障軌跡的設計，利用實驗資料求出車輛路徑以及設計控制器實現車輛避障實驗，提出實驗的結果與效能。

第七章 結論與未來工作:總結本研究並提出未來更能深入發展的方向。





## 第二章 相關研究

近幾年來，隨著車用電子技術的改善，微處理器能夠以更低廉的價格執行更複雜的運算。應用於車輛轉向控制系統時，將提高駕駛人的舒適性和車輛性能。未來車輛轉向系統將著重在藉由與其他車輛系統配合譬如煞車、懸吊、油門控制等改善車輛穩定。4WS 系統可增加駕駛者操縱能力，提供更安全生命保障。

本章節首先介紹一個常用來描述車輛動態的線性模型，稱為腳踏車模型(bicycle model)，此模型是描述車輛的側向運動以及轉軸垂直於地面的旋轉運動。第二節探討 4WS 車輛的相關研究以及各種控制器的設計方法。

### 2.1 腳踏車模型



車輛的腳踏車模型(bicycle model)是利用二輪模型[2] (或稱 single-track model)描述車輛左(右)半面的動態。以下推導過程與方向定義皆參照[3]。

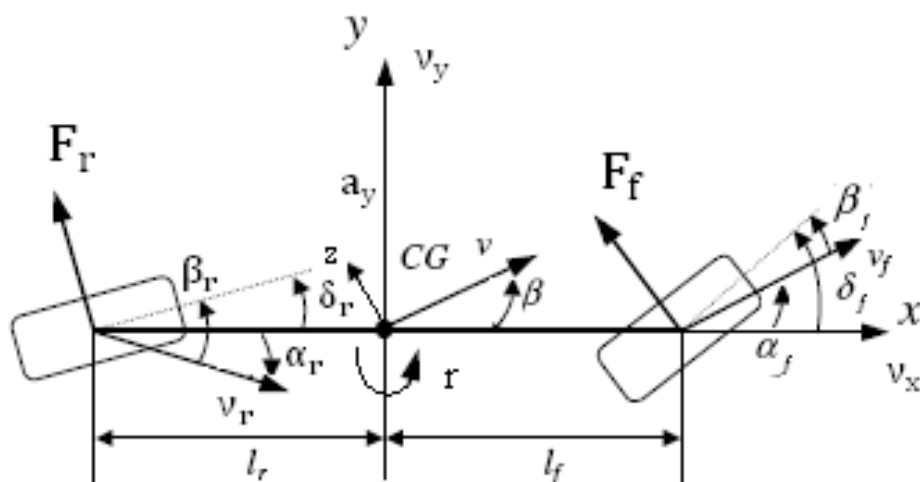


圖 1 腳踏車模型

腳踏車模型的參數:

|                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| $F_f$ : 前輪側向力                | $F_r$ : 後輪側向力                |
| CG: 質心位置                     | $r$ : 旋轉速度                   |
| $\beta$ : 質心側滑角度             | $\beta_f$ : 前輪側滑角度           |
| $\beta_r$ : 後輪側滑角度           | $v$ : 車輛速度                   |
| $v_f$ : 前輪軸速度                | $v_r$ : 後輪軸速度                |
| $v_y$ : 側滑速度                 | $v_x$ : 直行速度                 |
| $\alpha_f$ : $v_f$ 與 $x$ 軸夾角 | $\alpha_r$ : $v_r$ 與 $x$ 軸夾角 |
| $\delta_f$ : 前輪轉向角度          | $\delta_r$ : 後輪轉向角度          |
| $l_f$ : 前輪軸至質心距離             | $l_r$ : 後輪軸至質心距離             |
| $a_y$ : 側向加速度                |                              |

車輛參數:

|                   |                        |
|-------------------|------------------------|
| $M$ : 車體重量        | $I_z$ : 對 $z$ 軸的車輛轉動慣量 |
| $C_f$ : 前輪的轉向剛度   | $C_r$ : 後輪的轉向剛度        |
| $l$ : $l_f + l_r$ |                        |

參照圖 1，本文中定義 $\delta_f$ 、 $\delta_r$ 轉向  $x$  軸左半面為正， $v_x$ 朝  $x$  方向為正， $a_y$ 、 $v_y$ 朝  $y$  軸方向為正， $z$  軸面對地面逆時針方向旋轉  $r$  為正。

忽略車輛滾動(roll)與前後傾(pitch)的動態，並假設各個角度皆為小角度，考慮  $y$  方向力平衡，車體所受的側向力為前、後輪之側向力總和，由於車輛左右對稱且前、後輪轉向角皆為小角度，故  $y$  方向力平衡可由下式表示

$$F_y = 2F_f + 2F_r \quad (1)$$

當側滑角度為小角度時，前、後輪之側向力可由下面的線性關係式表示:

$$F_f = C_f \times \beta_f \quad (2)$$

$$F_r = C_r \times \beta_r \quad (3)$$

其中，

$$\beta_f = \delta_f - \alpha_f = \delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \quad (4)$$

$$\beta_r = \delta_r - \alpha_r = \delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \quad (5)$$

將(2)、(3)、(4)、(5)式帶入(1)中

$$\text{得 } F_y = 2C_f \left( \delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \right) + 2C_r \left( \delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \right)$$

$$M \times a_y = 2C_f \left( \delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \right) + 2C_r \left( \delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \right)$$

$$M(\dot{v}_y + v_x r) = 2C_f \left( \delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \right) + 2C_r \left( \delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \right)$$

$$\dot{v}_y = \frac{-(2C_f + 2C_r)}{M v_x} v_y + \left( \frac{(-2C_f l_f + 2C_r l_r)}{M v_x} - v_x \right) r + \frac{2C_f}{M} \delta_f + \frac{2C_r}{M} \delta_r \quad (6)$$

考慮對 z 軸的力矩平衡，由圖 1 可知，前輪側向力提供車輛逆時針方向力矩，後輪側向力則提供車輛順時針方向力矩，由於車輛左右對稱，故 z 軸力矩平衡可表示為下式：

$$\tau_z = 2F_f \times l_f - 2F_r \times l_r \quad (7)$$

將(2)、(3)、(4)、(5)式帶入(7)中

$$\text{得 } I_z \dot{r} = 2C_f \left( \delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \right) \times l_f - 2C_r \left( \delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \right)$$

$$\dot{r} = \frac{(-2C_f l_f + 2C_r l_r)}{I_z v_x} v_y - \frac{2C_f l_f^2 + 2C_r l_r^2}{I_z v_x} r + \frac{2C_f l_f}{I_z} \delta_f - \frac{2C_r l_r}{I_z} \delta_r \quad (8)$$

整理(6)、(8)式

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(2C_f + 2C_r)}{M v_x} & \left( \frac{(-2C_f l_f + 2C_r l_r)}{M v_x} - v_x \right) \\ \frac{(-2C_f l_f + 2C_r l_r)}{I_z v_x} & -\frac{2C_f l_f^2 + 2C_r l_r^2}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{M} & \frac{2C_r}{M} \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} & -\frac{2C_r l_r}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\text{令 } A = \begin{bmatrix} \frac{-(2C_f + 2C_r)}{v_x} & \left( \frac{(-2C_f l_f + 2C_r l_r)}{M v_x} - v_x \right) \\ \frac{(-2C_f l_f + 2C_r l_r)}{I_z v_x} & -\frac{2C_f l_f^2 + 2C_r l_r^2}{I_z v_x} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{M} & \frac{2C_r}{M} \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} & -\frac{2C_r l_r}{I_z} \end{bmatrix}$$

狀態變數  $X =$  輸出  $Y = \begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix}$

輸入  $U = \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix}$

當車輛定速行駛時， $v_x$  為常數，則輸入輸出關係可表示為：

$$Y = C[sI - A]^{-1}BU, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_y(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \frac{2C_f}{M} \left( s + \frac{2C_r l_r - M l_f v_x^2}{I_z v_x} \right) & \frac{2C_r}{M} \left( s + \frac{2C_f l_f + M l_r v_x^2}{I_z v_x} \right) \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} \left( s + \frac{2C_r l_r}{M v_x l_f} \right) & \frac{-2C_r l_r}{I_z} \left( s + \frac{2C_f l_f}{M v_x l_r} \right) \end{bmatrix}}{\Delta(s)} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\text{其中，} \Delta(s) = s^2 + \frac{2}{v_x} \left( \frac{C_f + C_r}{M} + \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z} \right) s + \frac{4l^2 C_f C_r}{M I_z v_x^2} - \frac{2C_f l_f - 2C_r l_r}{I_z} \quad (11)$$

由圖 1 得知， $\beta = \frac{v_y}{v_x}$ ，代入(10)式可得輸入與側滑角度的關係，側滑角度大小表示車輛行駛的穩定性，於正常行駛的情況下希望側滑角度越小越好，然而現今雖然有感測器可以量測車輛的側滑角度但是成本太高，大多數車輛沒有安裝此儀器，因此將側滑角度視為無法直接量到，考慮實際硬體架構，將側向動態部分的輸出改由側向加速度代替。

考慮輸入對側向加速度 $a_y$ 的關係：

$$a_y = \dot{v}_y + v_x r$$

由(9)可知

$$\dot{v}_y = \frac{-(2C_f + 2C_r)}{M v_x} v_y + \left( \frac{(-2C_f l_f + 2C_r l_r)}{M v_x} - v_x \right) r + \frac{2C_f}{M} \delta_f + \frac{2C_r}{M} \delta_r$$

$$\therefore a_y = \frac{-(2C_f + 2C_r)}{M v_x} v_y + \frac{(-2C_f l_f + 2C_r l_r)}{M v_x} r + \frac{2C_f}{M} \delta_f + \frac{2C_r}{M} \delta_r \quad (12)$$

結合(10)與(12)式

$$a_y(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \left( \frac{2C_f}{M} \left( s^2 + \frac{2l_r C_r}{I_z v_x} s + \frac{2l_r C_r}{I_z} \right) \delta_f(s) + \frac{2C_r}{M} \left( s^2 + \frac{2l_f C_f}{I_z v_x} s - \frac{2l_f C_f}{I_z} \right) \delta_r(s) \right) \quad (13)$$

由(10)與(13)式可以得到輸入 $\delta_f$ 、 $\delta_r$ 與輸出 $a_y$ 、 $r$ 之間的轉移函數

$$\begin{bmatrix} a_y(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta(s)} \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{M} \left( s^2 + \frac{2l_r C_r}{I_z v_x} s + \frac{2l_r C_r}{I_z} \right) & \frac{2C_r}{M} \left( s^2 + \frac{2l_f C_f}{I_z v_x} s - \frac{2l_f C_f}{I_z} \right) \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} \left( s + \frac{2C_r l_r}{M v_x l_f} \right) & \frac{-2C_r l_r}{I_z} \left( s + \frac{2C_f l_f}{M v_x l_r} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (14)$$

在此，將[4]文中提到的車輛參數代入(14)式，藉此觀察一般車輛轉移函數的波德圖。

車輛參數：

$$M = 1310\text{kg} \quad I_z = 2352\text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad C_f = 77350 \text{ N/rad} \quad C_r = 51600 \text{ N/rad}$$

$$l_f = 0.986\text{m} \quad l_r = 1.596\text{m}$$

假設車速=12m/s

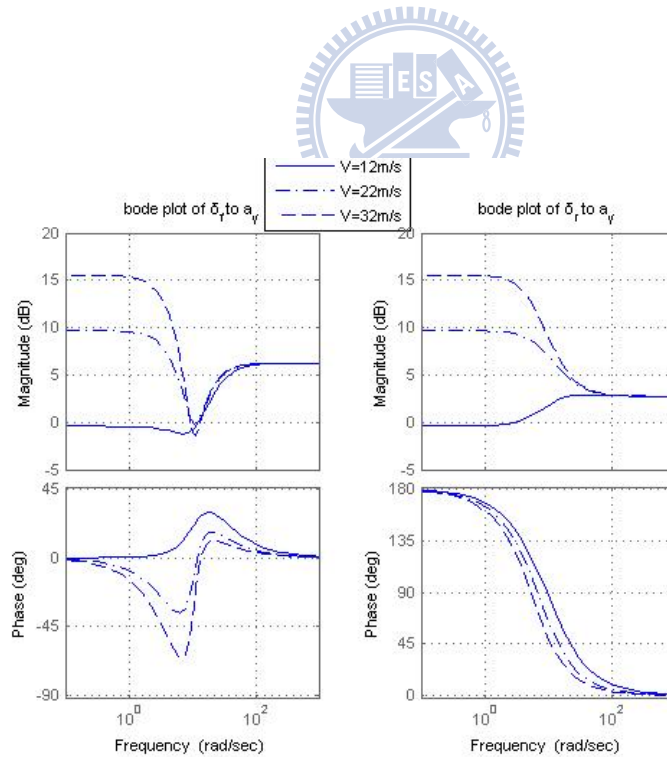


圖 2 一般車輛輸入對側向加速度轉移函數的波德圖，左、右圖的輸入分別是前、後輪轉向角度

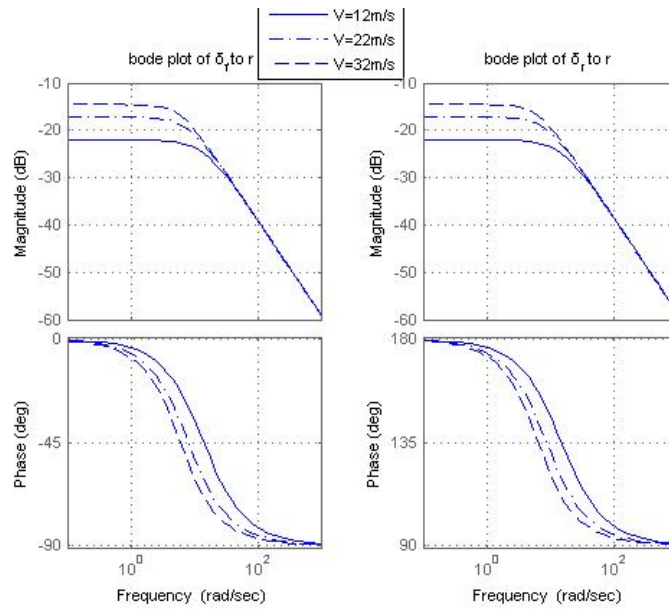


圖 3 一般車輛輸入對旋轉速度轉移函數的波德圖，左、右圖的輸入分別是前、後輪轉向角度

當車速越快時，輸入對側向加速度轉移函數之低頻增益會逐漸變高，高頻增益則變化不大，而輸入對旋轉速度轉移函數之低頻增益也會提高，但頻寬會降低。圖 3 中，車速 12m/s 時，前、後輪對旋轉速度系統之頻寬約為 2.4Hz，當車速提高至 32m/s，兩系統頻寬皆降至約 1.1Hz。

## 2.2 4WS 車輛的相關研究

Sayed Mir 等人在[5]中，提出藉由先進的電子、控制和電子機構取代液壓輔助轉向系統，改為使用電機輔助轉向系統。這個概念可發展成電力轉向系統、4WS 系統、線控(Steer-by-Wire)系統。在 4WS 系統方面，電子化控制提供車輛更多操縱力，後輪轉向增益為車速之函數。當低速時，後輪轉向增益為負，則後輪與前輪轉向方向相反，減少轉彎半徑；當較高速度時，後輪轉向增益為正，則後輪與前輪轉向方向相同，可平滑地變換車道，此系統可以改善車輛的穩定性。在線控(Steer-by-Wire)系統方面，此系統在方向盤和車輪之間沒有機械機構連結，可利用電線傳遞轉向信號，此項特性可節省空間，以及容易調整車輪轉向。

Shufeng Wang、Junyou Zhang 在[6]中，以四輪轉向車輛的二維模型為數學模型，提出三種不同四輪轉向方法，如下所示：

零質心側滑比例控制法：

目的是在車輛行進時，保持側滑角為零，前後輪有比例關係。

$$\delta_r = K\delta_f, \quad K = \frac{\delta_r}{\delta_f} = \frac{-l_r - ml_f u^2 / (k_2 L)}{l_f - ml_r u^2 / (k_1 L)} \quad (15)$$

，將車輛物理參數代入，可知道 K 的值。

最小響應誤差比例控制法：

$e(t) = x(t) - y(t)/G_0$ ， $x(t)$ 為車輛輸入信號， $y(t)$ 為車輛響應， $G_0$ 為穩態增益

$$K = \frac{A\mu l_f k_1 - BLk_1 k_2}{A\mu l_r k_2 - BLk_1 k_2} \quad (16)$$

$k_1$ 、 $k_2$ 為前、後輪轉向剛度，上式  $A = \mu^2(l_f k_1 - l_r k_2) + L^2 k_1 k_2$ ， $B = m(l_f^2 k_1 - l_r^2 k_2) + l_z(k_1 + k_2)$ ，將車輛物理參數代入，可知道 K 的值。

旋轉速度回授控制法：

$$\delta_r = K(w_r - r_d \delta_f) \quad (17)$$

，主要是為了改善在高速時，車輛過度不足轉向行為。

模擬與分析上述三種控制方法，比較零質心側滑比例控制法與最小響應誤差比例控制法，零質心側滑比例控制法控制表現比較好，使用此控制法在 4WS 車上，在低速時有小的轉彎半徑，在高速有較好的穩定性。旋轉速度回授控制法能夠改善在高速時的車輛過度不足轉向。如果能結合這幾個控制法，車輛將有更好的性能。

Miguel A. Vilaplana 等人在[7]中，參照圖 4 提出一個控制車輛側滑角度及旋轉速度的控制器，透過回授旋轉速度及車速，將原本多輸入多輸出的系統解耦合為兩個單輸入單輸出系統，即可以分別對這兩個單獨的迴路設計控制器，文中分別利用 I 控制器、PI 控制器完成側滑角度與旋轉速度的控制，其目的是希望車輛的側滑角與旋轉速度可以跟隨期望的參考訊號。

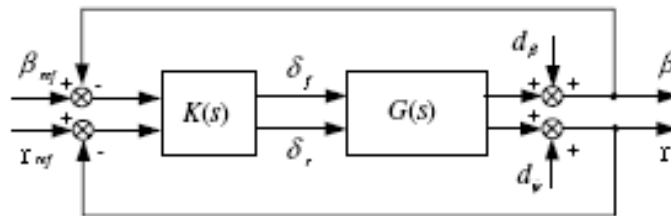


圖 4 設計  $K(s)$  使輸出  $\beta$ 、 $r$  可以跟隨期望的輸入  $\beta_{ref}$ 、 $r_{ref}$

， $G(s)$  為車輛的轉移函數，本圖引用自 [7] 中

利用上述的控制器，在 [7] 中還考慮了致動器飽和的問題，於後輪控制的部分加入反積分終結器，更符合實際車輛的使用。



Bin Yang 等人在[8]中，使用同[7]中數學模型，做輸入轉換的部份解耦合與交叉回授可得到控制結構參照圖 5：

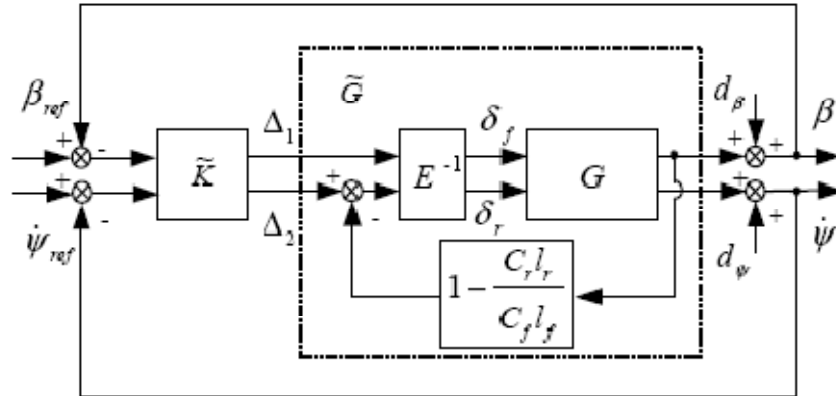


圖 5 控制結構方塊圖，本圖引用自[8]中

控制器 $\tilde{K}$ 的設計基於 4WS 線性動力學與簡化的信號追縱(輪胎動力學、前後輪的轉向輸入二階模型)，使用部份解耦合設計有好的操縱性能與強健穩定，應用於 4WS 車能夠有效的抑制由輪胎轉向係數產生的側向干擾，相對於一般 4WS 車，搭配新的控制法的 4WS 車能夠實現主動的滾動處理控制與追縱性能。

Mehmet Akar 在[9]，參照圖 6 當駕駛人給轉向輸入，參考車輛模型可模擬真實車輛產生相對應的參考測滑角與參考旋轉速度，測試車輛則必須在風力干擾下，轉動前後輪方向，以跟隨參考測滑角與參考旋轉速度的輸入。為了跟隨期望的側滑角與旋轉速度，Mehmet Akar 提出一個強健的側滑控制器，可裝載於有 4WS 功能的自動車，此控制器在車輛參數變化量 $\pm 10\%$ 的情況下是強健的，不受側風影響。側滑控制器性能評估可藉由電腦模擬驗證在車輛參數變化與迴路延遲情況下的強健。

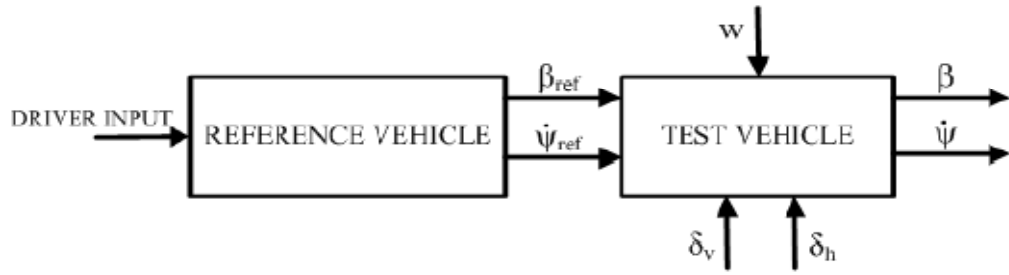


圖 6 側滑角與旋轉速度的仿效結構，本圖引用自[9]中

在[7]、[8]、[9]設計的控制器主要是使輸出訊號跟隨期望的參考輸入訊號，控制流程都必須回授兩個車輛的狀態值。在車輛控制上，車輛的旋轉速度可由陀螺儀量測，測滑角則無法用感測器量測，必須設計觀察器估測。在[7]、[8]、[9]文中，皆是利用模擬驗證控制器效果，故無法得知實際硬體實驗時，透過觀察器估測車輛側滑角度之效果。下圖為一個完整的四輪轉向控制器方塊圖，不同於[7]、[8]、[9]文，其側向動態輸出是以車輛的側向加速度取代側滑角度。 $\theta_f$ 為駕駛人輸入的方向盤角度， $K_1(s)$ 、 $K_2(s)$ 這兩個控制器應隨著行車情形而改變，以產生符合各種不同車況之參考訊號，透過控制器 $K(s)$ ，車輛的側向加速度與旋轉速度可以追隨計算出的參考訊號，藉此提升行車的舒適度與安全性。本論文提出的控制器為圖 7 中的 $K(s)$ ，並套用於實驗平台，以實驗的方式驗證圖中虛線部分的控制流程。

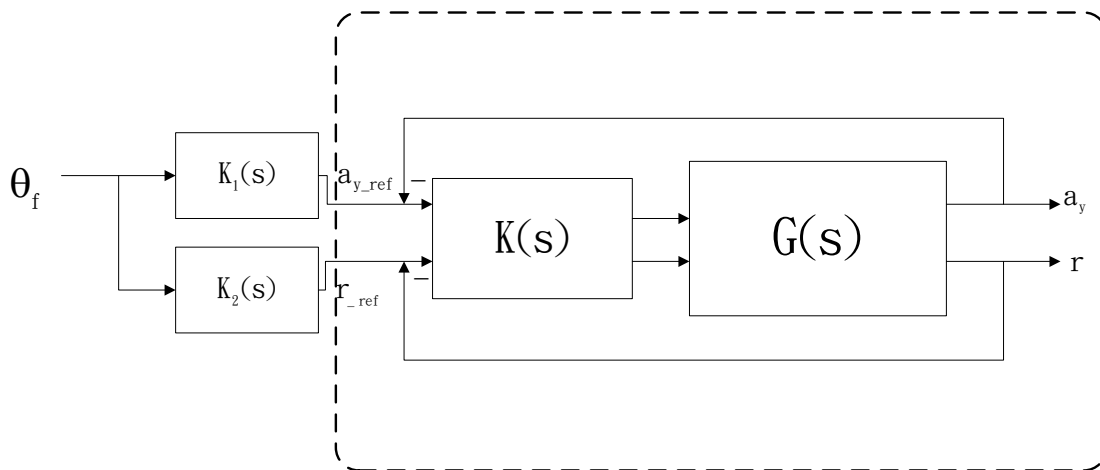


圖 7 一個完整的四輪轉向車輛控制器方塊圖，虛線部分為本論文中所設計的控制器

### 第三章 四輪轉向車輛之設計

實驗機台主要以遙控大腳模型車為基礎，在其前、後輪輪軸上各裝設一顆伺服機以控制其轉動方向，而且在伺服機下方裝設角度電位檢測計測量前、後輪轉向角度，車體重心上則裝有一顆陀螺儀測量車輛旋轉速度、一顆加速度計測量車輛側向加速度，在車輛動力馬達後方裝上角度編碼器可得知車輛速度，控制方面應用由 TI 出產的 DSP F2812 晶片模組完成，其它相關硬體電路則有濾波器電路、降壓 IC 電路、升壓電路等提供適當的感測器輸出信號雜訊濾波以及輸出信號電壓的升降，感測器測得資料將儲存於 SD 卡。

#### 3.1 車體



田宮(TAMIYA)系列遙控車 TXT1，為四輪傳動大腳車，配備多連桿懸吊系統，前、後輪可裝設伺服機控制方向，馬達至輪軸齒輪比為 34：1，遙控器透過伺服機控制車輛前進後退，具三種不同速度。

表 1 遙控車規格

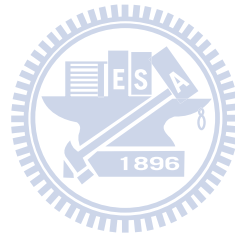
|           |                   |
|-----------|-------------------|
| 大腳車型號     | TXT1              |
| 縮小比例      | 1/10              |
| 長×寬×高(尺寸) | 510mm×385mm×297mm |
| 前後輪距      | 330mm             |
| 輪胎直徑      | 165mm             |



圖 8 TXT-1

## 3.2 致動器

實驗平台的致動器有兩台直流馬達和三顆伺服機，直流馬達為車輛的動力來源，而伺服機則控制前、後輪轉向角度與車輛速度。



### 3.2.1 直流馬達

直流馬達提供實驗車動力來源，使用 FAULHABER 系列型號 3557C-006C，馬達後方的軸心長達 3.5mm，可裝置編碼器。

表 2 3557C-006C 的規格

|        |         |
|--------|---------|
| 操作電壓   | 6V      |
| 最大扭力   | 40N-m   |
| 輸出功率   | 14.5W   |
| 無負載下轉速 | 4700rpm |
| 無負載下電流 | 0.17A   |
| 最大轉速   | 5000rpm |
| 最大電流   | 3.4A    |

### 3.2.2 伺服機

實驗車配備三個伺服機，其中兩顆伺服機分別控制前、後輪的轉向，另一顆則是控制實驗車前進與後退速度。轉向部分的伺服機是採用雷虎公司型號 DS1015。另一顆伺服機 FUTABA 型號 S3003 控制車速，操控者透過遙控器改變伺服機轉動位置，在不同的位置會改變電流通過馬達的迴路，不同的迴路有不同的電阻，可改變直流馬達的供給電壓，使車體在不同的速度下運行。

表 3 伺服機 DS1015 與 S3003 規格資料

| 型號        | DS1015                                 | S3003                                |
|-----------|--|--------------------------------------|
| 長×寬×高(尺寸) | 41.8×20.6×39.6(mm)                     | 40.4×19.8×36(mm)                     |
| 重量        | 66g                                    | 37.2g                                |
| 速度        | 0.138sec/60°(4.8V)<br>0.108sec/60°(6V) | 0.23sec/60°(4.8V)<br>0.19sec/60°(6V) |
| 操作電壓範圍    | 4.8~6V                                 | 4.8~6V                               |
| 扭力        | 11.6kg-cm(4.8V)<br>14.5kg-cm(6V)       | 3.2kg-cm(4.8V)<br>4.1kg-cm(6.0V)     |



圖 9 DS1015 伺服機



圖 10 FUTABA S3003 伺服機

### 3.3 感測器

一般市面上車輛轉向特性傾向不足轉向(under-steer)[10]，車輛重量會較靠近於車體前半部，因此使實驗車的重心位置座落於車輛中心點朝前輪方向 1cm 左右，並且在此位置裝設加速度計與陀螺儀測量側向加速度和旋轉速度。在前、後輪伺服機下方裝置角度電位檢測計測量前、後輪轉向角度，編碼器則掛載於直流馬達後方，差分之後可得車輛的速度。

#### 3.3.1 陀螺儀

使用單軸陀螺儀 PR0021，其核心晶片為 ADXRS300[11]，可量測至±300 度/秒，類比訊號輸出，操作電壓為 4.75V~5.25V，靈敏度約為 5mV/度/秒，用以量測車輛的旋轉速度。

$V_{out}$ : 感測器輸出的電壓(V)

$V_{ref}$ : 物理值為零時感測器的輸出電壓(V)

$$\text{旋轉速度 } r = \frac{V_{out} - V_{ref}}{0.005} \text{ (度/秒)} \quad (18)$$



圖 11 陀螺儀 PR0021

表 4 陀螺儀 PR0021 的規格

|         |            |
|---------|------------|
| 量測範圍    | ±300 度/秒   |
| 靈敏度     | 5mV/度/秒    |
| 頻寬      | 0.04kHz    |
| 操作電壓範圍  | 4.75~5.25V |
| 電壓輸出範圍  | 0.25~4.75V |
| 消耗電流    | 6mA        |
| 長×寬(尺寸) | 18×18(mm)  |

### 3.3.2 加速度計

三軸加速度計 AGB3\_V2[12]，類比訊號輸出，靈敏度為 800mV/G，操作電壓 3.3V，可量測車輛的側向加速度。

$$\text{側向加速度 } a_y = \frac{V_{\text{out}} - V_{\text{ref}}}{0.8} (G) \quad (19)$$

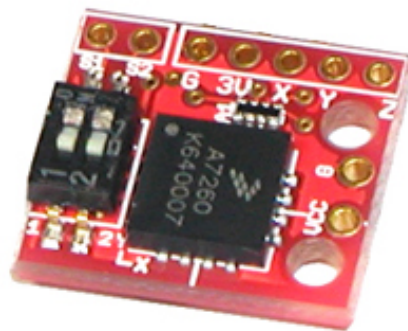


圖 12 加速度計 AGB3\_V2

表 5 加速度計 AGB3\_V2 的規格

|      |           |
|------|-----------|
| 量測範圍 | ±1.5G     |
| 靈敏度  | 800mV/G   |
| 頻寬   | 0.35kHz   |
| 操作電壓 | 3.3V      |
| 消耗電流 | 7mA       |
| 輸出範圍 | 3V(最大)    |
| 大小   | 15×13(mm) |

### 3.3.3 角度電位檢測計

兩顆 MIDORI 系列型號 QP-2H 角度電位檢測計，安裝在前、後輪轉向伺服機下方，測量轉向角度，類比訊號輸出，輸出靈敏度為 44mV/度。

輪胎轉動角度 =  $\frac{V_{out} - V_{ref}}{0.044}$  (度)。



圖 13 角度電位檢測計



表 6 角度電位檢測計的規格

|      |                     |
|------|---------------------|
| 量測範圍 | ±45 度               |
| 靈敏度  | 44mV/度              |
| 操作電壓 | 5Vdc±10%            |
| 消耗電流 | 10mA                |
| 輸出範圍 | (0.1~0.9)×Vcc(操作電壓) |

### 3.3.4 編碼器

FAULHABER 系列型號 HEDS5500A14 編碼器掛載於 3557C-006C 直流馬達，輸出電壓為+4V 至-0.4V 的方波訊號，編碼器可得直流馬達的旋轉角度，馬達角度經一次差分後可得馬達轉速，再乘以齒輪比與輪胎直徑換算得車輛行駛速度。

表 7 編碼器的規格

|      |             |
|------|-------------|
| 精確度  | 0.18 度      |
| 操作電壓 | 4.5~5.5V    |
| 消費電流 | 17mA        |
| 頻寬   | 100kHz      |
| 輸出   | +4~-0.4V 方波 |

### 3.4 數位訊號處理器與其他周邊電路

硬體發展平台為數位訊號處理器，憑藉著功能強大的處理效能，提供了專門的控制應用，使得即時控制之願望可以實現。況且晶片之架構具有馬達驅動以及信號傳輸所需要之周邊電路，對於傳輸感測器資料、驅動致動器、儲存資料於 SD 記憶卡，是極為方便的控制套件。

#### 3.4.1 數位訊號處理器

本研究使用德州儀器公司 TMS320C2000 系列 F2812[13]DSP 處理器，是專門應用在控制領域的高效能晶片，运算速度高達 150MHz，晶片裝置於美商 Spectrum Digital 所生產的 eZdsp™，F2812[14]開發板，操作電壓為 5V，並利用德州儀器公司提供的程式開發軟體 Code Composer Studio[15]完成程式的編譯與除錯。設計完成之控制器程式碼燒入於 F2812 快閃記憶體，實驗時類比輸出感測器輸出信號到 12 位元類比-數位轉換(ADC)模組，並且 F2812 可發 PWM 訊號控制伺服機，編碼器訊號可由其解碼電路(QEP)模組取得，然後透過串列匯流排(SPI)，將所有感測器數據傳送至 SD 卡儲存。但是要特別注意，F2812 開發板的輸入、輸出訊號電壓範圍皆是 0~3.3V，必須通過升、降壓電路方能與伺服機、編碼器溝通，而類比訊號為了濾除信號雜訊，在傳進 F2812 開發板的 ADC 模組前必須先經過抗交疊濾波器(Anti-aliasing filter)，將於以下的小節中，介紹這些相關的電路。



圖 14 DSP F2812 開發板

### 3.4.2 SD 記憶卡

SD 記憶卡[16]是一種低成本的資料平台和通訊介面，利用串列匯流排傳輸其頻率可達 20MHz，操作電壓為 2.7V~3.6V，寫/讀電流只有 27mA 與 23mA，功率很低。SD 記憶卡最基本的儲存單位為 8bit(0~255)的位元組，若超過 255 的數字則必須占用兩個儲存單位以 16bit(0~65535)來表示，SD 卡中每 512 個位元組構成一個區塊(sector)，在每次讀/寫時會處理一整個區塊的資料，此為讀/寫的基本單位。實驗時，由感測器得到車輛前、後輪轉向角度，車輛旋轉速度、側向加速度以及行進速度，將這些資訊一併寫入 SD 卡中，透過 MATLAB 的分析，即可知道車輛行進間的物理運動狀況。



圖 15 SD 記憶卡

### 3.4.3 電壓轉換 IC

由於編碼器輸出為高 4V 低 0.4V 的方波訊號，而 DSP 輸入與輸出訊號最高為 3.3V，故編碼器必須經過一個降壓 IC 方能與 DSP 連接，因此，使用德州儀器出產的 AM26LV32C 這顆 IC 完成此項工作，AM26LV32C 操作電壓為 3.3V，允許輸入範圍-0.3V~5.5V，輸出邏輯高電位是 3.3V，頻寬為 32MHz。同樣的，DSP 輸出邏輯高電位 3.3V 的 PWM 訊號亦須透過 HC541 這顆 IC 將邏輯高電位升至 5V 才能控制伺服機，HC541 也是德州儀器公司出產，操作電壓為 2~6V，輸入範圍亦是 2~6V，HC541 可將輸入訊號的邏輯高電位轉成操作電壓，因此，使用 HC541 的操作電壓與伺服機同為 5V。

表 8 電壓轉換 IC 的規格

| 型號   | AM26LV32C | HC541     |
|------|-----------|-----------|
| 操作電壓 | 3.3V      | 2~6V      |
| 輸入   | -0.3~5.5V | 2~6V      |
| 輸出   | 3.3V      | Vcc(操作電壓) |

### 3.4.4 抗交疊濾波器(Anti-aliasing filter)

本研究使用二階低通巴特沃茲濾波器(Butterworth filter)來實現抗交疊濾波器，有四顆類比訊號輸出的感測器，因此共需要四組抗交疊濾波器與 DSP 連接，然而陀螺儀及兩個角度電位檢測器的輸出電壓最高可達 4.5V，所以與這三個感測器連接的抗交疊濾波器後方需再串接一個增益約為 0.5 倍的放大器，其電路圖為圖 16。

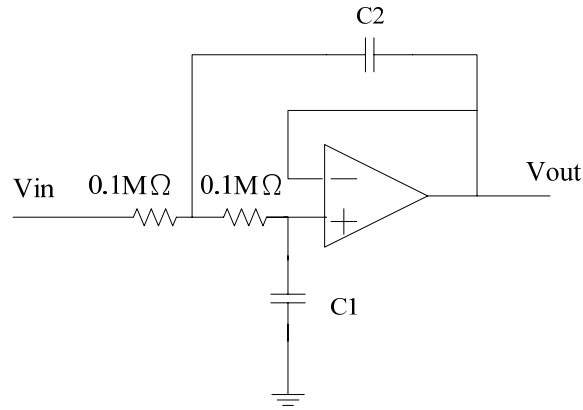


圖 16 抗交疊濾波器電路圖

$$C2=2C1, C1=0.47\mu F$$

$$\text{截止頻率 } \omega = \frac{1}{R\sqrt{C1C2}}$$

可變電阻調為  $0.1M\Omega$ ，故  $\omega = 15.045 \text{ rad/s} = 2.39\text{Hz}$

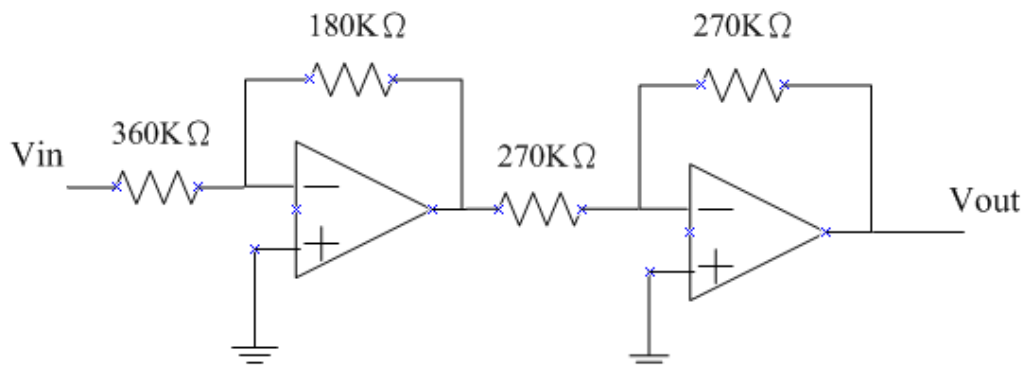
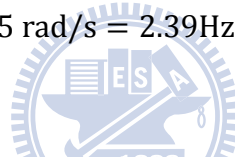


圖 17 放大器電路圖

$$\text{放大電路增益 } G = \frac{-180}{360} \times \frac{-270}{270} = 0.5$$

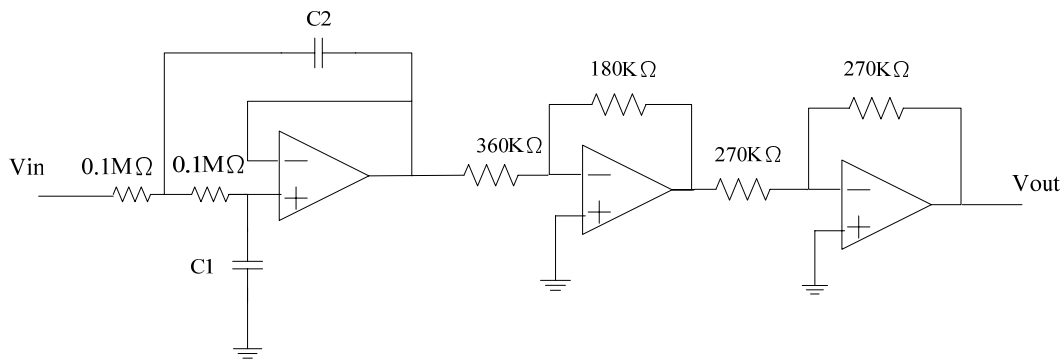


圖 18 抗交疊濾波器串接放大器電路圖

### 3.4.5 電源配置

實驗平台共配載了六顆電池，電池 1 為輸出 5V 之鋰電池，作為 F2812 開發板的電源。電池 2 為 7.2V 之鎳氫電池，用來推動實驗平台上的直流馬達。電池 3、4、5、6 皆為 4.8V 之鎳氫電池，其中，角度編碼器使用電池 3 為供給電源，控制轉向的伺服機與 PWM 升壓電路將使用電池 4，而電池 5、6 將串聯使用，並且使串連後的電壓中位、電池 5 之接地電位和 DSP 開發板之接地電位互相連接，故電池 6 提供實驗平台 -4.8V~0V 之電位，電池 5 則提供 0V~4.8V 之電位，-4.8V 與 4.8V 將供給抗交疊濾波器與放大電路中的運算放大器當作操作電壓使用，由於電池 5 與 DSP 開發版之接地電位相同，故陀螺儀、兩個角度電位檢測計與轉壓 IC 之電源皆使用電池 5，DSP F2812 開發板可提供 3.3V 電源輸出，加速度計操作電壓在 3.3V，可由板子提供電源。

### 3.4.6 完整的硬體架構

將上述的致動器、感測器、F2812 開發板與相關電路安裝至實驗車並完成電源配置後，在實驗車行駛的同時，加速度計、陀螺儀與角度電位檢測計的訊

號通過抗交疊濾波器後由 F2812 的 ADC 模組取得，而編碼器的訊號先通過 AM26LV32C 後進入 F2812。取得車輛的側向加速度、旋轉速度、車速及前、後輪轉向角度等資訊後，F2812 將這些感測器量得的資料傳進 SD 記憶卡儲存，同時將資料套進燒錄於 F2812 的控制器中，進而運算得到前後輪轉向角，並發出 PWM 訊號通過 HC541 以操控伺服機轉向。

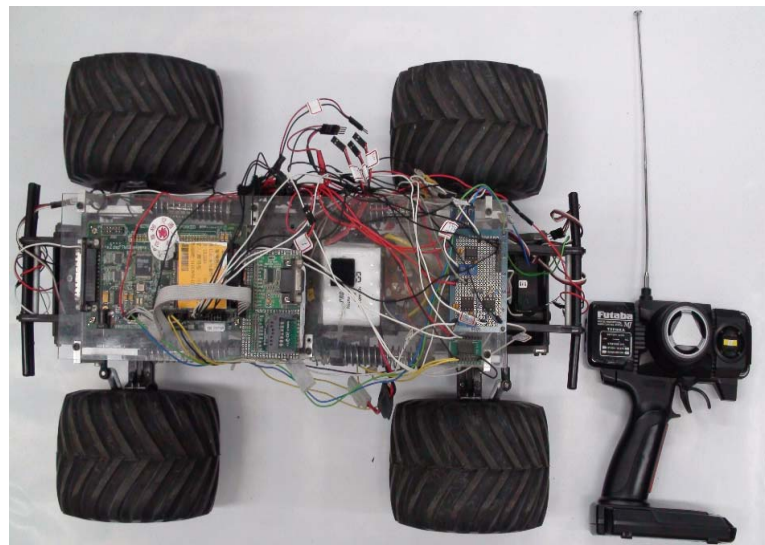


圖 19 完整硬體的俯視圖，右方為遙控器

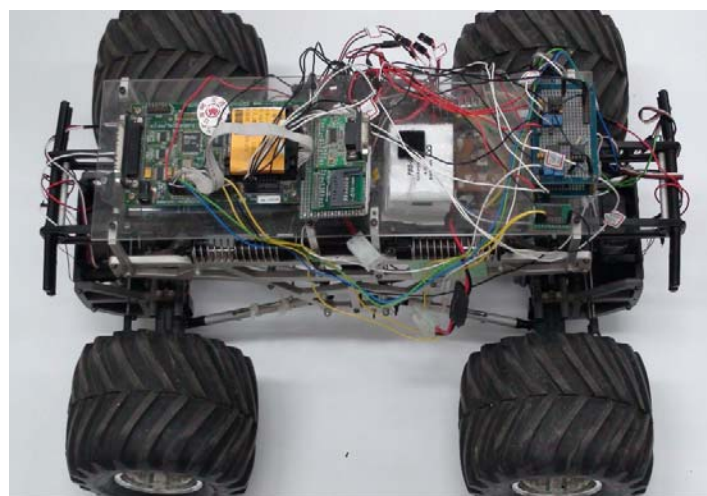


圖 20 完整硬體的側向俯視圖



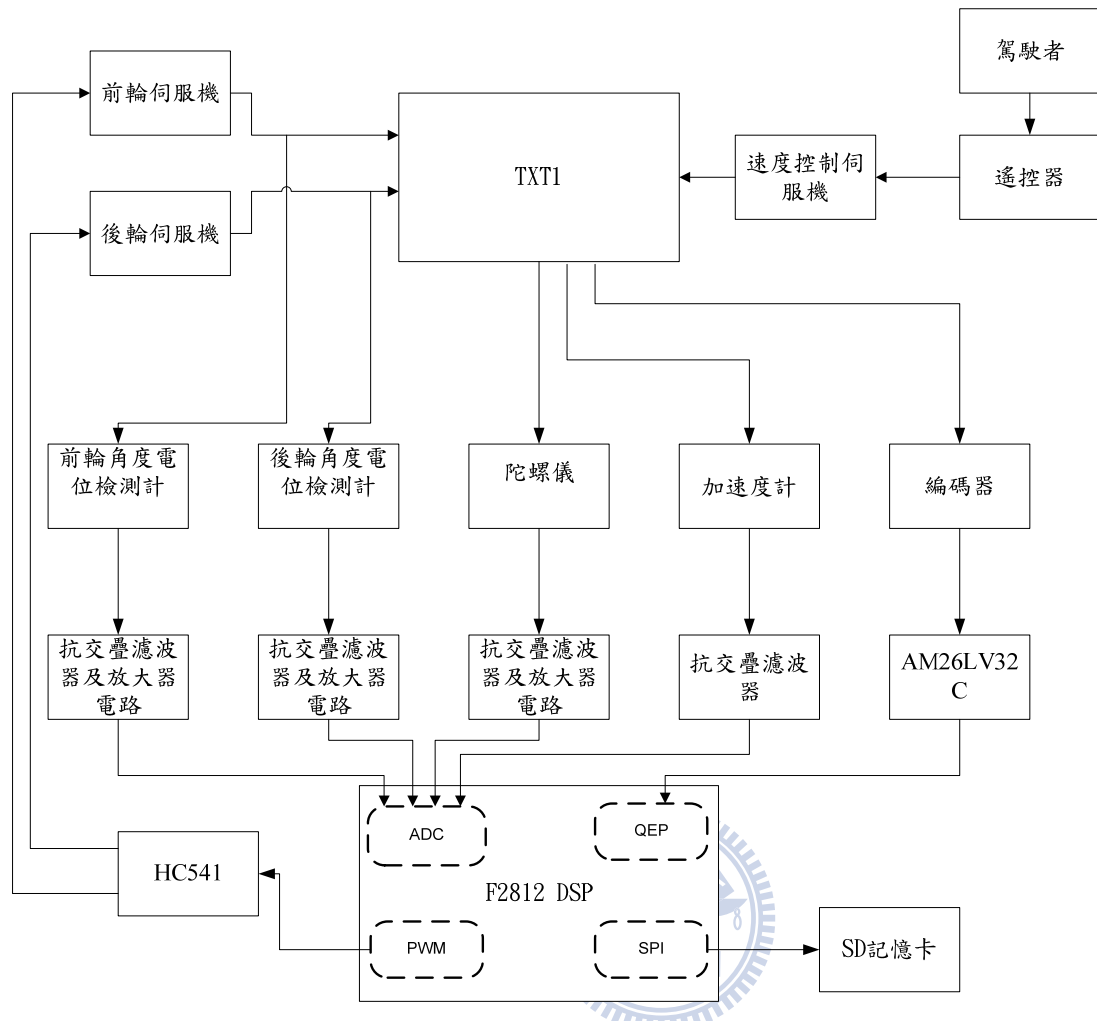


圖 21 硬體架構圖



## 第四章 伺服機與實驗車的轉移函數

本章節敘述如何透過實驗的方式尋找前、後輪轉向伺服機與實驗車的轉移函數，實驗使用第三章建構完成的硬體定速行駛於固定材質的路面，在尋找前、後輪轉向伺服機的轉移函數時，必須記錄如圖 22 輸入(給定的前輪轉向角度 $\delta_f'$ 、後輪轉向角度 $\delta_r'$ )與輸出(感測器量到的前輪轉向角度 $\delta_f$ 、後輪轉向角度 $\delta_r$ )；在尋找實驗車的轉移函數時，則必須記錄輸入(感測器量到的前輪轉向角度 $\delta_f$ 、後輪轉向角度 $\delta_r$ )和輸出(感測器量到的側向加速度 $a_y$ 、旋轉速度 $r$ )資料，實驗時 SD 卡可同時儲存感測器量到的前、後輪轉向角度、側向加速度、旋轉速度，因此作實驗時可同時尋找伺服機、實驗車的轉移函數。由於感測器輸出帶有一定程度的雜訊，故利用 ARX 模型配合最小平方法求得輸入與輸出之間的關係，透過 Matlab 程式 System Identification Toolbox [17] [18]協助，找出前、後輪轉向伺服機以及一個與腳踏車模型相似的實驗車轉移函數。

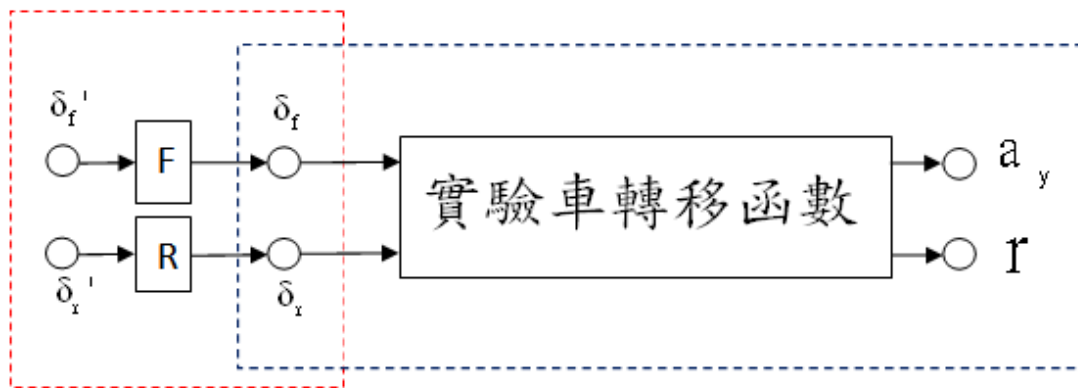


圖 22 紅色虛線部分為伺服機的輸入輸出關係

藍色虛線部分為實驗車的輸入輸出關係

從圖 22 可知作一次實驗，只要事先給定 $\delta_f'$ 、 $\delta_r'$ ， $\delta_f$ 、 $\delta_r$ 、 $a_y$ 、 $r$ 由感測器測量得到，利用此筆資料即可同時得到前輪伺服機轉移函數 F、後輪伺服機轉移函數 R，實驗車轉移函數。

## 4.1 ARX 模型

將系統的輸入輸出用一個簡單的差分方程表示：

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a) = b_1 u(t-n_k) + \dots + b_{n_b} u(t-n_k-n_b+1) + e(t) \quad (20)$$

其中  $e(t)$  為白雜訊(white-noise)， $n_a$  為極點數目， $n_b - 1$  為零點數目， $n_k$  為輸入對輸出的延遲，(20)式稱為 ARX 模型(Auto-Regressive eXogenous model)。

在此考慮兩個多項式

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b+1}$$

則(20)式可改寫成  $A(z)y(t) = B(z)u(t-n_k) + e(t)$

$$\text{定義參數向量 } \theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]^T \quad (21)$$

$$\text{令系統轉移函數 } G(z, \theta) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (22)$$

$$\text{雜訊轉移函數 } H(z, \theta) = \frac{1}{A(z)} \quad (23)$$

$$\text{則 } y(t) = G(z, \theta)u(t-n_k) + H(z, \theta)e(t) \quad (24)$$

定義輸入輸出資料向量

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \ \dots \ -y(t-n_a) \ u(t-n_k) \ \dots \ u(t-n_k-n_b+1)]^T \quad (25)$$

根據[19]中的定義，於時間  $(t-1)$  時，一步領先的輸出預測值  $\hat{y}(t|\theta)$  為

$$\hat{y}(t|\theta) = H^{-1}(z, \theta)G(z, \theta)u(t-n_k) + [1 - H^{-1}(z, \theta)]y(t) \quad (26)$$

其中， $G(z, \theta)$  為系統轉移函數， $H(z, \theta)$  為雜訊轉移函數， $u(t-n_k)$  與  $y(t)$  為輸入和輸出狀態， $\theta$  則是參數向量。

將(22)、(23)代入(26)中，得

$$\hat{y}(t|\theta) = B(z)u(t-n_k) + [1 - A(z)]y(t) \quad (27)$$

將(21)、(25)代入(27)中，得到

$$\hat{y}(t|\theta) = \theta^T \varphi(t) = \varphi^T(t)\theta \quad (28)$$

(28)式可知，系統一步領先預測值與參數向量的線性關係，故 ARX 模型又稱線性回歸模型(Linear regression model)。

本研究利用 ARX 模型求得前、後輪伺服機與實驗車的轉移函數，並希望實驗車的轉移函數的形式與腳踏車模型相似。



## 4.2 伺服機的轉移函數與實驗

由於前、後輪伺服機在取樣周期 0.04 秒轉動車輪時，轉動角度會比預先設定的角度還小而且還會有延遲的情況產生，因此在車輛動態運動時，會影響實驗結果，所以找出前、後輪伺服機的轉移函數，加進控制系統當中，以期望有更好的控制效果。當伺服機輸入與輸出都知道，則可以利用 ARX 模型尋找伺服機模型。

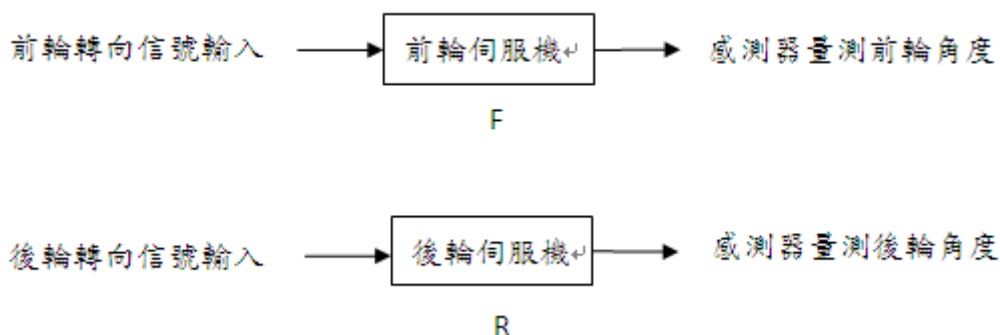


圖 23 伺服機輸入與輸出結構

本研究使用 ARX 模型尋找前、後輪轉移函數，由於前輪伺服機與後輪伺服機為兩類相同型號的伺服機，彼此特性不會相差太多，所以兩者的轉移函數波德圖應該會近似。從伺服機轉移函數實驗中，當  $n_a = 2$ 、 $n_b = 1$ 、 $n_k = 0$  時，兩者波德圖如圖 24 所示，圖形最為近似，選用此設定數值，求出伺服機轉移函數。

當  $n_a = 2$ 、 $n_b = 1$ 、 $n_k = 0$ ，令輸入為  $u(t)$ ，輸出為  $\delta(t)$ ，則

$$\delta(t) = \frac{b_1}{1+a_1Z^{-1}+a_2Z^{-2}}u(t) \quad (29)$$

經由雙線性轉換  $z = \frac{1+(T_d/2)s}{1-(T_d/2)s}$  得

$$\frac{\delta(t)}{u(t)} = \frac{\frac{b_1}{4}(T_d^2s^2+4T_ds+4)}{\frac{1}{4}(a_2T_d^2-a_1T_d^2+T_d^2)s^2+(1-a_2)T_ds+(a_2+a_1+1)} \quad (30)$$

分子分母皆為二階方程式。

參照圖 24 為附錄表 1 實驗 3 前、後輪轉向伺服機的轉移函數波德圖，表 1 的每個實驗

波德圖都有相似的圖形。

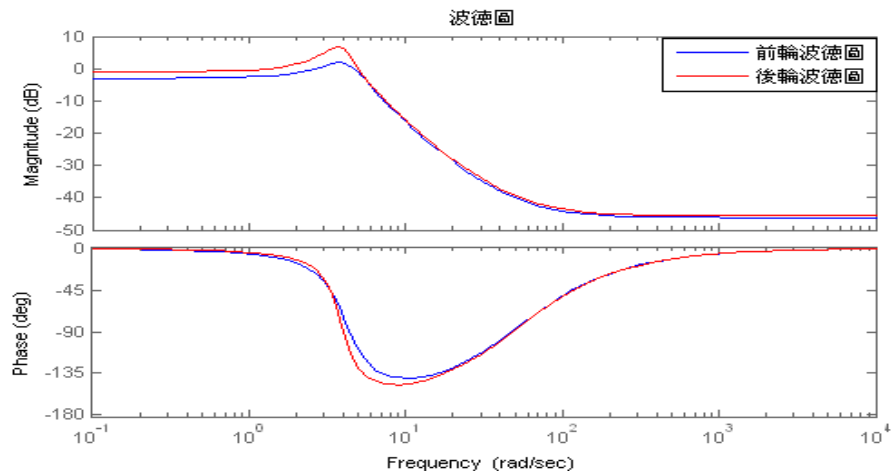


圖 24 前、後輪轉移函數波德圖

當我們做實驗時，車速保持約 120cm/s，0~4 秒實驗車先直線運動，4~21.48 秒跟隨輸入信號動作，21.48 秒之後實驗車直線運動直到停止，由於考慮一般車輛正常行駛時，其頻率響應約略低於 1Hz，因此前、後輪轉向角度輸入信號藉著 Matlab 產生各一組 1Hz 以下正弦波組成的固定車輪轉動角度輸入信號如圖 25 所示，將由 DSP F2812 開發板發出 PWM 控制伺服機轉動，輸出資料則由電位檢測器量得伺服機實際轉動角度。

以下為附錄表 1 的其中一筆前、後輪伺服機實驗結果。前、後輪轉移函數實驗的每次輸入將如圖 25 所示，其頻譜如圖 26 所示。

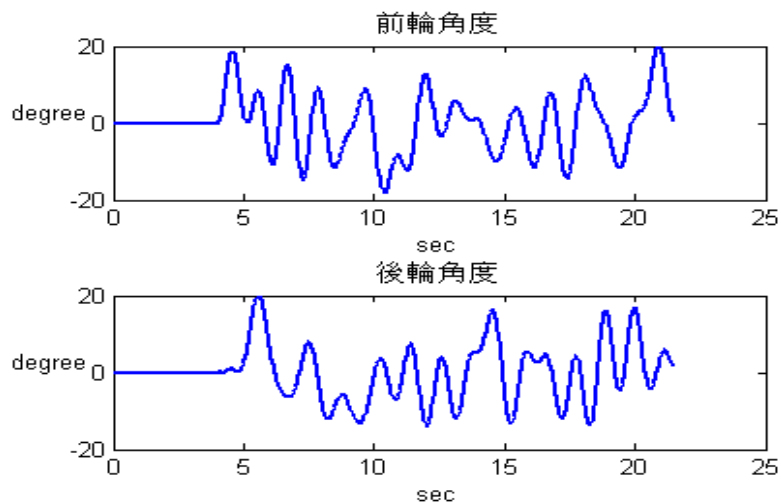


圖 25 前、後輪輸入信號

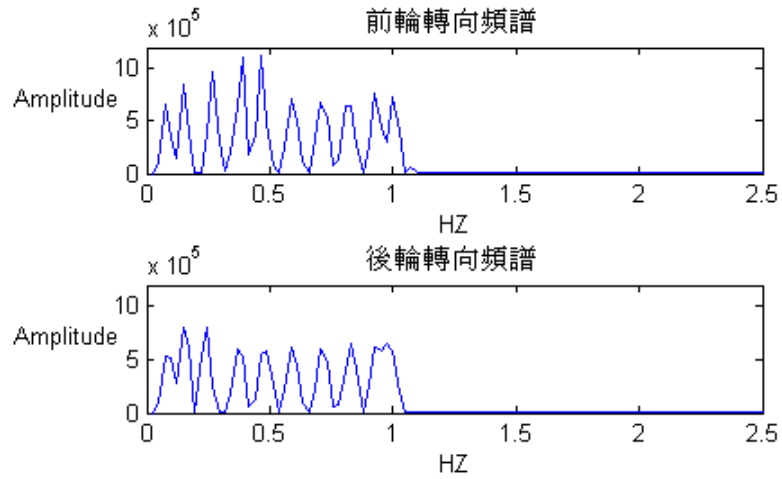


圖 26 前、後輪輸入信號頻譜

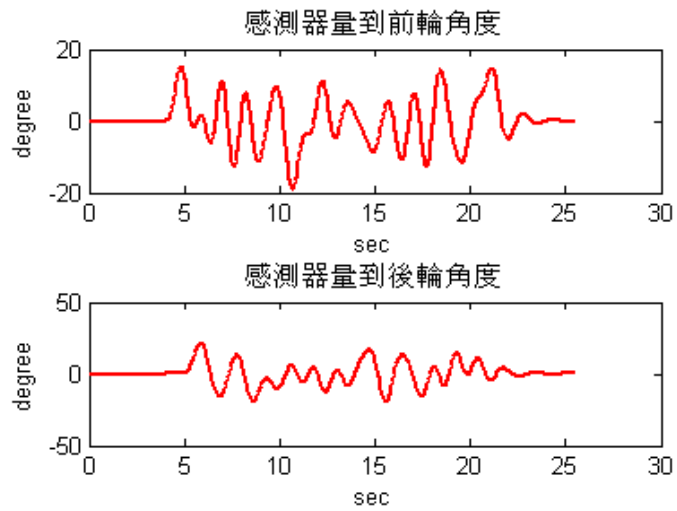


圖 27 感測器量到前、後輪角度

輸入輸出資料向量 $\varphi(t)$ 由實驗中得到，將可得到估測前、後輪角度的轉移函數。

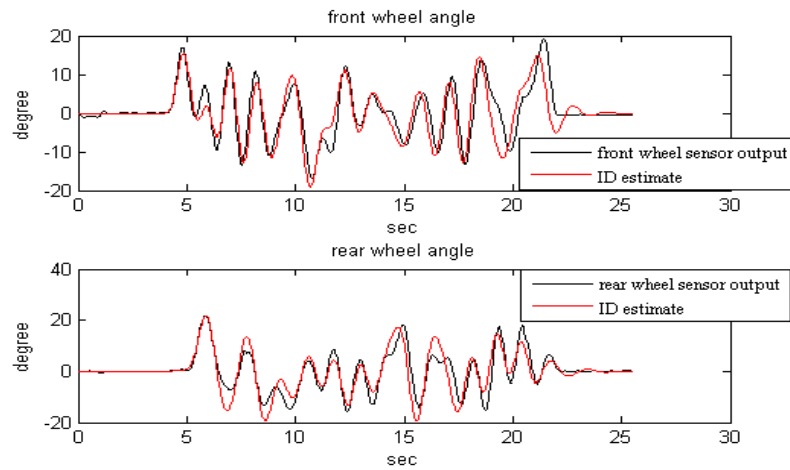


圖 28 前、後輪角度的量測值與估測值

圖 28 黑線為感測器量得的前、後輪角度，紅線為估測角度，兩者之間差異越小表示估測效果越好越準確。以上為一組實驗估測結果，但是每次估測效果可能有些微差異，所得到的轉移函數將不相同。為了求得一組代表性的轉移函數，下一節將一次估測多筆實驗數據，並計算所得轉移函數的估測效果。



### 4.3 整合多筆伺服機實驗結果與驗證

考慮一次估測多筆輸入輸出資料所得轉移函數應更具有代表性，重複 4.2 節實驗方式，令實驗的取樣時間間隔皆為 0.04 秒，將於 9 次的實驗求得前、後輪轉移函數。附錄表 1 為 9 筆實驗資料各別估測的轉移函數。

整理 9 筆實驗輸入輸出資料：

$$\hat{y}_{n+1}(t|\theta) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_9(t) \\ y_1(t-1) \\ \vdots \\ y_9(t-n+1) \end{bmatrix}$$

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} -y_1(t-1) & \cdots & -y_1(t-n_a) & u_1(t) & \cdots & u_1(t-n_b+1) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y_9(t-1) & \cdots & -y_9(t-n_a) & u_9(t) & \cdots & u_9(t-n_b+1) \\ -y_1(t-2) & \cdots & -y_1(t-1-n_a) & u_1(t-1) & \cdots & u_1(t-n_b) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y_9(t-n) & \cdots & -y_9(t-n-n_a) & u_9(t-n+1) & \cdots & u_9(t-n-n_b+2) \end{bmatrix}$$

其中， $n+1$  為一步領先輸出資料的長度，底標 1~9 代表 9 次不同的實驗數據。

利用單輸入單輸出 ARX 模型與 LSE 求得參數向量  $\theta$ ，經雙線性轉換可以得連續時間的轉移函數。圖 29 為其波德圖，以下為整合 9 次實驗的轉移函數。

$$F(s) = \frac{0.004931s^2 + 0.4931s + 12.33}{s^2 + 2.507s + 17.4} \quad (31)$$

$$R(s) = \frac{0.005277s^2 + 0.5277s + 13.19}{s^2 + 1.623s + 14.78} \quad (32)$$

下圖為(31)、(32)式的波德圖。



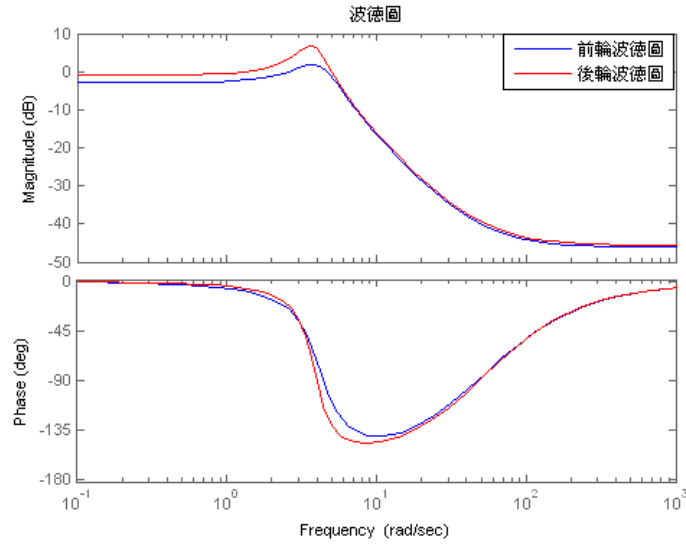


圖 29 前、後輪轉移函數波德圖

上述轉移函數是同時估測 9 次實驗得到結果，表示伺服機的動態行為。以下說明其伺服機實驗結果。

實驗一：

前、後輪轉向伺服機輸入信號如圖 25 所示，使用附錄表 1 實驗 1 量測到的前、後輪轉向角度，與使用(31)、(32)式估測的前、後輪輸出角度比較，計算前、後輪輸出角度值與估測值的平均絕對值誤差。

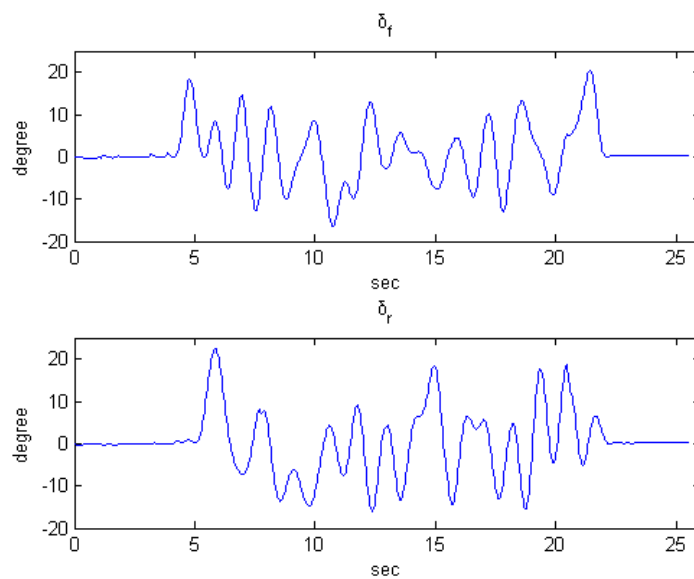


圖 30 實驗 1 量測到的前、後輪轉向角度

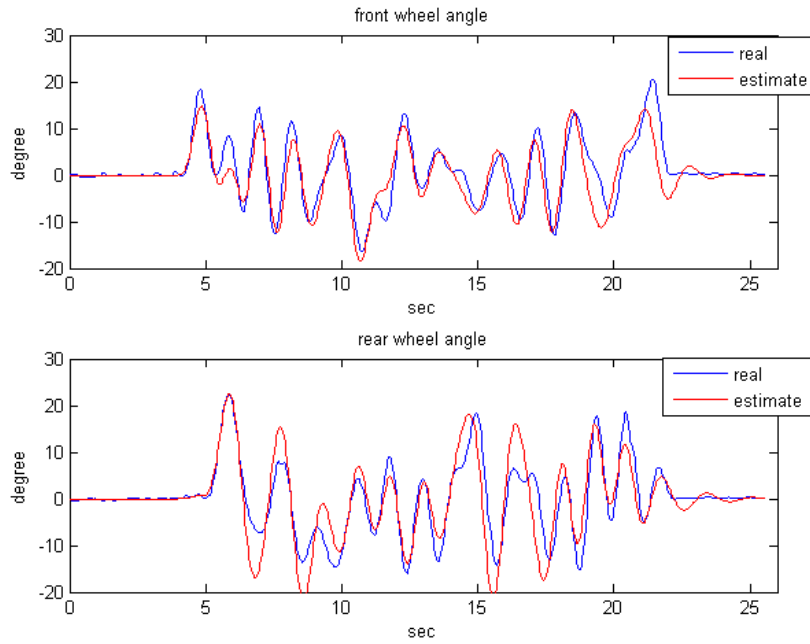


圖 31 量測到的前、後輪轉動角度與估測

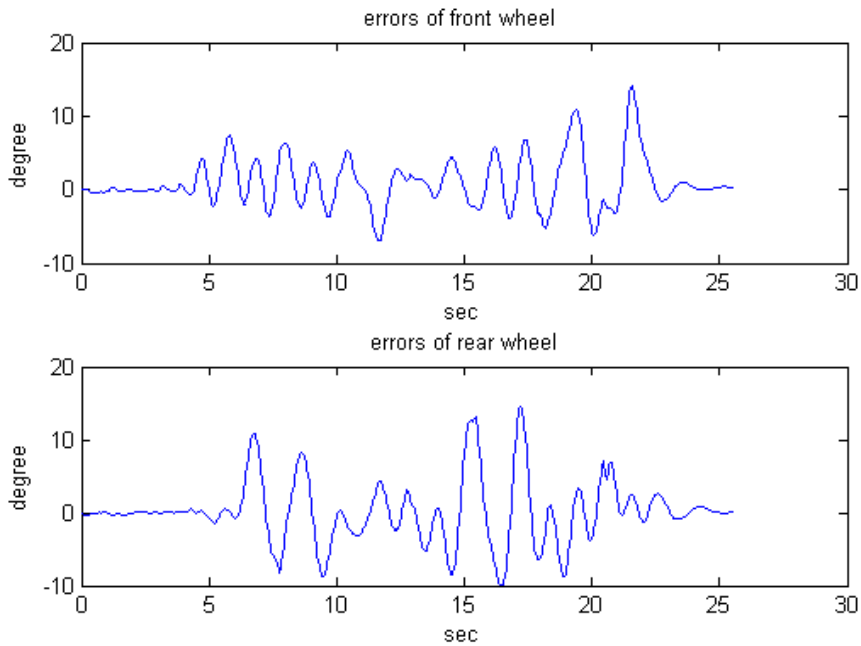


圖 32 前、後輪轉動角度與估測之誤差

圖 30 為實驗 1 感測器量測到的角度，圖 31 為圖 30 與使用(31)、(32)式估測的前、後輪輸出角度，圖 32 為圖 31 的前、後輪轉動角度值與估測值的誤差，經由計算得到 0~21.48 秒前輪轉向伺服機輸出角度值與估測值的平均絕對值誤差為 2.432 度，後輪轉向伺服機輸出角度值與估測值的平均絕對值誤差為 3.234 度。

實驗二：

當前、後輪的輸入角度各改由一組不同的新輸入信號，如圖 33 新的前、後輪輸入角度與頻譜，波形信號同樣由 Matlab 運算求得頻率 1Hz 以下的正弦波構成，車子從 0 秒到第 4 秒走直線，第 4 秒到 21.48 秒的時間跟著新輸入信號轉動前、後輪角度，21.48 秒之後走直線。使用(31)、(32)式估測新的轉向輸入角度實驗的前輪與後輪輸出角度，與新的輸入角度信號實驗量測到的前、後輪轉動角度作比較，並計算前、後輪輸出值與估測值的平均絕對值誤差。

實驗結果如下：

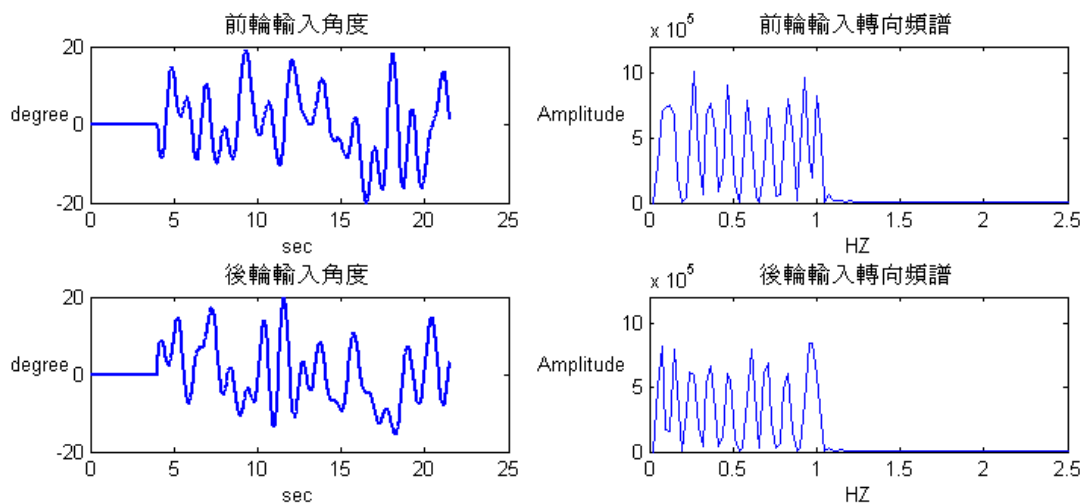


圖 33 新的前、後輪輸入角度與頻譜

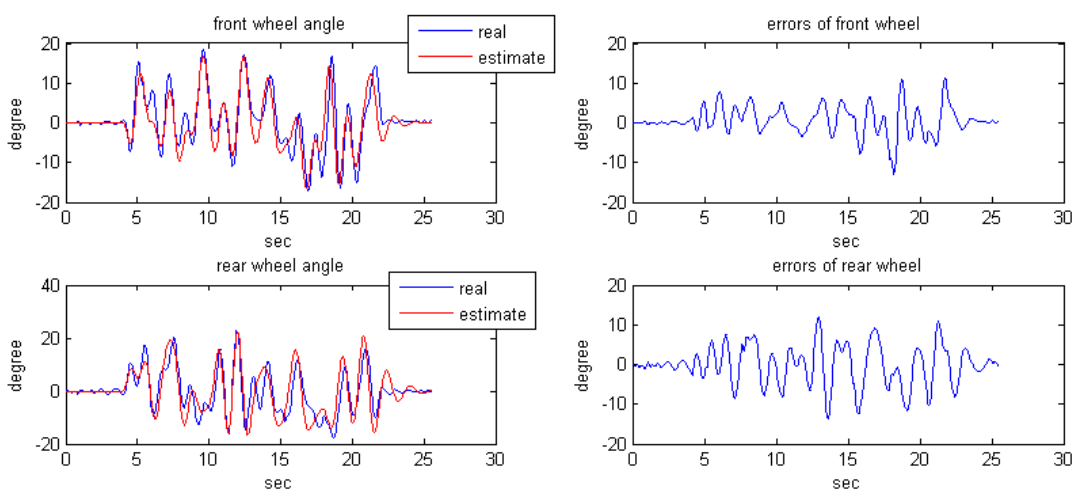


圖 34 新的前、後輪輸出轉動角度與估測以及其角度的誤差

圖 34 可觀察到新的實驗前、後輪輸出轉動角度與估測角度相位有些許差異，但是差異不大，角度的誤差通常在波峰波谷誤差會比較大。此次實驗結果可得到從 0~21.48 秒前輪輸出轉向角度與前輪估測轉向角度的平均絕對值誤差為 2.585 度，後輪輸出轉向角度與後輪估測轉向角度的平均絕對值誤差為 3.849 度。

表 9 實驗一、實驗二的前、後輪的平均絕對值誤差

|     | 前輪的平均絕對值誤差 | 後輪的平均絕對值誤差 |
|-----|------------|------------|
| 實驗一 | 2.432°     | 3.234°     |
| 實驗二 | 2.585°     | 3.849°     |
| 相差值 | 0.153°     | 0.615°     |

從實驗一與實驗二的相差值大小可發現，兩次實驗前輪的平均絕對值誤差與後輪的平均絕對值誤差彼此差距未超過 1 度，(31)、(32)式代表伺服機動態轉向是可行的。

## 4.4 實驗車的轉移函數與實驗

本節利用 4.1 所介紹的 ARX 模型求得實驗車的轉移函數，實驗車轉移函數以腳踏車模型為基礎， $n_a$ 、 $n_b$ 、 $n_k$  的設定將與腳踏車模型有關，以下分為兩個部分討論。

考慮  $\delta_f$  對  $r$  的轉移函數：

回顧(14)式， $\delta_f$  對  $r$  的轉移函數其分母為二階，分子是一階。

設  $n_a = 2$ ， $n_b = 1$ ， $n_k = 1$

$$r(t) = \frac{b_1}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} \delta_f(t-1) = \frac{b_1z^{-1}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} \delta_f(t) = \frac{b_1z}{z^2+a_1z+a_2} \delta_f(t)$$

透過雙線性轉換  $z = \frac{1+(T_d/2)s}{1-(T_d/2)s}$  ( $T_d$  為取樣時間)，將上式轉換為連續時間的轉移函數：

$$\frac{r(s)}{\delta_f(s)} = \frac{b_1 \frac{1+(T_d/2)s}{1-(T_d/2)s}}{\left(\frac{1+(T_d/2)s}{1-(T_d/2)s}\right)^2 + a_1 \frac{1+(T_d/2)s}{1-(T_d/2)s} + a_2} = \frac{b_1(1+(T_d/2)s)(1-(T_d/2)s)}{(1+(T_d/2)s)^2 + a_1(1+(T_d/2)s)(1-(T_d/2)s) + a_2(1-(T_d/2)s)^2}$$

發現分母為二階，但分子會出現  $s^2$  項，與(14)式不符。

設  $n_a = 2$ ， $n_b = 2$ ， $n_k = 0$ ，令輸入  $u(t) = \delta_f(t) + \delta_f(t-1)$

$$\begin{aligned} r(t) &= \frac{b_1+b_2z^{-1}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} u(t) = \frac{b_1+b_2z^{-1}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} (\delta_f(t) + \delta_f(t-1)) \\ &= \frac{b_1+b_2z^{-1}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} (1+z^{-1})\delta_f(t) = \frac{b_1z^2+(b_1+b_2)z+b_2}{z^2+a_1z+a_2} \delta_f(t) = \frac{(z+1)(b_1z+b_2)}{z^2+a_1z+a_2} \delta_f(t) \end{aligned}$$

則離散時間轉移函數出現  $z=-1$  之零點，經雙線性轉換：

$$\frac{r(s)}{\delta_f(s)} = \frac{b_1 \left( \frac{1 + \frac{T_d}{2}s}{1 - \frac{T_d}{2}s} \right)^2 + (b_1 + b_2) \frac{1 + \frac{T_d}{2}s}{1 - \frac{T_d}{2}s} + b_2}{\left( \frac{1 + \frac{T_d}{2}s}{1 - \frac{T_d}{2}s} \right)^2 + a_1 \frac{1 + \frac{T_d}{2}s}{1 - \frac{T_d}{2}s} + a_2}$$

$$= \frac{(b_1 - b_2)T_d s + 2(b_1 + b_2)}{(1 + (T_d/2)s)^2 + a_1(1 + (T_d/2)s)(1 - (T_d/2)s) + a_2(1 - (T_d/2)s)^2}$$

上式分母仍為二階，分子的最高次則為  $s$  項，符合(14)式，這是因為  $z=-1$  之零點經雙線性轉換後應對應到  $s=\infty$ ，故連續時間轉移函數之分子將比分母少一階。將代換成  $\delta_r$ ，推導方式不變，可得  $\delta_r$  對  $r$  轉移函數的參數設定與  $\delta_f$  對  $r$  的設定相同。

考慮  $\delta_f$  對  $a_y$  的轉移函數：

回顧(14)式， $\delta_f$  對  $a_y$  的轉移函數其分母為二階，分子亦是二階。

設  $n_a = 2$ ， $n_b = 3$ ， $n_k = 0$

$$a_y(t) = \frac{b_1 + b_2 z^{-1} + b_3 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \delta_f(t) = \frac{b_1 z^2 + b_2 z + b_3}{z^2 + a_1 z + a_2} \delta_f(t)$$

透過雙線性轉換  $z = \frac{1 + (T_d/2)s}{1 - (T_d/2)s}$ ，將上式轉為連續時間的轉移函數：

$$\frac{a_y(s)}{\delta_f(s)} = \frac{b_1(1 + (T_d/2)s)^2 + b_2(1 + (T_d/2)s)(1 - (T_d/2)s) + b_3(1 - (T_d/2)s)^2}{(1 + (T_d/2)s)^2 + a_1(1 + (T_d/2)s)(1 - (T_d/2)s) + a_2(1 - (T_d/2)s)^2}$$

上式中分母與分子皆為二階，符合(14)式。將  $\delta_f$  代換成  $\delta_r$  亦可得相同結果。

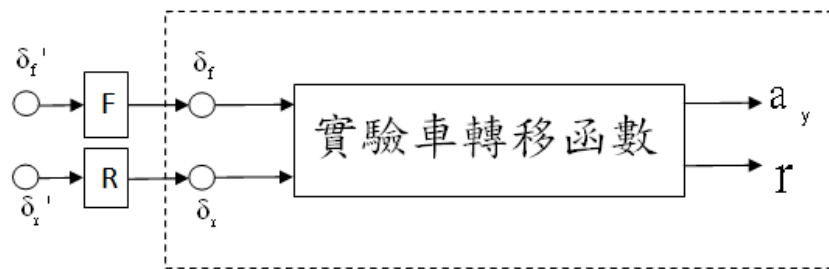


圖 35 虛線為實驗車實驗的輸入與輸出

參照圖 35 輸入輸出資料向量 $\varphi(t)$ 是由感測器量測得知，實驗時 $\delta_f$ 、 $\delta_r$ 由電位檢測器量得，操控者透過 DSP 晶片控制前、後輪轉向角度輸入信號給 $\delta_f'$ 、 $\delta_r'$ ，再經由前、後輪伺服機 F、R 產生感測器量到的 $\delta_f$ 、 $\delta_r$ ，為實驗車實驗的輸入，輸出則為加速度計測量的 $a_y$ 、陀螺儀測量的 $r$ 。實驗車實驗與上兩節討論的伺服機實驗為同時操作，感測器資料相同，差別只在伺服機實驗使用 $\delta_f'$ 、 $\delta_r'$ 、 $\delta_f$ 、 $\delta_r$ 資料，實驗車實驗使用 $\delta_f$ 、 $\delta_r$ 、 $a_y$ 、 $r$ 資料。

下圖為附錄表 2 實驗 9 的實驗資料：

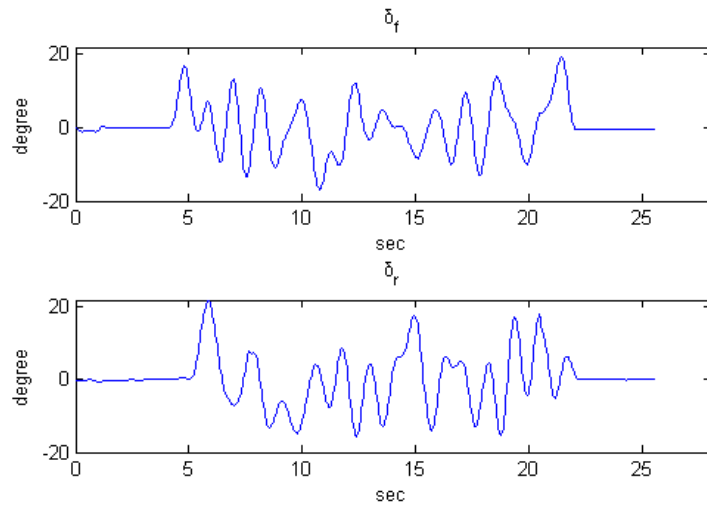


圖 36 感測器量測的前、後輪轉向角度

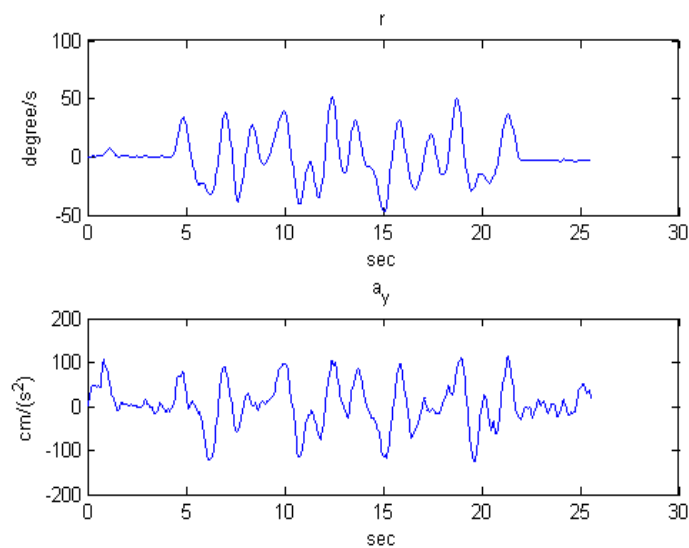


圖 37 旋轉速度與側向加速度

車輛在 0~4 秒先直線運動，4~21.48 秒依車輪轉向輸入信號做轉向動作，之後走直線運動直到停止。車輛定速行駛的時間約為 25 秒，22 秒左右車輛準備停止動作。欲求得定速下的車輛轉移函數，擷取第 25 筆至第 475 筆(即 1 秒至 19 秒)  $\delta_f$ 、 $\delta_r$ 、 $r$ 、 $a_y$  資料為(28)式之  $\hat{y}(t|\theta)$ 、 $\varphi(t)$ ，令  $n_k = 0$ ，

$$\text{則 } n+1 \text{ 筆一步領先的輸出資料向量 } \hat{y}_{n+1}(t|\theta) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y(t-1) \\ \vdots \\ y(t-n) \end{bmatrix}$$

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} -y(t-1) & \cdots & -y(t-n_a) & u(t) & \cdots & u(t-n_b+1) \\ \vdots & & \vdots & & & \\ -y(t-n-1) & \cdots & -y(t-n-n_a) & u(t-n) & \cdots & u(t-n-n_b+1) \end{bmatrix}$$

利用多輸入多輸出 ARX 模型與最小平方法(LSE)可得系統之參數向量  $\theta$ ，並透過雙線性轉換，得到車輛連續時間的轉移函數。

$$\begin{bmatrix} a_y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

$$T_{11}(s) = \frac{7.303s^2+65.16s+466}{s^2+13.41s+69.55}$$

$$T_{12}(s) = \frac{0.8392s^2+36.27s-389}{s^2+13.41s+69.55}$$

$$T_{21}(s) = \frac{28.065s+89.93}{s^2+13.41s+69.55}$$

$$T_{22}(s) = \frac{-23.17s-76.49}{s^2+13.41s+69.55}$$

將量測到的  $\delta_f$ 、 $\delta_r$  代入上式轉移函數中算得一組估測的  $r$ 、 $a_y$ ，與實際量測值(參照圖 37)比較可以了解轉移函數的估測效果。



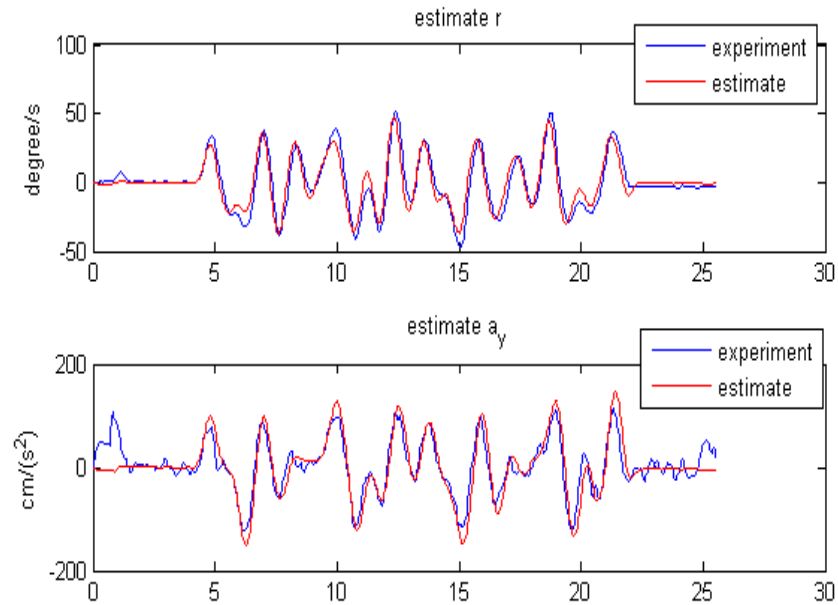


圖 38 旋轉速度、側向加速度的量測值與估測值比較

紅線是估測值，藍線是實驗量測值，兩者差異越小表示求得的轉移函數描述車輛動態越準確，圖 38 二個圖中，紅、藍線大致重疊，算是估測較佳的代表類型。上述是利用 ARX 模型針對單次實驗估測轉移函數，然而每次實驗估測的轉移函數皆不同，為了求得一組具代表性的轉移函數，4.5 節將一次估測多筆實驗數據，並計算所得轉移函數的估測效果。

## 4.5 整合多筆實驗車實驗結果與驗證

考慮一次估測多筆輸入輸出資料所得轉移函數應更具參考價值，重複 4.4 節實驗方式，令實驗的取樣時間間隔皆為 0.04 秒，於 9 次求得轉移函數的實驗當中，發現轉移函數的階數皆與(14)式相同，雖然係數的正負號不一定與(14)式一致，但是整合這 9 筆輸入輸出資料其 ARX 模型所得到轉移函數階數與係數的正負號將會相同，附錄的表 2 為 9 筆資料各別估測的轉移函數。

整理表 2 的 9 筆實驗輸入輸出資料：

$$\hat{y}_{n+1}(t|\theta) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_9(t) \\ y_1(t-1) \\ \vdots \\ y_9(t-n+1) \end{bmatrix}$$

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} -y_1(t-1) & \cdots & -y_1(t-n_a) & u_1(t) & \cdots & u_1(t-n_b+1) \\ & & & \vdots & & \\ -y_9(t-1) & \cdots & -y_9(t-n_a) & u_9(t) & \cdots & u_9(t-n_b+1) \\ -y_1(t-2) & \cdots & -y_1(t-1-n_a) & u_1(t-1) & \cdots & u_1(t-n_b) \\ & & & \vdots & & \\ -y_9(t-n) & \cdots & -y_9(t-n-n_a) & u_9(t-n+1) & \cdots & u_9(t-n-n_b+2) \end{bmatrix}$$

其中， $n+1$  為一步領先輸出資料的長度，底標 1~9 代表 9 次不同的實驗數據。同樣利用多輸入多輸出 ARX 模型與 LSE 求得參數向量 $\theta$ ，經雙線性轉換可以得連續時間的轉移函數。

$$T_{11}(s) = \frac{7.517s^2 + 52.23s + 340}{s^2 + 11.21s + 55.33} \quad (33)$$

$$T_{12}(s) = \frac{2.326s^2 + 15.82s - 282.4}{s^2 + 11.21s + 55.33} \quad (34)$$

$$T_{21}(s) = \frac{22.55s + 75.59}{s^2 + 11.21s + 55.33} \quad (35)$$

$$T_{22}(s) = \frac{-17.87s - 64.55}{s^2 + 11.21s + 55.33} \quad (36)$$

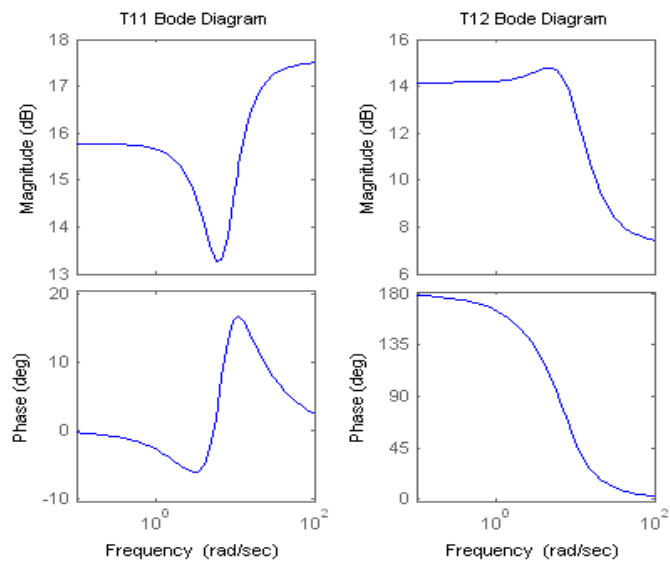


圖 39  $T_{11}(s)$ 、 $T_{12}(s)$ 之波德圖

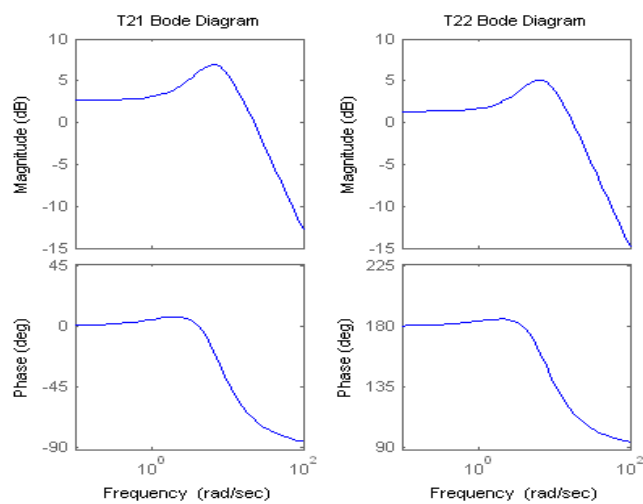


圖 40  $T_{21}(s)$ 、 $T_{22}(s)$ 之波德圖

由於本實驗平台為實車 1/10 比例縮小，故實驗平台的波德圖可以與圖 2、圖 3 中車速為 12m/s 之圖形相互參照，圖 40 中， $T_{21}(s)$ 之頻寬約為 3.66Hz， $T_{22}(s)$ 之頻寬約為 3.42Hz，兩系統頻寬皆大於一般車輛。

上述的轉移函數是同時估測 9 次實驗得到，應能代表車輛的動態行為，以下說明實驗車實驗結果。

實驗一：

使用附錄表 2 實驗 9 得到的輸入(感測器量測的前輪轉向角度 $\delta_f$ 、後輪轉向角度 $\delta_r$ 如圖 41)輸出(感測器量到的側向加速度 $a_y$ 、旋轉速度 $r$ )資料，將實驗量測得到的前、後輪角度資料代入(33)~(36)式估測側向加速度與旋轉速度，比較此筆實驗量測到的側向加速度與旋轉速度與使用(33)~(36)式得到的估測值，並計算其平均絕對值誤差。

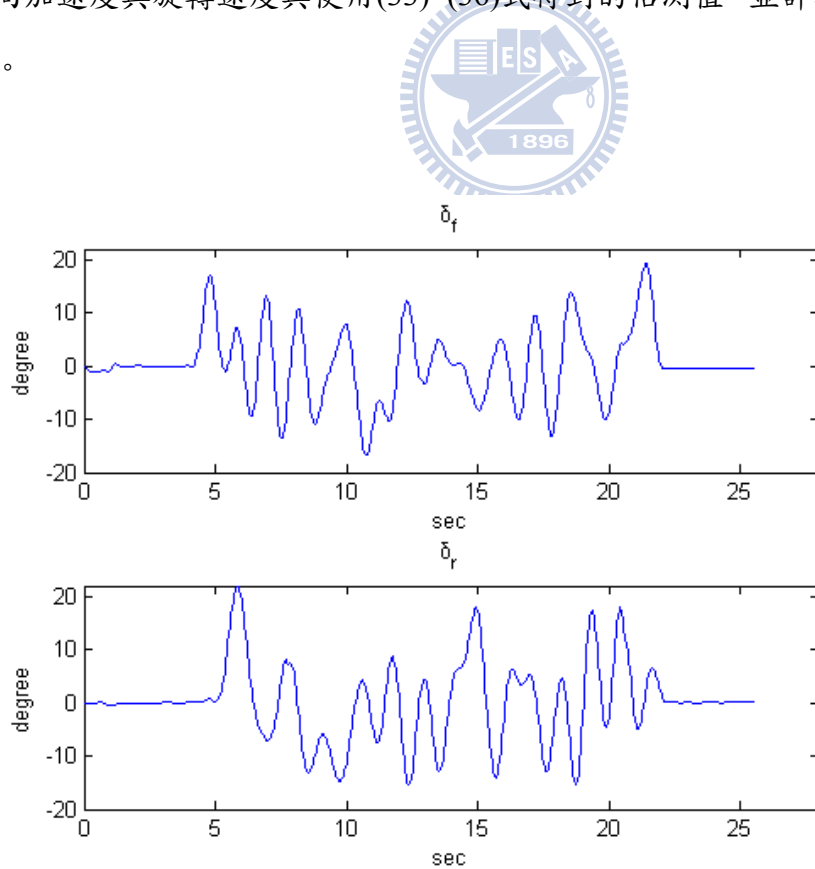


圖 41 感測器量測的前輪轉向角度

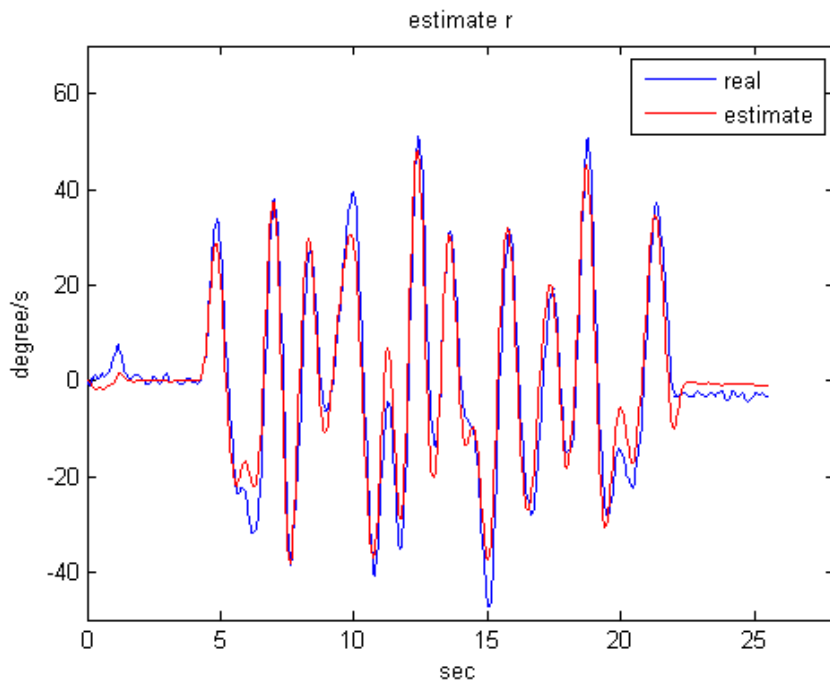


圖 42 旋轉速度實際值與估測值比較圖

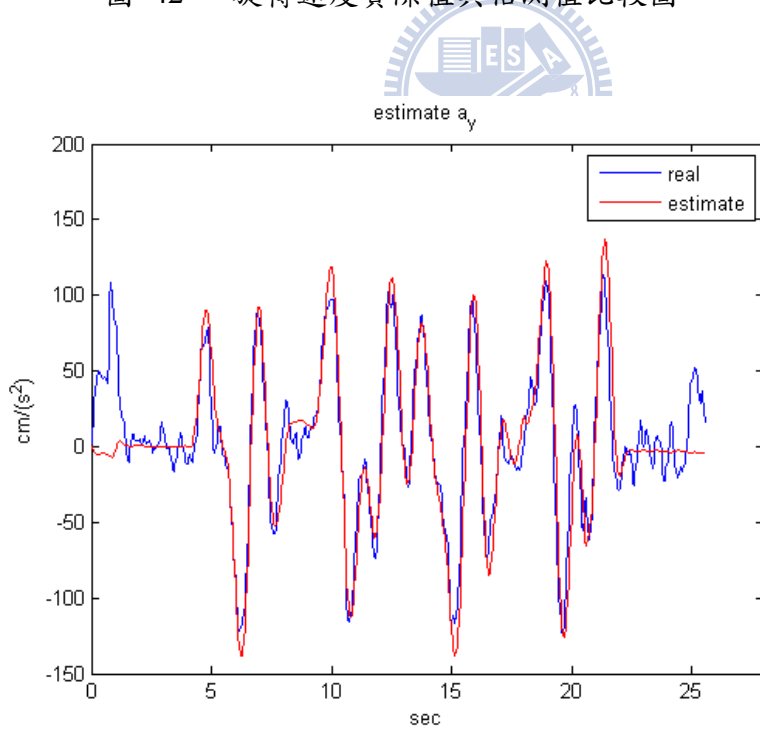


圖 43 側向加速度實際值與估測值比較圖

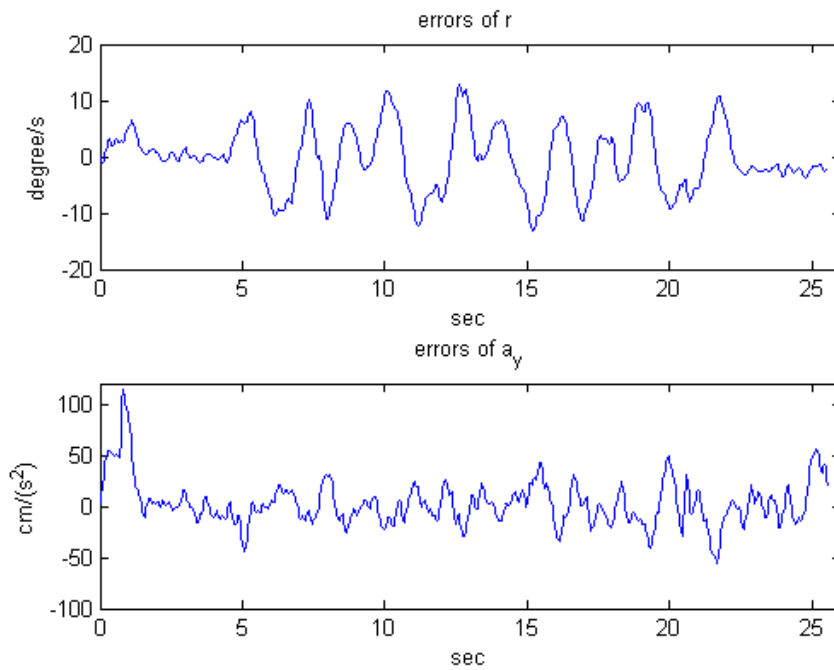


圖 44 旋轉速度與側向加速度之實驗值與估測值誤差

參照圖 42、43 可知，從 4 秒到 19 秒觀察實際值與估測值之相位部分大體一致，對照圖 44 可以發現，旋轉速度與側向加速度之誤差最大值多出現在實驗值波峰、波谷部分，於定速下，從 4 秒到 19 秒旋轉速度的平均絕對值誤差為  $4.73^{\circ}/s$ ，而側向加速度之平均絕對值誤差為  $12.1\text{cm}/s^2$ 。

實驗二：

當前、後輪的輸入轉向角度各改由一組不同的新輸入信號，如圖 33 前、後輪輸入角度與頻譜，通過前、後輪伺服機轉移函數之後將會得到新的輸入(感測器量測的前輪轉向角度 $\delta_f$ 、後輪轉向角度 $\delta_r$ 如圖 45)、新的輸出(感測器量到的側向加速度 $a_y$ 、旋轉速度 $r$ )資料，新的輸出(感測器量到的側向加速度 $a_y$ 、旋轉速度 $r$ )與使用新的輸入代入(33)~(36)式估測得到的側向加速度 $a_y$ 、旋轉速度 $r$ 作比較，並計算旋轉速度、側向加速度實驗值與估測值的平均絕對值誤差。

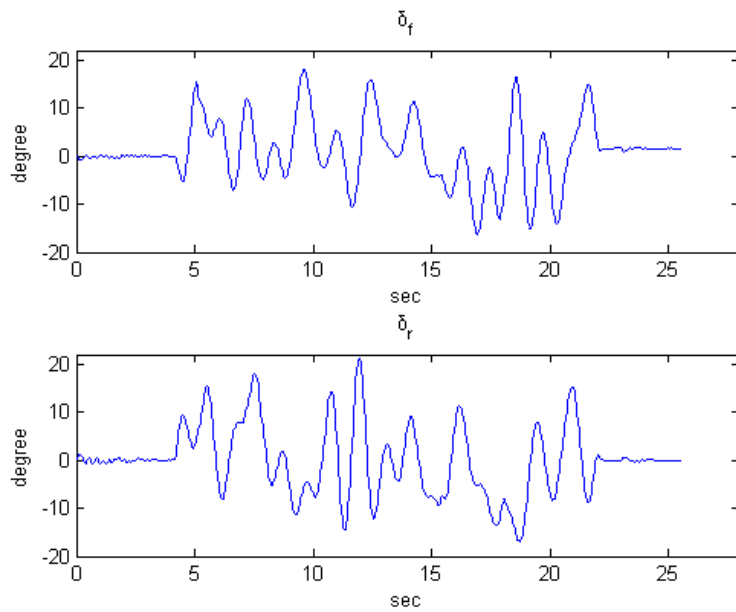


圖 45 新的轉向輸入實驗量測到的前、後輪轉向角度

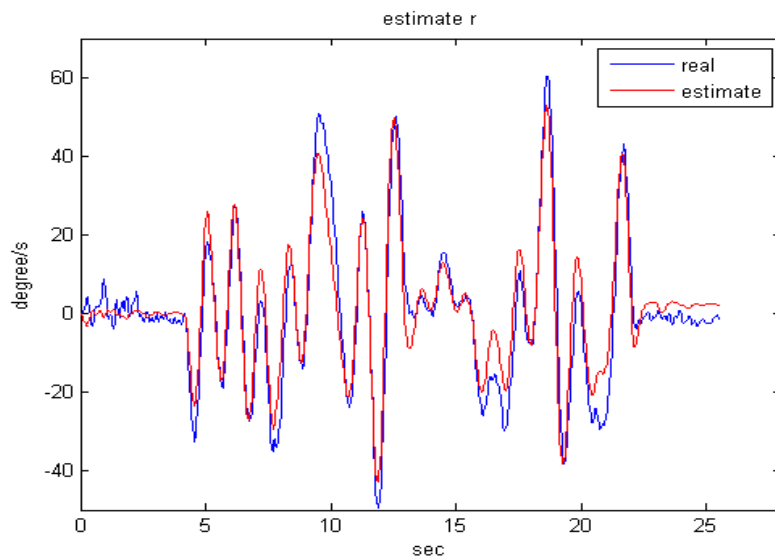


圖 46 旋轉速度實際值與估測值比較圖

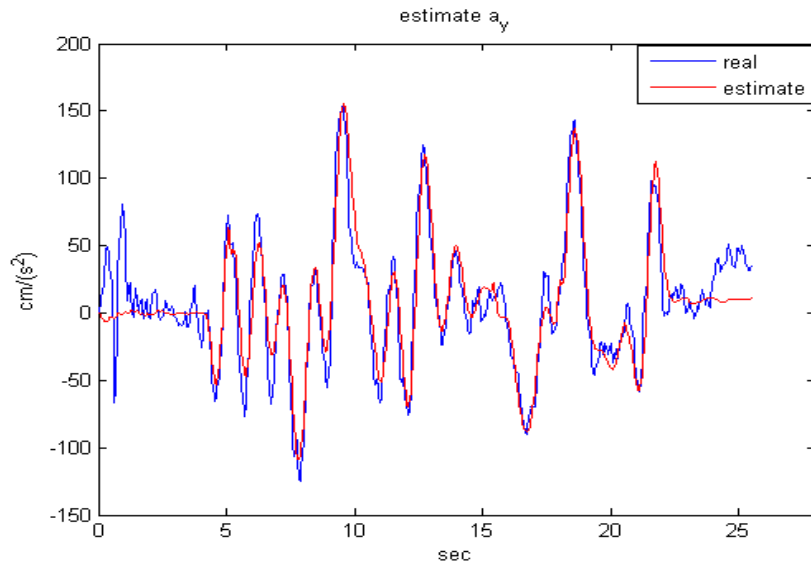


圖 47 側向加速度實際值與估測值比較圖

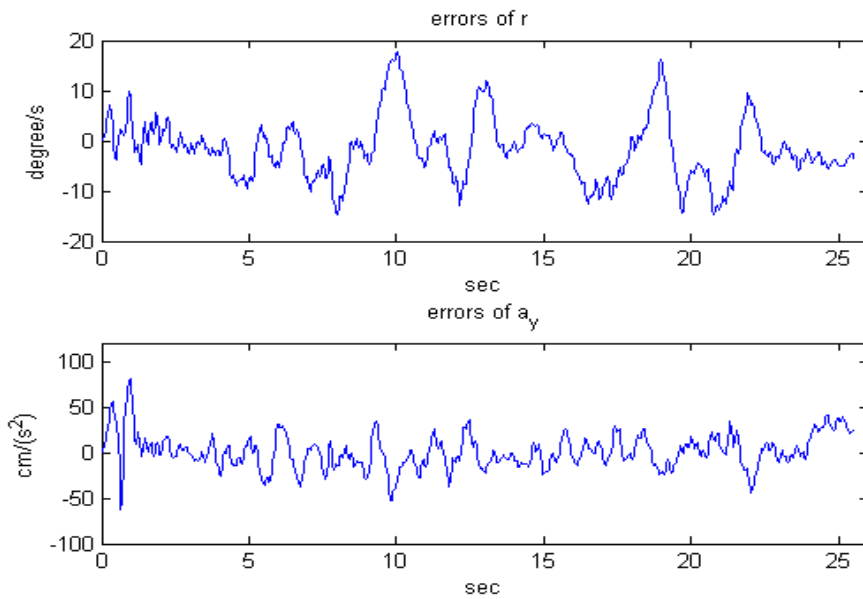


圖 48 旋轉速度與側向加速度之實驗值與估測值誤差

由圖 46、圖 47 可知，從 4 秒到 19 秒觀察實際值與估測值之相位部分大體一致，對照圖 48 可以發現，旋轉速度與側向加速度之誤差最大值仍然多出現在實驗值波峰與波谷部分，於定速下，從 4 秒到 19 秒旋轉速度的平均絕對值誤差為  $4.78^\circ/\text{s}$ 、側向加速度的平均絕對值誤差為  $12.83\text{cm}/\text{s}^2$ 。



表 10 實驗一、實驗二的旋轉速度、側向加速度的平均絕對值誤差

|     | 旋轉速度平均絕對值誤差 | 側向加速度平均絕對值誤差           |
|-----|-------------|------------------------|
| 實驗一 | 4.73°/s     | 12.1cm/s <sup>2</sup>  |
| 實驗二 | 4.78°/s     | 12.83cm/s <sup>2</sup> |
| 相差值 | 0.05°/s     | 0.73cm/s <sup>2</sup>  |

從實驗一與實驗二的相差值大小可發現，兩次實驗的旋轉速度平均絕對值誤差與側向加速度平均絕對值誤差彼此差距不大，而且觀察多筆實驗後，情況大概都有類似的情形，因此選擇(33)~(36)式為代表車輛的數學模型，可代表實驗車的動態特性。



## 第五章 控制系統架構

本章將使用第四章求得代表前、後輪伺服機與實驗車數學模型來設計控制系統，設計完成的控制系統可使實驗平台於定速行駛時，其側向加速度與旋轉速度可以跟隨一組給定的參考訊號。為了方便設計控制系統，於 5.1 節中，將原本為多輸入多輸出的車輛轉移函數解耦合為兩個單輸入單輸出的模型。本章節中，實驗的取樣時間間隔皆為 0.04 秒，而此章節控制器驗證的相關實驗中，必須回授陀螺儀與加速度計之取樣值，經控制器計算後將發送週期為 0.008 秒的 PWM 訊號控制前、後輪轉向伺服機，與第四章所使用的取樣時間間隔一致。

### 5.1 控制迴路的解耦合

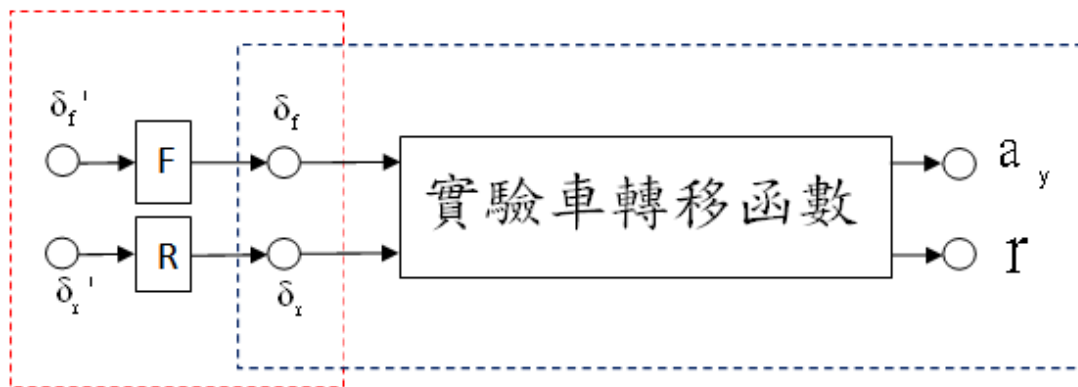


圖 49 紅色虛線部分為伺服機的輸入輸出關係  
藍色虛線部分為實驗車的輸入輸出關係

參照 49 提供轉移函數的輸出輸入關係，回顧 4.3 節前、後輪轉向伺服機的轉移函數：

$$F(s) = \frac{0.004931s^2 + 0.4931s + 12.33}{s^2 + 2.507s + 17.4} \quad (37)$$

$$R(s) = \frac{0.005277s^2 + 0.5277s + 13.19}{s^2 + 1.623s + 14.78} \quad (38)$$

回顧 4.5 節實驗車的轉移函數：

$$T_{11}(s) = \frac{7.517s^2 + 52.23s + 340}{s^2 + 11.21s + 55.33} \quad (39)$$

$$T_{12}(s) = \frac{2.326s^2 + 15.82s - 282.4}{s^2 + 11.21s + 55.33} \quad (40)$$

$$T_{21}(s) = \frac{22.55s + 75.59}{s^2 + 11.21s + 55.33} \quad (41)$$

$$T_{22}(s) = \frac{-17.87s - 64.55}{s^2 + 11.21s + 55.33} \quad (42)$$

$$a_y = T_{11}(s)\delta_f + T_{12}(s)\delta_r \quad (43)$$

$$r = T_{21}(s)\delta_f + T_{22}(s)\delta_r \quad (44)$$

$$\delta_f = F(s)\delta_f' \quad (45)$$

$$\delta_r = R(s)\delta_r' \quad (46)$$

結合(43)~(46)式可得到

$$a_y = T_{11}(s)F(s)\delta_f' + T_{12}(s)R(s)\delta_r' \quad (47)$$

$$r = T_{21}(s)F(s)\delta_f' + T_{22}(s)R(s)\delta_r' \quad (48)$$



$$\text{令 } T_{11}'(s) = T_{11}(s)F(s)$$

$$T_{12}'(s) = T_{12}(s)R(s)$$

$$T_{21}'(s) = T_{21}(s)F(s)$$

$$T_{22}'(s) = T_{22}(s)R(s)$$

則(47)、(48)可寫成

$$a_y = T_{11}'(s)\delta_f' + T_{12}'(s)\delta_r' \quad (49)$$

$$r = T_{21}'(s)\delta_f' + T_{22}'(s)\delta_r' \quad (50)$$

前、後輪轉向角度對於側向加速度與旋轉速度皆為多輸入多輸出系統，為了便於控制器設計，將(49)、(50)式解耦合為兩個單輸入單輸出系統。

$$\text{令 } \delta_f' = -\frac{T_{12}'(s)}{T_{11}'(s)} \delta_r' + \Delta_1 \quad (51)$$

將(51)代入(49)式，

$$\begin{aligned} a_y &= T_{11}'(s) \left( -\frac{T_{12}'(s)}{T_{11}'(s)} \delta_r' + \Delta_1 \right) + T_{12}'(s) \delta_r' \\ &= T_{11}'(s) \Delta_1 \end{aligned} \quad (52)$$

則新的輸入 $\Delta_1$ 對側向加速度 $a_y$ 為單輸入單輸出系統。

將(51)代入(50)式，

$$\begin{aligned} r &= T_{21}'(s) \left( -\frac{T_{12}'(s)}{T_{11}'(s)} \delta_r' + \Delta_1 \right) + T_{22}'(s) \delta_r' \\ &= T_{21}'(s) \Delta_1 + \frac{T_{22}'(s)T_{11}'(s) - T_{12}'(s)T_{21}'(s)}{T_{11}'(s)} \delta_r' \\ &= T_{21}'(s) \Delta_1 + T_R'(s) \delta_r' \end{aligned}$$

$$\text{其中， } T_R'(s) = \frac{T_{22}'(s)T_{11}'(s) - T_{12}'(s)T_{21}'(s)}{T_{11}'(s)}$$

$$\text{令 } \delta_r' = -\frac{T_{21}'(s)}{T_R'(s)} \Delta_1 + \Delta_2 \quad (53)$$

$$\begin{aligned} r &= T_{21}'(s) \Delta_1 + T_R'(s) \left( -\frac{T_{21}'(s)}{T_R'(s)} \Delta_1 + \Delta_2 \right) \\ &= T_R'(s) \Delta_2 \end{aligned} \quad (54)$$

則新的輸入 $\Delta_2$ 對旋轉速度 $r$ 為單輸入單輸出系統。

由(52)、(54)式可知，系統解耦合為：

$$\begin{bmatrix} a_y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}'(s) & 0 \\ 0 & T_R'(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \quad (55)$$

將(53)代入(51)式，

$$\begin{aligned} \delta_f' &= -\frac{T_{12}'(s)}{T_{11}'(s)} \left( -\frac{T_{21}'(s)}{T_R'(s)} \Delta_1 + \Delta_2 \right) + \Delta_1 \\ &= \left( 1 + \frac{T_{12}'(s)T_{21}'(s)}{T_{11}'(s)T_R'(s)} \right) \Delta_1 - \frac{T_{12}'(s)}{T_{11}'(s)} \Delta_2 \end{aligned} \quad (56)$$

由(53)、(56)式可知

$$\begin{bmatrix} \delta_f' \\ \delta_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{T_{12}'(s)T_{21}'(s)}{T_{11}'(s)T_R'(s)} & -\frac{T_{12}'(s)}{T_{11}'(s)} \\ -\frac{T_{21}'(s)}{T_R'(s)} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \quad (57)$$

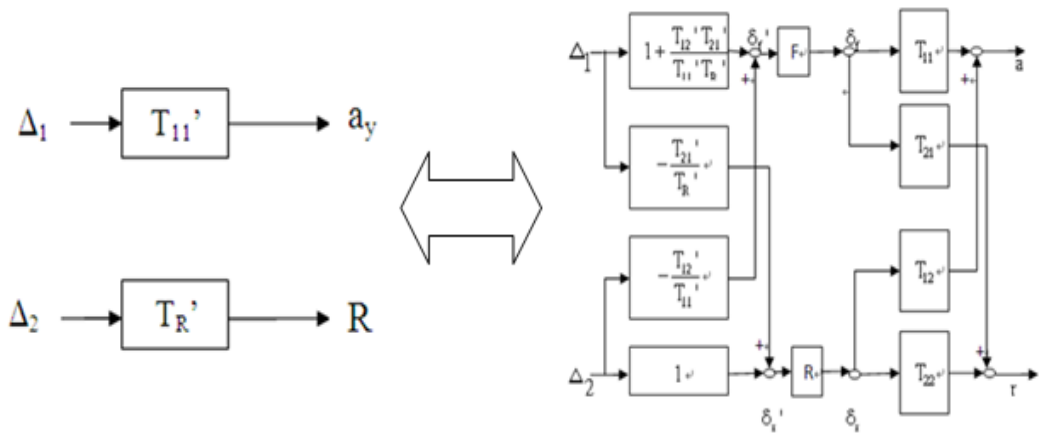


圖 50 兩個等效方塊圖。左圖為輸入輸出解耦合的結果，右圖為輸出輸入實際的關係

上圖中兩個單輸入單輸出迴路分別稱為側向加速度迴路與旋轉速度迴路。

## 5.2 控制回授迴路

此節說明控制回授迴路，由於感測器量測時會有雜訊，會影響控制系統的設計，因此在此設計控制回授路徑的過程中必須考慮排除雜訊的影響，這將有助於後續的控制器設計。

### 5.2.1 靜態實驗

靜態實驗的方式為量測實驗平台靜止狀態下，即前、後輪轉向角度、車輛旋轉速度與側向加速度理論值為零時，感測器的輸出數據，藉此了解陀螺儀、加速度計與兩個角度電位檢測計的精準度，若感測器輸出值與理論值差距越大，則表示此感測器的精準度較差。

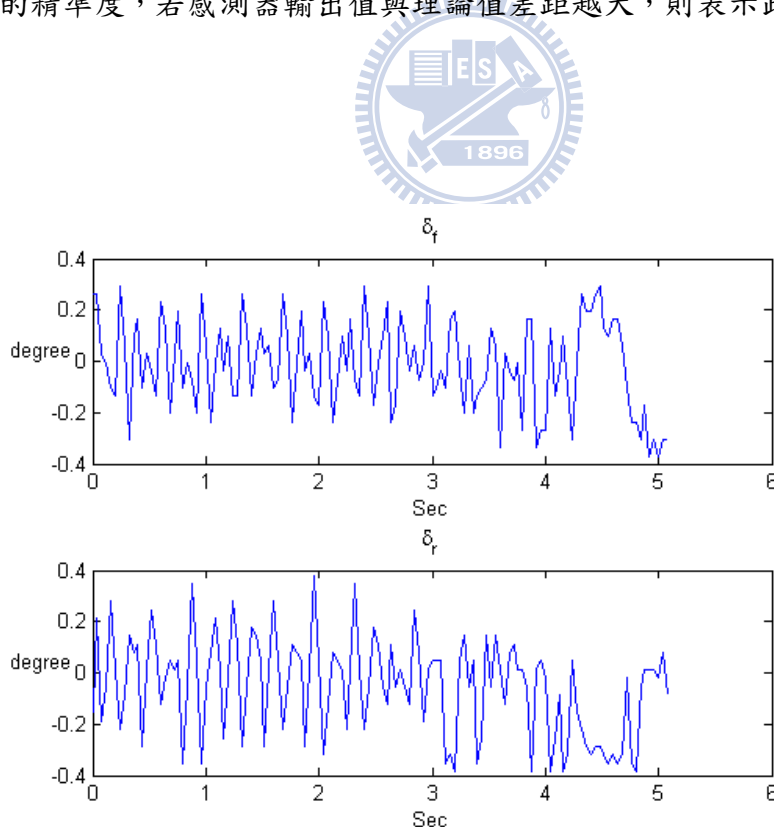


圖 51 前、後輪角度電位檢測計靜態下的輸出

實驗的取樣時間間隔為 0.04 秒，於靜止狀態下，前輪的角度電位檢測計輸出範圍約正負 0.4 度，後輪角度電位檢測計輸出約在正負 0.4 度之間。

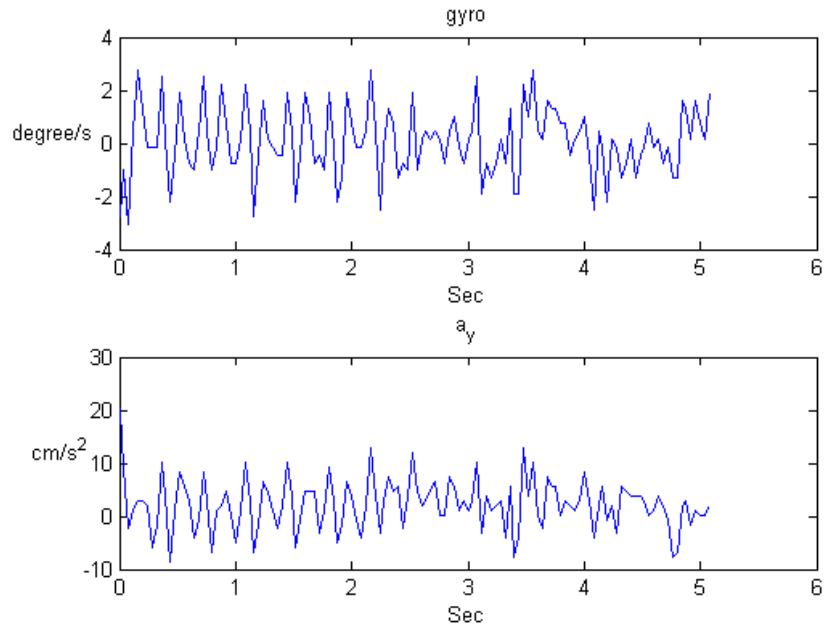


圖 52 陀螺儀與加速度計於靜態下的輸出

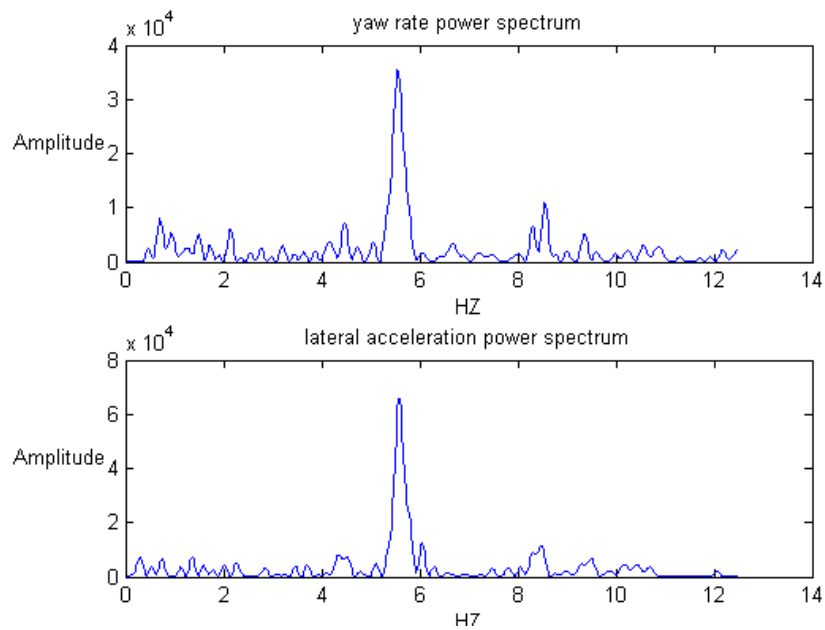


圖 53 陀螺儀與加速度計於靜態下輸出的頻譜

陀螺儀於靜態下輸出範圍約正負 4 度/秒，而加速度計量得的側向加速度輸出約在正負  $20\text{cm/s}^2$  之間。由圖 53 可知陀螺儀靜態輸出之頻率較集中於低頻部分，而加速度計靜態輸出之頻率較雜亂，這兩顆感測器輸出值將回授至後續設計的控制器運算。

### 5.2.2 帶通濾波器設計

5.1 節中，代表實驗平台的轉移函數解耦合為兩個單輸入單輸出系統，於此小節介紹兩個系統回授迴路設計，當控制器設計完成將使閉迴路系統穩定。下圖為控制系統架構。

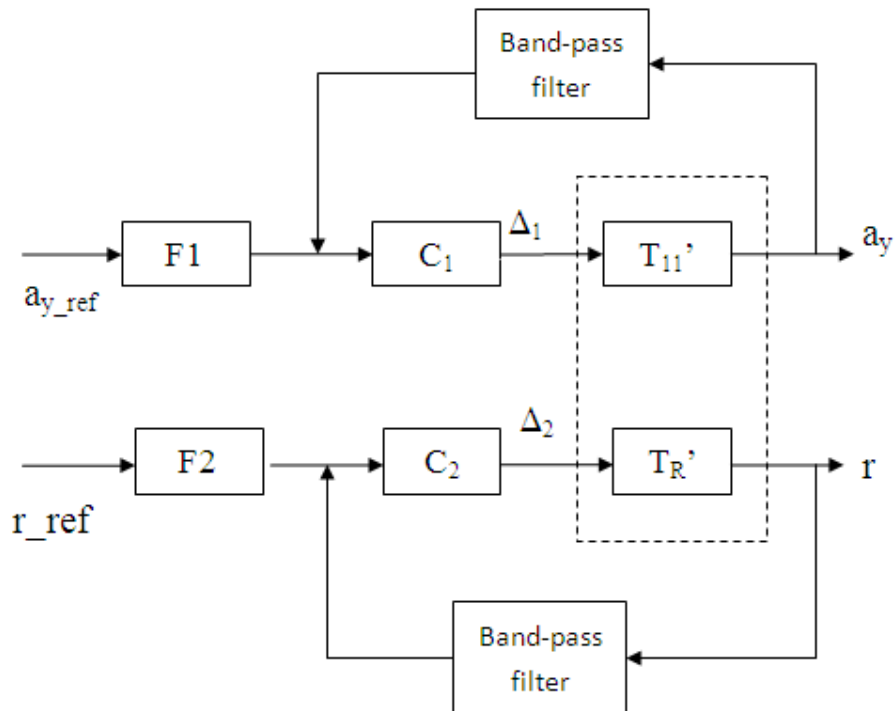


圖 54 控制系統方塊圖

為了避免控制器算得的前、後輪轉向角度大於硬體限制( $\pm 30$ 度)，故設定前後輪轉向角度大於 $\pm 30$ 度時，轉角則維持在 $\pm 30$ 度，稱為轉向飽和角度。

回授迴路為何使用帶通濾波器？回顧第三章(18)、(19)式， $V_{ref}$ 理論上是一常數值，但是通常會有角度誤差，因此在本研究中使用車輛處於靜態下感測器輸出的平均值 $V_{av}$ ，但



是如果 $V_{av}$ 值不夠精確，由(18)、(19)式算出的旋轉速度與側向加速度則帶有偏差值，此偏差值在整個控制流程中類似低頻雜訊，造成前、後輪轉向角度飽和。

為了避免 $V_{av}$ 計算的偏差造成致動器飽和，將側向加速度迴路與旋轉速度迴路中，回授路徑上的低通濾波器改用帶通濾波器取代。Bandpass filter 為置於側向加速度迴路與的旋轉速度迴路帶通濾波器，通過頻率 0.25Hz~1.5Hz，增益為 0db，分別於 0.04Hz 降至 -50db 與、4.0Hz 增益降至 -30db。帶通濾波器的截止頻率是由多次實驗結果決定，使其能在低頻與高頻排除雜訊的影響。

Bandpass filter =

$$\frac{8.822 \times 10^{-20} s^6 + 1.371 \times 10^{-17} s^5 - 1.345 \times 10^{-15} s^4 + 618.8 s^3 - 1.972 \times 10^{-11} s^2 + 7.134 \times 10^{-11} s - 2.53 \times 10^{-10}}{s^6 + 17.04 s^5 + 190.2 s^4 + 1130 s^3 + 2850 s^2 + 3828 s + 3366}$$

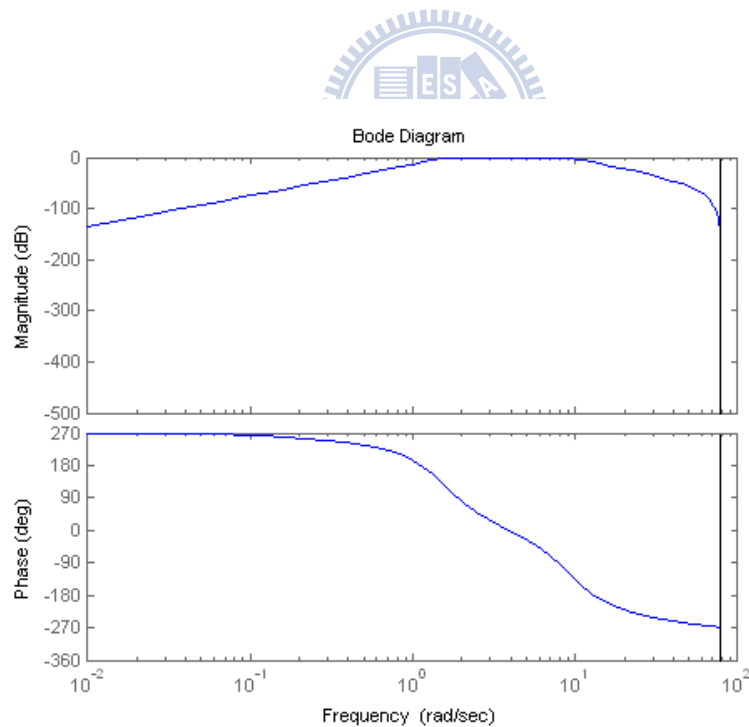


圖 55 Band-Pass filter 的波德圖

回授控制器 $C_1(s)$ 、 $C_2(s)$ 與前饋控制器 $F_1(s)$ 、 $F_2(s)$ 之設計將於下一章實驗部份介紹。

## 第六章 車輛道路避障軌跡的設計與實驗

本章將會呈現控制器與道路避障實驗的結果。實驗車以等速度行駛於車道，遇到前方不遠處有障礙物阻擋，在不減速的情況下變換車道閃過障礙物。參照圖 56 為車輛道路避障軌跡的概念圖，希望車輛能夠跟隨避障軌跡躲避如實驗車一般大小的障礙物。本章在 6.1 節介紹如何設計一條車輛在道路上行駛時可以躲避障礙物的路徑，6.2 節利用感測器量到的資料，求得實際在道路上行駛的軌跡，6.3 節車輛道路避障軌跡之控制器設計與實驗，以及實驗結果討論。

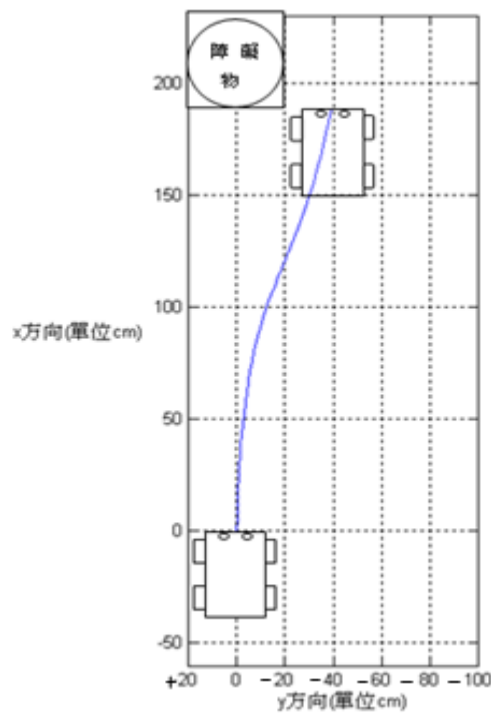


圖 56 車輛道路避障的概念圖

## 6.1 車輛道路避障軌跡的設計

參照圖 57 利用實驗車模擬車輛躲避障礙物的路徑，當實驗車以大約等速度 120cm/s 運動前進，在實驗車車道前方有一固定障礙物，駕駛人看到障礙物後，藉由轉動方向盤變換車道避免撞擊，達成躲避障礙物目的。在實驗車的路徑設計過程中，由於實際上一般汽車寬度約 1.7 公尺、道路寬度不可小於 3 公尺，實驗車寬度大約等於 38.5 公分，如果視其為真實的車輛，依比例來看，對比於實驗車的車道寬度約為 68 公分。實驗時為了順利閃過障礙物，要求在接近障礙物的橫向水平面，車子與障礙物的橫向距離至少一個車輛寬度，避免相撞。

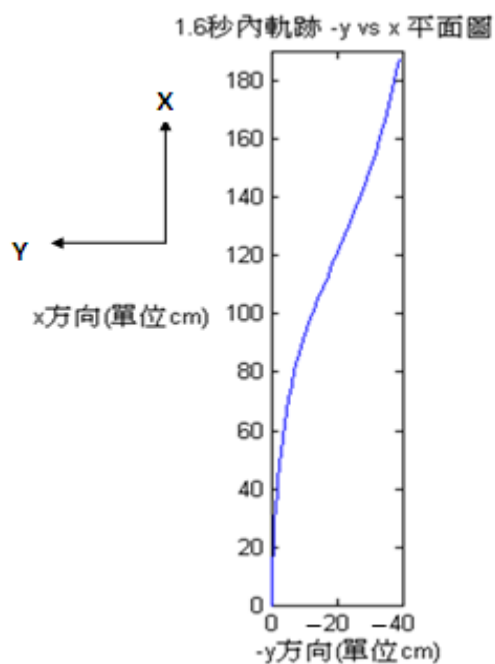


圖 57 軌跡平面圖

當實驗車一打開 DSP F2812 電源，然後操縱搖控器使車子從靜止到啟動後往前行走，實驗設計車子先走直線運動，在第 6 秒時車輛軌跡開始執行，如上圖所示，車輛在 1.6 秒內從原點橫向移動 39.07 cm、縱向移向 188.3 cm，車輛控制一般是以圖 58 中的 X、Y 方向為正，後續介紹座標系以此為準則。由於實驗車為十分之一的模型車，當放大為實

際大腳車，可視為在 1.6 秒內從原點橫向移動 390.7 cm(3.9m)、縱向移向 1883 cm(18.83m)。當設計軌跡時，假設車輛側滑角為零( $\beta = 0$ )，代表車子運動方向與車頭方向相同，使駕駛人操縱車輛更穩定地跟隨著軌跡運行。在側滑角為零( $\beta = 0$ )條件下，設計軌跡 x-y 平面之圖形如圖 57，車輛變換車道速度等同等速圓周運動的切線速度亦即車速 1.2m/s；考量一般車子動態頻率不超過 1Hz，設計軌跡將在此限制條件下。除此之外一般車子側向加速度不會超過 1g(重力加速度 980cm/s)，實驗車實際上為大小十分之一的大腳車，對實驗車而言，側向加速度將不超過重力加速度 98cm/s。

以下為車輛道路躲避障礙物軌跡的設計以及依這軌跡運行所產生相對應的側向加速度、旋轉速度：

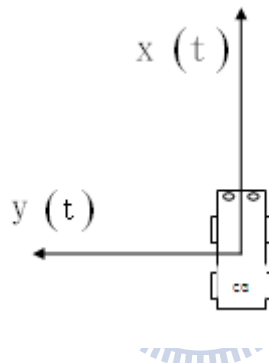


圖 58 x(t)、y(t)方向為正

$$\text{令 } y(t) = \frac{-0.48}{1+e^{(-3.5t+4)}} \quad (58)$$

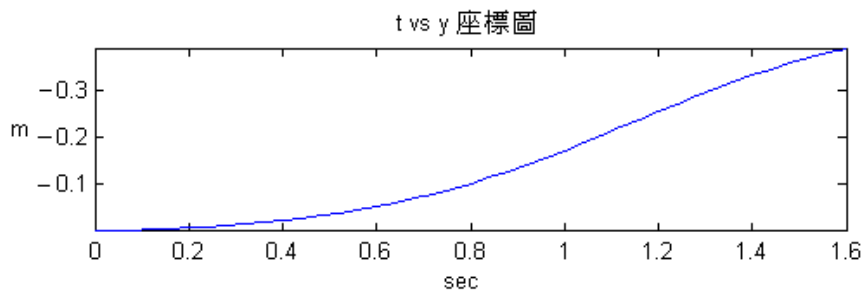


圖 59 在 1.6 秒內避障軌跡橫向移動距離

上式主要是代表車輛在 1.6 秒的時間內在負 y 軸的方向，移動 0.3907 公尺，而且此軌跡為平滑曲線，處處可微分。

$$v(t) = \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} = v_{\text{const.}} = 1.2 \text{ m/s} \quad (59)$$

將(58)式代進(59)式，可求得

$$x(t) = \frac{1}{120} \left( -(875y^2(t) + 420y(t) + 144)(875y^2(t) + 420y(t) - 144) \right)^{1/2} \left( \frac{8}{7} - \frac{2}{7} \ln \left( \frac{-12-25y(t)}{25y(t)} \right) \right) \quad (60)$$

從(58)、(60)式即可求得圖 57 的軌跡

$$\rho = \frac{\left( 1 + \left( \frac{dx}{dy} \right)^2 \right)^{3/2}}{\frac{d^2x}{dy^2}} \quad (61)$$

$\rho$  為曲率半徑，(61)式為曲率半徑公式，由(61)、可得到

因為  $\beta = 0$ ，則  $v_x = v_{\text{const.}} = 1.2 \text{ m/s}$ 、 $v_y = 0$

$$a_y = \frac{v^2}{\rho} = \frac{v_{\text{const.}}^2}{\rho} \quad (62)$$

(62)式為等速圓周運動的向心加速度公式，由(61)式代入求得車輛側向加速度  $a_y$

$$a_y = v_x r + \dot{v}_y \quad (63)$$

上式為車輛側向加速度與旋轉速度的關係式

因為  $\beta = 0$ ，則  $v_x = v_{\text{const.}} = 1.2 \text{ m/s}$ 、 $v_y = 0$  代入(63)式

$$\text{上式可得 } r = \frac{a_y}{v_x} = \frac{a_y}{v_{\text{const.}}} \quad (64)$$

由(64)式可求得車輛旋轉速度

圖 60、61 為 1.6 秒內軌跡的側向加速度、旋轉速度參考輸入與頻譜分析。兩者頻譜最大值位於 0.6348Hz。軌跡在 1.6 秒內的側向加速度數值大小範圍從 -83.33~49.42cm/s<sup>2</sup>，側向加速度不會超過 98cm/s<sup>2</sup>(一般車子側向加速度不會超過 1g(重力加速度)，實驗車為真實世界大腳車的十分之一，1g=980cm/s<sup>2</sup>的十分之一)，旋轉速度數值大小範圍從 -38.83~23.6°/s。

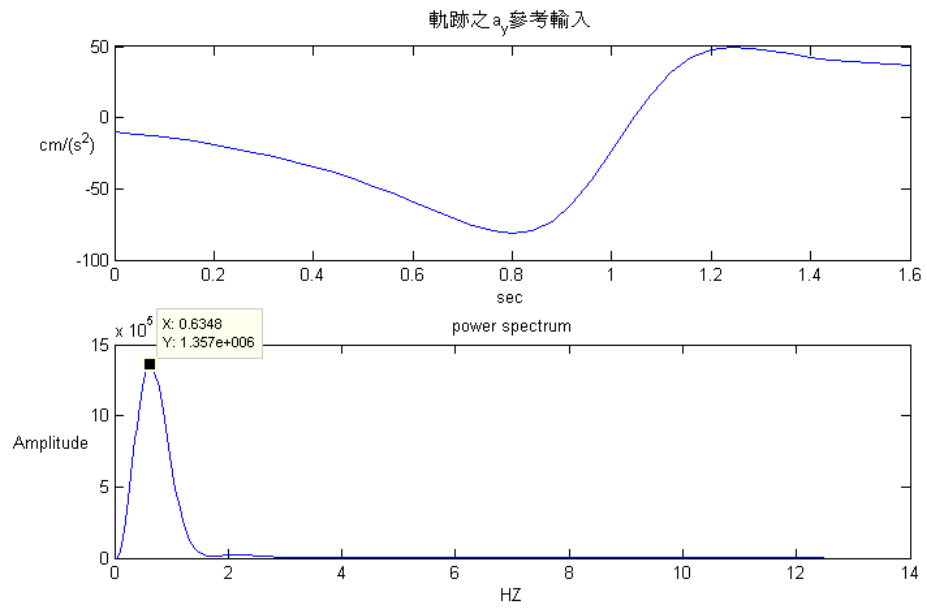


圖 60 軌跡的側向加速度參考輸入與頻譜

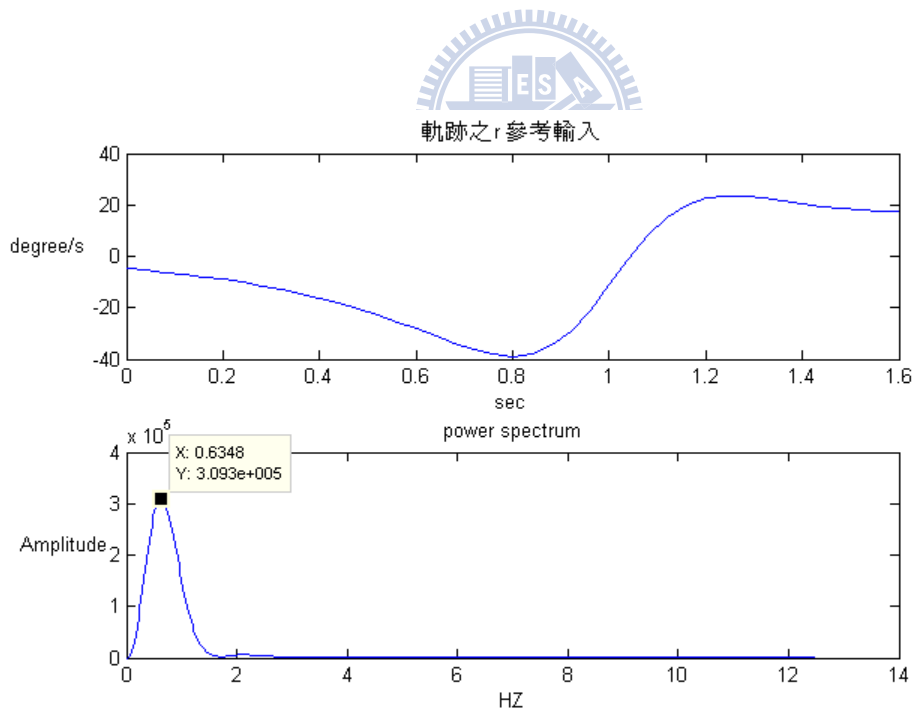


圖 61 軌跡的旋轉速度參考輸入與頻譜

## 6.2 車輛道路避障軌跡的路徑估測

由於實驗車並沒有裝設 GPS 座標定位儀器，想要知道實驗車的運動軌跡，可使用感測器量測到的側向加速度與旋轉速度資料，藉著運動方程式的計算可獲得實驗車所走的路徑。

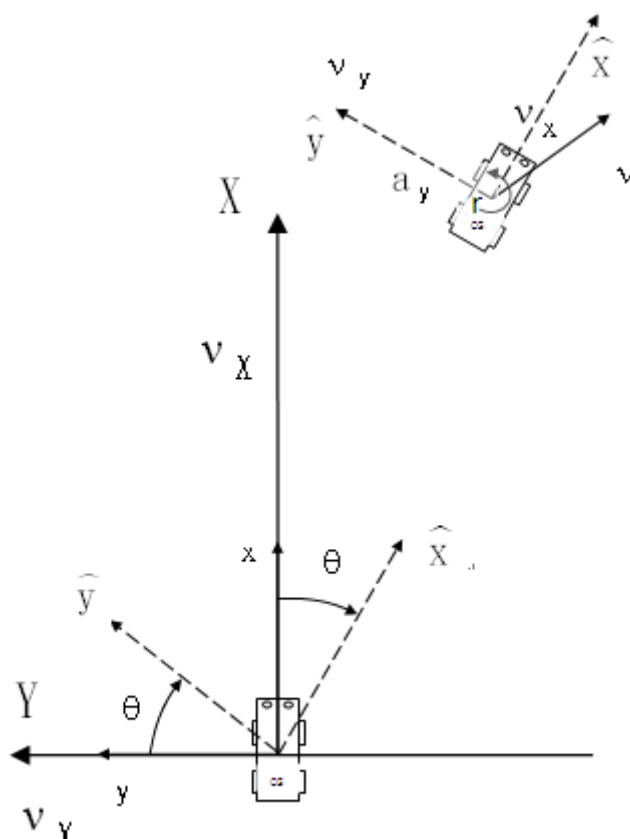


圖 62 以固定於地上的座標系記述運動

上圖的符號說明：CG 為重心，XY 為以固定於地上的座標系記述車輛運動，車輛起始位置的前後方向為  $x$ ，與其垂直的方向為  $y$ ，固定於車輛的座標系為  $xy$  平面；車輛運動位置的前後方向為  $\hat{x}$ ，與其垂直的方向為  $\hat{y}$ ，固定於車輛的座標系為  $\hat{x}\hat{y}$  平面， $v$  為車輛速度， $v_x$  為車輛直行速度 1.2m/s， $v_y$  為車輛側向速度， $a_y$  為車輛側向加速度， $r$  為車輛旋轉速度， $\theta$  為  $x$  與  $\hat{x}$  的夾角、 $y$  與  $\hat{y}$  的夾角。

$a_y$ 、 $r$ 以圖 62 所示方向為正，XY平面、 $\hat{x}\hat{y}$ 平面也是以圖 62 所示方向為正。

參照圖 62，推導運動方程式如下所示，由於車輛軌跡是往右，側向加速度、側向速度是往右，因此在(65)、(66)式車子的側向加速度 $a_y > 0$ 、側向速度 $v_y > 0$ ，前面要加代表反方向的負號。

$$\vec{a} = a_x \hat{x} - a_y \hat{y} = 0 - a_y \hat{y} = -a_y \hat{y} \quad (65)$$

$$\vec{v} = v_x \hat{x} - v_y \hat{y} \quad (66)$$

$$a_y = \dot{v}_y + r v_x \quad (67)$$

上式已知 $a_y$ 、 $r$ 、 $v_x$ 則

$$\dot{v}_y = a_y - r v_x \quad (68)$$

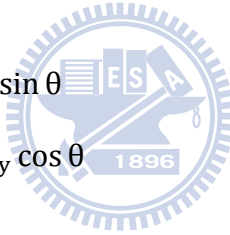
$$\text{上式可得 } v_y = \int \dot{v}_y dt \quad (69)$$

$$\text{又因為 } r = \dot{\theta}(t), \text{ 則 } \theta(t) = \int r dt \quad (70)$$

參照圖 62，XY 平面可得

$$v_x = v_x \cos \theta - v_y \sin \theta = 1.2 \cos \theta - v_y \sin \theta \quad (71)$$

$$v_y = -v_x \sin \theta - v_y \cos \theta = -1.2 \sin \theta - v_y \cos \theta \quad (72)$$



由(69)、(70)代入(71)、(72)式，可得到 $v_x(t)$ 、 $v_y(t)$

$$v_x(t) = 1.2 \cos(\int r dt) + (\int \dot{v}_y dt) \sin(\int r dt) \quad (73)$$

$$v_y(t) = -1.2 \sin(\int r dt) - (\int \dot{v}_y dt) \cos(\int r dt) \quad (74)$$

由(73)、(74)式可得 $X(t)$ 、 $Y(t)$

$$X(t) = \int v_x(t) dt = \int (1.2 \cos(\int r dt) + (\int \dot{v}_y dt) \sin(\int r dt)) dt \quad (75)$$

$$Y(t) = \int v_y(t) dt = \int (-1.2 \sin(\int r dt) - (\int \dot{v}_y dt) \cos(\int r dt)) dt \quad (76)$$

由(75)、(76)式即可得出XY平面座標。



### 6.3 車輛道路避障軌跡之控制器設計與實驗

本節利用第五章的控制系統架構，設計控制器使控制系統穩定並且完成避障實驗。為了達成避障目的，控制器將使實驗車能跟隨車輛道路避障軌跡的側向加速度、旋轉速度，實現可以躲避障礙物的實驗。

控制系統架構如下圖，可分為上半部的側向加速度迴路以及下半部的旋轉速度迴路， $C_1$ 、 $C_2$ 為系統迴路控制器， $F_1$ 、 $F_2$ 為系統前饋控制器，參考輸入信號為側向加速度、旋轉速度，為了使側向加速度迴路輸出 $a_y$ 能夠跟隨 $a_{y\_ref}$ ，旋轉速度迴路輸出 $r$ 能夠跟隨 $r\_ref$ ，必須適當地設計 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $F_1$ 、 $F_2$ 使系統穩定而且達成期望的目的。

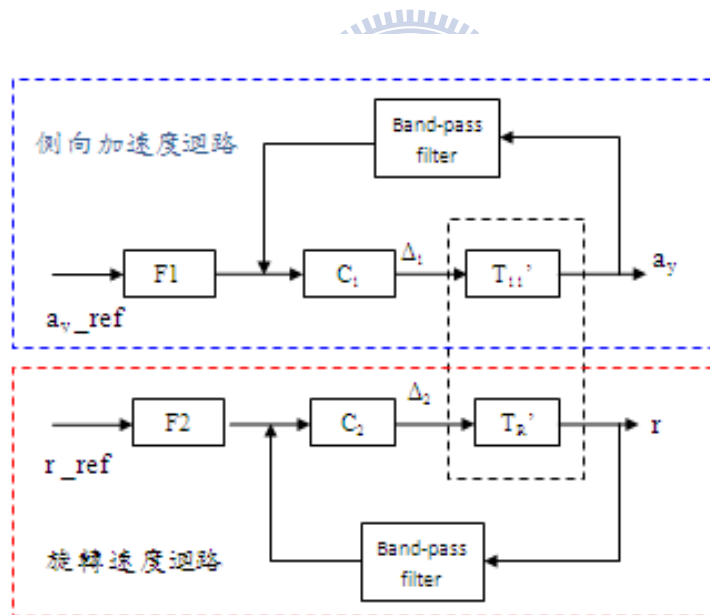


圖 63 車輛控制系統架構

車子在 0~6 秒 DSP F2812 電源打開，程式隨著電源的啟動開始運作，搖控器控制實驗車從靜止到等速度直線運動，在第 6 秒時程式所寫的车辆道路避障軌跡開始提供側向加速度、旋轉速度參考輸入，實驗車在第 6 秒以後根據設計的控制系統做避障的動作。模擬與道路避障實驗討論的軌跡都是在第 6 秒之後的實驗車動態運動。

以下分為實驗一與實驗二討論，實驗一、二可觀察道路避障實驗得到的實驗資料與 6.1 節設計的避障軌跡得到的參考輸入，實驗一的目的主要是希望設計完成的控制器實作實驗能夠完全跟隨參考輸入，但是從實驗一結果，可觀察側向加速度迴路的暫態響應會優於旋轉速度迴路，因側向加速度迴路的控制器設計會比旋轉速度迴路簡易，期望的避障軌跡之側向加速度會比較容易達成，旋轉速度則較難跟隨軌跡的參考輸入，因此必須設法調整回授控制器  $C_1$ 、 $C_2$  回饋控制器  $F_1$ 、 $F_2$  達到避障效果。實驗二則可根據實驗一的觀察分析設計新的控制器，完成車輛避障的實驗成果。

實驗的分析主要是實驗車 DSP F2812 電源啟動 6 秒之後的軌跡資料，因為前 6 秒為實驗車走直線，較不重要。



### 6.3.1 實驗一

控制器設計：

設計好的控制器期望在 1.6 秒內達成避障的目的。設計如下：

側向加速度迴路：

$$\text{前饋控制器 } F_1 = 4.9, \text{ 回授控制器 } C_1 = 0.03 \frac{(1+0.31s)(1+0.31s)}{(1+0.024s)(1+0.035s)}$$

旋轉速度迴路：

$$\text{前饋控制器 } F_2 = -\frac{0.19827}{(1+5s)}, \text{ 回授控制器 } C_2 = 8.38 \frac{(1+1.5s)(1+1.5s)}{(1+0.0042s)(1+0.079s)}$$

此節基於簡化圖形方便說明，將參考輸入、實驗之側向加速度、旋轉速度與軌跡圖形放在一起作比對。控制器的設計主要是針對 6~7.6 秒這 1.6 秒的範圍做避障控制。

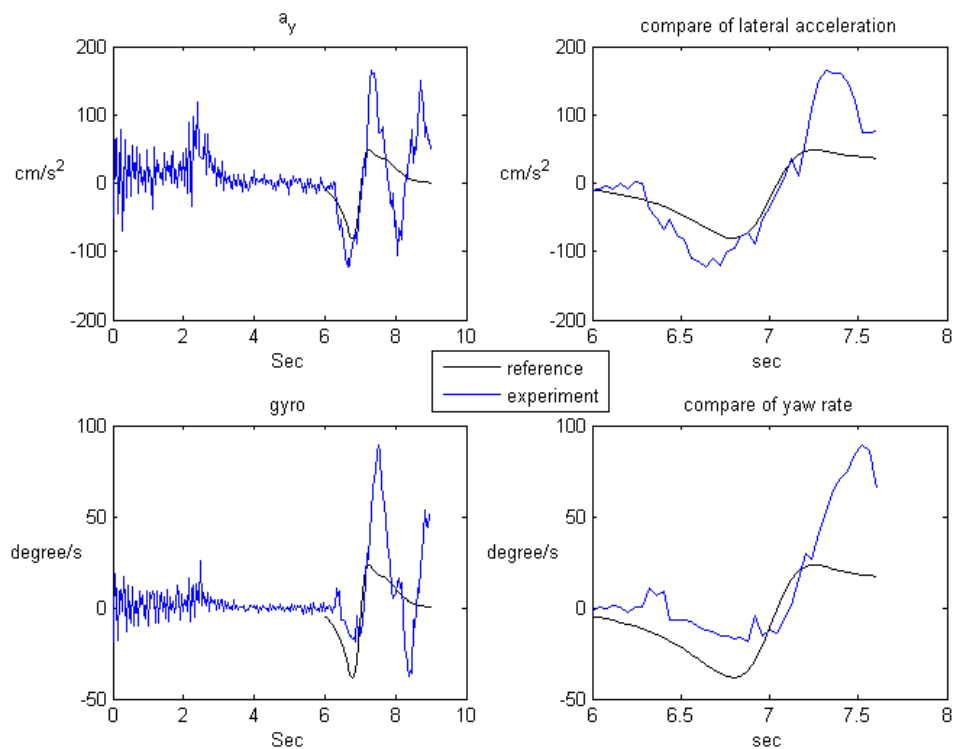


圖 64 左圖為 0~9 秒參考輸入與實驗之側向加速度、旋轉速度  
右圖為 6~7.6 秒參考輸入與實驗之側向加速度、旋轉速度

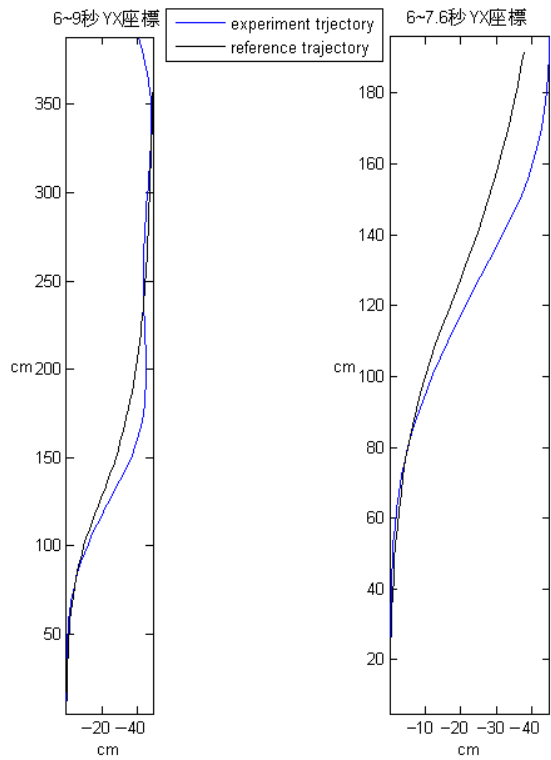


圖 65 左圖為 6~9 秒參考輸入與實驗之軌跡  
右圖為 6~7.6 秒參考輸入與實驗之軌跡

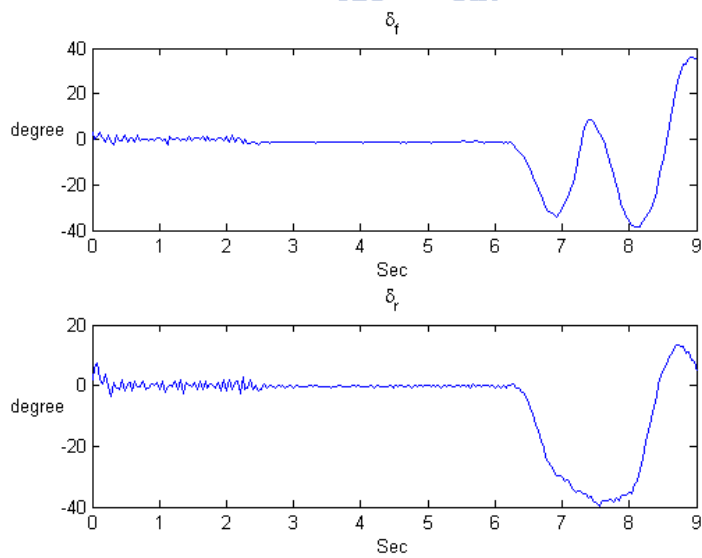


圖 66 0~9 秒實驗車前、後輪轉向角度

參照圖 65 觀察發現實驗車在 6~7.6 秒的實驗(藍線)軌跡橫向位移移動大約 45 公分比參考軌跡(黑線)39.07 公分大，在 7.6 秒~9 秒實驗車軌跡近似直線，車輛實際軌跡與參考

軌跡約略重合，可達到避障目的。參照圖 64 右圖為參考輸入與實驗量測到的資料，在側向加速度方面實驗的暫態響應跟的上，而且反應動作比參考輸入快，但是實驗側向加速度增益太大換算成真實車子(乘以 10 倍，因為實驗車為十分之一的模型車)幾乎快 2g，一般車子不會承受超過 1g 側向加速度，駕駛人會感到不舒服；在旋轉速度方面實驗在第 6~7 秒暫態響應跟不上，第 7~8 秒增益大了快 2 倍多。在 7.2 秒之後實驗側向加速度、旋轉速度增益太大造成原本應該跟隨參考輸入慢慢接近零，反而產生類似弦波的振盪，使前輪也做弦波的轉向。因此在側向加速度迴路領先相位可以調小、增益調小；在旋轉速度迴路因為暫態響應較差則必須做適當的設計，增益也必須調小。因實驗(藍線)的側向加速度有跟隨參考信號(黑線)的趨勢，側向加速度控制器會較容易調整，實驗的旋轉速度跟隨參考信號的趨勢較差，旋轉速度控制器會較難調整。從圖 64 看到參考輸入與實際操作實驗車的差異，旋轉速度方面參考輸入與實驗結果相差頗大，故旋轉速度的控制器必需做適當的調整。



### 6.3.2 實驗二

參考實驗一控制效果，調整控制器。設計如下：

側向加速度迴路：

$$\text{前饋控制器 } F_1 = 4.9, \text{ 回授控制器 } C_1 = 0.03 \frac{(1+0.54s)(1+0.31s)}{(1+0.024s)(1+0.035s)}$$

旋轉速度迴路：

$$\text{前饋控制器 } F_2 = 4 \frac{(1+0.29s)}{(1+0.05s)}, \text{ 回授控制器 } C_2 = -0.090747 \frac{(1+0.042s)}{(1+0.0047s)}$$

此次實驗控制器設計考慮旋轉速度迴路的暫態響應較不好，在側向加速度迴路利用些微相位領先以及增益比參考輸入稍大，提供實驗車避障軌跡的側向加速度。在旋轉速度迴路在約 1.2 秒後提供些微的旋轉速度增益，使實驗車可在避障軌跡最後部份有旋轉速度。

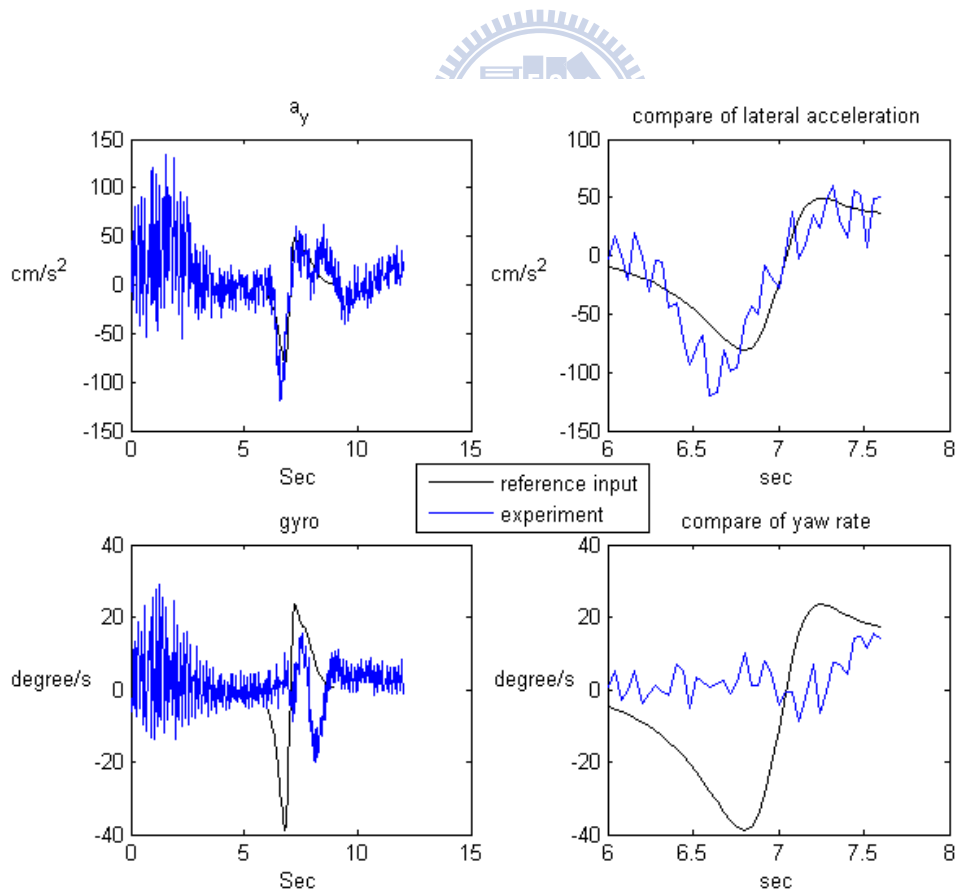


圖 67 左圖為 0~12 秒參考輸入與實驗之側向加速度、旋轉速度  
右圖為 6~7.6 秒參考輸入與實驗之側向加速度、旋轉速度

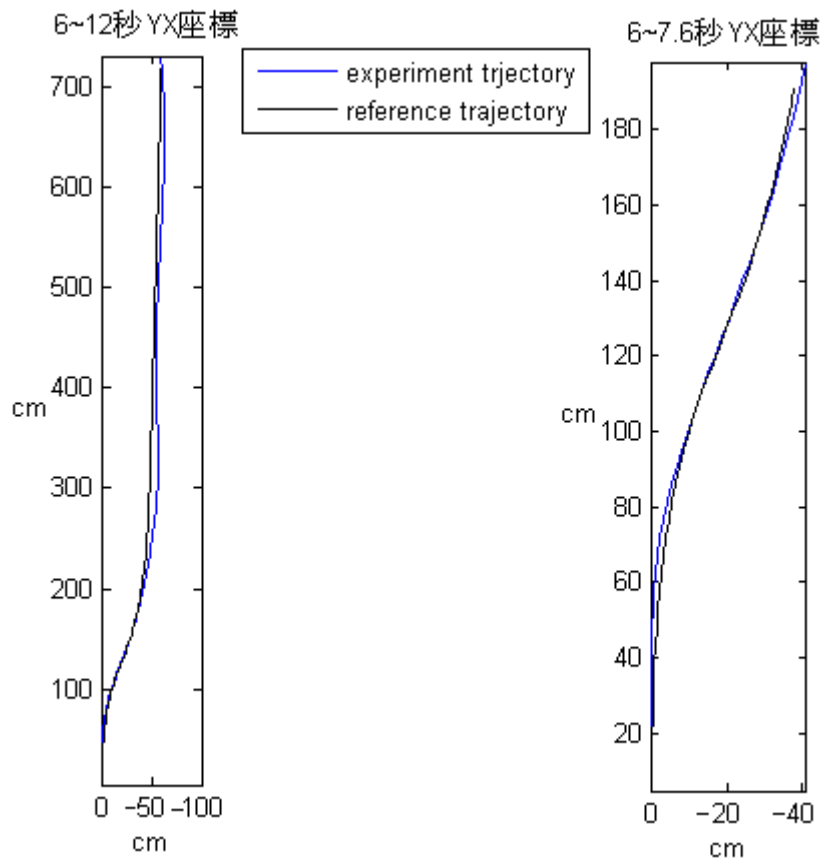


圖 68 左圖為 6~12 秒參考輸入與實驗之軌跡  
右圖為 6~7.6 秒參考輸入與實驗之軌跡

此次實驗記錄 12 秒的實驗過程，前 6 秒為車輛直線運動，第 6 秒開始軌跡運動。黑線為參考軌跡，藍線為使用 6.2 節的式子估測實驗產生的軌跡。

圖 68 為軌跡開始後的 6 秒內路徑，可以看到參考軌跡(黑線)與實驗(藍線)只有些微的差距，似乎有重疊的跡像，實驗軌跡有達到預期的效果。基本上在圖 68 的 1.6 秒軌跡為主要控制的重點，在 1.6 秒內至少要右移一個車輛寬度(38.5 公分)才能夠躲避障礙物。觀察圖 68 大約右移約 41 公分，因此在 1.6 秒的時間可以達成避障目的。1.6 秒後是希望實驗車走直線運動，參照圖 68 左圖實驗車避障之後有直線運動。

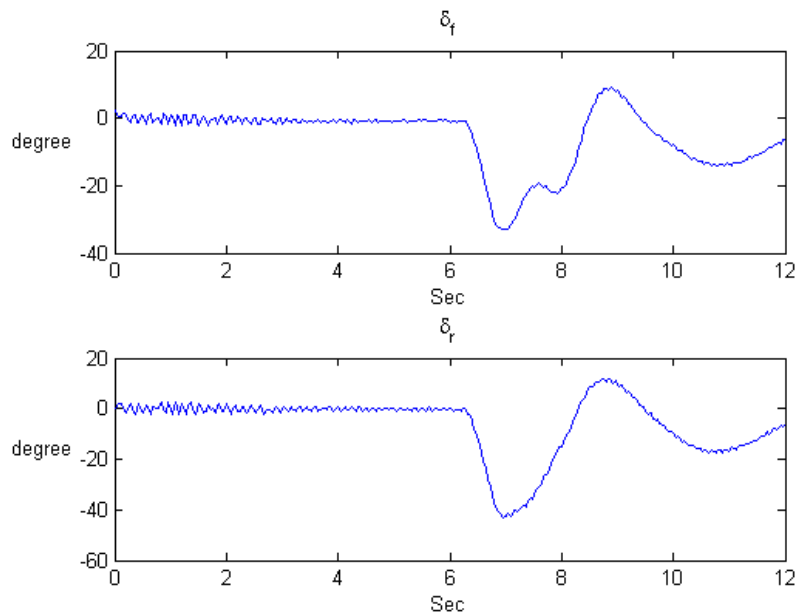


圖 69 在 0~12 秒實驗車前、後輪轉向角度

參照圖 67 右圖 1.6 秒內可發現側向加速度實驗(藍線)與參考輸入(黑線)除了實驗(藍線)較早反應，大致上兩者非常接近，側向加速度跟隨參考信號表現比較好，實驗的旋轉速度則是因為暫態響應較差的關係，與參考輸入比較會差蠻大的，代表實驗車跟隨避障軌跡時旋轉速度不夠，可能會產生側滑角。

參照圖 69 可觀察 6~7.6 秒實驗車的前、後輪轉動方向都是往右偏轉，與四輪轉向車輛在中、高速轉彎時前、後輪轉動相同方向一致，此優點主要是一般傳統二輪轉向車輛在轉彎時只能藉由操控前輪控制轉彎，所需的前輪轉彎角度較大，四輪轉向車輛因為前輪可控制轉彎，再搭配後輪輔助轉向，可使車輛在轉彎時前輪轉彎角度較二輪轉向車輛小，而且車輛承受的側向力也會比較小，使得駕駛人可以舒適地乘坐，對於車輛的操控會更加穩定。



### 6.3.3 實驗分析與討論

基本上觀察實驗一與實驗二在側向加速度迴路的實驗結果，設計出的控制器可以跟隨的不錯，對實驗車達成避障實驗提供很好的效果，但是在旋轉速度迴路的實驗結果，設計出的控制器跟隨效果較差，原因主要是暫態響應並沒有像側向加速度迴路表現的這麼優越，這項缺點會造成車輛在做避障軌跡運動時，因為車輛旋轉角度不足，車頭方向與車輛前進方向不是一致，會有側滑角產生，造成車輛轉向角度不夠。



## 第七章 結論與未來展望

### 7.1 結論

本論文實現了一台四輪轉向實驗車的控制以及藉由車輛道路避障實驗了解此車的控制性能與效果，此實驗車上配備了相關的感測器與致動器，並利用 DSP F2812 做為控制器，實驗資料可儲存於 SD 記憶卡供後續分析。

實驗平台之數學模型是透過多次實驗的方式記錄輸入輸出資料，利用 ARX 模型與最小平方法求得，此轉移函數的形式類似二維的腳踏車模型，用來描述車輛側向以及轉軸垂直於地面之旋轉方向的動態運動。

為了控制車輛的側向與旋轉方向的動態，達成避障的目的，文中設計控制器，並套入實驗平台上實現避障效果。首先將車輛多輸入多輸出系統解耦合為兩個單輸入單輸出系統，透過實驗了解硬體與感測器的特性，並且將實驗結果納入控制器設計的考量。本論文分別針對側向與旋轉方向的動態設計控制器實現車輛避障，期望實驗平台的側向加速度與旋轉速度可以跟隨給定軌跡的參考訊號，這兩個控制器都是由一個前饋控制器與一個回授控制器所組成，分析控制器套入道路避障的實驗結果，側向加速度之實驗值追蹤控制誤差較小，旋轉速度之實驗值追隨參考訊號的效果較差，考慮到代表實驗車與前、後輪轉向伺服機的轉移函數或多或少有誤差，故透過多次實驗的方式，調整兩個迴路的控制器，並套入硬體實驗達成車輛道路避障。

觀察避障的實驗結果，可了解此車控制的效果，以及模擬與實作的差異多大，對於將來的控制研究可當參考資料。

## 7.2 未來展望

本論文使用四輪轉向實驗車進行道路躲避障礙物實驗可以得到一定的效果，但仍有許多地方需要改進。

由實驗結果得知，實驗數據與參考值之增益部分仍有相當的誤差存在而且旋轉速度的暫態響應不佳，原因可能有以下幾點，第一點這可能與模型車本身的硬體結構有關，模型車一般只是當作一般的玩具，對於轉動角度控制會有些許誤差，可能導致實驗誤差產生；第二點伺服機的扭力不夠，使轉向角度不精確，雖然現有的伺服機已經是遙控模型車中規格最好的，將來如果有更優越的伺服機可以嘗試安裝；第三點為加速度計的雜訊蠻大的，將來有更優良的感測器可以安裝，增加在尋找實驗車轉移函數的準確度。以上幾點對於車輛的動態轉移函數可提高精確度，對車輛控制有很大的幫助。

本文中所使用的參考值為道路避障訊號，未來可結合駕駛人輸入命令，並根據不同的行車情形例如緊急避障，來決定旋轉速度與側向加速度之參考訊號，利用駕駛人輸入產生參考訊號的方塊圖如下。

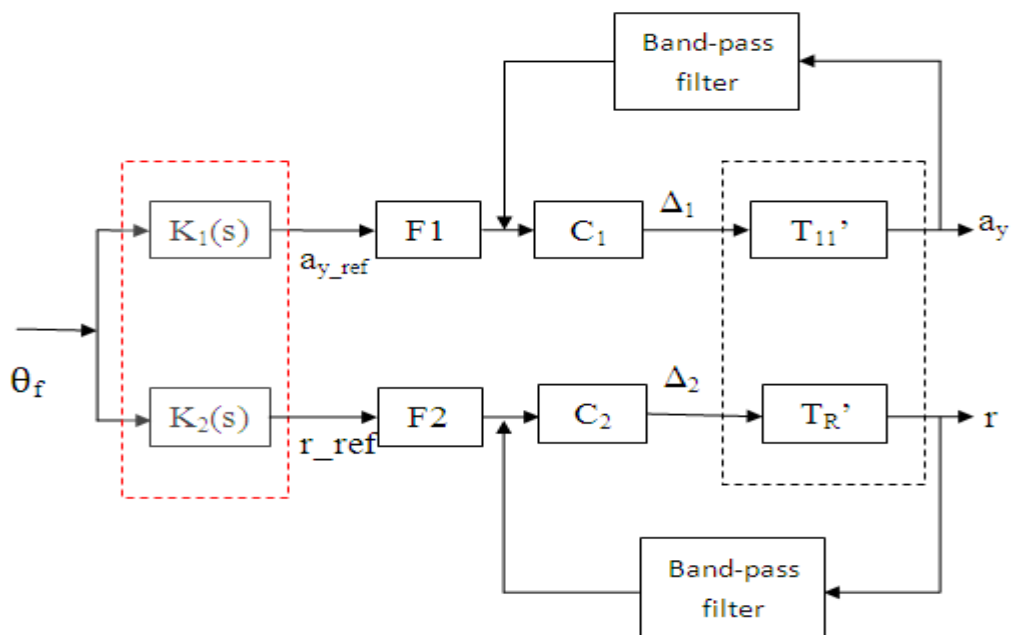


圖 70 結合駕駛人輸入的四輪轉向控制器方塊圖

上圖中 $\theta_f$ 為駕駛者輸入的方向盤角度，透過控制器 $K_1(s)$ 、 $K_2(s)$ 決定車輛旋轉速度與側向加速度的參考訊號，根據不同的行車情況可以改變 $K_1(s)$ 、 $K_2(s)$ ，使四輪轉向車輛發揮更大效能。

由腳踏車模型可知，旋轉速度的積分為車輛之轉向角度，而側向加速度扣除旋轉速度與車速之耦合項後，和側滑速度也是積分的關係，若可以有效估測車輛側向加速度與旋轉速度的初始值，則可以進一步控制車輛側滑角度與轉向角度。



## 參考文獻

- [1] Seok-Hwan Jang, Tong-Jin Park, Chang-Soo Han, “A control of vehicle using Steer-by-Wire system with Hardware-in-the-Loop-Simulation system”, Proceeding of the 2003 IEEE/ASME, International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM 2003).
- [2] J. Ackermann, “Ideal Steering Dynamics and Yaw Stabilization of 4WS Car”, *Automatica*, Vol.30, No 11, pp.1761-1768, Nov 1994.
- [3] Marino Riccardo, Cinili Fabio, “Input-Output Decoupling Control by Measurement Feedback in Four-Wheel-Active-Steering Vehicles”, Proceedings of the 45<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision & Control Manchester Grand Hyatt Hotel San Diego, CA USA, Vol.1-14, pp.1715-1720, December 2006.
- [4] Bingyong Wang, Masato Abe and Yoshio Kano, “Influence of driver’s reaction time and gain on driver-vehicle system performance with rear wheel steering control system : part of a study on vehicle control suitable for aged driver” , *JSAE Review* 23 pp.75-28, 2002.
- [5] Sayeed Mir, Mohammad S. Islam and Tomy Sebastian, “Role of Electronics and Control in Steering Systems”, The 29th Annual Conference of the IEEE, Vol.3, pp.2859-2864, Nov 2-6, 2003.
- [6] Wang Shufeng, Zhang Junyou, “Performance Analysis of 4WS Vehicle Based on Different Control Strategy”, *Control and Decision Conference*, pp. 5401-5404, 2009.
- [7] Migue A, etal “Control of Yaw Rate and Sideslip in 4-Wheel Steering Cars with Actuator Constraints”, *Lecture notes in computer science*, vol.3355, pp.201-222, 2005.
- [8] Bin Yang, Masong Wan and Qinghong Sun, “Control Strategy for Four-Wheel Steering Vehicle Handling Stability based on Partial Decoupling Design”, *Third International Joint Conference on Computational Science and Optimization*, pp.265-267, 2010.

- [9] Mehmet Akar, “Yaw Rate and Sideslip Tracking For 4-Wheel Steering Cars Using Sliding Mode Control” , Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Control Applications, Munich, Germany, October 4-6, 2006.
- [10] Thomas D. Gillespie 著，林筱增譯，車輛運動力學，科技圖書，台北市，2002.
- [11]  $\pm 300^\circ/\text{s}$  Single Chip Yaw Rate Gyro with Signal Conditioning, Analog Devices, 2004.
- [12]  $\pm 1.5 - 6\text{g}$  Three Axis Low-g Micromachined Accelerometer, Freescale Semiconductor, 2005.
- [13] TMS320F2812 Digital Signal Process Data Manual, Texas Instruments, 2006.
- [14] eZdsp<sup>TM</sup>F2812 Technical Reference, Spectrum Digital Inc., 2003.
- [15] Code Composer Studio IDE Getting Started Guide, Texas Instruments, 2005.
- [16] ICT SD/MMC Module for F2812 DSK User Guide，智控科技，2007。
- [17] 張智星，MATLAB 程式設計用，清蔚科技，台北，2001。
- [18] 趙清風，使用 MATLAB 控制之系統識別，全華科技圖書，台北，2001。
- [19] Lennart Ljung, System Identification: Theory for the User, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1987.
- [20] 林毅泓，“四輪轉向實驗車輛的建構與控制之研究”，國立交通大學電機與控制工程學系碩士論文，2008。

## 附錄

表 1 9 次實驗求得的前、後輪轉移函數(擷取 0.04~21.48 秒的實驗資料作分析)

|      | F(s)   | R(s)   |
|------|--|--|
| 實驗 1 | $\frac{0.005079s^2 + 0.5079s + 12.7}{s^2 + 2.566s + 17.45}$  | $\frac{0.005344 + 0.5344s + 13.36}{s^2 + 1.638s + 14.73}$    |
| 實驗 2 | $\frac{0.004906s^2 + 0.4906s + 12.27}{s^2 + 2.46s + 17.27}$  | $\frac{0.005277s^2 + 0.5277s + 13.19}{s^2 + 1.593s + 14.77}$ |
| 實驗 3 | $\frac{0.005032s^2 + 0.5032s + 12.58}{s^2 + 2.505s + 17.35}$ | $\frac{0.005291s^2 + 0.5291s + 13.23}{s^2 + 1.616s + 14.8}$  |
| 實驗 4 | $\frac{0.005022s^2 + 0.5022s + 12.55}{s^2 + 2.532s + 17.43}$ | $\frac{0.005341s^2 + 0.5341s + 13.35}{s^2 + 1.625s + 14.85}$ |
| 實驗 5 | $\frac{0.004948s^2 + 0.4948s + 12.37}{s^2 + 2.539s + 17.29}$ | $\frac{0.005304s^2 + 0.5304s + 13.26}{s^2 + 1.643s + 14.78}$ |
| 實驗 6 | $\frac{0.004479s^2 + 0.4479s + 11.2}{s^2 + 2.409s + 17.86}$  | $\frac{0.005283s^2 + 0.5283s + 13.21}{s^2 + 1.641s + 14.76}$ |
| 實驗 7 | $\frac{0.004916s^2 + 0.4916s + 12.29}{s^2 + 2.514s + 17.49}$ | $\frac{0.005265s^2 + 0.5265s + 13.16}{s^2 + 1.631s + 14.79}$ |
| 實驗 8 | $\frac{0.00502s^2 + 0.502s + 12.55}{s^2 + 2.53s + 17.17}$    | $\frac{0.005202s^2 + 0.5202s + 13.01}{s^2 + 1.605s + 14.8}$  |
| 實驗 9 | $\frac{0.005005s^2 + 0.5005s + 12.51}{s^2 + 2.523s + 17.34}$ | $\frac{0.005189s^2 + 0.5189s + 12.97}{s^2 + 1.617s + 14.72}$ |

表 2 9 次實驗求得的實驗車轉移函數(擷取 4~19 秒的實驗資料作分析)

|      | $T_{11}(s)$   | $T_{12}(s)$   | $T_{21}(s)$                                   | $T_{22}(s)$                                    |
|------|---|---|---|--|
| 實驗 1 | $\frac{8.091s^2 + 54.94s + 314.1}{s^2 + 11.13s + 46.13}$  | $\frac{2.934s^2 + 7.41s - 227.5}{s^2 + 11.13s + 46.13}$     | $\frac{23.2s + 53.65}{s^2 + 11.13s + 46.13}$  | $\frac{-17.67s - 45.29}{s^2 + 11.13s + 46.13}$ |
| 實驗 2 | $\frac{10.13s^2 + 49.53s + 286.4}{s^2 + 12.39s + 44.36}$  | $\frac{3.637s^2 - 2.529s - 230.2}{s^2 + 12.39s + 44.36}$    | $\frac{25.65s + 63.95}{s^2 + 12.39s + 44.36}$ | $\frac{-21.31s - 53}{s^2 + 12.39s + 44.36}$    |
| 實驗 3 | $\frac{6.305s^2 + 57.42s + 397.8}{s^2 + 10.12s + 70.66}$  | $\frac{1.333s^2 + 33.15s - 363}{s^2 + 10.12s + 70.66}$      | $\frac{16.99s + 97.58}{s^2 + 10.12s + 70.66}$ | $\frac{-12.51s - 85.07}{s^2 + 10.12s + 70.66}$ |
| 實驗 4 | $\frac{5.308s^2 + 49.57s + 310.5}{s^2 + 10.78s + 55.45}$  | $\frac{3.34s^2 + 14.27s - 268.1}{s^2 + 10.78s + 55.45}$     | $\frac{18.54s + 73.1}{s^2 + 10.78s + 55.45}$  | $\frac{-14.66s - 60.77}{s^2 + 10.78s + 55.45}$ |
| 實驗 5 | $\frac{8.159s^2 + 47.41s + 272.54}{s^2 + 11.59s + 52.69}$ | $\frac{2.675s^2 + 1.73s - 238}{s^2 + 11.59s + 52.69}$       | $\frac{22.94s + 92.62}{s^2 + 11.59s + 52.69}$ | $\frac{-18.55s - 78.97}{s^2 + 11.59s + 52.69}$ |
| 實驗 6 | $\frac{7.505s^2 + 53.95s + 442.87}{s^2 + 11.73s + 64.09}$ | $\frac{3.03s^2 + 35.82s - 313.3}{s^2 + 11.73s + 64.09}$     | $\frac{26.45s + 84}{s^2 + 11.73s + 64.09}$    | $\frac{-20.97s - 75.15}{s^2 + 11.73s + 64.09}$ |
| 實驗 7 | $\frac{6.863s^2 + 56.86s + 421}{s^2 + 10.93s + 65.15}$    | $\frac{-0.04319s^2 + 32.06s - 367.9}{s^2 + 10.93s + 65.15}$ | $\frac{22.32s + 80.92}{s^2 + 10.93s + 65.15}$ | $\frac{-17.43s - 69.28}{s^2 + 10.93s + 65.15}$ |
| 實驗 8 | $\frac{9.088s^2 + 53.15s + 375.26}{s^2 + 11.84s + 54.57}$ | $\frac{2.027s^2 + 15.8s - 324.8}{s^2 + 11.84s + 54.57}$     | $\frac{24.67s + 68.75}{s^2 + 11.84s + 54.57}$ | $\frac{-20.03s - 57.68}{s^2 + 11.84s + 54.57}$ |
| 實驗 9 | $\frac{7.303s^2 + 65.16s + 466}{s^2 + 13.41s + 69.55}$    | $\frac{0.8392s^2 + 36.27s - 389}{s^2 + 13.41s + 69.55}$     | $\frac{28.06s + 89.93}{s^2 + 13.41s + 69.55}$ | $\frac{-23.17s - 76.49}{s^2 + 13.41s + 69.55}$ |