

國立交通大學

電信工程學系

碩士論文

渦輪原則在合併訊源通道編碼之研究

**A study of turbo-based joint source-channel
coding**

研究生：陳亞民

指導教授：張文輝 博士

中 華 民 國 九 十 八 年 六 月

渦輪原則在合併訊源通道編碼之研究

A study of turbo-based joint source-channel coding

研 究 生：陳亞民

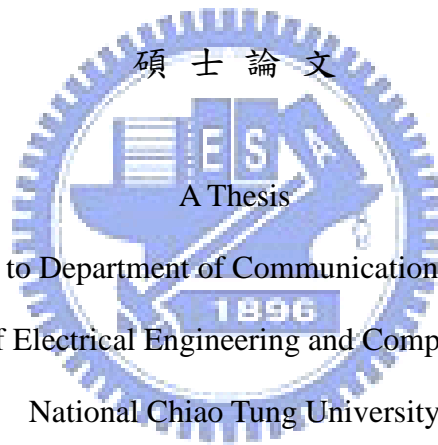
Student：Ya-Min Chan

指導教授：張文輝

Advisor：Wen-Whei Chang

國 立 交 通 大 學

電 信 工 程 學 系



Submitted to Department of Communication Engineering

College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Communication Engineering

June 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年六月

渦輪原則在合併訊源通道編碼之研究

學生：陳亞民

指導教授：張文輝 博士

國立交通大學電信工程學系碩士班

中文摘要

本論文主要是以位元層級疊代解碼架構為平台，再依兩大主題分別探討系統傳輸端的關鍵元件設計，以期更進一步加強系統的強健性。第一個主題探討訊源編碼機制的索引指定，利用互消息表示的額外資訊轉換圖分析，比較不同索引指定所造成訊號的正確性以提升系統的錯誤隱藏能力。另一項主題則是探討訊源與通道編碼器之間的交錯器，有別於傳統交錯器主要是置換訊號使其不具有規律性，我們利用解碼輸出額外訊息之間的相關性並配合通道解碼演算法的特性做設計。系統模擬證實，新的索引指定與相關性交錯器的使用，可以降低通道相關值和事前訊息之間的相關性，進而提升系統強健效能以及加快疊代速度。

A Study of Turbo-Based Joint Source-Channel Coding

Student: Ya-Min Chen Advisor: Dr. Wen-Whei Chang

Department of Communication Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

This thesis focuses on the transmitter design for use in conjunction with the bit-based iterative source-channel decoding (ISCD). In order to enhance the error robustness of the system, we investigate two topics related to index assignment and interleaver. Firstly, we compare different index assignments in order to reduce the distortion caused by the assumptions of the source decoding algorithm. We analyse the performance of various index assignments using extrinsic information transfer (EXIT) charts derived from the mutual information, and then design an index assignment which leads to more reliable information and better performance. Secondly, we focus on the design of an interleaver. Unlike the conventional design approaches, an interleaver design is based on the correlation properties of the extrinsic information. Simulation results indicate that the use of the new interleaver reduces the correlation between the channel-related value and a priori information and therefore improves the robustness performance at a faster convergence rate.

致謝

本篇論文的完成，首先要由衷地感謝我的指導教授張文輝老師，由於老師的細心教導與耐心指正，讓我瞭解到做研究時所應該持有的態度與精神，讓我受益良多。另外也要感謝實驗室的學長，同學以及學弟，不管是在課業或者是在研究上都協助我解決許多問題。同時也要感謝陪伴我的朋友們，尤其在我準備研究所考試以及就讀研究所期間一路上給我鼓勵與加油。最後，僅將此論文獻給我的父母以及家人。



目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
致謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
表目錄	viii

第一章 緒論	1
1.1 研究動機與方向	1
1.2 章節概要	3
第二章 疊代解碼演算法	4
2.1 傳輸端的編碼架構	4
2.2 疊代解碼架構	8
2.2.1 通道解碼演算法	9
2.2.2 訊源解碼演算法	12
2.3 參數重建處理	14



第三章	基於額外資訊轉換圖的索引指定機制	15
3.1	額外資訊轉換圖	15
3.2	索引指定的最佳化設計	25
第四章	交錯器的最佳化設計	29
4.1	交錯器的特性分析	29
4.2	交錯器的最佳化設計	35
第五章	實驗模擬與結果分析	43
5.1	系統模擬環境	43
5.2	實驗結果與分析	47
第六章	結論與未來展望	57
6.1	結論	57
6.2	未來展望	57
參考文獻	59



圖目錄

圖 2.1	疊代編碼架構.....	4
圖 2.2	短週期	7
圖 2.3	疊代解碼架構.....	9
圖 2.4	以 $G(D) = \frac{1+D^2}{1+D+D^2}$ 所建立的籬柵圖.....	10
圖 3.1	軟性輸入輸出解碼器.....	16
圖 3.2	通道解碼器的額外資訊轉換特性.....	21
圖 3.3	訊源解碼器的額外資訊轉換特性曲線.....	22
圖 3.4	自然映射的軌跡圖以及額外資訊轉換圖.....	24
圖 3.5	不同索引指定的額外資訊轉換圖比較.....	25
圖 3.6	二位元置換演算法流程圖.....	27
圖 3.7	額外資訊轉換圖.....	28
圖 4.1	解碼器數入及輸出訊息.....	30
圖 4.2	第 152 個額外訊息和所有的系統訊息在前兩次疊代過程 之間的相關係數	33
圖 4.3	第一次疊代訊源解碼器輸出額外訊息和系統訊號的相關 性	35
圖 4.4	在第二次疊代通道解碼輸入訊號之間相關性的流程圖 ..	37
圖 4.5	交錯器的設計流程.....	40

圖 4.6	區塊交錯器以及不同設計方法的相關性交錯器.....	41
圖 5.1	傳送端的編碼架構.....	43
圖 5.2	自然索引指定的量化特性.....	44
圖 5.3	遞迴系統迴旋碼.....	45
圖 5.4	遞迴系統迴旋碼的狀態圖和籬柵圖.....	46
圖 5.5	區塊交錯器的訊源解碼額外資訊轉換特性曲線.....	48
圖 5.6	區塊交錯器的軌跡圖和額外資訊轉換圖.....	49
圖 5.7	相關性交錯器的軌跡圖和額外資訊轉換圖.....	52
圖 5.8	各種索引指定與交錯器的效能比較 $M=3$	53
圖 5.9	各種索引指定與交錯器的效能比較 $M=4$	54



表目錄

表 2.1	三種索引指定及對應的位元模式.....	5
表 4.1	以交錯位置 152 為中心的交錯和解交錯相對位置.....	34
表 4.2	原相鄰訊號交錯後的平均距離.....	42
表 5.1	自然索引指定和最佳化索引指定($M=3$).....	47
表 5.2	自然索引指定和最佳化索引指定($M=4$).....	48
表 5.3	不同編碼方式的參數訊雜比比較.....	54
表 5.4	不同編碼方式的參數訊雜比比較.....	54



第一章 緒論

1.1 研究動機與方向

在多媒體傳輸系統中，環境雜訊的干擾不可避免且造成接收訊號的嚴重失真。一般的通訊架構是採用訊源編碼和通道編碼，前者以有限的資訊代表訊號以減少傳送位元，後者利用額外的固定位元保護其消息位元。傳統的系統設計皆分開獨立考慮訊源編碼和通道編碼，亦即假設另一個編碼系統是理想的，此設計準則源自於 C. E. Shannon 所提出的消息理論[1]。該理論指出，在訊源編碼設計時可假設通道為零錯誤，而在考慮通道編碼時需假設訊源編碼可以完全壓縮移除輸入訊號的殘餘冗息(residual redundancy)，滿足上述兩項假設可以得到最好的更正錯誤能力。但是上述理論的成立需滿足來源訊號為穩態，且沒有上限的運算量和延遲時間，而在實際傳輸系統是不切實際的。有鑑於此，結合訊源編碼和通道編碼的相關研究引起廣泛討論，此即為合併訊源通道編碼機制(joint source-channel coding)[2]。主要是考慮到訊源編碼器無法完全壓縮訊號，以致於編碼輸出訊號之間存在殘餘冗息，因此可加以利用來增加其錯誤隱藏(error concealing)的系統強健性能。舉例而言，訊源控制通道解碼機制(source-controlled channel decoding, SCCD)[3]，通道解碼器在不需增加

額外保護位元的情形下利用殘餘冗息提升其錯誤修正。而在近幾年，則進一步整合訊源控制通道解碼機制及軟性位元訊源解碼機制 (softbit source decoding, SBS D)[4]，並依渦輪準則(turbo-principle)發展出更先進的疊代訊源通道解碼機制(iterative source-channel decoding, ISCD)[5][6][7][8][9][10]。主要構想是在 SCCD 與 SBS D 兩解碼器之間以疊代方式互傳其額外資訊 (extrinsic information)，以增強其系統的整體解碼能力。

為了要預估 ISCD 系統收斂的疊代次數，我們採用額外資訊轉換圖(extrinsic information transfer chart, EXIT chart)，並配合軌跡圖(trajec tory)[11][12][13]分析疊代效能的理論分析。所謂的額外資訊轉換圖，表示在固定可靠程度的事前訊息以及固定訊雜比的通道相關值其解碼所能得到的效能極限，而軌跡圖則是利用互消息評估額外訊息的可靠程度。藉由軌跡圖我們可以在系統效能提升的幅度和延遲時間之間做衡量。進一步藉由 EXIT chart 的分析，發展二位元置換演算法(binary switching algorithm)[14]以搜尋其區域性最佳的索引指定機制。透過 EXIT chart 上代表效能極限的停止交叉點判斷索引指定的優劣，此最佳化索引指定可以使訊源解碼器更匹配於事前假設而減少失真。

在傳送端的訊源與通道兩編碼器之間需配置一個交錯器

(interleaver)，在整體系統上也扮演著重要的角色。交錯器主要是重新置換訊源編碼輸出位元，以減少訊號之間的殘餘冗息，協助接收端的解碼器利用更多資訊以預測來源訊號。在 ISCD 解碼系統中，理想的交錯器不但可以提升效能而且可以降低疊代次數。一般最常用的交錯器為區塊交錯器(block interleaver)，其構造相當簡單且運作十分有效率，不過並不能完全打散具有相關性的訊號，因而造成已知資訊無法充分利用。另外許多交錯器的相關研究都針對距離譜(distance spectrum)，旨在使兩個相鄰的訊號在交錯後盡可能的拉長距離。本研究則以不同的觀點來設計交錯器，主要是藉由計算訊號之間的相關性，使其交錯後的位置為最小的相關係數值以匹配 BCJR 演算法的假設。藉此交錯器可以降低通道解碼器的失真，同時提升整體系統的更正錯誤能力以及加快收斂速度。

1.2 章節概要

第二章介紹位元層級的疊代解碼架構以及演算法。第三章介紹額外資訊轉換圖和軌跡圖以及其衍生的應用。第四章介紹基於通道解碼演算法所設計之交錯器。第五章為系統模擬。第六章為結論與未來展望。

第二章 疊代解碼演算法

相較於傳統的線性區塊碼(linear block code)或迴旋碼(convolutional code)，渦輪碼(turbo code)的錯誤更正率更能接近 C. E. Shannon 所提出的效能極限，因此渦輪碼成為相當熱門的通道編碼研究課題。本章節所使用的疊代訊源通道解碼演算法，即是根據渦輪概念所設計的。主要是在傳輸端的通道編碼器與訊源編碼器之間加上一個交錯器，而在接收端的通道解碼器和訊源解碼器則是以疊代方式逐次對通道輸出的接收訊號做解碼，並利用額外資訊在兩個解碼器之間互相傳遞。相較於傳統將兩個解碼器分開實行，疊代演算法可以得到較好的錯誤更正能力進而減少失真。

2.1 傳輸端的編碼架構

考慮一個傳輸架構如圖 2.1 所示，其來源訊號為 $\mathbf{v} = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_A\}$ ，其中每個訊號取樣值的振幅是連續性，而在時間點上有離散性。首先藉由量化(quantization)將訊號做訊源編碼以達到有效壓縮之目

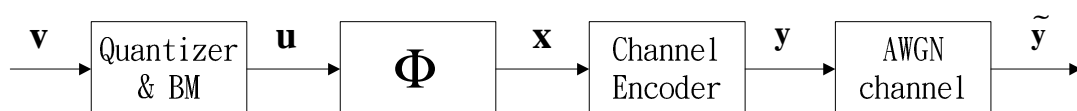


圖 2.1 疊代編碼架構

的，在此使用 Lloyd-Max 純量量化演算法來實現訊源編碼，而壓縮處理後的訊號仍有殘餘冗息存在。壓縮過程包含兩步驟：先將連續的來源訊號 \mathbf{v}_i 對應到最接近碼字的索引值，接著再根據索引指定(index assignment)機制以一組 K 位元的向量來表示此索引值。令編碼輸出序列為 $\mathbf{U}_1^\Lambda = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_\Lambda\}$ ，其中 $\mathbf{u}_i = \{u_{i,1}, u_{i,2}, \dots, u_{i,K}\}$ 。量化的基本原理是透過碼書(codebook)的比對，將訊號以較簡潔且為有限個數的碼字(codeword)表示。此過程會產生量化失真，如果碼書內有越多的碼字向量則失真越小，但每個索引值就需要更多的位元表示，會造成資料傳輸率上升，整體系統的成本也會相對上升，因此我們必須在碼書的大小以及資料傳輸率做衡量。

傳統的索引指定有三種模式，即自然二位元碼(natural binary code, NBC)、格雷碼(gray code, GC)及進位碼(folded binary code, FBC)。表 2.1 所示為 $K=3$ ，而實數訊號值由小到大依序由下而上分別做索引指定。NBC 碼將 2^K 個索引值編碼成 K 位元模式，由表 2.1

NBC		GC		FBC	
7	111	4	100	7	111
6	110	5	101	6	110
5	101	7	111	5	101
4	100	6	110	4	100
3	011	2	010	0	000
2	010	3	011	1	001
1	001	1	001	2	010
0	000	0	000	3	011

表 2.1 三種索引指定及對應的位元模式

可以發現如果最右邊的位元有錯，則索引位置只會偏移一個，即最後判斷錯誤的索引值在正確索引值的相鄰位置；如果中間的位元有錯，則會偏移兩個索引位置；如果最左邊的位元有錯，則會偏移四個索引位置。偏移的距離越大，則產生的誤差越大。GC 碼是依照相鄰位元模式只有一個位元不同的方式做編碼，而不同位元的位置並不固定，由表 2.1 可以發現最右邊的位元錯誤只會偏移一個索引位置，而中間的位元錯誤分別偏移一個或三個索引位置，最左邊的位元錯誤則分別偏移一、三、五、七的索引位置。FBC 碼的編碼方式如表 2.1 所示，最左邊的位元代表正負符號，而另外兩個位元代表振幅值，由小到大依序為[00,01,10,11]，可以發現最右邊的位元錯誤只會偏移一個索引位置，而中間的位元錯誤會偏移兩個索引位置，最左邊的位元錯誤則分別偏移一、三、五、七的索引位置。由以上的敘述我們發現，不同的索引指定以及不同位置的位元錯誤會造成訊號重建失真的差異。在第三章，我們將進一步設計最佳的索引指定以達到更好的效能。

訊源編碼輸出的索引序列再送入交錯器 Φ ，主要是藉由置換重新排列其位元組合的位置以消去相鄰位元之間的相關性。傳統設計是針對原本相鄰與交錯後訊號之間的距離差距，當距離越大則產生的訊號越不規律。一般常用的交錯器為區塊交錯器，以下介紹這種交錯器的應用和特性。一個長度為 $L \times W$ 的區塊交錯器以長為 L ，寬為 W 的矩陣

表示，位元依序寫入列向量而以行向量送出。這種交錯器簡單且有效
率，然而由於交錯器設計的概念十分簡單，容易讓某些具有規律的位
元組合產生失效的交錯。舉例而言，以下的序列送入交錯器

0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

將輸入序列以列向量方式排成 4×4 的矩陣，如下所示，

0	1	0	1
1	0	1	0
0	1	0	1
1	0	1	0

接著以行向量讀取可得

0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

我們可以發現輸入序列和輸出序列是相同的，其規律性相當高。近年
位元相關性的研究顯示[15][16][17]，區塊交錯器如果長度不足，則
容易產生短週期(short cycle)，如圖 2.2 所示，其中上面的實線表
示未交錯的位置而下面的實線表示交錯的位置，虛線箭頭朝下表示經
由交錯器，其表示相近的兩個位元經過交錯器後的距離依舊相近，這

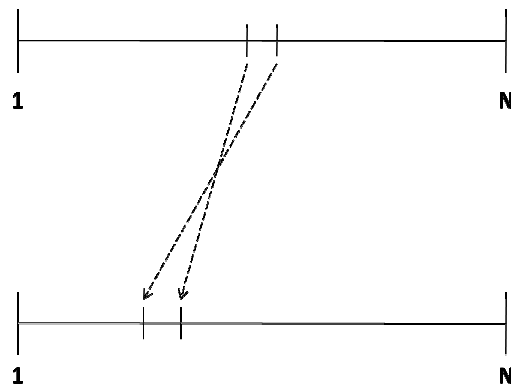


圖 2.2 短週期

顯示了輸入訊號做位置置換後訊號之間依舊存在相關性。因此我們在第四章，將探討交錯器的最佳設計使訊號之間的相關性降到最小。

接著我們針對交錯器的輸出位元區塊 $\{x_l, l=1, 2, \dots, L \times W\}$ 使用遞迴系統迴旋碼(recursive systematic convolutional code)實現通道編碼，其消息位元(information bit)存在於碼字中，可在解碼端直接取得消息位元做系統效能的評估。假設編碼器由 J 個暫存器組成且碼率(code rate)為 $\frac{1}{2}$ ，每個位元 x_l 經由編碼產生一個系統位元(systematic bit) $y_l^s = x_l$ 以及一個同位位元(parity bit) y_l^p ，藉由同位位元來保護系統位元。通道編碼器以即時的方式連續對輸入位元做編碼，產生輸出向量 $\mathbf{y}_l = \{y_l^s, y_l^p\}$ ， $l=1, 2, \dots, \hat{L}$ ，其中 \hat{L} 為一個區塊的長度 $L \times W$ 加上編碼暫存器歸零所需的終止位元個數。通道編碼輸出向量終由通道而產生其接收值 $\tilde{\mathbf{y}}_l$ ，假設通道為無記憶可加性白色高斯雜訊通道，可得

$$p(\tilde{\mathbf{y}}_l | \mathbf{y}_l) = \left(\sqrt{\frac{E_s}{\pi N_0}} \right)^2 e^{-\frac{E_s}{N_0} \|\tilde{\mathbf{y}}_l - \mathbf{y}_l\|^2} \quad (2.1)$$

其中通道雜訊的變異數 $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ 且 $\|\cdot\|$ 表示範數函式(norm function)。

2.2 疊代解碼架構

接收端針對收到的訊號做解碼處理，如圖 2.3 所示，解碼器使用兩種解碼演算法並互相交換額外訊息以逐次增加解碼的可靠度，待收

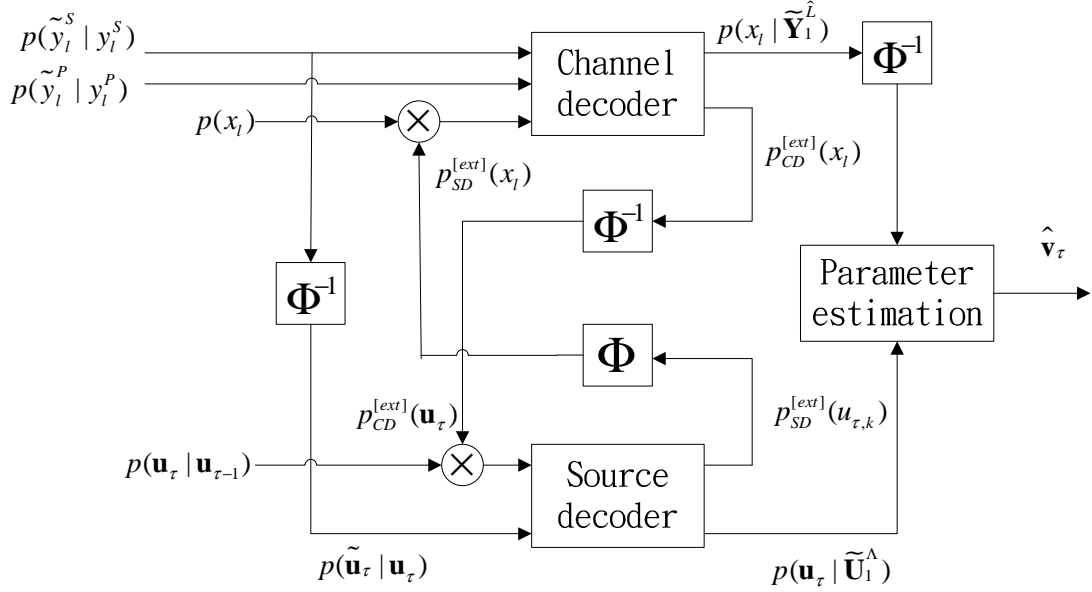


圖 2.3 疊代解碼架構

斂後則依最小均方差(minimum mean square error, MMSE)準則預估其原本傳送訊號。以下分別介紹兩個解碼演算法。

2.2.1 通道解碼演算法

一開始先說明以機率表示的通道解碼演算法。由前人研究得知，我們須藉由籬柵圖(trellis diagram)的架構，結合事前消息 $p_{CD}^{[apri]}(x_l)$ 以及接收訊號 $\tilde{\mathbf{y}}_l = \{\tilde{y}_l^S, \tilde{y}_l^P\}$ ，以求得事後消息 $p(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}})$ 以及額外資訊 $p_{CD}^{[ext]}(x_l)$ ，其中 $\tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}} = \{\tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{y}}_{\hat{L}}\}$ 為 \hat{L} 個實數向量。令 $\mathbf{R}_l = (p_{CD}^{[apri]}(x_l), \tilde{y}_l^S, \tilde{y}_l^P)$ 為解碼器時刻 l 的三項輸入訊號，假設彼此獨立且 \mathbf{R}_l 和其之前的 $\mathbf{R}_1^{l-1} = (R_1, \dots, R_{l-1})$ 以及之後的 $\mathbf{R}_{l+1}^{\hat{L}} = (R_{l+1}, \dots, R_{\hat{L}})$ 皆獨立，則事後消息可得

$$p(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}}) = C \cdot \sum_{(s_l, s_{l+1}) \in \Sigma_l^\Omega} p(s_l, s_{l+1}, \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}})$$

$$\begin{aligned}
&= C \cdot \sum_{(s_l, s_{l+1}) \in \Sigma_l^\Omega} p(s_l, \tilde{\mathbf{Y}}_1^{l-1}) p(s_{l+1}, \tilde{\mathbf{y}}_l | s_l) p(\tilde{\mathbf{Y}}_{l+1}^{\hat{L}} | s_{l+1}) \\
&= C \cdot \sum_{(s_l, s_{l+1}) \in \Sigma_l^\Omega} \alpha_l(s_l) \gamma_l(s_l, s_{l+1}) \beta_{l+1}(s_{l+1}) \quad , \quad \Omega = \begin{cases} +, x_l = +1 \\ -, x_l = -1 \end{cases} \quad (2.2)
\end{aligned}$$

如圖 2.4 所示， Σ_l^+ 表示在籬柵圖上第 l 個位置由狀態 s_l 到狀態 s_{l+1} 且對應到 $x_l = +1$ ，而 Σ_l^- 表示在籬柵圖上第 l 個位置由狀態 s_l 到狀態 s_{l+1} 且對應到 $x_l = -1$ 。事前消息可表示為 $p_{CD}^{[apri]}(x_l) = p(x_l) p_{SD}^{[ext]}(x_l)$ ，而分支計量 (branch matrix) 則為

$$\gamma_l(s_l, s_{l+1}) = p_{CD}^{[apri]}(x_l) p(\tilde{\mathbf{y}}_l | \mathbf{y}_l) = p_{CD}^{[apri]}(x_l) \left(\sqrt{\frac{E_s}{\pi N_0}} \right)^2 e^{-\frac{E_s}{N_0} \|\tilde{\mathbf{y}}_l - \mathbf{y}_l\|^2} \quad (2.3)$$

至於順向計量 (forward matrix) $\alpha_l(s_l)$ 和反向計量 (backward matrix) $\beta_l(s_l)$ ，則以累計的方式分別由籬柵圖的頭尾開始計算，經由推導得

$$\alpha_{l+1}(s_{l+1}) = \sum_{s_l} \gamma_l(s_l, s_{l+1}) \alpha_l(s_l) \quad (2.4)$$

$$\beta_l(s_l) = \sum_{s_{l+1}} \gamma_l(s_l, s_{l+1}) \beta_{l+1}(s_{l+1}) \quad (2.5)$$

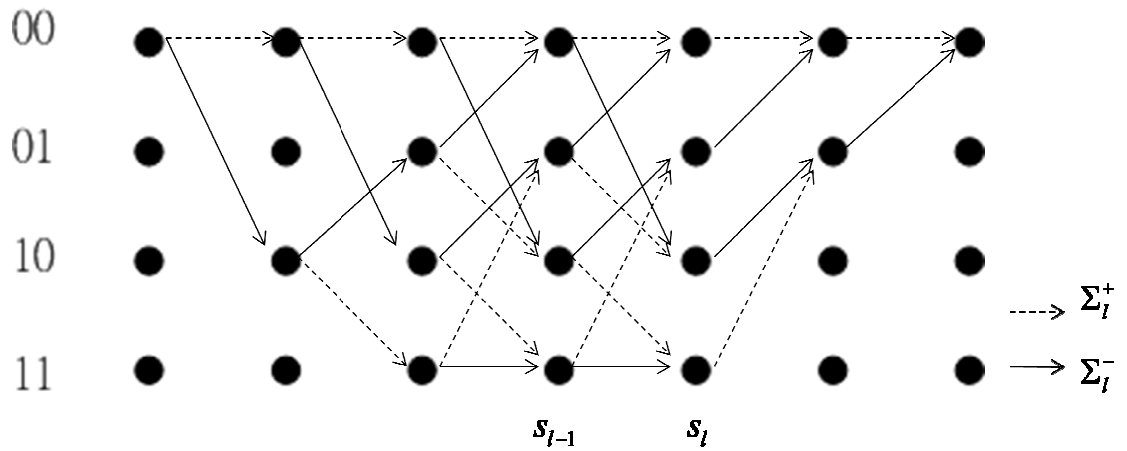


圖 2.4 以 $G(D) = \frac{1+D^2}{1+D+D^2}$ 所建立的籬柵圖

由(2.2)式配合籬柵圖可求得事後消息。最後可將事後消息改寫成

$$p(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}}) = C \cdot p_{CD}^{[apri]}(x_l) p(\tilde{y}_l^s | y_l^s) p_{CD}^{[ext]}(x_l) \quad (2.6)$$

其中 $p_{CD}^{[ext]}(x_l) = \sum_{(s_l, s_{l+1}) \in \Sigma_l^{\Omega}} \alpha_l(s_l) p(\tilde{\mathbf{y}}_l^P | \mathbf{y}_l^P) \beta_{l+1}(s_{l+1})$, $\Omega = \begin{cases} +, x_l = +1 \\ -, x_l = -1 \end{cases}$ 。我們可利用

(2.6)式反求得通道解碼輸出的額外訊息 $p_{CD}^{[ext]}(x_l)$ 。

接著說明以對數相似值(log-likelihood ratio, LLR)表示的通道解碼演算法，其好處是運算元以加法為主，可以降低運算量且避免機率值過小的數值精確度問題。一開始先推導事後對數相似值，可得

$$\begin{aligned} L(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}}) &= \ln \frac{p(x_l = +1 | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}})}{p(x_l = -1 | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}})} \\ &= \max_{(s_l, s_{l+1}) \in \Sigma_l^+}^* \left[\beta_{l+1}^*(s_{l+1}) + \gamma_l^*(s_l, s_{l+1}) + \alpha_l^*(s_l) \right] \\ &\quad - \max_{(s_l, s_{l+1}) \in \Sigma_l^-}^* \left[\beta_{l+1}^*(s_{l+1}) + \gamma_l^*(s_l, s_{l+1}) + \alpha_l^*(s_l) \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

其中 Jacobian 函數 $\max^*(x, y) = \max(x, y) + \ln(1 + e^{-|x-y|})$ 。對數型式的分支

計量 $\gamma_l^*(s_l, s_{l+1})$ 可表示為

$$\gamma_l^*(s_l, s_{l+1}) = \ln \gamma_l(s_l, s_{l+1}) = \frac{x_l L_{CD}^{[apri]}(x_l)}{2} + \frac{L_C}{2} \|\tilde{\mathbf{y}}_l - \mathbf{y}_l\|^2 \quad (2.8)$$

其中 $L_{CD}^{[apri]}(x_l) = \ln \frac{p_{CD}^{[apri]}(x_l = +1)}{p_{CD}^{[apri]}(x_l = -1)}$ 為事前對數相似值， $L_C = 4 \frac{E_s}{N_0}$ 為通道可靠

因子(channel reliability factor)。而對數型式的順向計量 $\alpha_l^*(s_l)$ 和

反向計量 $\beta_l^*(s_l)$ ，同樣地分別以累計方式由籬柵圖的頭尾開始計算，

其表示法為

$$\alpha_{l+1}^*(s_{l+1}) = \ln \alpha_{l+1}(s_{l+1}) = \max_{s_l \in \sigma_l}^* \left[\gamma_l^*(s_l, s_{l+1}) + \alpha_l^*(s_l) \right] \quad (2.9)$$

$$\beta_l^*(s_l) = \ln \beta_l(s_l) = \max_{s_{l+1} \in \sigma_{l+1}} \left[\gamma_l^*(s_l, s_{l+1}) + \beta_{l+1}^*(s_{l+1}) \right] \quad (2.10)$$

其中 σ_l 表示在 l 位置的所有狀態。由(2.7)式配合籬柵圖可求得事後對數相似值 $L(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}})$ 。最後將(2.7)式改寫可得

$$L(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}}) = L_{CD}^{[apri]}(x_l) + L_C \tilde{y}_l^S + L_{CD}^{[ext]}(x_l) \quad (2.11)$$

其中 $L_{CD}^{[ext]}(x_l) = \ln \frac{p_{CD}^{[ext]}(x_l = +1)}{p_{CD}^{[ext]}(x_l = -1)}$ ，且利用(2.11)式可反求額外對數相似值

$$L_{CD}^{[ext]}(x_l)。$$

2.2.2 訊源解碼演算法

一開始先說明以機率表示的訊源解碼演算法，我們使用事前訓練而得的一階索引轉移機率值 $p(\mathbf{u}_\tau | \mathbf{u}_{\tau-1})$ ，以及通道解碼器輸出的額外索引訊息 $\prod_{k=1}^K p_{CD}^{[ext]}(u_{\tau,k})$ 當作事前索引訊息，則索引層級的事後機率為

$$p(\mathbf{u}_\tau | \tilde{\mathbf{U}}_1^\tau) = C \cdot p(\tilde{\mathbf{u}}_\tau | \mathbf{u}_\tau) \sum_{\mathbf{u}_{\tau-1}=0}^{2^K-1} \left[p(\mathbf{u}_\tau | \mathbf{u}_{\tau-1}) \prod_{k=1}^K p_{CD}^{[ext]}(u_{\tau,k}) \right] p(\mathbf{u}_{\tau-1} | \tilde{\mathbf{U}}_1^{\tau-1}) \quad (2.12)$$

其中 $\tilde{\mathbf{U}}_1^\tau = \{\tilde{\mathbf{u}}_1, \tilde{\mathbf{u}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{u}}_\tau\}$ ， $\tilde{\mathbf{u}}_l = \{\tilde{u}_{l,1}, \dots, \tilde{u}_{l,K}\}$ 。我們須將索引層級的事後機率轉換成位元層級的事後機率，以配合通道解碼演算法，經由推導得

$$\begin{aligned} p(u_{\tau,k} | \tilde{\mathbf{U}}_1^\tau) &= \sum_{(\mathbf{u}_\tau : u_{\tau,k})} p(\mathbf{u}_\tau | \tilde{\mathbf{U}}_1^\tau) \\ &= C \cdot p(u_{\tau,k}) p(\tilde{u}_{\tau,k} | u_{\tau,k}) p_{CD}^{[ext]}(u_{\tau,k})_{SD}^{[ext]} p(u_{\tau,k}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

其中 $(\mathbf{u}_\tau : u_{\tau,k})$ 表示在固定的 $u_{\tau,k} \in \{0,1\}$ 下須對同一個索引的其他位元位

置做運算，再將所有可能的情形做加總。假如 $K=3$ ， $k=2$ ，則

$$p(u_{\tau,2}=0|\tilde{\mathbf{U}}_1^\tau) = p(\mathbf{u}_\tau=[000]|\tilde{\mathbf{U}}_1^\tau) + p(\mathbf{u}_\tau=[001]|\tilde{\mathbf{U}}_1^\tau) + p(\mathbf{u}_\tau=[100]|\tilde{\mathbf{U}}_1^\tau) \\ + p(\mathbf{u}_\tau=[101]|\tilde{\mathbf{U}}_1^\tau)$$

在位元層級額外訊息的推導中，定義位元模式為 $\mathbf{u}_\tau = \{u_{\tau,k}, \mathbf{u}_\tau^{[ext]}\}$ ，其中

$\mathbf{u}_\tau^{[ext]} = \{u_{\tau,1}, \dots, u_{\tau,k-1}, u_{\tau,k+1}, \dots, u_{\tau,K}\}$ 表示除 $u_{\tau,k}$ 之外的其他所有位元。假設 $u_{\tau,k}$

和 $\mathbf{u}_\tau^{[ext]}$ 且 $u_{\tau,k}$ 和 $\mathbf{u}_{\tau-1}$ 彼此獨立，可得位元層級的額外訊息

$$p_{SD}^{[ext]}(u_{\tau,k}) = \sum_{(\mathbf{u}_\tau, u_{\tau,k})} \left\{ \prod_{\substack{\lambda=1 \\ \lambda \neq k}}^K p(\tilde{u}_{\tau,\lambda} | u_{\tau,\lambda}) p_{CD}^{[ext]}(u_{\tau,\lambda}) \right\} \sum_{\mathbf{u}_{\tau-1}=0}^{2^K-1} p(\mathbf{u}_\tau^{[ext]} | \mathbf{u}_{\tau-1}) p(\mathbf{u}_{\tau-1} | \tilde{\mathbf{U}}_1^{\tau-1}) \quad (2.14)$$

其中 $p(\mathbf{u}_\tau^{[ext]} | \mathbf{u}_{\tau-1}) = \frac{p(\mathbf{u}_\tau | \mathbf{u}_{\tau-1})}{p(u_{\tau,k})}$ 。藉由(2.14)式求得的位元層級額外

訊息，再代回(2.13)可反求位元層級的事後機率。

接著說明以對數相似值表示的訊源解碼演算法，其位元層級的額外對數相似值 $L_{SD}^{[ext]}(u_{\tau,k})$ ，是把(2.13)式分別代入兩種位元值後相除再取對數值來表示，即

$$L_{SD}^{[ext]}(u_{\tau,k}) = \ln \frac{p_{SD}^{[ext]}(u_{\tau,k}=+1)}{p_{SD}^{[ext]}(u_{\tau,k}=-1)} \\ = \ln \frac{\sum_{(\mathbf{u}_\tau, u_{\tau,k}=+1)} \left\{ \Theta(\tilde{\mathbf{u}}_\tau^{[ext]} | \mathbf{u}_\tau^{[ext]}) \sum_{\mathbf{u}_{\tau-1}=0}^{2^K-1} p(\mathbf{u}_\tau^{[ext]} | \mathbf{u}_{\tau-1}) p(\mathbf{u}_{\tau-1} | \tilde{\mathbf{U}}_1^{\tau-1}) \right\}}{\sum_{(\mathbf{u}_\tau, u_{\tau,k}=-1)} \left\{ \Theta(\tilde{\mathbf{u}}_\tau^{[ext]} | \mathbf{u}_\tau^{[ext]}) \sum_{\mathbf{u}_{\tau-1}=0}^{2^K-1} p(\mathbf{u}_\tau^{[ext]} | \mathbf{u}_{\tau-1}) p(\mathbf{u}_{\tau-1} | \tilde{\mathbf{U}}_1^{\tau-1}) \right\}} \quad (2.15)$$

其中 $\Theta(\tilde{\mathbf{u}}_\tau^{[ext]} | \mathbf{u}_\tau^{[ext]}) = \prod_{\substack{\lambda=1 \\ \lambda \neq k}}^K p(\tilde{u}_{\tau,\lambda} | u_{\tau,\lambda}) p_{CD}^{[ext]}(u_{\tau,\lambda})$ 。由於相乘的運算量高，因此

改寫成 $\Theta(\tilde{\mathbf{u}}_\tau^{[ext]} | \mathbf{u}_\tau^{[ext]}) = \exp \left\{ \sum_{\substack{\lambda=1 \\ \lambda \neq k}}^K \frac{u_{\tau,\lambda}}{2} \left(L(\tilde{u}_{\tau,\lambda} | u_{\tau,\lambda}) + L_{CD}^{[ext]}(u_{\tau,\lambda}) \right) \right\}$ ，以相加的方式

減少運算量。

2.3 參數重建處理

使用對數相似值做運算需將額外訊息轉換成機率值，才能做索引值的預估，

$$p(x_l = +1 | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}}) = \frac{\exp \{ L(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}}) \}}{1 + \exp \{ L(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}}) \}} \quad (2.16)$$

$$p(x_l = -1 | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}}) = \frac{1}{1 + \exp \{ L(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^{\hat{L}}) \}} \quad (2.17)$$

而在通道解碼器後使用解交錯器得到相對於原訊號位置的位元層級事後機率 $p(\mathbf{u}_{\tau,k} | \tilde{\mathbf{U}}_1^\tau)$ 。假設 $\mathbf{u}_{\tau,k}$ 在同一個索引值 \mathbf{u}_τ 內彼此獨立，則可得索引層級的事後機率 $p(\mathbf{u}_\tau | \tilde{\mathbf{U}}_1^\tau) = \prod_{k=1}^K p(\mathbf{u}_{\tau,k} | \tilde{\mathbf{U}}_1^\tau)$ 。最後使用最小化均方差 (minimize mean square error, MMSE) 來預估索引值，藉由索引層級的事後機率值以及碼書上的值重建來源訊號，

$$\hat{v}_\tau = \sum_{i=0}^{2^K-1} \bar{\mathbf{u}}(i) p(\mathbf{u}_\tau = i | \tilde{\mathbf{U}}_1^\tau) \quad (2.18)$$

其中 $\bar{\mathbf{u}}(i)$ 為索引 \mathbf{u}_τ 對應的量化參數碼字。

第三章 基於額外資訊轉換圖的索引指定機制

疊代解碼演算法的重點，是以額外訊息逐次交換的方式來提升更正錯誤的能力，為了能夠事前預測疊代過程的收斂情形，我們將使用前人基於消息理論而推導的額外資訊轉換圖(EXIT chart)做深入分析。主要是利用單一解碼器輸出端的額外消息為其輸入端事前消息的函式轉換，分別計算輸入和輸出與其系統位元的互消息(mutual information)來評估消息的可靠度。藉由額外資訊轉換圖的分析，額外訊息的交換過程會呈現出一條交替向上且向右的軌跡圖(trajec-tory)。藉由此圖可以預估疊代過程的狀態、收斂後的效能以及到達收斂所需的疊代次數，進而減少不必要的系統模擬計算量以及傳輸的延遲。此外，我們將探討索引指定的課題，藉由額外資訊轉換圖的分析做最佳化設計，以提升整體系統的錯誤更正能力。

3.1 額外資訊轉換圖

考慮一個軟性輸入輸出(soft-input/soft-output)的解碼器，如圖 3.1 所示，且各個訊號值以對數相似值表示。令 $x \in \{0,1\}$ 為傳送端

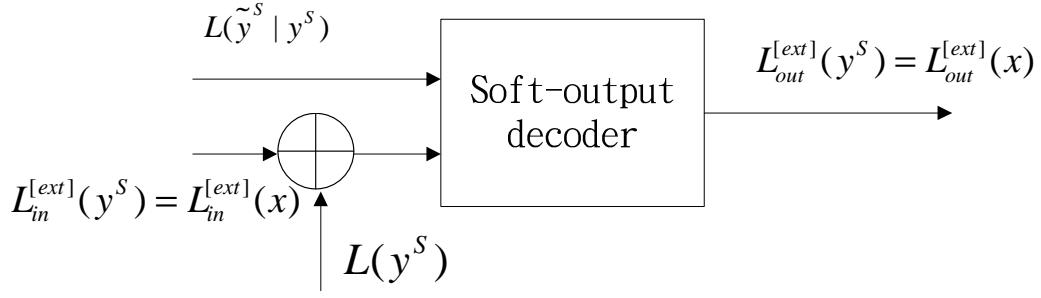


圖 3.1 軟性輸入輸出解碼器

傳送的二位元值， $y^S = (-2) \cdot x + 1$ 為 x 經由二位元相位鍵移(BPSK)的傳送值， \tilde{y}^S 為其在接收端經由高斯雜訊通道收到的實數值， $L(y^S)$ 為事前消息的對數相似值， $L(\tilde{y}^S | y^S)$ 為通道相關的對數相似值 (channel-related LLR)， $L_{in}^{[ext]}(y^S)$ 為由另一個解碼器傳回的額外訊息， $L_{out}^{[ext]}(y^S)$ 則為此解碼器輸出的額外訊息。

首先推導通道相關的對數相似值 $L(\tilde{y}^S | y^S)$ ，假設 \tilde{y}^S 為 y^S 經由可加性白色高斯雜訊(AWGN)通道而接收到的實數值，則可以表示成

$$\tilde{y}^S = y^S + n, \quad \tilde{y}^S \in R \quad (3.1)$$

其中 n 為平均值 $\mu=0$ 且變異數 $\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2}$ 的高斯分佈變數。轉移機率 (transition probability) 可表示為

$$p(\tilde{y}^S | y^S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{(\tilde{y}^S - y^S)^2}{2\sigma_n^2}} \quad (3.2)$$

通道相關的對數相似值則可表示為

$$L(\tilde{y}^S | y^S) = \ln \frac{p(\tilde{y}^S | y^S = +1)}{p(\tilde{y}^S | y^S = -1)} = \frac{2}{\sigma_n^2} \tilde{y}^S = \frac{2}{\sigma_n^2} (y^S + n) \quad (3.3)$$

若令 $\mu_z = \frac{2}{\sigma_n^2}$, $n_z = \frac{2}{\sigma_n^2} \cdot n$, 則

$$L(\tilde{y}^S | y^S) = \mu_z \cdot y^S + n_z \quad (3.4)$$

其中 n_z 為平均值 0 且變異數 $\sigma_z^2 = \frac{4}{\sigma_n^2}$ 的高斯隨機變數。由以上推導得知， $L(\tilde{y}^S | y^S)$ 可視為一高斯隨機變數，其平均值為隨機變數 $\mu_z \cdot y^S$ ，變異數為 σ_z^2 ，而且 $\mu_z = \frac{\sigma_z^2}{2}$ 。

接著推導單一解碼器輸入和輸出的相關式。首先，我們定義 $I^{[apri]}$ 為傳送訊號 y^S 和整體事前對數相似值 $L^{[apri]}(y^S) = L(y^S) + L_{in}^{[ext]}(y^S)$ 之間的互消息， $I^{[ext]}$ 為傳送訊號 y^S 和額外對數相似值 $L_{out}^{[ext]}(y^S)$ 之間的互消息。至於兩個隨機變數的互消息，一般定義為熵值(entropy) $H(X)$ 和 $H(X|Y)$ 的差異

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y), \quad 0 \leq I(X;Y) \leq H(X)$$

其意義為，在 Y 已知的情形下 X 減少的不確定性，也就是當 $I(X;Y)$ 值越大，兩個隨機變數 X 和 Y 的相關性越大。

經由前人研究[11]，單一解碼器的疊代過程可得到兩項觀察：

- (1) 如果交錯器夠長，則在經過多次疊代後，事前消息 $L^{[apri]}(y^S)$ 會和由通道相關消息 $L(\tilde{y}^S | y^S)$ 不相關。
- (2) 經過多次疊代後，單一解碼器的輸入端和輸出端所對應的額外對數相似值 $L_{in}^{[ext]}(y^S)$ 和 $L_{out}^{[ext]}(y^S)$ 皆近似於高斯分佈。

基於上述觀察可知，輸入端的額外對數相似值 $L_{in}^{[ext]}(y^S) = \xi$ 為一個獨立的高斯隨機變數，且平均值為隨機變數 $\mu_A \cdot y^S$ ， $y^S \in \{\pm 1\}$ ，變異數

為 σ_A^2 ，以及兩者之間的關係式 $\mu_A = \frac{\sigma_A^2}{2}$ ，可表示為

$$L_{in}^{[ext]}(y^S) = \mu_A \cdot y^S + n_A \quad (3.5)$$

其機率密度函數為

$$p_A(\xi | y^S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_A^2}} e^{-\frac{(\xi - \mu_A \cdot y^S)^2}{2\sigma_A^2}} \quad (3.6)$$

經由推導可以觀察到兩項特性：

$$(1) \quad p_A(\xi | y^S = -1) = p_A(-\xi | y^S = +1)$$

$$(2) \quad p_A(\xi | y^S) = p_A(-\xi | y^S) e^{y^S \cdot \xi}$$

藉由上述兩項特性可得

$$e^{-y^S \cdot \xi} = \frac{p_A(\xi | -y^S)}{p_A(\xi | y^S)} \quad (3.7)$$

接著參考前人研究[11][12]，利用互消息來評估傳送端的系統位元 y^S 和接收端的事前消息 $L^{[apr]}(y^S)$ 之間的相關程度。假設

$p(y^S = +1) = p(y^S = -1) = \frac{1}{2}$ 且傳送訊號值為 $y^S = +1$ ，則

$$\begin{aligned} I(\xi; y^S = +1) &= E_{\xi} \left\{ \log_2 \frac{p_A(\xi | y^S = +1)}{p_A(\xi)} \right\} \\ &= E_{\xi} \left\{ \log_2 \frac{p_A(\xi | y^S = +1)}{\sum_{x=-1, +1} p_A(\xi | y^S) p(y^S)} \right\} \\ &= E_{\xi} \left\{ \log_2 \frac{2 p_A(\xi | y^S = +1)}{p_A(\xi | y^S = +1) + p_A(\xi | y^S = -1)} \right\} \\ &= 1 - E_{\xi} \left\{ \log_2 \left(1 + \frac{p_A(\xi | y^S = -1)}{p_A(\xi | y^S = +1)} \right) \right\} \\ &= 1 - E_{\xi} \{ \log_2 (1 + e^{-\xi}) \} \end{aligned} \quad (3.8)$$

假設傳送訊號值為 $y^S = -1$ 時，同理可得

$$I(\xi; y^S = -1) = 1 - E_{\xi} \{ \log_2(1 + e^{\xi}) \} \quad (3.9)$$

由(3.8)和(3.9)可得一般式

$$\begin{aligned} I^{[apri]} &= I(\xi; y^S) = 1 - E_{\xi} \{ \log_2(1 + e^{-y^S \cdot \xi}) \} \\ &\approx 1 - \frac{1}{N} \sum_{\kappa=1}^N \log_2(1 + e^{-y^S(\kappa) \cdot \xi(\kappa)}) , \quad 0 \leq I(\xi; y^S) \leq 1 \end{aligned} \quad (3.10)$$

其中 $\{y^S(\kappa), 1 \leq \kappa \leq N\}$ 為實際系統模擬時用於估算 $I(\xi; y^S)$ 值的系統位元

區塊。進一步將 $I(\xi; y^S)$ 按照定義展開可得，

$$\begin{aligned} I(\xi; y^S) &= \sum_{y^S=-1,+1} \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi, y^S) \log_2 \frac{p(\xi, y^S)}{p(\xi)p(y^S)} d\xi \\ &= \sum_{y^S=-1,+1} p(y^S) \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi | y^S) \log_2 \frac{p(\xi | y^S)}{p(\xi)} d\xi \\ &= \sum_{y^S=-1,+1} p(y^S) \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi | y^S) \log_2 \frac{p(\xi | y^S)}{\sum_{x=-1,+1} p(y^S)p(\xi | y^S)} d\xi \\ &= \sum_{y^S=-1,+1} p(y^S) \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi | y^S) (1 - \log_2 \frac{p(\xi | y^S = +1) + p(\xi | y^S = -1)}{p(\xi | y^S)}) d\xi \\ &= \sum_{y^S=-1,+1} p(y^S) \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi | y^S) (1 - \log_2(1 + e^{-y^S \cdot \xi})) d\xi \\ &= \sum_{y^S=-1,+1} p(y^S) \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi | y^S) d\xi - \sum_{y^S=-1,+1} p(y^S) \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi | y^S) \log_2(1 + e^{-y^S \cdot \xi}) d\xi \\ &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi | y^S) \log_2(1 + e^{-y^S \cdot \xi}) d\xi \\ &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_A^2}} e^{-\frac{(\xi - \frac{\sigma_A^2}{2} y^S)^2}{2\sigma_A^2}} \log_2(1 + e^{-y^S \cdot \xi}) d\xi = g(\sigma_A) \end{aligned} \quad (3.11)$$

由(3.11)式可觀察到 $I(\xi; y^S)$ 為單一變數 σ_A 的函數，且之間呈現遞增

關係，即

$$\lim_{\sigma_A \rightarrow 0} g(\sigma_A) = 0 , \quad \lim_{\sigma_A \rightarrow \infty} g(\sigma_A) = 1 \quad (3.12)$$

而 σ_A 的求取可利用 $\sigma_A = g^{-1}(I(\xi; y^S))$ 並使用嘗試錯誤法，嘗試各種不同的 σ_A 值直到出現想得到的 $I(\xi; y^S)$ 值。

同理可推，基於輸出端的額外對數相似值也實現高斯分佈的事實，其值 $L_{out}^{[ext]}(y^S) = \psi$ 和傳送端傳送訊息值 x 之間的互消息表示成

$$I^{[ext]} = I(\psi; y^S) = 1 - E_{\psi} \{ \log_2(1 + e^{-y^S \cdot \psi}) \}$$

$$\approx 1 - \frac{1}{N} \sum_{\kappa=1}^N \log_2(1 + e^{-y^S(\kappa) \cdot \psi(\kappa)}) , \quad 0 \leq I(\psi; y^S) \leq 1 \quad (3.13)$$

其中 $L_{out}^{[ext]}(y^S) = \mu_E \cdot y^S + n_E$ 且 $p_E(\psi | y^S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_E^2}} e^{-\frac{(\psi - \mu_E \cdot y^S)^2}{2\sigma_E^2}}$

由於 $L_{out}^{[ext]}(y^S)$ 是利用 $L(\tilde{y}^S | y^S)$ 和 $L^{[apri]}(y^S)$ 當作輸入訊號經由解碼器所產生的輸出訊號，而 $L(\tilde{y}^S | y^S)$ 又為 $\frac{E_s}{N_0}$ 的函數，因此 $I^{[ext]}$ 可表示為 $I^{[apri]}$ 和 $\frac{E_s}{N_0}$ 兩個變數的函數，即

$$I^{[ext]} = f(I^{[apri]}, \frac{E_s}{N_0}) \quad (3.14)$$

其中 $f(\bullet)$ 為通道解碼或訊源解碼演算法。舉例而言，圖 3.2 顯示通道解碼器使用自然映射索引指定時所產生的額外資訊轉換特性(EXIT characteristics)，其中以 $I_{CD}^{[apri]}$ 為 X 軸， $I_{CD}^{[ext]}$ 為 Y 軸，而 $\frac{E_s}{N_0}$ (dB 值) 為不同曲線的參數。每一條曲線是在固定的訊雜比 $\frac{E_s}{N_0}$ 下，顯示事前互消息 $I_{CD}^{[apri]}$ 和事後互消息 $I_{CD}^{[ext]}$ 的關係。當 σ_A^2 增加，表示有更多可靠的事前消息， $I_{CD}^{[apri]}$ 值越大，經過通道解碼可得越多可靠的事後額外訊息， $I_{CD}^{[ext]}$ 值越大，因此事前互消息和事後互消息的關係為非線性遞增。值得注意的是，當訊雜比大於 0，則事後額外訊息幾乎不受事前消息的

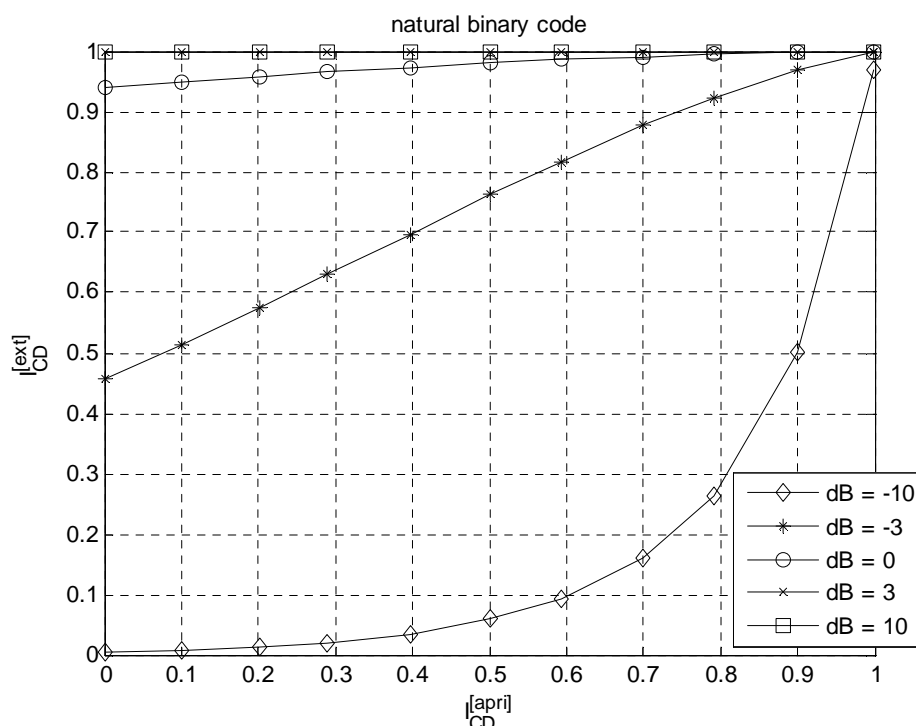


圖 3.2 通道解碼器的額外資訊轉換特性

影響。事前互消息 $I_{CD}^{[apri]}$ 固定，增加訊雜比，即產生越小的通道雜訊，則事後額外訊息的可靠性越大， $I_{CD}^{[ext]}$ 越大，且隨訊雜比的上升有相當大幅度的提升，在訊雜比大於0即可接近上限值 $H(y^S)$ 。

圖 3.3 為訊源解碼器使用自然映射索引指定所產生的額外資訊轉換特性，事後互消息 $I_{SD}^{[ext]}$ 和事前互消息 $I_{SD}^{[apri]}$ 之間呈現幾乎線性的遞增，不同的訊雜比 $\frac{E_s}{N_0}$ 則呈現不同的曲線。在訊雜比大於3的環境下，事後額外訊息幾乎和事前消息無關。在訊雜比較低的通道環境下，如 $dB = -10$ ，訊源解碼器則有相當不錯的更正錯誤能力，隨著訊雜比的上升，事後額外訊息有小幅的提升。和通道解碼器不同的是，在幾乎

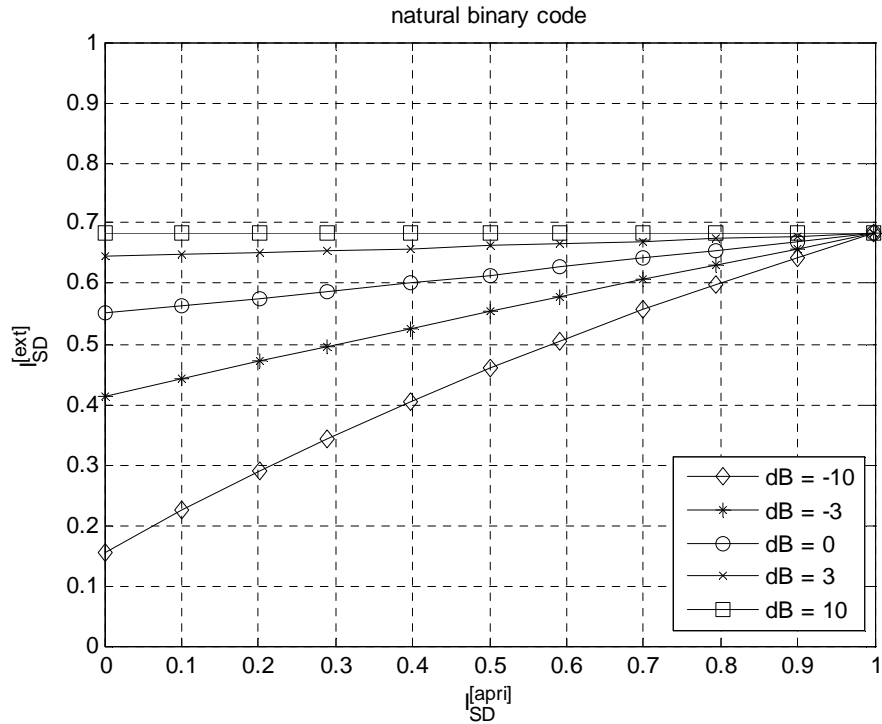


圖 3.3 訊源解碼器的額外資訊轉換特性曲線

沒有雜訊的通道中，如 $dB=10$ ，訊源解碼器所產生的事後互消息 $I_{SD}^{[ext]}$ 仍無法接近上限值 $H(y^S)$ ，即使事前消息幾乎無誤，如 $I_{SD}^{[apri]} = H(y^S) \approx 1$ 。主要原因在於通道編碼器使用同位檢查碼 (parity check bit) 保護系統位元，可以產生較正確的訊息，而訊源編碼器並無任何保護位元，因此無法到達上限值。

進一步分析疊代解碼的收斂過程，我們將兩個解碼器個別的額外資訊轉換特性曲線放在同一張圖上，即產生出所謂的額外資訊轉換圖。其原理是基於個別解碼器所得的事後額外訊息，將提供做為對方的事前訊息，以進行互惠的疊代處理。故將訊源解碼器的額外資訊轉換特

性對調其 XY 軸，即 X 軸為 $I_{SD}^{[ext]}$ ， Y 軸為 $I_{SD}^{[apri]}$ 。

一開始假設兩個解碼器彼此獨立運作，要滿足這項假設需要長度夠長的交錯器。在第一次疊代中，由於通道解碼器的事前機率值相同，且假設 $L_{SD,0}^{[ext]}(y^S)=0$ ，則事前互消息 $I_{CD,1}^{[apri]}=0$ ，其中下標的數字代表第幾次

疊代。經過解碼後可以得到事後互消息 $I_{CD,1}^{[ext]}$ ，即可在軌跡圖上得到一條直線軌跡由座標 $(I_{CD,1}^{[apri]}, 0)$ 沿著 Y 軸方向到座標 $(I_{CD,1}^{[apri]}, I_{CD,1}^{[ext]})$ 。接著將通

道解碼器的事後額外訊息傳到來源解碼器當作事前訊息，其中交錯器並不影響互消息的值，可得 $I_{SD,1}^{[apri]} = I_{CD,1}^{[ext]}$ ，經過解碼後可以得到事後互

消息 $I_{SD,1}^{[ext]}$ 。由於假設兩個解碼器彼此獨立，可得一條直線軌跡由座標 $(I_{CD,1}^{[apri]}, I_{SD,1}^{[apri]})$ 沿著 X 軸方向到座標 $(I_{SD,1}^{[ext]}, I_{SD,1}^{[apri]})$ ，且和通道解碼器的直線軌

跡垂直。接著將訊源解碼器的事後額外訊息傳到通道解碼器當作事前訊息，可得 $I_{CD,2}^{[apri]} = I_{SD,1}^{[ext]}$ 。在疊代到第 n 次之過程中，我們可以發現兩

個解碼器的事後互消息會越來越大，即 $I_{CD,n}^{[ext]} > I_{CD,n-1}^{[ext]}$ 且 $I_{SD,n}^{[ext]} > I_{SD,n-1}^{[ext]}$ 。這

說明可經由疊代得到更多的可靠消息，直到 $I_{CD,n}^{[ext]} = I_{CD,n-1}^{[ext]}$ 且 $I_{SD,n}^{[ext]} = I_{SD,n-1}^{[ext]}$

時，交換額外訊息已經無法獲得新的可靠消息，即可停止疊代。藉由

軌跡圖，我們可以事先預估系統需做幾次疊代即可接近收斂後的效能。

如圖 3.4 為雜訊比 $dB = -3$ 時，使用自然映射索引指定所產生的軌跡圖

以及額外資訊轉換圖。額外資訊轉換圖分別由訊源以及通道解碼器產

生的額外資訊轉換特性曲線所組成，代表系統效能的限制，即疊代過

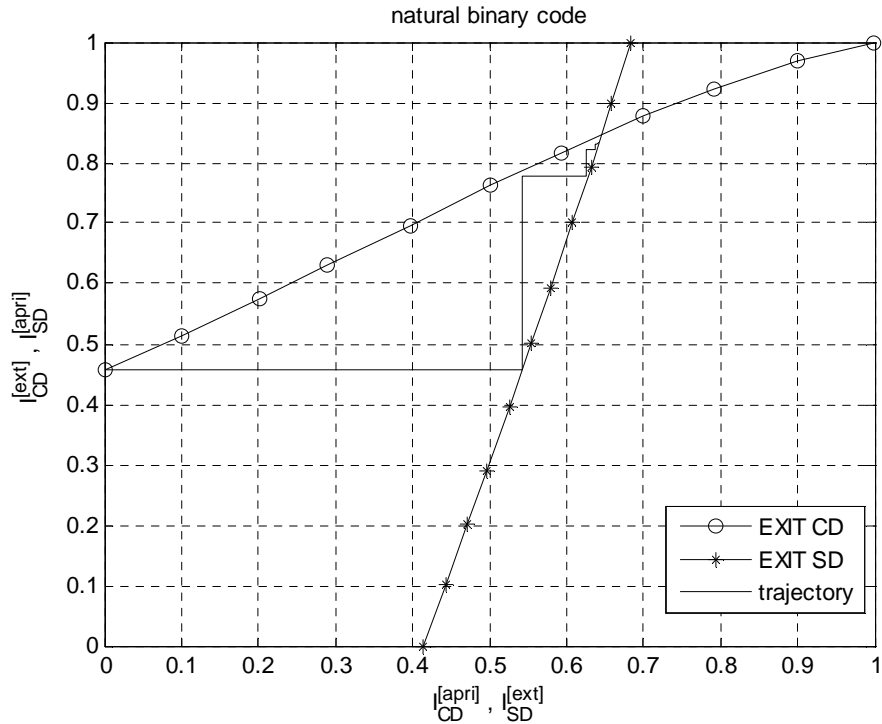


圖 3.4 自然映射的軌跡圖以及額外資訊轉換圖

程只會出現在通道解碼器曲線下方以及來源解碼器曲線左方的交集區塊。而兩條曲線之交點稱為停止交點(stopping intersection)，表示系統收斂後能達到的效能。階梯形式的軌跡曲線表示系統每次疊代所產生的效能，分別被兩條不同解碼器的額外資訊轉換特性曲線限制且不會超過停止交點。由圖中我們還發現到軌跡圖在疊代過程並未接觸兩條額外資訊轉換特性曲線，其可能原因在於交錯器的長度受限於延遲而不夠長，以至於事後額外訊息的分布並不近似高斯分佈。

3.2 索引指定的最佳化設計

藉由額外資訊轉換圖的分析，可以提供系統設計者比較不同關鍵元件在疊代解碼器效能的差異。有鑑於此，我們先選用一些傳統的索引指定機制，如自然二位元碼(natural binary code, NBC)、格雷碼(gray code, GC)及進位碼(folded binary code, FBC)，觀察其額外資訊轉換圖的差異。由圖 3.5 可知在訊雜比 $dB = -3$ 時，不同的索引指

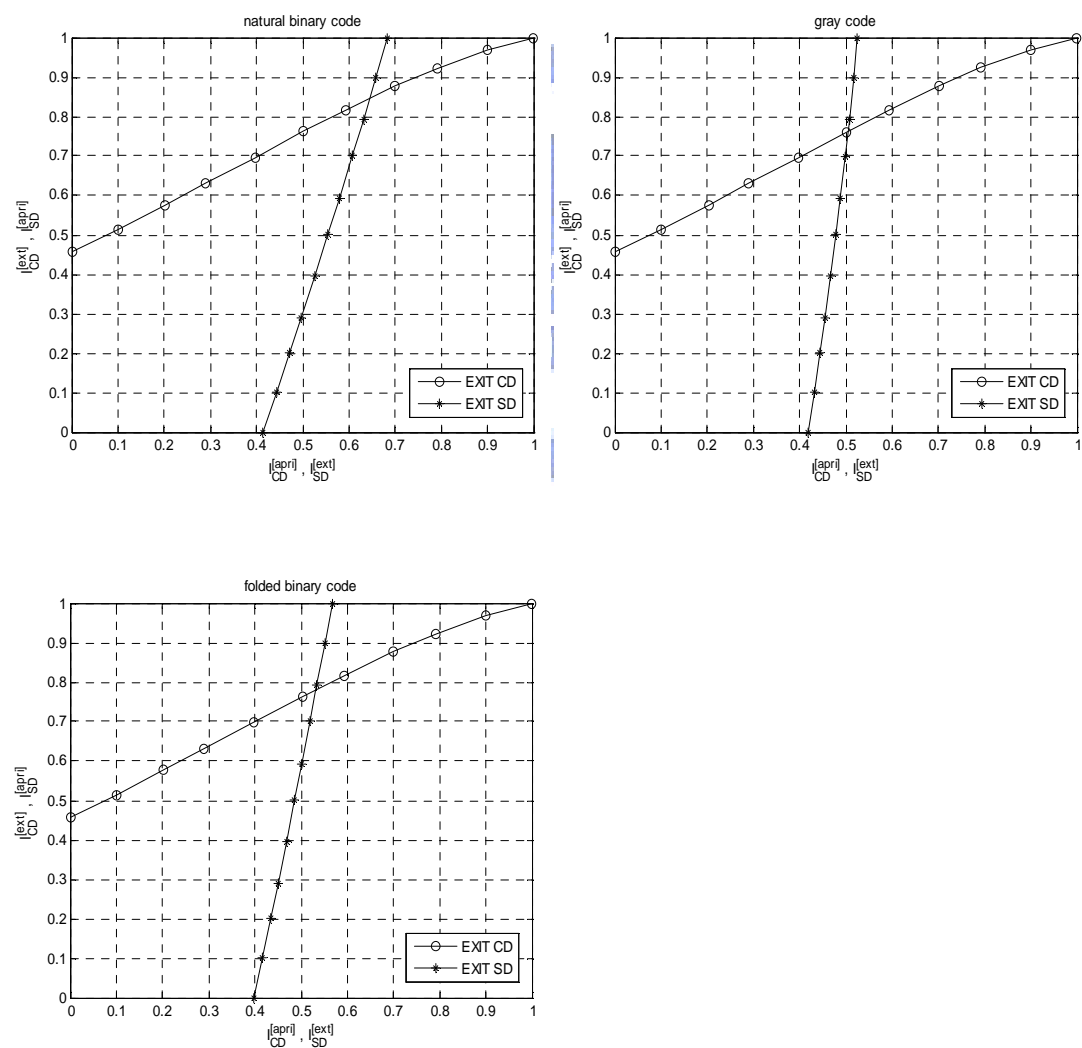


圖 3.5 不同索引指定的額外資訊轉換圖比較

定並不會使通道解碼器的額外資訊轉換特性有明顯的差異，這主要是因為通道解碼演算法是以位元為單位做計算。反之，訊源解碼器的額外資訊轉換特性則有相當明顯的差異性。NBC 碼的更正錯誤能力雖然較 GC 碼和 FBC 碼都強，不過 NBC 碼得到的停止交點

$(I_{SD}^{[ext]}, I_{CD}^{[ext]}) = (0.64, 0.85)$ ，距離理想值 $(1,1)$ 還有一段差距。因此我們希望利用停止交點的位置 $(I_{SD}^{[ext]}, I_{CD}^{[ext]})$ ，對索引指定做最佳化設計，以提升訊源解碼器的更正錯誤能力。也就是設法找一組最佳索引指定使交點 $(I_{SD}^{[ext]}, I_{CD}^{[ext]})$ 最接近 $(1,1)$ ，以期提升整體系統的效能。針對此議題，最直接的做法就是考慮完全搜尋法(full search algorithm)，也就是嘗試所有可能的索引指定，從當中比較而得到一個交點最接近 $(1,1)$ 的指定機制。這方法雖然可以得證找到全域性最大值(global maximum)，但假設量化位元數目為 K ，則總共需要蒐尋 $2^K!$ 組索引指定。當 $K=3$ 時須計算 40320 組索引指定，而當 $K=4$ 時則須計算 2×10^{13} 組索引指定，其過高計算量限制其實用價值。因此我們將選擇計算量較低的二位元置換演算法(binary switching algorithm)[8][14]，進行最佳的索引指定搜尋。圖 3.6 為二位元置換演算法的流程圖，一開始先選定傳統索引指定中最好的 NBC 碼做量化，並計算其初始距離值

$d = \sqrt{(I_{SD}^{[ext]} - 1)^2 + (I_{CD}^{[ext]} - 1)^2}$ 。接著將索引值做兩兩置換，固定一個索引位置 i ， $i=0, \dots, 2^K - 1$ ，將所有位置 j ， $j=0, \dots, 2^K - 1$ 的索引值和位置 i 做交

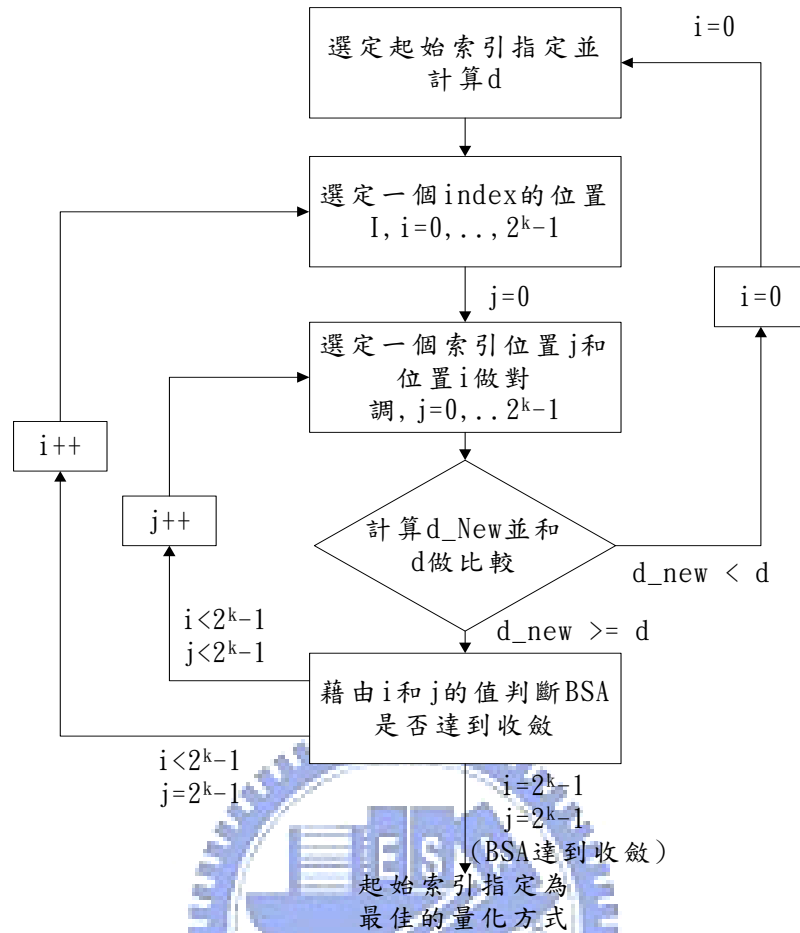


圖 3.6 二位元置換演算法流程圖

換，並計算新的距離值 $d_{new} = \sqrt{(I_{SD,new}^{[ext]} - 1)^2 + (I_{CD,new}^{[ext]} - 1)^2}$ 。其中所有可能置換的個數為 $(2^K)^2$ ，也就是我們必須從 $(2^K)^2$ 組索引指定中尋找距離值 d_{new} 小於距離值 d 的可能情形，直至所有的置換均無法再有更低的距離值 d_{new} ，則我們可以判定演算法收斂且起始索引指定為最佳索引指定。如果在 $(2^K)^2$ 組索引指定當中，找到一組新的索引指定可以產生比起始距離值 d 小的距離值 d_{new} ，則判定這組索引指定為起始索引指定並重新計算收斂次數。值得注意的是，二位元置換演算法只

能找到區域性最大值(local maximum)。圖 3.7(a)為訊雜比 $dB = -3$ 的環境下，使用 NBC 碼所得到的額外資訊轉換圖以及軌跡圖，其停止交點為 $(I_{SD}^{[ext]}, I_{CD}^{[ext]}) = (0.64, 0.85)$ ，而軌跡圖順著兩條額外資訊轉換特性曲線逼近停止交點，可以判斷系統需要 4 次疊代達到收斂。圖 3.7(b)同樣在訊雜比 $dB = -3$ 的環境下，使用經由二位元置換演算法所得到的最佳索引指定得到的額外資訊轉換圖以及軌跡圖，其停止交點為 $(I_{SD}^{[ext]}, I_{CD}^{[ext]}) = (0.87, 0.96)$ ，相較於 NBC 碼的交點有相當明顯的提升，也就是系統可以得到更好的效能上限。而軌跡圖可以判斷系統需要 5 次疊代達到收斂，相較於 NBC 碼，可以發現每次疊代經由訊源解碼器可以更正更多的錯誤以及得到更多可靠的消息。

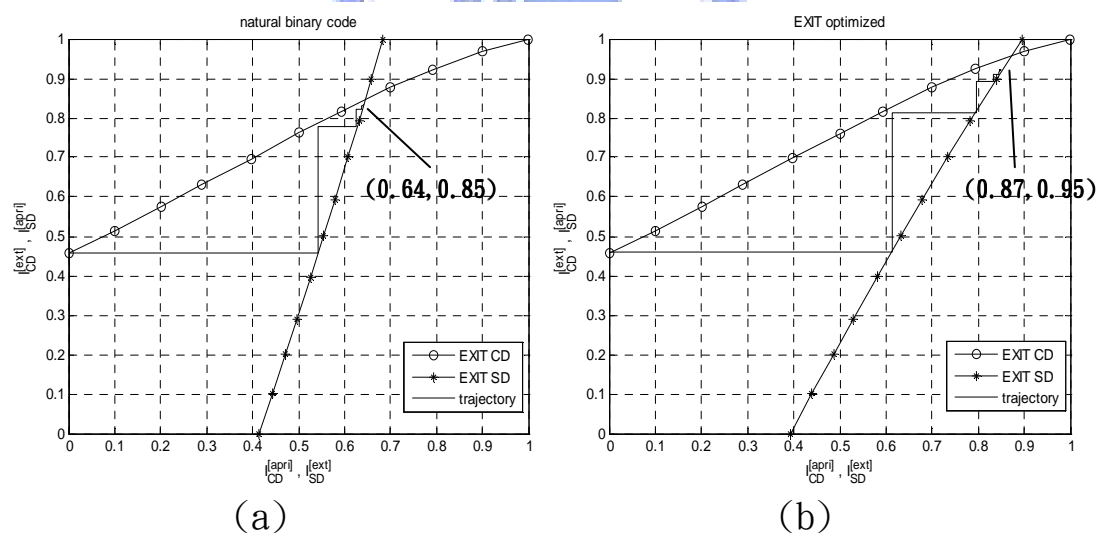


圖 3.7 額外資訊轉換圖(a)NBC 碼，(b)最佳索引指定

第四章 交錯器的最佳化設計

在本章節中我們要探討交錯器的設計，其在疊代解碼的過程中扮演著重要的角色。交錯器的架構影響整體系統的效能，其主要功能為置換來源訊息的位置。理想的交錯器不但可以提升碼字之間的漢明距離(Hamming distance)，使其在錯誤位元發生的情形下依舊可以判斷出正確的碼字，並使解碼器在每次疊代都使用到不同的已知訊息而提升整體效能。傳統的交錯器，如區塊交錯器及隨機交錯器，皆具有上述的特性。但是傳統的交錯器只考量打散原本具有規律性的訊號，其設計原理是令相鄰兩個未交錯的位置在交錯後的距離能越大越好。在本章節中，我們會進一步考量訊號之間的相關性，不但要能使交錯後的距離夠大，而且還要使相關性降到最低，以符合疊代演算法設計上的假設。

4.1 交錯器的特性分析

在疊代解碼系統中，不同的交錯器設計在傳送端會影響碼字分布的情形，而在接收端則會影響每個解碼器的額外事前訊息被運用的程度。首先我們將以區塊交錯器為例，逐一說明其設計原則與其對解碼

系統所產生的效果。圖 4.1 (a)為通道解碼架構，其中 $\tilde{\mathbf{y}}_i^S$ 和 $\tilde{\mathbf{y}}_i^P$ 分別為經過交錯器置換且附加雜訊的系統序列和同位序列。令 $L_{CD}^{[apri],(t)}(x_{d(i)})$ 為事前訊息， $L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i)$ 為事後額外訊息，其中 t 表示疊代次數， $d(i)$ 表示經過交錯後會移到 i 的原始位置。 $x_{d(i)}$ 對應於傳送端的量化輸出位元 $u_{\tau,k}$ ， x_i 則對應於 $u_{\tau,k}$ 在交錯器的輸出位元。通道解碼器輸入端的事前訊息 $L_{CD}^{[apri],(t)}(x_{d(i)})$ ，是來自於前一次疊代且經過交錯器置換的訊源解碼輸出額外訊息 $L_{SD}^{[ext],(t-1)}(x_{d(i)})$ 。圖 4.1(b)為訊源解碼架構，其中事前訊息 $L_{SD}^{[apri],(t)}(x_{d(i)})$ 來自於解交錯器還原的通道解碼輸出額外訊息 $L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i)$ ，經由解碼演算法可得其輸出額外訊息 $L_{SD}^{[ext],(t)}(x_{d(i)})$ 。參考前人研究 [15][16][17]，為了評估交錯器的作用以及訊號之間的相關性，我們

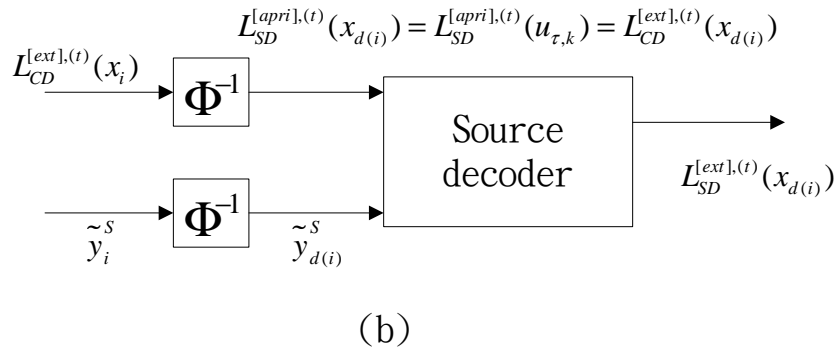
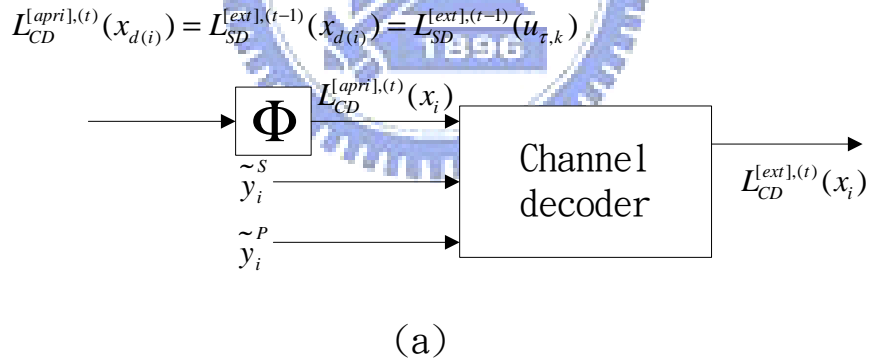


圖 4.1 解碼器數入及輸出訊息(a)通道解碼架構(b)訊源解碼架構。

定義在第 t 次疊代第 i 個事後額外訊息和第 j 個系統位元的接收值 \tilde{y}_j^S 之間的相關係數(correlation coefficient)

$$\rho\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i), \tilde{y}_j^S\right) = \frac{\text{Cov}\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i), \tilde{y}_j^S\right)}{\sqrt{\text{Var}\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i)\right)\text{Var}(\tilde{y}_j^S)}} \quad (4.1)$$

。由於傳送訊號 x_i 為隨機二位元格式且使用二進位相移鍵控(BPSK)做調變，若暫時不考慮通道雜訊，當第 i 個位置傳送的訊號 x_i 和第 j 個位置傳送的訊號 x_j 正負號相同，則 $\rho\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i), \tilde{y}_j^S\right) > 0$ ；同樣的，當 x_i 和 x_j 正負號相反，則 $\rho\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i), \tilde{y}_j^S\right) < 0$ ，會造成曲線正負交替而不易觀察。

因此將相關係數的公式調整如下，

$$\rho\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i), \tilde{y}_j^S\right) = \frac{\text{Cov}\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i) \cdot (-2x_i + 1), \tilde{y}_j^S \cdot (-2x_j + 1)\right)}{\sqrt{\text{Var}\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i) \cdot (-2x_i + 1)\right)}\sqrt{\text{Var}\left(\tilde{y}_j^S \cdot (-2x_j + 1)\right)}}, x_i, x_j \in \{0, 1\} \quad (4.2)$$

經由(4.2)式的修正，相關係數會落在負號極小值到高相關的+1值範圍內，較容易觀察。

接著我們可以利用(4.2)式分析每次疊代解碼後，輸出訊息和輸入訊息之間相關係數的變化情形。如圖 4.2 所示，我們使用自然索引(natural mapping)做量化且選擇 10×30 的區塊交錯器做分析。前四張圖表示第一次疊代各解碼器的第152個輸出額外訊息相對於不同排序的系統訊號之間的相關性，後四張圖則為第二次疊代的情形。圖 4.2(a) 為通道解碼器第152個交錯輸出額外訊息和所有的交錯輸入系統訊號

之間的相關係數。由於通道解碼演算法使用順向計量和反向計量，並分別配合分支計量由籬柵圖的起始和結尾開始做累計計算，而分支計量和輸入系統訊號以及事前消息相關，因此一特定位置的額外訊息會和前後一小段範圍內的系統訊號相關，且隨著距離增大相關性越小，曲線衰減的速度和通道編碼器的暫存器個數相關，個數越多衰減慢。

由(2.6)式或(2.11)式可知相同位置的事後額外訊息和輸入系統訊號之間不相關，即 $\rho\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i), \tilde{y}_i^S\right) = \rho\left(L_{CD}^{[ext],(t)}(x_i), L_C \cdot \tilde{y}_i^S\right) = 0$ ，其中 $L_C = 4 \frac{E_s}{N_0}$ 為

通道可靠因子(channel reliability factor)， $L_C \cdot \tilde{y}_i^S = \ln\left(\frac{p(\tilde{y}_i^S | x_i = 0)}{p(\tilde{y}_i^S | x_i = 1)}\right)$

為通道相關的對數相似值。藉由圖 4.2(a)發現第 152 個交錯的事後額外訊息 $L_{CD}^{[ext],(k)}(x_{152})$ 主要和交錯的系統訊號 $\{x_{147}, \dots, x_{151}, x_{153}, \dots, x_{157}\}$ 相關，而後續的解交錯處理將分散相關性，如圖 4.2(b)所示。至於 10×30 區塊交錯器的輸入和輸出對應關係為

$\{x_{d(147)}, \dots, x_{d(151)}, x_{d(153)}, \dots, x_{d(157)}\} = \{x_{195}, \dots, x_{196}, x_{76}, \dots, x_{196}\}$ ，如表 4.1 所示，其

下標的位置即為圖 4.2(b)主要相關性的位置。此解碼器的輸出額外訊息接著傳到下一個解碼器當作事前訊息。圖 4.2(c)為一特定位置的未交錯輸出額外訊息和所有的未交錯輸入系統訊號之間的相關係數。有別於第一次疊代的通道解碼器，此時的事前訊息不再和系統訊號不相關。相關係數曲線由兩部分所組成，一部份來自直接輸入訊源

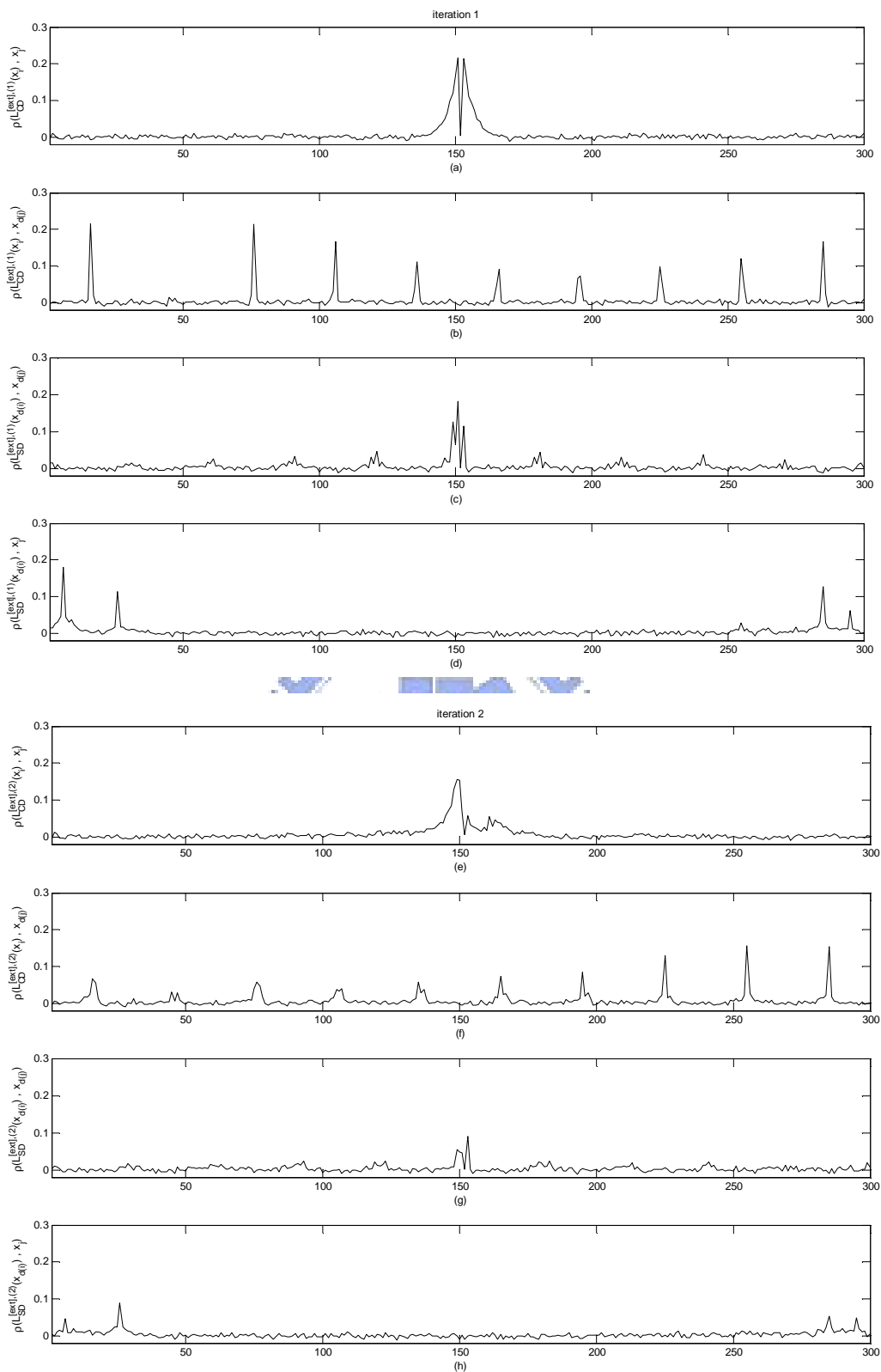


圖 4.2 第 152 個額外訊息和所有的系統訊

息在前兩次疊代過程之間的相關係數。

解碼器的系統訊號，如圖 4.3(a)，另一部份來自輸入訊源解碼器的事前訊息，其來自於前一個解碼器的輸出額外訊息且同樣地和部分的系統訊號具有相關性，如圖 4.3(b)。由於索引內的訊號彼此相關，一個特定位置的額外訊息和索引內其他位置的系統訊號相關，且訊源解碼器使用一階事前訊息(a priori knowledge of 1st order, AK1)做機率累計運算，額外訊息還會和前一個索引位置的系統訊號相關，這是主要的相關部分。而事前訊息和系統訊號的相關性由圖可發現為分散的小凸起狀，這部分的相關性較小。在之後的解碼過程中，利用事前訊息使事後額外訊息和更多的系統訊號相關，也就是利用更多的已知訊號去猜測輸出結果。圖 4.2(d)為一特定位置的未交錯輸出額外訊息和所有的交錯輸入系統訊號之間的相關係數，同樣地藉由交錯器可分散其相關性。由圖 4.2 整體的分析可知，由於額外訊息的互相傳遞，隨著疊代次數的增加，輸出額外訊息會和越多的輸入系統訊號相關，當解碼器利用到越多的已知訊息則猜測的結果越精確。額外對數相似值的平均值隨著傳輸訊號為+1或-1而越大或越小，其變異數也逐漸增大，因此相關係數會越來越小。

d(i)	195	225	255	285	16	76	106	136	166	196
i	147	148	149	150	151	153	154	155	156	157

表 4.1 以交錯位置 152 為中心的交錯和解交錯相對位置

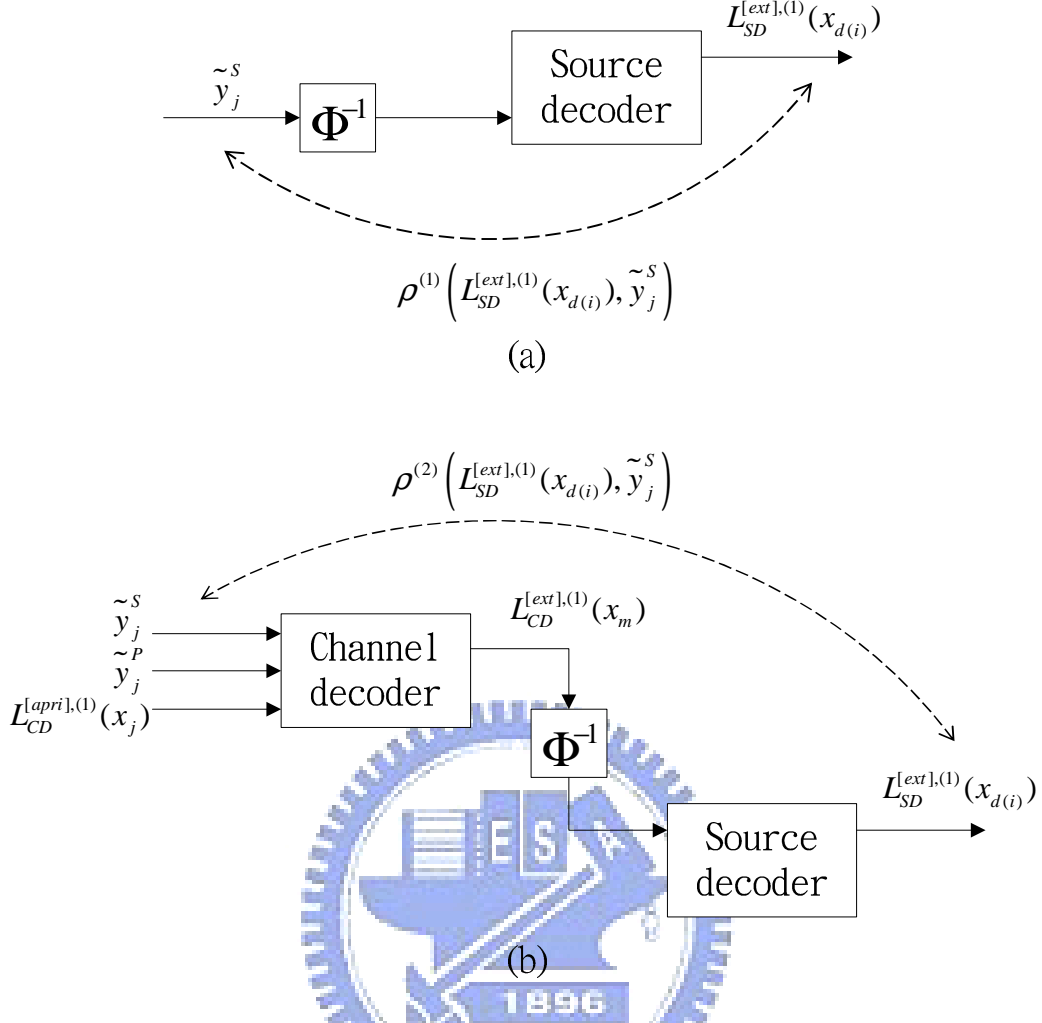


圖 4.3 第一次疊代訊源解碼器輸出額外訊息和系統

訊號的相關性，其相關性來自(a)直接輸入
的系統訊號(b)間接輸入的系統訊號。

4.2 交錯器的最佳化設計

我們採用 BCJR 演算法實現通道解碼，其推導過程中對許多隨機變數做了獨立(independent)的假設。如圖 4.1(a)所示，令

$\mathbf{R} = (L_{CD}^{[apri],(t)}(\mathbf{x}), \tilde{\mathbf{y}}^s, \tilde{\mathbf{y}}^p)$ 為在第 t 次疊代通道解碼器三個輸入訊息序列。在

BCJR 推導過程中，需假設第 t 次疊代第 l 個時間點的輸入訊號

$R_l = (L_{CD}^{[apri],(t)}(x_l), \tilde{y}_l^S, \tilde{\mathbf{y}}_l^P)$ 和前後訊號 $R_l^{l-1} = \{R_1, \dots, R_{l-1}\}$ 及 $R_{l+1}^N = \{R_{l+1}, \dots, R_N\}$ 皆彼此獨立，其中 N 為一個區塊的長度。另外還需假設 R_l 內三個訊號值

$L_{CD}^{[apri],(t)}(x_l)$ 、 \tilde{y}_l^S 和 $\tilde{\mathbf{y}}_l^P$ 也彼此獨立，則事後機率的推導如下

$$p(x_l | \tilde{\mathbf{Y}}_1^\Lambda) = \frac{p(x_l, \tilde{\mathbf{Y}}_1^\Lambda)}{p(\tilde{\mathbf{Y}}_1^\Lambda)} = \frac{\sum_{(s_{l-1}, s_l) \in \Sigma_l^\Omega} p(s_l, s_{l+1}, \tilde{\mathbf{Y}}_1^\Lambda)}{p(\tilde{\mathbf{Y}}_1^\Lambda)}, \quad \Omega = \begin{cases} +, & x_l = +1 \\ -, & x_l = -1 \end{cases} \quad (4.3)$$

其中

$$\begin{aligned} p(s_l, s_{l+1}, \tilde{\mathbf{Y}}_1^\Lambda) &= p(\tilde{\mathbf{Y}}_{l+1}^\Lambda | s_l, s_{l+1}, \tilde{\mathbf{Y}}_1^{l-1}, \tilde{\mathbf{y}}_l) p(s_l, s_{l+1}, \tilde{\mathbf{Y}}_1^{l-1}, \tilde{\mathbf{y}}_l) \\ &= p(\tilde{\mathbf{Y}}_{l+1}^\Lambda | s_l, s_{l+1}, \tilde{\mathbf{Y}}_1^{l-1}, \tilde{\mathbf{y}}_l) p(s_{l+1}, \tilde{\mathbf{y}}_l | s_l, \tilde{\mathbf{Y}}_1^{l-1}) p(s_l, \tilde{\mathbf{Y}}_1^{l-1}) \\ &= p(\tilde{\mathbf{Y}}_{l+1}^\Lambda | s_{l+1}) p(s_{l+1}, \tilde{\mathbf{y}}_l | s_l) p(s_l, \tilde{\mathbf{Y}}_1^{l-1}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

至於分支計量 $\gamma_l(s_l, s_{l+1}) = p(s_{l+1}, \tilde{\mathbf{y}}_l | s_l)$ ，則可繼續推導得

$$\begin{aligned} \gamma_l(s_l, s_{l+1}) &= \frac{p(s_l, s_{l+1}, \tilde{\mathbf{y}}_l)}{p(s_l)} = p(s_{l+1} | s_l) p(\tilde{\mathbf{y}}_l | s_l, s_{l+1}) \\ &= p_{CD}^{[apri]}(x_l) p(\tilde{y}_l^S | y_l^S) p(\tilde{\mathbf{y}}_l^P | \mathbf{y}_l^P) \end{aligned} \quad (4.5)$$

實際上由於接收訊號 $\tilde{\mathbf{y}}_l = \{\tilde{y}_l^S, \tilde{\mathbf{y}}_l^P\}$ 為傳送訊號 $\mathbf{y}_l = \{y_l^S, \mathbf{y}_l^P\}$ 加上白色高斯雜訊，不同時間點之間的訊號 $\tilde{\mathbf{y}}_l$ 彼此獨立，且在同一時間點內的系統

訊號 \tilde{y}_l^S 和同位訊號 $\tilde{\mathbf{y}}_l^P$ 也彼此獨立，這部分確實能滿足 BCJR 的假設。

接著探討 $L_{CD}^{[apri],(t)}(x_l)$ 和 \tilde{y}_l^S 的關係，當在第一次疊代時通道解碼器的事前

訊息 $L_{CD}^{[apri],(1)}(x_l) = \ln \frac{p(x_l = +1)}{p(x_l = -1)}$ 在每個時間點都為相同的常數值，可知

$L_{CD}^{[apri],(1)}(x_l)$ 和 \tilde{y}_l^S 在相同的時間點彼此獨立。而疊代到第二次通道解碼器

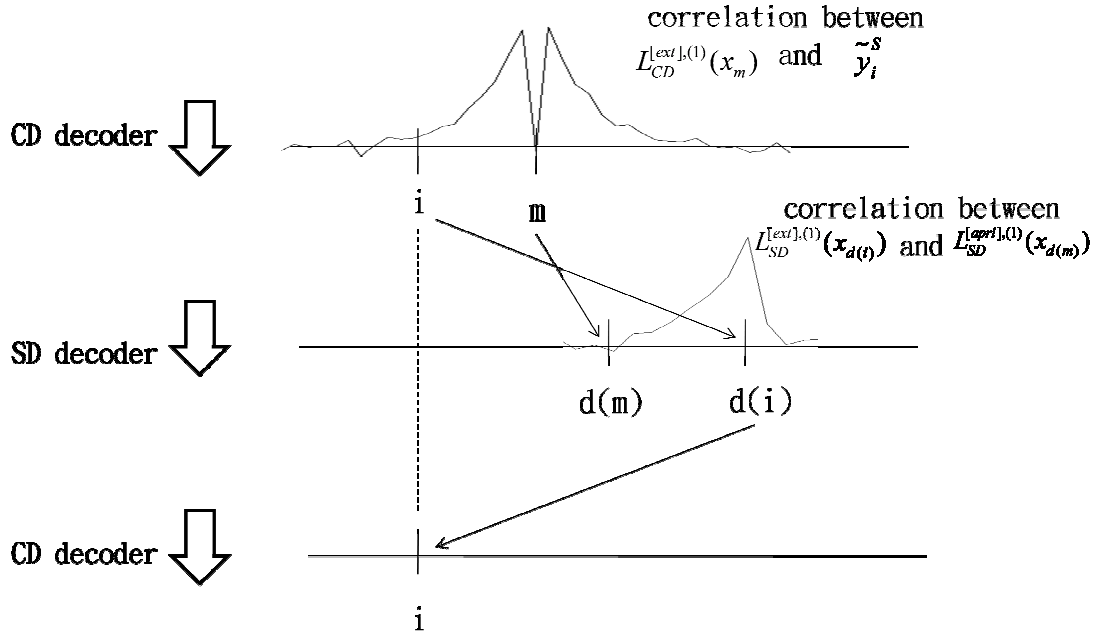


圖 4.4 在第二次疊代通道解碼輸入訊號之間相關性的流程圖。

的過程如图 4.4 所示，由第一次疊代通道解碼器相關曲線圖可知在 $m \neq i$ 時 $L_{CD}^{[ext],(1)}(x_m)$ 和 \tilde{y}_i^s 具有相關性，且隨 $|m-i|$ 越大相關性越小，接著 $L_{CD}^{[ext],(1)}(x_m)$ 經過解交錯器而變成 $L_{CD}^{[ext],(1)}(x_{d(m)})$ 且來源解碼器的事前訊息由通道解碼器的額外訊息傳來， $L_{SD}^{[apri],(1)}(x_{d(m)}) = L_{CD}^{[ext],(1)}(x_{d(m)})$ ，由第二張圖可知 $L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)})$ 和 $L_{SD}^{[apri],(1)}(x_{d(m)})$ 具有相關性，同樣地隨 $|d(m)-d(i)|$ 越大相關性越小，接著 $L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)})$ 經過交錯器變成 $L_{SD}^{[ext],(1)}(x_i)$ 且傳給通道解碼器當做事前訊息， $L_{CD}^{[apri],(2)}(x_i) = L_{SD}^{[ext],(1)}(x_i)$ ，此時，在第二次疊代計算通道演算法時，事前訊息 $L_{CD}^{[apri],(2)}(x_i)$ 會和系統訊號 x_i 相關。藉由以上的推論可知，事前訊息 $L_{CD}^{[apri],(2)}(x_i)$ 也會和同位訊號 y_i 相關，則 R_i 內的訊號事實上在第二次疊代以後並不彼此獨立，這就違反了當初 BCJR 的假設。

接著探討如何設計交錯器使訊號之間的相關性最小。一開始先分析第一次疊代通道解碼器交錯輸入系統訊號和交錯輸出額外訊息之間的相關係數 $\rho(L_{CD}^{[ext],(1)}(x_i), x_j)$ 。接著再分析第一次疊代來源解碼器交錯輸入系統訊號和未交錯輸出額外訊息之間的相關係數

$\rho(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), x_j)$ ，其可藉由圖 4.3 且以下列的數學模型來近似

$$\begin{aligned}\rho(L_{CD}^{[apri],(2)}(x_i), \tilde{y}_j^S) &= \rho(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), \tilde{y}_j^S) \\ &= p(\varepsilon=1)\rho^{(1)}(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), \tilde{y}_j^S) + p(\varepsilon=2)\rho^{(2)}(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), \tilde{y}_j^S)\end{aligned}\quad (4.7)$$

其中 $p(\varepsilon)$ ， $\varepsilon=1,2$ 分別代表兩成分各佔的比重且 $\rho^{(2)}(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), \tilde{y}_j^S)$ 可藉由通道解碼器的輸出額外訊息表示成

$$\rho^{(2)}(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), \tilde{y}_j^S) = \sum_{m=1}^N \rho(L_{CD}^{[ext],(1)}(x_m), \tilde{y}_j^S) \cdot \rho(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), L_{CD}^{[ext],(1)}(x_{d(m)}))\quad (4.8)$$

由以上敘述得知，通道解碼演算法假設 $\rho(L_{CD}^{[apri],(2)}(x_j), x_j) = 0$ ，但經由圖 4.4 的流程顯示實際上 $\rho(L_{CD}^{[apri],(2)}(x_j), x_j) \neq 0$ ，因此我們根據(4.9)式設計交錯器置換的相對位置

$$i = \arg \min_j \rho(L_{CD}^{[apri],(2)}(x_j), \tilde{y}_j^S) \quad (4.9)$$

在固定的 $d(i)$ 下搜尋所有可能的 j 值且取能使相關係數為最小的 j 值指定給 i ，不管 j 值為何皆會指定給 $d(i)$ ，因此 $\rho^{(1)}(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), \tilde{y}_j^S)$ 永遠為 0，我們可以將(4.9)式改寫成

$$\begin{aligned}
i &= \arg \min_j \rho^{(2)} \left(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), \tilde{y}_j^S \right) \\
&= \arg \min_j \left[\sum_{m=1}^N \rho \left(L_{CD}^{[ext],(1)}(x_m), \tilde{y}_j^S \right) \cdot \rho \left(L_{SD}^{[ext],(1)}(x_{d(i)}), L_{CD}^{[ext],(1)}(x_{d(m)}) \right) \right] \quad (4.10)
\end{aligned}$$

藉由(4.10)式所得交錯器的相對位置可使訊號之間的相關係數最小

以近似 BCJR 的假設。

一開始我們先做兩項定義：

(1) 交錯器向量參數 $\bar{d} = [d(1), d(2), \dots, d(N)]$ ，其中 $d(m)$ 表示未交錯的位置，經過交錯後會移到 m 的位置。

(2) $M = \{1, \dots, N\}$ 表示未交錯的位置且還沒和交錯後的位置做連結。

$L = \{1, \dots, N\}$ 表示交錯後的位置且還沒和未交錯的位置做連結。

接著討論設計流程，如圖 4.5 所示，一開始設定兩個集合 M 和 L ，由 M 集合當中選一個值指定給 $d(i)$ ，這部分提供三種選擇方法。第一種為直接順序(straight order)指定，即按照 M 集合內的值由小到大或由大到小依序指定給 $d(i)$ ，第二種為交互順序(alternate order)指定，即按照 M 集合內的最大值和最小值交互選取指定給 $d(i)$ ，第三種為隨機順序(random order)指定，即由 M 集合內隨機選取指定給 $d(i)$ 。再來利用訊號間的相關性來設計交錯器，交錯器上每個交錯的位置都會使相關性降到最低，以近似通道演算法的假設。交錯設計演算法每選定一個位置 i 後即從 L 當中移除，同時將 $d(i)$ 從 M 集合內移除直到 M 集合為空集合，也就是每個位置都會交錯到唯一的位置後，則交錯

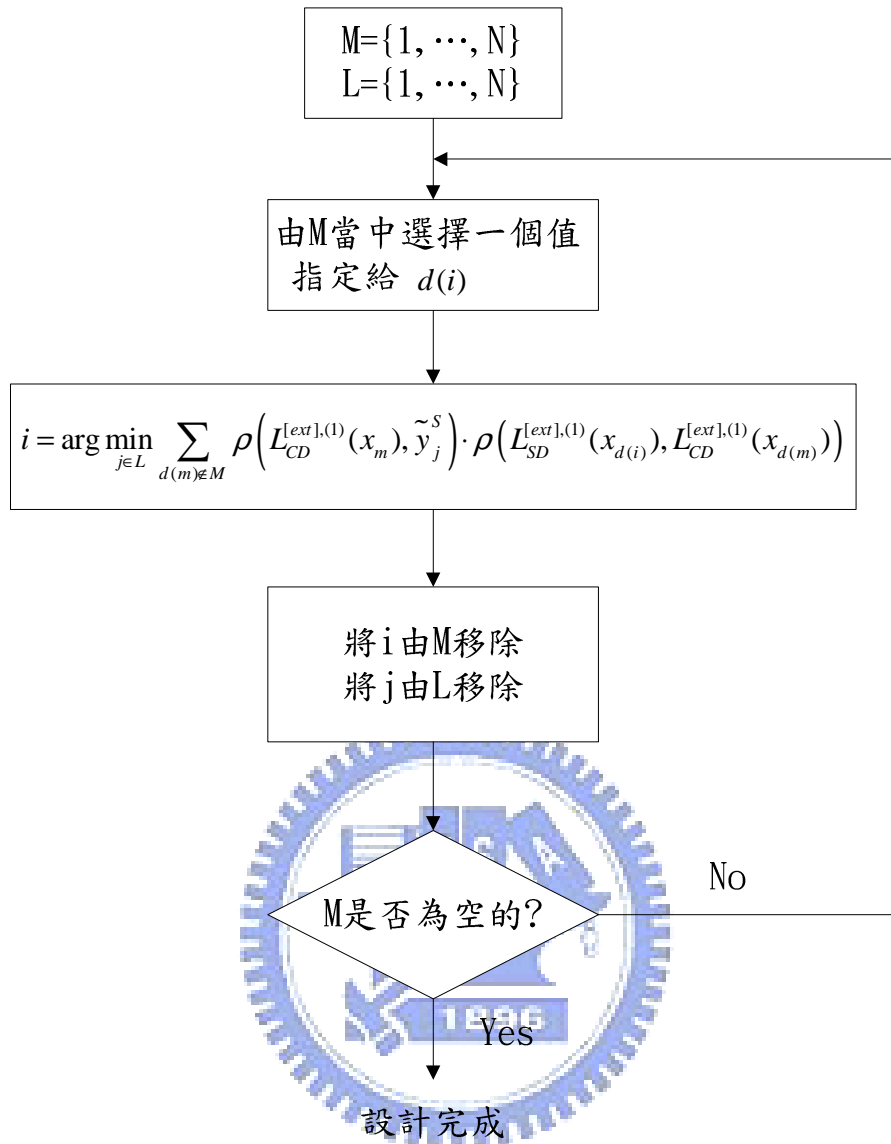


圖 4.5 交錯器的設計流程。

器完成設計。

圖 4.6 為區塊交錯器以及上述三種不同的 $d(i)$ 指定方式所對應的排列矩陣(permutation matrix)，其中交錯器長度為300。藉由排列矩陣可以清楚看到三種不同指定方式所設計的交通器相較於區塊交錯器有較好的結構，點的分布相當均勻且分散，不像區塊交錯器存在著很高的規律性。接著比較三種不同的指定方式，直接順序指定所產

生的排列矩陣其在左上和左下的的小區塊內分散較不均勻外，其他地方分散相當均勻，其存在著某種程度的規律性。交互順序指定所產生的排列矩陣其在中間部分的點有散亂的現象而在其他部分則存在著規律性。隨機順序指定所產生的排列矩陣造成全區域點的分布相當散亂。由表 4.2 所示，不同指定方式的交錯器在相鄰原始位置上，假設兩相鄰原始位置為 $d(i)$ 和 $d(f)=d(i)+1$ ，其交錯後相對平均距離為 $|i-f|$ ，由於相鄰訊號之間的相關性最大，我們希望在交錯後訊號的距離越大，其規律性以及相關性越低。觀察相鄰一個距離和兩個距離

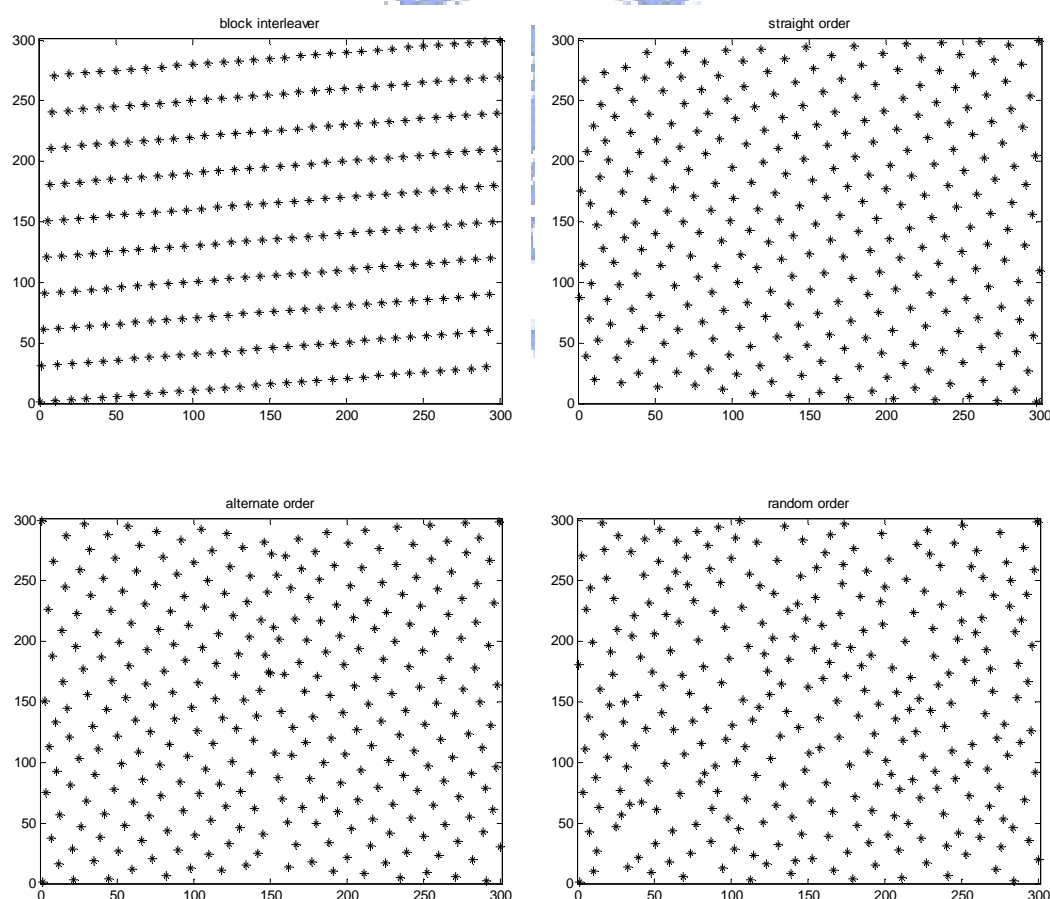


圖 4.6 區塊交錯器以及不同設計方法的相關性交錯器。

的原始訊號其交錯後的平均距離以隨機指定的方式最大，距離最短的為區塊交錯器。

	區塊交錯器	直接順序指定的交錯器	交互順序指定的交錯器	隨機順序指定的交錯器
原始訊號相鄰一個位置其交錯後的平均位移距離	53.18	99.78	112.81	113.67
原始訊號相鄰兩個位置其交錯後的平均位移距離	94.86	107.21	105.67	110.29

表 4.2 原相鄰訊號交錯後的平均距離



第五章 實驗模擬與結果分析

在前面的章節裡分別介紹了提升訊源解碼效能的二位元置換演算法以及提升通道解碼效能的相關性交錯器。在本章中，我們將藉由系統模擬進一步探討分項設計及其整合考量的效果。本章節主要探討各種量化編碼方式所產生不同的效果，以及不同的交錯器所帶來效能的優劣。其內容分為兩個小節，第一節介紹傳輸系統的規格與模擬環境。第二節則細分成三個實驗，實驗一分析藉由二位元置換演算法所得的最佳化索引指定，以及其所產生的軌跡圖和額外資訊轉換圖。實驗二分析經由相關性交錯器的設計進而匹配 BCJR 演算法的假設，且由軌跡曲線分析其疊代過程效能的優劣。實驗三比較區塊交錯器和相關性交錯器，並針對自然索引指定和最佳化索引指定作效能的交叉比對。

5.1 系統模擬環境

考慮一個傳輸架構如圖 5.1 所示，我們將分別介紹每一個區塊的

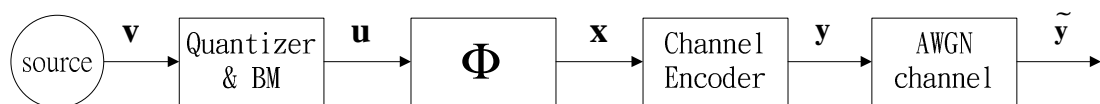


圖 5.1 傳送端的編碼架構

初始設定以及運作方式。來源訊號採用一階自迴歸處理(1st-order autoregressive process)，其相關因子為 $\rho=0.95$ 。訊源取樣值表示為

$$v_{\tau} = \rho \cdot v_{\tau-1} + n_{S,\tau} \quad (5.1)$$

其中 $n_{S,\tau}$ 表示 τ 時刻的可加性白色高斯雜訊，其平均值為0且變異數為1。在模擬過程中先產生30000個取樣值做為系統的輸入訊號，個別送入Lloyd-Max 量化器做訊源編碼。圖 5.2 所示為自然索引指定且使用3個位元做量化，當輸入訊號落在 X 軸上某一區間，藉由階梯曲線判斷其對應 Y 軸上的值且輸出階梯曲線上的索引。接著將索引序列分割成一個個區塊送入交錯器做位置置換，區塊長度設定為300且區塊交錯器採用 10×30 的矩陣型式，以列向量讀入而以行向量讀出。交錯後

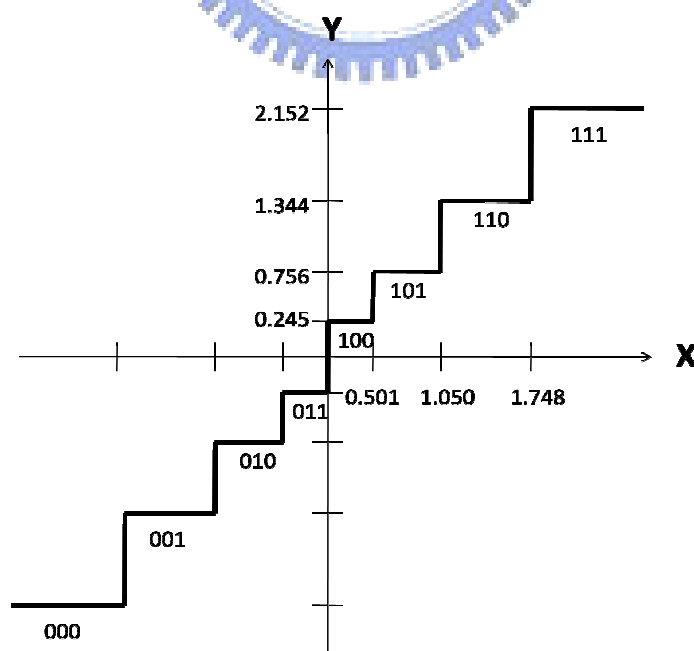


圖 5.2 自然索引指定的量化特性

$$\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{g^{(1)}(D)}{g^{(0)}(D)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1+D^2}{1+D+D^2} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Block diagram of a discrete-time control system. The input x_l enters a summing junction (circle with a cross) where a feedback signal from y_l^S is subtracted. The output of this junction passes through a delay block D to a second summing junction. The output of the second junction passes through another delay block D to a third summing junction. The output of the third junction is y_l^P . There is a feedback path from y_l^P through a delay block D to the second summing junction. There is also a feedback path from y_l^P through a delay block D to the first summing junction, labeled B . There is a feedforward path from the input x_l through a block A to the first summing junction.

45

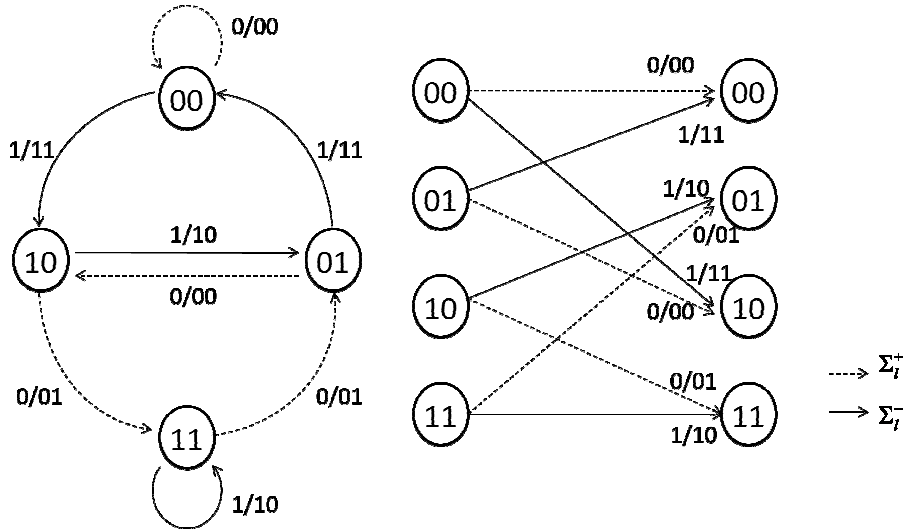


圖 5.4 遞迴系統迴旋碼的狀態圖和籬柵圖

$\sigma^2 = \frac{N_0}{2E_s}$ 的高斯分佈， N_0 為單邊雜訊功率頻譜密度， E_s 為訊號能量。

在接收端收到雜訊干擾的實數訊號，將其送入軟性輸出解碼器做疊代解碼。所謂的軟性輸出不但可以硬性判斷原傳送位元值，還可知道其判定的相關機率值。每個解碼器會各自求得額外訊息，將額外訊息送入另一個解碼器做為事前訊息以求得更可靠的消息。在通道解碼部分採用 BCJR 演算法，將接收訊號分成一個個的區塊並個別做解碼，而訊源解碼部分使用 softbit source decoding 演算法，其針對所有的接收訊號一次做解碼，最後使用最小化均方差(minimize mean square error, MMSE)來產生重建訊號 \hat{v}_τ ，我們採用參數訊雜比(parameter SNR)評估重建訊號 \hat{v}_τ 和來源訊號 v_τ 的差異，

$$pSNR = 10 \cdot \log \left(\frac{v_\tau^2}{(v_\tau - \hat{v}_\tau)^2} \right) \quad (5.3)$$

5.2 實驗結果與分析

[實驗一]

目的：由於索引指定的配置決定其位元層級額外訊息，據以產生的

索引層級額外訊息相較於實際值也有不同的失真情形，因而造成

訊源解碼器錯誤隱藏能力的不同。因此我們將針對自然索引

指定以及第三章基於二位元置換演算法的最佳化索引指定，探討

其效能的差異。

結果：

Quantization bit = 3			
Natural mapping		EXIT-optimized mapping	
7	111	7	111
6	110	2	010
5	101	1	001
4	100	4	100
3	011	3	011
2	010	6	110
1	001	5	101
0	000	0	000

表 5.1 自然索引指定和最佳化索引指定 ($M=3$)

Quantization bit = 4			
Natural mapping		EXIT-optimized mapping	
15	1111	2	0010
14	1110	15	1111
13	1101	3	0011
12	1100	9	1001
11	1011	10	1010
10	1010	4	0100
9	1001	7	0111
8	1000	13	1101

7	0111	1	0001
6	0110	14	1110
5	0101	8	1000
4	0100	11	1011
3	0011	5	0101
2	0010	6	0110
1	0001	0	0000
0	0000	12	1100

表 5.2 自然索引指定和最佳化索引指定($M=4$)

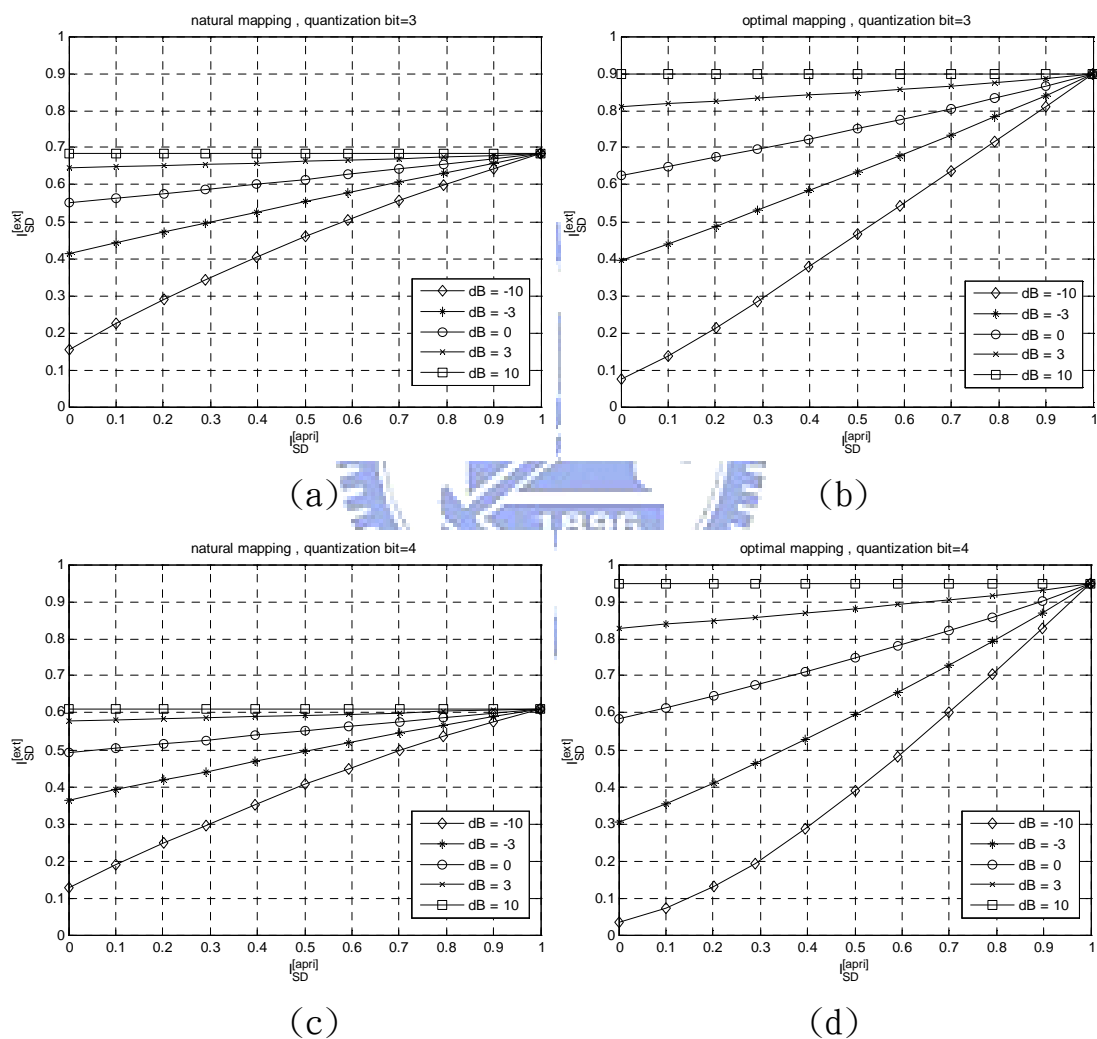


圖 5.5 區塊交錯器的訊源解碼額外資訊轉換特性曲線

((a) $M=3$ 且 NBC, (b) $M=3$ 且 BSA,

(c) $M=4$ 且 NBC, (d) $M=4$ 且 BSA)

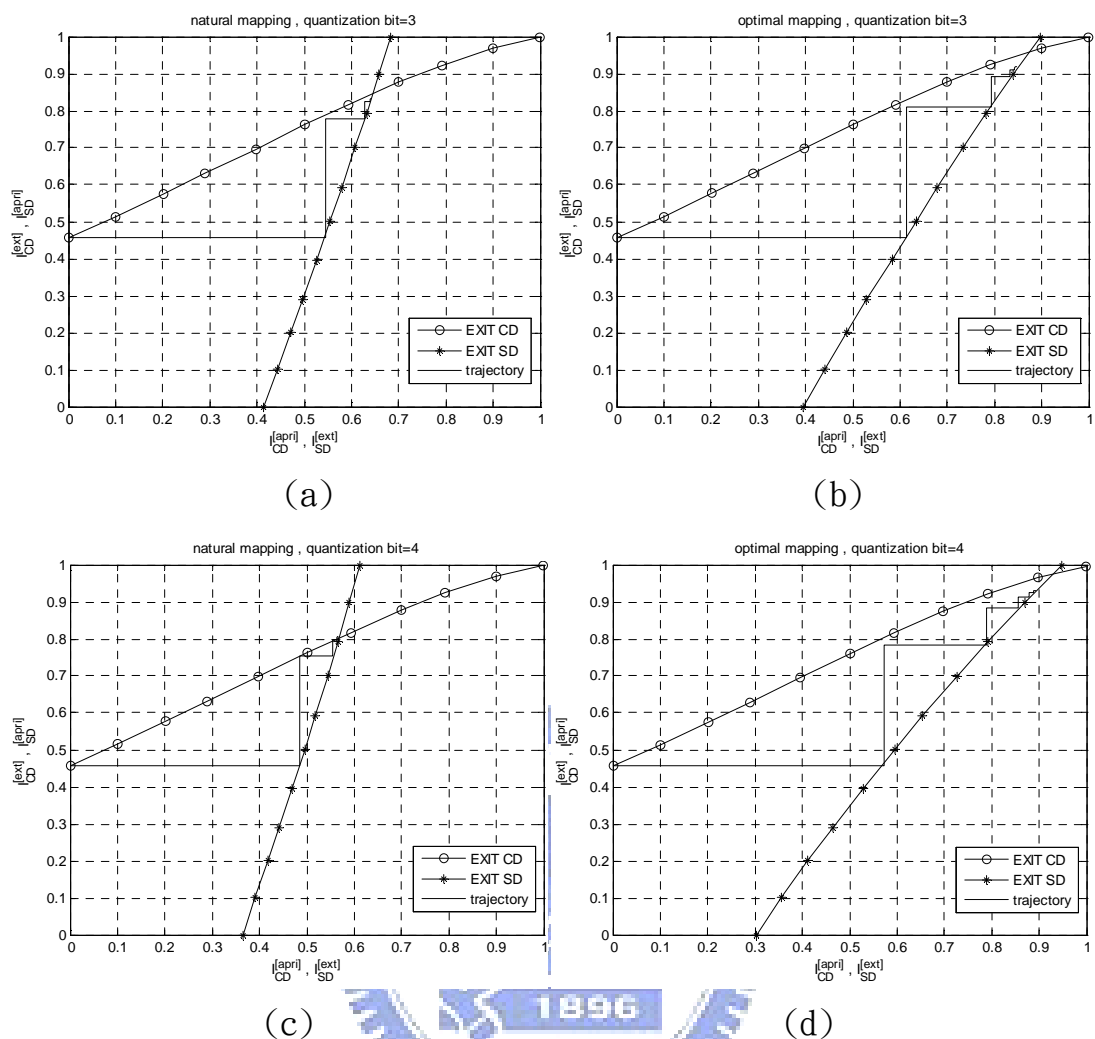


圖 5.6 區塊交錯器的軌跡圖和額外資訊轉換圖

((a) $M=3$ 且 NBC, (b) $M=3$ 且 BSA,

(c) $M=4$ 且 NBC, (d) $M=4$ 且 BSA)

分析：針對量化位元 $M=3$ 、 4 ，以自然索引指定為起始再作二位元置

換演算法所求得的最佳索引指定，如表 5.1 和表 5.2 所示。圖

5.5 呈現量化位元 $M=3$ 及 4 時自然索引指定(NBC)和最佳化索

引指定(BSA)在所得的訊源解碼額外資訊轉換特性曲線。由圖可

知，在通道環境較好的情形下($dB > -3$)，訊源解碼器利用最佳化索引指定所得的位元層級額外訊息較符合位元層級訊源演算法的假設，相較於自然索引指定可產生較小的失真。

當固定使用自然索引指定且分別提高量化位元個數，則在位元層級訊源演算法的假設上會產生更多失真，其所求出的位元層級額外訊息越不可靠且其提升效能的空間越大。使用最佳化索引指定的另一項好處是，當事前消息完全可靠，即 $I_{SD}^{[apri]} = 1$ ，所求得的事後額外訊息 $I_{SD}^{[ext]}$ 有明顯的提升，其值的提升有助於在額外資訊轉換圖上停止交點的位置會越接近座標(1,1)，整體系統也可以得到較好的收斂效能。如圖 5.6 所示，在固定 $M = 3$ 的情形下，使用自然索引指定可得到交點座標(0.64,0.85)，而使用最佳化索引指定可以提升到交點座標(0.88,0.96)。在固定 $M = 4$ 的情形下，使用自然索引指定可得到交點座標(0.57,0.80)，而使用最佳化索引指定可以提升到交點座標(0.93,0.97)。接著探討各種不同條件所得的軌跡圖，其表示實際上系統疊代過程的效能。

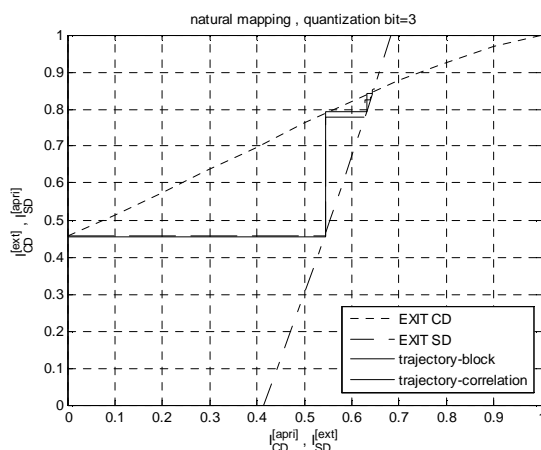
由圖 5.6 可知，固定量化位元個數，使用最佳化索引指定可以提升收斂時的效能，但需要相較於自然索引指定更多的疊代次數。最佳化索引指定由於產生較小的失真，導致訊號之間的相關性較大，如果交錯器的設計不夠理想，則回傳給通道解碼器

的訊息相關性依舊存在，因而造成通道解碼部分會產生較多的失真。導致軌跡圖和通道解碼的效能極限曲線，即額外資訊轉換特性曲線相距越遠，差距隨著疊代次數的上升越大，且導致系統收斂後的效能距離理想值仍有一段差距。

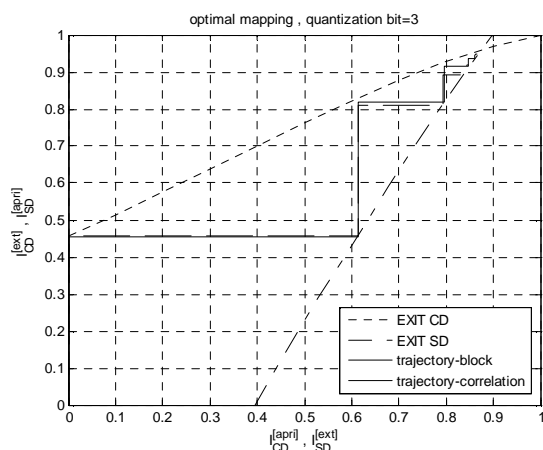
[實驗二]

目的：由實驗一我們發現，雖然最佳化索引指定可以有效提升訊源解碼的效能，但其反而提高訊號之間的相關性，而構造簡單的區塊交錯器並不能有效降低訊號之間的相關性。因此我們採用第四章所討論的相關性交錯器取代區塊交錯器，並藉由模擬結果驗證其能夠有效降低回傳給通道解碼器的訊號之間的相關性。

結果：



(a)



(b)

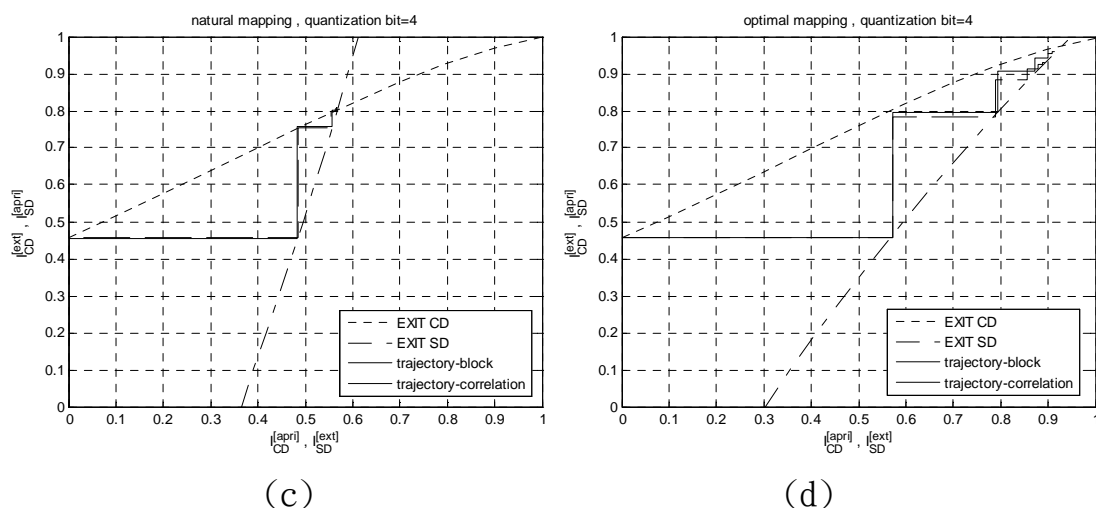


圖 5.7 相關性交錯器的軌跡圖和額外資訊轉換圖

((a) $M=3$ 且 NBC, (b) $M=3$ 且 BSA,

(c) $M=4$ 且 NBC, (d) $M=4$ 且 BSA)

分析：依照實驗一的模擬環境且以第四章討論的相關性交錯器取代區塊交錯器，其模擬結果如圖 5.7 所示。值得注意的是額外資訊轉換圖和交錯器的種類無關，但軌跡圖會隨著不同的交錯器有不同的效能曲線。藉由比較相關性交錯器和區塊交錯器所得的軌跡圖可發現，前者使訊號較符合通道解碼演算法的假設，並從第二次疊代開始得到較好的通道解碼效能，其疊代軌跡曲線可以更接近通道解碼的效能極限。自然索引指定，產生訊號的相關性不如最佳化索引指定來的大，因此使用相關性交錯器所提升的效能有限。而在最佳化索引指定的情形下，相關性交錯器可以有效降低訊號之間的相關性因而得到較多的效能提升。

不但可以使軌跡曲線更接近通道解碼的效能極限，且可以使系統收斂在更接近額外資訊轉換圖的停止交點上，也就是可以得到更好的收斂效能。

[實驗三]

目的：我們將採用參數訊雜比針對不同的量化方式以及不同的交錯器做交叉分析，並比較收斂後的效能差異。

結果：

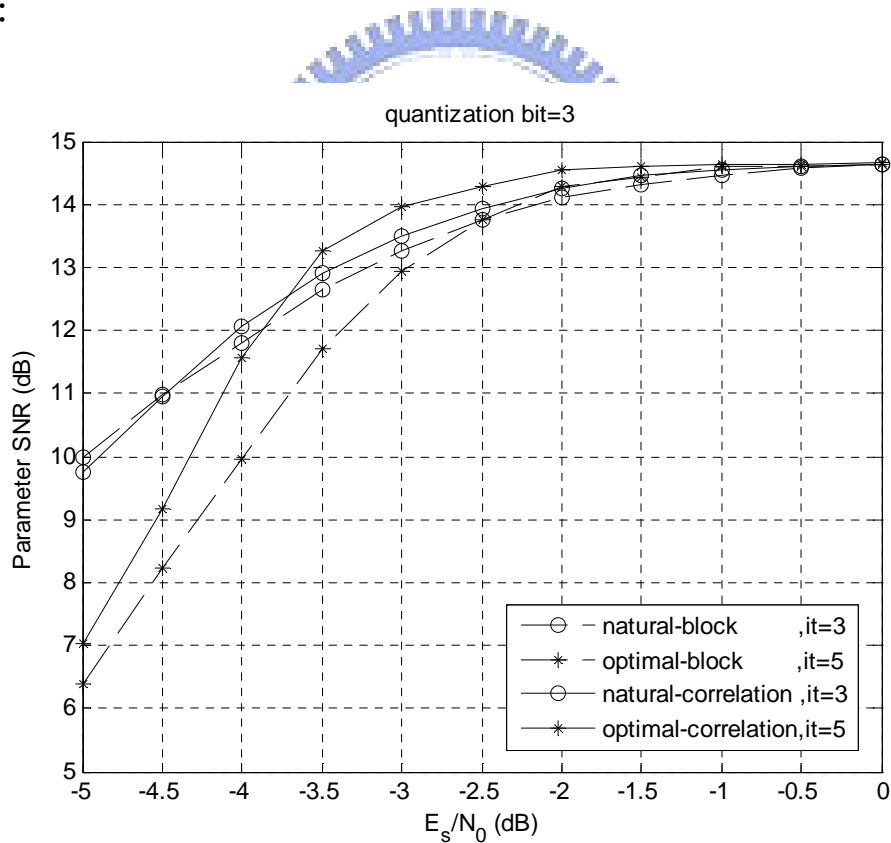


圖 5.8 各種索引指定與交錯器的效能比較($M=3$)。

Encoder type	E_s/N_0 (dB)					
	-5	-4	-3	-2	-1	0
Natural-block	10.09	11.88	13.30	14.12	14.46	14.62
Optimal-block	6.39	9.95	12.93	14.29	14.59	14.64
Natural-correlation	10.01	12.25	13.58	14.25	14.55	14.62
Optimal-correlation	7.04	11.55	13.96	14.53	14.62	14.65

表 5.3 不同編碼方式的參數訊雜比比較

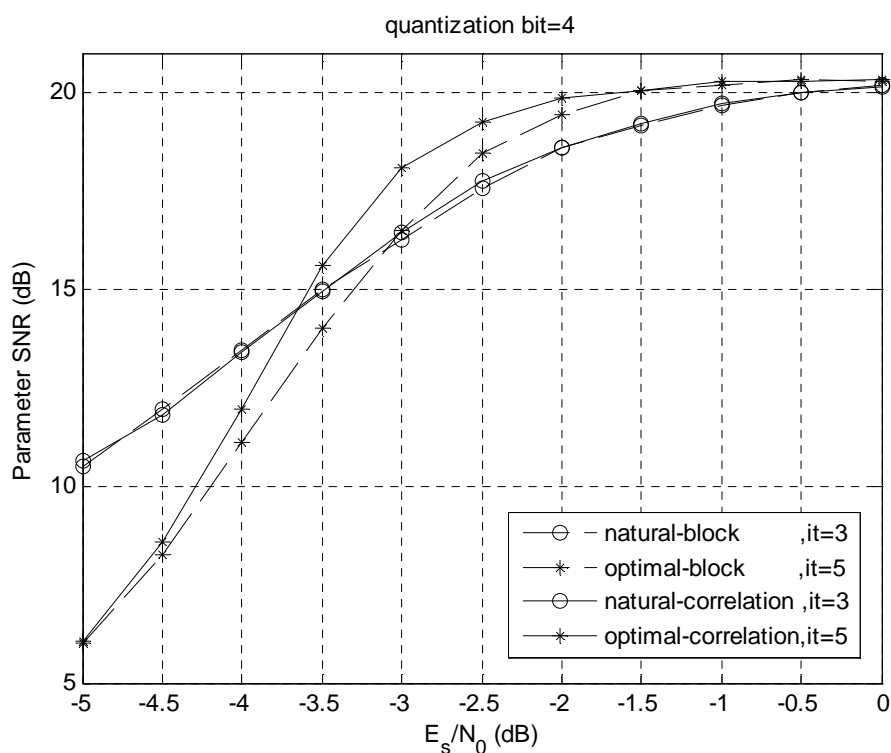


圖 5.9 各種索引指定與交錯器的效能比較($M=4$)。

different type	E_s/N_0 (dB)					
	-5	-4	-3	-2	-1	0
Natural-block	10.61	13.55	16.32	18.63	19.67	20.18
Optimal-block	6.17	11.33	16.71	19.57	20.18	20.30
Natural-correlation	10.82	13.54	16.55	18.57	19.73	20.13
Optimal-correlation	6.20	12.31	18.45	19.87	20.27	20.31

表 5.4 不同編碼方式的參數訊雜比比較

分析：圖 5.8 和圖 5.9 分別使用 $M=3$ 和 $M=4$ ，其個別的圖交叉比較

不同的索引指定以及交錯器。每一條曲線表示各自系統的收斂效能，其收斂次數藉由各自系統的軌跡圖所求得。由圖 5.8 可知，在區塊交錯器的使用下，需在較好的通道環境 ($dB \geq -2.6$)，才能從最佳化索引指定得到效能的提升，主要是受限於區塊交錯器的交錯方式以及未完全符合訊源解碼演算法的假設。反之，使用相關性交錯器時，最佳化索引指定能夠在更糟的通道環境 ($dB \geq -3.6$) 下得到效能的提升。接著探討在特定的索引指定下兩種交錯器的效能差異，當在自然索引指定下分別使用區塊交錯器和相關性交錯器，由於相關性交錯器能夠降低訊號之間的相關性，因此效能有些微的提升。而在最佳化索引指定下，相關性交錯器同樣地得到效能的提升，且其差異較自然索引指定明顯。主要是因為最佳化索引指定相較於自然索引指定產生相關性較高的訊號，所以能夠從相關性交錯器得到較多的好處。由圖 5.9 可知，在固定為區塊交錯器的情形下，最佳化索引指定相較於區塊索引指定能夠在通道環境 $dB \geq -3.2$ 的情形下得到效能的提升，而固定為相關性交錯器則可在更差的通道環境下，即 $dB \geq -3.7$ ，得到效能的提升。從這當中我們發現到，當 $M=3$ 時，如果有一個來源訊號介於兩個量化區間中的模糊地帶，即

表示這個訊號有兩種量化方式，其所產生的量化誤差相同，則當我們更加精確判斷位元層級的事後機率，則其重建訊號會產生更大的誤差，而 $M = 4$ 時則可減少此類誤差的發生率。當固定為自然索引指定下，使用相關性交錯器相較於區塊交錯器可得到些微的效能提升，而最佳化索引指定使用相關性交錯器可得到較明顯的效能提升。另一項值得注意的是，由於相關性交錯器需利用接收端收到得實數訊號計算相關係數，其在通道環境較差的情形下，即 $dB < -4$ ，相關係數值較不精確，此時不適用相關性交錯器，其無法獲得相較於區塊交錯器較好的效能且有可能得到更差的效能。



第六章 結論與未來展望

6.1 結論

本論文主要是探討位元層級的疊代解碼機制，其藉由渦輪準則以疊代方式增加解碼器所能利用的已知訊息，並互傳可靠訊息以增加系統的強健性。我們主要針對訊源編碼使用不同的索引指定以及利用不同的交錯器去探討其所帶來效能的增益。索引指定藉由二位元置換演算法並配合額外資訊轉換圖尋找最佳索引指定，其可以產生較可靠的額外訊息且使訊源解碼演算法更加符合其公式推導所做的假設，產生的失真可以降低以提升訊源解碼的錯誤隱藏能力。而交錯器主要是配合通道解碼演算法而設計的，其藉由訊號之間的相關係數值並尋找可以使通道相關值和事前訊息之間相關性最小的位置，同樣地為了使解碼演算法在推導過程中所做的假設更加合理化，其在第二次疊代以後可由軌跡圖得知其效能有所提升，藉由降低失真以提升通道解碼的更正錯誤能力。

6.2 未來展望

此篇論文中，我們採用由渦輪碼所發展出來的額外資訊轉換圖分析額外訊息的消息量並藉此尋找最佳索引指定，而在模擬過程中發現

在量化位元不夠的情形下提升位元層級的額外訊息反而會降低參數訊雜比的值，或許我們可以利用參數訊雜比的值做為衡量標準以求取最佳索引指定，其表示可獲能區域性最好的參數訊雜比。而模擬結果顯示相關性交錯器能帶來效能的提升，因此，我們希望可以將相關性交錯器運用在經由位元層級疊代解碼機制改良的索引層級的疊代解碼機制上，則同樣的可以降低通道演算法所產生的失真以提升系統效能，不過由於索引層級的疊代解碼是以索引值訊號做運算，其事後機率和額外訊息皆以索引值表示，首先需求得索引值訊號之間的相關係數表示法，其表示兩個向量之間的相關性，才能在索引層級的系統內使用相關性交錯器以提升錯誤更正能力。



參考文獻

- [1] C.E. Shannon, “A Mathematical Theory of Communications,” *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 379-423, pp. 623-656, 1948.
- [2] L. Xiaobei, “Joint Source-channel Decoding and its Application to MELP Encoded Speech,” Ph.D. thesis, *Nanyang Technological University*, Singapore, 2004.
- [3] J. Hagenauer, “Source-Controlled Channel Decoding,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pp. 2449-2457, Sep. 1995.
- [4] T. Fingscheidt and P. Vary, “Softbit Speech Decoding: A New Approach to Error Concealment,” *IEEE Trans. Speech Audio Processing*, vol. 9, no. 3, pp. 240-251, 2001.
- [5] M. Adrat, “Iterative Source-Channel Decoding for Digital Mobile Communications,” Ph.D. thesis, vol. 16 of ABDN, *Druck & Verlagshaus Mainz GMBH Aachen*, Aachen, Germany, 2003.
- [6] J. Hagenauer, “Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes,” *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 42, no. 2, March 1996.
- [7] M. Adrat, P. Vary, and J. Spittka, “Iterative Source-Channel Decoder Using Extrinsic Information from Softbit-Source Decoding,” *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '01)*, vol. 4, pp. 2653-2656, Salt Lake City, Utah, USA, May 2001.
- [8] M. Adrat and P. Vary, “Iterative source-channel decoding: improved system design using EXIT charts,” *EURASIP J. Appl. Signal Processin (Special Issue: Turbo Processing)*, pp. 928–941, May 2005.

- [9] 許忠安，「通道匹配疊代解碼演算法之研究」，國立交通大學碩士論文，民國九十六年。
- [10] 潘彥璋，「基於索引層級的疊代訊源通道解碼機制」，國立交通大學碩士論文，民國九十七年。
- [11] S. ten Brink, "Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 10, pp. 1727–1737, 2001.
- [12] B. Scanavino, G. Montorsi, and S. Benedetto, "Convergence Properties of iterative decoders working at bit and symbol level," in *Proc. IEEE GLOBECOM*, San Antonio, TX, 2001, vol. 2, pp. 1037–1041.
- [13] S. Lin and D.J. Costello, "Error Control Coding," 2nd ed., *Pearson Prentice Hall*, ISBN 0-13-017973-6, 1983, 2004.
- [14] K. Zeger and A. Gersho, "Pseudo-gray coding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, no. 12, pp. 2147–2158, 1990.
- [15] Hokfelt J, Edfors O, Maseng T. Interleaver design for turbo codes based on the performance of iterative decoding. In: *Proc IEEE ICC* 1993. p. 93–7.
- [16] J. Hokfelt, O. Edfors, and T. Maseng, "On the convergence rate of iterative decoding," in *IEEE Global Telecommunications Conf.*, Sydney, Australia, Nov. 1998.
- [17] J. Hokfelt, O. Edfors, T. Maseng, "A Turbo Code Interleaver Design criterion based on the performance of Iterative Decoding", *IEEE communications*, vol.5, NO.2, pp.52-54, February 2001.