國立交通大學

電信工程學系

碩士論文

運用序列轉動饋入法之 圓極化背接金屬共平面波導槽孔天線陣列 Circularly Polarized Slotted Conductor- Backed Coplanar Waveguide Antenna Arrays with Sequential Rotation Feeding Methods

研究生:林侑賢(Yow-Shyan Lin)指導教授:林育德 博士(Dr. Yu-De Lin)

中華民國九十八年六月

國立交通大學

電信工程學系碩士班

碩士論文

運用序列轉動饋入法之圓極化背接金屬共平面波導槽孔天線陣列

Circularly Polarized Slotted Conductor-Backed Coplanar Waveguide Antenna Arrays with Sequential Rotation Feeding Methods



研究生: 林侑賢 (Yow-Shyan Lin)

指導教授:林育德 博士 (Dr. Yu-De Lin)

中華民國九十八年六月

Circularly Polarized Slotted Conductor-Backed Coplanar Waveguide Antenna Arrays with Sequential Rotation Feeding Methods

研究生:林侑賢	Student :	Yow-Shyan Lin
指導教授:林育德 博士	Advisor :	Dr. Yu-De Lin



A Thesis

Submitted to Department of Communication Engineering College of Electrical Engineering and Computer Science National Chiao Tung University In Partial Fulfillment of the Requirements For the Degree of Master of Science

In

Communication Engineering June 2009 Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年六月

運用序列轉動饋入法之圓極化背接金屬共平面波導

槽孔天線陣列

研究生:林侑賢

指導教授: 林育德 博士

國立交通大學 電信工程學系

摘要

背接金屬共平面波導以主模(共平面波導模態)傳遞電磁波,在任何頻率下皆 會激發表面波往兩側傳遞,我們運用此特性設計使其成為良好傳輸線。

利用全波分析,得知該表面波以某一角度偏離主軸傳遞。在已知偏離角度 下,沿該角度射線每隔一波長蝕刻一矩形槽孔,使每個槽孔被等相位地激發。當 矩形槽孔長邊遠大於寬邊,並約等於二分之一波長(共振長度)時,電磁波便能有 效地朝空氣輻射能量形成天線,最後可得一集中的邊射輻射場型。

現代衛星通訊系統運用圓極化去達到最佳化極化效率。我們將線性極化的天線運用序列轉動饋入法去達成圓極化效果。直播衛星收發天線運用在12 GHz的頻段,要求高增益與高效率。本論文研究遂將此圓極化天線的操作頻率設計在該頻段上,最後可得24.84 dBiC 的輻射增益以及330 MHz 的圓極化軸比3 dB 頻寬。

Circularly Polarized Slotted Conductor-Backed Coplanar Waveguide Antenna Arrays with Sequential Rotation Feeding Methods

Student: Yow-Shyan Lin

Advisor: Dr. Yu-De Lin

Department of Communication Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

Conductor-backed coplanar waveguide (CBCPW) exists two dominant modes including CPW and parallel plate modes with no cutoff frequency. The latter one causes the power leakage into transverse direction. We use the characteristic to design it as a good transmission line.

Implementing the full wave analysis (Spectral Domain Approach) on the CBCPW structure, we can acquire the information that the surface wave propagates along a particular angle relative to the main CPW line. So, we etch rectangular slots along the angle on the two side ground planes. Because the slots are separated one guided wavelength, they are excited in the same phase. If the long dimension of the slot is significantly longer than the wide one and approximately equals to a half of guided wavelength, the slots fed by CBCPW can radiate power efficiently. Finally, we derive a broadside radiation pattern.

Modern satellite communication systems use circular polarization (CP) to maximize the polarization efficiency. We use the sequential rotation feeding method to produce circular

polarization antennas with linearly polarized elements. The antenna for direct broadcast from satellites (DBS) is operated at 12 GHz and asked for high gain and efficiency. We design our antenna to operate at this frequency. Finally, we have the measured radiation pattern with 24.84 dBiC and the measured axial ratio 3 dB bandwidth with 330 MHz.



誌謝

首先我要感謝我的指導教授 林育德 博士,在研究所這兩年所給予的指導, 讓我在微波以及天線領域收獲良多,並在我遇到問題時總是以豐富的經驗給予我 正確的方向及寶貴的建議。使我在天線理論與設計方面有些許的成長,也才能順 利完成此論文。感謝洪萬鑄教授、楊成發教授以及林根煌教授在口試的時候前來 指導。也感謝台灣科技大學的楊成發教授提供球面近場天線量測室做天線量測。 感謝吳霖堃教授給予我電磁理論上的指點。

接著感謝實驗室的林烈全學長,在我研究的過程中給予適時的協助,在電腦 硬軟體的使用以及天線設計的研究上給予幫助。也感謝已畢業的奕翔、志豪、建 宏、陳鈺、家綱學長在我碩一時期給我的幫助與指導。還有信良、仁佑的鼓勵與 彼此討論,你們是很好的夥伴。也感謝漢維、曉晴、健候、嘉臨等學弟妹協助實 驗室的一些工作,並為我的碩二生活帶來很多歡樂。

最後我要感謝我的家人總是給我鼓勵,你們是我心靈上最大的支柱,因為有你們的支持我才能順利完成學業。 1896

(IIIIII)

中文摘要I
英文摘要II
謝誌IV
目錄V
圖、表錄VI
第一章 序論1
1.1 動機與目的1
1.2 章節介紹
第二章 天線極化概述4
2.1 天線極化概述
2.2 常見的印刷式圓極化天線7
2.3 圓極化天線量測
第三章 洩漏波天線基本原理與特性
3.1 洩漏波的基本原理與特性11
3.2 背接金屬共平面波導上洩漏波的介紹14
第四章 平板金屬波導饋入槽孔分析16
4.1 平板金屬波導饋入槽孔的等效電路推導16
第五章 圓極化背接金屬共平面波導槽孔天線設計24
5.1 線性極化天線設計流程24
5.2 線性極化天線模擬
5.3 序列轉動饋入法
5.4 圓極化背接金屬共平面波導饋入槽孔陣列天線
第六章 結論
參考文獻

圖、表錄

圖 2-1	在一固定時刻,線性極化波的電場(實線)與磁場(虛線)4
圖 2-2	不同極化狀態,其瞬間電場向量隨時間變化的情形4
圖 2-3	雙饋入圓極化微帶天線激發方式7
圖 2-4	單饋入圓極化天線
圖 2-5	單饋入圓極化天線兩正交模態其振幅與相位隨頻率的變化情形8
圖 2-6	圓極化天線輻射場型9
圖 3-1	YZ 方向波數分解11
圖 3-2	微帶線結構11
圖 3-3	微帶線 SDA 分析12
圖 3-4	XZ 方向波數分解13
圖 3-5	共平面波導結構13
圖 3-6	共平面波導 SDA 分析13
圖 3-7	背接金屬共平面波導結構1896
圖 3-8	背接金屬共平面波導 SDA 分析14
圖 3-9	CPW mode 電場分佈14
圖 3-10	PPW mode 電場分佈14
圖 3-11	正規化相位常數曲線15
圖 3-12	正規化衰减常數曲線15
圖 4-1	矩形槽孔於無窮平面金屬示意圖16
圖 4-2	槽孔內電場分佈16
圖 4-3	理想平板金屬波導內的電場與磁場17
圖 4-4	平板金屬波導內槽孔示意圖17
圖 4-5	旋轉槽孔在 PPW 上層金屬示意圖19
圖 4-6	傳輸線上串接一正規化阻抗示意圖

圖 5-1	PPW 波偏離角度示意圖24
圖 5-2	天線上槽孔旋轉角度對應的串接阻抗值25
圖 5-3	矩形金屬波導饋入縱向槽孔天線示意圖
圖 5-4	矩形金屬波導饋入縱向槽孔的等效電路
圖 5-5	平板金屬波導饋入旋轉槽孔天線示意圖27
圖 5-6	平板金屬波導饋入旋轉槽孔的等效電路27
圖 5-7	原始 CBCPW 架構
圖 5-8	調整後 CBCPW 架構
圖 5-9	模擬天線示意圖
圖 5-10	天線饋入端放大圖
圖 5-11	旋轉槽孔內電場分佈
圖 5-12	天線槽孔內電場分解
圖 5-13	上半部槽孔平移半波長後槽孔內電場分解31
圖 5-14	線性極化天線 S 參數模擬結果
圖 5-15	12 GHz YZ 切面輻射情形32
圖 5-16	12 GHz XY 切面輻射情形
圖 5-17	XY 切面隨頻率變化的 Phi 極化輻射場型34
圖 5-18	序列轉動饋入法
圖 5-19	2×2 圓極化微帶貼片天線
圖 5-20	四片扇形天線組成圓極化天線 A 示意圖
圖 5-21	四片扇形天線組成圓極化天線B示意圖
圖 5-22	饋入電路 A 之俯視圖
圖 5-23	饋入電路 A 側視圖
圖 5-24	饋入電路 A 的 S 參數40
圖 5-25	饋入電路A各埠之間相位差40
圖 5-26	饋入電路B之俯視圖40

圖 5-27	饋入電路 B 側視圖	40
圖 5-28	饋入電路 B 的 S 參數	41
圖 5-29	饋入電路B各埠之間相位差	41
圖 5-30	天線A與饋入電路A合併示意圖	41
圖 5-31	天線 B 與饋入電路 B 合併示意圖	42
圖 5-32	天線A的S參數模擬與量測結果	42
圖 5-33	天線 B 的 S 參數模擬與量測結果	43
圖 5-34	天線 A 在 12 GHz 右手圓極化的增益	44
圖 5-35	天線 A 在 12 GHz 右手圓極化與左手圓極化的增益	44
圖 5-36	天線 A 隨頻率變化其右手圓極化與左手圓極化的增益	45
圖 5-37	天線A的軸比(Axial Ratio)隨頻率的變化	45
圖 5-38	天線 B 在 12 GHz 右手圓極化的增益	46
圖 5-39	天線 B 在 12 GHz 右手圓極化與左手圓極化的增益	46
圖 5-40	天線 B 隨頻率變化其右手圓極化與左手圓極化的增益	47
圖 5-41	天線B的軸比(Axial Ratio)隨頻率的變化	47
圖 5-42	天線 A 實體照片	48
圖 5-43	天線 B 實體照片	49

表 5-1	串接阻抗值對應之旋轉角度	25
表 5-2	XY 切面隨頻率變化的 Phi 極化輻射增益數值整理	34

第一章 序論

(Introduction)

1.1 動機與目的

在 1973 年, T. Itoh 和 R. Mittray 發明了頻譜分析法(Spectral domain analysis, SDA)[1],可求得各種印刷電路架構的散射係數與作為傳輸線的特性阻抗,更可由此法求得架構中電流及電場的分佈。

1979年, W. Menzel 提出洩漏波天線的想法[2]。1986年, Olinear 教授與 Lee 博士推導出洩漏波的橫向共振特性及輻射範圍的判定,使得我們可以更有系統的去設計洩漏波天線[3]。

1980 年,由於 MMIC 的發展促進了各種平面傳輸線在此技術上的學術研究,Y.C. Shih 和 T. Itoh 教授對背接金屬共平面波導提出論述[4],指出此種架構 與共平面波導都以主模準 TEM 波傳遞電磁波,另外介質層背面存在額外的金 屬,無論頻率為何,背接金屬共平面波導皆可額外支持平板金屬波導的模態傳 遞。我們應用其特性去設計成良好的傳輸線,並用來設計天線。

1947年, Stevenson 發表了槽孔天線在矩形金屬波導裡的等效電路[5]。由於 矩形金屬波導能承受大功率以及其饋入簡單的優點,運用此結構饋入的槽孔陣列 天線被大量運用在軍事雷達系統上。1996年, Reuven Shavit 推導出橫向矩形槽 孔在平板波導理的等效電路[6]。而 R. S. Elliott 在其天線理論一書[7]提出槽孔天 線陣列的設計方法。

1988年, M. Ando, K. Sakurai, N. Goto, K. Arimura 和 Y. Itoh 發表了放射狀線 槽孔天線(radial line slot antenna, RLSA)[8],運用在直播衛星收發,該天線具有高 輻射增益及高效率的特性,並在邊射方向(broadside)具有高指向性鉛筆束(pencil beam)的輻射場型。

2008 年,程奕翔學長碩士論文[9]-[10]中,藉由相同的推導方式,求得了旋

轉角度的矩形槽孔在平板波導理的等效電路,並且運用在背接金屬共平面波導, 得到一高增益的輻射天線。

在 1986 年, J. Huang 教授提出了用線性極化天線產生圓極化效果的方法 [11],運用此方法可得到較好的圓極化軸比頻寬,陸續有人應用此法去完成圓極 天線[12]。

在現在和未來的高科技應用上,微波和毫米波頻帶的應用將會越來越重要。 舉凡汽車防撞雷達、RFID、數位電視和衛星通訊等等。而設計出符合上述產品 規範的天線則是天線設計者的目標。

直播衛星(Direct Broadcast Satellite, DBS)是將訊號數位編碼、多工和 MPEG 壓縮處理後,傳送至衛星地面站上鏈,將訊號發射至距離地球三萬六千公里的高 軌同步衛星,經由衛星轉頻器放大功率後,直接下鏈到用戶端接收。有別於現行 電視廣播界廣為使用的將節目訊號傳送至有線電視系統頭端接收後,再經由有線 電視的纜線傳送給用戶的作法。根據國際電聯(ITU)的規定,直播衛星一般屬於 衛星廣播業務(BSS)。採用頻段應是廣播專用 Ku 頻段(我國屬全球規劃 III 區, 上行頻段為 17.3 GHz-17.8 GHz,下行頻段為 11.7 GHz-12.2 GHz)。

本論文針對直播衛星的下行頻段提出圓極化天線,天線的中心頻率設計在12 GHz,此天線具有高輻射增益及高效率的特性,並且在邊射方向(broadside)具有 高指向性鉛筆束(pencil beam)的輻射場型。而圓極化天線對於電磁波的傳遞與接 收的要求上比較沒有限制,可避免當入射波的極化方向與接收天線的極化方向互 相垂直會產生訊號無法被接收的情形。

2

1.2 章節介紹

本論文第二章介紹了天線極化概述,常見的圓極化天線以及圓極化天線量測 方法。第三章介紹洩漏波天線的基本理論和背接金屬共平面波導的表面洩漏波, 並藉由背接金屬共平面波導頻譜分析(SDA)的成果,求得其相位常數與洩漏常 數。第四章分析了旋轉角度的矩形槽孔在平板金屬波導裡的等效電路。第五章介 紹背接金屬共平面波導饋入的槽孔陣列天線,並運用序列轉動饋入法去達成圓極 化效果。第六章為結論。



第二章 天線極化概述

本章我們簡單地介紹天線的極化特性,以及一般常見的圓極化天線,並介紹 圓型極化天線的量測方式。

2.1 天線極化概述

一個單色電磁波隨時間作正弦變化,在一個觀察點,此電磁波可由頻率、振幅、相位與極化來表示。前三者是熟悉的參數,而一個天線的極化就是當天線發射時,在給定方向輻射的波的極化。有限尺寸輻射器輻射波的波前(等相面)在小的觀察區域變成近似於平面。如圖2-1,顯示出某一固定時刻電場的空間變化。 隨時間推移,在固定點的電場(E,)沿著一垂直線往返振盪。



圖2-1 在一固定時刻,線性極化波的電場(實線)與磁場(虛線)。

對於電磁波而言,其極化狀態的定義是藉由觀察空間中一個固定位置,其瞬 間電場向量隨時間變動的關係。瞬間電場向量在隨時間變動時,其向量頂點所繪 製出的圖形,如圖2-2,亦即可以表示電磁波的極化狀態。



2.1.1 線性極化

當電場向量的頂點隨時間變化時,在平面上所繪製出的圖形為一直線時,此 電磁波可以定義為線性極化(linearly polarized),如圖所示。通常會用一個平面來 定義線性極化,通常是以地球表面作為基準面。對於水平極化(horizontally polarized)的電磁波來說,其電場向量振盪的方向為平行地球表面;反之若電磁波 被定義為鉛垂極化(vertically polarized)時,其電磁波就只有垂直地球表面的成 分。空間中任意的電磁波都可以被分解成兩個相互正交的線性極化,若這兩個正 交的線性極化有相同的相位,合成在空間中的電磁波亦為一線性極化。

2.1.2 橢圓極化

當空間中兩個正交的線性極化並非同相位(in phase)時,合成的電場向量便會 依時間的變動而往某一個特定的方向旋轉,而振幅亦有週期性的變化,如圖所 示。在這個情形下,電場向量的頂點依時間變動將會描繪出一個橢圓形,而橢圓 形的形狀會依著空間中的兩個正交線性極化向量的振幅以及相位差所決定。一般 的橢圓極化波,如圖所示,其電場E具有沿X軸和y軸的分量E_x和E_y。這些分量的 峰值為E₁和E₂。角度γ描述了E₁和E₂的相對值

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{E_2}{E_1} \quad , \quad 0^\circ \le \gamma \le 90^\circ$$

橢圓的傾角 T 是 X 軸(水平軸)與橢圓長軸間的夾角。由圖可知,空間角 E 是

$$\mathcal{E} = \cot^{-1}(-AR)$$
, $1 \le |AR| \le \infty$, $-45^{\circ} \le \mathcal{E} \le 45^{\circ}$

其中橢圓軸比IARI是長軸電場分量與短軸電場分量之比。軸比經常以dB為單位, 用20loglARI來表示。

圖所示橢圓極化波的瞬態電場可表示為

$$E = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} = E_1 \cos \omega t \hat{x} + E_2 \cos(\omega t + \delta) \hat{y}$$

其中 δ 是y分量領先x分量的相位。如果兩分量相位相同,則為線性極化,其軸比 為無窮大。如果 $E_1 = E_2 \pm \delta = \pm 90^\circ$,則為圓極化,其軸比為1。 2.1.3 圓極化

當空間中兩個正交向量有相同振幅大小且其相位差為90度時,此時的極化狀 態即為圓極化。圓極化又可以依照電場向量頂點隨時間變化的軌跡,分成左手圓 極化(left-hand circular polarization,LHCP)及右手圓極化(right-hand circular polarization,RHCP)。就觀察者而言,若電磁波傳播方向為迎向觀察者,並且電 場向量頂點隨時間變化的軌跡為逆時針旋轉時,此時定義此電磁波的極化狀態為 右手圓極化(RHCP)。同理,如果在相同的觀測位置下,電場向量頂點隨時間變 化的軌跡為順時針旋轉時,此時定義此電磁波的極化狀態為左手圓極化(LHCP)。



2.2 常見的印刷式圓極化天線

圓極化天線設計可以藉由適當設計天線的結構或適當設計饋入訊號的方式 來達成圓極化效果。最基本的圓極化天線利用天線架構的特性去達成圓極化場型 輻射,例如螺旋型天線(spiral antenna、helix antenna)。一般常見的微帶線通常設 計為線性極化輻射,可藉由改變其結構或適當的選擇訊號饋入的方式去達成圓極 化場型輻射。常見的方式譬如在天線上做截角或槽孔的改變以及利用支幹耦合器 (branch line coupler)去饋入,來激發一組正交的模態。

2.2.1 雙饋入圓極化天線

若想要天線產生圓極化輻射場型,最簡單的方式就是在天線上同時激發出兩個互為正交的線性模態,並且這兩個模態的強度大小相同(equal amplitude),相位 相差90度(90° out of phase)。圖2-3為兩種不同形狀的雙饋入圓極化微帶線,若能 設計良好的功率分配器(power divider),使得饋入天線的訊號強度大小相同並且 相位相差90度,即可產生圓極化效果。例如使用支幹耦合器(branch line coupler) 來作為饋入訊號,由於它能在不錯的頻寬內符合上述要求,因此饋入的天線圓極 化軸比頻寬也相當寬頻。



圖2-3 雙饋入圓極化微帶天線激發方式

2.2.2 單饋入圓極化天線

圓極化輻射除了藉由圖2-3所示,饋入兩個正交的模態,並再激發時給定相 同的振幅大小以及九十度的相位差來達成以外,亦可藉由改變天線架構,在單一 饋入時激發兩個共振模態來達到圓極化輻射效果。一般而言,單一饋入微帶天線 所激發的輻射場型為線性極化(linear polarization),為了使其能產生圓極化輻射效 果,必須改變天線形狀與其饋入位置,使天線產生兩種共振模態來達成圓極化效 果。如圖2-4所示。



藉由適當的饋入,如圖2-4(a),或是改變天線形狀,如圖2-4(b)、(c),皆可在中心 頻率 fo 產生如圖2-5所示的兩強度相同且相位相差九十度的模態,滿足圓極化產 生的條件,但隨著頻率偏移中心頻率後,兩模態的強度與相位差會同時偏離圓極 化產生條件,軸比也跟著快速衰減,因此3dB軸比頻寬較差。



圖2-5 單饋入圓極化天線兩正交模態其振幅與相位隨頻率的變化情形

2.3 圓極化天線量測

2.3.1 旋轉源天線量測法(Spinning Linear Method)

一般在做圓極化天線量測時,會旋轉線性極化訊號發射天線,進而獲得待測 天線的輻射場型,如圖2-6,若用此圖來定義圓極化的增益會有爭議,故引入一 修正因子G_c(correction factor)[13],用來準確定義圓極化天線的增益。

$$G_c(dB) = 20\log_{10}[0.5(1+10^{-AR/20})]$$

其中軸比值(AR)可由圖2-6的漣波大小去獲得。將量測到天線的最大增益以 G₀(dBil)表示,此時的增益是以等方向線性極化天線作為基準(referenced to a linear isotropic antenna),而圓極化天線的增益可以用G_{CP}[13]來表示

 $G_{CP}(dBiC) = G_0 + G_c + 3$

代表此天線增益是以等方向圓極化天線作為基準(referenced to a circular isotropic antenna)。



圖2-6 圓極化天線輻射場型

2.3.2 雙重源天線量測法 (Dual-Linear Pattern Method)

再者,由於 $E_{RHCP} = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_H + jE_V)$, $E_{LHCP} = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_H - jE_V)$,我們可以分別 量測待測天線的水平極化增益及相位與垂直極化增益及相位,再代入公式去求得 圓極化的增益。

水平極化與垂及極化的電場分量可以用其實部分量與虛部分量來表示。 E_H 與 E_V 分別代表水平極化與垂直極化的電場分量, E_{Hr} 、 E_{Hi} 和 E_{Vr} 、 E_{Vi} 分別代 表水平極化的實部與虛部分量及垂直極化的實部與虛部分量。 H_A 、 H_p 和 V_A 、 V_p 分別代表水平極化的振幅與相位分量及垂直極化的振幅與相位分量。

$$E_{H} = (E_{Hr} + jE_{Hi}) \cdot E_{V} = (E_{Vr} + jE_{Vi})$$

$$E_{Hr} = H_{A}\cos(H_{P}) \cdot E_{Hi} = H_{A}\sin(H_{P})$$

$$E_{Vr} = V_{A}\cos(V_{P}) \cdot E_{Vi} = V_{A}\sin(V_{P})$$

$$E_{RHCP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ [H_{A}\cos(H_{P}) - V_{A}\sin(V_{P})] + j[H_{A}\sin(H_{P}) + V_{A}\cos(V_{P})] \}$$

$$E_{LHCP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ [H_{A}\cos(H_{P}) + V_{A}\sin(V_{P})] + j[H_{A}\sin(H_{P}) - V_{A}\cos(V_{P})] \}$$

而不論是左手圓極化的增益還是右手圓極化的增益皆可由下式求得:

$$P(dB) = 10\log_{10}(\frac{E^2}{377})$$

第三章 洩漏波天線基本原理及特性

本章我們介紹洩漏波的基本原理與特性。並簡單介紹背接金屬共平面波導結構中的表面洩漏波。

3.1 洩漏波的基本原理與特性

洩漏波主要可分成兩種:空間洩漏波與表面洩漏波。在這裡我們用微帶線 (microstrip line)及共平面波導(coplanar waveguide)為例作介紹。

3.1.1 空間洩漏波

圖 3-1、3-2 為微帶線的示意圖,波的傳遞為 Z 方向。假設 Z 方向的傳播常 數為 $k_z = \beta - j\alpha(\beta$ 為相位常數, α 為衰減常數或是洩漏常數),並且 β 、 α 都是 頻率的函數。在此架構下,如果 β 大於 k_0 ,可得一虛數 k_y (Y 方向之傳播常數), 表示此電磁波沿 Y 方向不傳遞並且隨距離衰減,意即其能量被束縛在基板中; 反之,如果 β 小於 k_0 ,則可以得一實數 k_y ,代表電磁波在 Y 方向具有分量,也 就是能量會輻射至空氣中。



圖 3-1 YZ 方向波數分解

圖 3-2 微帶線結構

圖3-3為一微帶線對 k_0 正規化後的傳播常數曲線。在(I)區,由於衰減常數大於相位常數,無法有效地產生建設性干涉,能量快速衰減,我們稱此區域為reactive region。在(II)區,起始點為相位常數等於衰減常數的交點($\beta = \alpha$),到相位常數等於空氣波數 ($\beta = k_0$)為終點,此區域由於 $\beta < k_0$,能量會向空氣傳遞, 在相對於Z軸,仰角為 $\theta = \cos^{-1}(\frac{\beta}{k_0})$ 的地方會有建設性干涉,故天線運用在這個頻段稱之為radiation region。在(III)區,因為 $\beta > k_0$,能量被束縛在基板內不再向空氣傳遞,稱此區域為bound mode region。



圖 3-3 微帶線 SDA 分析

3.1.2 表面洩漏波

圖 3-4、3-5 為共平面波導示意圖,波的傳遞為 Z 方向,針對一電磁波在 Y 方向為衰減,意即能量只在基板裡傳遞。由於基板本身為一介質波導結構,可能 存在一表面波,假設其傳播常數k_s。對該結構而言,如果β大於k_s,可得一虛 數k_x,代表能量不會往 X 方向傳遞,意即能量被束縛在 Z 方向上,這時就不會 有串擾(crosstalk)的現象發生;反之如果β小於k_s,得一實數k_x,代表電磁波在 橫向上有分量,使原本在 Z 方向上傳遞的主模會向兩側以表面波的模態洩漏, 造成電路之間的干擾。



圖 3-4 XZ 方向波數分解

圖 3-5 共平面波導結構

圖 3-6 為一共平面波導與介質波導表面波正規化後的傳播常數(低頻時為TM₀ mode)。在(I)區,由於 $\beta > k_s$,能量不往橫向傳遞,稱此區域為 bound region。在(II)區,當 $\beta < k_s$,能量會在基板裡相對乙軸,偏離 $\theta = \cos^{-1}(\frac{\beta}{k_s})$ 角度向兩側傳遞,稱此區域為 surface leaky region。



3.2 背接金屬共平面波導上洩漏波的介紹

3.2.1 背接金屬共平面波導洩漏波

圖 3-7 為背接金屬共平面波導,圖 3-8 為該架構的正規化傳播常數與洩漏波 波數的頻率響應,此圖由 SDA 分析求得。(背接金屬共平面波導的 SDA 分析請 參考[10])



由於洩漏波波數 k_s 在任何頻率下皆大於相位常數β,使得洩漏波永遠存在。 我們可以宣稱此架構具有兩種主模:(1) CPW mode (2) PPW mode,後者在低頻 時為 TEM wave。兩種電場場型如圖 3-9、3-10 所示。



圖 3-9 CPW mode 電場分佈



圖 3-10 PPW mode 電場分佈

3.2.2 背接金屬共平面波導 SDA 分析結果

參考[10],我們獲得背接金屬共平面波導 SDA 的結果,圖 3-11、3-12 分別 為 Z 方向的相位常數與衰減常數的正規化曲線 $(k_z = k_{zr} - j \cdot k_{zi} = \beta - j \cdot \alpha)$ 。此結 構參數為 $\mathcal{E}_r = 3.55$ 、 $s = 0.8 \, mm$ 、 $g = 2.6 \, mm$ 、 $h = 1.524 \, mm$ 。我們可以由圖 3-9 觀察到 k_s 從0 GHz 就恆大於 β ,而圖 3-10 的 α 也從0 GHz 就開始有值,表示 PPW 的 TEM 模態在任何頻率下都會混合在結構中。在 12 GHz 時, β/k_0 為 1.6306、 α/k_0 為 0.0222。



圖 3-12 正規化衰減常數曲線

第四章 平板金屬波導饋入槽孔分析

本章參考 R. Elliott 在天線理論[7]一書中,利用推導矩形金屬波導饋入槽孔的類似方法,推導出平板金屬波導饋入槽孔的等效電路,最先是由 Reuven Shavit 在 1996 年提出橫向的矩形槽孔分析,本論文研究則進一步推廣到旋轉的矩形槽 孔分析。

4.1 平板金屬波導饋入槽孔的等效電路推導

4.1.1 無窮平面金屬上的槽孔

圖 4-1 是在無窮平面金屬上蝕刻一矩形槽孔的示意圖,從 Booker's relation 我們知道此架構與一偶極天線(dipole antenna)為互補結構。如果 w<<l,我們可視 此槽孔為上下兩段於 P₁、 P₂饋入的傳輸線,且在 z=±l 處被短路,因此傳輸線裡 會形成一駐波,其數學式為;

$$\overline{E}_{slot} = \frac{V_m}{2w} \cdot \frac{\sin k(l - |z|)}{\sin kl} \tilde{x}$$
(4-1)

其中V_m為饋入電壓的峰值。若21等於半波長,則在饋入端P₁P₂的電壓將是最大值,如圖4-2,由於其與偶極天線為互補結構,其電壓分佈與半波長偶極天線上的電流分佈相似。





圖 4-1 矩形槽孔於無窮平面金屬示意圖

圖 4-2 槽孔內電場分佈

4.1.2 Scattering method

理想的平板金屬波導其邊緣的電場不會有 fringing field,如圖 4-3 所示。 在波導內的電場與磁場為均勻分佈,將其正規化後表示如下:

$$\vec{E} = -\tilde{y}\frac{V_0}{a}e^{-jkz} = -\tilde{y}\ e^{-jkz}$$
(4-2a)

$$\vec{H} = \tilde{x} \frac{V_0}{\eta a} e^{-jkz} = \tilde{x} \frac{1}{\eta} e^{-jkz}$$
(4-2b)



圖 4-3 理想平板金屬波導內的電場與磁場

為了分析槽孔的特性,我們在一有限寬度理想平板金屬波導的上層金屬蝕刻一矩 形槽孔(橫向、旋轉皆可),如圖 4-4 所示。另外定義一 source free 體積 V 由 S 封 閉面包圍,S包括了四部份:(1) S₁:於z=z₁的截面,(2) S₂:於z=z₂的截面,(3) S₃:上下緊貼金屬板的兩面,(4) S₄:左右兩個面,其邊界條件為 PMC,用意為 強迫此兩面有切線電場、垂直磁場,以符合邊界條件。

接著我們假設兩種能夠存在於 S 封閉面裡的場: (<u>E₁</u>, <u>H₁</u>):從無窮遠入射一 TEM 波,受槽孔而擾動的電磁場。 (<u>E₂</u>, <u>H₂</u>):往+Z 或-Z 入射的 TEM 電磁場。



圖 4-4 平板金屬波導內槽孔示意圖

上述的兩種場型皆為此無源封閉面內可存在的解,從 Reciprocity Theorem,兩者 電磁場滿足下列等式:

$$\int_{S} (\underline{E}_{1} \times \underline{H}_{2} - \underline{E}_{2} \times \underline{H}_{1}) \cdot d\underline{S} = 0$$
(4-3)

對 $(\underline{E}_2, \underline{H}_2)$ 我們很熟悉,就是(4-2a)、(4-2b)理想 PPW 內存在的場;對 $(\underline{E}_1, \underline{H}_1)$ 我 們做如下假設:

$$\underline{\underline{E}}_{1t} = \sum_{a} C_{a} \underline{\underline{E}}_{at} e^{-\gamma_{a} z}, \quad z \ge z_{2} \qquad \underline{\underline{E}}_{1t} = \sum_{a} B_{a} \underline{\underline{E}}_{at} e^{+\gamma_{a} z}, \quad z \le z_{1}$$

$$\underline{\underline{H}}_{1t} = \sum_{a} C_{a} \underline{\underline{H}}_{at} e^{-\gamma_{a} z}, \quad z \ge z_{2} \qquad \underline{\underline{H}}_{1t} = -\sum_{a} B_{a} \underline{\underline{H}}_{at} e^{+\gamma_{a} z}, \quad z \le z_{1}$$

$$(4-4)$$

其中下標t表示橫向(transverse), C_a 為往+Z方向傳遞波的擾動振幅, B_a 為往-Z 方向傳遞波的擾動振幅, E_{at} 、 H_{at} 為 PPW 各種模態的橫向電、磁場, Σ 則表示 PPW 裡 TEM、TE 或 TM 模態混合存在。此假設在 $z_1 \le z \le z_2$ 裡不成立,因為沒 有考慮到槽孔擾動產生的複雜模態。接著考慮邊界條件:

E CAN

2

(1)
$$\underline{E}_{2t}$$
 在 S_3 上 為 零
(2) \underline{H}_{1t} 、 \underline{H}_{2t} 在 S_4 上 為 零
(3) \underline{E}_{1t} 在 S_3 上 為 零 、除 了 槽 孔 部 份
代入 (4-3) 式 $\int_{S} (\underline{E}_1 \times \underline{H}_2 - \underline{E}_2 \times \underline{H}_1) \cdot d\underline{S} = 0$
 $\Rightarrow \int_{S_3 + S_4} (\underline{E}_1 \times \underline{H}_2 - \underline{E}_2 \times \underline{H}_1) \cdot d\underline{S} + \int_{S_1 + S_2} (\underline{E}_1 \times \underline{H}_2 - \underline{E}_2 \times \underline{H}_1) \cdot d\underline{S} = 0$
 $\Rightarrow \int_{S_3} (\underline{E}_1 \times \underline{H}_2) \cdot d\underline{S} = \int_{S_1} (\underline{E}_2 \times \underline{H}_1 - \underline{E}_1 \times \underline{H}_2) \cdot d\underline{S} + \int_{S_2} (\underline{E}_2 \times \underline{H}_1 - \underline{E}_1 \times \underline{H}_2) \cdot d\underline{S}$
 $\Rightarrow \int_{slot} (\underline{E}_1 \times \underline{H}_2) \cdot d\underline{S} = I_1 + I_2$

$$I_1 = \int_{S_1} (\underline{E}_2 \times \underline{H}_1 - \underline{E}_1 \times \underline{H}_2) \cdot d\underline{S}$$

$$I_2 = \int_{S_2} (\underline{E}_2 \times \underline{H}_1 - \underline{E}_1 \times \underline{H}_2) \cdot d\underline{S}$$

在 I_1 與 I_2 中,由於模態的正交性,最後會只剩下 TEM 模態。我們先討論($\underline{E}_2, \underline{H}_2$) 為一往+Z 方向傳的 TEM 波:因為 I_1 為在 S_1 上積分,($\underline{E}_1, \underline{H}_1$)的傳播方向為-Z, 只有當 γ_a 等於 k_{TEM} 時 $(e^{+\gamma_a z} \cdot e^{-k_{TEM} z})$,乘積項才會留下來;而對 I_2 而言為在 S_2 上 積分,($\underline{E}_1, \underline{H}_1$)的傳播方向為+Z,所以即使 γ_a 等於 $k_{TEM}(e^{-\gamma_a z} \cdot e^{-k_{TEM} z})$,其積分仍 為零,結果如下:

$$\begin{cases} I_1 = 2B_{TEM} \int_{S_1} (\underline{E}_{TEM} \times \underline{H}_{TEM}) \cdot \tilde{z} d\underline{S} \\ I_2 = 0 \end{cases} \implies B_{TEM} = \frac{\int_{slot} (\underline{E}_1 \times \underline{H}_2) \cdot d\underline{S}}{2\int_{S_1} (\underline{E}_{TEM} \times \underline{H}_{TEM}) \cdot \tilde{z} d\underline{S}}$$
(4-6)

反之,考慮往-Z方向傳的 TEM 波,可得下列式子:

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ I_2 = 2C_{TEM} \int_{S_2} (\underline{E}_{TEM} \times \underline{H}_{TEM}) \cdot \tilde{z} d\underline{S} \end{cases} \implies C_{TEM} = \frac{\int_{slot} (\underline{E}_1 \times \underline{H}_2) \cdot d\underline{S}}{2\int_{S_2} (\underline{E}_{TEM} \times \underline{H}_{TEM}) \cdot \tilde{z} d\underline{S}}$$
(4-7)

由以上結果,我們可以下一個結論:入射一 TEM 波至槽孔,當因槽孔而擾動的高階模衰減後,最後也是以 TEM 形式的波在反射及入射。得到 B_{TEM} 與 C_{TEM} 的表示式後,我們將實際數值代入。

直接考慮旋轉φ角度的矩形槽孔,TEM 傳播方向為+Z,如圖 4-5。我們對槽 孔的正中心另定義一座標(ζ,ξ),首先,先做座標轉換的動作:

$$\tilde{z} = \tilde{\xi} \cos \phi + \tilde{\zeta} \sin \phi \qquad \tilde{x} = -\tilde{\xi} \sin \phi + \tilde{\zeta} \cos \phi$$

$$\tilde{\xi} = -\tilde{x} \sin \phi + \tilde{z} \cos \phi \qquad \tilde{\zeta} = \tilde{x} \cos \phi + \tilde{z} \sin \phi$$

(4-8)

(4-6)、(4-7)的分母剛好為2倍的入射能量,在此重新定義S_{TEM}並將(4-2)式代入:

$$S_{TEM} = \int_{d} \int_{a} (-\tilde{y}e^{-jkz}) \times (\tilde{x}\frac{1}{\eta}e^{-jkz})^{*} \cdot \tilde{z} \, dydx = \frac{ad}{\eta}$$
(4-9)



圖 4-5 旋轉槽孔在 PPW 上層金屬示意圖

重新定義座標後,(4-1)式槽孔裡的電場也要跟著做調整:

$$\overline{E}_{slot} = \frac{V_s}{2w} \cdot \frac{\sin k_s (\ell - |\zeta|)}{\sin k_s \ell} \widetilde{\xi}$$
(4-10)

 V_s 為假設從中心饋入的電壓峰值,假設槽孔內波數 $k_s = k_0 \sqrt{(1 + \varepsilon_r)/2}$ 。將(4-2b)

、(4-10)代入(4-6)的分子(Appendix A):

$$\int_{slot} (\underline{E}_{1} \times \underline{H}_{2}) \cdot \tilde{y} \, dS$$

$$= \int_{-w}^{w} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{V_{s}}{2w} \frac{\sin k_{s}(\ell - |\zeta|)}{\sin k_{s}\ell} \tilde{\xi} \times \tilde{x} \frac{1}{\eta} e^{-jkz} \cdot \tilde{y} d\zeta d\xi$$

$$= \frac{2V_{s} \cos \phi}{\eta} \cdot K_{1} \qquad (4-11)$$

$$K_{1} = \sin c(kw \cos \phi) \frac{k_{s}}{k^{2} \sin^{2} \phi - k_{s}^{2}} \frac{\cos k_{s}\ell - \cos(k\ell \sin \phi)}{\sin k_{s}\ell}$$

$$B_{TEM} = \frac{\frac{2V_s \cos\phi}{\eta} \cdot K_1}{\frac{2ad}{\eta}} = \frac{V_s \cos\phi}{ad} \sin c(kw\cos\phi) \frac{k_s}{k^2 \sin^2\phi - k_s^2} \frac{\cos k_s \ell - \cos(k\ell\sin\phi)}{\sin k_s \ell} (4-12)$$

$$\blacksquare \underline{\mathcal{I}} \quad (4-7) :$$

$$C_{TEM} = -\frac{V_s \cos\phi}{ad} \sin c(kw\cos\phi) \frac{k_s}{k^2 \sin^2\phi - k_s^2} \frac{\cos k_s \ell - \cos(k\ell\sin\phi)}{\sin k_s \ell} (4-13)$$

從(4-12)、(4-13)可知兩個方向擾動後的波振幅有下列關係:

$$B_{TEM} = -C_{TEM} \tag{4-14}$$

4.1.3 等效電路

圖 4-6 為一傳輸線上串接一正規化阻抗的示意圖。我們假設左右端有完美匹 配電路,代表不會有反射波從兩端彈回。假設傳輸線上的電壓電流波為:

$$V(z) = Ae^{-j\beta z} + Be^{j\beta z}$$

$$I(z) = Ae^{-j\beta z} - Be^{j\beta z}$$

$$z < 0$$

$$(4-15a)$$

$$V(z) = (A+C)e^{-j\beta z}$$

$$I(z) = (A+C)e^{-j\beta z}$$

$$z > 0$$

$$(4-15b)$$



圖 4-6 傳輸線上串接一正規化阻抗示意圖

代入邊界條件至(4-15): $I(0^{-}) = I(0) = I(0^{+})$ 可得:

$$B = -C \tag{4-16}$$

如果B為實數

$$\overline{z} = \overline{r} = \frac{2B}{A-B} \tag{4-17}$$

由(4-16)我們得知當B = -C時,物理意義為一傳輸線上串接一阻抗。所以從(4-14) 及(4-16)我們可以下一結論:平板金屬波導饋入的槽孔可以等效成傳輸線上串接 一阻抗,物理意義為槽孔截斷了上層金屬板的電流,在槽孔內部激發了電場向外 輻射。(4-17)式為槽孔對波導內部為一等效串接阻抗的正規化阻抗值,只要我們 能知道 A_{TEM} 及 B_{TEM} 便能求得其值。 從能量守恆觀點可列出下列等式: $P_{inc} = P_{ref} + P_{ir} + P_{rad}$ (4-18)

我們將 Pinc、 Pref、 Ptr 用(4-9)的 STEM 表示:

$$P_{inc} = \frac{1}{2} A \cdot A^* \cdot S_{TEM} = \frac{ad}{2\eta} A \cdot A^*$$
$$P_{ref} = \frac{1}{2} B \cdot B^* \cdot S_{TEM} = \frac{ad}{2\eta} B \cdot B^*$$
$$P_{ir} = \frac{1}{2} (A+C) \cdot (A+C)^* \cdot S_{TEM} = \frac{ad}{2\eta} (A+C) \cdot (A+C)^* = \frac{ad}{2\eta} (A-B) \cdot (A-B)^*$$

將上列三式代回(4-18),可得槽孔輻射的能量為:

$$P_{rad} = \frac{ad}{2\eta} [A^2 - B^2 - (A - B)^2] = \frac{ad}{\eta} B(A - B)$$
(4-19)

同樣的,只要我們能知道 A_{TEM} 及 B_{TEM} 便能求得輻射的能量值,這對我們求得等效阻抗有很大的幫助。

4.1.4 槽孔內等效磁流的幅射能量

從天線理論一書[10],我們知道一長度極短的電 dipole 在遠場的場如下:

$$\bar{E}_{\theta} = \frac{I \cdot dz}{4\pi} j\omega\mu \frac{e^{-j\beta r}}{r} \sin\theta \qquad (4-20a)$$

$$\vec{H}_{\phi} = \frac{I \cdot dz}{4\pi} j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{r} \sin\theta$$
(4-20b)

從 duality 觀點,磁 dipole 在遠場的場為:

$$\bar{H}_{\theta} = \frac{I_m \cdot dz}{4\pi} j\omega\varepsilon \frac{e^{-j\beta r}}{r} \sin\theta$$
(4-21a)

$$\bar{E}_{\phi} = -\frac{I_m \cdot dz}{4\pi} j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{r}$$
(4-21b)

我們將(4-10)式槽孔裡的電場依 Schelkunoff Equivalence Principle 等效成磁流:

$$\begin{split} \vec{J}_{m} &= 2E_{s}\tilde{\zeta} = I_{m}\frac{\sin k_{s}(\ell - |\zeta|)}{w}\tilde{\zeta} \qquad (4-22) \\ I_{m} &= \frac{V_{s}}{\sin k_{s}\ell} \\ &\#(4-22) \mathcal{K} \wedge (4-21) \, \check{\pm} \, \check{\mp} \, \zeta \, \check{\mp} \, \dot{\gamma} \\ &H_{\theta} &= j\omega\varepsilon_{0} \sin \theta \, \frac{e^{-jk_{0}r}}{4\pi r} \int_{-\psi}^{\psi} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{I_{m} \sin k_{s}(\ell - |\zeta|)}{w} e^{jk_{0}\zeta \cos \theta} d\zeta d\xi \\ &= j\omega\varepsilon_{0} I_{m}k_{s} \sin \theta \, \frac{e^{-jk_{0}r}}{\pi r} \cdot \frac{[\cos k_{s}\ell - \cos(k_{0}\ell \cos \theta)]}{k_{0}^{2} \cos^{2}\theta - k_{s}^{2}} \qquad (4-22a) \end{split}$$

$$E_{\phi} = -jk_0 I_m k_s \sin \theta \frac{e^{-jk_0 r}}{\pi r} \cdot \frac{[\cos k_s \ell - \cos(k_0 \ell \cos \theta)]}{k_0^2 \cos^2 \theta - k_s^2}$$
(4-22b)

有了遠場的電磁場後,要求得輻射功率,我們繼續計算波印亭向量:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^*$$

$$= \frac{1}{2} \frac{V_s^2}{\sin^2 k_s \ell} \frac{k_0 \omega \varepsilon_0 k_s^2 \sin^2 \theta}{\pi^2 r^2} \left(\frac{\left[\cos k_s \ell - \cos(k_0 \ell \cos \theta)\right]}{k_0^2 \cos^2 \theta - k_s^2} \right)^2 \tilde{r}$$
(4-23)

接著我們對(4-23)做半球面積分(Appendix B):

$$P_{f} = \iint \vec{S} \cdot d\vec{S}$$

= $\frac{1}{2} k_{0} \omega \varepsilon_{0} \frac{V_{s}^{2}}{\sin^{2} k_{s} \ell} \frac{k_{s}^{2}}{\pi^{2}} \int_{2\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{\sin^{2} \theta}{r^{2}} \frac{1}{k_{s}^{4}} \left[\frac{\cos k_{s} \ell - \cos(k_{0} \ell \cos \theta)}{\frac{k_{0}^{2}}{k_{s}^{2}} \cos^{2} \theta - 1} \right]^{2} r^{2} \sin \theta d\theta d\phi$

$$P_{f} = \frac{V_{s}^{2}}{2\pi\eta_{0}\sin^{2}k_{s}\ell} \frac{k_{0}^{2}}{k_{s}^{2}} \int_{0}^{\pi} \left[\frac{\cos k_{s}\ell - \cos(k_{0}\ell\cos\theta)}{1 - \frac{k_{0}^{2}}{k_{s}^{2}}\cos^{2}\theta} \right]^{2} \sin^{3}\theta d\theta \qquad (4-24)$$

最後我們由磁流分佈求得一矩形槽孔對空氣輻射的總功率為(4-24)。

4.1.5 等效串接阻抗值

(4-19)、(4-24)皆為槽孔消耗的功率表示式,差別在(4-19)為對內的電路觀點;而(4-24)為對外的輻射觀點。兩者應該相等,其等式為:

$$P_{rad} = \frac{ad}{\eta} B(A-B) = \frac{V_s^2}{2\pi\eta_0 \sin^2 k_s \ell} \frac{k_0^2}{k_s^2} \int_0^{\pi} \left[\frac{\cos k_s \ell - \cos(k_0 \ell \cos \theta)}{1 - \frac{k_0^2}{k_s^2} \cos^2 \theta} \right]^2 \sin^3 \theta d\theta \quad (4-25)$$

$$\boxed{A - B} = \frac{1}{B} \frac{\eta}{ad} \frac{V_s^2}{2\pi\eta_0 \sin^2 k_s \ell} \frac{k_0^2}{k_s^2} \cdot K_2 \qquad (4-26)$$

接著我們將(4-26)與(4-12)代入(4-17)的等式裡:

$$\overline{r} = \frac{2B}{A-B} = \frac{2\frac{V_s^2 \cos^2 \phi}{a^2 d^2} \cdot K_1^2}{\frac{\eta}{a d} \frac{V_s^2}{2\pi\eta_0 \sin^2 k_s \ell} \frac{k_0^2}{k_s^2} \cdot K_2} , \quad \mathbf{K}_1 = \sin c (kw \cos \phi) \frac{k_s}{k^2 \sin^2 \phi - k_s^2} \frac{\cos k_s \ell - \cos(k\ell \sin \phi)}{\sin k_s \ell}$$

將 K_1 、 K_2 代入上式整理可得:

$$\overline{r} = \sqrt{\varepsilon_r} \frac{4\pi \cos^2 \phi \sin c^2 (kw \cos \phi)}{adk_0^2} \left[\frac{\cos k_s \ell - \cos(k\ell \sin \phi)}{1 - \frac{k^2}{k_s^2} \sin^2 \phi} \right]^2 \cdot \frac{1}{\int_0^{\pi} \left[\frac{\cos k_s \ell - \cos(k_0 \ell \cos \theta)}{1 - \frac{k_0^2}{k_s^2} \cos^2 \theta} \right]^2} \sin^3 \theta d\theta$$

最後我們得到了平板金屬波導魄入槽孔的等效阻抗值。 (4-27)

第五章 圓極化背接金屬共平面波導槽孔天線設計

本章我們利用第三章的表面波分析及第四章求得的槽孔等效電路來做天線 的設計。首先,我們設計出一線性極化的背接金屬共平面波導槽孔天線,接著再 運用序列轉動饋入法將四個線性極化天線組成一圓極化天線。最後附上模擬結果 與量測結果。

5.1 線性極化天線設計流程

5.1.1 表面波偏離角度

由第三章最後一部份, 針對 CBCPW 的尺寸($\varepsilon_r = 3.55 \times s=0.8 \text{ mm} \times g=2.6 \text{ mm} \times h=1.524 \text{ mm}$), 我們已經有了 SDA 分析, 在 12 GHz 可以求得表面波以 $\theta = \cos^{-1} beta/k_s = 30.0419^{\circ}$ 向兩側基板傳播($k_s/k_0 = \sqrt{\varepsilon_r} = 1.884 \times \beta/k_0 = 1.6311$)。接著我們定義兩個方向的波長 (1) Z 方向 CPW mode 波長 $\lambda_g = \lambda_0/\beta$ (2) θ 方向 PPW mode 波長 $\lambda_s = \lambda_0/\sqrt{\varepsilon_r}$, 如圖 5-1 所示。



圖 5-1 PPW 波偏離角度示意圖

利用 λ_g 與 λ_s 的三角關係,我們可以得到 s 的長度。圖 5-1 為針對 CBCPW 中右半 邊基板內的表面波行徑方向,圖中還標示了一旋轉 φ 角度的槽孔位於一倍波長的 位置。 有了結構中表面波偏離的角度後,我們設定單位細胞(unit cell)來模擬槽孔等 效電路。一個 unit cell 大小為 $a \times d \times L = h \times 2s \times \lambda_s = 1.524 \times 15.3446 \times 13.2686$ (mm) ,我們固定槽孔的寬度為 0.5 mm,並重複 4.2 節的步驟,最後可以得到如圖 5-2 的曲線。



圖 5-2 天線上槽孔旋轉角度對應的串接阻抗值

圖 5-2 為槽孔旋轉角度對應其等效電阻值的曲線, 槽孔共振的長度約為 8.5 mm。 在這裡我們先提及之後的設計只會用到 R/Z_0 小於 1 的部份,使用到的旋轉角度 及對應電阻值如表 5-1。

R/Z ₀	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8
ϕ	64 [°]	71 [°]	74.2 [°]	76.3 [°]	77.6 [°]	78.7 [°]	79.5 [°]	80.2 [°]
R/Z ₀	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16
ϕ	80.7 [°]	81.2 [°]	81.6 [°]	81.9 [°]	82.2 [°]	82.5 [°]	82.8 [°]	83 [°]

表 5-1 串接阻抗值對應之旋轉角度

5.1.3 槽孔擺設位置

在 R. Elliott 的天線理論一書中曾經介紹矩形金屬波導上的槽孔陣列設計。 在矩形金屬波導的寬邊上蝕刻縱向的矩形槽孔,利用偏移中線的多寡取決等效 導納值,如圖 5-3。設計概念是在波導末端短路,根據傳輸線理論,短路經過四 分之一波長後末端短路轉換成開路,於是輸入端看進去的導納值便是所有槽孔等 效的導納值相加,設計所有槽孔等效的導納值總和為 1,便可達到阻抗匹配,如 圖 5-4 所示。

圖 5-3 中,各個槽孔的間隔為二分之一波長而不是一倍波長,原因在於矩形 金屬波導中的主模為TE₁₀,在波導寬面上X方向的電流一過了 x=0.5a 就會開始 反向,所以雖然槽孔間距是二分之一波長,其相位相差 180 度,但靠著槽孔蝕刻 位置呈鋸齒狀交互放置在 x=0.5a 的上下兩側,最終可使每個槽孔內的電場方向 一致,場型在邊射方向(broadside)有最大的建設性干涉。由於波導的二分之一波 長小於空氣的波長,更可有效減少 grating lobe。



圖 5-3 矩形金屬波導饋入縱向槽孔天線示意圖



圖 5-4 矩形金屬波導饋入縱向槽孔的等效電路

参考 R. Elliott 的做法,我們將電路從並聯的導納變成串聯的阻抗,由本論 文第四章可得知平板金屬波導饋入槽孔的等效電路是串聯的阻抗值,於是我們在 平板金屬波導上每隔一個波長(介質中 PPW 的等效波長λ_s)放置一個旋轉φ角度 的矩形槽孔。由於平板金屬波導的主模是 TEM 波,上層金屬板的電流全為 Z 方 向的流向,要相差整數倍波長才會等相位,最後在波導的末端給予短路的邊界條 件(將上下板以鍍銅方式導通),如圖 5-5,其等效電路如圖 5-6。

此外,為了讓同一列的每個槽孔輻射能量都相同,設計讓同一列的槽孔旋轉 角度皆為, 而旋轉角度, 的大小則取決於當列槽孔數量的多寡, 使其與輸入端 的Z₀ 能達到阻抗匹配(此Z₀ 為 PPW 的傳輸線特性阻抗)。舉例如下: 假若同一列 的槽孔數量為五個,則每個槽孔正規化後的阻抗值為 0.2, 對照表 5-1, 可知旋轉 角度為 77.6 度, 以此類推。



圖 5-5 平板金屬波導饋入旋轉槽孔天線示意圖



圖 5-6 平板金屬波導饋入旋轉槽孔的等效電路

由 5.1.1 節得知 TEM 波在 CBCPW 上行進時偏離的角度,於是我們在背接 金屬共平面波導的上層金屬沿著這個角度蝕刻矩形槽孔,如圖 5-7。不過為了順 著 PPW 表面波行進的方向,我們將形狀改成如圖 5-8 的扇形,扇形的張角為兩 倍θ,為的是能在末端加上短路的邊界條件,而短路的地方離最近的槽孔距離為 λ_s。從圖 5-8 不難發現左右基板呈現直角三角形的形狀,表示槽孔能擺放的個數 隨著 Z 方向的列數增加而逐一遞減,例如:假設第一列有 16 個槽孔,第二列則 為 15 個,一直到第十六列為 1 個槽孔。同一列上的槽孔旋轉角度都相同,旋轉 角度對應表 5-1 決定。



圖 5-7 原始 CBCPW 架構

圖 5-8 調整後 CBCPW 架構

5.2 線性極化天線模擬

5.2.1 箏型天線模擬

整體天線尺寸較大是爲了得到較高的輻射增益,並且因 CBCPW 隨傳播距離 增長,基板中的表面波更能完全向兩側傳遞,在 CPW 線的開路末端反射也會減 少(因為能量大部份分散到兩側由槽孔輻射出去)。在這裡我們以第一列共 16 個 槽孔開始做設計,如圖 5-9,最後左右兩邊加總共 272 個矩型槽孔。16 列上的槽 孔旋轉角度依據表 5-1 做調整,在圖 5-9 天線末端鍍銅連接上下層金屬,希望能 達到電路上的接地效果。圖 5-10 為天線饋入端附近的參數表示,調整參數將輸 入端的特性阻抗設計為 100 歐姆。



圖 5-9 模擬天線示意圖



圖 5-10 天線饋入端放大圖

5.2.2 天線場型模擬結果

在開始討論天線輻射場型之前,我們必須先知道槽孔內的電場分佈情形。圖 5-11,假設在平板金屬波導裡有一TEM 波朝乙方向傳遞,在乙軸上放置一旋轉 某角度的矩形槽孔,若矩形槽孔的L_s>>W,,則槽孔內部的電場如圖 5-11 所示, 只存在ζ方向的電場。一旦W,增加槽孔內可能會伴隨其他模態產生ζ方向的電 場,所以W_s必須夠小才行。得知只要槽孔的W_s夠小,內部的電場就會是ζ方向。 所以對我們的天線而言,圖 5-12 上半部的槽孔可以視為有一總電場指向左上方 向,而下半部的槽孔可視為有一總電場指向左下方向。整個天線的電場分量,z 方向抵消,只留下 x 方向的電場。為了得到較高的增益我們將上半部的槽孔往接 地端移動半個波長,使得上半部的槽孔總電場指向右下方,此時整個天線的電 場,分量 x 方向抵消,只留下 z 方向的電場,改良過的天線,如圖 5-13。



圖 5-11 旋轉槽孔內電場分佈



圖 5-12 天線槽孔內電場分解



圖 5-13 上半部槽孔平移半波長後槽孔內電場分解

圖 5-14 為改良後天線的 S 參數之模擬結果,其頻寬如圖所示,由 11.35 GHz 至 12.25 GHz, 12 GHz 處的 return loss 是-14.42 dB。

圖 5-15 為天線在 12 GHz 時 YZ 切面的輻射場型。對 theta 極化而言,因收 到 Z 方向同向的電場,會得到一 broadside 輻射場型;對 phi 極化而言,因收到 X 方向反向的電場,0 度時會有 null 點,在偏離約正負6度時會有建設性干涉。



圖 5-15 12 GHz YZ 切面輻射情形

圖 5-16 為 12 GHz 時 XY 平面的輻射場型。對 theta 極化而言,由於 X 方向 的電場互相抵消,所以增益很小(-5 dBi 以下);對 phi 極化而言,因收到 Z 方向 同向的電場,會得到一 broadside 輻射場型,其增益大小為 23.80 dBi。



圖 5-17 為 XY 切面 Phi 極化隨頻率變化的輻射場型。我們可以明顯看出, 場型的主波束會隨頻率上升往逆時針方向轉動,且在 12 GHz 附近才有完整集中 的輻射場型。輻射場型隨頻率變化的數值整理在表 5-2。



圖 5-17 XY 切面隨頻率變化的 Phi 極化輻射場型

Freq (GHz)	11.6	11.8	12.0	12.2	12.4
Simulation Gain (<u>dBi</u>)	21.85	23.57	23.80	23.82	20.22
Main beam angle (deg)	-5	-1	0	+1	+5

表 5-2 XY 切面隨頻率變化的 Phi 極化輻射增益數值整理

5.3 序列轉動饋入法 (Sequential rotation feeding method)

序列轉動饋入法是一個可以使線性極化天線產生圓極化效果的方法[11],圖 5-18為其示意圖。藉由調整線性極化天線的擺放角度與饋入相位,讓在陣列天線 內的子天線與其相鄰之子天線的擺放角度相差一固定的角度,而每個子天線的餽 入相位也與相鄰之子天線相差一固定相位差,其相位差通常藉由調整餽入的長度 去達成。



而若要用四個線性極化天線產生圓極化效果,此四個天線的擺放角度與饋入 相位需被安排在 0°, 90°, 0°, 90°或是 0°, 90°, 180°, 270°。圖 5-19 以微帶貼片天線 為例,圖所示為 2×2 的圓極化微帶貼片天線陣列。



圖 5-19 2×2 圓極化微帶貼片天線 (a) 擺放角度與饋入相位為 0°, 90°, 0°, 90° (b) 擺放角度與饋入相位為 0°, 90°, 180°, 270°

此方法的原理在於對我們所需要的圓極化波有著適當的饞入相位,因此圓極 化天線單元中的反向圓極化成分將會被抵消,只留下我們所需的成分,不過只適 用於主波束波峰處,若應用在常見的陣列天線可能使反向圓極化成分在非主波束 波峰處的旁波瓣變大。運用此方法可有較好的圓極化軸比3dB頻寬。



5.4 圓極化背接金屬共平面波導饋入槽孔陣列天線

由 5.2 節 我們得到一線性極化背接金屬共平面波導饋入槽孔天線,利用 5.3 節所提供的方法,我們可以將四個線性極化的箏型天線組成一圓極化天線,並將 天線的圓極化方向設計為右手圓極化。

5.4.1 圓極化天線陣列設計

由 5.2 節我們知道控制槽孔的位置可以決定槽孔內電場的極化方向,將箏型 天線適當調整槽孔位置後,可以得到如圖 5-20 與圖 5-21 的陣列,皆是由四片箏 型天線所組成,分別是 0°,90°,0°,90°擺放方式和 0°,90°,180°,270°擺放方式。

由本論文第二章可得知,天線若要產生右手圓極化效果,必須要產生正交的 電場模態與相位差,並且其電場隨時間是逆時針旋轉。如圖 5-20, Element 1 的 天線左半部槽孔往短路端平移 0.5 Å, 方本半部維持不變,使得 Element 1 天線的 電場向量為-x 方向。同理,依序調整每個天線,使得 Element 2 天線的電場向量 為-z 方向, Element 3 天線的電場向量為-x 方向, Element 4 天線的電場向量為-z 方向。而每個 Element 的相位依序分別是 0°,90°,0°,90°,進而滿足右手圓極化 的條件。

圖 5-21 運用同樣原理,使得 Element 1 天線的電場向量為-x 方向, Element 2 天線的電場向量為-z 方向, Element 3 天線的電場向量為 x 方向, Element 4 天線 的電場向量為 z 方向。而每個 Element 的相位依序分別是 0°, 90°, 180°, 270°, 同 樣滿足右手圓極化的條件。



圖 5-21 四片扇形天線組成圓極化天線 B 示意圖(0°, 90°, 180°, 270°)

5.4.2 饋入電路設計

由 5.4.1 節得知,要達成圓極化效果,必須提供適當的飽入電路。此節設計 兩個饋入電路,分別用於 0°, 90°, 0°, 90°擺放方式和 0°, 90°, 180°, 270°擺放方式。

饋入電路 A,適用於 0°,90°,0°,90°擺放方式,如圖 5-22,是一個一分四的 功率分配器,使用 50 歐姆的同軸電纜接到 4 片輸入阻抗為 100 歐姆的天線端。 從電路並聯觀點而言,天線輸入阻抗應該設計在 200 歐姆才能達到阻抗匹配,但 對於 CBCPW 而言,阻抗為 200 歐姆的線寬過細不易於實現。因此我們能將天線 設計在 100 歐姆,並且用四分之一波場阻抗轉換器來達成阻抗匹配,並藉由調整 各埠的魄入長度去調整之間的相位差。

使用四分之一波長轉換將 100 歐姆匹配到 200 歐姆,需要的是特性阻抗為 141 歐姆的傳輸線,其 s=0.18 mm、g=1 mm。12GHz 的訊號在該尺寸的傳輸線上 波長為 16.23 mm,四分之一波長約為 4.06 mm。圖 5-22、5-23 為饋入電路 A 的

俯視圖及側視圖。



圖 5-22 饋入電路 A 之俯視圖

圖 5-23 饋入電路 A 側視圖

圖 5-24 為此饋入電路 A 模擬的 S 參數, S11 在該頻段皆小於-15 dB, 而 S21、 S31、S41、S51 則約為-6 dB, 代表能量達到一分四的效果。圖 5-25 為 port 2 與 port 3 的相位差(或是 port 4、port 5), 在 12 GHz 處兩者相差 90 度。



同理,設計饋入電路B,適用於0°,90°,180°,270°擺放方式,如圖5-26。



圖 5-26、5-27 為饋入電路 B 的俯視圖及側視圖。

圖 5-26 饋入電路 B 之俯視圖

圖 5-28 為此饋入電路 B 模擬的 S 參數, S11 在該頻段皆小於-15 dB, 而 S21、 S31、S41、S51 則約為-6 dB, 代表能量達到一分四的效果。圖 5-29 為 port 2 與 port 3 的相位差、port 3 與 port 4 的相位差、port 4 與 port 5 的相位差、port 5 與 port 2 的相位差, 在 12 GHz 處皆相差約 90 度。

饋入電路 A 與饋入電路 B 在擺放角度與饋入相位部分皆符合 5.3 節,產生 圓極化所需的饋入條件。

圖 5-27 饋入電路 B 側視圖



5.4.3 圓極化天線與饋入電路示意圖

我們分別將饋入電路A、饋入電路B與圖 5-20、圖 5-21 的天線做結合,並 將天線與天線之間空白處用基板補起來,得到整體天線的示意圖,如圖 5-30、圖 5-31,圖上也標示鍍銅將上下兩金屬板導通的地方。



圖 5-30 天線 A 與饋入電路 A 合併示意圖





圖 5-33 為天線 B 的 S 參數模擬與量測結果,在 12 GHz 處的 Return loss 約為-12.9 dB,頻寬約為 2 GHz。



S Parameter

5.4.5 天線輻射場型及軸比之模擬與量測結果

天線 A 與天線 B 的輻射場型如下頁各圖所示。

圖 5-34 為天線 A 在 12 GHz 時 XY 切面右手圓極化的增益,量測增益為 24.82 dBiC。圖 5-35 為天線 A 在 12 GHz 時 XY 切面右手圓極化與左手圓極化的增益。 圖 5-36 為天線 A 在不同頻率下 XY 切面右手圓極化與左手圓極化的增益。圖 5-37 為天線 A 的軸比(Axial Ratio)隨頻率變化的圖形,軸比 3 dB 頻寬 330 MHz,從 11.95 GHz 至 12.28 GHz。

圖 5-38 為天線 B 在 12 GHz 時 XY 切面右手圓極化的增益,量測增益為 24.69 dBiC。圖 5-39 為天線 B 在 12 GHz 時 XY 切面右手圓極化與左手圓極化的增益。 圖 5-40 為天線 B 在不同頻率下 XY 切面右手圓極化與左手圓極化的增益。圖 5-41 為天線 B 的軸比(Axial Ratio)隨頻率變化的圖形,軸比 3 dB 頻寬 370 MHz,從 11.9 GHz 至 12.27 GHz。



圖 5-35 天線 A 在 12 GHz 右手圓極化與左手圓極化的增益



圖 5-36 天線 A 隨頻率變化其右手圓極化與左手圓極化的增益



圖 5-37 天線 A 的軸比(Axial Ratio)隨頻率的變化



圖 5-39 天線 B 在 12 GHz 右手圓極化與左手圓極化的增益



圖 5-40 天線 B 隨頻率變化其右手圓極化與左手圓極化的增益

Axial Ratio



圖 5-41 天線 B 的軸比(Axial Ratio)隨頻率的變化

圖 5-42(a)為天線 A 側示圖,圖 5-42(b)為天線 A 邊緣板材鍍銅圖,圖 5-42(c) 為天線 A 背面使用同軸電纜饋入圖,圖 5-42(d)為天線 A 饋入端近照圖。



(b)

圖 5-42 天線 A 實體照片

圖 5-43(a)為天線 B 側示圖,圖 5-43(b)為天線 B 邊緣板材鍍銅圖,圖 5-43(c) 為天線 B 背面使用同軸電纜饋入圖,圖 5-43(d)為天線 B 饋入端近照圖。



(c)

圖 5-43 天線 B 實體照片

第六章 結論

本論文提出一圓極化背接金屬共平面波導槽孔陣列天線。了解洩漏波天線的 原理後,透過全波分析(SDA)可以求得背接金屬共平面波導的傳播常數並了解其 表面洩漏波的特性。在背接金屬共平面波導的上層金屬上蝕刻矩形槽孔,透過適 當安排槽孔的位置,可以使所有槽孔被同相位激發,在 broadside 方向會有建設 性干涉,並藉由調整槽孔的旋轉角度去完成阻抗匹配。接著我們設計出一個線性 極化的箏型槽孔天線陣列,此天線擁有高增益的特性。

運用序列轉動饋入法的概念,我們適當設計饋入電路與天線擺放方式使得四 個線性極化天線組成一圓極化天線。此圓極化天線具有高輻射增益、高效率的特 性,適合作為直播衛星系統的收發天線。



 [1] T. Itoh and R. Mittra, "Spectral-domain approach for calculating the dispersion characteristics of microstrip lines," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol.

MTT-21, pp. 496-499, July 1973.

- [2] W. Menzel, "A new traveling-wave antenna in microstrip," Arch. Electron. Ubertrag. Tech., vol. 33, pp. 137-140, 1979.
- [3] A. A. Oliner and K. S. Lee, "The nature of the leakage from higher-order modes on microstrip line," in *Proc. 1986 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, Baltimore, MD, pp. 57-60, 1986.
- [4] Y. C. Shih and T. Itoh, "Analysis of conductor-backed coplanar waveguide," *Electron. Lett*, Vol. 18, issue 12, pp.538–540, June 1982.
- [5] R. J. Stevenson, "Theory of slots in rectangular waveguides," *J. App. Phys.*, vol. 19, 1948, pp. 24-38.
- [6] R. Shavit, "Impedance characteristics of a slot antenna fed by a parallel-plate waveguide," *Microw. Opt Technol Lett.*, vol. 14, no.2 ,Feb. 1997.
- [7] R. S. Elliott, *Antenna Theory and Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1981.
- [8] M. Ando, T. Numata, J. -I. Takada, and N. Goto, "A linearly polarized radial line slot antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 36, issue 12, pp.1675–1680, Dec. 1988.
- [9] L.-C. Lin, Y.-S. Cheng, R. B. Hwang, T. Kitazawa, and Y.-D. Lin, "Slotted conductor-backed coplanar waveguide antennas", *International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP2008)*, Oct. 2008.
- [10] Y. X. Cheng, "Slotted Conductor-Backed Coplanar Waveguide Antennas," 國立 交通大學電信工程學系碩士論文, 2008.
- [11] J. Huang, "A technique for an array to generate circular polarization with linearly polarized elements", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-34, No. 9, pp.1113-1123, 1986.
- [12] P. S. Hall, J. S. Dahele, and J.R. James, "Design principles of sequentially fed, wide bandwidth, circularly polarized microstrip antenna," *IEE Proc.*, Vol. 136, Part H, No. 5, pp. 381-389, 1989.
- [13] B.Y. Toh, R. Cahill, V.F. Fusco, "Understanding and measuring circular

polarization," *IEEE Trans. on Education*, Vol. 46, Issue 3, Aug. 20, pp. 313 - 318, 2003.

Appendix (A)

$$(4-11) \stackrel{+}{=}$$

$$\int_{-w}^{w} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{V_s}{2w} \frac{\sin k_s (\ell - |\zeta|)}{\sin k_s \ell} \tilde{\xi} \times \tilde{x} \frac{1}{\eta} e^{-jkz} \cdot \tilde{y} d\zeta d\xi$$

$$(A-1)$$

$$\stackrel{+}{\downarrow} \stackrel{+}{=} \frac{\sin k_s (\ell - |\zeta|)}{\sin k_s \ell} \tilde{\xi} \times \tilde{x} \frac{1}{\eta} e^{-jkz} \cdot \tilde{y} d\zeta d\xi$$

$$= \tilde{\xi} \times \tilde{x} = \tilde{\xi} \times (-\tilde{\xi} \sin \phi + \tilde{\zeta} \cos \phi) = \cos \phi \tilde{y}$$

$$z = \tilde{\xi} \cos \phi + \zeta \sin \phi$$

$$\stackrel{+}{B} \perp \tilde{m} \vec{x} (\Lambda (A-1)) - \hat{\pi} \mathcal{M} \underline{w} \tilde{g} p \nabla \nabla :$$

$$= \int_{-w}^{w} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{V_s}{2w} \frac{\sin k_s (\ell - |\zeta|)}{\sin k_s \ell} \frac{1}{\eta} \cos \phi \cdot e^{-jk\xi \cos \phi} e^{-jk\xi \sin \phi} d\zeta d\xi$$

$$= \frac{V_s \cos \phi}{2w\eta \sin k_s \ell} \int_{-w}^{w} e^{-jk\xi \cos \phi} d\xi \cdot \int_{-\ell}^{\ell} \sin k_s (\ell - |\zeta|) e^{-jk\xi \sin \phi} d\zeta$$

$$(A-2)$$

$$= \frac{V_s \cos \phi}{2w\eta \sin k_s \ell} \left[\frac{-2j \sin(kw \cos \phi)}{-jk \cos \phi} \right] \cdot 2 \int_{0}^{0} \sin k_s (\ell - \zeta) \cos(k\zeta \sin \phi) d\zeta$$

$$(A-3)$$

$$(A-2) \stackrel{+}{\eta} \Pi \hat{\sigma} \mathcal{H}_{ab} \mathfrak{B} db \hat{\eta} \hat{\eta} d\xi = \frac{k_s [\cos k_s \ell - \cos(k\ell \sin \phi)]}{k^2 \sin^2 \phi - k_s^2}$$

$$= \frac{2V_s \sin(kw \cos \phi)}{kw\eta} \frac{k_s}{k^2 \sin^2 \phi - k_s^2} \frac{\cos k_s \ell - \cos(k\ell \sin \phi)}{\sin k_s \ell}$$

$$(A-4)$$

$$\frac{\pi}{B} (B-5) \mathcal{H} \mathcal{H} \mathfrak{H} \mathfrak{R} \cos \phi \vec{\eta} \mathcal{H} (4-11) \mathcal{K}$$

$$=\frac{2V_s\cos\phi}{\eta}\sin c(kw\cos\phi)\frac{k_s}{k^2\sin^2\phi-k_s^2}\frac{\cos k_s\ell-\cos(k\ell\sin\phi)}{\sin k_s\ell}$$
(4-11)

Appendix (B)

(4-24)中將電場及磁場帶入並做半球面的積分,其運算過程如下:

$$\begin{split} P_{f} &= \iint \overline{S} \cdot d\overline{S} \\ &= \frac{1}{2} k_{0} \omega \varepsilon_{0} \frac{V_{s}^{2}}{\sin^{2} k_{s} \ell} \frac{k_{s}^{2}}{\pi^{2}} \int_{2\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{\sin^{2} \theta}{r^{2}} \frac{1}{k_{s}^{4}} \left[\frac{\cos k_{s} \ell - \cos(k_{0} \ell \cos \theta)}{\frac{k_{0}^{2}}{k_{s}^{2}} \cos^{2} \theta - 1} \right]^{2} r^{2} \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{1}{2} \frac{V_{s}^{2}}{\sin^{2} k_{s} \ell} k_{0} \omega \varepsilon_{0} \frac{k_{s}^{2}}{\pi^{2}} 2\pi \frac{1}{2} \frac{1}{k_{s}^{4}} \int_{0}^{\pi} \left[\frac{\cos k_{s} \ell - \cos(k_{0} \ell \cos \theta)}{1 - \frac{k_{0}^{2}}{k_{s}^{2}} \cos^{2} \theta} \right]^{2} \sin^{3} \theta d\theta \\ &= k_{0} \omega \varepsilon_{0} \frac{V_{s}^{2}}{2\pi \sin^{2} k_{s} \ell} \frac{1}{k_{s}^{2}} \int_{0}^{\pi} \left[\frac{\cos k_{s} \ell - \cos(k_{0} \ell \cos \theta)}{1 - \frac{k_{0}^{2}}{k_{s}^{2}} \cos^{2} \theta} \right]^{2} \sin^{3} \theta d\theta \\ &= \frac{V_{s}^{2}}{2\pi \eta_{0} \sin^{2} k_{s} \ell} \frac{k_{0}^{2}}{k_{s}^{2}} \int_{0}^{\pi} \left[\frac{\cos k_{s} \ell - \cos(k_{0} \ell \cos \theta)}{1 - \frac{k_{0}^{2}}{k_{s}^{2}} \cos^{2} \theta} \right]^{2} \sin^{3} \theta d\theta \tag{4-24}$$