

第三章 層級分析法 (AHP)

3.1 層級分析法 (AHP) 之來源及應用範圍

層級分析法 (analytic hierarchy process, AHP) 是美國匹茲堡大學教授 Thomas, L. Saaty, 於 1971 年替美國國防部從事應變計劃問題的研究中所提出, 主要應用於不確定性 (uncertainty) 情況下及具有多個評估準則的決策問題上。1972 年在美國國家科學基金會資助下, 進行各產業電力合理分配的研究。1972 年 7 月 Saaty 替埃及政府從事「無和平、無戰爭」(no peace, no war) 對埃及經濟、政治及軍事狀況的影響研究時, 開始將有關的判斷尺度化。1973 年 Saaty 將層級分析法 (AHP) 應用在蘇丹運輸研究後, 整個理論才趨成熟; 其後在 1974 年到 1978 年間, 經過不斷應用、修正及驗證後, 使整個理論更臻完備。在 1980 年 Saaty 遂將此理論整理成專書問世, 後來並逐漸運用於企業、工程、公共決策等各項領域。(林原宏, 民國 84 年)

根據 Saaty (1980) 的經驗, 層級分析法 (AHP) 可應用於下列 12 種類型決策問題 (Decision-making Problem) 上:

1. 決定優先順序 (Setting Priorities)。
2. 產生替代方案 (Generating a Set of Alternative)。
3. 選擇最佳方案 (Choosing a Best Policy Alternative)。
4. 決定需求 (Determining Requirements)。
5. 資源分配 (Allocating Resources)。
6. 預測結果與風險評估 (Predicting Outcomes and Risk Assessment)。
7. 衡量績效 (Measuring Performance)。
8. 系統設計 (Designing Systems)。
9. 確保系統穩定 (Ensuring System Stability)。
10. 最佳化 (Optimizing)。
11. 規劃 (Planning)。
12. 解決衝突 (Conflict Resolution)。

層級分析法 (AHP) 可在多目標 (multi-object) 與多評估準則的不確定情況下，經由匯集專家學者的意見，把複雜的評估問題分析成簡明的因素層級架構，再藉由評量表衡量，將所得資料予以量化作各層級之成對比較矩陣 (pairwise comparison matrix)，經運算後求得矩陣之特徵向量 (eigen value)，以該特徵值來評定每個成對矩陣之強弱程度，作為決策時之參考資訊。(楊和炳，民國 77 年)

層級分析法 (AHP) 之所以受到廣泛運用，因理論簡單又具實用性，層級分析法 (AHP) 有系統的分析問題並將各個考慮層面與因素給予層級化的架構，此層級架構有助於決策者對事物的整體瞭解，在工作進行時也易於掌握與達成。層級分析法 (AHP) 的層級式架構具有彈性、易於瞭解與合乎邏輯的優點，透過層級式架構與量化的方式，將減少決策錯誤的發生機率。(鄧振源、曾國雄，民國 78 年，中國統計學報)

由於科學工業園區開發工程分標原則之評估因素所涵蓋的範圍具有多樣性，且無法直接設定每項評估因素均具有同等之重要性。在權重訂定方法之選擇上，層級分析法 (AHP) 具有將複雜問題系統化的特性，且能同時擷取多數專家與決策者的意見，透過一致性檢定，來顯示專家對各構面間之比較是否具有連貫性與邏輯性。層級分析法 (AHP) 可應用於決定優先順序、選擇最佳方案等，及具有彈性、易於瞭解、合乎邏輯與透過層級式架構與量化的方式，來減少決策錯誤的發生機率等優點，因此本研究採用層級分析法 (AHP) 來作為建構評估模式的方法。

3.2 層級分析法 (AHP) 之基本假設

層級分析法 (AHP) 發展的目的，就是將複雜的問題系統化，由不同的層面將層級分解，並透過量化的判斷，覓得脈絡後加以綜合評估，以提供決策者選擇適當方案的充分資訊，同時減少決策錯誤的風險性。層級分析法 (AHP) 的基本假設，主要包括下列 9 項：

1. 一個系統可被分解成許多種類 (classes) 或成分 (components)，並形成網路式的層級結構。
2. 層級結構中，每一層級的要素均假設具獨立性 (independence)。
3. 每一層級內的要素，可以用上一層級內某些或所有要素作為評準，進行評估。
4. 比較評估時，可將絕對數值尺度轉換成比例尺度 (ratio scale)。
5. 成對比較 (pairwise comparison) 後，可使用正倒值矩陣 (positivereciprocal matrix) 處理。
6. 偏好關係滿足遞移性 (transitivity)。不僅優劣關係滿足遞移性 (A 優於 B，B 優於 C，則 A 優於 C)，同時強度關係也滿足遞移性 (例如：A 優於 B 二倍，B 優於 C 三倍，則 A 優於 C 六倍)。
7. 完全具遞移性不容易，因此容許不具遞移性的存在，但需測試其一致性 (consistency) 的程度。
8. 要素的優勢程度，經由加權法則 (weighting principle) 而求得。
9. 任何要素只要出現在階層結構中，不論其優勢程度是如何小，均被認為與整個評估結構有關，而並非檢核階層結構的獨立性。

(鄧振源，曾國雄，1989，中國統計學報)

3.3 層級分析法 (AHP) 之層級與要素

階層為系統特殊的型態，基於個體可以組成並形成不同集合體的假設下，將影響系統的要素組合成許多層級（群體），每一層級只影響另一個層級，同時僅受另一層級的影響，而層級的多寡，決定於系統的複雜性與分析所需而定。

1. 層級的建構與評量：

建立系統的層級架構時，需要解決的問題有二：一是如何構建層級關係，二是如何評估各層級要素的影響程度。前者可利用腦力激盪法 (brain storming)、明示結構法 (interpretive structural modelling, ISM)、階層結構分析法 (hierarchical structural analysis, HSA)、結構模型化群體法 (group method of structural modelling, GMSM) 以及 PATTERN 法 (planning assistance through technical evaluation of relevance numbers) 等，加以確認其層級關係，實際應用上並無一定的建構程序。後者則可利用特徵向量法 (eigenvector method, EM)、最小平方法 (least squares method, LSM)、幾何平均法 (geometric means method, GMM)、Churchman 法及 Scheffe 法等，而層級分析法 (AHP) 是利用特徵向量法求取要素間的權重。

2. 層級結構化的要點：

將影響系統的要素加以分解成數個群體，每群再區分成數個次群，逐級下去建立全部的層級結構，在分析組群時，應注意以下各點：

- (1) 最高層級代表評估的最終目標，稱為焦點 (focus)，只包含一個因素。
- (2) 儘量將重要性相近的要素放在同一層級。
- (3) 層級內的要素不宜過多，依 Satty 的建議最好不要超過 7 個，超出者可再分層解決，以免影響層級的一致性。
- (4) 層級內的各要素，力求具備獨立性，若有相依性存在時，可先將

獨立性與相依性各自分開分析，再將二者合併分析。

(5) 層級的數目沒有限制，但相鄰兩個層級要有一定的相關性。

(6) 最低層級的要素即為替代方案。

3. 層級的種類：

將一個複雜的系統分解與結合後，所建立的層級結構分成 2 種：

(1) 完整層級 (complete hierarchy)：第 e 層與第 $e+1$ 層的要素間均有關係，即有完整的連線，適用於從各種假設所得到之重要程度不變時使用。

(2) 不完整層級 (incomplete hierarchy)：第 f 層與第 $f+1$ 層內的要素，並不是都有關係，即沒有完整的連線，可以處理有許多分枝的問題。

4. Saaty 認為階層的建立具有以下各項優點：

(1) 階層的產生使得人們更容易了解上下階層因素彼此間的關係。

(2) 階層能夠詳細的描述整個系統的結構面與功能面。

(3) 大多數的問題本是階層的組合，故人們能夠有效的用階層的想法來思考事物。

(4) 一則由於微量的改變對於階層只有微量的影響，因此階層具有穩定性；再則新階層的加入，對於結構良好的階層而言，並不會影響整個系統的有效性，因此階層賦有彈性。

3.4 層級分析法 (AHP) 之評估尺度

層級結構構建完成後，接下來就是評估的工作。層級分析法 (AHP) 的評估是以每一層級的上一層要素，作為對下一層要素評估的依據。換言之，就是將某一層級內的任二個要素，以上層的要素為評準，分別評估該二個素對評準的相對貢獻度或重要性。

層級分析法 (AHP) 的評估乃是同一層級內，各因素間的兩兩比較，即以成對比較的方式，來評估要素間的相對重要性。其評估尺度 (Ratio Scale) 基本劃分為五項，即同等重要、稍重要、頗重要、極重要及絕對重要，並賦予 1、3、5、7、9 的衡量值；並在兩尺度間賦予 2、4、6、8 的中間值。層級分析法 (AHP) 之評估尺度及說明，詳表 3.1：

表 3.1 層級分析法 (AHP) 之評估尺度及說明

評估尺度	定 義	說 明
1	同等重要	兩方比較方案貢獻程度具同等重要性，等強。
3	稍微重要	經驗與判斷稍微傾向喜好某一方案，稍強。
5	頗重要	經驗與判斷稍微傾向喜好某一方案，頗強。
7	極重要	實際顯示非常強烈傾向喜好某一方案，極強。
9	絕對重要	有足夠證據肯定絕對喜好某一方案，絕強。
2, 4, 6, 8	相鄰尺度之中間值	需要折衷值時。

資料來源：Saaty, T.L., (1980) "The Analytic Hierarchy Process" McGraw Hill, Inc., New York.

3.5 層級分析法 (AHP) 的實施步驟

實際進行層級分析法(AHP)處理問題時,可分為7個步驟來進行,分別說明如下:

1. 確認問題:

對於研究問題的系統宜儘量擴大,將可能影響問題的要因皆納入問題中,並且對問題的範圍應清楚界定。

2. 羅列與問題有關的所有因素:

經由德菲法(delphi method)、腦力激盪法(brainstorming method)、文獻蒐集等方式,將和問題有關的因素列出,此時暫不考慮其順序與關聯性。

3. 建立層級:

層級的層次可依問題之需要衍生多層次,每一層級與上一層級之關係要自然,不可過於牽強。層級的構建,並無一定的建構方法,亦無一定的建立程序。層級之最上層即為「焦點」,以下各層之每層可包括多個因素,但基於人類無法同時對7種以上事物進行比較之設下,以不超過7個為佳。因此,有效的層級數可用 $n/7$ 估計,如此的層級架構,即可收容易進行有效的成對比較,與獲得較佳一致性之益處。

4. 問卷設計與調查:

每一層級要素在上一層級某一要素作為評估基準下,進行成對比較。在1到9尺度下,讓受訪者填寫(勾劃每一成對要素間的比較尺度)。問卷必須清楚地設述每一成對比較的問題,並附加詳細的引導說明。

5. 建立成對比較矩陣:

成對比較矩陣的元素數值,乃由上步驟之調查結果所得,將每人之判斷值予以幾何平均即可建立成對比較矩陣。茲舉一成對比較矩陣說明:

$$\text{設矩陣 } A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \text{L} & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \text{L} & a_{2n} \\ \text{L} & \text{L} & \text{L} & \text{L} \\ a_{n1} & a_{n2} & \text{L} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \text{L} & a_{1n} \\ 1/a_{21} & 1 & \text{L} & a_{2n} \\ \text{L} & \text{L} & \text{L} & \text{L} \\ 1/a_{n1} & 1/a_{n2} & \text{L} & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{pmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \text{L} & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \text{L} & w_2/w_n \\ \text{L} & \text{L} & \text{L} & \text{L} \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \text{L} & w_n/w_n \end{pmatrix} \quad (2)$$

將 n 個因素比較結果的衡量，置於成對比較矩陣 A 的上三角形部份（主對角線為要素自身的比較，故均為 1），而下三角形部份的數值為上三角形部份的相對位置數值的倒數，即 $a_{ji} = 1/a_{ij}$ 。其中 $a_{ij} = w_i/w_j$ ， w_1, w_2, \dots, w_n 代表層級 i 的各因素對層級 $i-1$ 某因素的影響權數。

6. 計算優先向量與最大特徵值：

成對比較矩陣求得後，利用數值分析中的特徵值（eigen value）解法求取特徵向量（eigen vector）或稱優勢向量 W （priority vector），再根據此優勢向量計算最大特徵值。

(1) 求取優勢向量：

Saaty (1982) 認為在不需較高精確度時，可利用四種近似法求取優勢向量，而其中列向量幾何平均值的標準化方法是一個較好的優勢向量估計法，其方法如下：

列向量幾何平均值的標準化

$$w_i = \frac{\left(\prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}}{\sum_{i=1}^n \left(\prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

(2) 求取最大特徵值 (λ_{\max}):

首先將 $A \times w = \lambda w$ （成對比較矩陣 A 又乘積優勢向量 w ，得到一新的

向量 w')

$$\begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \text{L} & a_{1n} \\ 1/a_{21} & 1 & \text{L} & a_{2n} \\ \text{L} & \text{L} & \text{L} & \text{L} \\ 1/a_{n1} & 1/a_{n2} & \text{L} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \text{L} \\ w_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \text{L} \\ w_n \end{pmatrix} \quad (4)$$

而最大特徵值 λ_{\max} 可由下式求得

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \left(\frac{w_1}{w_1} + \frac{w_2}{w_2} + \dots + \frac{w_n}{w_n} \right) \quad (5)$$

7. 計算各層級一致性指標：

為確定問卷內容的合適性，必須再就特徵向量進行一致性檢定，亦即計算各層級一致性比率 (consistency ratio, CR)，和整層級一致性比率 (consistency ratio hierarchy, CRH)。依 Saaty 的意見，認為一致性比率值必須小於 0.1 方能接受，否則即表示層級的要素關連有問題，必須重新進行所有因素與關連的分析。

(1) 一致性指標 (consistency index, C.I.)

$$C.I. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (6)$$

(2) 一致性比率 (consistency ratio, C.R.)

$$C.R. = \frac{C.I.}{R.I.} \quad (7)$$

其中隨機性指標 (random index ; R.I.) 由評估尺度 1 至 9 所產生的正倒值矩陣，在不同階數下，所產生的一致性指標值，不同階數下的隨機指標如表 3.2。

表 3.2 隨機指標

階數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R. I.	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51	1.48	1.56	1.57	1.58

資料來源：Saaty ,T.L.,(1980)“The Analytic Hierarchy Process”McGraw Hill,Inc.,New York.

(3) 整層級一致性比率 (consistency ratio hierarchy, C.R.H)

層級間的重要性不同，因此尚須檢驗整個層級結構是否具一致性。而整體層級的一致性比率，就是將整體層級一致性指標(consistency index of the hierarchy, C.I.H.) 除以整體層級隨機指標(random index of the hierarchy, R.I.H.)。其數學式如下：

$$C.I.H.=\sum (\text{每個層級的優先向量}) \times (\text{每層級的 C.I.值}) \quad (8)$$

$$R.I.H.=\sum (\text{每個層級的優先向量}) \times (\text{每層級的 R.I.值}) \quad (9)$$

$$C.R.H.=\frac{C.I.H.}{R.I.H.} \quad (10)$$

若 $C.R.H.<0.1$ 則整體層級的一致性可接受。整個層級結構通過一致性確定後，則可求取整體權重的計算，以得出替代方案的優先向量，該優先向量即決定替代方案的優先順序，決策者便可依據此結果作方案的選擇。

層級分析法 (AHP) 在本研究的操作流程，如圖 3.1 所示：



圖 3.1 層級分析法 (AHP) 操作流程圖

資料來源：Thomas L. Saaty, 1980, The Analytic Hierarchy Process. McGraw-Hill, New York, pp.105。

3.6 Expert Choice 軟體簡介

Expert Choice 軟體是以層級分析法 (AHP) 為基礎的客觀決策支援工具，它容易操作的圖形化介面讓任何人皆易於上手，因為判斷的層次標準都表現在軟體的 hierarchical structure 上，決策者可融合企業本身的層次並做出重要的判斷。在 Expert Choice 決策過程結束之後，決策者可藉由容易瞭解的結果明白決策是如何產生的。(Expert Choice 2000. <http://www.expertchoice.com>)

Expert Choice 能夠反映你的思考，藉由使用 pairwise 的方法，Expert Choice 結合你的問題的每一面以獲得你所有選擇的優先順序。透過 "what-if" 和靈敏性分析，你能夠迅速得到改變一個目標重要性中的所產生的變化。選擇不超過規定的預算使目標的達到最佳化的選擇的方法，可以使用附加 Expert Choice 的小組版本增加這個特性，如果你的模型不是你想要的，你能夠修改模型或者合併模型直到符合你所想要。

除了上面所描述的特性以外，透過 Internet 的功能，Expert Choice Group 是一種可以把決策帶到世界各地的決策支援軟體。它允許小組成員透過 Internet 一起解決問題在世界的任何地方，Internet 會議能包含每一個參與者和直到作出最後決策，它不僅聯繫所有成員，而且節省旅行的時間和費用成本。

Expert Choice 提供的 keypad 能力能夠創造小組成員能夠集體研討和徵詢意見的空間，然後，結果能夠放到決策層次裡，使用這個電子 keypads，高達 150 個人能夠判斷或決定關於一個問題的目標或者子目標。像 Internet 一樣，Keypad 使參與者持續集中於問題上而且能更有效的使用在會議上。

Expert Choice Group 幫助小組參與者定義目標與子目標，然後到架構的層次化樹裡組織他們。一旦小組參與者決定目標的相對重要性，最後合成小組的所有判斷以得出一個結論。透過操縱四個動態靈敏性圖表，小組能夠檢查如何改變任何目標的優先性，藉由以上方法使參與者

持續集中於問題上，Expert Choice Group 能更有效的使用在會議中。

Expert Choice 的優點有：

1. 建構決策模型的方式淺顯易懂。
2. ModelView 包含 TreeView 或 ClusterView 去表現決策的層次（如目標、子目標），並且在 Information Documents 中有詳細的說明。
3. Tree View：
 - (1) 允許長的 objectives 名稱出現。
 - (2) 在 TreeView 或 ClusterView 可以使用拖曳的方式去操作目標或子目標。
 - (3) 對 Hierarchy 沒有限制：可以建構更大更複雜的架構。
4. Information Documents 容易從各方面得到：如影音檔或說明檔甚至在處理其他的問題上。
5. Notes：另一方式的說明，從每一參與的部分輸入它的建議。
6. Data Grid Approaches：
 - (1) 增加或減少 Utility Curves。
 - (2) Step Function。
 - (3) Ratings。
 - (4) Direct Entry of Priorities。
7. Data Conversion：很快的從資料庫中轉換大量的資料成具有優先順序的資料以供作決策使用。
8. Printing/Reporting：容易轉成 Microsoft Word 及 Excel 檔。
(中崗科技，<http://www.ixon.com.tw/>)

Expert Choice 軟體的特點，採用層級分析法（AHP）多目標決策分析方法，透過條件配對及目標配對，再依照所下之權重比來設定各關係之權重，透過此分析方法可以找出最佳之決策，並可以排序決策之優先順序，若決策之權重比非常相似，可以做敏感度分析(sensitive)，或做相似度分析(likelihood)，利用評估(Assignment)中之各方法，可以避免主觀因素而造成決策上之盲點，提供各類之分析報表及排序，圖形

分析之種類有：

1. 效率評估圖 (Performance)。
2. 動態評估圖 (Dynamic)。
3. 傾斜圖 (Gradient)。
4. 方案與方案之各項條件因子比較圖 (Head-to-head)。
5. 條件與條件之各項方案比較圖 (Two dimensional)。

(謝禮禧，民國92年)

Expert Choice 軟體的操作程序，茲以一「家庭房車之購買關鍵因素與探討」簡單實務案例，說明如下：(陳鏞聿，民國93年)

1. 「家庭房車之購買關鍵因素與探討」，假設已知評估因素有三，分別為：

- (1) 性能。
- (2) 價位。
- (3) 車型。

2. 專家問卷回收結果共有 5 份。

3. 軟體實際操作過程如下：

- (1) 建立一個新檔案，如圖 3.2。

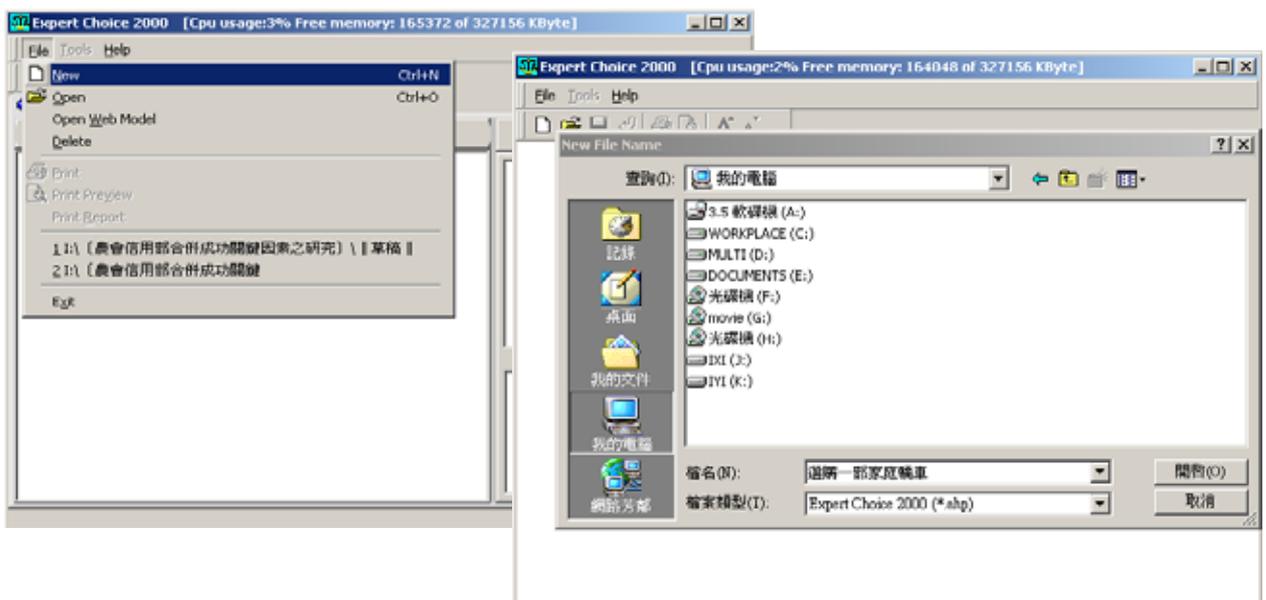


圖 3.2 Expert Choice 軟體操作－建立一個新檔案

(2) 鍵入目標名稱及評估因素層級結構，如圖 3.3。

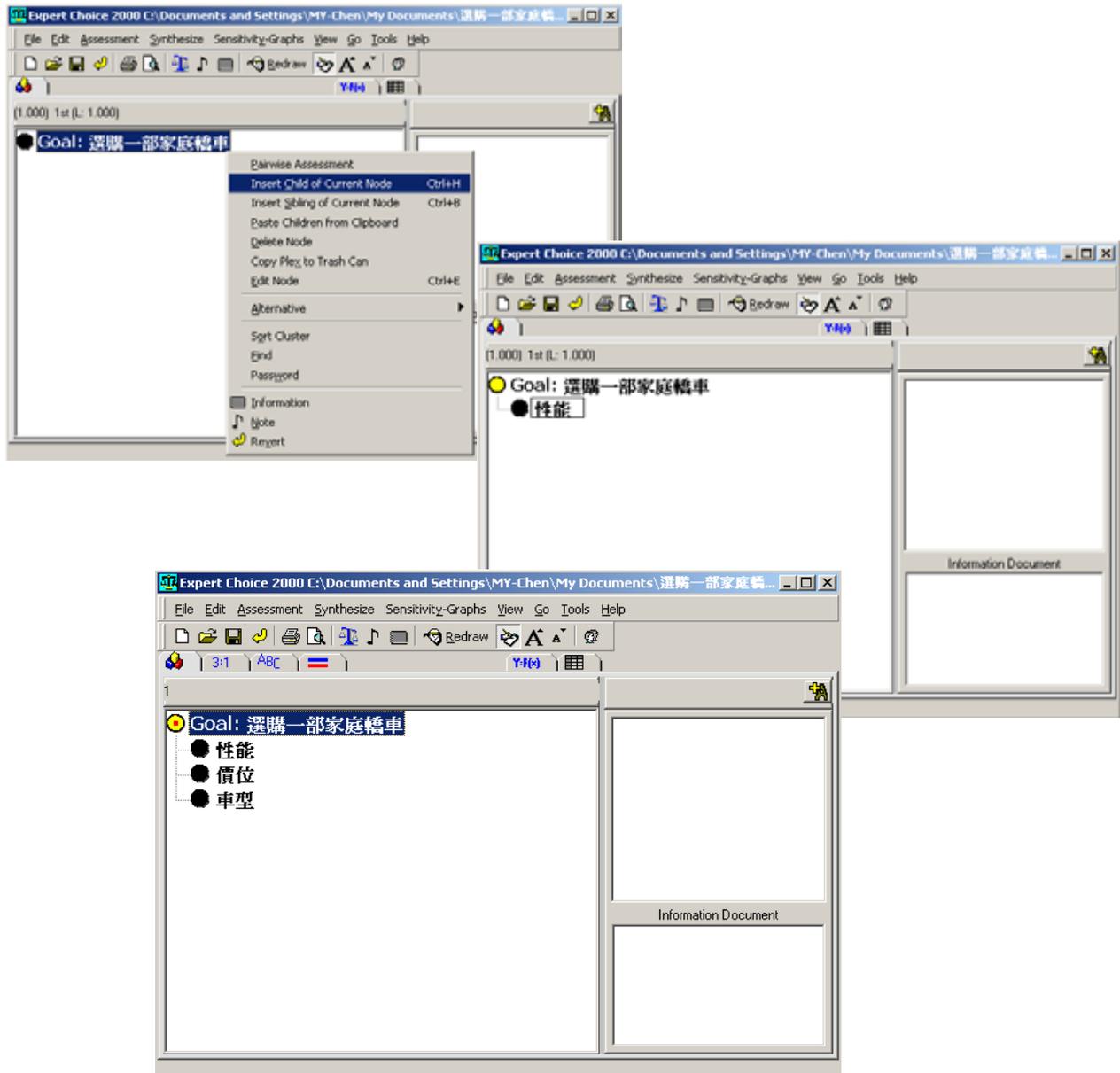


圖 3.3 Expert Choice 軟體操作—鍵入目標名稱及評估因素層級結構

(3) 設定專家問卷份數 (5 人)，如圖 3.4。

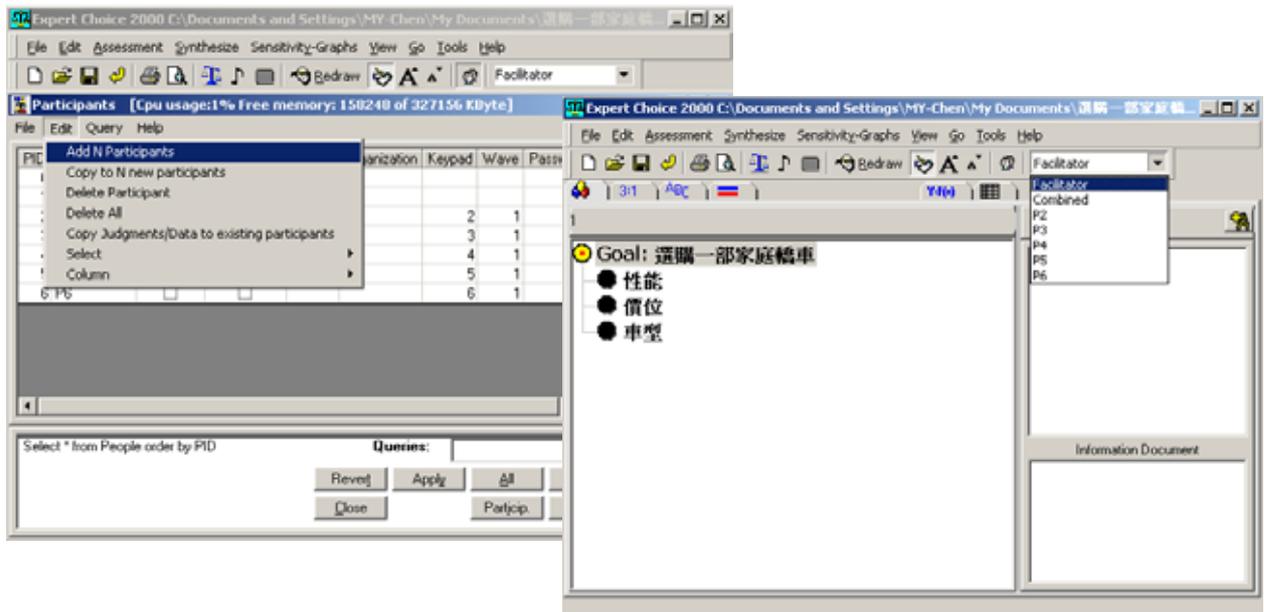


圖 3.4 Expert Choice 軟體操作—設定專家問卷份數 (5 人)

(4) 鍵入某一份專家問卷，並通過「一致性」檢定，如圖 3.5。

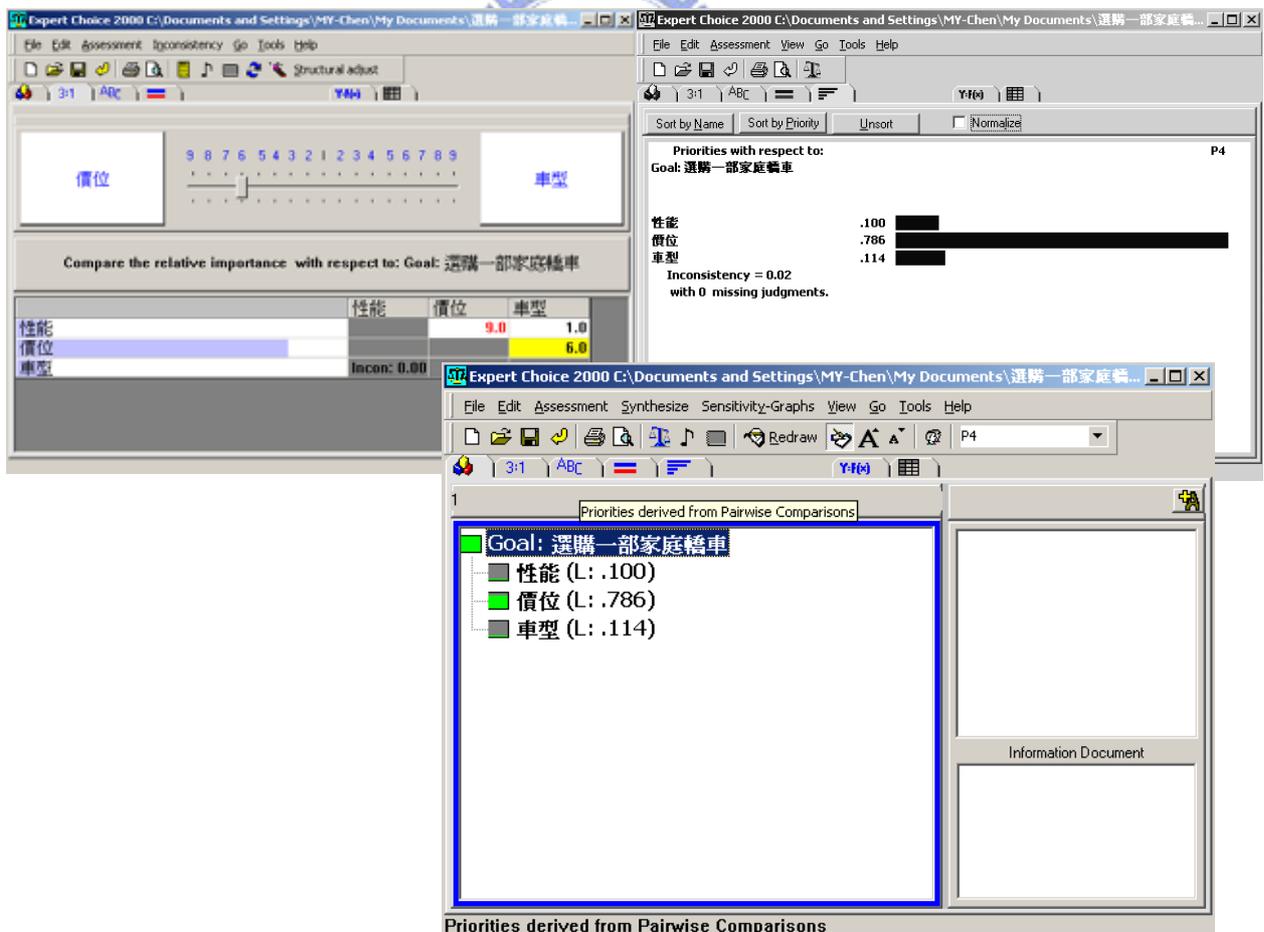


圖 3.5 Expert Choice 軟體操作—鍵入某一份專家問卷，並通過「一致性」檢定

(5) 全部專家問卷鍵入完畢後，整合所有專家意見，如圖 3.6。

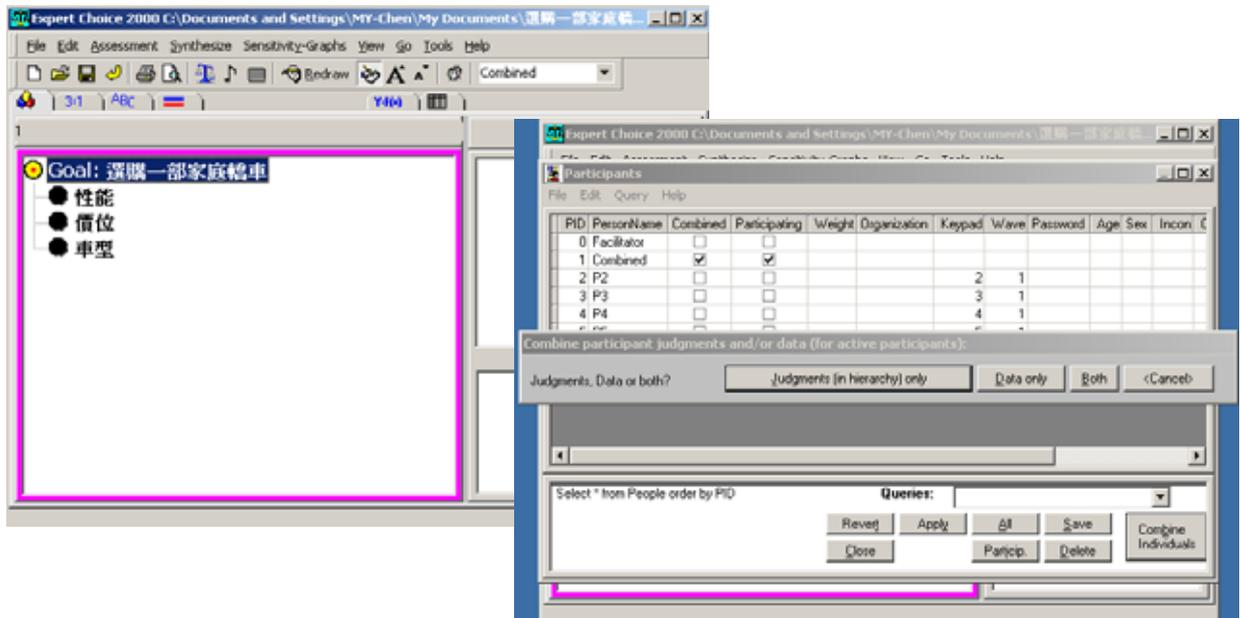


圖 3.6 Expert Choice 軟體操作—整合所有專家意見

(6) 專家意見整合結果，並通過「一致性」檢定，如圖 3.7。

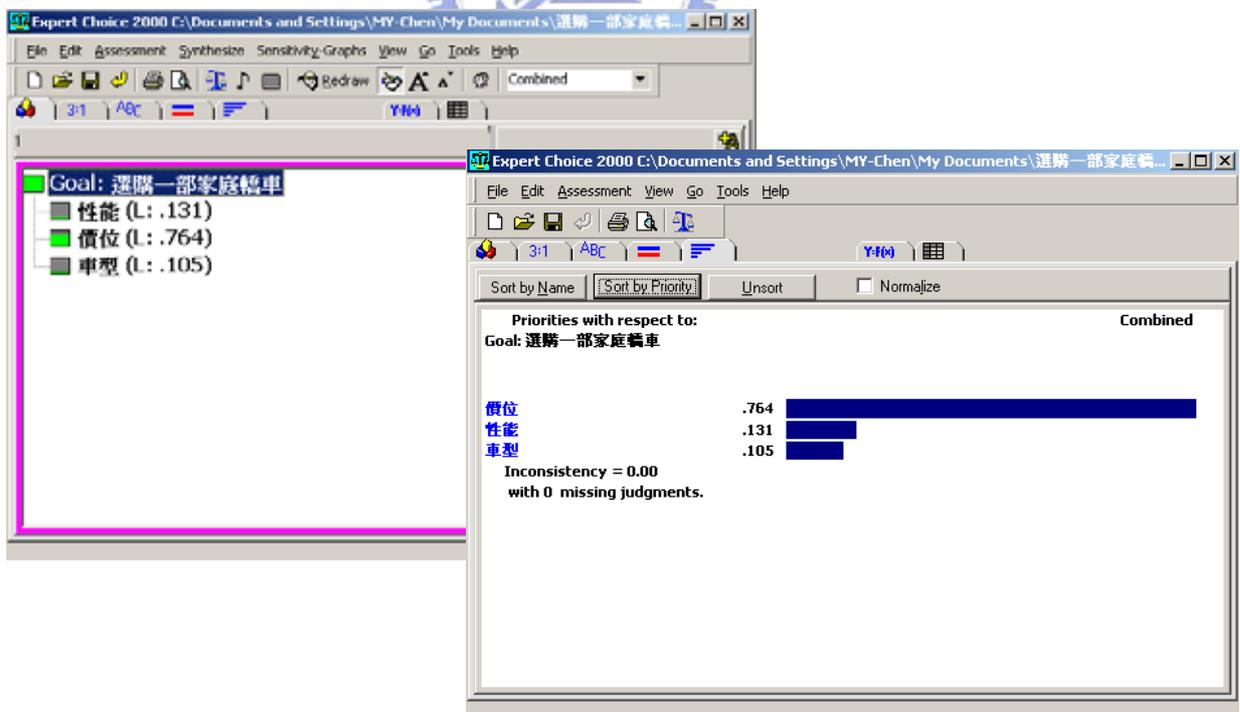


圖 3.7 Expert Choice 軟體操作—專家意見整合結果，並通過「一致性」檢定

(7) Expert Choice 圖形分析之種類：(陳鏞聿，民國94年)

甲、效率評估圖 (Performance)：用以評估方案在各條件之比重圖，以斜線表示，如圖3.8。

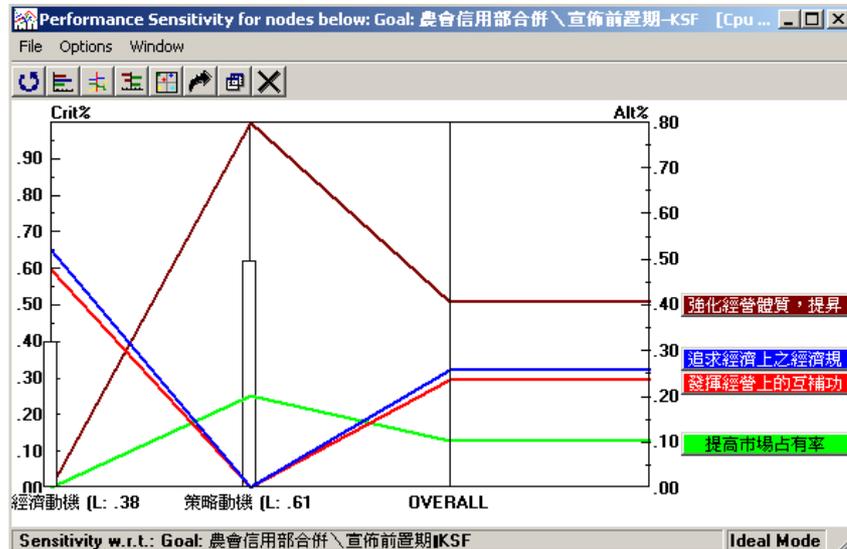


圖 3.8 Expert Choice 軟體操作—效率評估圖 (Performance)

乙、動態評估圖 (Dynamic)：分兩部分，一部份為條件因子之權重值，另一部份為方案權重之比較圖，可從圖中得知哪個權重是最高的，如圖3.9。

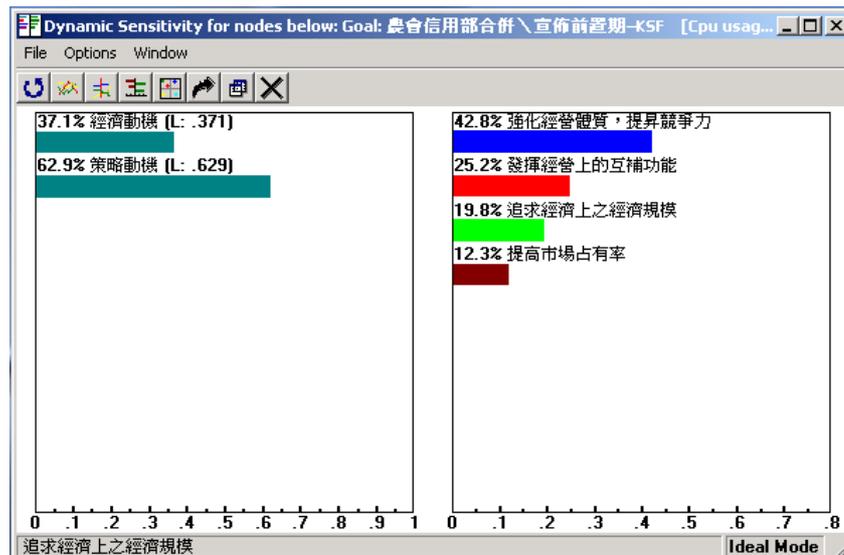


圖 3.9 Expert Choice 軟體操作—動態評估圖 (Dynamic)

丙、傾斜圖 (Gradient)：可表示各評估因素所佔權重之高低，如圖3.10。

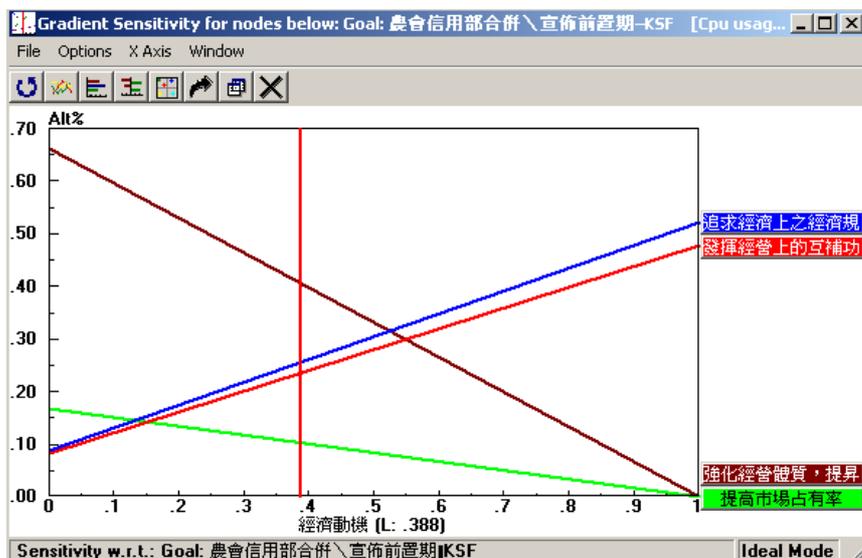


圖 3.10 Expert Choice 軟體操作－傾斜圖 (Gradient)

丁、方案與方案之各項評估因素比較圖 (Head-to-head)：比較兩個方案之各項評估因素誰占的百分比數較大，詳圖3.11。

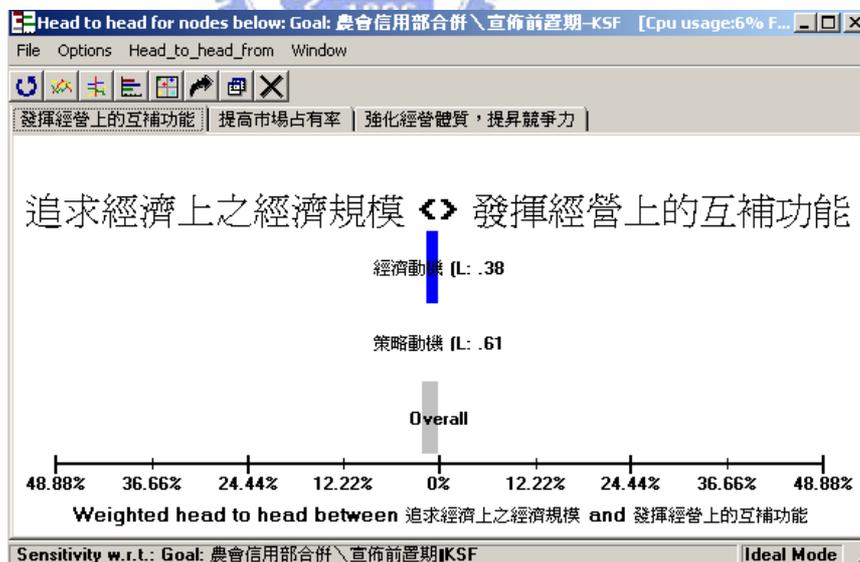


圖 3.11 Expert Choice 軟體操作－方案與方案之各項評估因素比較圖 (Head-to-head)

戊、條件與條件之各項評估因素比較圖（Two dimensional）：X軸為各項方案在某評估因素條件之權重值，Y軸為各項方案在另一評估因素條件之權重值，由(X,Y)之值顯現出各方案之落點位置，詳圖 3.12。

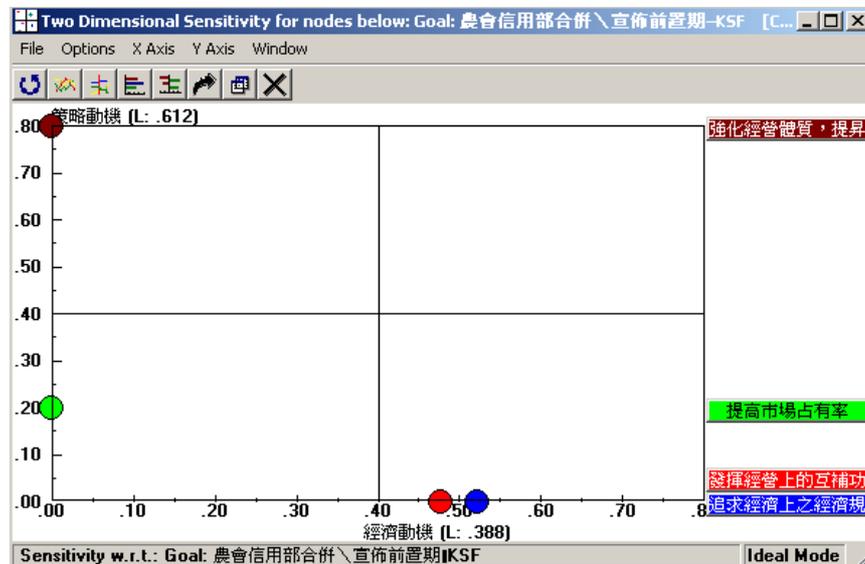


圖 3.12 Expert Choice 軟體操作—條件與條件之各項評估因素比較圖（Two dimensional）

因層級分析法（AHP）之理論已行之有年，各項電腦輔助計算程式也多已成形，但在應用上卻各有優缺點，依據 Ossadnik and Lange(1999) 所發表的文章「AHP-based evaluation of AHP-Software」中所提到，目前市面上以層級分析法（AHP）為分析方法的軟體中以「Auto Man」、「Expert Choice」及「HIPRE」三種為主流，並以 12 個構面為基礎，包括結果的圖形化顯示、轉換特定的層級分析法（AHP）程序、層級元素的數目、提供敏感度分析、易學習性、調整問題結構、輔助配備、可理解的操作指令、相關輔助及錯誤訊息的說明、初始投資等，並利用層級分析法（AHP）來分析此三種軟體之優劣，最後得到結論為 Expert Choice 優於 AutoMan 優於 HIPRE，因此本研究選定以 Expert Choice 進行回收後問卷分析之應用軟體。（Ossadnik and Lange，1999）