

國立交通大學
機械工程學系
碩士論文

簡易慣性導航系統對於軌跡預測之應用

Applying Simply Constructed Inertial Navigation System in
Trajectory Prediction



研究生：顏翊凡

指導教授：秦繼華 博士

中華民國九十八年六月二十六日

簡易慣性導航系統對於軌跡預測之應用

**Applying Simply Constructed Inertial Navigation System in
Trajectory Prediction**

研 究 生：顏翊凡

Student : I-Fan Yen

指導教授：秦繼華 博士

Advisor : Dr. Jih-Hua Chin

國立交通大學

機械工程學系



Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Science
in
Mechanical Engineering

June 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年六月二十六日

簡易慣性導航系統對於軌跡預測之應用

研究生：顏翊凡

指導教授：秦繼華 博士

國立交通大學機械工程學系



論文摘要

本論文研究簡易慣性導航系統在車輛行走軌跡預測上之應用，從慣性導航系統出發，結合車輛動態掌握車輛的軌跡及姿態，使用模擬軟體(MATLAB)驗證了理論之可行性，並架設一組簡易慣性導航系統及數個軌道平台來實驗系統之準確性，其中簡易慣性導航系統只需要一組陀螺儀以及兩組加速規，應用尤拉座標轉換法提出了適用於此系統的數學座標轉換方法，計算上更容易，並且提出利用簡易慣性導航系統的資訊應用於車輛軌跡預測之方法，經由實驗來證實此方法可以迅速掌握車輛未來可能行駛之軌跡。

Applying Simply Constructed Inertial Navigation System in Trajectory Prediction

Student : I-Fan Yen

Advisor : Dr. Jih-Hua Chin

Department of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University



ABSTRACT

This research is about applying SCINS (Simply Constructed Inertial Navigation System) in vehicle trajectory prediction, base on INS (Inertial Navigation System), combine with vehicle dynamic to know the vehicle's trajectory and posture, use MATLAB to simulate and prove the theory, build up a SCINS and numbers of track to test the accuracy, only needs a gyro and two accelerometers, present a coordinate transform by Euler transform that can use in SCINS, and present a method that can predict vehicle's trajectory by using the information from SCINS, and proved it by experimentation .

致謝

兩年的研究生涯光陰似箭，當初來實驗室報到的景相還好像昨天才發生，認識了我的指導教授，秦繼華，也認識了所有實驗室的同學，不過心情卻有著巨大的不同，當初選了車輛組這個領域，許多東西都是我沒有接觸過的，經過了許多的努力終於到達今天這一步，其中有很多歡笑跟淚水，讓我成長了非常多。

一路走來有太多需要感謝的人，首先一定要感謝秦教授，他教給了我們很多對於研究上的態度，他說：很多新穎的研究在一開始都是不被大眾所接受，所以我不會對你們的想法有太多侷限，讓我印象深刻，他也給了我們很大的發展空間，當然在其中也花了很多時間督促我們，教導我們；再來是我最重要的家人，爸媽，我弟，我是南部的小孩，離開家鄉至北部求學多年，因為路程遙遠，所以我很少有時間回家探望，但一路以來都是有他們的支持我才能順利完成學業；還有元智大學的 CH 學長，他是我 PIC 控制器的啟蒙恩師，在實驗途中給了我很多幫助，沒有他的幫忙我就無法完成我的實驗；然後清大動機 07 的大家，我們畢業之後還能常常相聚真的很難得，也是有你們的陪伴讓我這兩年非常開心，你們是我永遠的朋友；最後還要感謝我所有實驗室的同學，小風、mink、才琳、進益... 等，以及去年畢業的學長們，我們一起打球，一起討論實驗，一起出遊，一起實驗室大掃除，一起吃尾牙，這些讓我的研究生涯與眾不同，我永遠不會忘記！謝謝你們！

目錄

論文摘要.....	i
ABSTRACT.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
表目錄.....	vi
圖目錄.....	vii
符號說明.....	x
第一章 緒論.....	1
1.1 前言.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究動機與本文架構.....	3
1.3.1 研究動機.....	4
1.3.2 本文架構.....	4
第二章 車輛動態數學模型.....	5
2.1 車體動態.....	5
2.2 輪胎模型.....	8
2.3 轉向模式.....	10
2.4 車輛整體動態.....	12
第三章 慣性導航系統.....	14
3.1 慣性導航系統原理與簡介.....	14
3.2 慣性導航系統的架構.....	16
3.2.1 環架式慣性導航系統.....	16
3.2.2 固裝式慣性導航系統.....	18

3.3 慣性導航系統數學模式.....	19
3.3.1 慣性導航系統之座標轉換.....	19
3.3.2 慣性導航系統運動方程式.....	24
3.4 簡易慣性導航系統.....	25
3.4.1 簡易座標轉換.....	25
3.4.2 軌跡預測.....	27
第四章 實驗與討論.....	29
4.1 模擬.....	29
4.1.1 模擬計算.....	29
4.1.2 模擬結果分析.....	32
4.1.3 模擬結果討論.....	41
4.2 實驗.....	43
4.2.1 簡易慣性導航系統平台.....	43
4.2.2 軌道平台.....	53
4.3 實驗結果分析與討論.....	58
4.3.1 實驗結果分析.....	58
4.3.2 實驗結果討論.....	68
第五章 結論與未來研究方向.....	71
參考文獻.....	72



表目錄

表 1.1 GPS與INS特性比較[19].....	3
表 4.1 實驗規劃表.....	29
表 4.2 模擬結果綜合比較表.....	42
表 4.3 陀螺儀靈敏度表[20].....	44
表 4.4 加速規靈敏度表[21].....	45
表 4.5 SCINS靜止跳動值表	52
表 4.6 SCINS靜止感測誤差表	52
表 4.7 實驗結果綜合比較表.....	69



圖目錄

圖 2.1 車輛運動模型[14].....	6
圖 2.2 輪胎側滑示意圖[14].....	8
圖 2.3 車輛轉向幾何關係圖[14].....	11
圖 3.1 慣性導航定位原理.....	14
圖 3.2 環架型慣性導航系統[12].....	17
圖 3.3 環架式慣性導航系統原理.....	17
圖 3.4 固裝式慣性導航系統.....	18
圖 3.5 固裝式慣性導航系統原理.....	19
圖 3.6 載體座標系統相對於環境座標系統示意圖.....	20
圖 3.7 SCINS坐標轉換.....	26
圖 3.8 SCINS座標示意圖.....	26
圖 3.9 軌跡預測方塊圖.....	28
圖 4.1 拋物線形模擬軌跡圖.....	31
圖 4.2 半圓形模擬軌跡圖.....	32
圖 4.3 sin波形模擬軌跡圖.....	32
圖 4.4 拋物線形軌跡模擬預測結果圖(3 個時間點後).....	33
圖 4.5 拋物線形軌跡模擬預測結果圖(6 個時間點後).....	34
圖 4.6 拋物線形軌跡模擬預測結果圖(9 個時間點後).....	34
圖 4.7 拋物線形軌跡模擬預測結果圖(12 個時間點後).....	35
圖 4.8 拋物線形軌跡模擬預測誤差圖.....	35
圖 4.9 sin波形軌跡模擬預測結果圖(3 個時間點後).....	36
圖 4.10 sin波形軌跡模擬預測結果圖(6 個時間點後).....	36
圖 4.11 sin波形軌跡模擬預測結果圖(9 個時間點後).....	37

圖 4.12 sin波形軌跡模擬預測結果圖(12 個時間點後).....	37
圖 4.13 sin波形軌跡模擬預測誤差圖.....	37
圖 4.14 圓弧形軌跡模擬預測結果圖(3 個時間點後).....	38
圖 4.15 圓弧形軌跡模擬預測結果圖(6 個時間點後).....	39
圖 4.16 圓弧形軌跡模擬預測結果圖(9 個時間點後).....	39
圖 4.17 圓弧形軌跡模擬預測結果圖(12 個時間點後).....	40
圖 4.18 圓弧形軌跡模擬預測誤差圖.....	40
圖 4.19 CINS結合軌道車示意圖.....	43
圖 4.20 陀螺儀(ADXRS300)圖[22].....	44
圖 4.21 加速計(ADXL320)圖 [22].....	44
圖 4.22 陀螺儀電壓中心圖[20].....	45
圖 4.23 SCINS模組圖.....	46
圖 4.24 SCINS模組分解圖.....	46
圖 4.25 YZ_PIC_PROTO Layout圖.....	47
圖 4.26 YZ_PIC_PROTO控制器圖.....	48
圖 4.27 RS232 對控制器之轉接頭 & 傳輸線圖.....	48
圖 4.28 RS232 對電腦USB之轉接頭圖.....	48
圖 4.29 控制器電源線圖.....	49
圖 4.30 SCINS系統圖.....	49
圖 4.31 SCINS感測器側面圖.....	50
圖 4.32 加速計靜止感測值圖.....	51
圖 4.33 陀螺儀靜止感測直圖.....	51
圖 4.34 SCINS與軌道車結合圖.....	54
圖 4.35 拋物線形軌道俯視圖.....	55
圖 4.36 拋物線形軌道斜視圖.....	55
圖 4.37 sin波形軌道俯視圖.....	56

圖 4.38 sin波形軌道斜視圖	56
圖 4.39 圓弧型軌道實驗圖	57
圖 4.40 SCINS紀錄軌跡(拋物線形)	58
圖 4.41 SCINS紀錄軌跡(sin波形)	59
圖 4.42 SCINS紀錄軌跡(圓弧形)	59
圖 4.43 拋物線形軌跡實驗預測結果(3 個時間點後)	60
圖 4.44 拋物線形軌跡實驗預測結果(6 個時間點後)	60
圖 4.45 拋物線形軌跡實驗預測結果(9 個時間點後)	61
圖 4.46 拋物線形軌跡實驗預測結果(12 個時間點後)	61
圖 4.47 拋物線形軌跡實驗預測誤差圖	62
圖 4.48 sin波形軌跡實驗預測結果(3 個時間點後)	63
圖 4.49 sin波形軌跡實驗預測結果(6 個時間點後)	63
圖 4.50 sin波形軌跡實驗預測結果(9 個時間點後)	63
圖 4.51 sin波形軌跡實驗預測結果(12 個時間點後)	64
圖 4.52 sin波形軌跡實驗預測誤差圖	64
圖 4.53 圓弧形軌跡實驗預測結果(3 個時間點後)	65
圖 4.54 圓弧形軌跡實驗預測結果(6 個時間點後)	66
圖 4.55 圓弧形軌跡實驗預測結果(9 個時間點後)	66
圖 4.56 圓弧形軌跡實驗預測結果(12 個時間點後)	67
圖 4.57 圓弧形軌跡實驗預測誤差圖	67

符號說明

F_{xLF} 作用在左前輪之牽引力

F_{yLF} 作用在左前輪之側向力

F_{xRF} 作用在右前輪之牽引力

F_{yRF} 作用在右前輪之側向力

F_{xLR} 作用在左後輪之牽引力

F_{yLR} 作用在左後輪之側向力

F_{xRR} 作用在右後輪之牽引力

F_{yRR} 作用在右後輪之側向力

δ_{LL} 左前輪轉向角

δ_{RL} 右前輪轉向角

δ_{LR} 左後輪轉向角

δ_{RR} 右後輪轉向角

α_{LF} 左前輪側滑角

α_{RF} 右前輪側滑角

α_{LR} 左後輪側滑角

α_{RR} 右後輪側滑角

β 車輛質心側滑角

V_{LF} 左前輪速度

V_{RF} 右前輪速度



V_{LR}	左後輪速度
V_{RR}	右後輪速度
V	車輛質心速度
V_x	車輛縱向速度
V_y	車輛側向速度
l_f	車輛質心與前輪軸距離
l_r	車輛質心與後輪軸距離
m	車體重量
D	車輪輪距
γ	偏駛率
I_V	車輛質心轉動慣量
w_L	左前輪旋轉角速度
w_R	右前輪旋轉角速度
r	輪胎半徑



第一章 緒論

1.1 前言

本研究主要探討慣性導航系統(Inertial Navigation System)的應用，因此必須先了解此系統的演進以及現在發展的狀況，慣性導航系統原先是發展應用於火箭的導航，美國火箭先驅，羅伯特·高達德（Robert Goddard），以早期的陀螺儀進行實驗，之後INS也被應用於許多地方，例如太空梭，衛星，飛機，車輛等多種載體之上。

典型的慣性導航系統由加速規以及陀螺儀組成，以微分方程式來運算所測得之數據來估算出載體系統(好比車輛本身的座標系統)從一已知慣性系統(車輛行駛之環境座標系統)出發後即時的位置與姿態，但由於加速計以及陀螺儀在量測時一定都會有些許誤差，而這些誤差也會隨著 INS 的使用時間累積，所以就衍生出各種改進的方法；一方面感測器種類日新月異，出現了各種不同製程或是不同量測方法的加速規與陀螺儀，當然精度也各有不同，甚至有些高精度的是屬於軍方才能使用之管制品，近年來也因為微機電製程的發展出現了價位便宜而且體積小的微機電式加速規與陀螺儀，因此在使用上可以因應各種不同的需求而採用不同種類的感測器；另一方面也可以透過控制或是運算的方法來解決誤差累積的問題，例如在路上可以用”零速度修正”（中間停下來修正 INS 紀錄）之方法來維持系統的準確，或是利用卡爾曼濾波器來做修正，還有許多研究與衛星導航接受器（全球定位系統 GPS）做結合，達到相輔相成的功效。另一方面慣性導航系統的架構方法也有了許多的變化，除了最開始由環架式慣性導航系統演變至現在大部分使用固裝式慣性導航系統以外，還有許多其他為了配合不同需求所研發

的架構，例如捨棄了陀螺儀，僅利用四到六顆加速規來計算座標轉換達到價格便宜的目的。

然而本研究則是為了因應汽車工業的迅速發展，其中有一塊領域就是車輛行駛的安全性，並且更注重的是車量的主動式安全，因此將慣性導航系統導入，提出了新式的簡易架構來得到車輛的動態，進而預測車輛的行使軌跡來避免各種意外發生。

1.2 文獻回顧

主動式安全系統的研究上人為的控制已經不再是直接對於輪子，而是使用所謂的線傳控制系統(Steer-by-Wire Control System)，將控制的訊號經由處理器加入主動安全系統給予的輔助訊號進而控制輪子的轉向達到較穩定安全的控制，2001年 Mammari, Sainte-Marie, Glaser[1]這三人提出一套主動轉向(active steering)的演算法，當人為轉向過當(over-steer)時，可以藉由線傳控制系統來修正車輛行走的軌跡。2003年，Yih, Ryu, Gerdes[2][3]等人把全球定位系統(GPS)與慣性導航系統(INS)整合到線傳控制系統中希望能達到更佳的控制，並使用腳踏車模型(bicycle model)來表現車輛的動態模式做了一系列的實驗。

而一直以來人們對於車輛甚至於其他運輸運動器具(例如飛行器,機器人等)的摸索最難得知的就是其位置與姿態，1995年，Barshan 跟 Durrant-Whyte [4]提出了將 INS 架設於機器人上來計算機器人行動的位置以及其姿態，在這個領域中有了新穎的作法，其中對於 INS 應用於機器人有完整的研究，包括了 INS 的架設和整體數學上的運算等，其中也對於感測器的誤差提出了誤差模式(Error model)來做補償，最後也將 INS 架設於車輛上做了實驗。由於 INS 的發展最初是應用於飛行器上的導航使用，相對於接近二為運動的車輛來說數學上不需要如此

複雜的演算，因此到了 2004 年，Peng 和 Golnaraghi[5]提出了一種新型的 INS(GF-INS)把原本其中的陀螺儀拿掉，只用了刻意排列過的四顆加速規來運算車輛運行的軌跡，這在系統的架設以及花費上都省下了許多。然而 INS 先天上因為感測器有誤差累積的缺點，近年來許多 INS 有關的研究都整合了 GPS 來補正 INS 的誤差，另一個角度 INS 也補足了 GPS 反應速度比較緩慢的缺點，由下表 1-1 就可以看出差別，在後面會更詳細的解說，2000 年的 Farrell JA, Givargis TD, Barth MJ[7]和 2003 年的 Farrell JA, Tan HS, Yang YC[8]等人，都是從事這方面的研究並且有一定程度的研究成果。

表 1.1 GPS 與 INS 特性比較[19]

特性	GPS	INS
自主性	無	有
動態範圍	小	大
資料輸出速率	慢	快
姿態資料	無	有
長時穩定性	優	差
短時穩定性	尚可	優

了解了車輛運行的歷史軌跡之後，當然主動式安全系統最終的目的還需要能夠預測車輛未來的狀況，才能夠適時的提醒駕駛這甚至介入車輛動態的控制，2006 年，交通大學機械所碩士孔俊凱[14]，提出車輛軌跡的預測方法與修正法，整合工具機技術到車輛的軌跡修正上，發展出一套類似 AFS 系統，從軌跡的角度，提出兩階段的修正方式，分別修正具位置誤差與方向誤差，將車輛修正到原來預定的軌跡上。

1.3 研究動機與本文架構

1.3.1 研究動機

綜觀主動式安全系統一路發展以來，其技術大多都是著重於車輛之穩定，透過控制方式來達到安全的目的，而少部份研究如[14]的論文中不僅利用工具機軌跡修正的方法，應用於補償車輛偏駛誤差的修正，也提出了三種軌跡預測的方法，企圖在穩定中預見不穩定，進而達到所謂的預防勝於治療，提供了新的研究發展空間。

本文將以車輛軌跡為主要主軸，由於前面所述，想要先知，必須能夠掌握現況，而車輛軌跡一直以來不易取得，所以將導入導航之概念來掌握車輛之動態，並且將提出一種簡易之慣性導航系統，只需要由兩軸之加速規以及一軸之陀螺儀組成，大幅減低數學運算，由其中感測器的資訊轉換成車輛的加速度、速度以及位置，並且提出結合軌跡預測的方法來達到先知的目的。



1.3.2 本文架構

本文將分章詳細敘述研究，種點整理如下：

第二章『車輛動態數學模型』：藉著車輛動力學導出描寫車輛在平面運動時，輪胎轉向角和所受之力相對於車輛速度、加速度及偏駛率間的數學關係。

第三章『慣性導航系統』：詳細介紹導航系統的比較以及應用，也詳說了各別慣性導航系統分類的架構模式，數學模式等，並提出本研究架構之簡易慣性導航系統新的數學原理以及結合軌跡預測之方法。

第四章『實驗與討論』：針對新的簡易慣性導航系統提出實驗方法並於模擬之後進行實驗，討論實驗與理論之誤差，並驗證此研究之可行性。

第五章『結論與未來研究方向』：總結本研究實驗之結果，並針對其中之問

題提出未來研究之方向。

第二章 車輛動態數學模型

描述一個車輛的動態，主要可將車體分為幾個系統來探討，如：底盤系統、懸吊系統、轉向系統、傳動及煞車系統等；駕駛者在操控車輛的行進時，給予的命令是兩個自由度，分別為轉向角和前進後退，但實際上車體本身會因為環境的因素，如：路面的顛簸，強風的擾動，輪胎的打滑及人為的不當操作，而產生的六個自由度的動態行為，分別為：前進 (Forward)、側移 (Lateral)、上下 (Vertical)、翻滾 (Roll)、顛簸 (Pitch) 及偏航 (Yaw)。故真實的車輛動態行為是一種在三度空間具有非線性的動態多質量 (Multi-Masses) 系統。

本章推導的車輛動態模型，主要是探討車輛在平面上移動時的動態行為，故不考慮懸吊系統及空間中 (Z 方向) 車體的動態，簡化原本繁複的汽車模型，光就底盤部分及四個輪胎間的關係加以推導。

2.1 車體動態

一個機動車輛是由分佈於其外殼內許多元件所組成的，然而在許多的分析中，所有的元件是一起運動的。因此可將其表示為一於質心位置，具有適當集中質量及慣量性質的模型，並同時考慮四個輪胎的運動行為，這裡我們所探討的汽車模型，是以前輪驅動及制動，後輪為從動的情輪，因此可將車輛運動時的速度及受力情形描繪如圖 2.1 所示。

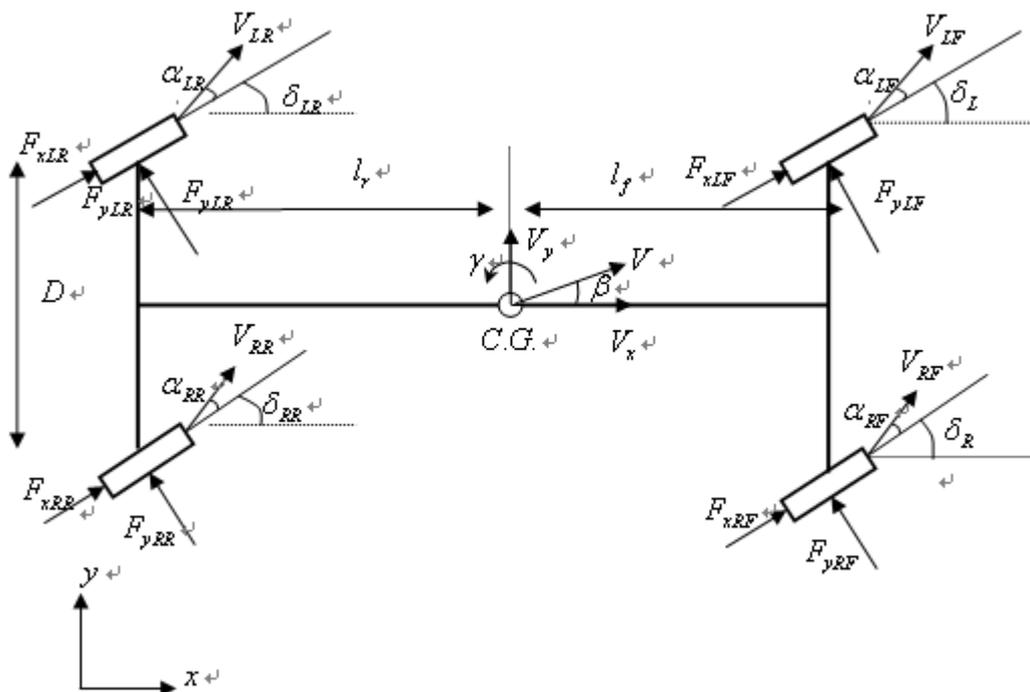


圖 2.1 車輛運動模型[14]

由牛頓第二定律可以簡單的將車輛運動分成平移和旋轉系統 [9][14]。

平移系統—在一指定方向作用於一物體上之外力合等於其質量與這方向加速度之乘積。

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

$$\vec{a} = \vec{V} + \vec{\omega} \times \vec{V}$$

$$= (\dot{V}_x \vec{i} - \dot{V}_y \vec{j}) + (-\gamma \vec{k}) \times (V_x \vec{i} - V_y \vec{j})$$

$$= (\dot{V}_x - \gamma V_y) \vec{i} - (\dot{V}_y + \gamma V_x) \vec{j}$$

將 \vec{i} 和 \vec{j} 方向的力分開來討論，可得

\vec{i} 方向分量：

$$m(\dot{V}_x - \gamma V_y) = F_{xLF} \cos \delta_L + F_{xRF} \cos \delta_R - F_{yLF} \sin \delta_L - F_{yRF} \sin \delta_R \quad (2.1)$$

\vec{j} 方向分量：

$$m(\dot{V}_y + \gamma V_x) = F_{yLR} + F_{yRR} + F_{yLF} \cos \delta_L + F_{yRF} \cos \delta_R + F_{xLF} \sin \delta_L + F_{xRF} \sin \delta_R \quad (2.2)$$

(2.1) (2.2) 整理後可得

$$\dot{V}_x = (F_{xLF} \cos \delta_L + F_{xRF} \cos \delta_R - F_{yLF} \sin \delta_L - F_{yRF} \sin \delta_R) / m + \gamma V_y \quad (2.3)$$

$$\dot{V}_y = (F_{yLR} + F_{yRR} + F_{yLF} \cos \delta_L + F_{yRF} \cos \delta_R + F_{xLF} \sin \delta_L + F_{xRF} \sin \delta_R) / m - \gamma V_x \quad (2.4)$$

旋轉系統—相對一固定軸、作用於一物體上之扭矩合等於其慣性矩與相對於此軸轉動加速度之乘積。

$$I \vec{\alpha} = \vec{M} = \sum \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r}_{LF} = l_f \vec{i} + \frac{D}{2} \vec{j}$$

$$\vec{r}_{RF} = l_f \vec{i} - \frac{D}{2} \vec{j}$$

$$\vec{r}_{LR} = -l_r \vec{i} + \frac{D}{2} \vec{j}$$

$$\vec{r}_{RR} = -l_r \vec{i} - \frac{D}{2} \vec{j}$$

$$\vec{F}_{LF} = (-F_{yLF} \sin \delta_L + F_{xLF} \cos \delta_L) \vec{i} + (F_{yLF} \cos \delta_L + F_{xLF} \sin \delta_L) \vec{j}$$

$$\vec{F}_{RF} = (-F_{yRF} \sin \delta_R + F_{xRF} \cos \delta_R) \vec{i} + (F_{yRF} \cos \delta_R + F_{xRF} \sin \delta_R) \vec{j}$$

$$\vec{F}_{LR} = F_{yLR} \vec{j}$$

$$\vec{F}_{RR} = F_{yRR} \vec{j}$$

$$I_V \dot{\gamma} = (F_{yLF} \cos \delta_L + F_{xLF} \sin \delta_L) l_f + (F_{yLF} \sin \delta_L - F_{xLF} \cos \delta_L) \frac{D}{2} + (F_{yRF} \cos \delta_R + F_{xRF} \sin \delta_R) l_f + (F_{yRF} \sin \delta_R - F_{xRF} \cos \delta_R) \frac{D}{2} - l_r F_{yLR} - l_r F_{yRR}$$



可整理成

$$\begin{aligned}
 \dot{\gamma} = & [(F_{yLF} \cos \delta_L + F_{xLF} \sin \delta_L) l_f \\
 & + (F_{yLF} \sin \delta_L - F_{xLF} \cos \delta_L) \frac{D}{2} \\
 & + (F_{yRF} \cos \delta_R + F_{xRF} \sin \delta_R) l_f \\
 & + (F_{xRF} \cos \delta_R - F_{yRF} \sin \delta_R) \frac{D}{2} \\
 & - l_r F_{yLR} - l_r F_{yRR}] / I_V
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

2.2 輪胎模型

車輛直行前進行駛時，車輪的方向與車輪前進的方向一致，亦即車輪的前進方向在車輪的旋轉面內。然而，當車輛有側向運動或偏轉運動時，車輛相對於地面的前進方向未必在車輪的旋轉面內，此時輪胎就會有滑移角（Slip Angle, α ）及側向力（Lateral Force, F_y ）的產生，側滑角定義為輪胎旋轉面方向和觸地面前進方向間的夾角，側向力則為垂直於輪胎旋轉面方向的作用力，其間的關係如圖 2.2 所示。

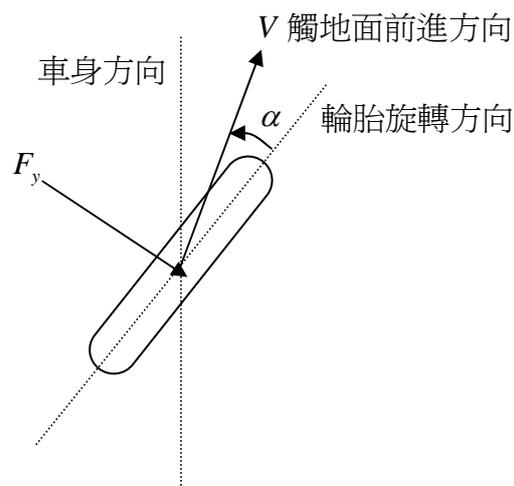


圖 2.2 輪胎側滑示意圖[14]

求側滑角之前先要得到輪胎的速度分量，故先將四個輪胎的速度分解如下所示

$$V_{xLF} = V_x - \frac{D}{2}\gamma \quad (2.6)$$

$$V_{yLF} = V_y + l_f\gamma \approx V_x\beta + l_f\gamma$$

$$V_{xRF} = V_x + \frac{D}{2}\gamma \quad (2.7)$$

$$V_{yRF} = V_y + l_f\gamma \approx V_x\beta + l_f\gamma$$

$$V_{xLR} = V_x - \frac{D}{2}\gamma \quad (2.8)$$

$$V_{yLR} = V_y - l_r\gamma \approx V_x\beta - l_r\gamma$$

$$V_{xRR} = V_x + \frac{D}{2}\gamma \quad (2.9)$$

$$V_{yRR} = V_y - l_r\gamma \approx V_x\beta - l_r\gamma$$

藉由 (2.6) ~ (2.9) 可以推導出四個輪子的側滑角如下所示[9]

$$\alpha_{LF} = \tan^{-1} \frac{V_{yLF}}{V_{xLF}} - \delta_{LF} \approx \tan^{-1} \frac{V_x\beta + l_f\gamma}{V_x + \frac{D}{2}\gamma} - \delta_{LF} \approx \beta + \frac{l_f\gamma}{V_x} - \delta_{LF} \quad (2.10)$$

$$\alpha_{RF} = \tan^{-1} \frac{V_{yRF}}{V_{xRF}} - \delta_{RF} \approx \tan^{-1} \frac{V_x\beta + l_f\gamma}{V_x + \frac{D}{2}\gamma} - \delta_{RF} \approx \beta + \frac{l_f\gamma}{V_x} - \delta_{RF} \quad (2.11)$$

$$\alpha_{LR} = \tan^{-1} \frac{V_{yLR}}{V_{xLR}} - \delta_{LR} \approx \tan^{-1} \frac{V_x\beta - l_r\gamma}{V_x - \frac{D}{2}\gamma} - \delta_{LR} \approx \beta - \frac{l_r\gamma}{V_x} - \delta_{LR} \quad (2.12)$$

$$\alpha_{RR} = \tan^{-1} \frac{V_{yRR}}{V_{xRR}} - \delta_{RR} \approx \tan^{-1} \frac{V_x\beta - l_r\gamma}{V_x + \frac{D}{2}\gamma} - \delta_{RR} \approx \beta - \frac{l_r\gamma}{V_x} - \delta_{RR} \quad (2.13)$$

車輛做轉向運動時，會受到側向力的作用。對依固定輪胎負載而言，轉向力係隨側滑角而增加。低側滑角時（5度或更小），此關係為線性故轉向力可以下式描述[11]

$$F_y = -C_\alpha \alpha \quad (2.14)$$

假設轉向角很小，且輪胎與地面無滾動阻力，即牽引力為零，則可整理方程式如下

$$\begin{aligned} F_{yLR} &\approx -C_{\alpha R} \left(\beta - \frac{l_r \gamma}{V_x} - \delta_{LR} \right) \\ F_{yRR} &\approx -C_{\alpha R} \left(\beta - \frac{l_r \gamma}{V_x} - \delta_{RR} \right) \\ F_{yLF} &\approx -C_{\alpha F} \left(\beta + \frac{l_f \gamma}{V_x} - \delta_{LF} \right) \\ F_{yRF} &\approx -C_{\alpha F} \left(\beta + \frac{l_f \gamma}{V_x} - \delta_{RF} \right) \\ F_{xLF} &\approx 0 \\ F_{xRF} &\approx 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

其中比例常數 C_α 稱為“轉向剛度” (cornering stiffness)。轉向剛度與許多變數相關，如：輪胎尺寸及形式（輻射與斜紋結構）、胎層數、胎線角度及胎紋等均為重要變數，而速度並不會顯著地影響輪胎所產生的轉向力。

2.3 轉向模式

車輛在做轉向運動時，車體是繞著旋轉中心行駛，四個輪胎的瞬心落在同一點，因外側車輪和內側車輪所行走的距離不一樣，在轉向時左輪和右輪的轉向角不同，假設不考慮因為側向力及道路狀況而產生的側滑角影響，本研究採用阿克曼原理 (Ackerman Principle) 所構成的轉向幾何，來決定駕駛者輸入的轉向角，對應於左右輪轉向角度間的關係，其幾何關係如圖 2.3 所示[9]。

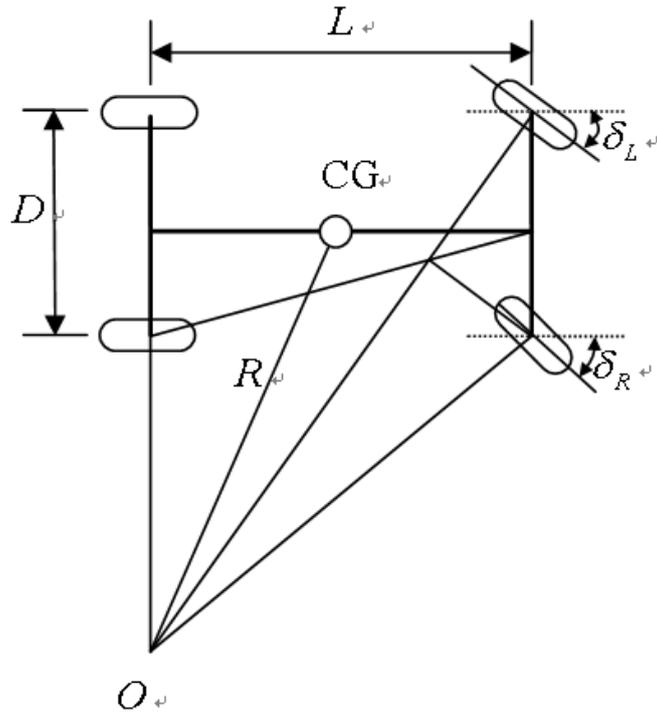


圖 2.3 車輛轉向幾何關係圖[14]

圖 2.3 中符號所代表的意義分別為

δ_L ：左前輪轉向角

δ_R ：右前輪轉向角

L ：前後輪軸距

D ：車輪輪距

R ：車輛質心迴轉半徑

O ：車輛迴轉中心

數學式參考文獻[11]表示如下

右轉時：

$$\delta_L \cong \frac{L}{\left(R + \frac{D}{2}\right)}$$

$$\delta_R \cong \frac{L}{\left(R - \frac{D}{2}\right)}$$

(2.16)

左轉時：

$$\delta_L \cong \frac{L}{\left(R - \frac{D}{2}\right)}$$

$$\delta_R \cong \frac{L}{\left(R + \frac{D}{2}\right)}$$
(2.17)

前兩輪之平均角度定義為阿克曼角 (Ackerman angle)

$$\delta = \frac{L}{R}$$
(2.18)

2.4 車輛整體動態

為簡化模型，假設左輪轉向角等於右輪轉向角，且車輛之側滑角很小且車輛縱向速度保持定值，則結合 (2.15)，可將 (2.2) 精簡成[15]

$$mV_x(\dot{\beta} + \gamma) = F_{yLR} + F_{yRR} + F_{yLF} + F_{yRF}$$
(2.19)

整合 (2.5)、(2.15)、(2.19) 可得到 β 、 γ 的線性化狀態空間方程式如下[15][16]：

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-2(C_{\alpha F} + C_{\alpha R})}{mV_x} & \frac{2(C_{\alpha R}l_r - C_{\alpha F}l_f)}{mV_x^2} - 1 \\ \frac{2(C_{\alpha R}l_r - C_{\alpha F}l_f)}{I_v} & \frac{-2(C_{\alpha R}l_r^2 + C_{\alpha F}l_f^2)}{I_v V_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2C_{\alpha F}}{mV_x} \\ \frac{2C_{\alpha F}l_f}{I_v} \end{bmatrix} \delta \quad (2.20)$$

用 $\beta = \frac{V_y}{V_x}$ 代入 (2.10) ~ (2.13) 可將前後輪的側滑角表示如下[16]：

$$\alpha_{LF} = \alpha_{RF} = \frac{V_y + l_f \gamma}{V_x} - \delta$$

$$\alpha_{LR} = \alpha_{RR} = \frac{V_y - l_r \gamma}{V_x}$$
(2.21)

結合 (2.4)、(2.14)、(2.21) 可以得到 \dot{V}_y 的關係式如下[16]：

$$\dot{V}_y = \left[\frac{-2(C_{\alpha R} + C_{\alpha F})}{mV_x} \quad \frac{2(C_{\alpha R}l_r - C_{\alpha F}l_f)}{mV_x} - V_x \right] \begin{bmatrix} V_y \\ \gamma \end{bmatrix} + \frac{2C_{\alpha F}\delta}{m}$$
(2.22)

所得之方程式 (2.20)、(2.22) 即為一般常用之腳踏車模型 (bicycle model)。



第三章 慣性導航系統

3.1 慣性導航系統原理與簡介

一慣性導航系統(Inertial Navigation System)在定義上主要包含了量測加速度向量之裝置以及進行機分運算之裝置能夠達到導航的目的，一般利用加速規 (accelerometer)量測非重力之加速度和陀螺儀 (gyroscope) 量測載具旋轉之角速度來定出加速度向量；而積分運算有些採用習見之運算處理器，有些則利用回授控制機械平台方式來實現。

慣性導航系統的計算主要是利用力學方程式來推算出載具的位置以及姿態。原則上，若導航系統可以隨時地量測出載具的加速度向量，就可以進行機分得到速度向量，再經一次積分得到位置向量。圖 3-1 表示了慣性導航定位的原理。

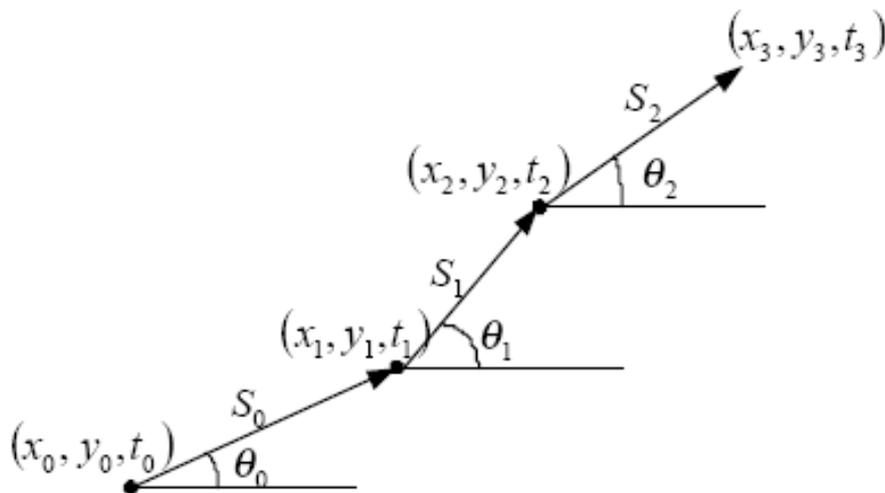


圖 3.1 慣性導航定位原理

$$x_k = x_0 + \sum_{i=0}^{k-1} S_i \cos \theta_i \quad (3.1)$$

$$y_k = y_0 + \sum_{i=0}^{k-1} S_i \sin \theta_i \quad (3.2)$$

(x_0, y_0) : 在時間 t_0 載體的起始位置

(x_k, y_k) : 在時間 t_k 載體的位置

S_k : 在時間 t_k 載體的位移

θ_k : 在時間 t_k 載體的絕對角度

一般來說，慣性導航系統會以當地水平座標系統來做定位，因此陀螺儀經過積分推算出來的角度 ϕ 為位置向量與 y 軸向量之夾角，故 $\theta = 90^\circ - \phi$

慣性導航系統具有多項優點包括高精度、自主性、擴充性。一般依精度可區別成三等級：分別為戰術級(tactical-grade)、導航級(navigation-grade)及戰略級(strategic-grade)。戰術級的精度一般在 10~20 海哩/小時，也就是每經過一小時的使用會累積 10~20 海哩的誤差，此等級主要應用於戰術飛彈，且較為輕巧。導航級則約為 1 海哩/小時，通常使用於民航機，而戰略級的精度更達到了 1 英尺/小時，應用於長程飛彈或是軍用飛機居多。

在進行定位演算的時候所需要的資料都是由本身感測元件而來，不需要外來資料，不受外界環境干擾，所以有高度的自主性。除了不受干擾以外，慣性導航系統也不用仰賴外來的無線電修正，不受天候影響，也因此具有隱密的特性不易被偵測。但是也並非沒有缺點，最主要就是因為內部的加速規和陀螺儀等感測器在量測時會產生誤差，這些誤差還會隨著積分運算而持續的累積而不利於長時間的使用，這點就不如全球定位系統(GPS)的誤差屬於絕對量測誤差不受使用時間的影響。

另外由於慣性導航系統啟動時需要先對感測器載體座標系統與當地水平座標系統做差異上的矯正，所以無法瞬間啟動，與 GPS 比較起來為一缺點，不過慣性導航系統在短時間內能有相當高的精確度，而且由於輸出資料速率很快，

GPS 則需要較久的時間計算衛星訊號，僅能以 1 Hz 輸出定位資料，所以慣性導航系統能有較大的動態範圍，仍是較 GPS 導航為佳。所以在此可回顧表 1-1 能夠更清楚的了解慣性導航系統與全球定位系統的優缺點差異，因此也造就了 INS 可以與 GPS 甚至是其他導航系統結合來達到精確導航的擴充性。

3.2 慣性導航系統的架構

慣性導航系統的實現方式可以分為兩類：一種形式是環架式(gimbal)，另一種則為固裝式(strapdown)。環架式系統對於加速規以及陀螺儀的規格需求較低，比固裝式精度要來的高也較易校正對準，而固裝式系統則具有低成本，高可靠度以及機構簡單之優點。



3.2.1 環架式慣性導航系統

所謂的『導航』就是希望能夠了解載具在環境座標系統中移動的距離以及載具的位置，因為載體的座標系統和環境的座標系統是互相獨立的，所以在運動時加速規所測得的數據還必須經過處理才能成為我們需要的資訊，環架式的慣性導航系統在架構上採用一個穩定平台(stable platform)並且在平台上裝置加速規以及陀螺儀。圖 3-2 為一環架型慣性導航系統的概念圖。

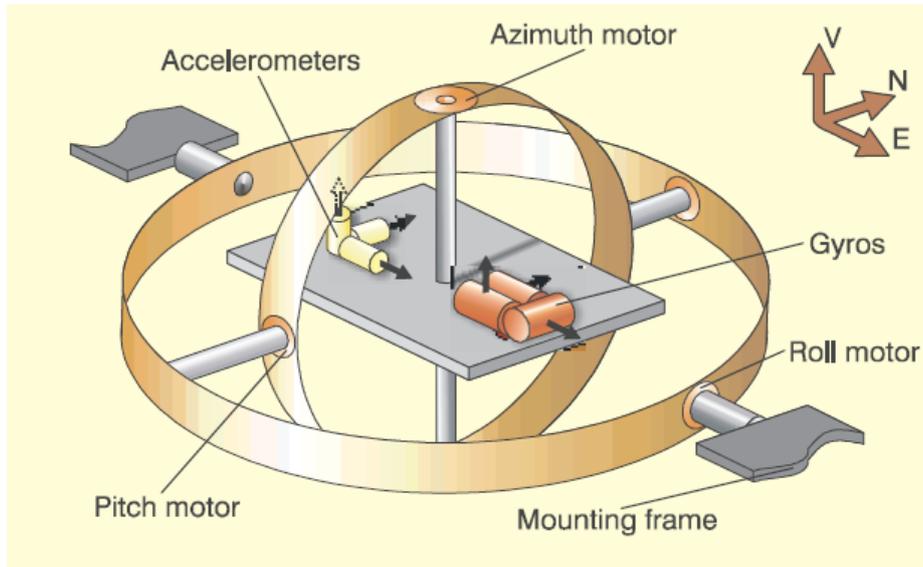


圖 3.2 環架型慣性導航系統[12]

當載具轉動時利用平台上之陀螺儀可偵知載具的姿態，此資訊經由回受控制可驅動平台上之控制器，使的平台上的載具座標系統能夠隨時與環境座標系統保持同步，因此加速規所測得之加速度可直接進行積分來細算速度與位置。圖 3-3 即為慣性導航系統回受控制之方塊圖。但由於使用了較複雜之機械結構以及許多伺服馬達所以體積上較為龐大，維護上也較為不便，且較為耗電，價格上也比較昂貴。

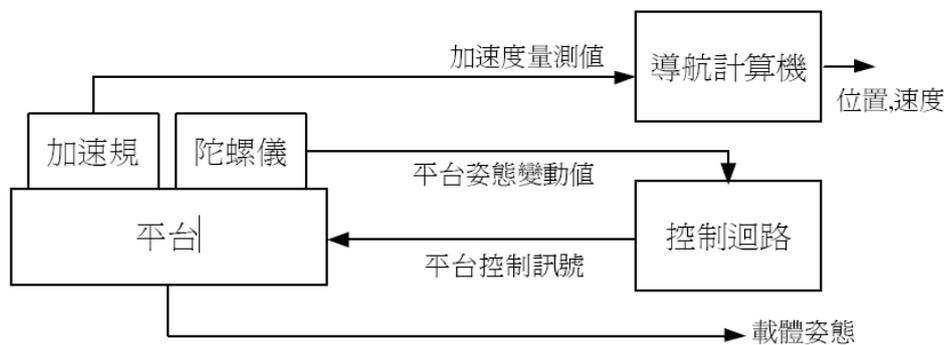


圖 3.3 環架式慣性導航系統原理

3.2.2 固裝式慣性導航系統

固裝式導航系統是日漸普及的作法。所謂固裝式就是免去了環架式中的環架機構，只剩下一個放置慣性元件的平台直接裝至於載具上，並且有系統地將元件的感測軸互相垂直裝置，構成一個載體座標系統。圖 3-4 即為固裝式慣性導航系統架設之概念圖。近年來因微機電(Micro Electro-Mechanical System, MEMS)技術的進步，利用微機電製程所設計製造的慣性元件與傳統的慣性元件相比起來已經大幅的減少體積也提高精度，更有利於固裝式系統的發展。

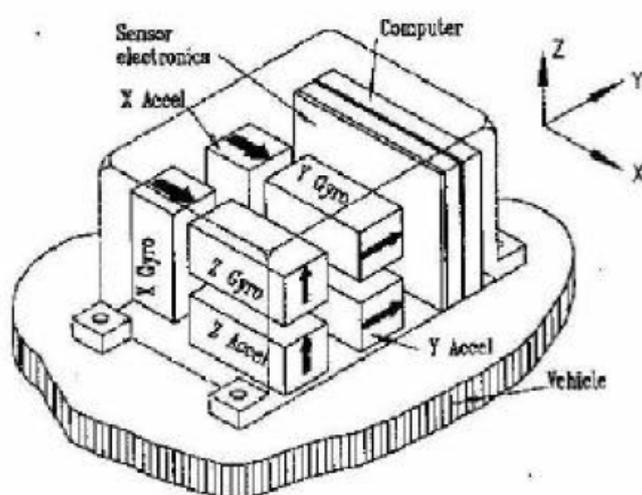


圖 3.4 固裝式慣性導航系統

固裝式系統成為趨勢也由於近年來微電腦技術的進步，對於數學式運算的能力大幅提升，所以固裝式與環架式最大的差異就在於固裝式使用了大量座標轉換矩陣來替代環架式的機械環架結構。在運動的過程中，陀螺儀量測經由積分得到載具的姿態則可用來計算載體座標系統與環境座標系統的轉換矩陣，就好比一個虛擬的環架，使的加速規的讀值可以正確的用來作為導航之用。圖 3-5 為固裝式慣性導航系統運算流程之方塊圖。也因為如此固裝式系統在計算上較為複雜，且加速規與陀螺儀直接承受載具的運動，故需要承受較大動態範圍的輸入。

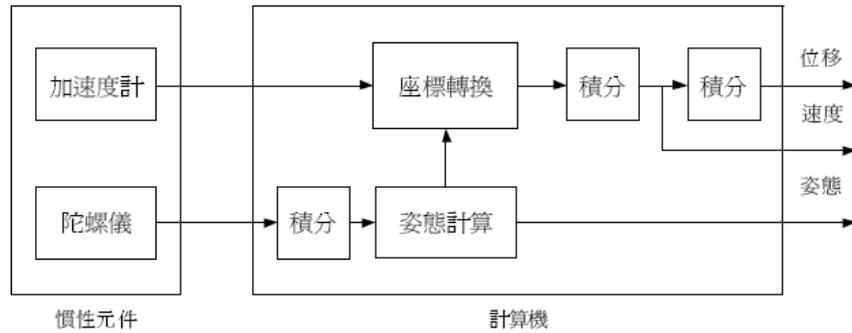


圖 3.5 固裝式慣性導航系統原理

3.3 慣性導航系統數學模式

3.3.1 慣性導航系統之座標轉換

本文將設計一固裝式導航系統，因此有必要對於加速規感測值進行座標轉換。常見的座標轉換計算方法有方向餘旋矩陣(direction cosine matrix)、尤拉角(Euler angles)、四元素法(quaternions)、旋轉向量(rotation vector)、及 4×4 齊次(homogeneous)等轉換。後面將使用尤拉角與四元素法之座標轉換[15][17][18]，方法詳細說明如下：

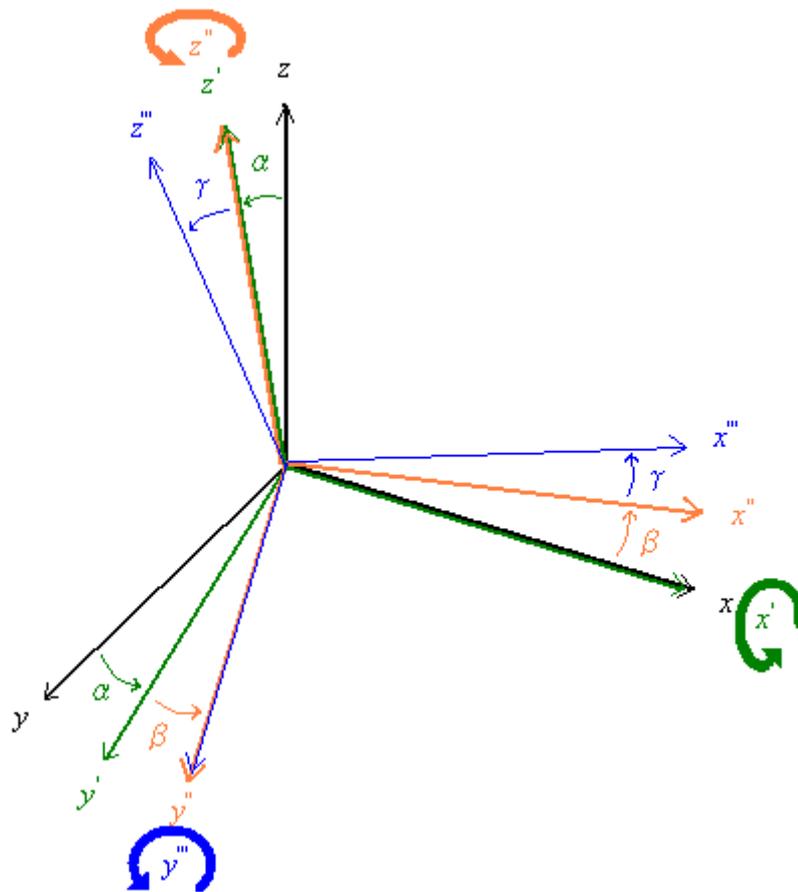


圖 3.6 載體座標系統相對於環境座標系統示意圖

圖 3-6 表示了一載體在環境座標之中的相對關係。首先假設一載體座標 xyz 在初始狀態與環境座標 $x_0y_0z_0$ 重合，經過一段時間之後載體運動後新的載體座標為 $x''y''z''$ ，而之間三個軸分別歷經 α 、 β 、 γ 角度的轉動，因此可以求出一個轉換矩陣 C ，使得

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

而所謂的尤拉角實係一系列之旋轉角度，為了推導出 C ，則依照三次轉動三個軸，分別求出個別的轉換矩陣，再將三個轉換矩陣組合成尤拉角轉換矩陣。

第一步將載體座標系統 xyz 繞 x 軸依逆時針方向旋轉一角度 α ，得到轉動後的座標 $x'y'z'$ ，如圖 3-6 綠色所示，則可得到

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

其中轉換矩陣 $C_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ (3.5)

第二步將載體座標系統 $x'y'z'$ 繞 y' 軸依逆時針方向旋轉一角度 β ，得到轉動後的座標 $x''y''z''$ ，如圖 3-6 橘色所示，則可得到

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

其中轉換矩陣 $C_\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$ (3.7)

第三步將載體座標系統 $x''y''z''$ 繞 z'' 軸依逆時針方向旋轉一角度 γ ，得到轉動後的座標 $x'''y'''z'''$ ，如圖 3-6 藍色所示，則可得到

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

其中轉換矩陣 $C_\gamma = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (3.9)

由式(3.3)、式(3.5)、式(3.6)可以得到

$$C = C_\alpha C_\beta C_\gamma \quad (3.10)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & -\cos \beta \sin \gamma & \sin \beta \\ \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma & \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma & \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}$$

代回式(3.1)即可得

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \lambda & -\cos \beta \sin \lambda & \sin \beta \\ \cos \alpha \sin \lambda + \sin \alpha \sin \beta \cos \lambda & \cos \alpha \cos \lambda - \sin \alpha \sin \beta \sin \lambda & -\sin \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \sin \lambda - \cos \alpha \sin \beta \cos \lambda & \sin \alpha \cos \lambda + \cos \alpha \sin \beta \sin \lambda & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix}$$

而一般為了確保尤拉角之唯一，又要求

$$-\pi \leq \alpha \leq \pi, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}, \quad -\pi \leq \gamma \leq \pi$$

另外當考慮環境座標有相對於載體座標有一相對角速度 ω ，我們可以用下式表示

$$\omega_{\%} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

其中令 $\omega_{\%}$ 為環境座標系統相對於載體座標系統的角速度向量於環境座標系統之表示式。

根據尤拉角之定義可知

$$\omega_{\%} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = C_{\alpha} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_{\alpha} C_{\beta} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{bmatrix} + C_{\alpha} C_{\beta} C_{\gamma} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\cos \beta \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ \sin \beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$

或

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos \beta} \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \gamma \cos \beta & \cos \gamma \cos \beta & 0 \\ -\cos \gamma \sin \beta & \sin \gamma \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

當有相對旋轉存在時即可利用式(3.10)修正尤拉角以取得新的轉換矩陣。

接著說明四元素法，其實四元素法是衍伸尤拉角而來，採用四個變量而得到很簡化的姿態修正方程式，並個別彌補了方向餘旋變數過多(高達 9 個)以及尤拉角在 $\beta = \frac{\pi}{2}$ 時會有奇異點(singularity)的產生之缺點。

若於載體座標系統定義一旋轉軸並進行一特定角度之旋轉，則轉換至環境座標系統，令此特定角度為 Ω ，而 ϕ 、 θ 、 ψ 各別為旋轉軸與體座標系統 x、y、z 軸之夾角，定義四元素為[18]

$$q_0 = \cos \frac{\Omega}{2}$$

$$q_1 = \sin \frac{\Omega}{2} \cos \phi$$

$$q_2 = \sin \frac{\Omega}{2} \cos \theta$$

$$q_3 = \sin \frac{\Omega}{2} \cos \psi$$

而採用四元素表示時的轉換矩陣 C 為

$$C = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

其中需注意不要誤以為四元素具有四個自由度，因為他們必須滿足以下限制

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$$

至於兩座標系統如果有相對轉動時其姿態方程式以四元素法表示則為

$$\frac{dq}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix} q \quad (3.14)$$

其中 $q = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$

3.3.2 慣性導航系統運動方程式

有了座標轉換之基礎後，我們必須考慮載體座標的運動，現在考慮兩個座標，如圖？所示，令於空間中任何一點 P 在載體座標系統中的座標為

$[r_1 \ r_2 \ r_3]^T$ ，我們可利用由原點 O_c 至 P 之向量 \bar{r} 予以描述，而 \bar{r} 可表示為

$$\bar{r} = r_1\bar{c}_1 + r_2\bar{c}_2 + r_3\bar{c}_3 \quad (3.15)$$

此時速度向量為

$$\bar{v} = \dot{r}_1\bar{c}_1 + \dot{r}_2\bar{c}_2 + \dot{r}_3\bar{c}_3 \quad (3.16)$$

加速度向量為

$$\bar{a} = \ddot{r}_1\bar{c}_1 + \ddot{r}_2\bar{c}_2 + \ddot{r}_3\bar{c}_3 \quad (3.17)$$

而 P 在環境座標系統中的座標為 $[s_1 \ s_2 \ s_3]^T$ ，可利用由原點 O_e 至 P 之向量 \bar{s} 及 O_c 至 O_e 之向量 \bar{R} 予以描述，而 \bar{s} 可表示為

$$\bar{s} = s_1\bar{e}_1 + s_2\bar{e}_2 + s_3\bar{e}_3 \quad (3.18)$$

並滿足

$$\bar{r} = \bar{R} + \bar{s} \quad (3.19)$$

若環境座標系統對於載體座標系統有一相對角速度 ω ，則

$$\frac{de_i}{dt} = \bar{\omega} \times e_i \quad (3.20)$$

則向量 \bar{s} 亦隨之轉動，即微分一次得到

$$\frac{d\bar{s}}{dt} = \dot{s}_1\bar{e}_1 + s_1\dot{\bar{e}}_1 + \dot{s}_2\bar{e}_2 + s_2\dot{\bar{e}}_2 + \dot{s}_3\bar{e}_3 + s_3\dot{\bar{e}}_3 \quad (3.21)$$

或者可表示為

$$\frac{d\bar{s}}{dt} = \dot{\bar{s}}_e + \bar{\omega} \times \bar{s} \quad (3.22)$$

其中 $\dot{\bar{s}}_e = \dot{s}_1\bar{e}_1 + \dot{s}_2\bar{e}_2 + \dot{s}_3\bar{e}_3$ ，並且

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \dot{R} + \dot{\bar{s}}_e + \bar{\omega} \times \bar{s} \quad (3.23)$$

再對 \bar{s} 進行二次微分得到

$$\frac{d^2\bar{s}}{dt^2} = \ddot{\bar{s}}_e + 2\bar{\omega} \times \dot{\bar{s}}_e + \dot{\bar{\omega}} \times \bar{s} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{s}) \quad (3.24)$$

其中 $\ddot{\bar{s}}_e = \ddot{s}_1\bar{e}_1 + \ddot{s}_2\bar{e}_2 + \ddot{s}_3\bar{e}_3$ ，並且

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \ddot{R} + \ddot{\bar{s}}_e + 2\bar{\omega} \times \dot{\bar{s}}_e + \dot{\bar{\omega}} \times \bar{s} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{s}) \quad (3.25)$$

上式中的 \ddot{R} 為環境座標系統原點之加速度， $\ddot{\bar{s}}_e$ 為 p 在環境座標系統內之加速度， $2\bar{\omega} \times \dot{\bar{s}}_e$ 為角速度與直線速度耦合之柯氏(Coriolis)加速度， $\dot{\bar{\omega}} \times \bar{s}$ 則為角加速度，而 $\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{s})$ 則為離心加速度。

3.4 簡易慣性導航系統



3.4.1 簡易座標轉換

本研究所架構之簡易慣性導航系統(Simply Constructed Inertial Navigation System, SCINS)將針對二維平面運動之載體來設計，所使用之環境座標即為本地水平漫遊方位系統，所以可以將載體系統也就是慣性感測系統視為與環境座標系統無相對之角速度，並假設車輛不會有翻滾 (Roll) 和顛簸 (Pitch) 之動作，因此考慮一個二維 $i_x i_y$ 載體座標系統，一旋轉軸 w_z 各別與 i_x 軸 i_y 軸互相垂直，而環境座標系統則以三維xyz三軸表示，如圖 3.7 所示，因此簡化出一非常簡易之轉換座標：

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{i_x} \\ a_{i_y} \\ a_{i_z} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

其中 θ 即可由陀螺儀於轉軸 w_z 量測出角速度然後積分而得到。位置之計算可再經由式(3.1)、式(3.2)利用前述之 θ 經由座標轉換之後實現；簡易慣性導航系統座標之示意圖則如圖 3.8 所示，其中上方的方塊為單軸微機電式陀螺儀，負責量測出 w_z 之感測值，而下方的方塊為雙軸微機電式加速計，負責量測 i_x 及 i_y 之感測值。

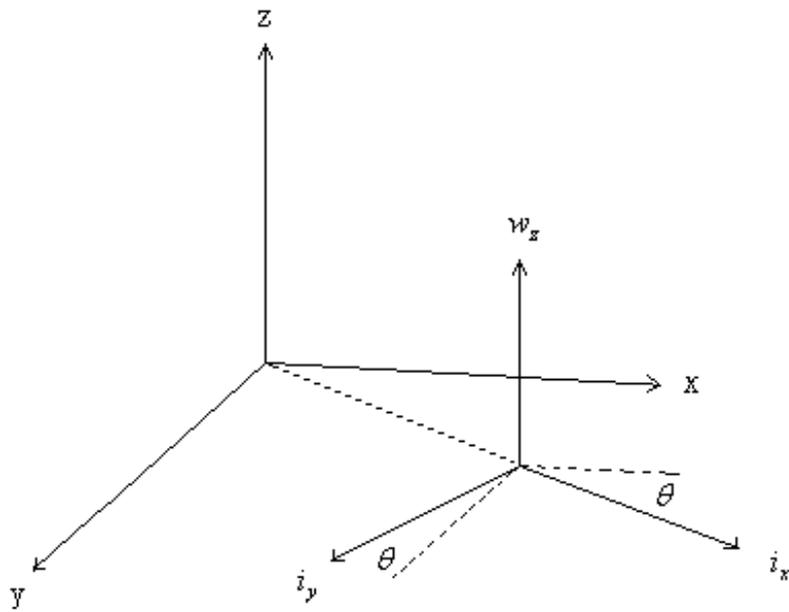


圖 3.7 SCINS 坐標轉換

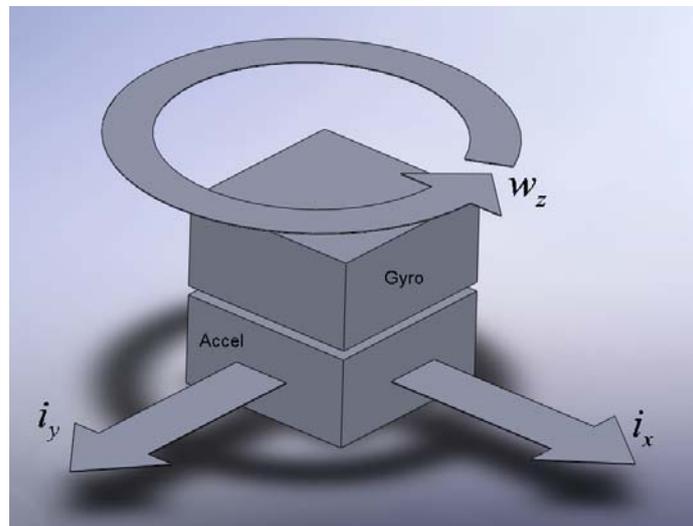


圖 3.8 SCINS 座標示意圖

3.4.2 軌跡預測

以往之慣性導航系統都用於記錄行使資訊，並且已有充分之研究，而本研究之 SCINS 之最終目的是不同的，而是掌握載體的運動狀態用來預測載體未來行進的模式，進而應用於現在汽車工業迅速發展之主動式安全系統；假設人在控制車輛的時候仍有某一定的連續性及規則性，故其行駛之路線也必為連續可微分路徑，為求得精確之預測軌跡，在[14]中提出了外插軌跡預測法、外插軌跡預測誤差補償法、循圓軌跡預測法，皆藉由過去行車的資訊：點座標、偏駛角來預測未來之軌跡，但過去的行車資訊必定會經過計算累積多層誤差，然而本研究所提出的 SCINS 不同之處在於可知道載體行駛的瞬間資訊：加速度、角速度，而經由此資訊可提出一預測軌跡的方法，並由模擬不同的軌跡來比較預測之精準度；而且此方法是利用了即時的運動狀態來計算，因此不會有誤差累積的問題。圖 3.9 即為如何利用感測器之資訊預測軌跡之方塊圖。

至此，只要得到了載體當下的角度、速度以及加速度即可藉由運動學中之運動方程式於環境座標系統中得到車輛未來之軌跡。

車輛在環境座標系統中之加速度可以如式(3.26)表示成：

$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{i_x} \\ a_{i_y} \\ a_{i_z} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

速度可表成：

$$v = \int a dt = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

而可利用運動方程式表示下式：

$$\begin{aligned}
 P = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} t + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} t^2 \\
 &= \begin{bmatrix} v_x t \cos \theta + \frac{1}{2} a_x t^2 \cos \theta \\ v_y t \sin \theta + \frac{1}{2} a_y t^2 \sin \theta \\ v_z t + \frac{1}{2} a_z t^2 \end{bmatrix} \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

式(3.29)即表示了在未来 t 時間時車輛在環境座標系統中之位置。所以 t 即為實驗時的控制變數(sampling time)，只要將 t 修改，預測的時間就會改變，例如 $t=0.3$ 則表示預測出未來0.3秒時的軌跡。

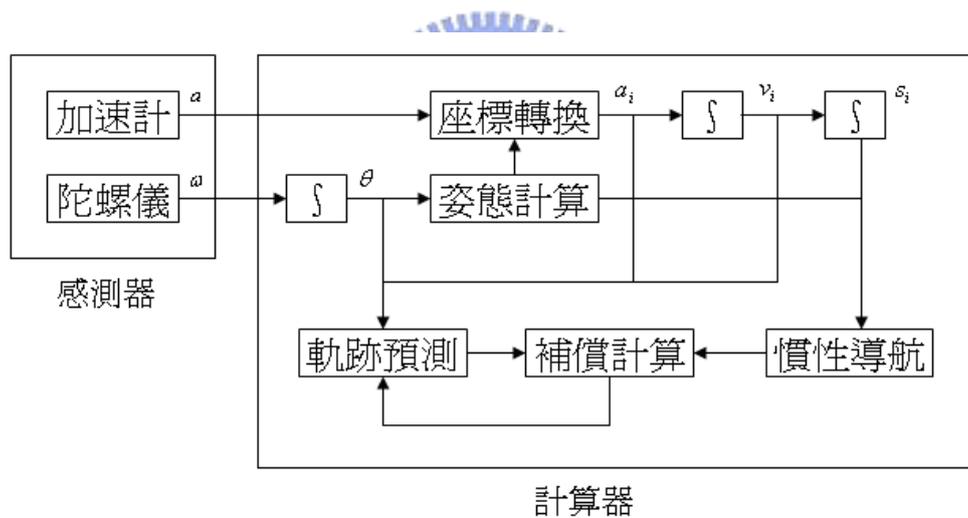


圖 3.9 軌跡預測方塊圖

第四章 實驗與討論

本研究將先使用模擬軟體 MATLAB 2007a 架構出如圖 3.9 虛擬之慣性導航系統來模擬軌跡預測之準確性，架構方法將使用 MATLAB 之程式語言撰寫程式，此程式大約 300 行，所需之電腦硬體效能為現行之一般通用個人電腦都可以達到所需。

實驗整體規劃如表 4.1(實驗規劃表)，第一小節中(4.2.1)將架設一組簡易慣性導航系統，於控制器上架設一組加速計以及一組陀螺儀來得到所需要的量測資訊，此量測資訊再經由 RS2325 轉接頭由電腦讀取並加以分析處理，第二小節(4.2.2)會以三組滑軌平台實驗，軌道分別將架設成如同模擬時之軌跡，然後將慣性感測器架設於平台之上實驗，與模擬結果比較，並經由測試來驗證慣性感測器之準確度以及最終預測結果之準確性。

表 4.1 實驗規劃表
實驗規劃表

章節	規劃步驟	對應章節	
4.2.1	架設簡易 INS 系統	3.4	理論提出簡易 INS 系統
	測試簡易 INS 系統之穩定及可用性(圖 4.31~4.32)		
4.2.2	架設軌道平台(圖 4.34~4.38)	4.1.1	模擬軌跡(圖 4.1~4.3)
	將簡易 INS 系統裝設於軌道車上(圖 4.33)		
	然後軌道車置於軌道平台上做實驗		
4.3.1	實驗結果分析	4.1.2	模擬結果分析
4.3.2	實驗結果討論	4.1.3	模擬結果討論

4.1 模擬

4.1.1 模擬計算

此模擬主要在於驗證本論文軌跡預測方法之準確性，因此將使用三個已知的模擬軌跡來反推出簡易慣性導航系統中感測器之量值，由所得到之模擬值來模擬軌跡預測，即可知道模擬軌跡預測與模擬軌跡之誤差，之後再與實驗之結果做比對，三個軌跡分別為：拋物線軌跡 $y = x^2$ 、sin 函數軌跡 $y = \sin x$ 、半徑 r 之圓軌跡 $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ ，其中之 (x, y) 即為車輛在環境導航座標中之座標，然而環境座標必定處於一連續時間軸之下，所以 x 、 y 都必為一時間函數，因此我們可以將三種軌跡分別表示成時間函數如下：

一、拋物線軌跡 $y = x^2$

$$x(t) = t$$

$$y(t) = x^2(t) = t^2$$

用矩陣表示即為：

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ t^2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

上式可經由兩次的微分分別得到速度與加速度，再經由一次座標轉換得到慣性元件之讀值

$$\begin{bmatrix} t \\ t^2 \end{bmatrix} \xrightarrow{dt} \begin{bmatrix} 1 \\ 2t \end{bmatrix} \xrightarrow{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\theta} \begin{bmatrix} 2 \sin \theta \\ 2 \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

二、sin 函數軌跡 $y = \sin x$

同拋物線軌跡之作法也可用矩陣表示出此軌跡如下：

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ \sin t \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

經由兩次微分及一次座標轉換

$$\begin{bmatrix} t \\ \sin t \end{bmatrix} \xrightarrow{dt} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos t \end{bmatrix} \xrightarrow{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin t \end{bmatrix} \xrightarrow{\theta} \begin{bmatrix} -\sin t \sin \theta \\ -\sin t \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

三、半徑 r 之圓軌跡 $y = \sqrt{r^2 - x^2}$

同拋物線軌跡之作法也可用矩陣表示出此軌跡如下：

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin t \\ \cos t \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

經由兩次微分及一次座標轉換

$$\begin{bmatrix} \sin t \\ \cos t \end{bmatrix} \xrightarrow{dt} \begin{bmatrix} \cos t \\ -\sin t \end{bmatrix} \xrightarrow{dt} \begin{bmatrix} -\sin t \\ -\cos t \end{bmatrix} \xrightarrow{\theta} \begin{bmatrix} -\sin t \cos \theta - \cos t \sin \theta \\ \sin t \cos \theta - \cos t \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

由此即可使用 MATLAB 來模擬實驗。

首先使用 MATLAB 模擬出三種模擬軌跡如圖 4.1，圖 4.2，圖 4.3 分別表示拋物線，sin 波形，半圓形路徑。

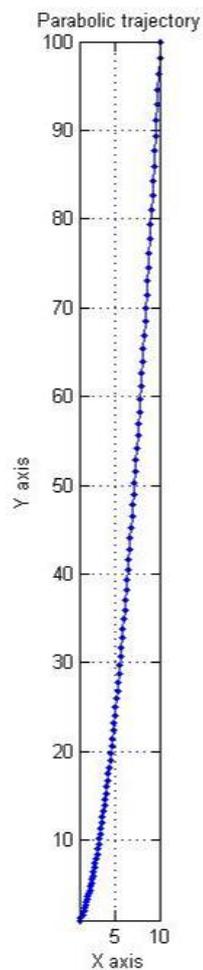


圖 4.1 拋物線形模擬軌跡圖

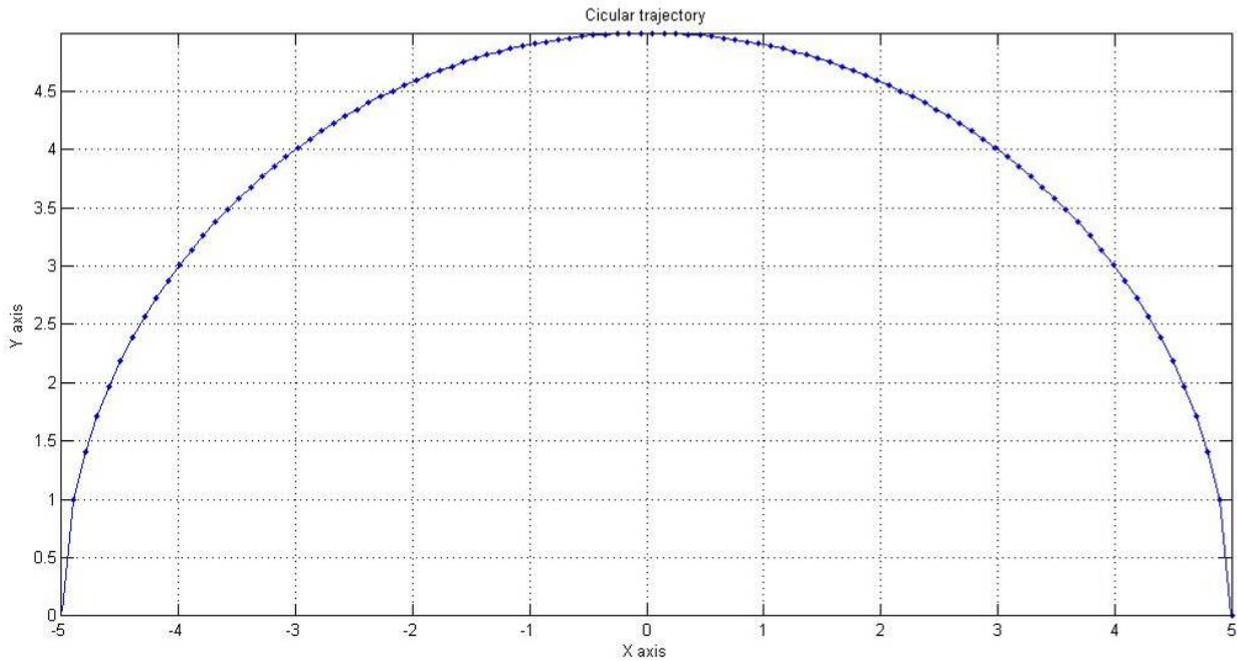


圖 4.2 半圓形模擬軌跡圖

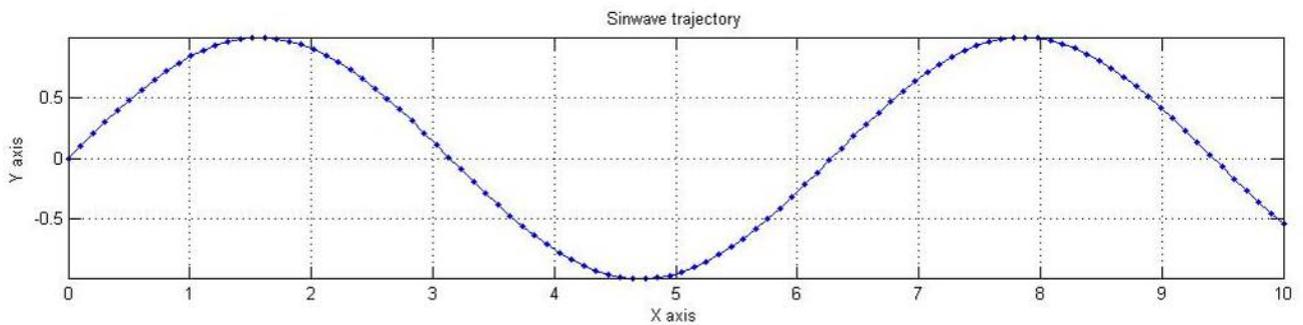


圖 4.3 sin 波形模擬軌跡圖

4.1.2 模擬結果分析

由上一節中所述，使用模擬值來模擬軌跡預測，而模擬軌跡的部分，三種軌跡都先以無因次化表示，詳細的模擬軌跡範圍於之後說明，而軌跡預測分別採取預測 3 (綠色圓圈)、6 (黃色三角形)、9 (紅色菱形框)、12 (紫色方框) 個時間點後之軌跡來討論，而軌跡預測誤差圖中的顏色採取跟前 4 張圖之預測軌跡顏色相對應，以下將分別討論三種軌跡之模擬結果。

一、拋物線軌跡 $y = x^2$

這種軌跡之模擬由於曲線後段近乎直線而圖表過於拉長，所以這邊 X 軸與 Y 軸之間隔將分別調整至較容易辨別的大小，而模擬的軌跡長度 X 軸為 1 到 10 個單位，Y 軸長度為 1 到 100 個單位。軌跡共分為 100 個取樣點，行進速度每個取樣點間隔時間為 0.1 秒，意即每個時間點為 0.1 秒 (sampling time = 0.1s)，共分為 100 個取樣點，也就是說在 X 軸上之速度為等速度前進，Y 軸之速度則因為 $y = x^2$ 的關係速度持續增加。因此整體的運動速度為加速度運動。(往下的模擬結果圖將分開展示，例如圖 4.4 為 Trajectory 和 Predict trajectory(after 3 sampling times)之比較，並不包含 sampling time 為 6、9、12 之預測軌跡，圖 4.5 後同系列圖以此類推)

模擬結果如下：

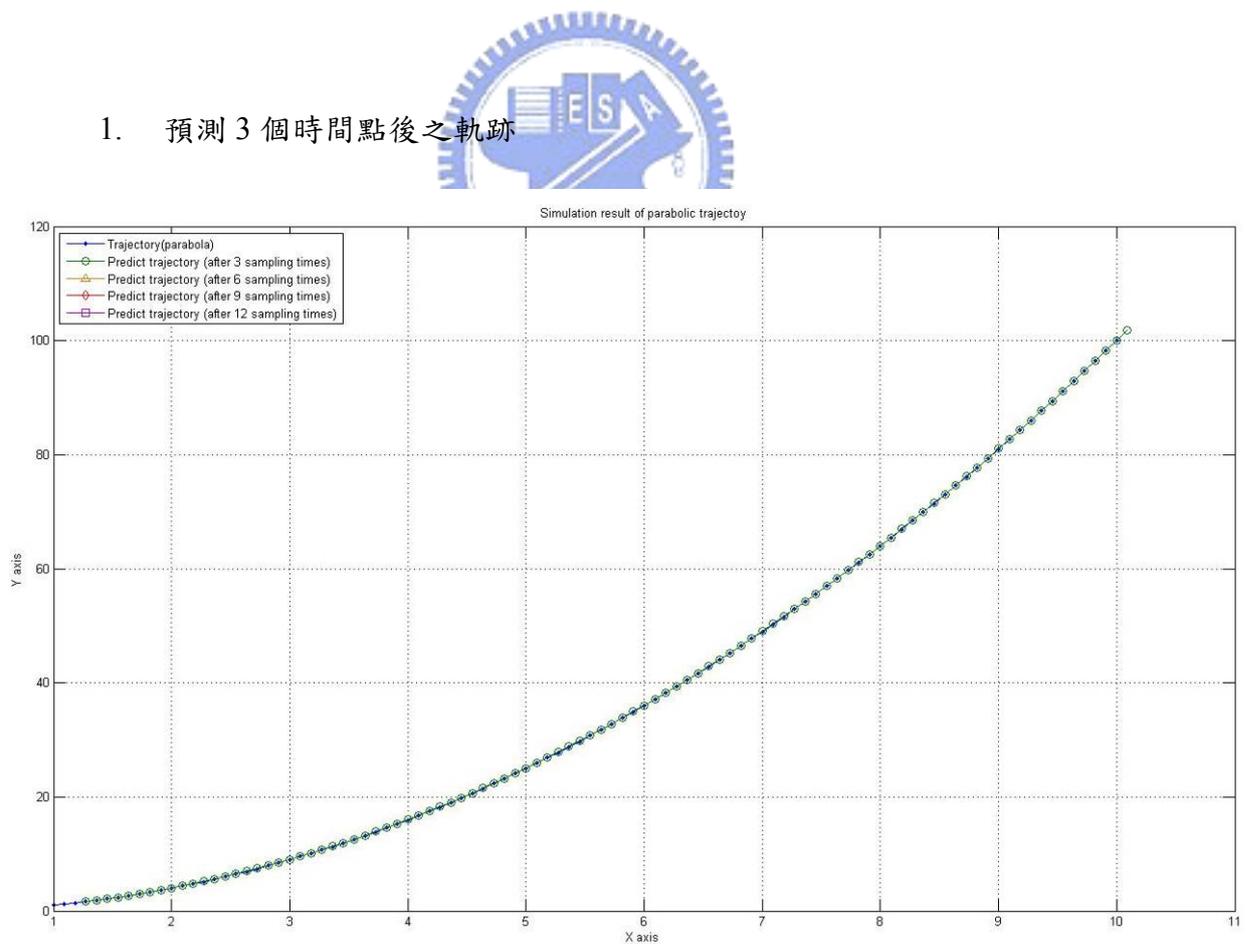


圖 4.4 拋物線形軌跡模擬預測結果圖(3 個時間點後)

2. 預測 6 個時間點後之軌跡

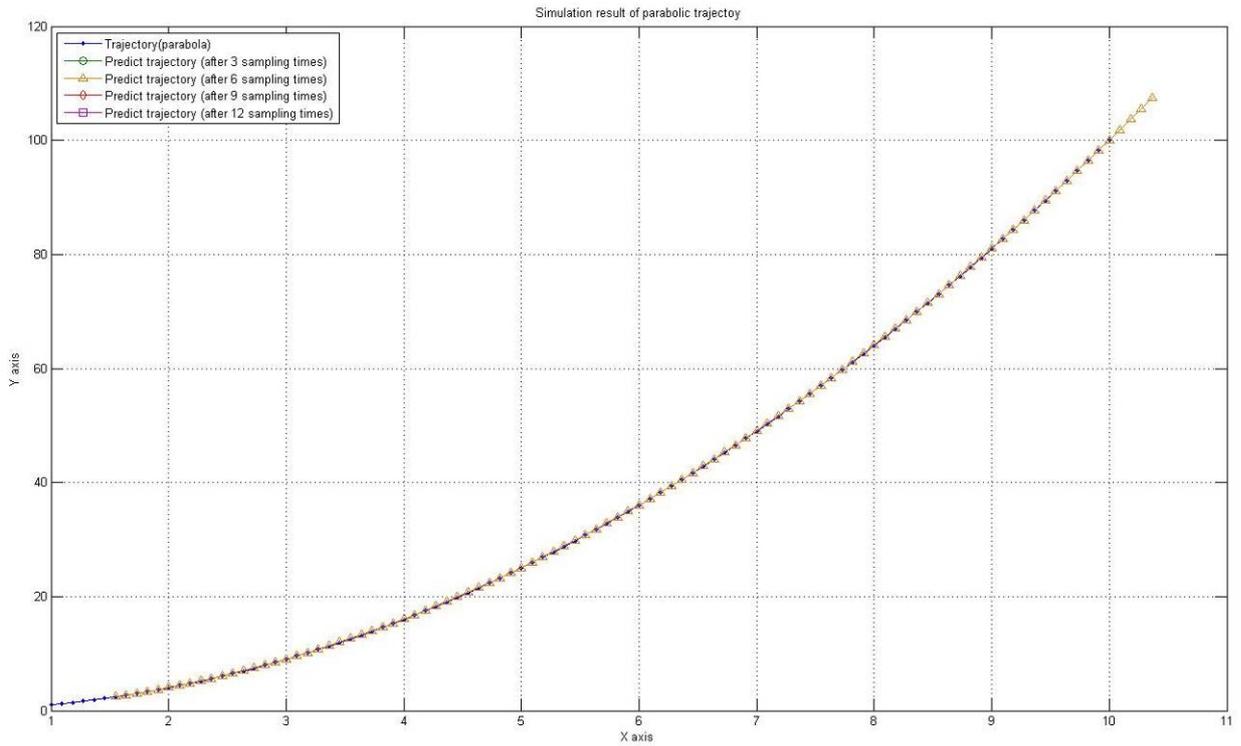


圖 4.5 拋物線形軌跡模擬預測結果圖(6 個時間點後)

3. 預測 9 個時間點後之軌跡

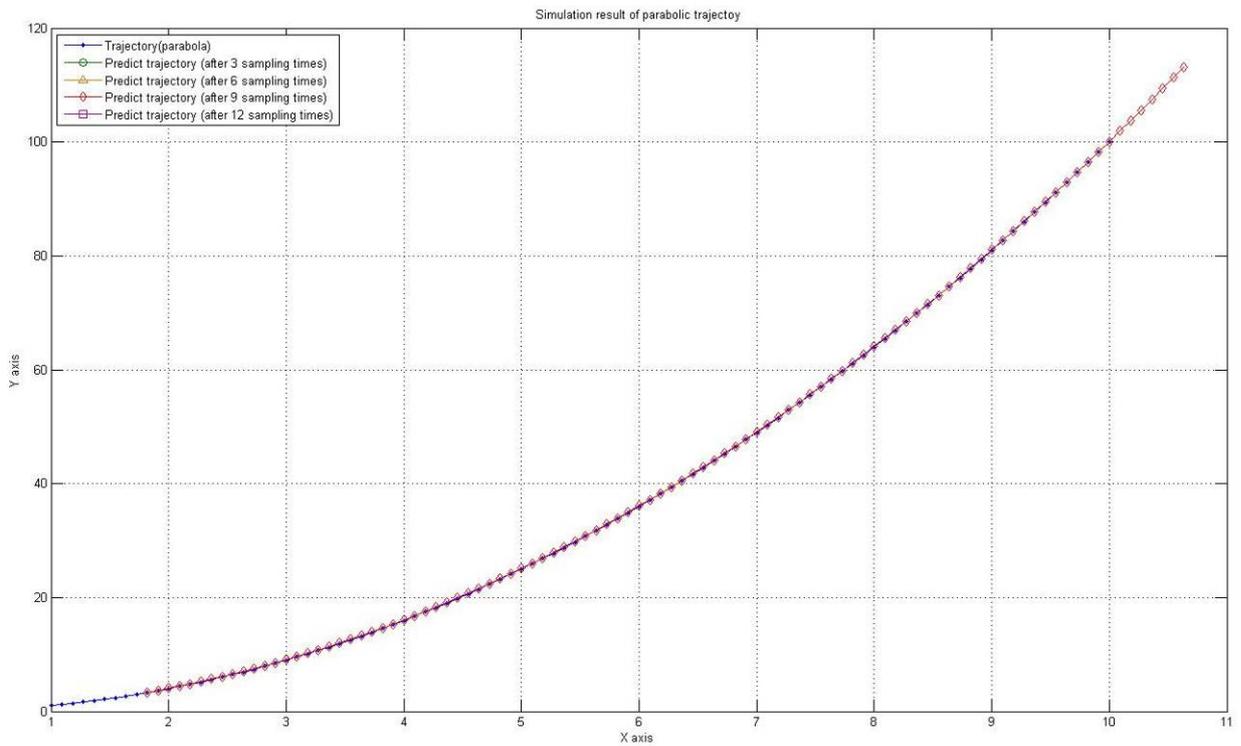


圖 4.6 拋物線形軌跡模擬預測結果圖(9 個時間點後)

4. 預測 12 個時間點後之軌跡

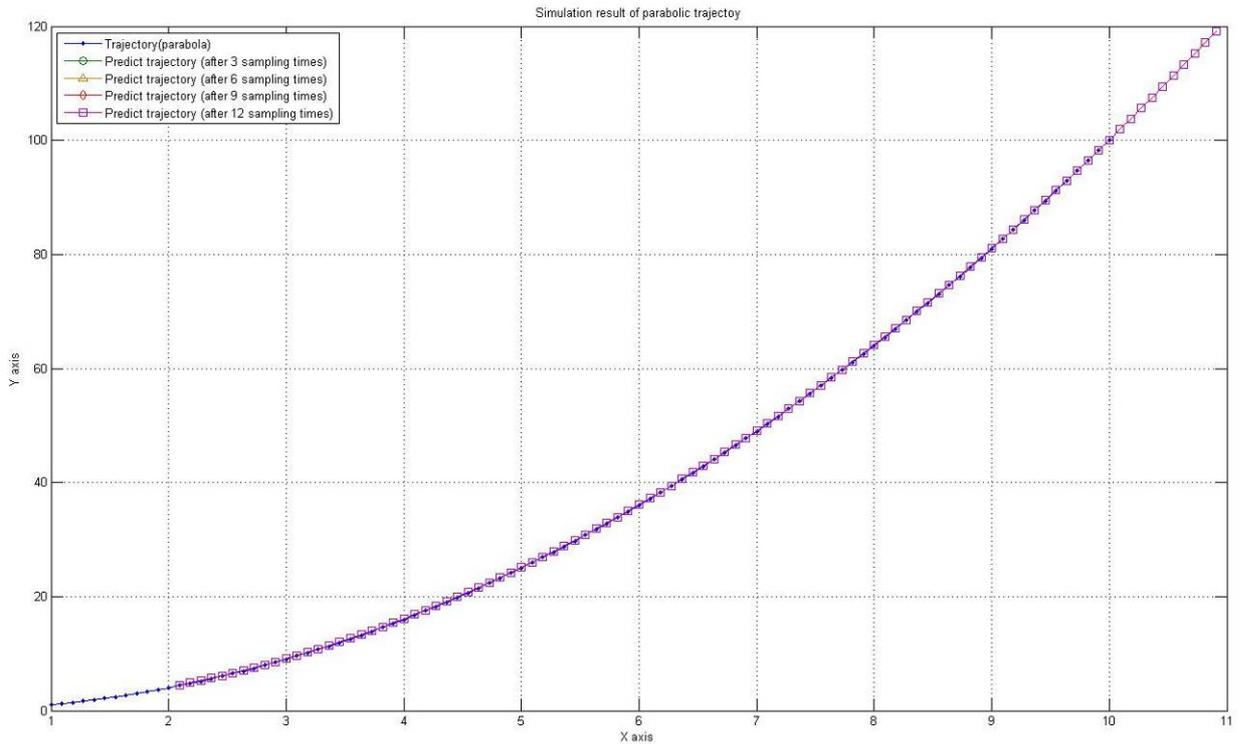


圖 4.7 拋物線形軌跡模擬預測結果圖(12 個時間點後)

5. 軌跡預測誤差

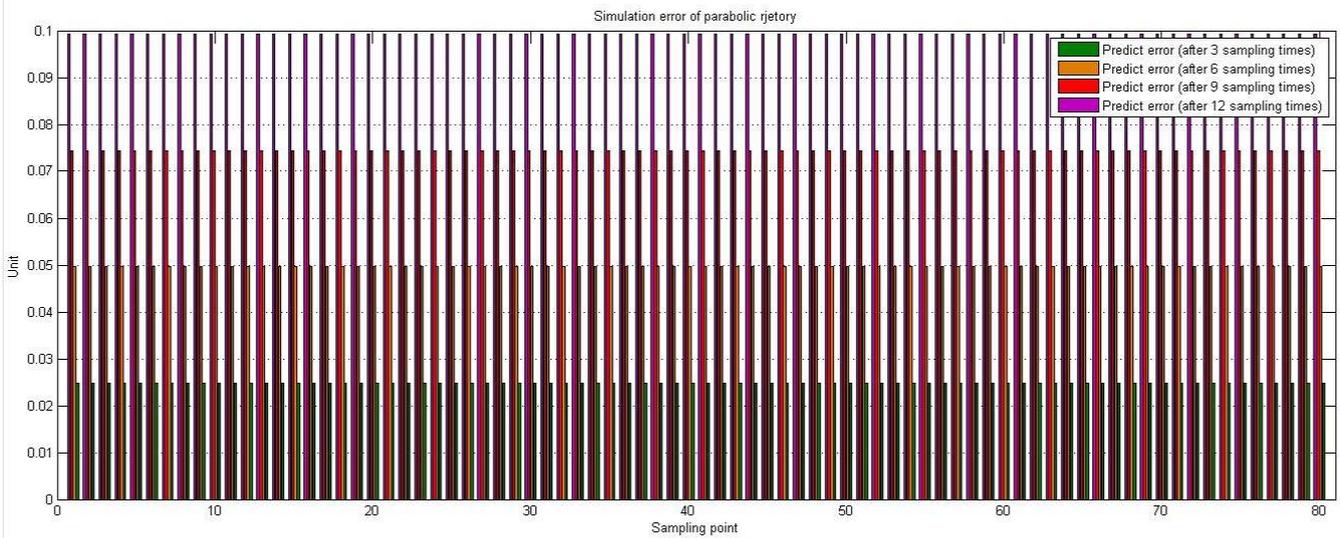


圖 4.8 拋物線形軌跡模擬預測誤差圖

由以上模擬結果發現 INS 系統對趨近於直線之拋物線軌跡預測的誤差值都可以壓在很小的範圍(0.1 個單位)之內，從軌跡預測誤差圖中可看出因為預測的

時間越長遠而呈等比增加（由約 0.025 增價至約 0.1）。

二、sin 函數軌跡 $y = \sin x$

這種軌跡之模擬圖表採取 x 軸與 y 軸之比例為 1:1，長度 x 軸為 1 到 10 個單位，y 軸長度則為 1 到 -1 個單位上下波動。軌跡共分為 100 個取樣點，行進速度每個取樣點間隔時間為 0.1 秒（sampling time = 0.1s），也就是在 x 軸上之速度為等速度前進，y 軸之速度則因為 $y = \sin x$ 的關係速度持續減少至 0 之後再加速然後減速，週而復始。因此整體的運動速度為變速度運動。

模擬結果如下：

1. 預測 3 個時間點後之軌跡

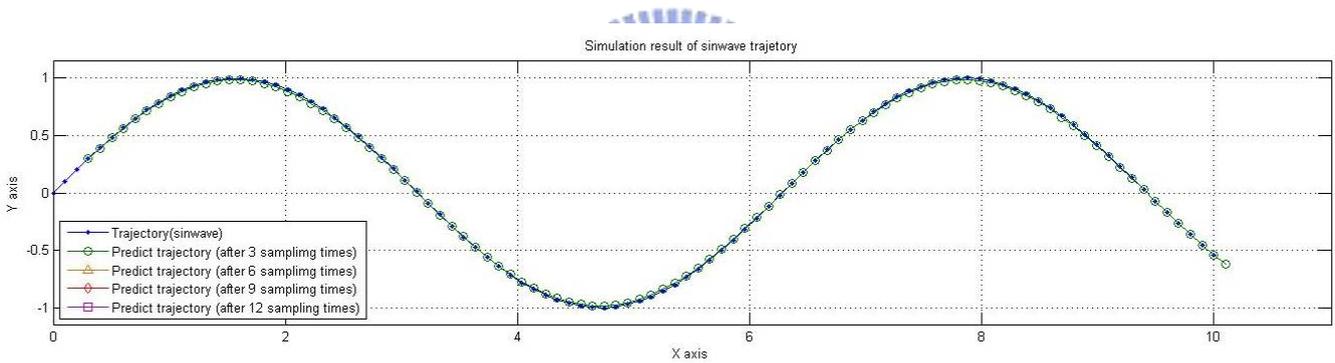


圖 4.9 sin 波形軌跡模擬預測結果圖(3 個時間點後)

2. 預測 6 個時間點後之軌跡

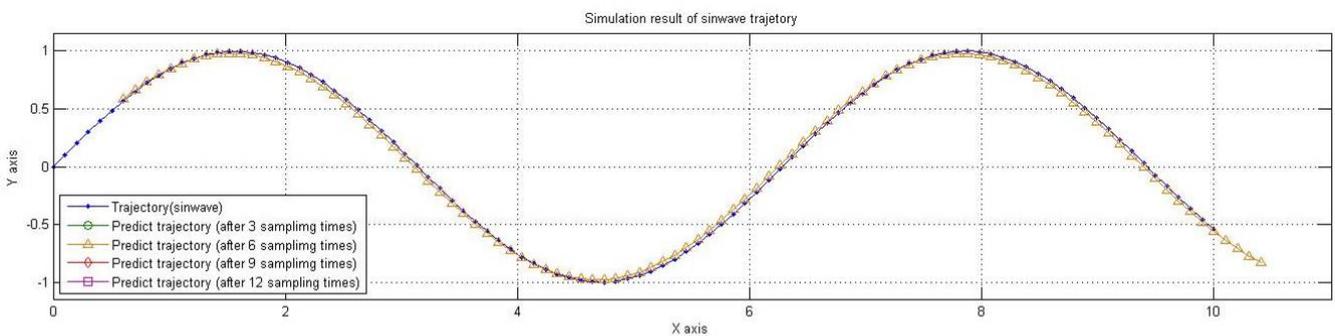


圖 4.10 sin 波形軌跡模擬預測結果圖(6 個時間點後)

3. 預測 9 個時間點後之軌跡

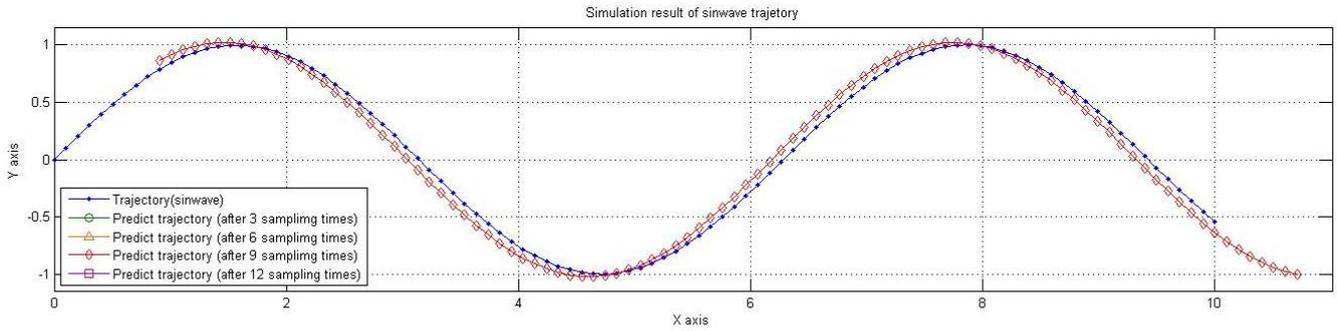


圖 4.11 sin 波形軌跡模擬預測結果圖(9 個時間點後)

4. 預測 12 個時間點後之軌跡

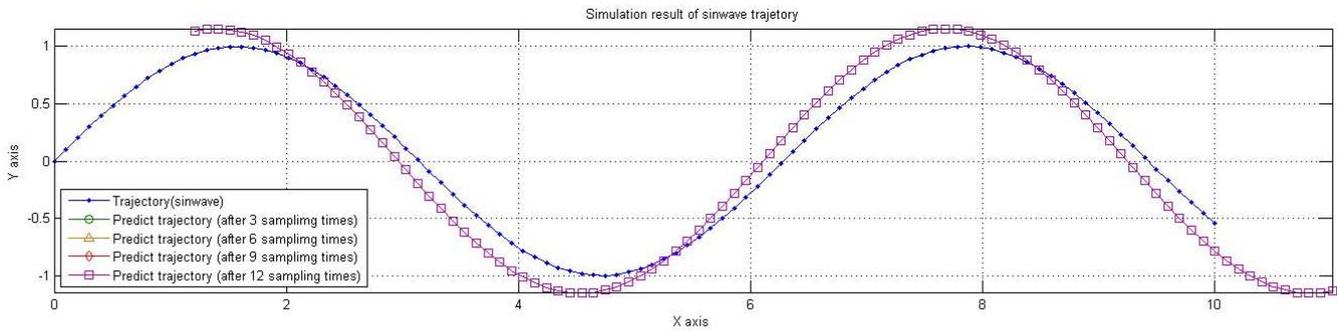


圖 4.12 sin 波形軌跡模擬預測結果圖(12 個時間點後)

5. 軌跡預測誤差

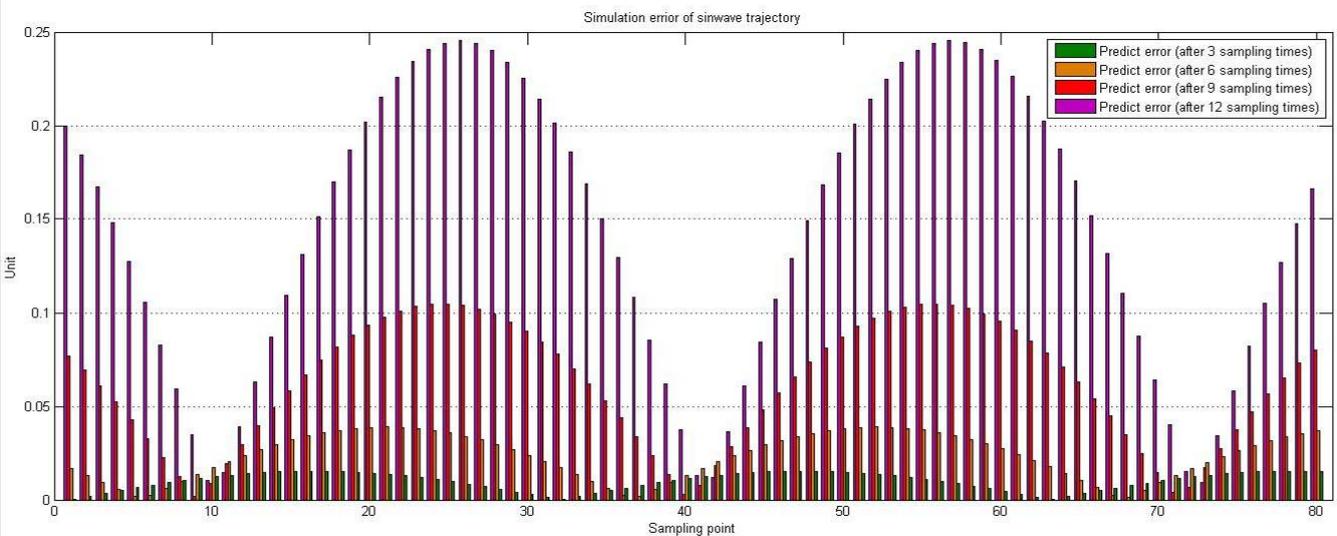


圖 4.13 sin 波形軌跡模擬預測誤差圖

由以上模擬結果發現 INS 系統對於 sin 波形這種屬於較劇烈運動之模擬軌跡預測結果較差，雖然在 3 及 6 個時間點後之軌跡預測的誤差都還能壓在 0.1 個單位左右以內，但到了 9 及 12 個時間點後之軌跡預測誤差則已較明顯的增加，特別是在轉彎處誤差也更為明顯；另外模擬預測誤差圖中，結果與拋物線軌跡有很大的不同，呈現一單向波峰狀，而誤差值是隨著預測時間的增加而近似成一等比增加，這與軌跡變動的激烈程度有很大的關係。

三、半徑 r 之圓軌跡 $y = \sqrt{r^2 - x^2}$

這種軌跡之模擬圖表採取 x 軸與 y 軸之比例為 1:1，但由於在 x 軸上為等速前進，但這樣會造成在半圓的兩端會有不合理之加減速度產生所以以半徑為 5 單位之半圓截取 x 軸為 -3.5 到 3.5 個單位(直徑之 70%)之圓弧，而 y 軸長度則依照原軌跡改變。軌跡因為截取部份原弧因此只分為 100 之 70%也就是 70 個取樣點，行進速度每個取樣點間隔時間為 0.1 秒 (sampling time = 0.1s)，也就是在 x 軸上之速度為等速度前進，y 軸之速度因為 $y = \sqrt{5^2 - x^2}$ 的關係速度持續減少至 0 之後再加速。因而整體的運動速度為變速度運動。

模擬結果如下：

1. 預測 3 個時間點後之軌跡

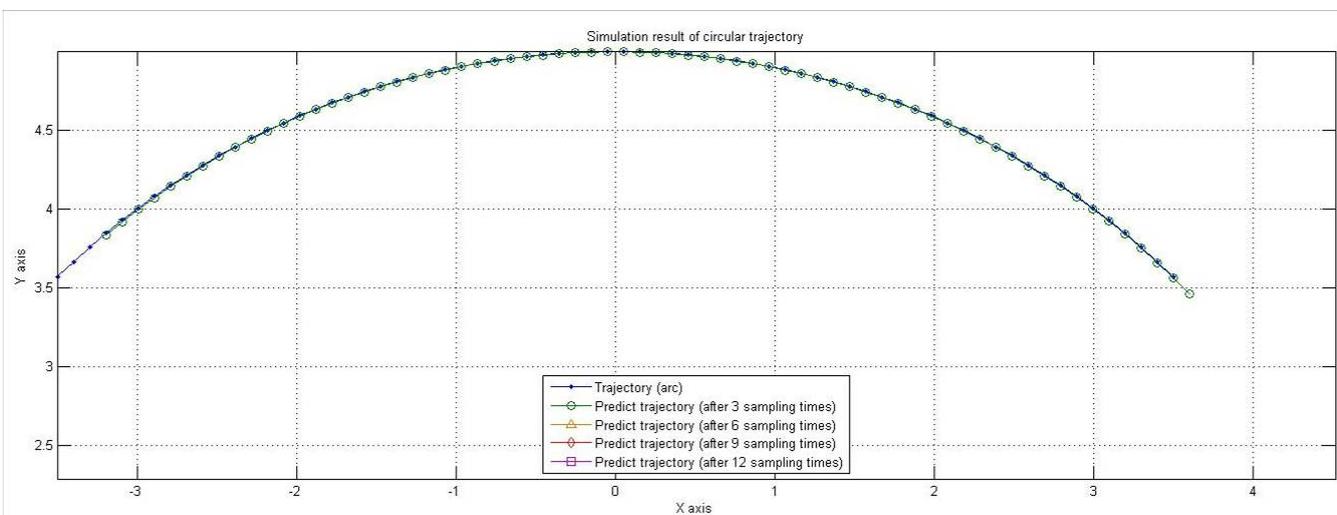


圖 4.14 圓弧形軌跡模擬預測結果圖(3 個時間點後)

2. 預測 6 個時間點後之軌跡

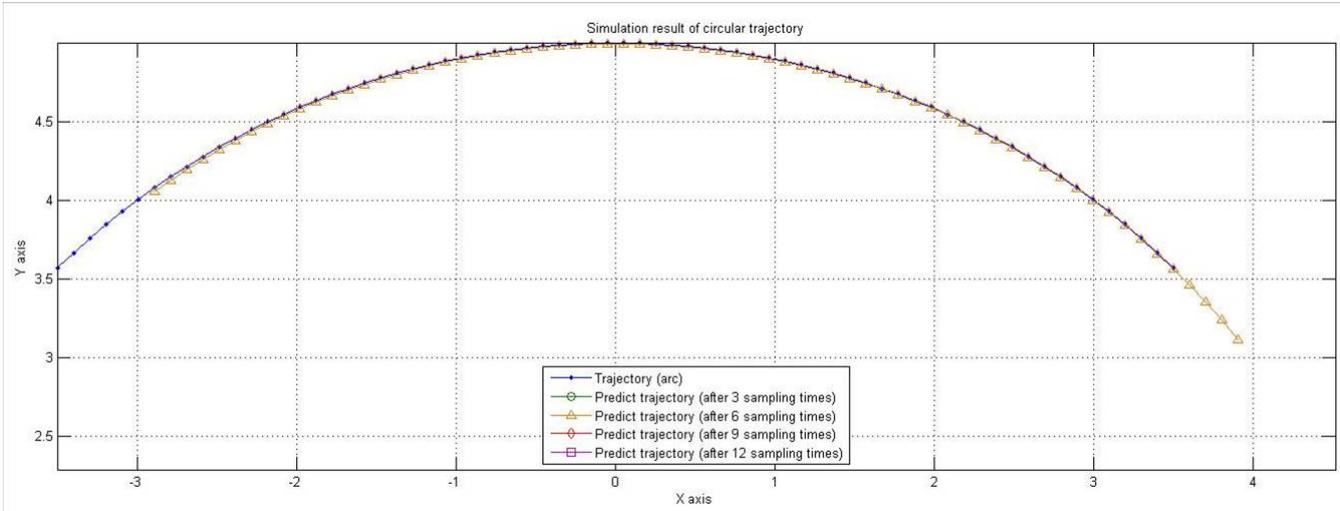


圖 4.15 圓弧形軌跡模擬預測結果圖(6 個時間點後)

3. 預測 9 個時間點後之軌跡

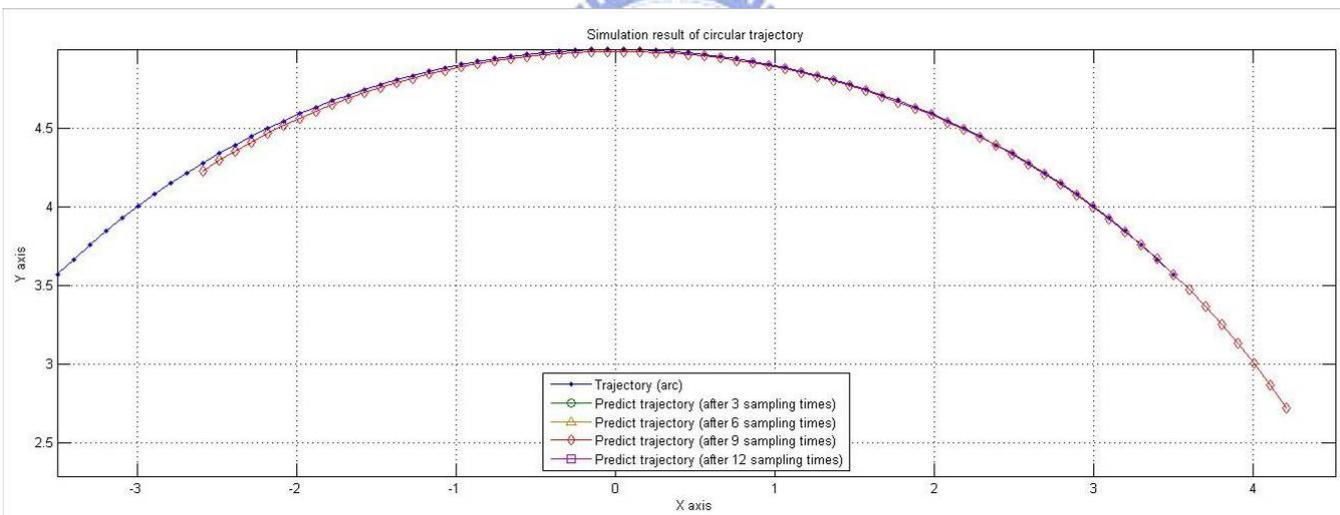


圖 4.16 圓弧形軌跡模擬預測結果圖(9 個時間點後)

4. 預測 12 個時間點後之軌跡

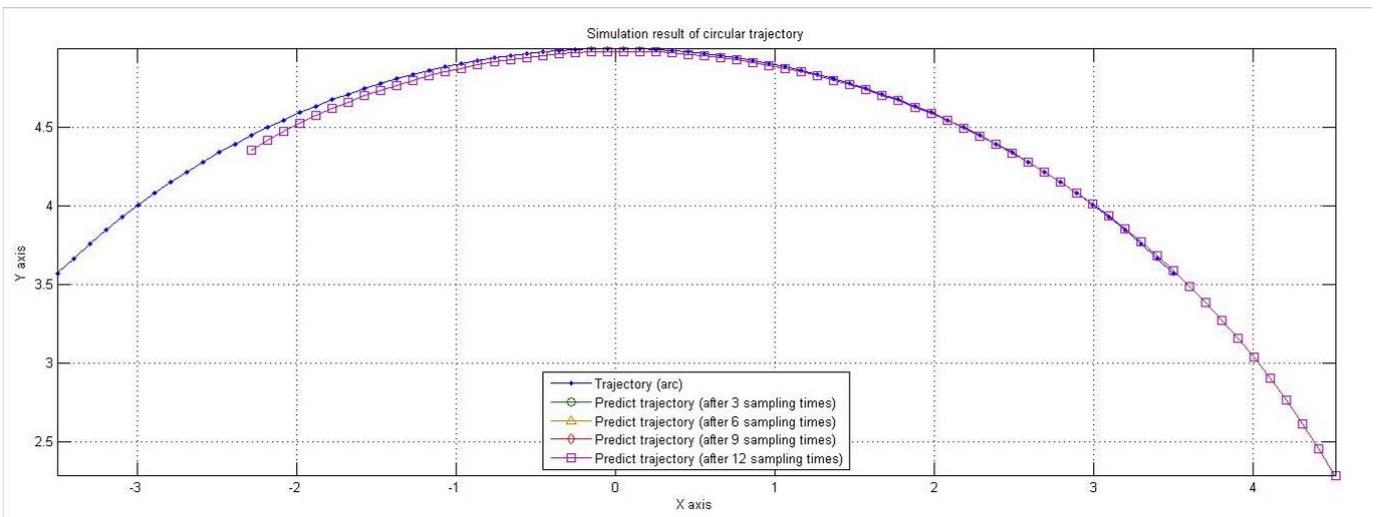


圖 4.17 圓弧形軌跡模擬預測結果圖(12 個時間點後)

5. 軌跡預測誤差

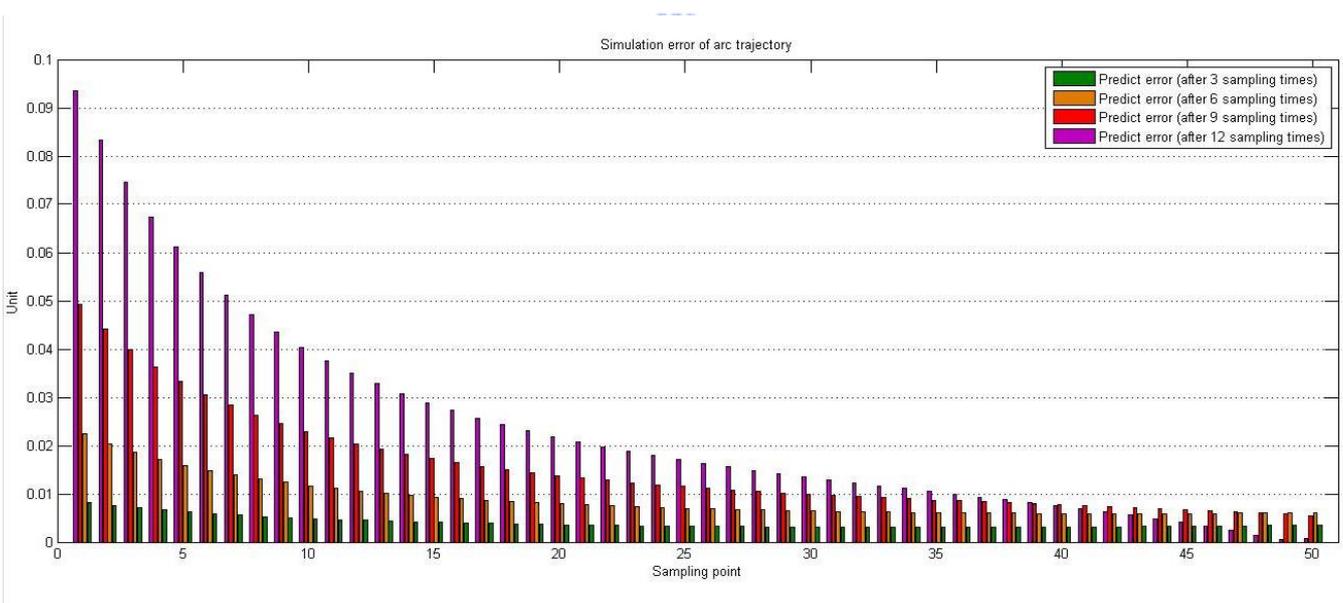


圖 4.18 圓弧形軌跡模擬預測誤差圖

由以上模擬結果發現，對於此種較為小弧度且較規律的轉彎運動，INS 系統的表現較 sin 波形軌跡還準確，不過除此之外，也比拋物線軌跡要好，主要原因是因為拋物線軌跡在一開始的彎曲程度比圓弧形還來的大，所以一開始計算之誤差就較大一些，且拋物線型軌跡模擬的速度較高也是原因之一；再由軌跡模擬預測誤差圖來看會發現誤差呈一弧狀表現，前面較高之原因有二：一個是因為圓軌

跡之特性，當運動保持著一定角度轉彎時預測軌跡就會與實際軌跡發生交叉處，當然交叉處的誤差趨近於零，這點也可以在 sin 波型軌跡之預測誤差圖中發現，第二個原因是因為運動速度上到了中間時速度較低，所以也會使預測較為準確。

而誤差與預測秒數的關係也較偏向等比增加，較類似做劇烈轉彎運動的 sin 波形軌跡；而誤差隨著預測時間的增加成等差或是等比即決定了是否可預測更長時間之預測能力，也是一個重要的指標。

4.1.3 模擬結果討論

統整三種模擬軌跡的軌跡預測誤差圖討論，首先解釋為何三種誤差圖橫軸之值都沒有達到 100 個取樣點，原因是三種軌跡在模擬時，拋物線形及 sin 形軌跡都取了 100 個取樣點，而半圓形取了 70 個取樣點，但軌跡在預測的時候最大預測到了 2 秒鐘之後，也就是 20 個取樣點所需之時間，所以在計算誤差時會有最後 20 個預測點沒有已知軌跡取樣點與之搭配，因此誤差圖的取樣點都會比軌跡之取樣點減少 20 個。

然後探討各個取樣點的誤差值，經過整理比較之後可以得到表 4.2，此表用了兩種表示法來表示誤差，左邊是以單位來表示，而右邊是以百分比表示（因為模擬時將 x 軸是定位等速度，所以此處之百分比採用：誤差/y 總距），接著可以把表 4.2 分作三個部份來討論：

表 4.2 模擬結果綜合比較表

	軌跡	軌跡預測誤差(單位)			軌跡預測誤差(百分比)		
		最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值
預測 3	拋物線形	0.0248	0.0248	0.0248	0.02%	0.02%	0.02%
	sin 波形	0.0154	0.0002	0.009916	0.50%	0.25%	0.12%
	圓弧形	0.0082	0.0031	0.004002	0.16%	0.06%	0.08%
預測 6	拋物線形	0.0496	0.0496	0.0496	0.05%	0.05%	0.05%
	sin 波形	0.0389	0.0014	0.023378	1.17%	0.58%	0.29%
	圓弧形	0.0224	0.0059	0.00887	0.45%	0.12%	0.18%
預測 9	拋物線形	0.0744	0.0744	0.0744	0.07%	0.07%	0.07%
	sin 波形	0.1048	0.0018	0.061666	3.08%	1.54%	0.77%
	圓弧形	0.0493	0.0055	0.015486	0.99%	0.11%	0.31%
預測 12	拋物線形	0.0992	0.0992	0.0992	0.10%	0.10%	0.10%
	sin 波形	0.2453	0.0094	0.144596	7.23%	3.61%	1.81%
	圓弧形	0.0935	0.0004	0.024248	1.87%	0.01%	0.48%

一、第一部份：最大值比較

表 4.2 中的最大值之縱列，有淺紅及紅色底的部份為預測 3、6、9、12 個時間點時，哪一種軌跡所得到的誤差最大，以單位來看會發現除了第一個 3 及 6 個時間點之預測外都是由最劇烈擺盪的 sin 波形軌跡奪冠，其中又以紅色底的預測 12 個單位點誤差最大，但以百分比來比較就都是 sin 波形之誤差較大。

二、第二部份：最小值比較

從最小值縱列來看淺綠及綠色系底為各個不同預測秒數中之最小值，綠色則為整體最小值之最低，因為 sin 波形與半圓形都有之前所說預測軌跡會與原軌跡有交會之現象，因此最小值都會趨近於 0，所以必須以百分比來看，就可以發現除了預測 12 個時間點的綠色底為圓弧形軌跡(剛好有一取樣

點極貼近原軌跡)且拋物線也只有 0.1%，其他大致上都是以拋物線模擬軌跡預測的結果誤差較低，因此整體表現還以拋物線軌跡為優。

三、第三部份：平均值比較

最後要從平均值來看，淺黃色代表最低值，黃色代表最高值，所以可以從百分之結果來看誤差之整體表現，最可以代表本實驗之軌跡模擬預測表現是以拋物線形最優，半圓形次之，sin 波形最差，但從單位來看，最差的 sin 波形 12 個時間點預測都還可以低至約 0.24 個單位，因此模擬結果之表現都相當不錯。

4.2 實驗

4.2.1 簡易慣性導航系統平台

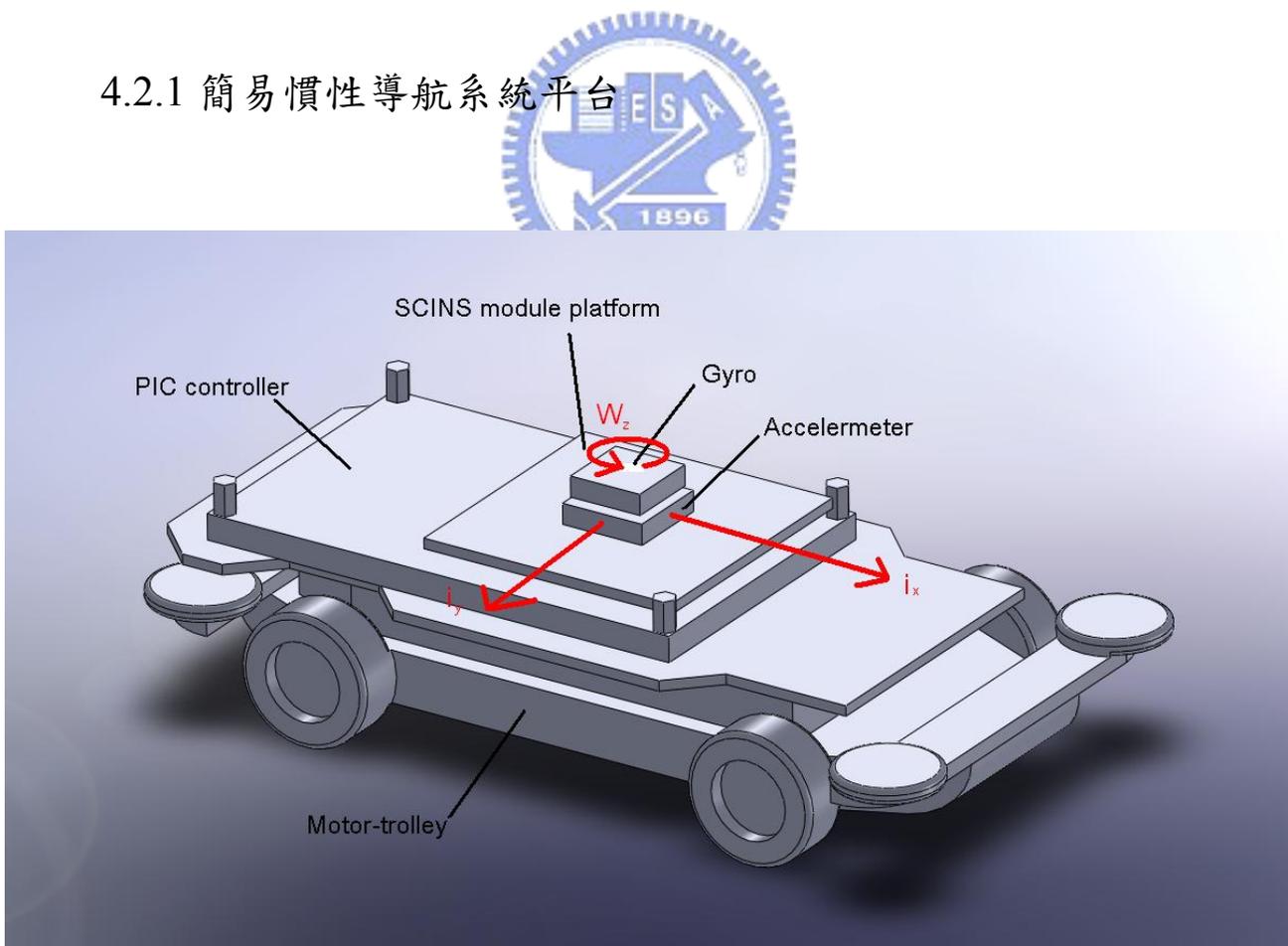


圖 4.19 SCINS 結合軌道車示意圖

本實驗之簡易慣性導航系統(Simply Constructed Inertial Navigation System, SCINS)將設計與軌道車結合，示意圖如圖 4.19 所示，其中使用之陀螺儀(型號為 ADXRS300)及加速計(型號為ADXL320)如圖 4.19 和圖 4.20，這兩種感測器都為類比式感測器，因此在使用時都需經過控制器做類比數位轉換之後再讀值。



圖 4.20 陀螺儀(ADXRS300)圖[22]

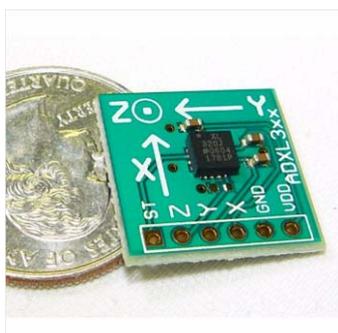


圖 4.21 加速計(ADXL320)圖 [22]

陀螺儀的靈敏度如表 4.3[20]，最大的角速度承受範圍為每秒 ± 300 度，足以承受本實驗所需要之角速度範圍，另外可從 data sheet 中看到圖 4.21[20]中電壓中點為 2.5V 而 0.25~4.75V 則代表陀螺儀之角速度，此點在之後利用控制器架設 SCINS 為一重要資訊。

表 4.3 陀螺儀靈敏度表[20]

Parameter	Conditions	ADXRS300ABG			Unit
		Min ¹	Typ	Max ¹	
SENSITIVITY	Clockwise rotation is positive output				
Dynamic Range ²	Full-scale range over specifications range	± 300			$^{\circ}/s$
Initial	@25°C	4.6	5	5.4	mV/ $^{\circ}/s$
Over Temperature ³	V _S = 4.75 V to 5.25 V	4.6	5	5.4	mV/ $^{\circ}/s$
Nonlinearity	Best fit straight line		0.1		% of FS

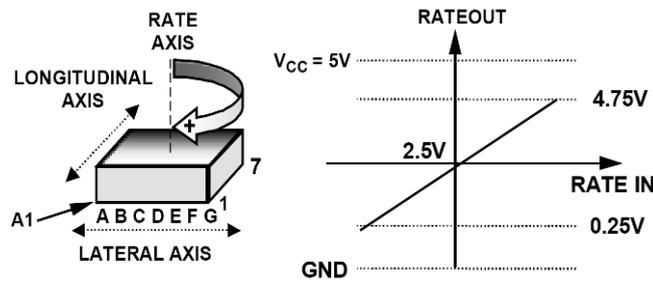


圖 4.22 陀螺儀電壓中心圖[20]

加速規的靈敏度如表 4.4[21]，使用的範圍為 $\pm 5g$ ，也足以承受本實驗所需之加速度範圍，其中 Sensitivity at X_{out}, Y_{out} 的中間值為 $174mV/g$ ，這也是之後架設 SCINS 時使用控制器做類比數位轉換之一重要資訊。

表 4.4 加速規靈敏度表[21]

Parameter	Conditions	Min	Typ	Max	Unit
SENSOR INPUT	Each axis				
Measurement Range			± 5		g
Nonlinearity	% of full scale		± 0.2		%
Package Alignment Error			± 1		Degrees
Alignment Error	X sensor to Y sensor		± 0.1		Degrees
Cross Axis Sensitivity			± 2		%
SENSITIVITY (RATIOMETRIC) ²	Each axis				
Sensitivity at X_{out}, Y_{out}	$V_s = 3V$	156	174	192	mV/g
Sensitivity Change due to Temperature ³	$V_s = 3V$		0.01		$\%/^{\circ}C$

本實驗將 SCINS 模組化並焊接電路板如圖 4.22，陀螺儀跟加速計都焊上針腳之後再裝配於電路板之上，直接由控制器之 CN2 提供 5V 電源，這樣做的好處是能夠預防陀螺儀、加速計及電路板中任何一樣損壞或者需要修改時都可以分開，圖 4.23，並且減低電子線路的複雜程度，大幅減低實驗成本及時間，另外提到的是本實驗加速計為六根針腳，陀螺儀為七根針腳，因此在電路板上也配備了防呆的設計，可以避面因為感測器裝回電路板時插錯針腳造成感測器燒毀。

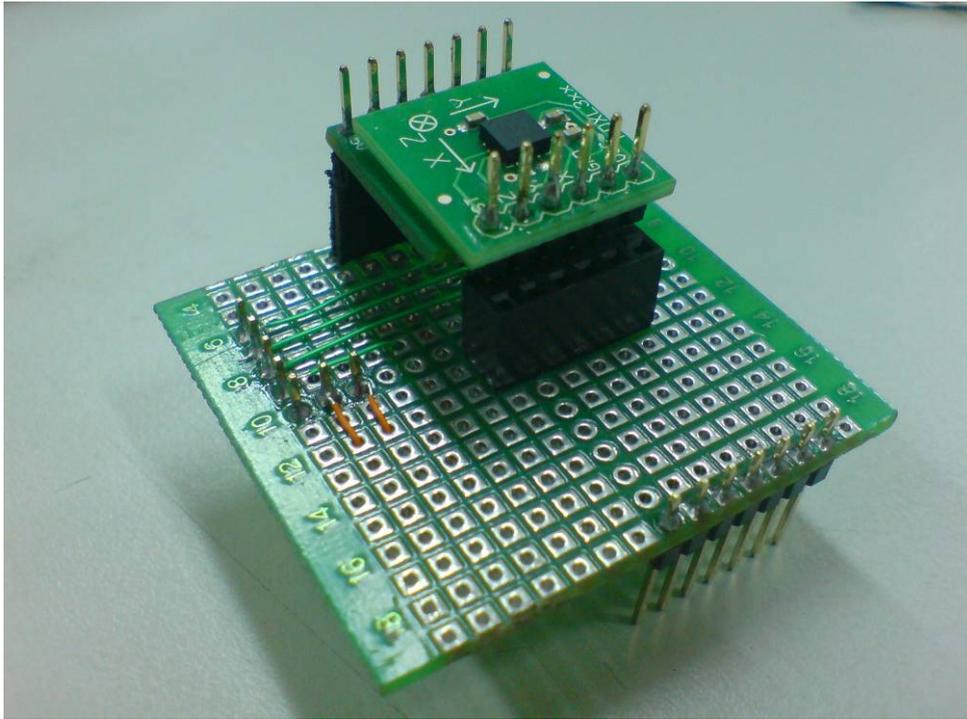


圖 4.23 SCINS 模組圖

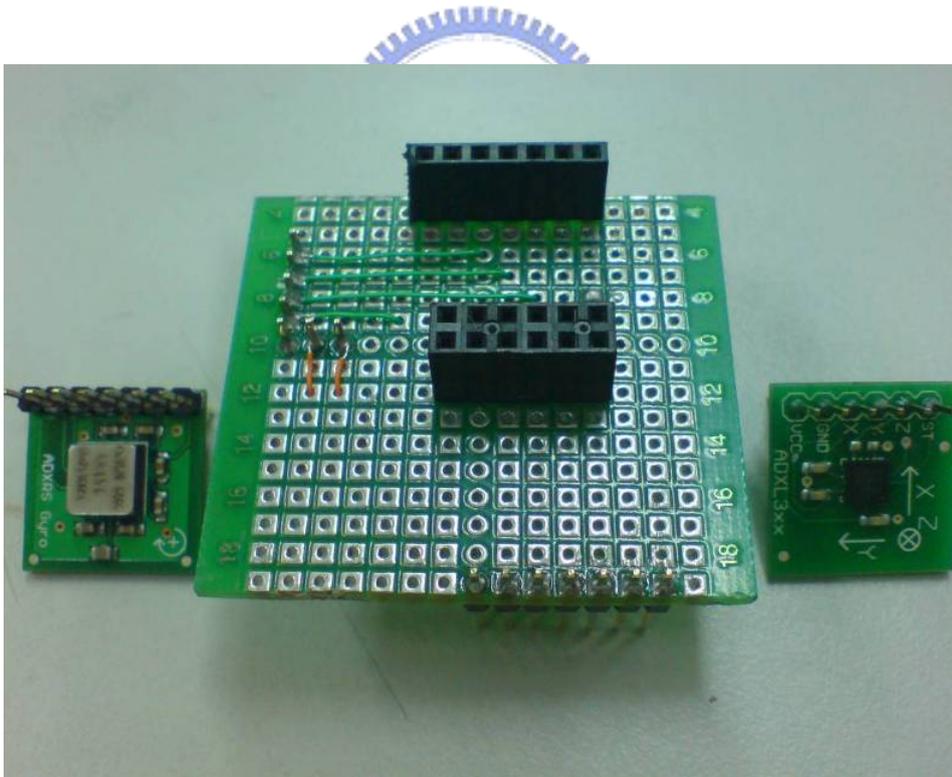


圖 4.24 SCINS 模組分解圖

而實驗使用之控制器 (YZ_PIC_PROTO)，其主要之 IC 為 18F452，電路設計適用於 3~36 VDC 或 6~24 VAC 的電源，可推動 40W 的大功率負載 (36VDC

/1.2A) 以及 5V/0.8A 的低電壓負載，圖 4.24[]即為 YZ_PIC_PROTO 之 Layout 圖，此控制器之優點在於此控制器之控制語法較類似於 C 語言，並內建了許多函數可供利用，且內建燒錄器，燒錄程式進控制器無須再另外裝配，對於初次使用控制器的人較易上手，而使用時為了與筆記型電腦做連結需使用 RS232/USB 轉接頭使控制器連結上配套程式” PIC C Compiler” 將程式燒錄至控制器。

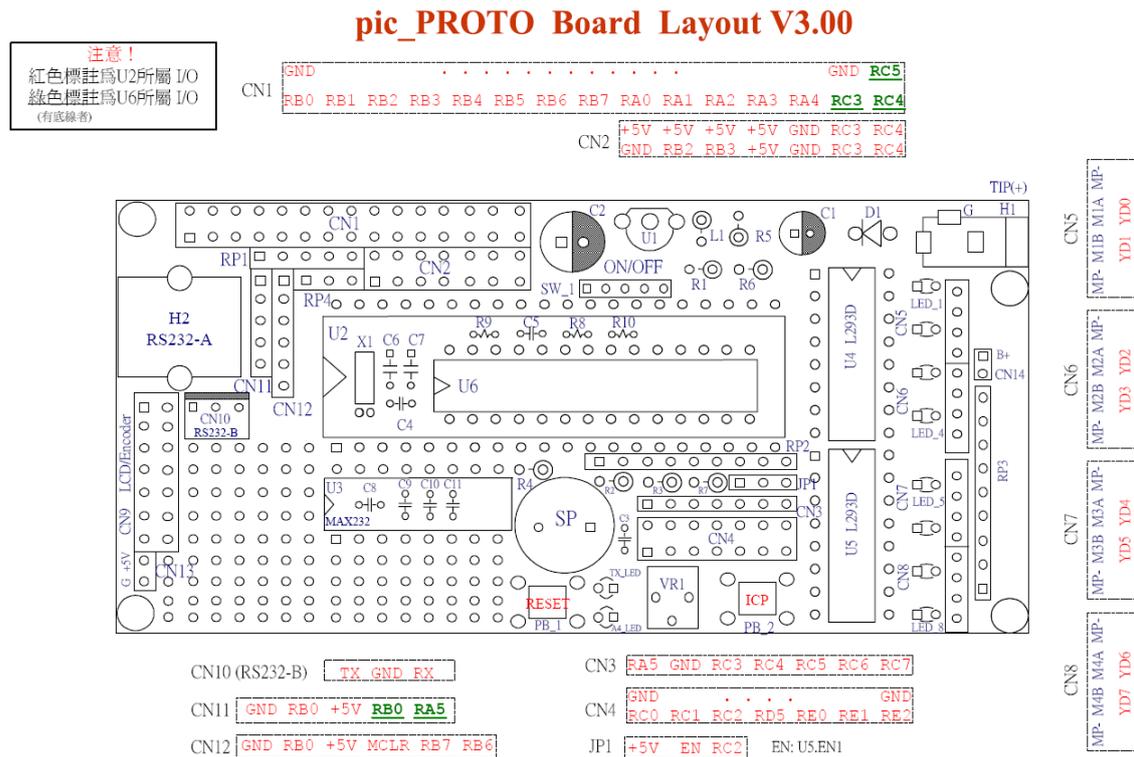


圖 4.25 YZ_PIC_PROTO Layout 圖

以下將所需之設備列出：

- I. YZ_PIC_PROTO 控制器(圖 4.25)
- II. RS232 對控制器之轉接頭(圖 4.26 右)
- III. 傳輸線(圖 4.26 左)
- IV. RS232 對電腦 USB 之轉接頭(圖 4.27)
- V. 控制器電源線(圖 4.28)
- VI. 筆記型電腦 IBM X61

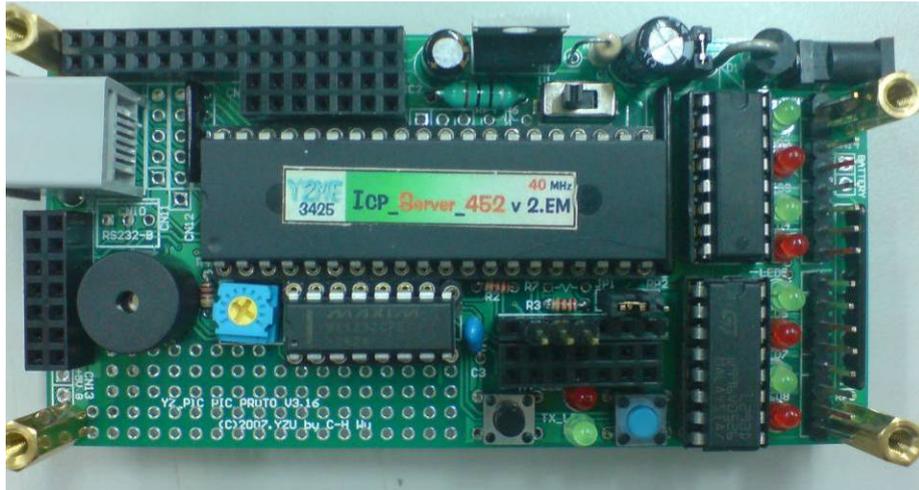


圖 4.26 YZ_PIC_PROTO 控制器圖

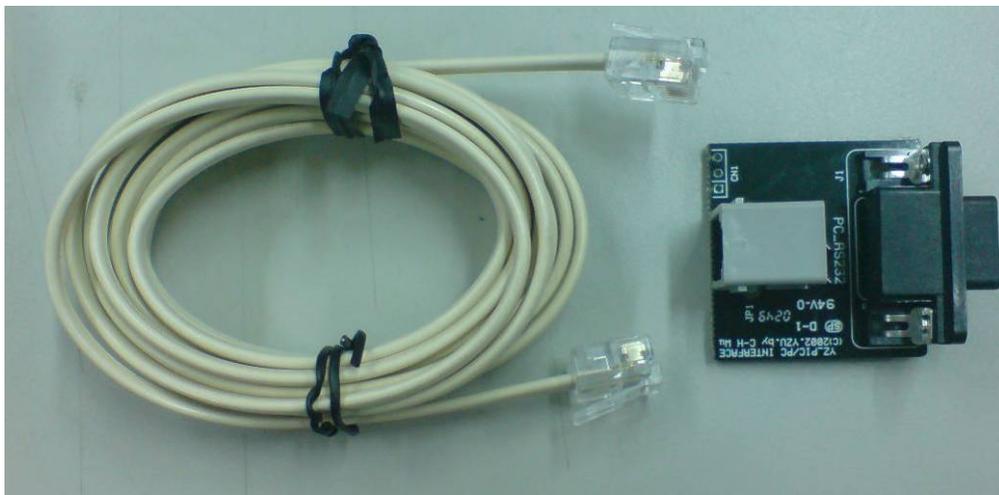


圖 4.27 RS232 對控制器之轉接頭 & 傳輸線圖



圖 4.28 RS232 對電腦 USB 之轉接頭圖



圖 4.29 控制器電源線圖

SCINS 模組架設於控制器上如圖 4.29 所示，可以發現從上方只能看到加速計，而從側邊看可以發現本實驗之 SCINS 將陀螺儀與加速計背對背設置，如圖 4.30，用意再於一方面可以使感測器幾乎處於同一轉動軸上，另一方面可再回顧圖 4.21 陀螺儀之感測電壓直是以順時鐘轉動為正電壓，反之為負電壓，而本實驗將陀螺儀倒過來設置則使得感測值同右手定則，也就是逆時鐘為正電壓，順時鐘為負電壓，在分析數據時較為方便清晰。

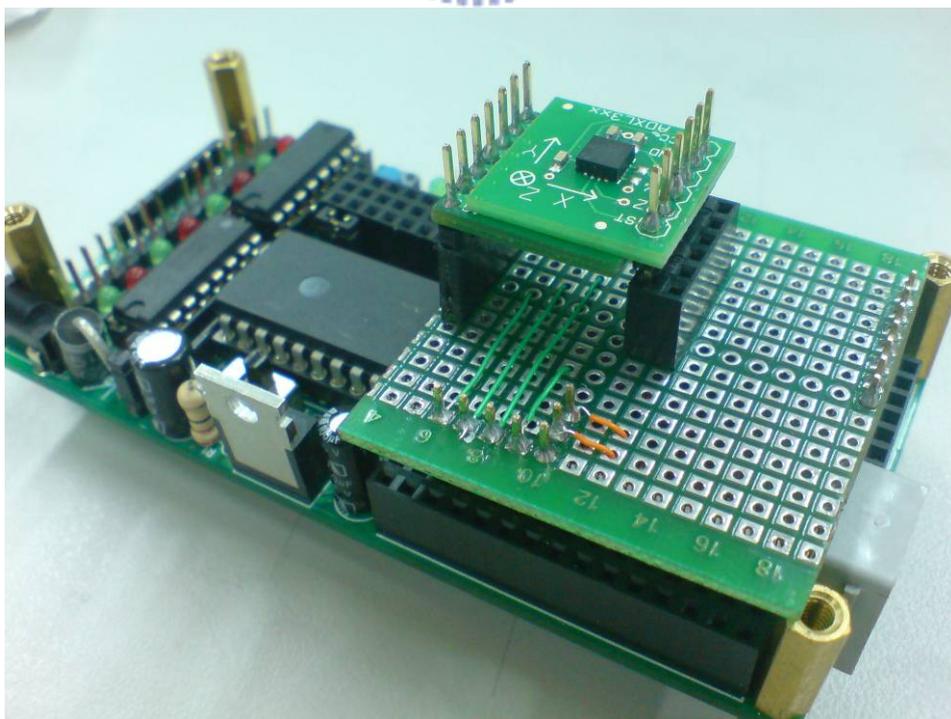


圖 4.30 SCINS 系統圖

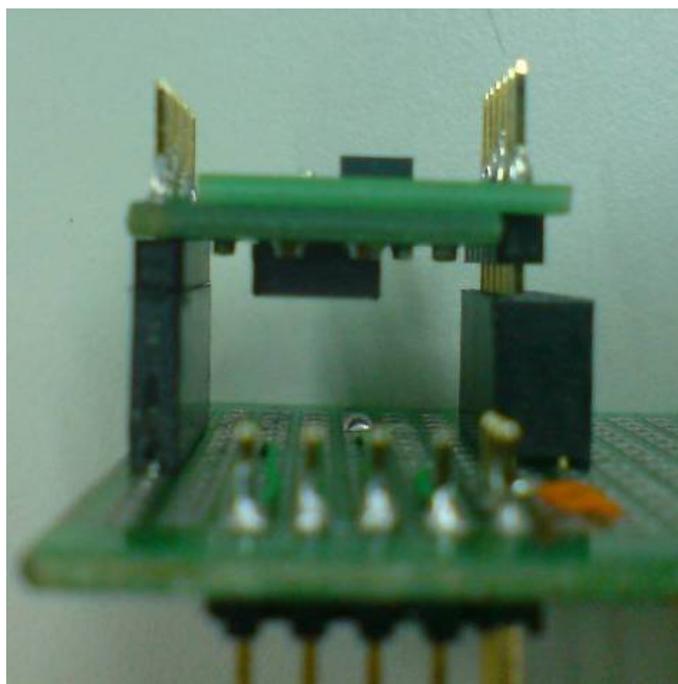


圖 4.31 SCINS 感測器側面圖

SCINS 的架設完成還必須經過初步之靜止測試來確定本實驗簡易 INS 系統之準確性，確保實驗時不會有太多雜訊干擾，圖 4.31 及 4.32 (圖 4.31 中藍色為 x 軸，紅色為 y 軸) 分別是加速計與陀螺儀靜止時的讀值，橫軸為取樣點(500 點)，以控制器設定 sampling time 為 0.1 秒來算就是靜止 50 秒之讀值，縱軸分別以加速計為加速度(m/s^2)而陀螺儀為角速度($degree/s$)，測試結果發現 y 軸比 x 軸之跳動幅度要來的大，原因是因為控制器在使用時 y 軸之訊號是使用 CN1 的 RA3 腳未來做類比數位轉換，而此接角因為控制器設計上又會接上一電阻，因此 y 軸的訊號電壓值會較為減低，須由類比數位轉換給予補償，因此經轉換之後跳動幅度會較為放大，但這並不會影響 y 軸之感測靈敏度。

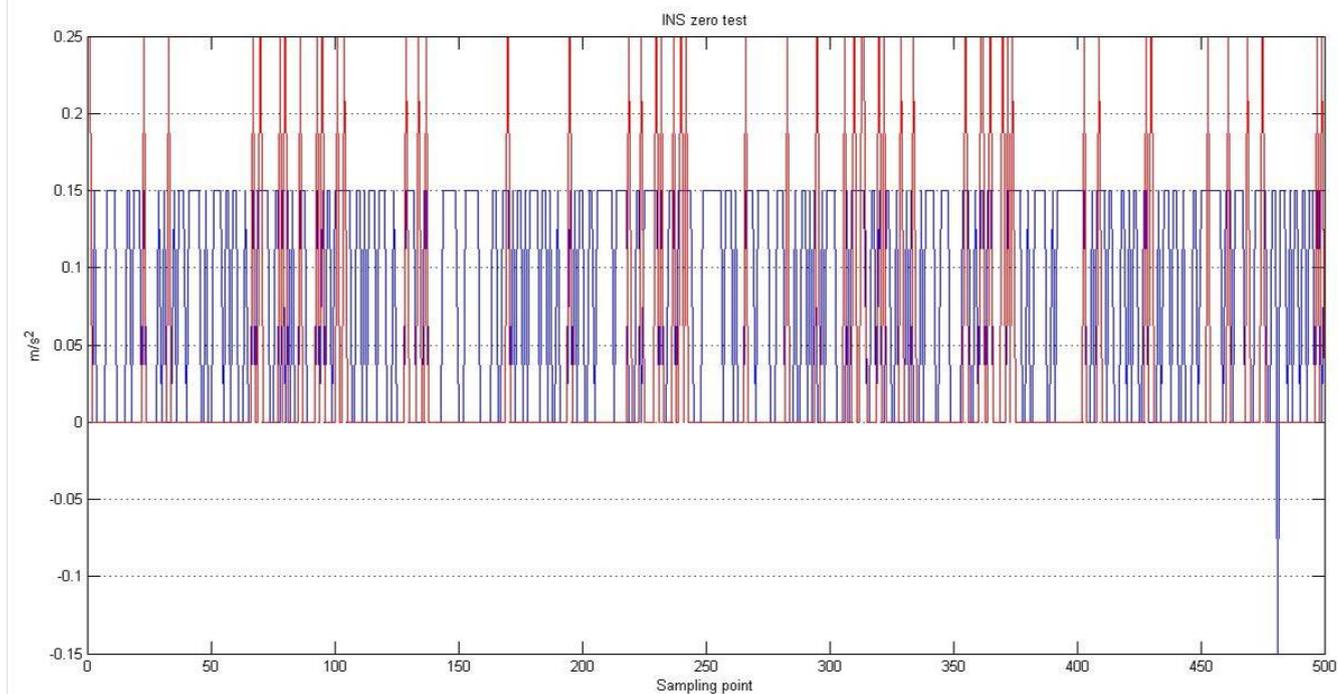


圖 4.32 加速計靜止感測值圖

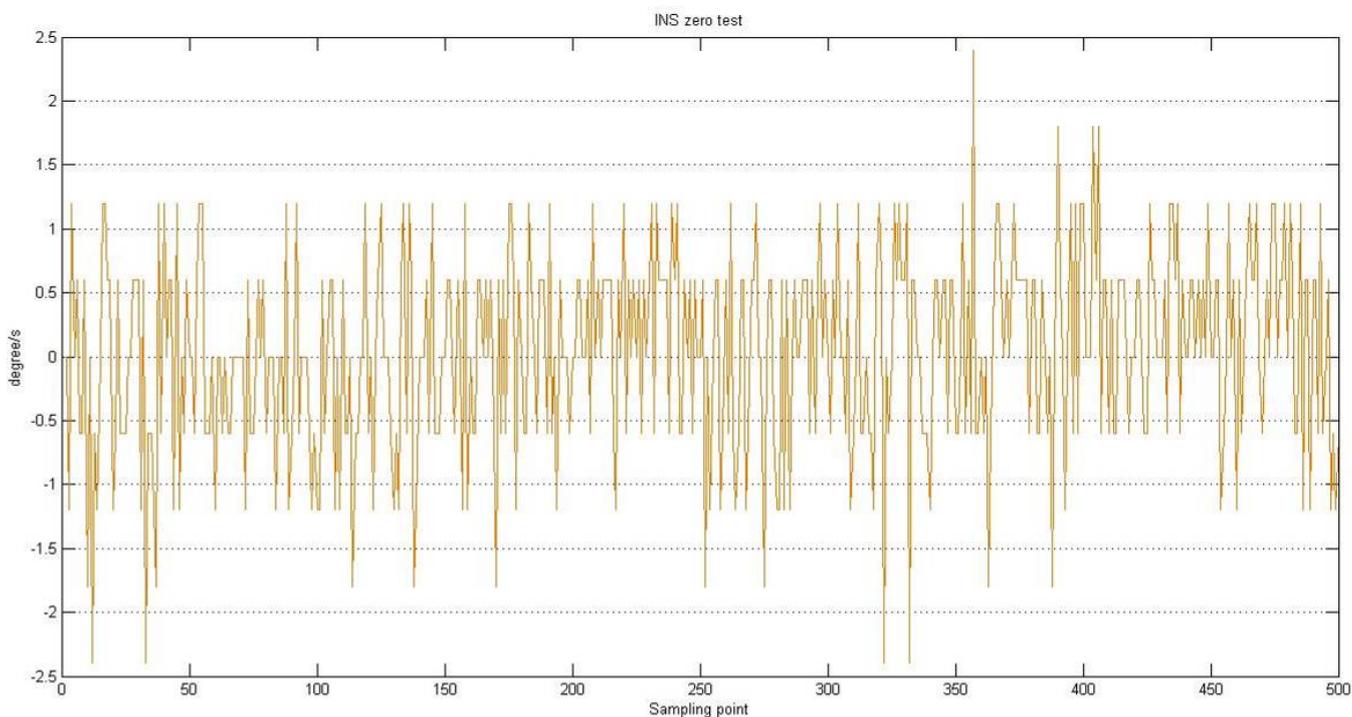


圖 4.33 陀螺儀靜止感測直圖

另外除了前面所說可再以表 4.5 SCINS 靜止跳動值表與表 4.6 範圍誤差表來

說明 SCINS 的穩定性，而所謂的感測範圍就是感測器最大所能量測之範圍，而使用範圍即為本實驗在使用時會使用到最大的量測範圍，剩下未使用的範圍則保留作往後更劇烈之實驗時可用，其中加速規的使用範圍為 $\pm 1.5g$ 也就是 $14.7 m/s^2$ ，陀螺儀的使用範圍為 $\pm 150 \text{ deg } ree/s$ ；表 4.5 可以看到所有感測器之跳動範圍以及量測 500 個時間點之後的總平均值，而以此平均值可再與感測範圍以及使用範圍比較來表示出其誤差百分比，如表 4.6 所示，其感測器之使用範圍誤差都低於 0.6%，所以本實驗之 SCINS 具備足夠之穩定性來作為之後的實驗使用。

表 4.5 SCINS 靜止跳動值表

INS 靜止跳動值					
	最大值	最小值	平均值	感測範圍	單位
x 軸(ax)	0.15	-0.15	0.0861	± 49	m/s^2
y 軸(ay)	0.25	0	0.026	± 49	m/s^2
陀螺儀(dsita)	2.4	-2.4	0.0372	± 300	degree/s

表 4.6 SCINS 靜止感測誤差表

	感測範圍誤差	使用範圍誤差
x 軸(ax)	0.08786%	0.58571%
y 軸(ay)	0.02653%	0.17687%
陀螺儀(dsita)	0.00620%	0.01240%

4.2.2 軌道平台

本節屬於實驗設備中除了 SCINS 系統以外的第二主要部份，必須先討論為何本論文需要採用軌道來證實本實驗 SCINS 系統預測之準確性？還有架設軌道的目的為何？一般會認為就將 SCINS 系統置於一已知環境行駛，那又要用來預測什麼？

以下以一個數學題目來做比喻，如今有一個方法可以算出此題目之解，但若沒有正確答案那要如何知道此方法之正確性？就如同在車輛工業甚至機器人研發至今，載體正確軌跡之取得一直為各方所努力（現今發展旺盛之 GPS 及 INS 皆是），但所得的解都必定會有誤差存在，所以本論文中之簡易 INS 系統為解題之方法，軌道即為本實驗之正確解，目的在驗證將 SCINS 作為軌跡預測之準確性，這將影響到本實驗理論作為實際應用的可行性。

再者，要將 SCINS 系統置於軌道中行駛來實驗需要有適當之載體，因此本實驗選用市面上可買到之軌道玩具車，長 165mm*寬 100mm，加以改造後可裝置 SCINS，如圖 4，並將 SCINS 系統之感測中心配置在軌道車的正中央，盡量減低實驗之誤差，還有軌道車並無轉向機構，而本實驗需使之行使於彎曲軌道，因此原本配備的橡膠輪胎因為側向摩擦力過大會造成不當之實驗雜訊及干擾，所以需要包上一層光滑膠膜減低其側向摩擦力，可發現圖 4.32 中的輪子部分有明顯反光。

實驗時將軌道車放置於軌道內（上），使用人力推動，就如同人為控制車輛之引擎加速或減速，分別於不同的軌道做實驗，並且可以依照模擬時不同模擬軌跡之加減速模式來行駛，而行駛時 SCINS 就會記錄下感測值並傳送至電腦，即可使用感測值來做軌跡預測，然後與軌道來做比較，驗證並討論軌跡預測的準確性。

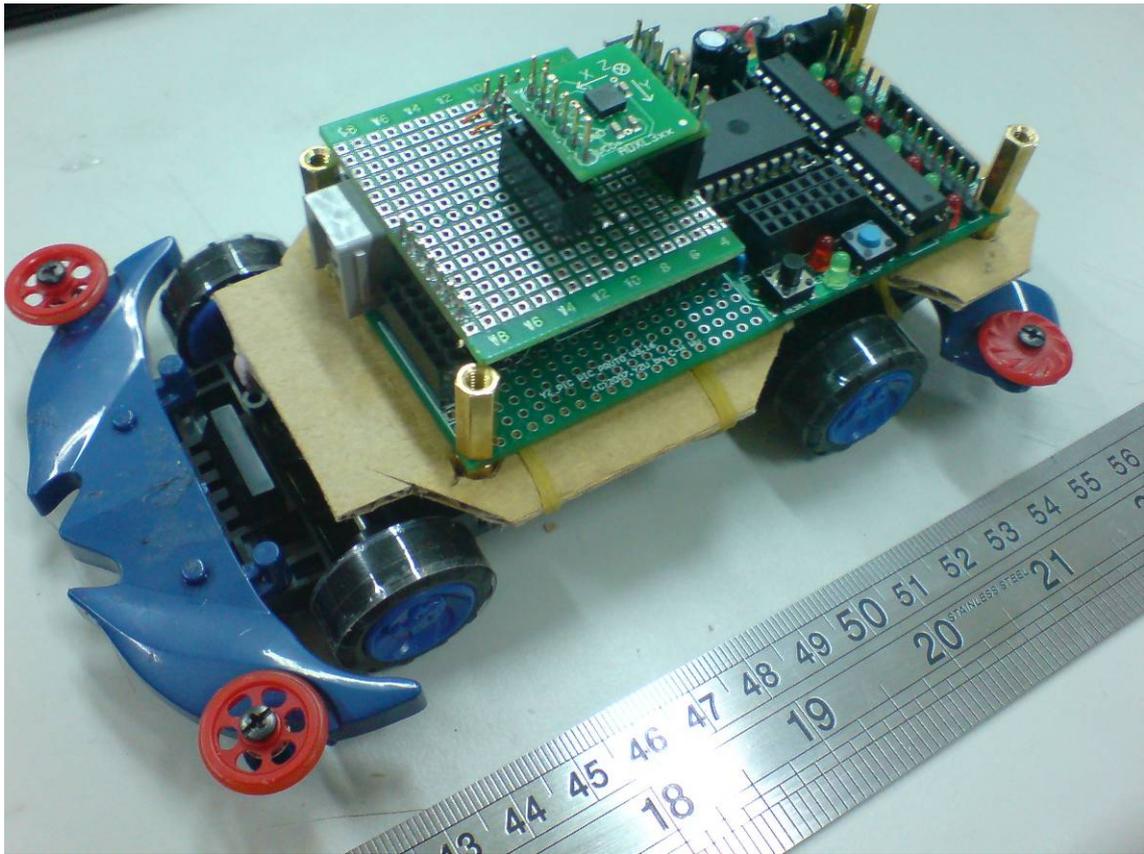


圖 4.34 SCINS 與軌道車結合圖

以下介紹軌道設備，本實驗之軌道底板採用 0.9*1.8m 之木製底板，而軌道側牆，也就是軌道之主體採用市面上可購得之耐力版，經由師傅裁切成寬 10cm 長條，其強度以及可彎曲性為本實驗所需設置特定軌跡絕佳之素材，側牆及底板的固定使用 75mm L 型腳鐵用螺絲固定，而圖 4.34、圖 4.35、圖 4.36、圖 4.37 即為本實驗之拋物線及 sin 波形軌道，軌道寬與軌道車之寬度相等，左右預留了約 0.1 公分的空隙，以防時驗時軌道車卡住造成干擾，另外在這些圖中都可以看到六根 13cm 獨立木腳，其用途為將底板翻面時不會壓壞軌道側牆，而這兩種軌道正位於底板之兩面，此作法可以大大減少實驗空間及成本。

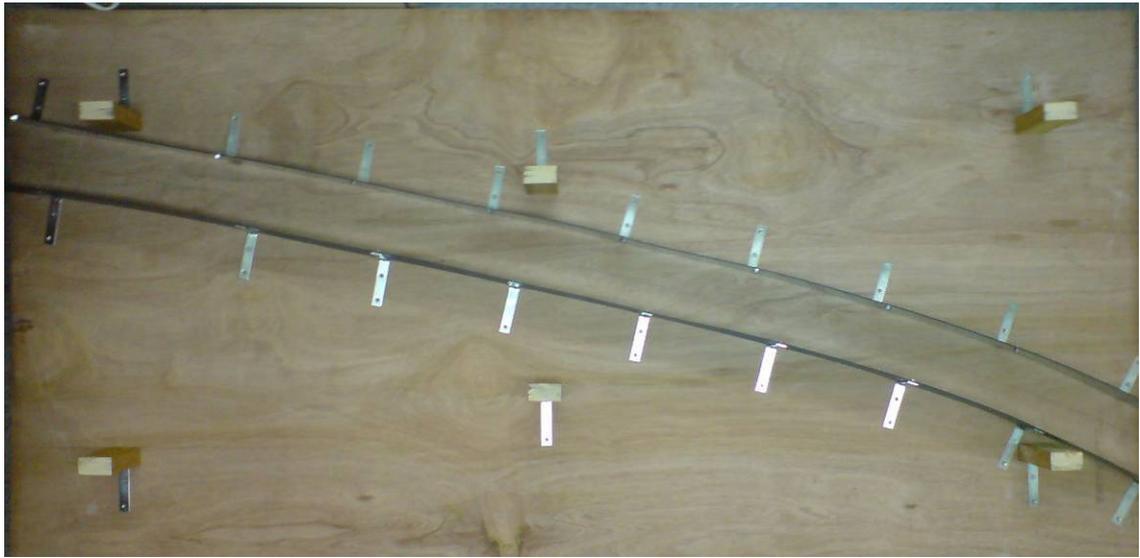


圖 4.35 拋物線形軌道俯視圖

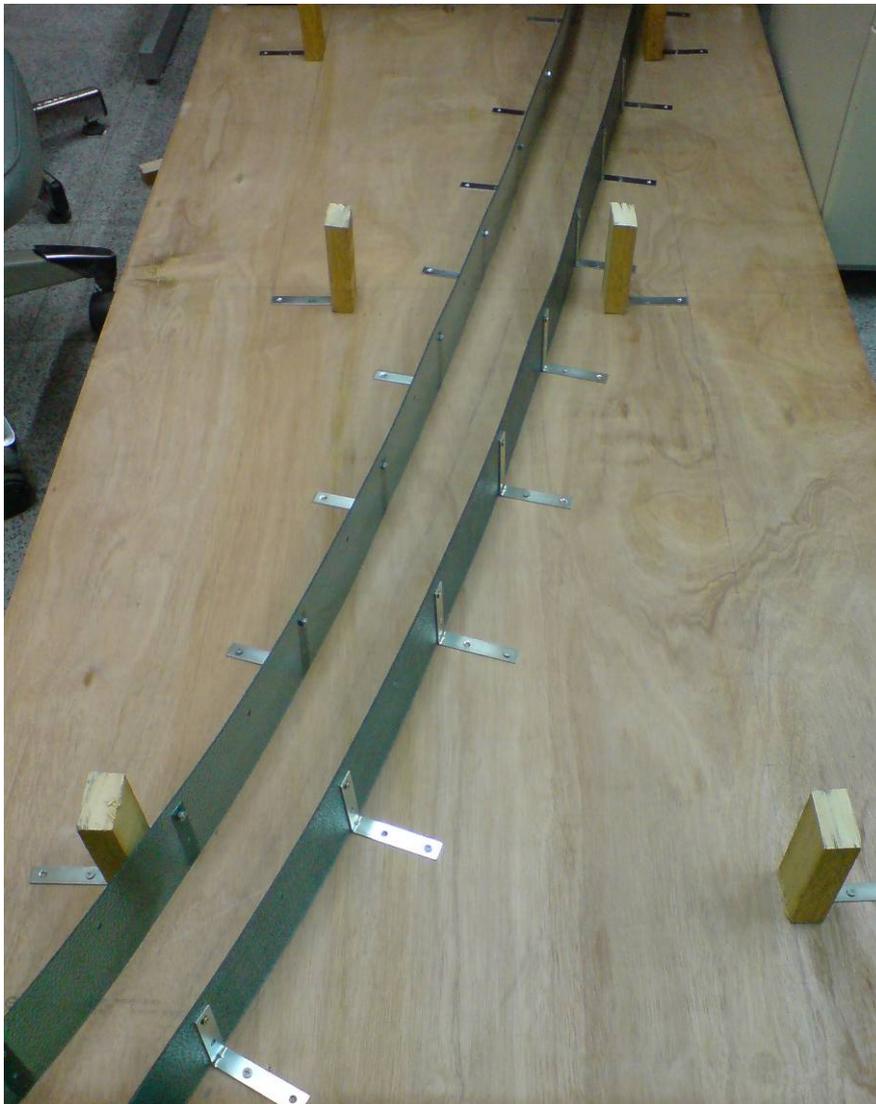


圖 4.36 拋物線形軌道斜視圖

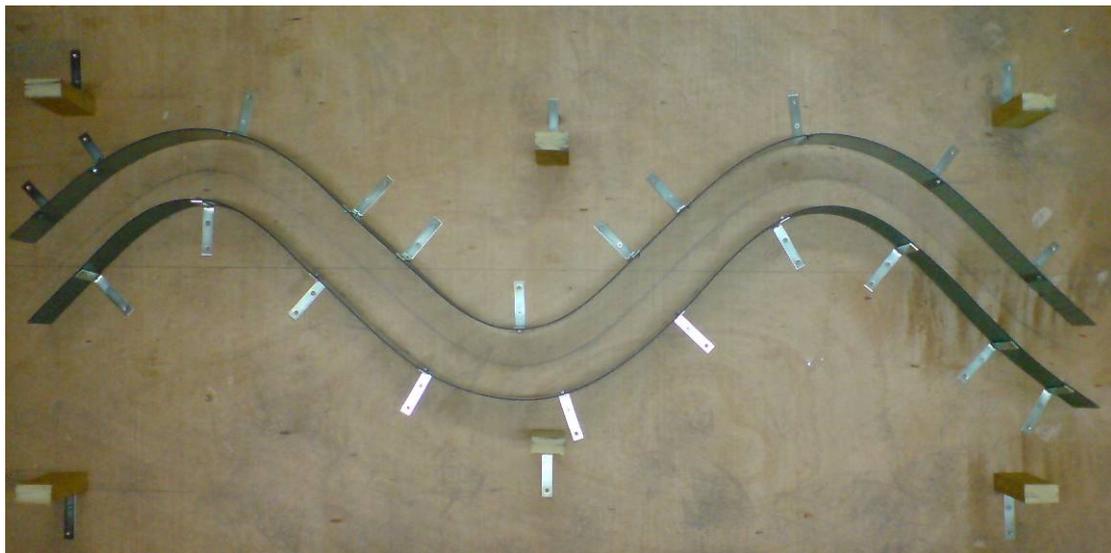


圖 4.37sin 波形軌道俯視圖

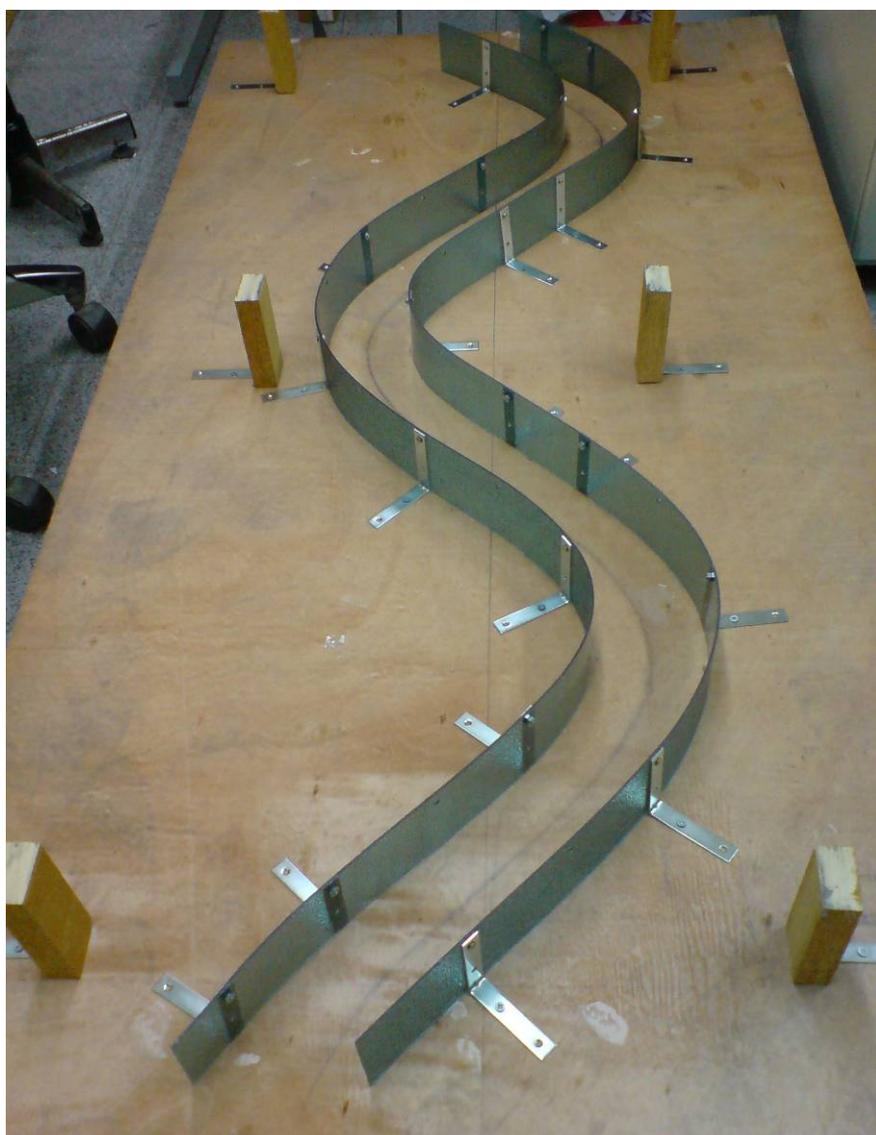


圖 4.38sin 波形軌道斜視圖

圓弧形軌道則不採用實體軌道之方式，取而代之使用一鋼樑架設如圖 4.38，把 INS 系統架設在鋼樑之頂端繞中間轉軸旋轉即可得到一完美之圓弧形，這樣做不僅可以將實驗時的雜訊及干擾降至最低，也可以減低實驗設備所佔空間及成本，一舉數得。



圖 4.39 圓弧型軌道實驗圖

4.3 實驗結果分析與討論

4.3.1 實驗結果分析

本節為 SCINS 的實驗結果，圖 4.39、圖 4.40、圖 4.41 分別為 INS 系統所記錄下在三種軌道中載體行使的軌跡(以黑色 X 線表示)與理論上應該行使的軌跡(以藍色點線表示)也就是 4.2.2 章節中所說的正確解(軌道之軌跡)的比較圖，會發現與預期的一樣，所計算出的軌跡與理論上會有誤差產生，原因正因為感測器之誤差所造成，不過整體的趨勢及路線都還屬於可以接受的範圍。以下分別列出並分析探討軌跡預測的實驗結果。

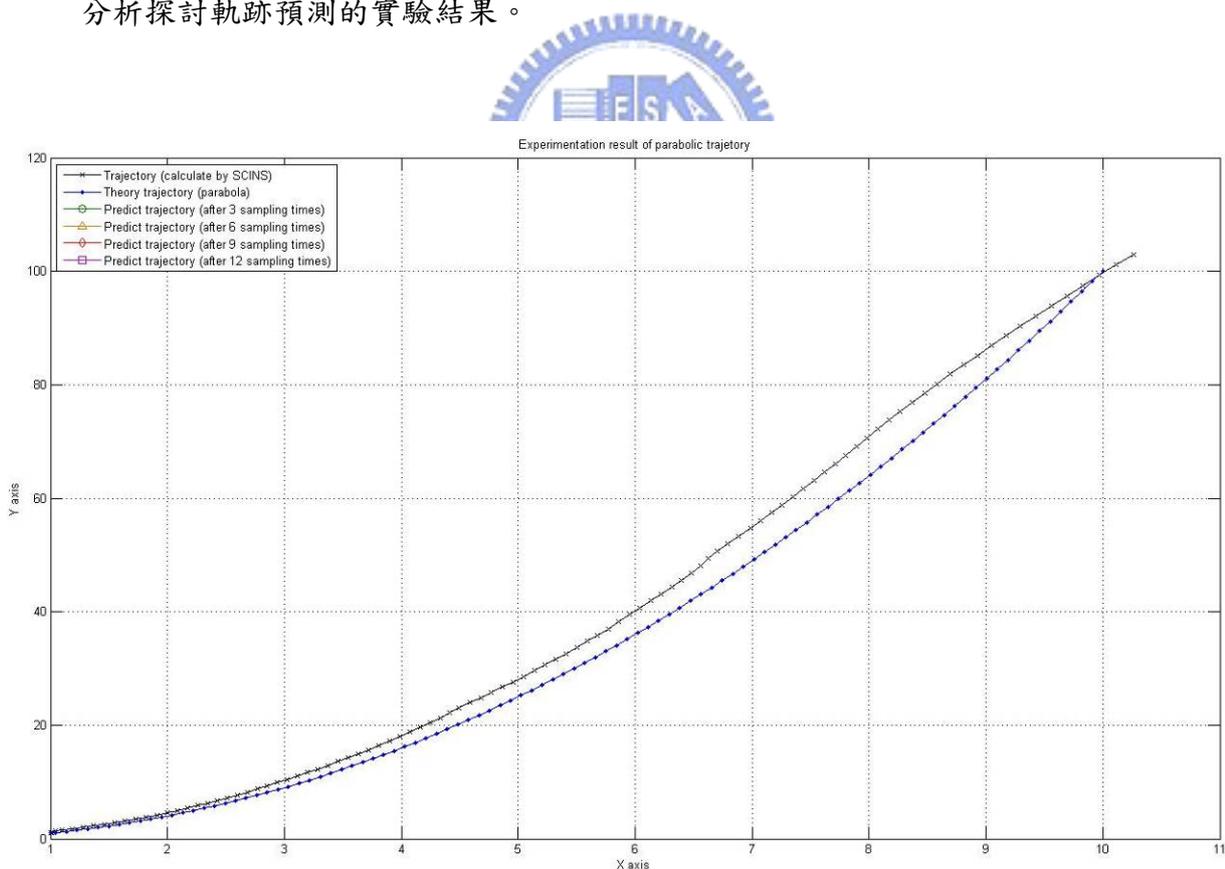


圖 4.40 SCINS 紀錄軌跡(拋物線形)

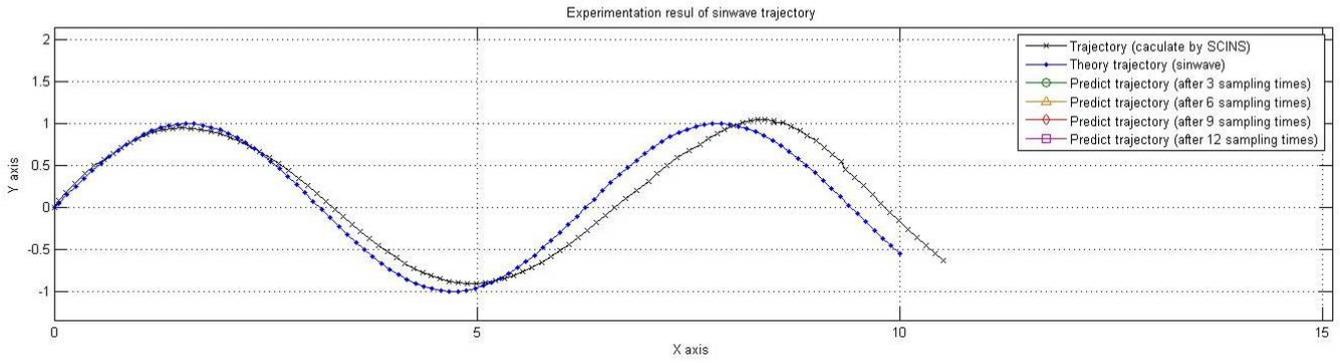


圖 4.41 SCINS 紀錄軌跡(sin 波形)

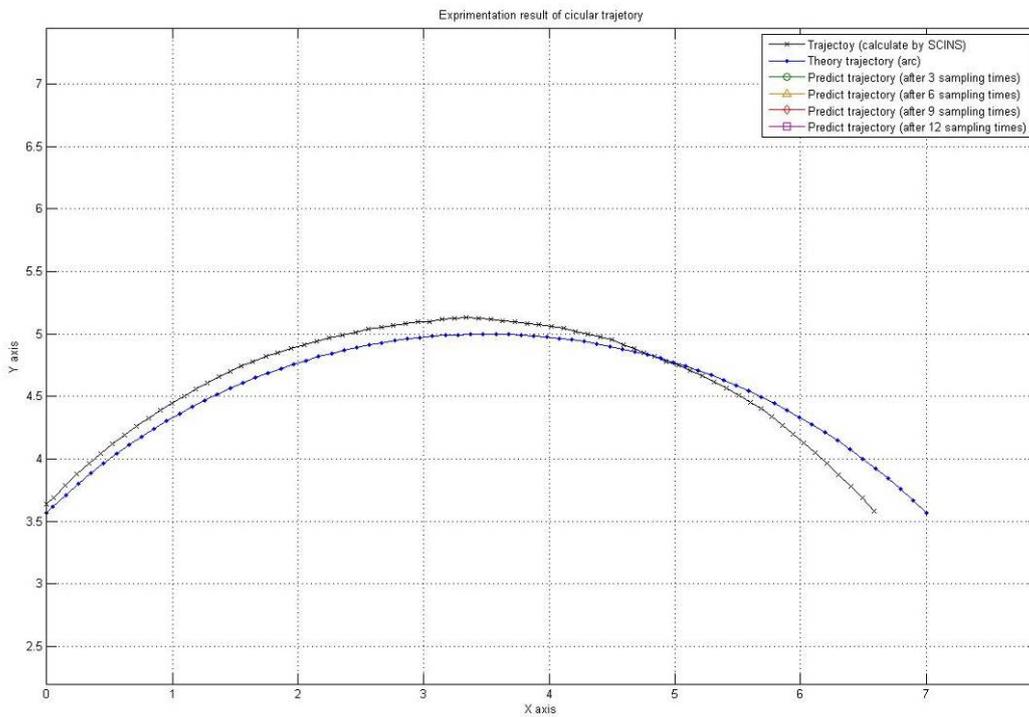


圖 4.42 SCINS 紀錄軌跡(圓弧形)

一、拋物線軌跡 $y = x^2$

第一種拋物線軌跡的實驗結果，此種軌跡的實驗條件為 x 軸寬度 0.39m，y 軸長度 1.8m 範圍內所構成的拋物線軌跡，為了能夠與模擬時做適當的比較，將實驗結果等比例無因次化縮小至與模擬相同之尺度（已驗證不會因縮小尺度影響實驗結果）。（往下的實驗結果圖將分開展示，例如圖 4.43 為 Trajectory 和 Predict trajectory(after 3 sampling times)之比較，並不包含

sampling time 為 6、9、12 之預測軌跡，圖 4.44 後同系列圖以此類推)

1. 預測 3 個時間點後之軌跡

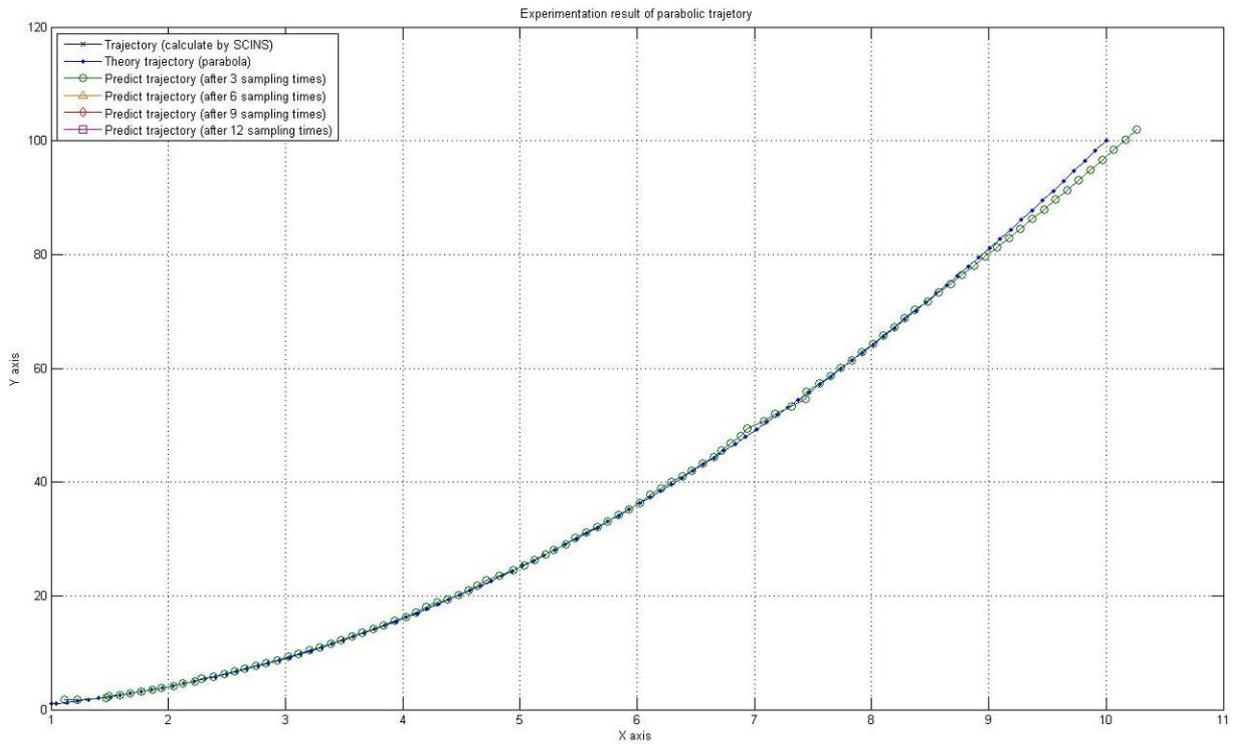


圖 4.43 拋物線形軌跡實驗預測結果(3 個時間點後)

2. 預測 6 個時間點後之軌跡

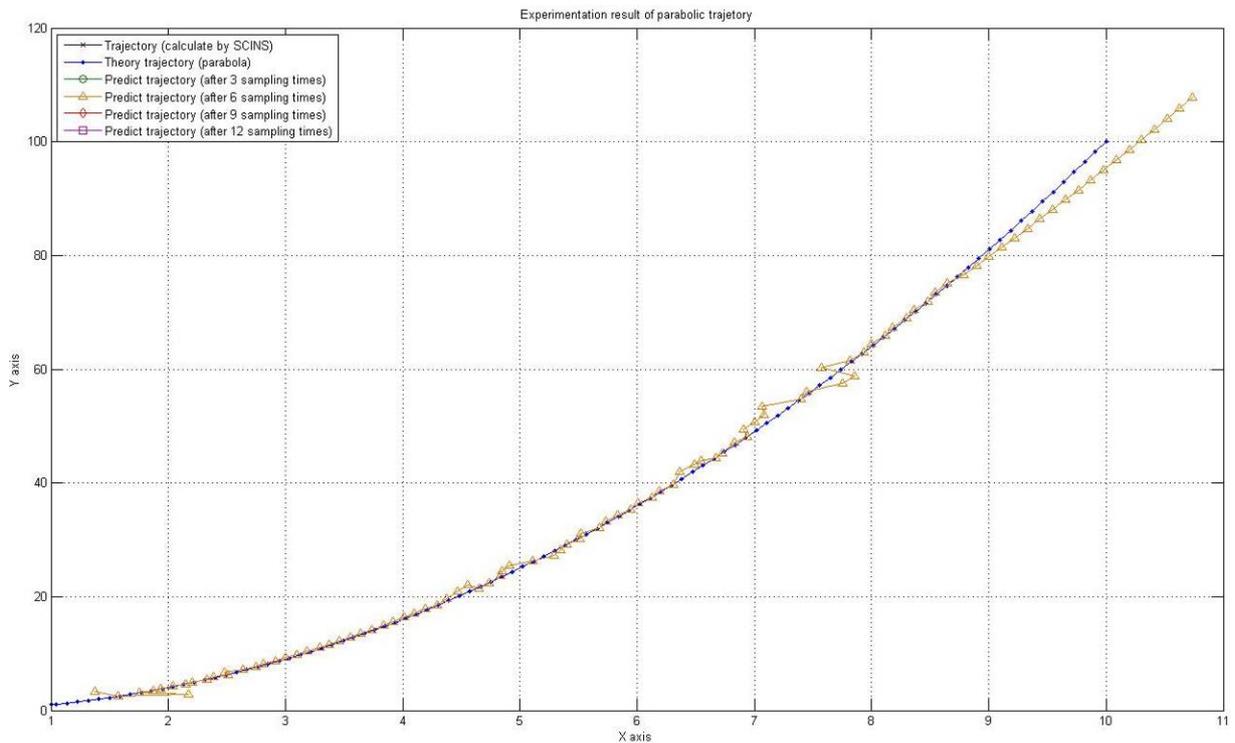


圖 4.44 拋物線形軌跡實驗預測結果(6 個時間點後)

3. 預測 9 個時間點後之軌跡

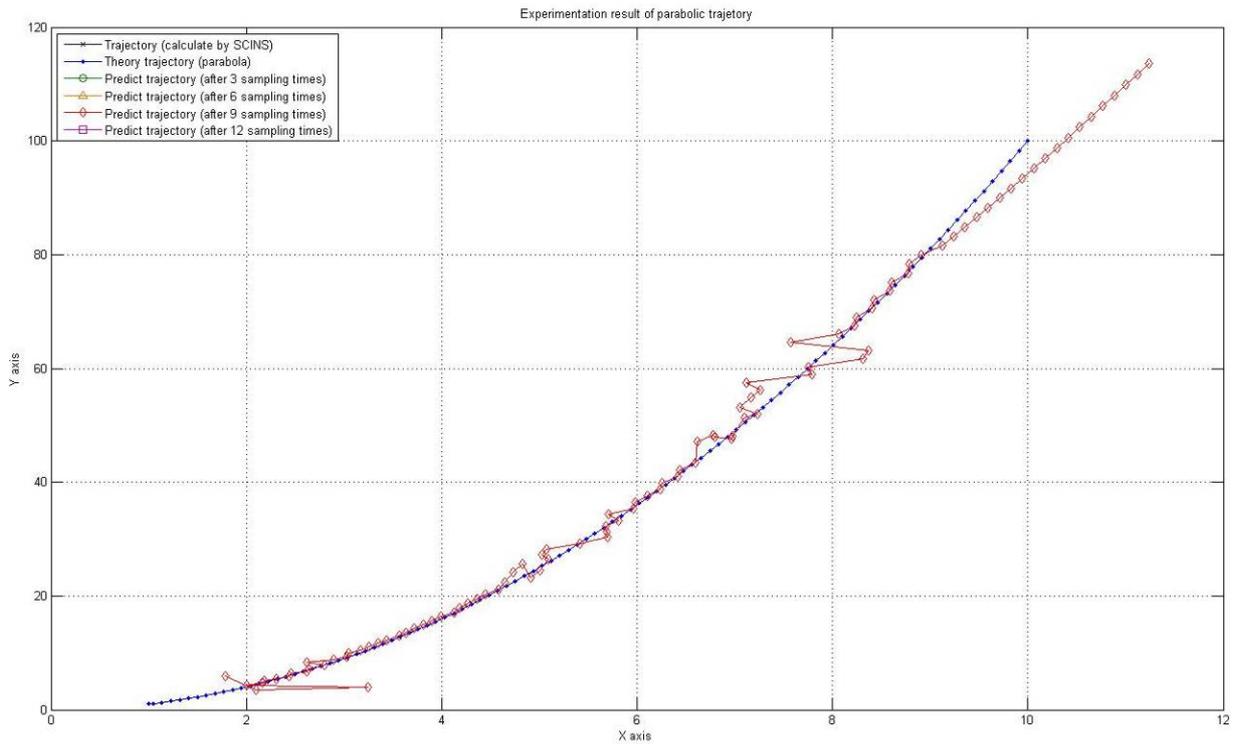


圖 4.45 拋物線形軌跡實驗預測結果(9 個時間點後)

4. 預測 12 個時間點後之軌跡

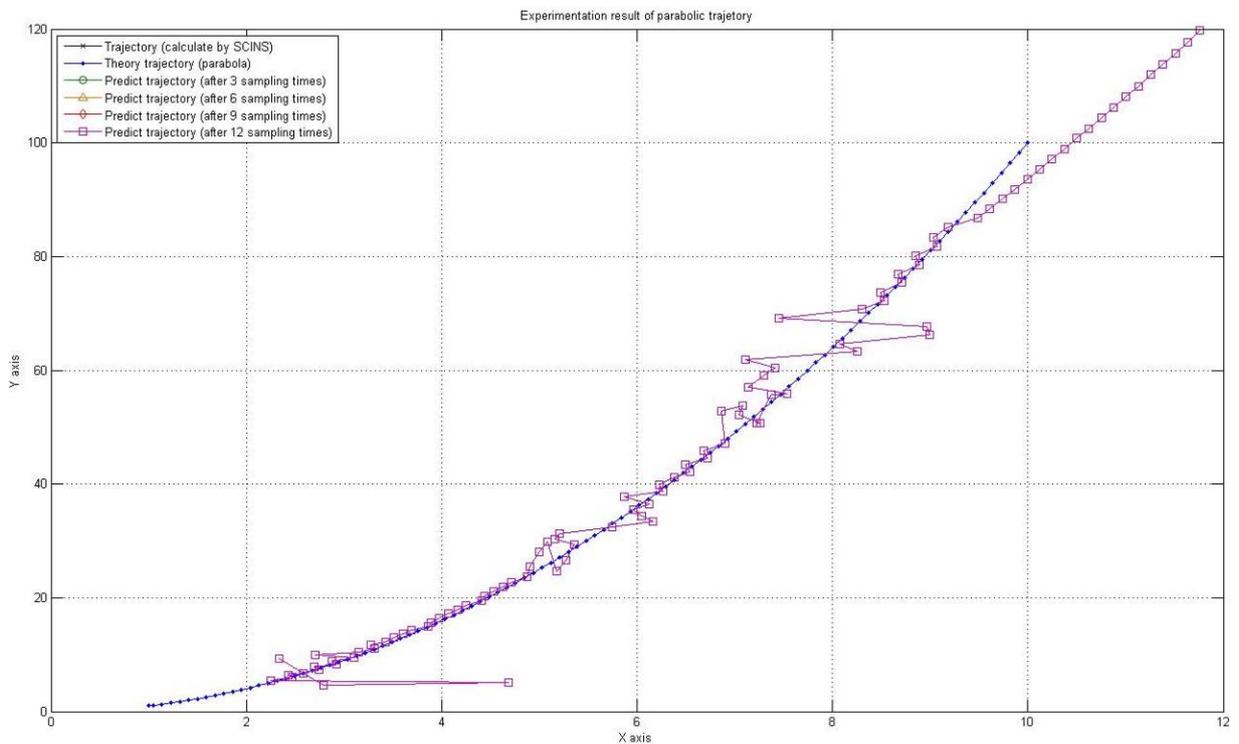


圖 4.46 拋物線形軌跡實驗預測結果(12 個時間點後)

5. 軌跡預測誤差

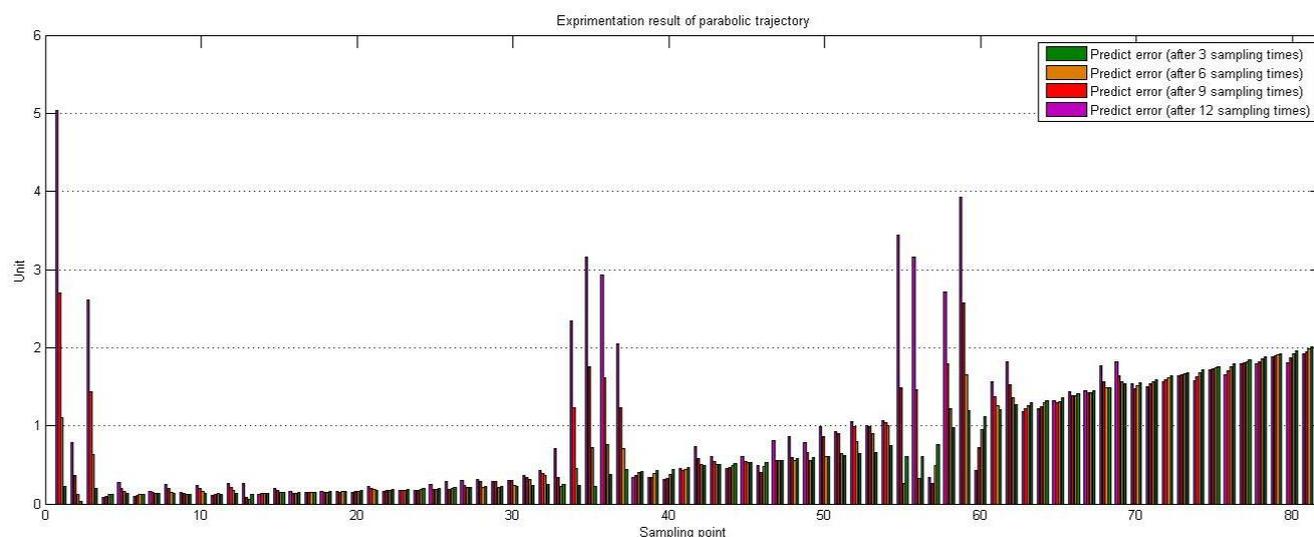


圖 4.47 拋物線形軌跡實驗預測誤差圖

由實驗的結果發現預測出的軌跡不同於模擬時，雖然在 3 個時間點後之預測還可以很貼近於原軌跡，之後的預測可以發現在起步和 x 軸約 5 及 7.5 個單位處的跳動越來越明顯，形成原因是因為加速規感測到了突然的加速度改變，不同於模擬時的狀況加速度是屬於循序漸進，在實際狀況下會有一些震動或是干擾產生，而這些干擾就會反映至加速度讀值然後經由軌跡預測方程式中的時間平方項(式 3.29)放大，預測的時間點越長跳動就會越加明顯。

二、sin 函數軌跡 $y = \sin x$

第二種 sin 波形軌跡的實驗結果，此種軌跡的實驗條件為 x 軸寬度 1.5m，y 軸長度 0.3m 範圍內所構成的 sin 波形軌跡，為了能夠與模擬時做適當的比較，也將實驗結果等比例無因次化縮小至與模擬相同之尺度（已驗證不會因縮小尺度影響實驗結果）。

1. 預測 3 個時間點後之軌跡

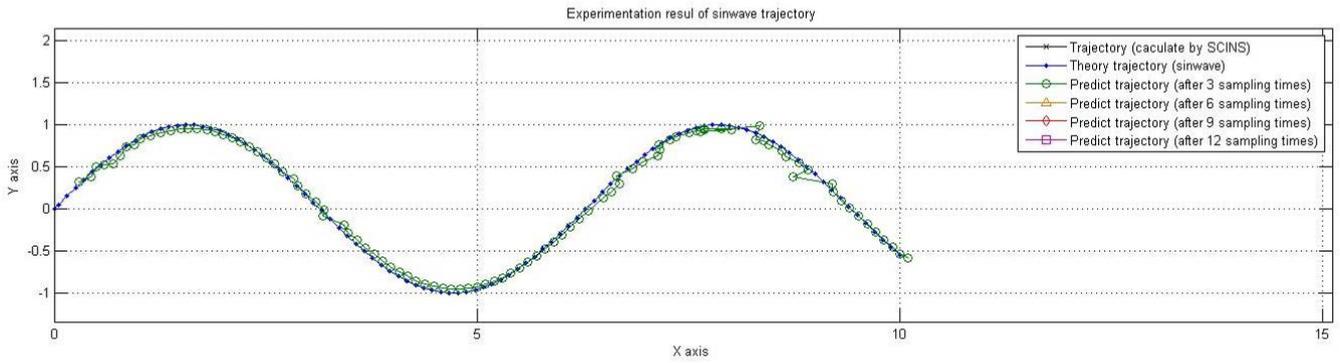


圖 4.48 sin 波形軌跡實驗預測結果(3 個時間點後)

2. 預測 6 個時間點後之軌跡

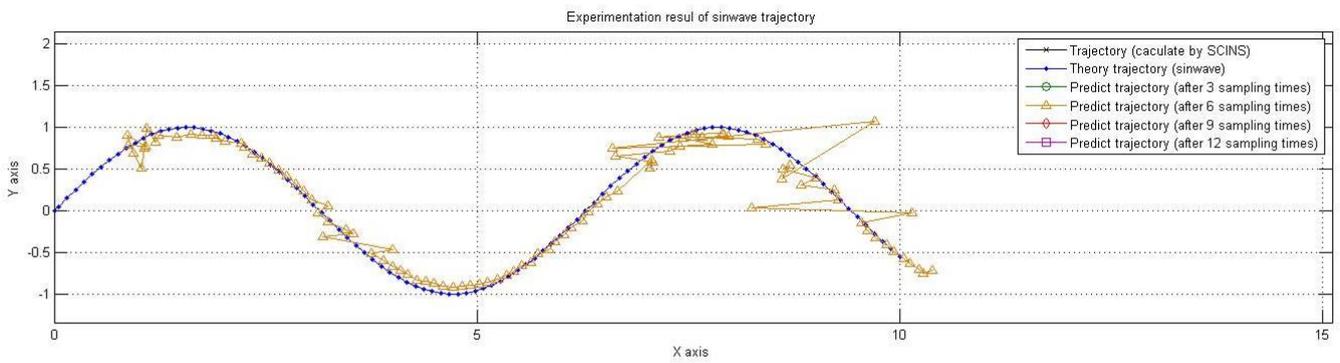


圖 4.49 sin 波形軌跡實驗預測結果(6 個時間點後)

3. 預測 9 個時間點後之軌跡

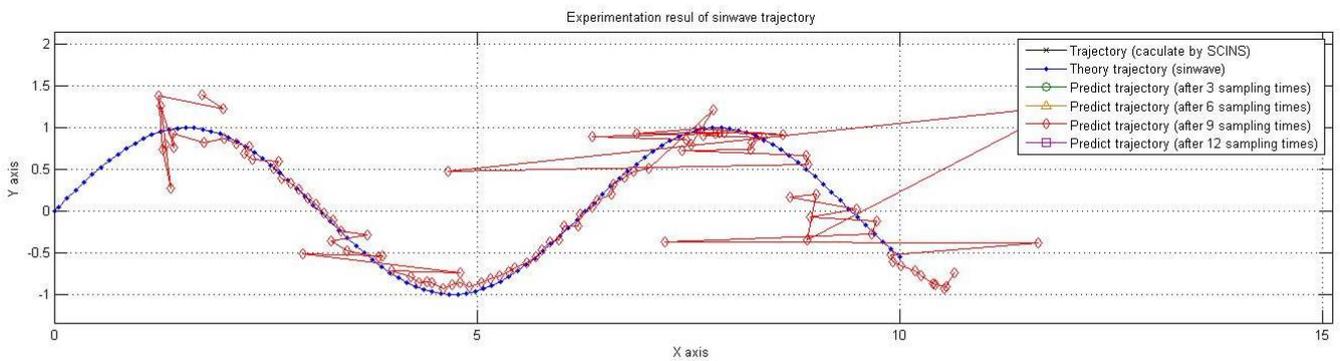


圖 4.50 sin 波形軌跡實驗預測結果(9 個時間點後)

4. 預測 12 個時間點後之軌跡

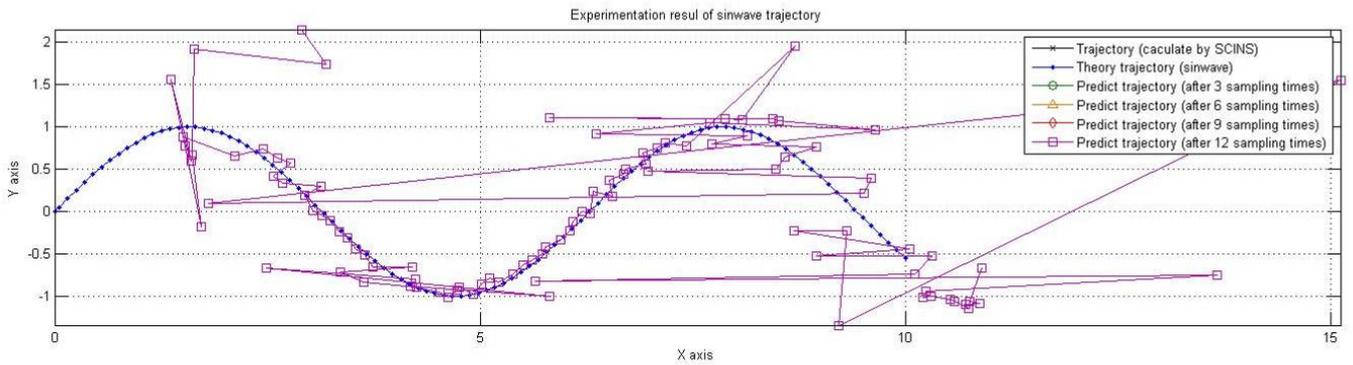


圖 4.51 sin 波形軌跡實驗預測結果(12 個時間點後)

5. 軌跡預測誤差

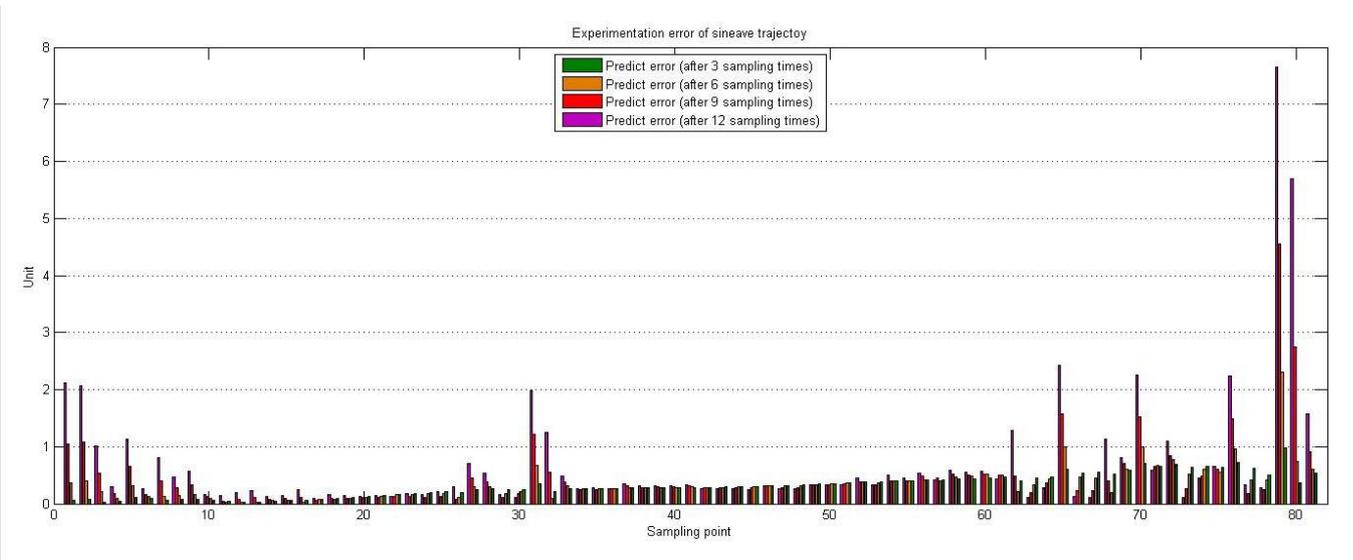


圖 4.52 sin 波形軌跡實驗預測誤差圖

由實驗結果來看，因為 sin 波形軌跡行駛起來又比拋物線軌跡來的曲折，所以會發現上述所說的加速度干擾又更明顯，尤其在行駛至最後段時所受到的干擾最大。

三、半徑 r 之圓軌跡 $y = \sqrt{r^2 - x^2}$

第三種圓弧形軌跡的實驗結果，此種軌跡的實驗條件為半徑 0.5m 長型鋼體繞圓柱旋轉，並擷取 x 軸長度 0.7m 範圍內所構成的圓弧形軌跡，為了能夠與模擬時做適當的比較，將實驗結果等比例無因次化縮小至與模擬相同之尺度（已驗證不會因縮小尺度影響實驗結果）。

1. 預測 3 個時間點後之軌跡

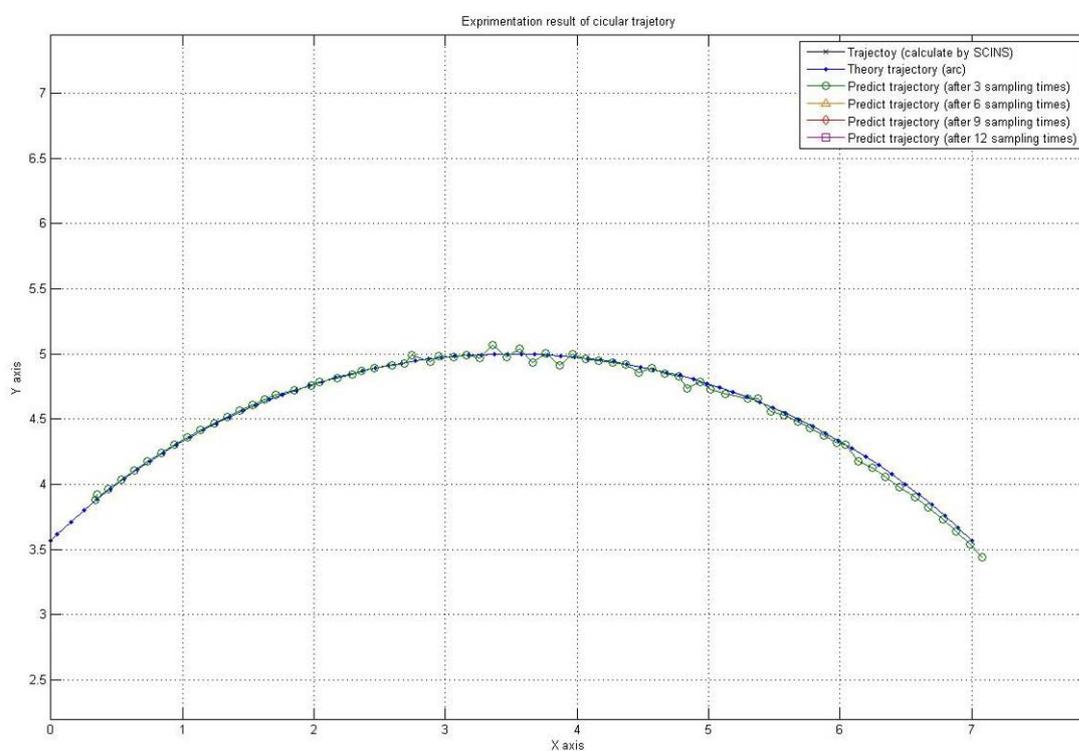


圖 4.53 圓弧形軌跡實驗預測結果(3 個時間點後)

2. 預測 6 個時間點後之軌跡

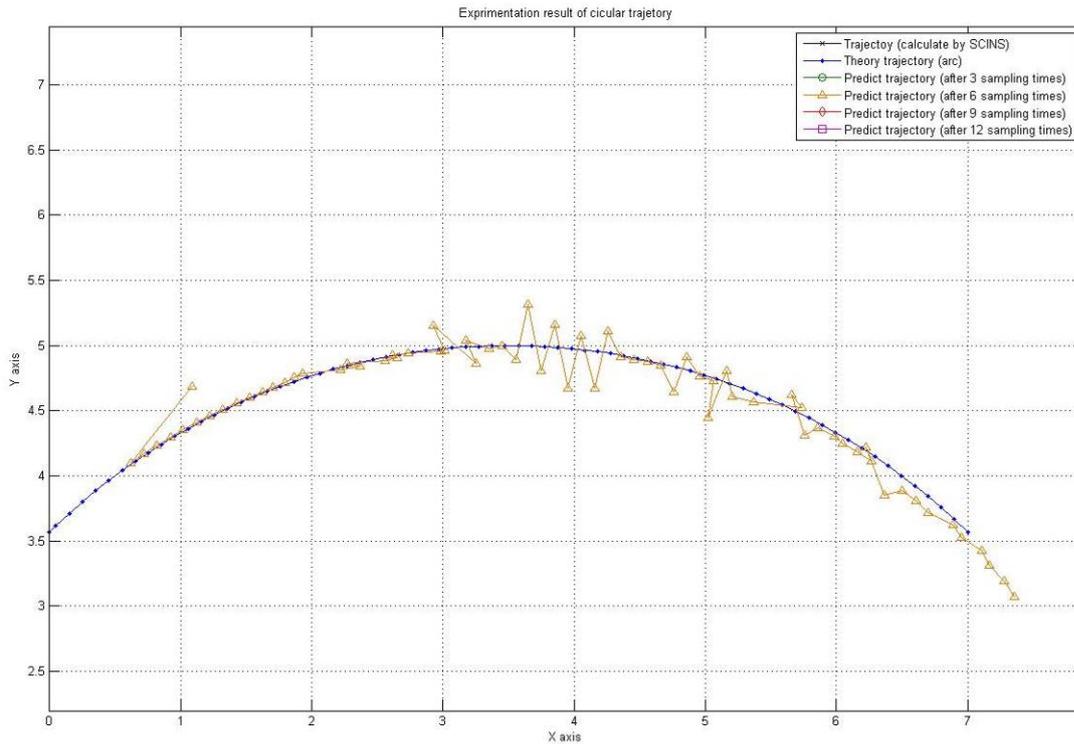


圖 4.54 圓弧形軌跡實驗預測結果(6 個時間點後)

3. 預測 9 個時間點後之軌跡

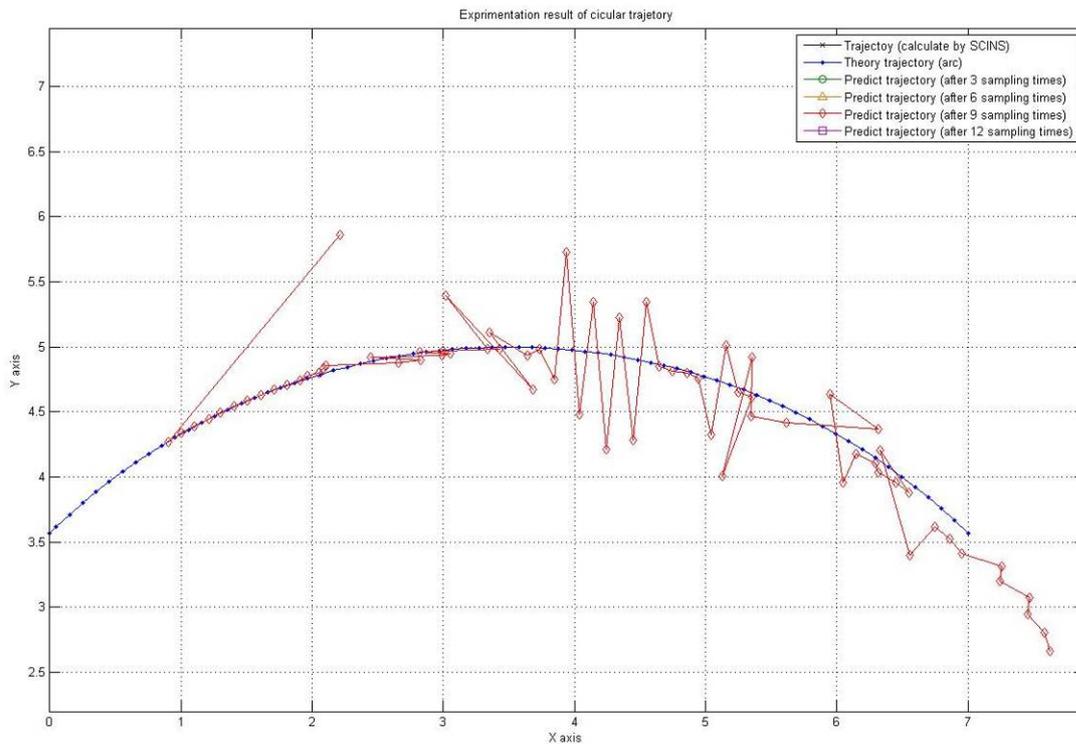


圖 4.55 圓弧形軌跡實驗預測結果(9 個時間點後)

4. 預測 12 個時間點後之軌跡

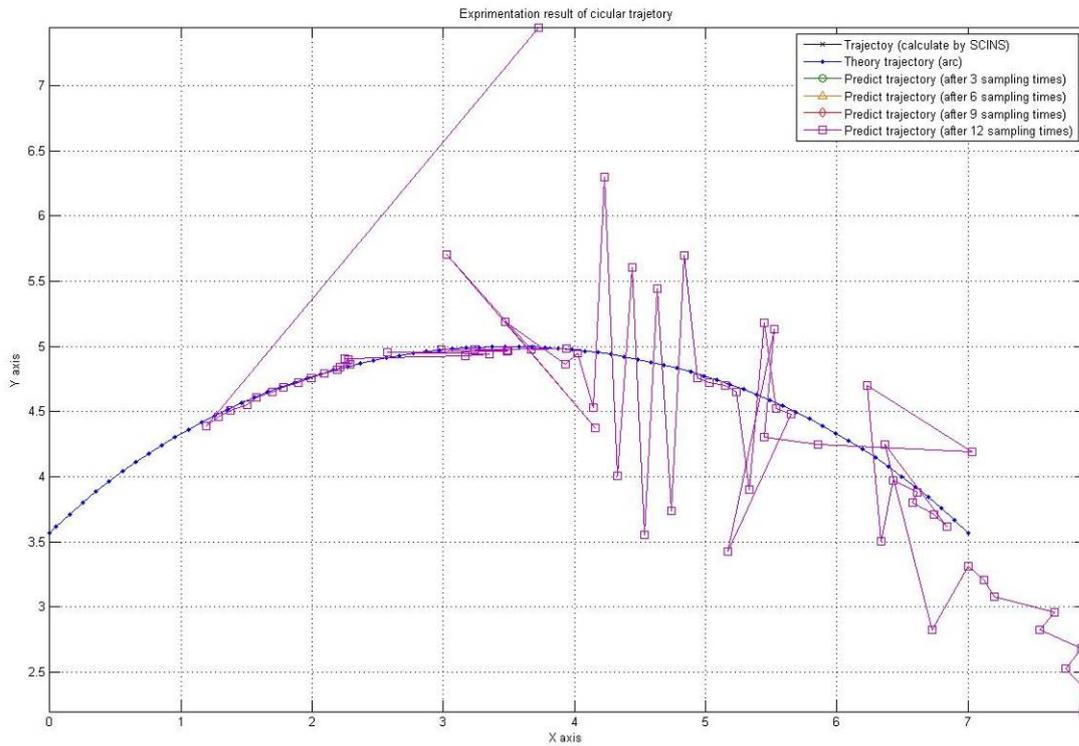


圖 4.56 圓弧形軌跡實驗預測結果(12 個時間點後)

5. 軌跡預測誤差

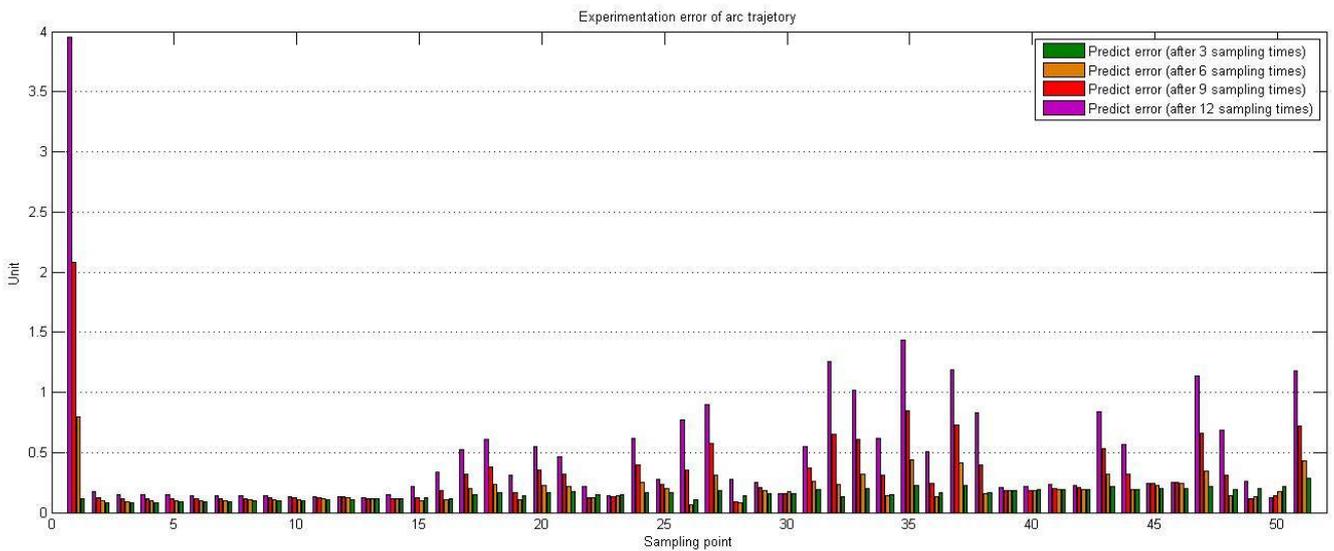


圖 4.57 圓弧形軌跡實驗預測誤差圖

圓弧形的實驗結果發現在最開始與後半段也出現了跳動，雖然跳動較前兩種

軌跡頻繁，但跳動的程​​度較不像前兩種的那麼大，原因主要是因為實驗軌跡的行駛方法與前兩種比較起來比較平穩一些，所以造成的干擾較小。

4.3.2 實驗結果討論

最後針對三種軌跡的預測誤差圖做詳細的討論，首先從誤差圖的 x 軸最開始都會發現有一個突出的誤差，原因是因為載體最開始啟動時會有一個突然的加速度，因此會跳出一個頗大的誤差，而誤差之大小主要取決於實驗最開始之加速，每次實驗都會有不太一樣的改變；再來從整體表現來看，先撇開跳動的誤差點，拋物線軌跡還有 sin 波型軌跡的誤差都是屬於漸漸增加，但是發現拋物線的增加幅度比 sin 波形要來的大，是因為在實驗的時候，拋物線形的行駛速度是呈等比增加，所以加速規所計算出的誤差會越來越多，而且在較高的加速度下所預測出的軌跡誤差也會相對的增加，這點在比較低速度的 sin 波型軌跡實驗結果就可以發現很明顯的對比，所以加速度越高，預測的結果誤差越大；然而相較於前兩種軌跡，圓弧型軌跡的誤差比較偏向平均誤差，到後面有些微的增加，原因是因為較平穩的行駛，因此載體行進的越平穩，預測的結果誤差越小。

而針對那些跳動的誤差點來看，除了最開始啟動的跳動點以外，拋物線的跳動較不頻繁，誤差最大約 3 到 4 個單位，而 sin 波形與原弧形的跳動都屬於後段較為頻繁，而跳動誤差 sin 波形平均為 2 個單位左右，但最大達到 8 個單位，圓弧形平均跳動約 1 個單位，所以可以確定行駛越平穩，跳動誤差越小，並且還有一點是可以確定的，也就是實驗時，SCINS 所量測出的加速度值越為平順則跳動點越少，所以實驗時的軌道車行駛時加速的平穩程度也會深深的影響實驗結果，不能突然又加速又減速。

比照在模擬時追溯至各個取樣點的誤差值，統整比較之後可以得到表 4.7，此表同表 4.2 用了兩種表示法來表示誤差，左邊是以單位來表示，而右邊是以百

分比表示（因為模擬時將 x 軸是定位等速度，所以此處之百分比採用：誤差/y 總距），以下把表 4.7 分作三個部份來討論：

表 4.7 實驗結果綜合比較表

	軌跡	軌跡預測誤差(單位)			軌跡預測誤差(百分比)		
		最大值	最小值	平均值	最大值	最小值	平均值
預測 3	拋物線形	2.0087	0.0377	0.685724	2.01%	0.04%	0.69%
	sin 波形	0.9719	0.0175	0.316673	48.60%	0.88%	15.83%
	圓弧形	0.2828	0.0808	0.155033	5.66%	1.62%	3.10%
預測 6	拋物線形	1.9812	0.0535	0.711812	1.98%	0.05%	0.71%
	sin 波形	2.3109	0.022	0.352098	115.55%	1.10%	17.60%
	圓弧形	0.7992	0.0663	0.19461	15.98%	1.33%	3.89%
預測 9	拋物線形	2.6993	0.0837	0.844054	2.70%	0.08%	0.84%
	sin 波形	4.55	0.0474	0.470322	227.50%	2.37%	23.52%
	圓弧形	2.0807	0.0869	0.31312	41.61%	1.74%	6.26%
預測 12	拋物線形	5.0337	0.0771	1.057356	5.03%	0.08%	1.06%
	sin 波形	7.6535	0.0905	0.694544	382.68%	4.53%	34.73%
	圓弧形	3.9507	0.1239	0.509335	79.01%	2.48%	10.19%

一、第一部份：最大值比較

看到表 4.7 中的最大值之縱列，有淺紅及紅色底的部份一樣為預測 3、6、9、12 個時間點時，哪一種軌跡所得到的誤差最大，以單位來看會發現除了 3 個時間點之預測外都是由最劇烈擺盪的 sin 波形軌跡奪冠，當然其中又以紅色底的預測 12 個單位點誤差最大，但以百分比來比較就都是 sin 波形之誤差較大，所以整體來看誤差最大的還是跟模擬時一樣為 sin 波形。

二、第二部份：最小值比較

從最小值縱列來看淺綠及綠色系底為各個不同預測秒數中之最小值，

綠色則為整體最小值之最低，因為 sin 波形與圓弧形預測軌跡也會與原軌跡有交會之現象，因此最小值都會趨近於 0，所以必須以百分比來看，就可以發現大致上都是以拋物線模擬軌跡預測的結果誤差較低，因此整體表現也驗證了模擬，以拋物線軌跡為優。

三、第三部份：平均值比較

最後要從平均值來看，淺黃色代表最低值，黃色代表最高值，所以可以從百分之結果來看誤差之整體表現，拋物線形於模擬一樣還是最底的，會發現最大的平均誤差與模擬時一樣，拋物線形最小，而 sin 波形最大，唯一較為不同的地方是以單位來看時拋物線形最大，原因如同前面所提到的，是因為這種軌跡到了後段加速越來越快而產生的誤差；因此總結來說，本實驗之軌跡預測表現與模擬結果吻合，是以拋物線形最優，半圓形次之，sin 波形最差。



第五章 結論與未來研究方向

本研究從車輛的動態系統出發，結合了慣性導航系統的概念提出了一種簡易慣性導航系統(Simply Constructed Inertial Navigation System, SCINS)來掌握車輛的動態進而使用其中的感測數值來預測車輛行駛的軌跡，期望能在車輛主動式安全上有所應用，甚至可利用於近年也蓬勃發展的機器人工業，首先利用模擬軟體使用三種軌跡來驗證了預測理論的可行性，其中預測最大達到了 12 個時間點之後，結果最大的平均誤差僅有 1.81%；然後利用控制器及感測元件成功的架設出所構想之簡易慣性導航系統，而此系統在靜止時的使用範圍誤差最大也只有 0.58%；最後架設了三種軌跡的實際軌道平台，將簡易慣性導航系統作了一系列的實驗後證實了其結果與模擬結果相吻合，而且實驗的最大平均誤差也僅在 10.19%，都在合理的範圍之內，往後必定可以進階為實際之應用，並且希望達到更長遠的預測。

本研究所提出的 SCINS 是以最低標準架設，所需經費很低，而實驗的設定 sampling time 為 0.01 秒，所以往後如果可以再購置靈敏度更高以及頻寬更寬的陀螺儀及加速計，將可提高 sampling time，一定可以降低在 4.3 節中所遇到因加速度讀干擾造成預測跳動的現象，還能將預測推至更長遠的時間點，大幅提高此研究實際應用之可行性；然後因為本研究僅以車輛動態來考慮，當然車輛的整體運動另外一大因素也在於人為的控制，所以在未來更期望加入使用者控制的變數來補償所預測的軌跡，達到更精準的預測，更可以再結合現在也有不少研究的軌跡修正方法來將車輛主動式安全推至另一個新的層次，當然若應用於速度更低的移動式機器人之可行性更不在話下。

參考文獻

- [1] Mammarr S., Sainte-Marie J., Glaser S., “*On the Use of Steer-by-Wire Systems in Lateral*”, Robot and Human Interactive Communication, 2001. Proceedings. 10th IEEE International Workshop on 18-21 Sept. 2001 Page(s):487 – 492.
- [2] Yih P, Ryu J, Gerdes JC, “*Modification of vehicle handling characteristics via steer-by-wire*”, IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, 2003.
- [3] Yih P, Gerdes JC, “*Modification of vehicle handling characteristics via steer-by-wire II*”, IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, Vol.13, P. 965-976, 2005.
- [4] BARSHAN B, DURRANTWHYTE HF, “*Inertial navigation systems for mobile robots*”, IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION, Vol.11, P. 328-342, 1995.
- [5] Peng YK, Golnaraghi, M.F., “*A vector-based gyro-free inertial navigation system by integrating existing accelerometer network in a passenger vehicle*”, Position Location and Navigation Symposium, 2004. PLANS 2004 26-29 April 2004 Page(s):234 – 242.
- [6] Peter Luethi, Thomas Moser, “*Low Cost Inertial Navigation System*”, Students project at the Electronics Laboratory of the Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland, 2000.
- [7] Farrell JA, Givargis TD, Barth MJ, “*Real-time differential carrier phase GPS-aided INS*”, IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, Vol. 8, P. 709-721, 2000
- [8] Farrell JA, Tan HS, Yang YC, “*Carrier phase GPS-aided INS-based vehicle lateral control*”, JOURNAL OF DYNAMIC SYSTEMS MEASUREMENT AND

- CONTROL-TRANSACTIONS OF THE ASME, Vol. 125, P. 339-353, 2003
- [9] Milliken, W. F. and Milliken, D. L., “*Race Car Vehicle Dynamics*”, SAE Publication, 1995.
- [10] G.S.Gordon, “*Navigation System Integration*”, GEC Journal of Technology, Vol.15, NO.2, 80-90, 1998.
- [11] Daily R., Bevly DM, “*The use of GPS for vehicle stability control systems*”, IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, Vol.51, P.270-277, 2004.
- [12] A.D. KING, B.Sc., F.R.I.N., “*Inertial Navigation - Forty Years of Evolution*”, Marconi Electronic Systems Ltd, 1998.
- [13] Matsuo, Y., Okada, A., Kasuga, S., and Sekido, S., “*Intelligent Four-wheel-Drive System*”, SAE Transaction, Vol.101, 930670, pp. 53-60, 1993.
- [14] 孔俊凱, “*車輛行走之軌跡預測與軌跡誤差自動修正*”, 國立交通大學機械研究所碩士論文, 2006.
- [15] A. B. Chatfield, “*Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation*”, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1997.
- [16] Hernandez J. I., Kuo C. Y., “*Steering Control of Automated Vehicle Using Absolute Position GPS and Magnetic Markers*”, IEEE Trans. on Vehicular Technology, Vol. 52, No. 1, Jan. 2003, pp 150-161.
- [17] P. G. Savage, “*Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Paart1: Attitude Algorithms*”, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.21, No.1, 19-28, 1998.
- [18] P. G. Savage, “*Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Paart2: Velocity and Position Algorithms*”, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.21, No.2, 208-221, 1998.
- [19] 沉葦倫, “*GPS/INS 整合系統於即時車輛導航之應用*”, 國立交通大學電機與控

制工程研究所碩士論文, 2003.

[20]ADXRS300datasheet

[21]ADXL320datasheet

[22] <http://www.playrobot.com>

