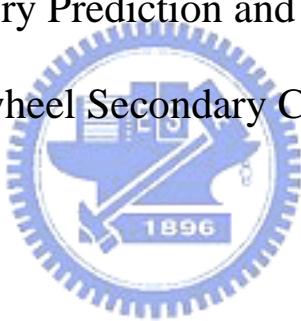


國立交通大學  
機械工程研究所  
碩士論文

車輛行走之軌跡預測及後輪循跡輔助修正

Trajectory Prediction and Tracking  
with Rear-wheel Secondary Compensation



研究 生： 江家栩

指 導 教 授： 秦繼華 博 士

中 華 民 國 九 十 八 年 六 月

車輛行走之軌跡預測及後輪循跡輔助修正

Trajectory Prediction and Tracking

with Rear-wheel Secondary Compensation

研究 生：江家栩

Student : Chia-Hsu Chiang

指導 教授：秦繼華 博士

Advisor : Dr. Jih-Hua Chin

國立交通大學



Submitted to Institute of Mechanical Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University  
in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master of Science  
in  
Mechanical Engineering

June 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中 華 民 國 九 十 八 年 六 月

# 車輛行走之軌跡預測及後輪循跡輔助修正

研究生：江家栩

指導教授：秦繼華 博士

國立交通大學機械工程研究所



當車輛行走於雪地、碎石等路況不良的情況下，往往容易因為輪胎打滑而使得車輛偏離駕駛所希望的軌跡，釀成意外。近年來以控制器為基礎的主動式安全系統逐漸受到重視，使得駕駛者在主動式安全系統的輔助之下，能夠安全、穩定的行駛於嚴峻的路段。

本文嘗試以軌跡的概念來修正車輛行駛發生打滑時的誤差，以『動座標軌跡預測』預測出車輛未來的軌跡，並使用後輪輔助轉向來進行補正。透過即時的預測、運算、及補償，使得駕駛者在路況不良發生打滑時，能夠容易的使車輛回到原來的軌跡之上。

# **Trajectory Prediction and Tracking with Rear - wheel Secondary Compensation**

Student : Chia-Hsu Chiang

Advisor : Jih-Hua Chin

Department of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University



When a vehicle travels under dangerous road conditions, such as snowy or water flooding conditions, the expected trajectory will be disturbed by the tire skiddings. In recent years, active safety systems based on micro controller win in importance.

This paper proposes a skidding correction idea, which takes the feature of trajectory into consideration. First, the future trajectory is predicted by 『Trajectory prediction with dynamic coordinates』. Then, the error is corrected by 『Tracking with rear-wheel compensation』. The proposed idea can assist the vehicle back to the original trajectory easily with the real-time prediction, calculation, and compensation.

## 致謝

兩年的時間說長不長說短不短，從第一次進交大一直找不到工五館，到現在要準備跑離校手續...七百多天的日子眨眼就過去了。這其中值得回憶的事情太多了，第一次修電機系的課、第一次參加油電車隊、第一次為了趕東西睡在工廠...當時感覺都又累又煩辛苦，但現在想起來都是很珍貴的回憶。

由衷的感謝這七百多天中支持與陪伴我的每個人。首先是我的指導老師，秦繼華教授，感謝老師給不但給我在論文上自由發揮的空間，更時常的給予意見及指導，而也常常分享他的經驗藉此教導我做研究，或是將來工作上應該要有的態度。也感謝周長彬老師、楊秉祥老師在 proposal 口試及正式論文口試時提出的建議及批評，讓這篇論文能夠做的更為完善。此外還要感謝實驗室的黃建誠學長，在控制器和腦力激盪時給予的幫助；也謝謝實驗室的夥伴鍾建邦、顏翊凡、鄭才琳、陳進益，也許我們的研究方向不太相同，但也會互相提供一些意見，而我們也都在有限的資源下，達到了我們各自論文研究上的目標。

最後，要感謝我的家人在我求學路上一直默默的陪伴及關心，並在學費及生活費上的支持，讓我也能無後顧之憂的安心度過碩士的生活。

江家栩 謹識

中華民國九十八年六月

新竹 交大

# 目錄

圖目錄.....	I
表目錄.....	IV
符號說明.....	V
第一章 緒論.....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 文獻回顧 .....	2
1.3 研究動機與本文架構 .....	3
第二章 車輛動態數學模型.....	4
2.1 車輛動態 .....	4
2.2 輪胎模型 .....	5
2.3 車輛整體動態 .....	7
第三章 軌跡預測與軌跡補償.....	8
3.1 軌跡預測 .....	9
3.1.1 預測方法 .....	9
3.2 打滑行為 .....	11
3.3 軌跡修正 .....	13
3.3.1 修正概念 .....	13
3.3.2 修正目標 .....	15
3.3.3 修正方法 .....	16
3.3.4 修正計算 .....	17
3.4 小結 .....	18
第四章 軌跡模擬.....	19
4.1 模擬平台 .....	19
4.2 動座標軌跡預測模擬.....	20
4.2.1 穩態軌跡預測模擬 .....	21
4.2.2 打滑軌跡預測模擬 .....	25
4.2.3 外插軌跡預測比較 .....	26
4.3 後輪循跡補償模擬 .....	31
4.3.1 搭配動座標軌跡預測 .....	32
4.3.2 搭配外插軌跡預測法 .....	36
4.3.3 打滑修正模擬 .....	38
4.4 小結 .....	40

第五章 實驗及討論.....	41
5.1 實驗器材 .....	41
5.1.1 車體結構 .....	41
5.1.2 制動器 .....	42
5.1.3 感應器 .....	43
5.1.4 控制器 .....	45
5.2 實驗方法 .....	45
5.3 實驗模擬 .....	46
5.4 實驗數據補償及軌跡計算 .....	47
5.5 實驗軌跡預測 .....	52
第六章 結論與未來展望.....	56
參考文獻.....	57



## 圖 目 錄

圖 2.1 四輪轉向車輛運動模型.....	4
圖 2.2 輪胎側滑示意圖[11] .....	6
圖 3.1 軌跡修正流程示意圖.....	8
圖 3.2 動座標軌跡預測示意圖.....	9
圖 3.3 輪胎特性圖.....	11
圖 3.4 輪胎側向力特性圖[18].....	11
圖 3.5 轉向不足示意圖.....	12
圖 3.6 轉彎過度示意圖.....	12
圖 3.7 TCS 循跡控制系統示意圖[21].....	13
圖 3.8 轉向不足後輪補償示意圖.....	14
圖 3.9 轉向過度後輪補償示意圖.....	14
圖 3.10 後輪循跡補償示意圖.....	15
圖 3.11 後輪循跡補償方法.....	16
圖 3.12 補常量計算.....	17
圖 4.1 預測模擬流程.....	20
圖 4.2 軌跡預測(弧形軌跡).....	21
圖 4.3 軌跡距離誤差(弧形軌跡).....	21
圖 4.4 軌跡預測角度趨勢(弧形軌跡).....	21
圖 4.5 軌跡預測(SIN 軌跡) .....	22
圖 4.6 軌跡距離誤差(SIN 軌跡) .....	22
圖 4.7 軌跡預測角度趨勢(SIN 軌跡) .....	22
圖 4.8 軌跡預測(直 COS 軌跡) .....	23
圖 4.9 軌跡距離誤差(直 COS 軌跡) .....	24
圖 4.10 軌跡預測角度趨勢(直 COS 軌跡) .....	24
圖 4.11 預測打滑軌跡.....	25
圖 4.12 外插軌跡預測法[11] .....	26
圖 4.13 與外插軌跡預測比較(直 SIN 軌跡) .....	28

圖 4.14 與外插軌跡預測比較(弧形軌跡).....	29
圖 4.15 和外插軌跡預測比較(模擬打滑軌跡).....	30
圖 4.16 後輪循跡補模擬示意圖.....	31
圖 4.17 修正前軌跡(弧形軌跡).....	32
圖 4.18 補償量(弧形軌跡).....	32
圖 4.19 修正軌跡(弧形軌跡).....	33
圖 4.20 誤差距離(弧形軌跡).....	33
圖 4.21 車輪轉向角(弧形軌跡).....	33
圖 4.22 修正前軌跡(SIN 軌跡) .....	34
圖 4.23 補償量跡(SIN 軌跡) .....	34
圖 4.24 修正軌跡(SIN 軌跡) .....	35
圖 4.25 誤差距離(SIN 軌跡) .....	35
圖 4.26 車輪轉向角(SIN 軌跡) .....	35
圖 4.27 修正軌跡(弧形軌跡).....	36
圖 4.28 補償量(弧形軌跡).....	36
圖 4.29 誤差距離(弧形軌跡).....	36
圖 4.30 車輪轉向角(弧形軌跡).....	36
圖 4.31 修正軌跡(SIN 軌跡) .....	37
圖 4.32 補償量(SIN 軌跡) .....	37
圖 4.33 誤差距離(SIN 軌跡) .....	37
圖 4.34 車輪轉向角(SIN 軌跡) .....	37
圖 4.35 修正前軌跡(打滑軌跡).....	38
圖 4.36 補償量(打滑軌跡).....	38
圖 4.37 修正軌跡(打滑軌跡).....	39
圖 4.38 誤差距離(打滑軌跡).....	39
圖 4.39 車輪轉向角(打滑軌跡).....	38
圖 5.1 TAMIYA LAND CRUISER 40 CR-01 .....	41
圖 5.2 OVATECH 1/10 車用普級版無刷動力組 B221L37 .....	42
圖 5.3 加速規.....	43

圖 5.4 陀螺儀.....	44
圖 5.5 控制器.....	45
圖 5.6 感測器方向示意圖.....	45
圖 5.7 模擬實驗軌跡.....	46
圖 5.8 模擬實驗誤差.....	46
圖 5.9 角速度.....	47
圖 5.10 加速度.....	47
圖 5.11 平台傾斜示意圖.....	48
圖 5.12 補償後角速度.....	49
圖 5.13 補償後加速度.....	50
圖 5.14 動座標速度.....	50
圖 5.15 絶對速度.....	51
圖 5.16 實驗車軌跡.....	51
圖 5.17 實驗車預測誤差.....	52
圖 5.18 實驗車預測軌跡.....	52
圖 5.19 與其他軌跡預測比較.....	53
圖 5.20 細節比較圖.....	53
圖 5.21 其他預測方法的誤差.....	54
圖 5.22 每點間隔距離.....	54

## 表目錄

表 3.1 工具機加工路徑和車輛軌跡預測之相對關係[11] .....	8
表 4.1 車輛系統模擬參數[11] .....	19
表 5.1 B221L37 動力組規格表 .....	42
表 5.2 SANWA ERG-VX 伺服機規格表 .....	43
表 5.3 陀螺儀特性.....	44
表 5.4 預測誤差比較表.....	55



## 符號說明

$F_{LF}$  作用在前輪之牽引力

$F_{SF}$  作用在前輪之側向力

$F_{LR}$  作用在後輪之牽引力

$F_{SR}$  作用在後輪之側向力

$\delta_F$  前輪轉向角

$\delta_R$  後輪轉向角

$\alpha_F$  前輪側滑角

$\alpha_R$  後輪側滑角

$\beta$  車輛質心側滑角

$V_F$  前輪速度

$V_R$  後輪速度

$V$  車輛質心速度

$V_x$  車輛縱向速度

$V_y$  車輛側向速度

$l_f$  車輛質心與前輪軸距離

$l_r$  車輛質心與後輪軸距離

$m$  車體重量

$\gamma$  偏駛率

$I_v$  車輛質心轉動慣量

$w_L$  左前輪旋轉角速度

$w_R$  右前輪旋轉角速度

$r$  輪胎半徑



# 第一章 緒論

## 1.1 前言

西元 1885 年德國工程師卡爾·賓士(Karl Friedrich Benz)，在德國 Mannheim 製造出第一台有 0.85 馬力的三輪車，大部份學者將此視為歷史上得第一輛汽車。一百多年來汽車已成為世界上最普及的交通工具。隨著時代的變化，我們對於汽車的要求也不僅止於代步，更進一步的要求行車時的安全及舒適，故智慧型車輛也就成了新的開發重點。但光憑機械結構的方法已經無法得到明顯的改善，所以在半導體、微控制器發展成熟之後，將基礎的機械方法與電子、資訊系統相結合，使得汽車在環保、安全、舒適上得到良好的解決。

車輛安全性可分為主動式安全(Active Safety)及被動式安全(Passive Safety)兩大類[1]。前者是指車內裝置會主動預防意外的發生，後者則指提昇車體結構上的可靠度以達到減少傷害的程度。主動式安全換言之，就是利用行車電腦及電子控制，預測出即將有意外發生的可能，而主動的提供駕駛者更為完善的車輛操控性及穩定性。

主動式的安全系統不外乎於當車輛運動於路況不良的場所時，幫助車輛能夠正確、忠實的在駕駛者所希望的軌跡上運動。其中包含在緊急狀況下防止煞車鎖死輪胎造成喪失抓地力而使得車輛打滑的防鎖死煞車系統(Anti-Lock Brake System，ABS)。利用有效的制動力，防止駕駛者因為操作不足或過度而造成的車輛側向不安定運動的橫移防止系統(Vehicle Stability Control，VSC)。縮小車輛旋轉半徑，增加車輛轉動性能的四輪轉向(4 Wheel Steering System，4WS)。為了增加車輛越野性使其能行走於惡劣道路、山路上的四輪驅動(4 Wheel Drive System)。在車輛驅動時打滑旋轉(Oil Spin)時，提昇車輛方向安定性的循跡控制系統(Traction Control System，TCS)，耐人尋味的是雖然 TCS 稱為「循跡」控制，但其本身的控制理念是利用調節控制動力及煞車的方式，使得車輛不會繞原地自轉，其中並沒有「軌跡」的概念在裡面。

隨著控制技術與支援的電腦技術皆以驚人的速度成長，也產生出了各種不同的

控制器及感應器。而整合式的主動式安全系統已經是可以預見的趨勢，近年來更整合了超音波雷達、攝影機影像處理、GPS 全球衛星定位系統、甚至加入微波通訊等使得行車安全能夠獲得更大的保障。

## 1.2 文獻回顧

回顧過去的主動式安全系統的研究，Chiu-Feng Lin, Ulsoy A.G.與美國工程師 LeBlanc D.J.[2]等，於 2000 年提出利用嵌入式的預測系統，利用數值積分線性化的二維車輛模型，透過 Kalman 濾波器在自走車與主動式安全系統上來預測車輛的路徑，來估算車輛側向速度與作用在車輛上的外部干擾大小，藉此避免各種緊急狀況。

同年 Hayama, Nishizaki, Nakano, Katou K[3]提出直接式偏駛力矩控制（Direct Yaw-Moment Control，DYC），分離方向盤和車輪轉向角間的機械式連結，以電子控制系統（Electronic Control Unit，ECU）取代，集合駕駛者方向盤的輸入轉向角，及經由感應器偵測到的車身偏駛率（yaw rate），來修正車輪的轉向角。

M. Pham[4]於 2002 年提出以前車或後車作為追蹤參考點的方法，使用一套包含感測器及控制晶片的電子系統，針對參考點進行速度、方向及距離的估算，和本身比較過後進行修正。

美國 Stanford 大學 Rossetter [5][6]等提出利用 Potential Field Control algorithm，應用在車輛路線維持（Lanekeeping）上，車輛狀態的資訊由車內的感測裝置和車外的 GPS 定位獲得，經由 Kalman 濾波器的計算，可得到實際偏駛率和加速度相對於期望值間的誤差，再加以修正。這使得那些利用施加不同煞車力（Differential Braking）在各輪來增加車輛穩定性的控制系統，可以在不需滿足特定輪胎特性的狀態下調整最佳的煞車力。

2006 年日本名古屋大學的 S. Hosoe[7]和 TOYOTA 團隊提出一套由駕駛到制動力的階級式(hieretical)控制，並將最佳化方式引入以達到最佳補償效果，達到最短時間煞車及避障的效果。

新加坡南洋理工學院的 Wang [8]針對四輪轉向車輛的轉向提出了兩種演算法：

Rotation planning、Translation planning，藉此提高四輪轉向車輛的靈敏性。並在 2006 年提出了以瞬時轉動中心的概念來當作 4WS 轉向分析的論點[9]。

### 1.3 研究動機與本文架構

在駕駛車輛時，只要行駛在駕駛預期的路線附近，通常就不會發生事故。而工具機在進行加工時也有類似的情況，當進行價值昂貴的超精密加工時，刀頭、工件的移動路線更是被嚴格的要求。是以產生出了將兩者的概念將結合的想法。而工具機加工和車輛行駛最大的不同點有二：第一，工具機上有絕對座標可提供精準的定位，而車輛行駛於大地座標上的定位相當不容易。第二，工具機加工的路線為預先設計好的軌跡，而車輛行駛的軌跡卻是時時刻刻產生的。故要將工具機的軌跡修正導入車輛行駛軌跡修正，勢必要加入軌跡的預測。

黃建誠[10]提出簡單的車輛打滑判斷及後輪修正的概念，Chin [11]提出有效的軌跡預測及輪廓誤差修正方法。因此本文將結合預測、及後輪修正的觀念，試著從軌跡的角度發展出一套有效的輔助轉向系統，使得車輛的行駛能夠更加安全。

本文首先由感應器取得的資料計算預測出未來的軌跡，同時由感測器取得當下的車輛偏移量，將此兩項資料相互比較之後，再經由一套演算的法則，最後得到後輪所需補償的角度，使得車輛軌跡能夠趨近於預測軌跡。

將本文分章逐項研究重點簡單整理如下：

第二章『車輛動態數學模型』：以動力學描述車輛在運行時的速度、加速度、及受力之間的數學關係，推導出四輪轉向的腳踏車模型(bicycle model)。

第三章『軌跡預測與軌跡補償』：提出預測方法：『動座標軌跡預測』及討論車輛打滑後提出修正方法：『後輪循跡補償』。

第四章『軌跡模擬』：使用 MATLAB 建立車輛軌跡模擬平台，模擬軌跡預測及後輪補償的效果。

第五章『實驗及討論』：將理論方法實際實行於實驗車上，驗證其可行性。

第六章『結論』：總結本研究之成果，並提出未來之展望。

## 第二章 車輛動態數學模型

車輛的運動是一套複雜的系統，需要由許多部份來描述，如引擎系統的動力輸出、傳動系統的動力分配，甚至懸吊系統的剛性等。若將車輛看成整個系統，輸入端為駕駛，可以控制的參數為兩個自由度的轉向和動力，輸出即為車輛動態。而當發生路面顛簸、強風擾動、輪胎打滑或人為的不當操作時，會對系統造成干擾，進而反應出駕駛所不願的車輛動態。

車輛在空間中會有六個自由度的行為，分別為前進 (Forward)、側移 (Lateral)、上下 (Vertical)、翻滾 (Roll)、顛簸 (Pitch) 及偏移 (Yaw)。本章推導的車輛動態模型主要參考自[12]，主要討論車輛的平面運動，故不討論 Z 方向的空間運動。假設一輛四輪轉向的車輛左右完全對稱，則可簡化為前後各一輪的腳踏車模型。本章將由力學角度分析車輛及輪胎的動態，推導出四輪轉向車輛的線性化動態模型。

### 2.1 車輛動態

一個機動車輛是由分佈於其外殼內許多元件所組成的，然而在許多的分析中，所有的元件是一起運動的。因此可將其表示為一於質心位置，具有適當集中質量及慣量性質的模型，並同時考慮四個輪胎的運動行為，這裡我們所探討的汽車模型，是將四個輪子簡化為類似於腳踏車的兩輪動態模型，因此可將車輛運動時的速度及受力情形描繪如圖 2.1 所示。

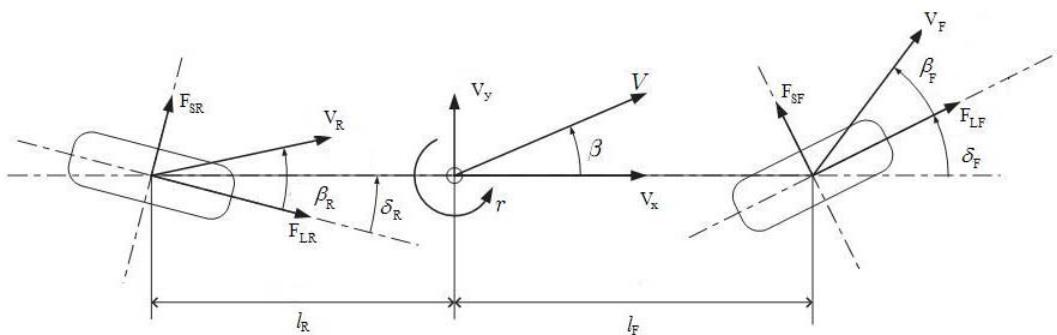


圖 2.1 四輪轉向車輛運動模型

參照圖 2.1，本文中定義  $\delta_f$ 、 $\delta_r$  逆時針旋轉為正， $V_x$  朝  $x$  軸方向為正， $V_y$ 、 $a_y$  朝  $y$  軸方向為正， $\gamma$  以對  $z$  軸逆時針旋轉為正。由牛頓第二定律可以簡單的將此車輛運動分為平移系統及旋轉系統[13]。

**平移系統：**

$$\begin{aligned} m\vec{a} &= \sum \vec{F} \\ \vec{a} &= \dot{\vec{v}} + \vec{w} \times \vec{v} \\ &= (\dot{v}_x \vec{i} - \dot{v}_y \vec{j}) + (-\gamma \vec{k}) \times (v_x \vec{i} - v_y \vec{j}) \\ &= (v_x - \gamma v_y) \vec{i} - (\dot{v}_y + \gamma v_x) \vec{j} \end{aligned}$$

考慮側向力的平衡( $\vec{j}$  方向)，車體所受的側向力為前後輪受到的側向力的總和。假設車體左右對稱，則車體所受到的側向力可表示為以下：



$$\begin{aligned} ma_j &= \sum F_y \\ m(\dot{v}_y + \gamma v_x) &= 2(F_{LF} \times \sin \delta_F + F_{SF} \times \cos \delta_F) + 2(-F_{LF} \times \sin \delta_R + F_{SR} \times \cos \delta_R) \quad (2.1) \end{aligned}$$

**旋轉系統：**

考慮車體的旋轉運動，由圖 2.1 可知前輪對於車體質心提供一個逆時針的力矩，而後輪對於車體質心則提供一個時針的力矩。在車體對稱的情況下，對於  $z$  軸的力矩平衡可以表示成：

$$\tau_z = 2F_{SF} \cos \delta_F \times l_F - 2F_{SR} \cos \delta_R \times l_R \quad (2.2)$$

## 2.2 輪胎模型

車體在穩定直線運動時，車體速度方向和輪胎轉動方向一致，而當轉彎或發生側移運動時，車體速度方向和輪胎轉動方向會呈現一個夾角，稱為側滑角 (slip angle， $\beta$ )。此時輪胎受到一個和輪胎轉向趨勢方向相同方向的側向力 (lateral force， $F$ )，將車體推向目標方向。其中關係如圖 2.2 所示。

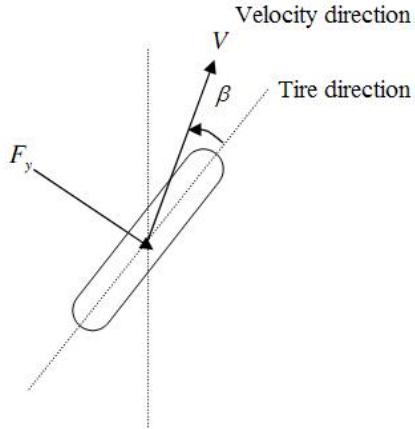


圖 2.2 輪胎側滑示意圖[11]

對於一個固定的輪胎負載而言，轉向力的絕對值大小會隨著側向力的絕對值大小增加而增加。當側滑角為一小角度(小於 5 度)，且輪胎與地面無滾動阻力(及牽引力為零)時，側向力和側滑角的關係可表示如下：

$$F_{SF} = -C_F \times \beta_F$$

$$F_{SR} = -C_R \times \beta_R$$

當右轉時，側滑角為正，此時側向力為負。

當左轉時，側滑角為負，此時側向力為正。



而其中側滑角  $\beta$  可由速度夾角和輪胎轉向角相減得到(如圖 2.1)

$$\beta_F = \tan^{-1}\left(\frac{v_{Fy}}{v_{Fx}}\right) - \delta_F = \tan^{-1}\left(\frac{v_x \beta + \gamma \times l_F}{v_x}\right) - \delta_F \approx \beta + \frac{\gamma \times l_F}{v_x} - \delta_F \quad (2.3)$$

$$\beta_R = \tan^{-1}\left(\frac{v_{Fy}}{v_{Fx}}\right) + \delta_R = \tan^{-1}\left(\frac{v_x \beta - \gamma \times l_R}{v_x}\right) + \delta_R \approx \beta - \frac{\gamma \times l_R}{v_x} + \delta_R \quad (2.4)$$

此時側向力可表示為

$$F_{SF} = -C_F \times \left(\beta + \frac{\gamma \times l_F}{v_x} - \delta_F\right) \quad (2.5)$$

$$F_{SR} = -C_R \times \left(\beta - \frac{\gamma \times l_R}{v_x} + \delta_R\right) \quad (2.6)$$

其中  $C_F$ 、 $C_R$  為轉向剛度(cornering stiffness)。轉向剛度主要與輪胎的參數相關，如：

輪胎尺寸、形式、胎層數、胎線角度及胎紋。

## 2.3 車輛整體動態

當轉向角  $\delta$  為一小角度，縱向速度保持定值時，則(2.1)(2.2)可表示為[14]

$$m(v_x \dot{\beta} + \gamma v_x) = 2F_{SF} + 2F_{SR} \quad (2.7)$$

$$\tau_z = 2F_{SF} \times l_F - 2F_{SR} \times l_R \quad (2.8)$$

將(2.5)(2.6)代入(2.7)可得

$$m(v_x \dot{\beta} + \gamma v_x) = 2[-C_F \times (\beta + \frac{\gamma \times l_F}{v_x} - \delta)] + 2[-C_R \times (\beta - \frac{\gamma \times l_R}{v_x} + \delta)]$$

整理可得

$$\dot{\beta} = \frac{-2(C_F + C_R)}{mv_x} \beta + [\frac{2(-C_F l_F + C_R l_R)}{mv_x^2} - 1] \gamma + \frac{2C_F}{mv_x} \delta_F - \frac{2C_R}{mv_x} \delta_R \quad (2.9)$$

將(2.5)(2.6)代入(2.8)可得

$$I_z \times \dot{\gamma} = -2C_F \times (\beta + \frac{\gamma \times l_F}{v_x} - \delta_F) \times l_F + 2C_R \times (\beta - \frac{\gamma \times l_R}{v_x} + \delta_R) \times l_R$$

整理可得

$$\dot{\gamma} = \frac{2(-C_F l_F + C_R l_R)}{I_z} \beta + \frac{-2(C_F l_F^2 + C_R l_R^2)}{I_z v_x} \gamma + \frac{2C_F l_F}{I_z} \delta_F + \frac{2C_R l_R}{I_z} \delta_R \quad (2.10)$$

結合(2.9)(2.10)得到

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-2(C_F + C_R)}{mv_x} & \frac{2(-C_F l_F + C_R l_R)}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{2(-C_F l_F + C_R l_R)}{I_z} & \frac{-2(C_F l_F^2 + C_R l_R^2)}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2C_F}{mv_x} & -\frac{2C_R}{mv_x} \\ \frac{2C_F l_F}{I_z} & \frac{2C_R l_R}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_F \\ \delta_R \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

將  $\beta = \frac{v_y}{v_x}$  代入(2.9)可得到[15]

$$\dot{v}_y = \begin{bmatrix} -2(C_F + C_R) & 2(-C_F l_F + C_R l_R) \\ mv_x & mv_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ \gamma \end{bmatrix} + \frac{2C_F}{mv_x} \delta_F - \frac{2C_R}{mv_x} \delta_R \quad (2.12)$$

(2.11)為四輪轉向車輛  $\beta$ 、 $\gamma$  的線性化狀態空間方程式

(2.12)為四輪轉向車輛  $v_y$  的線性化狀態空間方程式

### 第三章 軌跡預測與軌跡補償

本文的構想來自於工具機中精確的軌跡控制，在進行高成本的精密加工時，對於刀頭軌跡有很精確的控制，於是乎有了將工具機軌跡控制導入車輛運動軌跡控制的想法。而工具機和汽車軌跡最大的不同點在於，工具機的軌跡是預先設定的，而汽車的軌跡是時時刻刻在產生的。所以我們需要一個軌跡預測來預先產生出路徑，再針對預測的軌跡來做修正。

工具機加工路徑修正及車輛軌跡修正的比較關係如下表 3.1 所示。

表 3.1 工具機加工路徑和車輛軌跡預測之相對關係[11]

Machine tool		Vehicle
trajectory arranging	↔	trajectory prediction
cutting tool trajectory	↔	vehicle trajectory
error between arranged trajectory and real trajectory	↔	error between predicted trajectory and real trajectory

本文的預測、修正流程如圖 3.1 所示，先由車上的感應器取得角速度、加速度資料，由控制器進行動座標軌跡預測的計算，再由後輪循跡補償方法算出後輪補償量，以達到循跡修正的目的。本章將分別介紹動座標軌跡預測，打滑行為討論，及後輪循跡補償。

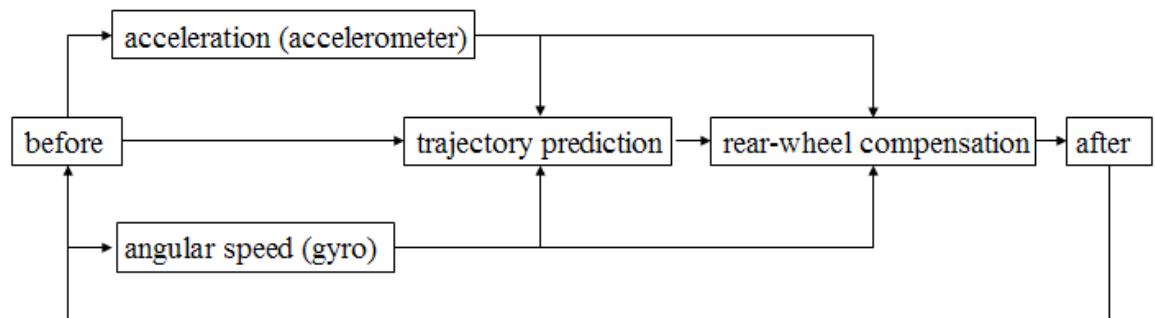


圖 3.1 軌跡修正流程示意圖

### 3.1 軌跡預測

軌跡預測的概念源自於 Chin [11] 中的概念，但其提出的三種預測方法或多或少皆有延遲反應的現象，經由第四章的模擬發現對於修正會產生不良的影響，故本節提出一種參考即時車輛速度和旋轉運動而進行預測的動座標軌跡預測方法，目的在於減少此一延遲的現象。

假設車輛的軌跡有一定的連續性及規則性，則可把整體軌跡看成許多瞬間軌跡的總和，為求得精確之預測軌跡，本研究藉由當下的行車資訊：速度、角速度，提出動座標軌跡預測，並經由軟體模擬不同的軌跡來比較預測之精準度。

動座標軌跡預測是在車輛運動的途中利用瞬時動態即時預測的演算法，其方法主要概念將車輛視為一個剛體，並在車輛上假定一個動座標。在行進過程中，車輛會依照當下的速度在動座標上做平移運動，且此動座標會隨車身偏擺而改變和絕對座標的夾角，利用此兩項關係，即可推測出瞬間車輛未來的目標，並在絕對座標上形成軌跡。

#### 3.1.1 預測方法

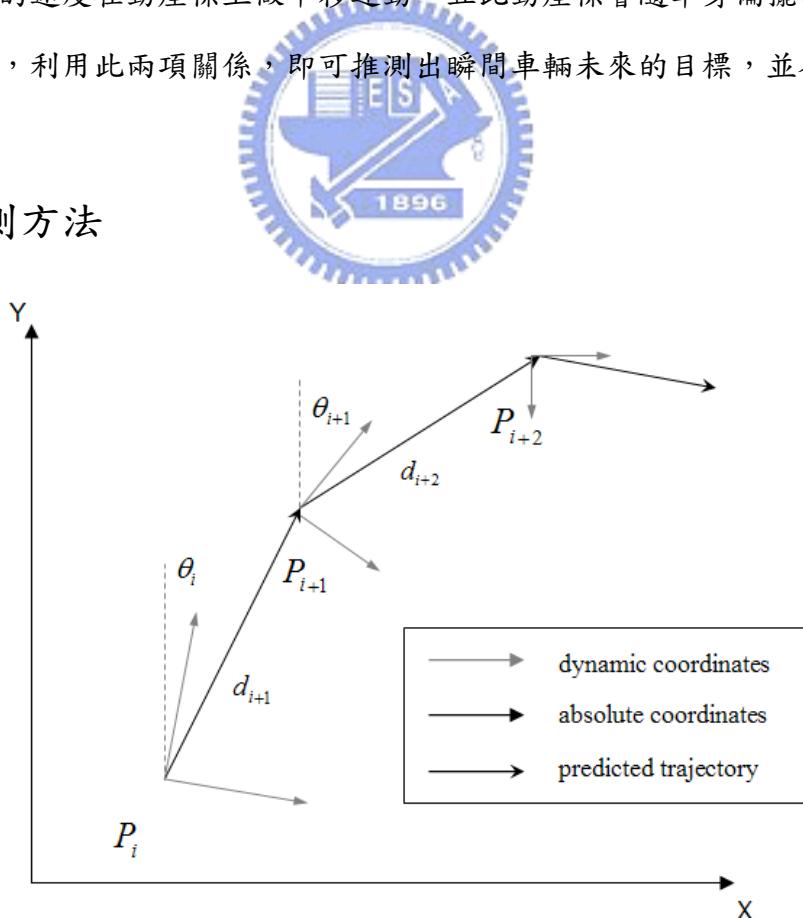


圖 3.2 動座標軌跡預測示意圖

圖 3.2 中符號所代表的意義分別為

$P_i$ ：目前車輛位置

$P_{i+1}$ ：車輛下一時間點位置

$P_{i+2}$ ：車輛下二時間點位置

$\theta_i$ ：車輛目前偏駛角

$\theta_{i+1}$ ：車輛下一時間點偏駛角

$d_{i+1}$ ：目前和下一時間點的距離

$d_{i+2}$ ：下一時間點和下二時間點的距離

由於車輛行駛時會帶動整個車體運動，裝設在車輛中的感測器也會隨之發生偏擺，

故假設一個動座標置於車輛上，其 x 分量朝向車頭。

$P$ 、 $d$ 、 $\theta$  在動座標的關係為

$$d_{i+1} = P_{i+1} - P_i \quad (3.1)$$

$$v_{xi} = v_{x0} + a_{xi} \times \Delta t \quad (3.2)$$

$$v_{yi} = v_{y0} + a_{yi} \times \Delta t \quad (3.3)$$

其中  $v$  為速度， $a$  為加速度，假設可遵循牛頓運動定律為一線性關係如下

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (3.4)$$

則  $d_{i+1}$  在動座標 x、y 分量分別可表示為

$$d_{xi} = v_{xi} \Delta t + \frac{1}{2} a_{xi} \Delta t^2 \quad (3.5)$$

$$d_{yi} = v_{yi} \Delta t + \frac{1}{2} a_{yi} \Delta t^2 \quad (3.6)$$

以上關係皆在動座標之上，加入偏駛角  $\theta_i$  後可轉入絕對座標並得到預測點在絕對座

標的位置， $\theta_i$  及預測點的 x、y 分量分別為

$$\theta_i = \theta_i + \gamma_i \times t \quad (3.7)$$

$$P_{xi+1} = P_{xi} + d_x \cos \theta_i - d_y \sin \theta_i \quad (3.8)$$

$$P_{yi+1} = P_{yi} + d_x \cos \theta_i + d_y \sin \theta_i \quad (3.9)$$

重複以上動作即可得到整個運動的軌跡。

### 3.2 打滑行為

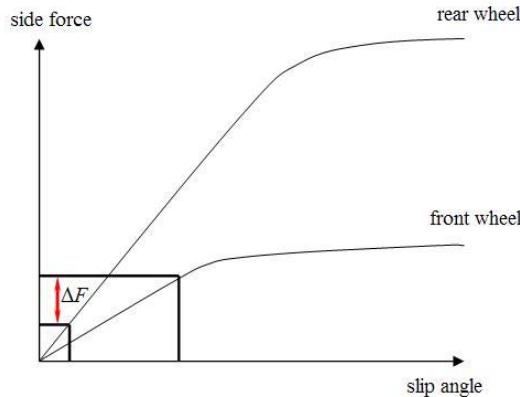


圖 3.3 輪胎特性圖

在決定修正方法之前，必須先定義打滑行為。本文定義的打滑行為指的是由於前後輪側向力分配不平均所導致實際軌跡和駕駛預期軌跡產生偏差的現象。

側滑角和側向力會依照環境的不同，而有某種線性的關係，在線性範圍內當環境確定後，增加側滑角也同時增加了側向力。

這邊討論轉彎時輪胎側滑角和側向力的分佈情形，如圖 3.3 所示，車輛轉彎實際上就是一個側向力的作用，當車輛進行穩定過彎的時候，前輪的側向力和後輪側向力差值  $\Delta F$  會呈現一個穩定或是變化不大的值，使得車體受到一個穩定的總側向力，對車體質心產生使車輛轉彎的力矩。

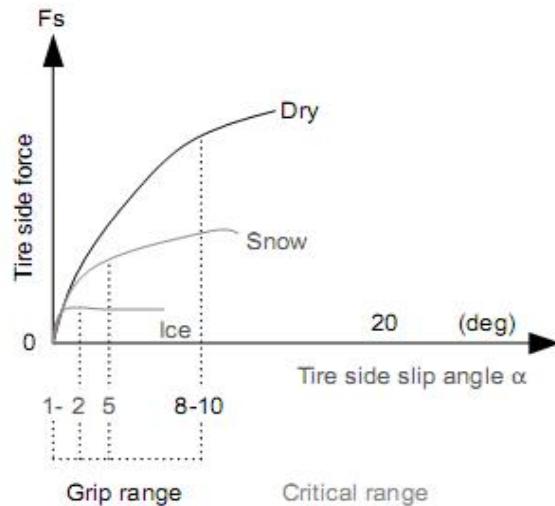
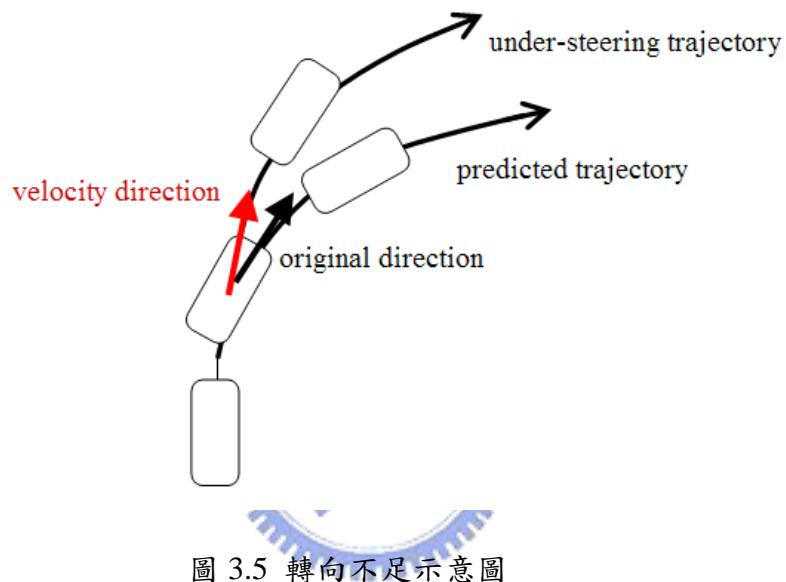


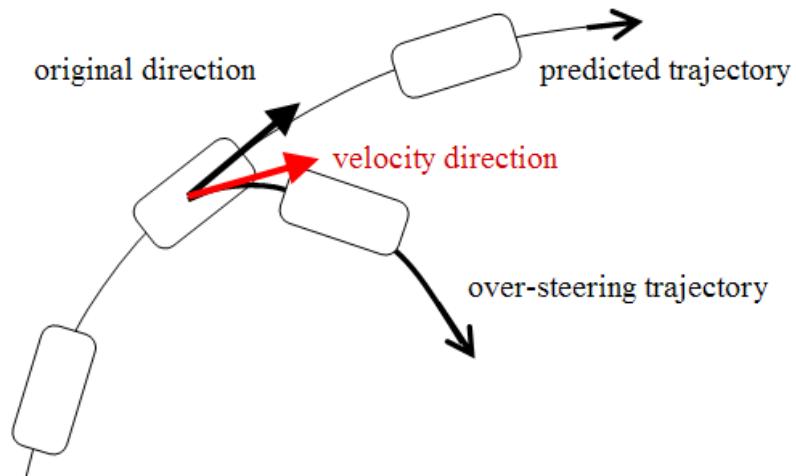
圖 3.4 輪胎側向力特性圖[18]

路面狀況突然改變，會造成輪胎的側向力發生劇烈變化(如圖 3.4)，圖 3.3 的輪胎特性曲線連帶變化，或是由於車速過快，會使得側滑角快速增加而輪胎的側向力達到飽和，此時由於側向力的不穩定變化，會造成車輛總側向力的不穩定，而使得車輛產生軌跡的偏離。而依照側向力變化的結果，可將打滑行為分為轉向不足及轉向過度。

-轉向不足(under-steering)



-轉向過度(over-steering)



### 3.3 軌跡修正

#### 3.3.1 修正概念

目前普遍針對轉向進行修正的方法為循跡控制系統(Tracking Control System, TCS)，藉由追蹤側向力訊號的改變，對於單邊輪胎進行煞車以改變側向力的分佈。以圖 3.7 修正轉向不足為例

1. TCS 於右轉發生轉向不足時，針對內側的車輪施加煞車，使車輛受到一個順時針的力矩，使得車輛的轉彎半徑降低。
2. 車輛恢復穩定狀態，達到修正轉向不足的目的。

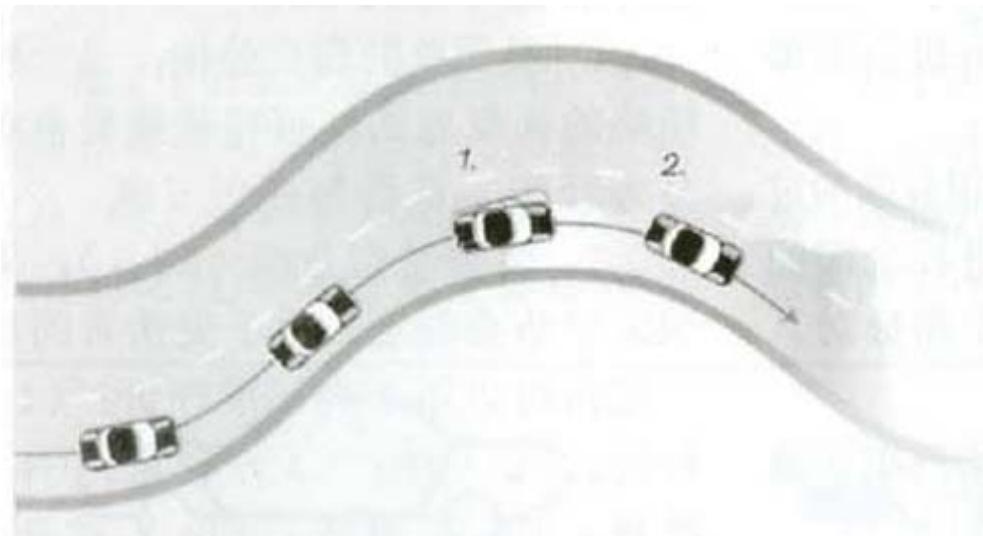


圖 3.7 TCS 循跡控制系統示意圖[21]

後輪循跡補償方法則是以軌跡的觀點作為修正的依據，透過改變車輪的轉向角以達到調整軌跡的目的。雖不同於 TCS 以側向力作為依據，但事實上由輪胎側向力特性示意圖(圖 3.3)可看出，調整車輪轉向角也間接的調整了側向力，故追本溯源不管是 TCS 或是後輪循跡補償都脫離不了車輛轉向時的物理現象，只是從不同的角度著手去修正同一件事情。

如圖 3.8，未加入後輪補償前，在轉彎時前輪順時針轉動使得車輛沿著軌跡 A 進行轉向，而加入後輪補償後，後輪逆時針旋轉一個角度，使得後輪受到一個向外的側向力，此側向力對車輛造成一個順時針的力矩，使得車輛轉彎的半徑變小，使車輛沿軌跡 B 行進，達到修正轉向不足的效果。

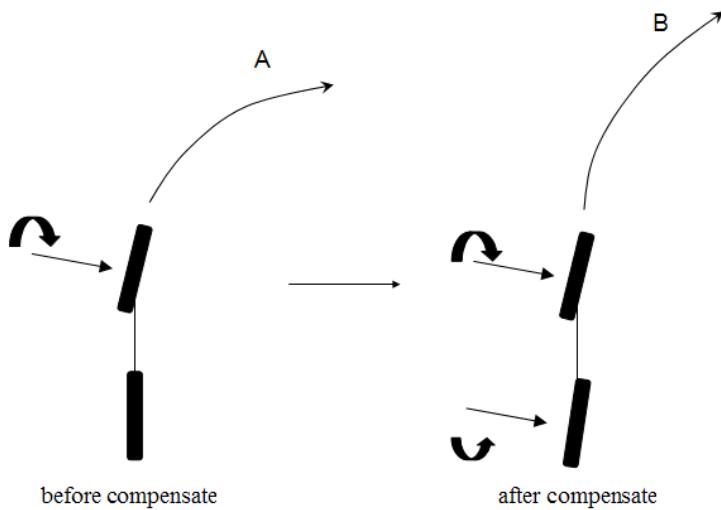


圖 3.8 轉向不足後輪補償示意圖

而修正轉向過度也是相同，如圖 3.9，加入後輪補償後，後輪順時針旋轉一個角度，使得後輪受到一個向內的側向力，此側向力對車輛造成一個逆時針的力矩，使得車輛轉彎的半徑變大，沿軌跡 B 進而達到修正轉向不足的效果。

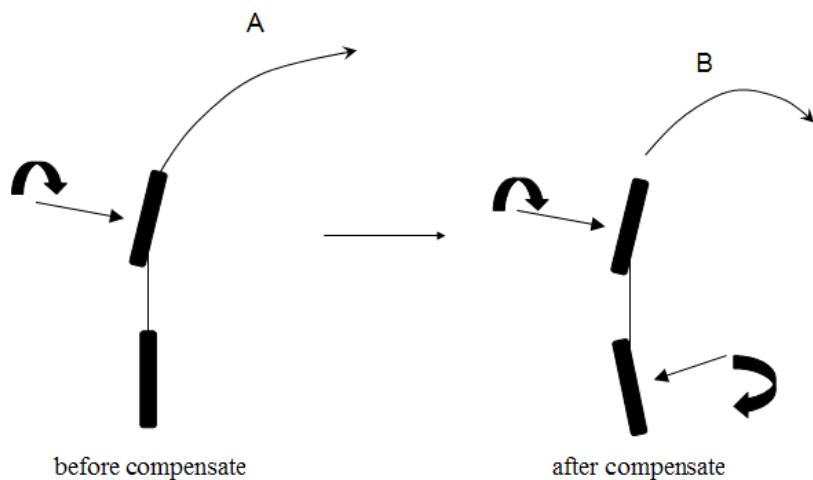


圖 3.9 轉向過度後輪補償示意圖

### 3.3.2 修正目標

若預測軌跡準確，則在正常行駛下的車輛軌跡應與預測軌跡相近，而當意外發生時會因為物理狀態的改變而使得車輛軌跡偏離預測軌跡，此修正方法對於轉向過度及轉向不足的原理及方式皆相同，故以下單以修正轉向過度為例做說明。

由轉向過度示意圖 3.6 可知，當轉向過度發生時，車頭會先產生一個很大的偏擺，接著整個沿著打滑軌跡而發生意外。

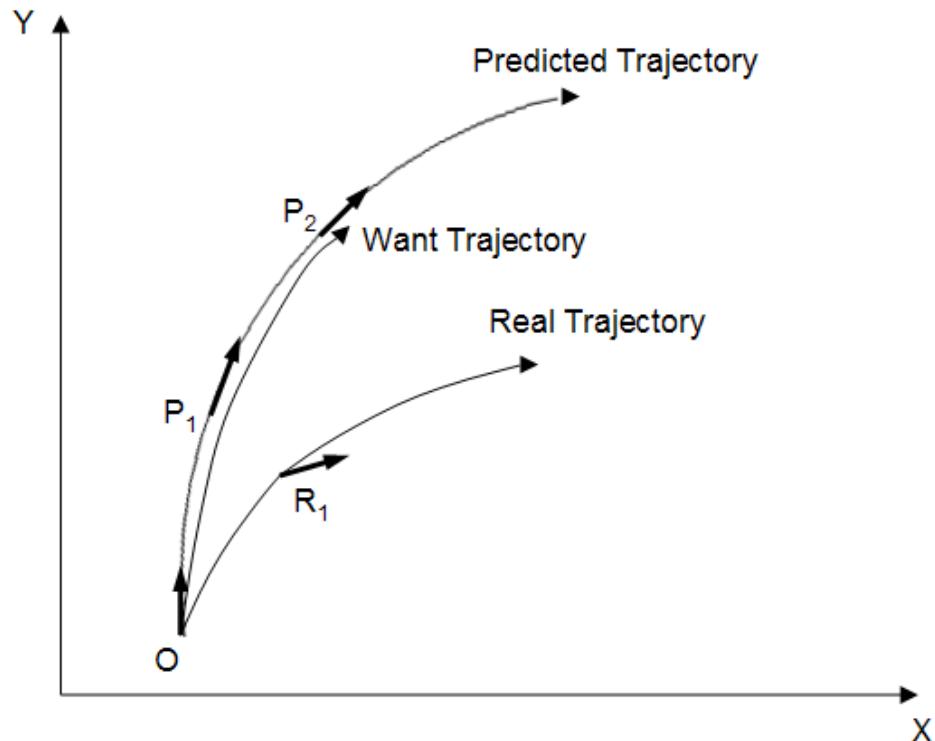


圖 3.10 後輪循跡補償示意圖

如圖 3.10，本修正的目標為將原本會經過  $R_1$  的偏差軌跡(Real Trajectory)，經過參考經過  $P_1$ 、 $P_2$  預測軌跡(Predicted Trajectory)後，透過後輪補償修正過後，修正為接近預測軌跡的修正軌跡(Want Trajectory)。

### 3.3.3 修正方法

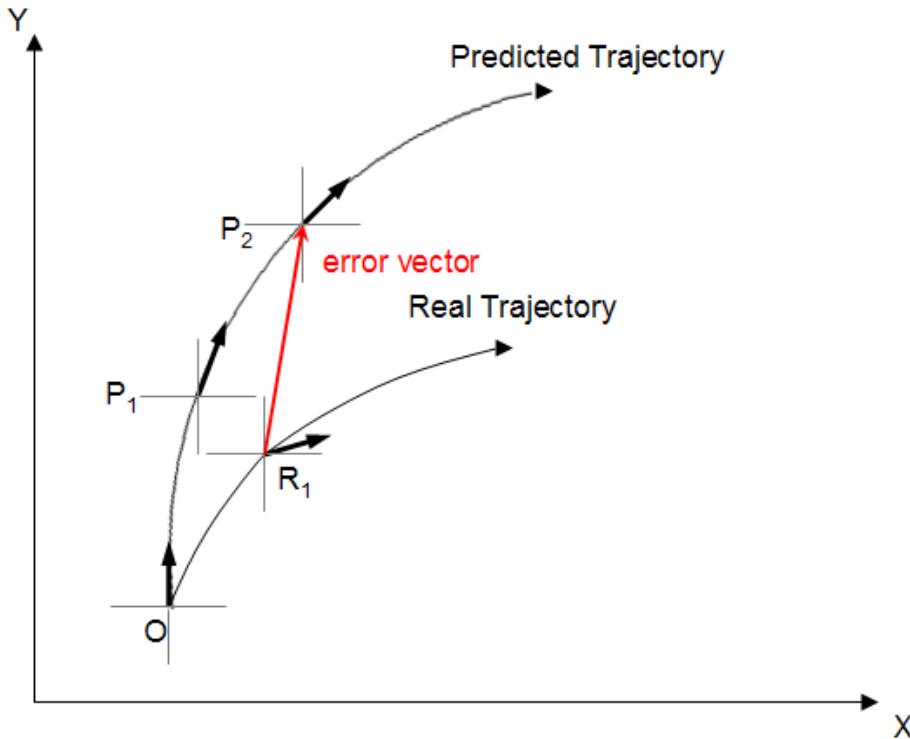


圖 3.11 後輪循跡補償方法

如圖 3.11，當車輛在 O 點時，經由軌跡預測方法可預測出下一個時間點  $P_1$  和下二時間點  $P_2$  的位置，而經由陀螺儀所讀到的角速度可預測出  $R_1$  點的車頭偏擺。此方法的目標在於使車輛經由當下計算出的  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $R_1$  三點的資料進行運算之後，產生出後輪應該進行補償的角度，而藉由此修正，使車輛行駛的軌跡趨近於預測值。

修正的目標訂定為使  $R_1$  變更至  $P_2$ ，不同於以往研究將  $R_1$  變更至  $P_1$  的原因在於考慮到車輛的慣性影響，將目標點設定於可以使車輛在慣性及補償的效果下沿著近似圓弧  $OP_1P_2$  的 Want Trajectory 行駛。

將  $R_1$  與  $P_2$  兩點的誤差設定為 error vector。此向量可分別看成距離誤差和角度誤差，由觀察得知車頭方向對於轉向過度的影響極大，故本修正僅對角度誤差進行修正，距離誤差則交給駕駛處理。

不對前輪及距離誤差進行控制的原因在於，在過去歷史上有發生過多起控制過當而造成嚴重意外的例子，故本文所設定的目標是一套輔助駕駛進行安全行駛的系統，不宜介入大量的控制，所以主要針對最關鍵的偏擺問題經由後輪補償做的處理。

### 3.3.4 修正計算

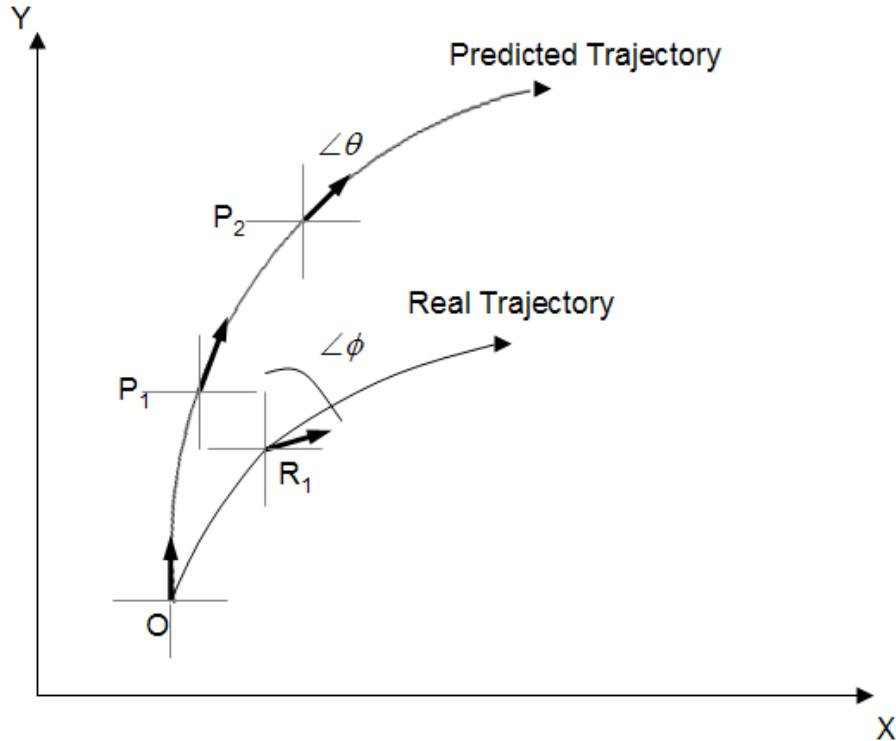


圖 3.12 補常量計算

由 3.1 節所介紹的動座標軌跡預測的座標關係可以推出  $P_2$  的車身和動座標的偏擺為

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left( \frac{v_y}{v_x} \right) \quad (3.10)$$

而  $R_1$  時的車身偏擺為  $\phi$ ，則設定角度誤差補償量  $e$  為

$$e = \phi - \theta \quad (3.11)$$

第二章的車輛運動模型可將  $\delta_R$  當作輸出反推，得到

$$\delta_{R_{count}} = \frac{-(C_F + C_R)e}{C_R} + [2(-C_F l_F + C_R l_R) - mv_x] \frac{\gamma}{2C_R} - \frac{mv_x \dot{\beta}}{2C_R} + \frac{C_F}{C_R} \delta_F \quad (3.12)$$

將當時的狀態變數輸入，設定前輪轉向角  $\delta_F$  為 0，將  $e$  帶入(3.12)，可得到完全由後輪轉向時應輸入的後輪轉角  $\delta_{R_{count}}$ 。但由於事實上後輪乃作為補償用，故將後輪轉向角  $\delta_R$  設定為

$$\delta_R = 0.1 \delta_{R_{count}} \quad (3.13)$$

其中前輪轉向角  $\delta_F$  設定為 0 的原因在於考慮到實驗設備的限制，若可將  $\delta_F$  引入則更可增加其修正的效果。

若為轉向不足狀態，則依照同樣公式計算後，後輪角度為負值，參照圖 3.8，亦可有效提供修正。

### 3.4 小結

本章先提出一套動座標軌跡預測方法，當車輛發生不穩定狀態時，可藉由參考預測軌跡作為修正目標，經由後輪循跡計算後採取轉向過度或轉向不足進行修正，使得車輛得到接近於預測軌跡的趨勢。

動座標軌跡預測的優點為：

- (1) 使用車身動態作為預測，反應迅速。
- (2) 方便計算後輪補償方法中的  $e$  值。

後輪循跡補償的優點為：

- (1) 引入動態模型公式的反推，對於車輛動態有較精確的掌握。
- (2) 補償方法與動座標軌跡預測可分開討論，故若引入更為精確的軌跡預測方法，也會達到更精準的修正效果。

## 第四章 軌跡模擬

為驗證第三章所提出之動座標軌跡預測及後輪循跡補償系統是否可行，本章將以三種代表性的路徑作為模擬，比較初始軌跡、預測軌跡、修正軌跡之間的誤差，當其誤差越小，則可證明本文提出的預測及補償方法在實車上為可行的。

本模擬採用三種不同的路徑，分別為：穩定轉彎、sin 形軌跡、打滑軌跡，此三種軌跡約能涵蓋大部分的軌跡。

### 4.1 模擬平台

使用第二章所描述的車輛運動數學模型(2.11)(2.12)，並參考 Chin[11]的研究及接近實車的模擬參數(表 4.1)，在 MATLAB 上建立一個車輛軌跡的模擬平台。將初始條件及車輪轉向輸入模擬平台後，可經由動態模型計算出車輛應該反應的側向速度，側滑角，及偏移率，最後反應出車輛軌跡。其中以下模擬的速度均設定為 11.11m/s，約為時速 40km/hr。



表 4.1 車輛系統模擬參數[11]

parameters	value	unit
vehicle vertical , $V_x$	11.11	m/s
tread , D	1.5	m
from center to front-wheel , $L_f$	1	m
from center to rear-wheel , $L_r$	1.5	m
vehicle weight , m	1540	kg
moment of inertia , $I_v$	2100	$kg \cdot m^2$
front-wheel steering stiffness , $C_{\alpha F}$	123190	N/rad
rear-wheel steering stiffness , $C_{\alpha R}$	110000	N/rad

## 4.2 動座標軌跡預測模擬

使用 4.1 節描述的模擬平台做動座標軌跡預測的模擬，流程如圖 4.1 所示，給定初始條件及車輪轉向，模擬出車輛反應的狀態而得到初始軌跡，並同時做出軌跡預測。

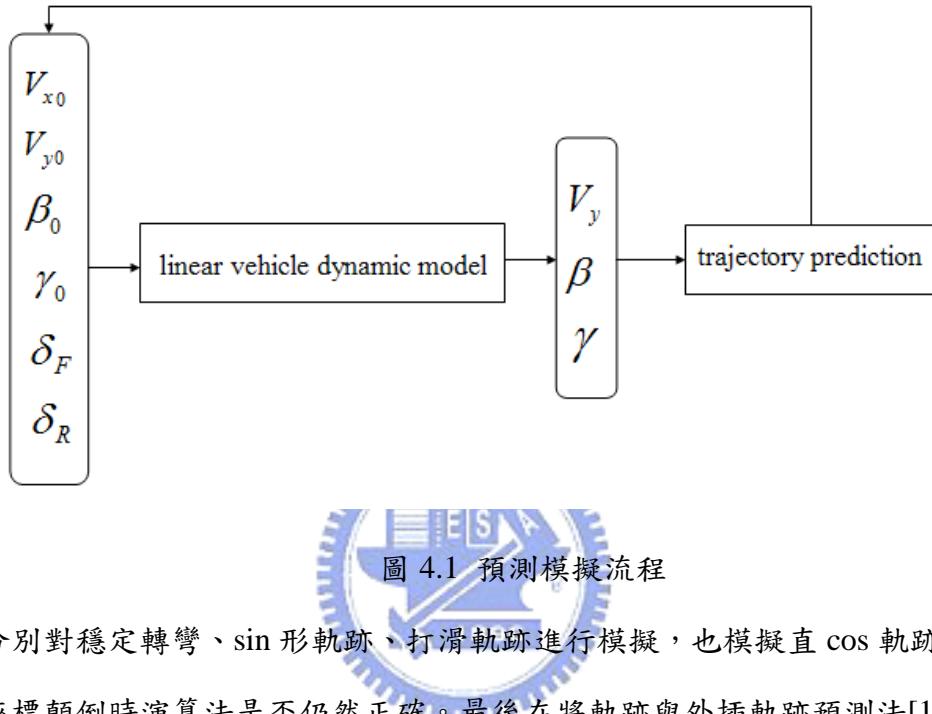


圖 4.1 預測模擬流程

分別對穩定轉彎、sin 形軌跡、打滑軌跡進行模擬，也模擬直 cos 軌跡，驗證在絕對座標顛倒時演算法是否仍然正確。最後在將軌跡與外插軌跡預測法[11]做比較，觀察趨勢的正確性，以及誤差是否在容許範圍內。

黑色軌跡為模擬平台經由給定參數計算出的軌跡。

紅色軌跡為由模擬平台得到的數據後採動座標軌跡預測即時預測出的軌跡。

### 4.2.1 穩態軌跡預測模擬

圖 4.2~4.4 為模擬車輛進行一個穩定轉彎的路徑，並同時進行軌跡預測的比較。

由圖可看出預測軌跡和初始軌跡相當接近，其中誤差比較大的地方在於開始轉彎處( $X=20m$ )，此處距離誤差和角度誤差會達到最大，而轉彎進行時誤差便會下降。

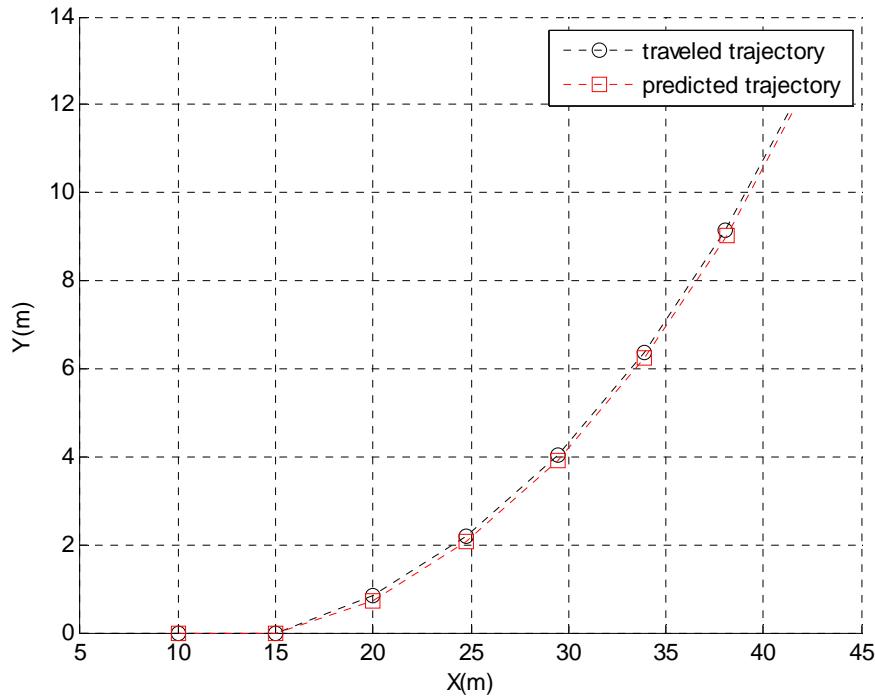


圖 4.2 軌跡預測(弧形軌跡)

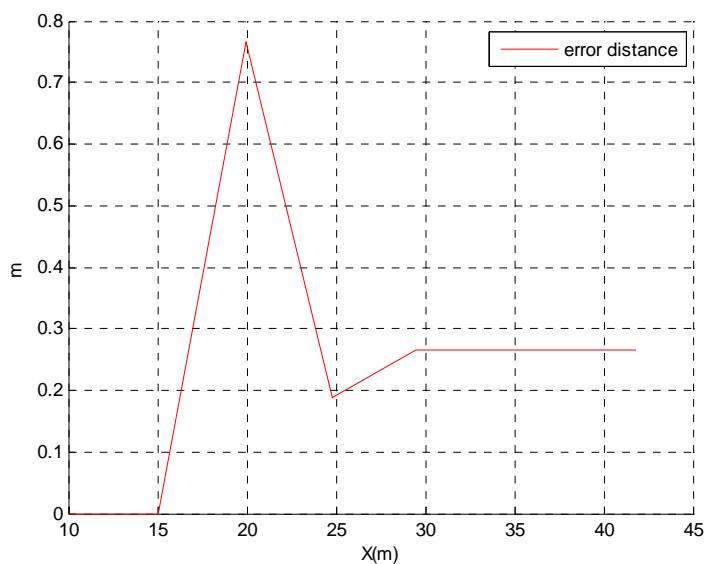


圖 4.3 軌跡距離誤差(弧形軌跡)

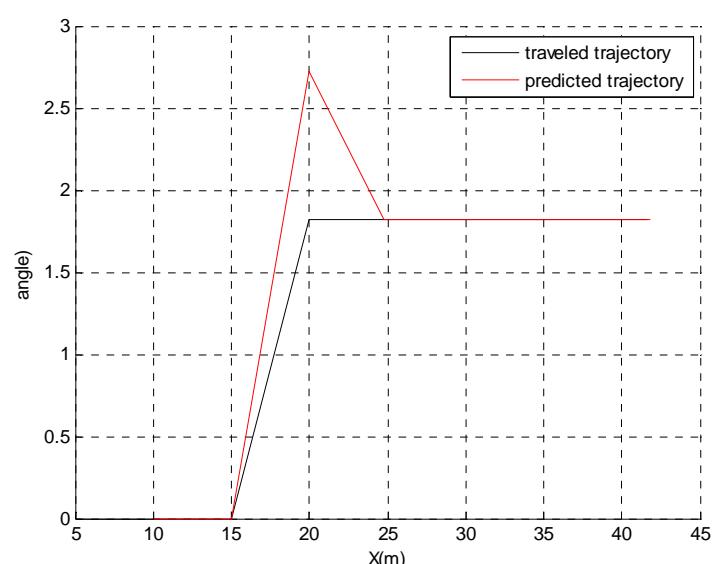


圖 4.4 軌跡預測角度趨勢(弧形軌跡)

圖 4.5~4.7 為模擬車輛行駛一個接近 sin 形的路徑，並同時進行軌跡預測的軌跡比較。

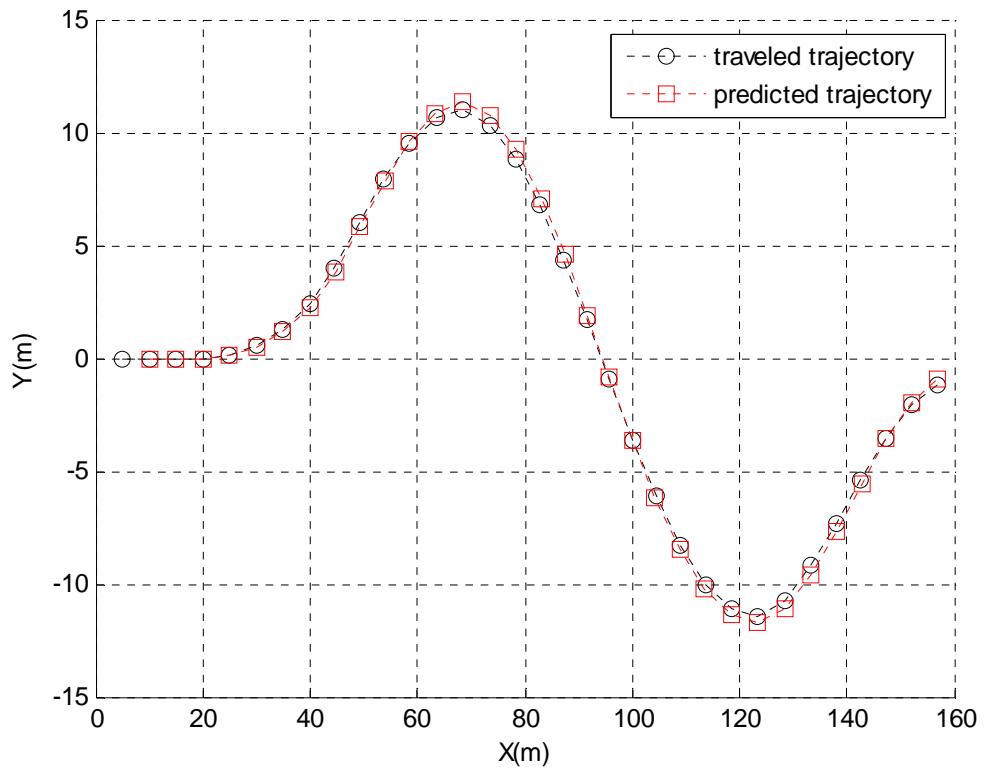


圖 4.5 軌跡預測(sin 軌跡)

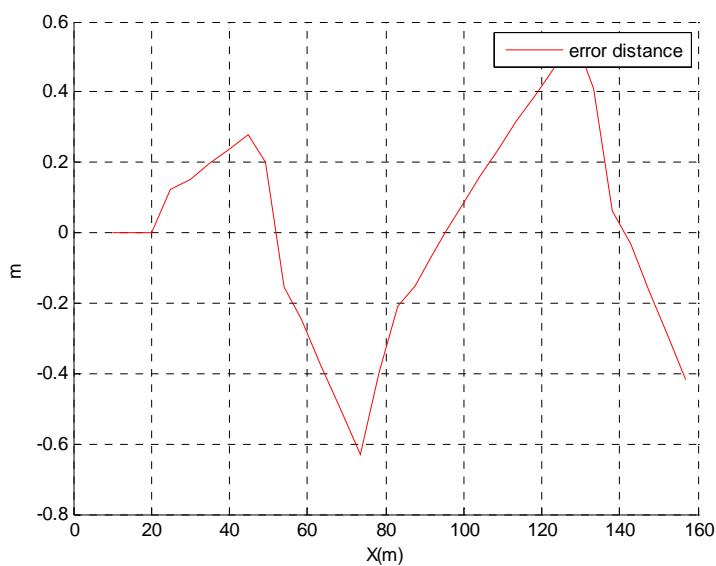


圖 4.6 軌跡距離誤差(sin 軌跡)

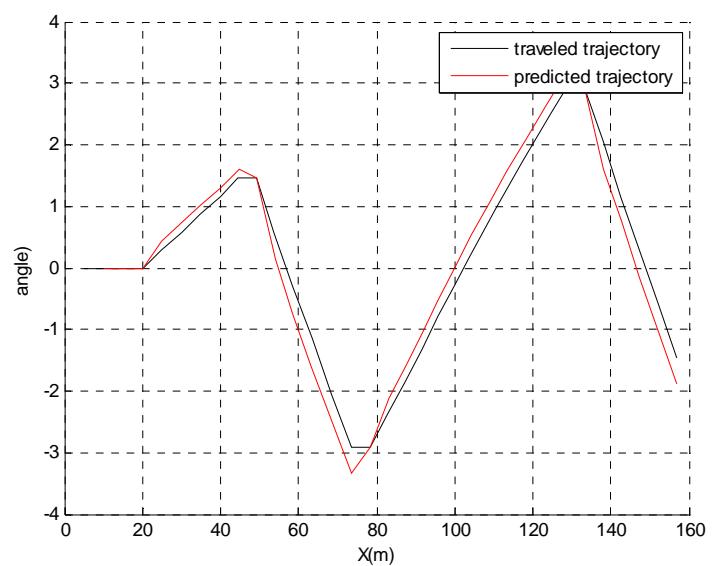


圖 4.7 軌跡預測角度趨勢(sin 軌跡)

由圖 4.5 的軌跡圖可看出軌跡大致吻合，而圖 4.6 的距離誤差可分為幾個區塊，分別為車輛行進至  $X=50\sim100$ 、 $X=100\sim170$ 、 $X=170\sim250$ ，在分開區塊中，誤差呈現山形的上升與下降。再對照軌跡模擬圖可發現，區塊分佈和車輛轉彎的過程相符合，故可看出當車輛進行轉彎時，軌跡預測的誤差會隨著轉向的增大而逐漸往外側加大。原因是當下的慣性無法經由簡易的數學模式考慮進去，增加 sampling time 可以減少誤差量，但考慮到控制器實際使用，故 sampling time 設定為 0.5 秒，而其誤差均在可以容忍的範圍以內。

角度誤差(圖 4.7)亦隨著軌跡轉彎而變化，軌跡行至反曲點時誤差會達到最大，但由整體而觀，預測軌跡的角度一直都有跟到實際軌跡，在趨勢上是很接近的。

圖 4.8~4.10 為模擬車輛進行一個相對於絕對座標為垂直的 cos 路徑，並同時進行預測的軌跡比較。

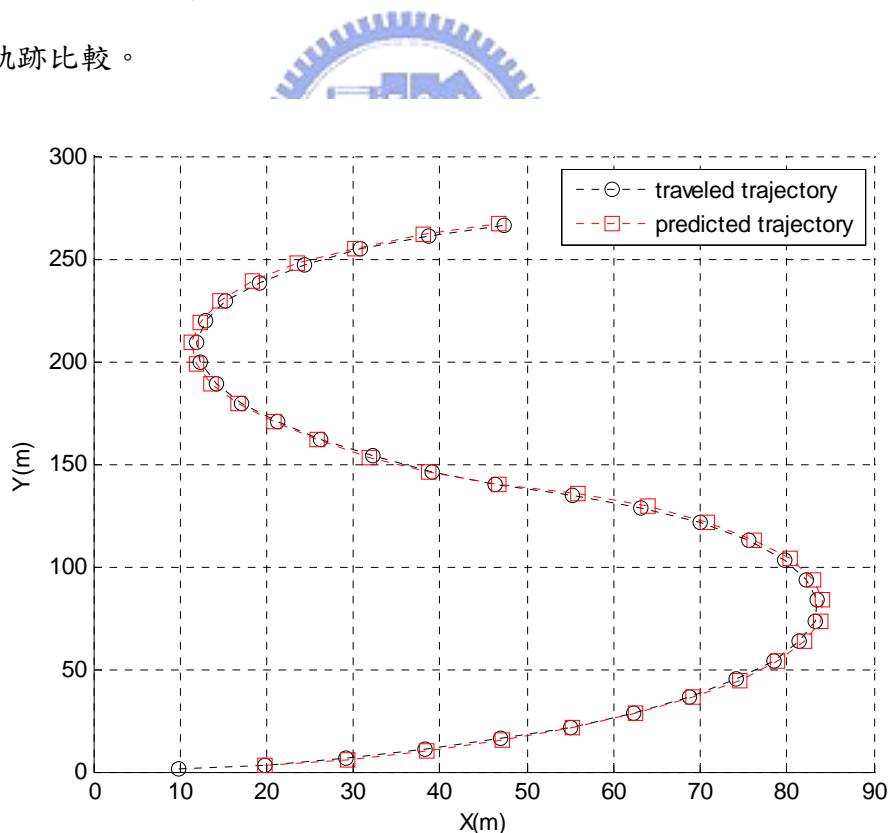


圖 4.8 軌跡預測(直 cos 軌跡)

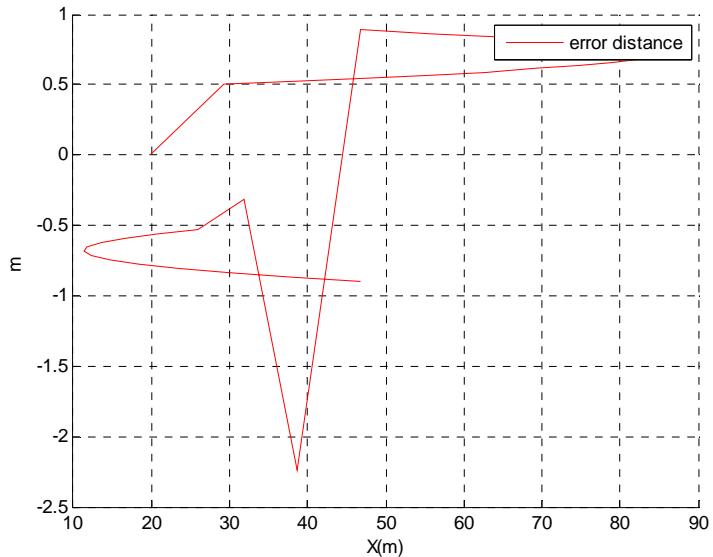


圖 4.9 軌跡距離誤差(直 cos 軌跡)

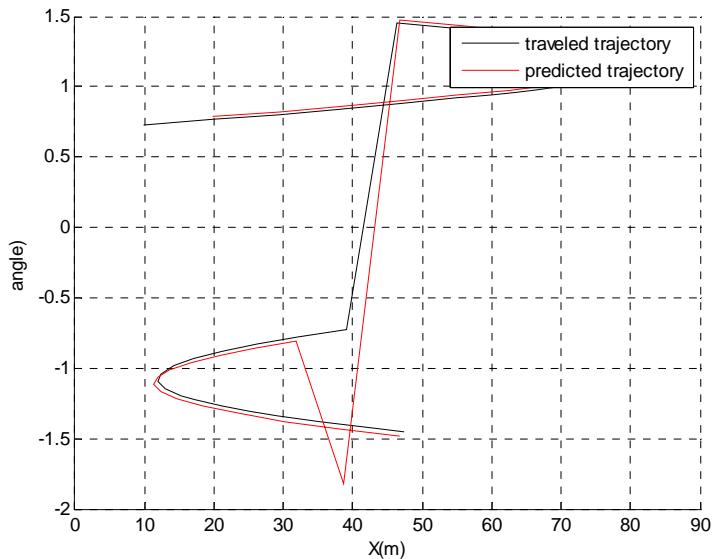


圖 4.10 軌跡角度趨勢(直 cos 軌跡)

由於本預測方法採取動座標的觀念，故即使軌跡在絕對座標呈現往 y 軸方向的運動，在動座標上並不會影響軌跡預測的進行。

本項模擬的目的在於檢驗演算法將動座標轉換至絕對座標時的正確性，不會因為座標方向的改變而造成在角度計算上產生錯誤，而由以上三圖可證實其可行性。



## 4.2.2 打滑軌跡預測模擬

本文是由軌跡的觀點下手處理打滑的問題，故打滑時要作為修正依據的正確軌跡相當的重要。此軌跡必須確保是安全的，否則修正將會造成反效果。

圖 4.11 的模擬軌跡設定為在穩定轉向的期間，讓前輪轉向角突然改變  $\frac{\pi}{32}$  (約  $5^\circ$ )

再轉回  $-\frac{\pi}{32}$ ，藉此模擬打滑時可能的情形。由圖可證明動座標軌跡預測出的軌跡會較模擬出的打滑軌跡更為趨近穩定轉向的弧線，也確保了動座標軌跡預測在打滑發生的情況下的確有其參考的價值。

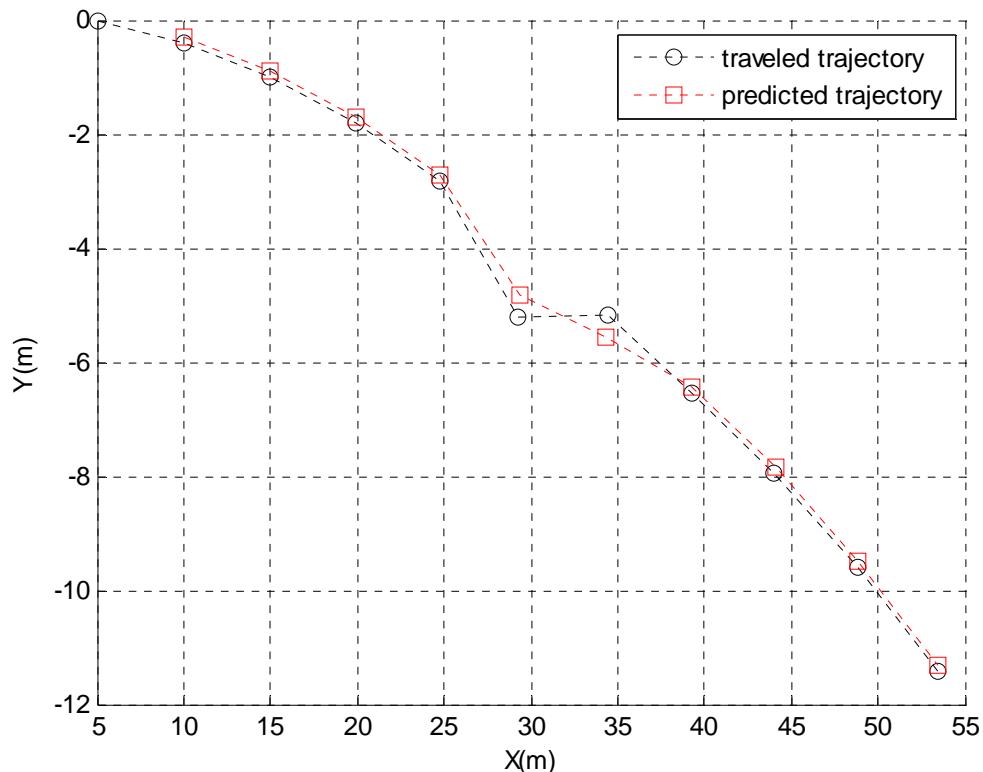


圖 4.11 預測打滑軌跡

### 4.2.3 外插軌跡預測比較

外插軌跡預測法為 Chin[11]所提出，已證明此方法有一定的正確性，故以下將動座標軌跡預測法與其做比較，以確保動座標軌跡預測的正確性。

假設車輛下一時間點的位置需由車輛目前及過去兩個時間點的位置和角度推得，其示意圖可以表示如下：

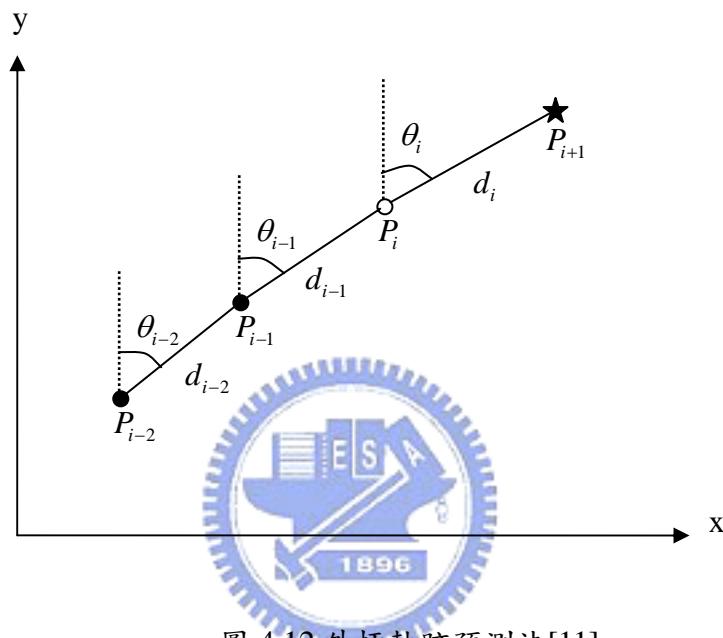


圖 4.12 外插軌跡預測法[11]

圖 4.12 中符號所代表的意義分別為

$P_{i+1}$ ：車輛下一時間點位置

$P_i$ ：目前車輛位置

$P_{i-1}$ ：車輛前一時間點位置

$P_{i-2}$ ：車輛前二時間點位置

$\theta$ ：偏駛角

$d$ ：位置間的距離

定義  $P$ 、 $d$ 、 $\theta$  間的關係如下

$$\begin{aligned} d_{i-1} &= P_i - P_{i-1} \\ d_{i-2} &= P_{i-1} - P_{i-2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$V_{i-1} = \frac{d_{i-1}}{\Delta t} \quad (4.2)$$

$$V_{i-2} = \frac{d_{i-2}}{\Delta t} \quad (4.3)$$

$$a_i = \frac{V_{i-1} - V_{i-2}}{\Delta t} \quad (4.4)$$

$$\omega_{i-1} = \frac{\theta_{i-1}}{\Delta t} \quad (4.5)$$

$$\omega_{i-2} = \frac{\theta_{i-2}}{\Delta t} \quad (4.6)$$

$$\alpha_i = \frac{\omega_{i-1} - \omega_{i-2}}{\Delta t} \quad (4.7)$$

其中  $V$  為速度， $a$  為加速度， $w$  為角速度， $\alpha$  為角加速度。假設距離和角度可分別獨立並遵循牛頓定理成一線性關係如下

$$S = Vt + \frac{1}{2}at^2 \quad (4.8)$$



則由數學式 (4.8) 可以定義  $P_i$  距離下一點  $P_{i+1}$  的距離  $d_i$  和偏駛角度  $\theta_i$  分別為

$$d_i = V_{i-1}\Delta t + \frac{1}{2}a_i(\Delta t)^2 \quad (4.9)$$

$$\theta_i = \omega_{i-1}\Delta t + \frac{1}{2}\alpha_i(\Delta t)^2 \quad (4.10)$$

假設  $P_i$ 、 $P_{i+1}$  的座標分別為  $(x, y)$ 、 $(x_p, y_p)$  則

$$x_p = x + d_i \sin \theta_i \quad (4.11)$$

$$y_p = y + d_i \cos \theta_i \quad (4.12)$$

如圖 4.12、4.13 由大尺度的運動來看，動座標軌跡預測(dynamic coordinates prediction)和外插軌跡預測(extrapolated prediction)所預測的軌跡和原軌跡誤差並不

大。但動態軌跡預測會較外插軌跡預測更為接近原軌跡。

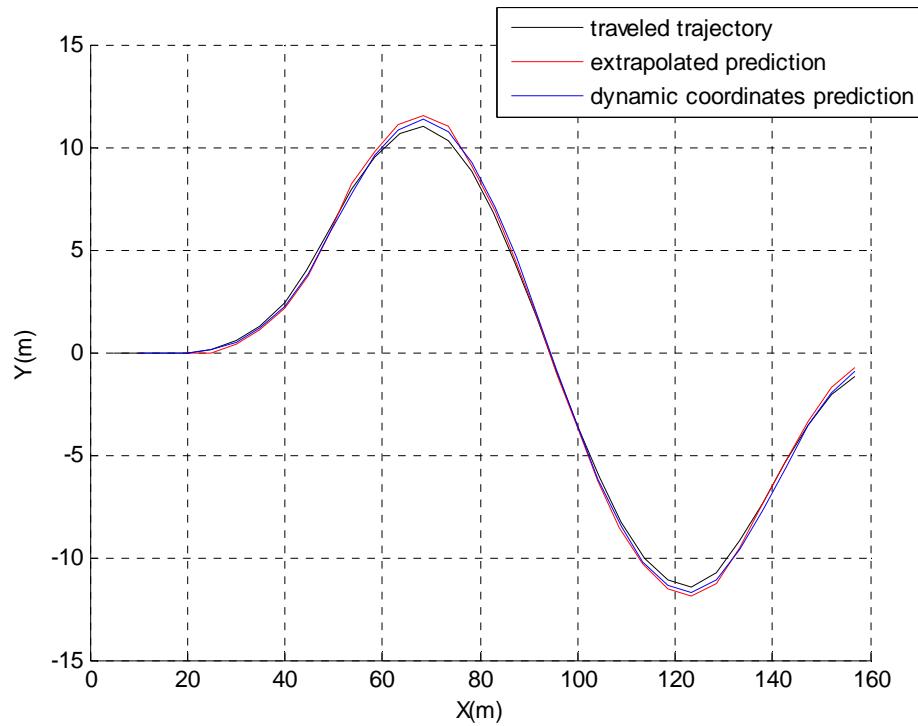


圖 4.12 與外插軌跡預測比較(sin 軌跡)

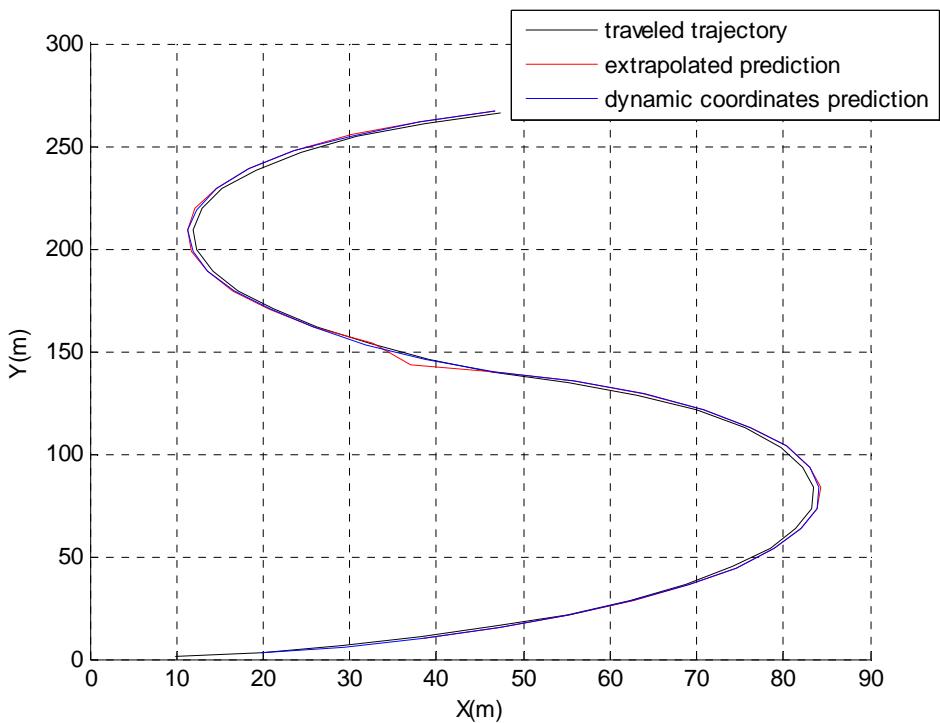


圖 4.13 與外插軌跡預測比較(直 sin 軌跡)

值得注意的是圖 4.13 中，當外插軌跡進行至反曲點(40,150)附近時，其軌跡會有一小段的往外跑，而動座標軌跡預測則會順著原始軌跡進行預測。

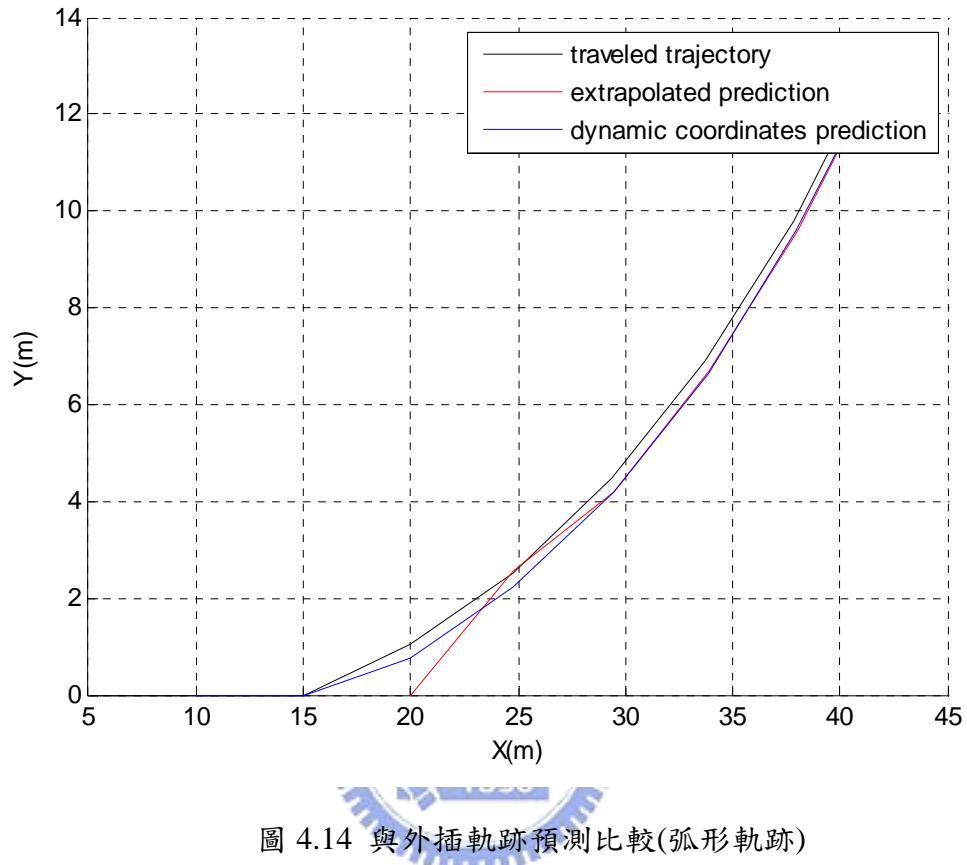


圖 4.14 與外插軌跡預測比較(弧形軌跡)

圖 4.14 為模擬穩定的轉彎的情形。由此可看出兩種方法更明顯的差異，外插軌跡預測在開始轉彎時(20m 處)會有一個較大的誤差出現，因為外插軌跡預測取用前兩個點作為參考外插出預測點，故在開始轉彎的時候會有一個很大的誤差，而動座標軌跡預測因為依照當下動態，故預測的軌跡會和原軌跡有較相近的趨勢。

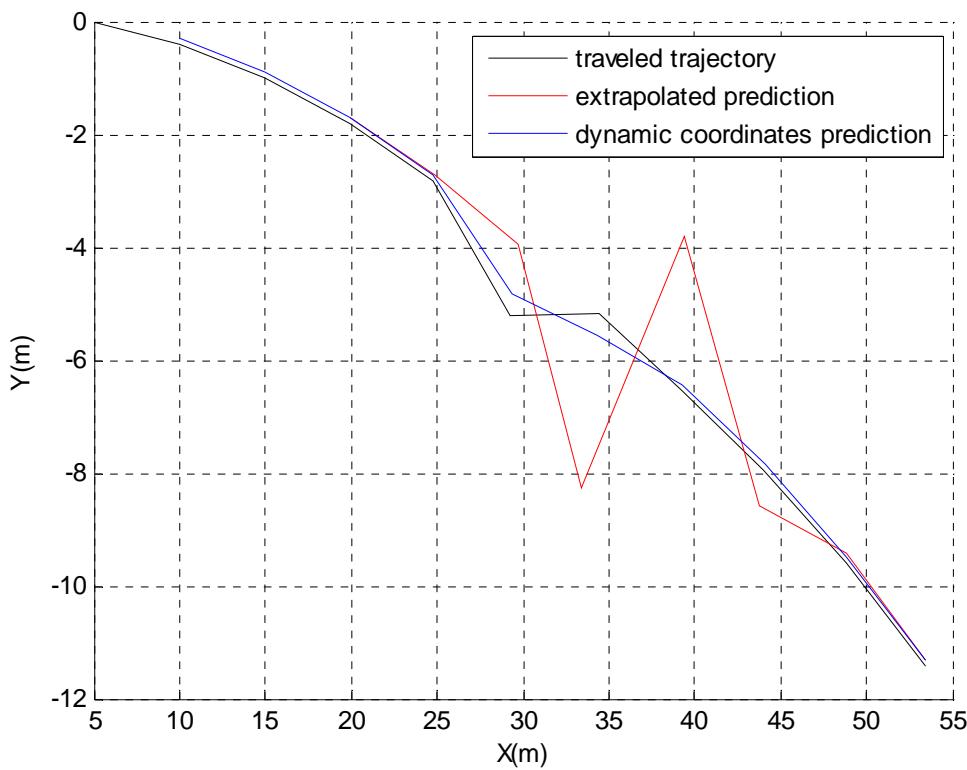


圖 4.15 和外插軌跡預測比較(模擬打滑軌跡)

圖 4.15 在模擬打滑的軌跡中，打滑期間外插軌跡預測的軌跡有很劇烈的震盪，要是修正時參考此軌跡是非常不安全的。而動態軌跡預測由圖可證明能夠保持預測軌跡的平滑，更接近穩定轉向應該有的軌跡，故在修正上是較安全的選擇。

### 4.3 後輪循跡補償模擬

使用 4.1 節描述的車輛模擬平台，其模擬流程圖如圖 4.16，將模型計算出的動態，和動座標軌跡預測的預測軌跡比較之後，由後輪循跡補償算出後輪補償的角度，再代回車輛模型中計算修正的效果。

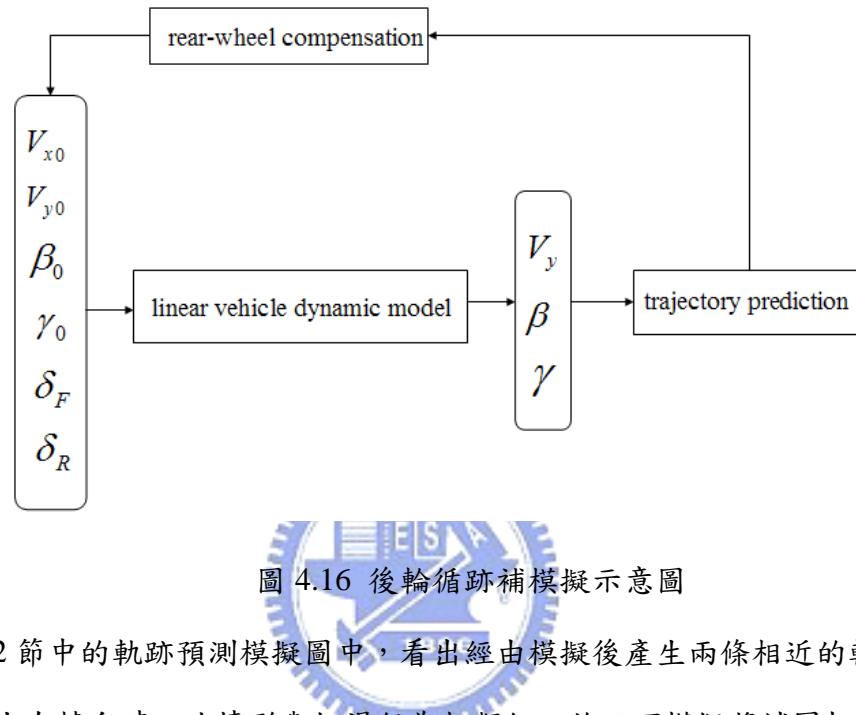


圖 4.16 後輪循跡補償示意圖

由 4.2 節中的軌跡預測模擬圖中，看出經由模擬後產生兩條相近的軌跡，其誤差主要發生在轉向時，此情形與打滑行為相類似，故以下模擬將試圖把黑色軌跡(Real Trajectory)修正為紅色軌跡(Predict Trajectory)，而修正後的軌跡則以藍色軌跡顯示(Want Trajectory)。

### 4.3.1 搭配動座標軌跡預測

圖 4.17~4.21 為模擬車輛進行一個轉彎時的預測和修正軌跡及誤差計算。

圖 4.18 為後輪循跡補償計算出的補償量，而透過後輪循跡補償的結果如圖 4.19，修正軌跡(Want Trajectory)比初始軌跡(Real Trajectory)更靠近預測軌跡(Predicted Trajectory)。

軌跡誤差的比較如圖 4.20，黑色線為修正前軌跡和預測軌跡的距離誤差，紅色線為修正後軌跡和預測軌跡的距離誤差，由此圖可更清楚的指出修正過後的距離誤差明顯減小，也證明了後輪循跡補償方法的確可使車輛依循給定軌跡(預測軌跡)前進。

圖 4.21 為修正後的前後輪轉向角比較，參考圖 3.8、3.9 可知車輛行至  $X=15\sim25m$  期間，後輪循跡系統判斷此時以轉向不足修正，而當車輛行至  $X>25m$  之後，後輪循跡系統則判斷以轉向過度進行修正。

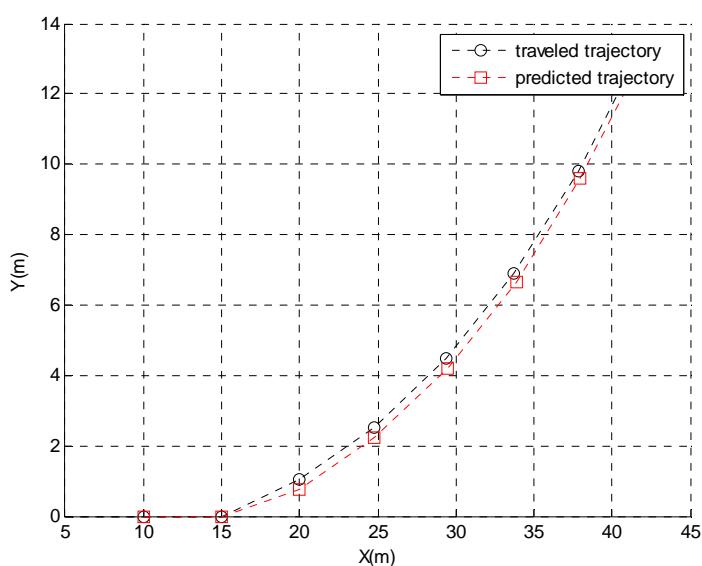


圖 4.17 修正前軌跡(弧形軌跡)

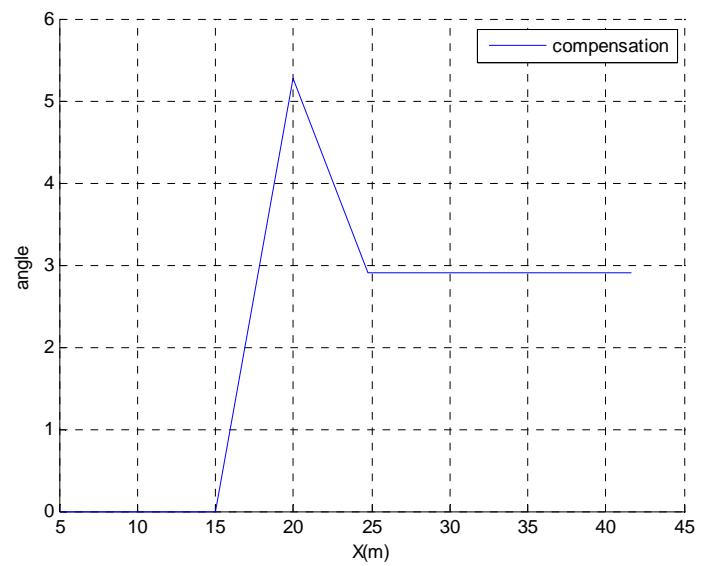


圖 4.18 補償量 e (弧形軌跡)

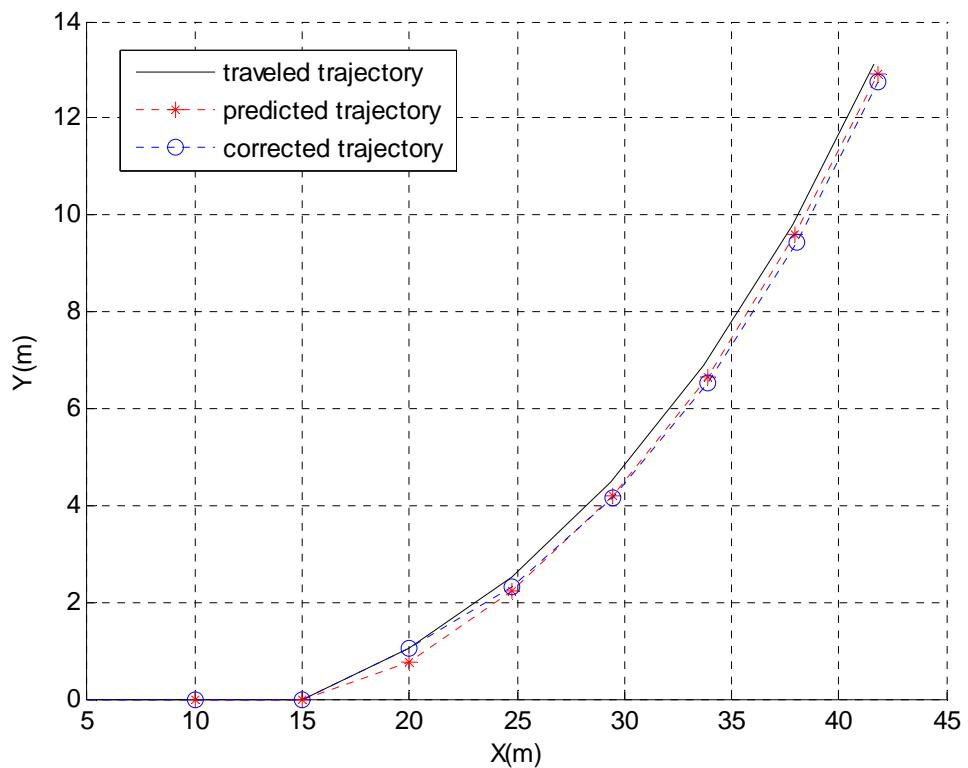


圖 4.19 修正軌跡(弧形軌跡)

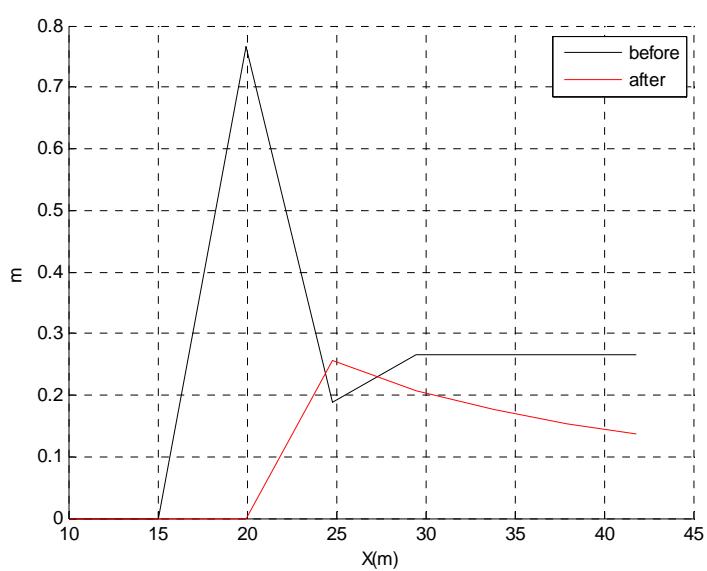


圖 4.20 誤差距離(弧形軌跡)

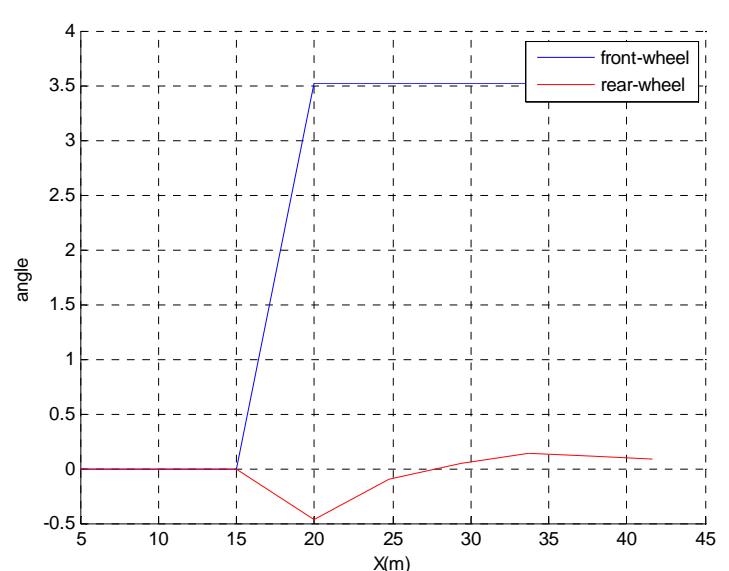


圖 4.21 車輪轉向角

圖 4.22~4.26 為模擬車輛進行一個接近 sin 形軌跡的預測、修正及誤差計算。

由圖 4.23 可看出補償量大的地方也是圖 4.22 中軌跡誤差就大的地方。而經過後輪循跡補償修正過後的軌跡為圖 4.24，修正軌跡明顯比原始軌跡靠近預測軌跡。修正點即使在轉彎最劇烈處依然能夠緊跟著預測點。

圖 4.25 的誤差距離比較可看出，修正過後的誤差量明顯小於修正前的誤差量。亦代表比修正前更貼近預測軌跡。

由圖 4.26，並參考圖 3.8、3.9 可得知，當車輛運動於  $X=20\sim60m$  時，後輪循跡補償系統判斷以轉向過度做修正，當  $X=60\sim100m$  時，後輪循跡補償系統判斷以轉向不足作為修正，而當  $X=100\sim160m$  時，後輪循跡補償系統判斷以轉向過度作為修正，經由這些修正而使得車輛得以沿著預計的方向行駛。

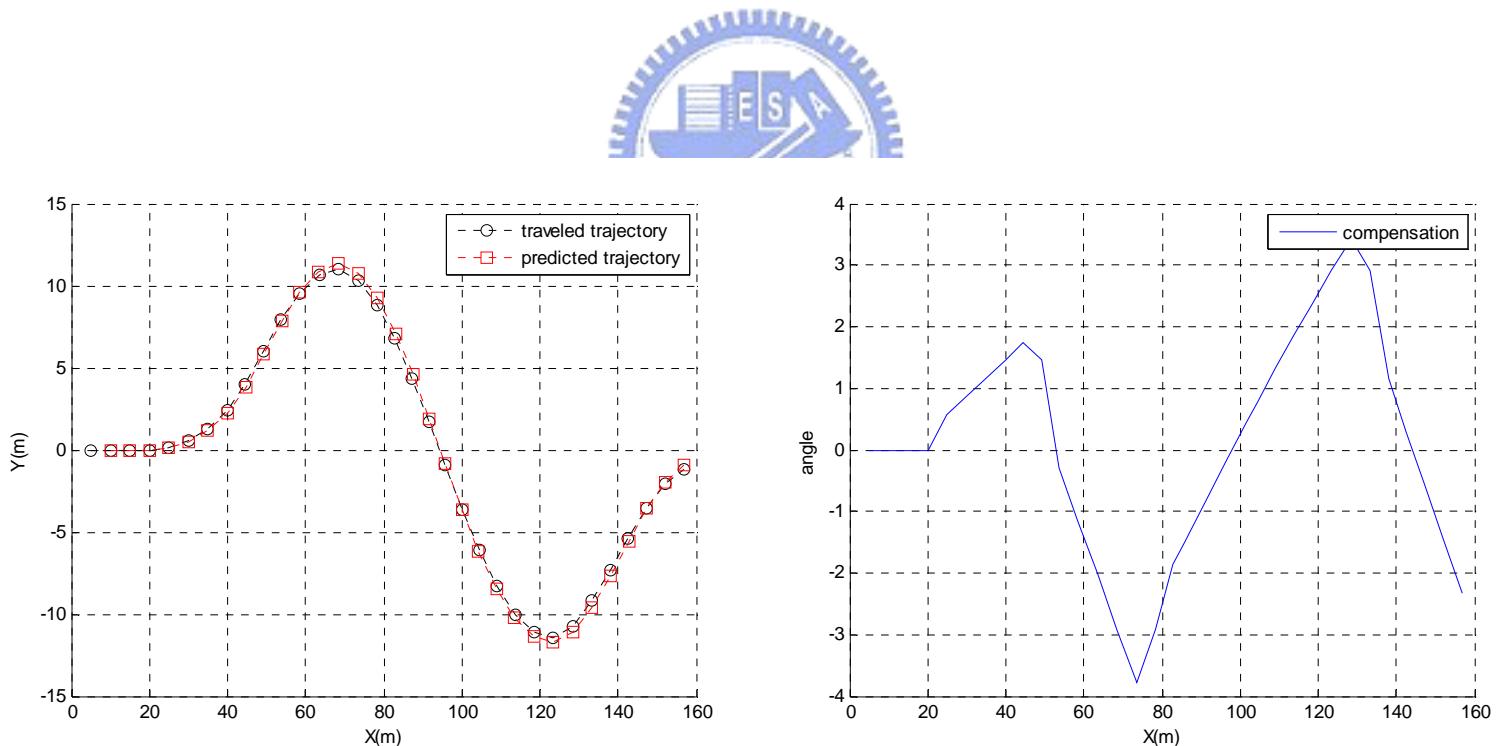


圖 4.22 修正前軌跡(sin 軌跡)

圖 4.23 補償量  $e$  (sin 軌跡)

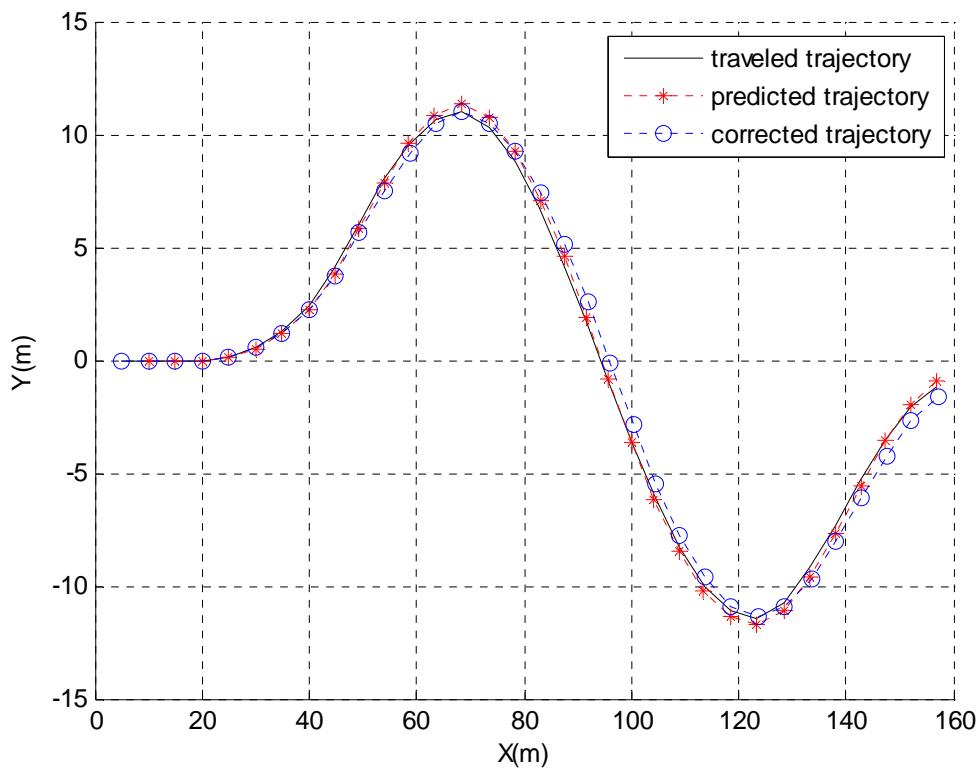


圖 4.24 修正軌跡(sin 軌跡)

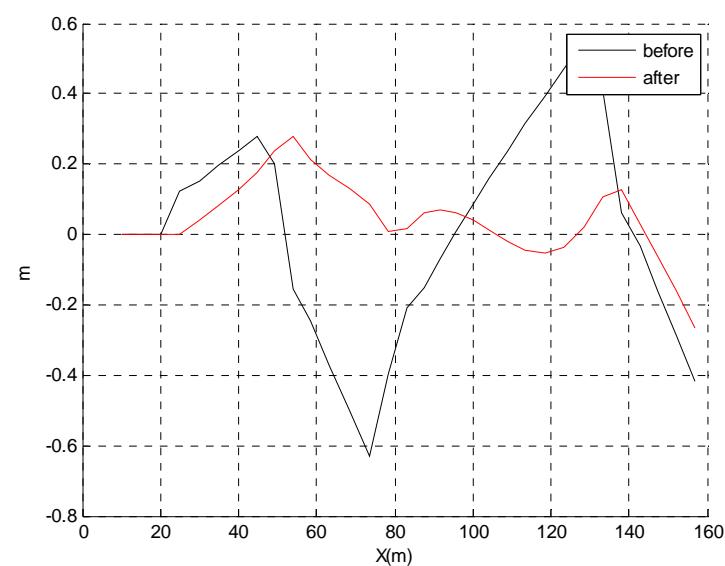


圖 4.25 誤差距離(sin 軌跡)

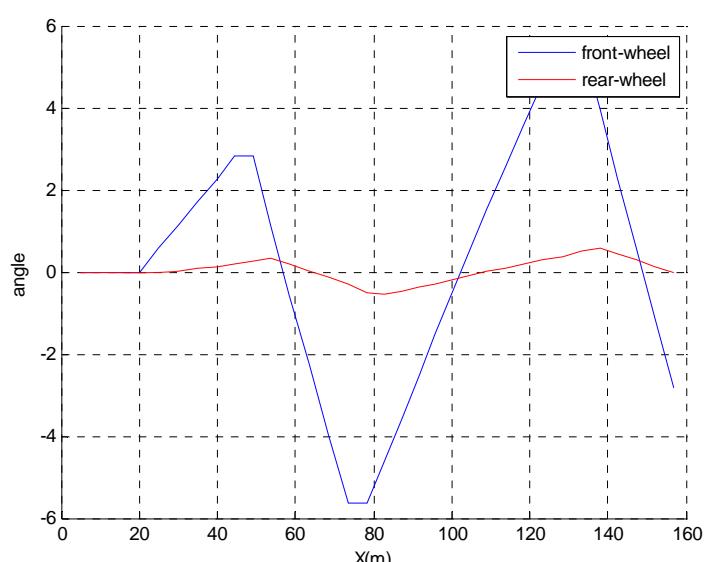


圖 4.26 車輪轉向角(sin 軌跡)

### 4.3.2 搭配外插軌跡預測法

圖 4.27~4.30 為以外插軌跡預測法搭配後輪循跡補償系統的模擬結果。與圖 4.17~4.21 相比較，可得到雖然搭配外插軌跡預測法也一樣可已達到循跡的目的，但搭配動座標軌跡預測所完成的軌跡修正結果較完美。

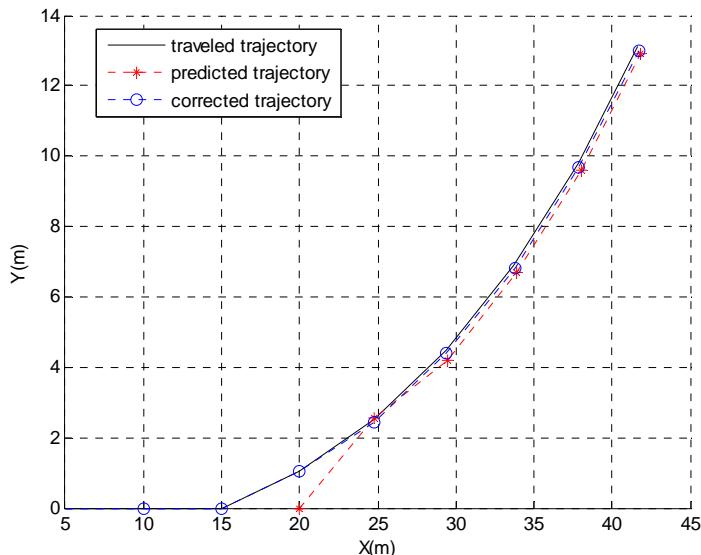


圖 4.27 修正軌跡

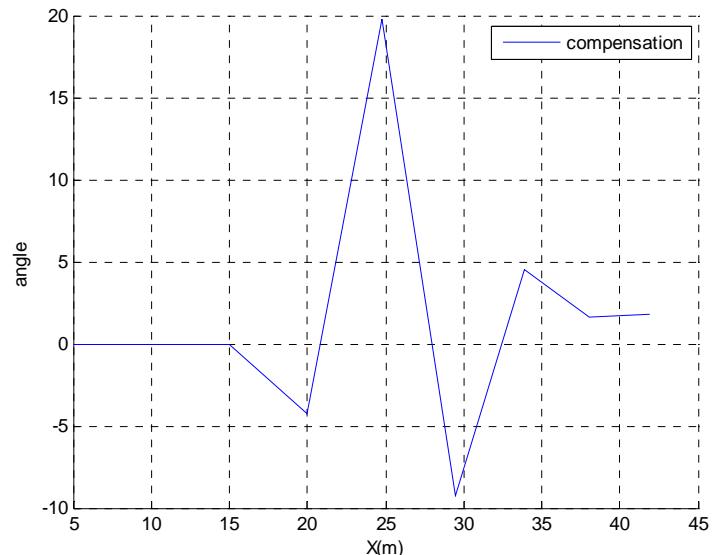


圖 4.28 補償量 e

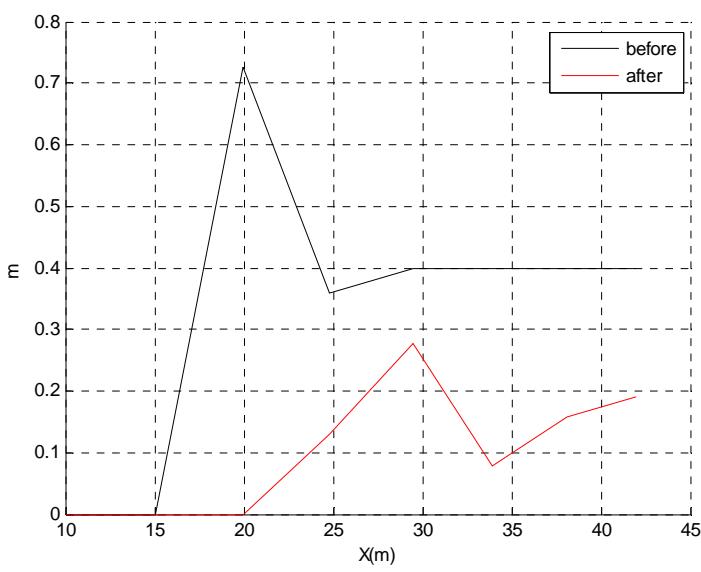


圖 4.29 誤差距離

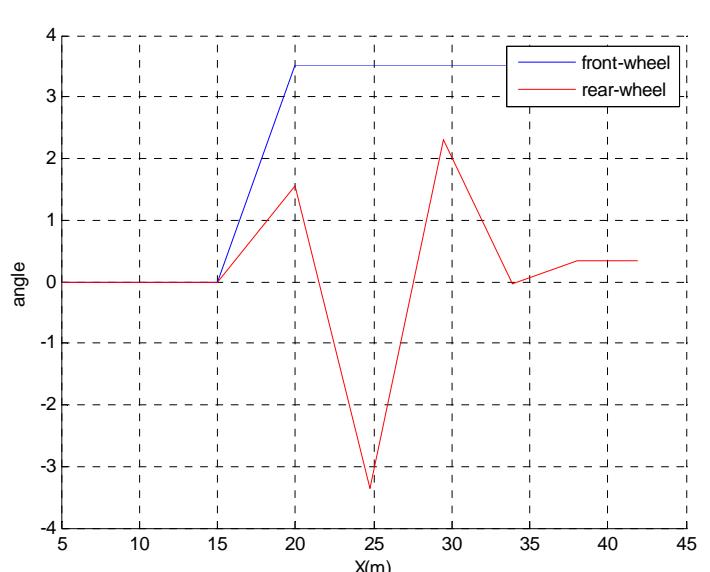


圖 4.30 車輪轉向角

圖 4.31~4.34.為以外插軌跡預測法搭配後輪循跡補償系統的模擬結果。與圖

4.22~4.26 相比較，可證明搭配動座標軌跡預測所進行的軌跡修正更為準確，而圖 4.32 的補償量  $e$  呈現鋸齒狀的形狀，是由於外插軌跡預測的特性會使預測軌跡以較不連續的方式出現，故計算出來的補償量也會呈現較不連續的情形。這在模擬上並不會造成影響，但在實際運用時會於車輪會是一個沉重的負擔。

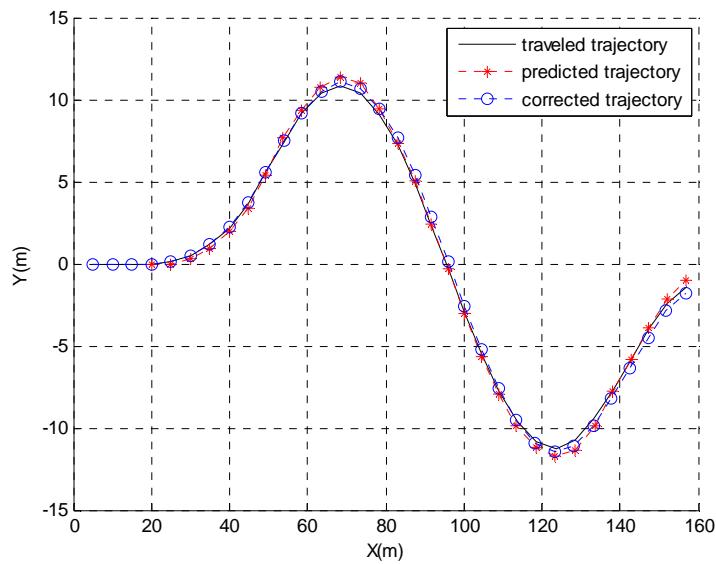


圖 4.31 修正軌跡

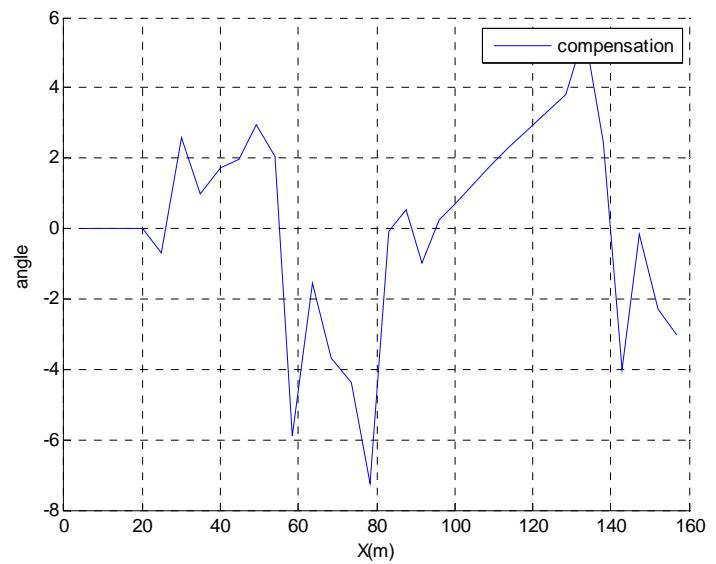


圖 4.32 補償量  $e$

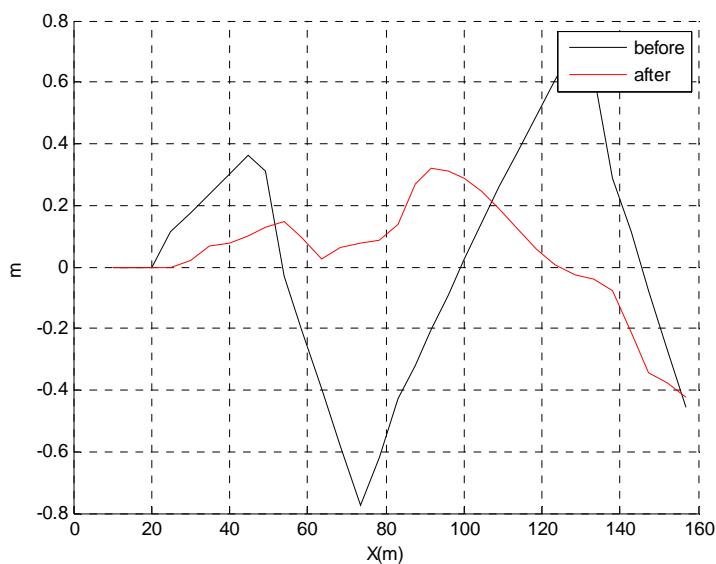


圖 4.33 誤差距離

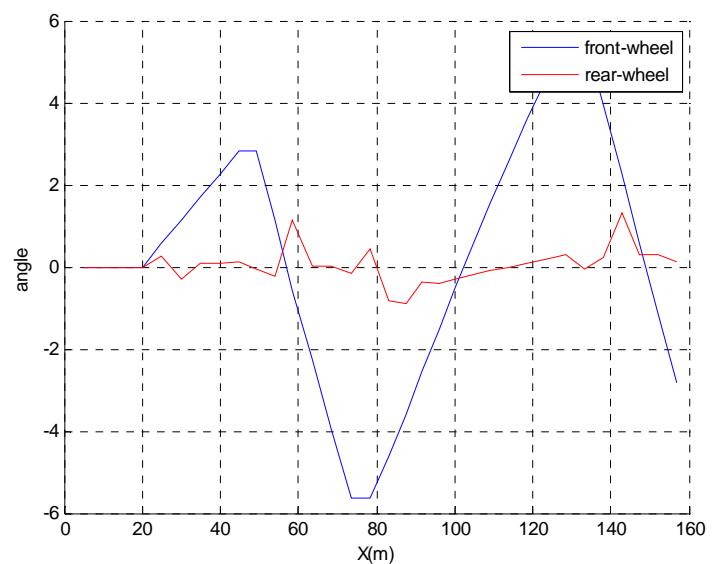


圖 4.34 車輪轉向角

### 4.3.3 打滑修正模擬

使用 4.15 中模擬的打滑軌跡，加入後輪循跡補償進行修正，以模擬當打滑發生時的修正效果。

圖 4.35 為修正前軌跡，其中由  $X=25\sim40m$  左右為打滑發生的期間，而計算的補償量  $e$  在這期間也為最大。圖 4.37 中的藍色軌跡為透過後輪循跡補償修正過後的修正軌跡，而紫紅色軌跡為使用外插軌跡預測法所進行的修正軌跡。

其中藍色軌跡成功的在打滑發生時將軌跡拉近至預測軌跡內，使得車輛得以較接近穩態轉彎的軌跡前進，就實際上來說也就是達到了安全駕駛的目的。

由圖 4.38 誤差距離也可看出，經過後輪循跡修正過後的軌跡，最大誤差量降低為修正前的 35%左右，明顯更為穩定。

而圖 4.37 中使用外插軌跡預測的紫紅色軌跡，明顯的比原軌跡更危險，故選取和後輪循跡補償相搭配的軌跡預測方法也是相當重要的。

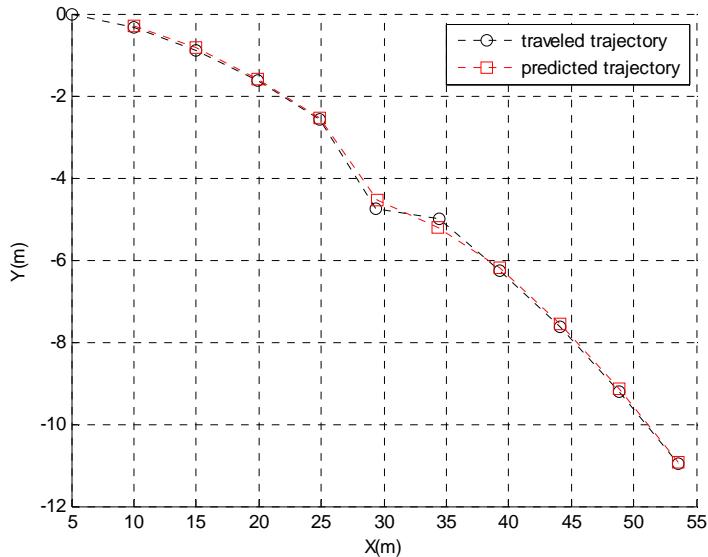


圖 4.35 修正前軌跡

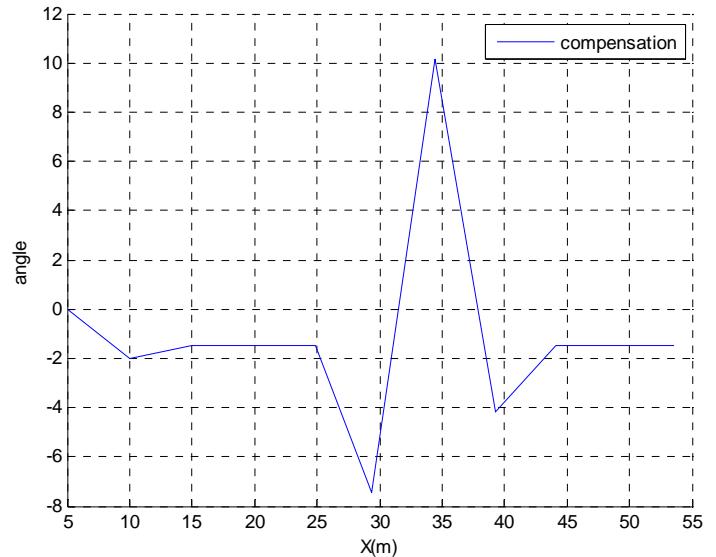


圖 4.36 補償量  $e$

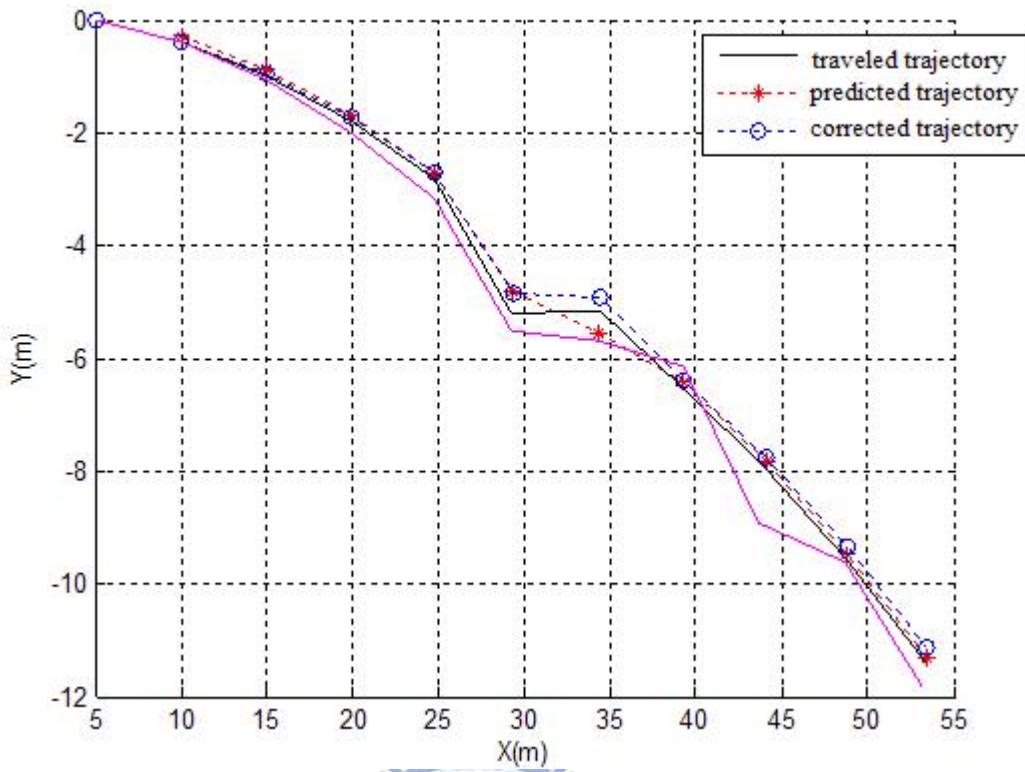


圖 4.37 修正軌跡

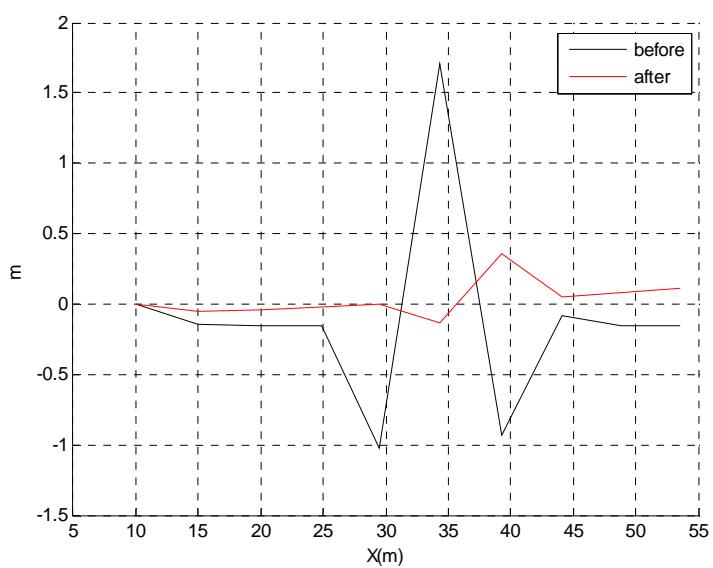


圖 4.38 誤差距離

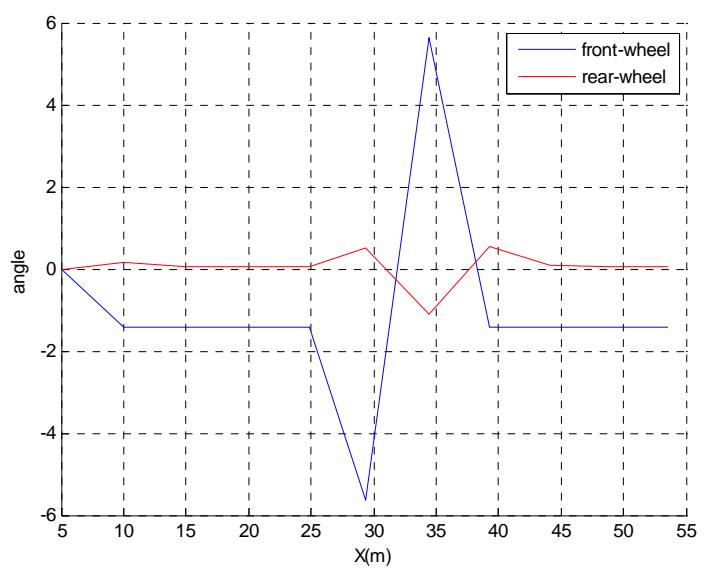


圖 4.39 車輪轉向角

## 4.4 小結

在 4.2 節的模擬結果中，動座標軌跡預測方法預測出的軌跡和原始軌跡的誤差不大，和外插軌跡預測比較也顯得更為正確，且在打滑發生時對於安全軌跡的預測效果也十分優良，故就模擬看來，動座標軌跡預測方法為可行的。

在 4.3 節中，分別以動座標軌跡預測及外插軌跡預測搭配後輪循跡補償方法進行修正，除了皆有達到修正的效果以外，一方面證明了動座標軌跡預測較適合與修正方法搭配外，更證明了此後輪循跡補償方法可以與不同的軌跡預測方法搭配，搭配越為優良的預測軌跡，修正的效果也會更顯著。



## 第五章 實驗及討論

本實驗目的在於將本文提出之理論方法實施於模型車上，藉此證明此方法的可行性。

### 5.1 實驗器材

本文將使用一台由田宮公司出產的可遙控模型車作為實驗平台[10]，在其上可裝置伺服機控制前後輪轉向達到四輪轉向的目的。並且置入一控制器搭配加速規及陀螺儀，藉此讀取數據以及控制轉向。

#### 5.1.1 車體結構



圖 5.1 TAMIYA LAND CRUISER 40 CR-01

此實驗平台是建立在田宮 TAMIYA LAND CRUISER 40 電動攀岩車(CR-01)之上。此模型車為 1/10 四輪轉向實車比例縮小，其前後輪轉向特性、傳動差速系統與實車在力學及動態特性上皆有相近的表現。

模型車前後皆可搭配伺服機作為前後輪轉向的制動器，並且可調整為前驅、後驅或是四輪驅動，相當符合實驗上的需要，故選取作為實驗平台之用。

### 5.1.2 制動器

本實驗使用一個直流無刷馬達作為車體動力輸出，並且使用兩個伺服機作為前輪及後輪轉向用。

#### -直流無刷馬達



圖 5.2 OVATECH 1/10 車用普級版無刷動力組 B221L37

表 5.1 B221L37 動力組規格表

NOVATECH 1/10 specification	
V <sub>out</sub>	7.2V (Ni-Cd & Ni-MH) 7.4V ~ 11.1V(Li-Po)
Output capacity	3700KV
BEC	5V2A LDO Linear Regulator
overload protection	98 °C
output power	210W /40SEC
size weight	50mm x 26mm x 16.5mm 46g

CR-01 原廠配備的動力輸出為一有刷直流馬達，其輸出的動力對於實驗略有不足，故將動力輸出替換為 NOVATECH 1/10 車用普級版無刷動力組 B221L37，其輸出功率可達 210W，搭配上原本的 1:40.5 的齒輪箱，可達到足夠的速度進行實驗。

## -伺服機

本實驗車配置兩顆 SANWA ERG-VX 伺服機作為控制前後輪轉向之用。可由 DSP 送出 PWM 訊號進行控制達到操控轉角的效果。輸出訊號極限為 1.21ms~1.8ms，分別對應為轉向機構左右轉 20 度的極限，而置中為 1.46ms。

表 5.2 SANWA ERG-VX 伺服機規格表

	ERG-VX
size	39.0x20.0x37.4
weight	62g
speed	0.10sec/60 (6.0V)
force	13.0kg/cm (6.0V)
frequency	62.5Hz
period	16ms
peak to peak	3.2V
steering signal coverage	1.21~1.8ms

## 5.1.3 感應器

為了計算實驗車運動時的軌跡，本實驗採用一顆加速規和一顆陀螺儀作為量測工具，並透過控制器加以讀取。

### -加速規

使用 ST 的 LIS3LV02DQ 數位式三軸加速規，用以量測車輛之加速度。其量測範圍為 $\pm 2g$ ，對於實驗車來說已經相當足夠，且此較小的量測範圍也可提昇量測的精度，而量測到的數位訊號則由控制器進行讀取，並顯示儲存於電腦中。

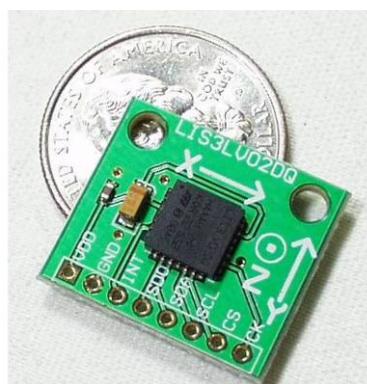


圖 5.3 加速規

### -陀螺儀

使用 PR0021 類比式單軸陀螺儀，其核心晶片為 ADXRS300[19]，可量測至±300 度/秒，操作電壓為 4.75V~5.25V，靈敏度約為 5mV/度/秒，用以量測車輛的旋轉角速度。輸出的類比訊號經由控制器讀取，經過簡單濾波後顯示並儲存於電腦中。

表 5.3 陀螺儀特性

measurement range	±300 °/sec
sensitivity	5mV /° /sec
frequency	40Hz
working voltage	4.75~5.25V
current consumption	6mA
output voltage	0.25~4.75V
size	18×18 (mm)

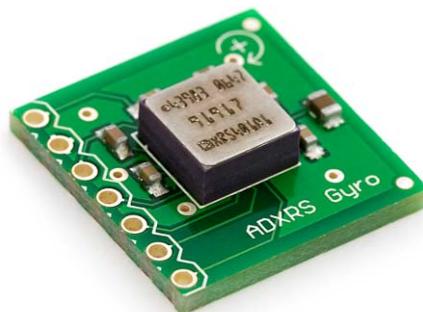
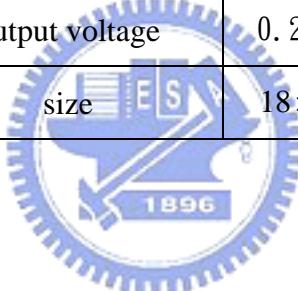


圖 5.4 陀螺儀

### 5.1.4 控制器

使用元智大學機電整合實驗室吳昌暉副教授所發展的控制器，作為讀取數據以及輸出的媒介，其核心為 Microchip 公司的 PIC18F4620，有內建的函數可提供使用，對於實驗的需求相當足夠。

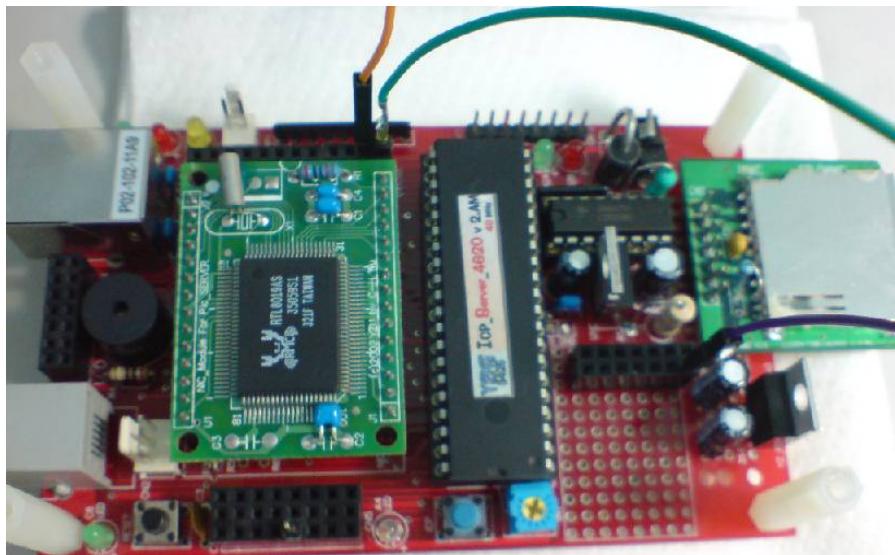


圖 5.5 控制器

### 5.2 實驗方法

將感測器及控制器裝設於實驗車上，所需電力由實驗車上的電池所提供之，控制器將量測到的數據透過電話線傳送至電腦中儲存，而加速規各軸的方向由於為了配合 Matlab 中的模擬平台，故將原本的加速規初始方向負號成為反方向，最終的加速規及陀螺儀的方向設定如圖 5.6，

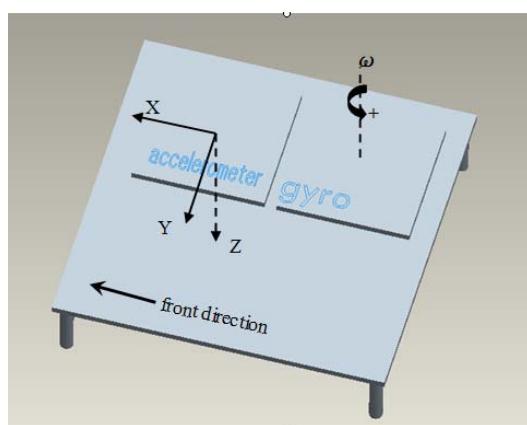


圖 5.6 感測器方向示意圖

本實驗設定取樣間隔為 0.1 秒，使用遙控器操控實驗車行駛一個圓弧，行駛期間由控制器讀取感測器的數值，再經由 RS232 傳輸至電腦中儲存，待實驗結束再將所讀取到的數據進行分析。

### 5.3 實驗模擬

考慮到實驗車和模擬平台在加速及轉向上的差異，尺度上的差距約為 7 倍，故將速度設定為從靜止增加至  $35m/s$ ，並同時進行軌跡預測，得到下圖 5.7 的軌跡及圖 5.8 的誤差量。

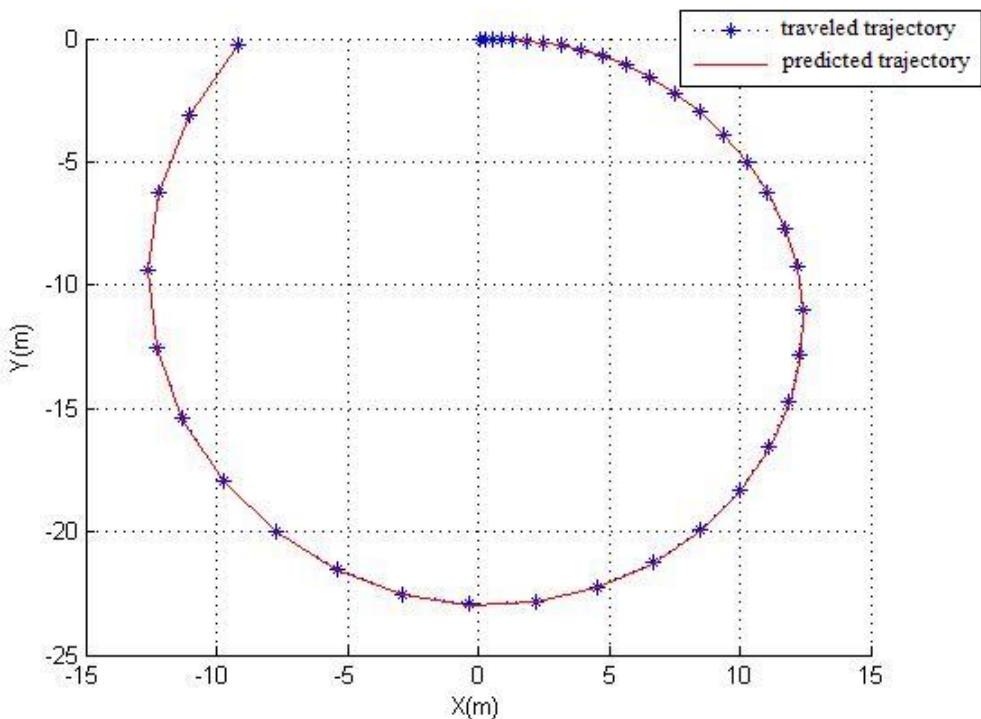


圖 5.7 模擬實驗軌跡

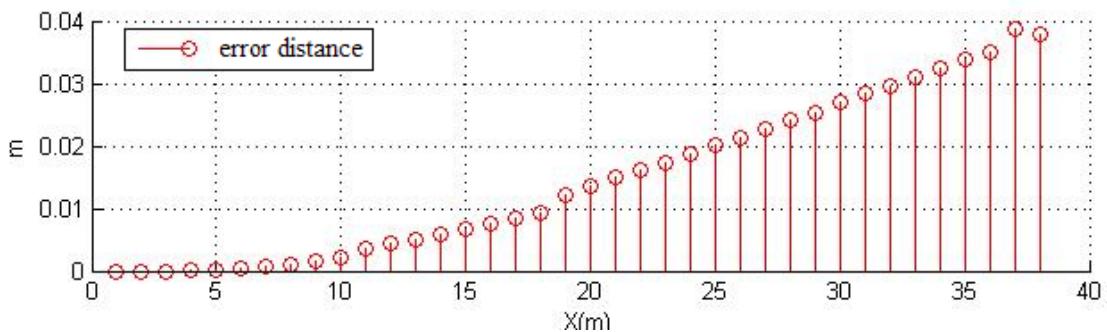


圖 5.8 模擬實驗誤差

## 5.4 實驗數據補償及軌跡計算

實際從實驗車讀取到的數據經過換算為公制單位後為下圖 5.9 及 5.10。

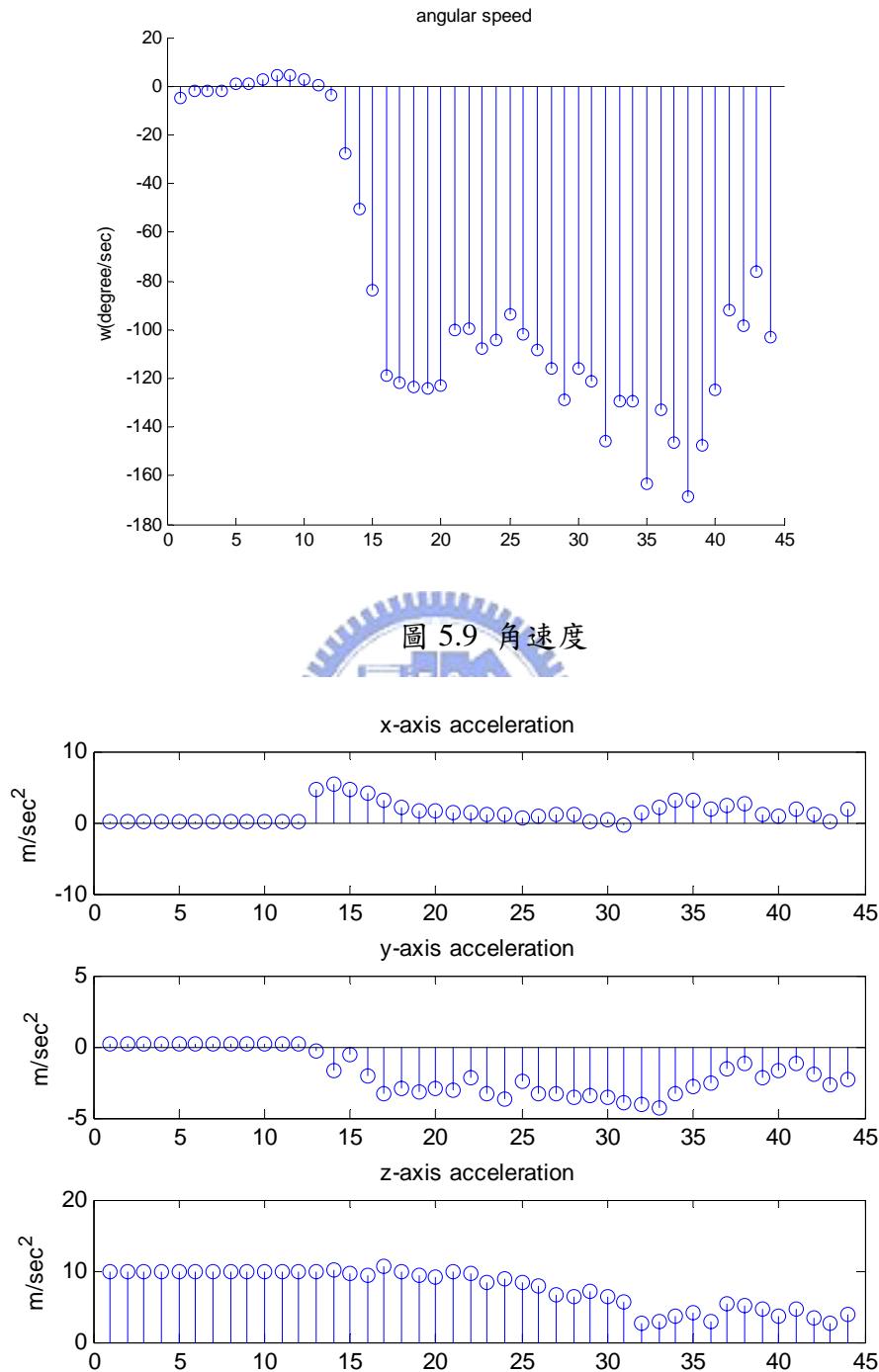


圖 5.10 加速度

圖 5.10 中 Z 軸應受到相同的地心引力獲得加速度  $1g(9.81m/s^2)$ ，但當車速增加時 Z 軸加速度發生逐漸減少的情況，對於此情況本文做出以下推論：

由於圖 5.6 中感測器方向皆為 XY 平面和地面平行(亦及 Z 軸與地面垂直)的情況。而實驗車速度較快，所以在行駛期間感測器的平面會產生傾斜，此時量測值的誤差會隨著傾斜程度的增加而增加。

此情況同樣在許多導航設備中所發生，一般採取四元素法加上 Kalman 濾波器計算以補償其中的誤差[20]，但由於其內容複雜且非本文重點，故本文採取以下的簡單的方法加以修正，得到在合理範圍內的數據。

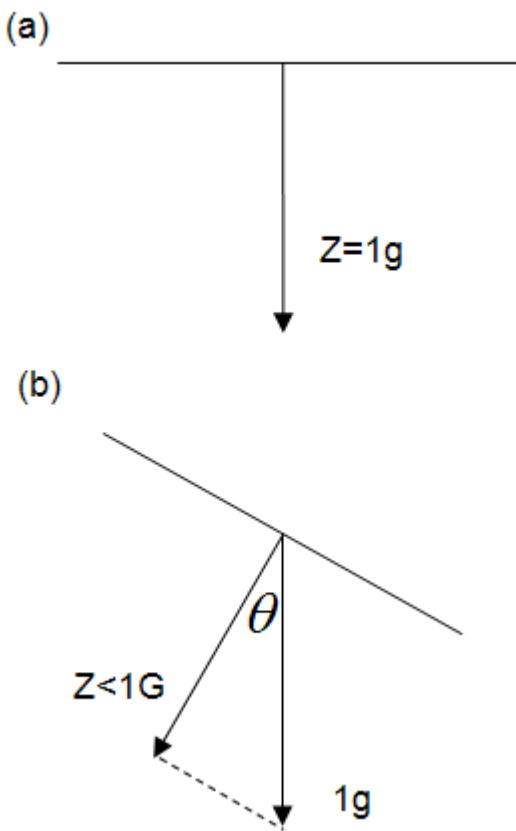


圖 5.11 平台傾斜示意圖(a)未產生偏斜(b)產生偏斜

如圖 5.11(a)，在平面保持水平時，加速規受到地心引力的作用，應該會在 Z 軸量測到  $1g (9.81m/s^2)$  的加速度，將此已知條件設定為修正的依據。而圖 5.11(b)，當平面產生傾斜時，量測到的 Z 軸加速度則會減小，如圖 5.7，若設定 Z 軸加速度固定為  $1g$ ，則可由量測到的 Z 軸加速度計算出平台傾斜角度。

本文假設 Y 軸數據的偏移可忽略，僅對 X 加速度及陀螺儀數據進行簡單的補償，修正方法為：

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{a_z'}{9.81}\right) \quad (5.1)$$

$$a_x' = a_x' \times \cos(\theta) \quad (5.2)$$

$$w' = w' \times \sin(\theta) \quad (5.3)$$

其中

$a_z'$ ：加速規量測到的 Z 軸加速度

$a_x'$ ：加速規量測到的 X 軸加速度

$w'$ ：陀螺儀量測到的角速度

$\theta$ ：計算出的傾斜角度

$a_x$ ：補償過後的 X 軸加速度

$w$ ：補償過後的角速度

圖 5.9、5.10 經過以上補正計算之後得到的數據如圖 5.12、5.13

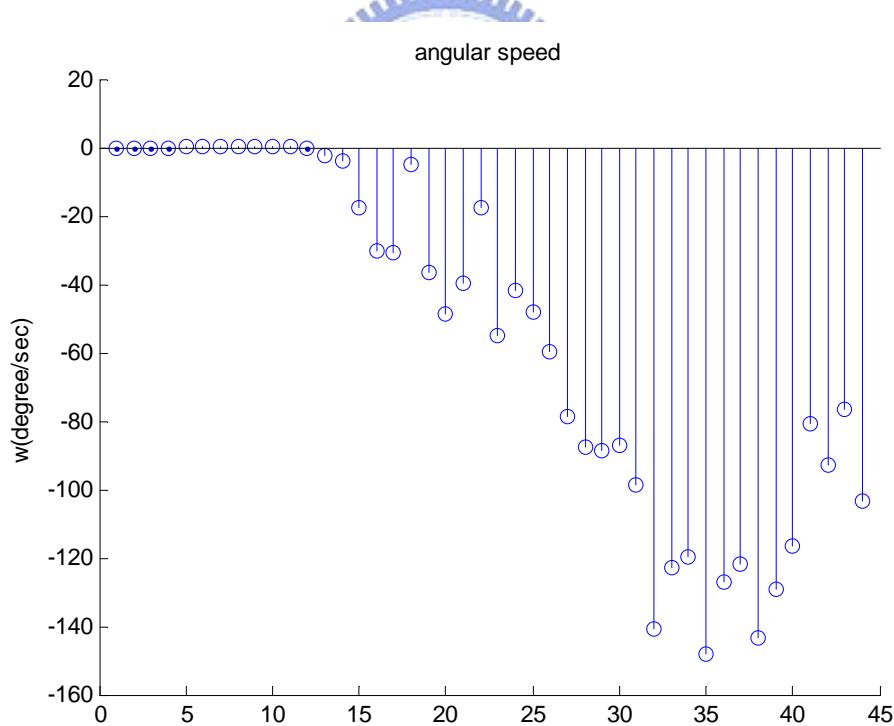


圖 5.12 補償後角速度

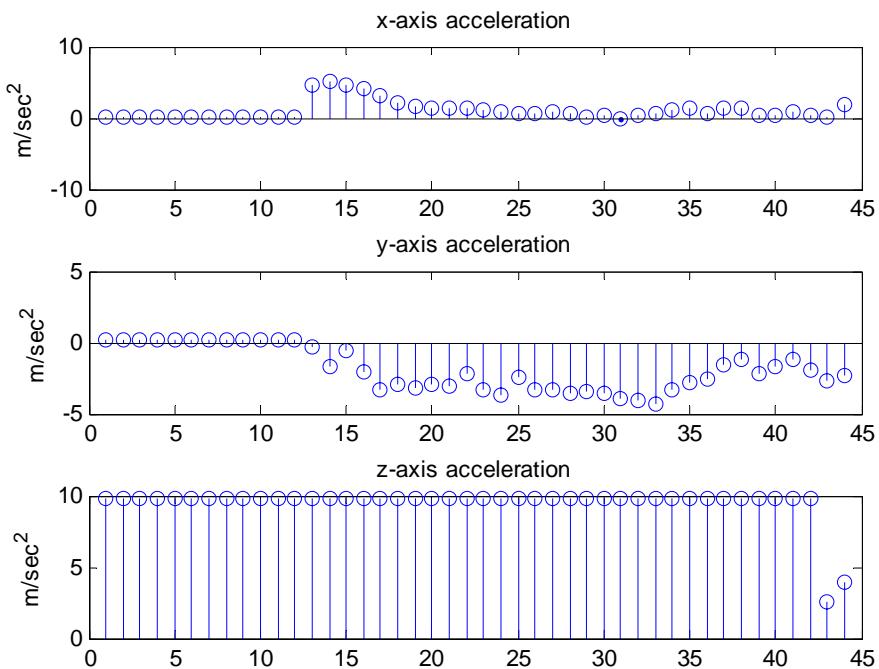


圖 5.13 補償後加速度

經過補償計算後角速度有顯現出隨時間增加的趨勢，而縱向加速度(X 軸)也在加速過後減小，Y 軸加速度則因為轉向不平均而有所增減。符合實驗現實情況。而經由座標轉換計算過後的速度如下圖 5.14，在速度上有了合理的趨勢。

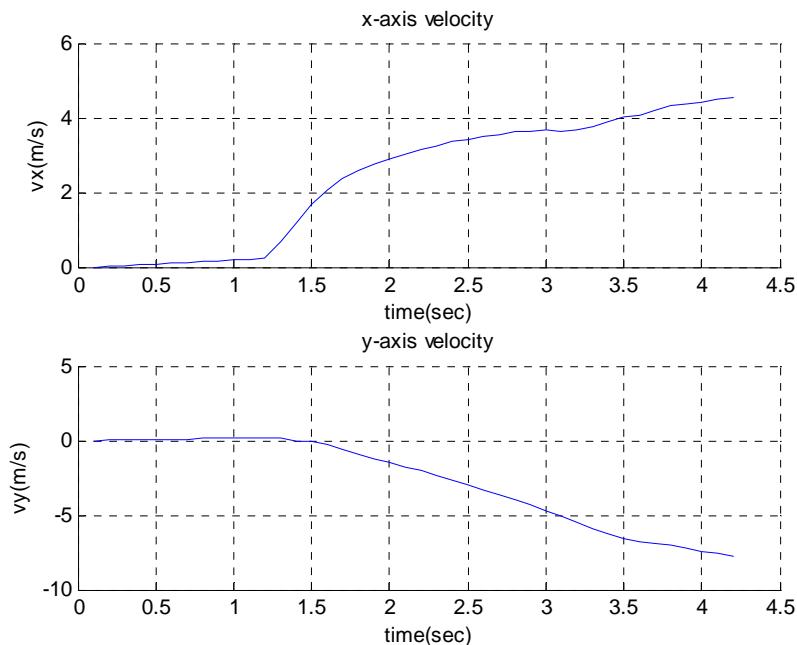


圖 5.14 動座標速度

經過座標轉換後可得到絕對速度及畫出的軌跡如圖 5.15、5.16

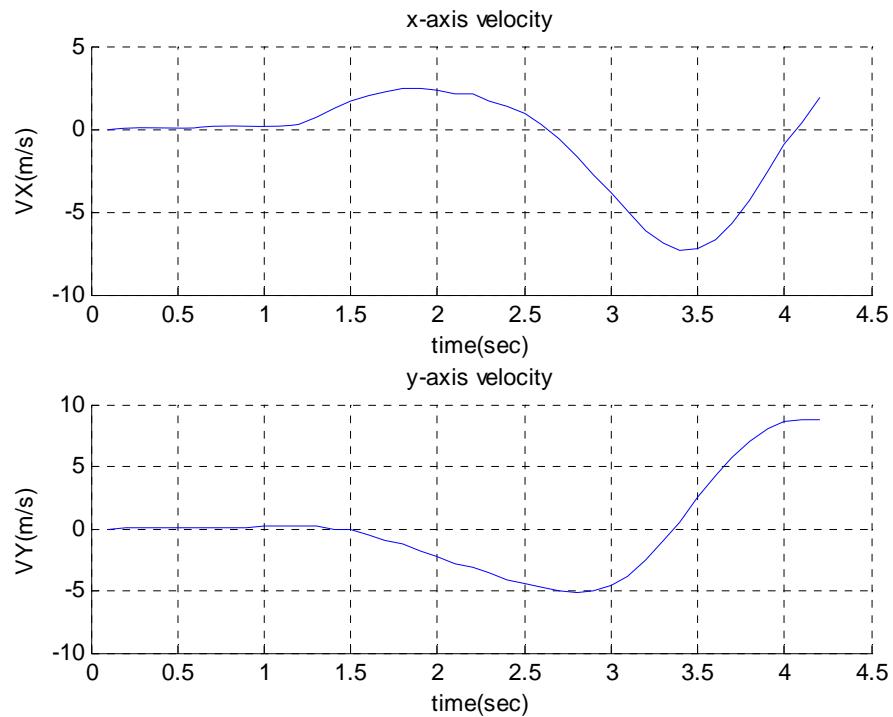


圖 5.15 絕對速度

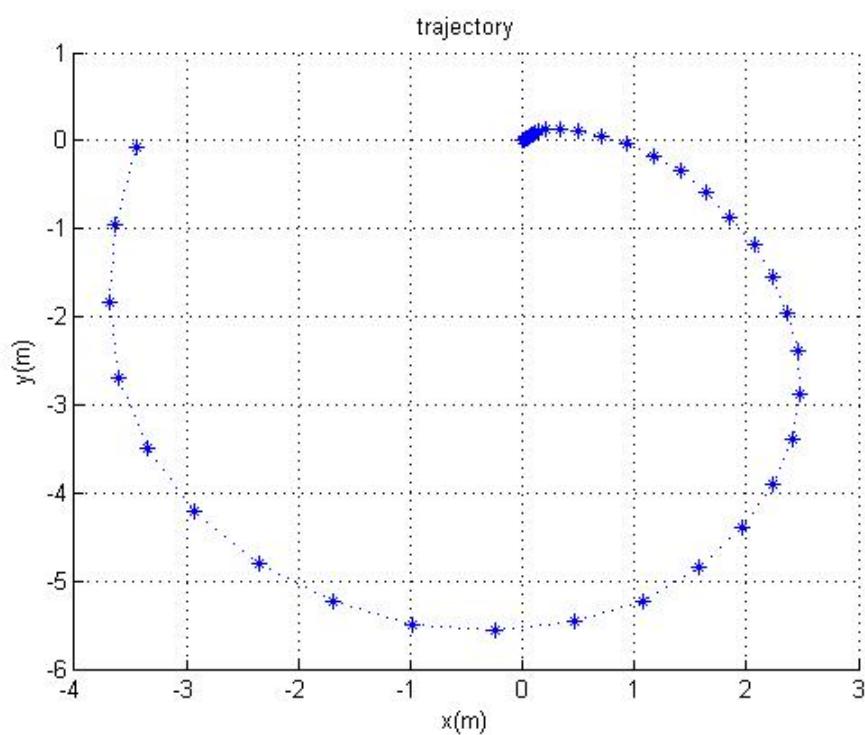


圖 5.16 實驗車軌跡

而圖 5.16 的軌跡和實驗操控的軌跡相當接近，透過 INS 軌跡演算法也可獲得相當的

結果。

## 5.5 實驗軌跡預測

將 5.2 節中的補償過的實驗數據套入動座標軌跡預測中，經過計算之後得到圖 5.17、5.18，其中誤差定義為預測點和原始軌跡的最短距離。

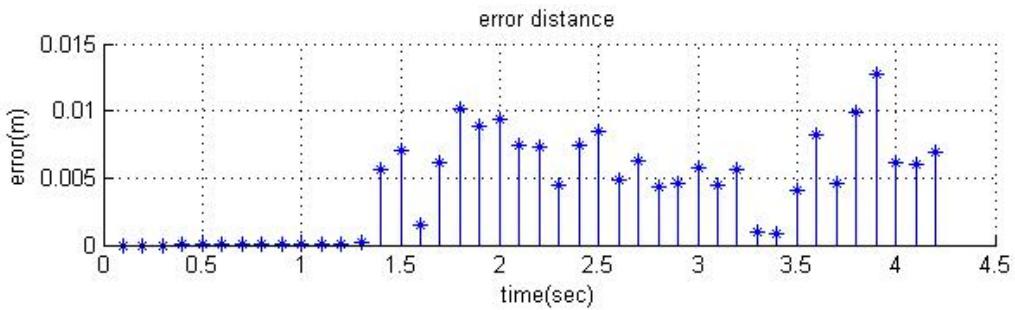


圖 5.17 實驗車預測誤差

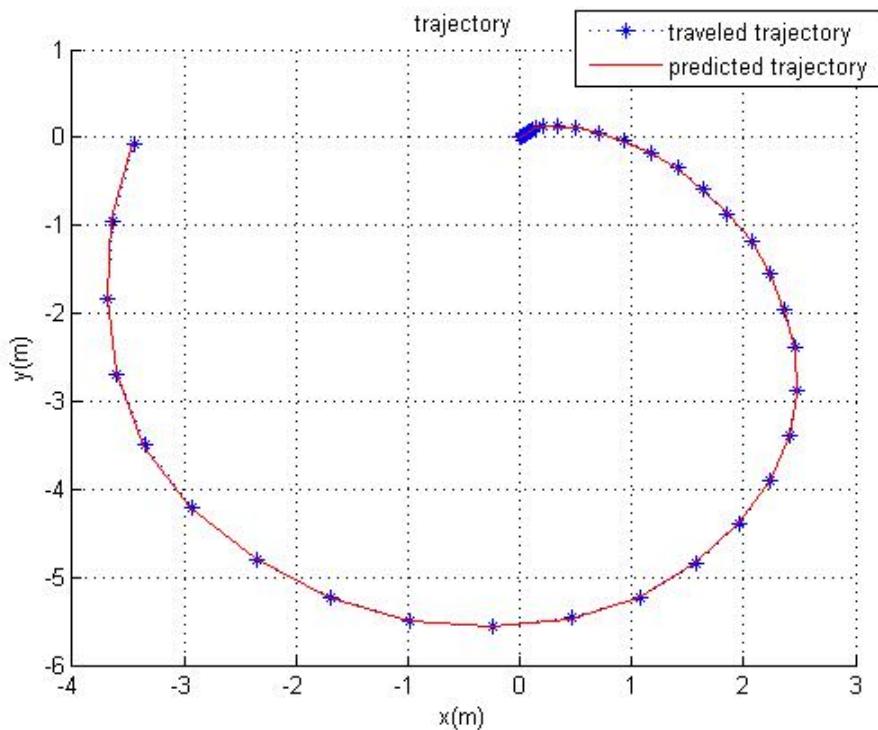


圖 5.18 實驗車預測軌跡

將以上兩圖和模擬的 5.7、5.8 圖比較，模擬的誤差較實驗來的大，且有明顯隨速度增加的趨勢，因為模擬因為尺度的關係速度約為實驗的 7 倍，在速度較高的情況下誤差也隨之被放大，同時也倒置誤差隨速度增加的趨勢更為明顯，而實際實

驗中雖然速度增加較小，但也有些微雷同的趨勢。故實驗的結果和模擬大致上是吻合的。

下圖 5.19 為和外插補償預測法及循圓軌跡預測法[11]相比較的結果。

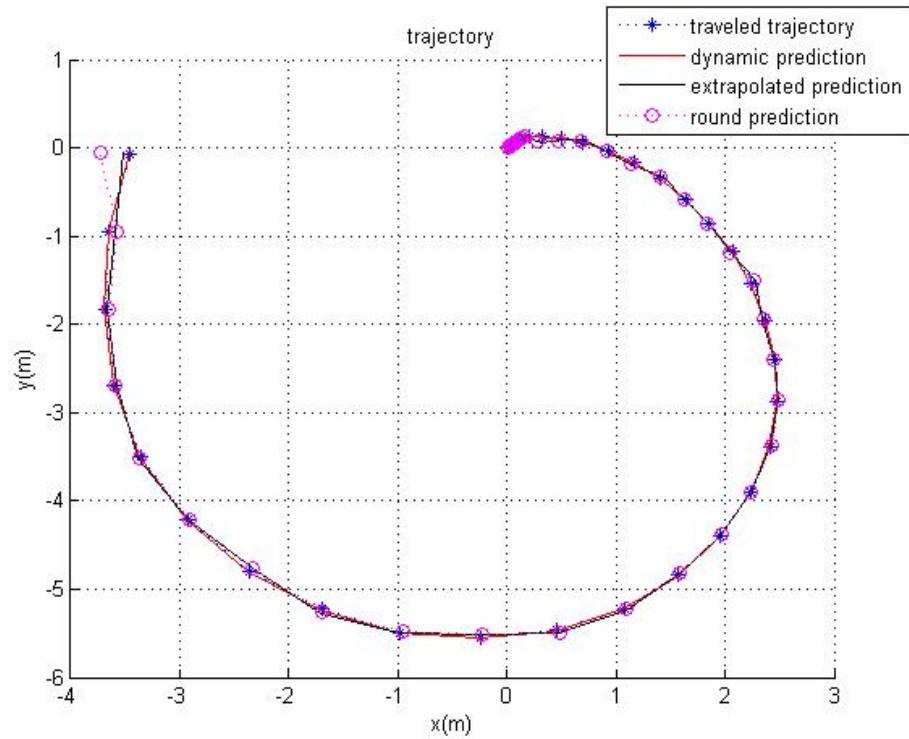


圖 5.19 與其他軌跡預測比較

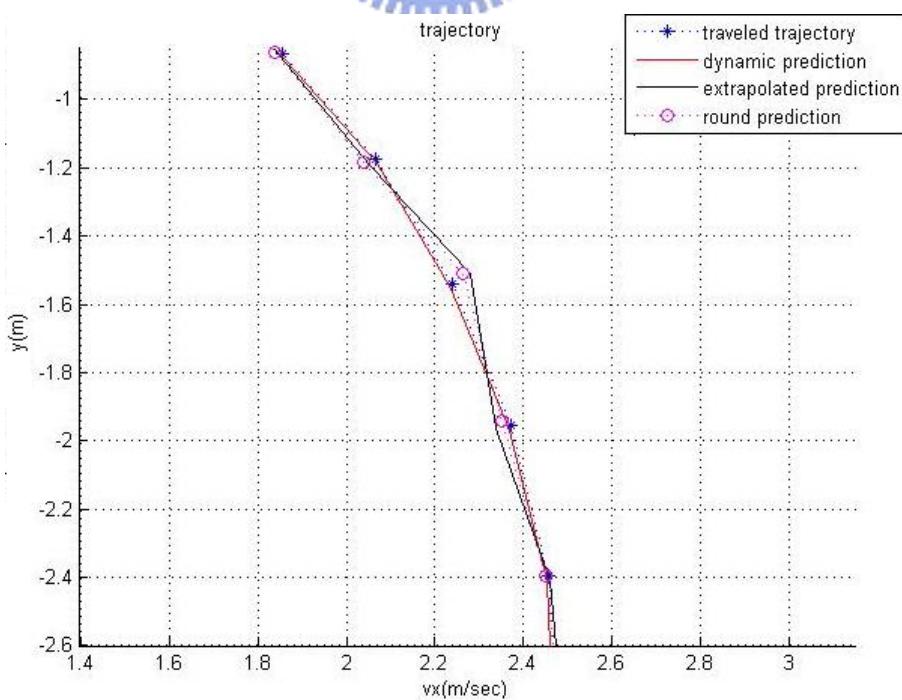


圖 5.20 細節比較圖

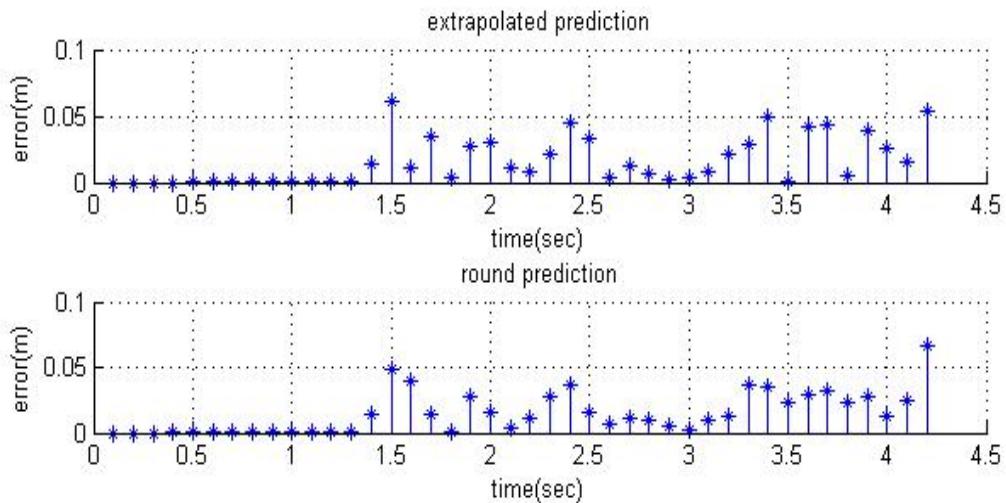


圖 5.21 其他預測方法的誤差

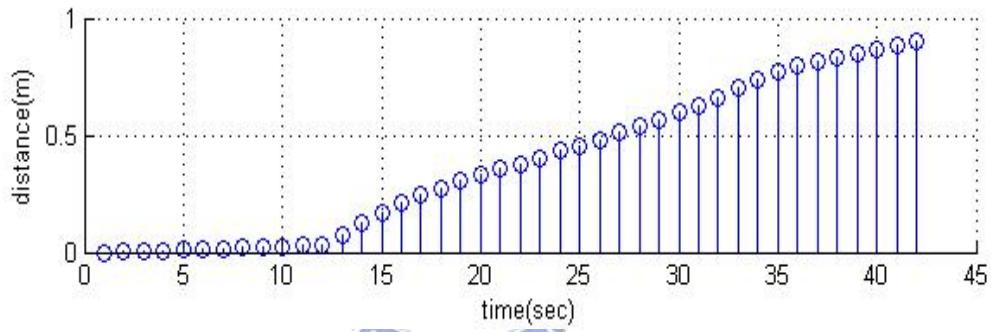


圖 5.22 每點間隔距離

由圖 5.19，可以發現三種預測方法在實驗上的趨勢上都有跟著軌跡走，但由圖 5.20 的細部比較可看出，外插補償預測由於受到前面兩點的限制，故反應會不夠即時，而造成圖中預測軌跡在實際軌跡的左右跳動，類似於 Bang-bang control 的效果。而循圓軌跡預測也是有預測不夠即時的效果，其中誤差換算成比例，得到下表的結果。

$$\text{誤差比例} = \frac{\text{誤差量}}{\text{每點距離}} \times 100\%$$

表 5.4 預測誤差比較表

predict method	max error(m)	max error ratio(%)
dynamic coordinates predict	0.0127	1.4%
extrapolated predict	0.0767	8.5%
round predict	0.0669	7.4%

由表 5.4，動座標軌跡預測較外插軌跡預測補償法及循圓軌跡預測法的誤差更小，且即時的因車輛動態改變而改變軌跡，故可證明不管是在預測，或是修正參考上，動座標軌跡預測為較適當的選擇。



## 第六章 結論與未來展望

近年來因為人們對於車輛安全的重視，車輛的穩定控制成為相關學者及車廠的研究重點。對於車輛的穩定問題，多數的研究皆從觀察側向力的角度著手，以調整煞車及動力的方式進行修正。而本文由觀察軌跡的角度著手，以調整後輪轉向角作為修正。首先將整體軌跡看成每個取樣的瞬間軌跡的總和，提出動座標軌跡預測作為軌跡修正的依據，此預測方法同時具有低誤差和即時反應車輛動態的優點。修正方面提出後輪循跡補償，本文首度嘗試引入一般作為模擬使用的車輛動態模型公式的反推，將補償量帶入後計算出後輪轉向角，藉此拉近軌跡的誤差，本方的優點在於對於車輛動態有更完全的掌握。由本文的模擬，基本上證實了上述方法的可行性及效果。

對於軌跡的修正採取補償的方式介入，目的在於避免過度的修正造成更重大的意外發生。一方面給予駕駛對於前輪及動力完全的掌握，另一方面也由後輪的補償確保行車的安全。



本文的預測方法和補償方法可分別模組化使用，由 4.2.3 節，若是將補償方法搭配更準確的預測方法，則可達到更準確的修正效果。

後輪循跡補償中  $\delta_R$  和  $\delta_{R\_count}$  的比例現於模擬後給定 0.1 為合理比例，未來若於修正中加入最佳化演算法決定比例，將達到更優良的效果。

由於本文以軌跡的角度切入進行修正，未觸及動力和煞車的調節，和多數現有的理論並不衝突，故可和現有修正理論搭配使用，例如循跡控制系統(Tracking Control System)。相信雙管齊下對於穩定車身會有更強大的效果，未來若成功將兩者整合，同時從兩個觀點進行主動式安全控制，必定會是車輛穩定控制上突破性的發展。

## 參考文獻

- [1] T. Keviczky, P. Falcone, F. Borrelli, J. Asgari, and D. Hrovat, "Predictive control approach to autonomous vehicle steering," in *American Control Conference, 2006*, 2006, p. 6 pp.
- [2] L. Chiu-Feng, A. G. Ulsoy, and D. J. LeBlanc, "Vehicle dynamics and external disturbance estimation for vehicle path prediction," *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 8, pp. 508-518, 2000.
- [3] R. Hayama, K. Nishizaki, S. Nakano, and K. Katou, "The vehicle stability control responsibility improvement using steer-by-wire," in *Intelligent Vehicles Symposium, 2000. IV 2000. Proceedings of the IEEE*, 2000, pp. 596-601.
- [4] M. Pham and W. Danwei, "Dynamics-based full-state tracking for a car-like mobile robot," in *Control, Automation, Robotics and Vision, 2002. ICARCV 2002. 7th International Conference on*, 2002, pp. 752-756 vol.2.
- [5] E. J. Rossetter and J. C. Gerdes, "The role of handling characteristics in driver assistance systems with environmental interaction," in *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000*, 2000, pp. 2528-2532 vol.4.
- [6] E. J. Rossetter, J. P. Switkes, and J. C. Gerdes, "A gentle nudge towards safety: experimental validation of the potential field driver assistance system," in *American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, 2003, pp. 3744-3749 vol.5.
- [7] Y. Hattori, E. Ono, and S. Hosoe, "Optimum Vehicle Trajectory Control for Obstacle Avoidance Problem," *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 11, pp. 507-512, 2006.
- [8] W. Danwei and Q. Feng, "Trajectory planning for a four-wheel-steering vehicle," in *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on*, 2001, pp. 3320-3325 vol.4.
- [9] X. Guangyan and W. Danwei, "Full State Tracking of a Four-Wheel-Steering Vehicle based on Output Tracking Control Strategies," in *Control, Automation, Robotics and Vision, 2006. ICARCV '06. 9th International Conference on*, 2006, pp. 1-6.
- [10] 黃建誠, "後輪軌跡修正實驗車輛的建構與控制之研究"國立交通大學機械所碩士論文,2009
- [11] Chin, Jih-Hua; Kung, Chun-Kai, 2006, "Trajectory predictions with a view of autonomous compensation for vehicle steering", *CSME Forum, Symposium on Intelligent Vehicles and Transportation Systems, May 21-24*, Kananaskis, Alberta, Canada

- [12] R. Marino and F. Cinili, "Input-Output Decoupling Control by Measurement Feedback in Four-Wheel-Active-Steering Vehicles," in *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, 2006, pp. 1715-1720.
- [13] Thomas D. Gillespie, "Fundamentals of Vehicle Dynamics," Society of Automatic Engineers, 1992.
- [14] J. I. Hernandez and K. Chen-Yuan, "Steering control of automated vehicles using absolute positioning GPS and magnetic markers," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 52, pp. 150-161, 2003.
- [15] P. Yih, J. Ryu, and J. C. Gerdes, "Modification of vehicle handling characteristics via steer-by-wire," in *American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, 2003, pp. 2578-2583 vol.3.
- [16] Milliken, W . F. and Milliken, D. L., "Race Car Vehicle Dynamics ." SAE Publication , 1995.
- [17] J. Y. Wong, "Theory of Ground Vehicle", *John Wiley & Son*,
- [18] K. Y. Kin, O. Yano, and H. Urabe, "Enhancements in vehicle stability and steerability with slip control," *Jsa Review*, vol. 24, pp. 71-79, Jan 2003.
- [19] "± 300 °/s Single Chip Yaw Rate Gyro with Signal conditioning", Analog Devices, 2004.
- [20] W. Yuanxin, H. Xiaoping, H. Dewen, L. Tao, and L. Junxiang, "Strapdown inertial navigation system algorithms based on dual quaternions," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. 41, pp. 110-132, 2005.
- [21] 林慶銘, "最新車輛控制技術", 全華出版社, 1998
- [22] 林毅泓, "四輪轉向實驗車輛的建構與控制之研究"國立交通大學電控所碩士論文,2008