

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

由頻譜反射率和穿透率估測色彩混色原色色料配色量
之研究

An inverse radiation analysis for estimation of
color matching coefficients from reflectance and
transmittance measured by spectrometer



研究生:黃泰碩

指導教授:林振德 教授

中華民國 九十九 年 七 月

由頻譜反射率和穿透率估測色彩混色原色色料配色量之研究

An inverse radiation analysis for estimation of color matching coefficients from
reflectance and
transmittance measured by spectrometer

研 究 生:黃泰碩

Student : Tai-Shuo Huang

指 導 教 授:林振德

Advisor : Jenn-Der Lin

國 立 交 通 大 學



A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Mechanical Engineering

July 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年七月

由頻譜反射率和穿透率估測色彩混色原色色料配色量之研究

指導教授:林振德

研究生:黃泰碩

國立交通大學機械工程學系碩士班

摘要

本研究針對結合可見光分光光度計和色彩噴墨印表機混色原理應用於資料儲存技術，分析噴墨之原色色料與色素以及分光光度計之量測光學參數等對於混色色料逆向推導原始原色色料配色係數的影響，進行尋求較佳之逆向轉換推導方式。我們主要考慮混色色料為水溶性非散射性染色染料；此外，我們亦考慮混色色料為顏料色素，此類應用中其射散性必須被納入考慮。考慮原色色料為水溶性非散射性染色染料時，為建立精確的原色色料頻譜消散係數之基本資料，我們依輻射傳遞方程式，針對五層介面，實驗量測原色色料之頻譜消散係數。再針對容器內混色色料、利用輻射傳遞方程式，建立完整的穿透率和反射率式子，並據以進行完整的逆向估測混色色料層之色料配色係數，進而應用到以色彩原理達到資料儲存技術。分析結果顯示色彩應用只能使用到 20 階，不到色彩應用最低 256 階，若量測與逆算間的

誤差為1%左右，則可接近色彩200階，也可應用到資料儲存的技術上。

針對色料改為色素的案例，從量測結果看來，三色色素圖形趨近一致，無法分別出單色的敏感範圍，而粒徑大小平均為7~8 μm 相對於波長屬於大顆粒，所以 Q_{ext} 皆等於2，故分辨不出不同顏色色素的差異。在實驗過程中於單一波長下探討時間對於頻譜量測的變化，我們發現兩分鐘內大概只有1%左右的變化，表示水與色素的分離不致於產生影響量測的結果。色素粒徑分佈則顯示出青色色素溶液量測頻譜較為集中，與其他兩色溶液量測分佈廣泛有明顯的差異。



An inverse radiation analysis for estimation of color matching coefficients from reflectance and transmittance measured by spectrometer

Advisor : Prof. Jenn-Der Lin

Student : Tai-Shuo Huang

Abstract

The presents study within the influence on estimation of color matching coefficients due to optical properties of primary colors. Within the first phase of the project, the non-scattering dye is main by considered. Besides, the pigment which is scattering is also to be investigated. The data base of spectral extinction coefficients of primary colors is established by spectrometer associated with Radiation Transfer Equation for the physical model of five layers. We then measure the spectral extinction coefficients of mixture of primary colors and based on these data, the inverse estimation for measuring the color matching coefficients from reflectance and transmittance of a mixture of primary color is performed.

The analysis shows that application of colors can only use for 20 bands, less than the minimum 256-color application stage. If the error is between the measurement and inverse error about 1% , may be close to 200 bands. Then we can be applied to data storage technology.

As we change the dye to the pigment, appears from the measurement results, three-color graphics closer to the same , can not distinguish the sensitive areas of a color, The particle size average is $7\sim 8\ \mu\text{m}$ that is large relative to the wavelength of particles, so are all equal to 2, able to distinguish between different colors of pigment. A single wavelength of the spectrum change in two minutes, only about 1% of the change, said the separation of water and pigment does not affect the measurement results. The particle size showed the blue pigment is more concentrated of the measurement spectrum then the other two pigments.

誌謝

這篇論文能夠完成，首先我要感謝林振德老師的指導，提供物理觀念上的引導，幫助我對於研究上的思考，也指導我們以嚴謹的態度來處理論文的每一步，在課外也提供我們社會上相關的經驗和看法，課內課外都對我們幫助很大，在此特別感謝老師。

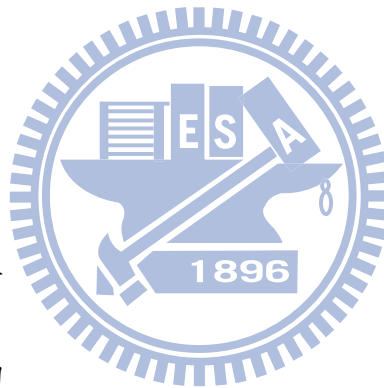
感謝口試委員洪勵吾教授、吳志陽教授以及許隆結教授既學長對於論文上的指正與建議，補足我對於本論文思考欠缺周慮的地方。

在交大的生活裡，感謝學長文福、志銘、志豪、昌彥、守焜、順隆、偉民對於我的照顧和指導，唯一同屆同學金錚的互相扶持，以及學弟駿傑、凱涵的幫忙，雖然相處時間短暫，但卻充實了在研究室的時光，感謝大家。

最後感謝我的家人及朋友，有你們的支持與鼓勵才讓我度過這研究生生活，也順利的度過每一天。

目錄

中文摘要	I
英文摘要	III
誌謝	V
目錄	VI
表目錄	IX
圖目錄	X
符號表	XII
第一章 序論	1
1.1 前言	1
1.2 研究背景	2
1.3 研究目的	5
第二章 物理原理	6
2.1 輻射傳遞統御方程式	6
2.1.1 平行光入射但極角不為零	7
2.1.2 平行光入射且極角為零	9
2.2 散射理論	10
2.2.1 平行光入射且極角為零	10
2.2.2 平行光入射但極角不為零	14



2.3 逆向分析理論	17
第三章 實驗設計與步驟	20
3.1 量測系統	20
3.1.1 量測設備儀器	21
3.1.2 量測樣品	21
3.2 實驗步驟	22
3.2.1 原色色料溶液配置與量測	23
3.2.2 混色色料溶液配製與量測	23
3.2.3 原色色素溶液配置與量測	24
3.2.4 混色色素溶液配置與量測	25
第四章 結果與討論	26
4.1 原色色料頻譜	26
4.2 原色色料溶液配置	27
4.3 原色色料溶液頻譜	28
4.4 混色色料溶液配置	28
4.5 混色溶液頻譜與正向運算	29
4.6 靈敏係數(Sensitivity coefficient)	31
4.7 配色係數逆向運算分析與色彩應用	31
4.8 原色色素頻譜	32



4.9 原色色素溶液配置	33
4.10 原色色素溶液頻譜	33
4.11 單一波長下時間對於頻譜的影響	34
4.12 原色色素顆粒粒徑分析	35
第五章 結論	36
參考文獻	37



表目錄

表 4-1 石英槽內原色溶液濃度	40
表 4-2 石英槽內混色色料溶液濃度	41
表 4-3 混色色料溶液實驗一逆運算結果(黃色波長410nm)	42
表 4-4 混色色料溶液實驗二逆運算結果(黃色波長410nm)	43
表 4-5 混色色料溶液實驗三逆運算結果(黃色波長410nm)	44
表 4-6 混色色料溶液實驗一逆運算結果(黃色波長450nm)	45
表 4-7 混色色料溶液實驗二逆運算結果(黃色波長450nm)	46
表 4-8 混色色料溶液實驗三逆運算結果(黃色波長450nm)	47



圖目錄

圖一 光穿透物理模式(a)五層界面(b)三層界面	48
圖二 基材層內光穿透物理模式(a)上層基材(b)下層基材	49
圖三 垂直光穿透物理模式(a)五層界面(b)三層界面	50
圖四 分光光度計光學系統	51
圖五 五度角單次反射式測量裝置剖面側視圖	51
圖六 石英樣品液槽	52
圖七 原色色料頻譜(a)穿透率(b)反射率	53
圖八 n_i, K_i 值逆運算流程圖	54
圖九 原色色料光學折射率 n_i 實驗量測估測值	55
圖十 原色色料溶液頻譜(a)穿透率(b)反射率	56
圖十一 原色色料光學折射率吸收係數 K_i 實驗量測估測值	57
圖十二 混色溶液頻譜(a)穿透率(b)反射率	58
圖十三 實驗一量測與正向運算頻譜比較圖(a)穿透率(b)反射率	59
圖十四 實驗二量測與正向運算頻譜比較圖(a)穿透率(b)反射率	60
圖十五 實驗三量測與正向運算頻譜比較圖 (a)穿透率(b)反射率	61
圖十六 混色溶液靈敏係數及波長關係圖(a)穿透率(b)反射率	62
圖十七 ρ_i 值逆運算流程圖	63
圖十八 黃色原色色素頻譜穿透率圖	64

圖十九 黃色色素溶液頻譜(a)穿透率(b)反射率	65
圖二十 洋紅色色素溶液頻譜(a)穿透率(b)反射率	66
圖二十一 青色色素溶液頻譜(a)穿透率(b)反射率	67
圖二十二 單一波長不同時間黃色色素0.4%溶液穿透率頻譜	68
圖二十三 單一波長不同時間洋紅色色素0.6%溶液穿透率頻譜	68
圖二十四 單一波長不同時間青色色素0.8%溶液穿透率頻	69
圖二十五 黃色色素粒徑分佈圖	69
圖二十六 洋紅色色素粒徑分佈圖	70
圖二十七 青色色素粒徑分佈圖	70



符號表

A_1	相函數之係數
d	色料的厚度
I_0	入射光輻射強度
I_1	色料層輻射強度
I_v	輻射強度
i	無因次之輻射強度
i_c	i 之平行部分
i_d	i 之漫射部分
K_i	色料吸收係數，色料光學複數折射率虛數部分
m	色料光學複數折射率 1896
M	高斯求積格點的總數且為偶數
n_i	色料折射率，色料光學複數折射率實數部分
n_1	空氣的折射率
n_2	石英的折射率
R	對應入射 I_0 之鏡面反射頻譜反射率
S	源函數
T	對應入射 I_0 之頻譜穿透率
W_m	求積的權函數

x	光的路徑長度
X	靈敏係數矩陣
Y	實驗值矩陣
α	收斂條件
β	消散係數
η	理論值矩陣
θ_0	對應平行入射角之折射角
$\theta_{0,1}$	對應基材層入射角的折射角
θ_1	空氣層的入射角
θ_2	對應空氣層入射角的折射角
λ	所考量之光波長
μ	光入射角度 $\cos \theta$
$\mu\mu'$	相函數
μ_m	高斯求積格點
ρ_i	色料的濃度
ρ_w	水的濃度
ρ_0	空氣層與基材間的反射率
ρ_1	基材與色料層間的反射率
ρ_{12}	上層基材反射率



ρ_{23} 下層基材反射率

σ_s 散射係數

τ 光學厚度

ω 散射比

下標

i 三原色色料 y 、 m 、 c

r 入射角不為 0

t 入射角為 0



第一章 序論

1.1 前言

隨著資訊時代的來臨，儲存媒體的容量也因應更多需求的資料量而成長，為了進一步尋求更高密度與更快速的儲存方案，進而促成了更好的改良技術與新的儲存媒體的發明，比如軟碟之發展從 5.25 吋 1.2MB、3.5 吋 1.44MB 到現在的 LS-120 及 ZIP 等採用全新技術的軟碟機。光碟的出現，更進一步提升資訊儲存技術。現今主流的光碟儲存媒體為 DVD，其作用原理為以訊洞 (Pit) 記錄 0 與 1，並以紅色雷射光來讀取資料。DVD 光碟的容量受限於訊洞的大小與紅光波長，所以最多只能達到每層 4.7GB。下一世代的光碟，已經由電子產品與電腦公司把它從紅光改成藍光，由於藍光波長較短，訊洞的尺寸可以隨之縮小，因此單一碟片上能夠蝕刻的訊洞連帶增加。目前有兩種格式在競爭，一是藍光 DVD(Blue-ray)，一是高畫質 DVD(HD-DVD)。

另外，微全像術資料存取技術[1] (Microholographic multiplexing method)也正積極的開發中，這種技術是將這頁投影，與另一頁作為參考資料波的投影，一起投射在一個對光的明暗有不同反應的透明物體上(Photo-Polymer)，這兩頁資料波彼此干涉所產生的二維波峰(明)與波谷(暗)圖案，便會儲存在這物體中。這種資料儲存的特點，在於由於每一頁的二維干涉圖案，產生的方式(入射角度、

波長)都不同，因此，只要透過調整產生干涉時，參考波的入射角度，便可以將不同頁的資料波，儲存在物體中的不同部位。當要把所儲存的資料讀出來時，只要另外利用一束雷射光，透過特殊的角度，就可以讀取該儲存的資料，將其投射在攝影機上，再利用電腦軟體來分析。由於整個過程可以在二維的平面進行，屬於平行處理，比磁碟逐個位元組存取要迅速許多。最近，Yang 和 Wang[1]利用一耦合繞射折射物鏡(Hybrid diffractive-refractive objective lens)縮小微全像術資料存取技術中的光源寬度因傳播距離而擴散，再利用白光源(White light source)和單光濾光片(Narrowband filters)來取代價格昂貴的雷射。



1.2 研究背景

由於光譜技術具有靈敏、準確、快速、可微量取樣及全系統分析的多種優點[2]，故運用範圍廣泛，更加促進光譜技術的發展。除了靠電子轉移來分析的紫外光/可見光吸收光譜外，目前廣為運用的尚有表面振動光譜的技術、紅外光吸收光譜、拉曼散射光譜、原子吸收與發射光譜、激發光光譜分析、螢光光譜分析等 數類 根據波茲曼分佈，於室溫下，大部份物質原子能階大 都處於最低能量的狀態，一般稱此狀態為基態(Ground State)，當輻射的光線通過物質時，常發生

吸收的現象，表示其在基態的 粒子吸收某特定頻率的光子而提昇至激發態(Excited State)。待測物未受到光激發前多處於基態，在受到光激發以後轉為激態，激態相對於基態非常 不穩定，很容易回復成基態而釋放出多餘的能量。光譜分析則是利用光或輻射作為激發源，以達成分析的目的[3]。一般原子和分子於一定的條件狀況之下，均可吸收能量(Energy)，而分子對於輻射能吸收的性質，主要決定於分子或原子的構造。

顏色是一種感覺，依光源、物體反射、人體感光的程度，而有不同的感覺。當光打到物體上時，光會部份吸收(轉成熱)、部分反射，例如我們以紅光打到白紙上，我們吸收到紅色的反射射線，所以會認為是紅紙。從人類的感知而言，顏色包含光波振幅(亮度、照明、流明)和光波的頻率(波長)，而人眼的感知系統(HVS, Human Visual System)包含了光源強度、媒體(紙)的反射、人眼對色彩的感知三者相互的組合。當光射向物體時反射出來的殘餘射線，經過視覺神經亦即網膜內錐狀體(Cones)的 Beta, Gamma, Ro(β, γ, ρ)細胞轉換成 pulse 傳至大腦產生視覺，以此(β, γ, ρ)的交錯詮釋色彩，人眼可分辨出百萬種以上的顏色。即使光的頻域雖然很寬廣，但人眼在光波 650nm 以上，400nm 以下的感受力快速下降，所以波長 380nm 到 780nm 的部分稱為可見光。

色彩學的演進方面，色彩分析的表現方式與精度也不斷提升。應用上從藝術創作、染料到印刷色彩、顯示器色彩、色彩心理學、視覺疲勞學等。三原色說[4]指出可見光的三原色為紅(Red, R)、綠(Green, G)、藍(Blue, B)，為一種“加法式或稱增色法”，傳統照相底片就是代表這一種“增色法”的典型。相對而言，印刷是“減色法或稱吸收式”，一般是以黃色(Yellow, Y)、洋紅色(Magenta, M)、青色(Cyan, C)三種顏料為 RGB 的互補色。如將白光分別照射 Y 和 C 濾色片之重疊、C 和 M 濾色片之重疊、以及 M 和 Y 濾色片之重疊，則穿透之光線分別為 G、B 和 R 色。YMC 三色雖然可以調配出黑色，一般而言，三色調色其色度上較不純，且黑色墨水用量需求大，所以印刷上常會增加黑色墨水，簡稱 K(取其 Black)，故將此 YMCK 四色做為基本配方。

專利[5]提出色彩原理儲存技術之雛型與概念，是從微小噴墨嘴噴出彩色光點，加上頻譜儀將各種顏色組合的波長檢測出，並配合電腦設定之色彩配色，以及光譜分析來達成資料儲存與讀取。

本論文題目屬於電磁能(或輻射能)傳遞逆向分析問題 (inverse radiation problem)的範疇，與輻射能傳遞逆向分析問題相關之研究包含應用時變化之反射率和穿透率估測一維介質的吸收與散射係數[7]或利用表面穩態輻射性質估測多維介質的吸收與散射係數[8]，

Silva Neto等人同步估測介質的光學厚度[9]，Qi等人及Bokar針對輻射傳遞逆向問題之逆向分析方法的研究，藉以提升估測介質吸收與散射性質之精度，相關之研究分析結果可參閱文獻[10，11]。另，針對塗料被覆於一個基材表面上，Chen等人提出同步量測塗料厚度與複數光學折射率之光學常數之分析與量測方法[12]。

1.3 研究目的

本實驗研究針對結合可見光分光光度計以及色彩噴墨印表機混色原理應用於資料儲存技術，而此實驗之前並無相關文獻及實驗結果。使用一般常用之水溶性染色染料(Dye)及色素(Pigment)進行分析，分析噴墨之原色色料以及分光光度計之量測光學參數等對於混色色料逆向推導原始資料數據的影響，俾進行高密度資料儲存之可行性分析。利用電腦設定之色彩配色與色彩原理之儲存技術，由微小噴墨嘴噴出彩色光點，再利用頻譜儀將各種顏色組合的波長檢測出來。每一種顏色以8 bits代表，YMC三種組合就會有 $256^3=16M$ 顏色，每種顏色間隔假設能控制在 $1.48\mu m$ 範圍，儲存的資料即可達28GB。藉由噴墨寫入其優點有與現在CD/DVD相容性高、成本便宜、儲存容量可達28G是目前DVD的五倍，但需要與微光譜儀搭配。希望藉由多樣化的色彩來取代傳統二進制0與1的資訊編碼與解碼，提升資料儲存技術的解析度與儲存密度。

第二章 物理原理

2.1 輻射傳遞統御方程式

我們考慮基材的夾層內有一層色料之結構(如圖一(a)所示)，加上空氣層，總共有五層介面。色料層厚度為 d ，我們忽略色料本身之發光效應；基材材質為石英槽，假設為非散射性介質且忽略基材本身之發光效應。當基材上披覆一層色料受到光輻射能照射時，光強度於傳輸過程中其變化滿足一維輻射傳遞統御方程式[14]，如下式所示

$$\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu)}{d\tau} = -I_{\lambda}(\tau, \mu), \quad -1 \leq \mu \leq 1 \quad (1)$$

μ 為光入射角度 $\cos \theta$ ， τ 為光學厚度 (Optical variable, $\rho_i K_i x$)， ρ_i 為色料的濃度 (Concentration)， x 為光的路徑長度 (Path length)， K_i 為色料吸收係數 (Mass absorption coefficient)，亦為色料複數光學折射率 m 虛數部分， I_{λ} 為輻射強度。此輻射傳遞統御方程式其解為

$$I_{\lambda}^{+}(\tau, \mu) = c_1 e^{-\tau/\mu} \quad (2)$$

$$I_{\lambda}^{-}(\tau, -\mu) = c_2 e^{-(\tau_0 - \tau)/\mu} \quad (3)$$

在五層介面上，基材內的光傳輸路徑(如圖二(a)(b)所示)，能量傳遞過程為等比級數的數列，得到基材反射率為

$$\rho_{12} = \rho_0 + \frac{\rho_1(1 - \rho_0)^2}{1 - \rho_0 \rho_1} \quad (4)$$

$$\rho_{23} = \rho_1 + \frac{\rho_0(1 - \rho_1)^2}{1 - \rho_0 \rho_1} \quad (5)$$

ρ_{12} 為上層基材反射率， ρ_{23} 為下層基材反射率， ρ_0 為空氣層與基材間的反射率， ρ_1 為基材與色料層間的反射率。利用上述基材反射率之關係式，我們亦將五層介面簡化為三層介面(如圖一(b)所示)，假設不同介質間之介面為光滑面，則方程式(1)至(3)之邊界條件為

$$I_1^+(0, \theta) = I_1^-(0, -\theta)\rho_{12} + I_0(1 - \rho_{12})\delta(\theta - \theta_0) \quad (6)$$

$$I_1^-(d, -\theta) = I_1^+(d, \theta)\rho_{23} \quad (7)$$

I_0 為入射光輻射強度， I_1 為色料層輻射能傳輸之強度， θ_0 為對應平行入射角之折射角。針對混色色料考慮為水溶性染色染料(Dye)，色料層可考慮為非散射性之介質，亦即色料層之散色係數為零。對於水溶性染色染料及吸收性基材之結構，光傳輸過程中光行進方向不會改變如圖一所示，藉由輻射傳遞之方程式我們建立混色色料反射率與穿透率式子，其式表示如下

$$R = \rho_{12} + \frac{I_1^-}{I_0}(0, -\theta)(1 - \rho_{12}) \quad (8)$$

$$T = \frac{I_1^+}{I_0}(d, \theta)(1 - \rho_{23}) \quad (9)$$

R 為對應入射 I_0 之鏡面反射頻譜反射率， T 為對應入射 I_0 之頻譜穿透率。輻射統御方程式中 μ 為光入射角度 $\cos \theta$ ，隨著入射角 θ 的不同，得到的反射率和穿透率也會有所不同。

2.1.1 平行光入射但極角不為零

當入射角不為 0 的情況下(如圖一所示),將輻射傳遞統御方程式解(2)和(3)式帶入邊界條件(6)和(7)式及頻譜反射率(8)式、穿透率(9)式,我們可得到 R 、 T 與基材反射率的關係式

$$R_r = \frac{\rho_{r,12} + a^2 \rho_{r,23}(1 - 2\rho_{r,12})}{1 - a^2 \rho_{r,12} \rho_{r,23}} \quad (10)$$

$$T_r = \frac{a(1 - \rho_{r,12})(1 - \rho_{r,23})}{1 - a^2 \rho_{r,12} \rho_{r,23}} \quad (11)$$

$$\text{式中 } a = e^{-\rho_i K_i d / \cos \theta_{0,1}} \quad (12)$$

d 為色料的厚度,下標 r 表示入射角不為 0 的基材反射率及頻譜反射和穿透率, $\theta_{0,1}$ 為對應基材層入射角的折射角。 $\theta_{0,1}$ 的關係式為[14]

$$\theta_{0,1} = \tan^{-1}\left(\frac{n_2 \sin \theta_2}{p}\right) \quad (13)$$

n_2 為石英的折射率(Index of refraction)[15], θ_2 為對應空氣層入射角的折射角, p 則為下式所示[14]

$$p^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{[n_i^2 - (\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi})^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2]^2 + 4n_i^2 (\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi})^2} + [n_i^2 - (\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi})^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2] \right\} \quad (14)$$

式中 n_i 為色料折射率(Index of refraction),為色料複數光學折射率 m 實數部分, λ 為所考量之光波長。前述 $\rho_{r,12}$ 及 $\rho_{r,23}$ 內的 ρ_0 和 ρ_1 為 [14]

$$\rho_{r,0} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n_1 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} \right)^2 + \left(\frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \right)^2 \right] \quad (15)$$

$$\rho_{r,1} = \frac{1}{2} \times \frac{(n_2 \cos \theta_2 - p)^2 + q^2}{(n_2 \cos \theta_2 + p)^2 + q^2} \times \left[1 + \frac{(p - n_2 \sin \theta_2 \tan \theta_2)^2 + q^2}{(p + n_2 \sin \theta_2 \tan \theta_2)^2 + q^2} \right] \quad (16)$$

$\rho_{r,0}$ 為入射角不為 0 空氣層與基材間界面的反射率， $\rho_{r,1}$ 為入射角不為 0 基材與色料層間界面的反射率， n_1 為空氣的折射率， θ_1 為入射輻射於空氣層的入射角。 q 則為下式所示[14]

$$q^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\left[n_i^2 - \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2 \right]^2 + 4n_i^2 \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2} - \left[n_i^2 - \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2 \right] \right\} \quad (17)$$

由以上式子我們可以得到 R_r 及 T_r 和 n_i 、 K_i 、 ρ_i 間的關係式。

2.1.2 平行光入射且極角為零

入射角為 0 的情況下，亦即 θ_1 、 θ_2 、 θ_0 皆為 0 (如圖三(a)(b)所示)。同樣將輻射傳遞統御方程式解(2)(3)式帶入邊界條件(6)(7)式及頻譜反射率(8)式、穿透率(9)式，可得到 R 、 T 與基材反射率的關係式

$$R_t = \frac{b\rho_{t,23}(1-\rho_{t,12})}{1-b^2\rho_{t,12}\rho_{t,23}} \quad (18)$$

$$T_t = \frac{b(1-\rho_{t,12})(1-\rho_{t,23})}{1-b^2\rho_{t,12}\rho_{t,23}} \quad (19)$$

$$\text{式中 } b = e^{-\rho_i K_i d} \quad (20)$$

下標 t 表示入射角為 0 的基材反射率及頻譜反射和穿透率。 $\rho_{t,12}$ 及 $\rho_{t,23}$ 內的 ρ_0 和 ρ_1 為[14]

$$\rho_{t,0} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n_1 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} \right)^2 + \left(\frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \right)^2 \right] = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (21)$$

$$\rho_{i,1} = \frac{(n_2 - n_i)^2 + \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi}\right)^2}{(n_2 + n_i)^2 + \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi}\right)^2} \quad (22)$$

$\rho_{i,0}$ 為入射角為 0 時空氣層與基材間界面的反射率， $\rho_{i,1}$ 為入射角為 0 時基材與色料層間界面的反射率。由以上式子可得到 R_i 及 T_i 和 n_i 、 K_i 、 ρ_i 間的關係式。

2.2 散射理論

2.2.1 平行光入射且極角為零

將混色色料改成顏料色素(pigment)，色素為粒子不均勻溶於水形成散射型介質，針對此介質輻射傳遞統御方程式內含一散射項[17]，如下式表示

$$\mu \frac{di(\tau, \mu)}{d\tau} = -i(\tau, \mu) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 i(\tau, \mu') (1 + A_1 \mu \mu') d\mu' \quad (23)$$

ω 為散射比 σ_s / β ， σ_s 為散射係數(Scattering coefficient)， β 為消散係數(Extinction coefficient)， τ 為光學厚度， A_1 為相函數之係數， $\mu \mu'$ 為相函數。其邊界條件為

$$i(0, -\mu) = i_0 (1 - \rho_{12}) \delta(\mu - 1) + i(0, \mu) \rho_{12} \quad (24)$$

$$i(d, \mu) = i(d, -\mu) \rho_{23} \quad (25)$$

求解時，輻射強度 i 可分為兩部分，一為平行部分 i_c ，一為漫射(Diffuse)部分 i_d ，即

$$i = i_c + i_d \quad (26)$$

將(26)式代入(23至25)式得

$$\begin{aligned} \mu \frac{di_c(\tau, \mu)}{d\tau} + i_c(\tau, \mu) &= -\mu \frac{di_d(\tau, \mu)}{d\tau} - i_d(\tau, \mu) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 i_d(\tau, \mu') (1 + A_1 \mu \mu') d\mu' \\ &+ \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 i_c(\tau, \mu') (1 + A_1 \mu \mu') d\mu' \end{aligned} \quad (27)$$

令

$$\mu \frac{di_c(\tau, \mu)}{d\tau} + i_c(\tau, \mu) = 0 \quad (28)$$

邊界條件為

$$i_c(0, -\mu) = i_0(1 - \rho_{12}) + i_c(0, \mu)\rho_{12} \quad (29)$$

$$i_c(d, \mu) = i_c(d, -\mu)\rho_{23} \quad (30)$$

則式(28至30)解為

$$i_c(\tau, \mu) = \frac{\rho_{23}(1 - \rho_{12})i_0}{e^{(\tau_0/\mu)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu)}} e^{(-\tau/\mu)} \quad (31)$$

$$i_c(\tau, -\mu) = \frac{(1 - \rho_{12})i_0}{e^{(\tau_0/\mu)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu)}} e^{(\tau/\mu)} \quad (32)$$

i_d 必須滿足下列統御方程式和邊界條件

$$\begin{aligned} \mu \frac{di_d(\tau, \mu)}{d\tau} + i_d(\tau, \mu) &= \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 i_d(\tau, \mu') (1 + A_1 \mu \mu') d\mu' \\ &+ \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 i_c(\tau, \mu') (1 + A_1 \mu \mu') d\mu' \end{aligned} \quad (33)$$

邊界條件為

$$i_d(0, -\mu) = i_d(0, \mu)\rho_{12}, \quad (34)$$

$$i_d(d, \mu) = i_d(d, -\mu)\rho_{23} \circ \quad (35)$$

令

$$\begin{aligned} S_c(\tau, \mu) &= \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 i_c(\tau, \mu') (1 + A_1 \mu \mu') d\mu' \\ &= \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{(1 - \rho_{12})e^{(\tau/\mu_c)}(1 - A_1 \mu \mu_c)}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} + \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{\rho_{23}(1 - \rho_{12})e^{(-\tau/\mu_c)}(1 + A_1 \mu \mu_c)}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} \end{aligned} \quad (36)$$

將(36)式代入(33)式且將(33 至 35)式化為分格座標形式，我們得到下列式子

$$\mu_j \frac{di_d(\tau, \mu_j)}{d\tau} + i_d(\tau, \mu_j) = \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m i_d(\tau, \mu_m) (1 + A_1 \mu_j \mu_m) + S_c(\tau, \mu_j), \quad (37)$$

$j = 1, 2, \dots, M$

$$i_d(0, -\mu_j) = i_d(0, \mu_j)\rho_{12}, \quad j = 1, 2, \dots, M/2 \quad (38)$$

$$i_d(d, \mu_j) = i_d(d, -\mu_j)\rho_{23}, \quad j = 1, 2, \dots, M/2 \quad (39)$$

M 為高斯求積格點的總數且為偶數， μ_m 為高斯求積格點， W_m 為求積的權函數(Weight function)。當 $m = 1, 2, \dots, M/2$ 時 μ_m 為正，且

$$\mu_{m+M/2} = -\mu_m, \quad m = 1, 2, \dots, M/2 \circ$$

(37)式的解為齊性解(Homogeneous solution) i_h 和特殊解

(Particular solution) i_{p1} 與 i_{p2} 的和，其分別滿足下列式子

$$\mu_j \frac{di_h(\tau, \mu_j)}{d\tau} + i_h(\tau, \mu_j) = \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m i_h(\tau, \mu_m) (1 + A_1 \mu_j \mu_m), \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \mu_j \frac{di_{p1}(\tau, \mu_j)}{d\tau} + i_{p1}(\tau, \mu_j) &= \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m i_{p1}(\tau, \mu_m) (1 + A_1 \mu_j \mu_m) \\ &+ \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{(1 - \rho_{12})e^{(\tau/\mu_c)}(1 - A_1 \mu_j \mu_c)}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}}, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\mu_j \frac{di_{p2}(\tau, \mu_j)}{d\tau} + i_{p2}(\tau, \mu_j) = \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m i_{p2}(\tau, \mu_m) (1 + A_1 \mu_j \mu_m) + \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{\rho_{23}(1 - \rho_{12})e^{(-\tau/\mu_c)}(1 + A_1 \mu_j \mu_c)}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} , \quad (42)$$

令 $i_h(\tau, \mu_m) = f_m(\lambda)e^{\lambda\tau}$ 代入(40)式，得到下式

$$\frac{\omega}{4\mu_j\pi} \sum_{m=1}^M W_m f_m(\lambda)(1 + A_1 \mu_j \mu_m) - \frac{1}{\mu_j} f_j(\lambda) = \lambda f_j(\lambda) \quad \circ \quad (43)$$

由上式可得特徵值 λ_j 和特徵向量 $f_m(\lambda_j)$ ，所以 i_h 解可表示為

$$i_h(\tau, \mu_m) = \sum_{j=1}^M C_j f_m(\lambda_j) e^{\lambda_j \tau} \quad (44)$$

針對 i_{p1} 和 i_{p2} ，我們令

$$i_{p1}(\tau, \mu_m) = g_m e^{(\tau/\mu_c)},$$

$$i_{p2}(\tau, \mu_m) = h_m e^{(-\tau/\mu_c)},$$

分別代入(41)式與(42)式，我們得到

$$\left(\frac{\mu_j}{\mu_c} + 1\right)g_j - \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m g_m (1 + A_1 \mu_j \mu_m) = \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{(1 - \rho_{12})(1 - A_1 \mu_j \mu_c)}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}}, \quad (45)$$

$$\left(-\frac{\mu_j}{\mu_c} + 1\right)h_j - \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m h_m (1 + A_1 \mu_j \mu_m) = \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{\rho_{23}(1 - \rho_{12})(1 + A_1 \mu_j \mu_c)}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}}, \quad (46)$$

式(45)和(46)分別聯立可求解 g_m ， h_m ，則 i_d 解可表示如下式

$$\begin{aligned} i_d(\tau, \mu_m) &= i_h(\tau, \mu_m) + i_{p1}(\tau, \mu_m) + i_{p2}(\tau, \mu_m) \\ &= \sum_{j=1}^M C_j f_m(\lambda_j) e^{\lambda_j \tau} + g_m e^{(\tau/\mu_c)} + h_m e^{(-\tau/\mu_c)} \quad \circ \end{aligned} \quad (47)$$

將(47)式代入對應之邊界條件(38至39)式可決定 C_j 。

系統的反射率 R 與穿透率 T 可表示成下列式子

$$R = \rho_{12} + \frac{\rho_{23}(1-\rho_{12})^2 e^{(-\tau_0/\mu_c)}}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} + \frac{(1-\rho_{12})}{2} \sum_{m=1}^{M/2} W_m \mu_m \left[\sum_{J=1}^M C_J f_m(\lambda_J) e^{(\lambda_J \tau_0)} + g_m e^{(\tau_0/\mu_c)} + h_m e^{(-\tau_0/\mu_c)} \right], \quad (48)$$

$$T = \frac{(1-\rho_{23})(1-\rho_{12})}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} + \frac{(1-\rho_{23})}{2} \sum_{m=1}^{M/2} W_m \mu_m \left[\sum_{J=1}^M C_J f_{M/2+m}(\lambda_J) + g_{M/2+m} + h_{M/2+m} \right] \quad (49)$$

2.2.2 平行光入射但極角不為零

針對散射型介質，其受一入射(入射角不為0)輻射能照射時，其統御方程式和邊界條件為

$$\mu \frac{di(\tau, \mu)}{d\tau} = -i(\tau, \mu) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 i(\tau, \mu') (1 + A_1 \mu \mu' + A_1 \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2}) d\mu' \quad (50)$$

$$i(0, -\mu) = i_0 (1 - \rho_{12}) \delta(\mu - \mu_c) + i(0, \mu) \rho_{12} \quad (51)$$

$$i(d, \mu) = i(d, -\mu) \rho_{23} \quad (52)$$

將*i*分為平行部分*i_c*和漫射部分*i_d*，而*i_c*與上一節相同，*i_d*部分為

$$\mu \frac{di_d(\tau, \mu)}{d\tau} + i_d(\tau, \mu) = \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 i_d(\tau, \mu') (1 + A_1 \mu \mu' + A_1 \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2}) d\mu' + S_c(\tau, \mu) \quad (53)$$

其中

$$\begin{aligned}
S_c(\tau, \mu) &= \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 i_c(\tau, \mu') (1 + A_1 \mu \mu' + A_1 \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu'^2}) d\mu' \\
&= \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{(1-\rho_{12})e^{(\tau/\mu_c)} (1 - A_1 \mu \mu_c + A_1 \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu_c^2})}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} \\
&\quad + \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{\rho_{23}(1-\rho_{12})e^{(-\tau/\mu_c)} (1 + A_1 \mu \mu_c + A_1 \sqrt{1-\mu^2} \sqrt{1-\mu_c^2})}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}}
\end{aligned} \tag{54}$$

邊界條件為

$$i_d(0, -\mu) = i_d(0, \mu)\rho_{12} \tag{55}$$

$$i_d(d, \mu) = i_d(d, -\mu)\rho_{23} \tag{56}$$

將 (53 至 56) 式化為分格座標形式，我們得到下列式子

$$\begin{aligned}
\mu_j \frac{di_d(\tau, \mu_j)}{d\tau} + i_d(\tau, \mu_j) &= \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m i_d(\tau, \mu_m) (1 + A_1 \mu_j \mu_m + A_1 \sqrt{1-\mu_j^2} \sqrt{1-\mu_m^2}), \\
+ S_c(\tau, \mu_j) & \quad j = 1, 2, \dots, M
\end{aligned} \tag{57}$$

$$i_d(0, -\mu_j) = i_d(0, \mu_j)\rho_{12}, \quad j = 1, 2, \dots, M/2 \tag{58}$$

$$i_d(d, \mu_j) = i_d(d, -\mu_j)\rho_{23}, \quad j = 1, 2, \dots, M/2 \tag{59}$$

其中 M ， μ_m ， W_m 與上一節相同，且同樣將 (57) 式分為齊性解 i_h 和特

殊解 i_{p1} 與 i_{p2} 的和，其分別滿足下列式子

$$\mu_j \frac{di_h(\tau, \mu_j)}{d\tau} + i_h(\tau, \mu_j) = \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m i_h(\tau, \mu_m) (1 + A_1 \mu_j \mu_m + A_1 \sqrt{1-\mu_j^2} \sqrt{1-\mu_m^2}) \tag{60}$$

$$\begin{aligned}
\mu_j \frac{di_{p1}(\tau, \mu_j)}{d\tau} + i_{p1}(\tau, \mu_j) &= \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m i_{p1}(\tau, \mu_m) (1 + A_1 \mu_j \mu_m + A_1 \sqrt{1-\mu_j^2} \sqrt{1-\mu_m^2}) \\
&\quad + \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{(1-\rho_{12})e^{(\tau/\mu_c)} (1 - A_1 \mu_j \mu_c + A_1 \sqrt{1-\mu_j^2} \sqrt{1-\mu_c^2})}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}}
\end{aligned}$$

(61)

$$\mu_j \frac{di_{p2}(\tau, \mu_j)}{d\tau} + i_{p2}(\tau, \mu_j) = \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m i_{p2}(\tau, \mu_m) (1 + A_1 \mu_j \mu_m + A_1 \sqrt{1 - \mu_j^2} \sqrt{1 - \mu_m^2})$$

$$+ \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{\rho_{23}(1 - \rho_{12})e^{(-\tau/\mu_c)} (1 + A_1 \mu_j \mu_c + A_1 \sqrt{1 - \mu_j^2} \sqrt{1 - \mu_m^2})}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}}$$

(62)

令 $i_h(\tau, \mu_m) = f_m(\lambda)e^{\lambda\tau}$ 代入(60)式得到下式

$$\frac{\omega}{4\mu_j\pi} \sum_{m=1}^M W_m f_m(\lambda) (1 + A_1 \mu_j \mu_m + A_1 \sqrt{1 - \mu_j^2} \sqrt{1 - \mu_m^2}) - \frac{1}{\mu_j} f_j(\lambda) = \lambda f_j(\lambda) \quad (63)$$

由上式可得特徵值 λ_n 和特徵向量 $f_m(\lambda_n)$ ，所以 i_h 解可表示為

$$i_h(\tau, \mu_m) = \sum_{n=1}^M C_n f_m(\lambda_n) e^{\lambda_n \tau} \quad (64)$$

針對 i_{p1} 和 i_{p2} ，我們令

$$i_{p1}(\tau, \mu_m) = g_m e^{(\tau/\mu_c)}$$

$$i_{p2}(\tau, \mu_m) = h_m e^{(-\tau/\mu_c)}$$

分別代入(61)式，(62)式得到

$$\left(\frac{\mu_j}{\mu_c} + 1\right)g_j - \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m g_m (1 + A_1 \mu_j \mu_m + A_1 \sqrt{1 - \mu_j^2} \sqrt{1 - \mu_m^2})$$

$$= \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{(1 - \rho_{12})(1 - A_1 \mu_j \mu_c + A_1 \sqrt{1 - \mu_j^2} \sqrt{1 - \mu_m^2})}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} \quad , \quad (65)$$

$$\left(-\frac{\mu_j}{\mu_c} + 1\right)h_j - \frac{\omega}{4\pi} \sum_{m=1}^M W_m h_m (1 + A_1 \mu_j \mu_m + A_1 \sqrt{1 - \mu_j^2} \sqrt{1 - \mu_m^2})$$

$$= \frac{\omega}{8\pi\mu_c} \frac{\rho_{23}(1 - \rho_{12})(1 + A_1 \mu_j \mu_c + A_1 \sqrt{1 - \mu_j^2} \sqrt{1 - \mu_m^2})}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} \quad , \quad (66)$$

聯立求解 g_m ， h_m 則

$$\begin{aligned}
i_d(\tau, \mu_m) &= i_h(\tau, \mu_m) + i_{p1}(\tau, \mu_m) + i_{p2}(\tau, \mu_m) \\
&= \sum_{n=1}^M C_n f_m(\lambda_n) e^{\lambda_n \tau} + g_m e^{(\tau/\mu_c)} + h_m e^{(-\tau/\mu_c)} \quad \circ
\end{aligned} \tag{67}$$

將(65)式代入(58至59)式可決定 C_n 。

系統的反射率 R 與穿透率 T 可表示成下列式子

$$\begin{aligned}
R &= \rho_{12} + \frac{\rho_{23}(1-\rho_{12})^2 e^{(-\tau_0/\mu_c)}}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} \\
&\quad + \frac{(1-\rho_{12})}{2} \sum_{m=1}^{M/2} W_m \mu_m \left[\sum_{n=1}^M C_n f_m(\lambda_j) e^{(\lambda_n \tau_0)} + g_m e^{(\tau_0/\mu_c)} + h_m e^{(-\tau_0/\mu_c)} \right] \quad , \tag{68}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T &= \frac{(1-\rho_{23})(1-\rho_{12})}{e^{(\tau_0/\mu_c)} - \rho_{12}\rho_{23}e^{(-\tau_0/\mu_c)}} \\
&\quad + \frac{(1-\rho_{23})}{2} \sum_{m=1}^{M/2} W_m \mu_m \left[\sum_{n=1}^M C_n f_{M/2+m}(\lambda_n) + g_{M/2+m} + h_{M/2+m} \right] \tag{69}
\end{aligned}$$

2.3 逆向分析理論

利用反射率與穿透率式子，我們建立逆向分析，藉由實驗量測不同波長下之反射率與穿透率，推導配色係數 ρ_i 。在進行逆向分析估測之前，我們並進行分析靈敏係數(Sensitivity coefficient)，以找出最佳之原色配色係數量測之頻譜位置。在逆向分析方法上，我們採用最小平方法(Least squares method) [12]來建立配色係數 ρ_i 與頻譜反射率 R_λ 、頻譜穿透率 T_λ 之關係。令誤差函數(Error function)為 E ，則 E 可表示為

$$E = \sum_{i=1}^n [(T_{i,c} - T_{i,e})^2 + (R_{i,c} - R_{i,e})^2] = [\gamma - \eta(\beta')]^T [\gamma - \eta(\beta')] \quad , \tag{70}$$

$$\gamma(i) = \begin{bmatrix} R_{i,e} \\ T_{i,e} \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \quad \eta(\beta') = \begin{bmatrix} R_{i,c}(\rho_1, \rho_2, \rho_3, d) \\ T_{i,c}(\rho_1, \rho_2, \rho_3, d) \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

其中 $R_{i,e}$ 表在任一入射角實驗所量測出來的反射率； $T_{i,e}$ 為實驗所量測出來的穿透率； $R_{i,c}$ 表由輻射傳遞方程式所建立之反射率； $T_{i,c}$ 為由輻射傳遞方程式所建立之穿透率； β' 表待測參數，於本研究中 β' 包含三原色之配色係數 ρ_1, ρ_2, ρ_3 ，也包含與配色係數相關之色料層厚度 d 。

逆向分析問題中我們採用最小平方誤差法，誤差函數 E 相對於 β' 之偏微分可表示為

$$\nabla_{\beta'} E = 2[-\nabla_{\beta'} \eta(\beta')]^T [\gamma - \eta(\beta')] \quad (71)$$

令 $X(\beta') = [\nabla_{\beta'} \eta(\beta')]^T$ ， $X(\beta')$ 稱為靈敏係數矩陣 (Sensitivity matrix)

當 $\nabla_{\beta'} E = 0$ ，令其解為 $\hat{\beta}$ ，則 E 之極小值存在。

$$X^T(\hat{\beta})[\gamma - \eta(\hat{\beta})] = 0 \quad (72)$$

將 $\eta(\hat{\beta})$ 對一點 s 上做泰勒級數展開 (Taylor expansion)，可得下列近似式子

$$\eta(\hat{\beta}) = \eta(s) - \nabla_{\beta'} \eta(s)(\hat{\beta} - s) \quad (73)$$

將上式代入 (72) 式可得

$$X^T(s)[\gamma - \eta(s) - X(s)(\hat{\beta} - s)] \approx 0 \quad (74)$$

實際運算中我們利用上式、配合疊代數值計算方法求解近似解 s ；假設 s' 為初始猜值，經過 k 次疊代後，第 $k+1$ 次的近似解 $s^{(k+1)}$ 為

$$s^{k+1} = s^{(k)} + P^{(k)}[X^{T(k)}(\gamma - \eta^{(k)})] \quad (75)$$

$$\text{式中 } [P^{(k)}]^{-1} = X^{T(k)} X^{(k)}$$

式(75)反覆疊代下去，直到相對誤差滿足收斂條件，即

$$\frac{|s^{(k+1)} - s^k|}{|s^k|} \leq \alpha \quad (76)$$

α 稱為收斂條件。



第三章 實驗設計與步驟

3.1 量測系統

測定紫外光和可見光吸收的儀器，一般應用頻譜吸收光譜儀又稱分光光度計(Spectrophotometer)。使用方式是將照射物質的光線波長固定，測定待測物質在這一波長的吸收度，在使用分光光度計做待測物質的定量分析時，通常使用此種方法，已知物質吸收係數，藉由物質吸收率反向求得待測物的濃度。量測之實驗光學系統(如圖四所示)，將待測之染色染料及色素水溶液裝入一石英樣品槽，藉由光度計來量測樣品(Sample)之穿透率、反射率與吸收頻譜。



3.1.1 量測設備儀器

a. 分光光度計(Spectrophotometer)

分光光度計型號為 Jasco V-550，是一雙光束的分光光度計，屬於紫外光/可見光分光光度計，掃描波長範圍 190nm-900nm，由鎢絲燈提供可見光源，氬燈作為紫外光光源。本研究中，我們設定分光光度計的量測參數如下：

頻寬(Band Width)=1.0nm

掃描速度(Speed)=200nm/min

掃描範圍(Range)=190-900nm

資料擷取間隔(Data Pitch)=1.0nm

b. 五度角單次反射式測量裝置

此裝置型號為 SLM-468，藉此一裝置雙光束各分別通過鏡面反射，打到擺放的 Reference 及 Sample 端後再反射到接受端，其內部構造側面剖視圖(如圖五所示)。

c. 石英樣品液槽

石英有兩片皆為透明狀(如圖六左圖所示)，一片兩面皆為光滑平面；另外一片內有六角形凹槽，此凹槽用以裝載溶液。石英片的規格為 Hellma106-Quartz SUPRASILR，從水平來看凹槽深為 $0.2 \pm 0.005\text{mm}$ ，體積為 $52 \mu\text{L}$ 。有一夾片(圖六右圖所示)，用來固定石英樣品液槽，以便放入分光光度計量測，而兩石英槽夾起來後，光行徑的路徑為 0.268cm 。

d. 微量分析天平

微量分析天平型號為 Precisa XR205SM-DR，用來量測溶液重量，以公克為單位，可精準到小數第五位。

3.1.2 量測樣品

a. 色料(Dye)

因為應用到色彩噴墨印表機原理，所以在色料的選擇上，我們

選用一般色彩噴墨印表機裡用的墨水匣 YMC 三色，而墨水匣的型號如下：

黃色 (Yellow) : hp ink cartridge 10 (C4842AA)

洋紅色(Magenta): hp ink cartridge 10 (C4843AA)

青色 (Cyan) : hp ink cartridge 10 (C4841AA)

b. 去離子水(DI Water)，用以稀釋墨水，調配不同濃度之墨水。

c. 色素(Pigment)，係用以探討散射性介質之原色色素，其型號如下：

黃色 (Yellow) : Cybertek 榮科 H-C3600Y (Q6472A)

洋紅色(Magenta): Cybertek 榮科 H-C3600M (Q6473A)

青色 (Cyan) : Cybertek 榮科 H-C3600C (Q6471A)

3.2 實驗步驟

為探討原色色料及其混色色料對穿透率和反射率影響之情形，我們先把三個原色色料依 100%的濃度量測後，與去離子水各配製三種不同重量百分比成份，再將各成份相互混合形成混色溶液。分別將原色色料、原色溶液及混色溶液放入分光光度計，以量測穿透率和反射率，單一樣品穿透率和反射率各量測三次，取此三次結果平均做為記錄。

3.2.1 原色色料溶液配置與量測

a. 原色色料穿透率頻譜建立

用平行光垂直打入，量測出色料穿透率。

b. 原色色料反射率頻譜建立

使用五度角單次反射式測量裝置，量測出色料反射率。

c. 配製色料溶液成份

將原色色料與去離子水依重量百分比混合，找去適當的比例做為量測。

d. 原色色料溶液穿透率頻譜建立

將溶液分別裝入石英樣品槽，將呈現出的穿透率頻譜儲存下來，並記錄石英樣品槽內的溶液重量。

e. 原色色料溶液反射率頻譜建立

將溶液分別裝入石英樣品槽，把呈現出的反射率頻譜儲存下來，並記錄石英樣品槽內的溶液重量。

3.2.2 混色色料溶液配製與量測

a. 配製色料溶液成份

混色溶液配置上，將各原色與去離子水組成間相同的重量百分比溶液相互混合。

b. 混色色素溶液穿透率頻譜建立

將溶液分別裝入石英樣品槽，將呈現出的穿透率頻譜儲存下來，並記錄石英樣品槽內的溶液重量。

c. 混色色素溶液反射率頻譜建立

將溶液分別裝入石英樣品槽，將呈現出的反射率頻譜儲存下來，並記錄石英樣品槽內的溶液重量。

3.2.3 原色色素溶液配置與量測

a. 原色色素穿透率頻譜建立

用平行光垂直打入，量測出色素穿透率。

b. 原色色素反射率頻譜建立

使用五度角單次反射式測量裝置，量測出色素反射率。

c. 配製色素溶液成份

將原色色素與去離子水依重量百分比混合，找去適當的比例做為量測。

d. 原色色素溶液穿透率頻譜建立

將溶液分別裝入石英樣品槽，將呈現出的穿透率頻譜儲存下來，並記錄石英樣品槽內的溶液重量。

e. 原色色素溶液反射率頻譜建立



將溶液分別裝入石英樣品槽，把呈現出的反射率頻譜儲存下來，並記錄石英樣品槽內的溶液重量。

3.2.4 混色色素溶液配製與量測

a. 配製色素溶液成份

混色溶液配置上，將各原色與去離子水組成間相同的重量百分比溶液相互混合。

b. 混色色素溶液穿透率頻譜建立

將溶液分別裝入石英樣品槽，將呈現出的穿透率頻譜儲存下來，並記錄石英樣品槽內的溶液重量。

c. 混色色素溶液反射率頻譜建立

將溶液分別裝入石英樣品槽，將呈現出的反射率頻譜儲存下來，並記錄石英樣品槽內的溶液重量。

第四章 結果與討論

上述第三章中的實驗步驟提到原色色料、原色溶液、混色色料、原色色素及原色色素溶液穿透率及反射率的頻譜建立，量測結果則在此章內容中呈現。將原色溶液穿透率與反射率頻譜的資料透過輻射傳遞統御方程式，聯立求解出原色色料的 n_i 值與 K_i 值(i 為三原色色料 y 、 m 、 c)。再將原色色料 n_i 值與 K_i 值帶入輻射傳遞統御方程式，由逆向運算分析求出混色色料裡三個原色色料各別濃度，與實際混色溶液濃度做比較，達到本研究由穿透率和反射率去估算原色色料配色量的目的。



4.1 原色色料頻譜

將原色色料依 100%的濃度量測穿透率和反射率(如圖七所示)。頻譜的量測為全頻譜掃描 190-900nm，在數據的處理上我們去除頭尾，選擇中間較穩定的部分 250-850nm，往後的頻譜也都以此範圍採用。反射率由五度角單次反射式測量裝置量測所得，量測值作為入射角不為0時 R_r (10)式的輸入值；穿透率量測值則為入射角為0時 T_t (19)式的輸入值，由反射率與穿透率式子建立逆向分析(逆運算流程如圖八所示)，迭代過程直到相對誤差滿足收斂條件(76)式， α 設定為 10^{-10} 。結果可以得到原色色料 n_i 值和 K_i 值，但從原色色料穿透率頻譜

來看，大部份穿透率頻譜偏低接近於 0，反應出來的 K_i 則無法選用，所以由原色色料的穿透率和反射率只能得到原色色料的 n_i 值(如圖九所示)。

4.2 原色色料溶液配置

使用原色色料無法取得 K_i 值，所以必須稀釋原色色料使其穿透率提升。取用去離子水(DI Water)來與原色色料稀釋，三原色依重量百分比各取三種不同的成份，亦當作色彩裡的灰階組成。

a. 黃色色料溶液

0.4%溶液由黃色色料 0.0474 克與去離子水 11.7963 克組成。

0.6%溶液由黃色色料 0.0391 克與去離子水 6.4762 克組成。

0.8%溶液由黃色色料 0.0814 克與去離子水 10.0982 克組成。

b. 洋紅色色料溶液

0.4%溶液由洋紅色色料 0.0486 克與去離子水 12.0975 克組成。

0.6%溶液由洋紅色色料 0.0566 克與去離子水 9.3784 克組成。

0.8%溶液由洋紅色色料 0.1041 克與去離子水 12.9055 克組成。

c. 青色色料溶液

0.4%溶液青色色料 0.0384 克與去離子水 9.5516 克組成。

0.6%溶液青色色料 0.0391 克與去離子水 6.4762 克組成。

0.8%溶液青色色料 0.0912 克與去離子水 11.3058 克組成。

原色色料溶液滴入石英槽內量測穿透率和反射率，在石英槽內的濃度則為表 4-1 所示。

4.3 原色色料溶液頻譜

將原色溶液依上述的成份量測穿透率和反射率(如圖十所示)。原色色料已與去離子水混合，所以 R_r 內 p (14) 式和 q (17) 式及 T_t 內 $\rho_{t,1}$ (22) 式需加入水的折射率 n_w 值 [16]

$$p^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\left[(\rho_i n_i + \rho_w n_w)^2 - \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2 \right]^2 + 4(\rho_i n_i + \rho_w n_w)^2 \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2} + \left[(\rho_i n_i + \rho_w n_w)^2 - \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2 \right] \right\} \quad (77)$$

$$q^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\left[(\rho_i n_i + \rho_w n_w)^2 - \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2 \right]^2 + 4(\rho_i n_i + \rho_w n_w)^2 \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2} - \left[(\rho_i n_i + \rho_w n_w)^2 - \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2 \right] \right\} \quad (78)$$

$$\rho_{t,1} = \frac{\left[n_2 - (\rho_i n_i + \rho_w n_w) \right]^2 + \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2}{\left[n_2 + (\rho_i n_i + \rho_w n_w) \right]^2 + \left(\frac{\rho_i K_i \lambda}{4\pi} \right)^2} \quad (79)$$

ρ_w 為水的濃度。由反射率與穿透率式子建立逆向分析，迭代過程直到相對誤差滿足收斂條件(76)式， α 設定為 10^{-10} 。結果可得到原色色料 K_i 值(如圖十一所示)，單位為 cm^2/g 。

4.4 混色色料溶液配置

本研究目的為分析原色色料及分光光度計之量測光學參數等對

於混色色料逆向推導原始資料數據的影響，所以建立完原色色料的資料後，需對於原色色料間進行混色的量測。三原色依相同重量百分比混合，可得到三種不同的混色溶液，稱其為實驗一、實驗二、實驗三。

a. 實驗一(原色溶液重量百分比為 0.4%)

黃色色料 1.3696 克與洋紅色色料 1.3700 克及青色色料 0.6369 克組成。

b. 實驗二(原色溶液重量百分比為 0.6%)

黃色色料 0.6359 克與洋紅色色料 0.6365 克及青色色料 0.6359 克組成

c. 實驗三(原色溶液重量百分比為 0.8%)

黃色色料 0.6874 克與洋紅色色料 0.6867 克及青色色料 0.6874 克組成

混色色料溶液滴入石英槽內量測穿透率和反射率，在石英槽內的濃度則為表 4-2 所示。

4.5 混色色料溶液頻譜與正向運算

將混色溶液依上述的成份量測穿透率和反射率(如圖十二所示)。混色溶液參雜了三種原色色料與去離子水，所以 R_r 內 a (12)式、 p (14)式、 q (17)式及 T_t 內 b (20)式、 $\rho_{t,1}$ (22)式改為

$$a = e^{-\rho_j K_j d / \cos \theta_0} \quad (80)$$

$$p^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{[(\rho_j n_j)^2 - (\frac{\rho_j K_j \lambda}{4\pi})^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2]^2 + 4(\rho_j n_j)^2 (\frac{\rho_j K_j \lambda}{4\pi})^2} + [(\rho_j n_j)^2 - (\frac{\rho_j K_j \lambda}{4\pi})^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2] \right\} \quad (81)$$

$$q^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{[(\rho_j n_j)^2 - (\frac{\rho_j K_j \lambda}{4\pi})^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2]^2 + 4(\rho_j n_j)^2 (\frac{\rho_j K_j \lambda}{4\pi})^2} - [(\rho_j n_j)^2 - (\frac{\rho_j K_j \lambda}{4\pi})^2 - (n_2 \sin \theta_2)^2] \right\} \quad (82)$$

$$b = e^{-\rho_j K_j d} \quad (83)$$

$$\rho_{t,1} = \frac{[n_2 - (\rho_j n_j)]^2 + (\frac{\rho_j K_j \lambda}{4\pi})^2}{[n_2 + (\rho_j n_j)]^2 + (\frac{\rho_j K_j \lambda}{4\pi})^2} \quad (84)$$

式中 $\rho_j n_j$ 與 $\rho_j K_j$ 則為

$$\rho_j n_j = \rho_y n_y + \rho_m n_m + \rho_c n_c + \rho_w n_w$$

$$\rho_j K_j = \rho_y K_y + \rho_m K_m + \rho_c K_c$$

進行配色係數亦即濃度 ρ_i 的逆向分析前，必須先將原色色料 n_i 值、 K_i 值與實際的濃度(表 4-3)，帶入上述混色溶液的輻射傳遞統御方程式，確認方程式在應用上是否正確，以便之後的逆向運算分析。分別正向運算實驗一、二、三，以 *mea* 代表量測建立的頻譜；*cal* 代表方程式建立的頻譜(如圖十三、圖十四、圖十五所示)。從圖得知曲線的趨勢大致一致，代表方程式沒有問題，可以進行濃度的逆向工程分析，但之間存在著誤差不能完全吻合，顯示出量測上的誤差所在。

4.6 靈敏係數(Sensitivity coefficient)

進行逆向分析運算前，必須先找到靈敏係數了解放置對光偵測儀器的最佳位置，以求得到最佳的量測結果。分別將三個混色溶液取兩個靈敏係數 $\partial T/\partial \rho_i$ 、 $\partial R/\partial \rho_i$ ($i=y、m、c$)，相對應到波長，觀察靈敏係數在不同波長下的變化。而靈敏係數必須取絕對值，意義為實驗所量測到的光照度 T 、 R 變化相對於參數 ρ_i 的變化，絕對值越大時，代表此波長下的光照度量測點較容易對應到準確的參數，也就是量測所產生的誤差影響較小。靈敏係數的結果(如圖十六所示)，可以看出靈敏係數所在的波長範圍，而不同濃度的混色溶液只會造成靈敏係數值的大小變化，對於敏感的範圍並沒有改變；光照度不管是 T 值或 R 值也對於敏感的範圍沒有影響。在逆運算分析上，我們所求為混色溶液內成份的濃度，即原色色料濃度加上水的濃度，總共四個未知數。所以在靈敏係數較大值所對應的波長下，各原色敏感的範圍內選擇一個波長，黃色為 410nm、洋紅色為 564nm、青色為 628nm，一波長各有一 T 值和 R 值，總共六個值逆運算分析出四個未知數。

4.7 配色係數逆向運算分析與色彩應用

由 4.5 節混色溶液反射率與穿透率式子建立逆向分析(逆運算流程如圖十七所示)，迭代過程直到相對誤差滿足收斂條件(76)式， α 設

定為 10^{-5} 。混色溶液內各原色濃度 ρ_i 逆算出來的結果(表 4-4、表 4-5、表 4-6)，誤差是以兩者的差除以量測值計算。逆算出的 ρ_i 值並不理想，誤差甚至高達 13%左右，雖然採用靈敏係數的範圍，但誤差過大會造成後面應用的影響，須重新選擇波長。從表可以看出主要是黃色的誤差過大，所以將黃色的波長重新選擇，而其他兩個原色的波長不變。回到 4.5 節正向運算頻譜比較圖十三、十四、十五來看，黃色在 410nm 波長的誤差較大，改選圖形較吻合的波長 450nm 來重新逆運算混色溶液內各原色的濃度。在黃色波長 450nm 逆運算的結果(表 4-7、表 4-8、表 4-9)，可以得到較小的誤差值，進而應用到色彩的灰階上。取實驗一(表 4-7)最大誤差黃色 5.0720%、實驗二(表 4-8)最大誤差黃色 3.3555%、實驗三(表 4-9)最大誤差洋紅色 3.3510%，且將實驗一當作色彩的低階、實驗二當作色彩的中階、實驗三當作色彩的高階。低階到中階最多可分成 20 階，中階到高階最多可分成 20 階。

4.8 原色色素頻譜

從上述的原色色料量測得知，依 100%的濃度量測所得的值會偏低，無法做為後續所使用。將色料換成色素量測穿透率(如圖十八所示)亦是如此，而色素無法如色料般均勻分佈，量測三次所得結果不但值偏低且差異過大，故必需跟色料一樣稀釋後再加以量測。

4.9 原色色素溶液配置

稀釋原色色素使其穿透率提升，取用去離子水來與原色色素稀釋，三原色依重量百分比各取三種不同的成份。

a. 黃色色素溶液

0.4%由黃色色素 0.0863 克與去離子水 21.4862 克組成。

0.6%由黃色色素 0.1295 克與去離子水 21.4518 克組成。

0.8%由黃色色素 0.1635 克與去離子水 20.2492 克組成。

b. 洋紅色色素溶液

0.4%由洋紅色色素 0.0791 克與去離子水 19.6816 克組成。

0.6%由洋紅色色素 0.1260 克與去離子水 20.8640 克組成。

0.8%由洋紅色色素 0.1637 克與去離子水 20.2958 克組成。

c. 青色色素溶液

0.4%由青色色素 0.0790 克與去離子水 19.6634 克組成。

0.6%由青色色素 0.1318 克與去離子水 21.8268 克組成。

0.8%由青色色素 0.1574 克與去離子水 19.5138 克組成。

原色色素溶液滴入石英槽內量測穿透率和反射率。

4.10 原色色素溶液頻譜

將原色色素溶液依上述的成份量測穿透率與反射率(如圖十九至圖二十一所示)。從圖形上來看，由於色素不均勻的關係單一溶液各量了五次，但在單一色素溶液頻譜圖中發現，我們並不能如色料成份可以分出組成濃度的深淺，單一色素的組成頻譜交相摻雜。從不同顏色來看，圖形在各波長變化近似，無法如色料分辨出各單色在波長上的靈敏區域。如果無法分辨出各單色的靈敏範圍，在混色溶液的量測上就無法分辨出各單色的組成，即無法逆算分析出配色係數，亦無法進階應用到儲存技術上。

4.11 單一波長下時間對於頻譜的影響

原色色素裝在容器中靜置時，隨著時間的變化會與水漸漸分離，不會均勻溶於水，在量測前必須搖晃使得色素可以在水中均勻分佈，再將搖晃後的色素溶液滴入石英槽內量測頻譜。為了探討色素與水分離的速度是否會影響量測的結果，將各單色挑選出一種成份，且在色料成份量測中所找出的靈敏係數中，量測出在單一波長下各單色色素溶液隨著時間變化的穿透率(圖二十二至二十四所示)。量測時間為兩分鐘，從結果來看，石英槽內的色素與水分離的速度並不如在容器內來得快，幾乎都在 1%內變化，所以色素與水分離的速度不為無法分辨出各單色的靈敏範圍的原因。

4.12 原色色素顆粒粒徑分析

由色素粒徑分佈圖(圖二十五至二十七所示)來看,青色色素在粒徑分佈上較為平均,集中在 $7\sim 8\mu m$;黃色和洋紅色的粒徑分佈較為廣泛,但也集中在 $7\sim 8\mu m$ 。本研究的粒徑大小相對於波長屬於大顆粒,所以 Q_{ext} (Extinction efficiency factor)皆等於2[14],故無法分辨出不同顏色色素的差異。從文獻[17]得知,在光學厚度固定下,隨著穿透率下降, ω 值跟著減少,因為 ω 內的 σ_s 變化所導致,而本研究的結果亦是如此。粒徑分佈不均勻造成在量測穿透率上,所得到的結果差異較大,從黃色和洋紅色色素溶頻譜圖(圖十九和圖二十所示)來看結果亦是如此,不如青色色素溶液頻譜圖(圖二十一所示)來的集中。

第五章 結論

本文建立一套在五層介面下的輻射傳遞統御方程式理論，可以求出物質的 n_i 、 K_i 值。並結合可見光分光光度計以及色彩噴墨印表機混色原理應用於資料儲存技術，分析原色色料及量測光學參數對於混色色料逆向推導原始資料數據的影響，尋求較佳之逆向轉換推導方式，以用於提升資料儲存技術的解析度與儲存密度。實際的結果只能使用到 20 階，距離色彩應用最低 256 階還有一段距離，這中間的落差在於試品的清潔、量測的誤差、溶液的量、色料間的交互影響等因素，若量測與逆算間的誤差在 1% 左右，估計則可接近色彩 200 階的應用，也可應用到資料儲存的技術上。

色料改為色素的案例從量測結果看來，三色色素圖形趨近一致，無法分別出單色的敏感範圍，而粒徑大小相對於波長屬於大顆粒，所以 Q_{ext} 皆等於 2，亦分辨不出不同顏色色素的差異。色素粒徑分佈則顯示出青色色素溶液量測頻譜較為集中，與其他兩色溶液量測分佈廣泛有明顯的差異。在實驗過程中於單一波長下探討時間對於頻譜量測的變化，我們發現兩分鐘內大概只有 1% 左右的變化，表示水與色素的分離不致於產生影響量測的結果。光學厚度固定下，隨著穿透率下降， ω 值跟著減少。

參考文獻

- [1] J. J. Yang, M. R. Wang, “White light micro-grating multiplexing for high density data storage”, *Optics Letters*, Vol. 31, No. 9, 2006, pp. 1304-1306.
- [2] 陳德請、吳世揚，“生物光電工程導論”，全華科技圖書股份有限公司（2003），台灣。
- [3] 李匡邦、許東明、何東英，“光譜化學分析”，揚智文化（1997）。
- [4] 殷孟雲，“噴墨印表機設計原理”，全華科技圖書股份有限公司（2005）。
- [5] 林劉恭，“資料處理裝置”，中華民國專利，M308447，2007年3月。
- [6] 何國廷、歐陽盟、林劉恭、黃庭緯，“利用色彩原理之儲存技術”，台灣光電科技研討會，2007年。
- [7] W. An, L. M. Ruan, and H. Qi, “Inverse radiation problem in one-dimensional slab by time-resolved reflected and transmitted signals,” *J. Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 107, 2007, pp. 47-60.
- [8] N. R. Ou, and C. Y. Wu, “Simultaneous estimation of extinction coefficient distribution, scattering albedo

- and phase function of a two-dimensional medium,” *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, 2002, pp. 4663–4674.
- [9] A. J. Silva Neto, and M. N. Ozisik, “An inverse problem of simultaneous estimation of radiation phase function, albedo and optical thickness,” *J. Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 53, 1995, pp. 397–409.
- [10] H. Qi, L. M. Ruan, H. C. Zhang, Y. M. Wang, and H. P. Tan, “Inverse radiation analysis of a one-dimensional participating slab by stochastic particle swarm optimizer algorithm,” *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 46, 2007, pp. 649–661.
- [11] J. C. Bokar, “The estimation of spatially varying albedo and optical thickness in a radiating slab using artificial neural networks,” *Int. Communication in Heat and Mass Transfer*, Vol. 26, 1999, pp. 359–367.
- [12] J. J. Chen, J. D. Lin, and L. J. Sheu, “Simultaneous measurement of spectral optical properties and thickness of an absorbing thin film on a substrate,” *Thin Solid Films*,

Vol. 354, 1999, pp. 176–186.

- [13]R. Siegel and J. Howell, “Thermal Radiation Heat Transfer,” Taylor & Francis, New York, 2002.
- [14]Michael F. Modest, “Radiative Heat Transfer, ” Second Edition, Academic Press, New York, 2003.
- [15]Del Mar Ventures,
“<http://www.sciner.com/Opticsland/FS.htm> ”
- [16]Paul D.T. Huibers, “Models for the wavelength dependence of the index of refraction of water,” Int. Applied Optics, Vol. 36, 1997, pp. 3786.
- [17]S. C. Sun, “Radiative transfer in an anisotropically scattering medium exposed to collimated incident radiation,” M.S. Thesis, National Chiao Tung University, 1989, pp. 5–15, Hsinchu, Taiwan.

表 4-1 石英槽內原色色料溶液濃度

	黃色	洋紅色	青色
色料成份	石英槽內色料濃度 $\times 10^{-3} (\text{g}/\text{cm}^3)$		
0.4%	4.169230769	4.176923077	4.176923077
0.6%	6.242307692	6.253846154	6.265384615
0.8%	8.338461538	8.338461538	8.353846154



表 4-2 石英槽內混色色料溶液濃度

	黃色	洋紅色	青色
實驗	石英槽內色料濃度 $\times 10^{-3} (\text{g}/\text{cm}^3)$		
實驗一	1.040151042	1.040454824	2.080932595
實驗二	2.087804893	2.089774830	2.087804893
實驗三	2.790690871	2.787849027	2.790690871

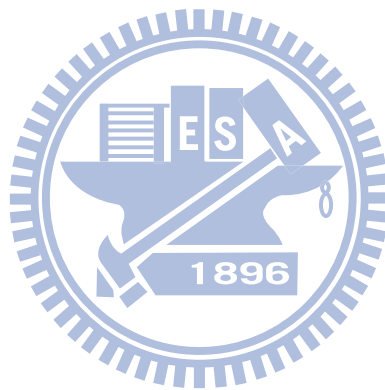


表 4-3 混色色料溶液實驗一逆運算結果(黃色波長 410nm)

	黃色(410nm)	洋紅色(564nm)	青色(628nm)
實驗一	石英槽內色料濃度 $\times 10^{-3} (\text{g}/\text{cm}^3)$		
量測值	1.040151042	1.040454824	2.080932595
計算值	0.895469160	0.987152603	2.052188473
誤差	13.9097%	5.1230%	1.3813%



表 4-4 混色色料溶液實驗二逆運算結果(黃色波長 410nm)

	黃色(410nm)	洋紅色(564nm)	青色(628nm)
實驗二	石英槽內色料濃度 $\times 10^{-3} (\text{g}/\text{cm}^3)$		
量測值	2.087804893	2.089774830	2.087804893
計算值	1.921893670	2.043965945	2.047226812
誤差	7.9467%	2.1920%	1.9436%



表 4-5 混色色料溶液實驗三逆運算結果(黃色波長 410nm)

	黃色(410nm)	洋紅色(564nm)	青色(628nm)
實驗三	石英槽內色料濃度 $\times 10^{-3} (\text{g}/\text{cm}^3)$		
量測值	2.790690871	2.787849027	2.790690871
計算值	2.538679768	2.715465142	2.757946757
誤差	9.0304%	2.5964%	1.1733%



表 4-6 混色色料溶液實驗一逆運算結果(黃色波長 450nm)

	黃色(450nm)	洋紅色(564nm)	青色(628nm)
實驗一	石英槽內色料濃度 $\times 10^{-3} (\text{g}/\text{cm}^3)$		
量測值	1.040151042	1.040454824	2.080932595
計算值	0.987394390	0.999737594	2.058860835
誤差	5.0720%	3.9134%	1.0607%



表 4-7 混色色料溶液實驗二逆運算結果(黃色波長 450nm)

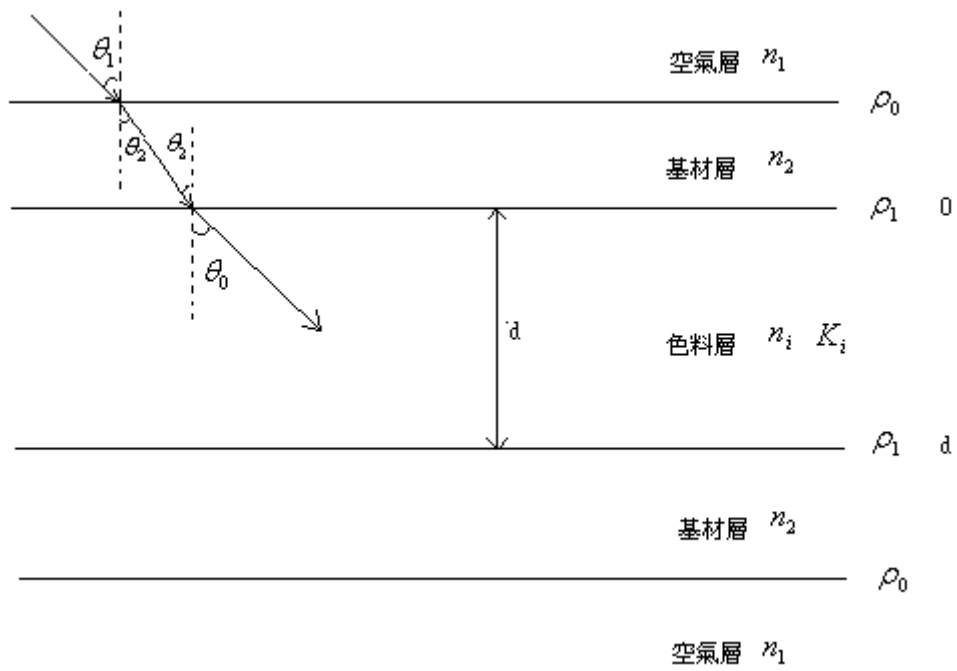
	黃色(450nm)	洋紅色(564nm)	青色(628nm)
實驗二	石英槽內色料濃度 $\times 10^{-3} (\text{g}/\text{cm}^3)$		
量測值	2.087804893	2.089774830	2.087804893
計算值	2.157861706	2.068624310	2.063790016
誤差	3.3555%	1.0121%	1.1502%



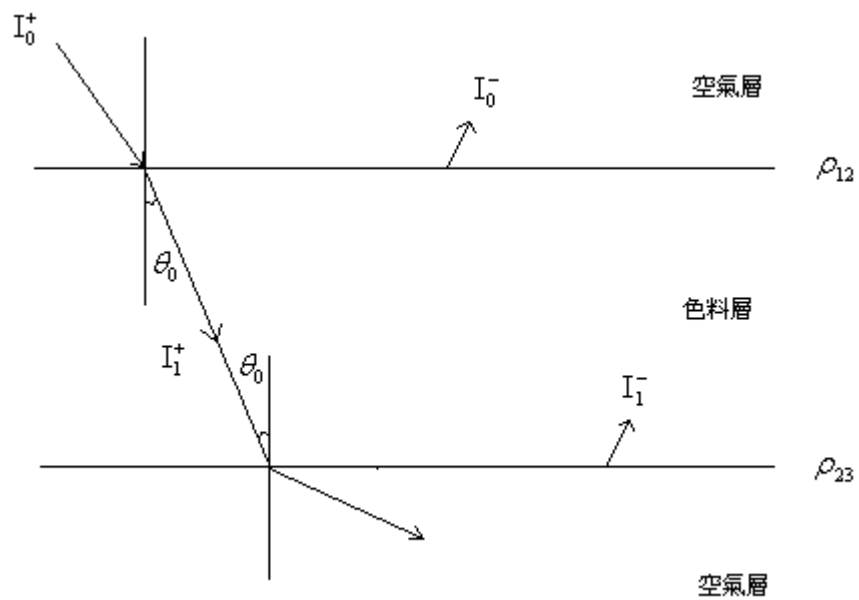
表 4-8 混色色料溶液實驗三逆運算結果(黃色波長 450nm)

	黃色(450nm)	洋紅色(564nm)	青色(628nm)
實驗三	石英槽內色料濃度 $\times 10^{-3} (\text{g}/\text{cm}^3)$		
量測值	2.790690871	2.787849027	2.790690871
計算值	2.801877040	2.694428760	2.721011856
誤差	0.4008%	3.3510%	2.4968%



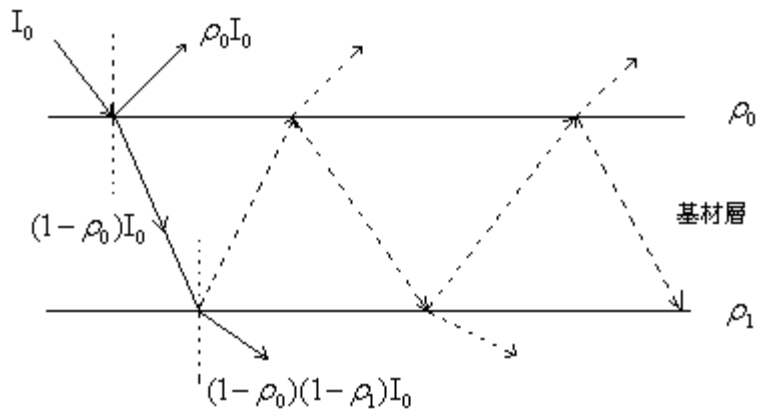


(a) 五層界面

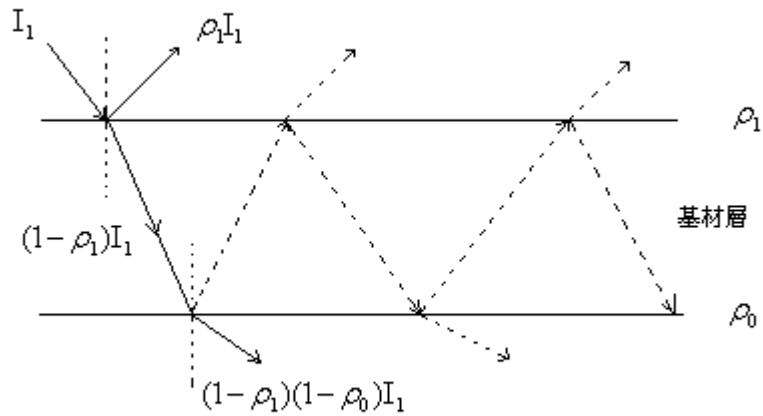


(b) 三層界面

圖一 光穿透物理模式(a)五層界面(b)三層界面

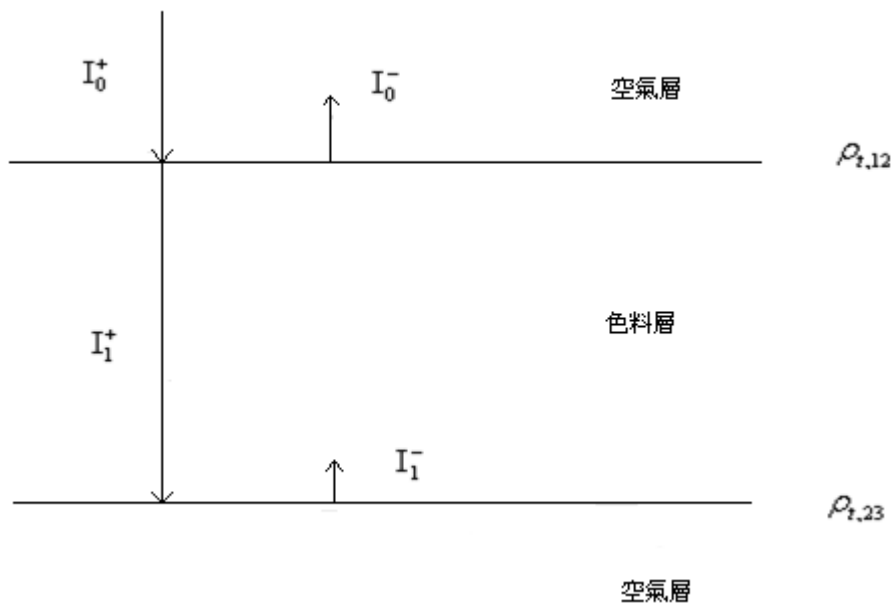
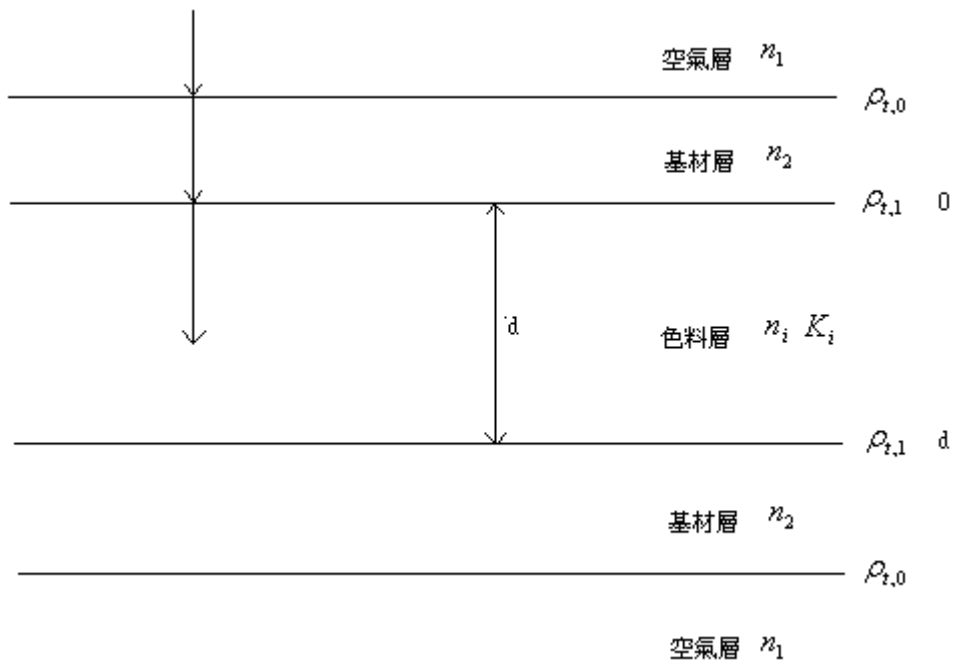


(a) 上層基材



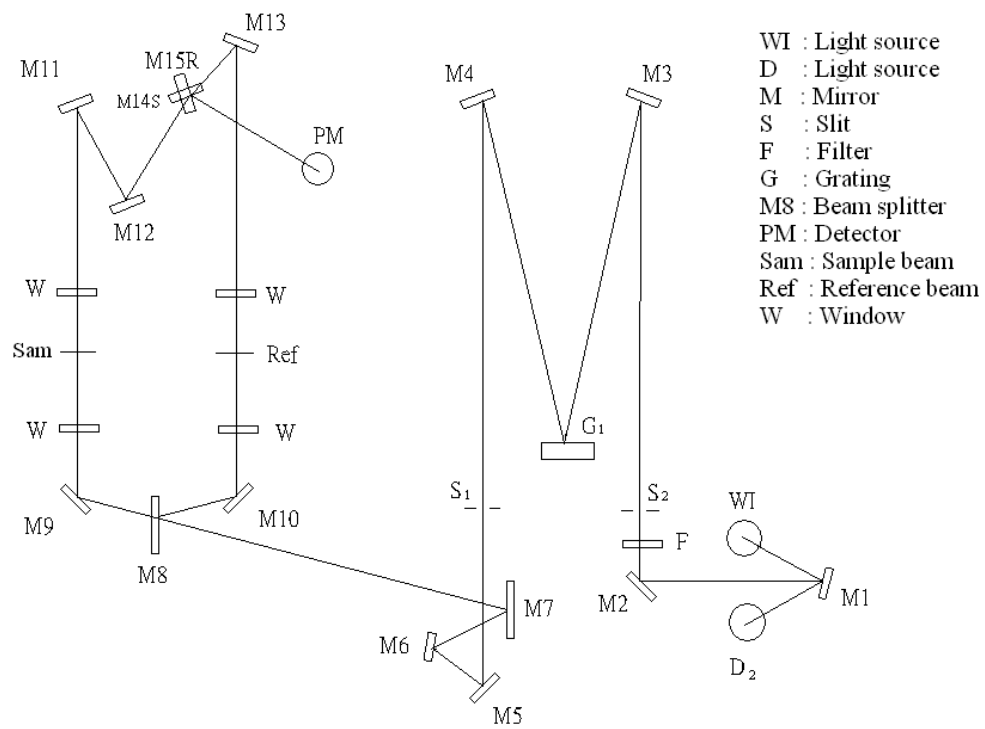
(b) 下層基材

圖二 基材層內光穿透物理模式(a)上層基材(b)下層基材

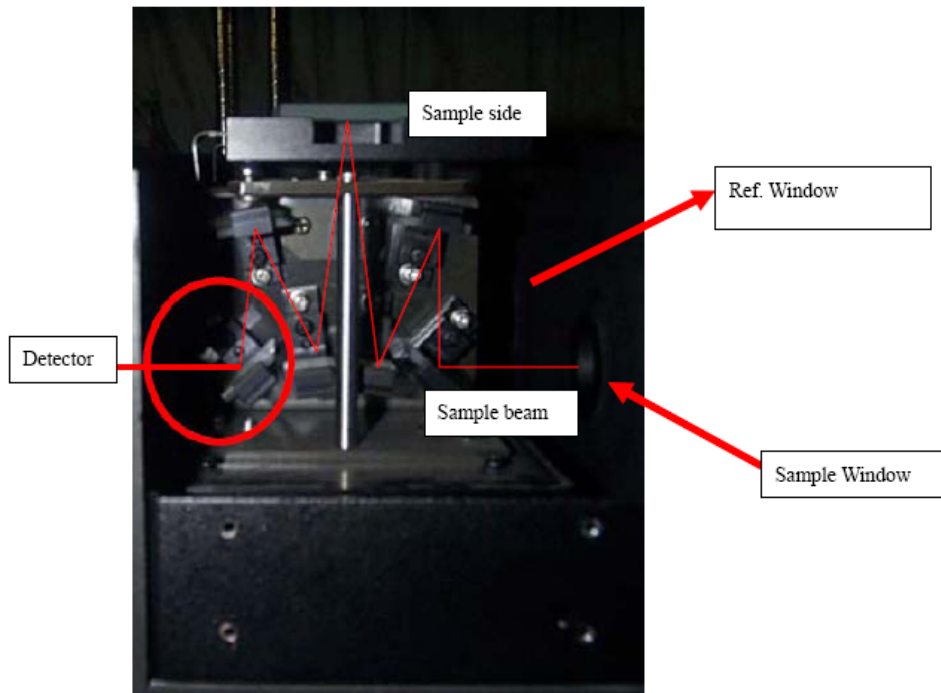


(b) 三層界面

圖三 垂直光穿透物理模式(a)五層界面(b)三層界面



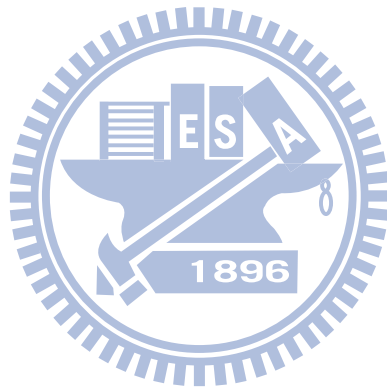
圖四 分光光度計光學系統

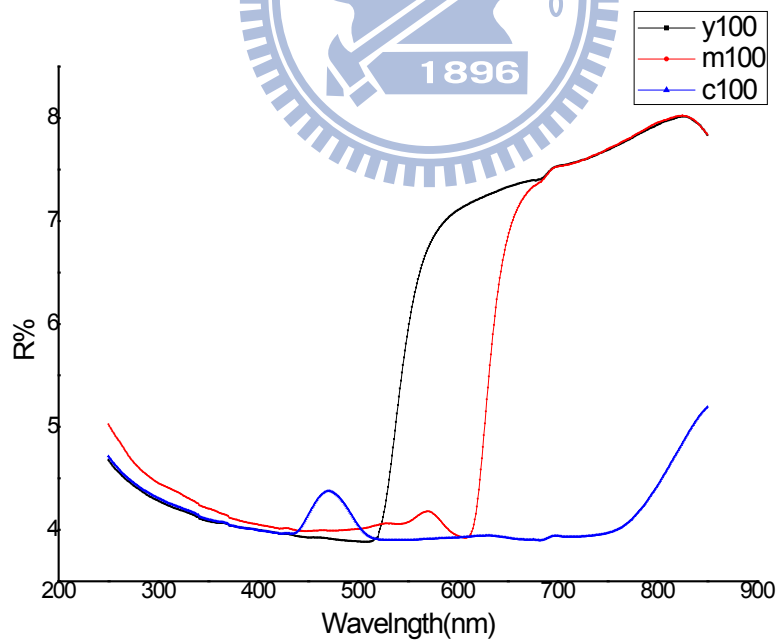
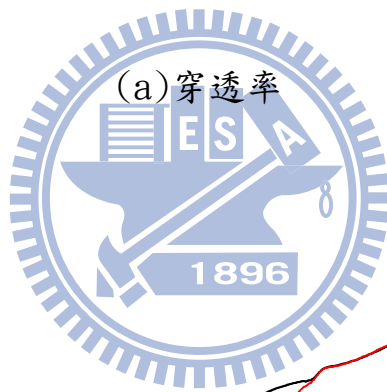
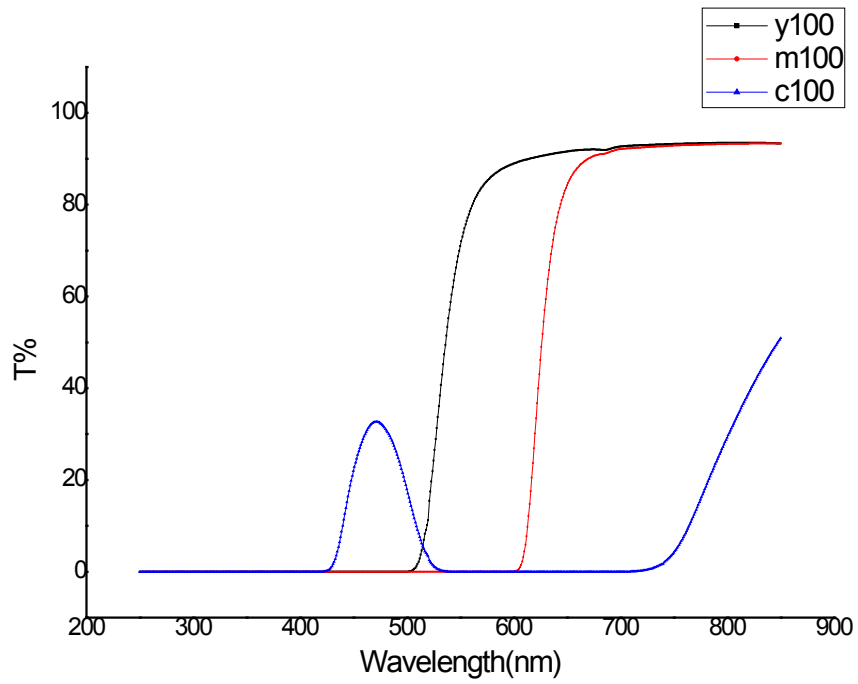


圖五 五度角單次反射式測量裝置剖面側視圖



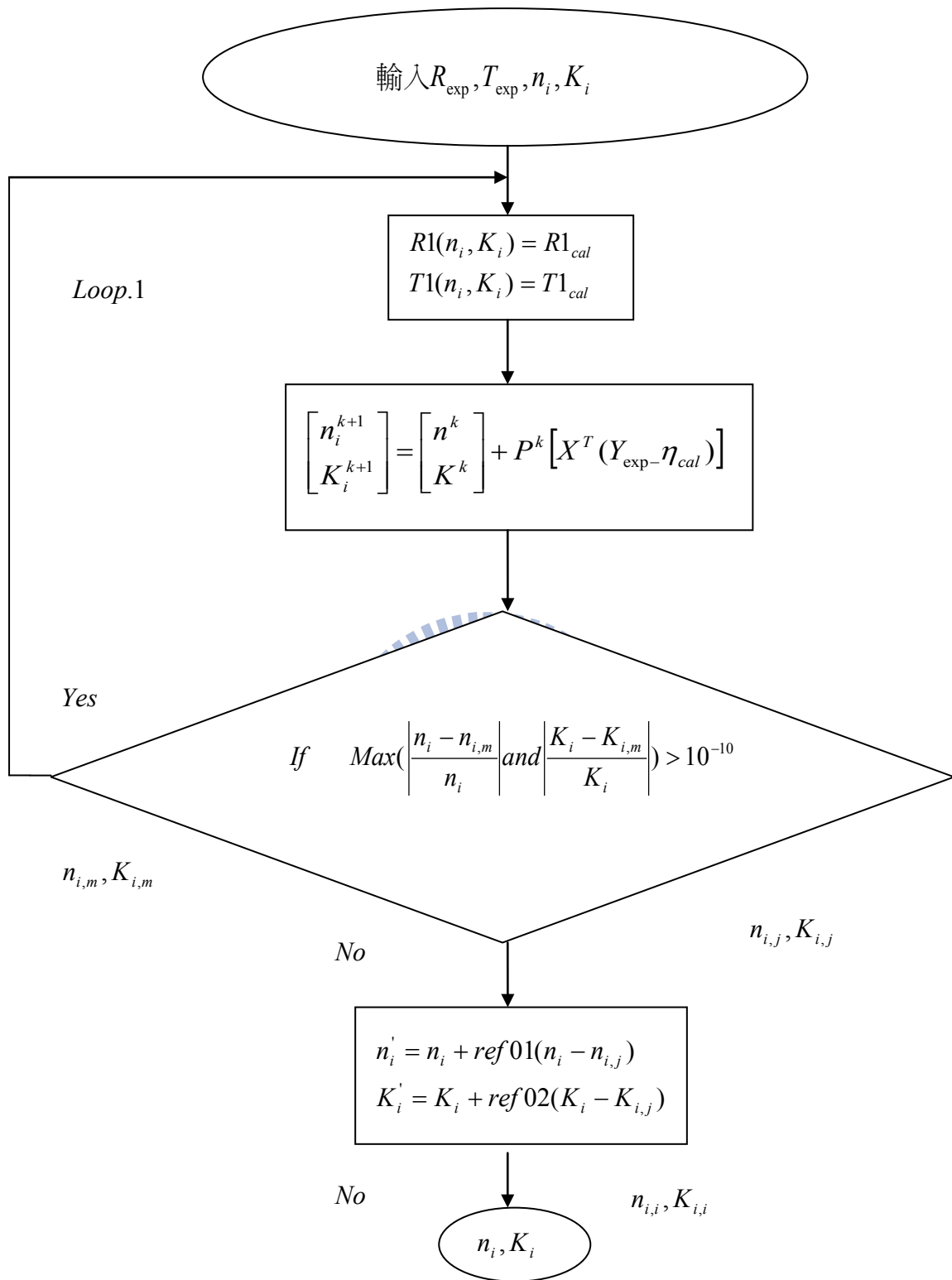
圖六 石英樣品液槽



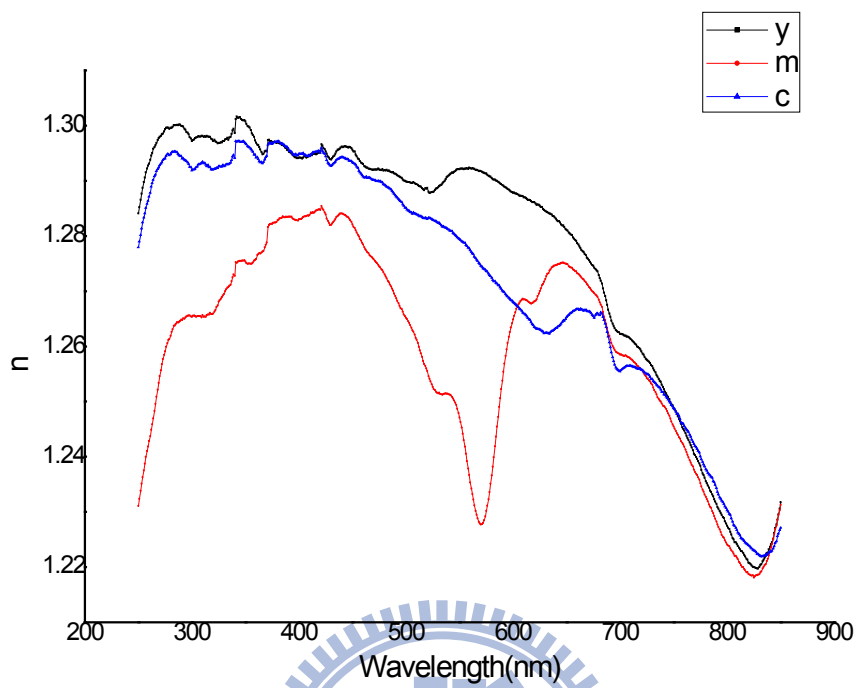


(b) 反射率

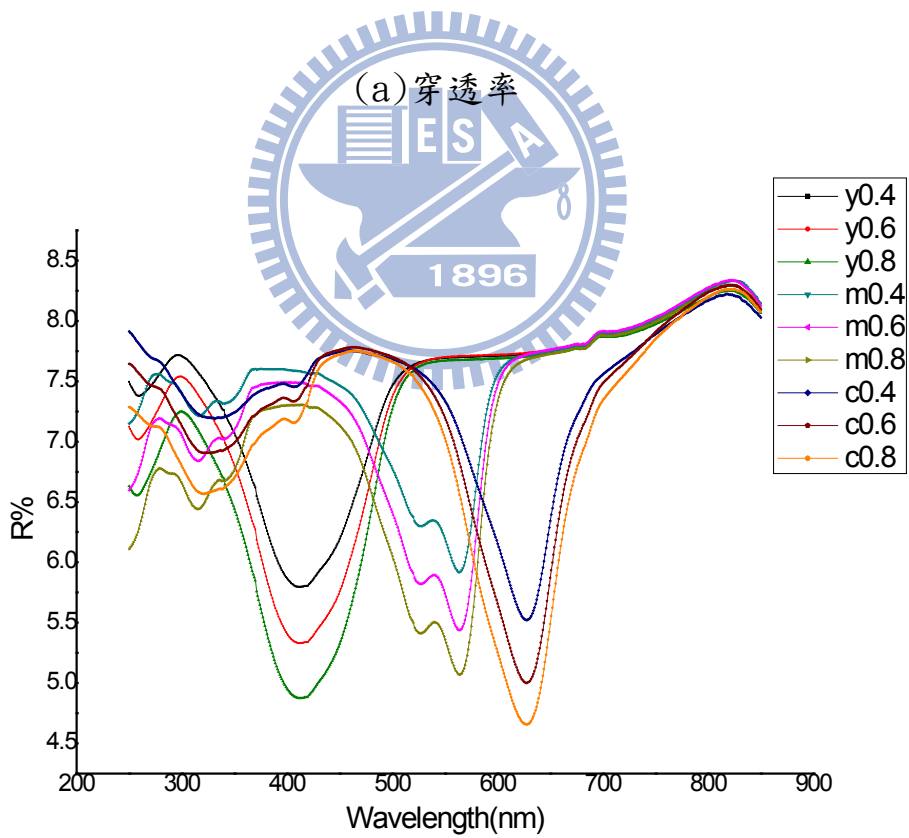
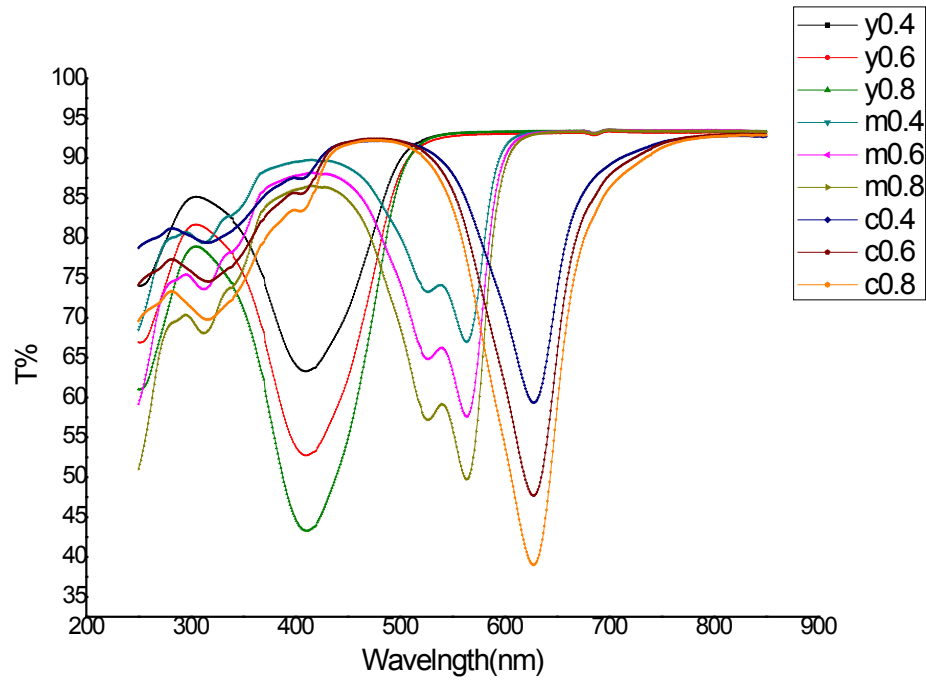
圖七 原色色料頻譜(a)穿透率(b)反射率



圖八 n_i, K_i 值逆運算流程圖

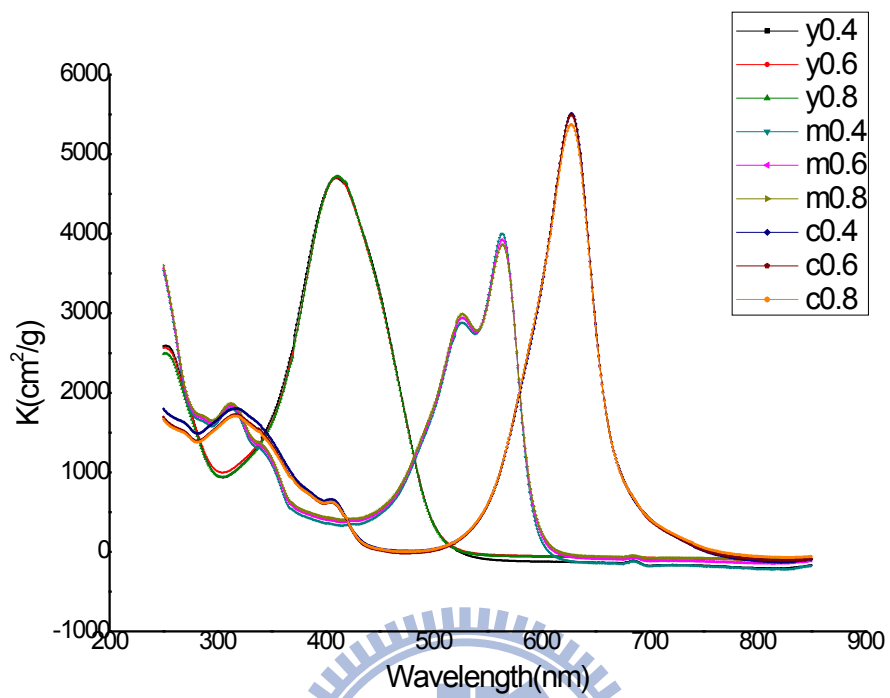


圖九 原色色料光學折射率 n_i 實驗量測估測值

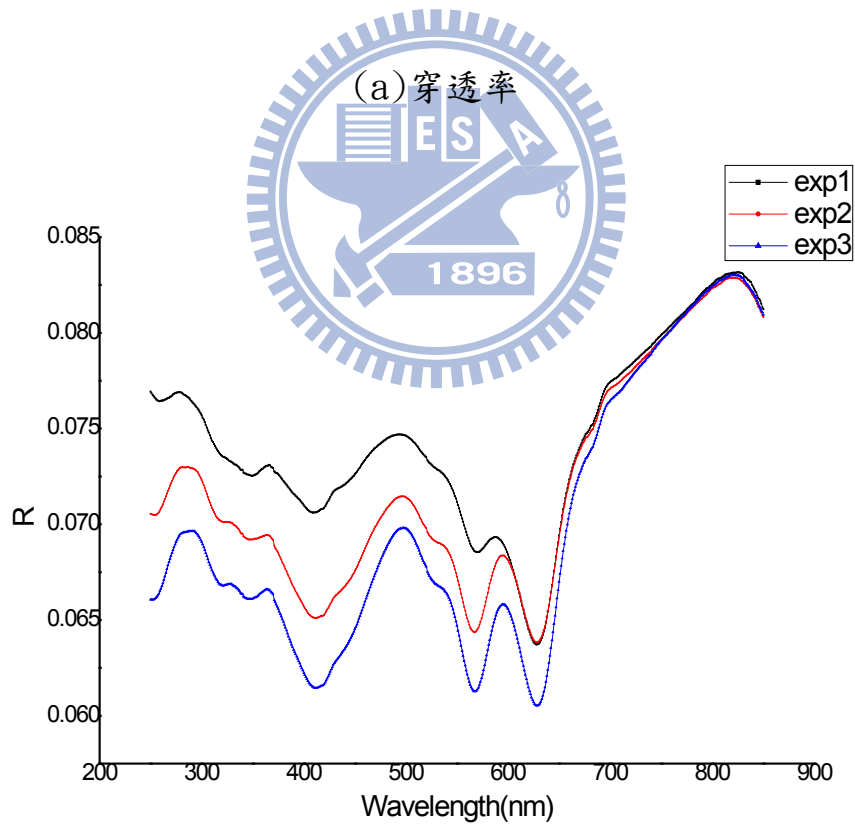
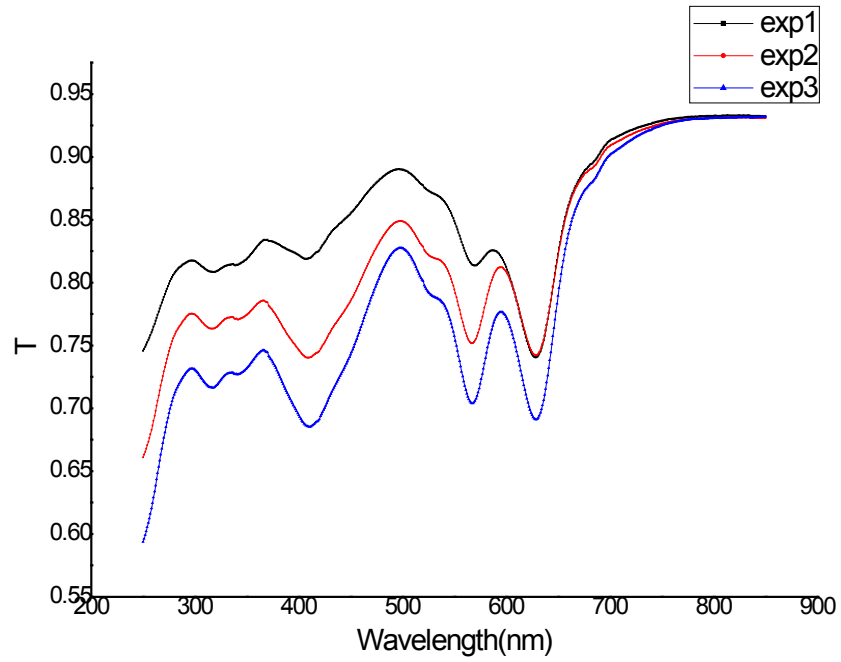


(b) 反射率

圖十 原色色料溶液頻譜(a)穿透率(b)反射率

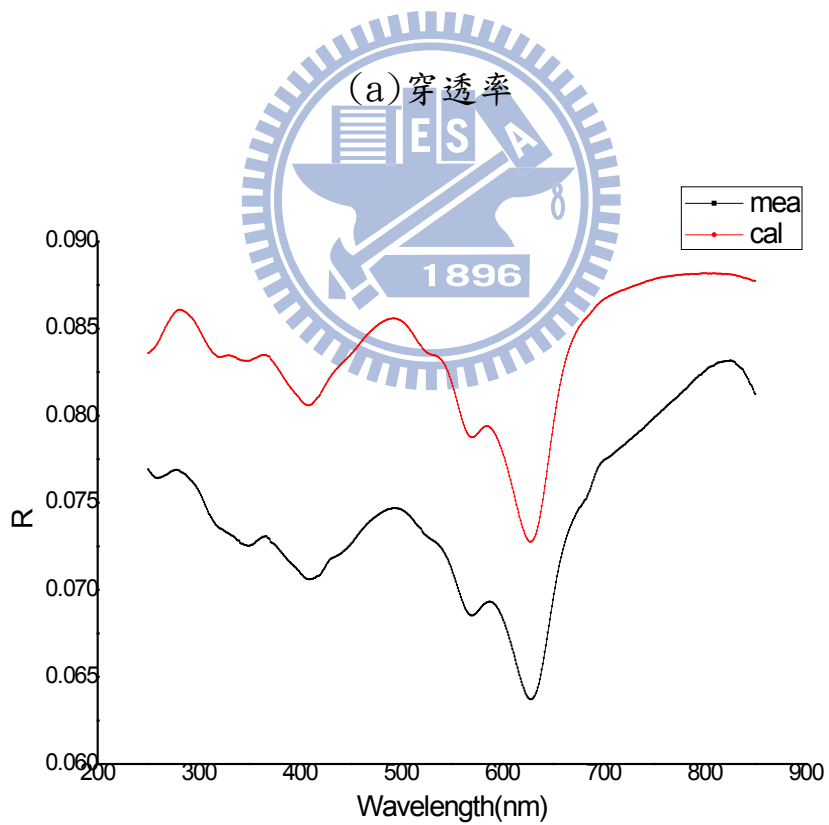
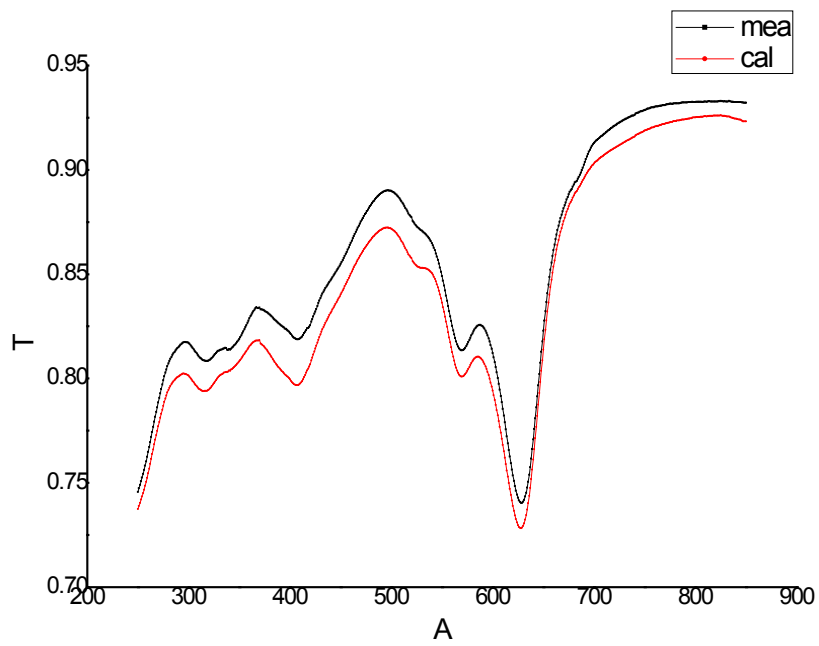


圖十一 原色色料光學折射率吸收係數 K_i 實驗量測估測值



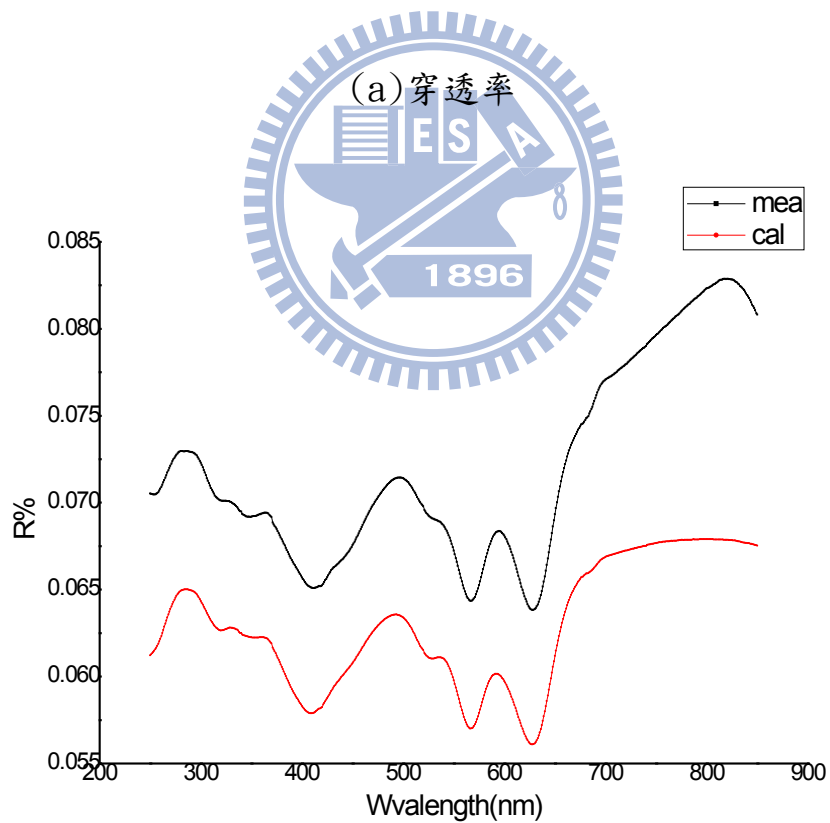
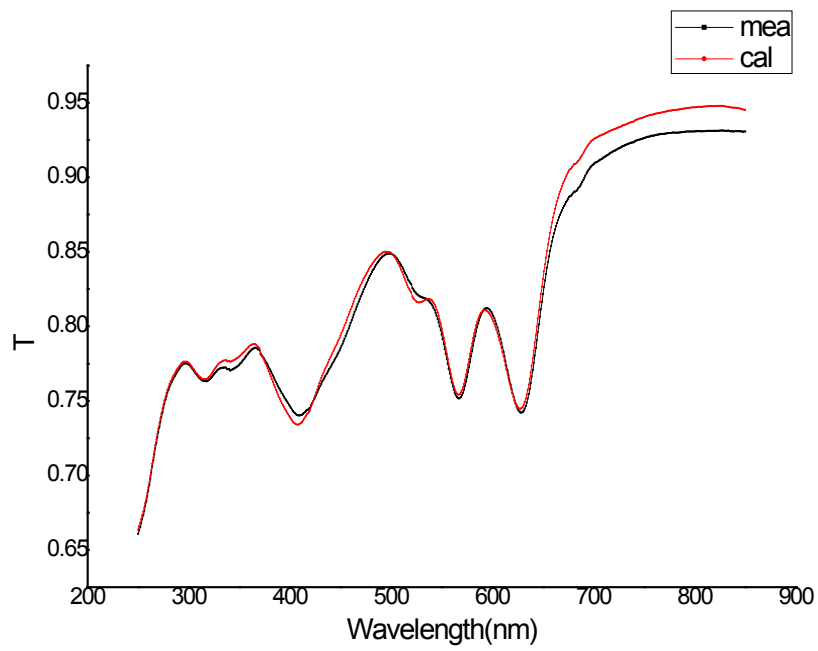
(b) 反射率

圖十二 混色色料溶液頻譜(a) 穿透率(b) 反射率



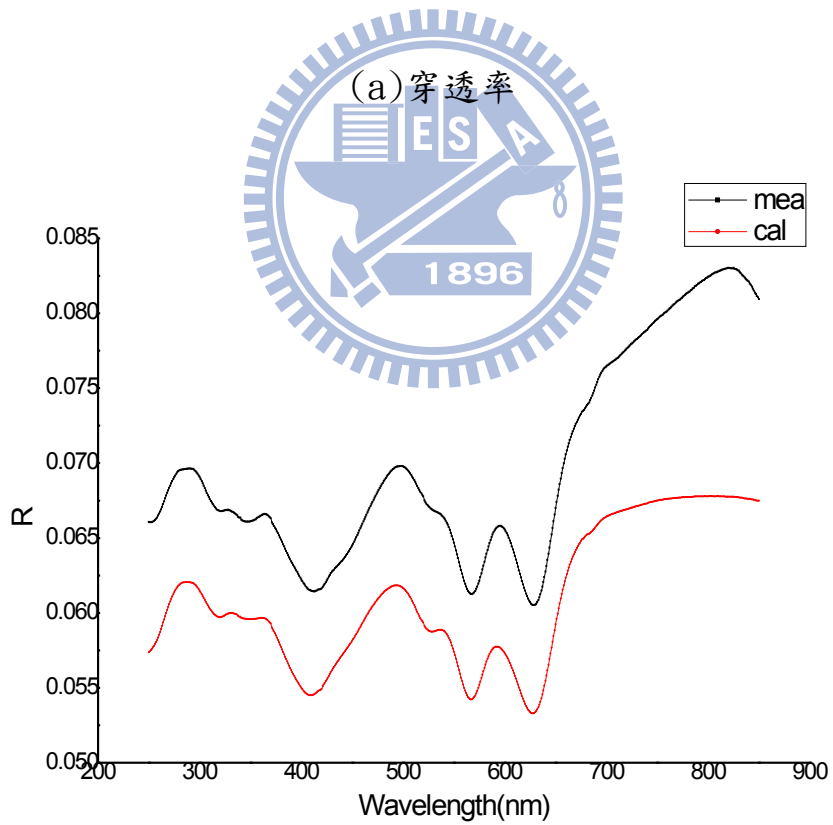
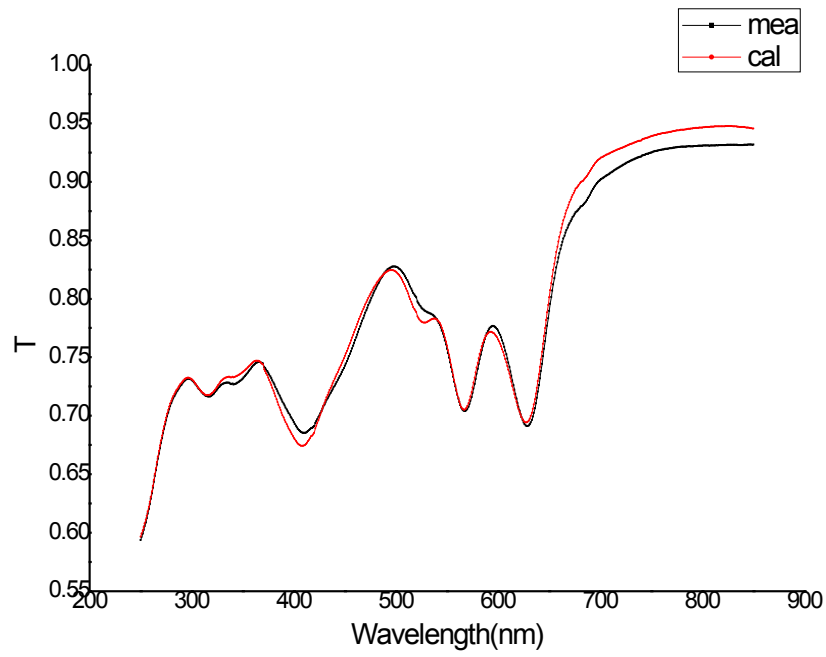
(b) 反射率

圖十三 實驗一量測與正向運算頻譜比較圖(a)穿透率(b)反射率



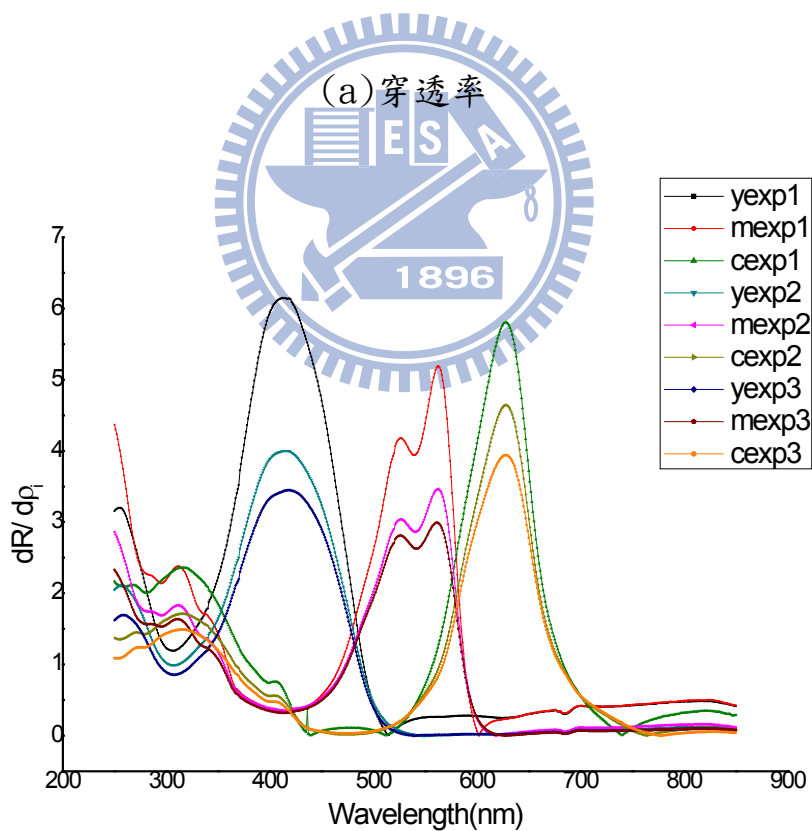
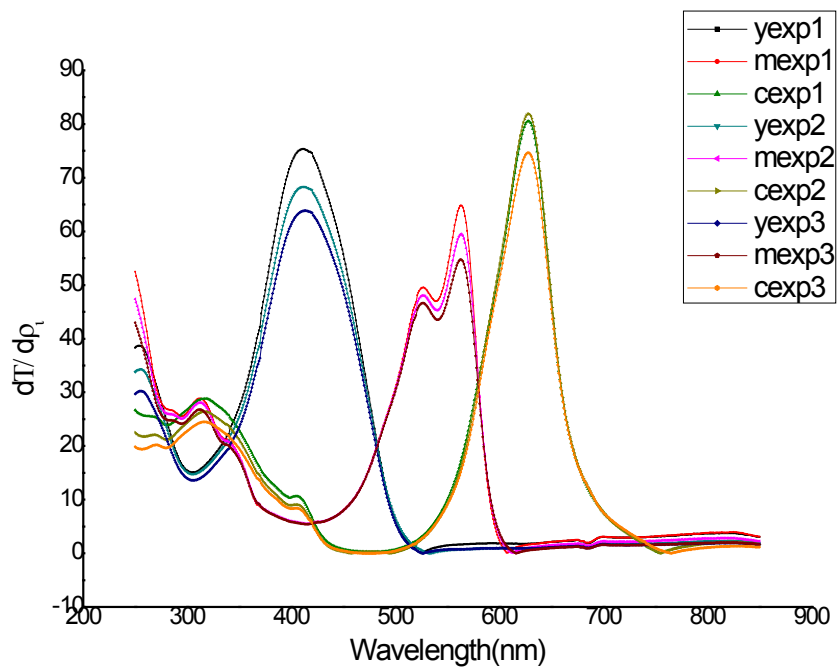
(b) 反射率

圖十四 實驗二量測與正向運算頻譜比較圖(a) 穿透率(b) 反射率



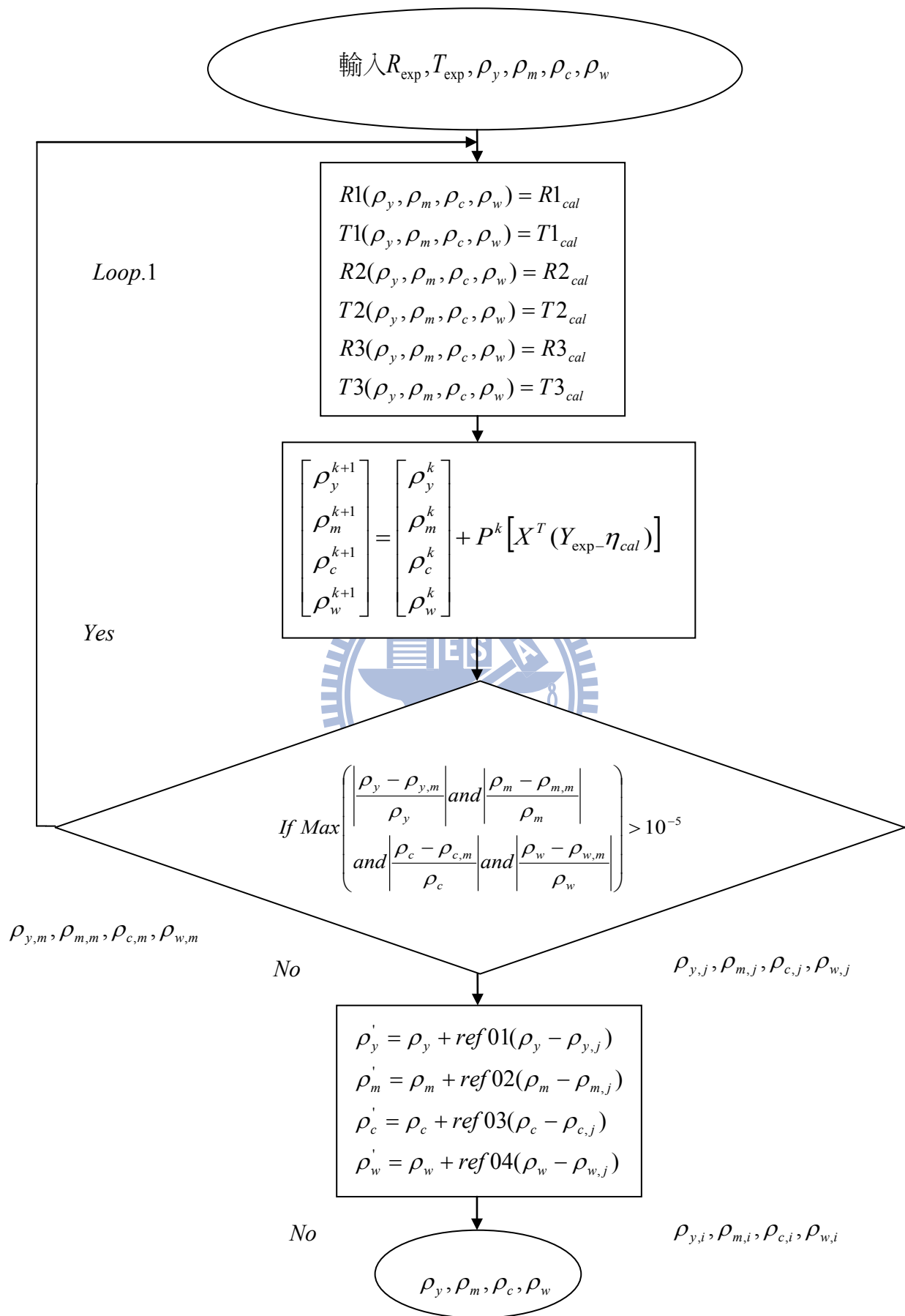
(b) 反射率

圖十五 實驗三量測與正向運算頻譜比較圖(a)穿透率(b)反射率

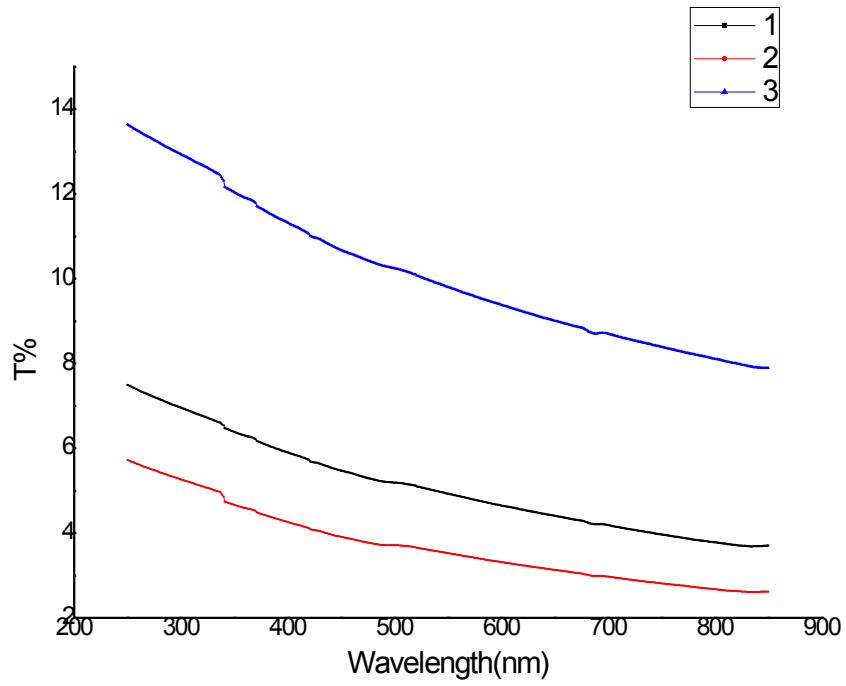


(b) 反射率

圖十六 混色溶液靈敏係數及波長關係圖(a)穿透率(b)反射率

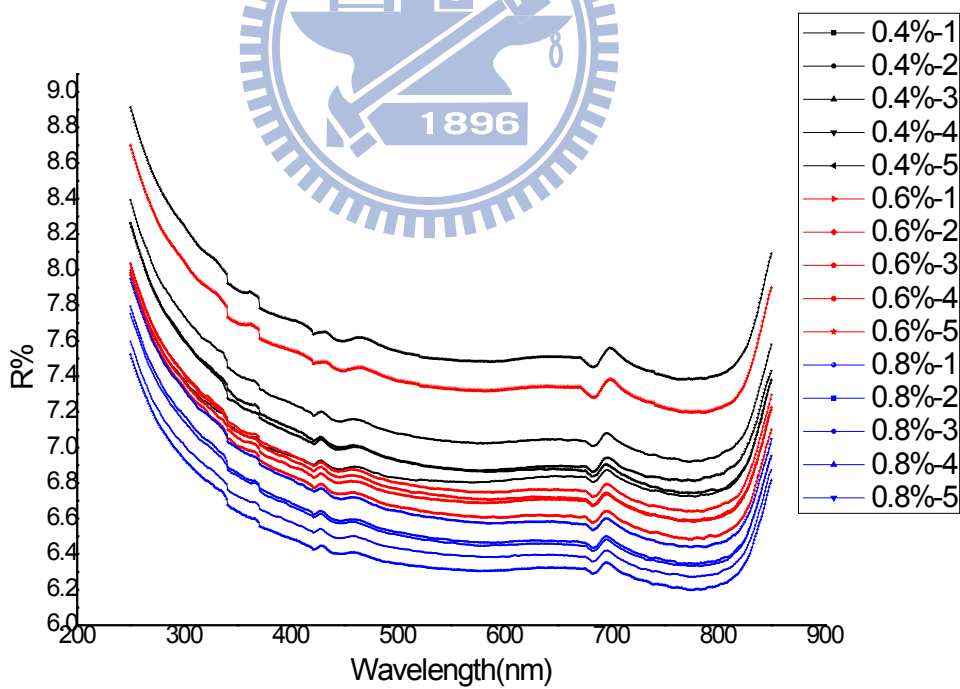
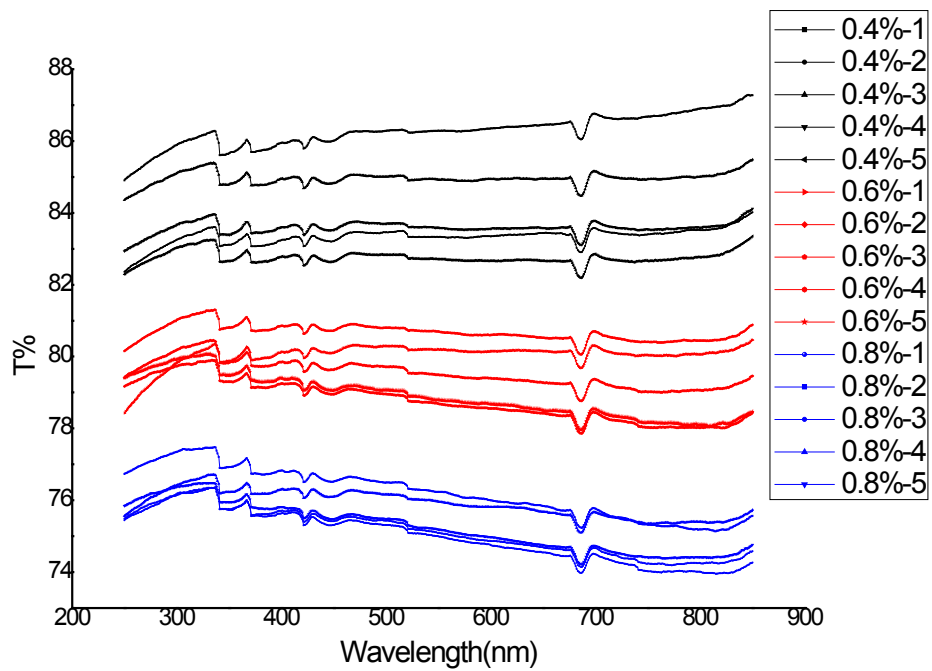


圖十七 ρ_i 值逆運算流程圖



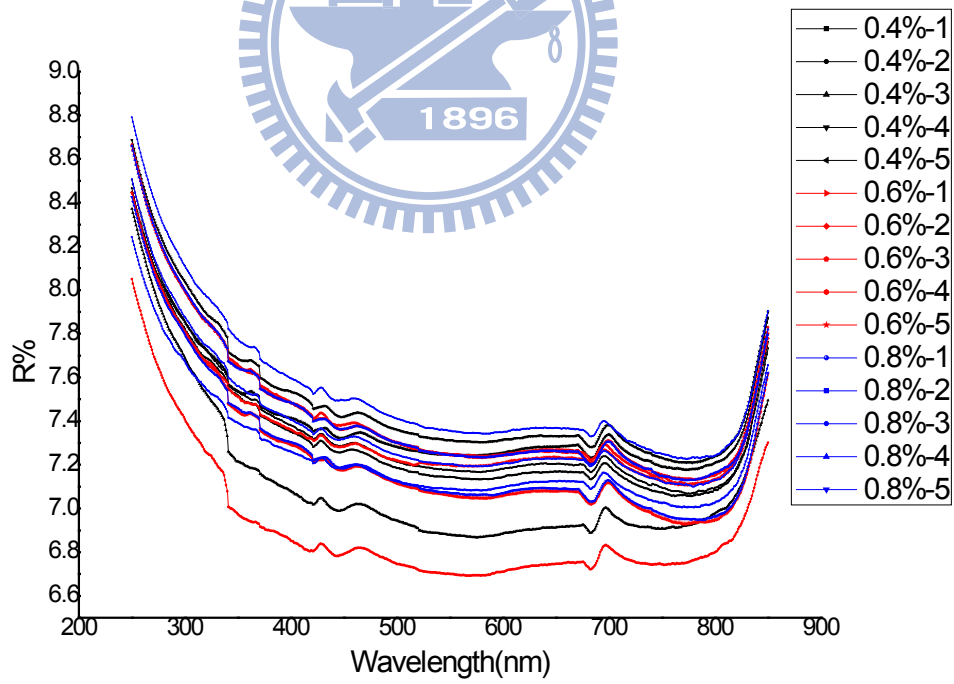
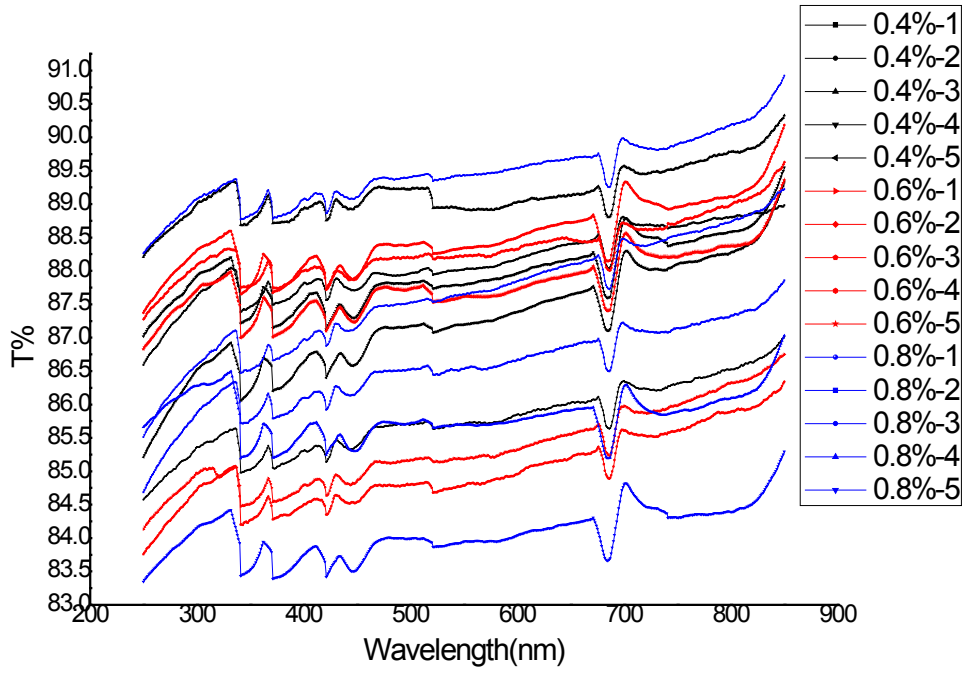
圖十八 黃色原色色素頻譜穿透率圖





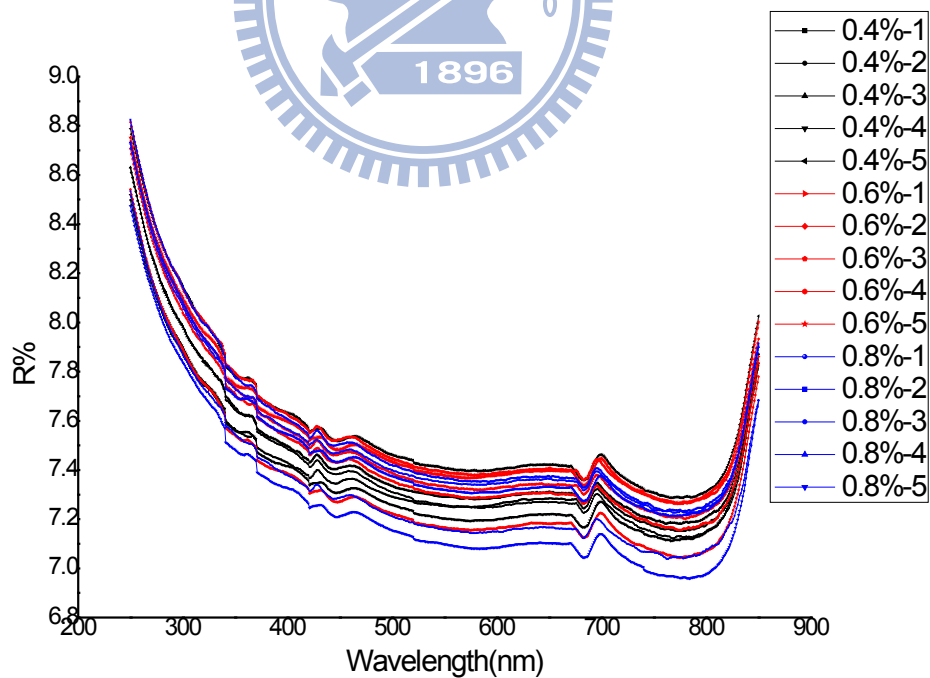
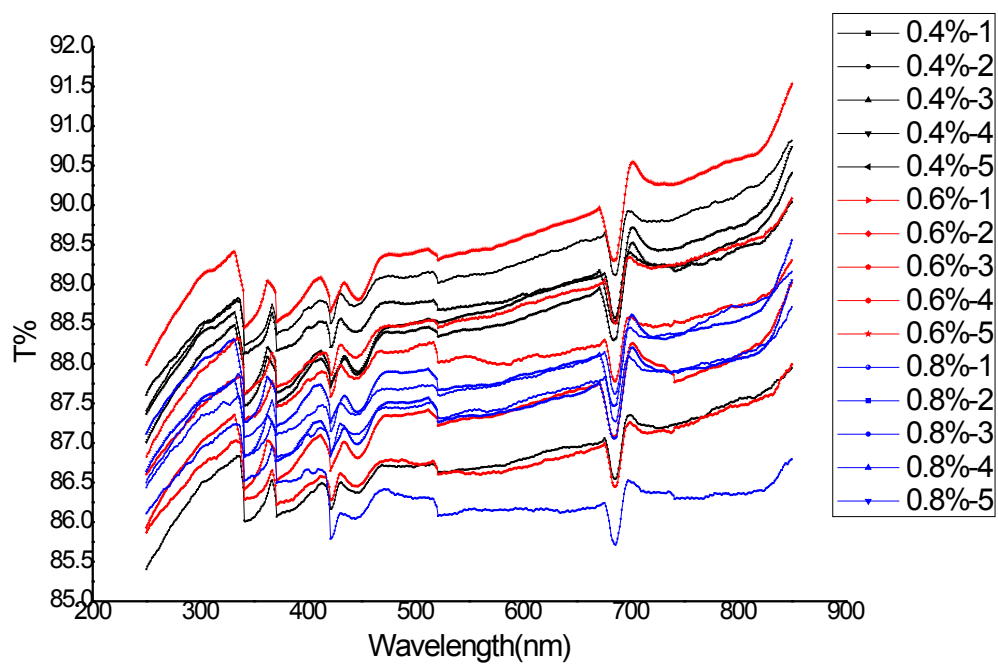
(b) 反射率

圖十九 黃色色素溶液頻譜(a)穿透率(b)反射率



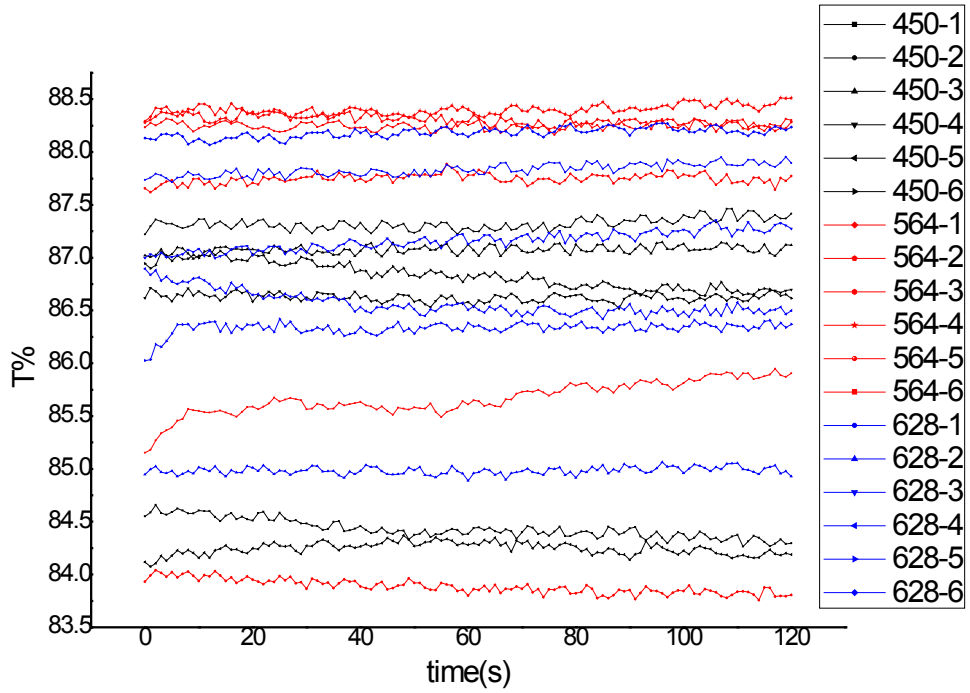
(b) 反射率

圖二十 洋紅色色素溶液頻譜(a)穿透率(b)反射率

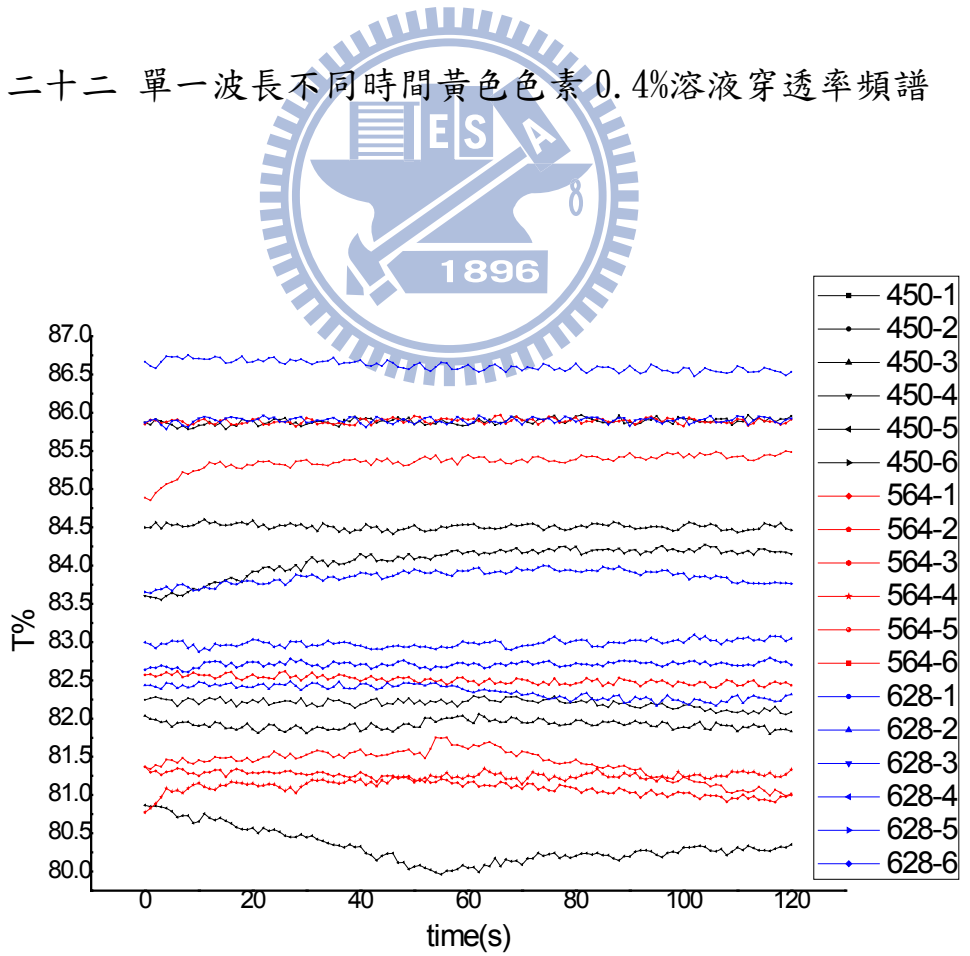


(b) 反射率

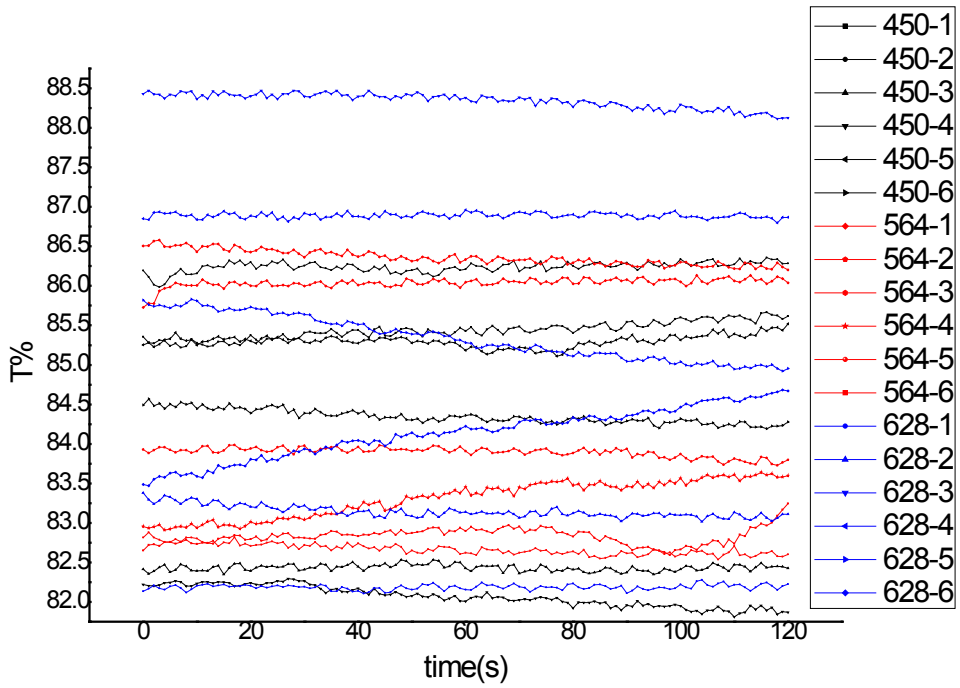
圖二十一 青色色素溶液頻譜(a)穿透率(b)反射率



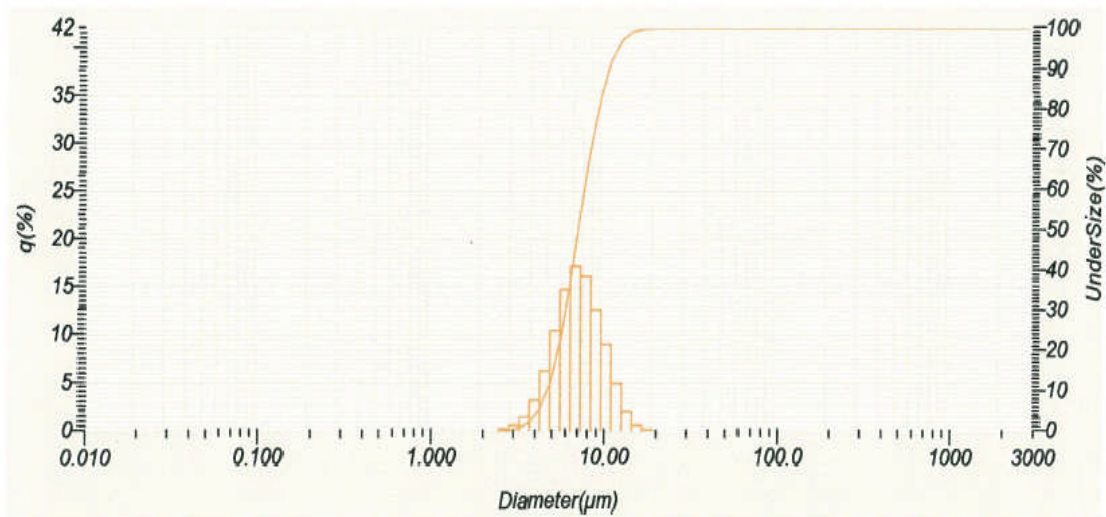
圖二十二 單一波長不同時間黃色色素 0.4% 溶液穿透率頻譜



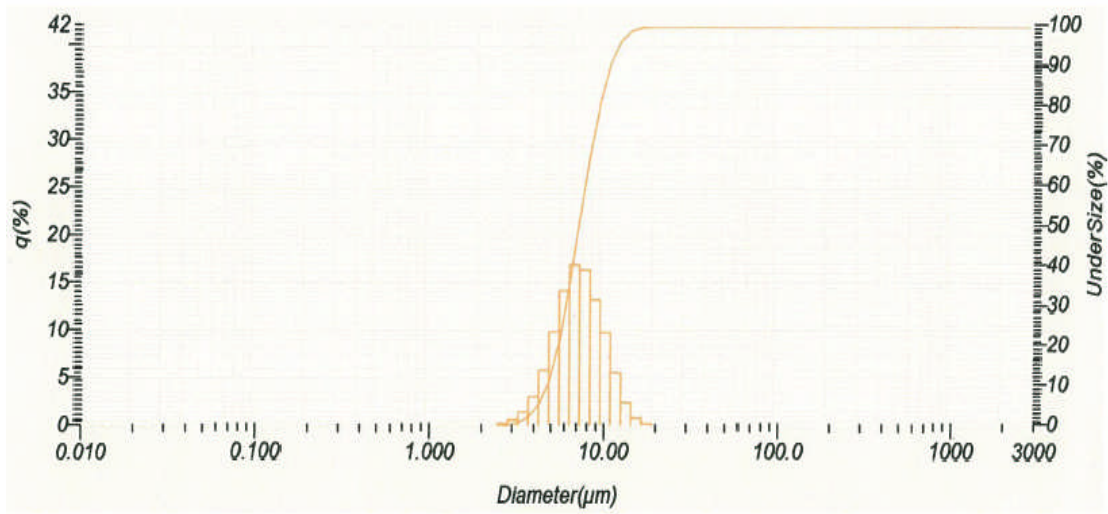
圖二十三 單一波長不同時間洋紅色色素 0.6% 溶液穿透率頻譜



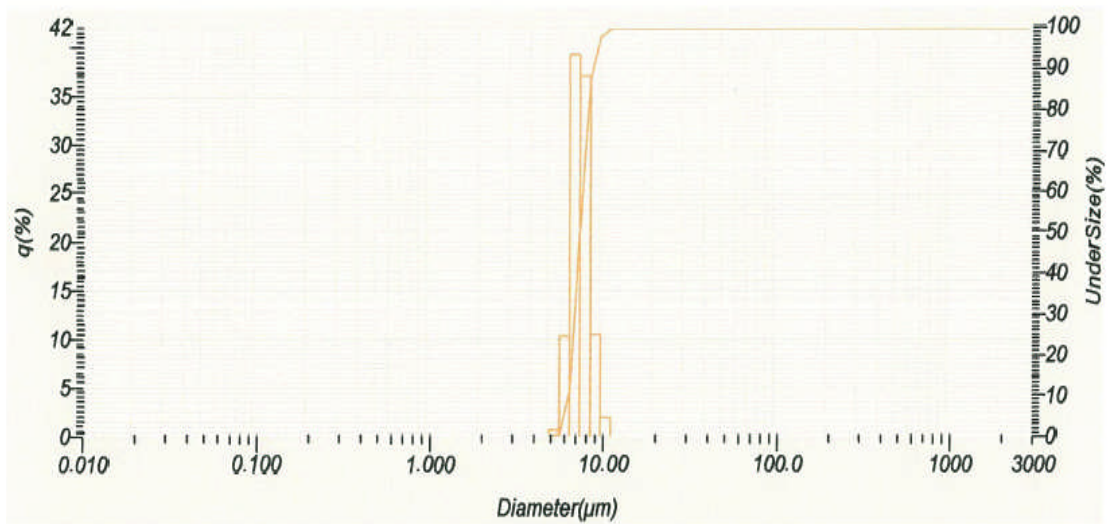
圖二十四 單一波長不同時間青色色素 0.8% 溶液穿透率頻



圖二十五 黃色色素粒徑分佈圖



圖二十六 洋紅色色素粒徑分佈圖



圖二十七 青色色素粒徑分佈圖