

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

徑向磁場應用於塗佈技術之研究

Pattern of Ferrofluid in a Radial Magnetic Field and Applications in
Coating Technology

研究生：楊詒翔

指導教授：陳慶耀 博士

中華民國九十八年七月

徑向磁場應用於塗佈技術之研究

**Pattern of Ferrofluid in a Radial Magnetic Field and Applications in
Coating Technology**

研究生：楊 詒 翔

Student : Yi-Shaing Yang

指導教授：陳 慶 耀

Advisor : Ching-Yao Chen



A Thesis

**Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering**

National Chiao Tung University

**in Partial Fulfillment of The Requirements
for the Degree of
Master of Science**

in

Mechanical Engineering

July 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic in China

中華民國九十八年七月

徑向磁場應用於塗佈技術之研究

學生：楊詒翔

指導教授：陳慶耀

國立交通大學機械工程學系碩士班

摘要

本文以實驗方法研究可互溶與不可互溶磁性流體系統於徑向磁場之界面不穩定的運動情形。不同於旋轉塗佈所使用的離心力使液體擴張，本文使用徑向磁場所產生的磁力使磁性液體擴張。實驗主要的目的是研究磁場強度與初始液滴大小對液滴擴張運動的影響。實驗架構是由薄層磁性液滴置於平板中心，使其與可互溶及不可互溶兩種非磁性溶液混合，並採用平面徑向磁場的作用使液滴產生變化。此種外觀之劇烈形態變化由一開始之未開啟磁場時所保持的圓形，轉變為磁場開啟後期之複雜的星形。本文採用多種液滴初始直徑以及三種主要不同之磁場強度。從這些實驗數據最後得出獨特的數據，可互溶液體面積增長在長期發展下維持 $4/3$ 的指數關係 ($\Delta A' \sim t^{4/3}$)。本文之徑向磁場力學機制與旋轉塗佈之力學機制相似，徑向磁場之磁力與旋轉塗佈之離心力皆與徑向半徑 r 成正比，所得之結果也有某種程度上之相似。

關鍵字：可互溶磁性流體，徑向磁場，塗佈。

誌 謝

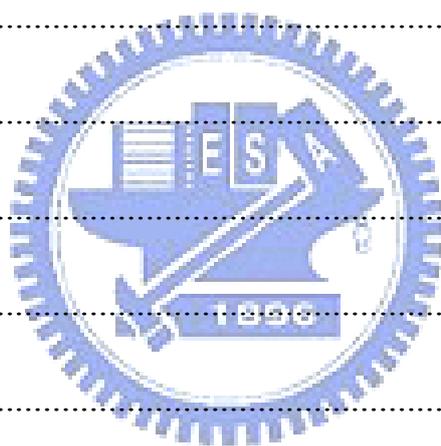
在兩年中的碩士求學過程中，首先要感謝老師陳慶耀教授的教誨，給予學生在課業上與論文還有人生方向上的指導與鼓勵；在學習過程中適時的提點，讓學生在研究期間得以依進度循序漸進，而完成整篇論文。並且更是在待人處事上給予適當的教導，此外在學生遇到研究瓶頸情緒低落時，特別的給予鼓勵和指引方向，使學生能夠克服困難並持續進步，所以今日論文的完成，恩師居功甚偉，對老師那份感謝，非筆墨可形容。

此外，還要感謝榮豐、梓源、政霖、立杰、琦雯等諸位學長姐的協助，以及同窗好友的奇軒、宏元在操作實驗以及撰寫論文過程中所給予的幫忙，還有各位學弟妹柏瑋、裕盛、啟鳴、佳芬的幫忙，如果沒有大家的協助及全力支援，我將無法完整將實驗結果呈現。

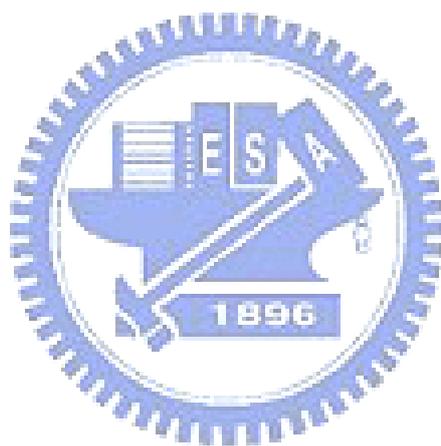
最後，莫過於父母親對我的養育之恩和栽培，以及家人和朋友的支持與關心，而得以完成碩士學業；此外，尚有許多曾幫助過我的人，雖無法盡舉，在此獻上最誠摯的敬意和謝意，所有感激無法言喻，僅以此論文獻給我所有感謝的人。

目錄

摘要.....	i
誌謝.....	ii
目錄.....	iii
表目錄.....	v
圖目錄.....	vi
符號說明.....	x
第一章 緒論.....	1
1-1 前言.....	1
1-2 文獻回顧.....	3
1-3 研究目的.....	6
第二章 實驗原理、方法及設備.....	17
2-1 實驗儀器及說明.....	17
2-2 實驗步驟.....	18
2-3 理論背景.....	19
第三章 結果與討論.....	27
3-1 可互溶液體參考比較範例.....	27
3-2 可互溶液體綜合比較.....	28



3-3 不可互溶液體參考比較範例.....	37
3-4 不可互溶液體綜合比較.....	38
第四章 結論.....	54
參考文獻.....	56



表目錄

表 1-1 磁性流體的製造方法	8
表 2-1 電流與磁場強度對應表	21



圖目錄

圖 1-1 磁性流體內含成分	9
圖 1-2 微小磁性流體液滴受一垂直磁場之影響下，產生之羅森史維格不穩定現象	9
圖 1-3 Hele-Shaw Cell 之示意圖	10
圖 1-4 磁性液滴與環境空氣界面產生之迷宮型指狀化不穩定現象	10
圖 1-5 在 Hele-Shaw 流場，柴油與磁性流體受均勻垂直磁場來進行可互溶液體實驗	11
圖 1-6 不同時間下突峰型不穩定之突出峰（上列）與迷宮型不穩定之界面分裂（下列）同時發生之影像	12
圖 1-7 以數值模擬在旋轉的機制下，可互溶液體中離心力與科氏力對形態與變化產生重大影響	12
圖 1-8 將磁性液滴滴入非磁性流體中並施以旋轉磁場所造成之指狀化變化現象	13
圖 1-9 模擬不可互溶界面下，液體的黏度會影響指狀化現象的形狀以及其長度分佈	13
圖 1-10 數值模擬出高速旋轉可互溶液滴在 Hele-Shaw Cell 之界面不穩定現象	14

圖 1-11 均勻混合水溶液之陽離子表面活性劑和有機鹽，會產生一個指狀化的高彈性蟲狀膠束液不穩定現象.....	14
圖 1-12 在旋轉的 Hele-Shaw Cell 中，由於注入可互溶液體所導致薄液滴層塗佈向外擴展.....	15
圖 1-13 徑向磁場作用時界面的穩定性以及指狀化結構的增長反應，並預測磁性液滴在旋轉 Hele-Shaw Cell 受到徑向磁場的作用所發生的情況.....	16
圖 1-14 旋轉塗佈的指狀化不穩定與最大半徑現象會受到高旋轉 Bond 數的影響.....	16
圖 2-1 實驗設備示意圖.....	22
圖 2-2 磁性流體示意圖.....	22
圖 2-3 磁性液滴 EMG901 之磁化率曲線圖.....	23
圖 2-4 可程式電源供應器示意圖.....	23
圖 2-5 anti-Helmholtz 線圈示意圖.....	24
圖 2-6 將電磁線圈組以 anti-Helmholtz 方式裝置，則可產生一線性之徑向磁場分佈.....	24
圖 2-7 磁場強度測量圖.....	25
圖 2-8 光學顯微鏡平台.....	26
圖 3-1 可互溶磁性液滴($d = 5.12 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 147 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象.....	40

圖 3-2 可互溶磁性液滴($d = 3.27 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 147 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象.....	41
圖 3-3 灰階亮度 I_g 沿 y 軸分佈隨時間之變化圖，所選取對應範例為(a):圖 3-1 與(b):圖 3-2.....	42
圖 3-4 面積增長演變圖。(a)為因次化(b)為無因次化，而面積增加項 $\Delta A' = A' - 1$ 則如圖(c)所示.....	42
圖 3-5 將圖 3-1 與 3-2 之範例取不同亮度 I_g 值.....	43
圖 3-6 所有範例之指數分佈.....	43
圖 3-7 可互溶磁性液滴($d = 4.63 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象.....	44
圖 3-8 可互溶磁性液滴($d = 4.61 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 102 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象.....	45
圖 3-9 可互溶磁性液滴($d = 4.24 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 147 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象.....	46
圖 3-10 可互溶磁性液滴($d = 4.07 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象.....	47
圖 3-11 可互溶磁性液滴($d = 4.01 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 102 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象.....	48
圖 3-12 可互溶磁性液滴($d = 2.91 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象.....	48

生一連串指狀化現象.....	49
圖 3- 13 可互溶磁性液滴($d = 2.48 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 102 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象.....	50
圖 3- 14 不可互溶磁性液滴($d = 7.71 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生均勻分布現象.....	51
圖 3- 15 不可互溶磁性液滴($d = 8.38 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生均勻分布現象.....	52
圖 3- 16 不可互溶兩範例之面積比較圖.....	53



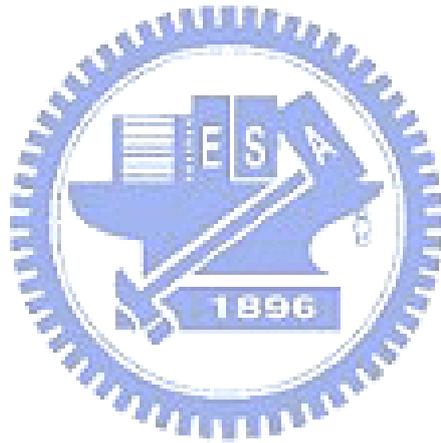
符號說明

d	磁性流體液滴直徑
H	磁場強度
μ	流體黏滯度
ρ	流體密度
M_s	磁性流體飽和磁化率
H_r	徑向磁場
$H_x H_y H_z$	xyz 方向之磁場
r	徑向距離
L	中心點距離邊界之距離
c	磁性流體濃度
f_m	單位體積磁力
τ	初始時間
A_0	初始面積
k	擴散係數
Pe	對流與擴散之無因次參數
I_g	灰階之亮度強度值
A'	面積無因次化

t' 時間無因次化

ΔA 面積增加量

$\Delta A'$ 無因次化面積增加量



第一章 緒論

1-1 前言

液體旋轉塗佈在現今半導體產業之應用佔有重要的地位，隨著大尺寸晶圓以生產低階消費性電子產品之趨勢發展，半導體產業對於矽晶圓表層覆膜所採用之旋轉塗佈方式其需求也是日新月異。由於薄膜的形成是將高分子溶液注於晶圓之中心點，再靠著旋轉晶圓所產生之離心力，使得中心點的溶液可以均勻的向外側擴散，最後達到我們所需要的厚度即完成塗佈程序。而因為離心力的作用，旋轉塗佈時所產生的不穩定指狀化會在連續薄膜波前處產生，由於流體向外發展時會選擇阻力少的突出不穩定指狀物向外擴散，因此液體在晶圓表面之最大塗佈面積無法達到有效率的最高值，也成為半導體製程上需要突破的一門課題。

本文將採用徑向磁場所產生的磁力以取代旋轉塗佈之離心力，研究與探討當微小磁性液滴置於此平板上，並覆蓋可與磁性液滴互溶之流體，則此磁性液滴受徑向磁場梯度之吸引，會產生一類似於旋轉塗佈之新型態輻射型界面不穩定現象。

鐵磁性流體(ferrofluids，或簡稱為磁性流體)為一人工合成流體，是為1965年由美國航空太空總署(NASA) S.S.Papell 發明，當時阿波羅計劃首創人類登入月球時，其磁性流體因而首度亮相，由於太空人漫步月球時，處於真空狀態，必須利用磁性流體使太空衣內部保持一大氣壓並且能使頭盔可以自由旋轉，而發明了磁性流體。

磁性流體在顯微鏡為可見的鐵奈米粒子組成，通常來自於磁鐵礦、赤鐵礦或者其它包含鐵的混合物。一般而言導磁體都是固體，如鐵、鈷、鎳

及其合金，而磁性流體卻是一種固液共存兩相液態流體的磁性材料，既有液體的流動性，又有導磁體的物理特性。磁性流體是將強磁性鐵礦用粉碎機加以粉碎，形成強磁性超微奈米粒子，為了防止粒子間相互吸引或因重力、離心力和磁力而產生凝聚及沉澱，因此在粒子表面吸附一層界面活性劑，使其能安定分散於載基流體中，其不同載基流體成分所組成的磁性流體之特性也不同。所以磁性流體同時具有磁性與流動性兩種特性，所以可利用外加磁場，來控制磁性流體的運動方式，因此磁性流體又稱為智慧型流體或功能用流體。

此磁性流體組成如圖1所示：包含奈米級鐵磁性膠粒子(氧化鐵粒子)、表面活性劑(surfactant)與載基流體 (base fluid)。強磁性膠粒子的大小為 $0.01\mu\text{m}$ ，為單磁區構造，如只把強磁性超微粒子溶入液體中，粒子間會以磁引力相吸引，凝聚沉澱，所以磁性流體才會以界面活性劑的分子包覆強磁性超微粒子表面，使強磁性超微粒子間不會太接近。加上載基流體之分子的不規則衝撞會進行布朗運動，不會沉澱，所以藉由界面活性劑的功能和布朗運動，磁性流體成為非常安定的膠體溶液。依強磁性膠體粒子的不同，磁性流體分別稱為氧化物磁流體（鐵氧體之氧化物磁性體）和金屬磁性流體（鈷之類金屬磁性體）。

現階段成熟之磁流體一般應用主要在於三大部分：(a)太空科技、(b)阻泥機制及(c)軸封技術。於太空中，因受無重力因素影響，傳統利用自然對流所設計之熱傳導機構（如熱管）無法有效應用，因而可使用磁性流體，並以外加磁場替代重力場產生對流效應。再者一般而言，磁流體之黏滯度會隨著外加磁場之存在而顯著增加，在常見的阻尼器中可藉由局部的磁場強度，來增大黏性效應，因而被廣泛應用為阻尼機制。而於軸封方面，則著眼於磁流體可為外加磁場所支持而附著於軸壁，無須如一般流體需要容器支撐，即可有效分隔軸封。在其他未來應用方面，磁流體粒子之奈米級尺度及其於溫度變化下所產生之磁化率變化，亦可運用在新一代之電子冷卻

系統，配合新近發展之微流道機構，可將原本於微流道中用於散熱用之工作流體加置磁性粒子，而利用磁性粒子吸熱產生之磁化變化現象，推動流體循環以進行熱量傳輸，達到散熱效果。同時磁性粒子因其優異之生物相容性，及其奈米特質，亦已被應用於生物醫學技術上，如細胞分離、精準釋藥與腫瘤細胞之追蹤與治療技術等。

欲充分進行上述磁性流體之工程應用，必需仰賴對磁性流體操控性之充分了解，同時除了工程應用外，磁性流體受磁場影響下之複雜界面變化，於單純物理或藝術觀點而言，亦充滿研究價值。故而對磁性流體界面之研究，於磁性流體在 1960 年代被合成成功後，一直為研究人員努力之重要項目，其中對磁液滴之界面變化更是研究之焦點之一。本文將近年來研究於一微小磁性流體液滴，受不同型式磁場下，產生之界面型態變化進行介紹，並試圖以不同接觸條件及流體組合，操控其界面型態變化。

而磁性流體的製程則可分為兩個階段，第一階段是把強磁性物質變成超微粒子或加工成超微粒子形狀的製程；第二階段是為防止強磁性超微粒子凝集，以界面活性劑包住強磁性超微粒子而分散的製程。磁性流體的製造方法除了粉碎法外，還有共沉法、火花侵蝕法、熱分解法、紫外線分解法、真空蒸發法及電著法，如表 1-1 所示。

1-2 文獻回顧

磁性流體受到穩定垂直磁場以及徑向磁場而產生之界面不穩定現象，在科學和實用上也使學者感到興趣，研究磁性流體界面不穩定可以分為三個主要部份，那就是羅森史維格不穩定[1]和複雜迷宮指狀化不穩定[2]以及前述二不穩定之型態同時發生所產生之混合型(Hybrid 不穩定)。若一磁性流體液滴放置於平板上且受與平板垂直之磁場影響，受此磁場之影響，其與環境之空氣界面會產生一或多個突出峰[3](如圖 2 所示)，而此垂直方向之

磁力並與重力及表面張力達到平衡，使得突出峰型態維持平衡不變，即為所謂羅森史維格不穩定現象[1]，此現象是由Cowley 和Rosensweig[1]最先研究發現成果。

若將羅森史維格不穩定現象之實驗條件進行改變，於凹槽上方加一蓋板，而將磁性流體液滴受限於二平板間（即所謂Hele-Shaw Cell，如圖3）[4]，並一樣施予與平板垂直之磁場，因原欲往上方突出發展之突峰型受上平板限制無法形成，故而轉而往與平板平行之方向進行，並與環境流體（如空氣）互動，而產生如迷宮式之型態[5]（如圖4 所示），即為所謂迷宮型不穩定現象。於傳統研究此迷宮型不穩定現象均著眼於不可互溶流體界面（如磁性流體液滴於環境空氣）[6]，此一典型之不可互溶界面現象如圖4 所示[5]。此迷宮式界面不穩定現象之典型特徵乃在於形成細長之指狀化細絲，並進行曲折與分叉之二次不穩定現象，且指狀化細絲間因具磁極而不產生接觸合併。另一方面以此Hele-Shaw Cell 機制進行可互溶流體界面實驗，Wen et al.[7]等人透過低黏滯度柴油和磁性流體在Hele-Shaw Cell 進行可互溶實驗觀察，磁性流體受到垂直磁場下會形成數個大波指狀化不穩定界面產生，以及探討第三維效應的影響，如圖5 所示。

有別於前段介紹之可互溶迷宮型不穩定實驗條件，如若將上平板移除，再施予一均勻垂直磁場，則一開始液滴仍呈現突出峰型不穩定之單一突出峰，然而隨時間增加，此突出峰基部與可互溶流體混合擴散影響，致使磁力減弱無法平衡重力與表面張力，故而突出峰高度隨時間遞減直到完全沒入可互溶流體層，如附圖6 上列之側視圖所示，即為新型態之混合型界面[8,9]。

至於本文所欲探討之複雜指狀化不穩定其相關研究文獻分別針對於不可互溶和可互溶界面作探討。在此兩種界面不同界面研究上，其力學機制

又可分為旋轉機制，以及注入機制。

若考慮在旋轉機制的情況下，有多篇文獻以不同理論方法加以探討。Chen et al.[10]以數值模擬在旋轉的機制下，可互溶液體中離心力與科氏力對形態與變化產生重大影響，如圖7 所示。Lebedev et al.[11]將磁性液滴滴入相同密度之非磁性液體中，並施以旋轉磁場，發現當旋轉磁場有微小的偏差時，對於旋轉運動的液滴會有重大的影響，其結果如圖8。Miranda et al.[12]利用數值模擬發現，在旋轉的Hele-Shaw Cell 不可互溶界面下，液體的黏度會影響指狀化現象的形狀以及其長度分佈。當指狀化現象發生或是切斷的時候，其混合界面內部流體黏度較小，如圖9 所示。Chen et al.[13]數值模擬出高速旋轉可互溶液滴在Hele-Shaw Cell 中受離心力與科氏力之影響，而呈現出具傾斜角之指狀化不穩定現象，其結果如圖10。以上為指狀化不穩定於旋轉界面的相關研究。

除此之外，對於注入機制亦有許多相關研究。Podgorski et al.[14]指出均勻混合水溶液之陽離子表面活性劑和有機鹽，會產生一個指狀化的高彈性蟲狀膠束液不穩定現象，而此指狀化的穩定度取決於兩溶液注入的速度。如圖11 所示。Chen et al.[15]指出在旋轉的Hele-Shaw Cell 中，由於注入可互溶液體所導致薄液滴層塗佈向外擴展，如圖12。Oliveira[4]當徑向磁場作用時界面的穩定性以及指狀化結構的增長反應，並預測磁性液滴在旋轉Hele-Shaw Cell 受到徑向磁場的作用所發生的情況，如圖13。以上則為指狀化不穩定於注入機制的相關研究。

近年來晶圓的旋轉塗佈受到矚目，在Wang et al.[16]的實驗研究中，研究了旋轉塗佈的指狀化不穩定與最大半徑現象會受到高旋轉Bond 數的影響，並指出透過注入方式在高Bond 數與低Bond 數會造成指狀化數量與最大半徑之不同，其實驗結果如圖14。其中旋轉塗佈之力學機制與徑向磁場之力學機制極為相似，因此本文此徑向磁場界面不穩定與旋轉塗覆離心力

產生之界面不穩定可做為類比。

磁流體的界面不穩定現象已經集中在實驗和理論上的研究，然而這些學者主要集中在探討尺寸較大的磁性流體層；隨著微技術的成熟，更有興趣深入研究在非常薄的磁性流體薄膜中之不穩定現象。從Chen et al.[17]等人使用高精度數值模擬方法，來探討流體間的表面張力(Korteweg stresses)的影響。這些在可互溶研究中，流體間的界面張力是可以被忽略的，然而擴散效應將會對結構形狀影響相當重要。因此我們打算在目前研究中，以新的實驗條件下，要嘗試在徑向磁場時，磁流體界面之不穩定現象研究。

1-3 研究目的

目前磁性液滴相關文獻多數在理論和實驗上分別針對可互溶[17-20]與不可互溶[21-30]的複雜指狀化不穩定作探討重點，其應用領域相當廣泛，尤其更跨足於生醫方面，因此，磁性流體指狀化現象成為令人亟欲探討的問題。

與旋轉塗佈相類似之力學機制作比較，本文以實驗研究磁性流體液滴浸入於可互溶流體薄膜層中且施加徑向磁場，產生指狀化的磁流體界面不穩定現象，以求發現此種液滴擴張運動的現象。於此線性磁場強度下，磁場對此磁性液滴施加之向外徑向磁力與其徑向距離成正比關係。此與徑向距離成正比關係之徑向力，與旋轉塗佈中利用旋轉產生與徑向距離成正比關係之離心力具有相同之力學機制，故此徑向磁場界面不穩定與旋轉塗佈離心力產生之界面不穩定可做為類比；但不同於旋轉塗佈實驗所需之高轉速儀器，其精準性及安全性都有所顧慮，使用徑向磁場於靜止之實驗系統中，可望得到操作簡單且量測容易之實驗數據。至於液滴在浸入不可互溶液體時，界面會產生張力而影響到指狀化現象。因此本文欲以實驗方法得知在可互溶與不可互溶的情形下，液體受到徑向時磁場作用時，界面影

響所產生之不穩定現象，進而去檢視複雜指狀化現象所發生的情形，並分析實驗所得之數據以了解各參數之重要性及影響效果。

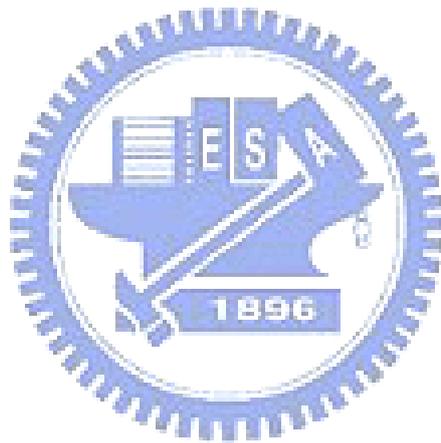


表 1-1 磁性流體的製造方法

<p>粉碎法</p>	<p>將強磁性磁鐵礦在粉碎機中粉碎成超微粒子，再加介面活性劑，安定分散於溶媒，形成磁性流體。</p>
<p>火花侵蝕法</p>	<p>把金屬電極插入液體中，在液體放電，使電極金屬以膠體粒子形溶入液體中，亦即火花放電使電極金屬蒸發，在液體中急冷，成為超微粒子。</p>
<p>共沉法</p>	<p>用第一鐵鹽與第二鐵鹽在水中反應時，會產生磁鐵礦微粒子，即可生成磁性流體。</p>
<p>熱分解法</p>	<p>把化學上不安定的有機金屬熱分解，析出金屬單體，此時析出的金屬成為超微粒子析出溶媒中，作為磁性流體。</p>
<p>真空蒸發法</p>	<p>在抽真空的鐘罩中，把金屬加熱蒸發，在真空中急冷，作成金屬的超微粒子，形成磁性流體。</p>
<p>紫外線分解法</p>	<p>以高能量光(紫外線)取代熱分解，分解有機金屬，作為金屬的超微粒子，形成磁性流體。</p>
<p>電著法</p>	<p>把水銀為陰極裝入 FeSO₄ 水溶液，通電流而溶解，於是 Fe 離子析出，此時攪拌水銀析出超微粒子，分散於水銀中，預先使錫溶於水中，阻止鐵超微粒子成長，生成安定的水銀溶媒鐵膠體粒子磁性流體。</p>

Technology Overview

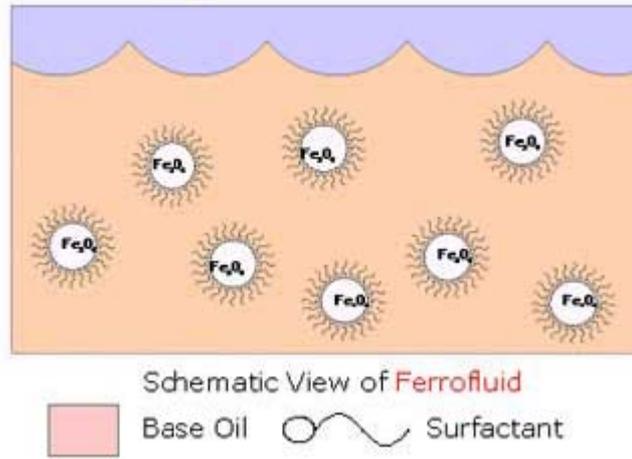


圖 1-1 磁性流體包含奈米級鐵磁性粒子(氧化鐵粒子)、表面活性劑 (surfactant)與載基流體 (base fluid, 通常為水或礦物油)。

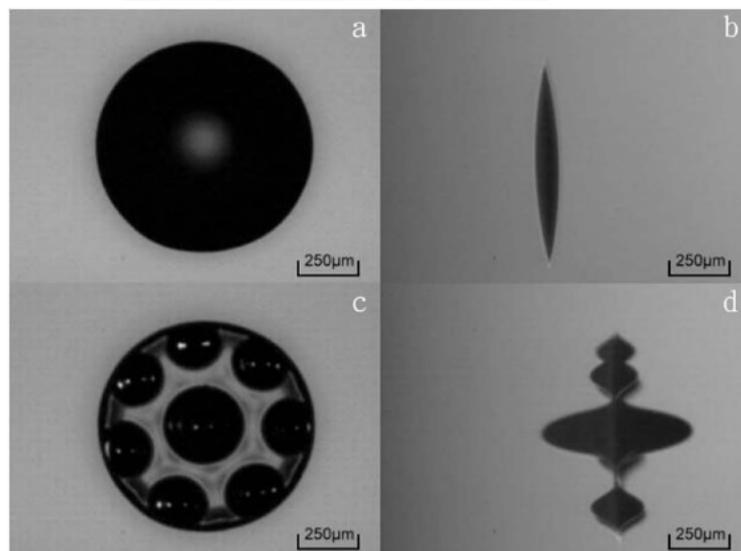


圖 1-2 微小磁性流體液滴受一垂直磁場之影響下,產生之羅森史維格不穩定現象[3]。

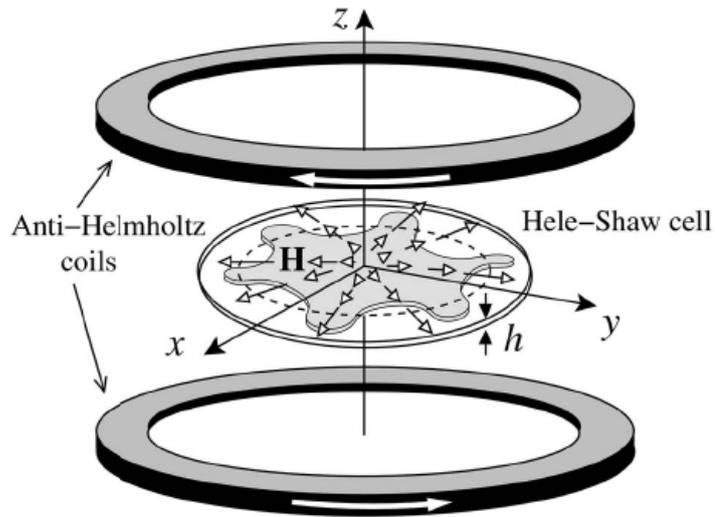


圖 1-3 Hele-Shaw Cell 之示意圖[4]。



圖 1-4 磁性液滴與環境空氣界面產生之迷宮型指狀化不穩定現象。不穩定現象之典型特徵乃在於形成細長之指狀化細絲，並進行曲折與分叉之二次不穩定現象，且指狀化細絲間因具磁極而不產生接觸合併[5]。

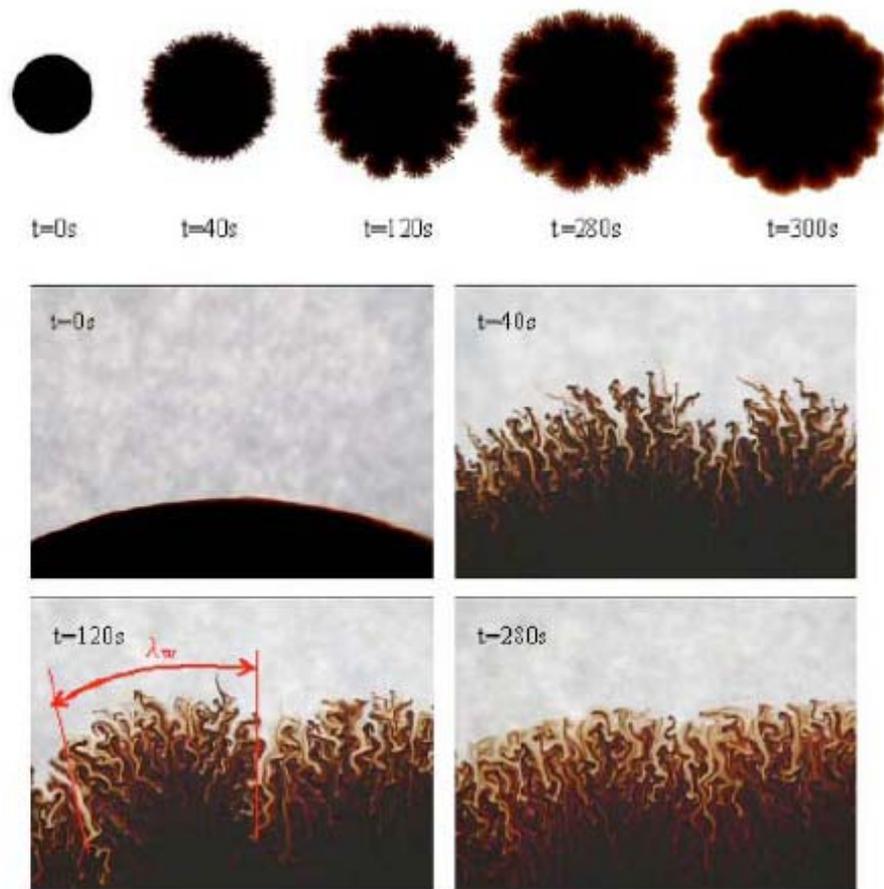


圖 1-5 在 Hele-Shaw 流場，柴油與磁性流體受均勻垂直磁場來進行可互溶流體實驗[7]。

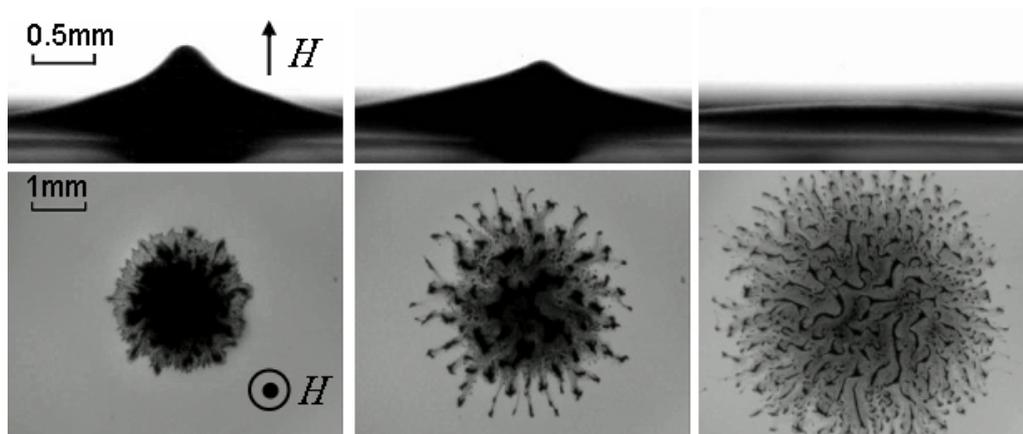


圖 1-6 不同時間下突峰型不穩定之突出峰（上列）與迷宮型不穩定之界面分裂（下列）同時發生之影像[8,9]。

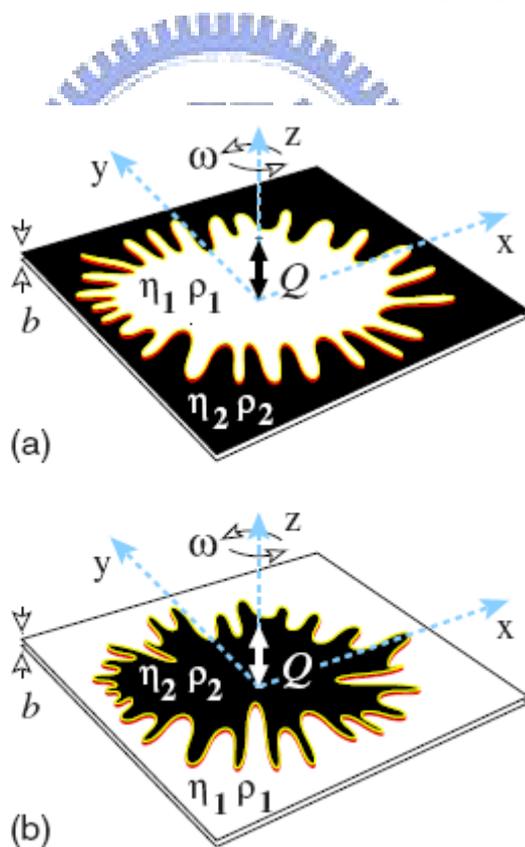


圖 1-7 以數值模擬在旋轉的機制下，可互溶液體中離心力與科氏力對形態與變化產生重大影響[10]。

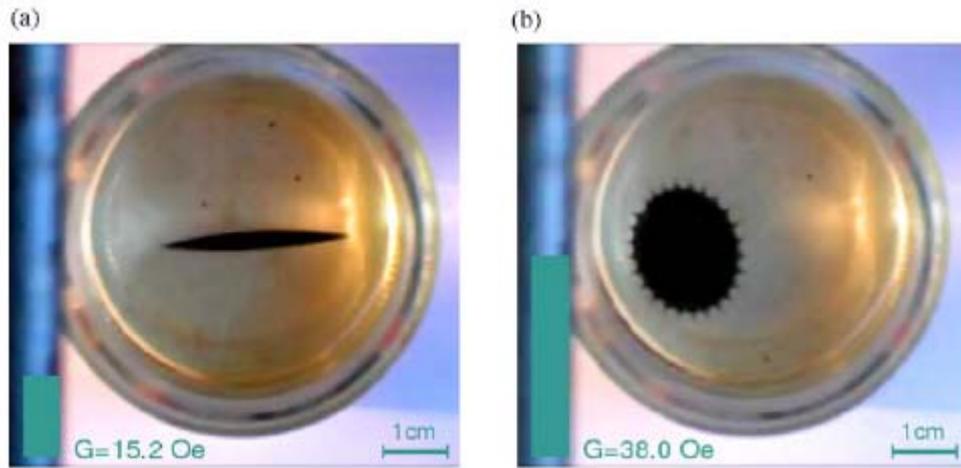


圖 1-8 將磁性液滴滴入非磁性流體中並施以旋轉磁場所造成之指狀化變化現象[11]。

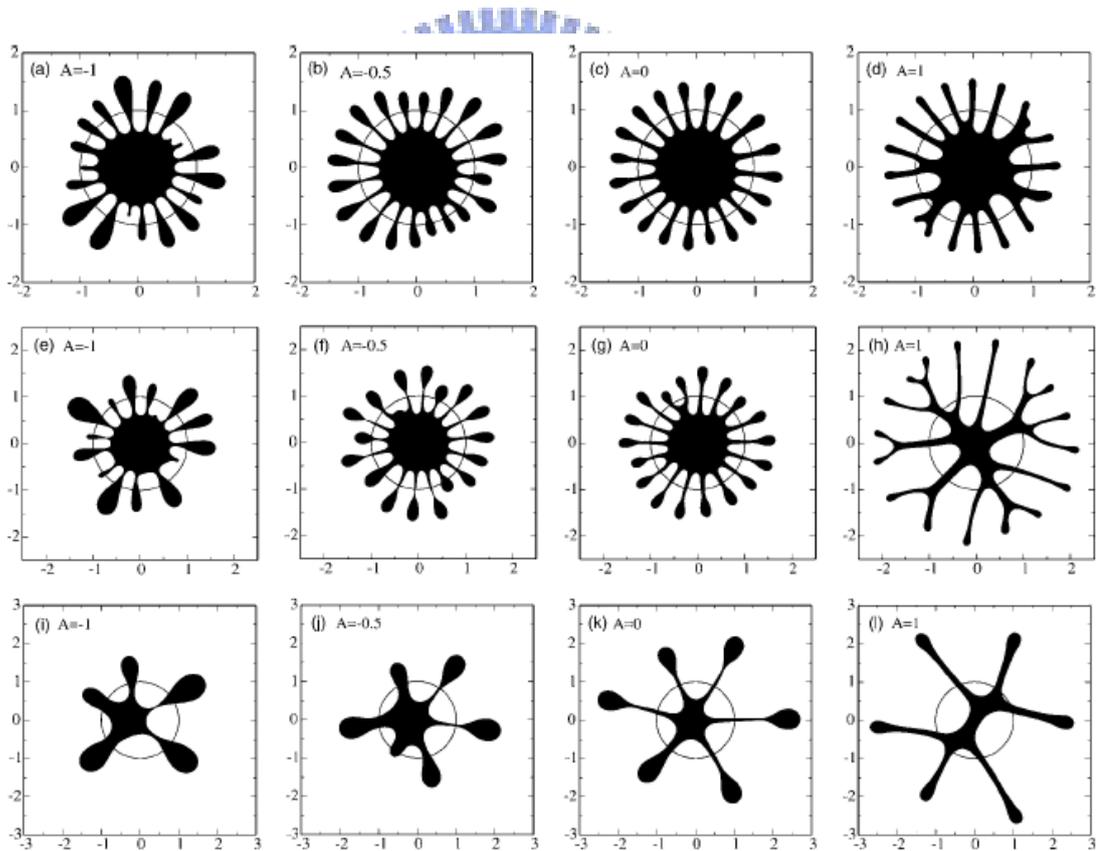


圖 1-9 模擬不可互溶界面下，液體的黏度會影響指狀化現象的形狀以及其長度分佈[12]。

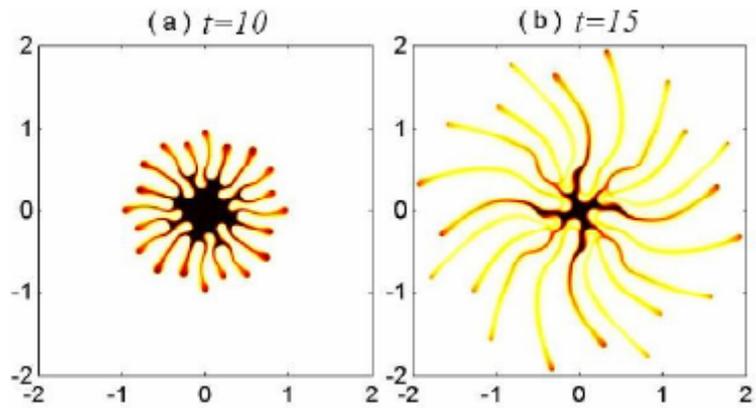


圖 1-10 數值模擬出高速旋轉可互溶液滴在 Hele-Shaw Cell 之界面不穩定現象[13]。

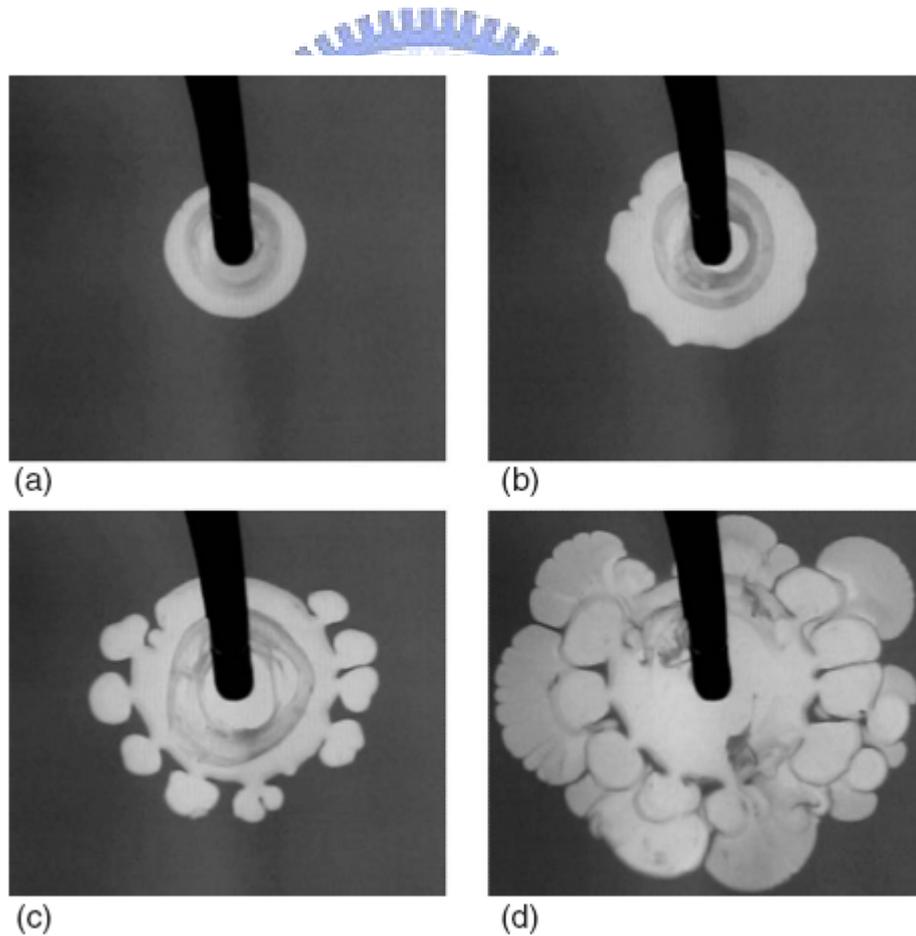


圖 1-11 均勻混合水溶液之陽離子表面活性劑和有機鹽，會產生一個指狀化的高彈性蟲狀膠束液不穩定現象[14]。

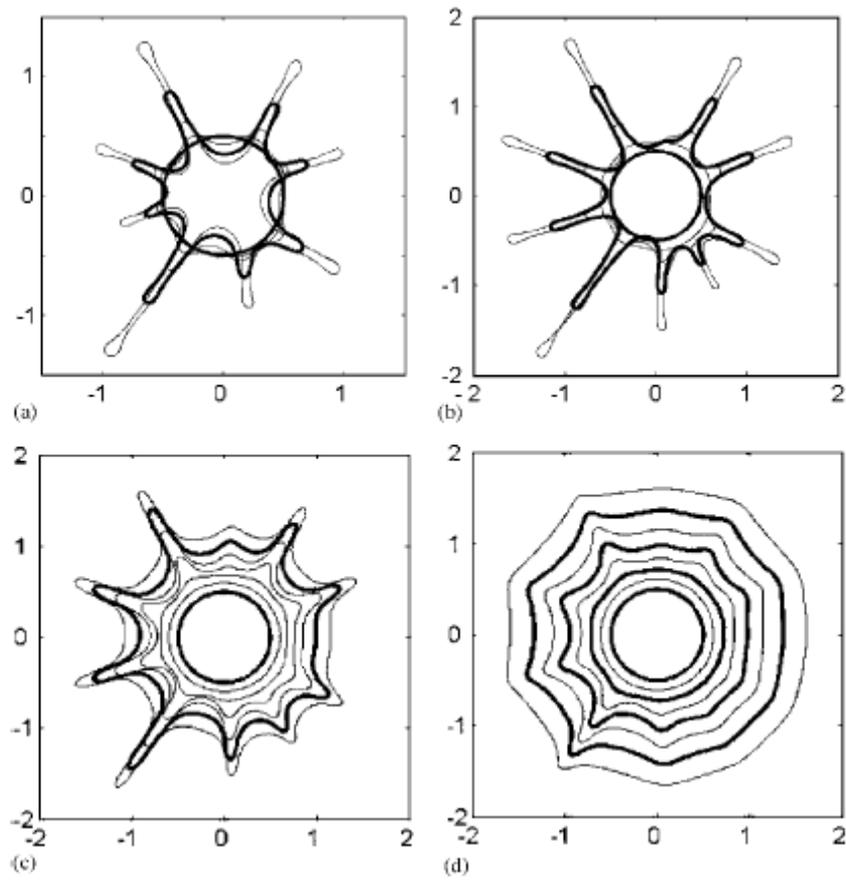


圖 1-12 在旋轉的 Hele-Shaw Cell 中，由於注入可互溶液體所導致薄液滴層塗佈向外擴展[15]。

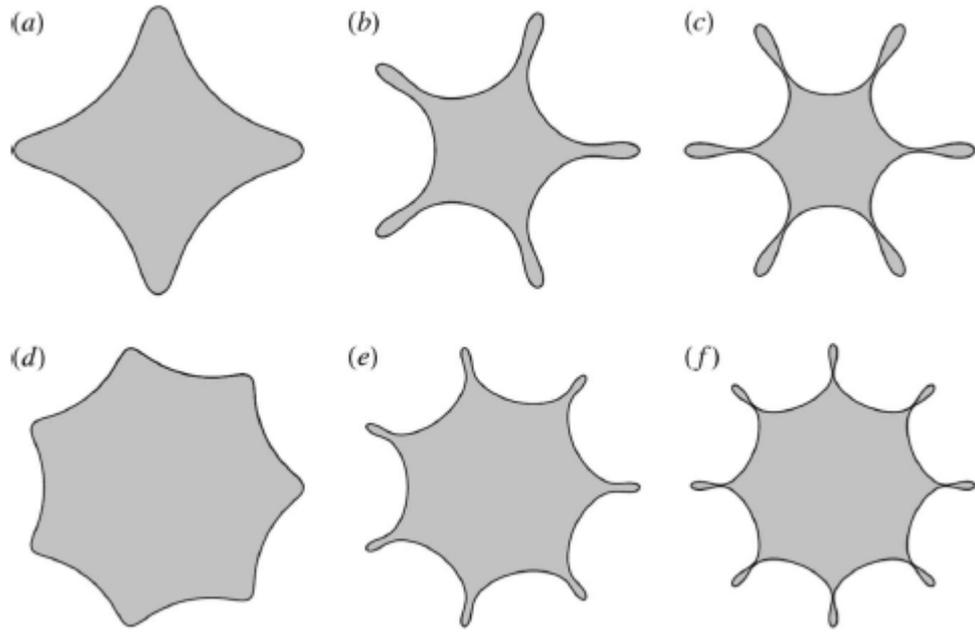


圖 1-13 徑向磁場作用時界面的穩定性以及指狀化結構的增長反應，並預測磁性液滴在旋轉 Hele-Shaw Cell 受到徑向磁場的作用所發生的情況[4]。

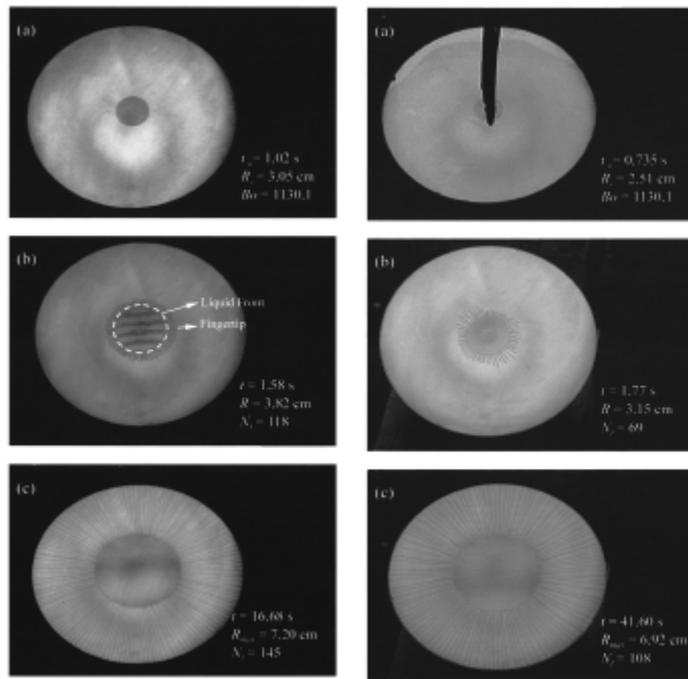


圖 1-14 旋轉塗佈的指狀化不穩定與最大半徑現象會受到高旋轉 Bond 數的影響[16]。

第二章 實驗原理、方法及設備

2-1 實驗儀器及說明

本實驗設備有光學顯微鏡平台、電源供應器、高斯計、磁性流體、溶媒、載玻片、Helmholtz 線圈、電腦。將本研究實驗設備簡單繪製成圖2-1 所示，利用此架構，以有效觀察到磁性流體液滴浸入於可互溶或不可互溶流體薄膜層中，且施加徑向磁場時，會產生指狀化的界面不穩定現象。

最初磁性流體液滴直徑為 d ，中心厚度最大約為 0.2 mm ，其液滴被置於載玻片正中央，而座標系統 (x,y,z) 則定義於液滴於平板上之初始位置，平板則是 $x-y$ 平面。磁液滴因有著表面張力的趨勢，在未滴入溶媒之前有著 $18\pm 2^\circ$ 之球型。所使用磁性流體為輕礦油基EMG901，如圖2-2，是由Ferrotec Corporation 所生產的，其中EMG901 磁性流體的黏滯度 $\mu = 10\text{ cp}$ 、密度 $\rho d = 1.53\text{ g/ml}$ 和飽和磁化率 $M_s = 660\text{ Oe}$ ，如圖2-3。混合液體則為大量可互溶與不可互溶之非磁性流體：非磁性可互溶流體是使用特定的礦物油，也就是由Ferrotec Corporation 所提供的EMG911 之載基流體，其黏滯度 $\mu = 4\text{ cp}$ 和密度 $\rho = 0.89\text{ gm/ml}$ 。至於非磁性之不可互溶流體則採用甘油（Glycerol）其黏滯度 $\mu = 1500\text{ cp}$ 和密度為 1.26 g/ml 。在混合液體加入後，磁性液滴當初所呈現的立體圓弧狀即不再維持，而轉為一扁平圓形。

徑向磁場是藉由可程式電源供應器，如圖2-4，其提供固定電流給一對Helmholtz 線圈所產生，而電源供應器在開啟的瞬間會產生一均勻的磁場，經由電流的通過而產生正負電極，再將線圈倒置使得正負線圈之正向磁場相抵消而產生徑向磁場，如圖2-5 所示。此徑向磁場定義為 H_r 而其電源供應器之電流是維持固定，因此線圈所產生的磁場強度分別為 $H_r = 102\text{ Oe}$ 、 124 Oe 以及 147 Oe ，如圖2-6，2-7及表2-1。圖2-6之磁場分布於先前所設定之 $x-y$ 平

面，是由高斯計SYPRIS 6010型號1mm × 1mm測量得出，此時設定之電流為2.6 A。量測了三個方向的磁場分別為 H_x ， H_y 以及 H_z ，其中將 H_r 定義為 $[H_x^2+H_y^2]^{1/2}$ 。而在線圈的邊緣 $H_z \approx 8\text{Oe}$ ，至於在線圈中心 $H_z \approx 4\text{Oe}$ 。線圈的平均徑向磁場強度為147Oe，因此 H_r 遠大於 H_z ，故可忽略 H_z 對磁場之影響。且由於本文之線圈是由手工打造，因此或多或少皆有所誤差，但我們可由圖2-6看出本文所採用之徑向磁場與徑向距離 r 呈線性關係，此關係可表示為

$$\mathbf{H} \approx H_r \hat{r} = \frac{H_0}{L} r \hat{r} \quad (1)$$

在此 \hat{r} 表示徑向方向向外的單位向量， H_0 表示為 $r = L$ 時之平均磁場強度。本文則設定了三種磁場強度， $H_0 = 102\text{Oe}$ ， 124Oe ， 147Oe ；對應的電流分別為1.8A，2.2A，2.6A。從理論上的觀點來說， x - y 平面之磁場結構是由 $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ 以及 z 方向之均勻磁場，因此整體磁場可以寫成

$$\mathbf{H}(r, z) = H_r(r) \hat{r} + H_z(z) \hat{z} \quad (2)$$

$$\frac{H_r}{H_z} \sim -\frac{1}{2} \frac{r}{z} \quad (3)$$

由於anti-Helmholtz之關係， z 遠小於 r 故磁場可簡化為(3)式。配合我們實驗所測量出之結果會發現 H_r 遠大於 H_z 是合理之預測。

混合流體在擴散界面發展過程中，藉由CCD攝影機，如圖2-8，從上拍正視方向直接錄製整個運動情形。然後在CCD攝影機上加裝光學鏡頭，以至於能夠清晰得觀察到微細界面運動，最後經由傳輸線連結到電腦，將不穩定現象利用MATLAB程式語言來直接量測觀察分析，以得到精準的實驗數據結果。

2-2 實驗步驟

開始實驗前的準備步驟，首先開啟光源產生器並調整亮度，改善照明至

明顯對比使得液滴輪廓清晰可辨。接著再開啟影像擷取軟體(Power Director 5)。此時設定光學顯微鏡焦距定格為0.52X，並且加上一枚倍數為2.0的鏡片。

正式開始實驗時拿取載玻片，並小心將磁性流體滴於磁場對應的中央位置，再將溶媒滴於磁性流體的上方使其覆蓋住液滴。接著將滴有磁性流體之載具放置於線圈上，使得磁性流體中心對準磁場中央。

預備工作結束之後，吾人便開啟電源供應器，將電流設定為本文所需之電流，使Helmholtz 線圈通電後能產生磁場。在此要提及，滴入溶媒後並開啟磁場之本行為當中所耗費時間約為5秒。接著開啟錄影功能，並按下電源供應器AUTO鍵，錄製整個磁性流體運動情況，直到磁性流體不再有明顯運動後即關閉錄影。

實驗結束後即可關閉電源供應器和光源供應器。再取下實驗之載玻片，並擦拭乾淨，以便於繼續嘗試實驗。待線圈溫度溫熱後便停止實驗，取下線圈，使之冷卻至常溫。

要處理數據及實驗結果時，將儲存影像檔案利用MATLAB 及其它軟體加以分析，即可得到各種量化的實驗結果。

2-3 理論背景

徑向磁場與徑向距離 r 之線性關係

$$H \approx H_r \hat{r} = \frac{H_0}{L} r \hat{r} \quad (1)$$

由於 H_r 遠大於 H_z 之關係因此磁場可化簡為下面關係式

$$\frac{H_r}{H_z} \sim -\frac{1}{2} \frac{r}{z} \quad (3)$$

又單位體積徑向磁力可表示為

$$f_m = \mu_0 c M \nabla H_r \quad (5)$$

而磁化率之定義為

$$M = \chi H$$

將上式代入(5)式可得到磁力

$$f_m(r) = \mu_0 c \chi \left(\frac{H_0}{L}\right)^2 r \quad (8)$$

由上述式子可得到特徵時間及特徵面積項，時間無因次化項可化為

$$\tau = \eta_d L^2 / \mu_0 d^2 H_0^2 \quad (9)$$

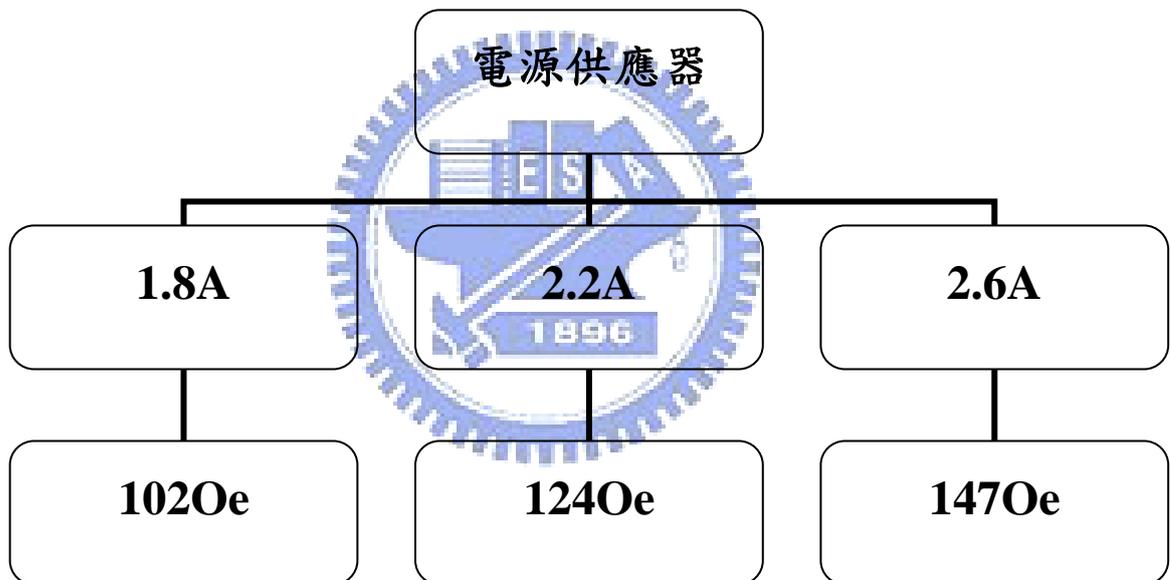
面積無因次化則以液滴初始面積為基準化簡為下式

$$A_0 = \pi d^2 / 4 \quad (10)$$

並由上述特徵時間及特徵面積為主，來進行本文之無因次分析。



表 2-1 電流與磁場強度對應表



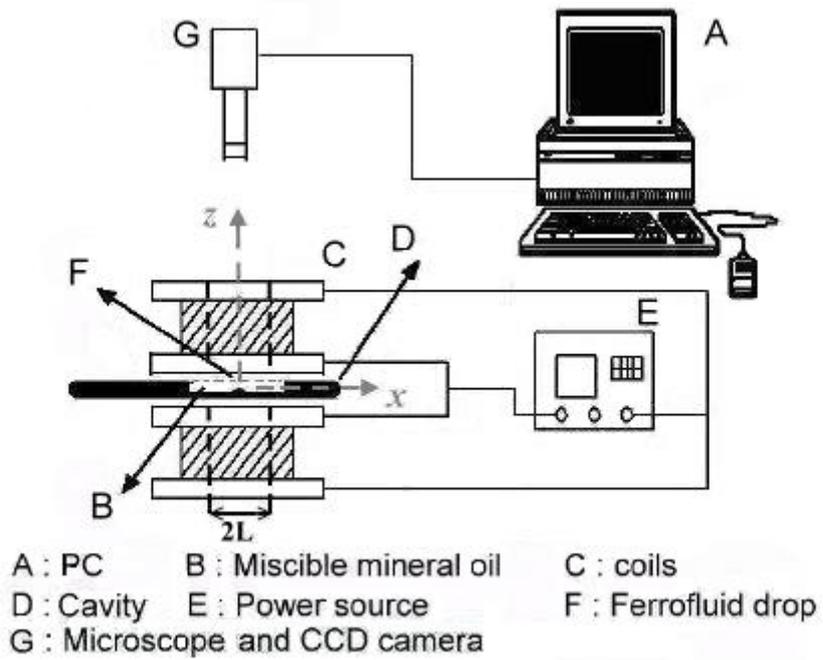


圖 2-1 實驗設備示意圖



圖 2-2 磁性流體示意圖

Ferrofluid Magnetization Curve
EMG 901

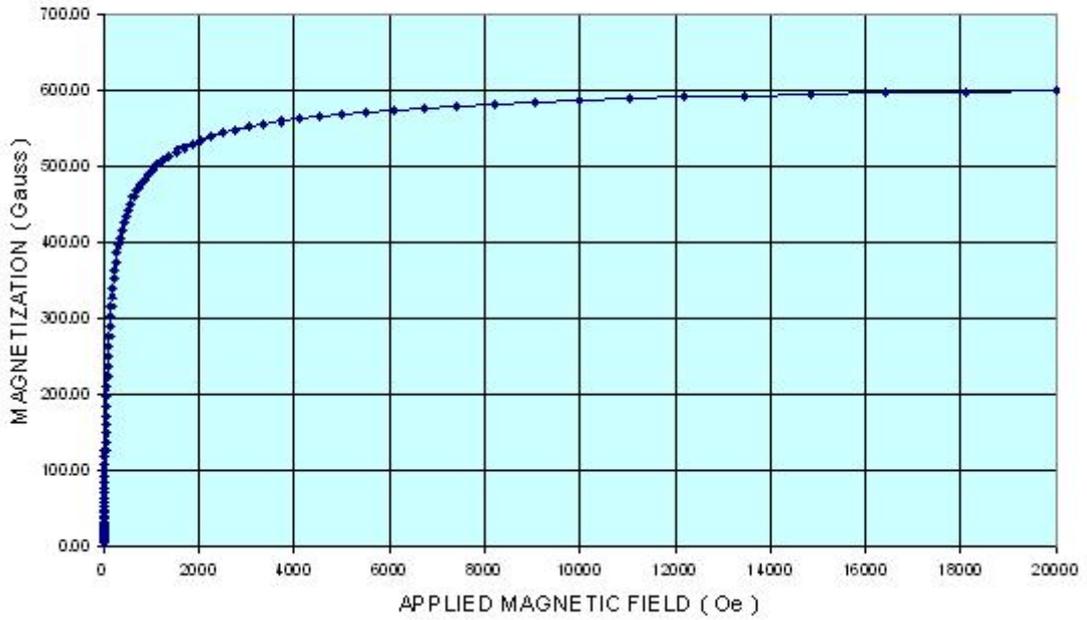


圖 2-3 磁性液滴 EMG901 之磁化率曲線圖



圖 2-4 可程式電源供應器示意圖

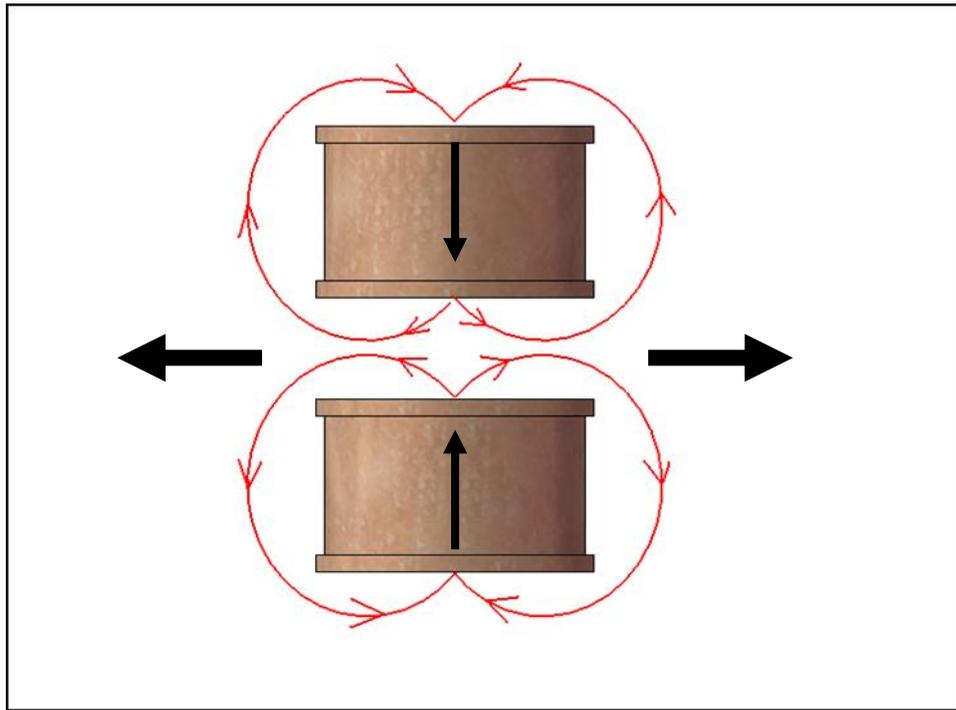


圖 2-5 anti-Helmholtz 線圈示意圖

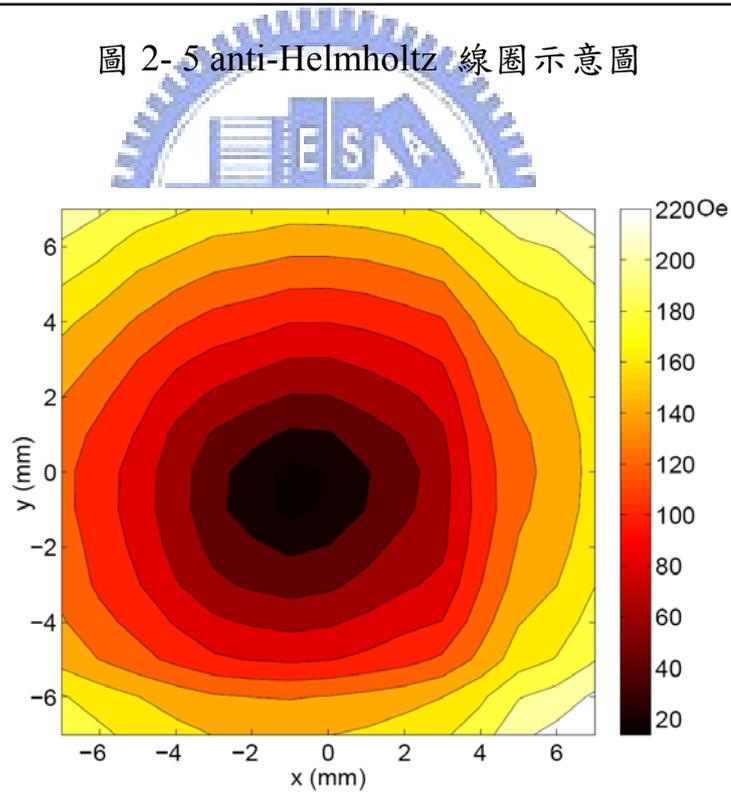


圖 2-6 將電磁線圈組以 anti-Helmholtz 方式裝置，則可產生一線性之徑向磁場分佈

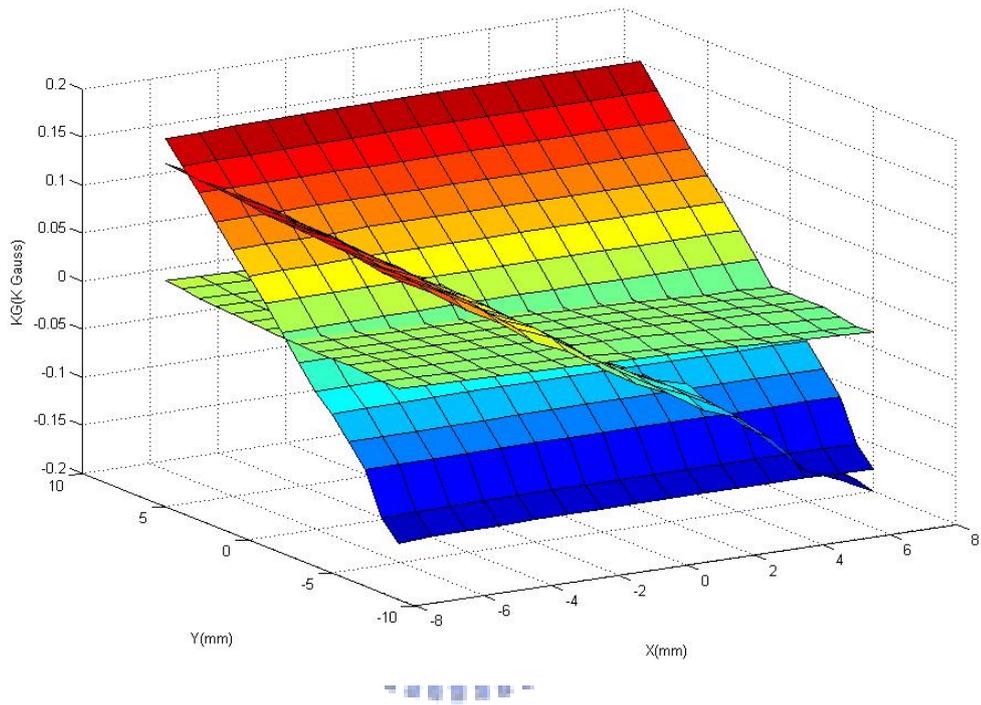


圖 2-7 磁場強度測量圖

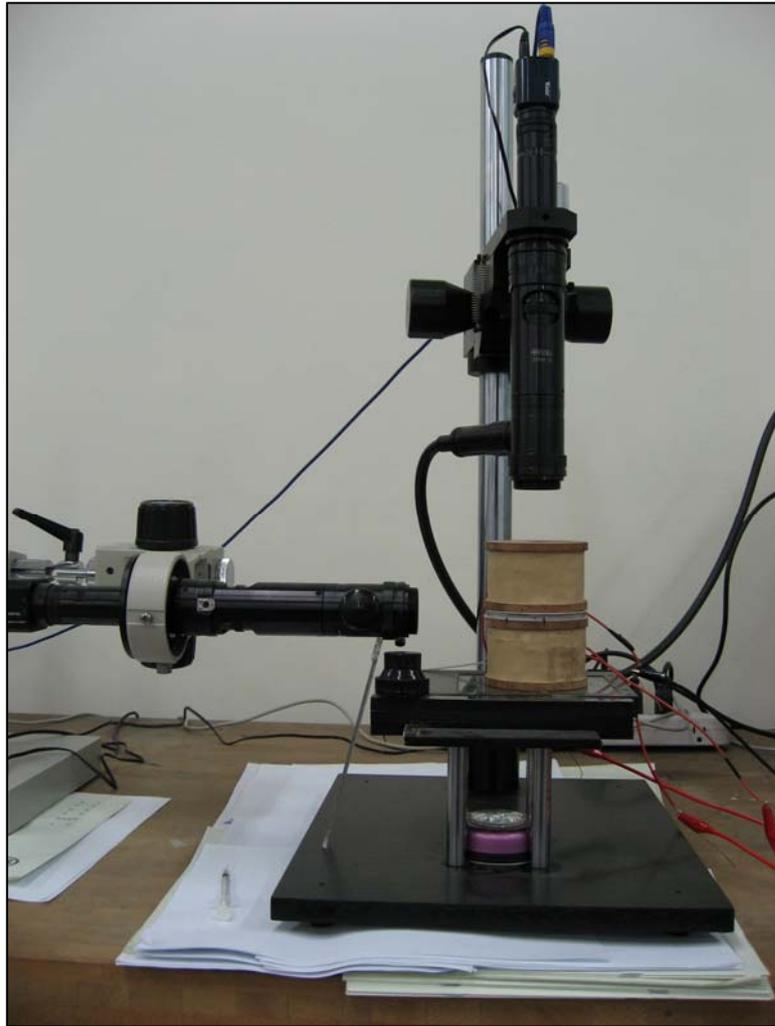


圖 2-8 光學顯微鏡平台

第三章 結果與討論

本論文觀察與分析在磁性液滴與無磁性流體混合後，再開啓電源產生徑向磁場，此可混合液體受到磁場作用，產生了指狀化之界面不穩定現象，主要探討磁場強度（改變電流 I ）與塗佈範圍（液滴面積 A ）和作用時間 T 對液滴運動模式之影響。

本文進行了數量眾多的實驗（約莫35個範例），使用不同的初始液滴直徑，以及三種不同的磁場強度，以期找出能符合其運動模式之理論。

3-1 可互溶液體參考比較範例



首先，本文以磁性液滴（液滴直徑約 $d = 5.12$ mm）受到通電流 $I = 2.6$ A（ $H = 147$ Oe）之外界徑向磁場吸引，在平板上之類二維運動與變化情況，如圖3-1所示，作為研究與比較之參考。圖3-1是由電子顯微鏡拍攝記錄之一系列照片。剛開始磁性液滴被注入在平板對應於線圈磁力之中心點處，並且滴入溶媒覆蓋住磁性液滴，如圖3-1(a)所示。當磁場啟動產生磁力吸引被磁化之磁性液滴，液滴邊界瞬間開始輕微變形長出指狀化變化如圖3-1(b)。隨著磁場的持續作用，指狀化現象繼續延伸也開始出現長短不一之較為突出指狀物，如圖3-1(c)。磁場作用時間至1.2秒後由於指狀物持續向外增長，液滴中心點形狀開始被破壞，中心液滴濃度逐漸減少而發展為指狀物。由於流體向外發展時會選擇阻力少的突出不穩定指狀物向外擴張，因此當磁場持續開啟，指狀物增長就不會停止，如圖3-1(d)~(h)。至圖3-1(h)時，指狀化發展已相當完整，隨後將磁場關閉，而指狀化之向外發展隨即停止。統計磁場開啟後至圖3-1(h)共2.8秒。

3-2 可互溶液體綜合比較

圖3-1 顯示在磁場 $H_0 = 147$ Oe 時磁性液滴的界面演變，在未滴入溶媒時其初始液滴直徑為 3.81 mm。而在此時必須說明，當未滴入溶媒時，液滴的形狀保持圓形，此時即使施以最大徑向磁場（147 Oe）也無法改變其形態。在本文的系統中，界面不穩定現象只在液體混合的情況下發生。在此時本實驗也發現另一個難題，由於混合是由液滴與溶媒的直接碰觸所產生，因此在量測與判別初始混合液滴的直徑上也有所困難。

為了適當考量到重要的初步混合效應，在開啟磁場前[在圖3-1(a) $t = 0$ s 前]即將 640×480 影像掃描到MATLAB的圖像處理軟體。當我們確定了灰階的亮度起始數值，完整的初始液滴面積可以被正確的測量到，而液滴之混合面積也可以用本文所設定之亮度值計算出。在本文後面的章節將會對於此亮度值的設定加以說明。經過以上程序處理之後本文可以得到初始有效直徑為 $d = 5.12$ mm，此有效直徑明顯大於混合前測量出的直徑（直徑增加量約40%），顯示了從混合過程開始後之重要影響。

而範例中直徑增加的原因是由於三個不同的因素，即為擴散、對流的傳導以及減少的接觸角。原則上，擴散情況會導致磁性液滴與溶媒瞬間接觸時產生混合效應，並且此時磁性液滴會增大其分布之面積。因為擴散因素而增加的直徑可以用下列等式證明。倘若我們考慮一個一維擴散的問題，其初始濃度 $c(x, 0) = 1$ for $|x| < 1$ ，在別處 c 則為 0，其餘邊界條件則為 $c(x, t) = 0$ at $x = \pm\infty$ ，而解析解隨著時間的濃度場可表示為一個誤差函數。

$$c(x, t) = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{(1-x)}{2\sqrt{kt}} \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{(1+x)}{2\sqrt{kt}} \right] \right\} \quad (4)$$

其中 k 表示為擴散係數。若我們使用擴散係數之基本值 $k = 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ ，濃度項 $c = 0.01$ ，並考慮特徵時間為 $t = 5$ s（此時間代表從溶媒滴入後，到磁場由

零磁場開始啟動前)，代入等式(1)則可得到圖3-1的範例直徑將會增加0.15mm (或是增加幅度少於4%)。若我們取一個較高的濃度值，液滴的直徑增幅將會較小。在另一方面，時間一旦增長，其濃度項擴散程度便會增加。然而，底限在於我們的實驗中，由於擴散的因素而讓初始直徑增加的影響確實是相當小的。

第二個讓直徑增加的因素是由於對流傳導，以及在溶媒填補過程中不可避免的流動。而此種對流作用可以透過檢視發現模糊的區域位於液滴的周圍，當 $t = 0$ 時如圖3-1(a)與3-2(a)。此種影響是由於在溶媒之填充過程中，液滴與溶媒之觸碰點無法統一所造成。然而本文試著盡量減少此種影響，盡可能透過較為緩慢的溶媒填補過程來降低此現象所產生的影響。所以可以預期此現象將不會使實驗結果產生重大影響。因此我們認為主要造成初始直徑改變的原因，是由於突然減少的表面張力，以及在填補過程中不斷銳減的接觸角。不幸的是，在我們的實驗中，要維持相同狀態以獲得更多的定量影響之情況，來估計這些影響是較為困難的。在初期混合過程中以及之後，液滴輪廓、接觸角、表面張力等因素是極其難以進行評估的。

回到圖3-1，我們發現當磁場開啟時，在液滴的邊沿主動且多量的出現了指狀化現象，如圖3-1(b)。在外圍區域的液滴向外擴散，導致形成了許多極細的指狀物。而根據圖片上較淺的顏色顯示為細微之指狀物其濃度較低。在此階段下，在圖中呈現黑色之中心液滴區保留其原有的近圓形尚未有顯著之變化與影響。在後面章節我們將會針對本文的灰階亮度指出一個較精確且定量的定義分析，定義磁性液滴的黑色區塊為灰階最小值，而液滴周圍之背景透明區域則定義為1。

由圖3-1及3-2觀察指狀化之形成其相關重要過程：有磁力存在之影響，以及黏滯力扮演著重要之角色，還有三維薄層之影響。除了上述這些影響，擴散效應也發揮了作用。徑向磁力密度則表示為

$$f_m = \mu_0 c M \nabla H_r \quad (5)$$

其中 μ_0 為自由空間滲透率。 c 則為磁性液滴之濃度， M 表示為磁流體之磁化率。黏性磁液滴面積之擴張伴隨著纖細化的磁液體薄膜厚度也在垂直方向的擴張。由於更多的黏性流體（磁性液滴）取代較不黏稠之流體（溶媒），因此黏度影響實驗範例向外發展之趨勢會逐漸趨於穩定。自然擴散導致區域濃度之變異，但又反過來影響到磁力以及黏滯力，是由於此磁力與黏滯力取決於濃度的變化。而評估擴散之影響由常見之無因次化Péclet數來決定。

$$Pe = Ud/k \quad (6)$$

其中 U 為平均擴張速度的混合邊界， d 則是初始液滴直徑， k 表示擴散係數。而在本文我們所使用相關數值為， $d \sim O(\text{mm})$, $k \sim O(10^{-10} \text{ m}^2/\text{s})$, $U \sim O(\text{mm}/\text{s})$ 最後我們則維持 $Pe \sim O(10^4)$ 。在高Péclet數特性上，表示在形成非常精細和複雜的指狀化結構物上，擴散與對流項皆相當重要，可以決定結構物的發展，如圖3-1與3-2。

而Péclet數被用來評估質量及濃度的傳輸相關影響重要性，其定義為對流速度除以擴散速度。而上面所指出的Péclet數為 10^4 則是指指出磁性液滴之對流強度明顯大於擴散所導致之結果。然而，既然我們處理一個磁性液滴可互溶界面的問題，因此擴散以及磁性的因素向外擴張會造成實驗範例形狀之影響。在實驗早期階段所形成的龐大數量之細微指狀結構物，如圖3-1(b)及3-2(b)，是為磁力在趨近於0的界面張力情況下所造成的結果。一旦這種情況下的多重尖峰結構建立其“留下之記號”在這個意義上講，整個隨後的時間演化模式形態將受到這一初始擴散之間的相互作用和磁性的影響。若表面張力不為0（不可互溶之磁性流體），我們則可以預期初始指狀物數量相當少，而指狀末端大幅減少其尖銳程度。此為精確的星狀化範例理論，支持著不可互溶磁性液滴受到徑向磁場作用於限制環境Hele-Shaw cell中[4]。在如此理論下即使我們使用高量值之Péclet數，擴散仍然扮演一個重要的角

色於可互溶磁液體的情況。

磁性液滴之磁化率可以近似用一個線性關係來表示，

$$M(r) = \chi H_r(r) \quad (7)$$

而 χ 則表示為磁化率。合併(1)(5)此兩關係式

$$f_m(r) = \mu_0 c \chi \left(\frac{H_0}{L}\right)^2 r \quad (8)$$

然而在液滴外圍環區如圖3-1(b)是向外力最主要作用的地方，而其內部中心區域則沒有受到影響。值得注意的是，這種導磁的機制與以離心力驅動影響極為相似，此種影響又多半發生於不可互溶旋轉流體和旋轉塗佈過程中[16]。不過，我們的系統更加複雜，在表面張力幾乎為零的情況下，此系統涉及到磁場作用時，黏滯力和擴散的影響。

雖然精確的測定以及測量出磁性液滴沿著 z 軸之薄膜厚度不是一件簡單的任務，定性觀察液滴輪廓將發現其變化將會依據徑向之距離而增減：在液滴中心點時其厚度最大，而至液滴邊界時會逐漸減少。這些三維方面的演變和影響，在最終形成的範例觀察如圖 3-1 及 3-2。有關於三維之影響將會在後面章節提到。在較低厚度之區域下，其相對應區域之較強磁力將導致該區液體伸展明顯。當強大之磁力所引發之明顯的指狀化現象，而延伸發展由較稀之磁性液滴濃度開始伸展。其結果為許多細微指狀物則在早期實驗階段形成環形區，如圖 3-1(b)。

當擴散過程時間至 $t = 0.8$ 秒時[圖 3-1(c)]，較輕微的混合區仍保持擴張。受到磁力作用以及持續延伸的混合區域之影響，位於中心區域之磁流體液滴開始擴展至外部，我們可由圖 3-1 中收縮的黑色圓形磁液滴區觀測出上述現象。而向外移動之液滴內部提供充足之磁液滴使其向外擴張，所以實驗範例之型態可以維持其總體圓形。當擴散過程時間至 $t = 1.2$ 秒時[圖 3-1(d)]，由於徑向磁場更為強勁，因此向外發展之結構物更為強烈。此時

稀薄之混合指狀化區持續擴張，核心區域則進一步縮小，指狀物逐漸合併並相互競爭發展。因擴散作用使得指狀物逐漸合併，逐漸激烈的指狀物競爭是由徑向磁力之增長所致。由於這些過程所造成之結果，範例外表原有的圓形狀無法繼續保持，而轉變為星形狀之型態，如圖 3-1(d) ~ (h)。有個地方值得我們注意到，是一個原本趨於圓形的範例[如圖 3-1(c)]轉變為邊界相當不均勻的形態[如圖 3-1(d)]，此狀態有一個並行的現象發生於不可互溶之旋轉塗佈過程。在後者過程中，存在著一個臨界半徑，超出其則發生不規則指狀化界面及合併指狀物之競爭。關於特殊型態所產生之最終模式，我們發現在徑向磁場之不可互溶磁流體產生類似星形的形狀可以被預測[4]。而在可互溶之形況下如圖 3-1 所見，因界面張力趨近於零的關係，星形會變得非常長與細。在快速旋轉磁場之不可互溶磁性液滴機制下，在實驗中觀察到星形狀的結構物也會形成。

事實上，有一個更直接的聯繫離心力旋轉流體系統和徑向磁場所造成的磁力。例如這兩力之方向皆由中心向外部並且隨著徑向距離 r 線性增加。這方面的探討於文獻回顧[4]中皆有所討論。然而在本文中的可互溶實驗以及旋轉塗佈兩者間的定量平行化仍無法完成。在旋轉塗佈的實驗範例中使用了不可互溶的液滴，因此就無法與本文所使用的可互溶磁液體於徑向磁場實驗做出精確的對照比較。然而，目前徑向磁場實驗和在旋轉塗佈系統之間的聯繫無疑是一個非常有趣的問題，值得進一步注意於實驗上和理論上。

而繼續解析圖 3-1，我們可發現一旦有一組特定向外的“主導”指狀化現象形成，此時其他剩餘之磁性液滴將會整體遵循其路線。在圖 3-1 (f) 這個時間點時，指狀化的合併是持續進行的，而減少了較細較薄之指狀物形成主導指狀物，最終演變為後期生長階段。本文的論點在範例直徑較大(圖 3-1)之演變下是較為可靠及有效的($d > 4 \text{ mm}$)。不管磁場的強度以及液滴初始的直徑兩者變化的情況如何，在較大尺寸液滴的指狀物現象下有著高

度的性質相似。

在較小液滴 ($d < 4 \text{ mm}$) 之代表範例下如圖 3-2，直徑 $d = 3.27 \text{ mm}$ 磁場 $H_0 = 147 \text{ Oe}$ 。由於液滴之徑向尺寸較小，因此其對應之徑向磁場也較小。因此與尺寸較大之液滴範例情形 (如圖 3-1) 比較，向外的變化模式會相對地緩慢。如同圖 3-1 的變化情形，本範例也是由磁場未開啟的圓形型態轉變為磁場開啟後的星形型態。然而，一個較容易辨識兩者間不同的事實為當 $t = 2.4 \text{ 秒}$ [圖 3-2 (d)]，中心磁液滴核心幾乎消失，而所有的混合區顯示了相當統一的濃度分佈。我們可以由圖 3-1 的 (g) 和 (h) 圖像的形態顯示中證明出有相類似的亮度。一旦磁流體核心沒有累積足夠的流體提供統一向外擴張的流體，指狀化的競爭將更激烈的觸發。雖然較小液滴的指狀物競爭過程比起較大液滴的競爭過程較為緩慢，但其最終仍舊會發生。在磁流體核心區域減少之累積濃度，意味著較小液滴的演化過程與逐步細化之磁薄膜厚度極度相關。如此一來，我們可以觀察到範例的內在部份分佈傳播更為均勻地。此種區分可以清楚地驗證了圖 3-1(h) 和圖 3-2(h)：當部分非磁流體溶液佔據了內部之液滴如圖 3-1(h)，而圖 3-2(h) 之中心區域則是充滿了較稀之磁性液滴。所以我們對照圖 3-1 與圖 3-2 可以發現在初步發展的階段兩者的不同 (指狀物之延遲競爭)，以及後期兩者的相似之處 (形成星狀化的結構物)。而我們必須強調圖 3-2 的範例演變發展與我們其餘之較小液滴實驗成果都極為相似。

可互溶的指狀化定量分析過程不是一項簡單的工作；不同於不可互溶之演化過程，不可互溶過程中有非零之界面張力作用使得流體與流體間的界面相當明確且尖細。而可互溶指狀化結構物則是由於混合之關係，更薄以及更為擴散。然而，在有強烈之濃度梯度區域裡，“界面”的概念仍然可以很好的表達。在磁液滴 (圖片中黑暗之液體) 以及溶媒 (圖片中明亮之液體) 兩者提供了強烈之對比，即使在兩者交界之混合區我們仍可明確判別。從這個意義上來講，我們可以嘗試去測量隨著時間演化的面積增長，

這個面積代表著磁流體的混合接觸所佔領的區域。而有個相似之類型也是經常用來描述流體類型是使用面積測量，此類型就是不可互溶之旋轉塗佈過程。同樣的，我們選擇液滴之面積演化過程為較恰當之測量方式。

如同先前所提及，我們可以計算出面積之演化型態，由液滴初始點之亮度為基準，再轉為灰階圖片，並計算這些圖片中小於初始點亮度的圖素。在這個概念下我們使用MATLAB影像處理軟體並測量灰階之亮度強度，定義為 I_g ，範圍在0（圖片中最黑之點）到1（背景區域）之間，因此 $0 \leq I_g \leq 1$ 。在圖3-1及3-2中，y 軸隨著時間以及演化型態變化之灰階強度分佈如圖3-3(a)和(b)分別所示。在圖3-3(a)中我們可以看到當初始亮度分布在 $t=0$ 時有一個清楚平坦之低凹處於中心區域，是為磁性液滴之形體，至於兩側則陡峭地增加到背景亮度強度 $I_g=1$ 。由於流體自然地混合，因此亮度強度 I_g 由低到高的過渡線段（液滴與背景之界面），在時間的進行下，會逐漸減少其陡峰而漸趨於平緩。相同的局面我們也可從較小的液滴中發現，如圖3-3(b)。這些發現與3-D磁液滴薄層演化影響有關，在前面我們曾經提及過，在灰階強度變化可觀察出液滴隨著時間增加，其厚度也會改變。而由圖3-2(b)可觀察出較小液滴其與背景亮度連結之 I_g 過渡線段，比起大液滴是較為平緩的。這也加強了先前所提及較小液滴一致地在三維之厚度影響的論點。這邊也要提及在圖3-2(a)中心區域顯露之尖端主要是因為光源反光所造成，我們也可以由圖3-1獲得驗證。

由圖3-3灰階亮度的方法，將 I_g 之起始值設定好後，即可有效評估混合磁液體形態之面積。因此我們進而量化地估計形態演化的過程，得到磁流體隨時間變化所佔據的面積，此時設定的 I_g 起始值為0.80，而在本文後段將會討論此數值的選擇理由。在兩種類型的液滴尺寸下我們選擇了有效直徑為5 mm以及3 mm，兩者實際面積的變化由圖3-4(a)所展現。當然我們可以預期的，較大的液滴與較強烈的磁場有著較快的面積成長。若時間可分析為

$$\tau = \eta_d L^2 / \mu_0 d^2 H_0^2 \quad (9)$$

而初始液滴面積則表示為

$$A_0 = \pi d^2 / 4 \quad (10)$$

面積與時間無因次化後則可表示成

$$A' = A / A_0 \quad (11)$$

$$t' = t / \tau \quad (12)$$

此兩者之描繪如圖3-4(b)。我們可由曲線之分裂看出兩個群組的區別，一邊是較小的液滴，另一邊則為較大的液滴。此結果與圖3-1及3-2在定性的觀察上是一致的，也可對照圖3-3其定性的說明。較小液滴之增長過程如圖3-4(b)，其自身均勻增長導致三維薄膜更加稀薄，從而增長磁流體塗佈之面積。

然而我們還可以發現到一個值得注意的事實，當我們考慮到隨著時間的增加，面積的增加量為

$$\Delta A = A - A_0 \quad (13)$$

定義為依據時間所變化的面積差，其初始值為 $t = 0$ 。圖3-4(c)標繪出無因次化之面積增加項 $\Delta A' = A' - 1$ 為 t' 之函數，可由圖中看出前期時間有一段範圍損失($t' > 5000$)，以及 $\Delta A'$ 的變化確立了一個普遍的機制，不管較大或是較小的液滴將會遵循一個共同的指數關係

$$\Delta A' \sim t'^{4/3} \quad (14)$$

經過長期時間後，兩者共同收斂到一個相同的指數，此現象與指狀物競爭機制有關。此機制在較大液滴時發生地很迅速，因此在早期之發展就已幾近達到完整；而另一方面，較小之液滴在早期則維持趨近於圓形之狀態，並且無強烈之指狀物競爭特徵，兩者顯露出不同的增長形態。儘管如此，較小液滴之增長在實驗後期仍然會趨於4/3之指數，此時指狀物之競爭狀態已發展。

將所謂的“指狀競爭物”進一步做說明，其中涉及非均勻發展的指狀物，在其中擴散界面並不擴張於整體的循環方式。並且我們也注意到可互溶界面將會維持完整的循環（儘管存在著多數尖細指狀峰）若薄層影響之質量增加足夠覆蓋在平板的面積增長率。只有當增長速度太快時，支撐的液滴質量不足以維持圓形的擴張，此時指狀競爭物才會發生。擴張的速率則是依據磁力隨徑向距離增長，指狀競爭現象最終會產生於任何的液滴尺寸，只是時間與位置的問題而已。相似的情況於不可互溶流體則可於文獻[16]中發現。可互溶與不可互溶兩者皆有會產生增長以及競爭的指狀化現象的最大距離，稱為“臨界直徑”。以大尺寸液滴來看，其擴張速率相當大是由於其距離磁場原點較遠的初始直徑。此外，薄層之影響並不明顯由圖3-3可見。很快地，中心量的液體已不再足夠維持需要一個統一的圓形擴張液滴。所產生的結果為，只有數量有限的主導指狀物可以繼續增長，但抑制了其餘指狀物的增長，這是為特徵的指狀物競爭活動。另一方面，較小的液滴由於其初始徑向距離與磁場原點較近，並且受到薄層的影響較大，因此中心圓形只維持了一段時間。然而指狀競爭會發生於一旦界面增長時遠離原點。我們認為這是較小液滴在早期增長速率遠大於較大液滴的原因。不過，經過長期發展之後，較大與較小液滴皆有著相似的競爭指狀物局面。在這個意思上，指狀競爭的機制可視為定性的（但不是到最後階段）解釋為在後期時不同大小的液滴有著相類似的增長尺度。

雖然圖3-4只有呈現9種參數範例，但本文作了更為多數的實驗運行，其結果與圖3-4有相當程度的符合。最重要的是指數反應 $\Delta A' \sim t'^{4/3}$ 皆一貫地符合。在本文所擷取出的35個實驗數據，我們發現即使是不同的初始液滴直徑皆可以獲得幾乎相同的行為，其中指數的平均值為1.3354，與標準差為0.0638，如圖3-6。在這個意義上，圖3-4的行為描述可以代表著廣泛的實驗數據結果。

圖3-4(c)中指數的行為代表著正常擴散 ($\sim t$) 之界限以及彈性行為之界限 ($\sim t^2$) [31]。而不可互溶之旋轉液滴有著更為緩慢之成長，其指數為 ($\sim t^{2/3}$) [32]。在不可互溶旋轉流之指狀物增長較緩慢是因其中被證實有著非零之界面張力。在本文之可互溶系統有著一種輔助磁擴散之過程，因此本文在前述的假設則是相當合理。

而在最後我們將要檢查 A ， A' 以及 $\Delta A'$ 的量。如果我們假設不同的初始灰階亮度值，是否會有所不同？這個動作將讓我們測試如圖3-4(c)的指數正確度是否足夠。在圖3-3中我們得知設定 I_g 值以量測面積，而測定的面積經由不斷變化的型態發展，使得灰階的亮度設定不容易完全的決定。如此一來，由於液滴邊界不清晰，我們合理的預期液滴的外觀尺寸將會依據特定的初始點亮度來決定。為表明此重要觀點，我們描繪出圖3-5， A ， A' 以及 $\Delta A'$ 與時間之變化，考慮到 I_g 值以及與增長模式相關之物理參數。而這張圖的主旨是取決於設定不同的灰階亮度初始值 I_g ，其相對應之面積與時間相關圖。由圖中我們可看出最終結果相當明確，當初始亮度值改變後，關於 A ， A' 以及 $\Delta A'$ 的變化相當輕微。舉例說明，在圖3-5(a)中較大的液滴面積結果在高亮度值仍然如昔。此外，同樣清楚的是在總體之發展趨勢都非常一致，所以一般而言液滴的反應變化並不嚴格取決於初始值的設定。而最後要證明的，在圖3-5(c)中儘管亮度初始值已改變，但我們仍證明了 $\Delta A' \sim t^{4/3}$ 之結論仍然與圖3-4(c)相同。最後則是要強調我們文中所提及之結論皆是擁有一定基數的實驗量所推論出，並且符合圖3-5之說明例證。這重要的證明具體化了我們先前發現之指數，並言明了我們選取一恰當之亮度初始值。

3-3 不可互溶液體參考比較範例

在經過可互溶界面的實驗後，本文也嘗試以不可互溶界面之實作來探討兩者的差異。在此實驗中，本文採用預濕的方法先將平板表面塗上甘油

(Glycerol)，使其表面形成一層薄膜，接著在平板對應磁場的中心點處注入磁性流體，再開啟電源產生磁力吸引被磁化的磁性流體進行實驗，其液滴之初始外型及發展狀態如圖3-14及3-15所示。由於預濕的方法使得接觸角變小，避免了液滴有某區域較大且突出，也因此造成液滴整體受到徑向磁場作用時會均勻而緩慢的往四周延伸發展。

在圖3-14(a)中，為直徑 ($d = 7.71 \text{ mm}$) 受到徑向磁場 ($H_0 = 124 \text{ Oe}$) 作用前的初始狀態，並每間隔1.67秒便擷取一張圖片。對照3-(a)與(b)可看出中央部位濃度有所差別，圖(a)之中央濃度較為濃稠（液滴中心呈現黑色），圖(b)為徑向磁場開啟後，中央濃度減少而液滴輪廓周圍則增加濃度，但輪廓並無指狀物產生而持續向外增長。隨著磁場持續作用，液滴佔據的面積不斷提升。至圖3-14(j)後，磁場持續作用了15.33秒，此時液滴整體的濃度大致相同（顏色趨於一致），也均勻地塗佈在平板上。

至於圖3-15為直徑 ($d = 8.38 \text{ mm}$) 受到徑向磁場 ($H_0 = 124 \text{ Oe}$) 作用前的初始狀態，並每間隔1.67秒便擷取一張圖片。本範例可觀測出有輕微指狀化不穩定現象發生。在圖3-15(a)液滴的左下方有一微小缺口，而隨著磁場持續作用，由此缺口明顯發展出較圓弧且不細長的增長物，液滴整體也有著同樣的發展物。此實驗與上述範例不同之處在於有著圓弧狀的指狀物產生。由於本範例較上個範例尺寸較大，且左下角有一缺口破壞了原本的平衡狀態，於是我們大膽假設是此兩因素造成指狀物的產生。

3-4 不可互溶液體綜合比較

在不可互溶實驗上不採用甘油覆蓋磁性液滴的方法，是由於甘油與磁性液滴互不相溶，若以將甘油滴於磁液滴上方，兩者不互溶的特性使得甘油將液滴推擠至外部，會破壞了液滴其初始圓形狀態，便無法進行實驗並量測所需數據。因此我們採用預濕的方法，使得液滴滴於平板上時，仍可藉

著其表面張力保持一完整形狀。

開啟磁場後磁性液滴開始向外發展，隨著時間增加而逐漸向外擴展，但與可互溶液體不同的是，不可互溶的混合液體並沒有指狀物產生，而是整體的平均向外擴張。首先我們可以由此狀況發現本文所採用之徑向磁場是相當均勻對稱的，也因此液滴的擴散不會有歪斜偏頗的形態產生。而這樣的發展機制與旋轉塗佈機制是極為相似的，本文之徑向磁力與旋轉塗佈之離心力皆與徑向距離 r 成正比，因此本實驗在初期無指狀化不穩定界面的產生，與旋轉塗佈之形態可說有相當程度之類似。

不可互溶與可互溶不同之處還有型態變化的速度：可互溶之指狀化發展相當迅速，各範例約3~4秒即可觀測出明顯的指狀化產生物；至於不可互溶則是發展地相當緩慢且平均，隨著磁場的作用不斷向外擴散，直到逐漸達到平板邊界為止，此時作用時間約15~16秒。

而圖3-16為不可互溶兩範例之面積圖，由面積可看出兩範例之面積呈現一穩定速率增長，然可惜本系列參考範例不足無法找出其規律之發展，將來可望繼續發展本系列實驗以期將其與可互溶系列對比。

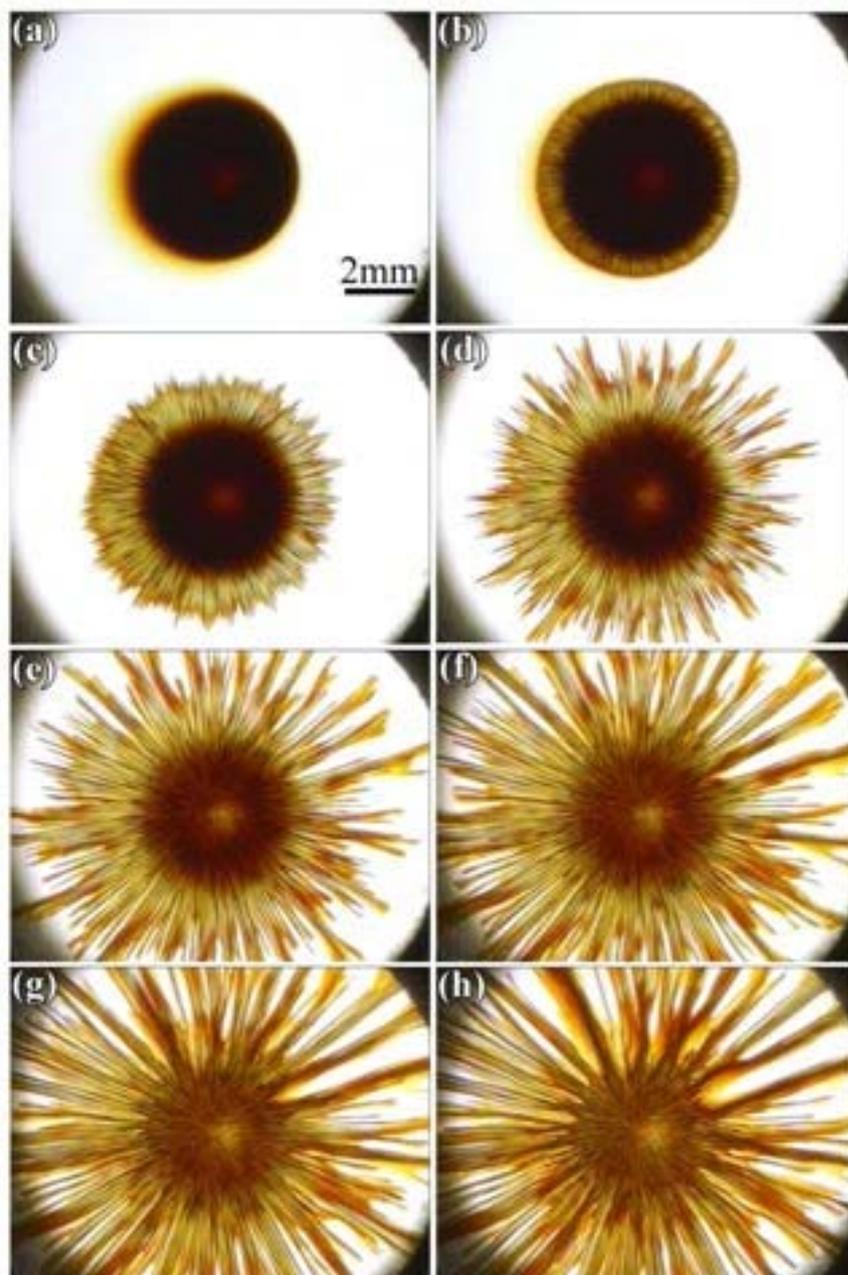


圖 3- 1 磁性液滴($d = 5.12 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 147 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 0.4s ; (c) 0.8s ; (d) 1.2s ;
(e) 1.6s ; (f) 2.0s ; (g) 2.4s , and (h) 2.8s .



圖 3- 2 磁性液滴($d = 3.27 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 147 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 0.8s ; (c) 1.6s ; (d) 2.4s ;
(e) 3.2s ; (f) 4.0s ; (g) 4.8s , and (h) 5.6s .

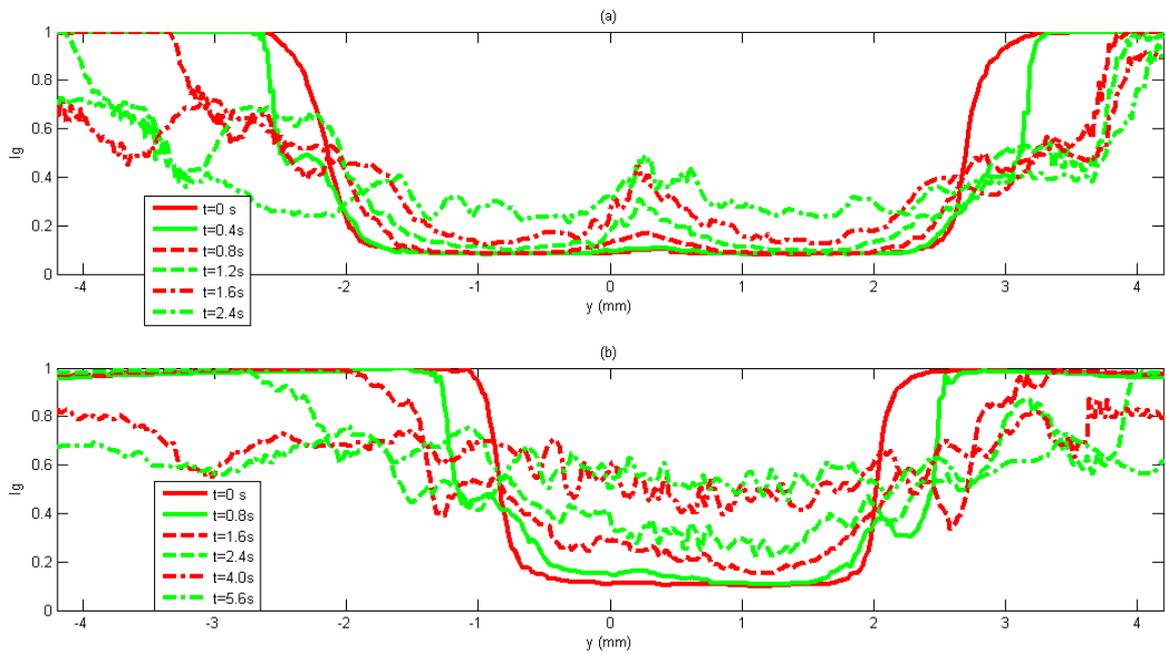


圖 3-3 灰階亮度 I_g 沿 y 軸分佈隨時間之變化圖，所選取對應範例為(a):圖 3-1 與(b):圖 3-2。

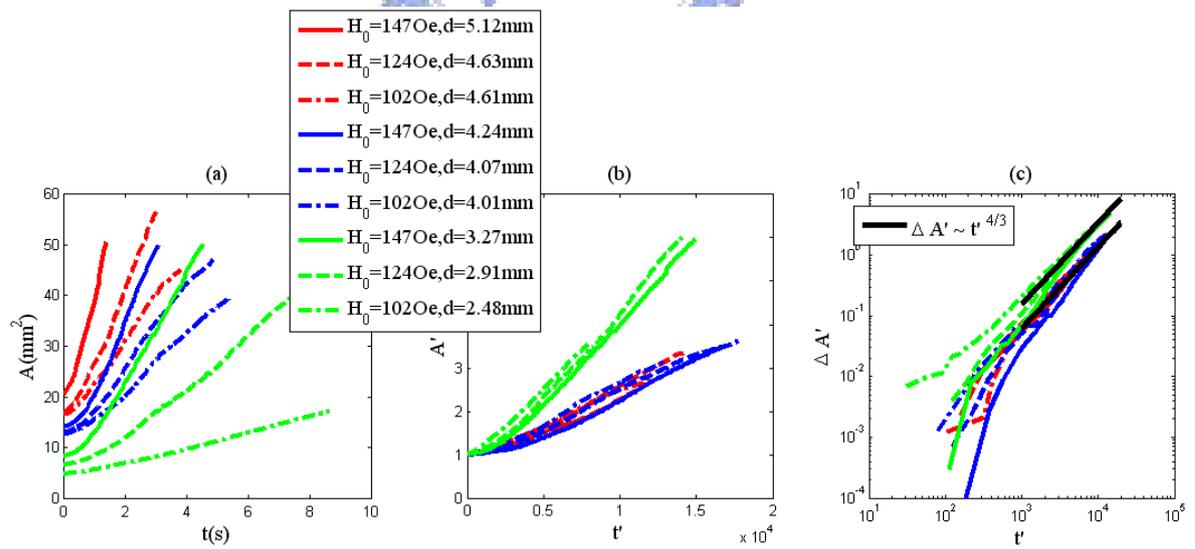


圖 3-4 面積增長演變圖。(a)為因次化(b)為無因次化，而面積增加項 $\Delta A' = A' - 1$ 則如圖(c)所示。

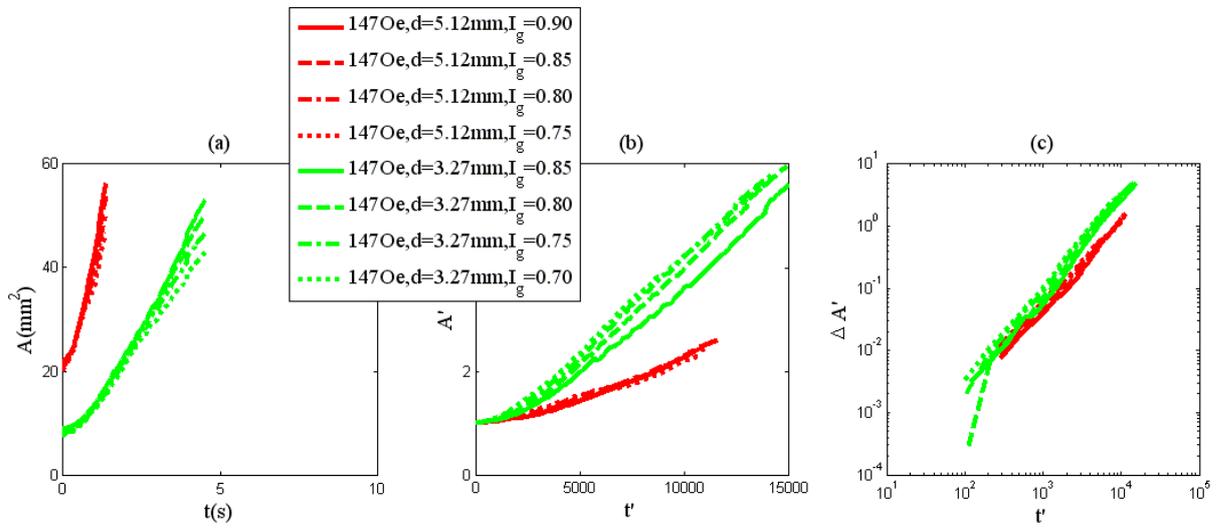


圖 3-5 將圖 3-1 與 3-2 之範例取不同亮度 I_g 值

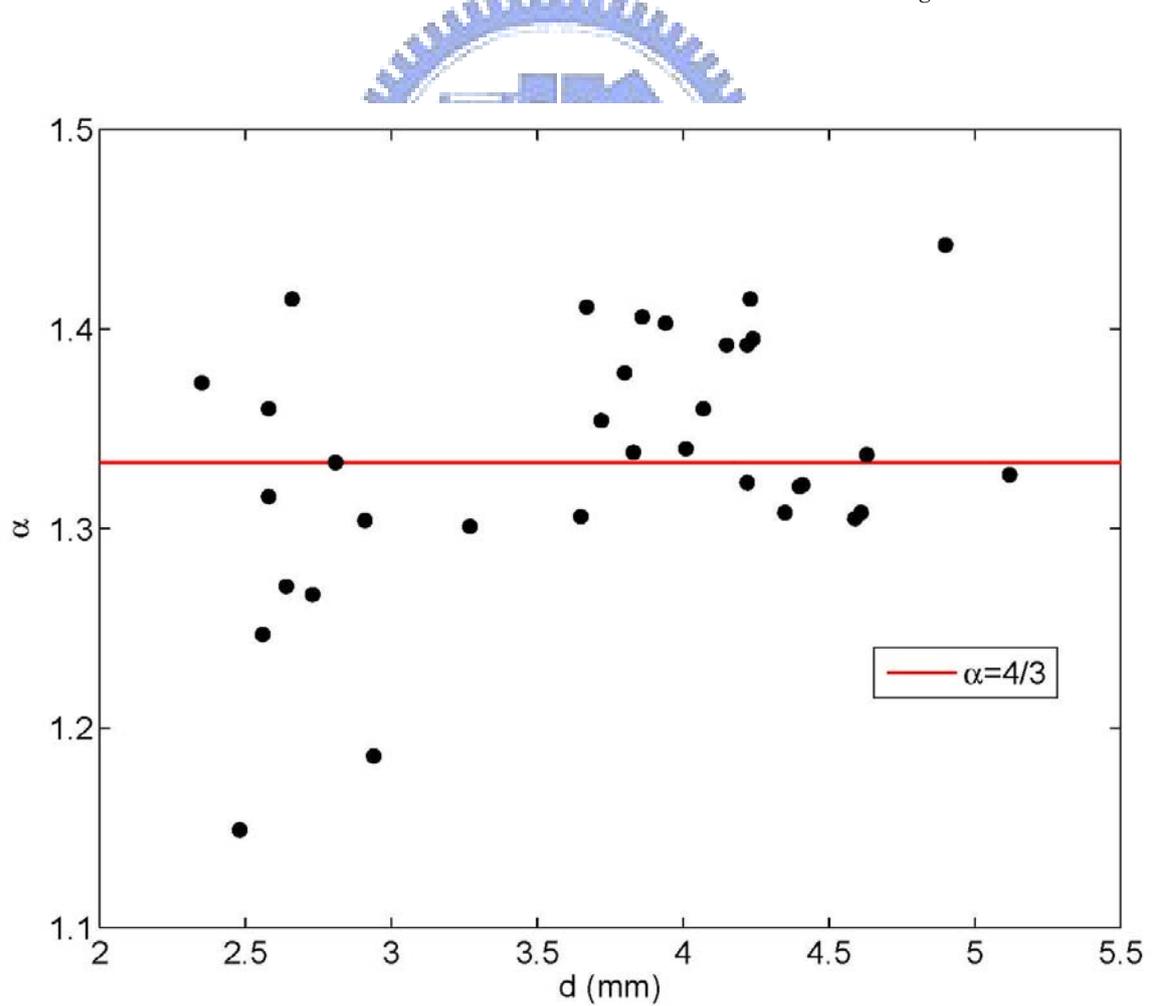


圖 3-6 所有範例之指數分佈

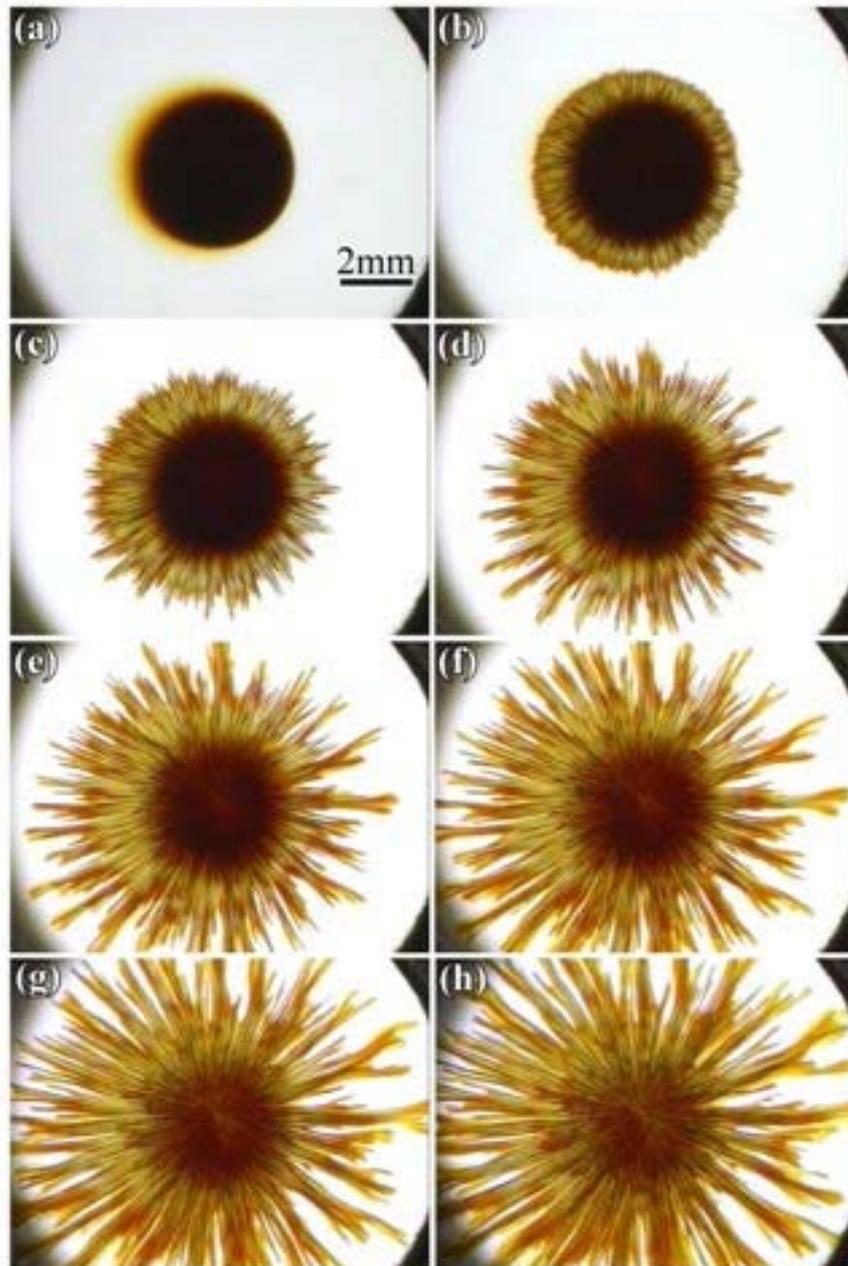


圖 3-7 磁性液滴($d = 4.63 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 0.8s ; (c) 1.2s ; (d) 1.6s ;
(e) 2.0s ; (f) 2.4s ; (g) 2.8s , and (h) 3.2s .

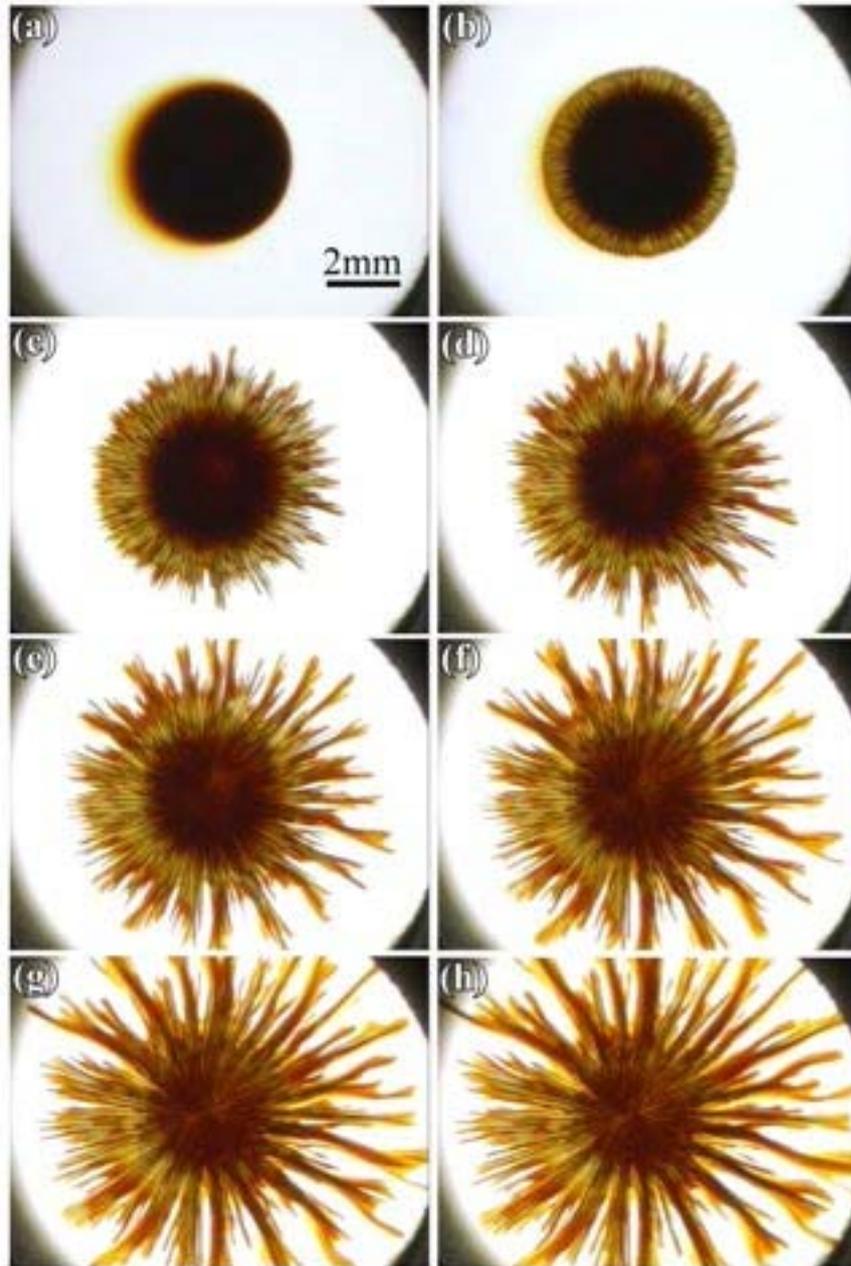


圖 3- 8 磁性液滴($d = 4.61 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 102 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 0.8s ; (c) 1.6s ; (d) 2.0s ;
(e) 2.4s ; (f) 2.8s ; (g) 3.2s , and (h) 3.6s .



圖 3-9 磁性液滴($d = 4.24 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 147 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 0.8s ; (c) 1.2s ; (d) 1.6s ;
(e) 2.0s ; (f) 2.4s ; (g) 2.8s , and (h) 3.2s .

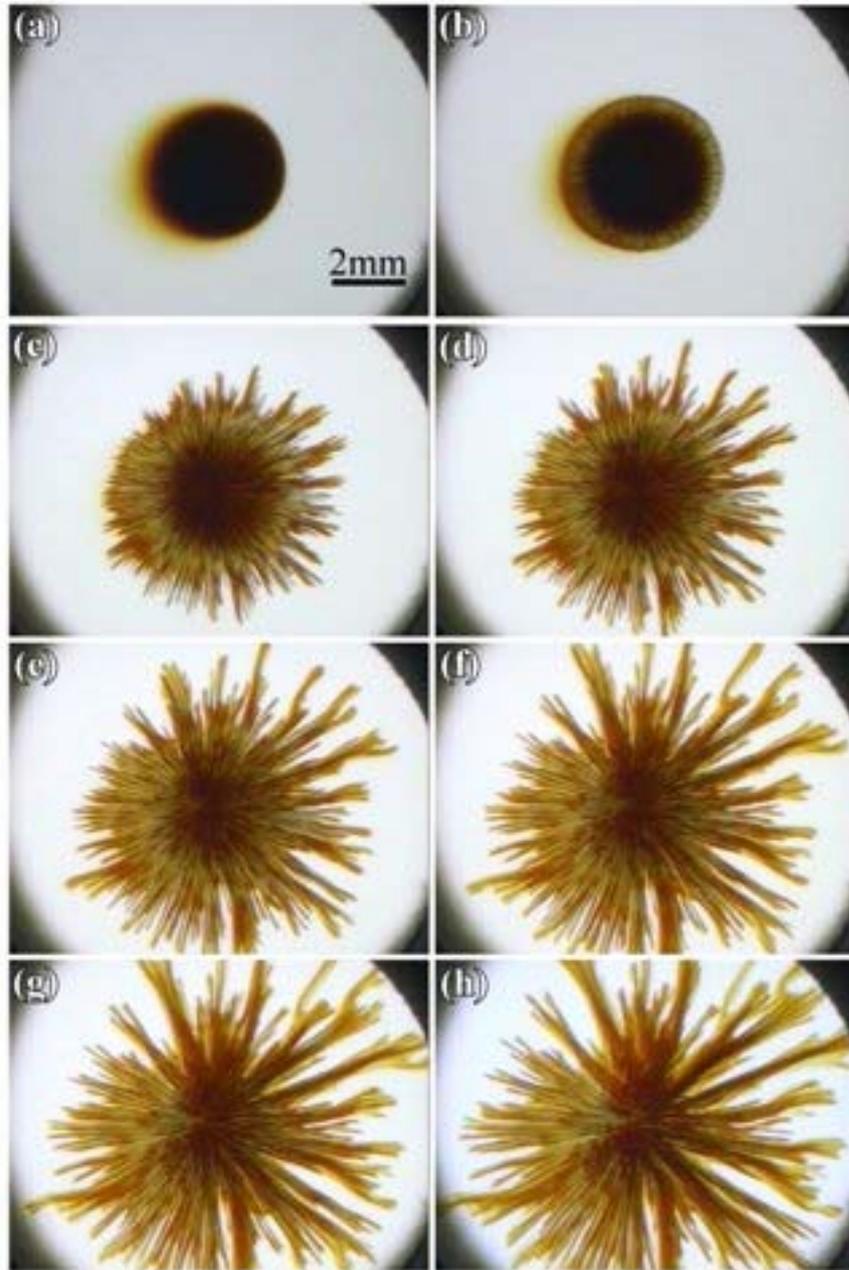


圖 3- 10 磁性液滴($d = 4.07 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 0.8s ; (c) 2.0s ; (d) 2.4s ;
(e) 2.8s ; (f) 3.2s ; (g) 3.6s , and (h) 4.0s .

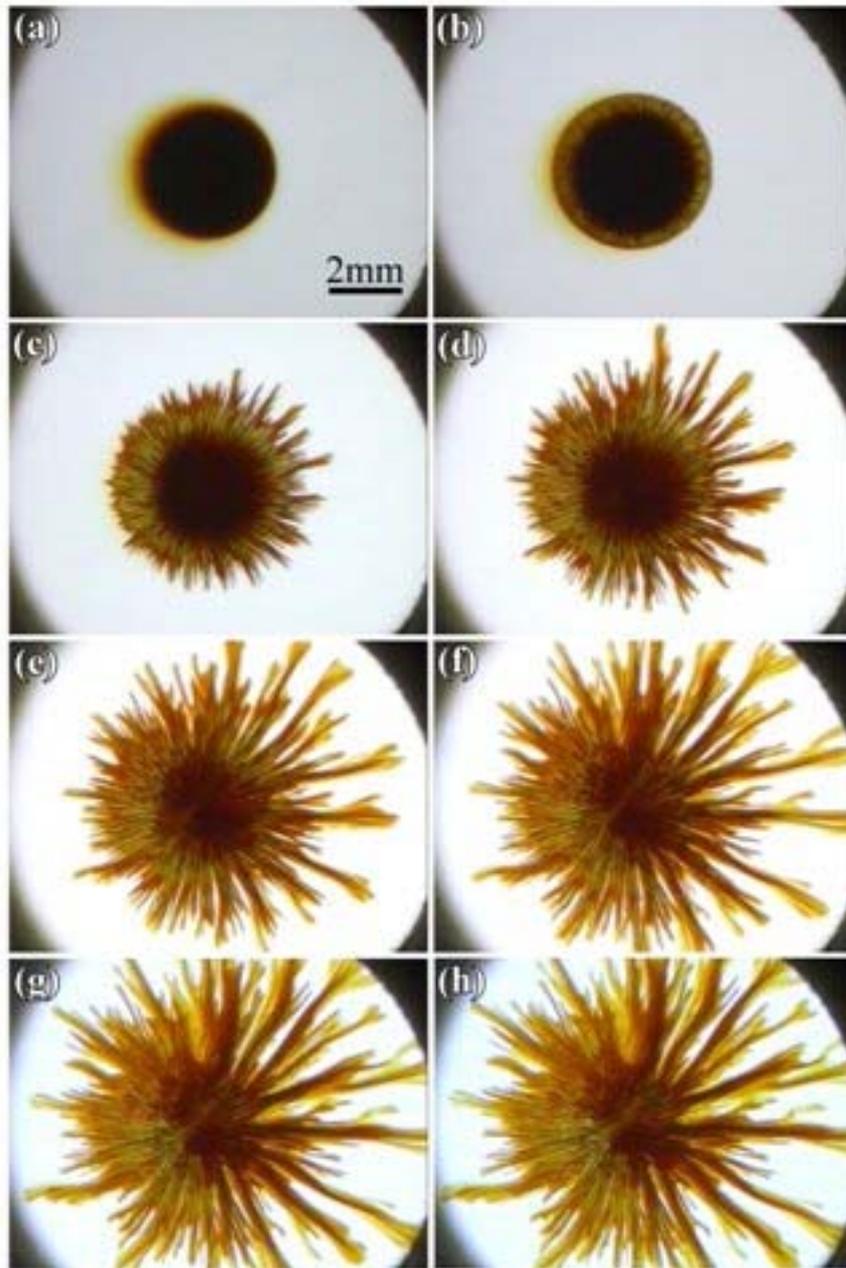


圖 3- 11 磁性液滴($d = 4.01 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 102 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 0.8s ; (c) 2.0s ; (d) 2.8s ;
(e) 3.6s ; (f) 4.4s ; (g) 5.2s , and (h) 5.6s .

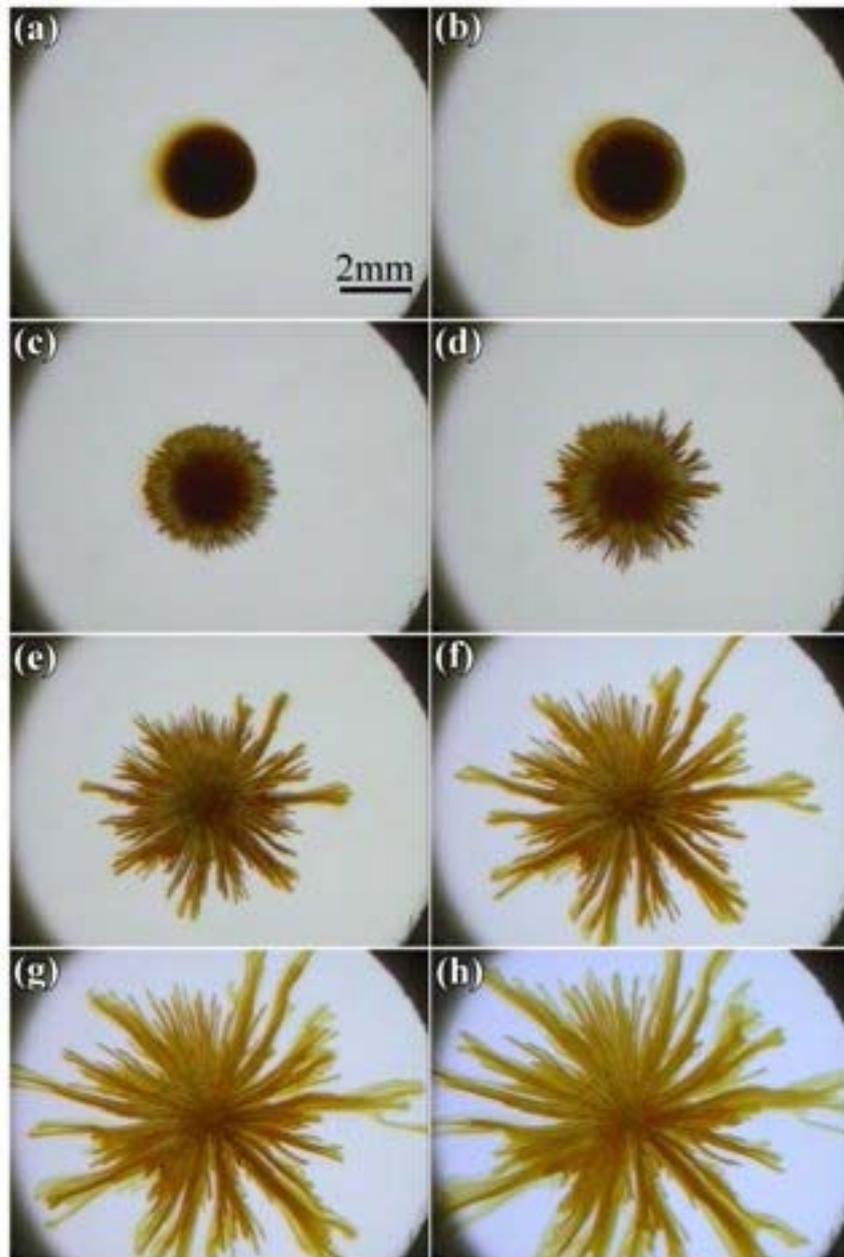


圖 3- 12 磁性液滴($d = 2.91 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 0.8s ; (c) 1.6s ; (d) 2.4s ;
(e) 4.0s ; (f) 5.6s ; (g) 7.0s , and (h) 8.8s .

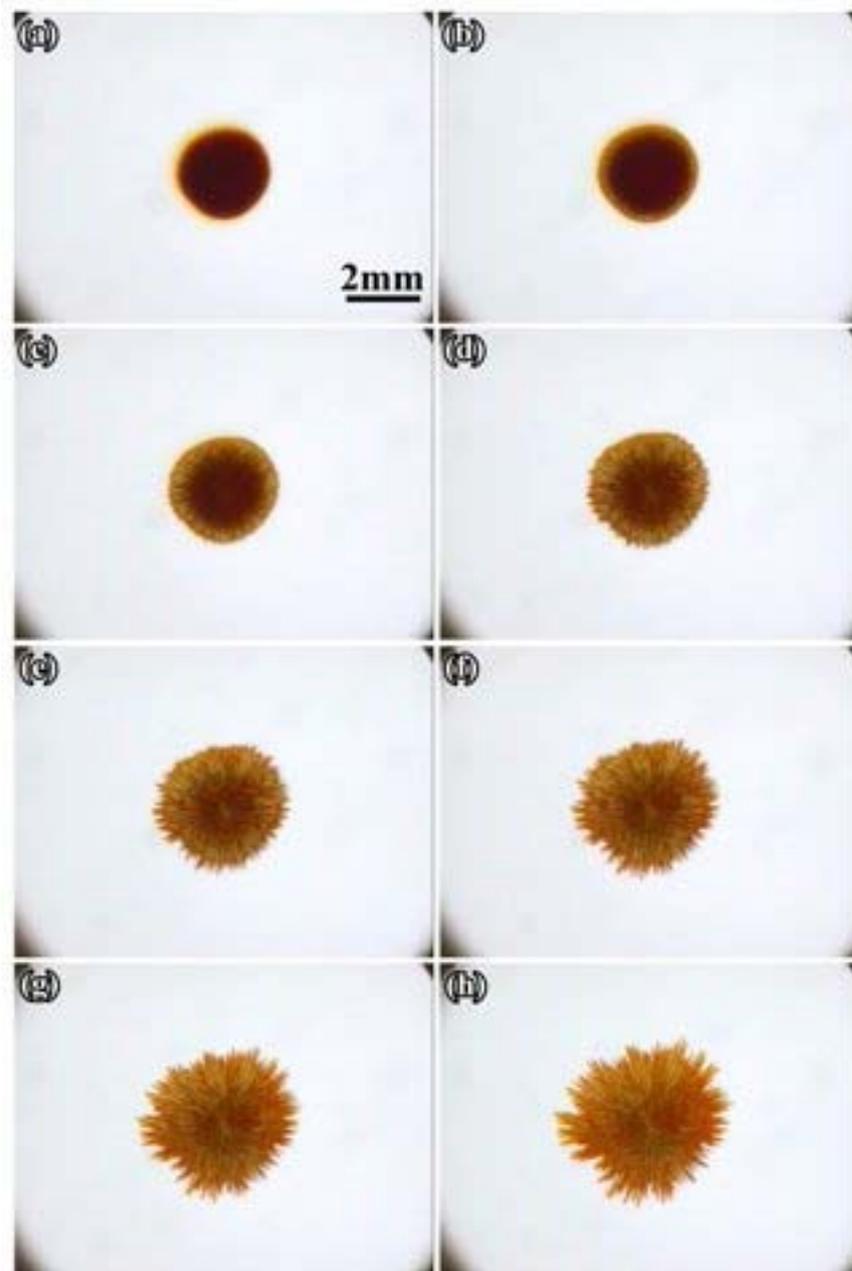


圖 3- 13 磁性液滴($d = 2.48 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 102 \text{ Oe}$)作用，產生一連串指狀化現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 0.8s ; (c) 1.6s ; (d) 2.4s ;
(e) 3.2s ; (f) 4.0s ; (g) 4.8s , and (h) 5.6s .

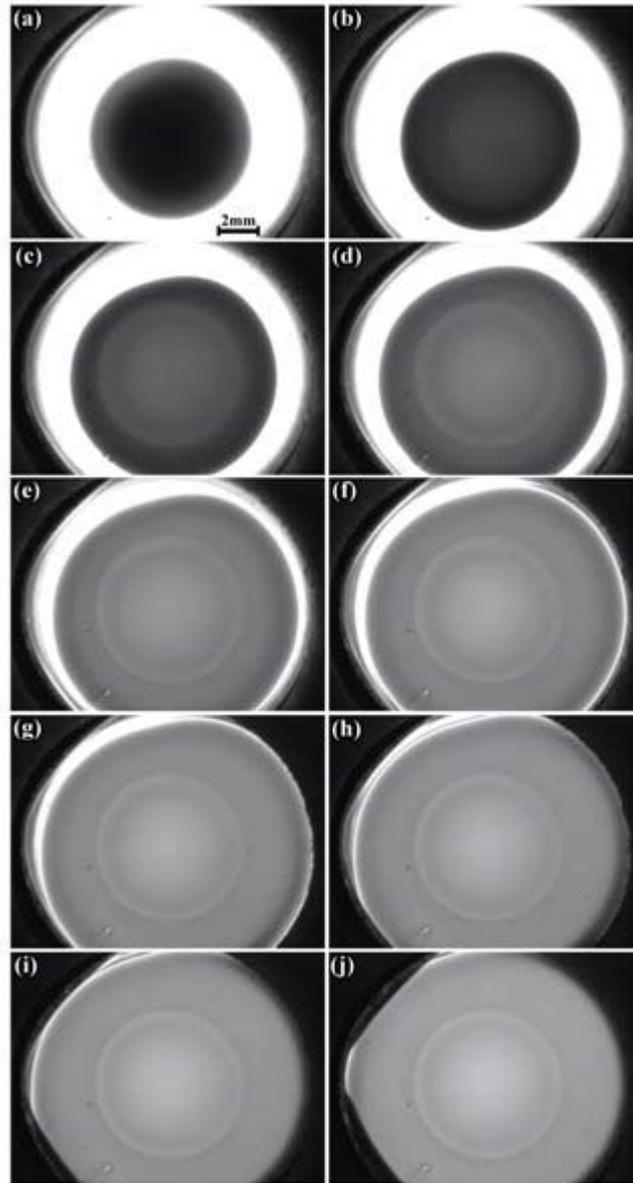


圖 3- 14 磁性液滴($d = 7.71 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生均勻分布現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 1.67s ; (c) 3.33s ; (d) 5.0s ; (e) 6.67s ;
(f) 8.33s ; (g) 10.0s ; (h) 11.67s ; (i) 13.33s and (j) 15.00s .

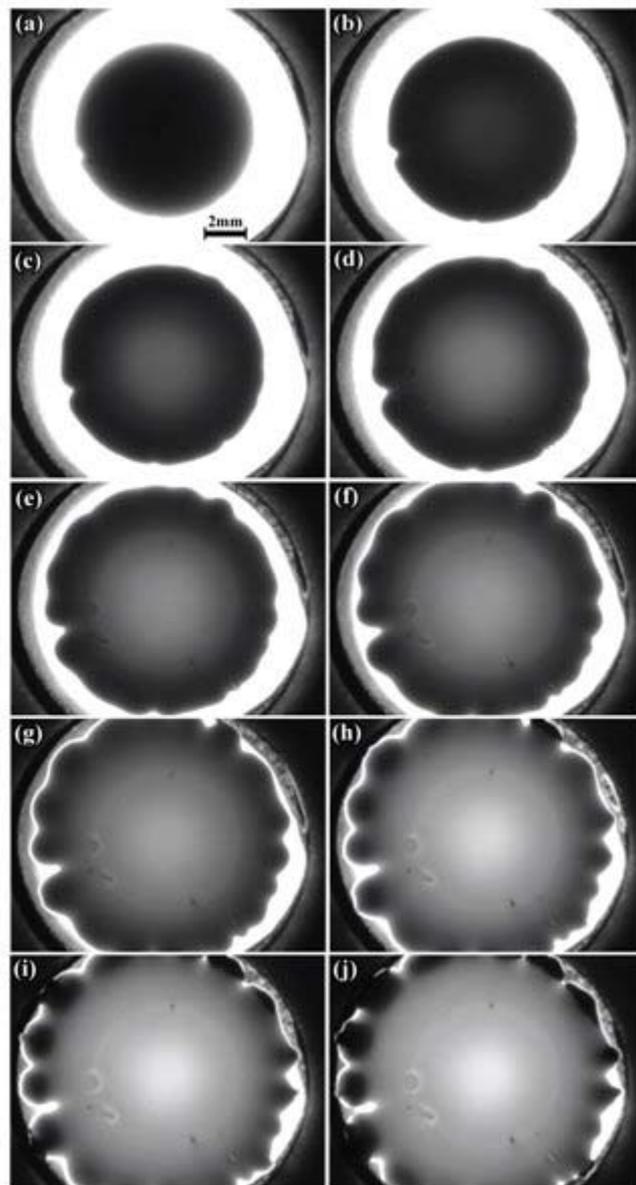


圖 3-15 磁性液滴($d = 8.38 \text{ mm}$)受到徑向磁場($H_0 = 124 \text{ Oe}$)作用，產生均勻分布現象。

(a) $t=0\text{s}$; (b) 1.67s ; (c) 3.33s ; (d) 5.0s ; (e) 6.67s ;
 (f) 8.33s ; (g) 10.0s ; (h) 11.67s ; (i) 13.33s and (j) 15.00s .

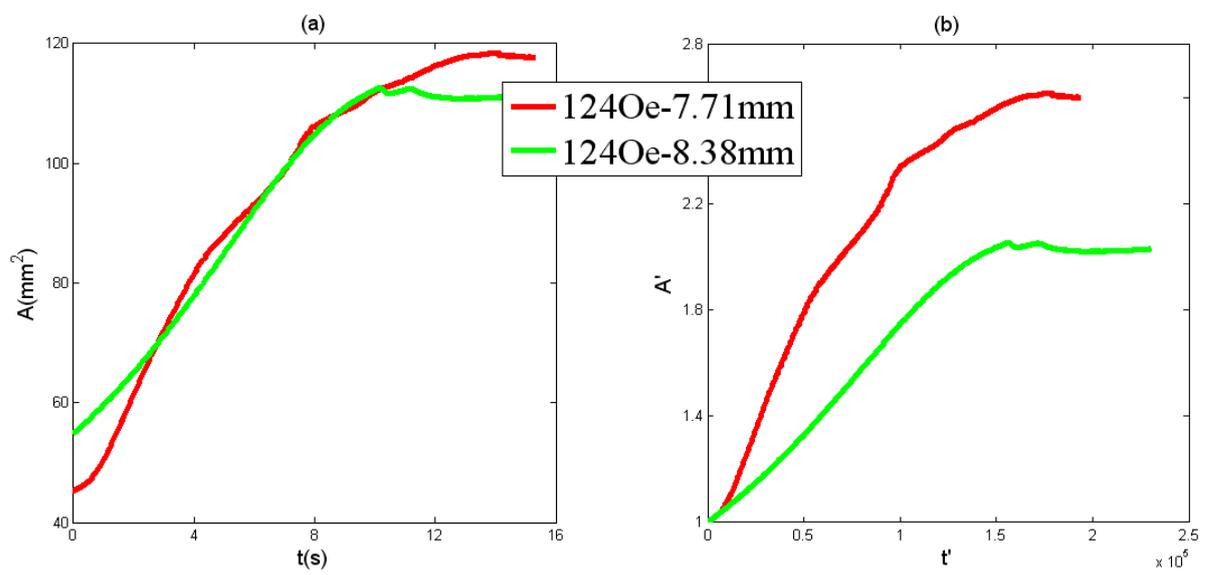


圖 3- 16 不可互溶兩範例之面積比較圖

第四章 結論

在本文中我們撰寫了薄層磁流體液滴，受到可互溶性非磁流體包覆的運動。當系統置於一組兩個anti-Helmholtz 線圈儀器的中心處，液滴受到純徑向磁場的作用因此延伸展開為星形型態。本文的實驗數據分析根據一些變因，其中包括各種不同的初始液滴直徑和三種變化的磁場強度。而造成範例形成之系統可以合理的解釋有磁力之交互作用、擴散作用、對流作用以及黏滯力的影響。由於磁力的作用使得液滴迅速向外增長，此運動違反了穩定黏性之貢獻。在高Péclet 數區域內，擴散與對流的作用於逐步發展的邊界下產生增加許多的長細尖峰。在這個情形下，一個通用的4/3指數關係被本文所發現，其條件是經過長時間的液滴面積增長過程的後期。

由於旋轉塗佈中利用旋轉產生與徑向距離成正比關係之離心力，與徑向磁場之向外徑向磁力為與其徑向距離成正比關係，兩者是為相同之力學機制，故此徑向磁場界面不穩定與旋轉塗佈離心力產生之界面不穩定可做為類比。但本文之徑向磁場裝置則更精簡所需裝備，並無使用複雜之高速旋轉機構。液滴界面受一徑向力吸引，使液滴界面往外伸展，為因應面積之展延，液滴厚度產生薄化。然而因徑向吸引力隨著徑向距離加大而增劇烈，於超過某展延半徑後，則界面開始產生不穩定現象。此類型之輻射型界面不穩定現象雖為新發現於磁性液滴界面，然而與實際旋轉塗覆之實驗界面不穩定型態頗為類似。比對於旋轉塗佈的系統架構，本文徑向磁場之系統架構較為簡單平穩，且兩者之結果相類似，因此將來也許可利用徑向磁場之系統加以改進旋轉塗佈之系統缺失，如高速旋轉所產生的不穩定、系統過熱，甚至是安全性上的問題。

本文實驗展現出一份更詳細的複雜增長過程之定量描述，需要更好地

了解該模式的時間演化。在理論上的治療方法，利用遠區域磁力影響擴散過程的醫療法，雖然是富有挑戰性的，我們仍希望我們的未來工作更進一步推動此議題並開展研究。

在這項工作過程中，我們發現到一個無預期的形態相似，本文作用於徑向磁場中的可互溶磁液滴，相似於在太陽表面上所形成的磁性流體結構物，稱為太陽黑子。太陽黑子是太陽表面的黑色流漿區域，往往伴隨著崩炸等活動，沿著徑向方向從而浮現了有趣的絲狀結構。一個近期相關理論[33]表明模式結構中出現的太陽黑子是由於局部之間的互動關係介於強烈徑向磁場和複雜對流過程。我們的系統與太陽黑子，儘管兩者有著顯而易見的差異，但事實是兩者有著相類似的形態，而且兩者皆有涉及到磁流體動力學中徑向磁磁場所引起的問題，使得兩者有著更深的聯繫。參考文獻[34]磁流體可能有效的提供實驗室去研究太陽黑子格局的形成。



參 考 文 獻

- [1] M. D. Cowley and R. E. Rosensweig, "The interfacial stability of a ferromagnetic fluid," *J. Fluid Mech.*, 30, 671(1967).
- [2] L. Romankiw, M. Slusarczyk and D. Thompson, "Liquid magnetic bubbles," *IEEE Trans. Magnetics*, vol. MAG-11, pp. R25(1975).
- [3] C.-Y. Chen and L.-W. Lo, "Breakup of thin films of micro magnetic drops in perpendicular fields," *J. Magn. Magn. Mater.*, 305, 2, 440(2006).
- [4] R. M. Oliveira and J. A. Miranda, "Ferrofluid patterns in a radial magnetic field: Linear stability, nonlinear dynamics, and exact solutions," *Phys. Rev. E* 77, 016304(2008).
- [5] C.-Y. Wen, C.-Y. Chen, C.-H. Tsai and D.-C. Kuan, "Labyrinthine Instabilities of a Magnetic Droplet in a Hele-Shaw Cell," *Magnetohydrodynamics*, 41, 3, 215 (2006).
- [6] A. J. Dickstein, S. Erramilli, R. E. Goldstein, D. P. Jackson, and S. A. Langer, "Labyrinthine Pattern Formation in Magnetic Fluids" *Science* 261, 1012(1993).
- [7] C.-Y. Wen, C.-Y. Chen and D.-C. Kuan, "Experimental Studies of Labyrinthine Instabilities of Miscible Ferrofluids in a Hele-Shaw Cell," *Phys. Fluids*, 19, 8, 084101 (2007).
- [8] C.-Y. Chen, W.-K. Tsai and Jose Miranda, "A hybrid ferrohydrodynamic instability: coexisting peak and labyrinthine patterns," *Phys. Review E*, 77, 056306 (2008).
- [9] S. Benka, "Physics update: Peaks and labyrinths in a magnetic fluid", *Physics Today*, 61, 6, 20 (2008).
- [10] C-Y Chen, C.-W. Huang, H. Gadêlha, and J. A. Miranda, "Radial viscous fingering in miscible Hele-Shaw flows: A numerical study," *Phys. Review E*, 77, 016306(2008).
- [11] A. V. Lebedev, A. Engel, K. I. Morozov, and H. Bauke, "Ferrofluid drops in rotating magnetic fields," *New Journal of Physics* 5, 57.1–57.20(2003).
- [12] J. A. Miranda and E. Alvarez-Lacalle, "Viscosity contrast effects on fingering formation in rotating Hele-Shaw flows," *Phys. Review E*, 72, 026306 (2005).
- [13] C.-H. Chen and C.-Y. Chen, "Numerical simulations of interfacial instabilities on a rotating miscible droplet in a time-dependent gap Hele-Shaw cell with significant Coriolis effects," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 51:881–895(2006).
- [14] T. Podgorski, M. C. Sostarecz, S. Zorman, and A. Belmonte, "Fingering instabilities of a reactive micellar interface," *Phys. Review E*, 76, 016202 (2007).
- [15] C.-H. Chen and C.-Y. Chen, "Fingering patterns on an expanding miscible drop in a rotating Hele-Shaw cell," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 54:1201,1214(2007).
- [16] M.-W. Wang and F.-C. Chou, "Fingering Instability and Maximum Radius at High Rotational Bond Number," *Journal of The Electrochemical Society*, 148 (5) G283-G290(2001).
- [17] C.-Y. Chen, "Numerical simulations of fingering instabilities in miscible magnetic fluids in a Hele-Shaw cell and the effects of Korteweg stresses," *Phys. Fluids*, 15, no. 4, 1086

(2003).

[18] A. Igonin and A. Cebers, “Labyrinthine Instability of miscible magnetic fluids,” *Phys. Fluids* , 15, 6, 1734(2003).

[19] C.-Y. Chen and H.-J. Wu, “Numerical simulations of interfacial instabilities on a rotating miscible magnetic droplet with effects of Korteweg stresses,” *Phys. Fluids* ,17, 4, 04210 (2005).

[20] C.-Y. Chen, S.-Y. Wu and J. Miranda, “Fingering Patterns in the Lifting Flow of a Confined Miscible Ferrofluid,” *Phys. Rev. E.*, 75, 036310 (2007).

[21] A. Cebers and M. M. Maiorov, “Magnetostatic instabilities in plane layers of magnetizable liquids,” *Magnetohydrodynamics* , 16, 1, 21 (1980).

[22] A. Cebers and M. M. Maiorov, “Structures of interface of a bubble and magnetic fluid in a field,” *Magnetohydrodynamics* , 16, 3, 231 (1980).

[23] S. A. Langer, R. E. Goldstein, and D. P. Jackson, “Dynamics of labyrinthine pattern formation in magnetic fluids,” *Phys. Rev. A.*, 46, 8, 4894(1992).

[24] D. Jackson, R. Goldstein and A. Cebers, “Hydrodynamics of fingering instabilities in dipolar fluids,” *Phys. Rev. E.* , 50, 1, 298 (1994).

[25] I. Drikis and A. Cebers, “Viscous fingering in magnetic fluids: numerical simulation of radial Hele-Shaw flow,” *J. Magn. Magn. Matter* , 201, 339(1999).

[26] A. Cebers and I. Drikis, “Labyrinthine Pattern Formation in Magnetic Liquids, Free Boundary Problems: Theory and Applications,” Chapman and Hall/CRC, Athanasopoulos et. al, (1998).

[27] C. J. A T. Maxworthy, “An experimental study of miscible displacement with gravity-override and viscosity-contrast in a Hele Shaw cell,” *Exp Fluids* , 44:781–794(2008).

[28] C. Flament, G. Pacitto, J. Bacri, I. Drikis and A. Cebers, “Viscous fingering in a magnetic fluid. I. Radial Hele-Shaw flow,” *Phys. Fluids* , 1, 2462 (1998).

[29] S. Rhodes, X. He, S. Elborai, S.-H. Lee and M. Zahn, “Magnetic fluid behavior in uniform DC, AC, and rotating magnetic fields,” *J. Magn. Magn. Mater.*, 64, 513(2006).

[30] Y.I. Dikansky, O. A. Nechaeva, “Electrohydrodynamical instability of microdrops shapes in a magnetic fluid,” *J. Magn. Magn. Mater.*, 289, 90(2004).

[31] R. Morgado, F. A. Oliveira, G. G. Batrouni, and A. Hansen, “Relation between Anomalous and Normal Diffusion in Systems with Memory,” *Phys. Rev. Lett.* 89, 100601(2002).

[32] F. Melo, J. F. Joanny, and S. Fauve, “Fingering instability of spinning drops,” *Phys. Rev. Lett.* 63, 1958(1989).

[33] J. H. Thomas and N. O. Weiss, *Sunspots: Theory and Observations*, NATO Advanced Studies Institute, Series C: Mathematical and Physical Sciences Vol. 375 (Kluwer, Dordrecht,1992).

[34] R. E. Rosensweig, J. Browaeys, J.-C. Bacri, A. Zebib, and R. Perzynski, “Laboratory

Study of Spherical Convection in Simulated Central Gravity,” Phys. Rev. Lett. 83, 4904 (1999).

