

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

加勁揚聲板之最佳化設計

Optimal design of stiffened sound radiating panels

研究生：黃琮鍾

指導教授：金大仁教授

中華民國九十八年八月

加勁揚聲板之最佳化設計

Optimal design of stiffened sound radiating panels

研究生：黃琮鍾

Student : Cong-Zhong Huang

指導教授：金大仁 教授

Advisor : Dr. Tai-Yan Kam

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

August 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年八月

# 加勁揚聲板之最佳化設計

研究生：黃琮鍾

指導教授：金大仁 博士

國立交通大學機械工程學系

## 摘 要

本文旨在以揚聲板心層厚度及面層加勁長度為設計變數，透過最佳化設計方法，獲得揚聲器最大之聲壓感度及增加聲壓曲線之平滑區域。因長形揚聲板易受彎矩模態的變形而使聲壓在中音域產生明顯落差，其中若心層厚度與面層加勁長度設計不當時，會使揚聲板的重量、剛性及板變形量發生不宜的改變，以致造成聲壓感度的高低變化加大或進一步造成對聲音品質不好的中音谷。本研究使用有限元素法建構揚聲板的數學模型，進行揚聲板的振動及聲傳分析，以得到聲壓曲線。再將揚聲板的心層厚度與面層加勁長度作為設計參數，以聲壓感度為目標函數，聲壓的平滑性為限制條件，利用最佳化設計方法改善揚聲器之聲壓曲線表現。本文探討四種不同的設計參數組合以進行最佳化設計，並根據最佳化結果，將聲壓曲線表現最平滑的設計來作實驗驗證，說明本研究使用的最佳化設計方法可有效地應用於揚聲板的聲傳分析及設計上，以獲得更完美之聲壓曲線。

# Optimal design of stiffened sound radiating panels

Student : Cong-Zhong Huang

Advisor : Dr. Tai-Yan Kam

Department of Mechanical Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

The purpose is to obtain the maximum sound pressure level (SPL) and improve the smoothness of the SPL curve of a rectangular sound radiating panel using the optimization method. The design variables considered are the middle-layer thickness and the face-layer lengths of the sound radiating panel. A major drop on the SPL curve in the mid frequency range can be attributed to the bending mode shape of the long rectangular plate. The mass, stiffness and deformation of the panel can be changed by varying the middle-layer thickness and face-layer lengths, and such changed can affect the sound pressure level and the drop in the mid frequency range. For this reason, the finite element method is used to analyze the vibration and sound radiation of the panel for attaining the SPL curve. In the optimal design, the design variables composed of the middle-layer thickness and face-layer lengths are determined to improve the loudspeaker performance by maximizing the average sound pressure level and enhancing the smoothness of the SPL curve. Four design cases used to investigate the optimal results are discussed in this work. In the experimental study, the speaker of the best design is fabricated to verify the suitability of the proposed method. The optimization technique can efficiently design stiffened sound radiating panels to produce acceptable SPL curves for the panels.

## 誌 謝

時光匆匆飛逝，二年的碩士求學生涯即將結束，踏入人生另一個新旅程。感謝我的家人在這段時間內對我的全力支持，使我能無後顧之憂地朝研究的道路上前進。感謝我的指導老師金大仁教授的諄諄教誨，無論是對學業的研究精神或是待人接物的處世態度上，皆令我受益良多，在此致上無限的感激與敬意。

感謝實驗室昌毅學長、崧任學長、宗鴻學長、欣翰學長、建儒學長、宏銘學長、政霖學長、志傑學長與捷凱學長，當我面臨研究或生活上的難題時，總能適時、無私地提供我最大的幫助。感謝同窗好友秉達、致翔、奕樵和恩寶，這些日子以來彼此間的互相切磋和勉勵，使我的碩士生活不覺乏味。也感謝學弟建順、志明、立武、正平、浩翔與耀民這一年的相處，使實驗室充滿了歡樂、愉悅的氣氛。再次感謝所有關心我的人，使我最終能夠完成碩士學業。

琮鍾 2009.8 于交大

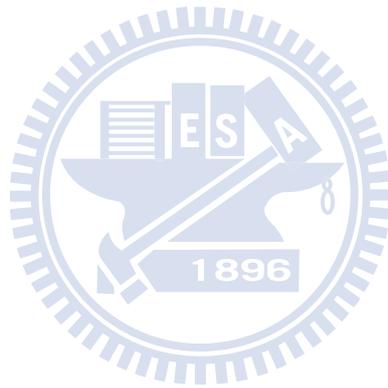
# 目 錄

中文摘要	.....	i
英文摘要	.....	ii
誌謝	.....	iii
目錄	.....	iv
表目錄	.....	vi
圖目錄	.....	vii
一、	緒論	1
1-1	前言	1
1-2	文獻回顧	1
1-3	研究動機及方法	3
二、	揚聲板的振動與聲壓分析	5
2-1	一階剪變形平板理論	5
2-1-1	位移與應變	5
2-1-2	應變與應力	6
2-2	多層一階剪變形平板理論	9
2-2-1	位移與應變	9
2-2-2	應變與應力	12
2-3	應變能與動能	12
2-4	彈性支承的應變能	13
2-5	比例阻尼下之位移向量	14
2-6	聲壓分析	15
三、	揚聲板模擬分析	18
3-1	數學模型	18
3-1-1	模擬元素的選擇	19
3-1-2	模型建立步驟	19
3-2	模擬分析之參數	21
3-2-1	材料常數的給定	21
3-2-2	質點元素的參數	21
3-2-3	彈簧元素的參數	22
3-2-4	激振力的給定	22
3-2-5	阻尼比的給定	23
四、	最佳化設計之理論	24
4-1	數學函數	25
4-2	最佳化搜尋方法	27
4-3	總域極小值	29
4-4	應用於聲壓分析之程序	29

五、	揚聲器製作與實驗.....	30
5-1	揚聲器製作.....	30
5-1-1	揚聲板製作.....	30
5-1-2	音圈、激振器、懸邊、治具及接腳.....	30
5-2	揚聲器組裝.....	30
5-3	揚聲器實驗程序.....	31
5-3-1	阻尼量測實驗.....	31
5-3-2	聲壓量測實驗.....	32
5-3-3	阻抗量測實驗.....	32
5-3-4	單體參數量測實驗.....	32
六、	結果與討論.....	34
6-1	實驗與模擬之結果.....	34
6-2	T1 最佳化之結果.....	35
6-3	T2 最佳化之結果.....	35
6-4	T1-L2 最佳化之結果.....	36
6-5	T1-L1 最佳化之結果.....	36
6-6	T1-L1 實驗結果.....	37
七、	結論與未來研究方向.....	38
7-1	結論.....	38
7-2	未來研究方向.....	39
參考文獻	.....	40

## 表 目 錄

表 3-1	揚聲器量測參數.....	42
表 3-2	材料常數.....	42
表 6-1	設計參數編號之表示.....	43
表 6-2	T1 最佳化搜尋結果.....	43
表 6-3	T2 最佳化搜尋結果.....	44
表 6-4	T1-L2 最佳化搜尋結果.....	44
表 6-5	T1-L1 最佳化搜尋結果.....	45



# 圖 目 錄

圖 1-1	平面型揚聲器	46
圖 1-2	傳統錐盆型揚聲器	46
圖 1-3	揚聲器結構圖	47
圖 1-4	揚聲板之振形	47
圖 2-1	多層一階剪變形位移場示意圖	48
圖 2-2	複合材料板座標系統	48
圖 2-3	複合材料板沿厚度方向之合力與合力矩	49
圖 2-4	積層板之幾何與層數系統	50
圖 2-5	複合材料板之邊界條件	50
圖 2-6	揚聲板聲傳示意圖	51
圖 3-1	揚聲板之數學模型	51
圖 3-2	揚聲板之有限元素模型	52
圖 3-3	內磁式激振器剖面圖	52
圖 4-1	能量守恆觀點最小值示意圖	53
圖 4-2	最佳化設計參數示意圖	53
圖 5-1	揚聲板尺寸	54
圖 5-2	揚聲板熱壓成型疊層順序示意圖	54
圖 5-3	熱壓機	55
圖 5-4	揚聲板熱壓成型時程圖	55
圖 5-5	熱壓成型之複合材料揚聲板	56
圖 5-6	音圈	56
圖 5-7	激震器尺寸圖	57
圖 5-8	揚聲器之框架	57
圖 5-9	揚聲器製作定位之治具	58
圖 5-10	接腳	58
圖 5-11	組裝完成之平面揚聲器	59
圖 5-12	阻尼比量測實驗架設示意圖	59
圖 5-13	揚聲器聲壓量測實驗示意圖	60
圖 5-14	平面揚聲器阻抗圖	60
圖 5-15	揚聲器參數計算	61
圖 6-1	揚聲器實驗量測之聲壓曲線	61
圖 6-2	揚聲器實驗與模擬之聲壓曲線	62
圖 6-3	揚聲板原始模擬之彎矩模態圖	62
圖 6-4	揚聲板原始模擬之彎矩模態節線圖	63
圖 6-5	T1 設計參數示意圖	63
圖 6-6	T1 最佳化之聲壓曲線	64

圖 6-7	T1 最佳化之彎矩模態圖·····	64
圖 6-8	T1 最佳化之彎矩模態節線圖·····	65
圖 6-9	T2 設計參數示意圖·····	65
圖 6-10	T2 最佳化之聲壓曲線·····	66
圖 6-11	T2 最佳化之彎矩模態圖·····	66
圖 6-12	T2 最佳化之彎矩模態節線圖·····	67
圖 6-13	T1-L2 設計參數示意圖·····	67
圖 6-14	T1-L2 最佳化之聲壓曲線·····	68
圖 6-15	T1-L2 最佳化之彎矩模態圖·····	68
圖 6-16	T1-L2 最佳化之彎矩模態節線圖·····	69
圖 6-17	T1-L1 設計參數示意圖·····	69
圖 6-18	T1-L1 最佳化之聲壓曲線·····	70
圖 6-19	T1-L1 最佳化之彎矩模態圖·····	70
圖 6-20	T1-L1 最佳化之彎矩模態節線圖·····	71
圖 6-21	T1-L1 最佳化實驗與模擬之聲壓曲線·····	71



# 一、緒論

## 1-1 前言

複合材料為兩種或兩種以上的材料，擷取原材料的特性和優點，讓原材料能發揮本身的優異性並滿足實際需要。複合材料分纖維強化(Fiber-reinforced)、微粒強化(Particle-reinforced)兩種，其中以纖維強化的複合材料應用較廣，複合材料因具有高強度、比重比金屬輕、疲勞強度高、優異的特性，且隨著纖維、樹脂基材與成型加工技術不斷地研發，現今，複合材料已廣泛地被應用於飛機、火箭、衛星、運動器等領域。

隨著螢幕顯示器、電視等電子產品平面化、薄型化的趨勢，許多揚聲器發展出平面型揚聲板的揚聲器(圖 1-1)，不同於一般傳統錐盆型揚聲板的揚聲器(圖 1-2)。平面型揚聲板以長形的平面揚聲器空間利用的彈性較大，如裝置於 LCD、TV 的兩側。一般較常見的電磁動圈式平面揚聲器，其結構大致可分為揚聲板、懸邊、彈波、音圈及激振器(圖 1-3)。由於纖維強化之複合材料具有優異的機械性質及質量輕的特性，因此揚聲器之揚聲板逐漸改以複合材料板取代單一材料板，而揚聲板特性乃是揚聲器品質優劣的重要判斷因素之一。

揚聲器的功能在於將聲音再生，所以原音重現的程度高低便決定了揚聲器的好壞。人耳可以感受到的聽覺頻率會因個人感受差異及年齡而有所不同，一般而言，聽力可及的頻率大約為 20 ~ 20k Hz，聲壓(或稱頻率響應，Sound pressure level, SPL)範圍為 0 ~ 120 dB 之間。良好的揚聲器要能作到「原音重現」，意即在其頻率響應下所發出之聲壓皆可維持一定值，完美地將原本的聲音傳達出來。因此本文將探討揚聲板對揚聲器聲壓表現的影響。

## 1-2 文獻回顧

在分析平板理論方面，以基於古典板理論(Classical plate theory，簡稱

CPT) [1]的古典積層板理論(Classical lamination theory)對複合材料薄板來進行分析已能得到不錯的結果，但對於厚板而言，由於複合材料揚聲板之側向剪力模數(Shear modulus)比沿纖維方向的楊氏係數(Young's modulus)低很多，且在厚度上較薄板高出許多，因此容易產生側向剪變形，所以古典板理論不適合分析較厚之複合材料板。為此，Mindlin 提出了一階剪變形理論(The first-order shear deformation theory，簡稱 FSDT) [2]，首先將側向剪力的影響加以考慮，但是因為假設側向剪力分布為常數，並不符合實際的情況，於是 Whitney [3、4]便提出了剪力修正因子來加以修正，此種理論比較適合用在長厚比大於 15 的結構上；之後，學者又提出了各種高階剪變形的理論，雖有提高理論值與實際狀況相比之準確性，但其計算上比較複雜許多，因此本文所使用揚聲板之分析以一階剪變形理論為主。

在研究三明治板的文獻方面，Reissner [5]推導控制方程式研究應用小變形、等向性三明治板的力學行為，文獻將面層假設為薄膜，並忽略中心層平行面層的應力。O'Connor [6]提出用有限元素法來分析三明治結構，他以平面彈性元素來構建中心層，樑元素來構建面層。Kanematsu [7]用 Ritz method 來分析矩型板的彎曲和振動。

對於聲學與聲壓計算方面，Morse [8]中推導出了聲源在空氣中傳遞之聲壓方程式，在 Shindo [9]中引用出有限元素之聲壓方程式，而 Tan [10]中討論了藉由促動器(Actuator)主動控制對平板之聲場的影響。

在振動板的聲傳行為的研究方面，Yu [11]探討使用高分子薄膜材料對聲壓曲線的改善，發現得到寬廣的頻率響應範圍，且具有聲音清亮、薄、重量輕等優點，因質量極輕，所以擁有較高的聲壓感度表現。Jenkins [12]探討熱壓成型的高分子材料聚乙烯、聚丙烯作為振動平板，其機械性質及頻率響應的研究，並與碳纖維/環氧樹脂複合材料板作比較，發現要有良好的聲傳表現，材料需具備有高剛性、低密度的特性，才能降低平板的阻抗；

以及低阻尼的性質，才能增加揚聲器的效率。以上文獻討論了不同的材料作為振動板的研究，但都未有以最佳化設計的方式探討聲傳行為，進而得到更良好的聲壓表現。而在最佳化設計方法的應用，有 Lee [13] 以非破壞的方式，利用最佳化設計方法使用於求解複合材料積層板的材料常數，具有相當的可靠性。因此本文將使用最佳化設計方法求得揚聲器良好的聲壓表現。

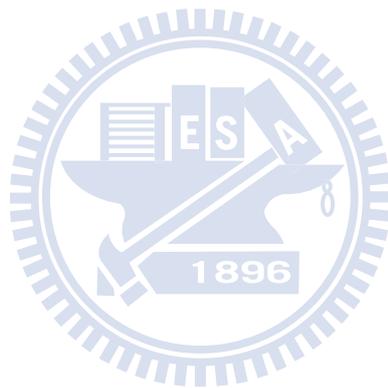
### 1-3 研究動機及方法

平面型揚聲器主要是由激振器推動揚聲板，使揚聲板變形推動空氣來產生聲音。激振器推動揚聲板，使揚聲板表面元素之空氣產生速度，進而產生聲壓，由於揚聲板之變形有凹有凸，如圖 1-4 所示，所以產生之空氣速度亦有正有負，因此聲壓才有高低起伏的現象。而揚聲板在受激振時，亦會發生共振模態，使得揚聲板產生局部的變形，會產生不同的振幅與相位，因此揚聲板作動時不再是一個剛體運動，若當有反相位變形發生時，會減少推動空氣的體積，因而降低了聲壓，因此揚聲板之變形會對聲壓產生不良的影響。

對長形揚聲板而言，其聲壓值在中音域部份會有一段明顯的落差，稱為中音谷。若要揚聲器有良好的聲壓表現，必須減少中音谷的落差，使聲壓曲線表現更為平滑，亦或是將中音谷發生頻率往高頻移動，使聲壓平滑的區域增加。本文所使用揚聲板材料為巴沙木，並在面層以玻璃纖維複合材料作為加勁。複合材料加勁之揚聲板心層厚度與複合材料加勁的長度改變會對聲壓感度以及板變形量造成影響。心層厚度、加勁長度變大，則重量、轉動慣量及剛性增加，使得聲壓感度下降、板變形量減少；反之，心層厚度、加勁長度變小，則重量、轉動慣量及剛性減少，使得聲壓感度上升、板變形量增加。因此本研究將心層厚度及加勁長度作為設計變數，並配合最佳化設計方法，以期達到最大聲壓感度且增加聲壓曲線平滑性。

本文主要的研究方法，透過 ANSYS 有限元素分析軟體建立揚聲板的模型，為了驗證模型的正確性，先實際做出複合材料揚聲板之平面揚聲器，並以 LMS 聲壓頻譜儀量測聲壓曲線。接著在 ANSYS 進行簡諧激振分析，計算出不同激振頻率下揚聲板所有節點之振幅及相位角，輸入由 Fortran 程式所寫成的聲壓公式計算聲壓，並以 LMS 聲壓頻譜儀繪製出聲壓曲線，將曲線與實驗結果對照，以驗證模型的正確性。

模型正確性得到驗證後，再以最佳化設計方法找出適當之揚聲板的心層厚度與加勁長度，討論最佳化所得之結果，與原始條件的聲壓曲線作比較，探討對聲壓的影響及其改善的程度。



## 二、揚聲板的振動與聲壓分析

本章將敘述複合材料平板的振動分析的理論，以及聲壓公式的推導。平板理論使用到一階剪變形和多層一階剪變形。本研究所使用之揚聲板屬於厚板，對於厚板而言，古典平板理論將不適用，必須考慮到剪應變的影響，故採用一階剪變形理論(The first order shear deformation theory, FSDT)作分析。而在玻璃纖維加勁部份屬於複合材料三明治板，其面層與心層間材料性質差異大，故採用多層一階剪變形理論分析，將複合材料三明治板的每一層當作一個一階剪變形的位移場，並考慮層與層之間位移的連續性，如圖 2-1 所示。接著再推導出揚聲板受激振頻率下，所對應之聲壓值。

### 2-1 一階剪變形平板理論

#### 2-1-1 位移與應變

當平板不為薄板時，則需考慮剪應變 $\gamma_{yz}$ 與 $\gamma_{xz}$ 所產生的變形，其基本假設有：1.板的長、寬為板的厚度的 15 倍以上。2.板的截面變形後仍保持平面。3.厚度仍保持不變，即 $\epsilon_z=0$ 。4.板的變形量 $u, v, w$  很小。其位移場表示如下：

$$\begin{aligned}u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\theta_x(x, y) \\v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\theta_y(x, y) \\w(x, y, z) &= w_0(x, y)\end{aligned}\tag{2-1}$$

其中 $u, v, w$ 分別在平板參考座標中 $x, y, z$ 上之位移分量，而 $u_0, v_0, w_0$ 分別代表積層板中間面在方向 $x, y, z$ 上之位移量， $\theta_x(x, y)$ 、 $\theta_y(x, y)$ 則分別代表垂直於 $x, y$ 軸之截面的旋轉量(Shear rotation)。

故應變與位移關係為：

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} = \varepsilon_x^0 + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \theta_y}{\partial x} = \varepsilon_y^0 + z \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\
\gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \theta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \\
\gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \theta_x + \frac{\partial w}{\partial x} \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + z \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) = \gamma_{xy}^0 + z \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right)
\end{aligned} \tag{2-2}$$

由以上的應變場可以看出， $\gamma_{yz}$  和  $\gamma_{xz}$  沿厚度方向為一常數分佈，與實際之拋物線分佈有所不同。

### 2-1-2 應變與應力

考慮一個單層複合材料平板，在材料主軸方向的應力與應變關係表示如下：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \tag{2-3}$$

且

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
Q_{44} &= G_{23} \\
Q_{55} &= G_{13} = G_{12} \\
Q_{66} &= G_{12}
\end{aligned} \tag{2-4}$$

其中  $Q_{ij}$  為勁度係數(Reduced stiffness)， $E_i$  為楊氏模數， $\nu_{ij}$  為蒲松比， $G_{ij}$  為剪力模數。

由座標轉換的關係(圖 2-2)，求出積層平板主軸方向 XYZ 座標系的應力及應變關係為

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{2-5}$$

且

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= Q_{11}C^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{22}S^4 \\
\bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})C^2S^2 + Q_{12}(C^4 + S^4) \\
\bar{Q}_{22} &= Q_{11}S^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{22}C^4 \\
\bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})C^3S + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})CS^3 \\
\bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})CS^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})C^3S \\
\bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{66}(C^4 + S^4) \\
\bar{Q}_{44} &= Q_{44}C^2 + Q_{55}S^2 \\
\bar{Q}_{55} &= Q_{55}C^2 + Q_{44}S^2 \\
\bar{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44})CS
\end{aligned} \tag{2-6}$$

其中

$$C = \cos \theta_i, \quad S = \sin \theta_i$$

對整個複合材料積層板而言，考慮各單層板之應力沿厚度方向積分，可得複合材料積層板的合力與合力矩，如圖2-3所示，其結果如下：

$$\begin{aligned} N_i &= \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^n dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (\varepsilon_i^0 + z\theta_{i,i}) dz = A_{ij}\varepsilon_i^0 + B_{ij}\theta_{i,i} \\ (Q_x, Q_y) &= \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} (\sigma_{xz}^n, \sigma_{yz}^n) dz \\ M_i &= \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^n z dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (z\varepsilon_i^0 + z^2\theta_{i,i}) dz = B_{ij}\varepsilon_i^0 + D_{ij}\theta_{i,i} \end{aligned} \quad (2-7)$$

其中  $i, j=1, 2, 6$ ， $Z_n$  則代表第  $n$  層板之下表面至中間面的距離， $A_{ij}$  為拉伸勁度矩陣(Inplane stiffness matrix)、 $B_{ij}$  為偶合勁度矩陣(Bending-stretching coupling stiffness matrix)、 $D_{ij}$  為彎曲勁度矩陣(Bending stiffness matrix)。

$$\begin{aligned} (A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) &= \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (1, z, z^2) dz; \quad i, j=1, 2, 6 \\ A_{ij} &= k_\alpha k_\beta \sum_{n=1}^N \bar{Q}_{ij}^n t_n; \quad i, j=4, 5 \end{aligned} \quad (2-8)$$

其中， $k_\alpha$ 、 $k_\beta$  為剪力修正係數，是參考Whitney [3]所建議之方式決定修正係數。再將沿厚度方向之合力(Force resultant)與合力矩(Moment resultant)寫成矩陣，表示如下：

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ Q_y \\ Q_x \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{44} & A_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{45} & A_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 0 & 0 & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 0 & 0 & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ w_{,y} + \theta_y \\ w_{,x} + \theta_x \\ u_{0,y} + v_{0,x} \\ \theta_{x,x} \\ \theta_{y,y} \\ \theta_{x,y} + \theta_{y,x} \end{Bmatrix} \quad (2-9)$$

若考慮疊層角度對稱之複合材料積層板，且橫向振動問題，可假設 $u_0=0$ 、 $v_0=0$ ，式(2-9)可簡化成：

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} \\ 0 & 0 & 0 & A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{x,x} \\ \theta_{y,y} \\ \theta_{x,y} + \theta_{y,x} \\ \theta_y + w_{,y} \\ \theta_x + w_{,x} \end{Bmatrix} \quad (2-10)$$

## 2-2 多層一階剪變形平板理論

### 2-2-1 位移與應變

將複合材料三明治板的每一層當作一個一階剪變形的位移場，並考慮層與層之間位移的連續性，如圖 2-1 所示。故先假設各層獨自之位移場為：

$$\begin{aligned} u^{(i)} &= u_0^{(i)}(x, y) + z^{(i)}\phi_x^{(i)}(x, y) \\ v^{(i)} &= v_0^{(i)}(x, y) + z^{(i)}\phi_y^{(i)}(x, y) \\ w^{(i)} &= w_0^{(i)}(x, y) = w^{(i)}(x, y) \\ (i &= 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (2-11)$$

其中， $u^{(i)}$ 、 $v^{(i)}$ 、 $w^{(i)}$  分別為任一層在平板參考座標中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  上之位移分量，而  $u_0^{(i)}$ 、 $v_0^{(i)}$ 、 $w_0^{(i)}$  分別代表任一層之層板中間面在方向  $x$ 、 $y$ 、 $z$  上之位移量， $\phi_x^{(i)}$ 、 $\phi_y^{(i)}$  則分別代表為任一層垂直於  $x$ 、 $y$  軸之截面的旋轉量。

本文中將層數設為三層，如圖 2-1 所示，上下面層為玻璃纖維，中心層為巴沙木，依據式(2-11)，並考量每一層於交界面上的位移連續性，可得第一層、第二層及第三層的位移場為

$$\begin{aligned} u^{(1)} &= u_0^{(1)}(x, y) + z^{(1)}\phi_x^{(1)}(x, y) \\ v^{(1)} &= v_0^{(1)}(x, y) + z^{(1)}\phi_y^{(1)}(x, y) \\ w^{(1)} &= w^{(1)}(x, y) = w(x, y) \end{aligned} \quad (2-12a)$$

$$\begin{aligned}
u^{(2)} &= u_0^{(2)} + z^{(2)}\phi_x^{(2)} = u_0^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_x^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(2)}\phi_x^{(2)} + z^{(2)}\phi_x^{(2)} \\
v^{(2)} &= v_0^{(2)} + z^{(2)}\phi_y^{(2)} = v_0^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_y^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(2)}\phi_y^{(2)} + z^{(2)}\phi_y^{(2)}
\end{aligned} \tag{2-12b}$$

$$w^{(2)} = w(x, y)$$

$$\begin{aligned}
u^{(3)} &= u_0^{(3)} + z^{(3)}\phi_x^{(3)} = u_0^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_x^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(3)}\phi_x^{(3)} + z^{(3)}\phi_x^{(3)} \\
v^{(3)} &= v_0^{(3)} + z^{(3)}\phi_y^{(3)} = v_0^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_y^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(3)}\phi_y^{(3)} + z^{(3)}\phi_y^{(3)}
\end{aligned} \tag{2-12c}$$

$$w^{(3)} = w(x, y)$$

其中  $t^{(i)}$  代表第  $i$  層之厚度。若假設厚度方向應變保持不變，即  $\varepsilon_x = 0$ ，

因此應變與位移之關係可表示為：

$$[\varepsilon] = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial v^{(i)}}{\partial y} \\ \frac{\partial u^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial u^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial v^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad i = 1, 2, 3 \tag{2-13}$$

其中  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$  為平板參考座標中  $x$ 、 $y$  上之應變， $\varepsilon_{xy}$  為平板參考座標中  $x$ 、 $y$  上之剪應變， $\varepsilon_{yz}$  為平板參考座標中  $y$ 、 $z$  上之剪應變， $\varepsilon_{xz}$  為平板參考座標中  $x$ 、 $z$  上之剪應變。

對於層板的橫向振動(Transverse vibration)問題，可假設  $u_0^{(1)}(x, y) = 0$  及  $v_0^{(1)}(x, y) = 0$ ，並將式(2-12)代入式(2-13)，可得到應變張量  $[\varepsilon]$ ：

$$[\varepsilon^{(1)}] = \left\{ \begin{array}{c} z^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} \\ z^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} \\ z^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + z^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \\ \phi_x^{(1)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(1)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (2-14a)$$

$$[\varepsilon^{(2)}] = \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{1}{2} t^{(2)} \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial x} + z^{(2)} \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial x} \\ \frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} + \frac{1}{2} t^{(2)} \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial y} + z^{(2)} \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial y} \\ \frac{1}{2} t^{(1)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} t^{(2)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial x} \right] + z^{(2)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial x} \right] \\ \phi_x^{(2)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(2)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (2-14b)$$

$$[\varepsilon^{(3)}] = \left\{ \begin{array}{c} -\frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{2} t^{(3)} \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial x} + z^{(3)} \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial x} \\ -\frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} - \frac{1}{2} t^{(3)} \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial y} + z^{(3)} \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial y} \\ -\frac{1}{2} t^{(1)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \right] - \frac{1}{2} t^{(3)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial x} \right] + z^{(3)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial x} \right] \\ \phi_x^{(3)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(3)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (2-14c)$$

## 2-2-2 應變與應力

複合材料多層一階剪變形平板理論，其單層之應力與應變關係與一階剪變形平板理論是相同的，故其內容與 2-1-2 節一樣。需要注意的是，因為本文的多層一階剪變形平板理論其座標軸只有第一層是置於其中間面，於其他層處並非如此。因此，若將複合材料三明治板分成三個分層時，不管上、下面層其疊層角度對稱與否(圖 2-4)，式(2-9)並不能直接簡化成式(2-10)，因為上、下面層處的  $B_{ij}$  矩陣並非為零。

## 2-3 應變能與動能

考慮任一個單層複合材料層板，應變能可表示為：

$$U_p^{(i)} = \frac{1}{2} \int_V [\sigma^{(i)}]^T [\varepsilon^{(i)}] dV \quad i=1,2,3 \quad (2-15)$$

應用上式與(2-5)、(2-12)式，可求得  $U_p^{(1)}$ 、 $U_p^{(2)}$  及  $U_p^{(3)}$ ，複合材料層板彎曲的應變能為：

$$U_p = \sum_{k=1}^3 U_p^{(k)} \quad (2-16)$$

總應變能  $U$  為複合材料層板彎曲的應變能( $U_p$ )與彈性支承引起的應變能( $U_T$ 、 $U_R$ )之總和。

$$U = U_p + U_T + U_R \quad (2-17)$$

每一單層板的動能  $T^{(i)}$  為：

$$T^{(i)} = \frac{\rho^{(i)}}{2} \int_V \left[ \left( \frac{\partial u^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dV \quad i=1,2,3 \quad (2-18)$$

應用上式與式(2-12)，可求得  $T^{(1)}$ 、 $T^{(2)}$  及  $T^{(3)}$ ，複合材料層板的最大動能為：

$$T = \sum_{i=1}^3 T^{(i)} \quad (2-19)$$

複合材料層板的總能量泛函  $\Pi$  可表示為：

$$\Pi = U - T \quad (2-20)$$

#### 2-4 彈性支承的應變能

對於在平板邊界上有彈性支承的情況，可模擬成如圖2-5所示的連續彈簧，將懸邊元素提供的彈性力等效成橫向(Translation)及旋轉(Rotation)彈簧加以表示，而其所引起的應變能為：

$$U_T = \frac{1}{2} \int_S V_n w dS \quad (2-21)$$

$$U_R = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} \int_S M_n \phi^{(i)} dS \quad (2-22)$$

其中， $U_T$  為橫向彈簧所引起的應變能， $U_R$  為旋轉彈簧所引起的應變能， $S$  為彈性支承的邊界， $V_n$  為橫向力， $M_n$  為彎矩。

橫向力  $V_n$  及彎矩  $M_n$  可分別表示為：

$$V_n = K_{Ln} w \quad (2-23)$$

$$M_n = \sum_{i=1}^3 K_{Rn} \phi^{(i)} \quad (2-24)$$

將式(2-23)和式(2-24)代入式(2-21)及式(2-22)可將應變能表示為：

$$U_T = \frac{K_{L1}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{L2}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=a} dy + \frac{K_{L3}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{L4}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=b} dx \quad (2-25)$$

$$U_R = \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{K_{R1}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{R2}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=a} dy + \frac{K_{R3}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{R4}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=b} dx \right] \quad (2-26)$$

其中， $K_{Ln}$  為平板四邊的橫向剛性(Translational stiffness)， $K_{Rn}$  為平板四邊的旋轉剛性(Rotational stiffness)。

## 2-5 比例阻尼下之位移向量

假設次系統具有比例阻尼(Proportional damping)

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2-27)$$

其中  $\alpha = \xi\omega$ ， $\beta = \frac{2\xi}{\omega}$ ， $\xi$  為阻尼比。

構成方程式為

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\}\sin\omega t \quad (2-28)$$

其中  $\{X\}$  為位移向量。

因為  $[M]$ 、 $[K]$ 、 $[C]$  為實對稱矩陣，所以我們將其對角化為：

$$\begin{aligned} [\Psi]^T[M][\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & & 0 \\ & m_r^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \ddots \end{bmatrix} \\ [\Psi]^T[K][\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & & 0 \\ & k_r^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \ddots \end{bmatrix} \\ [\Psi]^T[C][\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & & 0 \\ & c_r^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \ddots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-29)$$

將  $\{X\} = [\Psi]\{x\}$  代入式(2-28)可表示成：

$$[m_r]\{\ddot{x}\} + [c_r]\{\dot{x}\} + [k_r]\{x\} = [\Psi]^T\{F\}\sin\omega t \quad (2-30)$$

可得位移為：

$$x_r = \frac{F_r}{k_r} \left( \frac{1-\eta^2}{(1-\eta^2)^2 + (2c_r\eta)^2} + j \frac{2c_r\eta}{(1-\eta^2)^2 + (2c_r\eta)^2} \right) \quad (2-31)$$

其中  $\eta = \bar{\omega} / \omega_r$ 。

而位移向量表示為

$$\{X\} = [\Psi]\{x\} = \sum_{r=1}^n \{\Phi\}_r x_r \quad (2-32)$$

## 2-6 聲壓分析

由式(2-32)可以得知在某頻率下之位移向量，即位移量及其相角。在本節中，將由所知的頻率及位移向量，推導出聲壓值公式。但聲壓值的大小會因量測距離和輸入功率不同而有所改變，因此在本研究中基準為量測距離為距平板之中心點一公尺處，輸入功率為一瓦。其示意圖如圖 2-6 所示。

對平面波而言，一維波動方程式為：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2-33)$$

其中， $c$ 為聲音之速度，在室溫  $24^{\circ}\text{C}$ 時， $c=343 \text{ m/s}$ 。

利用一維波動問題 D'Alembert 解，可求得：

$$p(x,t) = f_1(x-ct) + f_2(x+ct) \quad (2-34)$$

其中 $f_1, f_2$ 為任意函數，對於諧波聲場，可直接求解：

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \tilde{p} = 0 \quad (2-35)$$

令 $k = \omega/c$ ，為波數(Wave number)，可求得：

$$\tilde{p}(x) = \tilde{A}e^{-jkx} + \tilde{B}e^{jkx} \quad (2-36)$$

還原成時間域的代表法：

$$p(x,t) = \tilde{A}e^{-j(\omega t - kx)} + \tilde{B}e^{j(\omega t - kx)} \quad (2-37)$$

其中 $\tilde{A}, \tilde{B}$ 為未定複數，對於點聲源而言，3-D 波動方程式在球面座標 (Spherical coordinate) 為：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \tan \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2-38)$$

因為點聲源是一個完全對稱的聲源，所以我們可以預期它所產生的聲場應該不會有方向性，所以可忽略角度相關的項式，式(2-44)可簡化成：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2-39)$$

其中  $r$  為點聲源距量測的距離。式(2-39)可改寫成：

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2}(rp) = \frac{1}{r} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(rp) \quad (2-40)$$

因此

$$\frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rp)}{\partial t^2} \quad (2-41)$$

式(2-41)即為式(2-33)，故可求得：

$$p(r,t) = \frac{1}{r} f_1(r-ct) + \frac{1}{r} f_2(r+ct) \quad (2-42)$$

由於一個點聲源只會發出外傳波(Outgoing wave)，所以

$$p(r,t) = \frac{1}{r} f_1(r-ct) \quad (2-43)$$

對於簡諧球面波(Harmonic spherical wave)而言，

$$p(r,t) = \frac{\tilde{A}}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (2-44)$$

對微小的振動板  $\delta s$  而言，距離振動板  $r$  的聲壓  $p(r,t)$  可由 Rayleigh's first integral 計算出來，其積分型式如下：

$$p(r,t) = \left( \frac{j\omega\rho_{air}u_d\delta s}{2\pi r} \right) e^{j(\omega t - kr)} \quad (2-45)$$

其中  $u_d$  為振動板元素表面之速度， $r$  為量測點至振動板元素之距離， $\rho_{air} = 1.1614 \text{ kg/m}^3$  為空氣密度， $j = \sqrt{-1}$ ，因此對一塊振動板而言，聲壓可寫為：

$$p(r,t) = \frac{j\omega\rho_{air}}{2\pi r} e^{j\omega t} \int_S \frac{u_d(x,y)e^{-jkr}}{r} ds \quad (2-46)$$

設振動板表面元素之振幅大小  $w(r,t) = Ae^{j(\omega t - kr)}$ ，則

$$u_d(x,y) = j\omega Ae^{i(\omega t - kr)} = j\omega w(r,t) \quad (2-47)$$

因此，

$$p(r,t) = -\frac{\omega^2 \rho_{air}}{2\pi r} e^{j\omega t} \int_S \frac{w(r,t) e^{-jkr}}{r} ds \quad (2-48)$$

振動板之聲壓為：

$$P = \left( \frac{-\rho_{air} \omega^2}{2\pi} \right) \sum_i \|w(r,t)\| e^{j(\theta_i - kr_i)} \frac{\Delta S}{r_i} \quad (2-49)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{c_i \omega}{k_i - m_i \omega^2}$$

其中  $\theta_i$  為相角 (Phase angle)

在實務上，通常量測聲音使用的尺度主要原因是聲音的動態範圍非常之大，同時人耳對音量的感覺也是比較接近對數尺度。所以定義聲壓位準 (Sound pressure level) 為：

$$SPL = 20 \log \left( \frac{P_{rms}}{P_{ref}} \right) \quad (2-50)$$

其中聲壓參考值  $P_{ref} = 2 \times 10^{-5}$  Pa，而  $P_{rms}$  為量測點聲壓之均方根值，其公式為：

$$P_{rms} = \left[ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |p(r,t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (2-51)$$

一般在量測聲壓的儀器看到的聲壓曲線即為頻率響應曲線，縱軸為 (dB)，橫軸為激振頻率。

### 三、揚聲板模擬分析

對於振動分析而言，有限元素法的發展也趨於成熟，可將原先複雜的幾何模型分成簡單、小的計算單位，稱之為元素或單元(Element)，而元素和元素間互相連結的點稱為節點(Node)。根據個別元素所受的外力等影響，配合形狀函數，列出其位移及變形的方程式，再組合聯立計算原本整體的位移及變形。本文選用有限元素軟體 ANSYS 進行簡諧激振分析，得到揚聲板上各節點的振幅及相角後，代入聲壓公式計算出各頻率下的聲壓數據，將其連成趨勢線即可得揚聲系統的聲壓曲線。本章將敘述 ANSYS 模型的建立流程與方式和實驗上分析參數的取得。

#### 3-1 數學模型

本研究使用的長型平面揚聲器之結構如圖 1-3 所示，主要結構可分為揚聲板、懸邊、接腳、激振器、音圈及框架。懸邊及接腳各位於揚聲板的邊緣和兩端位置，作為揚聲板的彈性支撐。其中接腳由於揚聲板為狹長型，為穩定板的垂直作動而不發生左右偏振的情況，故置於揚聲板的兩端位置，不同於圓型揚聲器的彈波乃位於中間的音圈處。激振器則發生電磁效應推動音圈，對揚聲板產生簡諧激振力，使揚聲板作活塞運動，在這些主要結構的功能相互配合之下，平面揚聲器即可發出悅耳的聲音。

以數值模擬分析所建構的模型，懸邊、接腳主要作用為提供揚聲板彈性支撐，故簡化以彈簧元素( $k_s$ 、 $k_f$ )模擬其在揚聲器上之功能；懸邊重量( $m_s$ )及音圈黏著在板上的膠重量( $m_v$ )，則以質量元素模擬之；激振器所產生的簡諧激振力，使平板作動而達到揚聲的目的，在數學模型中，以一環狀排列的簡諧施力 $f(t)$ 模擬揚聲板所受到的激振力。揚聲板簡化後之數學模型如圖 3-1 所示。

### 3-1-1 模擬元素的選擇

本節陳述 ANSYS 有限元素模擬分析揚聲器揚聲板的過程，選用符合多層一階剪變形理論的殼元素 Shell 91 來模擬揚聲板三明治加勁的區域及心層未加勁的區域，此種元素為二維模擬三維問題的殼元素，可設定複合材料板的疊層數目、各疊層之纖維角度及各疊層之材料常數，故藉此元素模擬上述具彈性支撐之複合材料平板。揚聲板的彈性支撐部份則以彈簧元素 COMBIN14 模擬，並設定此彈簧元素為單一方向、垂直平板運動，藉此模擬其彈性支撐的運動行為。由於懸邊、接腳及音圈實體結構對揚聲板產生振動變形影響較小，所以僅用 MASS21 元素來模擬懸邊在平板邊緣所存在的等效質量效應。

### 3-1-2 模型建立步驟

(一)前處理：

1. Preprocessor → Element type：選擇揚聲板 shell91，彈簧元素 spring-damper 14，附加物質量點 mass21。
2. Preprocessor → Real constant：設定元素之參數、彈簧常數、質量參數等。
3. Preprocessor → Material Props → Material Models：設定揚聲板、音圈之材料性質。
4. Preprocessor → Modeling：由點、線、面建立揚聲板的模型外觀。
5. Preprocessor → MeshTool：選擇各面積之元素參數、材料性質、各元素之尺寸大小，並分割元素。
6. Preprocessor → Modeling → Copy → Nodes：將必須建立彈簧的地方偏移複製，偏移之距離即為彈簧之長度。
7. Preprocessor → Modeling → Create → Elements → Auto Numbered → Thru Nodes：逐一點選以兩個節點為一組之節點來建立彈簧元素，亦可由迴圈程式輔助完成此重複性動作。

8. Preprocessor → Modeling → Create → Keypoints → on Node：逐一點選音圈、支承部份的位置建立 Keypoints。
9. Preprocessor → MeshTool：選擇音圈、支承的元素參數。
10. Preprocessor → Coupling/Ceql → Coincident Nodes：將音圈元素與揚聲板模型上相同位置之節點設定成具有相同的自由度，來模擬揚聲板上附加音圈的真實狀況。

前處理至此完成，依前述步驟完成的有限元素模型示意圖如圖 3-2 所示。

### (二) 模態分析：

11. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，自然頻率模態分析點選“Modal”。
12. Solution → Analysis Type → Analysis Options：No. of modes to extract 為要分析的模態個數。
13. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。
14. Solution → Solve → Current Ls：求解。
15. General Postproc → Results Summary：列出所有的自然頻率。
16. General Postproc → Read Results → By Pick：選出想看 Mode Shapes 的自然頻率。
17. General Postproc → Plot Results → Contour Plot → Nodal Solu：再選 Nodal Solution → Z-Component of displacement，列出 Z 方向的位移。即可得到自然頻率及模態。

### (三) 分析聲壓：

18. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，簡諧頻率響應分析點選“Harmonic”。
19. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。

20. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Force/Moment → On Nodes：在位於音圈底部的節點施予 Z 方向且相角為零之推力。
21. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Damping：輸入系統阻尼  $\alpha$ 、 $\beta$  的值。
22. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Freq and Substps：輸入欲分析頻率響應之頻寬。
23. Solution → Solve → Current Ls：求解。
24. TimeHist Postpro → List Variables：輸出揚聲板模型全部節點的振幅及相角。

由上面簡諧激振分析可得到以下資料：

- (1) 節點編號 NodeNo(i) 及位置  $x(i), y(i), z(i)$
- (2) 第 i 節點在第 j 頻率的振幅 Amplitude(i,j) 及相角 phase(i,j)

### 3-2 模擬分析之參數

ANSYS 模型中質點元素、彈簧元素的各參數和模擬音圈激振的施力皆可由實驗取得。如圖 5-14 和表 3-1 為平面揚聲板揚聲器的阻抗圖和單體參數值。由第五章介紹之阻抗量測實驗可測得參數值中的  $M_{ms}$ 、 $C_{ms}$  及  $BL$  值。系統的  $\alpha$ -damping 和  $\beta$ -damping 可由第五章介紹之阻尼量測實驗求得。

#### 3-2-1 材料常數的給定

本文使用之具複合材料加勁揚聲板由心層的巴沙木材料與面層的玻璃纖維材料組成，各材料常數如表 3-2 所示。

#### 3-2-2 質點元素的參數

質點元素方面，音圈、支承材料質量可在組裝前直接以電子秤量測，

然後將揚聲板、音圈、支承材料的所有的質量加總再和參數值中的  $M_{ms}$  值作比較和驗證，實驗中量測加總的質量和  $M_{ms}$  的值是吻合的，其中  $M_{ms}$  值是揚聲器揚聲板系統之重量，因此可以確認所有的質點元素的參數值皆可給定。

### 3-2-3 彈簧元素的參數

彈簧元素方面，彈簧常數的給定可由參數中的  $C_{ms}$  值計算出來。 $C_{ms}$  是指系統每牛頓施力產生的位移，故系統的等效彈簧彈性係數  $k=1/C_{ms}$ 。

### 3-2-4 激振力的給定

圖 3-3 為一個圓形激振器的剖面模型。當音圈通電後會受到電磁力 (Lorentz force) 而開始作上下運動。設音圈卷幅在磁場範圍中的總長度為  $L$ ，電流為  $I$ ，音圈會受到一個垂直磁場方向與電流方向的力量  $F$ 。激振器的磁路設計，即是在音圈卷幅的放置範圍內，提供一個橫方向近似均勻的磁場。其推力的關係式如下：

$$\vec{F} = \int (\vec{I} \times \vec{B}) d\ell \quad (3-1)$$

其中  $B$  為磁通密度，單位為 T (Tesla)；電流  $I$  的單位為 A (安培)；力量  $F$  的單位為 N (牛頓)。因所需的推力方向固定，所以式(3-1)可以簡化為純量關係式：

$$F = BLI \quad (3-2)$$

$F$  即為揚聲系統的激振力，其中  $BL$  值可由量測取得，且由於線圈阻抗  $R$  為已知，而本文量測聲壓時使用標準的量測功率為一瓦，再由  $W=I^2 R$  (其中  $W$  為功率， $I$  為電流) 即可計算出  $I$  值，即確定了分析中所需的激振力  $F$ 。

### 3-2-5 阻尼比的給定

本文依照 5-3-1 節實驗方法取了兩個頻率來計算  $\alpha$ -damping 和  $\beta$ -damping，並藉由 Bandwidth method 來計算各激振頻率之系統阻尼比。其中 peak 為某一共振頻率相對應之振幅， $f_1$  及  $f_2$  為曲線和  $\frac{peak}{\sqrt{2}}$  值之交點所對應的頻率，求得共振頻率之阻尼比為：

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (3-3)$$

再利用 Rayleigh damping 將頻率響應實驗計算得到的系統阻尼比，利用下式求得系統的  $\alpha$ -damping 和  $\beta$ -damping：

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2} \quad (3-4)$$

觀察上式可以得知阻尼比並不是一個定值，而是會隨著頻率不同以及  $\alpha$ -damping、 $\beta$ -damping 而改變。

根據文獻[14]指出，改變  $\alpha$ -damping 對聲壓曲線造成的最大影響是  $f_0$  的部份，至於高頻部分幾乎沒什麼改變，改變  $\beta$ -damping 對低頻部分影響相當的小，高頻部分才看的出其差異，因此本文取了兩個頻率來計算  $\alpha$ -damping 和  $\beta$ -damping，取低頻區的第一個自然頻率且忽略  $\beta$ -damping 的影響來計算  $\alpha$ -damping，還有在高頻區 10KHz 之後找一個明顯的突起並忽略  $\alpha$ -damping 的影響來計算  $\beta$ -damping。

#### 四、最佳化設計之理論

最佳化設計為一種廣泛被工程界各行業所使用來協助執行工程設計工作的一種電腦輔助工程技術。在過去二十年來，最佳化設計的技術在科技先進國家中已被成功地應用在航太工業、汽車工業、機械工業、電子與電機工業、石化工業，及其他更多數不清的行業領域中，協助執行各種設計工作。最佳化設計技術也在科技先進國家所設計出的無數高品質產品中扮演不可或缺的角色。另外，尤其是有些領域上的問題是沒有解析解的，或是問題同時有太多的考量因素與條件時，都可以將這些棘手的問題轉換變成數學模式的最佳化問題，再藉由電腦的計算和模擬，而獲得解答。本文將應用最佳化設計方法，找出長型平面揚聲器最適當之揚聲板心層厚度及玻璃纖維加勁長度，以增加聲壓感度及降低中音谷落差使整體聲壓曲線更為平滑，達到揚聲品質更加悅耳之目的，在本章中將簡明地敘述這個方法及最佳化演算法的基本概念。

傳統有關求解最佳化模型的數值方法，可以分為無限制條件和有限制條件。首先考慮「無限制條件」：1. 單變數函數最小值搜尋，這是多變數目標函數最小值演算法的基礎，而其方法有解析解方法求函數一次微分為零的解；若一次微分很難求得、不存在或不連續時，應用數值迭代方式直接求解的零次方法，如二分法的「費邦那西搜尋」(Fibonacci search)、「黃金分割搜尋」(Golden section search)和割線法 (Secant method)；或使用二次方法的多項式近似法之「牛頓法」等。2. 多變數函數最小值搜尋，其方法有「零次方法」的隨機搜尋法、前面提到的「費邦那西搜尋」、「黃金分割搜尋」；或使用一次、二次之直線搜尋 (Line search) 法，如「準牛頓法」(Quasi-Newton method)、「牛頓法」(Newton method)。接下來則是考慮「有限制條件」：1. 單變數函數最小值搜尋，其方法有直接搜尋法 (多項

式近似法、費邦那西搜尋法與黃金分割搜尋法)；或懲罰函數 (Penalty function) 法配合循序無限制 (Sequential unconstrained) 條件最小化技巧，將問題轉換為無限制條件最佳化問題。2. 多變數函數最小值搜尋，其方法有「直接搜尋法」的可行方向法、梯度投影法；應用「懲罰函數法配合循序無限制條件最小化技巧」將原先的有限制條件的非線性問題，轉換成一系列的無限制條件最佳化問題；線性規劃法 (Linear programming, LP)；或是循序線性規劃法 (Sequential linear programming, SLP) 與循序非線性規劃法 (SNLP) 等。

#### 4-1 數學函數

在工程設計上，整個設計的流程其實很自然的包含了迴圈形式的迭代過程。設計者經由不斷地深入了解問題，思考解決方法、而產生了各種新的方案，再藉由不斷的試驗評估其可行性，最後在有限的時間和資源條件限制下，找出一個最好的解決方案，而這其實就正是最佳化設計的流程。最佳化設計乃是尋找一組變數  $x$ ，而  $x \in X \subset R^n$ ，使得在受某些限制條件下或在不受限制條件的系統模式 (目標函數)  $F(x)$  能夠達到最佳性能 (目標函數之最大值或最小值)。最佳化設計的程序，是先經由有系統的整理相關領域知識後，再將實際問題建立成正確的最佳化數學模型，再以數值方法求解最佳的解，數值方法概以沿著搜尋軌跡做反覆迭代來改變設計變數的值以達到目標函數之最佳解。而最佳化設計其數學標準形式描述如下：

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} : F(x) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) \\
 & \text{s.t.} : h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, p \\
 & \quad \quad g_k(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad ; \quad k = 1, 2, \dots, m \\
 & \quad \quad x_{il} \leq x_i \leq x_{iu} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{4-1}$$

其中  $n$ 、 $p$  和  $m$  分別為設計變數、等式限制條件及不等式限制條件之數目， $x_{il}$  和  $x_{iu}$  則為設計變數之合理上、下限制容許值 (Lower bound and upper

bound)。

因此，將應用廣義拉格蘭吉乘子法 (Augmented Lagrange multiplier method) [15] 將原始受限制條件問題先轉變成無限制條件的問題進行最佳化運算。此演算法是基於運動質點在保守力場中能量守恆觀點，在無限制條件下的目標函數  $F(x)$  (即位能值)，應用隨機起始點搜尋最小位能，如圖 4-1 所示。

本研究以揚聲板心層厚度及玻纖加勁長度作為設計參數，如圖 4-2 所示意，目標為達到最大聲壓感度且增加聲壓曲線的平滑區域，因此將負數之平均聲壓作為目標函數，聲壓的平滑性作為限制條件，其最佳化設計之數學形式描述如下：

$$\begin{aligned} \text{Minimize} & : e(x) = -P_{avg} \\ \text{Subject to} & : x_j^L \leq x_j \leq x_j^U \quad j = 1, \dots, n_t \\ & (P_i - P_{avg})^2 \leq 5 \quad i = 1, \dots, n_p \end{aligned} \quad (4-2)$$

其中  $P_{avg}$  為平均聲壓， $x_j$  為設計變數， $x_j^L, x_j^U$  為設計變數的上、下界，上、下界之值將在第六章給定， $n_t$  表示設計變數總個數， $P_i$  為所選限制頻率之聲壓， $n_p$  表示選取限制頻率總個數。

再將限制條件中的式子整理改寫成小於、等於零的不等式，如下式所示：

$$g_k = \begin{cases} x_k - x_k^U \leq 0 & \text{if } k = 1, \dots, n_t \\ x_k^L - x_k \leq 0 & \text{if } k = n_t + 1, \dots, 2n_t \\ (P_{k-2n_t} - P_{avg})^2 - 5 \leq 0 & \text{if } k = 2n_t + 1, \dots, 2n_t + n_p \end{cases} \quad (4-3)$$

由於原函數為有限制條件的目標函數，本研究應用廣義拉格蘭吉乘子法 [15] 將原函數中的限制條件，分別乘上一個拉格蘭吉乘子，再加入原本的目標函數中，則可以使原本具限制條件的目標函數  $e(x)$ ，轉變成無限制條件的新目標函數  $F(x)$ ，如式 4-5 所示。

$$F(x) = e(x) + \sum_{k=1}^{2n_t+n_p} (\mu_k z_k + r_p z_k^2) \quad (4-4)$$

其中  $z_k = \max[g_k, \frac{-\mu_k}{2r_p}]$ ， $\max[*,*]$ 表示取括號中之最大值。  $\mu_k$ 、 $r_p$ 為拉格蘭

吉乘子。而拉格蘭吉乘子疊代方程式如下式所示：

$$\begin{aligned} \mu_k^{m+1} &= \mu_k^m + 2r_p^m z_k^m & k=1, \dots, 2n_t + n_p \\ r_p^{m+1} &= \begin{cases} \gamma_o r_p^m & \text{if } r_p^{m+1} < r_p^{\max} \\ r_p^{\max} & \text{if } r_p^{m+1} \geq r_p^{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (4-5)$$

$k$ 表示疊代次數，而各個疊式起始值，參考文獻[13]的設定值，如下所示：

$$\begin{aligned} \mu_k^0 &= 1.0 & k=1, \dots, 2n_t + n_p \\ r_p^0 &= 0.4 & \gamma_o = 2.5 & r_p^{\max} = 100 \end{aligned} \quad (4-6)$$

## 4-2 最佳化搜尋方法

由隨機起始點之方式，找出初始值  $x$ ，而  $x \in X \subset R^n$ ，使用搜尋軌跡方式是基於單位質量的質點在  $n$  維保守力場中的運動方程式及初始條件而來，如下所示：

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= -\nabla F(x(t)) \\ x(0) &= x_0 \quad ; \quad \dot{x}(0) = 0 \end{aligned} \quad (4-7)$$

然後以能量守恆的觀念來計算出目標函數值，其中  $F(x(t))$ 為質點位能，也是計算中的目標函數， $\dot{x}$ 、 $\ddot{x}$ 分別表示質點  $n$  維空間上的速度與加速度。將式(4-7)乘以  $\dot{x}(t)$ ，可以得到

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \|\dot{x}(t)\|^2 \right) = -\nabla F^T(x(t)) \dot{x}(t) \quad (4-8)$$

再將式(4-8)對時間  $t$  做積分，範圍從 0 到  $t$ ，便可得到能量守恆關係式。如下列式子所示：

$$\frac{1}{2}\|\dot{x}(t)\|^2 + F(x(t)) = \frac{1}{2}\|\dot{x}(0)\|^2 + F(x(0)) = F(x_0) \quad (4-9)$$

再以三個條件來判別質點行進方向或停止搜尋：

1. 當條件式  $-\nabla F^T \dot{x} > 0$  成立時：

當質點的加速度與速度分量乘積合為正時，可視為加速度與速度是同方向，表示質點將沿著搜尋軌跡下降最快的方向移動。此時位能減少，則動能持續增加，而目標函數值將會降低，質點行進方向以迭代法來改變，所以  $x$  值經過  $k$  次迭代後的改變值如下：

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \dot{x}_k \Delta t \\ \dot{x}_{k+1} &= \dot{x}_k - \nabla F(x_{k+1}) \Delta t \end{aligned} \quad (4-10)$$

其中  $x_0$ ， $\dot{x}_0$  及時間步階  $\Delta t$  皆已給定。所以由上式亦可滿足近似之能量守恆關係：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\|\dot{x}_{k+1}\|^2 + F(x_{k+1}) &= \frac{1}{2}\|\dot{x}_k\|^2 + F(x_k) + \frac{1}{2}\|\nabla F(x_{k+1})\|^2 (\Delta t)^2 \\ &\quad - \frac{1}{2}(\Delta x_k)^T H(\tilde{x}) \Delta x_k \end{aligned} \quad (4-11)$$

其中  $H(\tilde{x})$  為黑森矩陣 (Hessian Matrix)：

$$\tilde{x} \approx x_{k+1} - \Delta x_k r \quad ; \quad 0 \leq r \leq 1 \quad (4-12)$$

2. 若條件式  $-\nabla F^T \dot{x} < 0$  成立時：

表示質點的加速度與速度是反方向，此時表示質點位能增加，則動能減少，所以質點軌跡移動的方向應往相反方向搜尋。

3. 臨界點的判斷：

若以  $F_t$  當作在此搜尋軌跡中所找到的最低位能，且目標函數滿足下列兩個條件之一時，就得終止搜尋，並將此軌跡位置當作區域極小值的變數值。其目標函數滿足的兩個條件之一如下：

$$F(x(t)) - F_t > \alpha(F(x_0) - F_t)$$

$$T = \frac{1}{2} |\dot{x}_{k+1}|^2 < (1 - \alpha)(F(x_0) - F_t) \quad (4-13)$$

其中 $\alpha$ 為給定之參數值，本文設定為 0.95。

### 4-3 總域極小值

藉由隨機多起始點的方法以及區域極小值的計算，再配合貝氏分析法作為基準，即經過  $n$  次的隨機取樣次數中，若有  $r$  次均落在  $F^*(x)$  值的收斂範圍內時，且機率大小必需滿足(4-14)不等式，則可將  $F^*(x)$  視為總域極小值  $\bar{F}(x)$ 。本文定為機率若大為 0.95，則視為總域極小值。

$$P_r \left[ \bar{F}(x) = F^*(x) \right] \geq q(n, r) = 1 - \frac{[(n+1)!(2n-r)!]}{[(2n+1)!(n-r)!]} \quad (4-14)$$

### 4-4 應用於聲壓分析之程序

首先由最佳化設計程式所得之隨機起始值轉換成實際揚聲器之設計參數，代入有限元素軟體 Ansys 建立有限元素模型，進行受簡諧激振響應之振動模擬分析，計算給定之激振頻率下揚聲板各節點的振幅與相角，再代入 2-7 節所述之聲壓方程式，可得各頻率下之聲壓值，代回最佳化設計程式，取其平均之負值即為原目標函數  $e(x)$ ，再加上拉格蘭吉乘子法可得新目標函數  $F(x)$ 。由 4-2 節所述之搜尋方法，得到搜尋軌跡上的下一點位置  $x'$ ，同樣再代入 Ansys 的模型，進行聲壓分析得平均聲壓之負值  $e'(x)$ ，再以拉格蘭吉乘子法得到新目標函數  $F'(x)$ 。經過如此的反覆疊代搜尋，求得區域極小值，接著再作第二個起始點之搜尋，同樣經過上述運算之後，得到第二個區域極小值。如 4-3 節所述，由 IMSL 套裝軟體副程式 RNUN 隨機產生 3 組不同的起始點，當機率大於 0.95 時，即視為獲得總域極小值  $F^*(x)$ ，而總域極小值的位置  $x$  即為揚聲器的最佳設計參數值。

## 五、揚聲器製作與實驗

### 5-1 揚聲器製作

#### 5-1-1 揚聲板製作

首先由冷凍庫中取出複合材料預浸材，並在室溫下靜置 12~14 小時。依需要裁出所需要的巴沙木的尺寸，本文探討的揚聲器揚聲板尺寸如圖 5-1 所示。在鐵板上依序放置輔助材及複合材料與巴沙木(圖 5-2)，並抽真空，再將鐵板置於熱壓機進行熱壓(圖 5-3)，依加溫時間-溫度關係及溫度-壓力關係(圖 5-4)來控制揚聲板成型條件。等時間一到，關掉熱壓機的溫度，使揚聲板在室溫下自然冷卻，待冷卻到室溫時，再將揚聲板取出，即製作完成(圖 5-5)。

#### 5-1-2 音圈、激振器、懸邊、治具及接腳

音圈部份為設計好各尺寸高度後委託廠商製作(圖 5-6)。激震器部分亦為設計好各尺寸高度，委託廠商製作各零件，再以 AB 膠黏好成型後充磁，本文所使用到的激震器尺寸如圖 5-7 所示。懸邊亦將外型以 CAD 軟體繪製再委託廠商製作。框架(圖 5-8)則是利用 CAD 軟體繪製後委託 CNC 加工廠製作。組裝過程所需定位之治具利用 CAD 軟體繪製，再以巴沙木為材料裁切組合而成(圖 5-9)。接腳(圖 5-10)的橫梁部份同樣以 CAD 軟體繪製，由 CNC 加工製作，中間則為碳纖維複合材料，底部則由泡棉組成。

### 5-2 揚聲器組裝

將揚聲版與外框固定於治具中，將懸邊固定於懸邊治具黏著揚聲板與外框。接著將彈性支承黏著於揚聲板與外框。再以音圈治具將音圈黏於揚聲板上，等待粘著劑乾燥固定。置入激震器於外框上，即完成揚聲器製作(圖

5-11)。

### 5-3 揚聲器實驗程序

#### 5-3-1 阻尼量測實驗

本實驗使用 B&K 的 PULSE 頻譜分析儀和雷射測速儀進行揚聲板之頻率-響應量測，並藉由 Bandwidth method 來計算各激振頻率之系統阻尼比。

##### 1. 基本設備

- (1) PULSE 信號收集及處理器
- (2) PULSE 軟體
- (3) Polytec OFV350 雷射測速儀
- (4) Polytec OFV2500 測速儀控制器
- (5) 個人電腦
- (6) 組裝好之平面揚聲器

將儀器如圖 5-12 所示架設。

##### 2. 實驗程序

- (1) 將待測之平面揚聲器放置在一固定台上。
- (2) 啟動 PULSE 程式，設定好量測頻寬、解析度、激發方式、訊號模擬方法等。
- (3) 先將 OFV2500 控制器接上 OFV350 雷射測速儀對平面揚聲器進行對焦，盡量使控制器接受訊號強度達到最大，再將 PULSE 訊號分析儀之訊號(輸出電壓)經電纜線接到激振器上。
- (4) 驅動激振器，並將傳回的訊號分析處理，由於所傳回之訊號為揚聲板之速度，需要將訊號對時間做一次積分以便得到揚聲板的位移響應。
- (5) 利用 Bandwidth method 處理揚聲板之位移響應，以得到某自

然頻率之阻尼比。

### 5-3-2 聲壓量測實驗

聲壓量測以 LINEARX 公司出的 LMS 聲壓測試系統。設備介紹如下：

- (1) LMS 聲壓測試系統(內含寬頻雜訊產生器、聲壓頻譜分析)
- (2) 桌上型電腦
- (3) 訊號放大器(Amplifier)
- (4) 麥克風

將揚聲器如圖 5-13 所示架設於障板上。

量測步驟如下：

- (1) 將揚聲器架設妥當。
- (2) 軟體內部校正及外部校正，並將環境設定完成(如：測試頻寬、測試速度、解析度)。
- (3) 麥克風放置在離揚聲器中心一公尺外之同一高度腳架上。
- (4) 待一切準備就緒，啟動電腦發出訊號，由麥克風接收聲壓訊號，傳回電腦。
- (5) 將曲線平滑處理，平滑的參數是  $1/3$ (Octave width to smooth by 0.3333)，即可得出頻率響應之聲壓曲線圖。

### 5-3-3 阻抗量測實驗

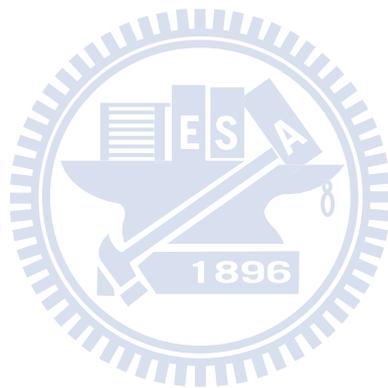
使用 LMS 系統，經過校正後，可量測出揚聲器系統的阻抗圖，圖中阻抗曲線第一個突起的頂峰頻率就是整個揚聲器系統的第一個自然頻率  $f_0$ 。

### 5-3-4 單體參數量測實驗

同阻抗量測試驗，量測出第一條同上未加質量時的阻抗曲線，再附加

額外的質量黏在板子中央處，所附加的質量要讓附加質量後量測出的阻抗曲線的第一個突起頂峰頻率較第一條阻抗曲線的第一個突起頂峰的頻率值減少 20%~50%才可計算出準確的參數值，一般來說所附加的質量接近揚聲板的質量即可在此範圍內。

量測出兩條阻抗曲線後(圖 5-14)，在 LMS 程式之揚聲器參數計算之視窗(圖 5-15)選取未加附加質量以及有附加質量之阻抗曲線，輸入音圈阻抗、揚聲板的面積和附加的質量即可計算出揚聲器相關參數。



## 六、結果與討論

### 6-1 實驗與模擬之結果

本章將討論以心層厚度、面層加勁長度為設計變數，進行揚聲器聲壓感度的最佳化之結果。首先依據 5-1-1 節所述方法，以熱壓方式將 5 mm 寬全長加勁的玻璃纖維複合材料黏著於 1.5 mm 厚的巴沙木的中間處，如圖 5-1 所示，加上二面層玻纖厚度，則板子總厚度為 1.8 mm。接著再與其他元件組裝成揚聲器，進行聲壓量測實驗，所得聲壓曲線圖如圖 6-1 所示，由圖可發現約 800 Hz 有明顯的中音谷落差。由阻抗量測實驗可得揚聲器相關參數，如表 3-1 所示。巴沙木與玻璃纖維複合材料之材料常數如表 3-2 所示。再以這些參數利用有限元素分析軟體 Ansys 建構出揚聲板有限元素模型，如圖 3-2 所示。進行受簡諧激振響應之振動模擬分析，求得揚聲板各節點的振幅與相角，代入 2-7 節所述之聲壓方程式，可得各頻率下之聲壓值，本文頻率選取範圍及個數：0~2000 Hz 均分為 100 個頻率點，2000~20000 Hz 均分為 50 個頻率點。再以 LMS 軟體繪製成聲壓曲線圖，並與實驗量測之曲線作比較，如圖 6-2 所示。由於本文所探討主要為中低頻處的聲壓頻寬，如何得到最大聲壓感度以及聲壓平滑性，由圖可發現從第一個自然頻率至中音谷處，實驗與模擬所得之聲壓有相當的穩合性，雖然高頻之聲壓並不太符合，但不在本文討論範圍內，故將以此模型進行最佳化設計的討論。由圖 6-2 可知，約 700 Hz 處開始產生中音谷的落差，再由模擬觀察其共振模態，頻率為 750.9 Hz，如圖 6-3 所示，是為彎矩模態，乃是發生中音谷之主因，與前面所述在此可得驗證。而此模態之節線圖，如圖 6-4 所示，節線約產生在揚聲板中心至兩端中間處，朝板子上下振動之面積大約相同，故造成較大的中音谷落差。

進行揚聲器聲壓最佳化設計的設計變數：心層巴沙木的厚度、面層玻

璃纖維複合材料加勁的長度，探討其最佳化後之聲壓曲線所改善之程度，將分為四種組合作為討論，分別為：1.單一心層厚度。 2.二種心層厚度。 3.單一心層厚度、雙面層加勁長度。 4.單一心層厚度、單面層加勁長度。其編號表示與設計參數說明如表 6-1 所示。因中音谷發生頻率約在 700~900 Hz，且為了增加聲壓平滑的頻寬，故作為目標函數之平均聲壓選取頻率範圍為 500~1500 Hz，共取五個頻率點計算其聲壓值，分別為 700、900、1100、1300、1500 Hz。而作為聲壓平滑限制，則取前三個頻率之聲壓值，分別為 700、900、1100 Hz。

## 6-2 T1 最佳化之結果

以單一心層厚度作為設計變數 $x_1$ ，其下界為 1 mm，上界為 5 mm，其設計參數示意如圖 6-5 所示。進行最佳化設計搜尋總域極小值，所得搜尋結果如表 6-2 所示。最佳化後的心層厚度為 3.19 mm，代入模型作簡諧激振分析並計算聲壓，得到聲壓曲線如圖 6-6 所示。最佳化後的聲壓曲線與實驗作比較，可以發現得到了更寬廣的平滑聲壓，其彎矩模態如圖 6-7 所示，發生在頻率 1521 Hz 處，是使得中音谷往高頻移動的主因。觀察圖 6-8 之節線圖，與原始模擬之節線位置幾乎相同，因此中音谷落差依然相當大。也由於最佳化後的心層厚度比實驗大了一倍，重量增加的因素下，使得聲壓感度下降。所以心層厚度變厚，增加了轉動慣量，能夠抑制揚聲板變形量，使得彎矩模態發生在更高頻處，增加平滑聲壓的頻寬，但也使得重量增加，犧牲了聲壓感度。

## 6-3 T2 最佳化之結果

以二種心層厚度作為設計變數，其設計參數示意如圖 6-9 所示，中間厚度設為 $x_1$ ，兩端厚度設為 $x_2$ ，其下界皆為 1 mm，上界皆為 5 mm。進行最佳化設計搜尋總域極小值，所得搜尋結果如表 6-3 所示。最佳化後的中間心

層厚度為 3.59 mm，兩端心層厚度為 2.19 mm，代入模型作簡諧激振分析並計算聲壓，得到聲壓曲線如圖 6-10 所示。最佳化後的聲壓曲線與實驗、T1 作比較，可以發現與 T1 相同，得到了更寬廣的平滑聲壓，其彎矩模態如圖 6-11 所示，發生在頻率 1522 Hz 處，一樣是使得中音谷往高頻移動的主因。觀察圖 6-12 之節線圖，同樣與原始模擬之節線位置幾乎相同，因此中音谷落差依然相當大。也由於最佳化後的心層厚度比實驗之厚度為大，重量增加的因素下，使得聲壓感度下降。所以 T2 最佳化所得之聲壓曲線與 T1 幾乎不異，僅是聲壓感度略為提升。故後述之心層厚度將只以單一層作為設計變數，再加上玻璃纖維複合材料加勁的長度作探討。

#### 6-4 T1-L2 最佳化之結果

以單一心層厚度作為設計變數  $x_1$ ，其下界為 1 mm，上界為 5 mm，雙面層玻璃纖維複合材料加勁長度作為設計變數  $x_2$ ，其下界為 0 mm，上界為 50 mm，其設計參數示意如圖 6-13 所示。進行最佳化設計搜尋總域極小值，所得搜尋結果如表 6-4 所示。最佳化後的心層厚度為 3.10 mm，雙面層玻纖加勁長度為 40.16 mm，代入模型作簡諧激振分析並計算聲壓，得到聲壓曲線如圖 6-14 所示。最佳化後的聲壓曲線與實驗、T1 作比較，可以發現與 T1 相同，得到了更寬廣的平滑聲壓，其彎矩模態如圖 6-15 所示，發生在頻率 1515 Hz 處，一樣是使得中音谷往高頻移動的主因。觀察圖 6-16 之節線圖，同樣與原始模擬之節線位置幾乎相同，且中音谷落差明顯增大。而最佳化後的心層厚度比實驗之厚度為大，重量增加的原因，使得聲壓感度下降，只有中音谷前段部份聲壓感度比 T1 為高。故最佳化結果，其聲壓曲線與 T1 結果相近。

#### 6-5 T1-L1 最佳化之結果

以單一心層厚度作為設計變數  $x_1$ ，因只有單面層加勁，滿足 Ansys 的

shell91 元素心層厚度需大於總厚度的  $7/9$  的條件下，其下界可下修為 0.5 mm，上界為 5 mm，單面層玻璃纖維複合材料加勁長度作為設計變數 $x_2$ ，其下界為 0 mm，上界為 50 mm，其設計參數示意如圖 6-17 所示。進行最佳化設計搜尋總域極小值，所得搜尋結果如表 6-5 所示。最佳化後的心層厚度為 0.59 mm，單面層玻纖加勁長度為 27.94 mm，代入模型作簡諧激振分析並計算聲壓，得到聲壓曲線如圖 6-18 所示。最佳化後的聲壓曲線與實驗作比較，在得到了更寬廣的平滑聲壓情況下，因為其心層厚度比實驗的心層厚度為小，因此聲壓感度在第一個自然頻率處較高。其彎矩模態如圖 6-19 所示，而其節線圖如圖 6-20 所示，雖然彎矩模態發生的頻率往低頻移動，但因為節線的改變，使得揚聲板上下變形造成聲壓相消的量大大地減少，明顯縮小了中音谷的落差。

由這四種設計參數組合進行最佳化設計的結果，可以發現 T1-L1 的聲壓曲線相較於其他三種，有最高的聲壓感度，且聲壓的平滑性亦有良好的表現，故將實作 T1-L1 之揚聲板，進行聲壓量測實驗，與最佳化模擬結果作比對驗證。

## 6-6 T1-L1 實驗結果

將 T1-L1 最佳化設計模擬結果：心層厚度為 0.59 mm，單面層玻璃纖維複合材料加勁長度為 27.94 mm，進行實作熱壓成型實體揚聲板，並組裝成揚聲器作聲壓量測實驗，獲得聲壓頻率響應曲線圖。由於 T1-L1 實驗之揚聲器與模擬之揚聲器不同，故二者揚聲器參數並未完全相同，會有誤差產生，因此將修正系統總質量與 cms 值，使得二者之第一個自然頻率能夠相符合，如圖 6-21 所示。由圖可以發現，實驗的聲壓曲線中音谷落差有明顯的縮小，與最佳化模擬的聲壓曲線相同，得到了寬廣的平滑聲壓頻寬。實驗與模擬都能獲得更寬廣的平滑聲壓曲線，且能維持高聲壓感度，因此 T1-L1 的最佳化模擬結果能夠由實驗得到有效的驗證。

## 七、結論與未來研究方向

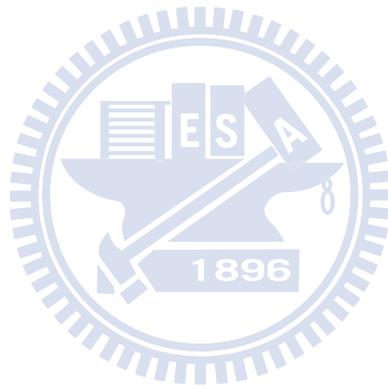
### 7-1 結論

本文研究以揚聲板心層厚度及面層加勁長度為設計變數，透過最佳化設計方法，獲得揚聲器最大之聲壓感度及增加聲壓曲線之平滑區域。因長形揚聲板易受彎矩模態變形而使聲壓在中音域下有所落差，且心層厚度與面層加勁長度的改變，會使揚聲板重量、剛性及板變形量發生改變，進而造成聲壓感度高低及中音谷落差大小的影響。故本研究使用有限元素法建構揚聲板數學模型，進行揚聲板的振動及聲傳分析，再將揚聲板分成多個不同厚度的區域，作為設計參數，以聲壓感度為目標函數，聲壓的平滑性為限制條件，利用最佳化設計方法改善揚聲器之聲壓曲線表現。並以四種設計參數組合作為最佳化設計搜尋探討，經由最佳化設計結果與實驗驗證結果及討論，可得以下幾點結論：

1. 揚聲板心層以單一厚度製作即可，無需將心層部份分成多種不同厚度，由本研究設定之目標所得結果可知，影響因素很小。
2. 透過最佳化設計改變心層厚度、面層長度，在獲得最大聲壓感度前提下，有效地改善中低頻率的聲壓曲線平滑性，因此最佳化設計方法可有效地應用於揚聲板的聲傳分析及設計上，以獲得更完美之聲壓曲線。
3. 本文所使用之最佳化設計程式，設計參數的大小及其上、下界值，需控制在個位數(即 0~10 間)，進行振動、聲傳分析時，再轉換成實際參數，方能有效執行最佳化搜尋，否則易獲得不合理結果或是無法收斂。

## 7-2 未來研究方向

本文經由改變心層巴沙木厚度及面層玻璃纖維加勁長度，以最佳化設計方法，得到更平滑的聲壓曲線。在未來研究方面，可再加入其他揚聲器參數，如懸邊、接腳的質量及彈簧常數，揚聲板的剛性、密度等等，探討對聲壓的影響，進行最佳化設計，在獲得最大聲感度的情況下，得到更平滑寬廣之聲壓曲線。



## 參考文獻

1. Reddy, J. N. , Energy and Variational Methods in Applied Mechanics, Junuthula Narasimha, 1945.
2. Mindlin, R. D. , Influence of Rotatory Inertia and Shear Deformation on Flexural Motion of Isotropic, Elastic Plates, J. Applied Mechanics, Vol. 18, pp.33-38, 1951.
3. Whitney, J. M. , Shear Correction Factor Laminates Under Static Load, J. Applied Mechanics, Vol. 40, pp.302-304, 1973.
4. Whitney, J. M. , Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich Plates, J. Applied Mechanics, Vol. 40, pp.302-304, 1973.
5. Reissner, E. , Finite Deflection of Sandwich Plates, J. Aeronaut. Sci., pp.435-440, 1948.
6. O'Connor, D. J. , A Finite Element Package for the Analysis of Sandwich Construction, Compos. Struct., Vol. 8, pp.143-161, 1987.
7. Kanematsu, H. H., Hirano, Y. and Iyama, H. , Bending and Vibration of CFRP-Faced Rectangular Sandwich Plates, Compos. Struct., Vol. 10, pp.145-163, 1988.
8. Morse, P. M. and Ingrad, K. U. , Theoretical Acoustics, McGraw-Hill, NY, 1968, rpt. Princeton University Press, NJ, pp.375-379, 1986.
9. Shindo, T. , Yashima, O. and Suzuki, H. , Effect of Voice- Coil and Surround on Vibration and Sound Pressure Response of Loudspeaker Cones, J. Audio Engineering Society, Vol. 28 , No. 1, pp.31-51, 1997.
10. Tan, C. C. and Hird, C. I. , Active Control of the Sound Field of a Constrained Panel by an Electromagnetic Actuator-an Experimental Study, Applied Acoustics, Vol. 52, pp.31-51, 1997.
11. Yu, X., Rajamani, R., Stelson, K.A. and Cui, T. Carbon Nanotube-Based Transparent Thin Film Acoustic Actuators and Sensors, Sensors and

- Actutators, Vol. 132, pp.626-631, 2006.
12. Jenkins, M. J., Hine, P. J., Hay, J. N. and Ward, I. M., Mechanical and Acoustic Frequency Responses in Flat Hot-Compacted Polyethylene and Polypropylene Panels, J. Applied Polymer Science, Vol. 99, pp.2789-2796, 2006.
  13. Lee, C.R. and Kam, T.Y., Identification of Mechanical Properties of Elastically Restrained Laminated Composite Plates using Vibration Data, J. Sound Vibration, Vol. 295, pp.999-1016, 2006.
  14. 陳建勳，揚聲平板之最佳設計參數研究，國立交通大學機械工程研究所碩士論文，新竹市，2006。
  15. Vandperplaats, G. N. , Numerical Optimization Techniques for Engineering Design : with Application , McGraw-Hill Inc , 1993.

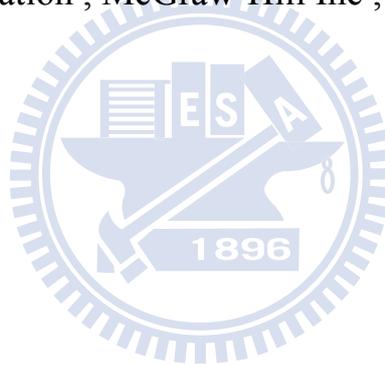


表 3-1 揚聲器量測參數

Revc	6.000 Ohm
Fo	161.514 Hz
Cms	505.916 um/N
Mms	1.919 g
BL	2.384 T
Qts	1.276

表 3-2 材料常數

	巴沙木	玻璃纖維
$E_1$ (GPa)	3.7	38.6
$E_2$ (GPa)	0.055	8.27
$G_{12}$ (GPa)	0.05	4.14
$G_{23}$ (GPa)	0.0083	0.69
$\nu_{12}$	0.02	0.26
$\nu_{23}$	0.5	0.3
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	130	1680

表 6-1 設計參數編號之表示

編號	設計變數
T1	單一心層厚度
T2	二種心層厚度
T1-L2	單一心層厚度+雙面層加勁長度
T1-L1	單一心層厚度+單面層加勁長度

表 6-2 T1 最佳化搜尋結果

起始點編號		$X_1(\text{mm})$	$P_{\text{avg}}(\text{dB})$	疊代次數
1	初始值	2.33	72.54	
	區域極小值	3.19	73.46	26
2	初始值	3.84	72.04	
	區域極小值	3.19	73.46	8
3	初始值	1.88	72.68	
	區域極小值	3.19	73.46	18
<b>總域極小值</b>		<b>3.19</b>	<b>73.46</b>	

表 6-3 T2 最佳化搜尋結果

起始點編號		$X_1$ (mm)	$X_2$ (mm)	$P_{avg}$ (dB)	疊代次數
1	初始值	2.33	1.38	71.87	
	區域極小值	3.59	2.19	73.93	24
2	初始值	4.06	4.18	71.66	
	區域極小值	3.54	2.24	73.93	12
3	初始值	2.24	4.02	71.95	
	區域極小值	3.18	3.13	73.47	8
<b>總域極小值</b>		<b>3.59</b>	<b>2.19</b>	<b>73.93</b>	

表 6-4 T1-L2 最佳化搜尋結果

起始點編號		$X_1$ (mm)	$X_2$ (mm)	$P_{avg}$ (dB)	疊代次數
1	初始值	3.18	19.98	73.91	
	區域極小值	3.10	28.59	74.47	14
2	初始值	4.13	35.07	71.85	
	區域極小值	3.10	40.86	74.65	7
3	初始值	3.47	40.10	73.29	
	區域極小值	3.10	40.16	74.75	7
<b>總域極小值</b>		<b>3.10</b>	<b>40.16</b>	<b>74.75</b>	

表 6-5 T1-L1 最佳化搜尋結果

起始點編號		$X_1(\text{mm})$	$X_2(\text{mm})$	$P_{\text{avg}}(\text{dB})$	疊代次數
1	初始值	3.86	43.14	73.58	
	區域極小值	3.68	41.91	74.51	10
2	初始值	3.17	15.59	72.55	
	區域極小值	3.26	16.54	73.25	8
3	初始值	0.73	27.82	74.40	
	區域極小值	0.59	27.94	76.04	9
<b>總域極小值</b>		<b>0.59</b>	<b>27.94</b>	<b>76.04</b>	

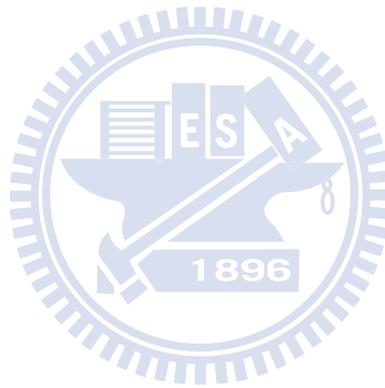




圖 1-1 平面型揚聲器



圖 1-2 傳統錐盆型揚聲器

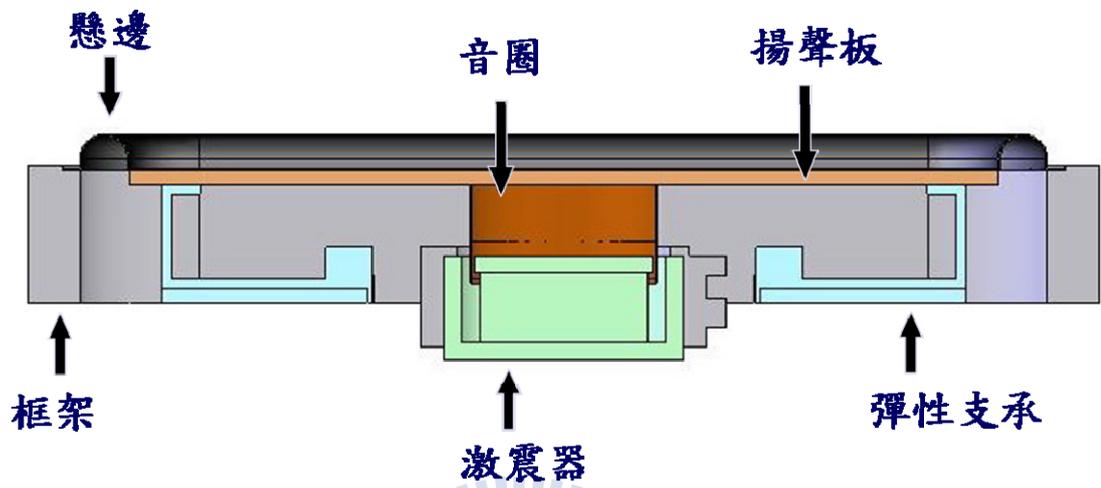


圖 1-3 揚聲器結構圖

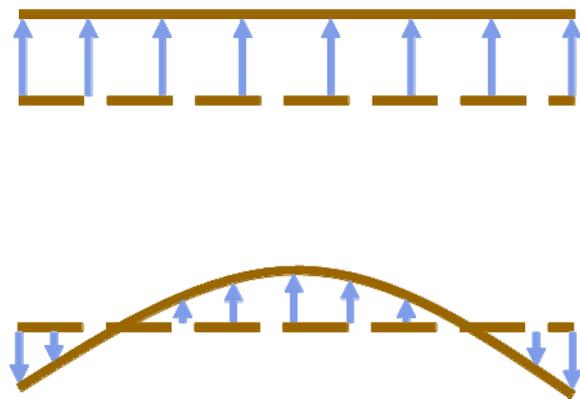


圖 1-4 揚聲板之振形

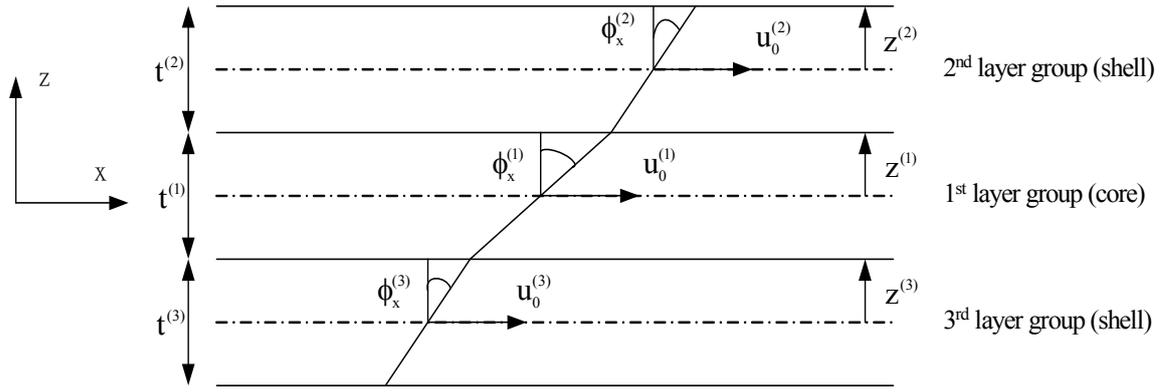


圖 2-1 多層一階剪變形位移場示意圖

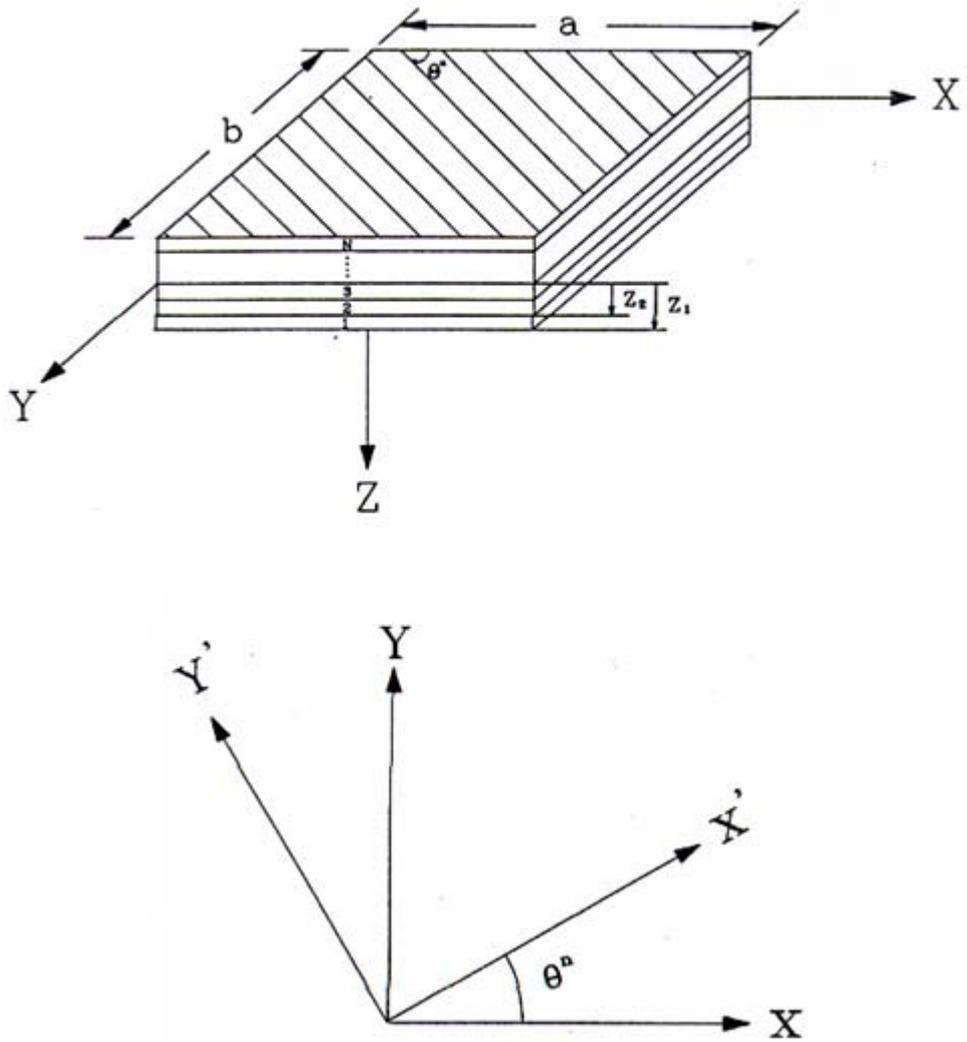


圖 2-2 複合材料板座標系統

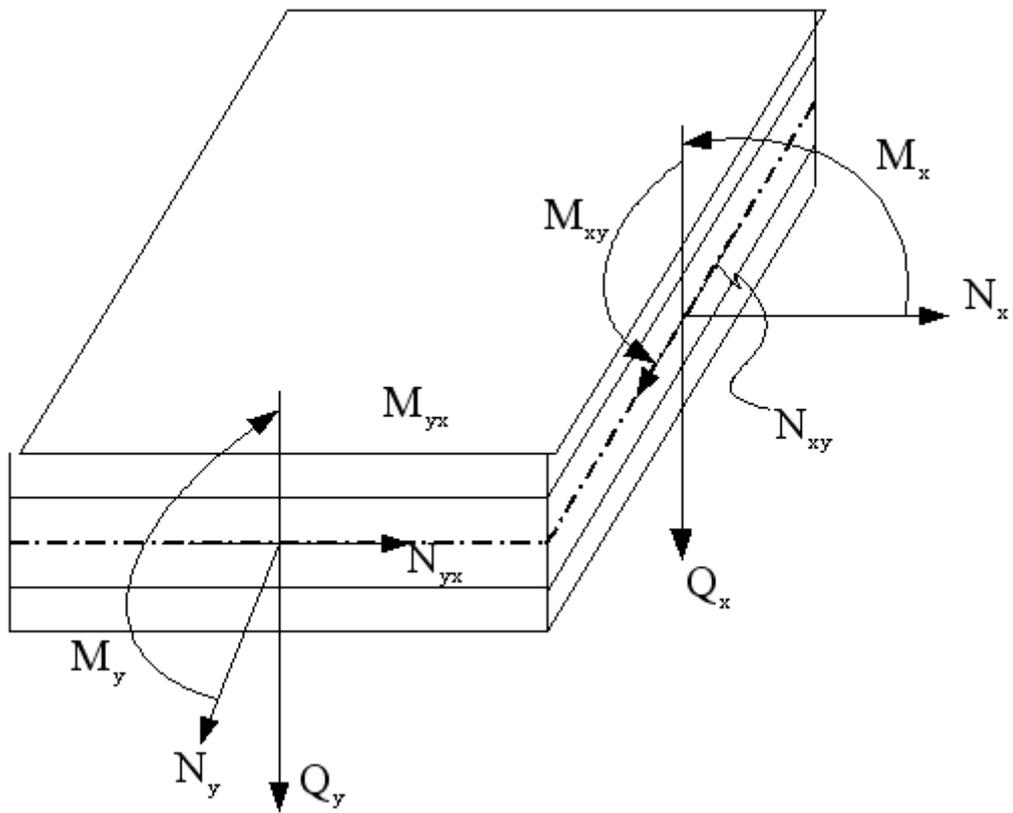
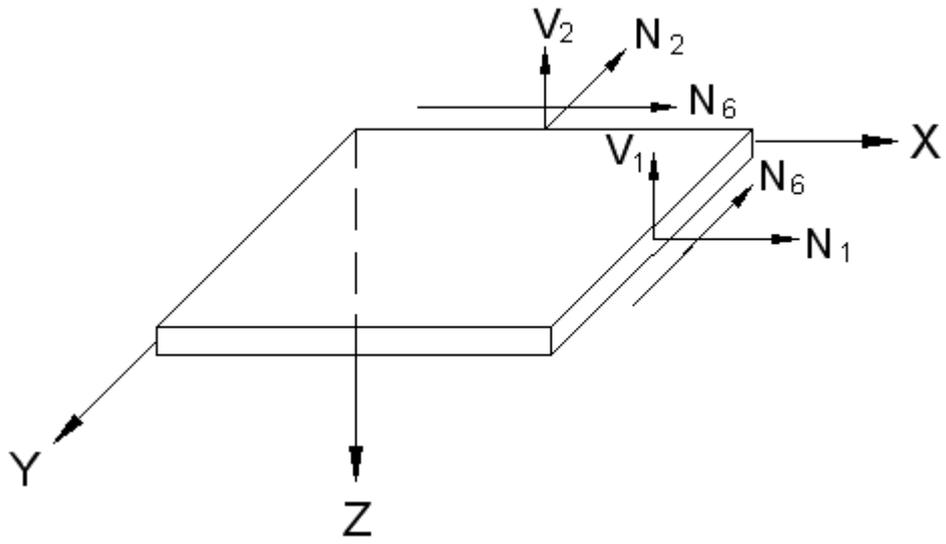


圖 2-3 複合材料板沿厚度方向之合力與合力矩

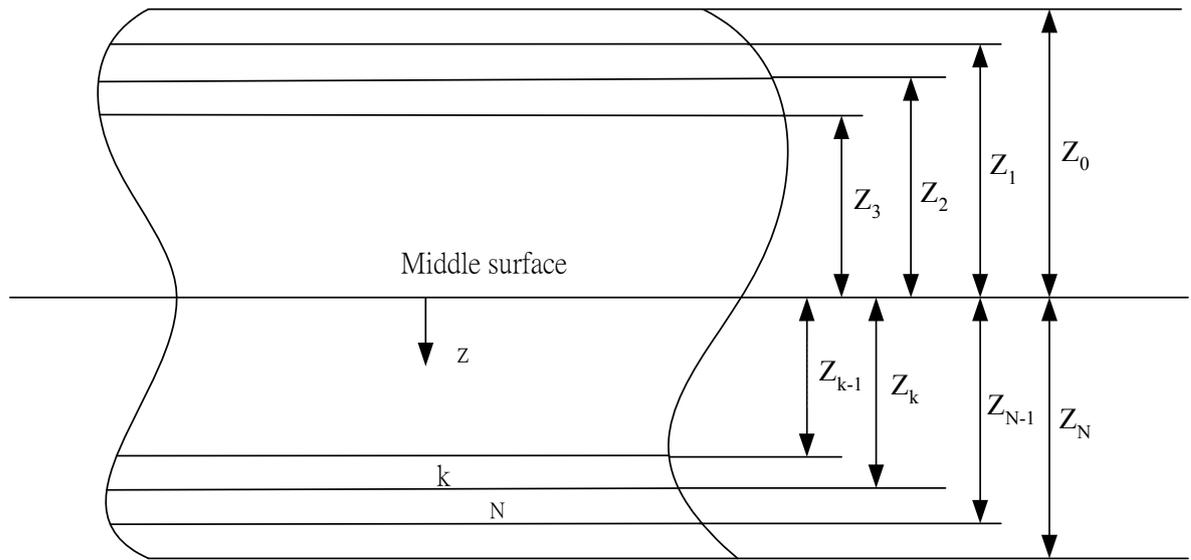


圖 2-4 積層板之幾何與層數系統

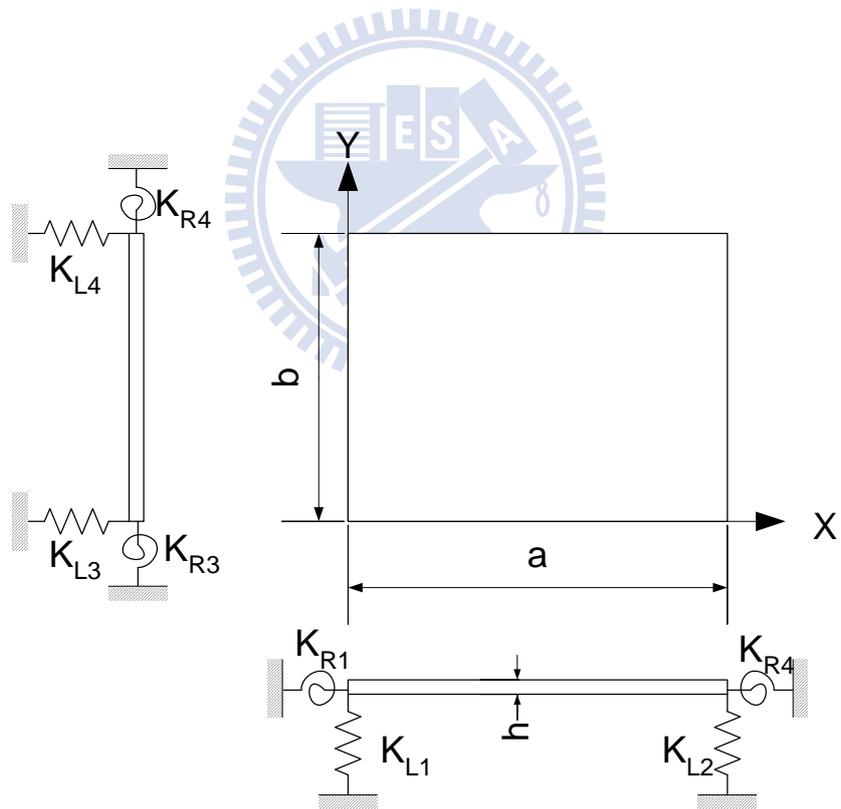


圖 2-5 複合材料板之邊界條件

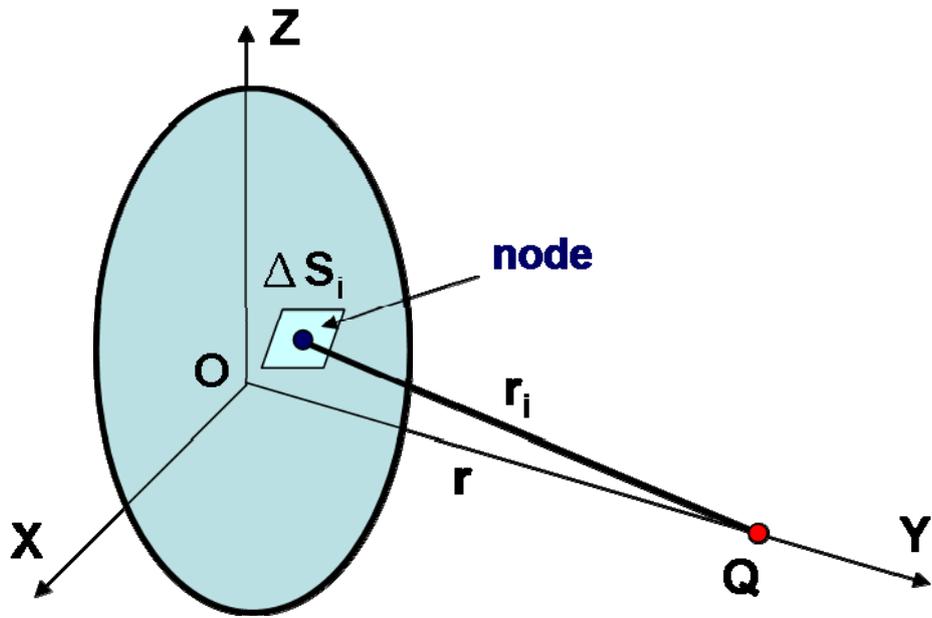


圖 2-6 揚聲板聲傳示意圖

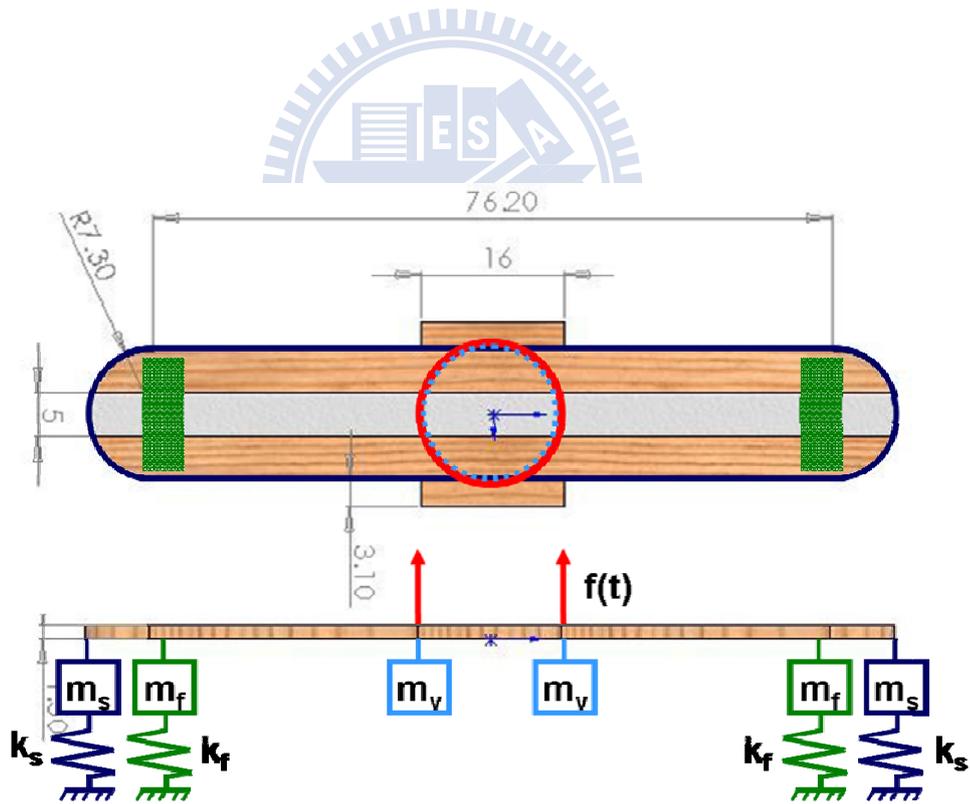


圖 3-1 揚聲板之數學模型

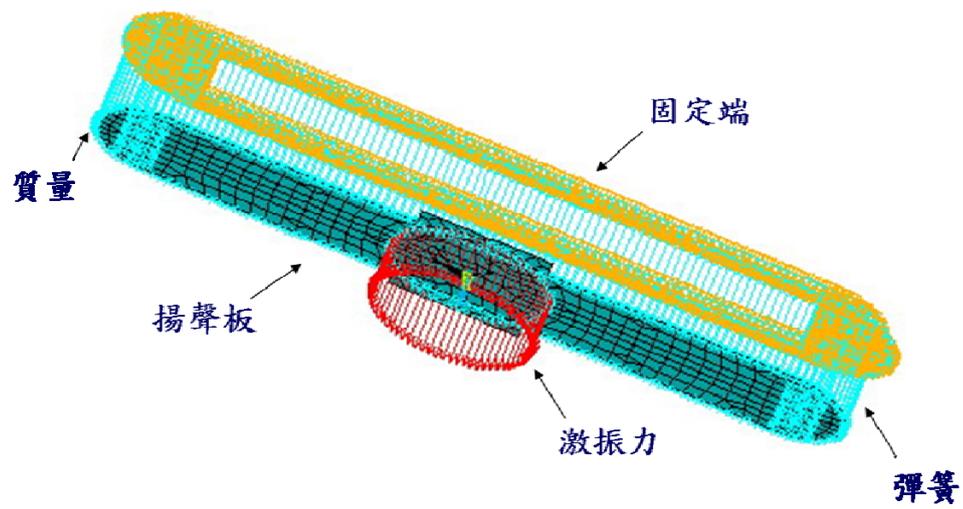


圖3-2 揚聲板之有限元素模型

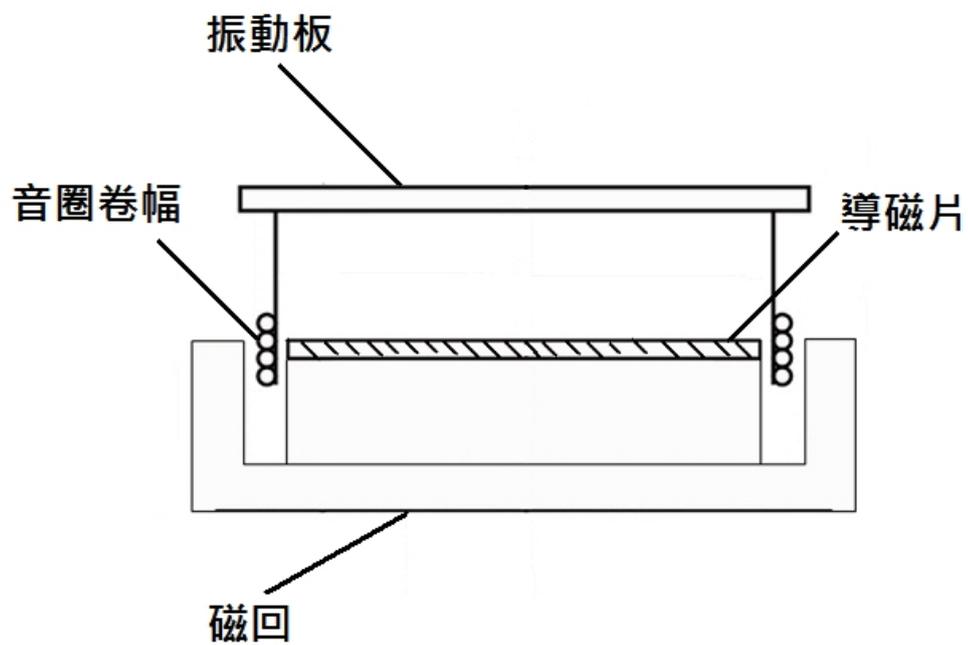


圖 3-3 內磁式激振器剖面圖

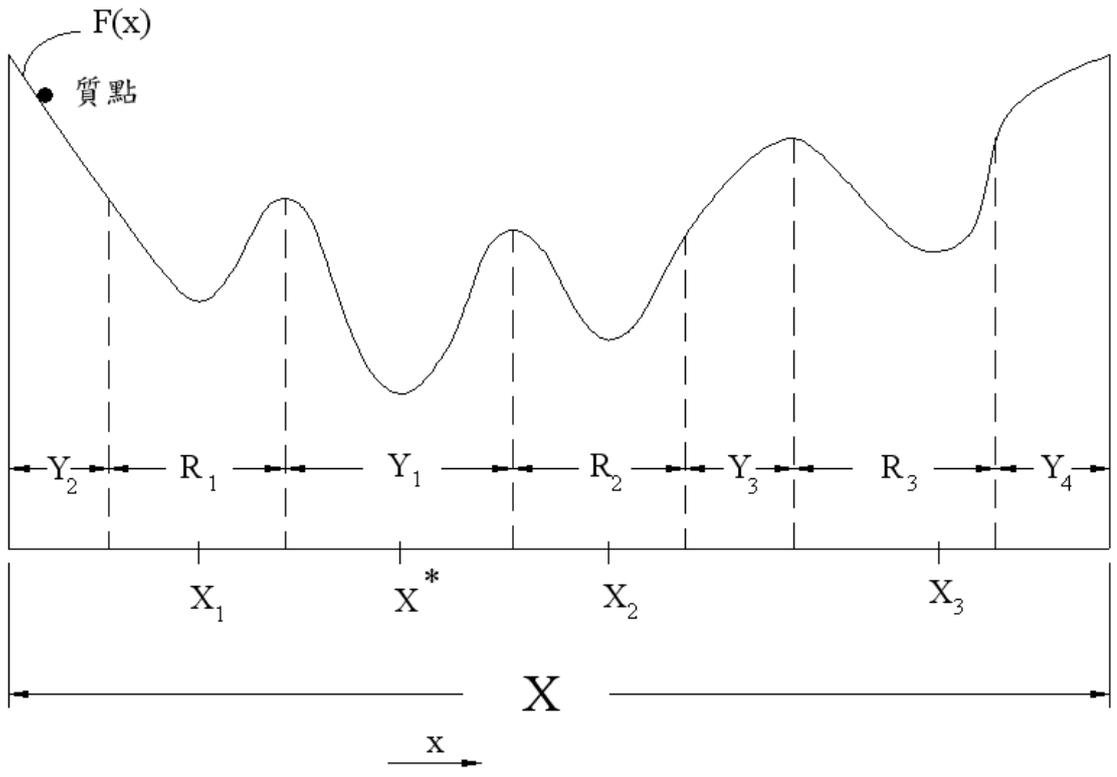


圖 4-1 能量守恆觀點最小值示意圖

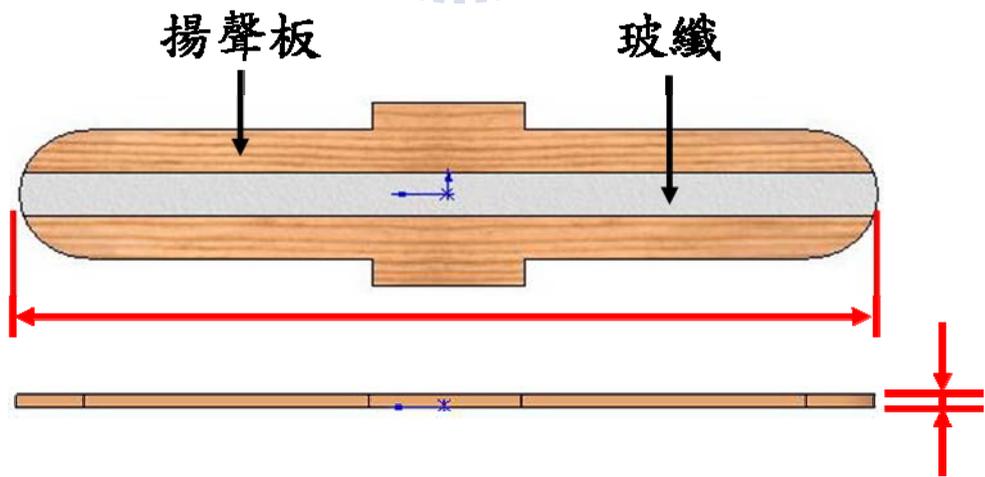


圖 4-2 最佳化設計參數示意圖

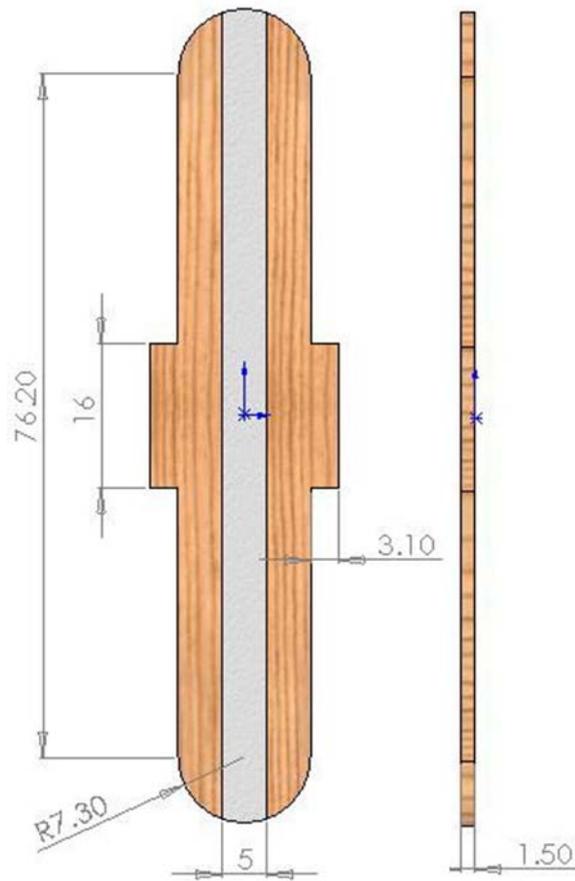


圖 5-1 揚聲板尺寸(單位：mm)(註：加玻纖總厚度為 1.8 mm)

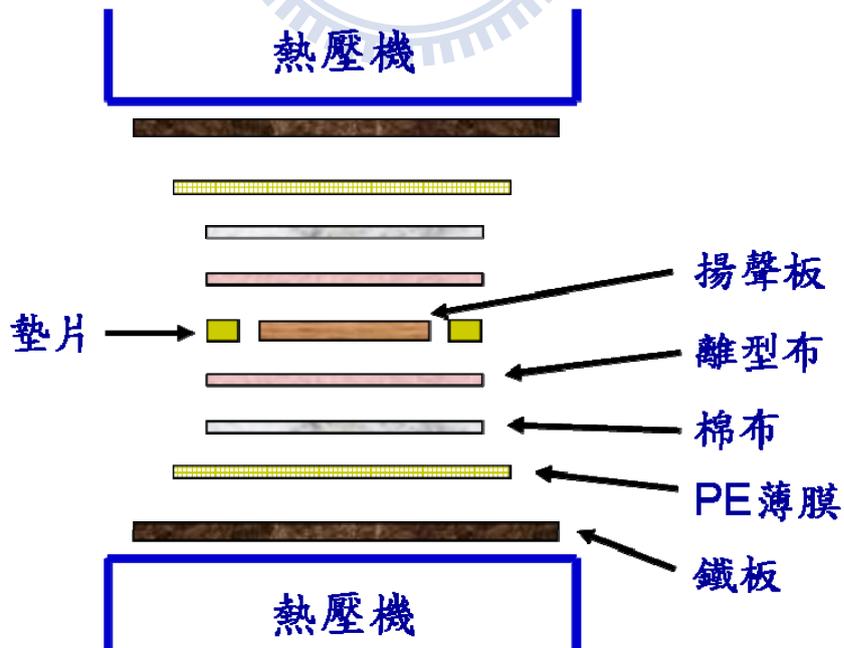


圖 5-2 揚聲板熱壓成型疊層順序示意圖

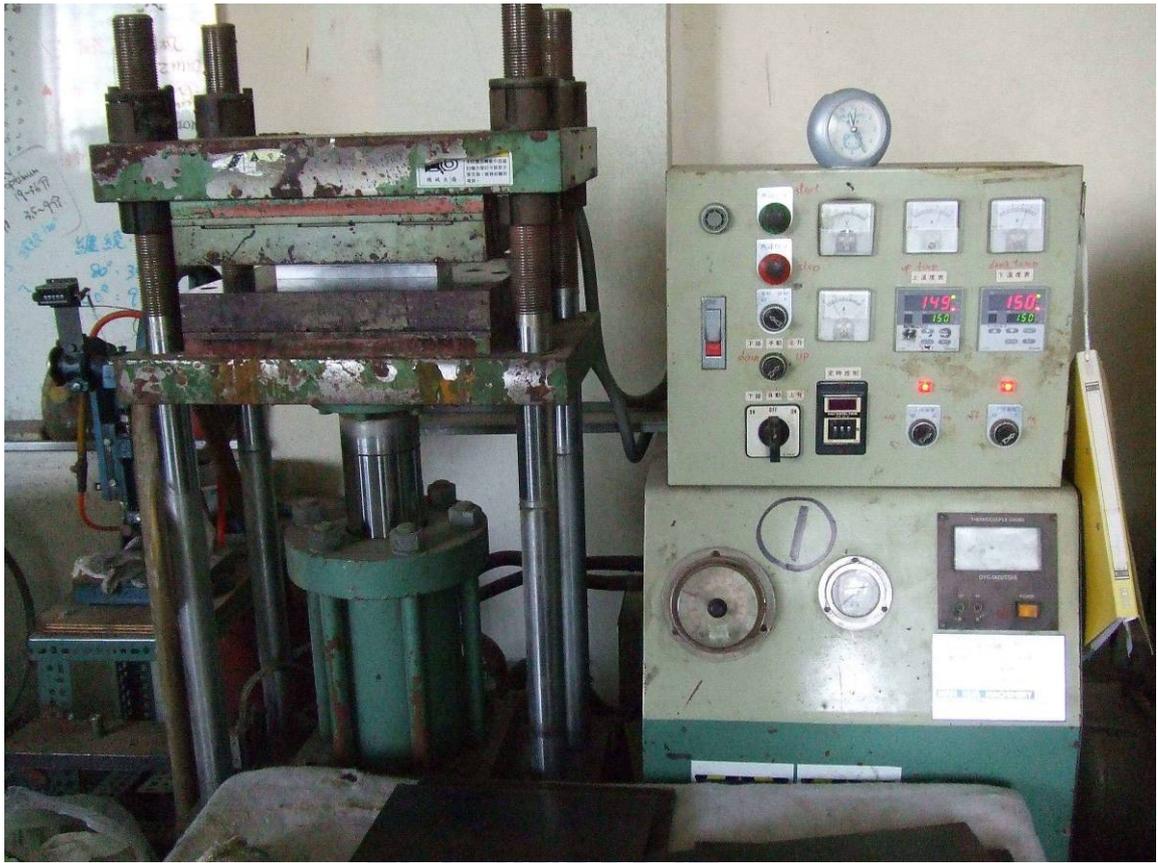


圖 5-3 熱壓機

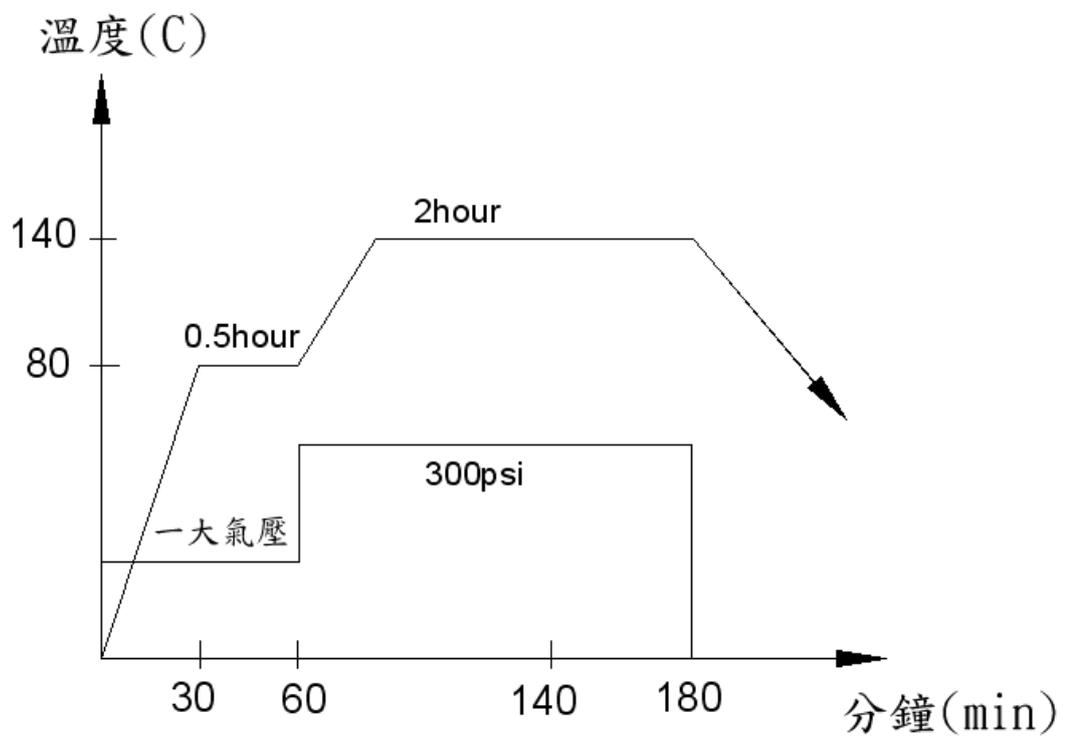


圖 5-4 揚聲板熱壓成型時程圖



圖 5-5 熱壓成型之複合材料揚聲板



圖 5-6 音圈

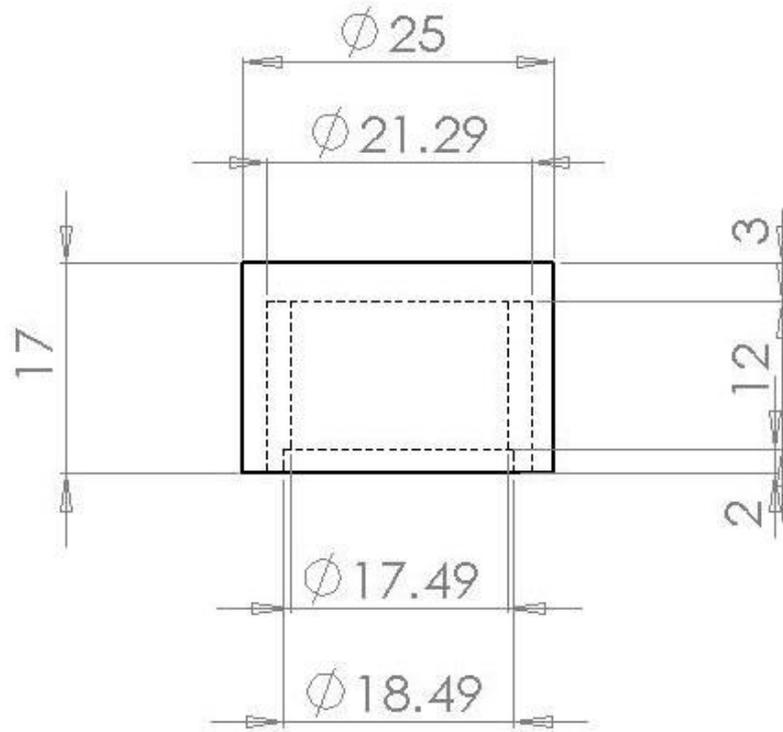


圖 5-7 激震器尺寸圖(單位：mm)

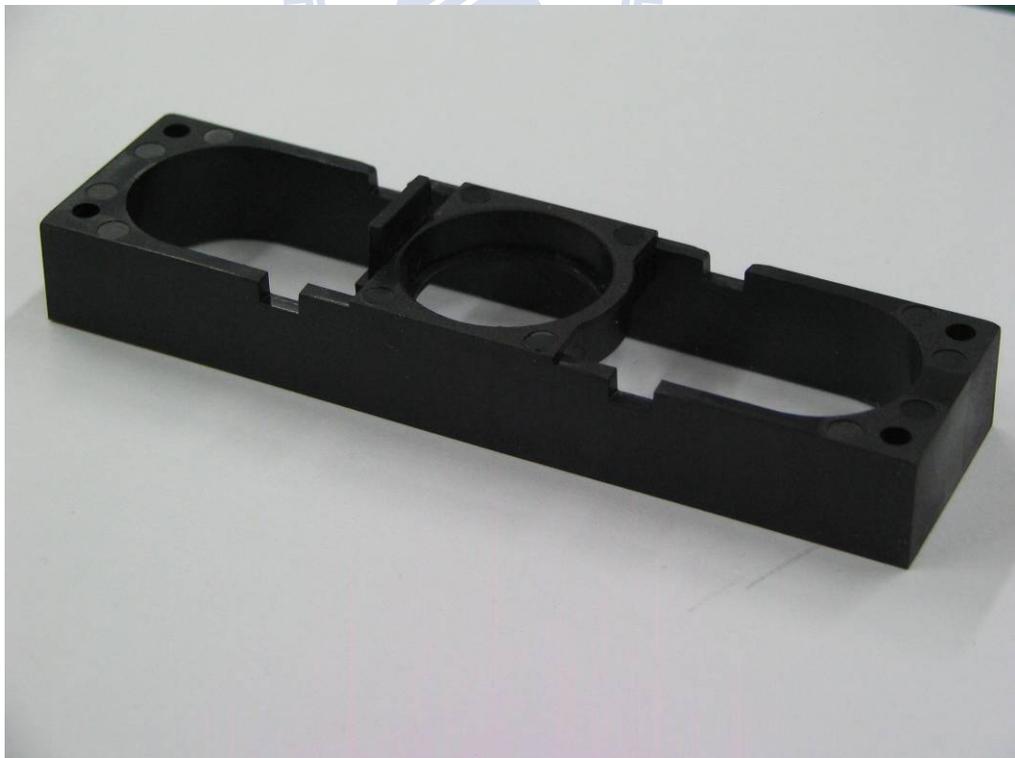


圖 5-8 揚聲器之框架



圖 5-9 揚聲器製作定位之治具



圖5-10 接腳

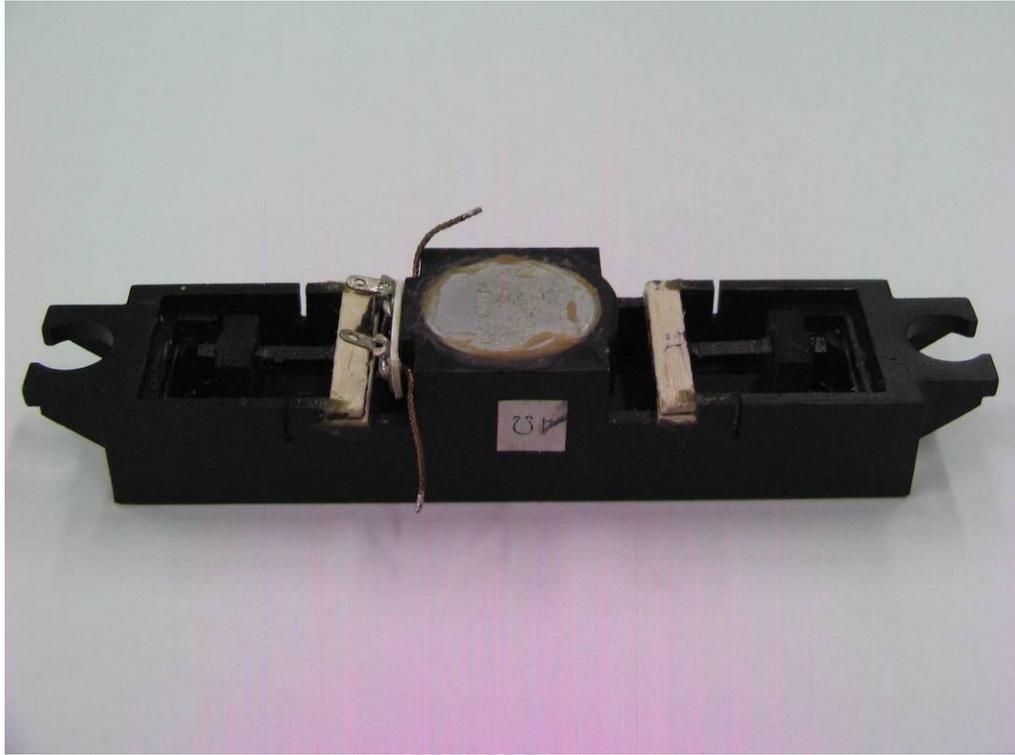


圖 5-11 組裝完成之平面揚聲器

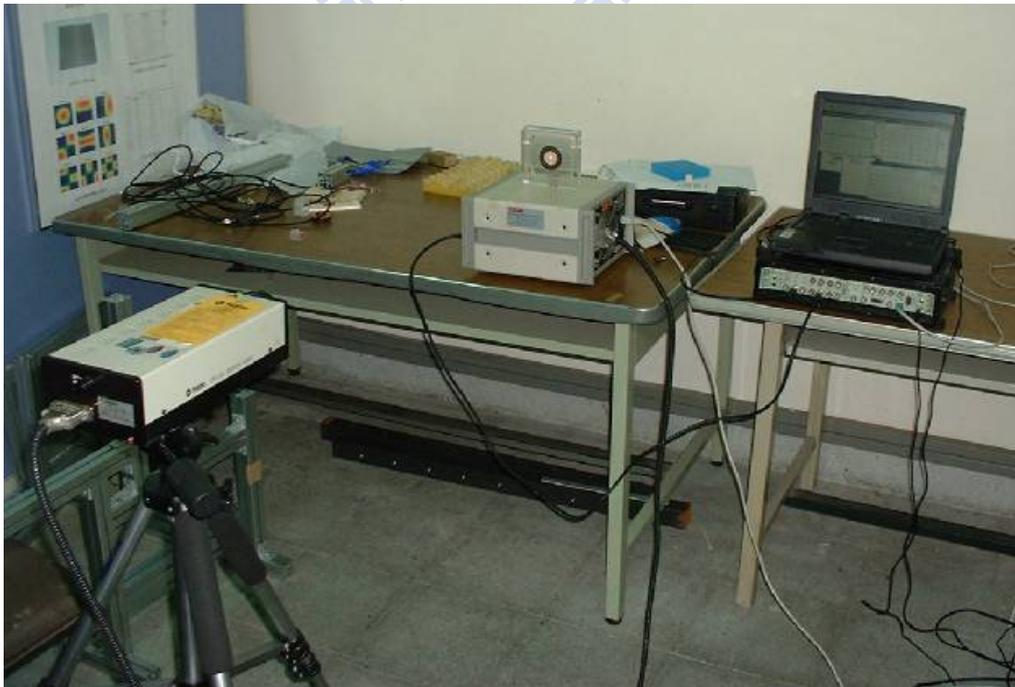


圖 5-12 阻尼比量測實驗架設示意圖



圖 5-13 揚聲器聲壓量測實驗示意圖

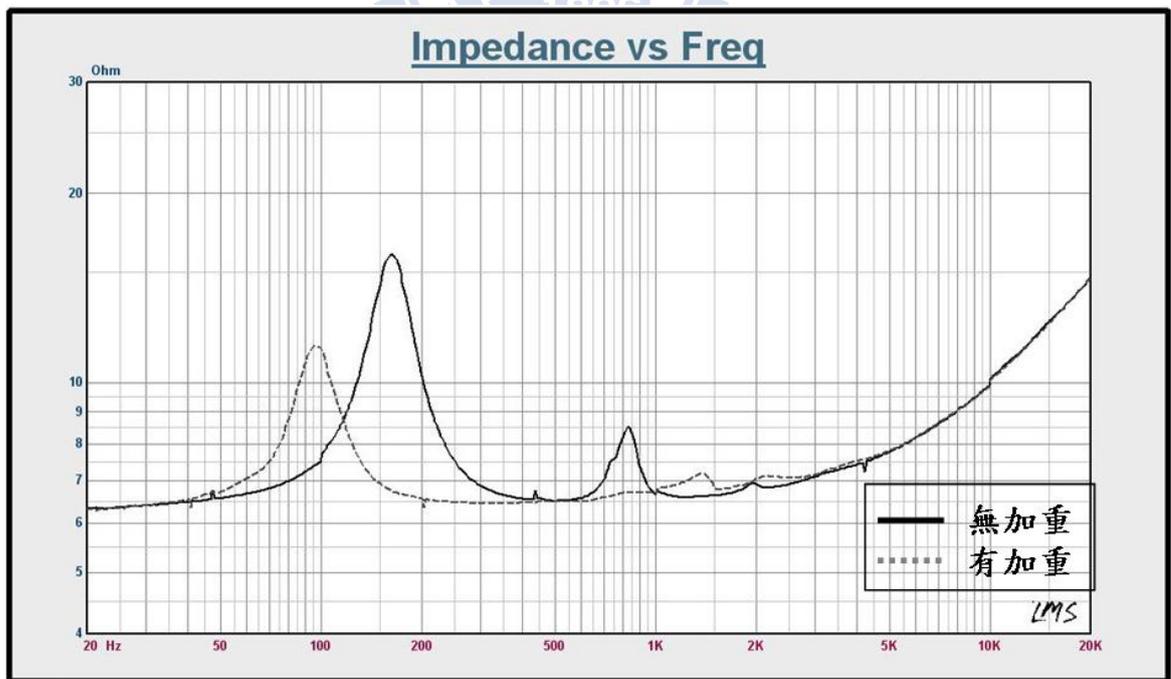


圖 5-14 平面揚聲器阻抗圖

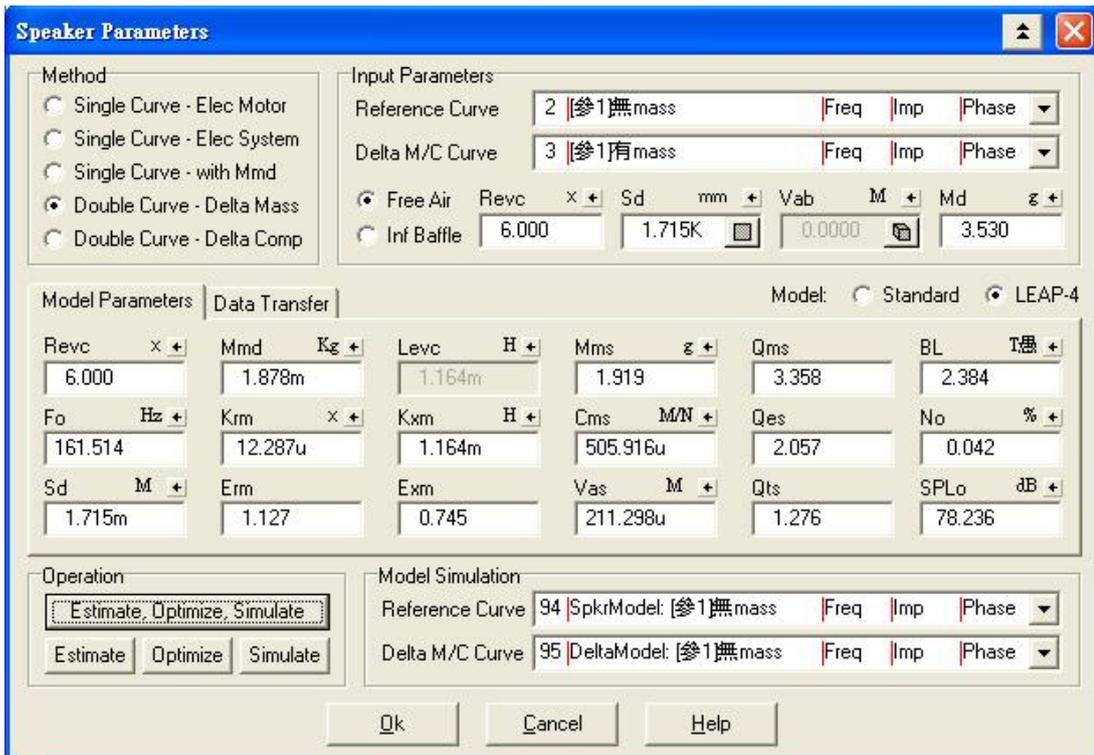


圖 5-15 揚聲器參數計算

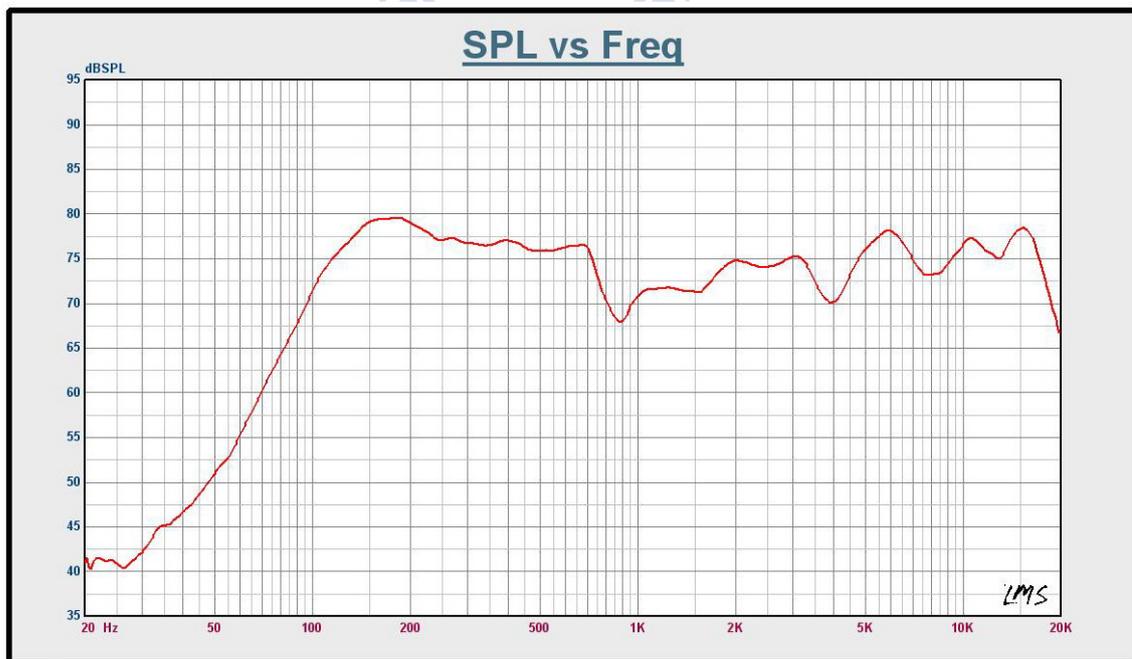


圖6-1 揚聲器實驗量測之聲壓曲線

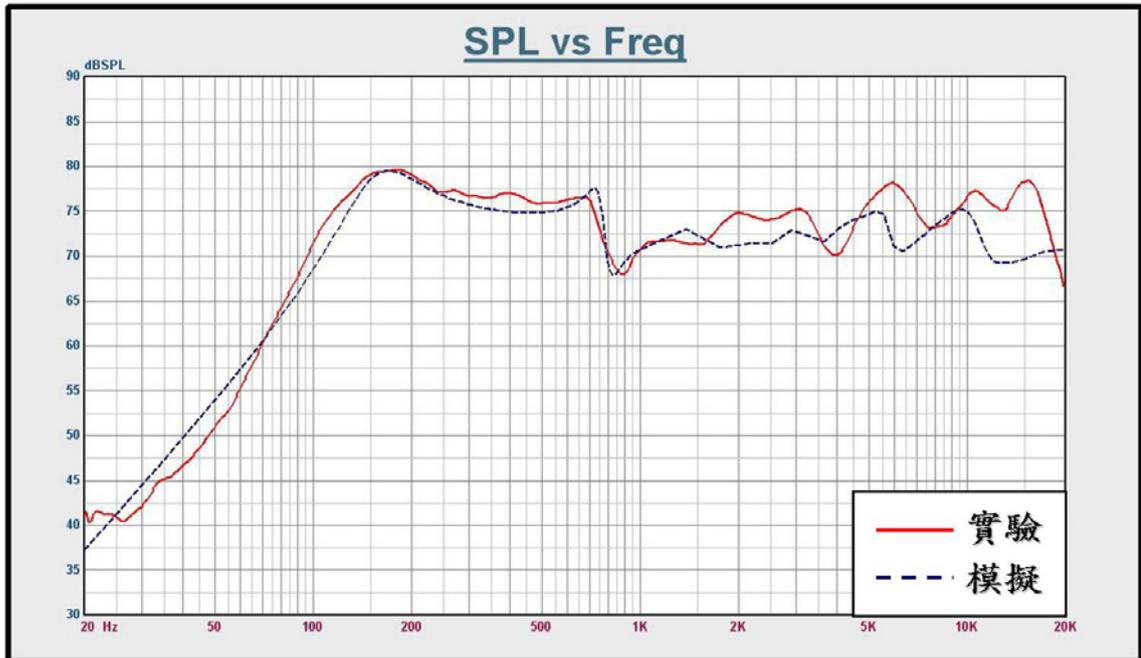


圖6-2 揚聲器實驗與模擬之聲壓曲線

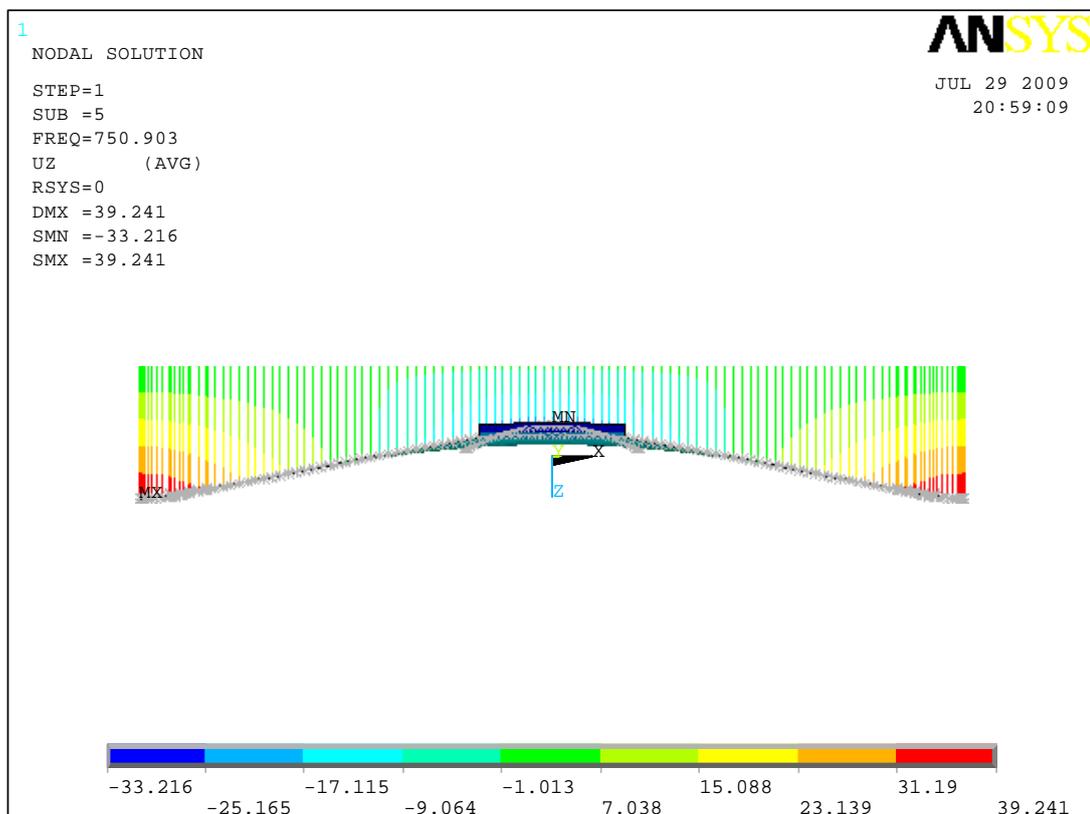


圖 6-3 揚聲板原始模擬之彎矩模態圖

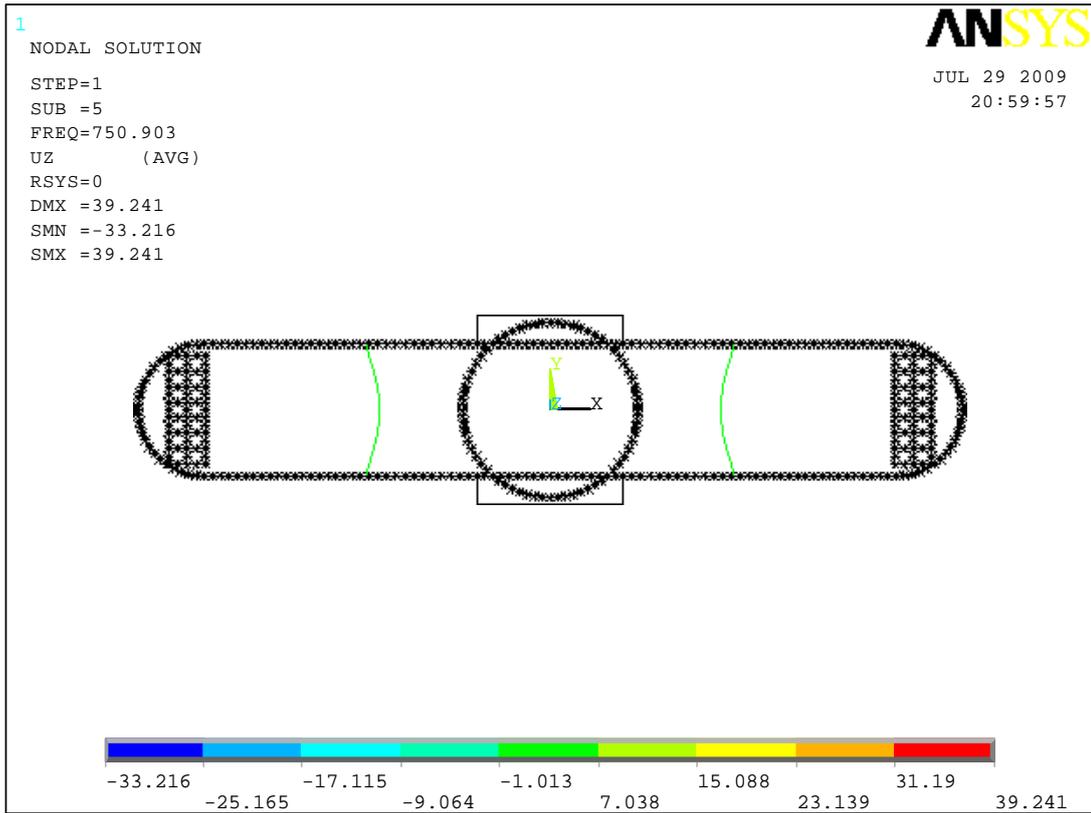


圖 6-4 揚聲板原始模擬之彎矩模態節線圖

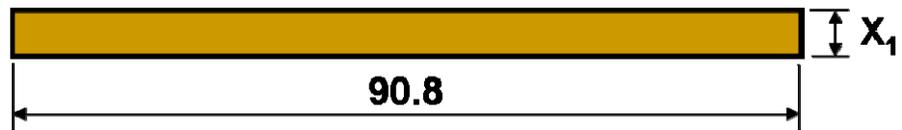


圖 6-5 T1 設計參數示意圖(單位：mm)

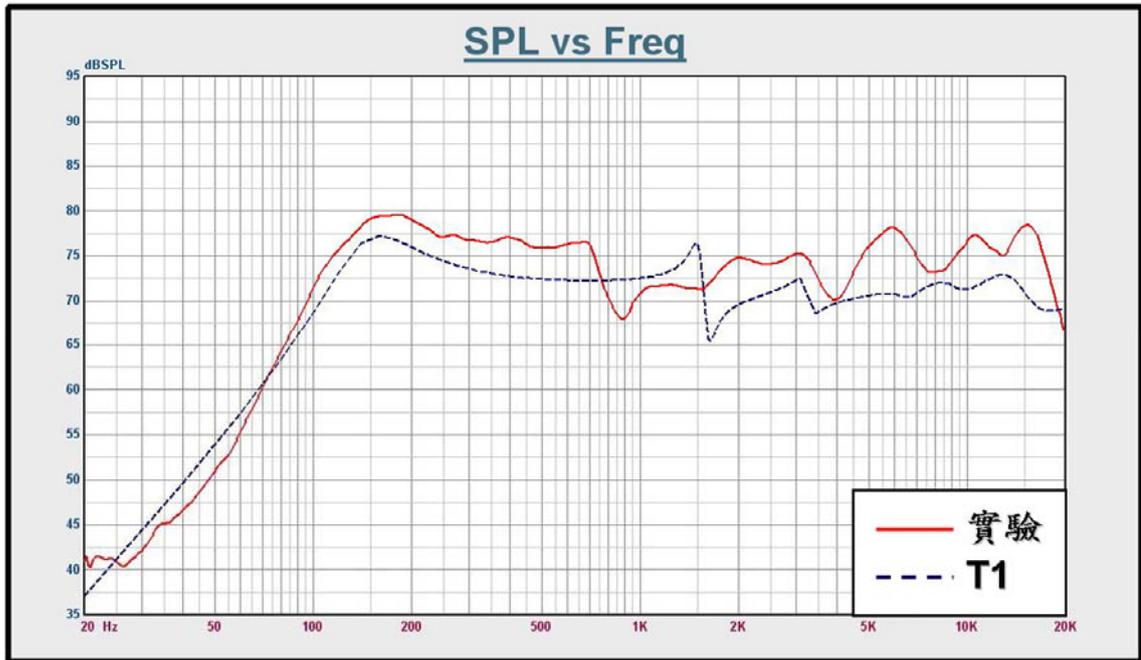


圖 6-6 T1 最佳化之聲壓曲線

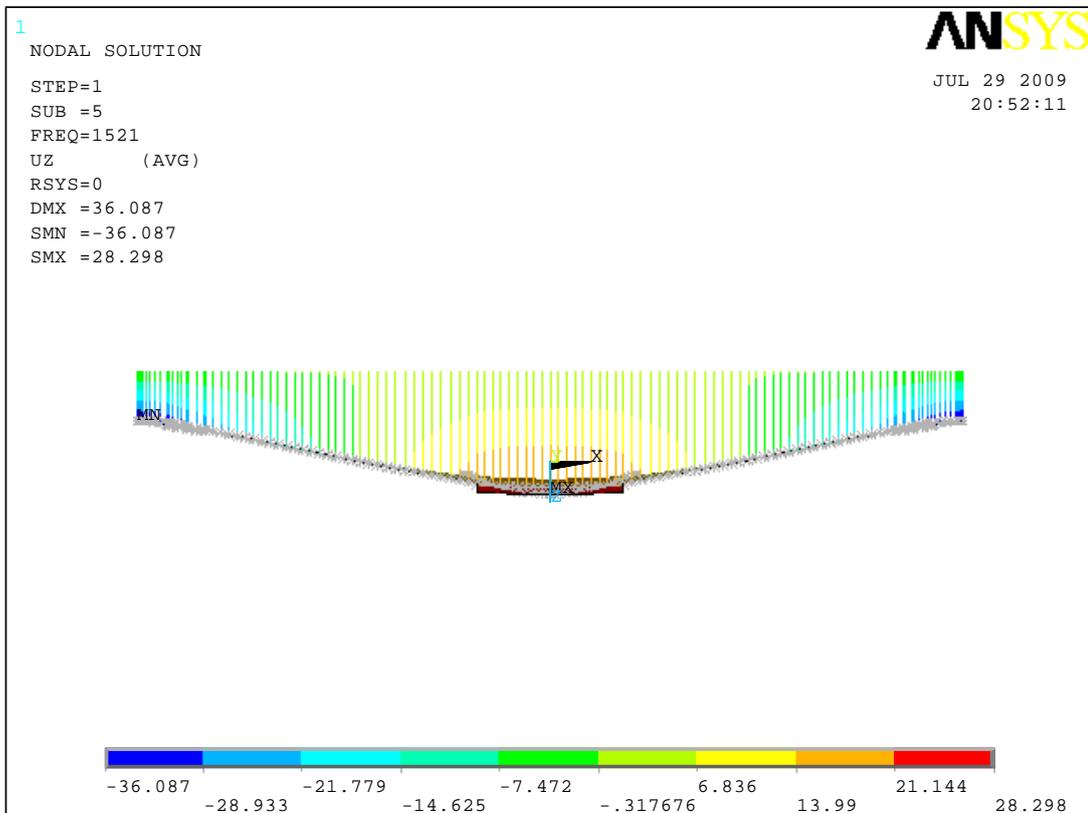


圖 6-7 T1 最佳化之彎矩模態圖

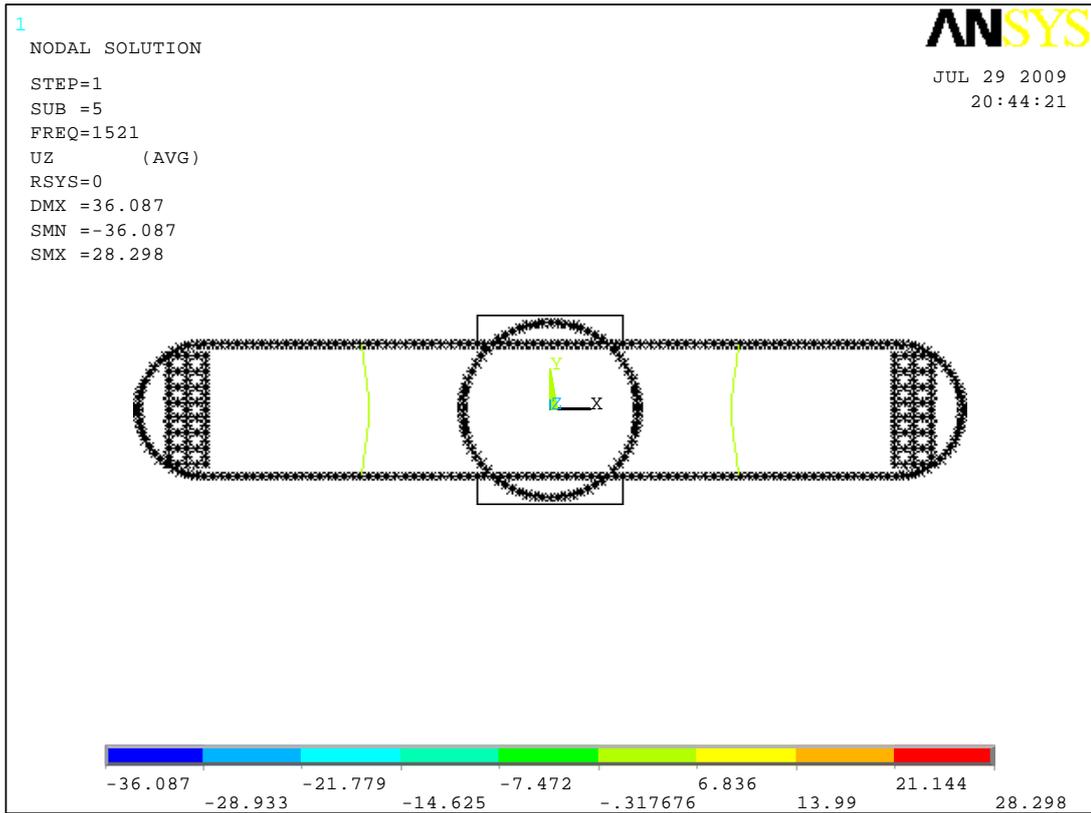


圖 6-8 T1 最佳化之彎矩模態節線圖

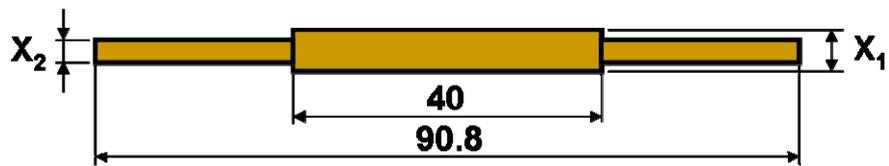


圖 6-9 T2 設計參數示意圖(單位：mm)

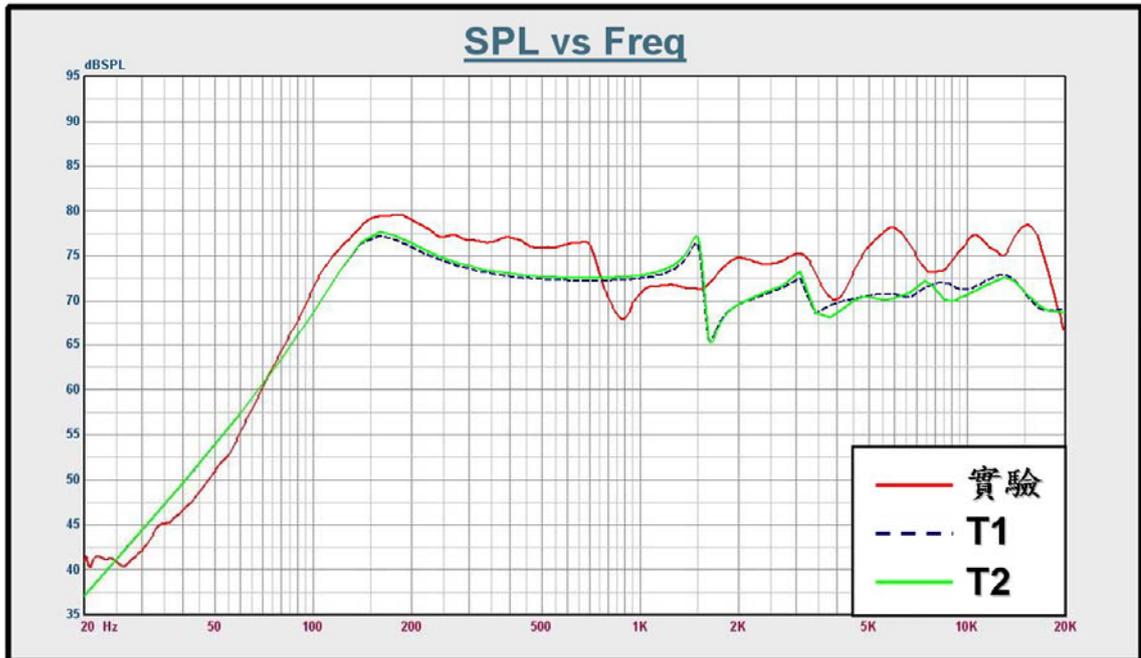


圖 6-10 T2 最佳化之聲壓曲線

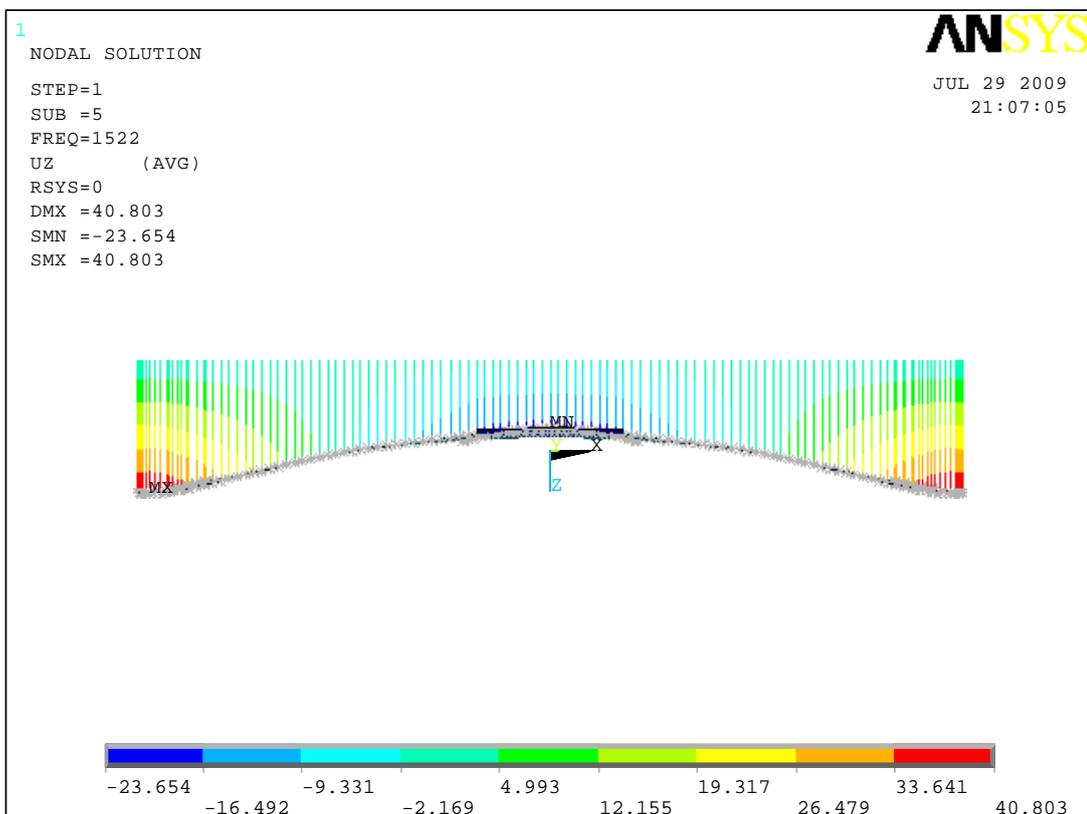


圖 6-11 T2 最佳化之彎矩模態圖

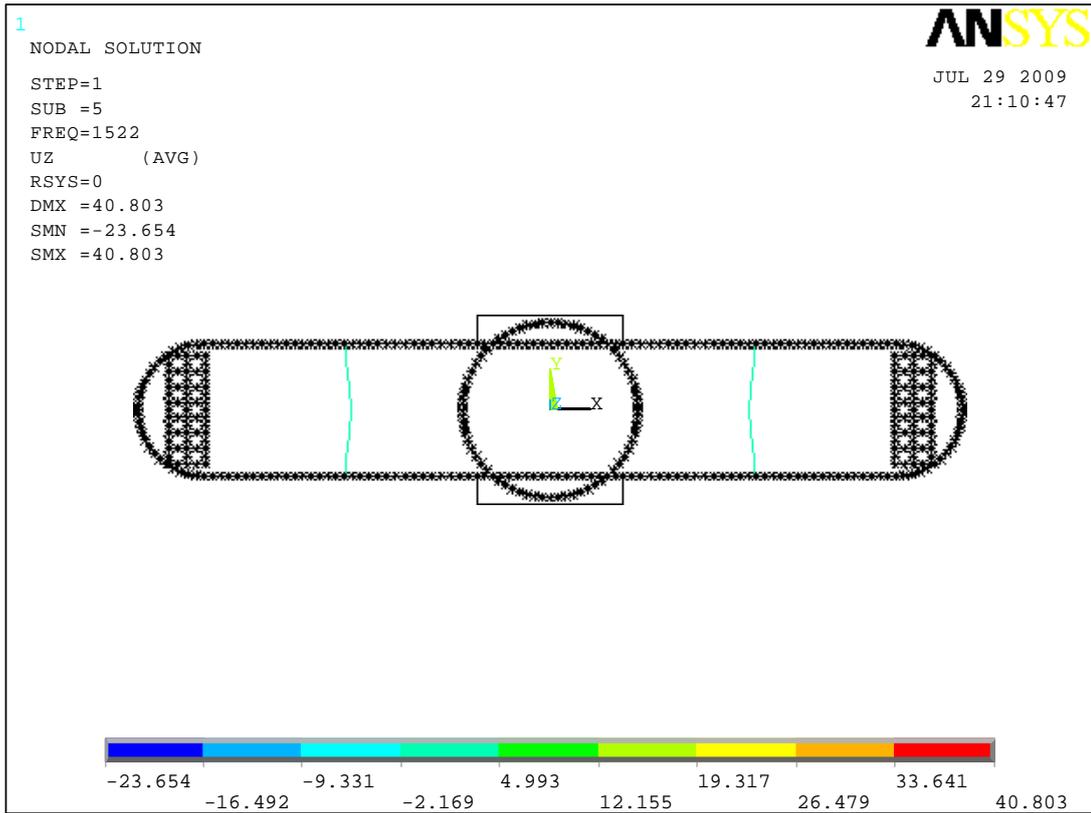


圖 6-12 T2 最佳化之彎矩模態節線圖

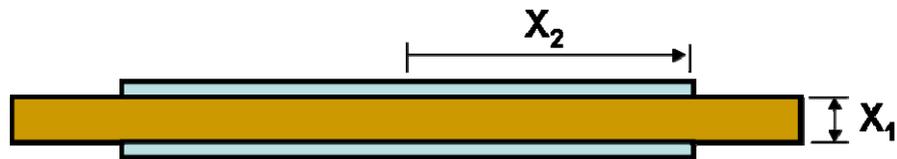


圖 6-13 T1-L2 設計參數示意圖(單位：mm)

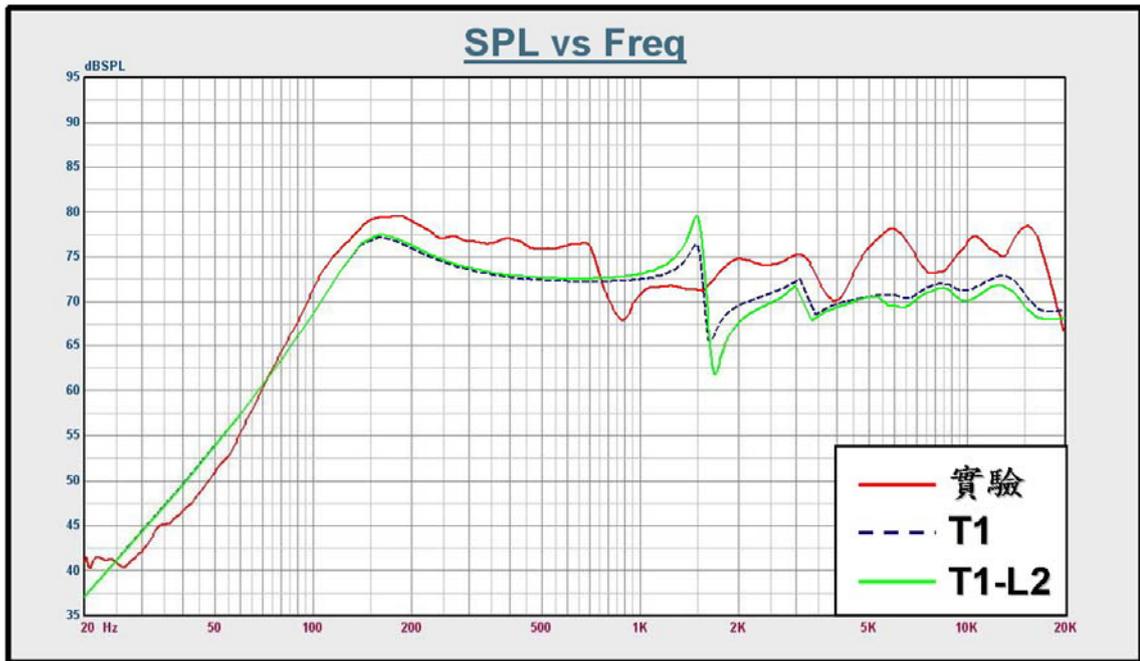


圖 6-14 T1-L2 最佳化之聲壓曲線

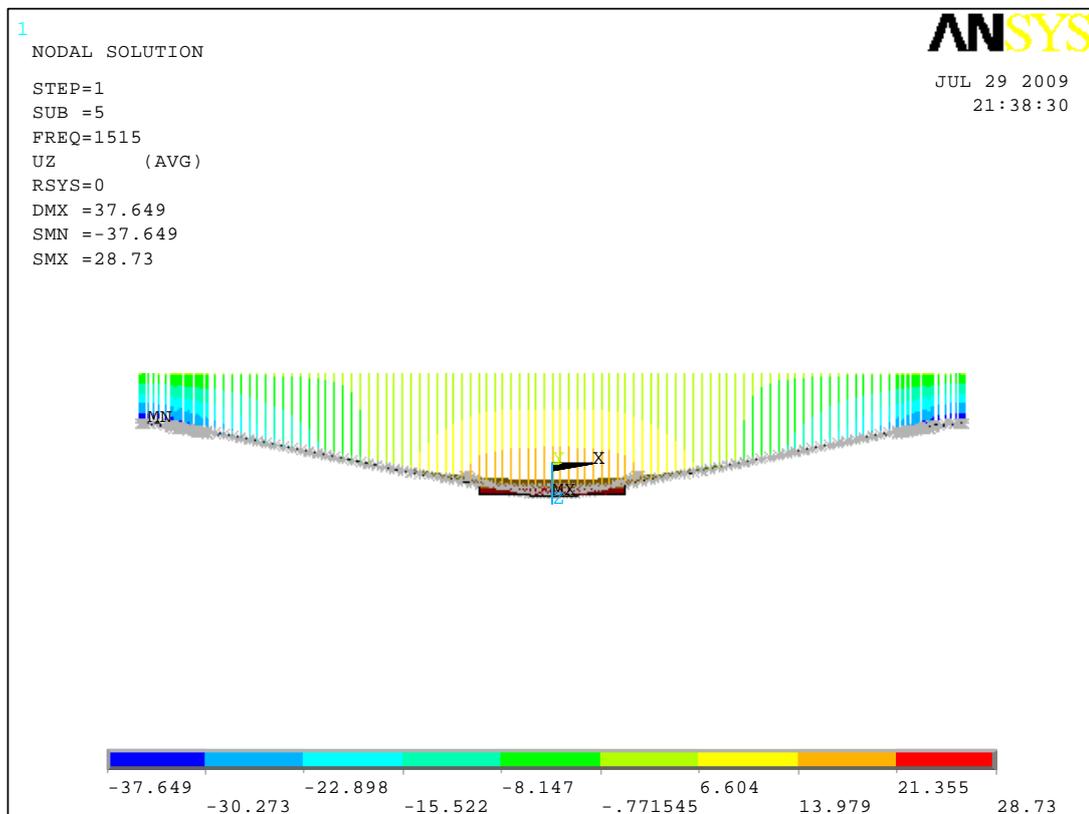


圖 6-15 T1-L2 最佳化之彎矩模態圖

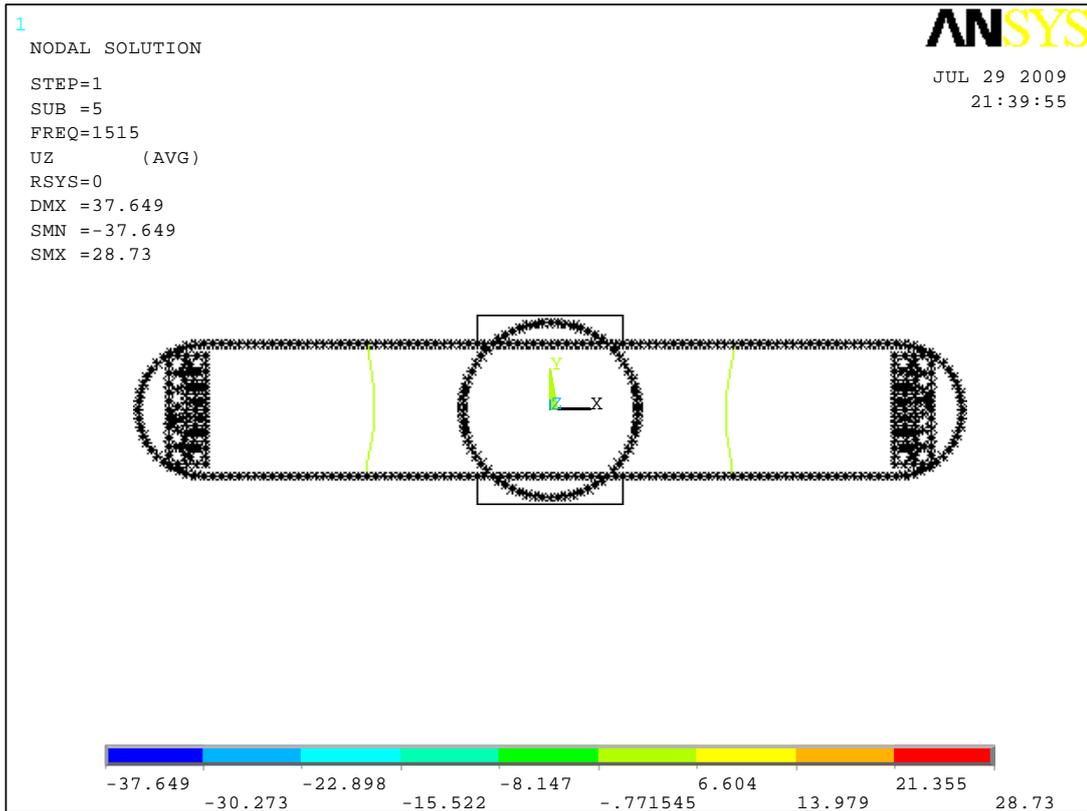


圖 6-16 T1-L2 最佳化之彎矩模態節線圖

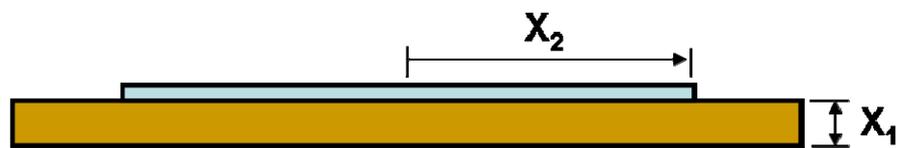


圖 6-17 T1-L1 設計參數示意圖(單位：mm)

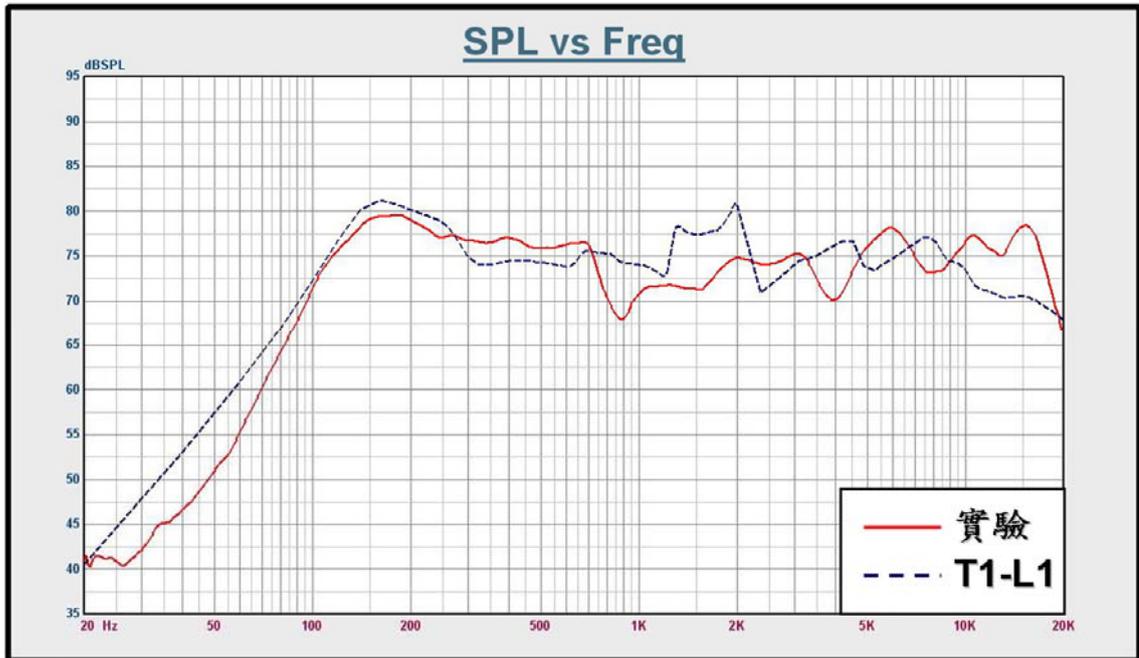


圖 6-18 T1-L1 最佳化之聲壓曲線

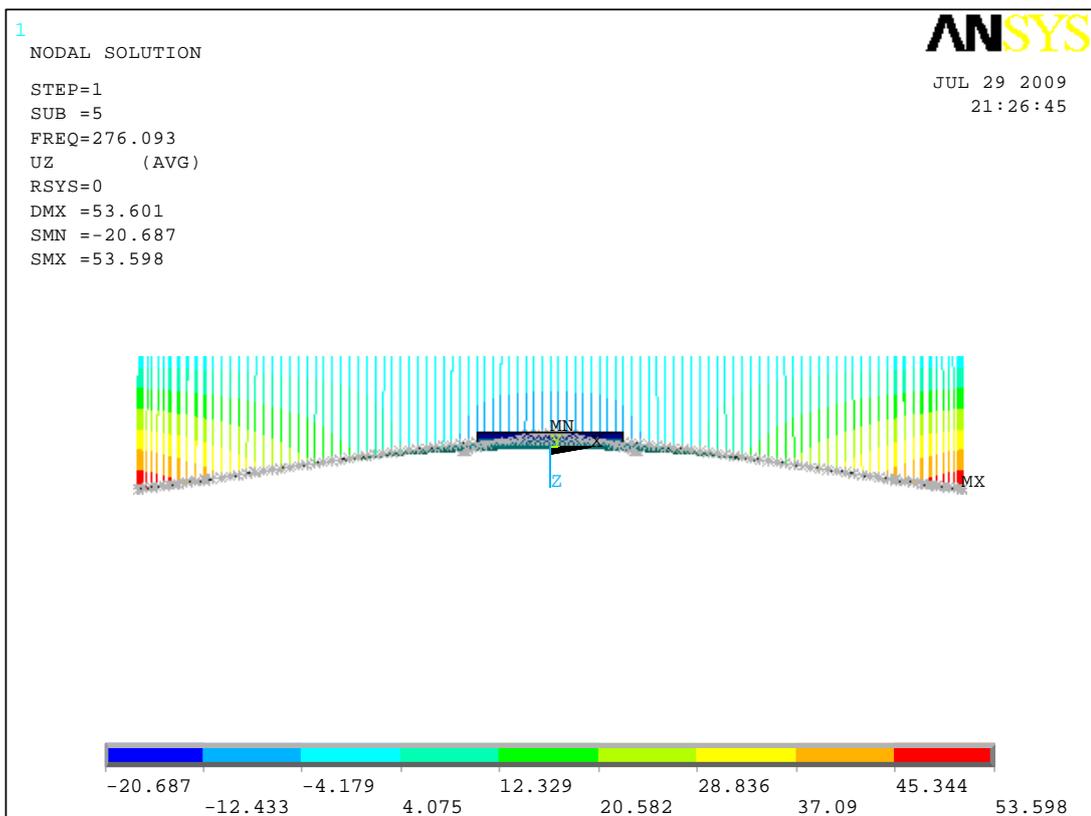


圖 6-19 T1-L1 最佳化之彎矩模態圖

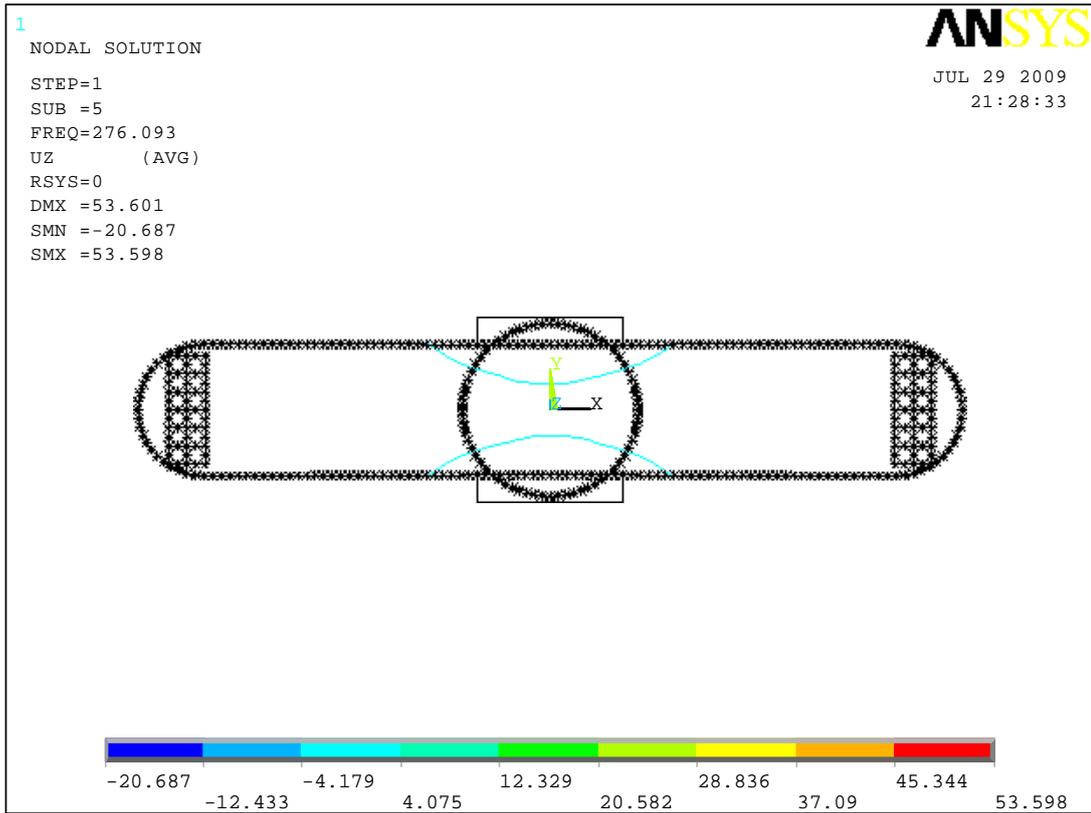


圖 6-20 T1-L1 最佳化之彎矩模態節線圖

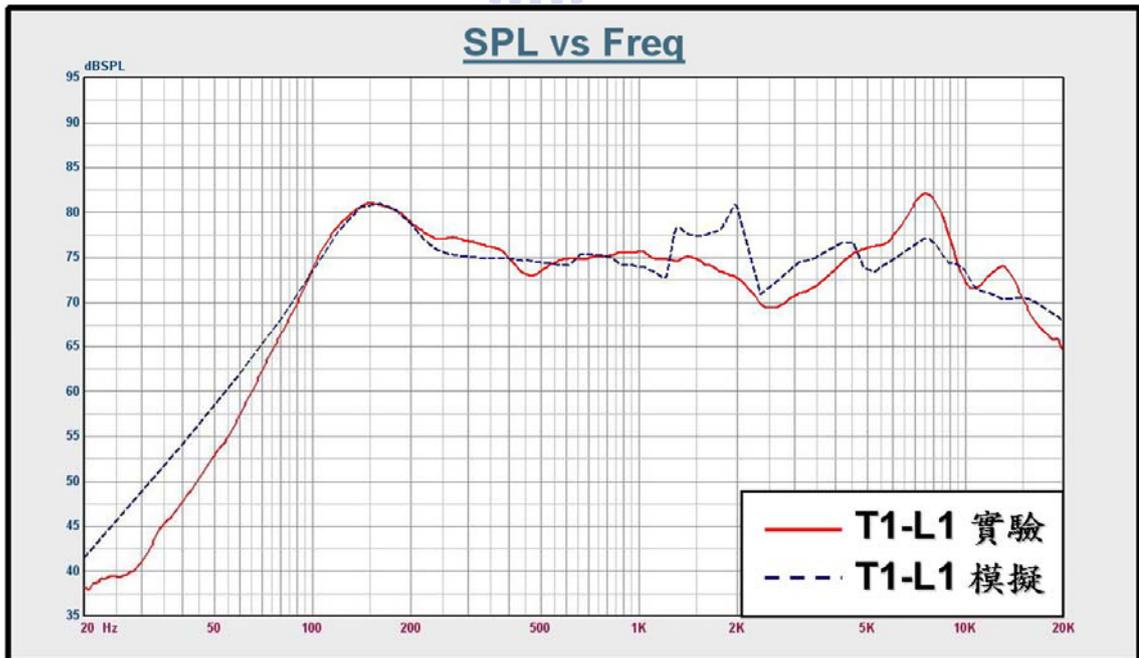


圖 6-21 T1-L1 最佳化實驗與模擬之聲壓曲線