

國立交通大學

顯示科技研究所

碩士論文

半同軸狀金屬孔洞陣列於兆赫波之穿透特性
Terahertz Transmittance Characteristics of Semi-Coaxial
Metallic Hole Arrays

The logo of National Tsing Hua University is a circular emblem. It features a gear-like outer border. Inside the circle, there is a stylized representation of a building or a bridge structure. At the bottom of the emblem, the year '1896' is inscribed.

研究生：侯少璿

指導教授：陳瓊華 教授

中華民國九十九年三月

半同軸狀金屬孔洞陣列於兆赫波之穿透特性

Terahertz Transmittance Characteristics of Semi-Coaxial Metallic Hole Arrays

研究生：侯少璿

Student：Shao-Hsuan Hou

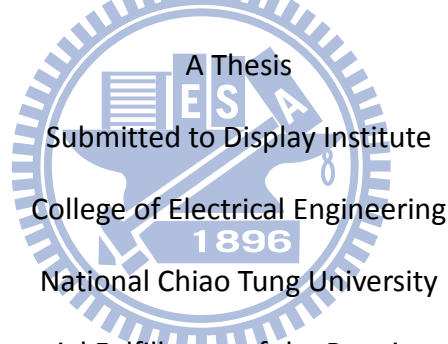
指導教授：陳瓊華 教授

Advisor：Prof. Chyong-Hua Chen

國立交通大學

顯示科技研究所

碩士論文



In partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master

in

Display Institute

March 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年三月

學生：侯少璿

指導教授：陳瓊華 教授

國立交通大學顯示科技研究所 碩士班

摘要

在本論文中我們設計不同晶格常數、週期、厚度、以及單一晶格內兩個扇形金屬孔洞不同排列方式的半同軸狀次波長金屬孔洞陣列片，並且以兆赫波時域掃描系統量測其穿透率，以及使用時域有限差分法模擬分析其物理圖像，希望藉由實驗以及模擬來研究不同幾何結構參數對於異常光穿透率的影響。當改變晶格常數及週期時，我們發現異常穿透率現象發生在具有表面電漿耦合頻率大於或接近於單一金屬孔洞之截止頻率的樣品，並且其電場分佈主要集中在金屬孔洞之中；而當表面電漿耦合頻率小於單一金屬孔洞之截止頻率時，穿透率則會隨金屬孔洞的週期增加而快速下降，並且電場明顯地散佈在金屬表面上。當改變金屬片厚度時，我們發現金屬片厚度增加時穿透率峰值會隨之下降，但是峰值頻率並不會隨之變化。在改變單一晶格內兩個扇形金屬孔洞排列方式的實驗中，我們發現當兩個金屬孔洞之間進行水平方向的移動時，距離由最初的 $40\mu\text{m}$ 移至 $300\mu\text{m}$ ，其穿透率峰值頻率會往低頻的方向移動；而當我們將兩個金屬孔洞之間進行垂直方向的位移時，距離由 $0\mu\text{m}$ 移至 $300\mu\text{m}$ ，同樣也會發現穿透率峰值頻率會往低頻的方向移動。

Student : Shao-Hsuan Hou

Advisor : Dr. Chyong-Hua Chen

Display Institute

National Chiao Tung University

Abstract

In this thesis, we designed the semi-coaxial metal hole arrays with different lattice constant, period, film thickness, and the arrangement of two metallic sectorial holes to study the influence of these different geometrical parameters on the extraordinary optical transmission phenomenon. We measured these samples by terahertz time-domain spectroscopy (THz-TDS), and discussed the physical picture by using finite different time domain (FDTD) method. When we varied the lattice constant and period of semi-coaxial metal hole arrays, the extraordinary optical transmission is observed in those samples with the surface plasmon frequencies higher or closed to the cut-off frequency of metallic sectorial waveguide, and the electric field is distributed in the metallic hole. For the samples with the surface plasmon frequencies lower than the cut-off frequency of metallic sectorial waveguide, the transmission peaks are decayed rapidly as the period of hole arrays is increasing. As we varied the thickness of metallic film, we found the transmission peaks decayed as the film thickness is increasing, but the peak frequencies are unchanged. In the experiment of the variation of the arrangement of two metallic sectorial holes in a unit cell, we observed the peak frequency shifted to the lower frequency when the distance between two metallic sectorial holes of one unit cell shifted from $40\mu\text{m}$ to $300\mu\text{m}$ in the horizontal direction. Also in the vertical direction, the distance between two metallic sectorial holes of one unit cell shifted from $0\mu\text{m}$ to $300\mu\text{m}$, we found the peak frequency shifted to the lower frequency.

誌謝

在風城的兩年多研究生活即將在這畫下句點，論文能順利完成要感謝很多人的幫忙。首先要感謝我的指導教授 陳瓊華老師，老師總是提出很有挑戰性的問題讓我去思考，雖然常常想不出答案，但總是能在思考當中有所啟發以及成長。也感謝我的口試委員，潘犀靈教授，田仲豪教授，以及何符漢博士能在倉促的時間內決定來擔任我的口試委員，並且在論文上給予許多的寶貴意見。

在實驗的進行上，感謝潘老師實驗室的小山，掐皮，以及博士後學長們在量測系統以及雷射上的幫忙，還有阿猛在樣品照相上的幫忙。而在實驗室中，也感謝烏哥，以及老廖為了替大家減輕研究壓力，所以就算冒著極大的風險也要唱”擁抱”給我聽，我想如此好聽的”擁抱”從此之後可能會成為絕響；也很感謝范范跟老翁發明了新的棒球玩法，讓我們可以在閒暇時有一個很好的活動紓解筋骨，只是我想哪天地震搖一搖之後，可能某個地方會有一堆球掉下來；我也很感謝小黑，以及白博，小黑總是能講出一些無厘頭的話來逗大家開心，而白博則是在實驗室裡表演空手打穿電話的絕技給大家看。除此之外，我也要謝謝我的好朋友，蔡丕損在matlab上以及在論文的編排和校正上的幫忙，並且在我遇到困難時總是能盡快地趕來幫我的忙；還有小巨人血狼，雖然遠在金門當兵，但是在我熬夜做實驗的那段日子中，總是能犧牲和”姊姊”約會的時間打電話來和我聊天。

最後，我要感謝陳惠芬老師，以及我的家人們，感謝你們對於我的支持、鼓勵以及在遇到問題時給予我的教導，這使我能在跌到後再次的站起來，並且繼續的往前走下去。

侯少璿

2010 春 于 風 城

目錄

摘要	iii
Abstract	iv
誌謝	v
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機	7
1.3 論文架構	9
第二章 理論與分析方法	10
2.1 表面電漿子(Surface Plasmon Polaritons, SPPs)	10
2.2 扇形金屬波導理論	14
2.3 時域有限差分法 (Finite Difference Time Domain Algorithm) [46]	19
第三章 實驗架構	24
3.1 兆赫波	24
3.2 兆赫波的輻射以及接收機制.....	26
3.3 兆赫波時域光譜掃描系統	32

第四章 實驗及模擬結果與分析	35
4.1 實驗樣品設計.....	35
4.2 改變不同晶格常數孔洞陣列的週期.....	38
4.3 改變金屬片厚度.....	49
4.4 改變半同軸狀金屬孔洞之間的排列.....	54
4.4.1 半同軸狀金屬孔洞之間的水平位移.....	54
4.4.2 半同軸狀金屬孔洞之間的垂直位移.....	57
第五章 結論	61
參考資料	63



圖表目錄

- 圖 1.1.1 具有週期性孔洞排列的銀薄膜的零階穿透率對應頻譜圖，其中孔洞週期為 $a_0 = 0.9\mu\text{m}$ ，孔洞半徑為 $d = 150\text{ nm}$ ，銀薄膜厚度為 $t = 200\text{ nm}$ 。 2
- 圖 1.1.2 (a)圓形以及不同長寬比之長方形金屬孔洞陣列的歸一化穿透率對應波長圖。
[15] (b)分別以s偏振光以及p偏振光入射橢圓形金屬孔洞陣列所量測得之穿透率頻譜。
[20] 4
- 圖 1.1.3 不同厚度的正方晶格圓形銀孔洞陣列之穿透率對應波長圖[18]。 5
- 圖 1.1.4 對於不同長寬比之單一矩形孔洞歸一化穿透率。 6
- 圖 1.1.5 不同週期的金屬孔洞陣列在其穿透率最大值時所對應之波長在 $z=0$ 處的電場分布圖。(a)週期為 600nm ，(b)週期為 700nm ，(c)週期為 800nm ，(d)週期為 600nm 。
[23] 7
- 圖 2.1.1 一平行極化光 (p-polarization wave) 入射一介電質 (介電常數為 ϵ_1) 與金屬 (介電常數為 ϵ_2) 介面，介面設定於 $z=0$ 處，並且介電質位於 $z>0$ 處，而金屬位於 $z<0$ 處。 10
- 圖 2.1.2 入射介面之電磁波 (紅色的曲線) 與表面電漿子 (藍色的曲線) 的色散曲線圖。 12

- 圖 2.2.1 一扇形金屬波導具有內半徑為 r_i ，外半徑為 r_o ，張角為 ϕ ，以及厚度為無窮。 14
- 圖 2.5.1 不同場分量的位置分配。電場分量在正立方體邊線上的中央，磁場分量在正立方體側面的中心點。[47] 21
- 圖 2.5.2 電場與磁場在時域上的配置。 21
- 圖 3.1.1 兆赫波段相對於其他波段在電磁波頻譜上的位置。 24
- 圖 3.3.1 兆赫波時域光譜掃描 (terahertz time-domain spectroscopy, THz-TDS) 系統架構圖。 33
- 圖 3.3.2 兆赫波時域光譜掃描系統頻譜掃描原理示意圖。 34
- 圖 4.1.1 (a)次波長半同軸狀金屬孔洞陣列顯微鏡照片，黑色部分為金屬，黃色部分為孔洞部分。(b)單一次波長半同軸狀金屬孔洞顯微鏡照片，灰色部分為金屬，黑色部分為孔洞部分。 36
- 圖 4.1.2 扇形金屬波導，其內半徑為 $100\mu\text{m}$ ，外半徑為 $200\mu\text{m}$ ，而張角為 157° ，內弧長為 $274\mu\text{m}$ ，外弧長為 $588\mu\text{m}$ 。 37
- 圖 4.1.3 圖 4.1.2 的扇形金屬孔洞中所存在最低階的兩個模態的色散曲線，其中最低階的模態為 TE_{11} 模，並且其截止頻率 $f_{TE_{11}}$ 為 0.3533 THz ；而次低階的模態為 TE_{21} 模，其截止

頻率為 $f_{TE_{21}}$ 為 0.6978 THz。

37

圖 4.2.1 (a)正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列；黃色的部分為孔洞(空氣)，黑色的部分為金屬。(b)六角晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列；黃色的部分為孔洞(空氣)，黑色的部分為金屬。

39

圖 4.2.2 不同週期之正方晶格以及六角晶格次波長半同軸狀金屬孔洞陣列所對應之表面電漿子耦合頻率以及扇形金屬孔洞之截止頻率。

40

圖 4.2.3 (a)週期為 $600\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 之正方晶格次波長金屬孔洞陣列在 x 方向偏振兆赫波入射之穿透率。(b)週期為 $600\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 之正方晶格次波長金屬孔洞陣列在 y 方向偏振兆赫波入射之穿透率。(c)週期為 $600\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 之六角晶格次波長金屬孔洞陣列在 x 方向偏振兆赫波入射之穿透率。(d)週期為 $600\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 之六角晶格次波長金屬孔洞陣列在 y 方向偏振兆赫波入射之穿透率。各圖中較低頻的黃色虛線為 TE_{11} 模的截止頻率，約為 0.3533 THz；較高頻的黃色虛線為 TE_{21} 模的截止頻率，約為 0.6978 THz。

41

圖 4.2.4 (a)正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之穿透率頻譜穿透率峰值頻率對應次波長金屬孔洞週期變化圖。(b)六角晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之穿透率頻譜穿透率峰值頻率對應次波長金屬孔洞週期變化圖。

43

圖 4.2.5 穿透率峰值對應次波長金屬孔洞週期變化圖。

43

圖 4.2.6 正方晶格以及六角晶格之歸一化穿透率對應次波長金屬孔洞週期變化圖。 44

圖 4.2.7 正方晶格以及六角晶格之半高寬值 (FWHM) 對應次波長金屬孔洞週期變化圖。 45

圖 4.2.8 (a)以時域有限差分法模擬週期為 $600\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 的正方晶格次波長半同軸狀金屬孔洞陣列的穿透率對應頻率圖。(b)模擬的穿透率峰值頻率與實驗得到的穿透率峰值頻率比較圖。 46

圖 4.2.9 (a)模擬頻率為 0.3849 THz 時，在週期為 $600\mu\text{m}$ 樣品金屬表面電場分布。(b)模擬頻率為 0.373 THz 時，在週期為 $700\mu\text{m}$ 樣品金屬表面電場分布。(c)模擬頻率為 0.3563 THz 時，在週期為 $800\mu\text{m}$ 樣品金屬表面電場分布。(d)模擬頻率為 0.3275 THz 時，在週期為 $900\mu\text{m}$ 樣品金屬表面電場分布。(e)模擬頻率為 0.2984 THz 時，在週期為 $1000\mu\text{m}$ 樣品金屬表面電場分布。(f)模擬頻率為 0.2687 THz 時，在週期為 $1100\mu\text{m}$ 樣品金屬表面電場分布。(g)模擬頻率為 0.2493 THz 時，在週期為 $1200\mu\text{m}$ 樣品金屬表面電場分布。(h)模擬頻率為 0.2284 THz 時，在週期為 $1300\mu\text{m}$ 樣品金屬表面電場分布。 449

圖 4.3.1 扇形金屬波導中 TE_{11} 模的色散曲線與不同厚度的共振腔條件。 50

圖 4.3.2 不同金屬片厚度的正方晶格次波長半同軸狀金屬孔洞陣列在入射的兆赫波為 x 方向偏振時的穿透率對應頻率圖。 51

圖 4.3.3 (a) 正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之第一組穿透率峰值頻率以及最低階共振腔條件($m=0$)對應金屬片厚度變化圖。 (b) 正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之第二組穿透率峰值頻率以及次低階共振腔條件($m=1$)對應金屬片厚度變化圖。 52

圖 4.3.4 正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之第一組穿透率峰值對應金屬片厚度變化圖。 53

圖 4.3.5 正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之第一組穿透率峰值半高寬對應金屬片厚度變化圖。 53

圖 4.4.1.1 水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列；白色的部分為孔洞（空氣），黑色的部分為金屬。 54

圖 4.4.1.2 水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透率對應頻率圖。 55

圖 4.4.1.3 水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透率對應水平位移量圖。 56

圖 4.4.1.4 水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透率峰值半高寬對應水平位移量圖。 57

圖 4.4.2.1 垂直方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列；黃色的部分為孔洞（空氣），黑色的部分為金屬。 558

圖 4.4.2.2 垂直方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔陣列穿透率對應頻率圖。

59

圖 4.4.2.3 垂直方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔陣列穿透率對應垂直位
移量圖。

60

圖 4.4.2.4 垂直方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔陣列穿透率峰值半高寬
對應水平位移量圖。

60



第一章 緒論

1.1 研究背景

孔洞的繞射現象一直以來是人們感興趣的研究題材，而光入射不透光屏幕上的孔洞並且產生繞射現象的研究最早始於 Grimaldi[1]，他發現繞射圖案的亮暗紋呈現漸進的變化，此與光粒子理論所預測的現象有所違背。在 1678 年，Huygens 提出在波前上的每一個點都可視為一個新的球面波源，並且在下一個時間點上形成新的波前。到了 1802 年，Yong 提出了干涉的概念，並且以雙狹縫干涉實驗驗證。而在 1818 年，Fresnel 結合了 Huygens 的理論與 Yong 的干涉概念，並且精確地計算繞射圖案的分布。到了 1882 年，Kirchhoff 以波方程式為基礎建立繞射理論的數學的形式，稱之為 Huygens-Fresnel 原理，而此原理被後人更進一步的延伸為 Fraunhofer 繞射理論。Fraunhofer 的繞射理論只適用於當入射光波長遠小於孔洞的直徑時才成立，而孔洞的直徑大小接近於或是小於入射光波長時則不在適用。為了探討這類型的問題，在 1944 年時，Bethe[2]以電磁理論推導出當光入射厚度為無限薄的完美導體（即金屬的介電常數為無窮大， $|\epsilon_M|=\infty$ ）上一直徑小於入射光波長的圓形孔洞，並發現其光穿透率會正比於 $(r/\lambda)^4$ （其中 r 為孔洞半徑， λ 為入射光波長）。因此可預期當孔洞大小遠小於入射光波長時，穿透率會接近於零。在這之後 Roberts [3]以數值方法驗證當光入射有限厚度的完美導體孔洞時，其穿透率會隨厚度增加而呈現指數型的衰減。

然而，在 1998 年時，Ebbesen[4]等人發現以可見光入射具週期性排列的次波長圓形孔洞銀薄膜時，其穿透率會遠大於 Bethe 理論所預測，並且其歸一化穿透率（穿透率值

除以孔洞面積比) 值在某些特定的頻率會大於「1」, 而此現象即被稱為異常光穿透率現象, 如圖 1.1.1 所示。當時, Ebbesen 等人認為此現象最主要是由於週期性排列的次波長金屬孔洞造成入射光與金屬表面電子耦合而在介面上產生表面電漿子, 因此使得穿透率大大地提升。但是單以表面電漿子解釋實驗結果仍有所瑕疵, 因而異常光穿透率現象的物理機制及其數學模型引起了熱烈的探討。

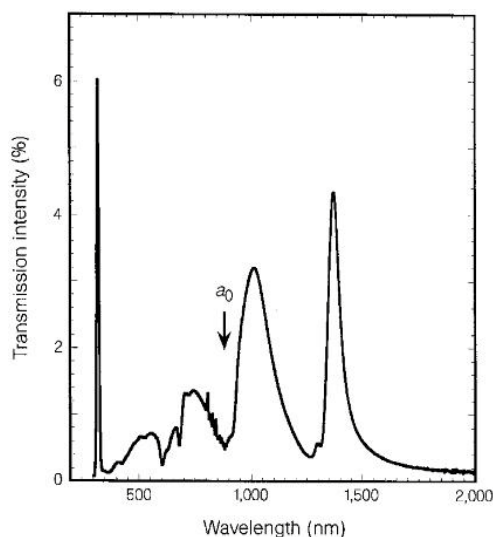


圖 1.1.1 具有週期性孔洞排列的銀薄膜的零階穿透率對應頻譜圖, 其中孔洞週期為 $a_0 = 0.9\mu\text{m}$, 孔洞半徑為 $d = 150\text{ nm}$, 銀薄膜厚度為 $t = 200\text{ nm}$ 。

在 2001 年時, L. Martin[5] 等人以數值模擬的方式發現在完美導體的薄膜上鑿有週期性的次波長孔洞陣列也會具有異常光穿透率的現象; 由於電磁場無法穿透完美導體, 因此在完美導體的表面上無法形成表面電漿子。而金屬在低於可見光波段時的介電常數遠大於在可見光並且接近於完美導體, 所以表面電漿子無法被侷限在金屬表面上, 使得

在低於可見光波段頻率的電磁波區段中的次波長金屬孔洞陣列的穿透率特性被大量的研究。因此異常光穿透率現象在接下來的幾年之內在微波（microwave）[6-7]以及兆赫波（Terahertz wave, THz wave）[8-12]區段下分別被以實驗驗證。

雖然異常光穿透率現象被指出其共振頻率出現的頻譜位置接近於金屬表面電漿子被激發的頻譜位置，但是由數學上的分析來看，異常光穿透率現象並不僅僅只是一種共振模態所造成的，應該是由兩種在金屬孔洞陣列中局域化的共振模態互相耦合並且耦合至遠場所造成的[5, 13]，因此 Fano 型式的耦合程序被使用在描述兩種不同型式局域化的共振模態互相耦合[14]。

除了金屬孔洞陣列的週期以及金屬材質對應異常光穿透率的研究之外，金屬孔洞的形狀和金屬薄膜的厚度以及其相關的幾何結構參數也被廣泛討論其對於異常光穿透率的影響。在 2004 年時，Klien 等人[15]（如圖 1.1.2(a)所示），Gordon 等人[16]（如圖 1.1.2(b)所示），以及 Cao 等人[12]分別以實驗發現次波長的金屬孔洞的形狀對於其穿透率頻譜以及穿透光的偏振有著強烈的影響。而在改變金屬薄膜厚度的實驗中，一般通常會將金屬薄膜厚度設計的大於入射光的集膚深度（Skin depth），如此一來才能觀察到明顯的共振現象[17]。當金屬薄膜厚度在接近於集膚深度時，金屬孔洞的穿透率則會隨著厚度的增加而呈現指數型衰減，最主要的原因被認為是在當金屬薄膜厚度增加時，在金屬孔洞兩端的表面電磁波之間的耦合就會下降使得穿透率隨之下降，如圖 1.1.3 所示[18]。而當金屬薄膜厚度遠大於集膚深度時，此時在金屬孔洞中造成共振現象的最主要機制則變成是存在於金屬孔洞之中的波導模態，並且穿透率亦會隨金屬薄膜厚度增加而隨之減

少，但是造成此現象的主要原因則是因為波導模態由於金屬薄膜厚度增加而衰減 [18-19]。

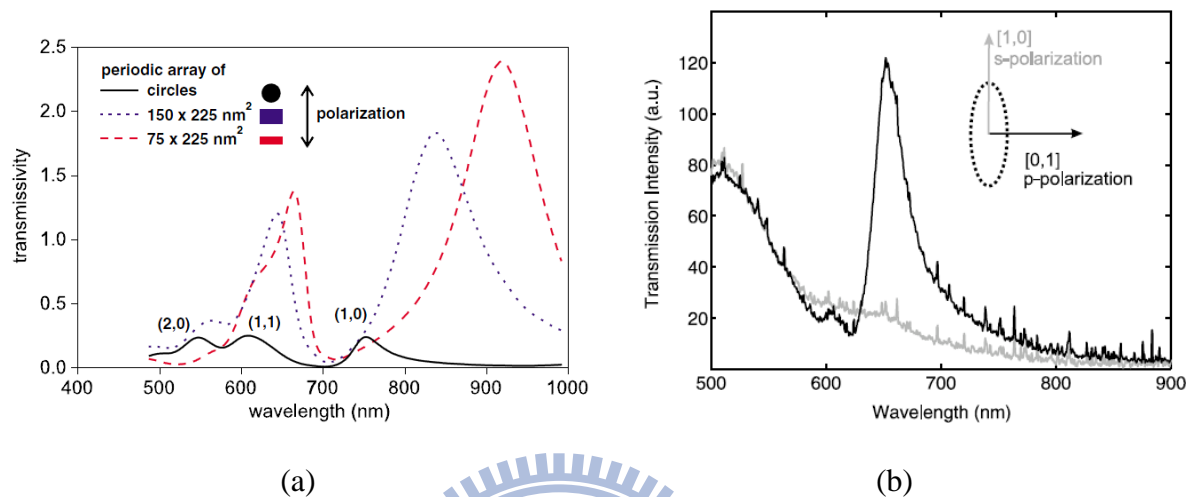


圖 1.1.2 (a) 圓形以及不同長寬比之長方形金屬孔洞陣列的歸一化穿透率對應波長圖。[15]
 (b) 分別以 s 偏振光以及 p 偏振光入射橢圓形金屬孔洞陣列所量測得之穿透率頻譜。[20]

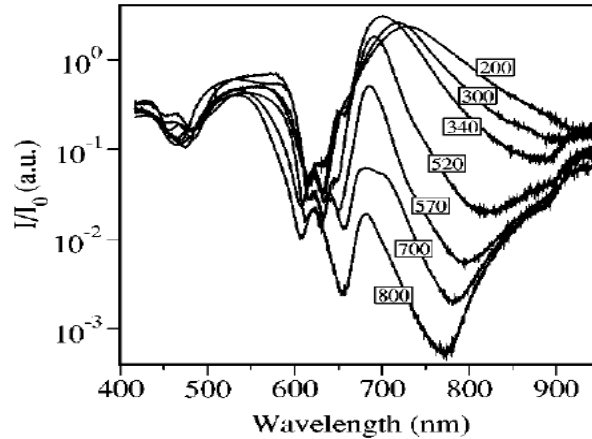


圖 1.1.3 不同厚度的正方晶格圓形銀孔洞陣列之穿透率對應波長圖[18]。

在 2005 年時，Garcia 等人[19]以理論模型分析單一次波長矩形金屬孔洞的異常光穿透率現象，在理論模型的分析中他們發現在不激發表面電漿子的情況之下，單一次波長矩形金屬孔洞仍然有異常光穿透率的現象產生，而這最主要是由於電磁波在次波長金屬孔洞中的最低模態與平面波形的截面分布不同所產生之反射係數，而此最低模態的電磁波於金屬孔洞中來回傳遞產生 Fabry-Perot 共振效應，並且當金屬薄膜厚度接近於入射光波長以及輻射模態的衰減常數遠大於金屬厚度時，在低於截止頻率的電磁波可穿透此單一孔洞，並且在截止頻率附近產生極高的穿透率，如圖 1.1.4 所示。而在 2006 年時，Ruan 等人[21]以數值模擬的方式發現，隨機排列的次波長矩形孔洞陣列的穿透率峰值所對應的頻率與其次波長金屬孔洞的排列週期無關，並且在能帶結構圖上發現其對應的模態並不會隨著樣品轉動而有頻率移動的現象，因此將此物理機制稱作為局域性波導共振 (localized waveguide resonance，或稱作局域性共振，localized resonance)。並且在爾後的研究之中，局域性波導共振以及週期性結構所引起的表面電漿子此兩種機制之間的耦合，

被認為是造成次波長週期性金屬孔洞陣列的異常光穿透率現象的主要原因之一，並且此兩種不同機至之間的耦合以及分離被廣泛的探討[22-27]。

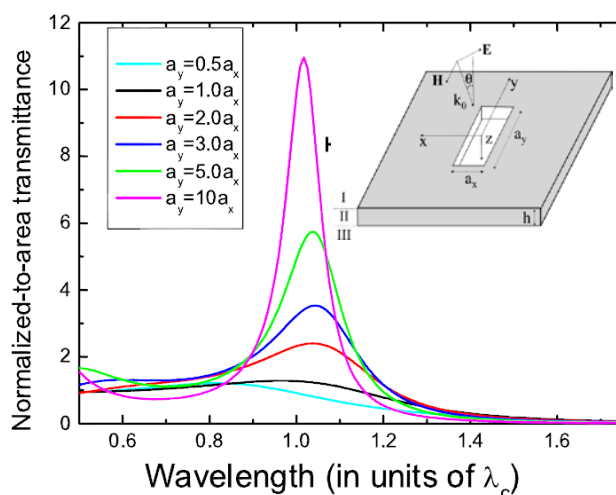


圖 1.1.4 對於不同長寬比之單一矩形孔洞歸一化穿透率。

在 2005 年時，A. Mary 等人[23]模擬不同週期的金屬孔洞陣列在其穿透率最大值時所對應之波長的電場分佈圖，用以觀察局域性波導共振與表面電漿子之間互相耦合的現象，如圖 1.1.5 所示。圖 1.1.5(a)是週期為 600nm 的金屬孔洞陣列的表面電場圖，圖中電場主要集中在金屬孔洞之中，這個現象說明了局域性波導共振為造成穿透率峰值的主要原因；並且隨著金屬孔洞陣列週期的增加，在金屬表面上的電場分佈也有所不同。對於圖 1.1.5 (c)以及(d)分別是週期為 800nm 以及 900nm 的金屬孔洞陣列電場分佈，在圖中很明顯的可以觀察到電場集中在孔洞的邊緣上並且向外散射與其他孔洞的電場互相耦合，這說明了表面電漿子在 x 方向上的傳遞。而圖 1.1.5 (b)則是週期為 700nm 的金屬孔洞陣列，其金屬孔洞的截止波長與表面電漿子所相對應的波長相等，而在圖中可以觀察到電場最強的地方在於孔洞之中，並且在孔洞邊緣處有表面電漿子往 x 方向傳遞。

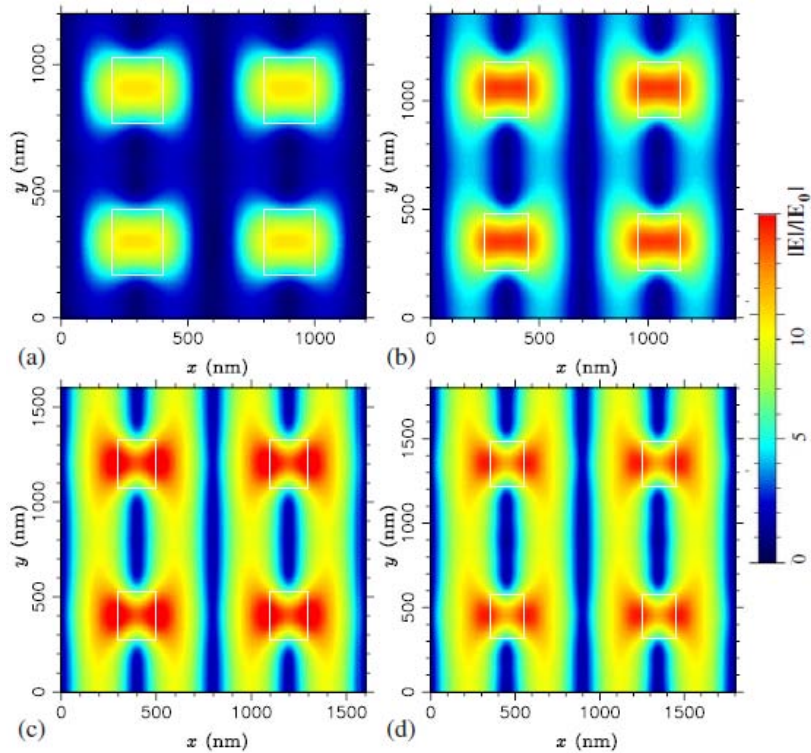


圖 1.1.5 不同週期的金屬孔洞陣列在其穿透率最大值時所對應之波長在 $z=0$ 處的電場分布圖。(a)週期為 600nm，(b) 週期為 700nm，(c) 週期為 800nm，(d)週期為 600nm。[23]

1.2 研究動機

在過去的幾十年當中因為受到材料的限制，使得兆赫波段的研究一直備受限制，但是近年來由於材料科學的快速發展使得兆赫波的物理以及相關元件的研究再次受到注目，像是時域光譜掃描 (time-domain spectroscopy) [28]，生物感測 (biosensing) [29]，安全檢測[30]，生物藥學影像 (biomedical imaging) [31]。在兆赫波段下，由於兆赫波的波長約在百毫米等級，因此在此波段下製作出次波長的金屬孔洞陣列相對於在可見光波段下容易，因而使得在兆赫波段下次波長金屬孔洞的異常光穿透率現象被積極的研究 [8, 11, 22, 25-26, 32-43]。

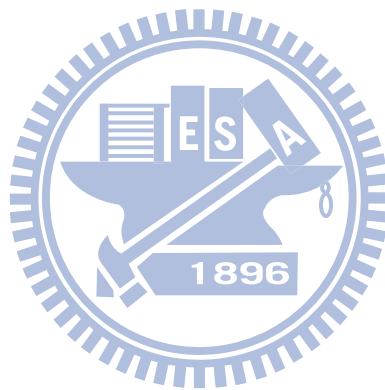
由於在兆赫波段之下，金屬的光學特性接近完美導體，這使得異常光穿透率現象在此波段下變得更加複雜，因此在此波段下所觀察到的現象與在可見光下有明顯的不同。因此我們在兆赫波段下設計不同幾何參數的次波長金屬孔洞陣列進行實驗，希望探討不同幾何參數對於異常光穿透率現象的影響。除此之外，由於在兆赫波段下的光學元件稀少並且十分昂貴，因此我們希望藉由探討不同幾何參數的次波長金屬孔洞陣列可以成為兆赫波元件研製的參考資料，例如兆赫波濾波器，兆赫波近場掃描探針，以及兆赫波感測器等等的應用。

在 2005 年時，Baida 等人根據光場在次波長同軸狀的金屬孔洞中的分佈情形提出了次波長半同軸狀的金屬孔洞陣列[44]。此種次波長孔洞陣列除了具有入射光極化的選擇能力之外，當次波長半同軸狀的金屬孔洞中兩的半同軸孔洞的連接處(此後簡稱為孔洞連接處)垂直於入射光電場的極化方向時，此結構具有與次波長同軸狀的金屬孔洞陣列相同的異常穿透率特性。相反的，當入射光電場的極化方向平行於孔洞連接處時，入射光穿透此結構的穿透率將會大大地降低，甚至於在某些頻率會無法穿透。因此 Baida 等人建議可將此結構的次波長金屬孔洞陣列應用於近場影像的掃描探針上，使其具有檢測入射光極化得能力。

因此在此論文中，我們將以不同幾何參數的次波長半同軸狀的金屬孔洞陣列探討在兆赫波段下的異常光穿透率現象，並且希望能成為未來研製兆赫波元件的研究人員的基本光學特性的參考。

1.3 論文架構

本論文將分成五個章節探討兆赫波穿透週期性次波長孔洞的異常光穿透率現象。在第一章中我們將簡短的介紹本論文研究的背景並且提出研究動機。第二章將介紹相關的理論用以解釋實驗所獲得的數據。在第三章中我們將簡介實驗所使用的，“兆赫波時域光譜系統(Terahertz Time Domain Spectroscopy (THz-TDS) system)”。在第四章中我們將探討所獲得的數據並且探討其物理意義。最後，第五章將總結上述章節內容的結論並且提供未來此領域更深入的研究方向。



第二章 理論與分析方法

2.1 表面電漿子(Surface Plasmon Polaritons, SPPs)

考慮一平行極化光 (p-polarization wave) 入射一介電質 (介電常數為 ϵ_1) 與金屬 (介電常數為 ϵ_2) 介面，如圖 2.1.1 所示。

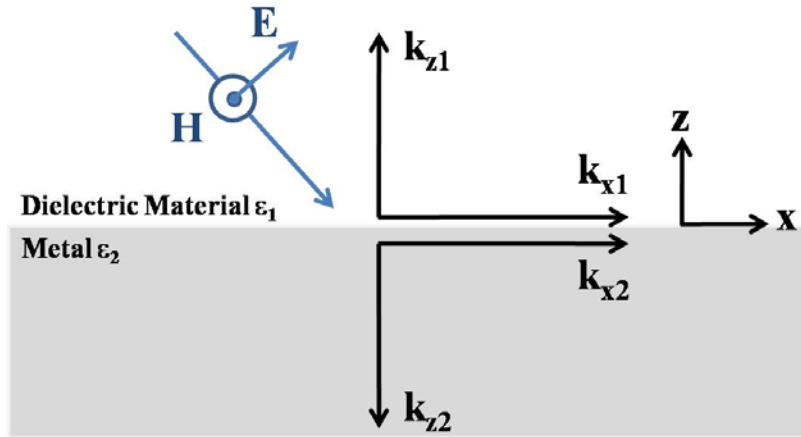


圖 2.1.1 一平行極化光 (p-polarization wave) 入射一介電質 (介電常數為 ϵ_1) 與金屬 (介電常數為 ϵ_2) 介面，介面設定於 $z=0$ 處，並且介電質位於 $z>0$ 處，而金屬位於 $z<0$ 處。

在介電質中 (即 $z>0$ 處) 的電場 (E_1) 和磁場 (H_1) 可表示為：

$$\vec{H}_1 = \hat{y}H_{y1}e^{i(k_{x1}x+k_{z1}z-\omega t)} \quad (2.1.1)$$

$$\vec{E}_1 = (\hat{x}E_{x1} + \hat{z}E_{z1})e^{i(k_{x1}x+k_{z1}z-\omega t)} \quad (2.1.2)$$

而在金屬中 (即 $z<0$ 處) 的電場 (E_2) 和磁場 (H_2) 可表示為：

$$\vec{H}_2 = \hat{y}H_{y2}e^{i(k_{x2}x-k_{z2}z-\omega t)} \quad (2.1.3)$$

$$\vec{E}_2 = (\hat{x}E_{x2} + \hat{z}E_{z2})e^{i(k_x2x - k_z2z - \omega t)} \quad (2.1.4)$$

並且電場以及磁場在介面上（即 $z=0$ 處）滿足邊界條件：

$$E_{x1} = E_{x2} \quad (2.1.5)$$

$$H_{y1} = H_{y2} \quad (2.1.6)$$

$$\epsilon_1 E_{z1} = \epsilon_2 E_{z2} \quad (2.1.7)$$

根據 Ampère 定理，我們將得到：

$$k_{z1}H_{y1} = \frac{\omega}{c}\epsilon_1 E_{x1} \quad (2.1.8)$$

$$k_{z2}H_{y2} = -\frac{\omega}{c}\epsilon_2 E_{x2} \quad (2.1.9)$$

並且合併(2.1.8)式以及(2.1.9)式，再根據邊界條件我們將會得到：

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \frac{k_{z1}}{\epsilon_1} & \frac{k_{z2}}{\epsilon_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{y1} \\ H_{y2} \end{bmatrix} = \vec{D}_0 \begin{bmatrix} H_{y1} \\ H_{y2} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.1.10)$$

因此我們可以從(2.1.10)式得到：

$$\vec{D}_0 = \frac{k_{z1}}{\epsilon_1} + \frac{k_{z2}}{\epsilon_2} = 0 \quad (2.1.11)$$

並且由色散關係式 $k_x^2 + k_{zi}^2 = \epsilon_i \left(\frac{\omega}{c}\right)^2$ 我們將可得到：

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}} \quad (2.1.12)$$

$$k_{zi} = \sqrt{\epsilon_i \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2}, \quad i = 1, 2 \quad (2.1.13)$$

由於金屬的介電常數為負值，因此根據(2.1.12)式我們可得知表面電漿子的波向量會

大於入射電磁波的波向量，如圖 2.1.2 所示。由於表面電漿子的波向量大於入射電磁

波的波向量，因此在一般的金屬表面上由於動量不匹配而無法使入射電磁波與金屬表面電子耦合產生表面電漿子。

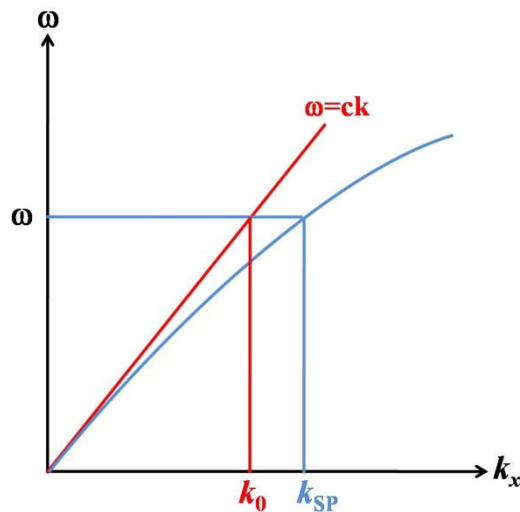


圖 2.1.2 入射介面之電磁波（紅色的曲線）與表面電漿子（藍色的曲線）的色散曲線圖。

然而，因為在金屬片上的週期性排列孔洞可以提供額外的動量，使得入射光的動量增加滿足動量守恆之定理，達成相位匹配（Phase Matching）而使得入射光與金屬表面電子耦合產生表面電漿子[45]。其中動量守恆定理為：

$$\vec{k}_{SP} = \vec{k}_x + i\vec{G}_x + j\vec{G}_y \quad (2.1.14)$$

式中的 \vec{k}_{SP} 為相對應到表面電漿子的波向量，而 \vec{k}_x 為入射光的波向量的橫向分量， \vec{G}_x 和 \vec{G}_y 是分別相對於週期性孔洞 x 方向以及 y 方向的倒晶格向量。

假設介電質的介電常數為一實數 ϵ_d ，而金屬的介電常數為一複數 $\epsilon_m = \epsilon_{mr} + i\epsilon_{mi}$ 。將 ϵ_d

以及 ε_m 帶入方程式(2.1.12)可得到表面電漿子的複數波向量 $k_{SPP} = k_{SPPr} + ik_{SPPi}$ ，其中

$$k_{SPPr} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_d}{(\varepsilon_{mr} + \varepsilon_d)^2 + \varepsilon_{mi}^2}} \sqrt{\frac{(\varepsilon_{mr}^2 + \varepsilon_{mi}^2 + \varepsilon_d \varepsilon_{mr}) + \sqrt{(\varepsilon_{mr}^2 + \varepsilon_{mi}^2 + \varepsilon_d \varepsilon_{mr})^2 + \varepsilon_{mr}^2 \varepsilon_{mi}^2}}{2}} = \frac{\omega}{c} n_{SPP} \quad (2.1.15)$$

$$k_{SPPi} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_d}{(\varepsilon_{mr} + \varepsilon_d)^2 + \varepsilon_{mi}^2}} \frac{\varepsilon_d \varepsilon_{mi}}{\sqrt{2(\varepsilon_{mr}^2 + \varepsilon_{mi}^2 + \varepsilon_d \varepsilon_{mr}) + \sqrt{(\varepsilon_{mr}^2 + \varepsilon_{mi}^2 + \varepsilon_d \varepsilon_{mr})^2 + \varepsilon_{mr}^2 \varepsilon_{mi}^2}}} \quad (2.1.16)$$

在兆赫波區段中，對於多數的金屬而言具有 $\varepsilon_{mi} > |\varepsilon_{mr}|$ ， $|\varepsilon_{mr}|$ 跟 $\varepsilon_{mi} \gg \varepsilon_d$ 的特性。

因此，方程式(2.1.15)和(2.1.16)可近似為：

$$k_{SPPr} = \frac{\omega}{c} n_{SPP} \cong \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_d} \quad (2.1.17)$$

$$k_{SPPi} = \frac{\omega \sqrt{\varepsilon_d^3}}{c 2\varepsilon_{mi}} \quad (2.1.18)$$

當入射光垂直入射於金屬表面時，對於具有不同晶格排列方式的週期性孔洞陣列將會在金屬表面上激發出具有不同共振頻率的表面電漿子。

對於四方晶格排列的週期性孔洞而言，其表面電漿子的共振頻率為：

$$f_{SPP} = \frac{c}{a_0} \sqrt{\frac{i^2 + j^2}{\varepsilon_d}} \quad (2.1.19)$$

對於六角晶格排列的週期性孔洞而言，其表面電漿子的共振頻率為：

$$f_{SPP} = \frac{2c}{\sqrt{3}a_0} \sqrt{\frac{i^2 + ij + j^2}{\varepsilon_d}} \quad (2.1.20)$$

2.2 扇形金屬波導理論

考慮一扇形金屬波導如圖 2.2.1 所示。

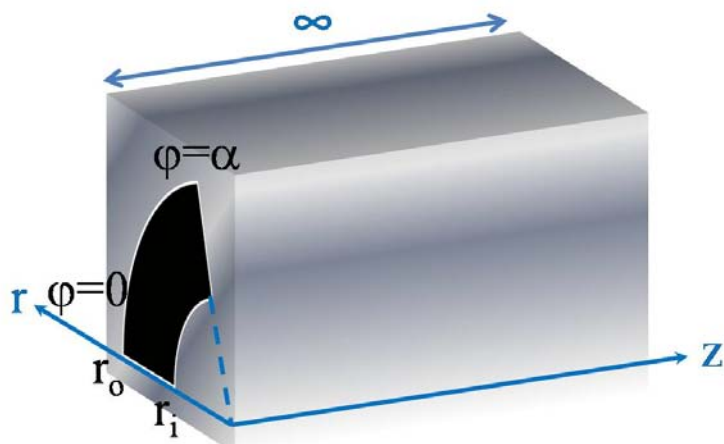


圖 2.2.1 一扇形金屬波導具有內半徑為 r_i ，外半徑為 r_o ，張角為 α ，以及厚度為無窮。

在圓柱系統中的波方程式可表示為：

$$\nabla_T^2 \Psi_T + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + k^2 \Psi = 0 \quad (2.2.1)$$

式中的 Ψ 可表示為電場或是磁場，而 Ψ_T 為場在 x-y 平面上的切線分量。使用分離變數

法可將 Ψ 表示為 $\Psi(r, \phi, z) = \Psi_T(r, \phi) \cdot Z(z)$ ，並且將其帶入方程式(2.2.1)中可改寫為：

$$\frac{\nabla_T^2 \Psi_T}{\Psi_T} + \frac{d^2 Z}{Z} = -k^2 \quad (2.2.2)$$

在方程式(2.2.2)中，式子的左手邊第一項包含 x 方向和 y 方向的分量，而第二項僅包含 z 方向分量。由於這兩項的和為一常數，因此此兩項必須分別為一常數才行。因此方程式(2.2.2)可被分成兩個獨立的方程式：

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} = -k^2 = -\beta^2 \quad (2.2.3)$$

$$\frac{\nabla_T^2 \Psi_T}{\Psi_T} = -h^2 \quad (2.2.4)$$

其中常數之間的關係式為 $\beta^2 + h^2 = k^2$ 。求解方程式(2.2.3)，我們可以得到 z 方向的表示式為：

$$Z(z) = F \cdot e^{+j\beta z} + G \cdot e^{-j\beta z} \quad (2.2.5)$$

上式中的 F 和 G 為常係數。而方程式(2.2.5)可展開為：

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Psi_T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi_T}{\partial \phi^2} + h^2 \Psi_T = 0 \quad (2.2.6)$$

使用分離變數法將 Ψ_T 表示為 $\Psi_T = R(r) \cdot \Phi(\phi)$ ，並且代入方程式(2.2.6)中可得到：

$$\frac{r}{R(r)} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR(r)}{dr} \right) + \frac{1}{\Phi(\phi)} \frac{d^2 \Phi(\phi)}{d\phi^2} = -h^2 r^2 \quad (2.2.7)$$

並且由於方程式(2.2.7)的右手邊為一常數，因此方程式(2.2.7)的左手邊兩項可分成兩獨立的方程式：

$$\frac{d^2 \Phi(\phi)}{d\phi^2} = n^2 \quad (2.2.8)$$

$$\frac{r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR(r)}{dr} \right)}{R(r)} = -h^2 r^2 + n^2 \quad (2.2.9)$$

求解方程式(2.2.8)我們可以得到 ϕ 方向的表示式為：

$$\Phi(\phi) = C \cdot \sin(n\phi) + D \cdot \cos(n\phi) = C \cdot e^{+jn\phi} + D \cdot e^{-jn\phi} \quad (2.2.10)$$

上式中的 C 和 D 為常係數。假設 $t = h \cdot r$ ，並且將其代入方程式(2.2.9)中可將其改寫成為：

$$h^2 r^2 \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + hr \frac{dR(r)}{dr} + (hr^2 - n^2)R(r) = 0 \quad (2.2.11)$$

求解方程式(2.2.11)我們可得到 r 方向的表示式為：

$$R(r) = A_n \cdot J_n(hr) + B_n \cdot Y_n(hr) \quad (2.2.12)$$

上式中的 A_n 和 B_n 為常係數， $J_n(hr)$ 為 Bessel 方程式，而 $Y_n(hr)$ 為 Neumann 方程式。

因此，合併方程式 (2.2.5)，(2.2.10)，以及(2.2.12)我們可以將 $\Psi(r, \phi, z)$ 表示為：

$$\begin{aligned} \Psi(r, \phi, z) &= \Psi_T(r, \phi) \cdot Z(z) = R(r) \cdot \Phi(\phi) \cdot Z(z) \\ &= [A \cdot J_n(hr) + B \cdot Y_n(hr)] \cdot [C \cdot e^{+jn\phi} + D \cdot e^{-jn\phi}] \cdot [F \cdot e^{+j\beta z} + G \cdot e^{-j\beta z}] \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

對於扇形金屬波導中的 TM 模態而言，其邊界條件為：

$$\Psi|_{r=r_i} = 0, \quad R(r_i) = A \cdot J_n(hr_i) + B \cdot Y_n(hr_i) = 0 \quad (2.2.14)$$

$$\Psi|_{r=r_o} = 0, \quad R(r_o) = A \cdot J_n(hr_o) + B \cdot Y_n(hr_o) = 0 \quad (2.2.15)$$

$$\Psi|_{\phi=0} = 0, \quad \Phi(0) = C + D = 0 \quad (2.2.16)$$

$$\Psi|_{\phi=\alpha} = 0, \quad \Phi(\alpha) = C \cdot e^{+jn\alpha} + D \cdot e^{-jn\alpha} \quad (2.2.17)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial Z(z)}{\partial z} = j\beta(F - G) = 0 \quad (2.2.18)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right|_{z=l} = 0, \quad \frac{\partial Z(z)}{\partial z} = j\beta(F \cdot e^{+j\beta l} - G \cdot e^{-j\beta l}) = 0 \quad (2.2.19)$$

由方程式(2.2.14)和(2.2.15)我們可以得到 r 方向的特徵方程式為：

$$J_n(hr_o) \cdot Y_n(hr_i) - J_n(hr_i) \cdot Y_n(hr_o) = 0 \quad (2.2.20)$$

並且由方程式(2.2.16)和(2.2.17)我們可以得到：

$$n = \frac{v\pi}{\alpha}, \quad v = 0, 1, 2, \dots \dots \quad (2.2.21)$$

而由方程式(2.2.18)和(2.2.19)可以獲得：

$$\beta_p = \frac{p\pi}{l}, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (2.2.22)$$

因此我們可以得到 TM 模態的波向量 $k_{\text{TE}_{\text{ump}}}$ 為：

$$k_{\text{TM}_{\text{ump}}} = \sqrt{\beta_p^2 + h_{\text{TM}_{\text{ump}}}^2} = \omega_{\text{TM}_{\text{ump}}} \sqrt{\mu\epsilon} \quad (2.2.23)$$

上式中的 h 階特徵值方程式的第 m 個解表示為 $h_{\text{TM}_{\text{ump}}}$ ，由此特徵值可得到 TM 模態

的截止波長 (cutoff wavelength) 為：

$$\lambda_{\text{cTM}_{nm}} = \frac{2\pi}{h_{\text{TM}_{\text{ump}}}} \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \quad (2.2.24)$$

合併方程式(2.2.13)，(2.2.20)，以及(2.2.21)可得到：

$$\Psi(r, \phi, z) = \Psi_0 \cdot [Y_n(hr_i) \cdot J_n(hr) - J_n(hr_i) \cdot Y_n(hr)] \cdot \sin(n\phi) \cdot \cos(\beta z) \quad (2.2.25)$$

其中常數 $\Psi_0 = \frac{4jACF}{Y_n(hr_i)}$ 。

接著可由方程式(2.2.25)獲得在扇形金屬波導中 TM 模態的各分量電磁場：

$$E_r = -h\beta\Psi_0 \cdot [Y_n(hr_i) \cdot J_n'(hr) - J_n(hr_i) \cdot Y_n'(hr)] \cdot \sin(n\phi) \cdot \sin(\beta z) \quad (2.2.26)$$

$$E_\phi = -\frac{n\beta}{r}\Psi_0 \cdot [Y_n(hr_i) \cdot J_n(hr) - J_n(hr_i) \cdot Y_n(hr)] \cdot \cos(n\phi) \cdot \sin(\beta z) \quad (2.2.27)$$

$$E_z = h^2\Psi_0 \cdot [Y_n(hr_i) \cdot J_n(hr) - J_n(hr_i) \cdot Y_n(hr)] \cdot \sin(n\phi) \cdot \cos(\beta z) \quad (2.2.28)$$

$$H_r = \frac{j\omega\epsilon n}{r}\Psi_0 \cdot [Y_n(hr_i) \cdot J_n(hr) - J_n(hr_i) \cdot Y_n(hr)] \cdot \cos(n\phi) \cdot \cos(\beta z) \quad (2.2.29)$$

$$H_\phi = -j\omega\epsilon h\Psi_0 \cdot [Y_n(hr_i) \cdot J_n'(hr) - J_n(hr_i) \cdot Y_n'(hr)] \cdot \sin(n\phi) \cdot \cos(\beta z) \quad (2.2.30)$$

$$H_z = 0 \quad (2.2.31)$$

對於扇形金屬波導中的 TE 模態而言，其邊界條件為：

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right|_{r=r_i} = 0, \quad R'(r_i) = A \cdot J_n'(hr_i) + B \cdot Y_n'(hr_i) = 0 \quad (2.2.32)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right|_{r=r_o} = 0, \quad R'(r_o) = A \cdot J_n'(hr_o) + B \cdot Y_n'(hr_o) = 0 \quad (2.2.33)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} = 0, \quad \Phi'(0) = C - D = 0 \quad (2.2.34)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \right|_{\phi=\alpha} = 0, \quad \Phi'(\alpha) = C \cdot e^{jn\alpha} - D \cdot e^{-jn\alpha} \quad (2.2.35)$$

$$\Psi|_{z=0} = 0, \quad Z(0) = F + G = 0 \quad (2.2.36)$$

$$\Psi|_{z=l} = 0, \quad Z(l) = F \cdot e^{+j\beta l} + G \cdot e^{-j\beta l} = 0 \quad (2.2.37)$$

由方程式(2.2.14)和(2.2.15)我們可以得到 r 方向的特徵方程式為：

$$J_n'(hr_o) \cdot Y_n'(hr_i) - J_n'(hr_i) \cdot Y_n'(hr_o) = 0 \quad (2.2.38)$$

而由方程式(2.2.16)和(2.2.17)可以獲得：

$$n = \frac{v\pi}{\alpha}, \quad v = 0, 1, 2, \dots \quad (2.2.39)$$

而由方程式(2.2.18)和(2.2.19)可以獲得：

$$\beta_p = \frac{p\pi}{l}, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (2.2.40)$$

因此我們可以得到 TE 模態的波向量 $k_{TE_{vmp}}$ 為：

$$k_{TE_{vmp}} = \sqrt{\beta_p^2 + h_{TE_{vmp}}^2} = \omega_{TE_{vmp}} \sqrt{\mu\epsilon} \quad (2.2.41)$$

上式中的 v 階特徵值方程式的第 m 個解表示為 $h_{TE_{vmp}}$ ，由此特徵值可得到 TE 模態

的截止波長 (cutoff wavelength) 為：

$$\lambda_{cTE_{nm}} = \frac{2\pi}{h_{TE_{vmp}}} \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \quad (2.2.42)$$

合併方程式(2.2.13)，(2.2.20)，以及(2.2.21)可得到：

$$\Psi(r, \phi, z) = \Psi_0 \cdot [Y_n'(hr_i) \cdot J_n'(hr) - J_n'(hr_i) \cdot Y_n'(hr)] \cdot \cos(n\phi) \cdot \sin(\beta z) \quad (2.2.43)$$

其中常數 $\Psi_0 = \frac{4jACF}{Y_n'(hr_i)}$ 。

接著可由方程式(2.2.43)獲得在扇形金屬波導中 TE 模態的各分量電磁場：

$$E_r = \frac{j\omega\epsilon n}{r} \Psi_0 \cdot [Y_n'(hr_i) \cdot J_n'(hr) - J_n'(hr_i) \cdot Y_n'(hr)] \cdot \sin(n\phi) \cdot \cos(\beta z) \quad (2.2.44)$$

$$E_\phi = j\omega\epsilon h \Psi_0 \cdot [Y_n'(hr_i) \cdot J_n'(hr) - J_n'(hr_i) \cdot Y_n'(hr)] \cdot \cos(n\phi) \cdot \sin(\beta z) \quad (2.2.45)$$

$$E_z = 0 \quad (2.2.46)$$

$$H_r = h\beta \Psi_0 \cdot [Y_n'(hr_i) \cdot J_n'(hr) - J_n'(hr_i) \cdot Y_n'(hr)] \cdot \cos(n\phi) \cdot \cos(\beta z) \quad (2.2.47)$$

$$H_\phi = -\frac{n\beta}{r} \Psi_0 \cdot [Y_n'(hr_i) \cdot J_n'(hr) - J_n'(hr_i) \cdot Y_n'(hr)] \cdot \sin(n\phi) \cdot \cos(\beta z) \quad (2.2.48)$$

$$H_z = h^2 \Psi_0 \cdot [Y_n'(hr_i) \cdot J_n'(hr) - J_n'(hr_i) \cdot Y_n'(hr)] \cdot \cos(n\phi) \cdot \sin(\beta z) \quad (2.2.49)$$

2.3 時域有限差分法 (Finite Difference Time Domain Algorithm) [46]

根據時間相關的馬克斯威爾偏微分方程式：

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.5.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \quad (2.5.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (2.5.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.5.4)$$

考慮 Faraday 定律 (方程式(2.5.1)) 以及 Ampere 定律 (方程式(2.5.2)) 可表示成：

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{J}_m \quad (2.5.5)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_e \quad (2.5.6)$$

其中 J_m 為磁流源，而 J_e 為電流源，並且可表示為：

$$\vec{J}_m = s\vec{H} \quad (2.5.7)$$

$$\vec{J}_e = \sigma\vec{E} \quad (2.5.8)$$

接著將方程式(2.5.5)以及方程式(2.5.6)表示為六個在直角坐標中的純量方程式：

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \left(\sigma + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial}{\partial t} \right) E_x \quad (2.5.9)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \left(\sigma + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial}{\partial t} \right) E_y \quad (2.5.10)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \left(\sigma + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial}{\partial t} \right) E_z \quad (2.5.11)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = \left(s + \mu_0 \mu_r \frac{\partial}{\partial t} \right) H_x \quad (2.5.12)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} = \left(s + \mu_0 \mu_r \frac{\partial}{\partial t} \right) H_y \quad (2.5.13)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = \left(s + \mu_0 \mu_r \frac{\partial}{\partial t} \right) H_z \quad (2.5.14)$$

將方程式的空間以即時間離散畫將會得到時間以及空間上離散晶格點：

$$f^n(i, j, k) \equiv f(idx, jdy, kdz, ndt) \quad (2.5.15)$$

因此，方程式(2.5.9)至方程式(2.5.14)中的各分量均可以中央有限差分法表示為：

$$\frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial x} = \frac{f^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) - f^n\left(i - \frac{1}{2}, j, k\right)}{dx} \quad (2.5.16)$$

$$\frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial y} = \frac{f^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right) - f^n\left(i, j - \frac{1}{2}, k\right)}{dy} \quad (2.5.17)$$

$$\frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial z} = \frac{f^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) - f^n\left(i, j, k - \frac{1}{2}\right)}{dz} \quad (2.5.18)$$

$$\frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{f^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - f^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{dt} \quad (2.5.19)$$

所有在空間中的電場以及磁場的各個分量皆可以 Yee 的網格形式排列[47]，如圖

2.5.1 所示。而電場以及磁場在時間上的配置則如圖 2.5.2 所示。

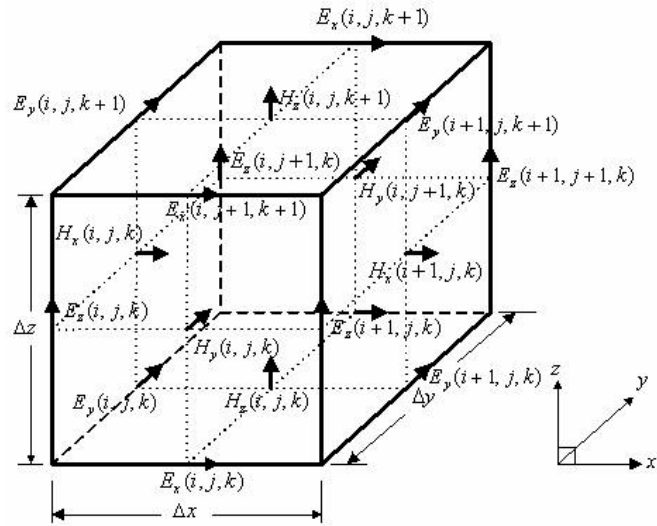


圖 2.5.1 不同場分量的位置分配。電場分量在正立方體邊線上的中央，

磁場分量在正立方體側面的中心點。[47]

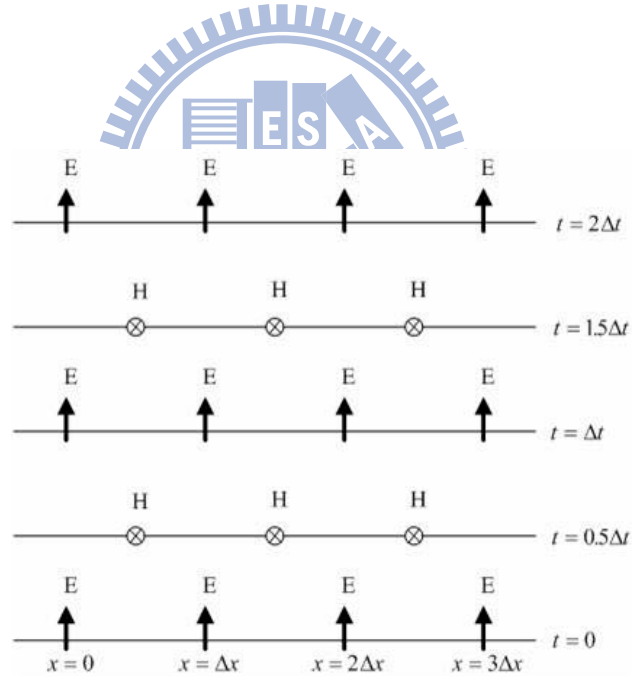


圖 2.5.2 電場與磁場在時域上的配置。

在三維座標系統中，各個電場與磁場得分量將可表示成下列形式：

$$E_x^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) = qa(m) \cdot E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) + qb(m) \cdot \left(\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) - H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k\right)}{dy} \right) - qb(m) \cdot \left(\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2}\right)}{dz} \right) \quad (2.5.20)$$

$$E_y^{n+1}\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right) = qa(m) \cdot E_y^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right) + qb(m) \cdot \left(\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) - H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}\right)}{dz} \right) - qb(m) \cdot \left(\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) - H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right)}{dx} \right) \quad (2.5.21)$$

$$E_z^{n+1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = qa(m) \cdot E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) + qb(m) \cdot \left(\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right)}{dx} \right) - qb(m) \cdot \left(\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) - H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right)}{dy} \right) \quad (2.5.22)$$

其中

$$qa(m) = \frac{1 - \frac{\sigma(m)dt}{2\varepsilon_0\varepsilon_r(m)}}{1 + \frac{\sigma(m)dt}{2\varepsilon_0\varepsilon_r(m)}} \quad (2.5.23)$$

$$qb(m) = \frac{\frac{dt}{\varepsilon_0\varepsilon_r(m)}}{1 + \frac{\sigma(m)dt}{2\varepsilon_0\varepsilon_r(m)}} \quad (2.5.24)$$

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) \quad (2.5.25)$$

$$\begin{aligned} &= pa(m) \cdot H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) - pb(m) \\ &\cdot \left(\frac{E_z^n\left(i, j + 1, k + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{dy} \right) - pb(m) \\ &\cdot \left(\frac{E_y^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) - E_y^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right)}{dz} \right) \end{aligned}$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) \quad (2.5.26)$$

$$\begin{aligned} &= pa(m) \cdot H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) - pb(m) \\ &\cdot \left(\frac{E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k + 1\right) - E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right)}{dz} \right) - pb(m) \\ &\cdot \left(\frac{E_z^n\left(i + 1, j, k + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{dx} \right) \end{aligned}$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) \quad (2.5.27)$$

$$\begin{aligned} &= pa(m) \cdot H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) - pb(m) \\ &\cdot \left(\frac{E_y^n\left(i + 1, j + \frac{1}{2}, k\right) - E_y^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right)}{dx} \right) - pb(m) \\ &\cdot \left(\frac{E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j + 1, k\right) - E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right)}{dy} \right) \end{aligned}$$

其中

$$pa(m) = \frac{1 - \frac{s(m)dt}{2\mu_0\mu_r(m)}}{1 + \frac{s(m)dt}{2\mu_0\mu_r(m)}} \quad (2.5.28)$$

$$pb(m) = \frac{\frac{dt}{\mu_0\mu_r(m)}}{1 + \frac{s(m)dt}{2\mu_0\mu_r(m)}} \quad (2.5.29)$$

第三章 實驗架構

3.1 兆赫波

兆赫波段一般定義為頻率範圍從 10^{11} 至 10^{13} 赫茲 ($0.1 \text{ THz} \sim 10 \text{ THz}$) 的電磁波，其波長範圍在 3.3mm 至 $11\mu\text{m}$ 之間，在電磁波頻譜中位於紅外線與微波之間，如圖 3.1.1 所示。

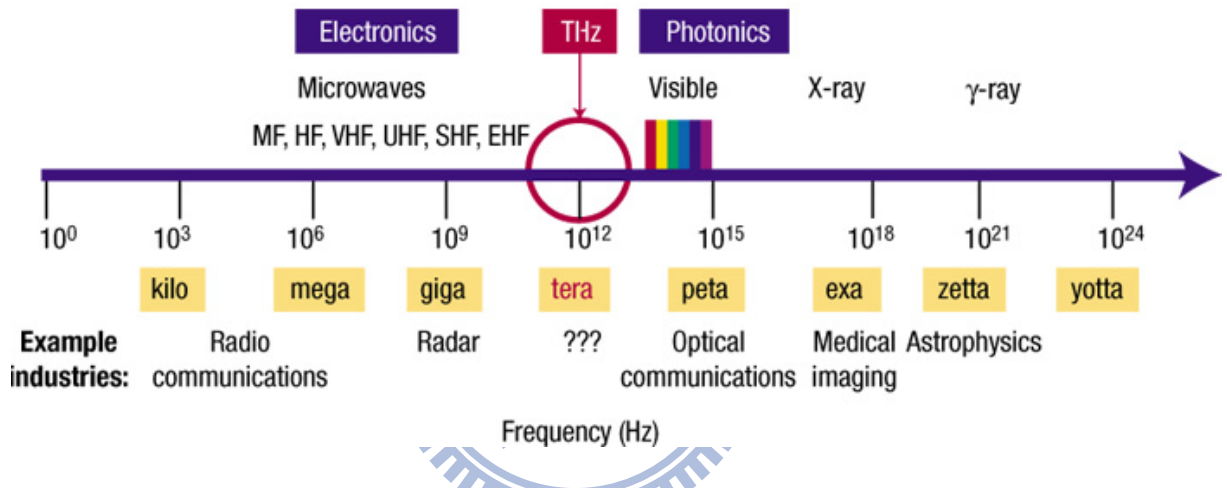


圖 3.1.1 兆赫波段相對於其他波段在電磁波頻譜上的位置。

由於許多分子的轉動能階恰巧正落在兆赫波波段，因此將兆赫波應用於吸收譜線法 (absorption spectrum spectroscopy) 之中將可分辨物質的範圍擴展至 X 光吸收譜線法無法辨識的有機等分子。並且，近來兆赫波被廣泛的應用於生物醫學上，主要的原因有兩個。首先，兆赫波的光子能量極低，相對於一般用於醫學造影的 X 光來說，對於人體的傷害較小，而對於同樣傷害較小的超音波來說，兆赫波的解析度則較為清晰。第二，兆赫波可對 X 光無法產生影像的軟組織產生影像，例如指紋等。

兆赫波的發展在 1980 年以前受限於缺少良好的發射源以及偵測技術，因此相關的研究非常稀少。由於天線是電學中產生電磁波的方法，而其使用的交流電源的頻率越快，能產生的電磁波頻率也越快，但是由交流電透過天線產生兆赫波卻是十分困難的，因為電訊號產生器所能達到的最高頻率只有數個 GHz 而已。然而這個問題在 1975 年時由 Auston 和 Lee 等人想出了解決的辦法，他們利用超短雷射脈衝照射在光導半導體上，使光脈衝訊號瞬時的將光導半導體導通而達到開關電路的效果，此方法則稱為光導開關 (photoconductive switching or Auston switching) [48-49]。到了 1981 年，Mourou 等人裡用這種技術將脈衝雷射照射在具有天線結構的光導半導體上，並且以此天線結構的光導半導體產生微波訊號，因此造就了此後光導天線的廣泛應用[50]。在 1988 年，Smith 等人發展出兆赫波時域光譜掃描系統最初的原形，他們將兩個具有天線結構的光導半導體，一個當作兆赫波發射源，另一個當作兆赫波接收器，並且以此種方法成功的產生兆赫波以及偵測兆赫波訊號。從這個兆赫波時域光譜掃描系統原形的發展至今，世界上仍有許多的研究單位投入超快雷射的領域，以及研發多種不同方法來產生飛秒 (femto-second) 級脈衝寬度的超快雷射。其中，經由鈦藍寶石 (Ti:Sapphire) 所產生的超短脈衝雷射是目前最容易架設以及使用的系統之一，因此本論文中所使用的量測光源系統即是由鈦藍寶石所產生的。在此系統中，利用鈦藍寶石雷射經由克爾效應(Kerr Lens Mode Lock) 產生頻寬為 100 飛秒的脈衝雷射，並且將此脈衝雷射入設至光導天線中，使大量的載子被激發，然後由於外加電場使其加速而幅射出兆赫波。在兆赫波的偵測技術上，在實驗中使用的是光導天線接收由發射源發射的兆赫波。

3.2 兆赫波的輻射以及接收機制

近年來兆赫波脈衝的產生方法被大量地提出，在這些方法中有兩種較為被廣泛使用的方法，第一種是將超短脈衝雷射入射至非線性晶體經由光整流效應（optical rectification）產生兆赫波，而第二種方法為利用超短脈衝雷射入射至光導天線，因而會激發光導天線上半導體中的電子-電洞對，並且由於外加偏壓的關係會產生表面電流，而時變的表面電流會經由天線輻射出兆赫波。在實驗中，我們使用的是第二種方式產生兆赫波，因此以下我們將以電衝模型（current-surge model）簡述此種方式兆赫波產生的機制。

當脈衝雷射入射至半導體時，會在半導體的表面激發時變載子 $\rho(x, y, z, t)$ 、電流 $\vec{J}(x, y, z, t)$ 、電場以及磁場。

根據馬克斯威爾方程式（Maxwell's Equations）：

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (3.2.2)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2.4)$$

以及關係式

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.2.5)$$

將方程式(3.2.5)代入方程式(3.2.1)可以得到

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \vec{A}) = \nabla \times \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \quad (3.2.6)$$

將方程式(3.2.6)整理可得

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.2.7)$$

並且根據向量恆等式，可將方程式(3.2.7)改寫成

$$-\nabla V = \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (3.2.8)$$

接著再將方程式(3.2.8)代入方程式(3.2.3)中可以得到

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu \left(\vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu \left[\vec{J} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \right] \quad (3.2.9)$$

將方程式(3.2.9)整理過後可以得到

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J} + \nabla \left(\nabla \cdot \vec{A} + \mu\epsilon \frac{\partial V}{\partial t} \right) \quad (3.2.10)$$

同樣地可將方程式(3.2.8)代入方程式(3.2.2)並且整理可得

$$\nabla^2 V + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{A}) = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (3.2.11)$$

並且根據羅倫茲規範 (Lorentz gauge) 可以得知

$$\nabla \cdot \vec{A} + \mu\epsilon \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (3.2.12)$$

將方程式(3.2.12)代入方程式(3.2.10)以及方程式(3.2.11)可以得到

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J} \quad (3.2.13)$$

$$\nabla^2 V + \mu\epsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (3.2.14)$$

藉由方程式(3.2.13)以及方程式(3.2.14)可以用以描述電磁波傳播至遠場時的時變電場。

當超短脈衝入射半導體表面時，半導體會吸收超短脈衝光並且激發產生電子-電洞

對，根據方程式(3.2.3)則可得到

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.2.15)$$

但實際上，電流只存在於半導體的表面，因此 $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ 。由方程式(3.2.8)以及方程式(3.2.15)可以得知載子的濃度並非為時變函數，因此超短脈衝所激發出的載子和電流對於時變的輻射電場並無貢獻。而由方程式(3.2.8)可以得之兆赫波的產生來自於時變的向量磁位，因此可以假設輻射電場為

$$\vec{E}_{\text{rad}}(t) = -\frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t} \quad (3.2.16)$$

根據格林函數法 (Green Functions method)

$$\nabla^2 \Psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -4\pi \cdot f(\vec{r}, t) \quad (3.2.17)$$

其中 $f(\vec{r}, t)$ 為源的分佈函數， Ψ 為場的分佈函數。因此可以得到場的分佈函數為

$$\Psi = \int \frac{f\left(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV \quad (3.2.18)$$

由此方法可知，由方程式(3.2.13)可以得知

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int \frac{\vec{J}_s\left(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} da' \quad (3.2.19)$$

再將方程式(3.2.19)代入方程式(3.2.16)可以得到

$$\vec{E}_{\text{rad}}(t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\vec{J}_s\left(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} da' \quad (3.2.20)$$

其中 J_s 為光導天線中的表面受到超短脈衝雷射激發之電流，又 \vec{r}' 為源座標系中的向量，

而 \vec{r} 則為場座標系中的向量。若考慮 $\vec{E}_{\text{rad}}(t)$ 在遠場的效應則可簡化為

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = r \sqrt{1 - 2\vec{a}_r \cdot \vec{r}' + \frac{|\vec{r}'|^2}{r^2}} \approx r \left(1 - \frac{\vec{a}_r \cdot \vec{r}'}{r} \right) \approx r \quad (3.2.21)$$

若假設光導天線的電極受到超短脈衝激發時，其所激發的表面電流為常數，則輻射至遠場的電場可表示為

$$\vec{E}_{\text{rad}}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{A}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \frac{d}{dt} \vec{j}_s \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (3.2.22)$$

其中 A 為光導天線的照光區域。接著，考慮實驗中量測兆赫波的偵測器放置在 Z 軸上，即 $x=y=0$ ，又 $t \rightarrow t - \frac{z}{c}$ ，因此電場可表示為

$$\vec{E}_{\text{rad}}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{A}{z} \frac{d}{dt} \vec{j}_s(t) \quad (3.2.23)$$

並且可以得到

$$\vec{j}_s = \frac{\sigma_s(t) \vec{E}_b}{\frac{\sigma_s(t) \eta_0}{1+n} + 1} \quad (3.2.24)$$

其中 η_0 為真空中的本質阻抗 (intrinsic impedance of the free space)， n 為光導天線在兆赫波段下的折射率， $\sigma_s(t)$ 為光導天線的表面電導， \vec{E}_b 為外加的偏壓電場。而 $\sigma_s(t)$ 的定義為

$$\sigma_s(t) = \frac{e(1-R)}{\hbar\omega} \int_{-\infty}^t dt' m(t, t') I_{\text{opt}}(t') \exp\left[\frac{-(t-t')}{\tau_{\text{car}}}\right] \quad (3.2.25)$$

其中 e 為電子電荷， R 為超短脈衝照射至光導天線的反射率， $\hbar\omega$ 為激發光的光子能量， $m(t, t')$ 為在時間 t' 時受到超短脈衝激發的載子在時間 t 時的遷移率 (mobility)， τ_{car} 為受機載子的生命週期 (carrier time)。若假設載子的遷移率為常數，即 $m(t, t') = m$ ，則 $\tau_{\text{car}} \rightarrow \infty$ 。若假設激發光為高斯 (Gaussian) 光束的脈衝，亦即為

$$I_{\text{opt}} = I_0 \exp\left(-\frac{t'^2}{\tau^2}\right) \quad (3.2.26)$$

將方程式(3.2.26)代入方程式(3.2.25)則可得到

$$\sigma_s(t) = \frac{e(1-R)}{\hbar\omega} I_0 \int_{-\infty}^t dt' m \exp\left(-\frac{t'^2}{\tau^2}\right) \quad (3.2.27)$$

將方程式(3.2.24)以及方程式(3.2.27)代入方程式(3.2.23)則可得到

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{rad}}(\vec{r}, t) = & -\frac{\vec{E}_b}{4\pi\epsilon_0 c^2 z} \frac{A e(1-R)}{\hbar\omega} I_0 m \cdot \exp\left(-\frac{t'^2}{\tau^2}\right) \\ & \times \left[1 + \frac{\eta_0 e(1-R) I_0 m}{\hbar\omega(1+n)} \int_{-\infty}^{t/\tau} \tau \exp(-x^2) dx \right]^{-2} \end{aligned} \quad (3.2.28)$$

若假設入射的激發光之光通量 (light fluence) 為

$$F_{\text{opt}} = \int_{-\infty}^{\infty} I_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) dt = \sqrt{\pi} I_0 \tau \equiv \frac{E_{\text{opt}}}{A} \quad (3.2.29)$$

其中 E_{opt} 為偵測器所量測到激發光的平均能量，而 A 為激發光的光束大小。在此我們假

設兩個參數方便計算上的簡化，分別為

$$B = \frac{Ae(1-R)m}{4\pi\epsilon_0 c^2 z \hbar\omega \sqrt{\pi}} \quad (\text{單位: } \text{m}^2 \text{s/J}) \quad (3.2.30)$$

$$D = \frac{\eta_0 e(1-R)m}{\hbar\omega(1+n)\sqrt{\pi}} \quad (\text{單位: } \text{m}^2/\text{J}) \quad (3.2.31)$$

將上述的方程式(3.2.30)以及方程式(3.2.31)代入方程式(3.2.28)則可簡化為

$$\vec{E}_{\text{rad}}(\vec{r}, t) = -B\vec{E}_b \frac{F_{\text{opt}}}{\tau} \exp\left(-\frac{t'^2}{\tau^2}\right) \times \left[1 + DF_{\text{opt}} \int_{-\infty}^{t/\tau} \tau \exp(-x^2) dx \right]^{-2} \quad (3.2.32)$$

由以上的理論推導，可明確地了解由超短脈衝產生兆赫波的機制。接著，我們將介紹如

何利用光導天線和超快雷射達成同調偵測。

當光導天線受到超短脈衝照射時，其電導率 σ_d 為一時變函數，並且兆赫波的電場會

加速載子因而產生電流。若假設兆赫波由發射端抵達偵測的光導天線端耗時為 t_p ，而量

測所得到的電流則為經由卷積 (convolution) 所得到的訊號

$$j(t_p) = \int_{t_p}^{\infty} E_{\text{rad}}(t') \cdot \sigma_d(t' - t_p) dt' \quad (3.2.33)$$

假設偵測端的光導天線的電導率為

$$\sigma_d(t' - t_p) = \begin{cases} 0 & \text{if } t_p > t' \\ \frac{\sigma_0}{\tau_d} \exp\left[-\frac{(t' - t_p)}{\tau_d}\right] & \text{if } t_p \leq t' \end{cases} \quad (3.2.34)$$

其中 σ_0 為超短脈衝入射至偵測器的瞬間最大電導率。若再假設兆赫波的脈衝寬度小於1皮秒 (ps)，並且由於超短脈衝入射光導天線所產生的載子其生命週期 τ_d 較長，因此方程式(3.2.34)可簡化為

$$\sigma_d(t' - t_p) = \begin{cases} 0 & \text{if } t_p > t' \\ \frac{\sigma_0}{\tau_d} & \text{if } t_p \leq t' \end{cases} \quad (3.2.35)$$

再將方程式(3.2.35)代入方程式(3.2.33)可得到

$$j(t_p) = \frac{\sigma_0}{\tau_d} \int_{t_p}^{\infty} E_{\text{rad}}(t') dt' \quad (3.2.36)$$

由方程式(3.2.32)可觀察到 E_{rad} 為偶函數，因此方程式(3.2.36)可改寫成

$$j(t_p) = \frac{\sigma_0}{2\tau_d} \int_{-\infty}^{\infty} E_{\text{rad}}(t') dt' \quad (3.2.37)$$

並且再將方程式(3.2.32)代入方程式(3.2.37)可得到電流對時間的關係式為

$$j = -\frac{\sigma_0}{2\tau_d} \frac{BE_b F_{\text{opt}}}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{t'^2}{\tau^2}\right) \times \left[1 + DF_{\text{opt}} \int_{-\infty}^{t'/\tau} \tau \exp(-x^2) dx\right]^{-2} dt' \quad (3.2.38)$$

其中 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{t'^2}{\tau^2}\right) \times \left[1 + DF_{\text{opt}} \int_{-\infty}^{t'/\tau} \tau \exp(-x^2) dx\right]^{-2} dt' = \frac{\sqrt{\pi}\tau}{1+\sqrt{\pi}DF_{\text{opt}}}$ ；在以上的推導中必沒有考慮到兆赫波在輻射以及接收時會穿透任何介質，若考慮兆赫波在輻射以及接受時會穿透介質時，則會因菲涅耳損失 (Fresnel loss) 而使得量測到的訊號小於理論所推導的。若考慮菲涅耳損失所造成的影響，並將方程式(3.2.38)簡化則可得到

$$j = -\sigma_0 CE_b \frac{F/F_s}{1 + (F/F_s)} \quad (3.2.39)$$

其中

$$F_s = \frac{(1+n)\hbar\omega}{\eta_0 e(1-R)m} \quad (3.2.40)$$

$$C = \frac{A\sqrt{n}}{4\pi\epsilon_0 c^2 z \eta_0 \tau_d} \quad (3.2.41)$$

由上述的推導可了解兆赫波的輻射以及接收機制，以及超快雷射與光導天線之間是如何達成同調的。

3.3 兆赫波時域光譜掃描系統

為了研究在半同軸狀金屬孔洞陣列中的異常穿透率現象，因此本論文中的實驗使用兆赫波時域光譜掃描 (terahertz time-domain spectroscopy, THz-TDS) 系統進行實驗，兆赫波時域光譜掃描系統架構如圖 3.2.1 所示。系統中所使用的光源為波長 532 奈米 (nm)，能量為 4.5 瓦特 (Watt) 的綠光雷射，並且經由透鏡聚焦至做為增益介質的鈦藍寶石晶體 (Ti:Sapphire) 產生出許多頻率的螢光，再經由克爾鎖模機制 (Kerr Lens Mode Lock) 產生脈衝雷射。由於綠光雷射經過鈦藍寶石晶體會產生色散 (dispersion) 效應，使得雷射脈衝的頻寬增加，因此在雷射的共振腔中會放置稜鏡對 (Prime Pair) 壓縮脈衝。而當超短脈衝雷射經過輸出耦合鏡 (output coupler) 後會在次產生色散效應，因此在共振腔外匯再放置一對稜鏡作為外腔補償。最後產生出的超短脈衝光為中心波長 800 奈米，脈衝半高寬 50 奈米，重複率 (repetition rate) 82 百萬赫茲 (MHz) 的脈衝雷射。在兆赫波時域光譜掃描系統中，當此脈衝雷射光通過偏振分光稜鏡時將被分成兩道不同極化方向的脈衝雷射光，並且分別入射至激發端以及偵測端的光導天線中，並且在實驗中所使用的光導天線是由低溫砷化鎵 (Low-Temperature-Grown GaAs) 所製

成的；偵測端的光導天線與激發端的光導天線差別在於激發端的光導天線具有直流的電壓源作為偏壓，而在偵測端則無任何偏壓。照射在激發端的激發光（pump beam）與照射在偵測端的偵測光（probe beam）的作用均為將低溫砷化鎵的載子激發至導帶；當激發端的載子被激發至導帶後，因偏壓造成的電場運動，形成微電流（或稱為光電流，photocurrent），從而輻射出兆赫波。當激發源輻射出的兆赫波到達無偏壓的偵測端時，兆赫波的電場成為偵測端的偏壓電場，使偵測端產生微電流，而此微電流與兆赫波的電場大小成正比，因此可藉由量測此微電流的大小得知兆赫波的電場強度，再經由延遲平台（delay stage）改變偵測光的光程差，便可記錄下不同時間延遲的電流訊號，接著再將得到電流訊號作傅立葉轉換即可得到兆赫波段下的光強度頻譜以及相位資訊，其頻譜掃描原理如圖 3.2.2 所示。

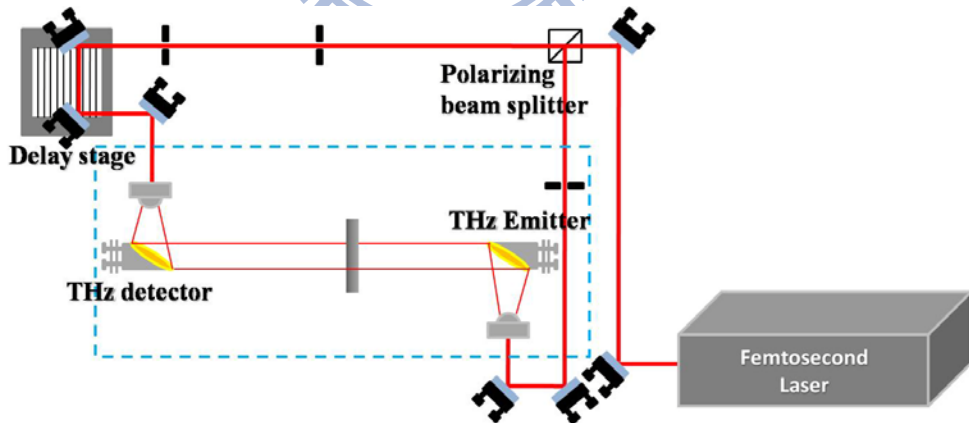


圖 3.3.1 兆赫波時域光譜掃描（terahertz time-domain spectroscopy，THz-TDS）系統架構圖。

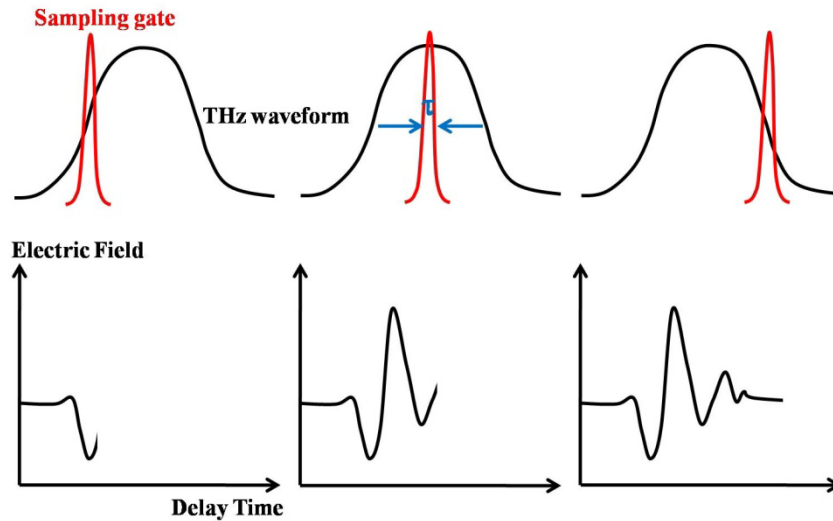


圖 3.3.2 兆赫波時域光譜掃描系統頻譜掃描原理示意圖。

在實驗中，我們將兆赫波通過空氣時的訊號作為參考訊號，再將兆赫波通過金屬孔洞陣列的訊號作為樣品訊號，將兩個不同的訊號分別作傅立葉轉換後在相除便可得到金屬孔洞陣列在兆赫波段下的穿透率頻譜資訊。實驗中所使用的金屬孔洞陣列是委託「先鋒雷射」製造，使用的材料為不銹鋼材質。

第四章 實驗及模擬結果與分析

在本章節中首先會介紹實驗中所量測的次波長半同軸狀金屬孔洞陣列樣品，接著將實驗以及模擬結果分成三大類型來做為探討。第一種類型為改變次波長半同軸狀金屬孔洞陣列的晶格常數以及排列週期，在這個類型中我們使用正方晶格以及六角晶格兩種晶格常數，並且改變其排列週期。在第二種類型中，我們將使用週期為 $800\mu\text{m}$ 的正方晶格次波長半同軸狀金屬孔洞陣列，並且改變其樣品厚度。而在第三種類型中，我們改變組成半同軸狀金屬孔洞中的兩個方向相反的扇形金屬孔洞之間排列的方式。我們希望藉由此三大類型的實驗以及模擬結果觀察並且分析在兆赫波段下次波長金屬孔洞的異常光穿透率現象，以及各種不同幾何結構參數對於穿透率的影響。

4.1 實驗樣品設計

在本論文之中我們設計了不同結構參數的次波長半同軸狀金屬孔洞陣列來研究異常光穿透率的現象。次波長半同軸狀金屬孔洞陣列如圖 4.1.1(a)所示，是由兩個內、外半徑相同的扇形金屬孔洞排列成左右相反組成的。而在此我們所設計的扇形金屬孔洞的內半徑為 $100\mu\text{m}$ ，外半徑為 $200\mu\text{m}$ ，兩個左右相反的扇形金屬孔洞間距（連接處長度）為 $40\mu\text{m}$ ，如圖 4.1.1(b)所示。



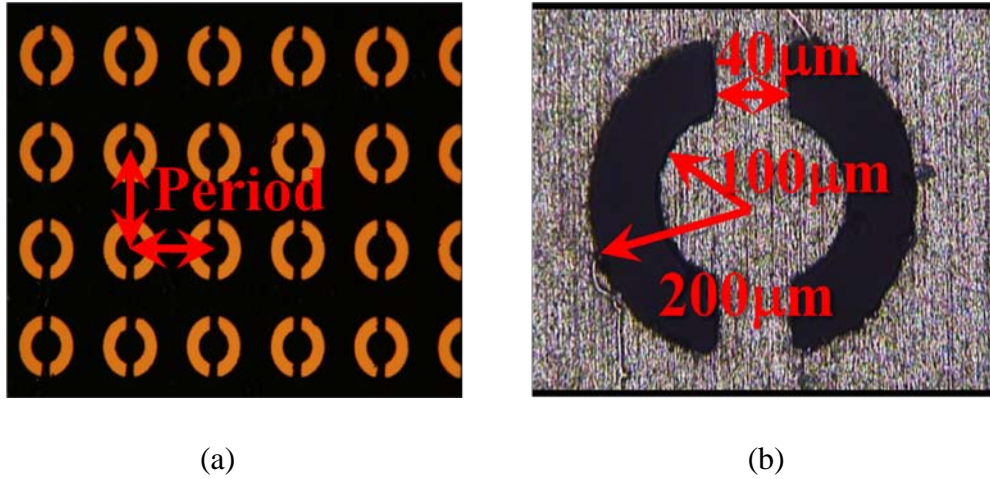


圖 4.1.1 (a)次波長半同軸狀金屬孔洞陣列顯微鏡照片，黑色部分為金屬，黃色部分為孔洞部分。

(b)單一次波長半同軸狀金屬孔洞顯微鏡照片，灰色部分為金屬，黑色部分為孔洞部分。

由於次波長半同軸金屬孔洞是由兩個左右相反的扇形金屬孔洞所組成，並且在兆赫波段下金屬接近完美導體而使兩個扇形金屬孔洞在金屬片中不會互相影響，因此在計算其扇形金屬波導的截止頻率時，只需計算其中一邊的扇形金屬波導的截止頻率即可。圖 4.1.2 所示為扇形金屬波導，其內半徑為 $100\mu\text{m}$ ，外半徑為 $200\mu\text{m}$ ，而張角為 157° ，內弧長為 $274\mu\text{m}$ ，外弧長為 $588\mu\text{m}$ 。因此我們可藉由 2.2 節的扇形金屬波導理論得到此結構的色散曲線圖，如圖 4.1.3 所示為存在於此扇形金屬波導中的兩個最低階模態，分別為 TE_{11} 模以及 TE_{21} 模，並且所對應的截止頻率為 $f_{\text{TE}_{11}}$ 為 0.3533 THz ，而 $f_{\text{TE}_{21}}$ 為 0.6978 THz 。

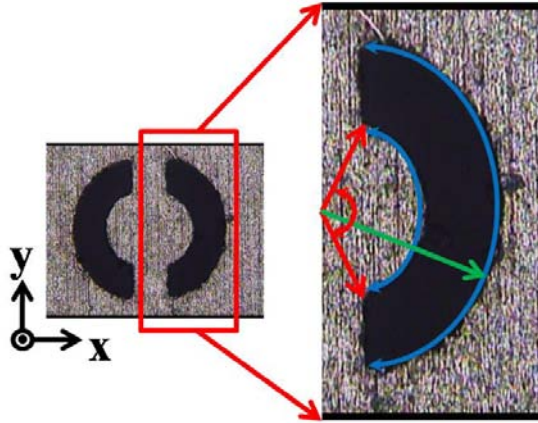


圖 4.1.2 扇形金屬波導，其內半徑為 $100\mu\text{m}$ ，外半徑為 $200\mu\text{m}$ ，而張角為 157° ，內弧長為 $274\mu\text{m}$ ，外弧長為 $588\mu\text{m}$ 。

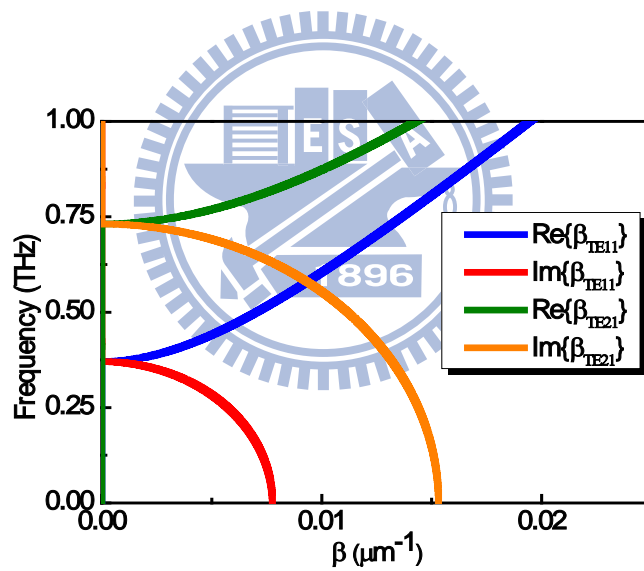


圖 4.1.3 圖 4.1.2 的扇形金屬孔洞中所存在最低階的兩個模態的色散曲線，其中最低階的模態為 TE_{11} 模，並且其截止頻率 $f_{\text{TE}_{11}}$ 為 0.3533 THz ；而次低階的模態為 TE_{21} 模，其截止頻率為 $f_{\text{TE}_{21}}$ 為 0.6978 THz 。

在以下章節所進行的實驗中，我們將使用本節中所設計的次波長半同軸狀金屬孔洞陣列來進行實驗，並且改變金屬孔洞的結構參數來觀察並且探討其在兆赫波段下的穿透特性。

4.2 改變不同晶格常數孔洞陣列的週期

為了觀察週期性對於次波長半同軸金屬孔洞陣列異常光穿透率現象的影響，因此在這個類別中我們設計以及製作金屬片厚度為 $200\mu\text{m}$ ，並且孔洞週期從 $600\mu\text{m}$ 至週期 $1300\mu\text{m}$ 每 $100\mu\text{m}$ 一片樣品的正方晶格以及六角晶格之半同軸狀次波長金屬孔洞陣列，如圖 4.2.1 所示，其中每一個次波長半同軸狀金屬孔洞詳細的結構參數如 4.1 節所述。在 4.1 節的計算，我們可得知對於單一扇形金屬波導的 TE_{11} 截止頻率為 0.3533 THz ， TE_{21} 截止頻率為 0.6978 THz 。



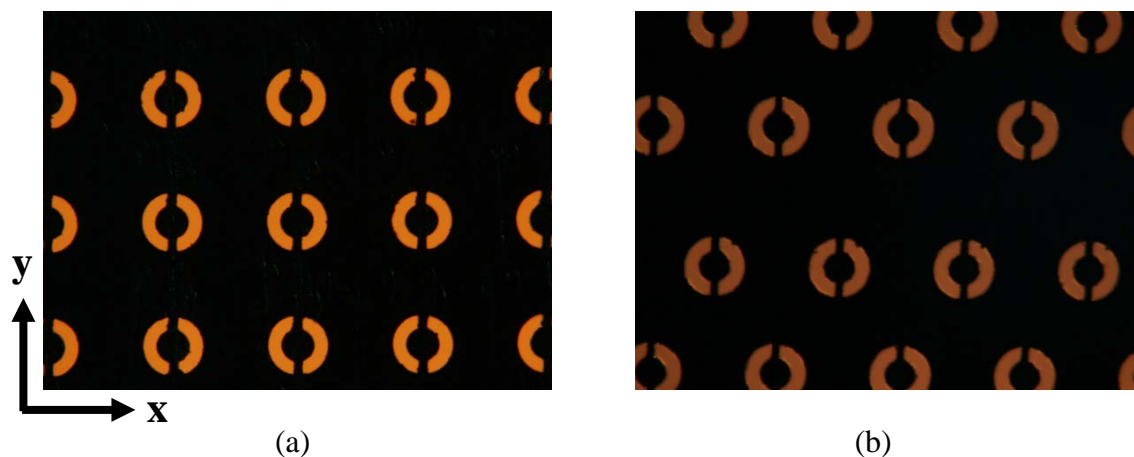


圖 4.2.1 (a) 正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列；黃色的部分為孔洞（空氣），黑色的部分為金屬。

(b) 六角晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列；黃色的部分為孔洞（空氣），黑色的部分為金屬。

由於希望藉由實驗觀察金屬孔洞的週期性對於兆赫波段下的異常光穿透率現象的影響，因此我們設計不同晶格形式以及不同週期的樣品，使其表面電漿耦合頻率從大於扇形金屬波導的截止頻率開始低頻移動，並且使之移至遠低於扇形金屬波導的截止頻率的位置，如圖 4.2.2 所示，藉以觀察當此兩種現象相互遠離時對於次波長半同軸金屬孔洞陣穿透率的影響。

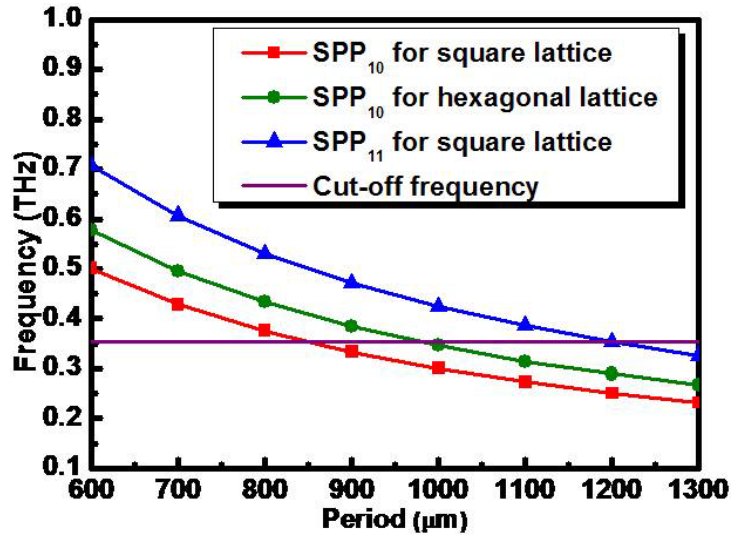


圖 4.2.2 不同週期之正方晶格以及六角晶格次波長半同軸狀金屬孔洞陣列所對應之表面電漿子耦合頻率以及扇形金屬孔洞之截止頻率。



圖 4.2.3(a)以及(c)分別為正方晶格以及六角晶格在入射的兆赫波為 x 方向偏振時的穿透率對應頻率圖，而圖 4.2.3(b)以及(d)則分別為正方晶格以及六角晶格在入射的兆赫波為 y 方向偏振時的穿透率對應頻率圖。在圖 4.2.3(a)至(d)中可以很明顯的觀察到，當入射的兆赫波為 x 方向偏振時，具有兩個明顯的穿透率峰值在 TE_{11} 模以及 TE_{21} 模的截止頻率附近；而當入射的兆赫波為 y 方向偏振時，僅在 TE_{21} 模的截止頻率附近有一極低的穿透率峰值。造成此現象的主要原因為入射 y 方向偏振的兆赫波時，由於扇形金屬孔洞之間的金屬連接處方向與入射波方向平行，使得 TE_{11} 模無法在扇形金屬波導中被激發並傳遞能量，而 TE_{21} 模雖然能在扇形金屬波導中被激發，但入射光耦合至扇形金屬波導的效率極低，因此在穿透率頻譜上僅在 TE_{21} 模的截止頻率附近出現一穿透率較低

的穿透率峰值。此外，我們發現在入射 x 方向偏振的兆赫波時，在 TE_{11} 模截止頻率附近的穿透率峰值會隨金屬孔洞陣列的週期增加而其穿透率會下降並且往低頻的方向移動。

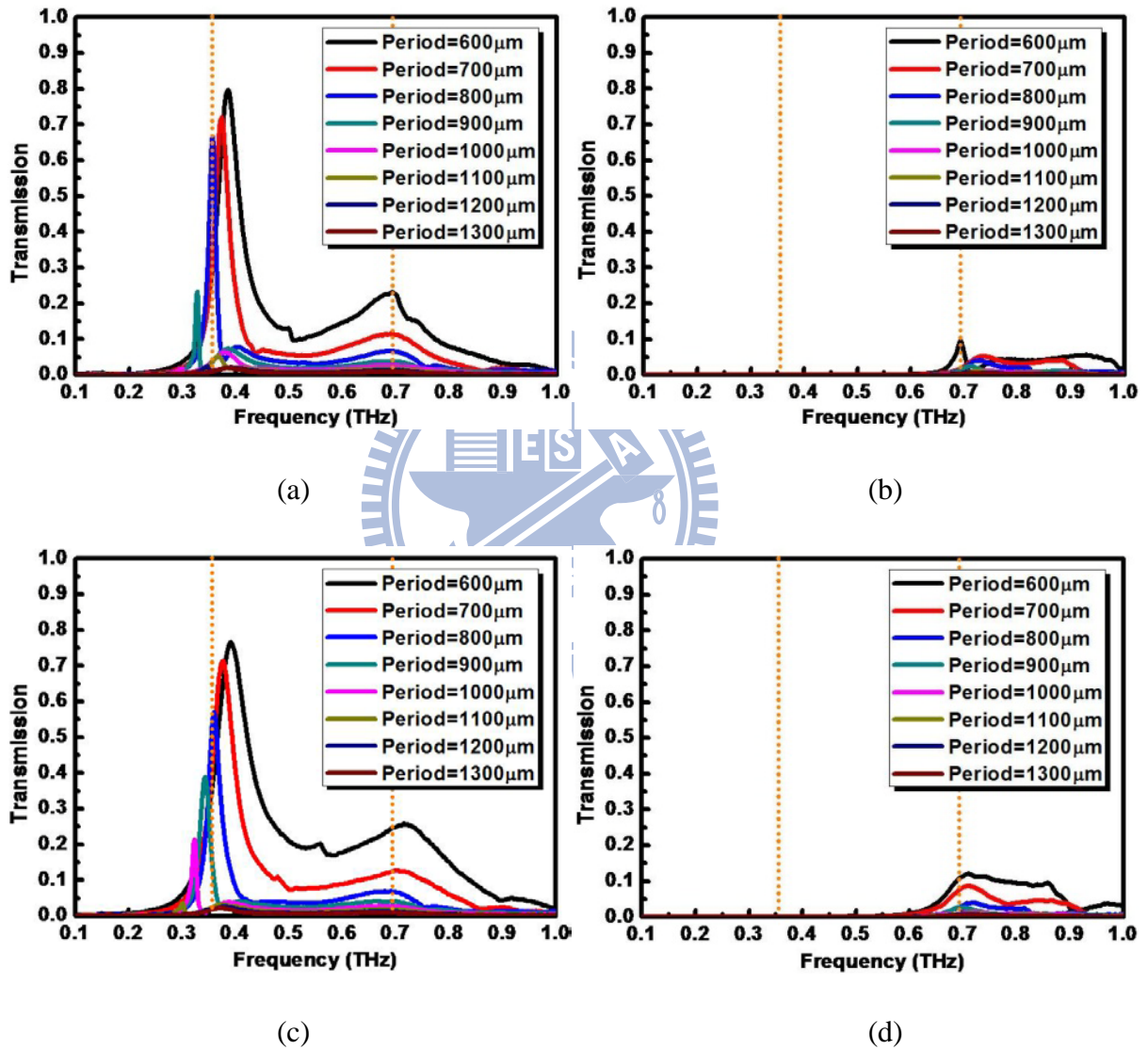


圖 4.2.3 (a) 週期為 600mm 至 1300mm 之正方晶格次波長金屬孔洞陣列

在 x 方向偏振兆赫波入射之穿透率。

(b) 週期為 600mm 至 1300mm 之正方晶格次波長金屬孔洞陣列

在 y 方向偏振兆赫波入射之穿透率。

(c) 週期為 600mm 至 1300mm 之六角晶格次波長金屬孔洞陣列

在 x 方向偏振兆赫波入射之穿透率。

(d) 週期為 600mm 至 1300mm 之六角晶格次波長金屬孔洞陣列

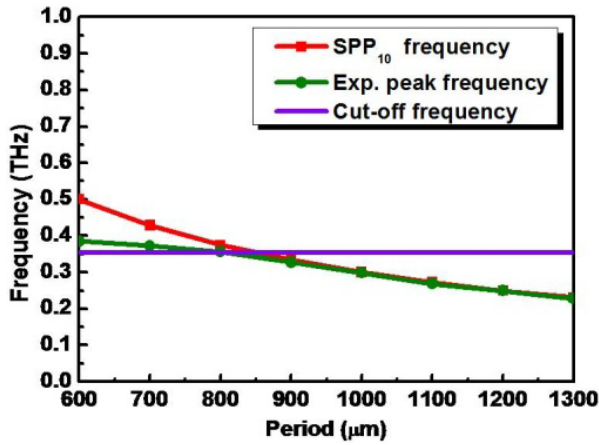
在 y 方向偏振兆赫波入射之穿透率。各圖中較低頻的黃色虛

線為 TE_{11} 模的截止頻率，約為 0.3533 THz；較高頻的黃色

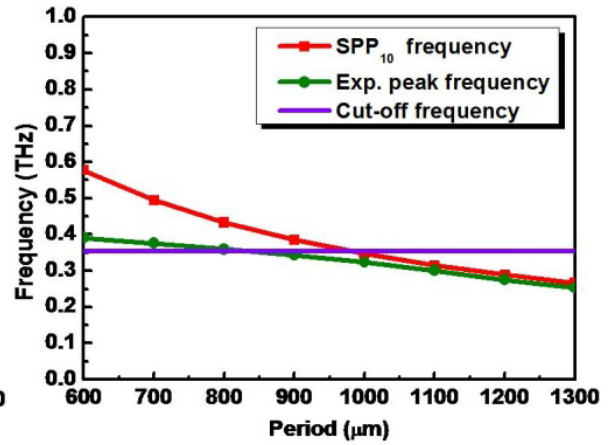
虛線為 TE_{21} 模的截止頻率，約為 0.6978 THz。

為了能更清楚的觀察出週期性對於穿透率頻譜的影響，因此我們整理上述的數據並且製作成圖表以便探討。

首先，我們整理正方晶格以及六角晶格金屬孔洞陣列的穿透率峰值頻率對於其孔洞陣列之週期改變時的變化，並且與表面電漿子的共振頻率對於不同孔洞陣列之週期改變時的變化以及單一扇形金屬波導的截止頻率作比較，如圖 4.2.4 所示。由圖中可以發現當金屬孔洞陣列的週期增加時，穿透率峰值得頻率會往低頻移動，並且當頻率低於 TE_{11} 模的截止頻率時會接近於方程式 2.1.19 和方程式 2.1.20 所預測的表面電漿子的耦合頻率。



(a)



(b)

圖 4.2.4 (a) 正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之穿透率頻譜穿透

率峰值頻率對應次波長金屬孔洞週期變化圖。

(b) 六角晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之穿透率頻譜穿透

率峰值頻率對應次波長金屬孔洞週期變化圖。

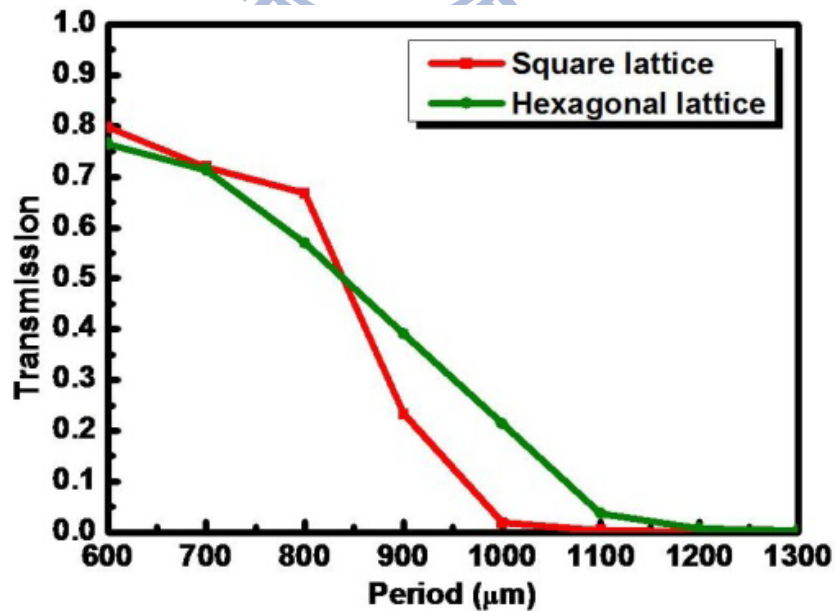


圖 4.2.5 穿透率峰值對應次波長金屬孔洞週期變化圖。

接著，我們將圖 4.2.5 中的穿透率峰值對應次波長金屬孔洞週期的變化除上各個週期所對應的孔洞面積比（孔洞面積比定義為單一晶格中的孔洞面積除以整個晶格的面積）將得到如圖 4.2.6 所示的歸一化穿透率對應次波長金屬孔洞週期的變化圖。圖中我們觀察到當穿透率峰值的頻率接近表面電漿子的耦合頻率與單一金屬孔洞的截止頻率相同的頻率時，其歸一化穿透率會達到最大值。而造成此現象的主因為局域性波導共振在截止頻率附近具有極高的穿透率，而當表面電漿子的耦合頻率接近截止頻率時，此兩種機制會互相耦合而達到值大值；而當表面電漿子的耦合頻率開始遠離截止頻率時，由圖中可以觀察到歸一化穿透率會開始下降。

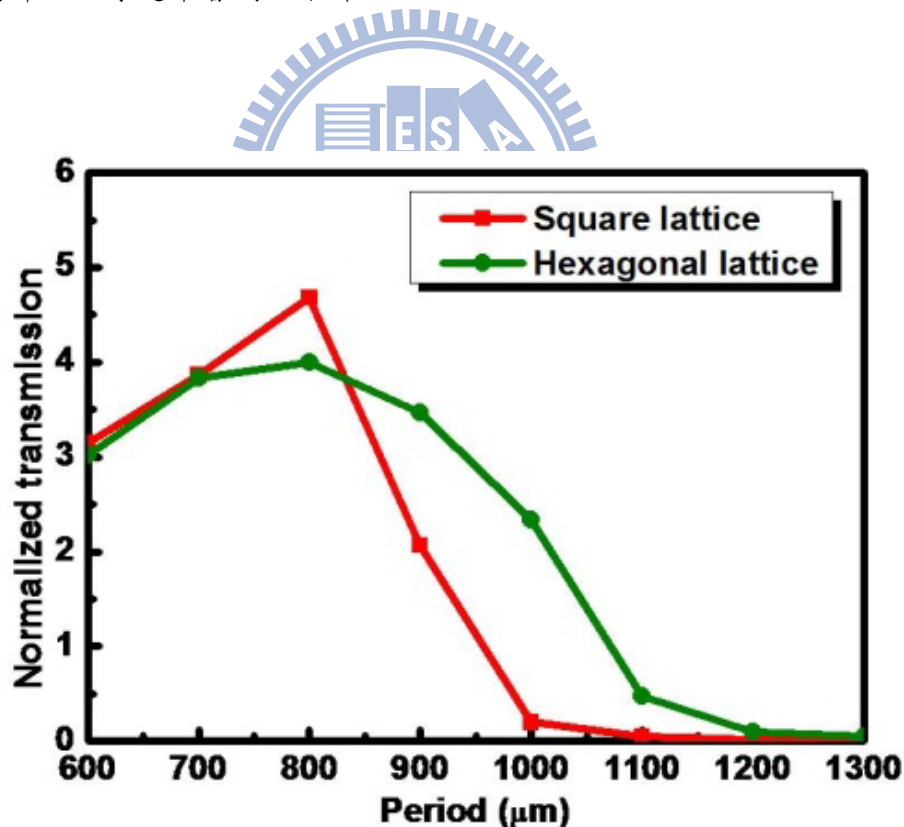


圖 4.2.6 正方晶格以及六角晶格之歸一化穿透率對應次波長金屬孔洞週期變化圖。

在光學元件的設計中，除了穿透率峰值以及其所對應的頻率是重要的設計參數之外，穿透率峰值的半高寬（Full Width Half Maximum， FWHM）亦為重要的光學元件設計參數，因此圖 4.2.7 顯示為穿透率峰值的半高寬對應次波長金屬孔洞週期的變化圖。在圖中可以觀察到穿透率峰值的半高寬在表面電漿子的耦合頻率大於截止頻率時，半高寬會隨著金屬孔洞的週期增加時而有明顯的下降，而當表面電漿子的耦合頻率大於截止頻率時，半高寬則趨於穩定，而不隨著金屬孔洞的週期變化而改變。

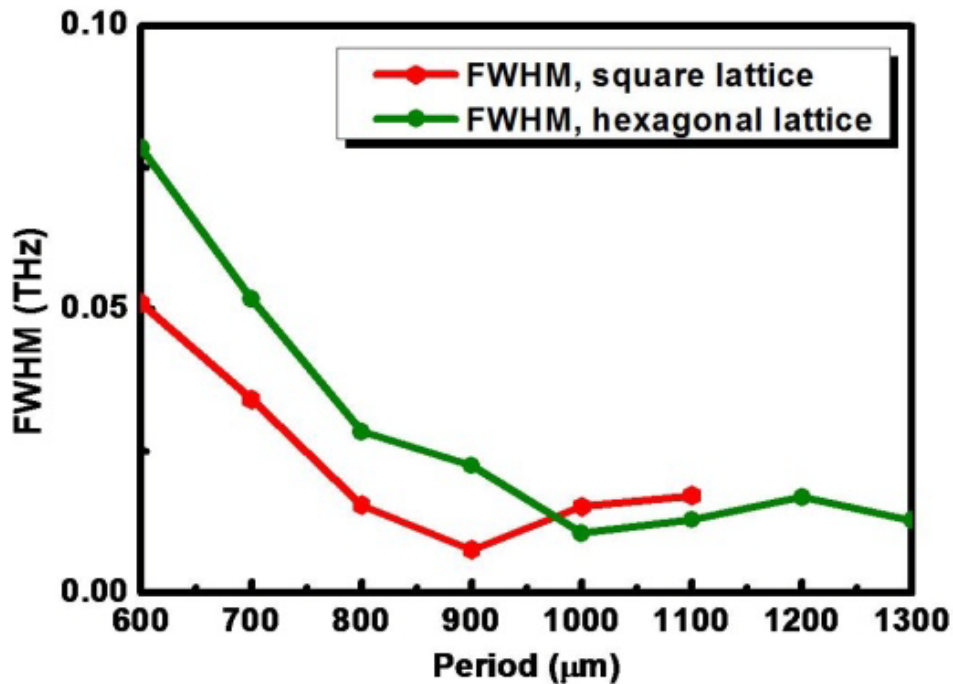


圖 4.2.7 正方晶格以及六角晶格之半高寬值（FWHM）對應次波長金屬孔洞週期變化圖。

為了能更清楚的了解實驗量測到的結果背後的物理圖像以及其物理機制，因此我們使用「RSoft Design Group, Inc.」公司的 FullWAVE 軟體模擬，此模擬軟體是使用時域有

限差分法。模擬實驗中，我們使用與量測實驗中樣品相同的結構參數，並且藉以得到在實驗中無法觀察到的物理圖像。

圖 4.2.8(a)顯示為以時域有限差分法模擬週期為 $600\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 的正方晶格次波長同軸狀金屬孔洞陣列的穿透率對應頻率圖，而圖 4.2.8(b)顯示為模擬的穿透率峰值頻率與實驗得到的穿透率峰值頻率比較圖，圖中可明顯的看出模擬的結果和實驗十分吻合。因此我們使用此模擬方法模擬各個週期的次波長金屬孔洞陣列在其穿透率峰值時金屬表面上的電場，並且藉以解釋實驗獲得的結果背後的物理意義。

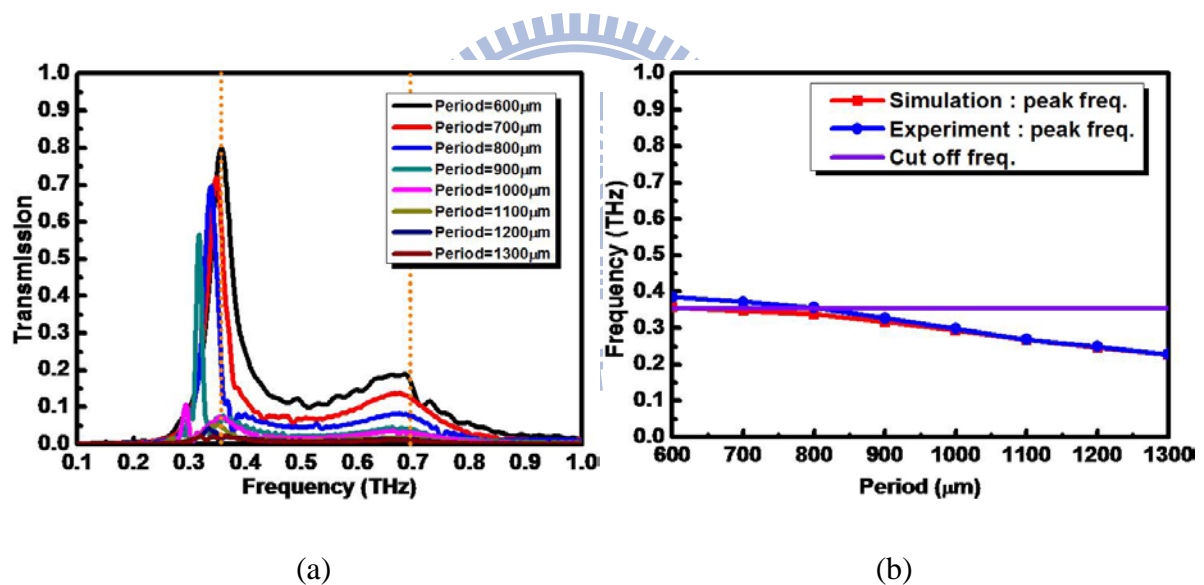


圖 4.2.8 (a) 以時域有限差分法模擬週期為 $600\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 的正方晶格次波長半同軸狀金屬孔洞陣列的穿透率對應頻率圖。

(b) 模擬的穿透率峰值頻率與實驗得到的穿透率峰值頻率比較圖。

圖 4.2.9 所示為週期 $600\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 的正方晶格次波長同軸狀金屬孔洞陣列入射其所對應的穿透率峰值的波長時，在其金屬表面上的電場分佈。由圖 4.2.9(a)~(c)可以明顯的看到在週期 $600\mu\text{m}$ 至 $700\mu\text{m}$ 的樣品中，電場主要集中在金屬孔洞之中，因此說明了在週期 $600\mu\text{m}$ 至 $700\mu\text{m}$ 的樣品中穿透率峰值主要來自於局域性波導振的影響。接著我們再看圖 4.2.9(d)和(e)，分別為週期 $800\mu\text{m}$ 以及週期 $900\mu\text{m}$ 的樣品，這兩個週期的表面電漿子耦合頻率與單一扇形金屬波導的截止頻率很接近並且具有最大的歸一化穿透率，在圖中我們可以觀察到在金屬孔洞的周圍有電場存在金屬表面，因此可以解釋此時除了存在於金屬孔洞之中的模態外，由於穿透率峰值頻率接近於截止頻率，因此在孔洞的周圍出現散射的電磁場。當週期再增加時，如圖 4.2.9(f)~(i)所示為週期為 $1000\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 的樣品，可以很明顯的在金屬表面上觀察到散射電磁場在金屬表面上分佈，但主要的電場分佈仍分佈在金屬孔洞之中，因此週期為 $1000\mu\text{m}$ 至 $1300\mu\text{m}$ 的樣品的穿透率峰值下降的原因最主要受到電磁波在金屬孔洞附近散射的影響。但是由圖 4.2.6 中可以發現當正方晶格的樣品週期大於 $900\mu\text{m}$ 之後的歸一化穿透率均小於 1，這說明了在兆赫波段下的異常光穿透率現象的原因是來自於局域性波導共振，而非如在可見光中的表面電漿子。

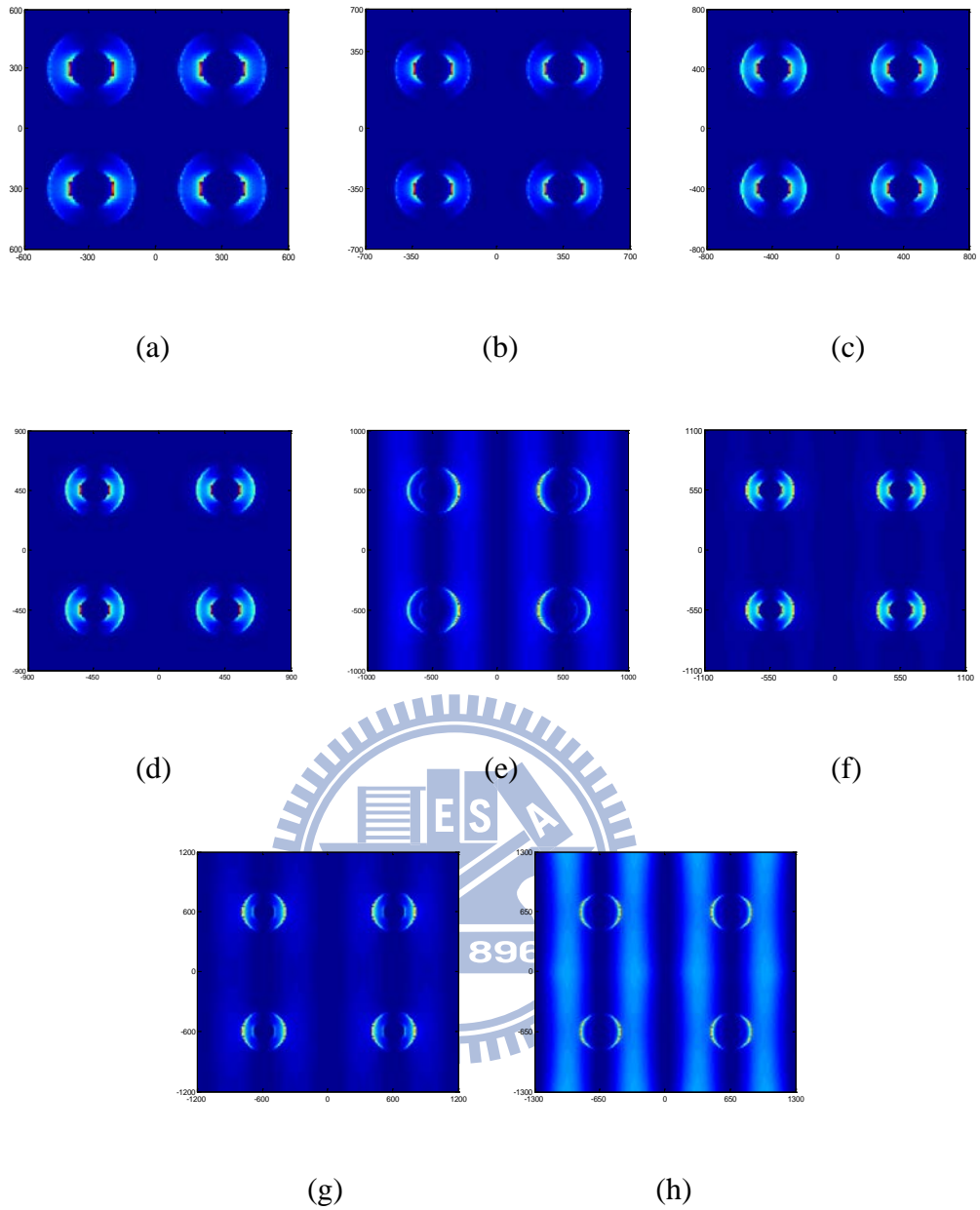


圖 4.2.9 (a) 模擬頻率為 0.3849 THz 時，在週期為 600 μm 樣品金屬表面電場分布。

(b) 模擬頻率為 0.373 THz 時，在週期為 700 μm 樣品金屬表面電場分布。

(c) 模擬頻率為 0.3563 THz 時，在週期為 800 μm 樣品金屬表面

電場分布。

(d) 模擬頻率為 0.3275 THz 時，在週期為 900 μm 樣品金屬表面

電場分布。

(e) 模擬頻率為 0.2984 THz 時，在週期為 1000 μm 樣品金屬表

面電場分布。

(f) 模擬頻率為 0.2687 THz 時，在週期為 1100 μm 樣品金屬表面

電場分布。

(g) 模擬頻率為 0.2493 THz 時，在週期為 1200 μm 樣品金屬表

面電場分布。

(h) 模擬頻率為 0.2284 THz 時，在週期為 1300 μm 樣品金屬表

面電場分布。



4.3 改變金屬片厚度

在局域性波導共振的模型中，在金屬孔洞中的最低階模態會因為其波形與孔洞外的平面波波形不一致導致在金屬孔洞開口處產生一反射係數，而使得最低階模態會在金屬孔洞中來回共振形成 Fabry-Perot 共振，因此金屬孔洞可視為一低 Q 值的共振腔。在此處我們量測不同厚度的週期為 800 μm 的正方晶格次波長同軸狀金屬孔洞陣列，並且以扇形金屬波導中最低階模態的色散曲線以及共振腔的共振條件 $\beta \cdot h = m\pi$ 分析我們量測得到數據，如圖 4.3.1 所示為扇形金屬波導中 TE_{11} 模的色散曲線與不同厚度的共振腔條

件。

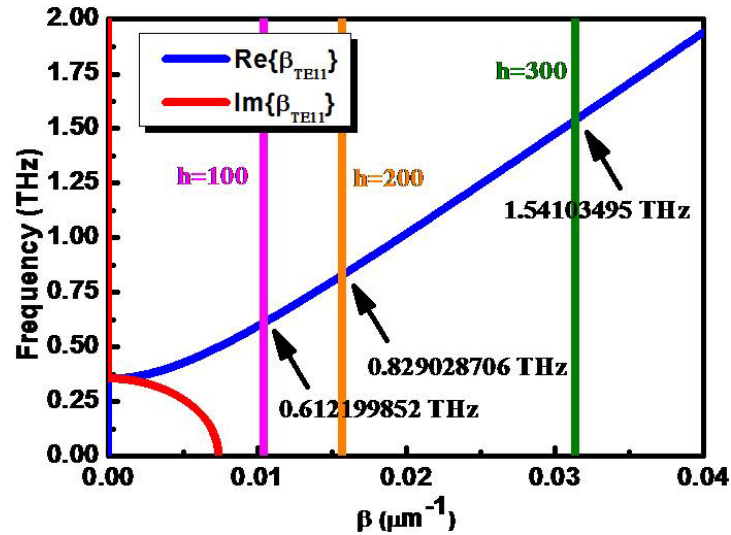


圖 4.3.1 扇形金屬波導中 TE_{11} 模的色散曲線與不同厚度的共振腔條件。

在這個類別中我們設計以及製作金屬片厚度 $100\mu\text{m}$ ， $200\mu\text{m}$ ，以及 $300\mu\text{m}$ 的正方晶格次波長半同軸狀金屬孔洞陣列，其中每一個次波長半同軸狀金屬孔洞詳細的結構參數如同 4.1 節所述，而我們選擇週期為 $800\mu\text{m}$ 的正方晶格次波長同軸狀金屬孔洞陣列的主要原因因為此樣品具有最大的歸一化穿透率，因此只要在結構上有稍微的變化就可以看出穿透率頻譜上的變化。

圖 4.3.2 為不同金屬片厚度的正方晶格次波長半同軸狀金屬孔洞陣列在入射的兆赫波為 x 方向偏振時的穿透率對應頻率圖。並且由圖可以明顯的看出當金屬片厚度變厚時，穿透率峰值會隨之下降。並且為了以下方便討論，我們將頻譜上的峰值依照低頻排至高頻分成兩組，在 TE_{11} 模截止頻率附近的為第一組峰值，而第二組峰值則分佈在 0.5 THz

至 0.7 THz。

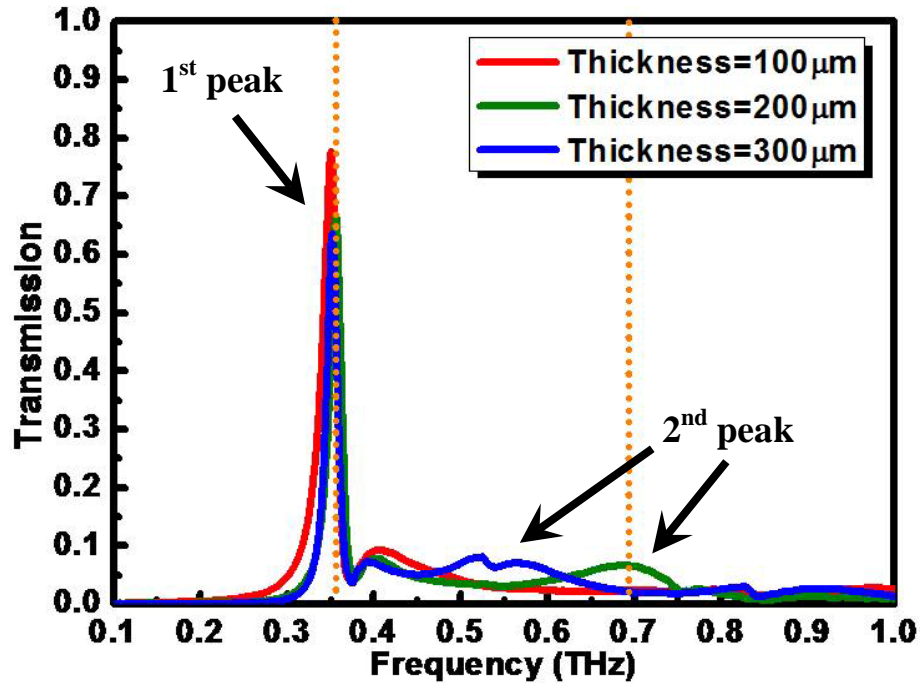


圖 4.3.2 不同金屬片厚度的正方晶格次波長半同軸狀金屬孔洞陣列在入射的兆赫波為 x 方向偏振時的穿透率對應頻率圖。

為了能更明確的觀察穿透率變化的現象，因此將上面量測到的實驗結果做成圖形加以分析。圖 4.3.3 顯示為金屬片厚度對應第一組峰值頻率以及第二組峰值頻率以及其所對應之不同共振腔條件。在圖 4.3.3(a)中可以觀察到當金屬片厚度改變時穿透率峰值頻率幾乎為定值，此和使用共振腔的最低階的模態 ($m=0$) 所預期的峰值頻率非常的接近。而在圖 4.3.3(b)之中我們觀察到第二組峰值頻率會隨著金屬片厚度下降而往高頻移動，由於量測系統的限制在 1 THz 範圍內，所以厚度為 100 μm 時無法觀測到，但是厚度為 200 μm 以及 300 μm 的結果和所預測的趨勢十分相似。圖 4.3.3 為金屬片厚度對應第一組

穿透率峰值圖，圖中可以觀察到當金屬片厚度增加時穿透率峰值會隨之下降，其原因為當金屬片厚度增加時，直接穿透金屬孔洞的兆赫波減少，並且在金屬孔洞中形成共振的模態中有部分為消逝波(evanescent wave)所組成，因此當金屬片厚度增加時其消散在金屬孔洞中的能量會增加使穿透率下降。而在圖 4.3.5 中可發現其第一組穿透率峰值的半高寬隨金屬片厚度增加而減少，這主要是因為在局域性波導共振模型中的金屬孔洞可視為一低 Q 值的共振腔，因此當共振腔的厚度增加時，其半高寬的值會變小。

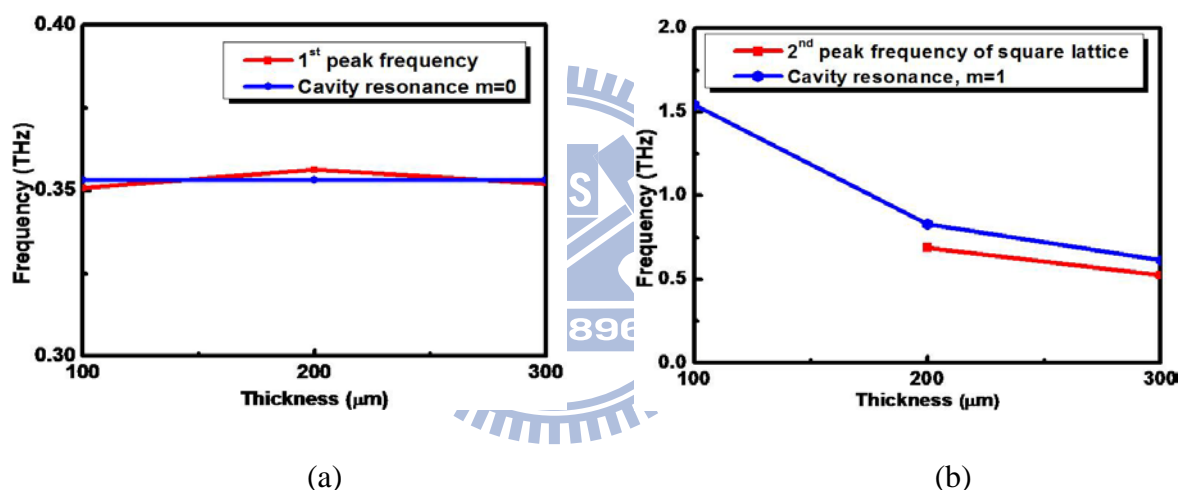


圖 4.3.3 (a) 正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之第一組穿透率峰值頻率以及最低階共振腔條件($m=0$)對應金屬片厚度變化圖。
 (b) 正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之第二組穿透率峰值頻率以及次低階共振腔條件($m=1$)對應金屬片厚度變化圖。

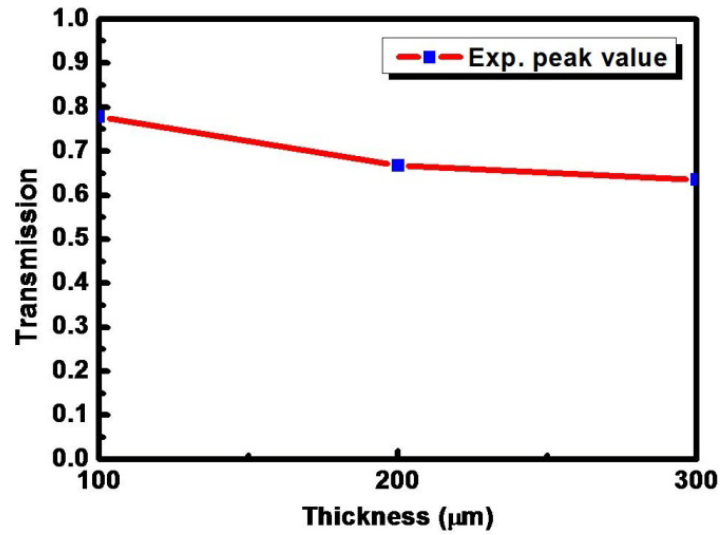
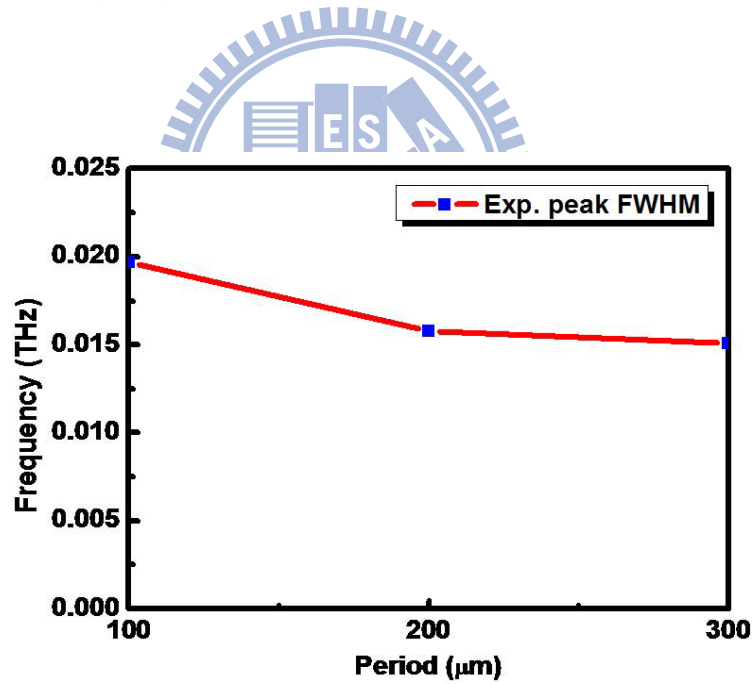


圖 4.3.4 正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之第一組穿透率峰值對

應金屬片厚度變化圖。



(c)

圖 4.3.5 正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列之第一組穿透率峰值半

高寬對應金屬片厚度變化圖。

4.4 改變半同軸狀金屬孔洞之間的排列

在此類的實驗中我們使用的樣品為週期 $800\mu\text{m}$ ，厚度為 $200\mu\text{m}$ 的正方晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列。由於我們將週期固定，因此在此類型中的表面電漿子的耦合頻率是固定的，而組成半同軸狀次波長金屬孔洞中的兩個扇形金屬波導的結構參數我們也並沒有改變，唯一改變的是兩個扇形金屬波導之間的排列方式，如此一來將會改變入射/出射電磁波和金屬孔洞陣列之間的耦合係數，因而影響入射電磁波以及金屬空洞中的共振模態在金屬孔洞開口處的穿透係數及反射係數，而我們將藉此來觀測兩個扇形金屬波導之間的移動距離對於半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透率特性的影響。

4.4.1 半同軸狀金屬孔洞之間的水平位移

圖 4.4.1.1 所示為水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列，在實驗中我們設計並且製作水平位移量 (w_x) 為 $40\mu\text{m}$ ， $100\mu\text{m}$ ，以及 $300\mu\text{m}$ 的樣品。

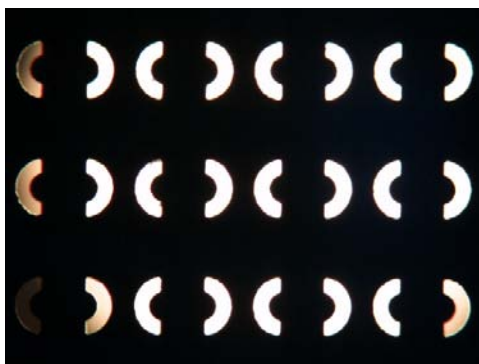


圖 4.4.1.1 水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列；白色的部分為孔洞（空氣），黑色的部分為金屬。

圖 4.4.1.2 為水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透率對應頻率圖，在圖中我們可以發現穿透率峰值集中在 TE_{11} 模的截止頻率附近，並且隨著水平方向位移量改變而隨之變化。

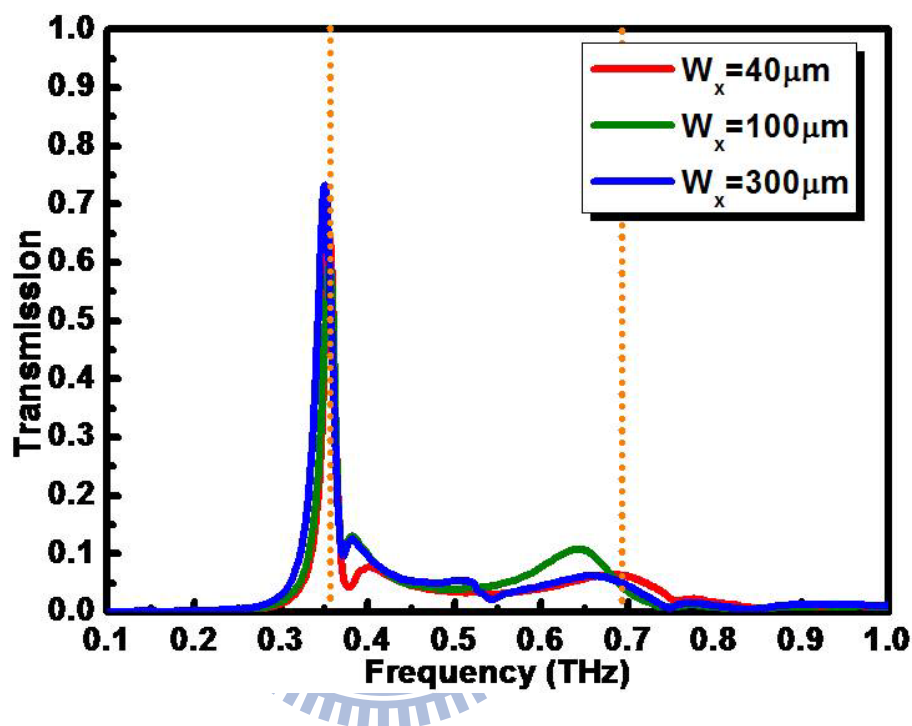


圖 4.4.1.2 水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透率對應頻率圖。

為了更清楚的觀察穿透率峰值隨著水平方向位移量增加的變化，因此將圖 4.4.1.2 中的穿透率峰值頻率對應水平方向位移量做圖。圖 4.4.1.3 顯示當水平位移量由 $40 \mu\text{m}$ 增加至 $300 \mu\text{m}$ 時，穿透率峰值的頻率會往低頻的方向移動。而圖 4.4.1.4 則顯示當水平位移量增加時，穿透率峰值的半高寬會隨位移量上升而變大。由於在樣品中金屬孔洞的週期固定為 $800 \mu\text{m}$ ，所以表面電漿子的影響是固定的，因此主要的影響因素來自於局域性

波導共振。由於組成半同軸狀次波長金屬孔洞中的兩個扇形金屬波導之間的水平距離改變，可能使得電磁波在金屬孔洞的入射端以及出射端的反射係數產生改變，因而使得穿透率峰值頻率以及半高寬隨之變化。

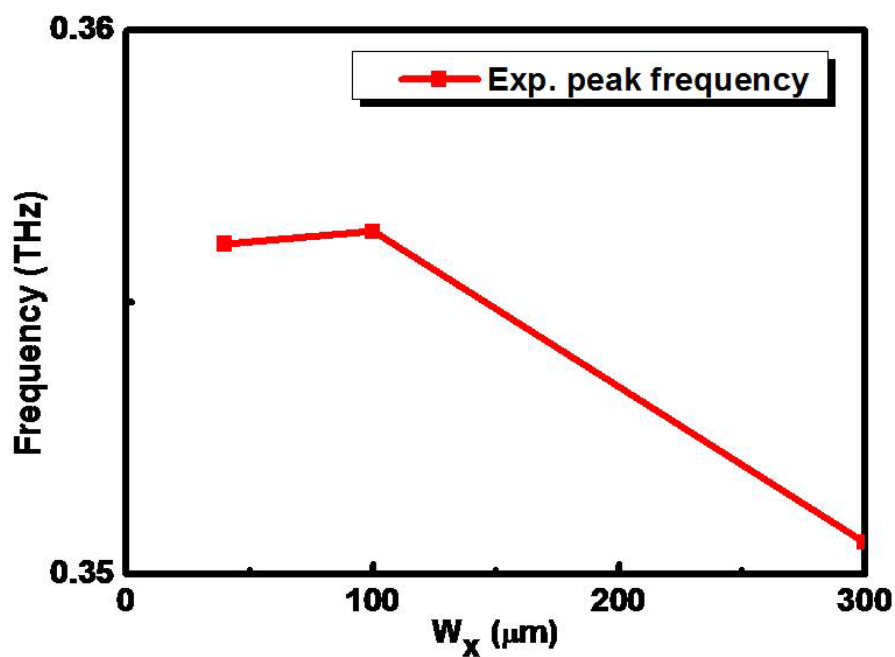


圖 4.4.1.3 水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透

率對應水平位移量圖。

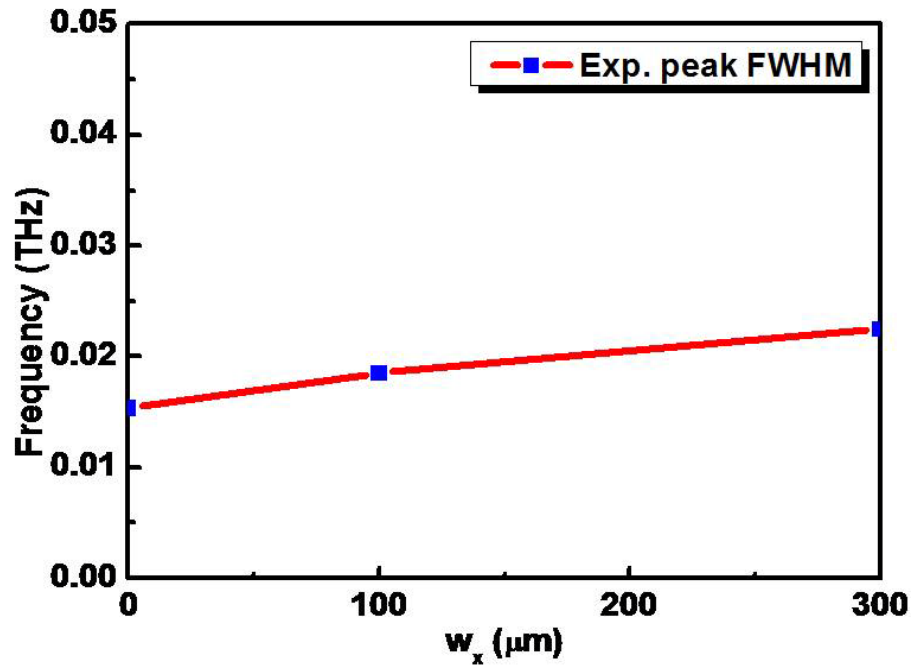


圖 4.4.1.4 水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透

率峰值半高寬對應水平位移量圖。

4.4.2 半同軸狀金屬孔洞之間的垂直位移

圖 4.4.2.1 所示為垂直方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列，在實驗中我們設計並且製作水平位移量 (w_y) 為 $0\mu\text{m}$ ， $50\mu\text{m}$ ， $100\mu\text{m}$ ， $200\mu\text{m}$ ，以及 $300\mu\text{m}$ 的樣品。



圖 4.4.2.1 垂直方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列；黃

色的部分為孔洞（空氣），黑色的部分為金屬。

圖 4.4.2.2 為水平方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透率對應頻率圖，在圖中我們可以發現穿透率峰值集中在 TE_{11} 模的截止頻率附近，並且隨著水平方向位移量改變而隨之變化。

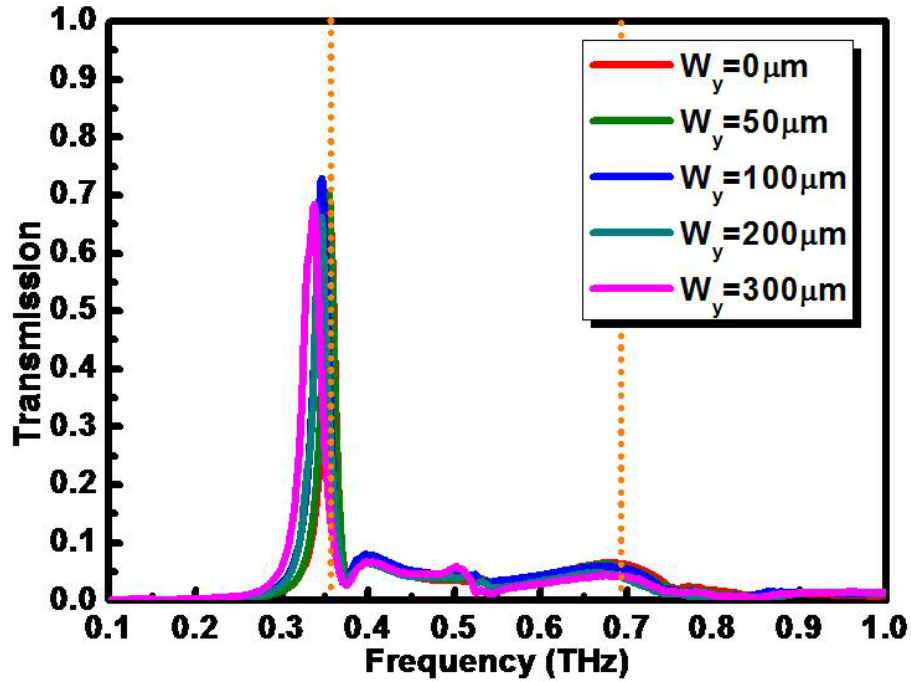


圖 4.4.2.2 垂直方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透

率對應頻率圖。



為了更清楚的觀察穿透率峰值隨著垂直方向位移量增加的變化，因此將圖 4.4.2.2 中的穿透率峰值頻率對應垂直方向位移量做圖。圖 4.4.2.3 顯示當水平位移量增加時，穿透率峰值的頻率會往低頻的方向移動。而圖 4.4.2.4 則顯示當垂直位移量增加時，穿透率峰值的半高寬會隨位移量上升而變大。由於在樣品中金屬孔洞的週期固定為 $800\mu\text{m}$ ，所以表面電漿子的影響是固定的，因此主要的影響因素來自於局域性波導共振。由於組成半同軸狀次波長金屬孔洞中的兩個扇形金屬波導之間的垂直距離改變，因而使得電磁波在金屬孔洞的入射端以及出射端的反射係數產生改變，並且導致穿透率峰值頻率以及半高寬隨之變化。

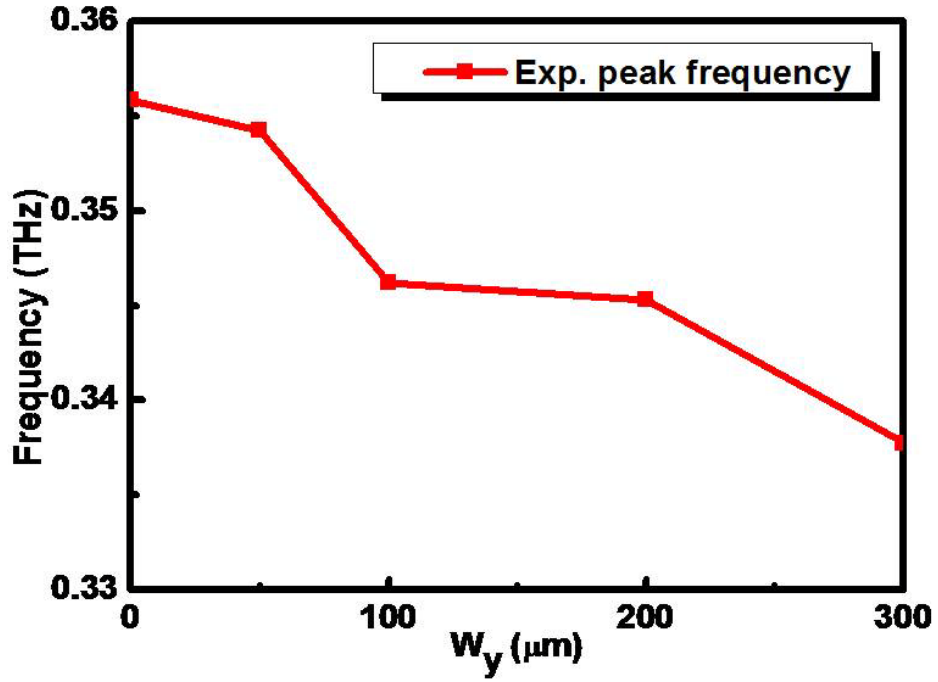


圖 4.4.2.3 垂直方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透

率對應垂直位移量圖。

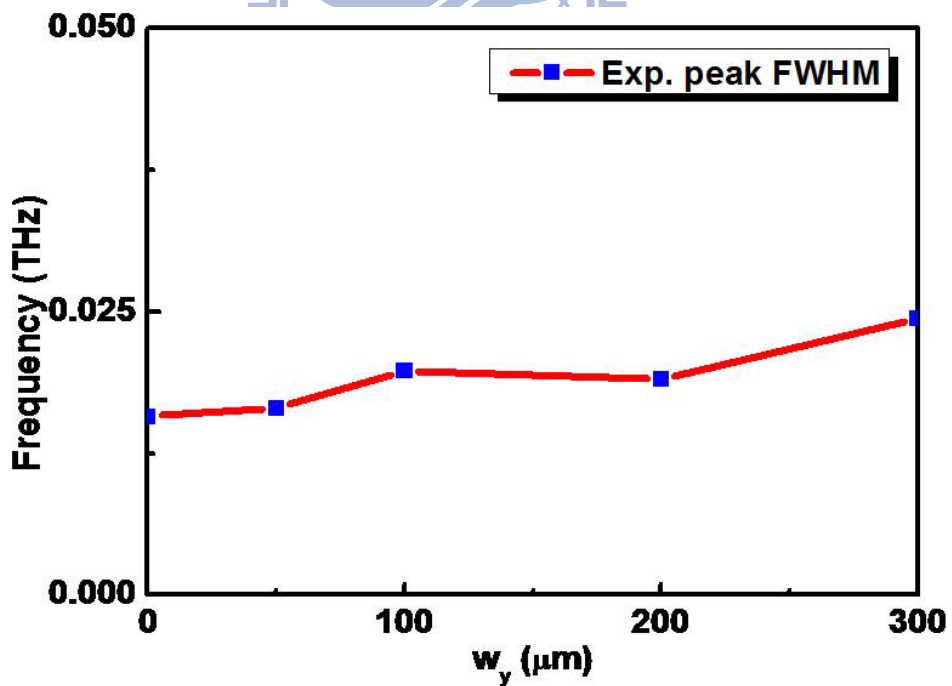


圖 4.4.2.4 垂直方向位移的正方形晶格半同軸狀次波長金屬孔洞陣列穿透

率峰值半高寬對應水平位移量圖。

第五章 結論

在上述的實驗中，我們發現在兆赫波段中由於金屬接近於完美導體，因此其穿透率現象不僅僅只受到表面電漿子的影響，局域性波導共振在兆赫波段的次波長金屬孔洞陣列的異常光穿透率現象上亦為極其重要的因素。因此我們設計不同晶格常數以及週期的次波長半同軸狀金屬孔洞陣列，藉以觀察由週期性表面所耦合的表面電漿子以及單一金屬波導中的局域性波導共振次兩種機制對於異常光穿透率現象的影響。

在改變晶格常數的實驗中，我們發現具有異常光穿透率峰值主要位於金屬孔洞的截止頻率附近，當我們增加孔洞之間的距離時，其穿透率峰值會往低頻移動並且在低於截止頻率後會快速的變小。此外，我們以時域有限差分法模擬在穿透率峰值時金屬表面上電場的分佈情形，並且我們發現在表面電漿子耦合頻率大於或是接近於截止頻率時，穿透率峰值主要受到局域性波導共振的效應所影響，而當表面電漿子耦合頻率小於並且遠離截止頻率時，在金屬表面上出現明顯的散射電場，並且此時我們發現相對應的歸一化穿透率則小於 1。

在改變樣品厚度的實驗中，我們發現當樣品的厚度增加時，其第一組峰值的頻率幾乎是不隨厚度改變，並且將其和最低模態的共振腔條件互相比較可得知，此峰值最主要是來自於局域性波導中所假設的最低階波導模態在其中的 Fabry-Perot 共振現象；而我們還發現第一組峰值的值會隨厚度上升而降低，這最主要是因為在兆赫波段下且金屬片厚度遠大於兆赫波的衰減常數時，當金屬片厚度增加時原本在其金屬孔洞中共振的消逝波因來回共振的距離增加使得衰減變大。而第二組峰值則會隨著金屬厚度改變而變，因此

我們將其與次低階的共振腔條件互相比較發現，其峰值頻率的改變雖然和預測的有誤差，但是趨勢向相同的。

最後，在實驗中我們將半同軸狀金屬孔洞中的兩個扇形金屬波導之間的排列做改變，並且發現當兩個扇形金屬波導的位移量增加時，其穿透率峰值的頻率會隨之往低頻的方向移動，而其穿透率峰值的半高寬值也會隨之增加。然而造成這個現象的最主要原因為組成半同軸狀次波長金屬孔洞中的兩個扇形金屬波導之間的距離改變，因而使得電磁波在金屬孔洞的入射端以及出射端的反射係數產生改變，並且導致穿透率峰值頻率以及半高寬隨之變化。由以上三大類的實驗結果及分析我們認為在兆赫波段下造成異常光穿透率的主因為有限厚度的金屬孔洞陣列中的局域性波導共振現象，雖然模擬中顯示類似於表面電漿子的電場分佈在金屬表面上，但對照於歸一化穿透率時則發現其對異常光穿透率並無貢獻，因此在兆赫波段中的異常光穿透率主要以局域性波導為主。

參考資料

- [1] F. M. Grimaldi, "Physico-Mathesis de Lumine, Coloribus, et Iride," 1665.
- [2] H. A. Bethe, "Theory of Diffraction by Small Holes," *Physical Review*, vol. 66, p. 163, 1944.
- [3] A. Roberts, "Electromagnetic theory of diffraction by a circular aperture in a thick, perfectly conducting screen," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 4, pp. 1970-1983, 1987.
- [4] T. W. Ebbesen, *et al.*, "Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays," *Nature*, vol. 391, pp. 667-669, 1998.
- [5] L. Martin-Moreno, "Theory of extraordinary optical transmission through subwavelength hole arrays," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 86, pp. 1114-1117, 2001.
- [6] F. Yang and J. R. Sambles, "Resonant Transmission of Microwaves through a Narrow Metallic Slit," *Physical Review Letters*, vol. 89, p. 063901, 2002.
- [7] M. Beruete, *et al.*, "Enhanced millimeter-wave transmission through subwavelength hole arrays," *Opt. Lett.*, vol. 29, pp. 2500-2502, 2004.
- [8] D. Qu, *et al.*, "Terahertz transmission properties of thin, subwavelength metallic hole arrays," *Opt. Lett.*, vol. 29, pp. 896-898, 2004.
- [9] Y. H. Ye and J.-Y. Zhang, "Middle-infrared transmission enhancement through periodically perforated metal films," *Applied Physics Letters*, vol. 84, pp. 2977-2979, 2004.
- [10] Y. H. Ye and J. Y. Zhang, "Enhanced light transmission through cascaded metal films perforated with periodic hole arrays," *Opt. Lett.*, vol. 30, pp. 1521-1523, 2005.
- [11] H. Cao and A. Nahata, "Resonantly enhanced transmission of terahertz radiation through a periodic array of subwavelength apertures," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 1004-1010, 2004.
- [12] H. Cao and A. Nahata, "Influence of aperture shape on the transmission properties of a periodic array of subwavelength apertures," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 3664-3672, 2004.
- [13] L. Moreno and F. García-Vidal, "Optical transmission through circular hole arrays in optically thick metal films," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 3619-3628, 2004.
- [14] C. Genet, *et al.*, "Fano-type interpretation of red shifts and red tails in hole array transmission spectra," *Optics Communications*, vol. 225, pp. 331-336, 2003.
- [15] K. J. Klein Koerkamp, *et al.*, "Strong influence of hole shape on extraordinary transmission through periodic arrays of subwavelength holes," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, p. 183901, 2004.
- [16] R. Gordon, "Strong polarization in the optical transmission through elliptical nanohole arrays," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, p. 037401, 2004.
- [17] X. Shou, *et al.*, "Role of metal thickness on the enhanced transmission properties of a

- periodic array of subwavelength apertures," *Opt. Express*, vol. 13, pp. 9834-9840, 2005.
- [18] A. Degiron, *et al.*, "Effects of hole depth on enhanced light transmission through subwavelength hole arrays," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 81, pp. 4327-4329, 2002.
- [19] F. J. Garcia-Vidal, *et al.*, "Transmission of light through a single rectangular hole," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 95, p. 103901, 2005.
- [20] R. Gordon, *et al.*, "Strong Polarization in the Optical Transmission through Elliptical Nanohole Arrays," *Physical Review Letters*, vol. 92, p. 037401, 2004.
- [21] Ruan and *et al.*, "Enhanced Transmission through Periodic Arrays of Subwavelength Holes: The Role of Localized Waveguide Resonances," *Physical Review Letters*, vol. 96, 2006.
- [22] J. Lee, *et al.*, "Shape resonance omnidirectional terahertz filters with near-unity transmittance," *Opt. Express*, vol. 14, pp. 1253-1259, 2006.
- [23] A. Mary, *et al.*, "Theory of light transmission through an array of rectangular holes," *Physical Review B*, vol. 76, p. 195414, 2007.
- [24] L. Martín-Moreno and F. J. García-Vidal, "Minimal model for optical transmission through holey metal films," *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 20, p. 304214, 2008.
- [25] W. Zhang, "Resonant terahertz transmission in plasmonic arrays of subwavelength holes," *The European Physical Journal Applied Physics*, vol. 43, p. 1, 2008.
- [26] X.-Y. He, *et al.*, "Analysis of the extraordinary transmission properties of arrays of subwavelength holes on a metal film in the terahertz region," *Journal of Modern Optics*, 2009.
- [27] F. Miyamaru and M. W. Takeda, "Coupling between localized resonance and excitation of surface waves in metal hole arrays," *Physical Review B*, vol. 79, p. 153405, 2009.
- [28] J. Zhang and D. Grischkowsky, "Waveguide terahertz time-domain spectroscopy of nanometer water layers," *Opt. Lett.*, vol. 29, pp. 1617-1619, 2004.
- [29] S. P. Micken and *et al.*, "Label-free bioaffinity detection using terahertz technology," *Physics in Medicine and Biology*, vol. 47, p. 3789, 2002.
- [30] M. Nagel, *et al.*, "Integrated THz technology for label-free genetic diagnostics," *Applied Physics Letters*, vol. 80, pp. 154-156, 2002.
- [31] F. F. John and *et al.*, "THz imaging and sensing for security applications—explosives, weapons and drugs," *Semiconductor Science and Technology*, vol. 20, p. S266, 2005.
- [32] T. Matsui, *et al.*, "Transmission resonances through aperiodic arrays of subwavelength apertures," *Nature*, vol. 446, pp. 517-521, 2007.
- [33] A. Agrawal, *et al.*, "Terahertz transmission properties of quasiperiodic and aperiodic aperture arrays," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 24, pp. 2545-2555, 2007.
- [34] K. A. Abul and *et al.*, "Resonant Excitation of Terahertz Surface Plasmons in

- Subwavelength Metal Holes," *Active and Passive Electronic Components*, vol. 2007, p. 1, 2007.
- [35] D. Christian and B. Peter Haring, "Frequency selective surfaces for high sensitivity terahertz sensing," *Applied Physics Letters*, vol. 91, p. 184102, 2007.
- [36] J. Han, *et al.*, "Coupling between surface plasmons and nonresonant transmission in subwavelength holes at terahertz frequencies," *Applied Physics Letters*, vol. 91, pp. 071122-3, 2007.
- [37] S. C. Jeoung and *et al.*, "Terahertz Electromagnetic Wave Transmission through Random Arrays of Single Rectangular Holes and Slits in Thin Metallic Sheets," *Physical Review Letters*, vol. 99, p. 137401, 2007.
- [38] A. N. Keith and *et al.*, "Analysis of phase contrast imaging of terahertz phonon-polaritons," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 25, p. B70, 2008.
- [39] J. R. Knab and *et al.*, "Terahertz Near-Field Vectorial Imaging of Subwavelength Apertures and Aperture Arrays," *Optics Express*, vol. 17, p. 15072, 2009.
- [40] S. A. Maier, *et al.*, "Terahertz Surface Plasmon-Polariton Propagation and Focusing on Periodically Corrugated Metal Wires," *Physical Review Letters*, vol. 97, p. 176805, 2006.
- [41] J. G. Rivas, "Terahertz: The art of confinement," *Nat Photon*, vol. 2, pp. 137-138, 2008.
- [42] C. R. Williams, *et al.*, "Highly confined guiding of terahertz surface plasmon polaritons on structured metal surfaces," *Nat Photon*, vol. 2, pp. 175-179, 2008.
- [43] L. Xinchao and *et al.*, "Coupling between surface plasmons and nonresonant transmission in subwavelength holes at terahertz frequencies," *Applied Physics Letters*, vol. 91, p. 071122, 2007.
- [44] F. I. Baida, *et al.*, "New design for enhanced transmission and polarization control through near-field optical microscopy probes," *Optics Communications*, vol. 256, pp. 190-195, 2005.
- [45] W. L. Barnes, *et al.*, "Surface plasmon subwavelength optics," *Nature*, vol. 424, pp. 824-830, 2003.
- [46] A. Taflove and S. C. Hagness, "Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Third Edition," 2005.
- [47] Y. Kane, "Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 14, pp. 302-307, 1966.
- [48] C. H. Lee, "Picosecond optoelectronic switching in GaAs," *Applied Physics Letters*, vol. 30, pp. 84-86, 1977.
- [49] D. H. Auston, "Picosecond optoelectronic switching and gating in silicon," *Applied Physics Letters*, vol. 26, pp. 101-103, 1975.
- [50] G. Mourou, *et al.*, "Picosecond microwave pulses generated with a subpicosecond

laser-driven semiconductor switch," *Applied Physics Letters*, vol. 39, pp. 295-296, 1981.

