

摘要

這篇論文是在討論矩形斷面曲樑之自由振動，此曲樑放於彈性基礎上，沿著樑的中心線上每一個點上考慮彎矩、扭轉、剪力。可以把彎矩和扭轉表示 θ (角度)和 t (時間)之函數，再藉由三個方向之動力平衡方程式可另外三個方程式，經過整合之後可以得到兩條控制方程式。

文中假設位移函數中的時間變化部份為 e^{ipt} ，則方程式可簡化成為非時間函數之方程式。考慮符合邊界條件，代入只考慮角度之位移方程式，把六條方程式寫成矩陣的型式，組成一個 6×6 的系統矩陣[B]，因為方程式必須有解故其矩陣行列式值為零，利用此特性可以求得其系統頻率，帶回其方程式可得其振態。

之後還有分析完整的一個環，分析步驟和前面相同，只是在邊界條件變連續條件，同樣可以組成 6×6 的系統矩陣，利用行列式值為零特性可以得到其頻律和振態。最後使用有限元素軟體 ANSYS 和其理論結果做比較。

Abstract

In this thesis, we presented the method to obtain the natural frequencies and respective modal shapes of circular curved beams on elastic foundations. The bending moment and the twisting moment can be expanded as functions in form of θ (angle) and t (time). According to the dynamic equilibrium of the curved beam, we have three equations. After combining the equations, we can attain two governing equations.

Considering the boundary conditions, we can obtain a 6×6 matrix. Because non-trivial solutions should exist, it is necessary that the determinant of the matrix equals zero. Therefore, the natural frequencies of the curved beam can be obtained and the respective modal shapes are also found. To do this, the boundary conditions are replaced with continuity conditions.

We also analyzed a complete ring. We also employed the finite element software ANSYS to find the frequencies and respective modal shapes of curved beam in order to compare with the solution of the theory derived above and compare to my theory solutions.

目錄

摘要	I
Abstract	II
目錄	III
圖目錄	IV
表目錄	VIII
符號說明	IX
第一章 緒論	
1.1 研究動機	1
1.2 研究方法	1
1.3 文獻探討	2
第二章 內文	
2.1 基本假設	4
2.2 理論推導	4
2.3 動力方程式推導	6
2.4 控制方程式推導	7
2.5 求解控制方程式	10
2.6 代入邊界條件解代定係數	12
第三章 環型樑之分析	17

第四章 數值分析

4.1 使用系後頻率方程式·····	21
4.2 模態之推導·····	21
4.3 討論·····	34

第五章 ANSYS 分析與比較

5.1 元素介紹·····	36
5.2 建模與分析·····	38

第六章 結論與建議

6.1 結論·····	50
6.2 建議·····	50
參考文獻·····	52
附錄一(ANSYS 指令檔)·····	55
附錄二·····	58
附錄三(ANSYS 網格收斂分析)·····	59

圖目錄

圖 2.1 : 施加力與彎矩的水平擺放之曲樑元素.....	4
圖 2.2 : 圓樑之剖面力分解.....	6
圖 4.1 : 角度-頻率參數圖.....	21
圖 4.2 : 張開角度 60 度, 第一模態.....	22
圖 4.3 : 張開角度 60 度, 第二模態.....	22
圖 4.4 : 張開角度 60 度, 第三模態.....	23
圖 4.5 : 張開角度 80 度, 第一模態.....	23
圖 4.6 : 張開角度 80 度, 第二模態.....	24
圖 4.7 : 張開角度 80 度, 第三模態.....	24
圖 4.8 : 張開角度 100 度, 第一模態.....	25
圖 4.9 : 張開角度 100 度, 第二模態.....	25
圖 4.10 : 張開角度 100 度, 第三模態.....	26
圖 4.11 : 張開角度 120 度, 第一模態.....	26
圖 4.12 : 張開角度 120 度, 第二模態.....	27
圖 4.13 : 張開角度 120 度, 第三模態.....	27
圖 4.14 : 張開角度 140 度, 第一模態.....	28
圖 4.15 : 張開角度 140 度, 第二模態.....	28
圖 4.16 : 張開角度 140 度, 第三模態.....	29

圖 4.17 : 張開角度 160 度, 第一模態	29
圖 4.18 : 張開角度 160 度, 第二模態	30
圖 4.19 : 張開角度 160 度, 第三模態	30
圖 4.20 : 張開角度 180 度, 第一模態	31
圖 4.21 : 張開角度 180 度, 第二模態	31
圖 4.22 : 張開角度 180 度, 第三模態	32
圖 4.23 : 張開角度 360 度, 第一模態	33
圖 4.24 : 張開角度 360 度, 第二模態	33
圖 4.25 : 張開角度 360 度, 第三模態	34
圖 5.1 : BEAM4 幾何形狀	37
圖 5.2 : COMBIN14 幾何形狀	38
圖 5.3 : 與 ANYSS 比較, 張開角度 60 度, 第一模態	39
圖 5.4 : 與 ANYSS 比較, 張開角度 60 度, 第二模態	39
圖 5.5 : 與 ANYSS 比較, 張開角度 60 度, 第三模態	40
圖 5.6 : 與 ANYSS 比較, 張開角度 80 度, 第一模態	40
圖 5.7 : 與 ANYSS 比較, 張開角度 80 度, 第二模態	41
圖 5.8 : 與 ANYSS 比較, 張開角度 80 度, 第三模態	41
圖 5.9 : 與 ANYSS 比較, 張開角度 100 度, 第一模態	42
圖 5.10 : 與 ANYSS 比較, 張開角度 100 度, 第二模態	42

圖 5.11	： 與 ANYSS 比較，張開角度 100 度，第三模態43
圖 5.12	： 與 ANYSS 比較，張開角度 120 度，第一模態43
圖 5.13	： 與 ANYSS 比較，張開角度 120 度，第二模態44
圖 5.14	： 與 ANYSS 比較，張開角度 120 度，第三模態44
圖 5.15	： 與 ANYSS 比較，張開角度 140 度，第一模態45
圖 5.16	： 與 ANYSS 比較，張開角度 140 度，第二模態45
圖 5.17	： 與 ANYSS 比較，張開角度 140 度，第三模態46
圖 5.18	： 與 ANYSS 比較，張開角度 160 度，第一模態46
圖 5.19	： 與 ANYSS 比較，張開角度 160 度，第二模態47
圖 5.20	： 與 ANYSS 比較，張開角度 160 度，第三模態47
圖 5.21	： 與 ANYSS 比較，張開角度 180 度，第一模態48
圖 5.22	： 與 ANYSS 比較，張開角度 180 度，第二模態48
圖 5.23	： 與 ANYSS 比較，張開角度 180 度，第三模態49

符號說明

$\bar{M}(\theta, t)$ 彎曲彎矩

$\bar{T}(\theta, t)$ 扭轉彎矩

$q(\theta, t)$ 基礎反力

y 垂直位移

β 扭轉角

R 圓樑之半徑

EI 撓曲剛度

GJ 扭轉剛度

\bar{V} 剪力

m 單位長度之質量

k Winkler 基礎彈簧係數

γ 撓曲扭轉剛度比

$Y(\theta)$ 只相關角度的垂直位移函數

$G(t)$ 只相關時間的垂直位移函數

λ^2 $\frac{mR^4 p^2}{EI}$ (無因次化)

w^2 $\frac{kR^4}{EI}$ (無因次化)

C_1, C_2 $G(t)$ 之代定係數

$D_1 \sim D_6$ $Y(\theta)$ 之代定係數

$r_1 \sim r_6$ Eq. (23) 之解

s r^2

a, b, c, d 一元三次方程式之係數

$s_1 \sim s_3$ 一元三次方程式的三個解

Δ 判別一元三次方程式解之型式之判別式

$x_1 \sim x_3$ $s_1 \sim s_3$ 之平方根

a_n $(1+\gamma)^{-1} \{ \gamma x_n^4 + (1+2\gamma)x_n^2 + \gamma(w^2 - \lambda^2) \}$ $n=1, 2, 3$

[B] 曲樑系統頻率矩陣

[X] 曲樑係數矩陣

B_n $\left\{ \gamma x_n^4 + (1+2\gamma) \frac{1}{\gamma} x_n^2 + w^2 \right\}$ $n=1, 2, 3$

D_n $B_n^2 + x_n^2$ $n=1, 2, 3$

E_n $x_n^2(1-B_n)$ $n=1, 2, 3$

F_n $\gamma E_n - D_n x_n$ $n=1, 2, 3$

[G] 環之系統頻率矩陣

C 頻率參數, $4\lambda \sin^2(\alpha/2)$