

國立交通大學

電子物理系碩士班

碩士論文

不同載子密度下串聯量子尖端接觸的電性傳輸



**CARRIER DENSITY INFLUENCED ELECTRICAL
TRANSPORT OF DOUBLE QUANTUM POINT
CONTACTS IN SERIES**

研究生：林欣毅

指導教授：許世英 教授

中華民國九十八年七月

不同載子密度下串聯量子尖端接觸的電性傳輸

Carrier Density Influenced Electrical Transport of
Double Quantum Point Contacts in Series

研究生：林欣毅

Student: Hsin-I Lin

指導教授：許世英

Advisor: Shih-Ying Hsu

國立交通大學

電子物理系碩士班



Submitted to Department of Electrophysics
College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

In

Electrophysics

July 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年七月

不同載子密度下串聯量子尖端接觸的電性傳輸

學生：林欣毅

指導教授：許世英 副教授

國立交通大學電子物理系碩士班

中文摘要



本論文是研究低溫時在不同載子密度下串聯量子尖端接觸的電性傳輸。我們利用微影製程技術在高遷移率的 **GaAs/AlGaAs** 異質結構上製作多對串聯型式的金屬閘極，並在串聯傳輸通道上方隔著絕緣層製作控制電極，藉此控制下層傳輸通道內的載子密度並觀察其電性傳輸。

在數據分析上，我們利用 **Beenakker** 的理論模型分析串聯通道下的電性傳輸情形，直接穿透率係數 T_d 可以描繪電子從某通道穿越至另一通道的彈道式傳輸比例多寡，並藉此分析電性傳輸的特性。實驗結果顯示 T_d 隨著控制閘極電壓下降而下降，載子傳輸在高載子密度區展現部分的絕熱傳輸，但在低載子密度區卻呈現完全的歐姆傳輸，我們把它歸因於低載子密度下平均自由徑與同調長度的減少。

Carrier Density Influenced Electrical Transport of Double Quantum Point Contacts in Series

Student : Hsin-I Lin

Advisor : Dr. Shih-Ying Hsu

Department of Electrophysics
National Chiao Tung University
Hsinchu 30010, Taiwan

ABSTRACT

We have studied the ballistic electron transport of double quantum point contacts(QPCs) in series with different carrier densities at low temperatures. Our sample is fabricated by the lithographic technology on a high mobility GaAs/AlGaAs heterostructure. In this device, two pairs of metal gate are placed longitudinally and sequentially with an edge-to-edge distance of 600nm. Isolating from an insulating layer, a top gate is also fabricated on the top of the quantum wires to modify the carrier density in the quantum wires and the two dimensional electron gas as well.

In our analysis, we used Beenakker model to understand the electric transport behaviors. The electric transport is characterized by the direct transmission coefficient T_d which represents the portions of electrons traveling ballistically from one quantum wire to the other. Our results show that the parameter T_d decreases with decreasing carrier density. The transport is partially adiabatic in high electron densities and transits to completely ohmic regimes in low densities. Because of the correlation between the coherence length and transmission coefficient, we attribute the result to the reduction of the mean free path and the coherence of electron.

致謝

在交大研究所的兩年時光過去了，在這裡認識的許多的人、經歷過許多的事，都是幫助我完成這篇論文的各種動力，也將會永遠在我的回憶裡。

最要感謝的當然是我的指導教授—許世英老師，謝謝您兩年來的指導與照顧，您的研究精神與態度真的是我該認真去學習的；另外在我口試前您不厭其煩的幫我修改論文與投影片，真的很感動。

感謝帶我的凱銘學長，不管在量測上的幫助或實驗的意見提供，你都給了我非常大的助力，雖然我常問你一些很基本的問題，你也都很有耐心的給我回應，祝福你可以有很好的研究成果順利畢業。

感謝實驗室夥伴的實驗經驗與提供的歡樂氣氛，Siky 與昌洋學長對我電子束微影的指導提供很大的助力，我的夥伴子諒在每日生活的陪伴，讓我有紓壓的空間，勝豪、碧珊、惠潔與小葵也謝謝你們在實驗室製造的歡樂。有了你們讓我在交大的日子裡多了更多美好的回憶。

最後要感謝的是我的家人與宜凌，在求學路上給我的支持與日常生活的照顧，使我能無後顧之憂的完成我的學業。

謝謝大家，我畢業了！

目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
圖目錄.....	vi
第一章 緒論.....	1
第二章 類一維系統與相關電性傳輸理論.....	4
2-1 GaAs/AlGaAs 二維電子氣系統.....	4
2-1-1 GaAs/AlGaAs 異質結構.....	5
2-1-2 電子氣的特性 – 電子密度與遷移率.....	6
2-2 理論與模型計算.....	13
2-2-1 彈道式傳輸 – Ballistic transport.....	13
2-2-2 量子化電導 – Quantum conductance.....	14
2-2-3 串聯量子尖端接觸 – Quantum point contacts in series.....	16
第三章 樣品製作與量測技術.....	23
3-1 樣品製作.....	24
3-1-1 電子束微影製程技術.....	24
3-1-2 光微影製程技術.....	29
3-1-3 熱蒸鍍系統.....	30
3-2 量測技術.....	32
3-2-1 低溫系統.....	33
3-2-2 歐姆接點量測.....	34
3-2-3 漏電流測試.....	36
3-2-4 電性量測.....	37

第四章	實驗結果分析與討論.....	41
4-1	窄通道下的量子化電導.....	41
4-1-1	窄通道量子化電導現象.....	42
4-1-2	電子密度對量子化平台影響.....	46
4-1-3	源極汲極電位的影響分析.....	47
4-2	不同電子密度下串聯型式窄通道的傳輸情形.....	51
4-3	其它.....	57
第五章	總結與未來展望.....	59
參考文獻	60



圖目錄

圖2-1 GaAs/Al _{0.37} Ga _{0.63} As 的異質結構剖面圖，右側為對應的能帶圖，GaAs 與 AlGaAs 介面處為二維電子氣所在。[9].....	6
圖2-2 Hall bar 結構圖，磁場為垂直於紙面方向。.....	7
圖2-3 編號 6-102 樣品的縱向與橫向方塊電阻(紅色、藍色曲線)對磁場的關圖，量測溫度約在 0.4K。[11].....	8
圖2-4 二維的電子態在 k-space 下的分佈情形，右圖為加入垂直紙面方向磁場電子能階成同心圓的分布狀態，每個同心圓擁有相同的態數。[12].....	9
圖2-5 在不同磁場下電子在藍道能階下的分佈圖(B ₂ >B ₁)，實心圈為已填電子軌域，空心圈則為待填電子軌域。在左圖磁場較小條件擁有的藍道能階(n=3)較高磁場下(n=2)來多。.....	10
圖2-6 樣品 5-70 縱向電阻與磁場倒數關係圖。[11].....	12
圖2-7 電子經過不同通道長度下的傳輸路徑差異。(A)L>l _e (B)L<<l _e 。.....	13
圖2-8 類一維下拋物位勢形態的前三個次能帶能階，在 k-space 下能帶示意圖。內圖為量子線形成的彈道式傳輸通道，電子沿 x 方向傳遞，y 方向為受侷限的類一維空間。.....	14
圖2-9 1988 年 van Wees 等人在溫度 0.6K 量測到的電導量子化情形。分離閘極距離約為 0.25μm。[1].....	16
圖2-10 Kouwenhoven 等人提出在加入垂直紙面磁場下電子穿透串聯閘極由歐姆傳輸改變至絕熱傳輸的情形。(A)在零磁場電子在系統中的運動路徑。(B)加入一垂直電子氣平面磁場後電子運動路徑的改變。(C)不同磁場狀態下各閘極電導(G _A 、G _B 與 G _{series})與負偏壓關係圖。[4].....	17
圖2-11 Beenakker 的理論模型幾何圖。陰影部分為 QPC，兩對 QPC 間距 L，電子由下方流至上方，μ _s 、μ _d 為源極-汲極的化學位勢，μ _l 、μ _r 為通過第一個 QPC 後的兩端位勢，磁場為垂直平面射入。[8].....	18

圖2-12 彼此間距 700nm 的串聯 QPCs，展現絕熱傳輸情形。三軸方向分別代表 QPC ₁ 、QPC ₂ 的閘極電壓與經過兩通道的總電阻。[2].....	21
圖2-13 透過垂直平面的外加磁場，觀察電子進入通道的入射角度與 T _F 的關係，a、b、c 曲線為不同 mode 下的串聯通道(a<b<c,a=1)。左上小圖為其極座標圖形；右圖為元件的設計圖形，電子由 2 傳送至 4。[5].....	21
圖3-1 實驗流程圖。.....	23
圖3-2 電子束微影製程各步驟的樣品剖面圖。.....	26
圖3-3 分離閘極的 S.E.M 影像。.....	27
圖3-4 以不同劑量製作的絕緣層的 I-V 量測曲線。.....	27
圖3-5 樣品完成圖。包括分離閘極、控制閘極和絕緣層。.....	28
圖3-6 在 S.E.M 下不同放大倍率的光微影圖像。上圖下四方塊為定位點。.....	29
圖3-7 跨線連接光微影與電子束微影。.....	30
圖3-8 幫浦控制面板，A、B、C、D 為控制腔體與各幫浦間的閘門。.....	31
圖3-9 (A)膜厚計、鎢舟蒸鍍源與待鍍樣品相對位置示意圖。(B)腔體內部俯視。..	32
圖3-10 ³ He 低溫系統凝結 ³ He _(g) 於 ³ He-pot(左)與 ³ He _(l) 從 ³ He-pot 揮發(右)的示意。.....	34
圖3-11 (A)兩點量測與(B)四點量測的電路圖與電流流向。R _S , R _T , R _L 分別代表樣品電阻、接點電阻與線電阻，R _{measure} 為兩種方法量測的電阻值，紅色向量為電流流向與大小。.....	35
圖3-12 漏電流測試圖示。.....	36
圖3-13 定電流源量測電路簡圖。.....	38
圖3-14 定電壓源量測電路簡圖。.....	38
圖3-15 量測不同條件 V _{SD} 下的定電壓源電路圖。.....	39
圖3-16 樣品的 I-V 曲線(藍線)在不同 V _{AC} 下量測的電導變化情形。.....	40
圖4-1 電子顯微鏡拍攝的元件影像，最右兩對閘極邊界間距 600nm。(5-70-aa)...	41
圖4-2 電阻與閘極 SG5 負偏壓關係圖，T=0.3K，V _{top gate} = +0.4V。.....	42
圖4-3 電導與閘極 SG5 外加負偏壓關係圖，T=0.3K，V _{top gate} = +0.4V。.....	43

圖 4-4	閘極 SG5 在不同偏壓形成的有效間距分別用無限位能井與拋物位勢計算的結果。.....	45
圖 4-5	不同控制閘極電壓下 ($\Delta V_{\text{top gate}}=0.1\text{V}$), V_{SG5} 與電導的變化情形。.....	46
圖 4-6	k-space 下 V_{SD} 造成通道兩端化學位勢 (μ_s, μ_D) 的改變, 影響 k_F^+, k_F^- 通過的次能帶數目。.....	48
圖 4-7	通過 SG4 電導與 V_{SG4} 在不同 V_{SD} 下的關係。圖中 V_{SD} 由左(0V)而右(2.1mV)上升, $\Delta V_{\text{SD}}=0.1\text{mV}$, 控制閘極控制在 0.1V。.....	48
圖 4-8	(a)通過閘極通道電導與控制閘極在不同 V_{SD} 的關係。圖中 V_{SD} 由左(0V)而右(1.6mV)增加, $\Delta V_{\text{SD}}=0.1\text{mV}$, 分離閘極的有效間距控制在 subband N=4 位置。(b) $dG/dV_{\text{top gate}}$ 相對於 $V_{\text{top gate}}$ 和 V_{SD} 的 3D 圖像。深色區域為 $dG/dV_{\text{top gate}}$ 較小的平台位置, 淡色區域為斜率較大部分。.....	50
圖 4-9	二維系統在不同通道寬度下載子密度與控制閘極的關係, 不同顏色的點代表三種不同的有效間距。在不同的控制閘極下其載子密度約介於 $2 \times 10^{10} - 10^{11} (1/\text{cm}^2)$ 。.....	50
圖 4-10	一維系統窄通道的載子密度電子密度與控制閘極的關係, 不同顏色的點代表三種不同的有效間距。電子密度 n_w 約介於 $2 \times 10^5 - 6 \times 10^5 (1/\text{cm})$ 。.....	51
圖 4-11	將 SG4 控制在 N=1 狀態, V_{SG5} 與通過兩通道電導 G_{series} 關係, 控制閘極電壓由左(+0.4V)而右(-0.8V)以 $\Delta V_{\text{top gate}}=0.1$ 改變。.....	52
圖 4-12	在 N=1 下 T_d 與控制閘極電壓關係, 量測溫度在 0.3K。.....	53
圖 4-13	將 SG4 控制在 N=2 狀態下, V_{SG5} 與通過兩通道電導 G_{series} 關係, 控制閘極電壓由左(+0.4V)而右(-0.8V)以 $\Delta V_{\text{top gate}}=0.1$ 改變。.....	54
圖 4-14	T_d 在不同通道數目下與控制閘極的關係, 量測溫度為 0.3K。圖中虛線為 QPC 在不同通道寬度展現的趨勢。.....	54

圖4-15 (a)兩邊分離閘極形成位障產生窄通道，控制閘極剛好位在窄通道上方改變通道內電子密度。(b)元件在電子顯微鏡下影像，閘極通道寬度約 $2\mu\text{m}$ 。(c)在溫度 4.2K 下 $V_{\text{top gate}}$ 與電子密度、平均自由徑、遷移率的關係 [18].....55

圖4-16 SG4 固定在 $N=2$ 下，SG5 分別在不同通道數目下穿透係數 T 的改變，控制閘極由左而右由 $+0.4\text{V}$ 改 -0.7V 。.....56

圖4-17 T_d 在不同溫度與 $V_{\text{top gate}}$ 的關係($N=1$)。.....57

圖4-18 SG3 在不同 ΔV_{SG} 的 V_{SG3} 與通過閘極電導關係，通道形成位置由左而右往下移， $\Delta V_{\text{SG}}=0.1\text{V}$ 。.....58



第一章 緒論

奈米結構製作技術與磊晶技術在七、八零年代有顯著的突破，也在我們的生活產生巨大的影響。在產業上透過微奈米製作技術的精進，積體電路產業有更大的利用空間，也造就了台灣之後半導體工業的發展契機。而在研究方面，由於製程技術的突破，以前一向只能利用理論模型解釋的結構，慢慢也有實驗上的數據來印證或反駁，因此這方面的研究也越來越多人投入。

當元件的幾何形狀達到奈米尺度時，很多量子效應就有機會可以一一清楚地呈現。利用由 GaAs/AlGaAs 異質結構產生的二維電子氣(2-dimensional electron gas)基板上製作量子線(quantum wire)觀察到一維系統的量子化電性傳輸是典型的代表例子，因為二維電子氣載子的高遷移率(mobility)與較長的平均自由路徑(mean free path)可以避免在運動時無謂非彈性碰撞造的能量散失，因此載子可以彈道模式運動而其對應的電性傳輸呈現量子化行爲。

1988 年 van Wees 等人在一維傳輸通道系統中揭露此電導量子化的特性，利用負偏壓的閘極控制通道寬窄，而使得系統電導值以整數倍的 $2e^2/h$ 展現^[1]，之後隨即有許多相關的研究投入這個領域，透過不同形狀的奈米尺度元件，研究在磁場、載子密度、源極-汲極電位(source-drain voltage)等不同外在條件改變對電導量子化的影響。在另一個方面，也有針對兩個串聯形式的量子尖端接觸(quantum point contact, QPC)做電性傳輸討論。

串聯型式 QPCs 電性傳輸這方面研究，主要是討論載子在兩通道內傳遞方式是以古典的歐姆傳輸(ohmic transport)還是絕熱傳輸(adiabatic transport)方式進行。在歐姆傳輸範疇電子穿越串聯 QPCs 總電阻為單一 QPC 貢獻的電阻總和，但在絕熱傳輸範疇電子在兩 QPCs 傳送時其載子的同調性未受破壞，總電阻完全為最窄那對 QPC 所貢獻。許多之前的實驗設計了不同條件下的電子傳輸情形討論，發現隨著兩 QPCs 的間距縮短或載子經 QPC 的入射角度減小，會有從歐姆傳

輸往絕熱傳輸的趨勢移動^[2,3,4,5]。最近由於控制閘極(top gate)被利用在很多研究，讓我們興起了在不同載子密度的情況下是否會對上述這種傳輸方式發生影響，所以開始了串聯型式 QPCs 在不同載子密度下的電性傳輸這個主題的研究^[6,7]。

在元件製作上，我們在二維電子氣上方製作兩對分離閘極(split gate)形成兩個串聯的類一維窄通道，並在通道上方覆蓋大面積的控制閘極，彼此用絕緣層加以分隔，由於在控制閘極加入正負偏壓可以有效地吸引或排斥二維電子氣的電子，我們即透過這種手段達到改變傳輸通道內的載子密度，進行串聯狀態下量子尖端接觸的電性傳輸與密度影響的討論。在實驗結果方面，我們透過 Beenakker 理論模型的直接穿透係數 T_d 做傳輸方式量化的分析^[8]，發現當載子密度下降時，電性傳輸方式有由絕熱傳輸往歐姆傳輸的趨勢移動。



整篇論文總共分成五大章節，大致的架構如下：

第一章 緒論

介紹我們的實驗背景與動機，也大致介紹整篇論文的架構。

第二章 類一維系統與相關電性傳輸理論

簡介 GaAs/AlGaAs 異質結構的形成與二維電子氣的特徵物理量計算。另一方面針對串聯型式 QPCs 的理論與背景做一些介紹，包含 Beenakker model 與一些相關文獻的實驗資料。

第三章 樣品製作與量測簡介

元件的製作流程、相關技術與之後使用的量測方法。包括微影製程、熱蒸鍍等技術與 ^3He 低溫系統、定電流(壓)源量測方法等介紹。

第四章 實驗結果分析與討論

觀察串聯形式的量子尖端接觸在不同載子密度下的的電性傳輸，藉由理論模型分析穿透係數 T_d ，進一步了解串聯時兩尖端接觸間的耦合狀況，並對結果討論有可能的物理機制。

第五章 結論與未來展望

將我們做的工作做一個總結，並提出未來可能的研究方向。

第二章 類一維系統與相關電性傳輸理論

我們採用的類一維系統，是利用在二維電子氣上的閘極，施以一負偏壓形成一二維電子氣的局部位障，使傳導電子的運動侷限在一維窄通道內，即類一維系統。這章的前半部，我們會先介紹二維電子氣的形成原理，並透過觀察垂直電子氣平面的磁場與橫縱向電阻關係，計算二維電子氣的一些特徵值；另一部分會針對單一 QPC 與串聯型式 QPCs 的理論與背景做一些介紹，包括利用 beenakker 理論模型裡的 T_d (direct transmission probability) 來探討電性傳輸形式和相關文獻的實驗資料。

2-1 GaAs/AlGaAs 二維電子氣系統

二維電子氣系統顧名思義即為導電載子只分布在二維平面上。在 z 軸方向利用類量子井位障方式，可以使導電載子在此方向內只存在少數能階，形成一個載子幾乎在 $x-y$ 平面上運動的系統。由於載子是在一個類二維的系統裡運動，因此不同於一些三維空間會產生的現象，再加上磊晶製成上造成本質上的高遷移率，有較長的平均自由路徑，在低溫下是以彈道式方式傳輸(ballistic transport)，所以我們可以觀測到較為顯著的量子效應。

現在製作的二維電子氣，通常是利用分子束磊晶技術(molecular beam epitaxy)的方法製作。分子束磊晶技術是 60 年代晚期由貝爾實驗室發展出來的一種磊晶方法，在高度或超高度真空狀態將蒸發的分子以極高熱速率直線到達磊晶基板產生緩慢沉積；在磊晶過程中配合 RHEED(reflection high energy electron diffraction)裝置可以精準控制磊晶沉積厚度，達到單原子層範圍。雖然早期的 MBE 在磊晶過程厚度可以控制很精準，但是分子排列的均勻度卻很難掌控，無法製作出高品質的二維電子氣樣品，直到 80 年代製程技術改善，MBE 製作的二

維電子氣樣品在低溫時遷移率可以達到 $10^6(\text{cm}^2/\text{Vs})$ 以上，這時二維電子氣系統的相關量子效應研究才開始迅速發展。

我們實驗室的二維電子氣晶片是透過分子束磊晶技術在基板上製作出 GaAs/AlGaAs 的異質結構介面，形成一層低載子密度和高遷移率(mobility)的電子氣，晶片是由以色列的 Dr. V. Umansky 團隊所提供。

2-1-1 GaAs/AlGaAs 異質結構

異質結構為兩種以上材料的分子透過分子束磊晶系統沉積在基板上的結構，目前技術都可以準確控制奈米等級異質結構的成分、厚度與層數。我們使用的是 GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ 異質結構，由於 GaAs 與 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ 能隙差值，會使相接介面位能扭曲，形成如圖 2-1 右側的類位能井結構(heterostructure)。圖 2-1 左側結構剖面圖的灰色虛線代表二維電子氣所在位置，延伸至右側可以看到 GaAs 和 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ 介面有一個明顯的三角位能井，這個位能井剛好只有基態能量比費米能量來的低，由於第一激發態的能量遠比基態能量大約 150meV 以上，低溫下電子幾乎無法躍遷至激發態，所以可以說電子完全被侷限在基態，形成一個二維的電子海。另一方面由於 GaAs 與 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ 彼此晶格長度相近(match)，使介面缺陷較少也是這個結構的一大優點^[9,10]。

圖 2-1 呈現二維電子氣上方有幾個不同功用的膜層，離二維電子氣最近的是 spacer layer，這層功用是隔絕電子氣與上層接觸，可減少散射機會進而增加電子遷移率提高二維電子氣品質。上層的 doping layer 參雜些許 Si 可提高電子密度，而最上層的 surface cap 具有保護底層且防氧化的功用。圖 2-1 為樣品編號 5-70 的剖面圖，異質結構是以 GaAs/ $\text{Al}_{0.37}\text{Ga}_{0.63}\text{As}$ 的比例形成的。

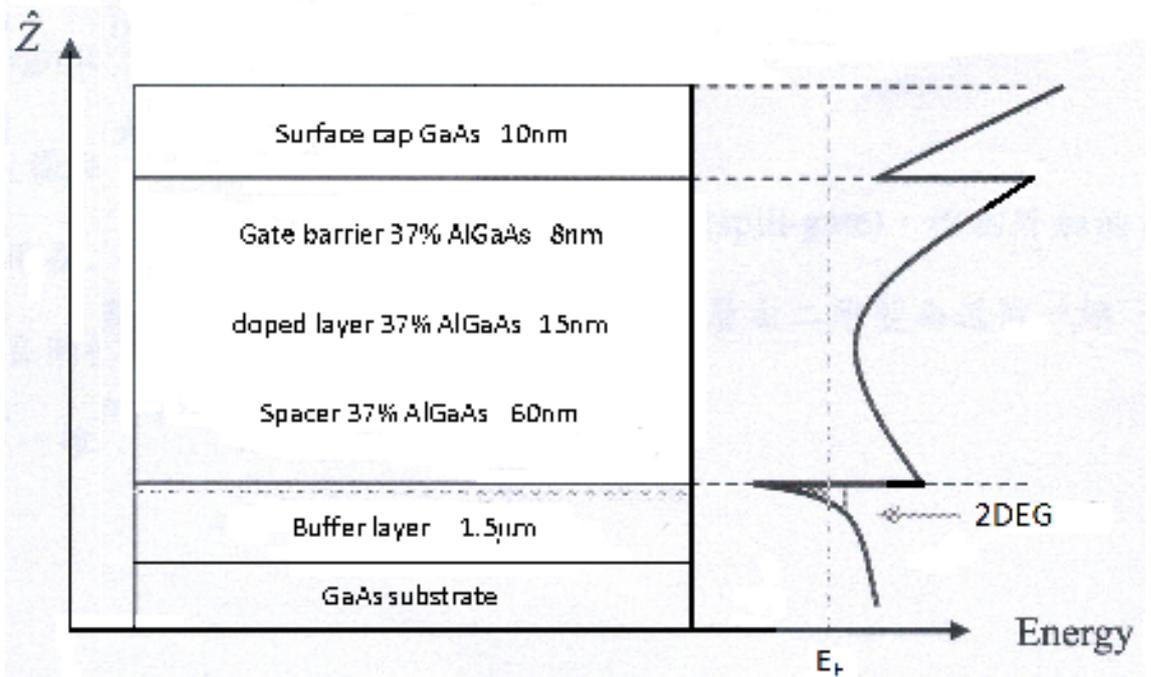


圖 2-1 GaAs/ $\text{Al}_{0.37}\text{Ga}_{0.63}\text{As}$ 的異質結構剖面圖，右側為對應的能帶圖，GaAs 與 AlGaAs 界面處為二維電子氣所在。[9]

2-1-2 電子氣的特性 - 電子密度與遷移率

對於 GaAs/AlGaAs 異質結構產生二維電子氣，當然必須知道電子氣內載子的載子密度、遷移率等特徵值。一般量測這些特徵值的方法都是在二維電子氣上製作 Hall bar 電性量測電極，並在垂直電子氣平面外加一磁場，觀察橫縱向電阻變化以計算求得載子的特徵值。

圖 2-2 為一個標準的 Hall bar 元件，灰色區域可視為一個待側的二維電子海系統，帶電粒子侷限在這個範圍，遵守古典的電磁學理論展現 x-y 平面上運動，在有外加電場與磁場的作用下，我們可以用一般的勞倫茲力(Lorentz force)去描述載子在穩定狀態下的運動行為。利用簡單的古典模型與矩陣力學推導橫縱向的電阻率，可以得到式 2-1 電子密度、遷移率與磁場的相互關係，

$$\rho_{xx} = \sigma_{xx}^{-1} = \frac{1}{|e|n_s\mu}$$

$$\rho_{yx} = -\rho_{xy} = \frac{\mu B}{\sigma} = \frac{B}{|e|n_s}$$
(2-1)

式(2-1)中 ρ_{xx} 、 ρ_{yx} 分別代表縱向與橫向的電阻率，因為是二維系統，因此對應的是方塊電阻，經過移項整理後我們可以得到電子密度 n_s 與遷移率 μ 跟磁電阻的簡單關係式：

$$n_s = \left[|e| \frac{d\rho_{yx}}{dB} \right]^{-1}$$

$$\mu = \frac{1}{|e|n_s\rho_{xx}}$$
(2-2)

式(2-1)顯示橫向電阻隨著外加磁場上升呈線性方式增加，但縱向電阻值卻是不受影響；再者，橫向電阻隨磁場線性增加的斜率決定於載子濃度，而縱向電阻和載子濃度與遷移率的成績成反比關係，因此可以藉量測出來的磁電阻得知載子密度與遷移率。

圖 2-2 是一種常用的樣品量測接腳圖示，黑色方塊代表的是源極與汲極區域，也就是電流過樣品的起點與終點，白色延伸出來的矩形方塊為 Hall bar 結構，可量測彼此間的電位差，被黑線圍繞區域為被量測的主角 - 二維電子氣。

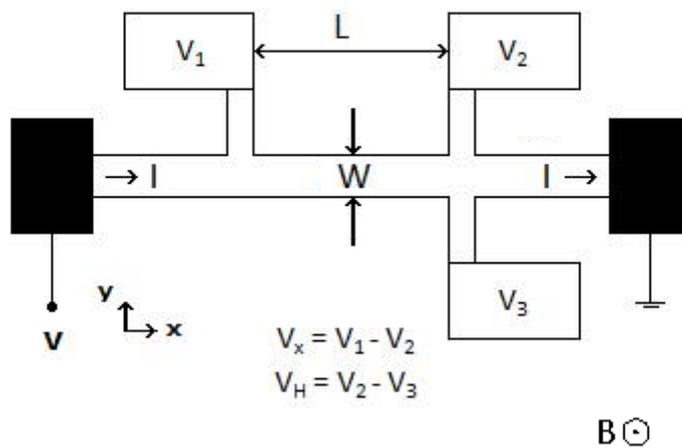


圖 2-2 Hall bar 結構圖，磁場為垂直於紙面方向。

縱向 Hall bar 彼此距離長度 L ，橫向 Hall bar 距離長度 W ，當源極加入一電壓 V ，使電流沿著源極往汲極流動時，我們可以量得 Hall bar 彼此的電位差 $V_x=V_1-V_2$ 、 $V_H=V_2-V_3$ ，和幾何形狀 W 、 L ，進而得知式 2-3，再透過在 z 軸方向的外加磁場，量測橫縱向磁電阻，圖 2-3 為典型的實驗數據。

$$\rho_{xx} = \frac{E_x}{J_x} = \frac{V_x}{I} \frac{W}{L}$$

$$\rho_{yx} = \frac{V_H}{I}$$
(2-3)

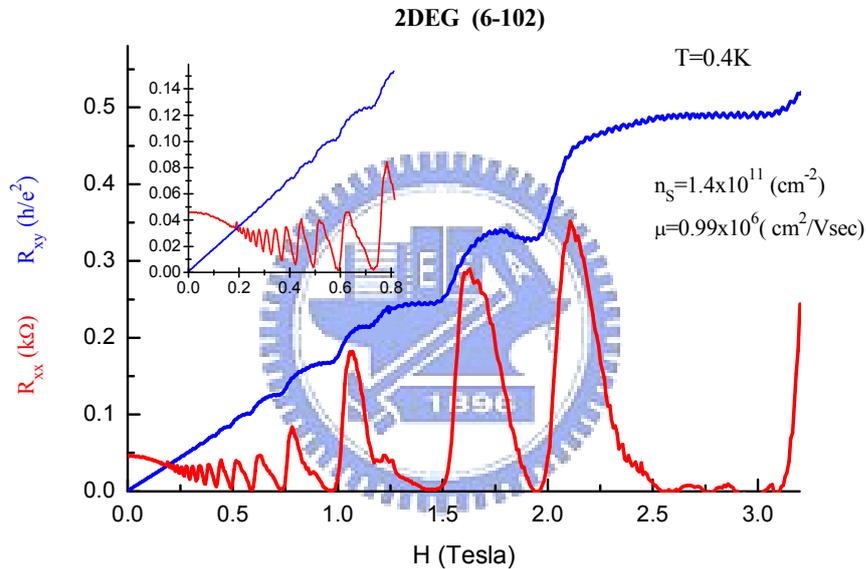


圖 2-3 編號 6-102 樣品的縱向與橫向方塊電阻(紅色、藍色曲線)對磁場的關係圖，量測溫度約在 0.4K。[11]

R_{xx} 和 R_{xy} 為方塊電阻，就是式(2-3)的 ρ_{xx} 和 ρ_{xy} ，震盪型式的紅色曲線為縱向電阻 R_{xx} ，類平台結構的藍色曲線為橫向電阻 R_{xy} 。圖中可以看出在低磁場區($<0.4T$) R_{xy} 隨磁場變大呈線性增加，這個結果符合古典電磁理論；在低磁場下，我們可以由橫向電阻與磁場的斜率關係，求得載子密度，再透過與 R_{xx} 的計算得到遷移率，編號 6-102 樣品的載子密度為 $1.4 \times 10^{11} / \text{cm}^2$ ，而遷移率為 $10^6 \text{cm}^2 / \text{Vs}$ 。除此之外，隨磁場增加可發現橫向電阻 R_{xy} 開始出現階梯狀的變化，縱向電阻 R_{xx} 也隨

磁場增加有震盪的行為出現，且波谷大致與 R_{xy} 的平台位置對應，這個震盪現象又稱為 Shubnikov-de Hass(SdH) oscillation，是古典電磁理論不能解釋的，我們必須引進藍道能階(Landau levels)的觀念。

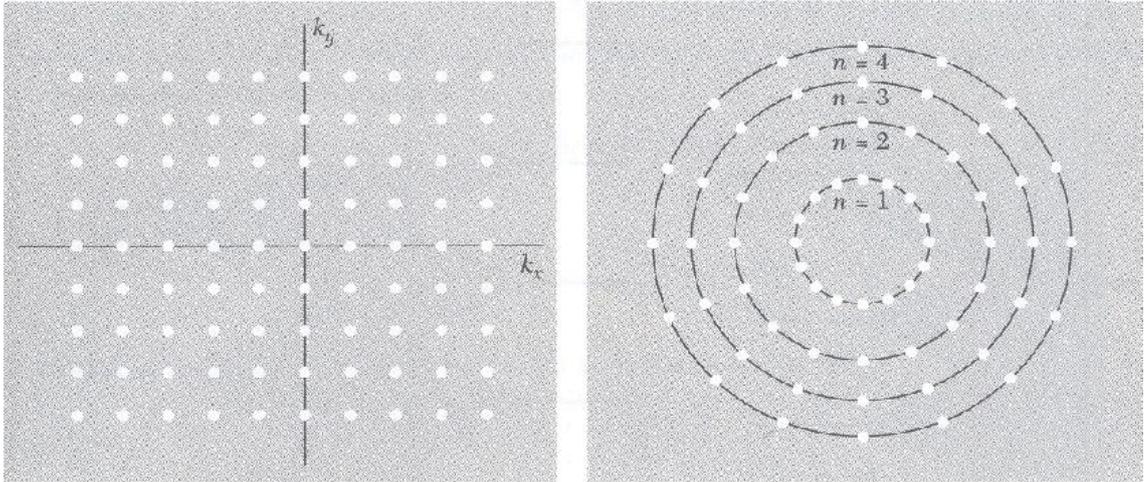


圖 2-4 二維的電子能態在 k -space 下的分佈情形，右圖為加入垂直紙面方向磁場電子能階成同心圓的分布狀態，每個同心圓擁有相同的態數。[12]

二維系統在考慮量子的邊界效應下，其可以有的態會如圖 2-4 左圖均勻分佈在 k_x - k_y 相圖，呈正方晶格陣列，但是當我們加入一個垂直平面(Z)的磁場，分佈情形會受磁場影響呈現一個個同心圓的特定能階，電子重新由內部圓($n=1$)最低能量往外依序填出，每個同心圓上擁有相同的能量形成特定能階，我們稱之為藍道能階。[12]

藍道能階的能量形式為 $E_n = E_s + (n-1/2)\hbar\omega_c$ ， $\omega_c = eB/m$ ， E_s 為其最低臨界能量。每個藍道能階可有的態密度正比於磁場，當磁場增加時，能階可容納的電子數變多，但另一方面 ω_c 也會隨磁場變大而增大，當每圈的藍道能階能量變大且鄰近藍道能階的能量差也相對變大。圖 2-5 為在不同磁場下的電子在藍道能階的分布情形，實心圈為已填電子軌域，空心圈則為待填電子軌域；暫不考慮電子自旋簡併態，假設系統擁有 12 顆電子，在左圖 B_1 所形成的藍道能階下假設每個藍道能階可以提供五個電子空位，電子可填至第三層藍道能階($n=3$)；但在右圖較高磁場 $B_2 (\approx 1.2B_1)$ 下，由於藍道能階可容納電子數變多，電子只能填至第二層藍

道能階(n=2)並將它完全填滿。

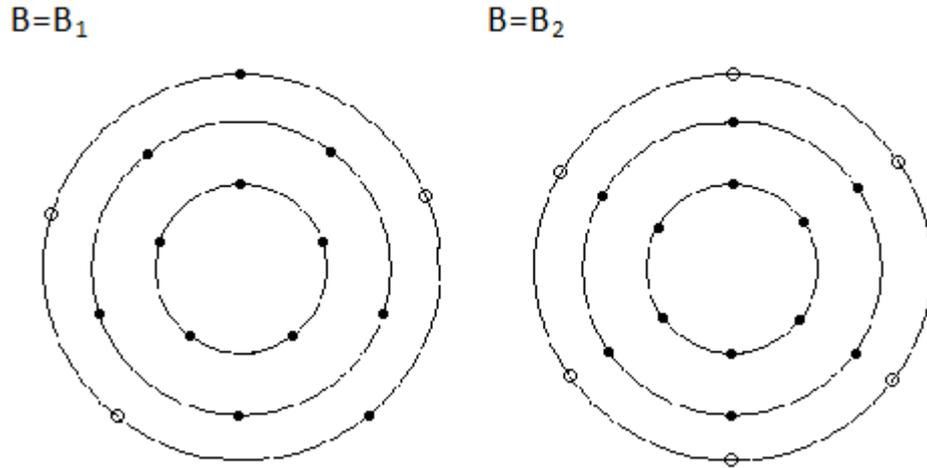


圖 2-5 在不同磁場下電子在藍道能階下的分佈圖($B_2 > B_1$)，實心圈為已填電子軌域，空心圈則為待填電子軌域。在左圖磁場較小條件擁有的藍道能階(n=3)較高磁場下(n=2)來多。

承圖 2-5，假使在磁場 $B_0 (\approx 0.8B_1)$ 每個藍道能階擁有四個態，剛好可以填滿第三層的藍道能階。因此將磁場由 B_0 加至 B_2 過程中($B_0 \leq B_1 \leq B_2$)，最外層電子數目會由零先增加再回復成零形成一個震盪，在 x 方向的縱向電阻也會因外層可傳輸電子數目改變產生震盪行為，以下我們會以矩陣方程解釋這中間發生的變化。

電磁理論中電導與電場、電流密度關係，

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{yx} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{xx} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (2-4)$$

將電導轉換成電阻，電導與電阻換算關係為：

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yx}^2} ; \rho_{yx} = \frac{-\sigma_{yx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yx}^2} \quad (2-5)$$

當我們討論 $\rho_{xx} \approx 0$ 的情形時，此時系統內電子剛好將第 N 層 Landau level 填滿，無額外電子提供 x 方向的電流傳輸($\sigma_{xx} = 0 \approx \rho_{xx}$)。由於這時第 N 層 Landau level 被電子完全填滿，而 $N+1$ 階能帶則完全是空的，我們可以將此時能階擁有的電

子數目寫成 $n_s = N \left(2 \frac{|e|B}{h} \right)$ ， $\frac{|e|B}{h}$ 為每個 Landau level 可容納的簡併態，而 2 是考慮到電子自旋效應，這數目也相當於電子密度。我們可以將 ρ_{xy} 透過式(2-1)做代換動作，可寫成：

$$\rho_{yx} = \frac{B}{|e|n} = \frac{h}{Ne^2} \quad , \quad N \text{ 為 Landau level 被佔據數目} \quad (2-6)$$

圖 2-5 知佔據藍道能階的最大數目 N 必須對應到某些磁場才會依序以負 1 遞減，式(2-6)的橫向電阻率 ρ_{xy} 在佔據 N 未變的磁場範圍內不會改變，因此形成平台的結構。另外我們可以發現 ρ_{xy} 在升到下一平台時恰巧是 Landau level 改變到下一階，外圍電子由少數幾個變成完全沒有，而下一能階電子呈全填滿狀態，縱向電流由有至無，即 ρ_{xy} 改變至下個平台瞬間 ρ_{xx} 為零狀態，正如圖 2-3 所示，在磁場 3.0T、1.9T、1.5T 甚至在內圖中小磁場 0.7T、0.6T、0.5T 下， $R_{xx}=0$ ， R_{xy} 恰從一平台陡升至另一平台，而且其對應電阻值為 $12.9\text{k}\Omega/N$ 。

每個 Landau level 可擁有 $2eB/h$ 個態密度，我們可以藉由電子個數除以 $2eB/h$ 計算現在填到第幾個 Landau level。由於在 ρ_{xx} 震盪曲線相鄰的波谷剛好差一個 Landau level，我們可透過相鄰波谷的磁場 B_1 、 B_2 去計算 n_s ：

$$\frac{n_s}{2eB_1/h} - \frac{n_s}{2eB_2/h} = 1 \quad (2-7)$$

上式化簡可得，

$$n_s = \frac{2e}{h} \frac{1}{\frac{1}{B_1} - \frac{1}{B_2}} \quad (2-8)$$

我們在樣品 5-70 的縱向電阻也有看到類似圖 2-3 的震盪情形，在高磁場區可以看到明顯 SdH oscillation。圖 2-6 為將橫軸磁場取倒數後的縱向電阻值，可以發現縱向磁電阻對磁場倒數如理論預期為一固定周期的振盪行為，取相鄰峰谷對應的磁場倒數周期取平均，再利用式(2-7)計算求得電子密度。

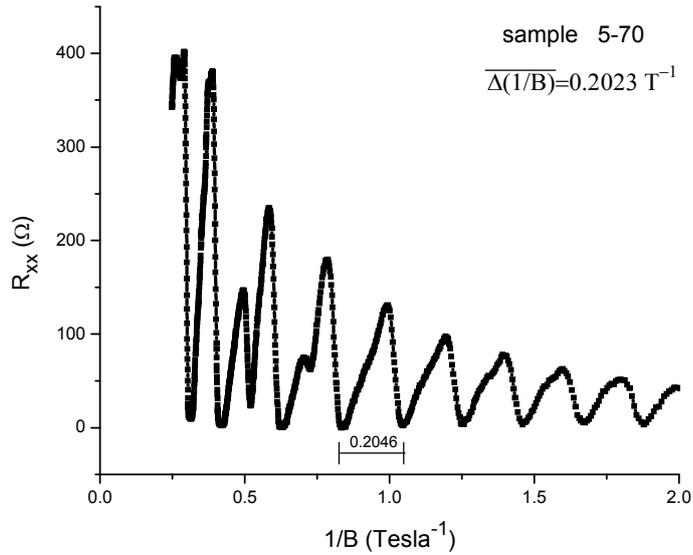
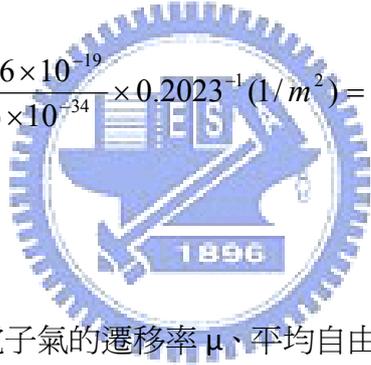


圖 2-6 樣品 5-70 縱向電阻與磁場倒數關係圖。[11]

$$n_s = \frac{2e}{h} \frac{1}{\frac{1}{B_1} - \frac{1}{B_2}} = \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19}}{6.63 \times 10^{-34}} \times 0.2023^{-1} (1/m^2) = 8.509 \times 10^{10} (1/cm^2)$$



由此 n_s 計算二維電子氣的遷移率 μ 、平均自由路徑 l_e 、費米波數 k_F 、費米能量 E_F 等相關的特徵值如下：

$$\mu = \frac{1}{|e|n_s\rho_{xx}} \approx 2.45 \times 10^6 \text{ cm}^2 / \text{Vs}$$

$$l_e = \frac{\mu\hbar k_F}{e} = \frac{\mu\hbar\sqrt{2\pi n_s}}{e} \approx 11.8 \mu\text{m}$$

$$k_F = (2\pi n_s)^{\frac{1}{2}} \approx 7.31 \times 10^5 (1/cm)$$

$$E_F = \frac{(\hbar k_F)^2}{2m^*} \approx 3.048 \text{ meV}$$

(2-9)

2-2 理論與模型計算

我們實驗目的為串聯的電子尖端接觸在不同電子密度下的電性傳輸情形，因此在本節將介紹一維的電子尖端接觸的理論與模型計算。這方面我們分幾個部分敘述，先對於我們使用的傳輸環境－彈道式傳輸介紹；接下來討論單一電子尖端接觸下電導階梯現象；最後是對於串聯時的電子尖端接觸有關的說明，這包括了一些以前針對尖端接觸間距離討論的實驗，與我們之後很常用到的 Beenakker 理論模型。

2-2-1 彈道式傳輸 – Ballistic transport

電子在傳遞過程中，很容易受其他因子造成非彈性碰撞無序地改變行進，並造成電子波向量(k)的無序性改變，使傳遞時的波函數同調性遭到破壞，如圖 2-7(A)。但隨著奈米元件發展成熟，元件可製作的尺度已可遠小於電子的平均自由路徑 l_e ，在這環境下電子傳輸的過程較不會遭受其他非彈性碰撞，如圖 2-7(B) 所示，我們稱這種電子傳輸現象為彈道式傳輸。我們製作的量子線在二維電子氣上可產生的通道長度(L)約在 500nm 以下，遠比電子氣的平均自由路徑(11.8 μm) 來的大，我們可以稱這些傳輸系統都是典型的彈道式傳輸。

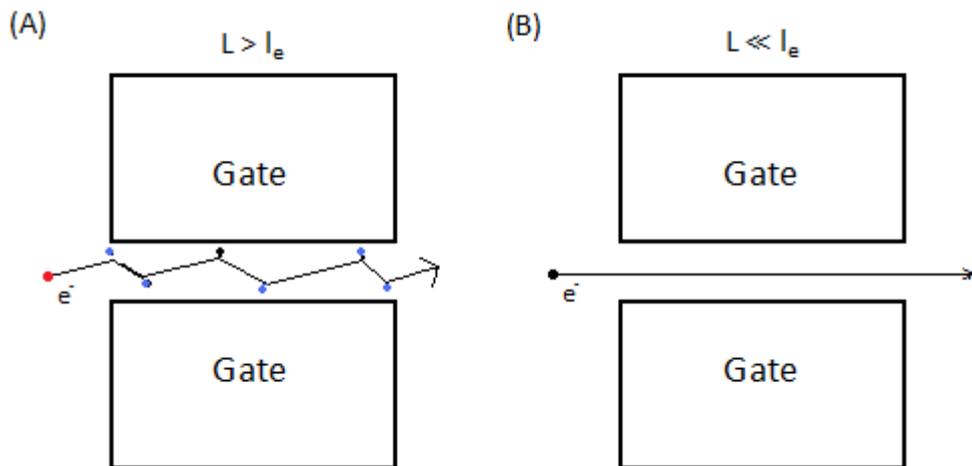


圖 2-7 電子經過不同通道長度下的傳輸路徑差異。(A) $L > l_e$ (B) $L \ll l_e$ 。

2-2-2 量子化電導 – Quantum conductance

當電子可以利用彈道式的傳輸方式通過金屬閘極形成的通道時，隨之探討的就是通道寬度縮減時的類一維通道內電子傳輸情形。古典歐姆定理告訴我們通過通道的電導會隨著通道寬度縮減成正比方式遞減，但是實際在介觀系統範疇($\approx \mu\text{m}$)的元件中，卻可以看到通道寬度減少時兩端的電導呈階梯式的減少變化，我們稱之為量子化電導。

在 x - y 二維電子氣上製作 QPC 或量子線(Quantum Wire)形成窄通道是一個很好觀測量子化電導的方法。由於 QPC 或量子線形成的通道長度往往比電子氣的平均自由徑小，系統中電子以彈道式傳輸方式傳遞，由於波函數不容易遭受破壞，在通道內可以形成明顯的能帶型式，我們稱之為次能帶(subband)；次能帶的能量會隨通道寬度增加而增大，下面我們以拋物位勢的次能帶型式來解釋量子化電導形成。

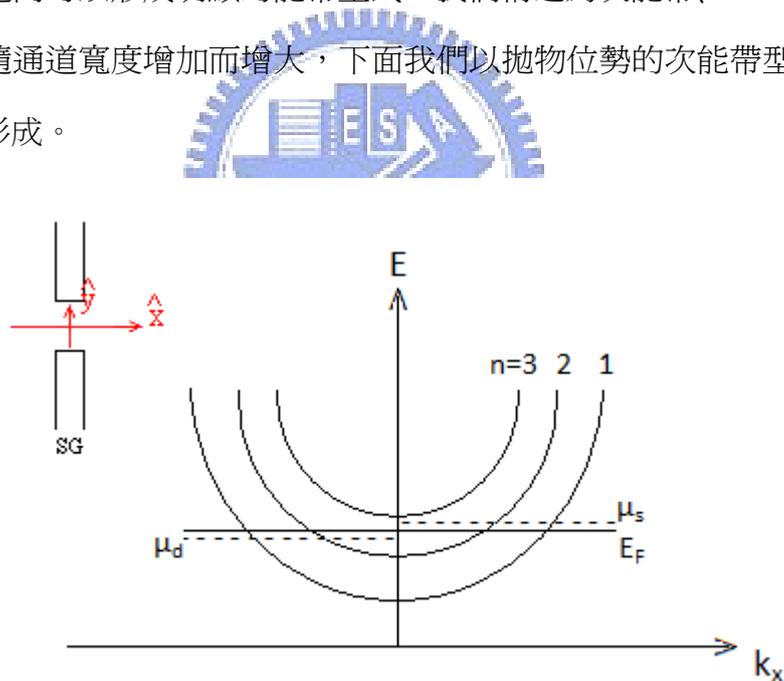


圖 2-8 類一維下拋物位勢形態的前三個次能帶能階，在 k -space 下能帶示意圖。內圖為量子線形成的彈道式傳輸通道，電子沿 x 方向傳遞， y 方向為受侷限的類一維空間。

圖 2-8 三個最低能態在 k -space 下的態帶示意圖，假設代表費米能量的實線通過第二個次能帶下緣，而虛線分別代表源極(source)與汲極(drain)的化學位勢

μ_s 、 μ_d 。由通過通道的電流方程式知，

$$I = e \sum_{n=1}^N \int_{\mu_s}^{\mu_d} dE \rho_n(E) v_n(E) T_n(E) \quad (2-11)$$

式(2-11)中的 $\rho_n(E)$ 為電子的態密度， v_n 為電子在次能帶的移動速度， T_n 為穿透機率。在類一維通道內的電子傳輸 $\rho_n v_n$ 為常數，且通道兩邊電位能非常接近 ($\mu_s \approx \mu_d$)，考慮電子自旋的兩個簡併態，因此可將電流方程式簡化並置換成電導形式：

$$G = \frac{eI}{\mu_s - \mu_d} = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n(E_F) \quad (2-12)$$

在彈道式傳輸系統 $T_n \rightarrow 1$ ，我們可由 E_F 通過幾個次能帶來決定電導是多少 $2e^2/h$ 的整數倍，式(2-11)可以簡化成 $G = \frac{2e^2}{h} M$ ，其中 M 為窄通道內的次能帶數目。能帶數目跟通道寬度與費米波長有關 $M = \text{Int}(W / 0.5 \lambda_F)$ ，所以我們可以由製作的量子線幾何形狀，估算可能出現的最多平台數目。一般的 GaAs/AlGaAs 二維電子氣的費米波長約在 50nm，所以當製作寬度為幾百奈米的量子線，可以很明顯看到幾個至十幾個的電導平台(plateaus)。

最早在實驗中觀測到電導量子化現象的為 van Wees 與 Houten 等人^[1]，他們利用分離閘極的技術，成功的在低溫量測到量子化現象。當在分離閘極加入負偏壓會侷限二維電子氣的自由電子，達到控制通道寬度的目的，當通道變窄占據的次能帶減少，可以看到圖 2-9 電導與負偏壓的曲線呈現階梯狀的變化，且每個平台對應到的電導皆為 $2e^2/h$ 的整數倍。

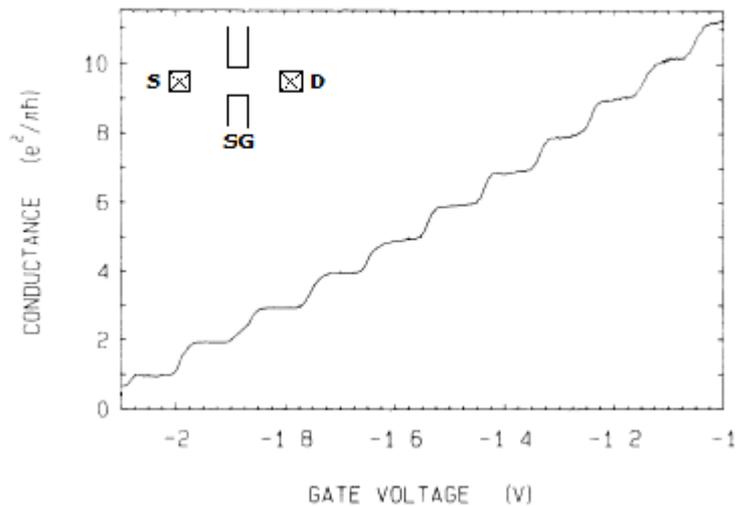


圖 2-9 1988 年 van Wees 等人在溫度 0.6K 量測到的電導量子化情形。分離閘極距離約為 $0.25\mu\text{m}$ 。[1]

2-2-3 串聯量子尖端接觸 – Quantum point contact in series

在第二小節我們介紹了量子電導化的概念，這一節我們要討論電子在串聯量子尖端接觸下的傳輸現象，這也是這篇論文主要的討論主題。古典理論中串聯形式電阻值為個別電阻的相加，但實際上量子系統却不盡然，以分離閘極加入負偏壓形成類一維窄通道的量子系統，若有兩個窄通道組成的新系統，此時總電阻是否為各自通道電阻總和？隨著兩分離閘極距離的遠近、二維電子氣載子濃度等變因，又有什麼可能的機制？

針對串聯 QPCs 系統的傳輸行為，一般劃分為古典的歐姆傳輸範疇(ohmic transport)與量子絕熱傳輸範疇(adiabatic transport)，我們可以用比較簡單的量子力學觀點來解釋這現象。由於窄通道形成的通道寬度會影響次能帶擁有的個數，絕熱傳輸範疇的電子在通過第一個 QPC 的特定次能帶，再經過第二個 QPC 時能帶尚未被破壞，所以電子可以依它在第一個 QPC 的模數決定在第二個通道是完全通過或完全反射，這也是說明在絕熱傳輸裡能帶皆未受破壞，且電阻值由最窄的尖端接觸完全貢獻。但歐姆傳輸則完全相反，經過第一個尖 QPC 的模數在要通過第二個 QPC 已經完全被破壞，所以第二個 QPC 貢獻的電阻並不會受

前面的影響，通過兩通道的電阻值則為兩個單一通道貢獻的電阻值相加。

在 1989 年 Kouwenhoven 等人提出的實驗模型可以幫助我們更了解上述物理現象^[4]。圖 2-10(A)是元件的大致形狀，閘極中間製作一個直徑約 $1.5\mu\text{m}$ 的圓形凹洞空間，凹洞兩旁形成兩對可獨立控制的 QPC，分別對應電導 G_A 與 G_B ，由於兩 QPC 幾何形狀相似，所以各自的窄通道行為類似，在圖 2-10(C)中， G_A 與 G_B 相對閘極電壓的改變幾乎相同； G_{ser} 為同時加偏壓於兩 QPC 觀察通過兩串連 QPC 的電導，在未加磁場下電子以 α 角度射入通道並經多次反射後穿過另一通道或回流，這時傳輸由於經多次反射後完全破壞電子波函數的相位同調性，使電子波函數間的量子干涉效應消失，展現如圖 2-10(C)上側的歐姆傳輸特性，可通過兩通道的總電導 G_{ser} 為通過單一通道電導($G_A \approx G_B$)的一半。但當加入垂直電子氣平面的磁場後電子會順著磁場產生的迴旋半徑沿著通道邊緣如圖 2-10(B)運動，由於在通道中反射次數少，電子波函數相位仍維持同調性，在 1 Tesla 環境下系統呈現如圖 2-10(C)下側的絕熱傳輸情形， G_{ser} 大小與 G_A 、 G_B 相仿。

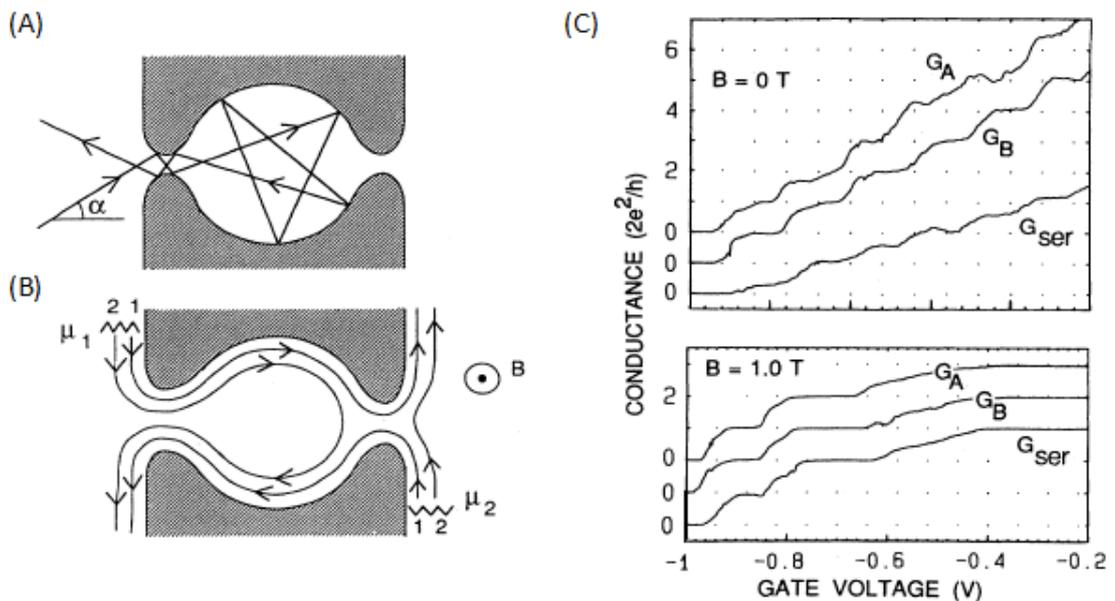


圖 2-10 Kouwenhoven 等人提出在加入垂直紙面磁場下電子穿透串聯閘極由歐姆傳輸改變至絕熱傳輸的情形。(A)在零磁場電子在系統中的運動路徑。(B)加入一垂直電子氣平面磁場後電子運動路徑的改變。(C)不同磁場狀態下各閘極電導 (G_A 、 G_B 與 G_{series})與負偏壓關係圖。[4]

實際上通過兩通道的電阻值不一定完全是絕熱傳輸或歐姆傳輸，有可能介於兩個範疇之間，1989 年 Beenakker 等人對於這個問題提出了理論模型，可以更清楚地計算穿透係數來決定串聯系統屬於何種範疇^[8]，這也是這篇論文計算穿透係數的方法，理論模型結構如圖 2-11。

圖 2-11 中電子由下方源極(source)經串連尖端接觸流至上方汲極(drain)，中間兩個灰色部分為量子尖端接觸，相互距離 L ， μ_s 、 μ_d 、 μ_l 、 μ_r 分別代表源極、汲極與兩通道間左右邊四個不同區域的化學位勢。

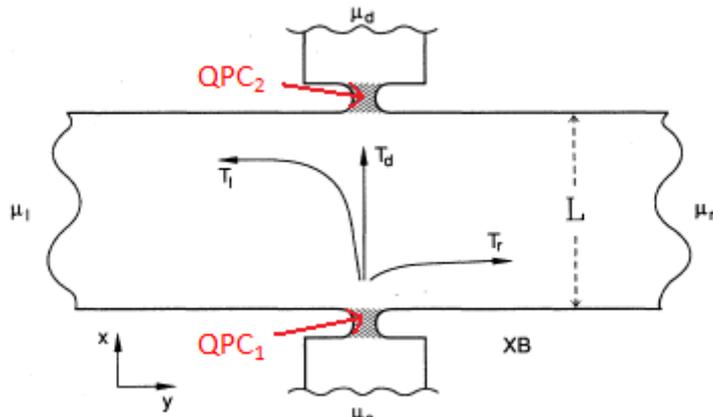


圖 2-11 Beenakker 的理論模型幾何圖。陰影部分為 QPC，兩對 QPC 間距 L ，電子由下方流至上方， μ_s 、 μ_d 為源極-汲極的化學位勢， μ_l 、 μ_r 為通過第一個 QPC 後的兩端位勢，磁場為垂直平面射入。[8]

電子通過第一對 QPC 後，電子有可能往三個方向運動 T_d 、 T_l 、 T_r 。Beenakker 假設電子可以直接通過第二對 QPC 至汲極的機率為 T_d ，而往兩旁運動的機率分別為 T_l 、 T_r ，由於電子流的連續性因此由源極射出減去反射回來的數量會分佈在這三個方向，所以將上列係數歸一整理後可得到下列式子，

$$T_d + T_l + T_r = N_s - R_s \quad (2-13)$$

N_s 為通過 QPC 的通道數目， R_s 則為電子反射回源極機率，所以每個 QPC 的電導都可以寫成，

$$G = (2e^2/h)(N_s - R_s) \approx (2e^2/h)N \quad (2-14)$$

再使用 Buttiker formula 可推導之後公式：

$$(h/2e)I_\alpha = (N_\alpha - R_\alpha)\mu_\alpha - \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\beta \rightarrow \alpha} \mu_\beta \quad (2-15)$$

此公式代表電流 I_α 從某熱庫 μ_α (化學位勢 α) 流入其他熱庫 μ_β 行為； N_α 、 R_α 為在 μ_α 觀察的電子穿透的通道數與反射機率， $T_{\beta \rightarrow \alpha}$ 為在 μ_β 電子流至 μ_α 的傳輸機率，我們可以利用式(2-15)在 Beenakker model 的四個電流流出方向 I_x 寫出四條聯立方程式，再利用已知的邊界條件來簡化。

由於理論模型中的電子最終皆會由源極流至汲極，所以 $I_l = I_r = 0$ ，且 $I_s = -I_d = I$ ，此邊界條件可以將式子簡化成以下，

$$G_{series} = \frac{1}{2} \left\{ G + \frac{2e^2}{h} \left[T_d + \frac{(T_r - T_l)^2}{2(N_r - R_r) - T_r - T_l} \right] \right\}$$

$$G_{series} = eI / (\mu_s - \mu_d) \quad (2-16)$$

當不考慮磁場狀況下，我們可知道電子往兩邊傳輸機率相等($T_l = T_r$)，公式可再改寫為：

$$G_{series} = \frac{1}{2} [G + (2e^2/h)T_d] \quad (2-17)$$

由上式我們可以明顯發現，當電子再穿過串聯 QPC 如果以直接通過的形式穿越，則 $T_d = N_s - R_s = (h/2e^2)G \approx 1$ ，帶入上公式可得，

$$G_{series} = \frac{1}{2} (G + G) = G \quad (2-18)$$

此時通過串聯 QPC 的電導值與單一 QPC 是一樣的，展現絕熱傳輸的現象。

而假使電子無法以直接傳輸的方式通過，而是經過多次碰撞後才到達汲極，此時為 $T_d \approx 0$ 的狀況，帶入公式後，

$$G_{series} = \frac{1}{2} G \Rightarrow G_{series}^{-1} = 2G^{-1} \quad (2-19)$$

發現通過串聯 QPC 電阻值為兩個單一 QPC 電阻值相加，展現歐姆傳輸的特性。

由上述模型，我們可以得到一個結論， $T_d \rightarrow 1$ 兩通道呈現絕熱傳輸狀態，當

T_d 慢慢趨近零，總電阻會隨著傳輸狀態慢慢改變至歐姆傳輸而變大，直到 $T_d=0$ 時總電阻剛好為兩 QPC 單一電阻相加，我們可透過計算 T_d 的變化來幫助了解趨勢往哪個範疇移動。

Takagaki 等人在 1992 年設計了一個串聯窄通道模型，模型內兩通道擁有不同的通道寬度，利用 Buttiker formula 的聯立方程、電流的邊界條件($I_l=I_r=0, I_s=-I_d=I$) 與在零磁場下 $T_r=T_l$ 的條件，計算出不同通道寬度的串聯系統其總電導與直接穿透率 T_d 關係如下^[13]。

$$G_s = \frac{2e^2}{h} T_d + \frac{[G_1 - (2e^2/h)T_d][G_2 - (2e^2/h)T_d]}{G_1 + G_2 - 2(2e^2/h)T_d} \quad (2-20)$$

式(2-20)中 G_s 為系統總電導， G_1 、 G_2 代表兩不同寬度的通道分別對應的電導，我們發現在兩通道寬度相仿時 ($G_1=G_2=G$)，式(2-20)可簡化成 Beenakker 模型中

$$G_s = \frac{1}{2}[G + (2e^2/h)T_d]$$

的形式。

在有關串聯 QPC 的實驗上，Pepper 等人在 1989 年觀察到兩接近的串聯 QPCs($\approx 700\text{nm}$)間呈現幾乎完全絕熱傳輸的特性，經過兩 QPCs 的電阻值為較窄的那對 QPC 所控制^[2]。在圖 2-12 中三軸方向分別代表 QPC₁、QPC₂ 閘極電壓與經過兩通道的總電阻，圖中的數字代表此閘極電壓對應的可通過的通道數目，即為通道寬度。在圖中可以明顯發現當 QPC₁ 寬度落在第五個平台上 QPC₂ 通道寬度縮減總電阻並沒有顯著變化(紅色箭頭)，直到寬度縮減至比 QPC₁ 窄，電阻才開始變大，展現絕熱傳輸的電導傳輸特徵。

另一方面 Shepard 等人試著加一垂直二維電子氣的磁場，觀察電子入射角度對 T_F (forward transmission coefficient)的影響， T_F 與我們使用的 T_d 皆為電子在兩通道間的直接穿透率^[5]。元件設計如圖 2-13 右方小圖，兩對串聯 QPCs 彼此間距 d ，電子由 2 傳送至 4。由於電子在加入垂直磁場會成圓弧路徑運動，其半徑為 r_c (cyclotron radius)，透過幾何圖形的 $r_c \sin\theta = d/2$ 關係我們可以計算電子進入 QPC 的入射角度 θ ，隨磁場改變可得一系列入射角度與 T_F 的關係。圖 2-13 為 T_F 與入射角度的關係，曲線 a、b、c 分別代表 QPC 寬度控制在三種不同 mode

下的量測結果($a < b < c$)，其中 a 為 single mode， b 、 c 曲線為 multimode；圖中可看到電子進入 QPC 的入射角度與 T_F 呈一葉片狀(like-lobe)的震盪形式，當入射角度越大其穿透率 T_F 呈震盪型式遞減；另外一方面在每條量測曲線皆可看到彼此 mode 間的干涉現象，即使在單一模式下的曲線 a 也不例外，作者認為這跟單一模式通道內含有其他的 intermode 有關。

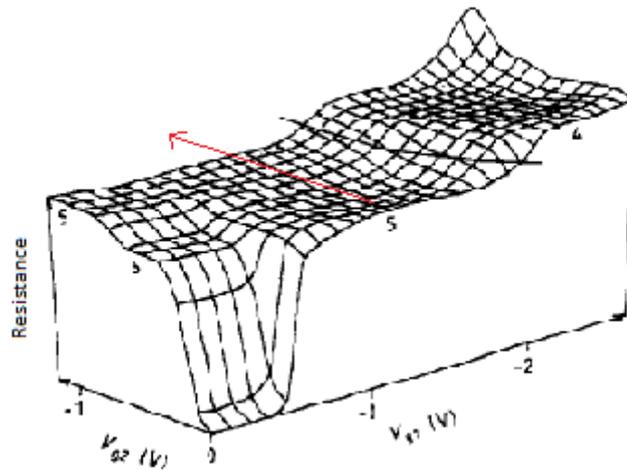


圖 2-12 彼此間距 700nm 的串聯 QPCs，展現絕熱傳輸情形。三軸方向分別代表 QPC₁、QPC₂ 的閘極電壓與經過兩通道的總電阻。[2]

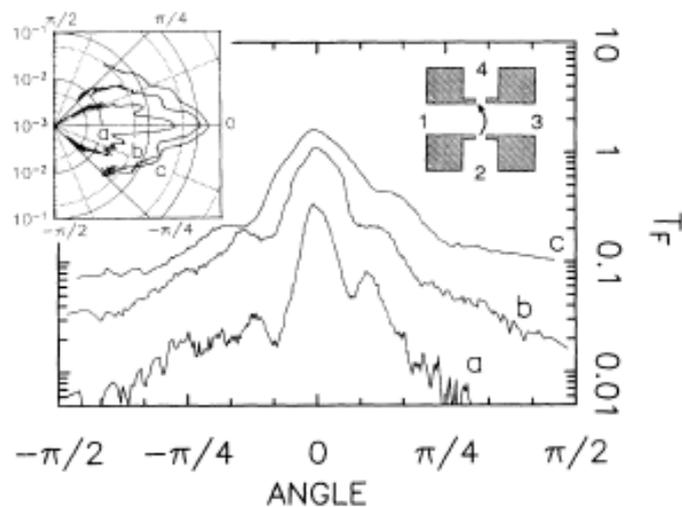


圖 2-13 透過垂直平面的外加磁場，觀察電子進入通道的入射角度與 T_F 的關係， a 、 b 、 c 曲線為不同 mode 下的串聯通道($a < b < c, a=1$)。左上小圖為其極座標圖形；右圖為元件的設計圖形，電子由 2 傳送至 4。[5]

我們實驗室也有針對不同間距的串聯閘極做電性傳輸的討論，5-98 的樣品其二維電子氣特徵值為 $n_s=2 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$ ， $l_e=5.6 \mu\text{m}$ ，在上面製作五對彼此間距不同的串聯閘極，發現間距約 500nm 的串聯閘極展現部分的絕熱傳輸($T \approx 0.3$)，但是當閘極間距拉大至 $1.5 \mu\text{m}$ 以上，傳輸情形則趨向完全的歐姆傳輸，穿透率 T_d 跟串聯閘極間距成 \exp 函數遞減的關係。^[14]



第三章 樣品製作與量測技術

本章主要介紹樣品製造流程與量測所需用到的技術與方法。製程範圍涵蓋微影技術與熱蒸鍍技術，量測上的技術則包括低溫系統的介紹與電性量測的方法等，分為兩個大部分以若干節次介紹。圖 3-1 為大致流程圖：

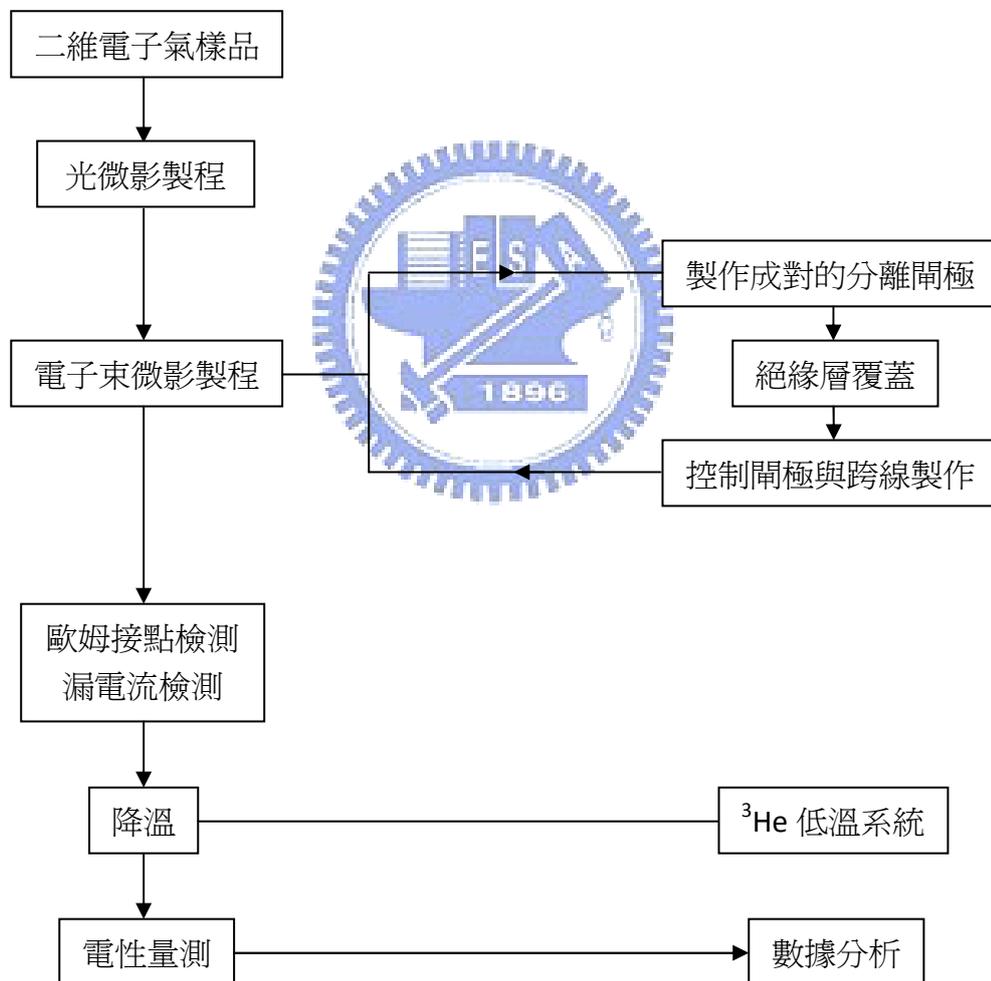


圖 3-1 實驗流程圖。

3-1 樣品製作

由於我們的樣品屬於微奈米結構等級，製作時必須透過微影技術來完成。光微影製程技術可以較快速幫我們製作線寬五微米以上的部分，而更細的線寬則需以電子束微影技術來完成，我們實驗室的電子束微影技術可以製作到八十奈米左右的線寬，已足夠我們製作分離閘極。閘極製作完後以跨線來聯繫電子束微影與光微影部分，並且在電極端子藉由打線機製造金球附著於光微影的接腳區，再將另一端金線接至低溫系統上，以便達成量測。以下將分數小節介紹各分段所使用的技術。

3-1-1 電子束微影製程技術

電子束微影技術的基本配備主要是一台掃描式電子顯微鏡，搭配一套控制軟體(NPGS)與繪圖軟體(design CAD)所構成。主要原理是利用電子顯微鏡內的鎢絲加熱產生電子，透過加速電壓加速，經過一連串的線圈透鏡組將電子打到已塗佈電子阻劑的樣品上，藉由高能量電子束破壞電子阻劑結構，來達成曝光效果。需要曝光的圖形則可透過繪圖軟體來繪製，搭配 NPGS 操控 Beam blanker 的開關來完成。由於曝光區電子阻劑結構受破壞而溶於顯影液，我們可透過顯影、定影過程去除曝光區電子阻劑，再以熱蒸鍍製作所需的閘極。以下將分幾個步驟詳細介紹電子束微影技術的過程：

- (1) 清洗：利用丙酮和酒精清洗基板。基板上如有雜質會影響稍後塗佈品質。
- (2) 塗佈：將滴上電子阻劑(polymethylmethacrylate, PMMA)的樣品放入塗佈機，透過高速旋轉產生的離心力使阻劑均勻分佈在樣品上，轉速與轉動時間都會影響塗佈的阻劑厚度。實驗上我們使用的條件為 6000 r.p.m、30 秒，厚度約可控制在 3200Å。
- (3) 烘烤：塗完電子阻劑後將樣品放置烤盤烘烤，以確保阻劑硬化並附著在基板

表面。烘烤條件為 180°C、五分鐘。

- (4) 曝光：將完成上述步驟的樣品放入電子顯微鏡真空腔內，以電子束為曝光源，依照設計的圖形用特定劑量對電子阻劑進行曝光，遭曝光的阻劑因鍵結受破壞而易溶於顯影液中。適當的劑量可使被曝光的阻劑形成如圖 3-2(B)灰色區域所示的倒梯形結構(undercut)，有利於之後成品的品質。
- (5) 顯影：曝光完將樣品浸泡在顯影液 75 秒再置入定影液內 20 秒以上後取出，使曝光區溶解形成如圖 3-2(C)中的凹槽形狀，此時可以使用光學顯微鏡確認顯影後的結果。顯影花費的時間和當時顯影液的溫度均會影響顯影結果，我們會透過控溫與控時使顯影動作盡量在同一條件下進行。
- (6) 蒸鍍：將顯影完後樣品置入蒸鍍系統鍍上我們想要的材料。蒸鍍系統的原理在後文將討論。
- (7) 舉離：利用丙酮酒精除去殘餘的電子阻劑與其上附著的材料，此時留下的材料將會附著在之前曝光區域內我們設計的圖形上，電子束微影完成。



以下將以圖示各步驟後樣品的剖面圖：

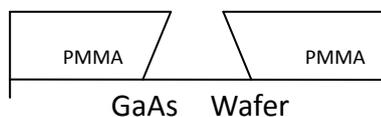
A. 塗佈：



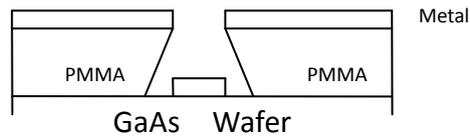
B. 曝光：



C. 顯影：



D. 蒸鍍：



E. 舉離：

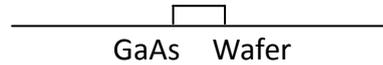


圖 3-2 電子束微影製程各步驟的樣品剖面圖。

由於本論文探討的是載子經串聯閘極時對應不同載子密度的電性傳輸，因此除了製作多組串聯閘極外，還需再加做一上電極來控制電極下的載子密度，上電極與串聯閘極必須電性分離，且上電極必須覆蓋串聯閘極，所以在兩層之間製作一層絕緣層來隔離。如此必須有三道電子束微影製作的程序，如圖 3-1 流程圖所示，以下將以圖文並述的方式來介紹我的元件：



1. 分離閘極：

在已有光微影製程基板上製作線寬約為數百 nm 的金屬閘極，我們可透過定位點定位(alignment key)的功能準確將圖形製作到我們要的位置上。我們將每對閘極彼此間距(edge to edge distance)設計為不同長度，以探討不同串聯閘極的距離的傳輸。樣品的每對閘極寬度約為 450nm，閘極是由 100Å 的 Ti 與 600Å 的 Au 構成，Ti 能使 Au 更能附著於樣品表面，當電極加入大電壓較不易造成閘極兩邊翻開產生翹邊的情形。圖 3-3 左上左邊方塊是我們為了避免 beam blanker 剛開啓時造成位移錯位所設的緩衝點，可以有效避免主圖形錯位情況。

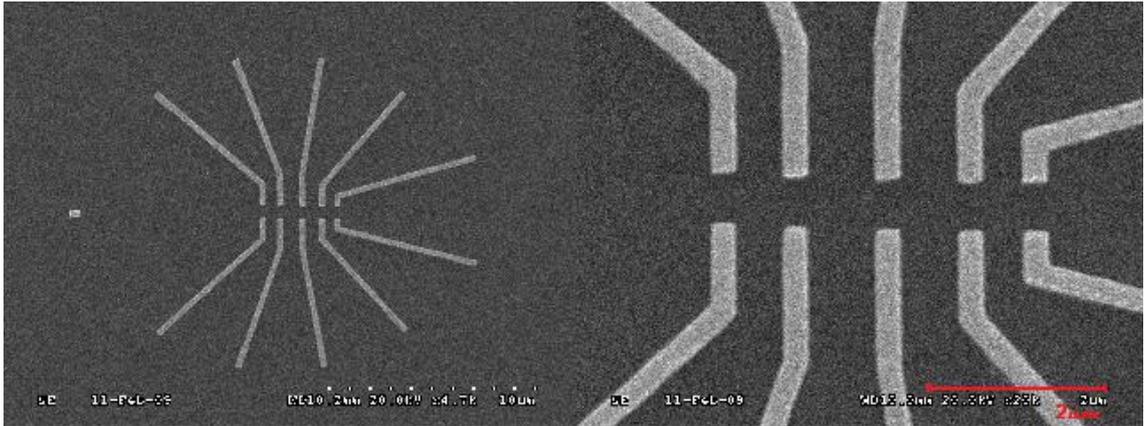


圖 3-3 分離閘極的 S.E.M 影像。

2. 絕緣層：

為避免分離閘極與控制閘極彼此電性導通，我們在分離閘極上製作絕緣層。一般經過長時間電子照射的電子阻劑，會從正阻劑轉變為負阻劑，以致不溶於丙酮形成絕緣層。絕緣層的厚度與介電係數決定於照射的電子劑量，因此在製作絕緣層會嘗試不同劑量找出最好絕緣效果。我們使用的劑量為 18nC/cm ，這個劑量所做出來的絕緣層約可以貢獻 $0.4\text{T}\Omega$ 的電阻，厚度約在 1000 \AA 左右。

圖 3-4 為不同劑量製作的絕緣層 I-V 量測曲線，可發現約在 $16\text{-}20\text{nC/cm}$ 製作的絕緣層絕緣效果較好，約可達到 $\text{T}\Omega$ 等級。

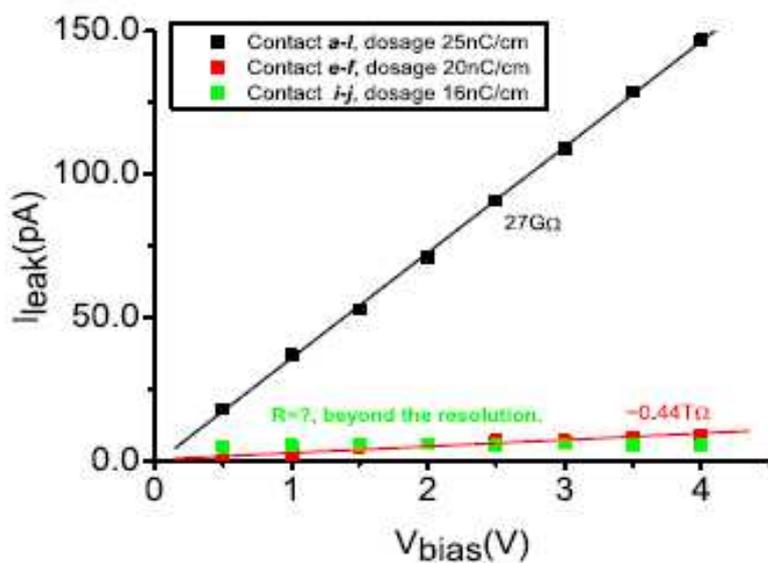


圖 3-4 以不同劑量製作的絕緣層的 I-V 量測曲線。

3. 控制閘極：

製作完絕緣層後，我們要在其上方加入一支控制閘極以控制絕緣層下的電子密度，依然透過定位來使控制閘極準確對到分離閘極形成通道之上。閘極由 100\AA 的 Ti 與 2000\AA 的 Au 所構成，由於閘極厚度較厚，這部分電子束微影製程所使用的電子阻劑為濃度較濃的 PMMA(A10)，它在塗佈上可產生約 8000\AA 的厚度，增加舉離時的成功率。

圖 3-5 為完成圖，中央顏色較深處為絕緣層區塊，控制閘極為絕緣層上長方形延伸到圖左，絕緣層下方隱約可看到分離閘極所產生通道，被控制閘極完全覆蓋。

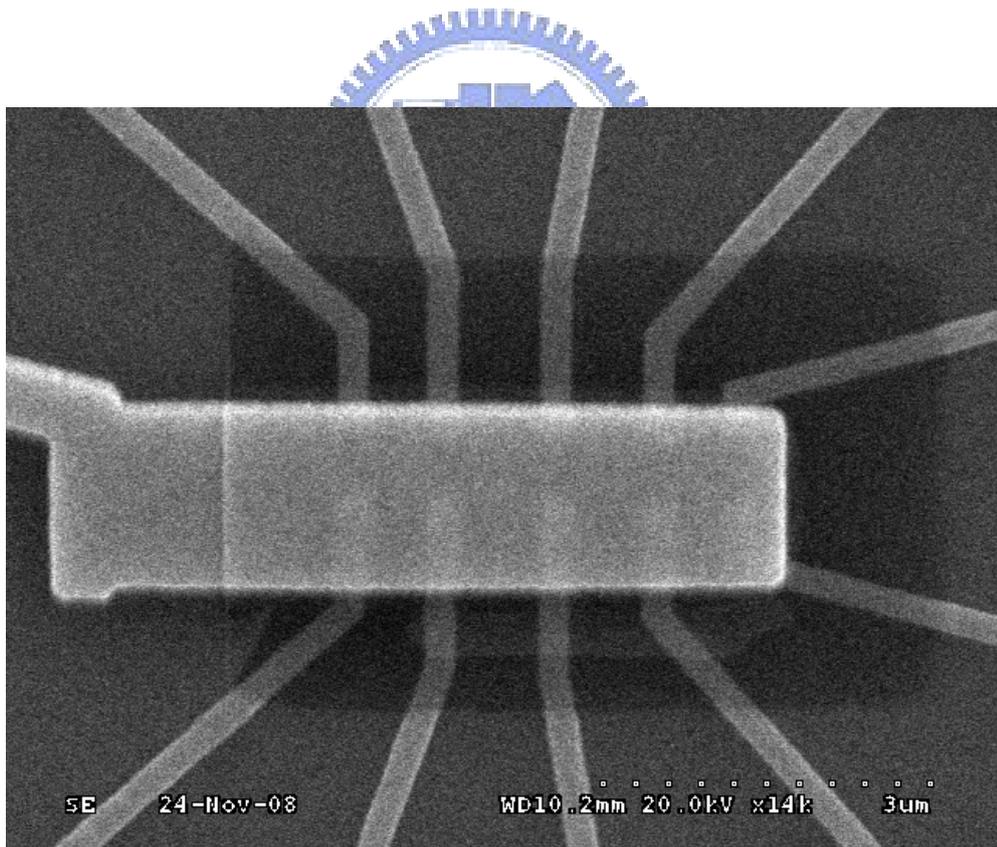


圖 3-5 樣品完成圖。包括分離閘極、控制閘極和絕緣層。

3-1-2 光微影製程技術

光微影製程技術的主要原理與電子束微影技術相同，只是曝光源為 UV 光源，再利用光罩(mask)控制光源曝照區以產生我們所需要的圖像。由於我們使用的光阻劑是正光阻劑，所以必須透過曝光、反轉烤、全曝光等三個步驟才能達成，此部分由凱銘學長製作。圖 3-6 是不同倍率下利用 S.E.M 拍攝的光微影圖像，紅色線段為在不同倍率下的比例尺；左上圖中間藍色部分平台結構為二維電子氣存在的區域，電子氣可聯繫到紅色接點平台區域做歐姆接點用途，而在平台上下六對金屬閘極平台(綠色區域)可供製作金屬閘極侷限平台上二維電子氣分佈形成窄通道，與可調變電子氣密度的控制閘極。圖 3-7 為透過跨線(cross lines)連接電子束微影製作的內部閘極與金屬閘極平台的圖像。

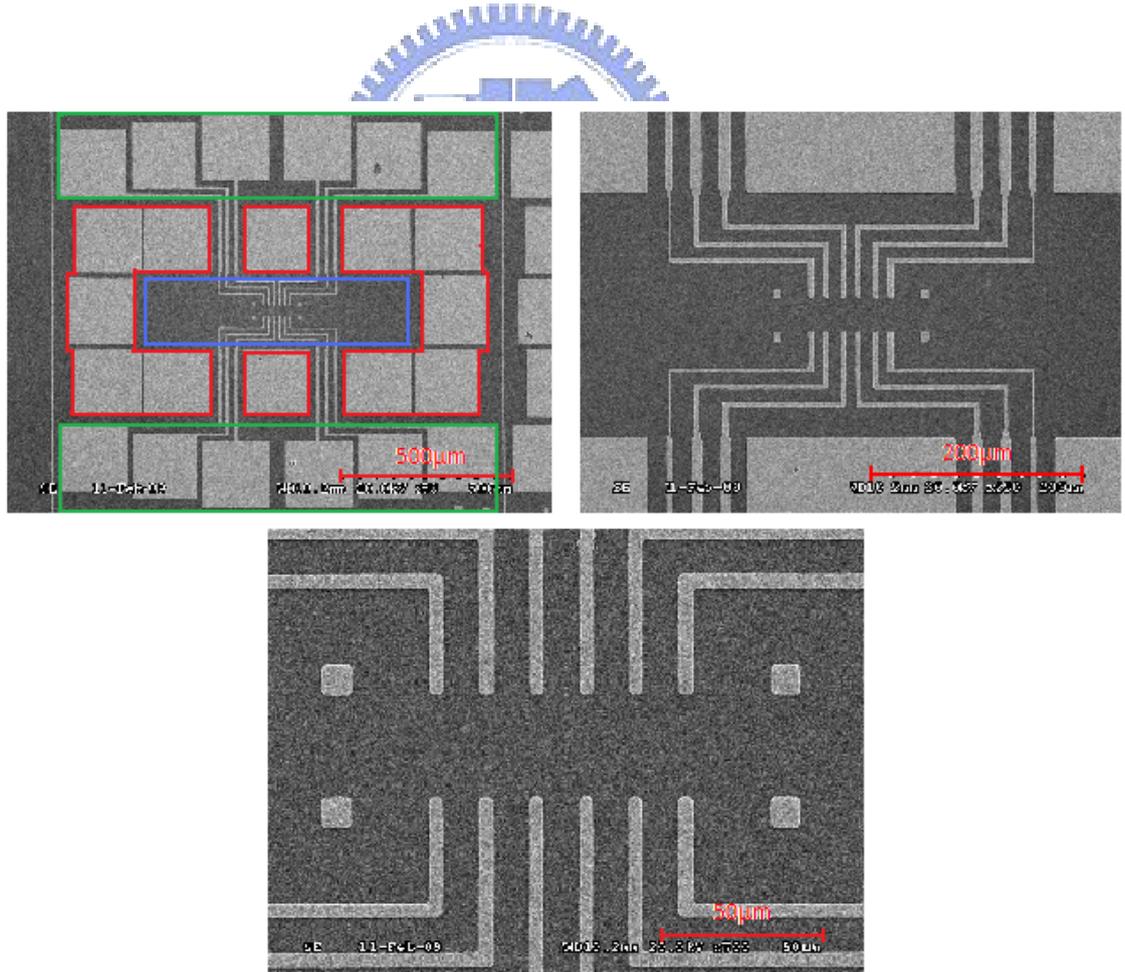


圖 3-6 在 S.E.M 下不同放大倍率的光微影圖像。上圖下四方塊為定位點。

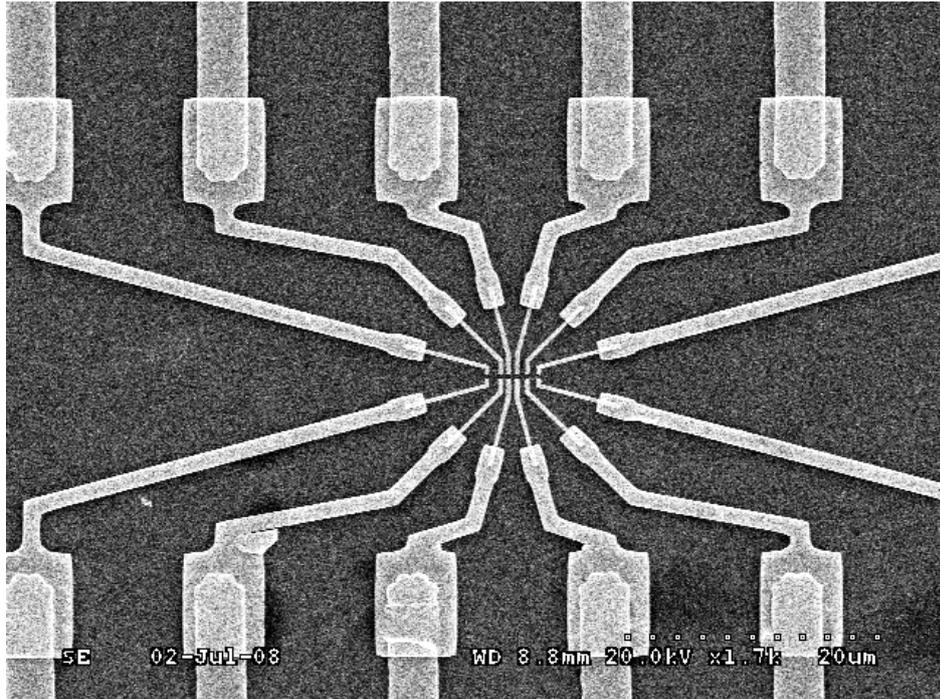


圖 3-7 跨線連接光微影與電子束微影。

3-1-3 熱蒸鍍系統

前面已有提到熱蒸鍍在微影技術的作用，這一節要介紹熱蒸鍍系統的蒸鍍原理。熱蒸鍍主要靠的是放置蒸發材料的鎢舟，以電源供應器透過電極連結加入高電流，鎢舟以 I^2R 焦耳熱加溫，當溫度上升至能使鎢舟上的待蒸發材料的沸點，材料即可揮發，當其平均自由路徑大於鎢舟與樣品台距離，蒸氣即可順利到達樣品凝結其表面達成蒸鍍效果。以下將配合圖 3-8 幫浦控制面板詳述每個操作步驟：

- 腔體內置入樣品和鍍材，並檢查放置鍍材的鎢舟與電極是否電導通。
- 檢查循環水是否正常運行，沒問題即打開機械幫浦(Mech Pump)與閥門 **B** 抽氣。
- 當腔體內壓力達 4×10^{-2} torr 以下，將閥門 **B** 關起，並依序打開閥門 **D**、**C** 與渦輪幫浦(turbo pump)，渦輪幫浦內葉片開始加速運轉。

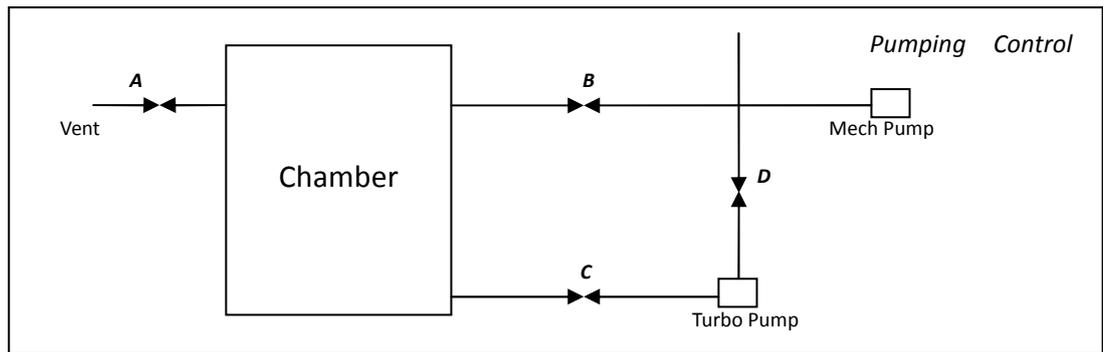


圖 3-8 幫浦控制面板，A、B、C、D 為控制腔體與各幫浦間的閘門。

- D. 渦輪幫浦暖機完成開始抽氣，此時腔體內空氣透過渦輪幫浦抽至外區，再由機械幫浦帶走。腔體壓力約可抽至 10^{-6} torr。
- E. 蒸鍍前，會在腔體內通入少量氬氣(8.5×10^{-3} torr)，再通入高壓電使游離氣體產生電漿，此舉可以幫助清除樣品上殘留電子阻劑，增高蒸鍍品質。我們的實驗條件為通入八百伏特的電壓兩分鐘，約可去除 200\AA 厚的電子阻劑。
- F. 打完電漿後，再利用渦輪幫浦將腔體抽至高真空。真空度夠高即可通入電流於鎢舟上，讓鍍材溶化產生蒸汽開始蒸鍍。
- G. 蒸鍍時，我們可透過膜厚計得知樣品即時厚度。膜厚計內有一石英震盪片，藉由蒸鍍時震盪頻率改變與鍍材參數運算，即可推斷震盪片上鍍材厚度，再利用震盪片與樣品對應鍍材的距離平方(d'/d^2)比例換算實際上樣品沉積的金屬厚度*。
- H. 鍍率穩定時，開啓擋板，讓金屬蒸氣沉積在樣品表面。
- I. 蒸鍍完後稍帶片刻等腔體冷卻，打開閘門 A 破真空將樣品取出。
- J. 此時樣品表面覆蓋一層金屬，舉離完即完成樣品製作。

* 實際蒸鍍時往往需要在樣品上蒸鍍多種金屬，所以腔體內會在不同區域放置鎢舟以供特定金屬使用，我們實驗室的蒸鍍機提供四種不同蒸鍍源放置空間，

彼此距離石英震盪器與樣品皆相等如圖 3-9(B)所示($d \approx 20\text{cm}$ 、 $d' \approx 25\text{cm}$)。藉由旋轉樣品上的圓盤移動樣品至待鍍金屬的正上方成圖 3-9(A)狀態，再透過石英震盪片與樣品對鍍材的距離平方比換算正確的鍍率，並透過膜厚計計算厚度完成蒸鍍。蒸鍍不同材料可透過樣品台圓盤將樣品旋轉至另一區不同的蒸鍍源正上方繼續完成蒸鍍。

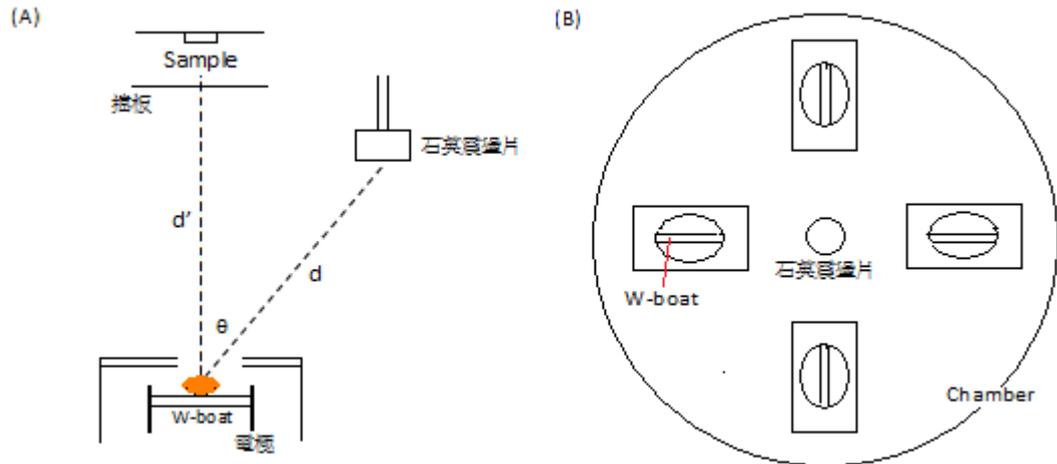


圖 3-9 (A)膜厚計、錫舟蒸鍍源與待鍍樣品相對位置示意圖。(B)腔體內部俯視圖。

3-2 量測技術

樣品製作完成後，即進入量測的階段。我們先利用打線技術，透過金線將光微影接腳連到我們製作的銅片 pad 上，原理主要是透過打線機上電極尖端放電結成金球，再分別將金球黏到需要的接腳。之後透過銀膠接線至 holder 的接腳，holder 的接腳會連接排線，透過排線再接至低溫系統或量測儀器上。接好線即開始確認樣品品質，當漏電流測試沒問題，即可開始置入低溫系統進行測量。我們使用的是 ^3He 低溫系統，可達到的最低溫度是 0.27K ，在這環境下透過四點量測技術，利用定電流或定電壓電路原理測量 I-V 曲線求得電阻。以下將介紹有關量測的儀器與技術。

3-2-1 低溫系統

我們使用 ^3He 低溫系統來降溫，這套低溫系統可以將樣品的溫度降至 0.27K 左右。降溫原理主要是先利用液氮預冷系統至 77K，再將系統放置於液氮內再冷卻，當冷卻至 10K 以下可以透過幫浦不斷抽取 1K-coil 揮發的液氮，並帶走大量氣化能使樣品溫度降至 1.8K。此時將 $^3\text{He-pot}$ 上方的 sorb 控溫至 30K 會與下層存放液氮的 $^3\text{He-pot}$ 產生一溫度差，使 $^3\text{He}_{(g)}$ 集中在下方的 $^3\text{He-pot}$ 凝結，當凝結足夠 $^3\text{He}_{(l)}$ 關掉 sorb 的加熱器使 sorb 與 $^3\text{He-pot}$ 的溫度差消失，原本在 $^3\text{He-pot}$ 的 $^3\text{He}_{(l)}$ 開始蒸發回流至 sorb，並帶走底層的熱而達到降溫效果，這個階段可以把樣品台溫度降至 0.27K。

以下將描述各個步驟及主要目的：

- 
- A. 利用渦輪幫浦抽取 sample space 空氣，確定腔體不會漏氣且務必抽取乾淨以避免內漏或殘存空氣在液氮預冷過程中凝固成冰，阻塞通道影響後續降溫。
 - B. 放入少量 $^4\text{He}_{(g)}$ 當交換氣體以供熱對流媒介使用，我們可視情況增加或減少交換氣體量達到控制降溫速度的效果。
 - C. 通入 1K-coil 的毛細管 $^4\text{He}_{(g)}$ 正壓後，將 ^3He 系統置於液氮預冷至 77K，減少之後液氮消耗量。
 - D. 當溫度達到 77K 時，將 ^3He 系統移出液氮桶，並快速放置液氮桶內。
 - E. 利用熱對流降溫約降至 10K 以下，打開幫浦抽取 1K-coil 內易揮發的 $^4\text{He}_{(l)}$ ，並控制針閥(needle valve)以控制液氮桶內液氮經毛細管進入 1K-coil 的流量速度，利用減壓降溫原理降溫，1K-coil 約可降至 1.8K。
 - F. 當 1K-coil 降溫， $^3\text{He-pot}$ 也因熱傳導降溫，此時把 sorb 的加熱器控制溫度在 30K，此動作會導致 sorb 與 $^3\text{He-pot}$ 間形成一溫度差， $^3\text{He}_{(g)}$ 將會順著溫度差移至底部 $^3\text{He-pot}$ 凝結，當下層 $^3\text{He-pot}$ 的 $^3\text{He}_{(l)}$ 累計足夠數量時，將 sorb 控溫器

關掉讓上下溫度差消失， ${}^3\text{He}_{(l)}$ 會蒸發回流至 sorb，並帶走大量氣化能，如圖 3-10 所示， ${}^3\text{He-pot}$ 可透過這種方法將溫度降至 0.27K。

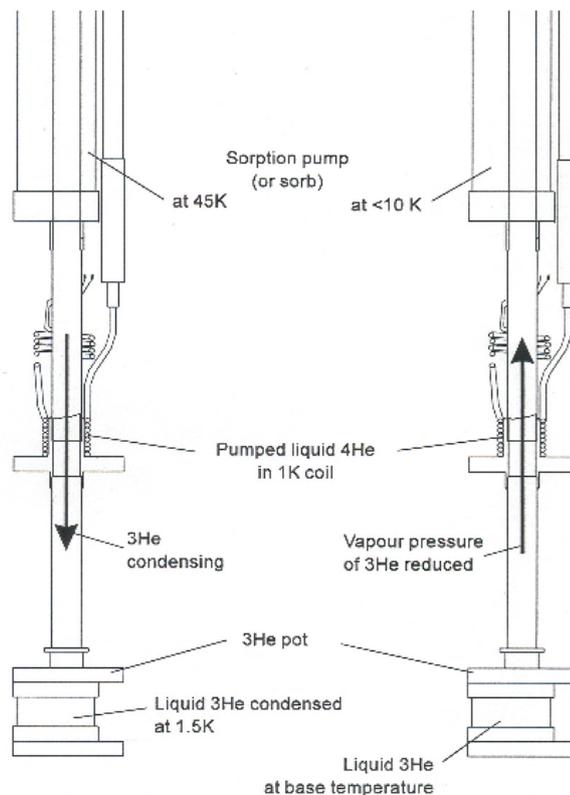


圖 3-10 ${}^3\text{He}$ 低溫系統凝結 ${}^3\text{He}_{(g)}$ 於 ${}^3\text{He-pot}$ (左)與 ${}^3\text{He}_{(l)}$ 從 ${}^3\text{He-pot}$ 揮發(右)的示意圖。

3-2-2 歐姆接點量測

歐姆接點的好壞是很重要的，由於半導體元件必須經歐姆接點才能和外界形成電路流動，因此若接點未深入待測的 2DEG，就像夾有一薄絕緣層形成的位障，此位障的表面電性會串接元件電性而導致無法單獨釐清元件的特性。一般位障通過表面兩端的電性為非線性關係，同時電阻也相對較大，所以可以透過電流與電壓的線性關係來確認歐姆接點是否可使用。我們主要使用兩點量測的方法確認歐姆接點的電流電壓關係是否線性，並與四點量測的結果整合估算每個歐姆接點的電阻值，選取擁有較低電阻的接點供之後樣品的量測使用，下面將介紹四點量測與兩點量測。

- A. 將伏特計與電流計以並聯方式接至待測物兩端歐姆接點，並從電流源通入一小電流($\approx nA$)於待測物，如圖 3-11(A)所示，由伏特計量測到的電壓與輸入電流相除發現，電阻型式包括線電阻 R_L 、接點電阻 R_T 與樣品本身 R_S 。一般在室溫下數值約在數個 $k\Omega$ 到十幾 $k\Omega$ ，77K 會降至幾百至數千個歐姆，降至 4.2K 則剩下幾百個歐姆左右，大致上可由 I-V 曲線是否線性與電阻大小判斷接點好壞。
- B. 四點量測的伏特計與安培計接在不同的歐姆接點上如圖 3-11(B)所示，從電流源流出的電流 I 在經過伏特計連接的接點時產生分流 i ，由於伏特計本身具有大電阻使 i 遠小於 I ，透過圖右下側計算知四點量測的電阻幾乎為樣品本身所貢獻。我們可以對兩相鄰歐姆接點做四點量測得到方塊電阻，在室溫下約為 $4k\Omega$ ，低溫下數值會變小，降至幾百甚至幾十歐姆。

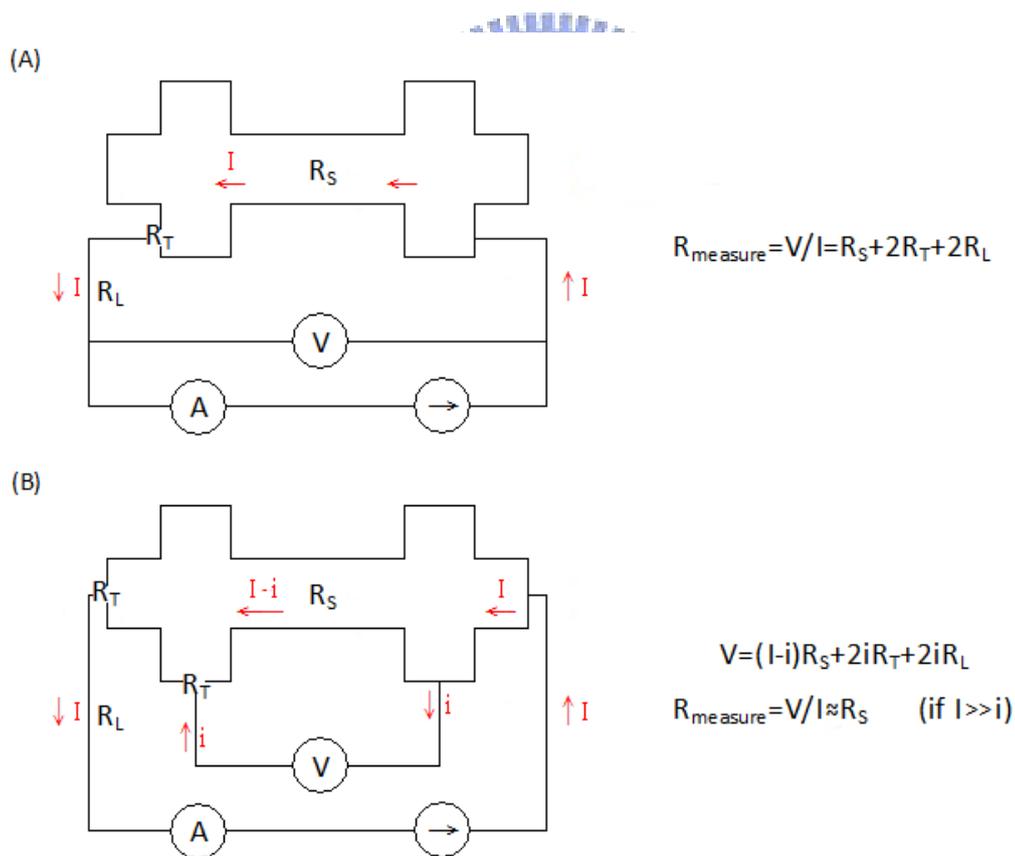


圖 3-11 (A)兩點量測與(B)四點量測的電路圖與電流流向。 R_S , R_T , R_L 分別代表樣品電阻、接點電阻與線電阻， R_{measure} 為兩種方法量測的電阻值，紅色向量為電流流向與大小。

3-2-3 漏電流測試

樣品的漏電流測試是很重要的一個環節，由於金屬閘極不像歐姆接觸跟二維電子氣有直接連接，中間有約 930\AA 的絕緣異質界面結構隔離，在微影製作過程有時會不慎破壞此絕緣層而導致漏電流，同時異質結構的半導體特性有可承受的電壓極限，因此如在金屬閘極上加入太大電壓會導致些許電流流入平台結構，造成錯誤的測量，也會間接使我們的二維電子氣品質下降。在量測前我們會在低溫下(77K)測量此樣品可接受的金属閘極正負偏壓範圍，並訂出偏壓的工作區間以利之後的量測。量測方法如圖 3-12，將可調變電壓源接至金属閘極與平台結構上，再串聯一個電流計觀察漏電情形；透過電壓前置放大器放大電壓，電流計電流經換算解析度可到 pA 等級，由於量測時通過樣品的電流約為 nA ，金属閘極流經電子氣的電流大小在 10pA 以下都是可容許漏電範圍。漏電流測試會在低溫下對金属閘極與電子氣做正負偏壓測試，通常正偏壓漏電情形較明顯，在 $V_G \approx +0.4\text{V}$ 其漏電大小約 10pA ，負偏壓加至 -2V 漏電大小仍未超過 10pA ，定義出金属閘極電壓工作區間在 -2V 至 0.4V 。

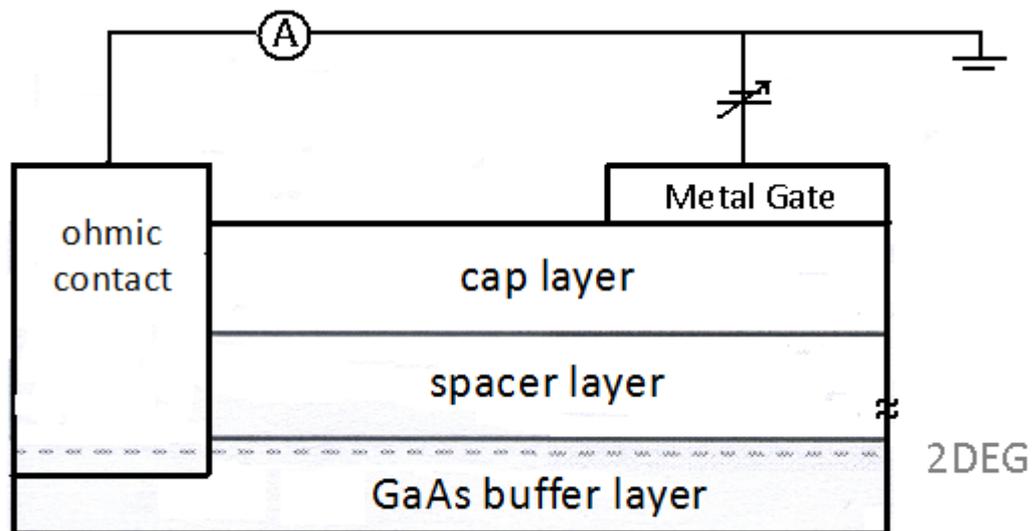


圖 3-12 漏電流測試圖示。

3-2-4 電性量測

在前置作業準備就緒後，我們開始利用四點量測的量測方法求取樣品的電阻值。用的方法通常使用定電流源和定電壓源量測，兩種量測方式主要差別為定電流源技術計算的電阻由量測的電壓值除以提供的電流常數取得，當量測電阻有劇烈變化時，造成量測電壓變化很大，量測的鎖相放大器由於自動復測須更換檔位造成測量延遲，易導致電阻量測的失真，但線路簡單且取點較快，我們可以針對不同的需求採取較適合的量測方式。以下將會介紹兩種不同量測方法和和相關的儀器。

A. 定電流源量測

如圖 3-13，利用 EG&G7265 鎖相放大器提供的低頻交流電壓 ($V_{AC}=1V$)串聯 $1G\Omega$ 的大電阻形成一個 $i_{AC}\approx 1nA$ 的交流電流源流入待測樣品的源極與汲極兩端。伏特計方面利用四點量測的接法接至兩個樣品兩端的歐姆接點，連到 SR560 電壓前置放大器(pre-amplifier)放大量測電壓，再回授(feed back)至鎖相放大器跟原輸出的交流電壓鎖頻鎖相取出電壓訊號，透過軟體計算量測電阻值 ($R_{measure}=V_{measure}/i_{AC}$)。

製作的金屬閘極可透過串聯電池或電源供應器加入負偏壓至閘極內部，在底層二維電子氣形成類一維的窄通道型式提供量測。

B. 定電壓源量測

如圖 3-14 所示，電壓源由 EG&G7265 提供，再經由分壓器製造一分壓 $V_{AC}\approx 5\mu V$ 的低頻交流電源流入待測樣品的源極與汲極兩端。電流量測方面透過串聯線路連接至 DL-1211 電流前置放大器放大轉換成電壓訊號，再回授至鎖相放大器與原輸出電壓鎖頻鎖相取出電壓訊號，再透過軟體計算電阻 ($R_{measure}=V_{AC}/i_{measure}$)。在定電壓源量測上我們會透過四點量測的方法，從兩端歐

姆接點接至電壓放大器，並將電壓再回朔至相同頻率的鎖相放大器鎖頻鎖相，以再一步確認定電壓源輸入至待測物兩端的電壓，做更準確的電阻量測。

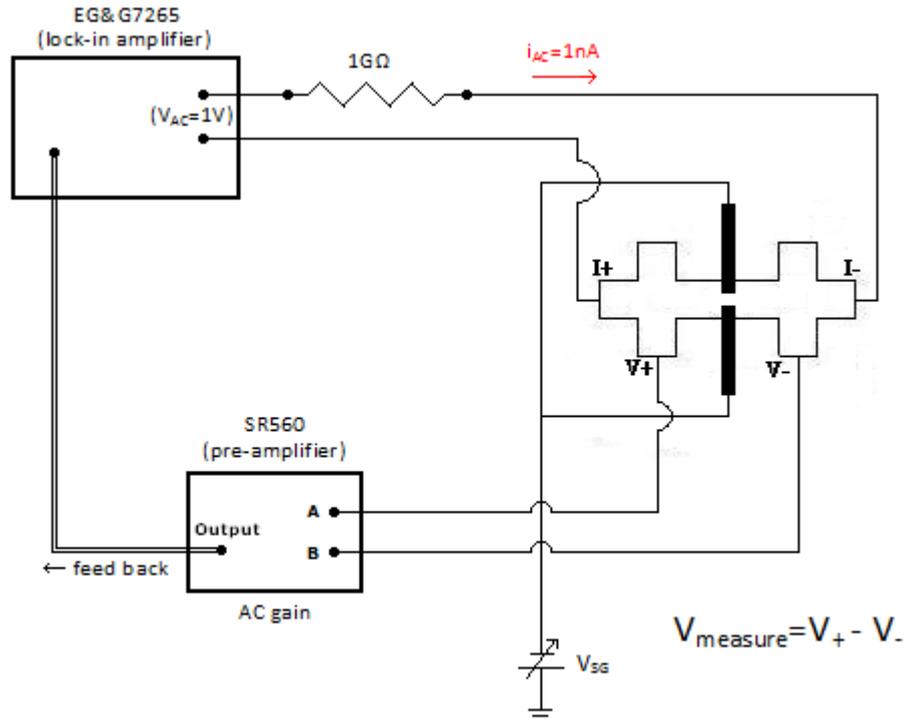


圖 3-13 定電流源量測電路簡圖。

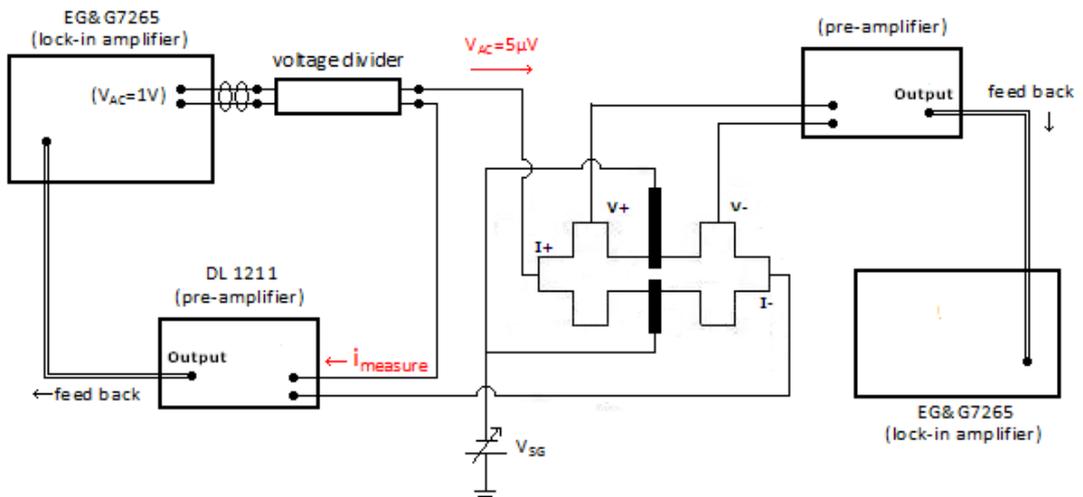


圖 3-14 定電壓源量測電路簡圖。

所有安培計或伏特計量測的訊號回饋至鎖相放大器轉成大電壓訊號，由

KE2000 多通道電壓計讀取，再透過 GPIB 的電腦介面輸入電腦換算成樣品實際的電阻或電導值，這方面也包括加在金屬閘極上的負偏壓；實際量測上可利用此介面觀察加在金屬閘極下的連續負偏壓與樣品電阻的 V_{SG} -R 曲線。

我們也會改變樣品兩端源極與汲極的電壓(V_{SD})至 mV 等級做量測，量測原理大致與定電壓源量測相仿，只是我們必須把加在源極與汲極間的交流電壓源再串聯一電源供應器提供的直流電壓 V_{SD} ，如圖 3-15，由於加入的直流電壓並不會影響鎖相放大器的電阻判定，我們可以利用此裝置量測不同 V_{SD} 下的 V_{SG} -R 曲線。

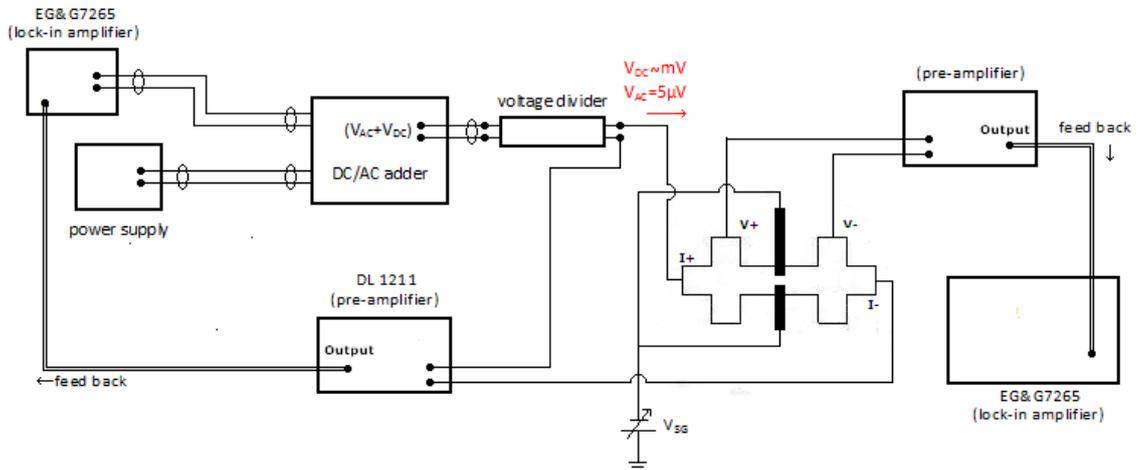


圖 3-15 量測不同條件 V_{SD} 下的定電壓源電路圖。

當我們利用定電壓源技術量測樣品時要考慮 V_{AC} 的選擇。樣品的 I-V 曲線如圖 3-16 為非線性，其微分斜率即是電導；左圖的斜線即代表在 V_{SD} 利用小 V_{AC} 量測的電導，但右圖若 V_{AC} 太大其斜率代表 $V_{SD} \pm V_{AC}/2$ 間斜率的平均值，無法真實代表 V_{SD} 位置的電導。實驗上我們一方面考慮小 V_{AC} 是否被其他的雜訊掩蓋而失真，另一方面考慮在 V_{AC} 量測區間對應電導是否為真實在 V_{SD} 的電導，因此會嘗試改變 V_{AC} 確定在局部 $V_{SD} \pm V_{AC}/2$ 間 IV 合乎線性，電導不因 V_{AC} 有所變化，而選取可容許的最大 V_{AC} ，一般而言 $V_{AC} \approx 5\mu V$ 。

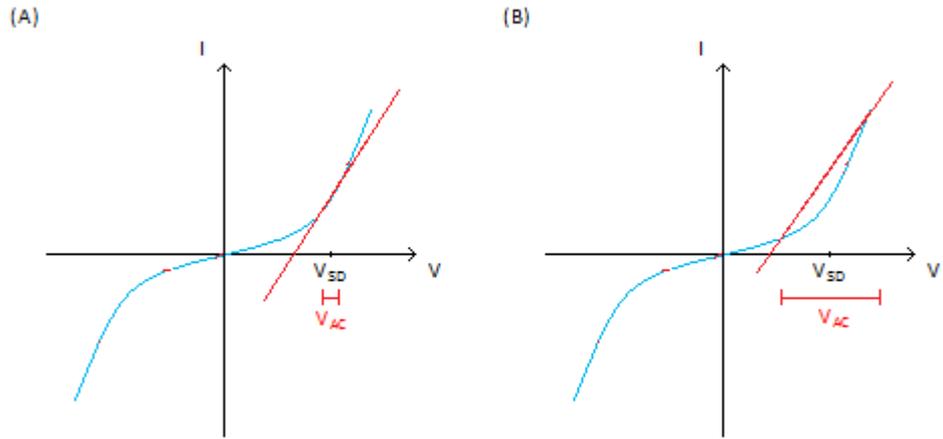


圖 3-16 樣品的 I-V 曲線(藍線)在不同 V_{AC} 下量測的電導變化情形。



第四章 實驗結果分析與討論

本章將要對所量測到的結果作整理並分析討論。第一部分先呈現單一對分離閘極間窄通道的量子化電導在不同環境下的量測數據並進一步做數據分析，包含對電子密度、溫度和窄通道兩端電位(源極與汲極間電位)的改變；第二部分是電子通過兩對串聯型式的分離閘極局域的窄通道在不同載子密度下的傳輸行為，藉由 Beenakker 提出的模型計算穿透率(direct transmission coefficient, T_d)，探討電荷密度對電子通過串聯窄通道的穿透率影響。

4-1 窄通道下的量子化電導

在要量測串聯窄通道等較複雜的實驗結果前，首先都會先針對單一窄通道先做量子化電導量測，確定元件本身情況，以決定是否做進一步的量測。圖 4-1 為量測元件的對照組影像，由五對串聯分離閘極組成，每對閘極皆有相同通道長度($\approx 500\text{nm}$)與通道寬度($\approx 450\text{nm}$)，且彼此呈不同間距排列著；影像是在製作絕緣層與控制閘極前拍攝，當完成控制閘極製作後絕緣層與控制閘極會遮蔽到下層的閘極，其 S.E.M 影像將無法清楚呈現分離閘極的通道面貌。

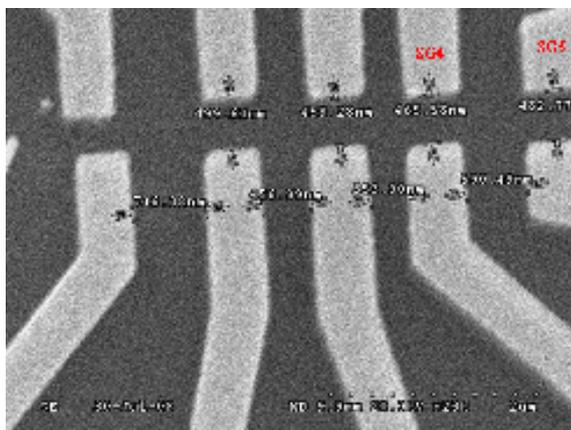


圖 4-1 電子顯微鏡拍攝的元件影像，最右兩對閘極邊界間距 600nm。(5-70-aa)

4-1-1 窄通道量子化電導現象(quantized conductance)

在類一維窄通道內，隨著通道寬度縮減，電導會有類階梯似(step-like)量子化現象，且平台位置落在 $2e^2/h$ 的整數倍，在我們的元件上也可看到這種現象。我們量測的為樣品編號 5-70aa，區域編號 I-2 的元件，圖 4-1 為其串聯分離閘極的對照組影像。我們在 0.3K 分別對每對閘極做閘極偏壓與電導的關係，發現編號 SG4 與 SG5 展現較佳的量子化電導曲線，所以以下就針對這兩對間距 600nm 的分離閘極做討論。

圖 4-2 為編號 SG5 在控制閘極+0.4V 下其分離閘極負偏壓與通道電阻關係，在剛加負偏壓時，由於閘極偏壓尚未能夠對下層電子氣載子產生影響，量測到的電阻為二維電子氣本身電阻貢獻($\approx 80\Omega$)，但隨負偏壓加大至 $-0.25V$ ，電阻開始明顯上升，顯示其電壓開始可以侷限底層電子氣形成一類一維窄通道，我們稱這時形成的窄通道其通道寬度為有效間距(effective gap distance)，有效間距大小會決定量子化電導的平台(plateau)個數。

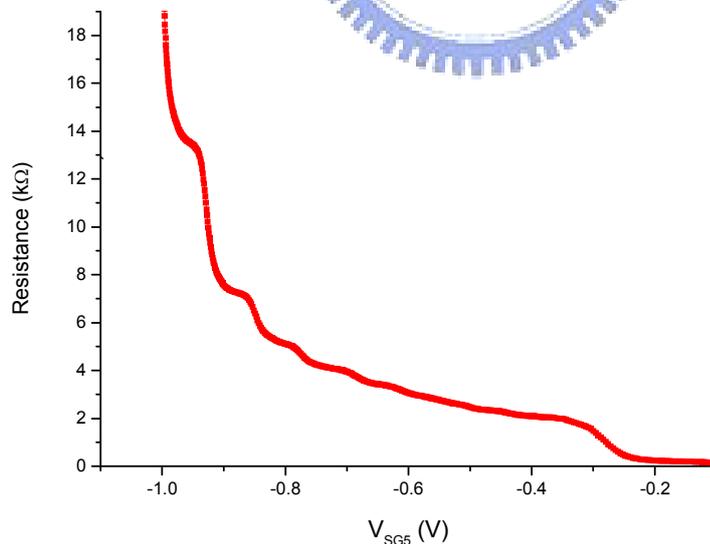


圖 4-2 電阻與閘極 SG5 負偏壓關係圖， $T=0.3K$ ， $V_{top\ gate}=+0.4V$ 。

隨著 SG5 負偏壓越負電阻會跟著變大，圖 4-2 可清楚看到偏壓 $-0.7V$ 以上出

現的幾個明顯平台，最後一個平台發生在閘極偏壓-0.94V 附近，其對應的電阻約為 13.5k Ω ，之後載子就無法再穿越通道，電阻遽升至 M Ω 以上。由於此時量測的電阻包含窄通道電阻與二維電子氣本身電阻貢獻，圖 4-3 為將量測電阻扣除電子氣貢獻的電阻後，轉換成單位電導($2e^2/h$)與閘極偏壓的關係，在圖中可以明顯看到電導量子化的展現；但電導平台沒有很整齊的落在 $2e^2/h$ 的整數倍，我們把它歸咎於較長的通道長度(500nm)造成通道內電子間的 diffusive scattering 增加，另外如果分離閘極邊際不平整，也會造成電子與通道間的 backscattering 增加，降低通過通道的電導。圖 4-3 仔細觀察可看到 9 個平台數，且負偏壓在 -1.02V 以上通道達到完全關閉(pinch-off)的狀態。^[20]

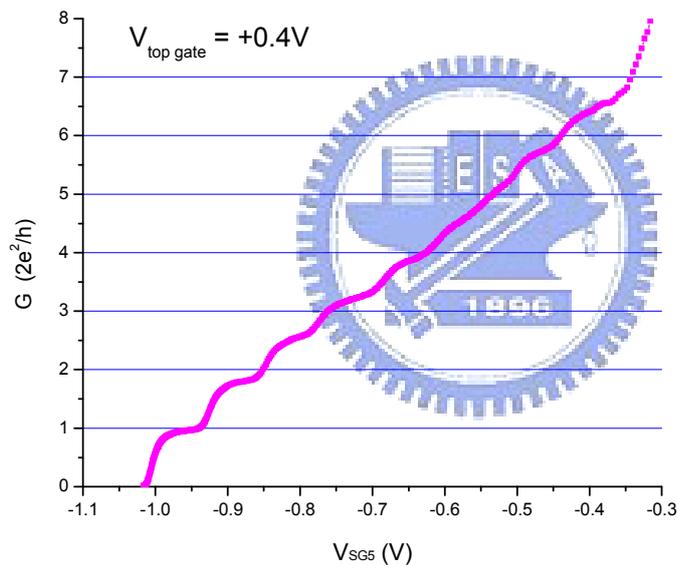


圖 4-3 電導與閘極 SG5 外加負偏壓關係圖， $T=0.3K$ ， $V_{top\ gate}= +0.4V$ 。

藉由平台個數可估算分離閘極的有效間距，並與實際電子顯微鏡拍攝影像比較。由於閘極在電子氣形成的窄通道可視為一個類一維的位障(potential)型式，其位障內次能帶能量受窄通道的有效間距控制，而其位能型式又可分為無限位能井(hard wall)與拋物線位能(parabolic)兩種模型來討論，下列我們將介紹在不同模型下計算的通道有效間距差異。

a. 無限位能井型式(hard wall)

當以無限位能型式描述通道狀態，可把通道內形成的次能帶能量寫成：

$$E_n = \frac{(n\pi\hbar)^2}{2ma^2}, \quad a \text{ 為有效間距} \quad (4-1)$$

在類一維情形下不考慮通道長度 L_{channel} 對位能的影響，當 $E_n < E_F$ 電子可輕易通過次能帶產生 $n \frac{2e^2}{h}$ 的電導值，形成 n 個平台，所以在平台剛形成時恰好是其有效間距對應的次能帶能量與費米能量相仿($E_n = E_F$)，公式整理後可寫為下式，

$$a_n = \frac{n\pi\hbar}{\sqrt{2mE_F}} = \frac{n\pi\hbar}{\sqrt{2m \frac{(\hbar k_F)^2}{2m}}} = \frac{n\pi}{k_F} = \frac{n\pi}{2\pi/\lambda_F} = \lambda_F \times \frac{n}{2} \quad (4-2)$$

舉個實際的例子來看，在圖 4-3 閘極偏壓-0.86V 產生的有效間距剛好與第二個平台對應，此時二維電子氣的費米能量剛好通過無限位能井的第二個次能帶，使載子以兩個模數(mode)的型態在通道內傳遞。透過式(4-2)與第二章計算的電子氣特徵值，我們可以推算此時閘極形成的有效間距約為 λ_F ($\approx 57\text{nm}$)。同理我們可以計算閘極在不同偏壓形成的有效間距 a_n ，圖 4-3 發現，SG5 在控制閘極電壓+0.4V 的情況下的量子化電導曲線可以觀察到 9 個平台數目，利用 hard wall 模型計算閘極形成的最大有效間距 $a_{\text{Max}} \approx \frac{\lambda_F}{2} \times 9 = 257\text{nm}$ ，比實際元件的幾何寬度窄($\approx 450\text{nm}$)。

b. 拋物線位能型式(parabolic)

若用拋物線位能的型式來描述通道狀態，其次能帶能量型式為簡諧震盪(S.H.O)運動型式，

$$E_n = (n - \frac{1}{2})\hbar\omega, \quad n=1,2,3\dots \quad (4-3)$$

由於載子在有效間距 a_n 內做簡諧震盪，其角頻率為 ω 。我們將式(4-3)與古典力

學的能量型式做近似， $\frac{1}{2}m\omega^2y^2 = \left(n - \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$ ， $y=0.5a_n$ ，並代換掉 ω 得式(4-4)，

$$a_n = (4n - 2)\hbar \sqrt{\frac{1}{2mE_F}} = \frac{(4n - 2)}{k_F} = \frac{(4n - 2)}{2\pi} \lambda_F \approx (0.637n - 0.318)\lambda_F \quad (4-4)$$

同樣利用上一節的方法我們可以計算拋物面勢模型下 SG5 的最大有效間距 $a_{\text{Max}} \approx 310\text{nm}$ ，較接近我們元件的實際幾何寬度。

圖 4-4 為 SG5 在不同偏壓下各個次能帶對應的有效間距，黑點與紅點分別代表無限位能井與拋物面勢模型計算的結果，紅線與黑線為其 linear fitting；圖中發現拋物面勢模型在較低次能帶對應的有效間距相對無限位能井模型窄，但在高次能帶卻比較大且較接近真實元件的幾何寬度。

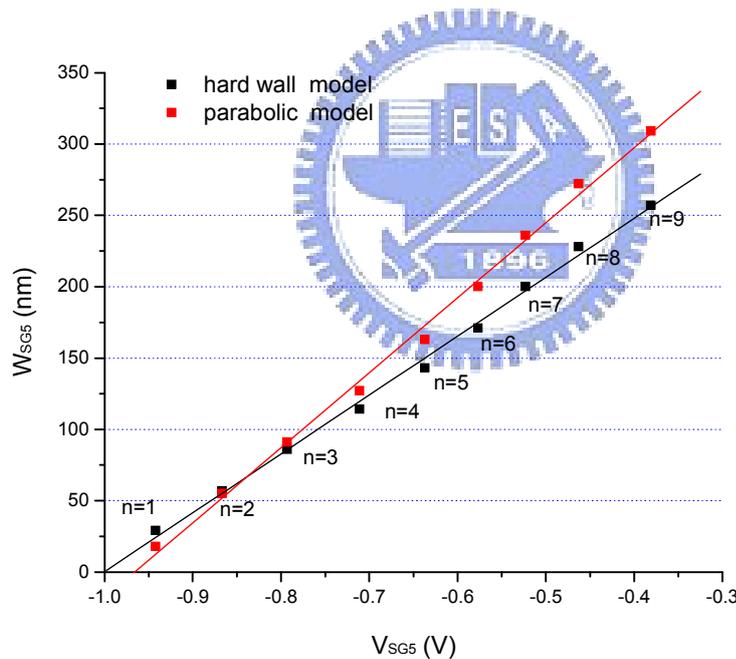


圖 4-4 閘極 SG5 在不同偏壓形成的有效間距分別用無限位能井與拋物位勢計算的結果。

4-1-2 電子密度對量子化平台影響

控制閘極(top gate)上加一電壓可以控制底層載子密度，當電壓越大象徵其底層電子密度越高，在這節要討論的是利用此方法改變通道內電子密度並觀察對量子化電導 $G-V_{SG}$ 曲線的影響。

圖 4-5 是 SG5 在不同控制閘極電壓下，其電導相對分離閘極偏壓的變化，曲線由左而右為控制閘極電壓從+0.4V 改變至-1.0V，相鄰間距 0.1V；左上小圖為電導在較大範圍對應的圖形，可以明顯看到平台數目隨控制閘極電壓減小而變少，另外為了方便分析，我們將尺度放大至只能看見前三個平台。在圖形中我們可以發現三個現象：

1. 隨著電子密度下降平台個數變少，且 pinch-off 電壓也隨之向正移動。
2. 在密度變小的過程中，平台所對應的電導位置有向下移的趨勢(藍線變化趨勢)。
3. 密度減少會模糊平台的結構。

這些現象在另一 QPC(SG4)也有被觀察到。

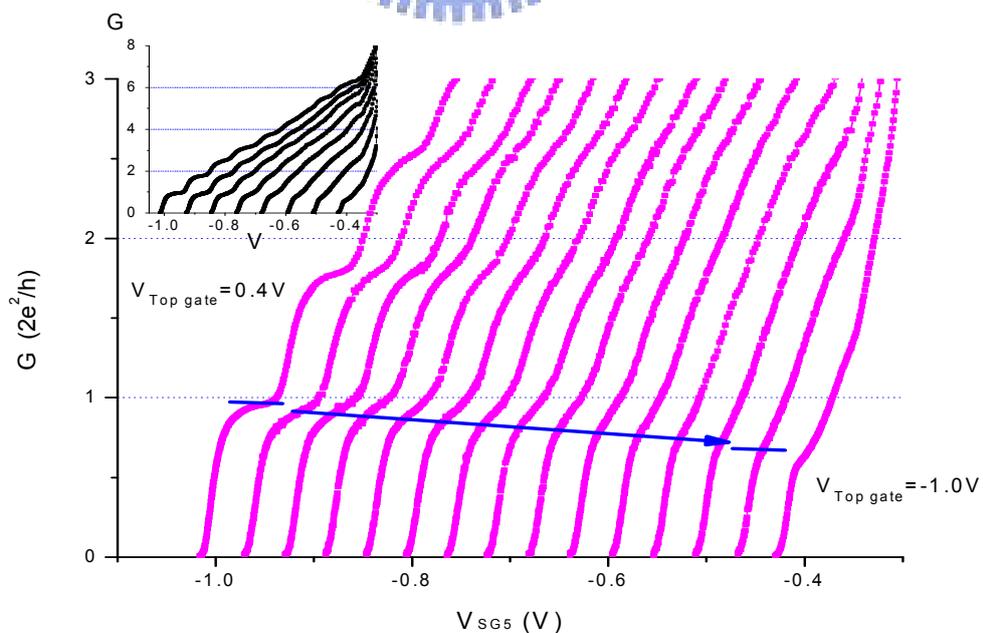


圖 4-5 不同控制閘極電壓下($\Delta V_{top\ gate}=0.1V$)， V_{SG5} 與電導的變化情形。

由於一維情形下費米能量 E_F 與電子密度 n_s 成正比關係，控制閘極電壓下降會造成閘極下的電子密度降低，也間接使費米能量變小；費米能量下降會使電子能通過的次能帶數目變少，閘極可形成的平台數目與 pinch-off 所需電壓也會隨之減小。另一方面在低電子密度下，電子間交互作用 (electron-electron interaction) 效應變顯著，造成平台位置下降與結構被破壞。

在 Reilly 的實驗文獻有討論不同載子密度下的平台變化情形，發現在較短通道長度 ($L \approx 0 \mu\text{m}$) 平台對應的電導隨載子密度上升而增加，但在較長的通道長度 ($L \approx 2 \mu\text{m}$) 由於彈道式傳輸成分下降，造成電子間或電子與通道邊界碰撞頻率上升，多電子在通道間的非彈性碰撞效應超越低密度下的電子交互作用效應，平台位置對應的電導隨載子密度增加而下降。^[15, 16]

4-1-3 源極-汲極電位 (V_{SD}) 的影響分析

由於我們製作的控制閘極控制的載子密度為區域性的，只蓋住 QPC 存在的區域，並不像背面閘極 (back gate) 製作在基板底層可以控制整塊電子氣的載子密度，所以無法透過在 Hall bar 上加入垂直電子氣的磁場去計算二維載子密度 n_s 。我們想到利用改變 V_{SD} 求得次能帶間能距差 (level spacing) 的方法，做在不同控制閘極電壓下的費米能量估算，並藉由費米能量計算區域性的載子密度^[17, 18]。

當源極與汲極相差一電位 V_{SD} ，Glazman 等人認為閘極通道至通道邊界的化學位勢會產生 $0.5V_{SD}$ 的升降，並預測當來回波數 (k_F^+, k_F^-) 通過次能帶數目相差 1，就會造成 half plateaus 現象，此時的 eV_{SD} 剛好為兩相鄰能帶的能量差 $\Delta E_{n,n+1}$ 。圖 4-6 為 Glazman 的模型在 k-space 下示意圖，左側為零場狀態，費米能量剛好通過二個次能帶貢獻 $2(2e^2/h)$ 的電導；但當提供一電位差 V_{SD} 於通道兩端如右圖所示，此時兩端化學位勢發生 $\pm 0.5V_{SD}$ 的改變， k_F^+ 通過的次能帶數量剛好比 k_F^- 多一個，這時電導則會變成 $2.5(2e^2/h)$ ，且從右圖可看出次能帶能差剛好為 eV_{SD} 。

圖 4-7 是在 0.3K 下 V_{SG4} 與通過分離閘極電導在不同 V_{SD} 下的變化，控制閘極

固定在 0.1V，且我們將每條曲線依 V_{SD} 大小以 $\Delta V_{SG4}=0.05V$ 的等差數列平移重新排列，曲線由左而右為 V_{SD} 由 0 加至 2.1mV。圖 4-7 可以分成 $G>2e^2/h$ 與 $G<2e^2/h$ 兩部分討論，在 $G>2e^2/h$ 部分，當 V_{SD} 加至 1.0mV 附近，整數倍平台慢慢被半整數平台取代，我們透過 Glazman 模型分析，可以計算出 $\Delta E_{1,2} \approx 1.0mV$ 、 $\Delta E_{2,3} \approx 1.2mV$ ；另一方面在 $G<2e^2/h$ 時，觀察到在 $V_{SD} \approx 0.4mV$ 時 $G=0.75(2e^2/h)$ 出現一個較弱的平台結構，一直維持到 $V_{SD} \approx 1.5mV$ 才消失，另一方面在 $V_{SD} \approx 1.5mV$ 有一個很強的平台結構在 $G \approx 0.2(2e^2/h)$ 出現。

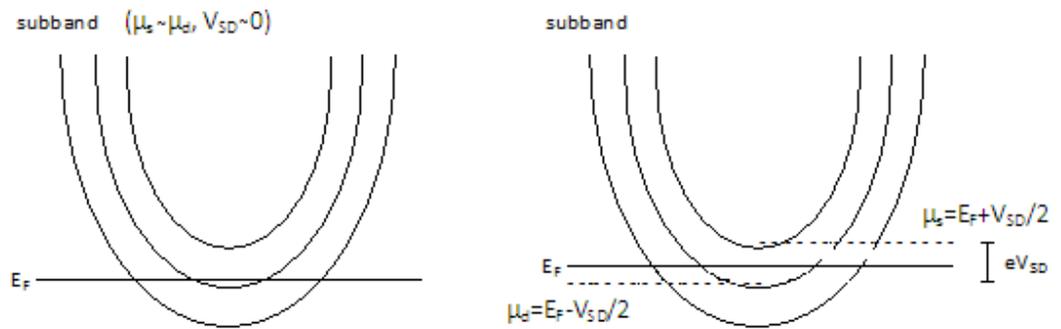


圖 4-6 k-space 下 V_{SD} 造成通道兩端化學位勢 (μ_s, μ_d) 的改變，影響 k_F^+, k_F^- 通過的次能帶數目。

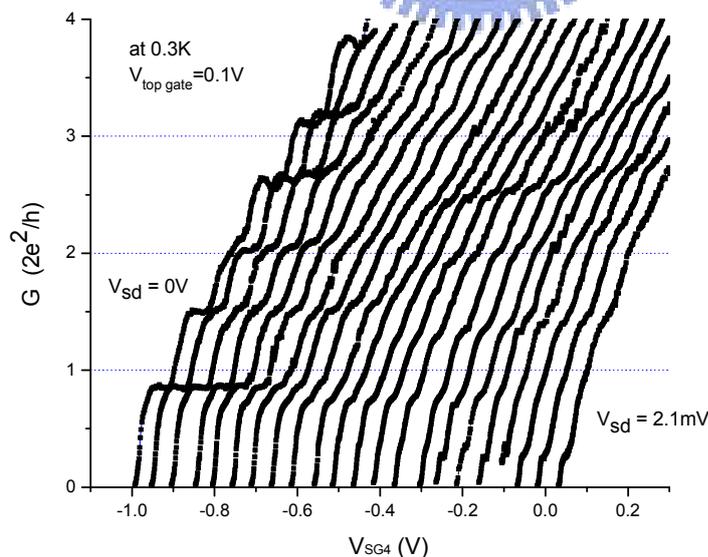


圖 4-7 通過 SG4 電導與 V_{SG4} 在不同 V_{SD} 下的關係。圖中 V_{SD} 由左(0V)而右(2.1mV)上升， $\Delta V_{SD}=0.1mV$ ，控制閘極控制在 0.1V。

另一方面我們也在同樣溫度(0.3K)控制分離閘極偏壓使其通道有效間距落在固定子能帶，並觀察這時通過通道電導與控制閘極在不同 V_{SD} 的變化。此時是透過控制閘極改變電子密度去影響費米能量，造成費米能量下的子能帶數目改變形成量子化電導現象，跟之前調變有效間距大小造成子能帶能距改變的型式是不同的。

我們把有效間距控制在三種不一樣的寬度(subband $N=2,4,6$)，觀察不同次能帶能量的影響。圖 4-8 為分離閘極寬度控制在 subband $N=4$ 的量測結果， V_{SD} 由左(0V)而右(1.6mV)加大， $\Delta V_{SG}=0.1mV$ ，每條曲線跟圖 4-7 一樣 V_{SG4} 都做了平移的處理。圖 4-8(a)看到類似圖 4-7 的半整數平台結構，因為有效間距固定，我們可以發現 $\Delta E_{N,N+1}$ 在不同 N 值差異不大($\Delta E_{12}=1.15meV, \Delta E_{23}=1.2meV, \Delta E_{34}=1.05meV$)；在 $G < 2e^2/h$ 範圍也可看到強烈的 $0.2(2e^2/h)$ 平台結構。4-9(b)圖為將電導對控制閘極電壓微分，製作 V_{TG} 、 V_{SD} 與 dG/dV_{TG} 的 3D 圖像，深色區塊代表斜率較低的平台位置，淡色區塊為斜率較大的峰值處。圖中可發現 V_{SD} 加大使整數倍平台移至半整數平台結構為漸進分裂模式進行，我們可利用白色區域連線約略估計半平台形成對應的 V_{SD} 數值。在另外兩個條件(subband $N=2,6$)我們也有做這類的分析求得次能帶的能量差 ΔE 。

由於我們已經知道次能帶能階差 $\Delta E_{N,N+1}$ ，假設基態能量 E_1 為 $\Delta E_{1,2}$ 的一半，我們可以估算次能帶能量 E_n ，並藉由 $E_F = \frac{(\hbar k_F)^2}{2m^*}$ 、 $k_F = (2\pi n_s)^{1/2}$ 的關係式，計算在不同 V_{TG} 與或有效間距下的二維載子密度，圖 4-9 為在二維系統下三種不同通道寬度其控制閘極大小與載子密度關係，圖中發現控制閘極控制的載子密度範圍落在 $2.0 \times 10^{10} - 1.1 \times 10^{11} (1/cm^2)$ 間，另外在圖 4-10 我們也計算了一維系統的載

子密度 n_w ，利用 $n_w = \sqrt{\frac{8m^* E_F}{\pi^2 \hbar^2}}$ 的關係式可計算類一維窄通道內的載子密度 n_w 。

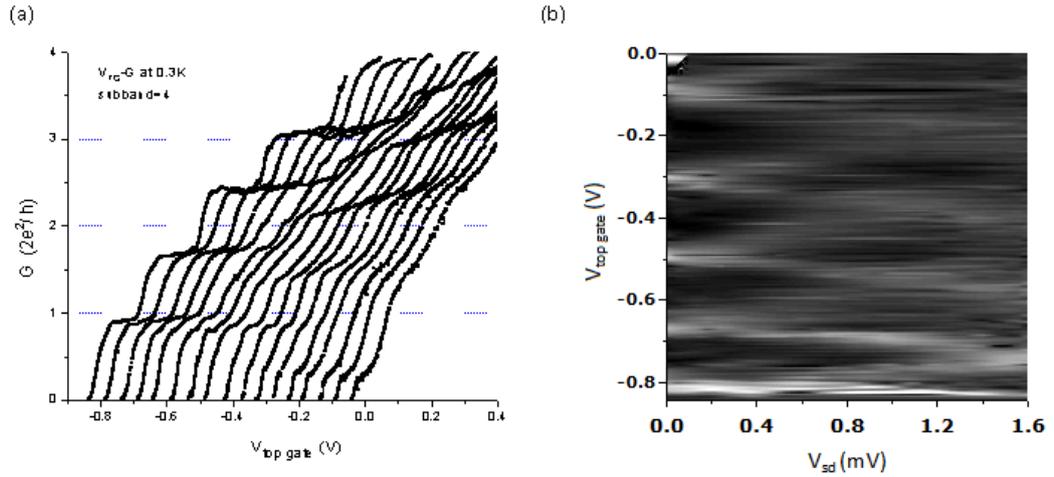


圖 4-8 (a)通過閘極通道電導與控制閘極在不同 V_{SD} 的關係。圖中 V_{SD} 由左(0V)而右(1.6mV)增加， $\Delta V_{SD}=0.1\text{mV}$ ，分離閘極的有效間距控制在 subband $N=4$ 位置。(b) $dG/dV_{\text{top gate}}$ 相對於 $V_{\text{top gate}}$ 和 V_{SD} 的 3D 圖像。深色區域為 $dG/dV_{\text{top gate}}$ 較小的平台位置，淡色區域為斜率較大部分。

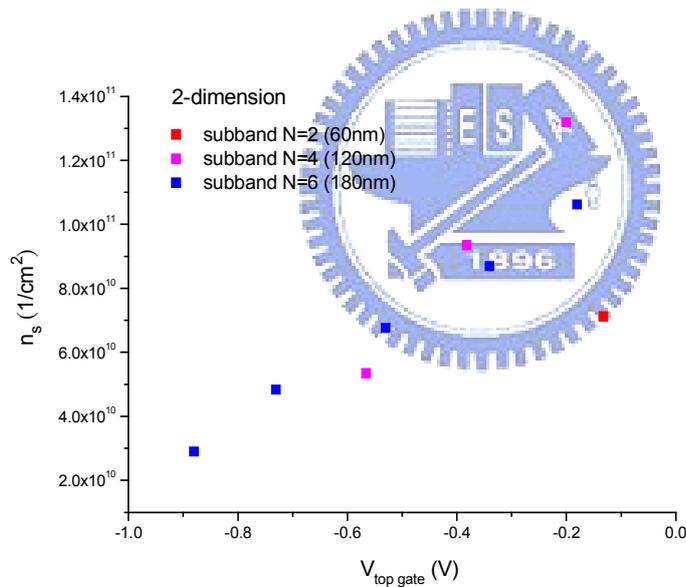


圖 4-9 二維系統在不同通道寬度下載子密度與控制閘極的關係，不同顏色的點代表三種不同的有效間距。在不同的控制閘極下其載子密度約介於 2×10^{10} - $1.4 \times 10^{11} (1/\text{cm}^2)$ 。

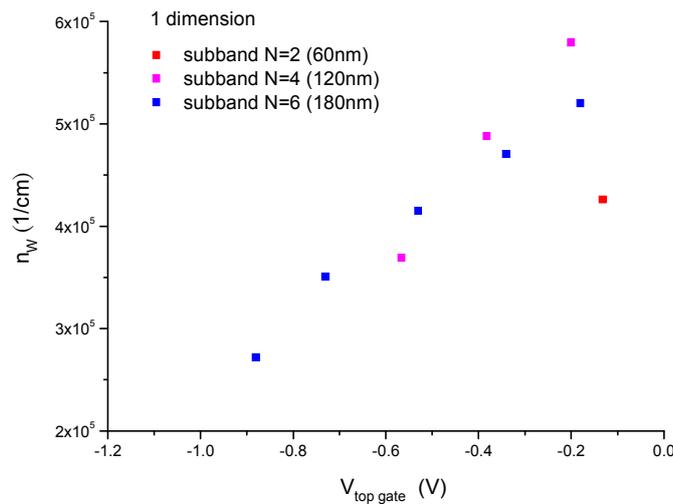


圖 4-10 一維系統窄通道的載子密度電子密度與控制閘極的關係，不同顏色的點代表三種不同的有效間距。電子密度 n_w 約介於 $2 \times 10^5 - 6 \times 10^5 (1/cm)$ 。

4-2 不同電子密度下串聯型式窄通道的傳輸情形

這一節要進入我們關心的問題，兩對串聯閘極在不同載子密度下傳輸情形會不會受改變。在第二章 **Beenakker model** 中的 T_d 可以決定通過串聯通道的傳輸情形，當 $T_d \rightarrow 1$ 呈現完全絕熱傳輸的現象，反之當 $T_d \rightarrow 0$ 可以把傳輸情形視為完全的歐姆傳輸，我們的實驗也是用 **Beenakker model** 中的 T_d 分析不同載子密度下的電子傳輸行為。

量測的串聯閘極為 **SG4** 與 **SG5**，兩對閘極邊與邊間距 **600nm**。之前我們已經分別對 **SG4**、**SG5** 做通過閘極通道電導與 V_{SG} 的關係，所以可以容易地把閘極有效間距控制在需要的次能帶上，在實驗上我們先把 **SG4** 分別控制在 **N=1,2,3 and 4** 的四個平台上，改變 **SG5** 的偏壓觀察 V_{SG5} 對通過兩通道總電導 G_{series} 的關係，圖 4-10 為 **N=1** 時 G_{series} 與 V_{SG5} 在不同控制閘極電壓下的關係。

當串聯閘極傳輸方式為完全絕熱傳輸時，其總電阻為最窄通道主宰，如果做類似圖 4-10 的量測圖形，由於另一對閘極其有效間距已控制在第一個次能帶，圖形應該無法看到一個以上的平台結構；但如果是完全歐姆傳輸狀況其總

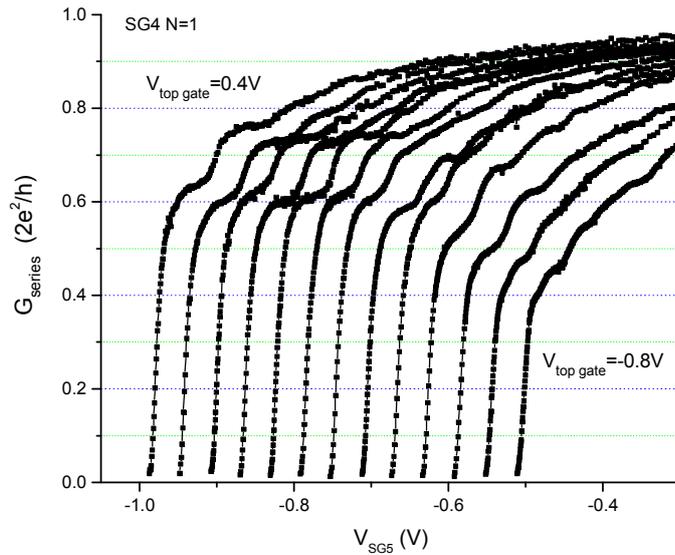


圖 4-11 將 SG4 控制在 N=1 狀態， V_{SG5} 與通過兩通道電導 G_{series} 關係，控制閘極電壓由左(+0.4V)而右(-0.8V)以 $\Delta V_{top\ gate}=0.1$ 改變。

電阻為兩閘極電阻貢獻總和，在掃分離閘極偏壓可以看到很多平台結構，且第一個平台的電導會落在 $0.5(2e^2/h)$ 左右。圖 4-11 在不同控制閘極下皆可清楚看到三個以上的平台結構，但是在較高的電子密度區域，第一個平台對應的 G_{series} 卻在 $0.6(2e^2/h)$ 以上，很明顯的知道我們的系統其電子傳輸特性位於歐姆傳輸與絕熱傳輸之間，利用 Beenakker model 裡定義的 T_d 可幫助我們更精確分辨電子在通道內的傳輸情形。

$$G_{series} = \frac{1}{2} [G + (2e^2/h)T_d] \quad (4-5)$$

式(4-5)為在零磁場下的方程式型式， T_d 為直接穿透機率，越接近 1 代表傳輸形式越接近絕熱傳輸，反之則接近歐姆傳輸狀態，此公式為兩串聯通道其通道數目相同的簡化形式，計算時兩通道的次能帶必須相同。方程式中 G 為在相同通道數目 N 兩串聯閘極分別對應的電導平均， G_{series} 則為在相同次能帶通過串聯通道對應的電導。在量測時我們會先在不同控制閘極電壓下單獨對 SG4、SG5 取偏壓與通過閘極電導的關係，如圖 4-5 所示，這樣可以知道在不同控制閘極下平台對應的電導 G ，接下來就可以控制其中一對閘極偏壓在想要計算的通道數目

上($N=1,2,3\dots$)，掃另一對閘極得到相同通道數目的電導 $G_{\text{series}}(N=1,2,3\dots)$ 。再把已知的 G_4 、 G_5 和 G_{series} 帶入式(4-5)計算 T_d 。實驗上平台結構並非完美，我們考慮誤差並在圖 4-11 標示誤差範圍(error bar)以利分析。

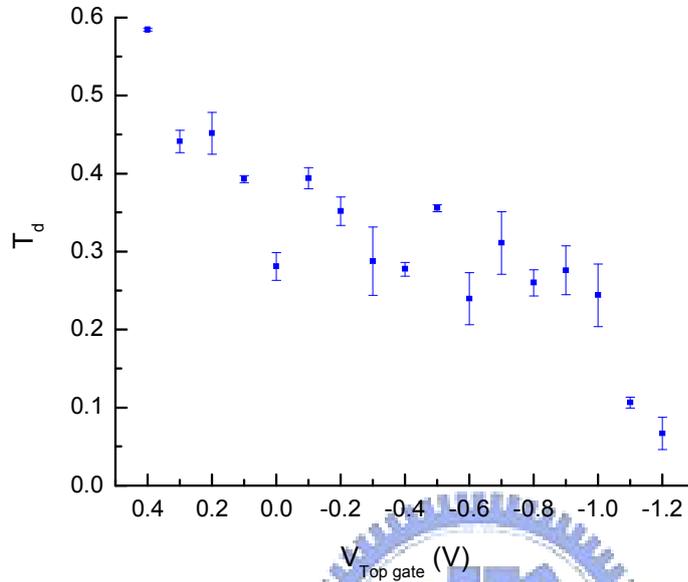


圖 4-12 在 $N=1$ 下 T_d 與控制閘極電壓關係，量測溫度在 0.3K。

圖 4-12 為利用 Beenakker model 公式計算兩 QPC 在 $N=1$ 下的 T_d ，圖中可以看到很明顯看到 T_d 隨控制閘極電壓下降而往歐姆傳輸的趨勢，另外我們也針對兩 QPC 在 $N=2$ 下做量測，同樣的固定 SG_4 於第二個通道，觀察 G_{series} 與 V_{SG5} 在不同控制閘極電壓下的關係，如圖 4-13 所示。

圖 4-14 為在第 10 次降溫下四種不同通道數目的 T_d 與 V_{TG} 的關係圖，圖中可以發現系統展現的介於絕熱傳輸與歐姆傳輸之間的電子傳輸型式。當通道數目控制在 $N=1$ 的狀態下，隨著通道內電子密度減小， T_d 有持續的變小的趨勢，在低載子密度($V_{TG}=-1.2V$)展現快接近完全歐姆傳輸型式，我們認為這是低載子密度下電子的平均自由徑較小，造成電子間彼此散射機率增加破壞原本波函數同調性，使電子傳輸情形偏向歐姆傳輸機制。

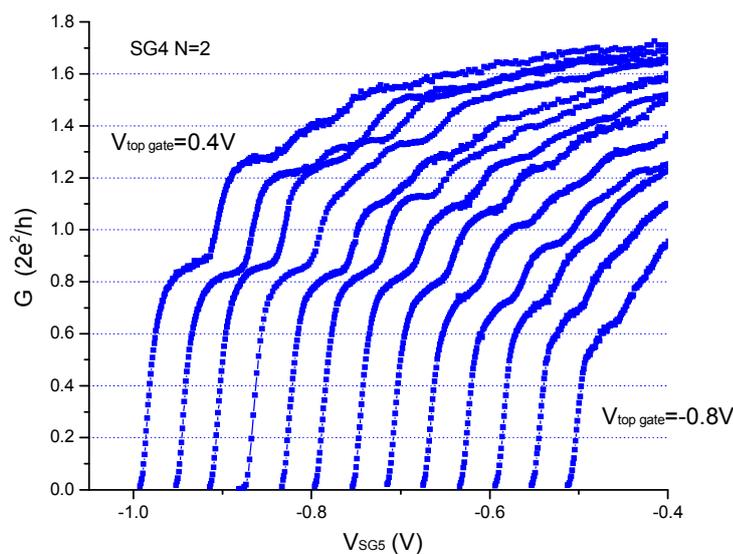


圖 4-13 將 SG4 控制在 N=2 狀態下， V_{SG5} 與通過兩通道電導 G_{series} 關係，控制閘極電壓由左(+0.4V)而右(-0.8V)以 $\Delta V_{top\ gate}=0.1$ 改變。

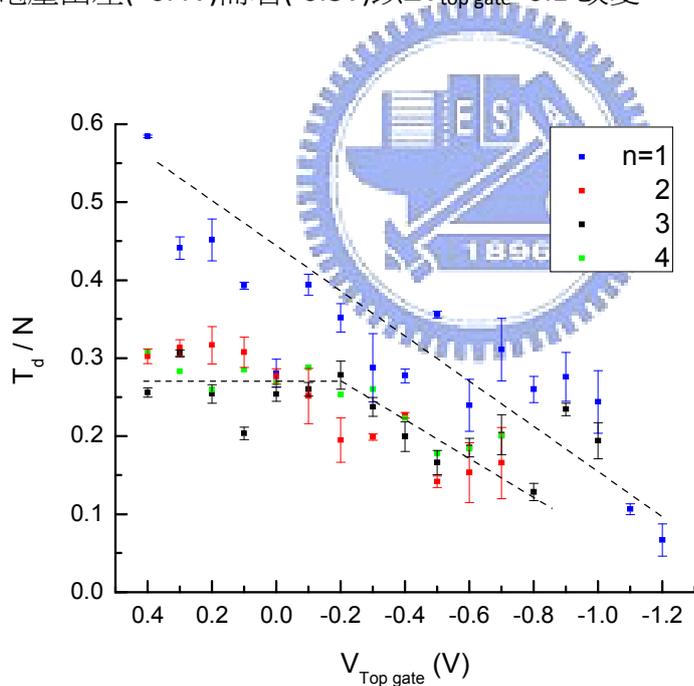


圖 4-14 T_d 在不同通道數目下與控制閘極的關係，量測溫度為 0.3K。圖中虛線為 QPCs 傳輸在不同通道寬度展現的趨勢。

當閘極通道數目控制在超過 1 的狀態下(N=2,3,4)，在相同 V_{TG} 下 T_d 普遍比 N=1 時的穿透率來的小，我們猜想這跟電子流通過通道射出的分佈有關，較小通道數目下電子流從第一個通道射出的電子流較集中，造成以較小角度射入第二

個通道，這會增加電子在此過程直接穿透的機率；另一方面在 $N>1$ 的狀態觀察到 T_d 隨著載子密度下降而變小的趨勢在較低的載子密度區仍是存在，但是在高載子密度區 ($V_{TG} \approx 0.4V - 0$) T_d 和載子密度的影響卻降低了，這情況和 $N=1$ 狀態略為不同。

在實驗文獻上，Kane 等人在 1998 年發表載子密度與平均自由徑 l_e 和遷移率 μ 的關係^[19]。他們的元件也是藉由控制閘極改變載子密度，但閘極的設計如圖 4-15(b) 直接做在通道內，分離閘極形成的窄通道剛好位在控制閘極正下方。在圖 4-15(c) 可以發現平均自由徑(空心方塊)與遷移率(實心三角形)在較高電子密度下呈飽和狀態，這個結果較可以解釋我們數據在 $N>1$ 情形下 T_d 在高載子密度區較不受載子密度影響的現象。

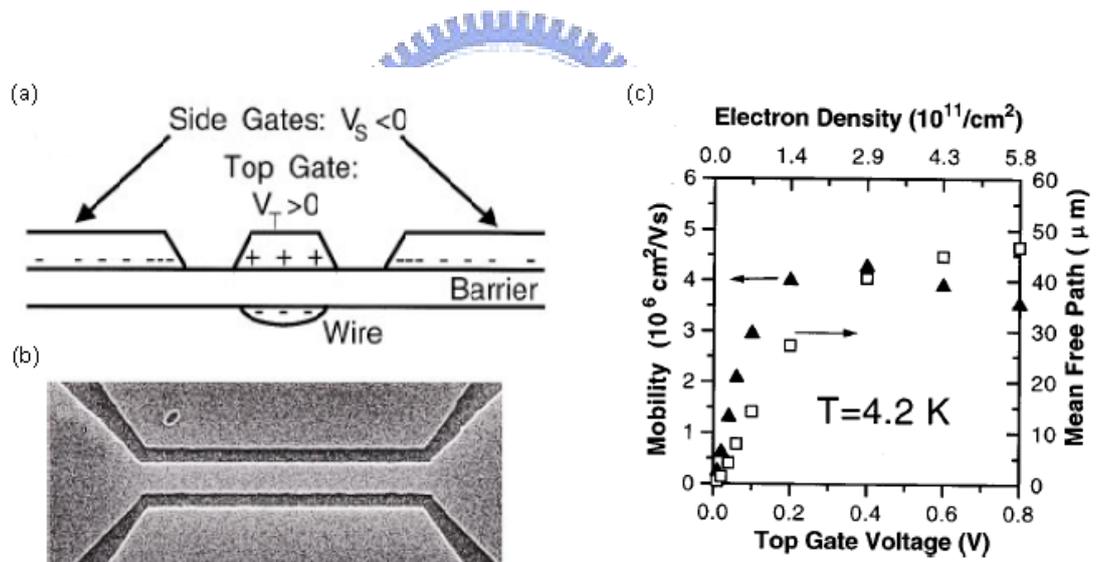


圖 4-15 (a)兩邊分離閘極形成位障產生窄通道，控制閘極剛好位在窄通道上方改變通道內電子密度。(b)元件在電子顯微鏡下影像，閘極通道寬度約 $2\mu\text{m}$ 。(c)在溫度 $4.2K$ 下 $V_{\text{top gate}}$ 與電子密度、平均自由徑、遷移率的關係。[18]

在另一方面我們也利用式(2-20)去計算電子通過二個擁有不同通道寬度 QPCs 串聯下的的穿透率 T_d ，並利用 Beton 等人在 1989 年使用的歸一方法做不同通道數的穿透係數 T 的比較^[3]，公式如式(4-6)， G_a 、 G_b 分別代表兩 QPCs 單獨的電導值， T_d 為式(2-20)計算的穿透率。

$$T = (2e^2/h)T_d / [\text{Min}(G_a, G_b)] \quad (4-6)$$

圖 4-16 為 SG4 控制在 N=2，觀察 SG5 在 N=1, 2, 3 不同模數下的穿透係數 T ，在圖中我們觀察到在相同控制閘極電壓下，串聯 QPCs 彼此在相同通道寬度下會展現較小的穿透係數，隨著兩閘極模數相差越大，展現較大的穿透係數 T ，在我們的數據中發現當 SG5 在 N=1、3 下的穿透係數成對稱性的增加，這與 Beton 等人發表的結果是一致的。

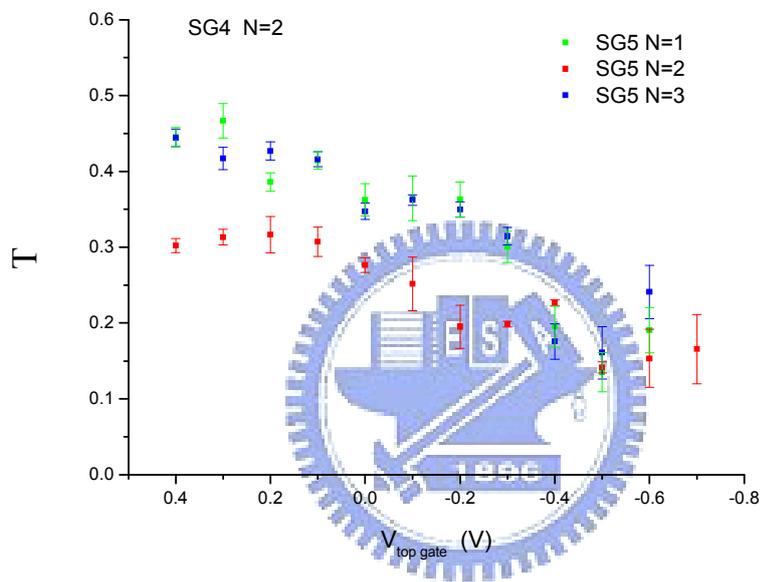


圖 4-16 SG4 固定在 N=2 下，SG5 分別在不同通道數目下穿透係數 T 的改變，控制閘極由左而右由 +0.4V 改變至 -0.7V。

我們也嘗試觀察在不同溫度下串聯 QPCs 的電性傳輸情形。圖 4-17 為 N=1 狀況量測 T_d 與電子密度的在 1K 的關係，發現隨著溫度改變仍然可以看到 T_d 隨著載子密度下降而變小的趨勢，且除了少數幾個點，在相同控制閘極條件下所計算的 T_d 沒有太大改變。

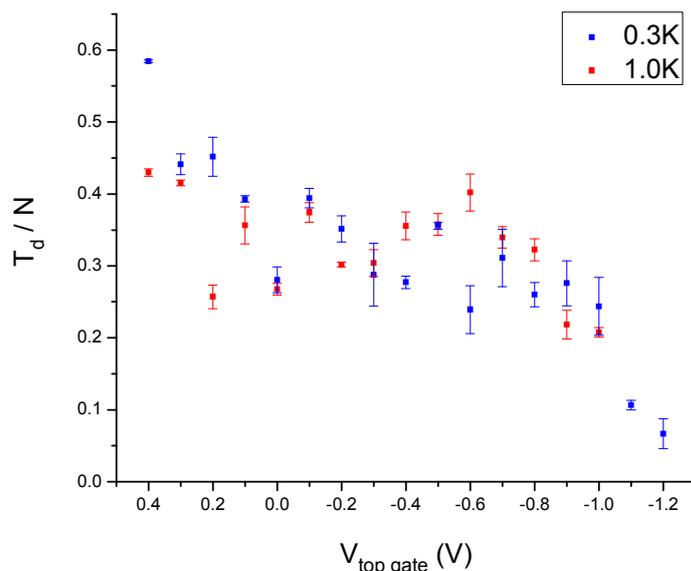


圖 4-17 T_d 在不同溫度與 $V_{\text{top gate}}$ 的關係($N=1$)。

4-3 其他

我們在另一塊編號 5-99a 的二維電子氣樣品做量測，但由於樣品上雜質過多， V_{SG} 與通過通道的電導在多次不同降溫過程其量子化電導平台狀況皆沒有改善。我們試著透過加一電位差 ΔV_{SG} 於分離閘極使形成的 QPC 做些微上下移動去避開窄通道內可能的雜質，在某幾對閘極成功的看到較好的量子化電導平台。

圖 4-18 為 SG3 在不同 ΔV_{SG} 的 V_{SG3} 與通過閘極電導關係，最左曲線其上閘極與下閘極電壓相差 0.5V，由左而右閘極電位差以 $\Delta V_{\text{SG}}=0.1\text{V}$ 減少至最右上下閘極相差-0.5V，為了方便分便依序將 ΔV_{SG} 對應的曲線 V_{SG3} 做等差數列 0.1V 的調整。圖中可見未在上下閘極加 ΔV_{SG} 時曲線只能隱約看到第一個平台(紅線)，但將通道產生位置向上移動($\Delta V_{\text{SG}}=0.3\text{V}-0.5\text{V}$)卻可呈現較好的量子化電導平台。我們可以透過移動窄通道上下位置的技術，去避開特定的雜質。

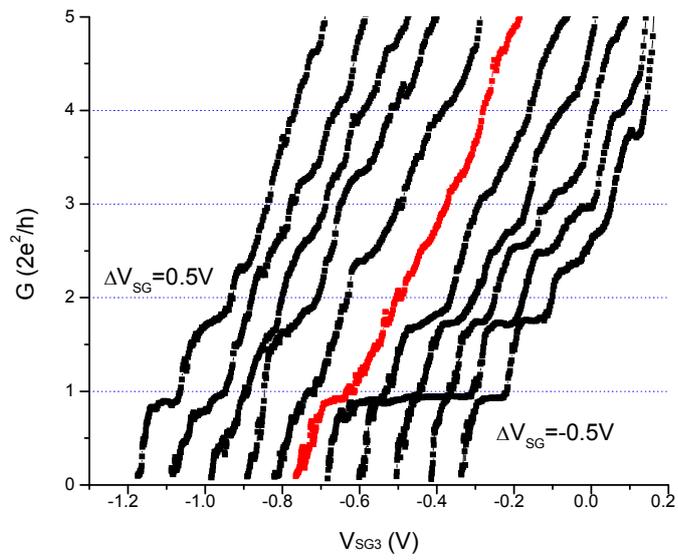


圖 4-18 SG3 在不同 ΔV_{SG} 的 V_{SG3} 與通過閘極電導關係，通道形成位置由左而右往下移， $\Delta V_{SG}=0.1V$ 。



第五章 總結與未來展望

在元件的製作上，我們成功的利用光微影與電子束微影技術在 GaAs/AlGaAs 異質結面上製作彼此間距不同的串聯型式分離閘極，並隔著絕緣層在分離閘極上方覆蓋上電極來控制電極下的載子濃度，討論在不同載子密度下載子通過串聯通道的電性傳輸影響。

量測的數據上，我們透過 Beenakker 和 Houston 的模型定義的直接穿透係數 T_d 來分析載子通過串聯通道的電性傳輸型式變化，在兩對邊與邊相距 600nm 的串聯閘極元件中，發現隨著載子密度降低載子傳輸行為有往歐姆傳輸的趨勢。我們把它歸咎於低載子密度下的平均自由徑與同調長度減少，造成載子間散射機率增加破壞原本波函數的同調性，使載子傳輸情形偏向歐姆傳輸機制。

另一方面，我們在量測結果較差的 5-99a 樣品上，利用分離閘極的上下閘極電壓差 ΔV_{SG} 來調整 QPC 形成的位置，成功的避開了原本位在通道內的雜質，展現較好的量子化電導平台。這方面的技術如果可以準確計算 QPC 形成的位置，在未來可以不用透過藉由垂直電子氣表面的磁場改變電子運動路徑的方法，來觀察不同入射角度的串聯通道電性傳輸型式。

參考文獻

- [1] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988).
- [2] D. A. Wharam, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **21**, L887 (1988).
- [3] P. H. Beton, B. R. Snell, P. C. Main, A. Neves, J. R. Owers-Bradley, L. Eaves, M. Henini, O. H. Hughes, S. P. Beaumont, and C. D. W. Wilkinson, *J. Phys.: Condens. Matter* **1**, 7505 (1989).
- [4] L. P. Kouwenhoven, B. J. van Wees, W. Kool, C. J. P. M. Harmans, A. A. M. Staring, and C. T. Foxon, *Phys. Rev. B* **40**, 8083 (1989).
- [5] K. L. Shepard, M. L. Roukes, and B. P. van der Gaag, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2660 (1992).
- [6] O. Klochan, W. R. Clarke, R. Danneau, A. P. Micolich, L. H. Ho, and A. R. Hamilton, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 092105 (2006).
- [7] Huang-Ming Lee, Koji Muraki, Edward Yi Chang, and Yoshiro Hirayama, *J. Appl. Phys.* **100**, 043701 (2006).
- [8] C. W. J. Beenakker and H. van Houten, *Phys. Rev. B* **39**, 10445 (1989).
- [9] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, Cambridge Univ. Press. Cambridge (1995).
- [10] D. K. Ferry and S. M. Goodnick, *Transport in Nanostructures*, Cambridge Univ. Press. Cambridge (1997).
- [11] 由劉凱銘學長量測.
- [12] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, John Wiley & Sons, Inc. (2005).
- [13] Y. Takagaki and D. K. Ferry, *Phys. Rev. B* **45**, 13494 (1992).

[14] 陳偉仁, 碩士論文, 多組偏壓侷域之量子尖端接觸元件的電性量測, 交大電子物理研究所 (2005).

[15] D, J, Reilly, T. M. Buehler, J. L. O'Brien, A. R. Hamilton, A. S. Dzurak, R.G. Clark, B. E. Kane, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **89**, 246801 (2002).

[16] D, J, Reilly, G. R. Facer, A. S. Dzurak, B. E. Kane, R. G. Clark, P. J. Stiles, R. G. Clark, A. R. Hamilton, J. L. O'Brien, N. E. Lumpkin, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. B **63**, 121311 (2001).

[17] L. I. Glazman and A. V. Khaetskii, Europhys. Lett. **9**, 263 (1989).

[18] N. K. Patel, J. T. Nicholls, L. Martin-Moreno, M. Pepper, J. E. F. Frost, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, Phys. Rev. B **44**, 13549 (1991).

[19] B. E. Kane, G. R. Facer, A. S. Dzurak, N. E. Lumpkin, and R. G. Clark, Appl. Phys. Lett. **72**, 3506 (1998).

