

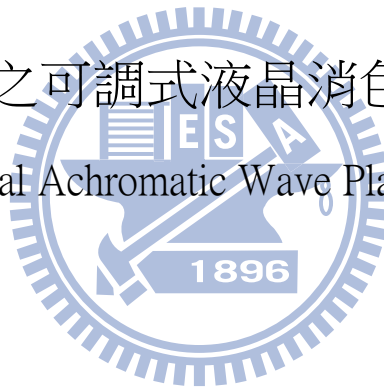
國立交通大學

電子物理系碩士班

畢業論文

超快雷射之可調式液晶消色差波長板

Tunable Liquid Crystal Achromatic Wave Plates for Ultrafast Laser



研究生：賴呈暉

指導教授：趙如蘋 教授

中華民國九十八年八月

超快雷射之可調式液晶消色差波長板

Tunable Liquid Crystal Achromatic Wave Plates for Ultrafast Laser

研 究 生：賴呈暉

Student : Cheng-Wei Lai

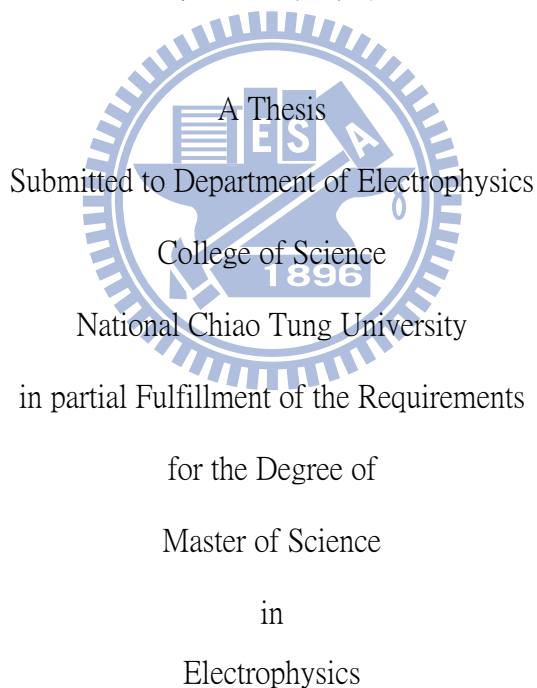
指導教授：趙如蘋 教授

Advisor : Prof. Ru-Pin Pan

國 立 交 通 大 學

電 子 物 理 系 研 究 所

碩 士 論 文



July 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年七月

# 超快雷射之可調式液晶消色差波長板

研究生：賴呈暉

指導教授：趙如蘋 博士

國立交通大學電子物理系碩士班

## 摘要

我們使用數個電控液晶(E7)樣品來組成消色差波長板，並且成功的應證了在波長為 740nm~850nm 之間消色差二分之一波長板的相位延遲為  $\pi$ 。

另外，我們利用干涉式自相關器量測出液晶樣品基板的 GDD 值約為  $97.48 fs^2$ 。最後我們比較了脈衝雷射經過消色差波長板與零階非消色差波長板後的脈衝寬度，前者脈衝寬度較窄。

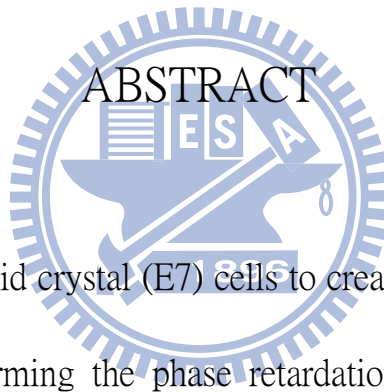
# Tunable Liquid Crystal Achromatic Wave plates for Ti:Sapphire Ultrafast Laser

Student : Cheng-Wei Lai

Advisor : Dr. Ru-Pin Pan

Department of Electrophysics

National Chiao Tung University



We use several liquid crystal (E7) cells to create achromatic wave plates and succeeded in confirming the phase retardation of the achromatic half wave plate is  $\pi$  during the wavelengths 740nm~850nm.

Moreover, we used interferometric autocorrelation to measure the GDD value of the substrate is about  $97.48\text{fs}^2$ . Finally, we compared the width of the pulses passing through achromatic wave plates and 0<sup>th</sup> order non-achromatic wave plates. The former is narrower while 0<sup>th</sup> order non-achromatic wave plates is wider.

# 致謝

兩年的碩士生活，實際上是很匆忙的。能夠順利在有限的時間內完成我的論文題目，並且順利拿到碩士學位，首先要感謝的是我的指導老師趙如蘋老師。感謝她在我實驗上遇到瓶頸時，能夠利用她敏銳的物理直覺幫我點出問題所在，順利突破困境。此外在做人做事的道理上也教導許多讓我獲益良多。

感謝學長家任、卓帆、穎哥、阿達、宇泰、Mika、Moya。感謝他們在實驗上的熱心幫助，跟我一起打球、打電動、打嘴砲。讓我在快樂的環境中成長茁壯。

感謝同儕韋達、正彬、阿鈺、哲瑄這兩年一起修課做實驗，讓我有一種團隊的感覺。也感謝光電所同學阿山、阿猛、俞良、Choppy在我實驗過程中的協助幫忙。

感謝我的父母，由於他們信任我的能力，讓我無後顧之憂的取得碩士學位。也鼓勵我繼續攻讀博士學位，感謝你們無時無刻給與我精神上的支持。最後感謝我的朋友毓瑋，在她的幫忙下，我的英文摘要才會如此簡潔通順。

# 目錄

摘要.....	i
ABSTRACT.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
圖表目錄.....	v
第一章 緒論.....	1
1-1 波板(wave plate)簡介.....	1
1-2 液態晶體簡介.....	3
1-3 鈦藍寶石雷射簡介及實驗動機.....	5
1-3-1 超短脈衝雷射介紹.....	5
1-3-2 超快雷射系統介紹及實驗動機.....	6
1-4 論文架構.....	7
第二章 樣品製作及實驗方法介紹.....	8
2-1 清洗玻璃.....	8
2-2 水平配向玻璃製作及液晶盒之封合.....	9
2-3 加電壓量測穿透率之原理.....	10
2-3-1 瓊斯矩陣法(Jones matrix method)分析.....	10
2-3-2 液晶元件之穿透率量測原理.....	12
2-4 相位延遲量測系統與原理.....	14
2-5 脈衝寬度量測與 GDD 量測原理.....	16
2-5-1 脈衝寬度量測原理.....	16
2-5-2 GDD 量測原理.....	17
第三章 基本原理.....	22
3-1 光的橢圓偏極態理論及表示法.....	22
3-2 史托克參數(Stokes parameters)與穆勒矩陣(Müller matrix).....	25
3-2-1 史托克參數與穆勒矩陣.....	25
3-2-2 邦加球(Poincaré sphere).....	27
3-3 波板的瓊斯矩陣(Jones matrix)與數學軟體(MathCad)計算.....	29
第四章 實驗結果與分析.....	31
4-1 實驗結果.....	31
4-1-1 單一液晶樣品的操作電壓.....	31
4-1-2 消色差波板相位延遲量測結果.....	32
4-1-3 脈衝寬度量測結果.....	32
4-2 實驗討論及分析.....	34
第五章 結論與未來展望.....	36
參考文獻.....	37

# 圖表目錄

圖 1-1 四分之一波板偏振轉移 .....	39
圖 1-2 二分之一波板偏振轉移 .....	39
圖 1-3 向列型液晶 .....	40
圖 1-4 層列型液晶 .....	40
圖 1-5 膽固醇型液晶 .....	41
圖 1-6 液晶分子在樣品中的排列 .....	41
圖 1-7 對液晶樣品加電壓與歸一化穿透光強度對應圖 .....	42
圖 1-8 雷射鎖模 .....	42
圖 1-9 超快雷射系統示意圖 .....	43
圖 1-10 超快雷射頻譜圖 .....	43
圖 2-1 具有方位角 $\theta$ 的液晶樣品 .....	44
圖 2-2 穿透率量測示意圖 .....	44
圖 2-3 相位延遲量測系統 .....	45
圖 2-4 脈衝寬度量測裝置(干涉式 autocorrelation) .....	45
圖 2-5 干涉式 autocorrelation 量測訊號圖 .....	46
圖 2-6 高斯波的脈衝寬度 .....	46
圖 2-7 脈衝經過介質後脈衝寬度變化示意圖 .....	47
圖 3-1 電磁波傳播示意圖 .....	47
圖 3-2 橢圓偏振光 .....	48
圖 3-3 邦加球 .....	48
圖 3-4 偏振光受波板作用情形 .....	49
圖 3-5 解決波板對波長的相依性 .....	49
圖 3-6 消色差四分之一波長板邦加球示意圖 .....	50
圖 3-7 消色差二分之一波長板邦加球示意圖 .....	50
圖 3-8 消色差四分之一波長板相位延遲與波長關係圖 .....	51
圖 3-9 消色差二分之一波長板相位延遲與波長關係圖 .....	51
圖 4-1 crossed polarizer 下樣品一加電壓量測穿透率 .....	52
圖 4-2 crossed polarizer 下樣品二加電壓量測穿透率 .....	52
圖 4-3 crossed polarizer 下樣品三加電壓量測穿透率 .....	53
圖 4-4 樣品一相位延遲與施加電壓關係圖 .....	53
圖 4-5 樣品二相位延遲與施加電壓關係圖 .....	54
圖 4-6 樣品三相位延遲與施加電壓關係圖 .....	54
圖 4-7 消色差二分之波長板之量測 .....	55
圖 4-8 消色差二分之波長板之量測 .....	55
圖 4-9 消色差二分之波長板之量測 .....	56
圖 4-10 二分之一波長板相位延遲與波長關係 .....	56

圖 4-11 系統測試光訊號 .....	57
圖 4-12 量測系統測試光部分 .....	57
圖 4-13 改變 Modulator 在量測系統位置 .....	58
表 2-1 $I(t)$ 與 $G(\tau)$ 的轉換關係.....	58
表 3-1 常引用的光偏振態 .....	59
表 4-1 雷射經過元件後的脈衝寬度及元件的 GDD 值.....	60
表 4-2 脈衝經過消色差與非消色差之脈衝寬度比較 .....	60





# 第一章 緒論

## 1-1 波板(wave plate)簡介

波板(Wave plate)又稱作相位延遲片(Retardation plate)或相位轉變器(Phase shifter)。通常是利用具有雙折射(Birefringence)性的物質所作成的，例如石英晶體(Crystal Quartz)、雲母晶體(Crystal Mica)。因為雙折射性使波板具有兩個互相垂直的主軸(Principle axis)：快軸(Extraordinary axis)與慢軸(Ordinary axis)，這兩個主軸分別具有不一樣的折射係數。慢軸的折射係數較快軸的折射係數大。當光入射波板時均可被分成兩道平行於快軸與慢軸的光。平行於慢軸的光因為慢軸的折射率較快軸大，所以光傳播的比較慢。而平行於快軸的光因為快軸折射率較小，所以光傳播的比較快。當兩道光離開介質時，因為在介質內的速度不同會造成一個相位差。相位差可以由公式(1-1-1)表示：

$$\Gamma(\lambda, d) = 2\pi(n_e - n_o)d / \lambda \quad (1-1-1)$$

$\Gamma$ : 相位延遲(Phase retardation)

$\lambda$ : 入射光波長(Wavelength)

$d$ : 波板厚度

$n_e$ : 慢軸的折射係數

$n_o$ : 快軸的折射係數

對於特定波長而言，我們可以改變波板的厚度，來調整出射光的偏振行為。同樣的相同厚度對於不同入射光波長，其出射光的相位延遲也會不一樣。然而波板只單純改變光的偏振行為，並不改變入射光的強度。較常使用的波板為二分之一波長板及四分之一波長板。當相位延遲相當於半個波長時，稱為二分之一波長板(Half wave plate)。當厚度減為一半時，即相位延遲相當於四分之一波長時，稱為四分之一波長板(Quarter wave plate)。

四分之一波長板主要是利用在線偏振光與圓偏振光之間作轉換。如圖 1-1 假設一道偏振光入射四分之一波長板，其電場振動方向與主軸夾角四十五度，則入射光可被分成兩道分別平行於快軸與慢軸的光，則出射光會轉變為圓偏振光。

二分之一波長板則是可將原本的偏振態(Polarization state)旋轉九十度，因此又可稱為偏振旋轉器(Polarization state rotator)。如圖 1-2 假設一道偏振光入射二分之一波長板，二分之波長的慢軸與 x 軸夾四十五度，則出射光的偏振態會比入射光多旋轉九十度。舉例來說，若入射光為水平偏振則出射光為鉛直偏振。入射光若為右旋偏振則出射光為左旋偏振。

## 1-2 液態晶體簡介

液態晶體(Liquid crystal, LC)，其相介於固態和液態之間，兼具液體的流動性與晶體的特定規則排列性之材料。西元 1888 年由奧地利植物學家 F. Reinitzer[1]發現。隔年德國物理學家 O. Lehmann[2]利用一座具有加熱功能的偏光顯微鏡去探討液晶降溫結晶之過程。O. Lehmann 觀察到液晶具有特殊的光學特性，即液晶的介電常數與磁化率具有異向性(Anisotropy)，也就是所謂的雙折射(Birefringence)性質。

液晶依其排列可分成向列行液晶(圖 1-4)(Nematic crystal, N)、層列型液晶(圖 1-5)(Smatic crystal, S)與膽固醇型液晶(圖 1-6)(Cholesteric crystal,  $N^*$ )。本實驗中使用的液晶樣品所填充的液晶屬於向列型液晶，因此本章節單就向列型液晶作介紹。

向列型液晶又稱絲狀液晶(圖 1-3)，因結構在顯微鏡下像絲線一樣而得名。此類液晶分子為長型或圓盤狀，質心位置排列無秩序性，但方向矢(director, 通常去液晶的對稱軸方向)有一個平均的方向性。

在液晶配向處理方面，為了達到讓液晶整齊排列的目的，通常會在液晶分子接觸的表面作處理。目前常用的表面處理方式是在表面鍍上配向劑後，利用絨布磨刷，讓液晶分子順著或垂直磨

刷方向排列。除了使用絨布磨刷之外，還可利用光配向、離子轟擊基板的方式來達到使液晶分子配向的目的。本實驗中所使用的配向方式是絨布磨刷。

液晶分子不僅具有折射率之異向性，同時也具有介電常數及磁化率之異向性。液晶分子尚未外加電壓時，其排列方向皆平行於基板的磨刷方向。而當液晶樣品外加電場或磁場時會改變液晶分子的排列方向(圖 1-6)，此時入射光所感受到的折射率亦有所改變：

$$n_{eff} = \left( \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-2-1)$$

$\theta$ 角為液晶分子由原本平行基板因外加電場或磁場所偏離樣品基板的角，最後光經過此液晶樣品的相位延遲 $\Gamma$ 為：

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d (n_{eff}(\theta, z) - n_o) dz \quad (1-2-2)$$

圖 1-7 顯示當液晶樣品外接不同電壓時，因為相位延遲的不同歸一化穿透光的強度與電壓的變化關係。本實驗就是利用液晶可受電場調變控制的特性，以電壓控制液晶樣品達到所想要的相位延遲來製作二分之一波長板及四分之一波長板。

## 1-3 鈦藍寶石雷射簡介及實驗動機

### 1-3-1 超短脈衝雷射介紹

超短脈衝雷射近年來已經成為基礎科學研究與應用上很重要的工具，超短脈衝雷射是研究超快現象不可或缺的工具，在基礎科學與應用的領域上皆扮演很重要的角色[3][4]。鎖模是產生超短脈衝的機制，它主要的作用是在於將雷射各種波長的共振模的相位鎖住，使各個波長以相同的速度在共振腔中傳播，自從鎖模雷射(mode locked laser)出現之後，各種不同的鎖模技術陸續被推展出來以產生更短的脈衝，由於超短脈衝提供高尖峰功率及時域上高解析度的光源，是研究超快現象不可或缺的工具，所包括的領域橫跨物理、化學、生物、電機與材料工程等，所以超快脈衝雷射已成為研究各種科學的重要利器。

為了產生超短脈衝雷射，我們常使用所謂的鎖模(mode locking)方法。一般雷射的輸出包含許多的共振模，當這些共振模的振幅、頻率及彼此間的相位差沒有固定的關係時，那麼雷射的輸出隨時間呈現不規則的變化，反之若共振模的振幅、模距與相位不隨時間變化，則雷射便可產生規則的脈衝序列輸出(圖 1-8)。此時我們稱此雷射為鎖模雷射。產生鎖模的方法基本上分為兩類：主動鎖模(active mode-locking)與被動鎖模(passive

mode-locking)。

被動鎖模方法中，KLM 乃是利用非線性自聚焦作用，當光闌(aperture)擺在共振腔適當位置，可以將光徑(spot size)較大的連續波模(CW mode)抑制掉，而光徑較小的 KLM 模則被放大存活。這個通過真實光闌以損耗機制達成振幅調變稱為實光闌效應(hard aperturing)。另外在增益介質中，若激發光束與腔內光束重合良好的話，接近激發光束中心光徑較小的 KLM 模可以得到比光徑較大的 CW 模要高的增益，透過增益選擇而達成振幅調制，這效應稱為軟光闌效應(soft aperturing)。因此 KLM 機制產生與快速飽和吸收體同樣的效果而稱之為等效飽和吸收體。



### 1-3-2 超快雷射系統介紹及實驗動機

本實驗所示用的雷射系統架設如圖 1-9 所示，以固態雷射 Nd:YVO<sub>4</sub>的倍頻光束(波長 532nm)做為泵浦光源(Pumping source)，經由聚焦透鏡穿透過收集 Ti:sapphire 螢光所使用的凹面鏡聚焦在鈦藍寶石增益介質(Ti:sapphire rod) 上，Ti-sapphire rod 被激發出波長約為 800nm 的螢光，並經由兩個凹面鏡收集螢光於兩臂，一臂螢光(a)通過稜鏡對後(色散補償用)，入射於高反射鏡，並經由其

反射後依原路徑返回。另一臂螢光(b)則反射至輸出偶合鏡(output coupler)，並讓其反射光亦由原路徑反射，如此便形成共振腔。目前實驗室的 Ti:sapphire 雷射輸出功率約可達 300~350mW，光譜中心波長約為 790~810nm，頻寬可達 40nm(如圖 1-10)，脈衝重複率約為 90MHz。

對於單一波板來說，由於脈衝內包含了約 40~60nm 的頻寬，每種頻率對應的相位延遲將不相同，消色差的波板是必須的。目前市面上的公司(如 Newport)也有相關的產品，例如以兩種不同雙折射性晶體組成消色差波板(石英晶體, crystalline quartz；二氟化鎂,  $MgF_2$ )。也有論文提到以數個液晶樣品作消色差波板[5]，論文中單純以液晶樣品取代晶體使用，其好處是大大降低元件的成本。而本實驗將利用液晶可受電場調變的特性，以電壓控制相位延遲來製作消色差波板。利用電壓調變的好處是可單純利用不同電壓改變各樣品的相位延遲進而得到不同的消色差波板。

#### 1-4 論文架構

本文第二章將介紹相位延遲的量測方法與原理、GDD 的量測方法與原理，及樣品的設計與製作；第三章則介紹消色差波板的理論及計算；第四章為實驗結果與分析；第五章為結論與未來展望。

## 第二章 樣品製作及實驗方法介紹

### 2-1 清洗玻璃

1. 實驗我們使用 ITO(Indium Tin Oxide)玻璃。將所要使用的玻璃切割為 $10 \times 10 \text{ mm}^2$ 。
2. 將玻璃放入燒杯內，加入中性玻璃清潔劑，再加水蓋過玻璃，將燒杯放入超音波機器中用超音波清洗 5 分鐘。
3. 用去自來水將玻璃沖洗乾淨，並用氮氣吹乾後放置到另一個乾燥的燒杯。
4. 加入丙酮(Acetone)到燒杯內，將燒杯放入超音波機器中用超音波震盪清洗 5 分鐘，將丙酮回收以免污染。
5. 加入甲醇(Alcohol)使之液面蓋過玻璃，將燒杯放入超音波機器中用超音波震盪清洗 5 分鐘，將甲醇回收以免污染。
6. 加入去離子水(DI water)到燒杯內，將燒杯放入超音波機器中用超音波震盪清洗 5 分鐘。
7. 將玻璃再以去離子水沖洗，並用氮氣吹乾，放入烤箱中烤乾(設定烤箱溫度為 $100^\circ\text{C}$ ，烘乾時間為半小時)，冷卻備用。(清洗完的玻璃必須在一天內完成配向劑的塗佈，以免玻璃被污染，配向劑無法附著。)



## 2-2 水平配向玻璃製作及液晶盒之封合

1. 本實驗所使用的配向劑 Nissan 的 130B。將 Nissan 130B 由冰箱取出，待其回復到室溫再行使用。
2. 將 ITO 玻璃放於旋轉塗佈機(spin-coater)上。用微量滴管取 130B 滴數滴在玻璃上，旋轉分兩步驟，條件分別為第一步 2000 rpm (15sec)，第二步 4000 rpm (60sec)。
3. 軟烤：將玻璃取下平放在加熱板上軟烤 60°C，5 分鐘。硬烤：將鍍好的磨刷配向劑放入已預熱到 170°C 的烤箱中硬烤。
4. 將鍍好配向膜的玻璃基板擺置在磨刷機的平移台上，並用膠帶固定好(設定轉速為 900 轉/分鐘)。磨刷動作完成後即可更換機板重複同樣的動作，並記錄磨刷方向。
5. 取一片磨刷配向完的玻璃基板，將切割好的間隔器(Spacer)沿玻璃基板長邊擺好。將另一片玻璃基板已磨刷方向平行的方式夾合並將樣品四邊都夾上燕尾夾。
6. 將 A 膠與 B 膠等比例混合，接著用牙籤沾是量的接著劑沿著樣品盒邊緣塗上(留下短邊缺口以灌入液晶)，等待半小時讓接著劑固化即可進行液晶灌注的動作。
7. 利用微量滴管吸取適量的液晶滴在空樣品的注入口即可。待液晶灌滿空樣品盒後即可用接著劑將注入口封合。

## 2-3 加電壓量測穿透率之原理

### 2-3-1 瓊斯矩陣法(Jones matrix method)分析

在液晶研究上，常利用瓊斯矩陣法分析(Jones matrix method)[6]分析偵測光經過液晶元件的變化。

假設入射光的偏極狀態(polarization state)為

$$V = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \quad (2-3-1)$$

將具有方位角(azimuth angle) $\theta$ 的液晶元件之快軸(fast axis)或慢軸(slow axis)上的分量轉換到直角座標系上(參考圖 2-1)，則其轉換矩陣為：

$$\begin{bmatrix} V_s \\ V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \equiv R(\theta) \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \quad (2-3-2)$$

$R(\theta)$ :座標轉換矩陣

$V_s$ :入射光在慢軸上的分量

$V_f$ :入射光在快軸上的分量

若此元件之慢軸與快軸的折射率分別為 $n_s$ 、 $n_f$ ，則光經過此液晶元件的偏極狀態為：

$$\begin{bmatrix} V'_s \\ V'_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(-in_s \frac{2\pi}{\lambda} d) & 0 \\ 0 & \exp(-in_f \frac{2\pi}{\lambda} d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ V_f \end{bmatrix} \quad (2-3-3)$$

$\lambda$ :入射光的波長

$d$ : 液晶樣品的厚度

(2-3-3)可簡化為

$$\begin{bmatrix} V'_s \\ V'_f \end{bmatrix} = \exp(-i\phi) \begin{bmatrix} \exp(-i\frac{\Gamma}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{\Gamma}{2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ V_f \end{bmatrix} \quad (2-3-4)$$

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} (n_s - n_f) d$$

$$\phi = \frac{1}{2} (n_s - n_f) \frac{2\pi}{\lambda} d$$

通過此液晶元件後的光偏振狀態須轉換回到直角座標系，則

$$\begin{bmatrix} V'_x \\ V'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_s \\ V'_f \end{bmatrix} \quad (2-3-5)$$

由(2-3-2)、(2-3-4)、(2-3-5)，若入射光  $V$  通過此液晶元件，則其瓊斯向量(Jones vectors)的改變，可以表示如下

$$\begin{bmatrix} V'_x \\ V'_y \end{bmatrix} = R(-\theta) M_0 R(\theta) \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \quad (2-3-6)$$

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} : \text{座標轉換矩陣} \quad (2-3-7)$$

$$M_0 = \exp(-i\phi) \begin{bmatrix} \exp(-i\frac{\Gamma}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(i\frac{\Gamma}{2}) \end{bmatrix} : \text{液晶元件的瓊斯矩陣}$$

(2-3-8)

由以上瓊斯矩陣分析，我們可以知道若一個液晶元件具有相位延遲  $\Gamma$  和方位角  $\theta$ ，則我們可以利用三個矩陣來表示這個液晶元件

$$M = R(-\theta) M_0 R(\theta) \quad (2-3-9)$$

## 2-3-2 液晶元件之穿透率量測原理

利用瓊斯矩陣來分析液晶元件之穿透率量測。穿透率之量測是將入射光依序透過偏極片(Polarizer)、液晶元件(LC cell)、檢偏器(Analyzer)，其裝置示意圖，如下圖 2-2

假設入射光沒有偏極化的光(Unpolarized light)，則光通過穿透軸為 x 軸之偏振片瓊斯向量可表示為：

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-3-10)$$

若假設液晶元件放置在 crossed polarizers 下(偏極片與檢偏片夾角為  $90^\circ$ )，則其穿透光之電場可用下列瓊斯矩陣表示：

$$E' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} M \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-3-11)$$

其中

$$M = R(-\theta)M_0R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} e^{-i\phi} \begin{bmatrix} e^{-i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-3-12)$$

將(2-3-10)、(2-3-11)、(2-3-12)整裡可以得到此系統的穿透光電場為下式：

$$E' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos \theta \sin \theta (e^{-i\frac{\Gamma}{2}} - e^{i\frac{\Gamma}{2}}) \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sin 2\theta \sin \frac{\Gamma}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-3-13)$$

$$\text{其中 } \begin{aligned} E'_x &= \frac{-1}{\sqrt{2}} i \sin \frac{\Gamma}{2} \sin 2\theta \\ E'_y &= 0 \end{aligned} \quad (2-3-14)$$

又穿透光的強度為 I :

$$I = |E'|^2 = |E'_x|^2 + |E'_y|^2 = \left| \frac{-1}{\sqrt{2}} i \sin \frac{\Gamma}{2} \sin 2\theta \right|^2 \quad (2-3-15)$$

$$I = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \sin^2 2\theta \quad (2-3-16)$$

在本量測中，我們將穿透率定義為：

$$T = \frac{\text{穿透光強度}}{\text{最大穿透光強度}} \quad (2-3-17)$$

由(2-3-15)可知， $\theta = 45^\circ$ 時，具有最大穿透光強度，則當液晶元件

的方位角為 $\theta$ 時，穿透率為：

$$T = \frac{I_\theta}{I_{45^\circ}} = \frac{\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \sin^2 2\theta}{\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\Gamma}{2}} = \sin^2 2\theta \quad (2-3-18)$$

由(2-3-18)可以了解，穿透率與液晶元件的方位角有關。

## 2-4 相位延遲量測系統與原理

相位延遲量測系統裝置如圖 2-3[7]，入射的雷射光(圖 1-9)會經過兩面分光鏡後總共分成三道光，由三個光偵測器(detector)所接收。經由第一面分光鏡所反射的光接收，此道光稱之為參考光(reference beam)；穿透過第二面分光鏡的雷射會經過消色差波板以及檢偏片( $AN_t$ )後由光偵測器  $D_t$  所接收，此道光稱之為測試光(test beam)。由  $D_r$ 、 $D_t$  所偵測到的光強度必須除以由  $D$  所偵測到的光強度，目的在於降低光功率擾動所造成的誤差。由光偵測器  $D$  所接收，穿透第一面分光鏡的光先穿過偏振片接著穿過一液晶調變器(M, modulator cell)後經由第二面分光鏡反射經過檢偏片( $AN_r$ )由光偵測器  $D_r$  所

系統中的檢偏片穿透軸與 x 軸平行，檢偏片的穿透軸則與 y 軸平行，液晶調變器的慢軸與 x 軸夾  $45^\circ$ ，消色差波板的等效慢軸與 x 軸夾  $45^\circ$ 。因此由(2-3-16)可以寫下歸一化的光強度公式：

參考光：

$$I_r = \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \quad (2-4-1)$$

$\Gamma$  : 液晶調變器所造成的相位延遲

測試光：

$$I_t = \sin^2 \frac{\Gamma + \delta}{2} \quad (2-4-2)$$

$\delta$ : 消色差波板所造成的相位延遲

比較(2-4-1)、(2-4-2)，當液晶調變器在無外加電壓或外加固定電壓時， $\Gamma$  為定值。如此便難以推算出消色差波板的相位延遲  $\delta$ 。因此我們對液晶調變器外加一電壓範圍，使之相位延遲在此電壓範圍內有至少有  $2\pi$  的變化。最後可得到消色差波板的相位延遲：

$$\delta = 2 \sin^{-1}(\sqrt{I_t}) - 2 \sin^{-1}(\sqrt{I_r}) \quad (2-4-3)$$

由式子(2-4-3)，我們可以經由量測到參考光與測試光的強度，進而推算出消色差波板的相位延遲。本實驗所使用之雷射為如圖 1-9 所示之 KML(serial number 147)。不同波長的光經過腔內菱鏡後，在空間上會被展開。此時藉由調整圖 1-9 中 slit 的間隙與位置，我們可以調整雷射之波長以量測不同波長下的相位延遲。

## 2-5 脈衝寬度量測與 GDD 量測原理

### 2-5-1 脈衝寬度量測原理

本實驗所使用的鈦藍寶石超短脈衝雷射，其脈衝寬度為飛秒 (femtosecond) 等級，以目前光偵測器的技術看來，其反應時間 (response time) 尚無法達到飛秒等級。因此我們利用全光學法 (all-optics methods) 以自相干涉 (autocorrelation) 的方式量測並推算雷射脈衝寬度[3]。實驗架設如圖 2-4。

脈衝雷射光束經由分光鏡分為一道  $90^\circ$  反射與一道直接穿透光 (電場振幅分別為  $E(t)$ 、 $E(t-\tau)$ )，各自經由面鏡一 (mirror 1) 與面鏡二 (mirror 2) 反射後再經過分光鏡後被拋物面鏡匯聚在光偵測器上。其中面鏡二與喇叭連結，喇叭外接 10V、5Hz 的三角波以調變光束的延遲  $\tau$ 。我們所使用的光偵測器為雙光子吸收半導體，偵測到的電訊號如下：

$$\begin{aligned} V(\tau) &\propto \int_{-\infty}^{\infty} \left[ E(t)e^{i(\omega t + \phi(t))} + E(t-\tau)e^{i(\omega(t-\tau) + \phi(t-\tau))} \right]^2 dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \begin{aligned} &2E^4 + E^2(t)E^2(t-\tau) + 4E^2(t)E^2(t-\tau) \left[ E^2(t) + E^2(t-\tau) \right] \\ &\cos[\omega\tau + \phi(t) - \phi(t-\tau)] + \\ &2E^2(t)E^2(t-\tau)\cos[2(\omega\tau + \phi(t) - \phi(t-\tau))] \end{aligned} \right] dt \end{aligned} \quad (2-5-1)$$

$V(\tau)$ : 光偵測器所偵測到的訊號如圖 2-5

由於要準確算出脈衝雷射的脈衝寬度，必須同時以單光子吸收半導體的光偵測器量測 autocorrelation 的訊號，再將此兩訊號作快速傅利葉轉換後，經由一連串的演算法求得[12][13]。其數學過於複



雜，因此我們忽略式 2-5-1 中的第三項及第四項，此時：

$$V(\tau) \propto \int_{-\infty}^{\infty} 2I(t)^2 + 4I(t)I(t-\tau)dt \quad (2-5-2)$$

$$I(t) = |E(t)|^2$$

上式的第一項為一定值，的二項令之為  $G_2(\tau)$ ，此時可以推算出  $G_2(\tau)$  的半高寬(FWHM, full width half maximum)：

$$\Delta t = N \times \frac{\lambda}{c} \quad (2-5-3)$$

$N$  為偵測訊號強度一半以上所包含的峰值個數，而峰值跟峰值之間的時間為  $\frac{\lambda}{c}$ 。而由於超快雷射所產生的光波為高斯波(Gaussian wave)(參考表 2-1)，因此可回推脈衝寬度  $\Delta\tau$  (FWHM) 為：

$$\Delta\tau = \frac{\Delta t}{\sqrt{2}} \quad (2-5-4)$$



## 2-5-2 GDD 量測原理

脈衝光於介質中傳遞時，群速度是波長的函數，因此脈衝光中所包含的每種模(mode)皆以不同群速度傳遞，在這樣的情況之下造成脈衝寬的寬度變寬(pulse broadening)。脈衝寬度變寬的機制與參數 GDD(group-delay dispersion)相關[3]，以下便介紹 GDD 的推導。

以在空間中沿  $z$  方向傳遞的  $y$  方向偏振光為例，其電場空間與時間的關係如下：

$$E_y(z, t) = \text{Re}[E_{y0} e^{i(\omega_0 t - kz)}] = E_{oy} \cos(\omega_0 t - kz) \quad (2-5-5)$$

$\omega_0$  為光波角頻率、 $k$  為波向量(wave vector)。若只考慮電場的時域變化且光源為一高斯波(Gaussian shape)，(2-5-5)可改寫為：

$$E_y(t) = \text{Re}[E_{y0} e^{i\omega_0 t}] = \text{Re}[E_0 e^{-\Gamma_0 t^2} e^{i\omega_0 t}] \quad (2-5-6)$$

此時偵測到的光強度為：

$$I(t) = |E_y(t)|^2 = E_0^2 e^{-2\Gamma_0 t^2} \quad (2-5-7)$$

所對應的脈衝寬度為：

$$t_0 = \frac{1}{\sqrt{\Gamma_0}} : \text{高斯寬度(Gaussian width)} \quad (2-5-8)$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\Gamma_0}} : \text{半高寬(FWHM)} \quad (2-5-9)$$

高斯寬度與半高寬的比較如圖 2-6 所示，以下的推導所提及的脈衝寬度皆為半高寬。

光在介質中傳遞之所以因群速度產生色散，是因為折射率(refractive index)並非定值所致。折射率是一個頻率的函數，因此我們將電場強度經由複立業轉換(Fourier transform)從時域轉換到頻域，所得到的電場分布如下：

$$E(\omega) = \mathfrak{F}\{E(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} E_0 e^{-\Gamma_0 t^2 + i\omega_0 t} e^{-i\omega t} dt = E_0 e^{-\left[\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\Gamma_0}\right]} \quad (2-5-10)$$

假設介質是一透明無吸收以及增益的介質。光在介質中傳遞一段距離  $z$  後電場分布變成：

$$E(\omega, z) = E(\omega, 0) e^{-ik(\omega)z} \quad (2-5-11)$$

其中  $k(\omega) = \frac{n\omega}{c}$ 、 $n = n(\omega)$  是折射率為頻率函數。考慮一極窄的脈衝

( $\Delta\omega \ll \omega_0$ )，波向量可以中心頻率  $\omega_0$  作展開：

$$k(\omega) = k(\omega_0) + k'(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}k''(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (2-5-12)$$

$$k(\omega_0) = \frac{\omega}{V_\phi(\omega_0)} \text{、} V_\phi(\omega_0): \text{相速度(Phase velocity)} \quad (2-5-13)$$

$$k'(\omega_0) = \frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{V_g(\omega)} \text{、} V_g(\omega): \text{群速度(group velocity)} \quad (2-5-14)$$

$$k''(\omega_0) = \frac{d^2k}{d\omega^2} = \text{group velocity dispersion } \left(\frac{s^2}{m}\right) \quad (2-5-15)$$

將(2-5-10)、(2-5-12)代入(2-5-11)作展開：

$$\begin{aligned} E(\omega, z) &= E(\omega, 0) \exp\left[-ik(\omega_0)z - ik'(\omega - \omega_0)z - \frac{1}{2}ik''(\omega - \omega_0)^2 z - \dots\right] \\ &= \exp\left[-ik(\omega_0)z - ik'(\omega - \omega_0)z - \left(\frac{1}{4\Gamma_0} + \frac{1}{2}ik''z\right)(\omega - \omega_0)^2 z - \dots\right] \end{aligned} \quad (2-5-16)$$

展開後再對(2-5-16)作反復立業轉換以觀察波型的變化。

$$\begin{aligned} E(z, t) &= \mathfrak{F}^{-1}\{E(\omega, z)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[i\omega t - ik(\omega_0)z - ik'(\omega - \omega_0)z - \left(\frac{1}{4\Gamma_0} + \frac{1}{2}ik''z\right)(\omega - \omega_0)^2 + \dots\right] d\omega \end{aligned}$$

(2-5-17)

(2-5-12)、(2-5-13)代入(2-5-17)

$$\text{並令 } \frac{1}{4\Gamma_0} + \frac{1}{2}ik''z = \frac{1}{\Gamma(z)} \quad (2-5-18)$$

$$\begin{aligned} E(z, t) &= \exp\left[i\omega_0\left(t - \frac{z}{V_\phi(\omega_0)}\right)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\frac{-(\omega - \omega_0)^2}{4\Gamma(z)} + i(\omega - \omega_0)\left(t - \frac{z}{V_g(\omega)}\right)\right] d(\omega - \omega_0) \\ &= \exp\left[i\omega_0\left(t - \frac{z}{V_\phi(\omega_0)}\right)\right] \exp\left[-\Gamma(z)\left(t - \frac{z}{V_g(\omega)}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (2-5-19)$$

$$\text{令 } \xi = 2\Gamma_0 k'' \quad (2-5-20)$$

$$\text{則 } \Gamma(z) = \frac{\Gamma_0}{1 + \xi^2 z^2} - i \frac{\xi z}{1 + \xi^2 z^2} \quad (2-5-21)$$

將(2-5-20)代入(2-5-19)

$$E(z, t) = \exp \left[ i \omega_0 \left( t - \frac{z}{V_\phi(\omega_0)} \right) \right] \exp(A + B) \quad (2-5-22)$$

其中

$$A = -\frac{\Gamma_0}{1 + \xi^2 z^2} \left( t - \frac{z}{V_g(\omega)} \right)^2 = -\Gamma' t'^2 \quad (2-5-23)$$

$$B = i \frac{\xi z}{1 + \xi^2 z^2} \left( t - \frac{z}{V_g(\omega)} \right)^2 = i \phi(t) t'^2 \quad (2-5-24)$$

(4-5-23)為延遲高斯波包(Delayed Gaussian envelop)、(4-5-24)為 chirp，利用(4-5-23)可推導出光在介質中行進一段距離後的脈衝寬度與入射前的脈衝寬度關係式(參考圖 2-7)：

由(4-5-23)

$$\Gamma' = \frac{\Gamma_0}{1 + 4\Gamma_0 k'' z^2} \quad (2-5-25)$$

(2-5-9)代入(2-5-25)可得

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 + \left( \frac{(4 \ln 2) k'' z}{\Delta t^2} \right)^2} = \Delta t \sqrt{1 + \left[ \frac{(4 \ln 2) K''}{\Delta t^2} \right]} \quad (2-5-26)$$

$k''$  稱為 group velocity dispersion ( $[k''] = \frac{fs^2}{m}$ )； $K''$  稱為 group-delay dispersion ( $[K''] = fs^2$ ) 簡稱為 GDD。經由 4-5-1 節所提到的脈衝寬度量測法，首先以空氣為參考(reference)量測雷射脈衝寬度，再量測穿過代測元件的脈衝寬度，此時可得到  $\Delta t$  與  $\Delta t'$ ，再經由(2-5-26)即

可推算出元件的 GDD 值。



### 第三章 基本原理

#### 3-1 光的橢圓偏極態理論及表示法

光波實質上就是電磁波，通常用來描述電磁波要用到四個基本的場向量[8][9]：分別是電場強度 $\vec{E}$ 、電位移密度 $\vec{D}$ 、磁場強度 $\vec{H}$ 、磁通量密度 $\vec{B}$ 。而我們通常用光波電場的時變分布來代表光波的偏振態。假設有光波沿著 z 軸傳播，則電場的振動方向就會落在 x-y 平面。如圖 3-1 電場可以表示為：

$$\vec{E}(z, t) = E_x(z, t)\hat{i} + E_y(z, t)\hat{j} \quad (3-1-1)$$

其中

$$E_x(z, t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t + \delta_x) \quad (3-1-2)$$

$$E_y(z, t) = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta_y) \quad (3-1-3)$$

$k$ :波數(wave number)

$\omega$ :角頻率(angular frequency)

$\delta_x$ 、 $\delta_y$ :x 及 y 方向的電場相位(Phase)

將(3-1-2)及(3-1-3)利用三角函數展開：

$$\frac{E_x(z, t)}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t)\cos \sigma_x - \sin(kz - \omega t)\sin \delta_x \quad (3-1-4)$$

$$\frac{E_y(z, t)}{E_{0y}} = \cos(kz - \omega t)\cos \sigma_y - \sin(kz - \omega t)\sin \delta_y \quad (3-1-5)$$

將(3-1-4)及(3-1-5)合併計算可得：

$$\frac{E_x(z,t)}{E_{0x}} \sin \delta_y - \frac{E_y(z,t)}{E_{0y}} \sin \delta_x = \cos(kz - \omega t) \sin(\delta_y - \delta_x) \quad (3-1-6)$$

$$\frac{E_x(z,t)}{E_{0x}} \sin \delta_y - \frac{E_y(z,t)}{E_{0y}} \sin \delta_x = \cos(kz - \omega t) \sin(\delta_y - \delta_x) \quad (3-1-7)$$

將(3-1-6)及(3-1-7)合併，可得到一個與空間相位和時間無關的方程式：

$$\left( \frac{E_x(z,t)}{E_{0x}} \right)^2 + \left( \frac{E_y(z,t)}{E_{0y}} \right)^2 - 2 \left( \frac{E_x(z,t)}{E_{0x}} \right) \left( \frac{E_y(z,t)}{E_{0y}} \right) \cos \delta = \sin \delta \quad (3-1-8)$$

$$\delta = \delta_y - \delta_x \quad (3-1-9)$$

方程式(3-1-8)為一橢圓方程式的通式，也就是說任何時間電場的軌跡為橢圓形。一般來說，橢圓的長軸與短軸不是在 x 軸及 y 軸上(如圖 3-2)，所以我們利用座標轉換將橢圓的長軸與短軸轉一個角度  $\theta$ ，使的方程式(3-1-8)可以轉換成標準的橢圓方程式。

$$\left( \frac{E'_x}{a} \right)^2 + \left( \frac{E'_y}{b} \right)^2 = 1 \quad (3-1-10)$$

$$E'_x = E_x \cos \theta + E_y \sin \theta \quad (3-1-11)$$

$$E'_y = -E_x \sin \theta + E_y \cos \theta \quad (3-1-12)$$

$$a^2 = E_{0x}^2 \cos^2 \theta + E_{0y}^2 \sin^2 \theta + 2E_{0x}E_{0y} \sin \theta \cos \theta \cos \delta \quad (3-1-13)$$

$$b^2 = E_{0x}^2 \cos^2 \theta + E_{0y}^2 \sin^2 \theta - 2E_{0x}E_{0y} \sin \theta \cos \theta \cos \delta \quad (3-1-14)$$

由(3-1-10)得知電場在時間與空間上的傳播軌跡構成一橢圓形，故稱之為光波的橢圓偏振態。

為了方便描述光波的偏振態，通常利用 $2 \times 1$ 階矩陣來代表電場在 $x$ 方向與 $y$ 方向上的分量，並利用數學上常用的向矢(Phasor)來表示以方便作數學運算，這樣的數學表示方式稱為瓊斯向量(Jones vector)。

$$|E\rangle = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\delta_x} \\ E_{0y} e^{i\delta_y} \end{bmatrix} \quad (3-1-15)$$

一般而言，瓊斯向量只能用來表示純偏振光(pure polarized light)，並不能用來表示非偏振光(unpolarized light)或部分偏振光(partial polarized light)。但是光波大部分為部分偏振光，故需使用史托克參數(Stokes parameter)來表示，且史托克參數在光強度的運算方面較瓊斯向量方便。





## 3-2 史托克參數(Stokes parameters)與穆勒矩陣(Müller matrix)

### 3-2-1 史托克參數與穆勒矩陣

在光為偏振態的情況下，史托克參數與歸一化的瓊斯向量有以下關係式：

$$S_0 = E_x E_x^* + E_y E_y^* = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \quad (3-2-1)$$

$$S_1 = E_x E_x^* - E_y E_y^* = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \quad (3-2-2)$$

$$S_2 = E_x E_y^* + E_y E_x^* = 2E_{0x} E_{0y} \cos \delta \quad (3-2-3)$$

$$S_3 = E_x E_y^* - E_y E_x^* = 2E_{0x} E_{0y} \sin \delta \quad (3-2-4)$$

其中  $\delta = \delta_x - \delta_y$ ，且  $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1$ 。  $S_0$  代表光的總強度，即光偵測器可量到的光強度訊號。  $S_1$  代表線性水平方向或垂直方向的偏振光分量差，  $S_2$  代表線性  $\pm 45^\circ$  方向的偏振光分量差，另外  $S_3$  代表左旋或右旋偏振光的分量差。此外值得注意的是這四個參數皆為實數。

我們通常將史托克參數以一個  $4 \times 1$  階的矩陣來表示，稱為史托克向量(Stokes vector)。

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (3-2-5)$$

而利用這四個參數可以定義出用來分辨光偏振程度的參數，即偏振度(degree of polarization)

$$P = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (3-2-6)$$

$|P|=1$  表示完全偏振 (Pure polarized) ，  $P=0$  表示未偏振 (Unpolarized) ，  $|P|$  介於 0 與 1 之間則代表部分偏振 (Partial polarized) 。表 3-1 為常引用的光偏振態。

穆勒矩陣(Muller matrix)是一個 $4 \times 4$ 的矩陣，用來表示光學元件的傳導矩陣，主要架構建立在史托克參數上。當一入射光入射光學元件時，元件本身帶有的光學特性會改變光的偏振狀態，出射光的史托克參數會與入射光的史托克參數存在一個線性的關係：

$$\begin{aligned} S'_0 &= a_{11}S_0 + a_{12}S_1 + a_{13}S_2 + a_{14}S_3 \\ S'_1 &= a_{21}S_0 + a_{22}S_1 + a_{23}S_2 + a_{24}S_3 \\ S'_2 &= a_{31}S_0 + a_{32}S_1 + a_{33}S_2 + a_{34}S_3 \\ S'_3 &= a_{41}S_0 + a_{42}S_1 + a_{43}S_2 + a_{44}S_3 \end{aligned} \quad (3-2-7)$$

我們用一個 $4 \times 4$ 的矩陣(M)來結合入射史托克向量( $S$ )與出射光史托克向量( $S'$ )來描述這個線性關係。

$$S' = A \cdot S \Rightarrow \begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (3-2-8)$$

其中矩陣  $A$  稱之為元件的穆勒矩陣。本實驗將著重使用波板的穆勒矩陣，其一般型式如下：

$$A(\Gamma, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(2\theta) + \cos\Gamma \sin^2(2\theta) & (1 - \cos\Gamma) \sin(2\theta) \cos(2\theta) & \sin\Gamma \sin(2\theta) \\ 0 & (1 - \cos\Gamma) \sin(2\theta) \cos(2\theta) & \sin^2(2\theta) + \cos\Gamma \cos^2(2\theta) & -\sin\Gamma \cos(2\theta) \\ 0 & -\sin\Gamma \sin(2\theta) & \sin\Gamma \cos(2\theta) & \cos\Gamma \end{bmatrix}$$

(3-2-9)

$\Gamma$  為相位延遲， $\theta$  為光軸方位角。當路徑中有數個波板或其他光學元件，則出射光的史托克向量可表示如下：

$$S_{out} = A_n \cdot \dots \cdot A_3 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot S_{in} \quad (3-2-10)$$

其中  $S_{out}$  為出射光的史托克向量， $S_{in}$  為入射光的史托克向量而  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  各為相對應的偏光元件之穆勒矩陣。



### 3-2-2 邦加球(Poincaré sphere) 1896

由式子(3-2-6)，歸一化的史托克參數介於-1 到 1 之間，任何極化狀態皆可介由單位史托克向量呈現在單位球體上，所有不同極化狀態皆可在球體面上找到一個相對應的點，這個極化球稱之為邦加球(如圖 3-3)。是由 H. Poincaré 在 1892 年所提出[10]。以下簡述一些常見極化狀態在邦加球上的對應點。

1. 邦加球上的南極和北極分別代表左旋圓偏振與右旋圓偏振狀態。
2. 所有不同的線偏振接分布在赤道上，例如水平偏振位於  $+s_1$  軸

上，垂直偏振則位於 $-s_1$ 軸上。另外 $\pm 45^\circ$ 線偏振則各位於 $+s_2$ 、 $-s_2$ 軸上。

3. 橢圓偏振分為左旋與右旋，所有左旋偏振位於北半球，反之，右旋偏振則位於南半球。

本實驗製作消色差波板的基本概念即建立在邦加球上。如圖 3-4 所示，入射光(偏振狀態 P)正向入射通過一波板(相位延遲 $\Gamma$ ，方位角 $\theta$ )，出射光的偏振狀態為 Q。此時 P 會以 $\sigma$ 作為旋轉軸(與 $+s_1$ 軸夾 $2\theta$ 角)逆時針旋轉 $\Gamma$ 即可得到出射光的偏振狀態 Q 在邦加球上的位置。但是對一單一波板而言，相位延遲是一個與波長成反比的函數(式 1-1-1)，對於不同頻率的人射光，其出射光的偏振態將不相同。因此以數個波板組合的方法，來消除其對頻率的相依性(圖 3-5)。

圖 3-6 為一水平偏振光入射，出射光為右旋偏振光，我們希望利用圖 3-6 設計消色差四分之一波長板[11](比較圖 1-1 光通過四分之一波長板的行為)，以一個二分之一波長板(800nm)與四分之一波長板(800nm)所組成。圖 3-7 則為偏振光經由三片二分之一波長板(800nm)偏振狀態改變示意圖(入射光為水平偏振，出射光為垂直偏振)，我們利用此圖設計消色差二分之一波長板(比較圖 2-1 光經過二分之一波長板的行為)。

### 3-3 波板的瓊斯矩陣(Jones matrix)與數學軟體(MathCad)計算

經由 3-2 節的介紹，消色差波板的基本藍圖基本上已經具備了。本章將近一步利用數學軟體(MathCad)以瓊斯矩陣計算消色差波板的相位延遲。

由式子(2-3-12)可得到波板瓊斯矩陣的一般型式：

$$M = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) - i \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos 2\theta & -i \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \sin 2\theta \\ -i \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \sin 2\theta & \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (3-3-1)$$

其中 $\Gamma$ 為波板的相位延遲， $\theta$ 為波板短軸的方位角。這樣的瓊斯矩陣為一單一化矩陣，因此滿足下列關係式：

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ -B^* & A^* \end{bmatrix} \quad (3-3-2)$$

$$A = \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) - i \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos 2\theta \quad (3-3-3)$$

$$B = -i \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \sin 2\theta \quad (3-3-4)$$

這樣的關係式再數個瓊斯矩陣相乘後依然存在，並且相位延遲跟矩陣元素的關係式如下：

$$\tan^2\left(\frac{\Gamma}{2}\right) = \frac{|\text{Im } A|^2 + |\text{Im } B|^2}{|\text{Re } A|^2 + |\text{Re } B|^2} \quad (3-3-5)$$

接著利用數學軟體模擬消色差波板的相位延遲。利用 MathCad，我們寫下總瓊斯矩陣，接著輸入每片波板的相位延遲以即每片波板慢軸的方位角，就利用式(3-3-5)輸出得到相位延遲對波長的關係。以下分別是消色差四分之一波長板[11]與二分之一波長板數學程式模擬的

結果。

消色差四分之一波長板：

輸入：

$$M = M_1 \cdot M_2$$

$$\Gamma_1(\lambda) = \pi \times \frac{800}{\lambda} \quad \Gamma_2(\lambda) = \frac{\pi}{2} \times \frac{800}{\lambda}$$

$$\theta_1 = 15^\circ \quad \theta_2 = 75^\circ$$

輸出：

$$\text{總相位延遲 } \Gamma(\lambda) = \frac{1}{2} \arctan \sqrt{\frac{|\text{Im } A|^2 + |\text{Im } B|^2}{|\text{Re } A|^2 + |\text{Re } B|^2}}$$

最後得到相位延遲與波長的關係如圖 3-8，在  $\pm 200\text{nm}$  內最大誤差為

7.96%。

消色差二分之一波長板：

輸入：

$$M = M_1 M_2 M_3$$

$$\Gamma_1(\lambda) = \pi \times \frac{800}{\lambda} \quad \Gamma_2(\lambda) = \pi \times \frac{800}{\lambda} \quad \Gamma_3(\lambda) = \pi \times \frac{800}{\lambda}$$

$$\theta_1 = 15^\circ \quad \theta_2 = 75^\circ \quad \theta_3 = 15^\circ$$

輸出：

$$\text{總相位延遲 } \Gamma(\lambda) = \frac{1}{2} \arctan \sqrt{\frac{|\text{Im } A|^2 + |\text{Im } B|^2}{|\text{Re } A|^2 + |\text{Re } B|^2}}$$

最後得到相位延遲與波長的關係如圖 3-9，在  $\pm 200\text{nm}$  內最大誤差為

8%。



## 第四章 實驗結果與分析

### 4-1 實驗結果

#### 4-1-1 單一液晶樣品的操作電壓

在本實驗中，消色差二分之一波長板需由三片二分之一波長板組成；消色差四分之一波長板由一片二分之一波長板及一片四分之一波長板組成。經過 2-1、2-2 節步驟液晶樣品製作完成後，我們利用波長 800nm 單頻雷射光在 crossed polarizer 下對液晶樣品(液晶長軸方向與 polarizer 穿透軸夾 45 度)加電壓量測穿透率。所施加的電壓頻率為 1kHz 之方波、施加電壓範圍為 0.1Volt 到 10Volt、並且以 0.1Volt 為間距量取訊號。圖 4-1、4-2、4-3 分別為樣品一、二、三歸一化光強度與施加電壓的關係圖。此時利用式 2-3-16 可以將圖形轉換為相位延遲與施加電壓關係圖(4-4、4-5、4-6)。由此關係圖可得操作在四分之一波長板時施加的電壓分別為樣品一 2.78Volt、樣品二 3.04Volt、樣品三 3.67Volt；操作在二分之一波長板所施加電壓分別為樣品一 1.9Volt、樣品二 2Volt、樣品三 2.4Volt。另利用式 1-2-2 可算得樣品厚度分別是樣品一 3.49  $\mu\text{m}$ 、樣品二 3.43  $\mu\text{m}$ 、樣品三 5.26  $\mu\text{m}$ 。

## 4-1-2 消色差波板相位延遲量測結果

我們調整圖 1-9 中的 slit 改變雷射波長並利用 2-4 節所提到的系統以單頻模式(cw mode)量測消色差波板在不同光波長下的相位延遲。圖 4-7 顯示在波長 800nm 之下由於參考光與測試光相位延遲相差  $\pi$ ，在相同對應電壓下其中一道光的峰值(谷值)會是另一道光的谷值(峰值)。圖 4-8、4-9 為波長 740nm 與 850nm 的情況，亦符合上述之特性。這樣的結果符合式 2-4-1 與式 2-4-2。

接著我們改變波長重複相同實驗，並利用式 2-4-3 得到不同波長對相位延遲的關係如圖 4-10，圖中並且包含消色差二分之一波長板與單片二分之一波長板之相位延遲與波長關係。圖中顯示實驗值與消色差二分之一波長板理論值頗為符合。

消色差四分之一波長板方面，系統所量測到的測試光訊號如圖 4-11。由圖可看出，訊號的最小值變不會趨近 0。我們研判量到的訊號並非如同式 2-4-2 般。進一步的討論，我們將留待 4-2 節利用瓊斯矩陣(Jones Matrix)以解決目前問題。

## 4-1-3 脈衝寬度量測結果

本實驗所使用的液晶樣品其玻璃基板為勝華科技提供，厚度



為 1.113mm。我們利用 2-5 節提到的脈衝寬度量測系統及原理，量測出脈衝雷射經過基板及元件後脈衝寬度的變化，並且利用式 2-5-25 計算出 GDD 值如表 4-1。其中液晶層厚度為  $24\ \mu\text{m}$ ，配向膜為 PI(Nissan 130B)，所灌液晶為 E7。樣品擺設方面，我們令液晶長軸垂直於入射光的偏振方向。在此我們更進一步利用表 4-1 的數據計算出液晶(E7)的  $n_o$  所造成的材料色散(material dispersion) 之 GDD 值。

$$K''(E7) = 205.21 - 2 \times 97.48 = 10.25(\text{fs}^2) \quad (4-1-1)$$

本實驗所使用樣品之液晶層厚度約  $3\sim 5\ \mu\text{m}$ ，其 GDD 值比起厚度為  $24\ \mu\text{m}$  的液晶層要小的多。最後推算出消色差四分之一波長板基板的 GDD 值為  $398.92\text{fs}^2$ ，消色差二分之一波長板基板的 GDD 值為  $584.88\text{fs}^2$ 。由此 GDD 值，只要知道入射光的脈衝寬度，即可大約推算光經過元件後的脈衝寬度。

最後我們比較將數個電控液晶樣品操作在消色差波長板與零階非消色差波長板下，比較脈衝雷射經過元件後脈衝寬度的變化情形。首先脈衝雷射經過元件前的脈衝寬度為  $61.84\text{fs}$ ，由上段所得基板 GDD 值推估脈衝雷射經過消色差四分之一波長板後脈衝寬度約  $64.06\text{fs}$ ；經過消色差二分之一波長板則為  $66.90\text{fs}$ 。最後實驗結果則如表 4-2，與預測結果相去不遠且消色差波長板脈衝

寬度變寬情形較非消色差波長板來的小。

## 4-2 實驗討論及分析

前一節中，我們已經成功的量測出消色差二分之一波長板之相位延遲與波長的關係，並且確認在波長 740nm~850nm 之間相位延遲幾乎不隨波長的改變而有所不同。也利用了脈衝寬度的量測系統，量測並算出樣品基板的 GDD 值。4-1-3 節的最後更是得到了脈衝光經過消色差波長板比零階非消色差波長板脈衝變寬的程度要來的小的結果。

但是另一方面，消色差四分之一波長板之相位延遲量測並沒有得到我們所預期的結果即式 2-4-2。此節，我們將利用瓊斯矩陣 (Jones Matrix) 找出問題所在。

首先，我們從最原始的系統下手(圖 2-3)。參考光的部分依舊滿足式 2-4-1，我們就測試光依序寫下光的瓊斯向量及矩陣(參考圖 4-12)。光經過穿透軸為 x 軸的偏振片後，其瓊斯向量訂為  $J_{in}$ ，最後經過穿透軸為 y 軸的偏振片，瓊斯向量訂為  $J_{out}$ 。他們之間的關係如下：

$$J_{out} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} M_Q M_H M_M J_{in} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{(i + \sqrt{3})\cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) + (-i + \sqrt{3})\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right)}{2} \end{bmatrix}$$

(4-2-1)

其中  $J_{in} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 、 $M_M$  為 modulator 的瓊斯矩陣、 $M_H$  為 HWP 的瓊斯矩陣、 $M_Q$  為 QWP 的瓊斯矩陣。

得到  $J_{out}$  即可算出測試光的光強度  $I_t$ ：

$$I_t = J_{out} J_{out}^+ = \frac{1}{4} (2 - \sin \Gamma) \neq \sin^2 \left( \frac{\Gamma + \frac{\pi}{2}}{2} \right) = \frac{1}{2} (1 + \sin \Gamma) \quad (4-2-2)$$

由上式可確認我們所量到的訊號類似不等式左式，最小值不會趨近 0，最小與最大值比約 1:3，並非我們所預期的不等式右式。我們發現問題出在 Modulator 所擺的位置，當其置於待測四分之一波長板前時，會改變一開始的水平偏振使其變為橢圓偏振，如此便與我們的邦加球起始偏振相左(圖 3-7)。我們將 Modulator 的位置放在代測消色差四分之波板後(圖 4-13)再作一次瓊斯矩陣計算。

$$J_{out} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} M_M M_Q M_H J_{in} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{(i + \sqrt{3}) \left( \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \right)}{2} \end{bmatrix} \quad (4-2-3)$$

$$I_t = J_{out} J_{out}^+ = \frac{1}{2} (1 + \sin \Gamma) = \sin^2 \left( \frac{\Gamma + \frac{\pi}{2}}{2} \right) = \frac{1}{2} (1 + \sin \Gamma) \quad (4-2-4)$$

到此我們得到式 4-2-4 與式 2-4-2 完全相同。

## 第五章 結論與未來展望

在不考慮材料異向性所造成的色散情況下，波長板的相位延遲與入射光波長之間依然有著反比的關係。我們的實驗目的就是要以組合式波長板的方式消除上述彼此間的關係。在本實驗中，成功的架設出一套量測組合式波長板之相位延遲的光學系統。其量測的結果與我們利用瓊斯矩陣計算的結果是一致的。

本實驗所設計之元件，將會應用在超快雷射系統中。因此我們也量測了超短脈衝雷射光通過元件後脈衝寬的改變情形。我們也比較了非消色差波長板與消色差波長板的結果，成功證實了，超短脈衝雷射光經過我們所設計的消色差波長板後，脈衝寬度比經過非消色差波長板要窄。



本實驗中所設計之消色差波長板中，二分之一波長板由三片波長板組成、四分之一波長板由兩片波長板組成。未來我們希望能夠設計出由三片波長板組成的四分之一波長板，如此便能充分利用到液晶可調變的特性，達到二分之一波長板與四分之一波長板可互換的消色差波長板。

## 參考文獻

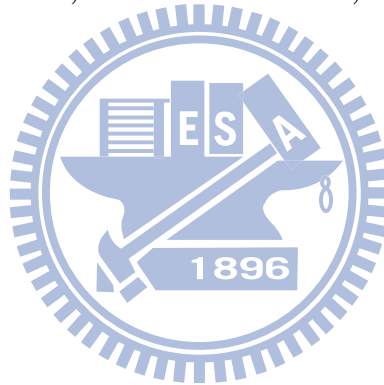
- [1]F. Reinitzer, Z. Phys. Chem., 9, 241(1888).
- [2]O. Lehmann, Z. Phys. Chem., 4, 262(1889).
- [3]Claude Rulliere, “Femtosecond Laser Pulses Principles and Experiment” , New York, NY : Springer Science+Business Media Inc., 2005.
- [4]J. C. Diels and W. Rudolph, “Ultrashort Laser Pluse Phenomena” , Academic press, 1996.
- [5]Jorg Schirmer, Theodor Schmidt-Kaler, “Liquid Crystal Phase Retarder with Broad Spectral Range” , Optics Communications, 176(2000) 313-317
- [6]Pochi Yeh, and Claire Gu, “Optics of Liquid Crystal Display” , A Wiley Interscience Publication, New York, 1999.
- [7]Lih-Horng Shyu, Chieh-Li Chen, and Der-Chin Su, “Method for measuring the retardation of a wave plate,” Appl. Opt. Vol. 32, Issue 22, pp. 4228-4230 (1993).
- [8]E. Collet, “Polarized Light” Marcel Dekker, New York, 1992.
- [9]R.M.A. Azzam, N.M. Bashara, “Ellipsometry and Polarized Light” , North-Holland, Amsterdam, 1977.
- [10]H. Poincare, “Theorie Mathematique de la Lumiere” , Gauthiersvillars,

Paris, 1892.

[11]Jean-Baptiste Masson, Guilhem Gallot, “Tereahertz Achromatic quarter-wave plate” , Optics Letters, Vol. 31, No. 2, January 15, 2006.

[12]K. Naganuma, K. Mogi, and H. Yamada, “General method for ultrashort light pulse chirp measurement,” IEEE J. Quantum Electron. 25, 1225-1233 (1989)

[13]Rick Trebino, “Frequency-Resolved Optical Gating: The Measurement of Ultrashort Laser Pulses,” Academic Press, Kluwer, 2000.



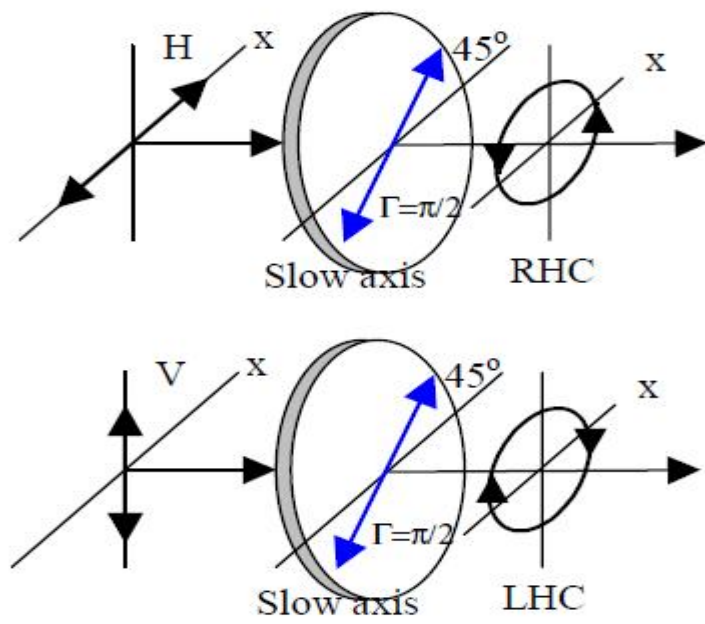


圖 1-1 四分之一波板偏振轉移

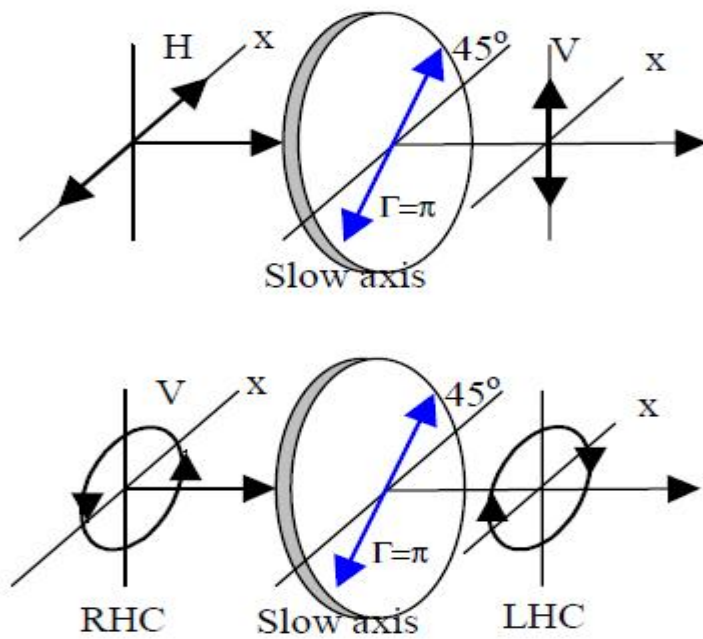


圖 1-2 二分之一波板偏振轉移

# 向列型液晶態(Nematics)

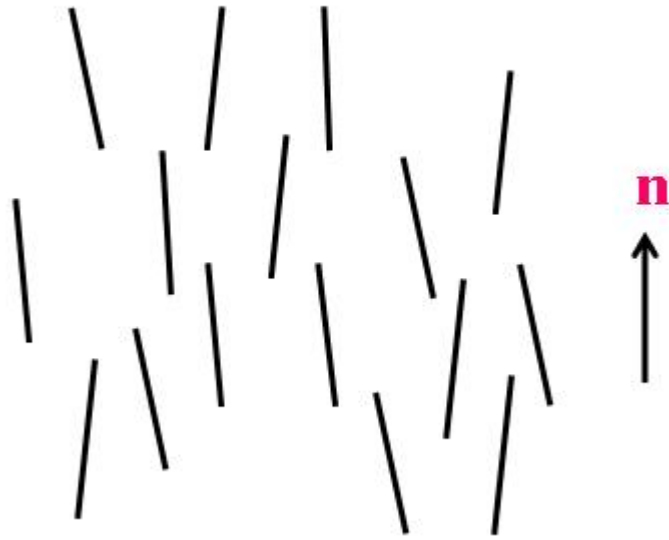
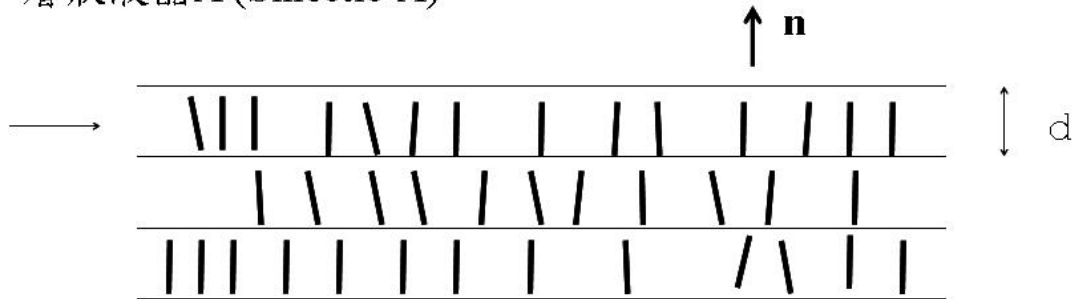


圖 1-3 向列型液晶

: n 為液晶平均方向矢(director)

## 層狀液晶A (Smectic A)



## 層狀液晶C (Smectic C)

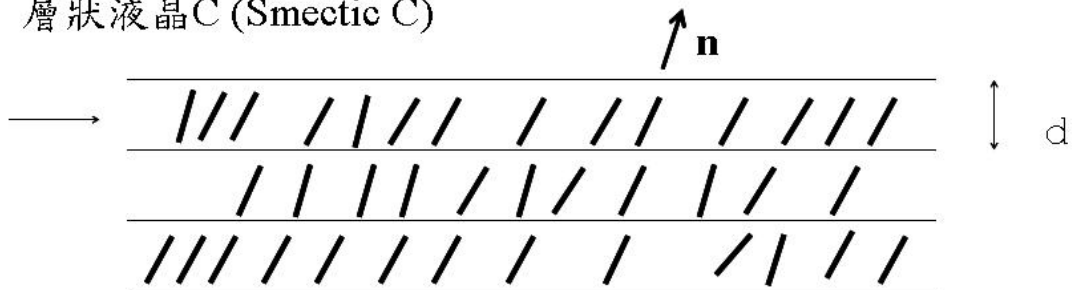


圖 1-4 層列型液晶

: n, director ; d, 單層液晶厚度



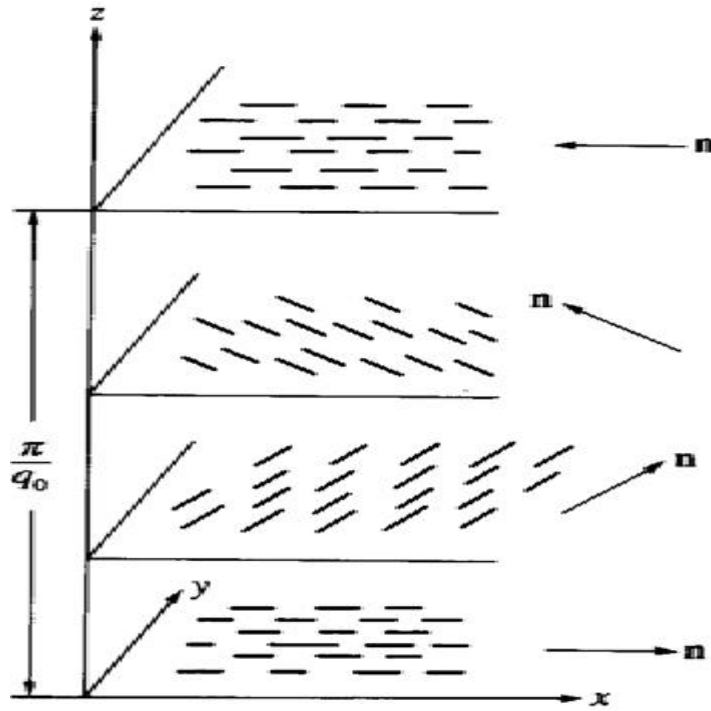


圖 1-5 膽固醇型液晶

:  $n$ , director ;  $q_0$ , pitch

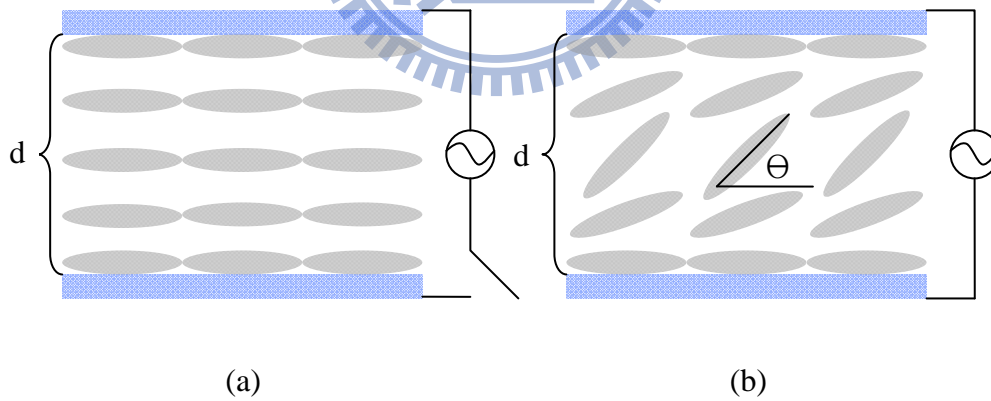


圖 1-6 液晶分子在樣品中的排列 : (a)樣品尚未外加電壓液晶分子平行基板排列 ; (b)樣品外加電壓液晶分子開始順著電場方向排列而偏離基板

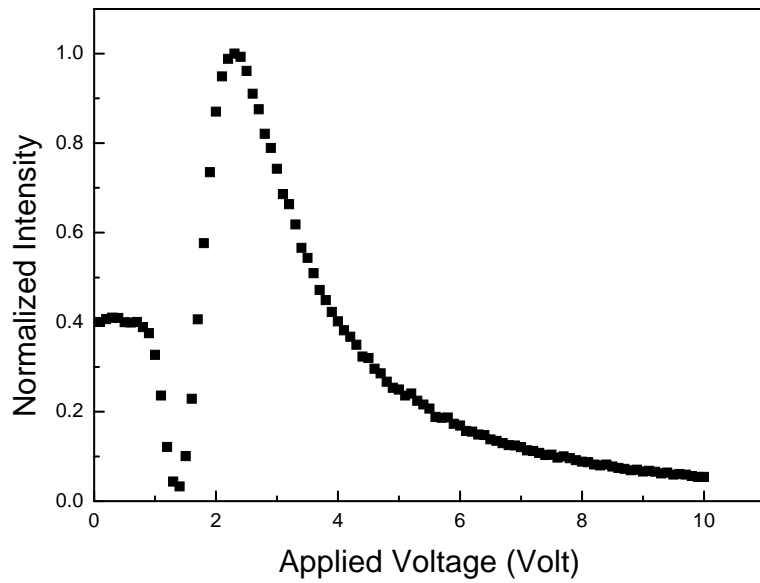


圖 1-7 對液晶樣品加電壓與歸一化穿透光強度對應圖

(此樣品所填充的液晶為E7,  $\Delta n = 0.247$ , 厚度約  $4 \mu m$ , 波長  $800 nm$ )

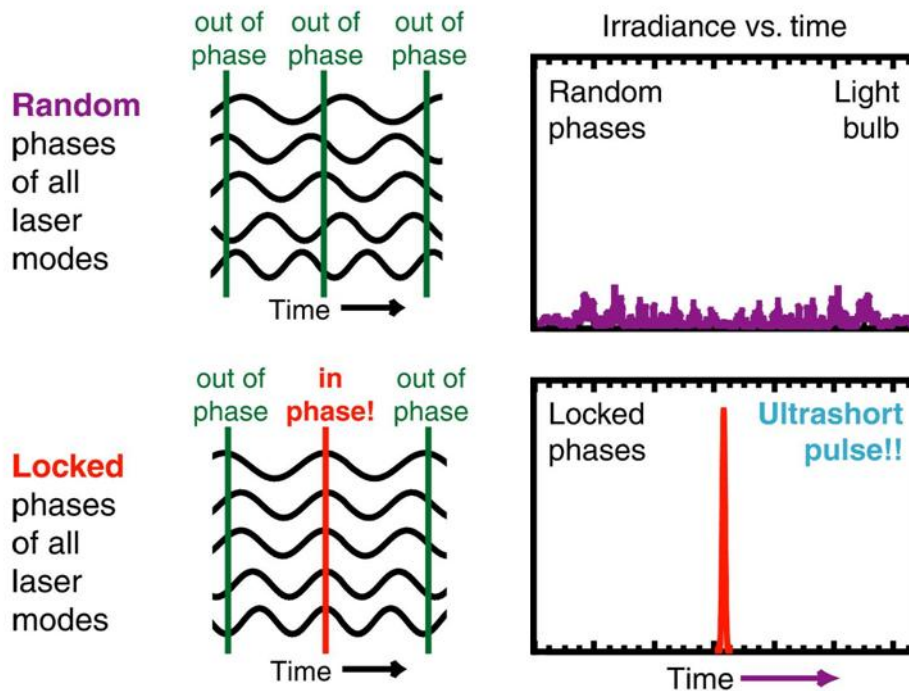


圖 1-8 雷射鎖模

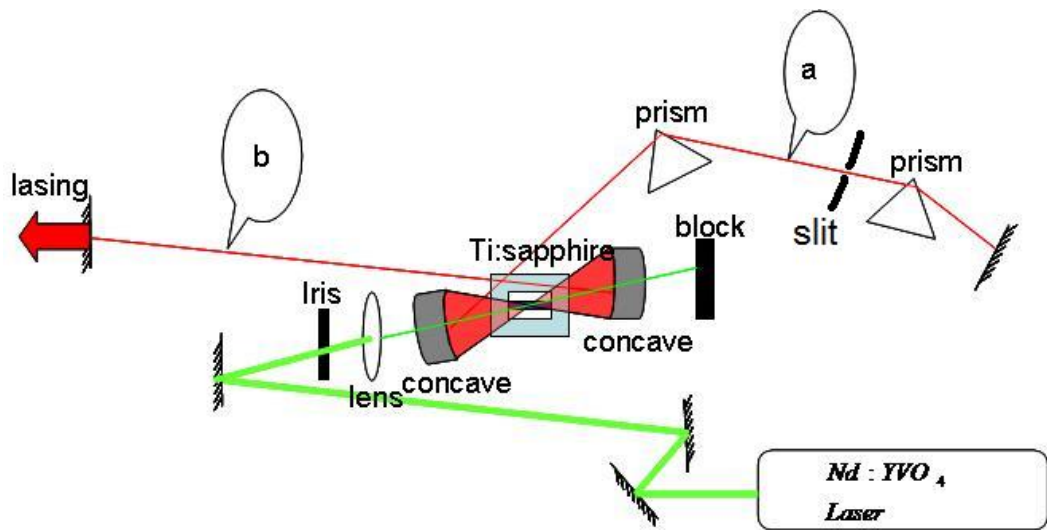


圖 1-9 超快雷射系統示意圖

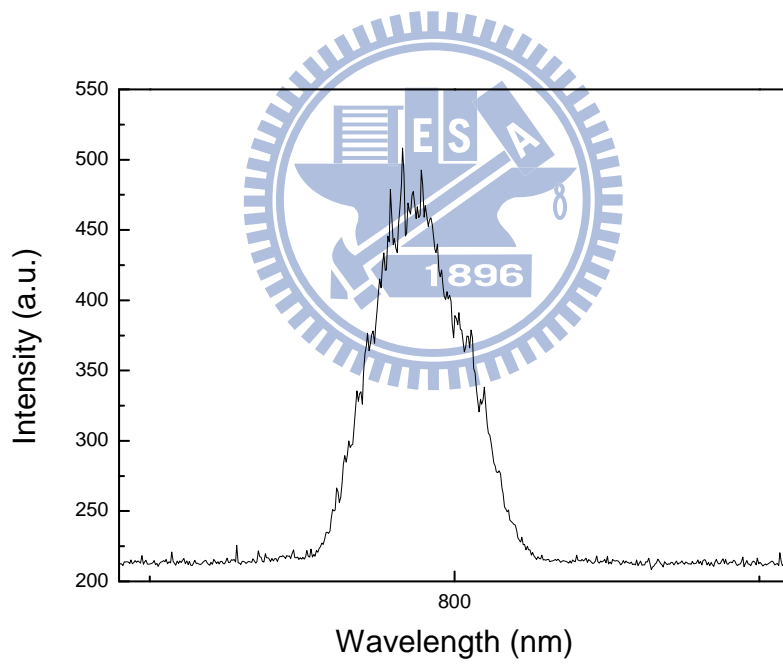


圖 1-10 超快雷射頻譜圖

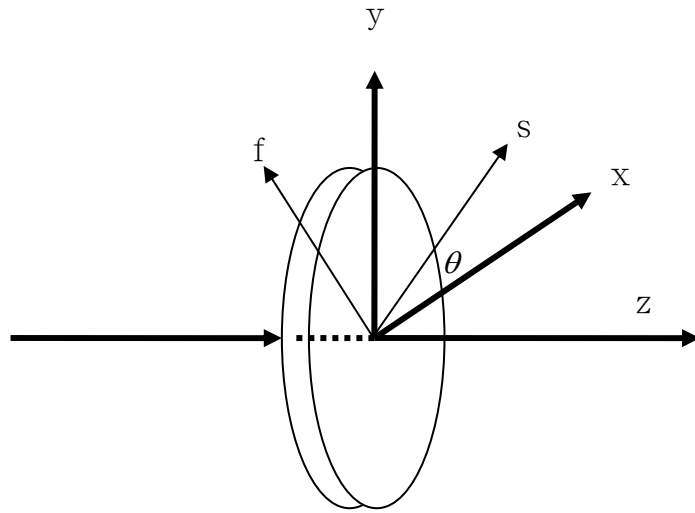


圖 2-1 具有方位角  $\theta$  的液晶樣品

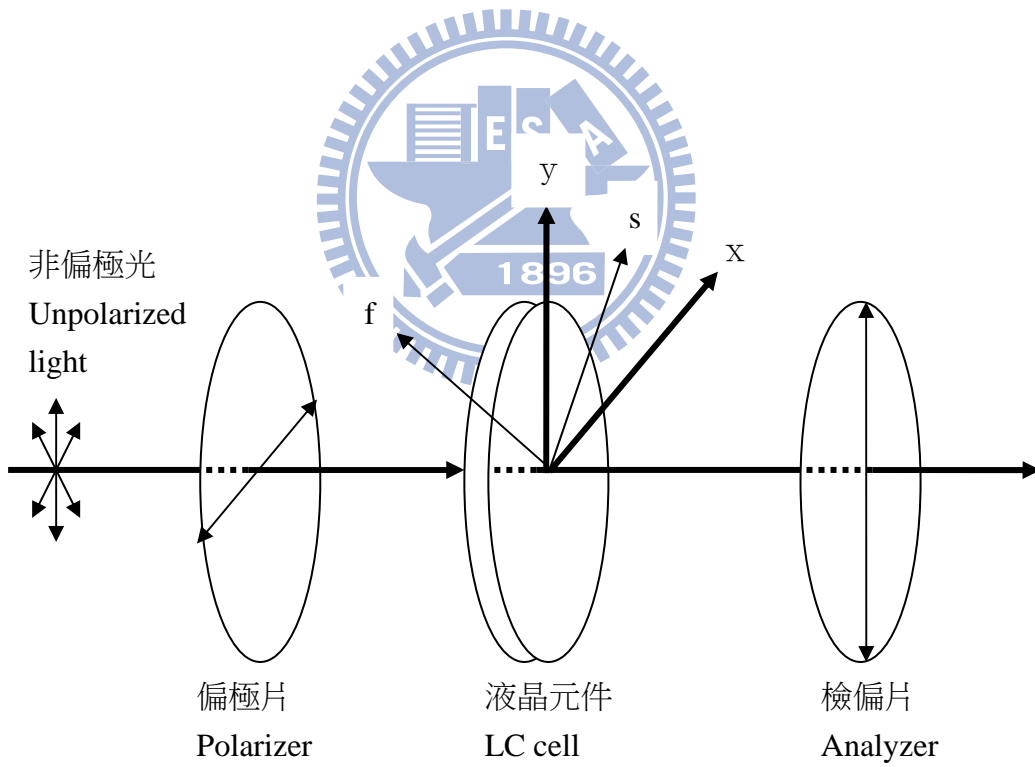


圖 2-2 穿透率量測示意圖

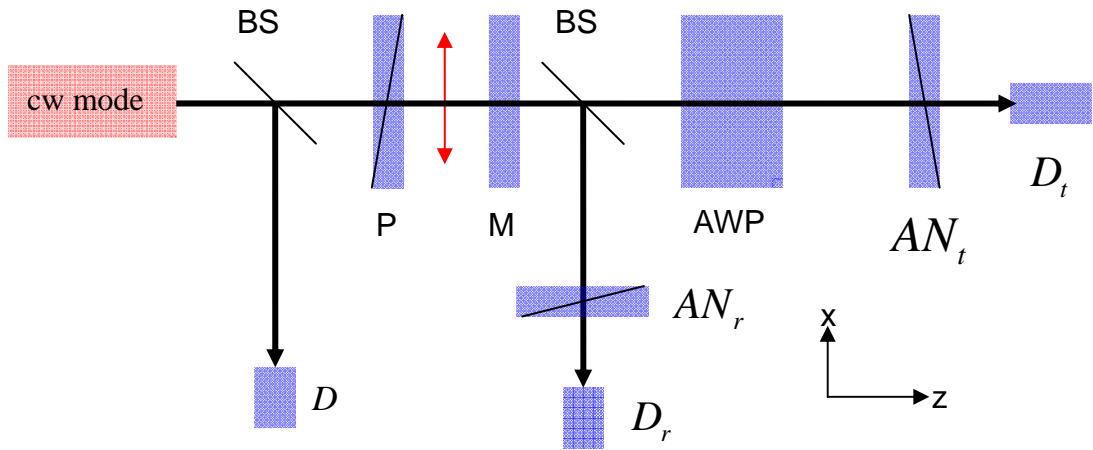


圖 2-3 相位延遲量測系統

: BS, beam splitter ; P, polarizer ;  $AN_r$ 、 $AN_t$ , analyzer ; M, modulator ;

AWP, achromatic wave plate ;  $D$ 、 $D_r$ 、 $D_t$ , detector

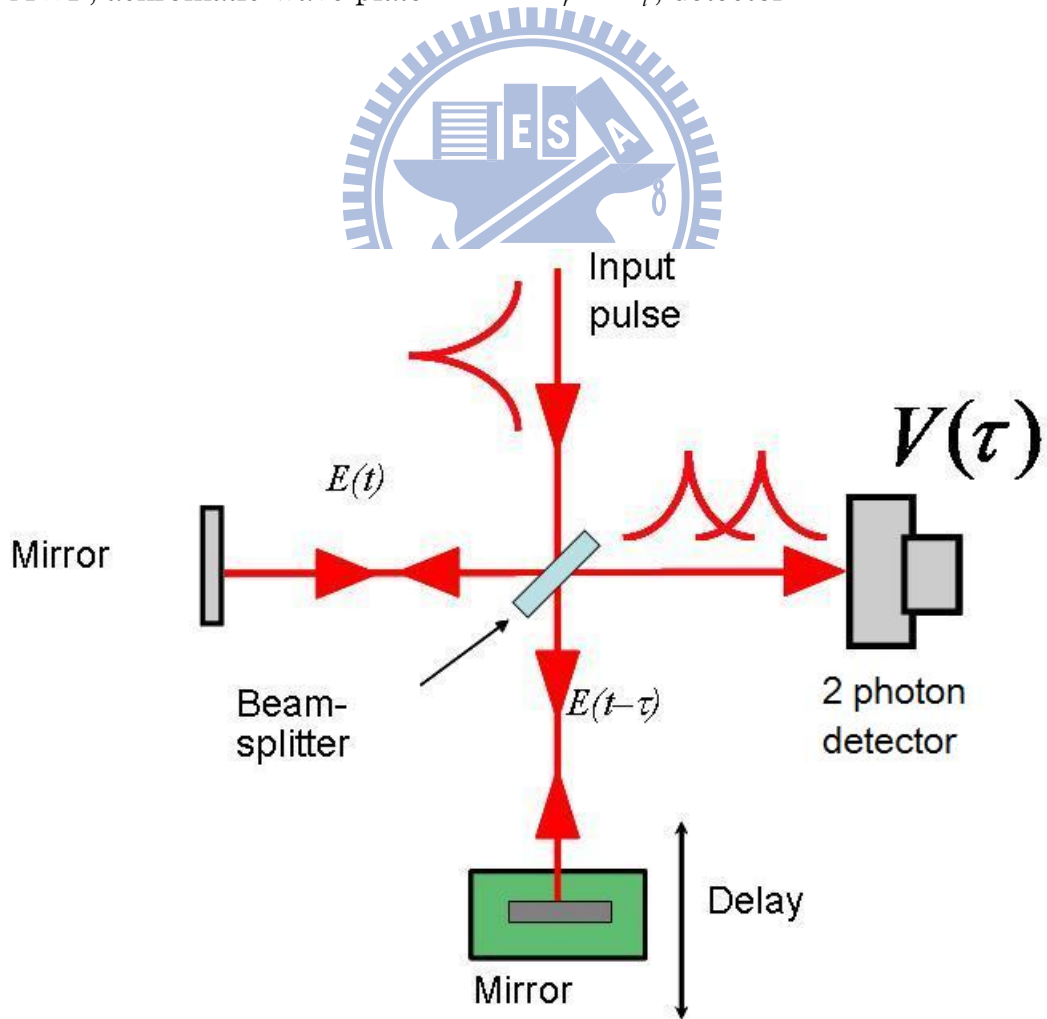


圖 2-4 脈衝寬度量測裝置(干涉式 autocorrelation)

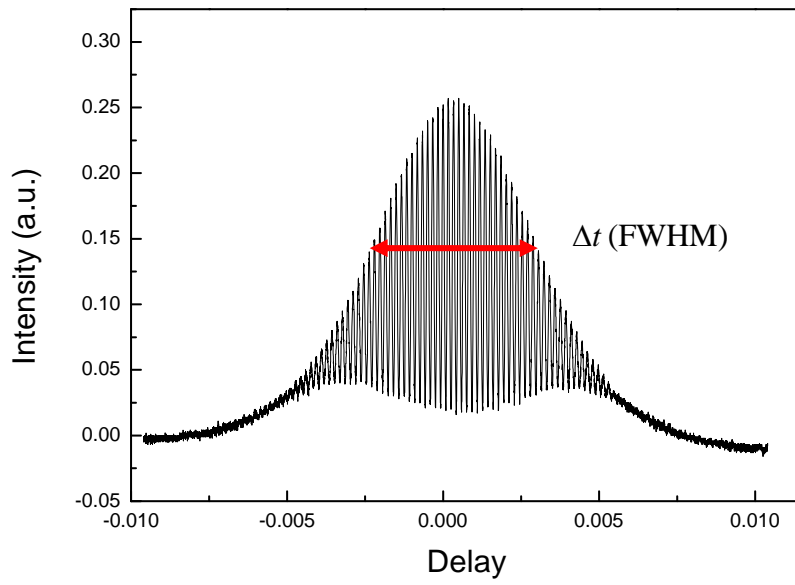


圖 2-5 干涉式 autocorrelation 量測訊號圖

:  $\Delta t$ , FWHM(full width half maximum)

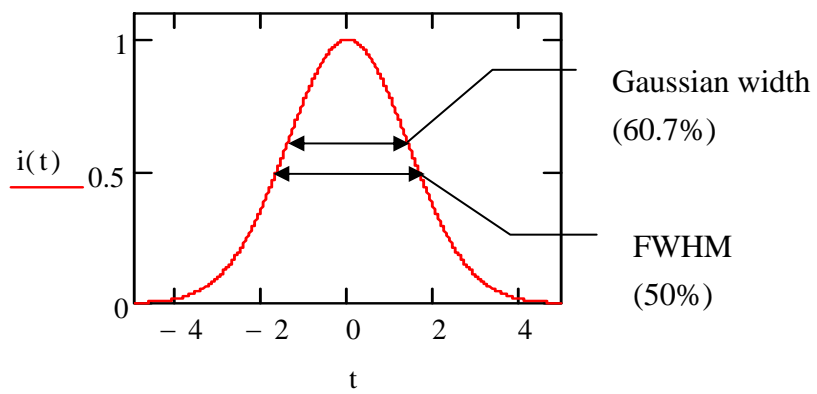


圖 2-6 高斯波的脈衝寬度

: 高斯寬度與半高寬

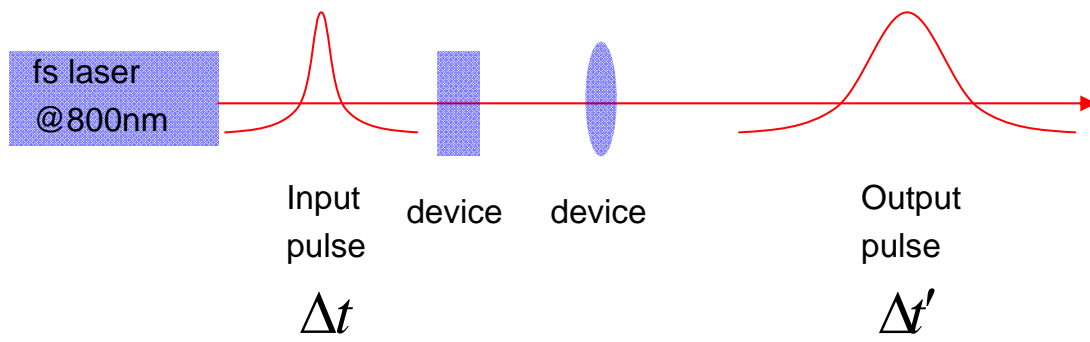


圖 2-7 脈衝經過介質後脈衝寬度變化示意圖

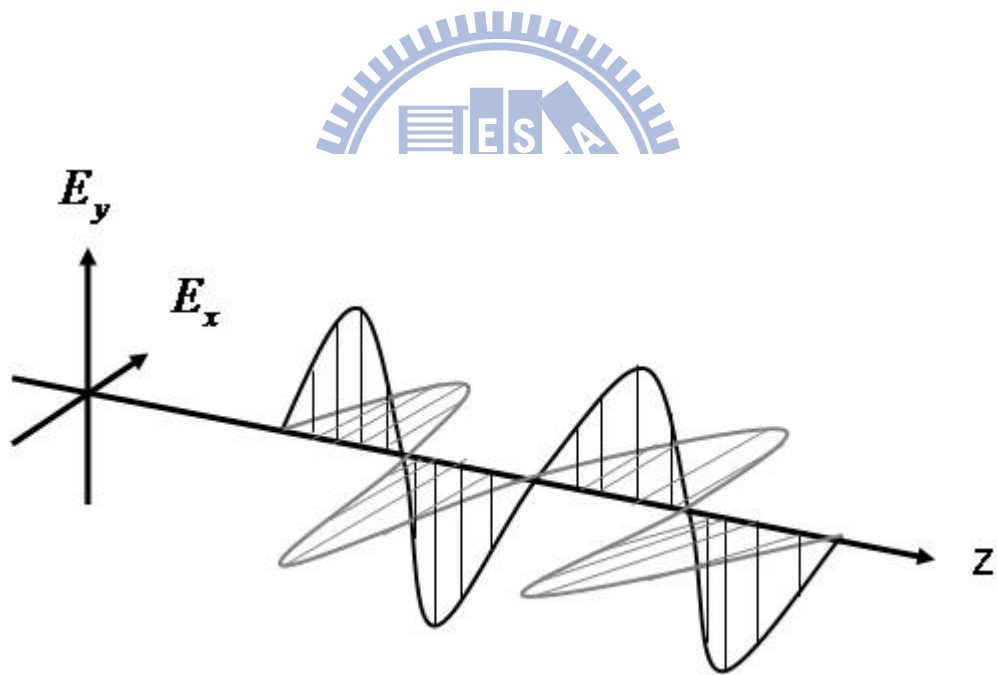


圖 3-1 電磁波傳播示意圖

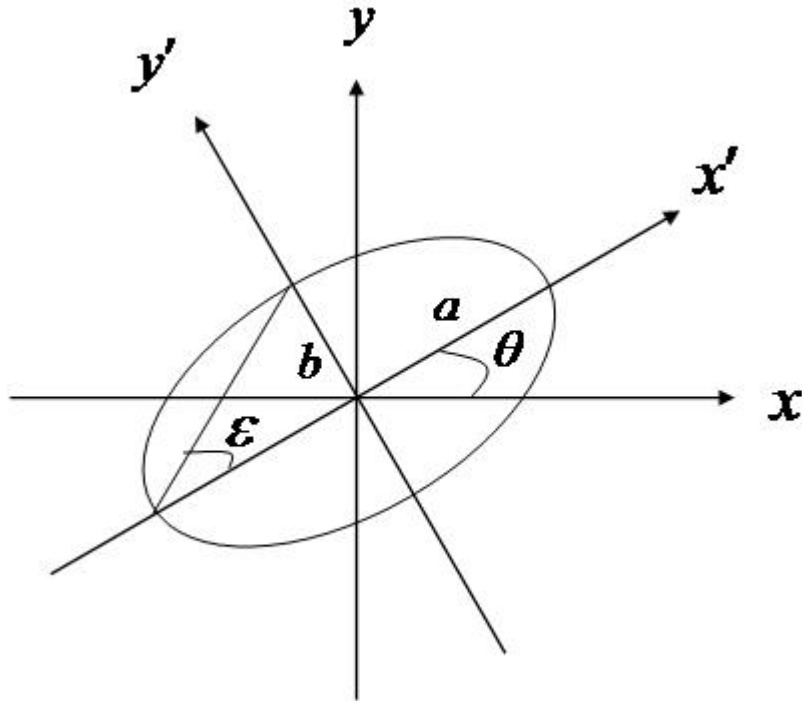


圖 3-2 橢圓偏振光

:  $a$ , 橢圓長軸 ;  $b$ , 橢圓短軸 ;  $\theta$ , 橢圓傾角(Orientation angle) ;

$\epsilon = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$ , 橢圓率

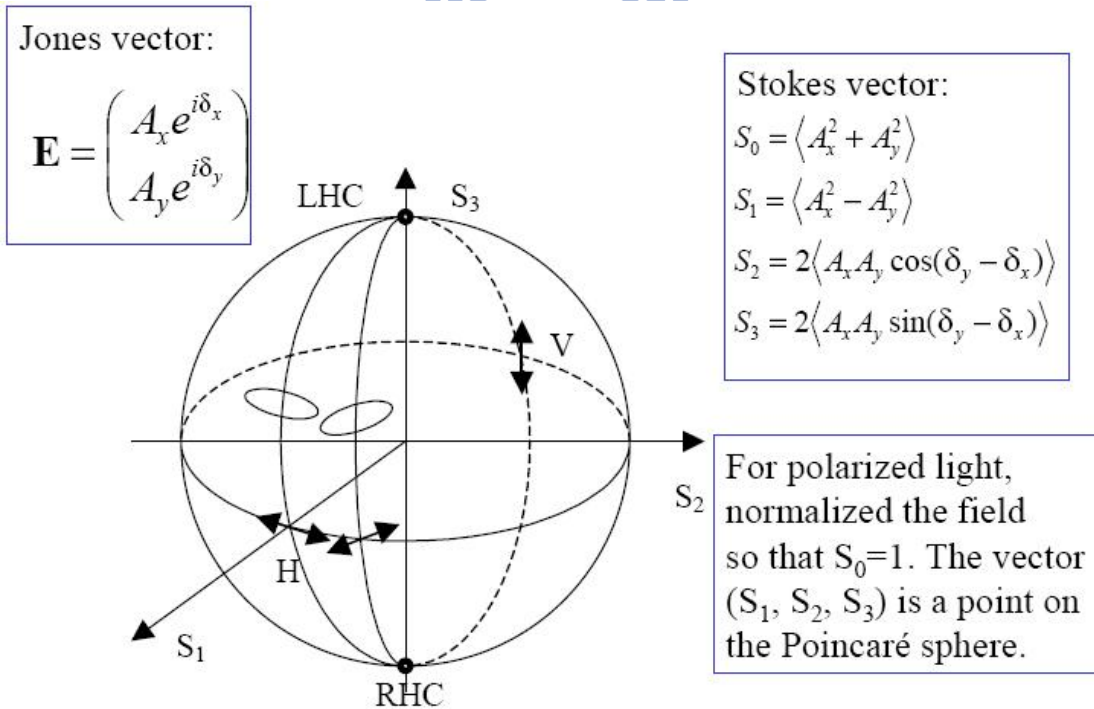


圖 3-3 邦加球



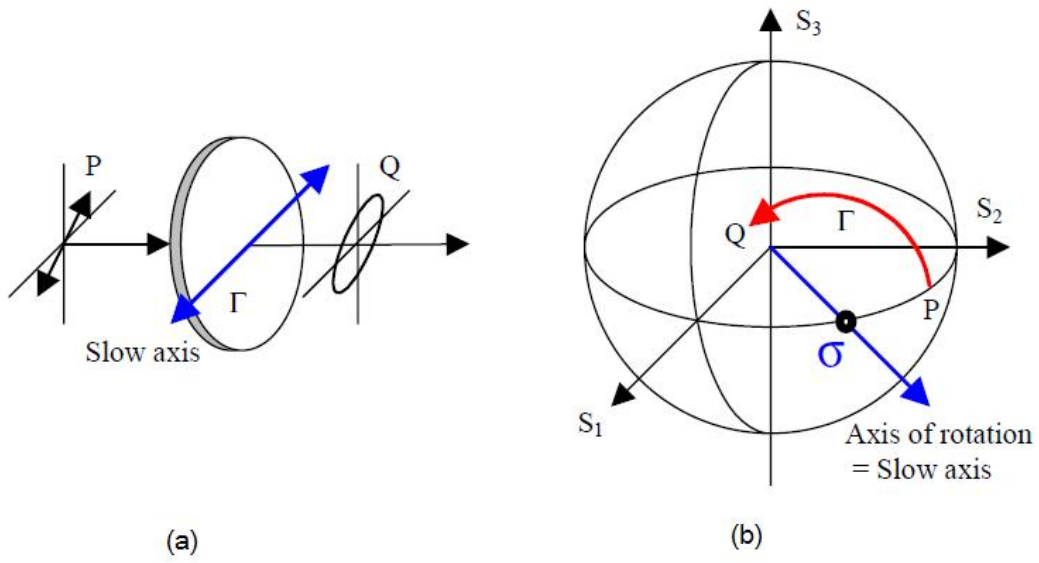


圖 3-4 偏振光受波板作用情形

(a) 偏振光通過波板示意圖；(b) 偏振態在邦加球上變化

$$\Gamma(450\text{ nm})=0.61\pi$$

$$\Gamma(550\text{ nm})=0.5\pi$$

$$\Gamma(650\text{ nm})=0.42\pi$$

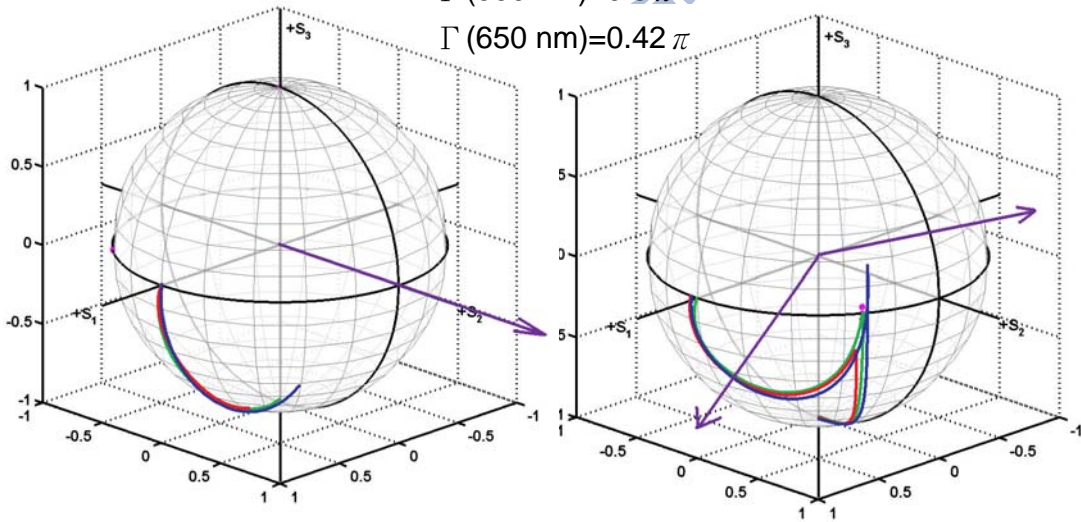


圖 3-5 解決波板對波長的相依性

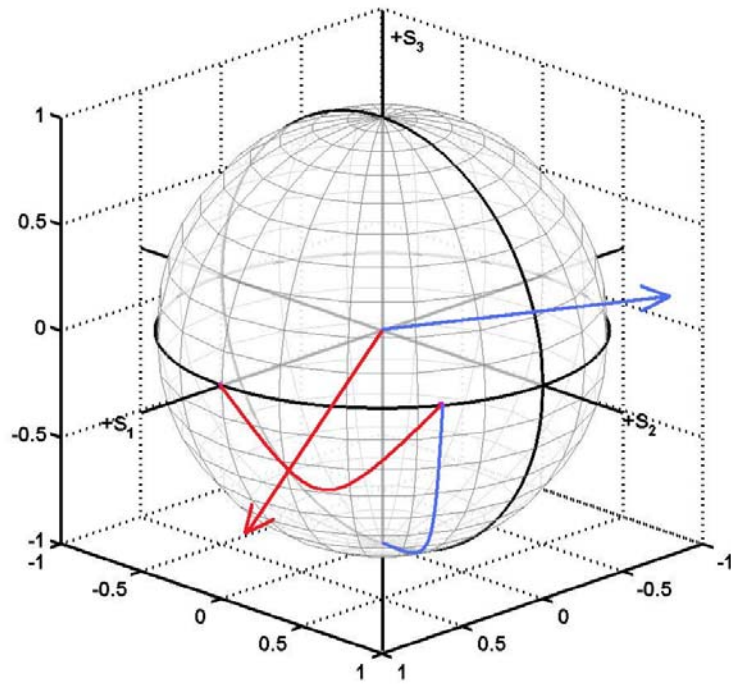


圖 3-6 消色差四分之一波長板邦加球示意圖

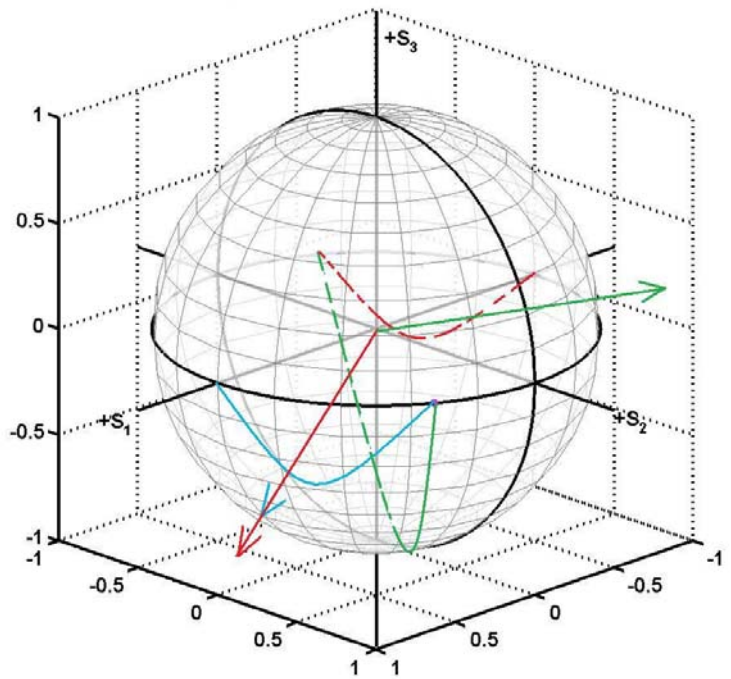


圖 3-7 消色差二分之一波長板邦加球示意圖

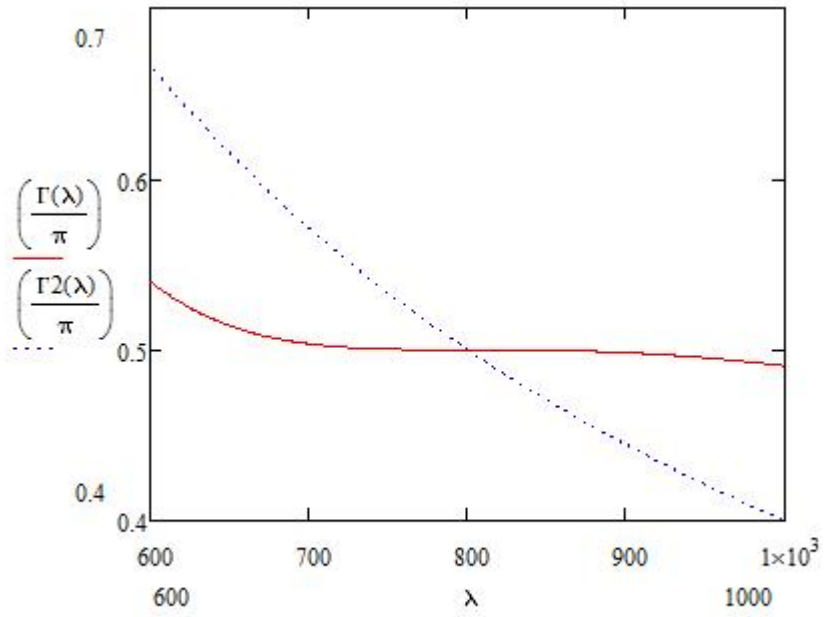


圖 3-8 消色差四分之一波長板相位延遲與波長關係圖

虛線為單一波板；實線為消色差波板

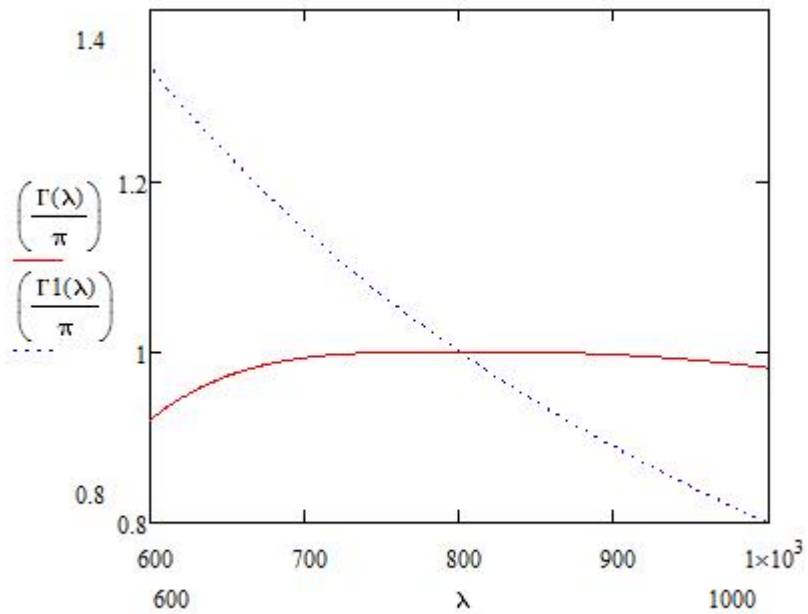


圖 3-9 消色差二分之一波長板相位延遲與波長關係圖

虛線為單一波板；實線為消色差波板

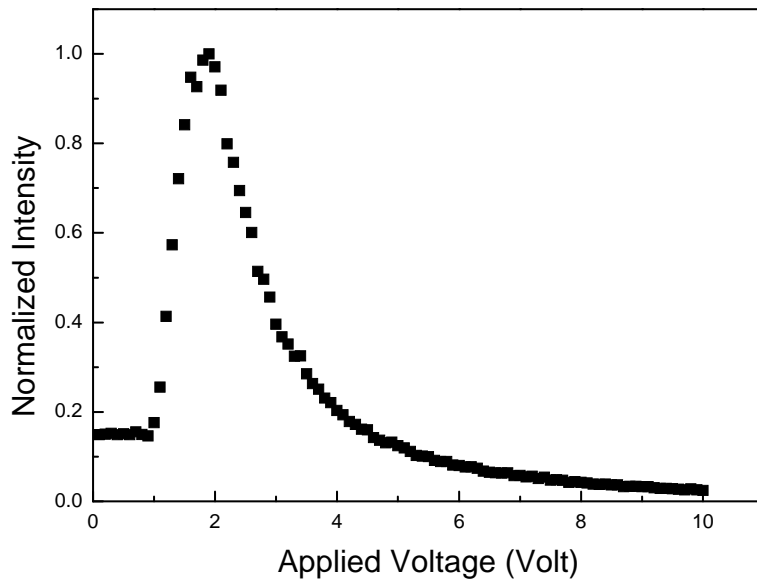


圖 4-1 crossed polarizer 下樣品一加電壓量測穿透率

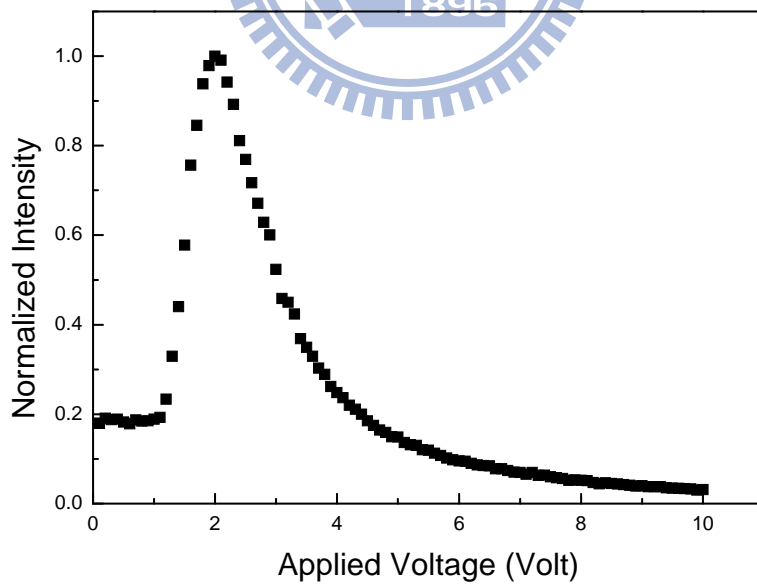


圖 4-2 crossed polarizer 下樣品二加電壓量測穿透率

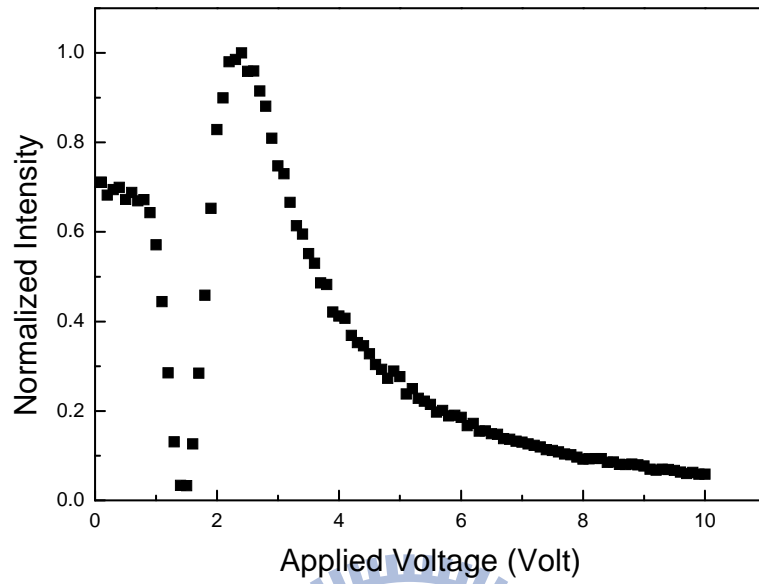


圖 4-3 crossed polarizer 下樣品三加電壓量測穿透率

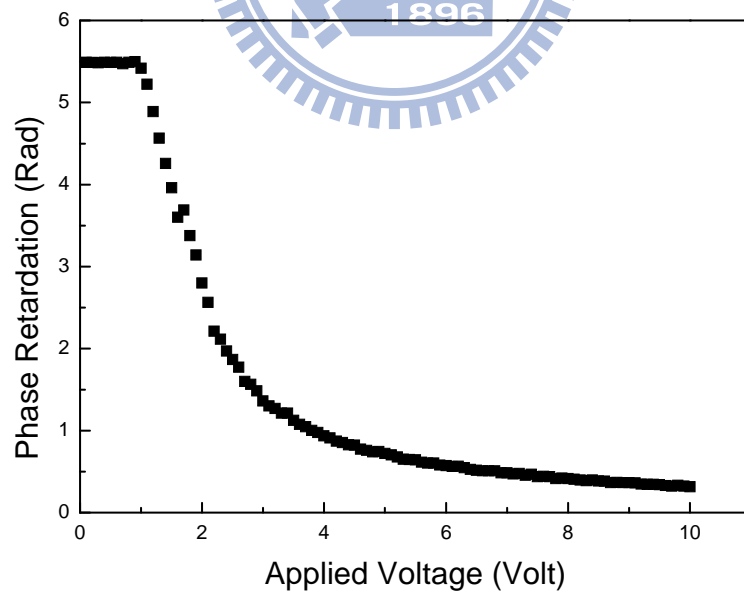


圖 4-4 樣品一相位延遲與施加電壓關係圖

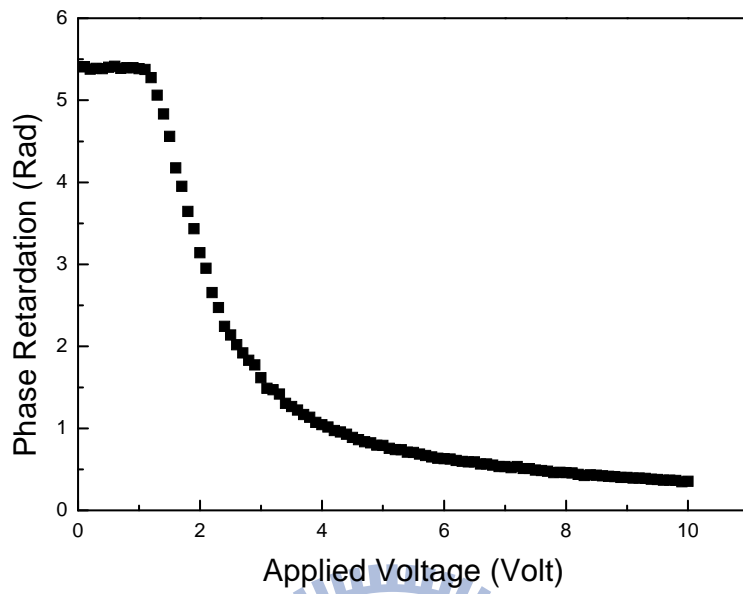


圖 4-5 樣品二相位延遲與施加電壓關係圖

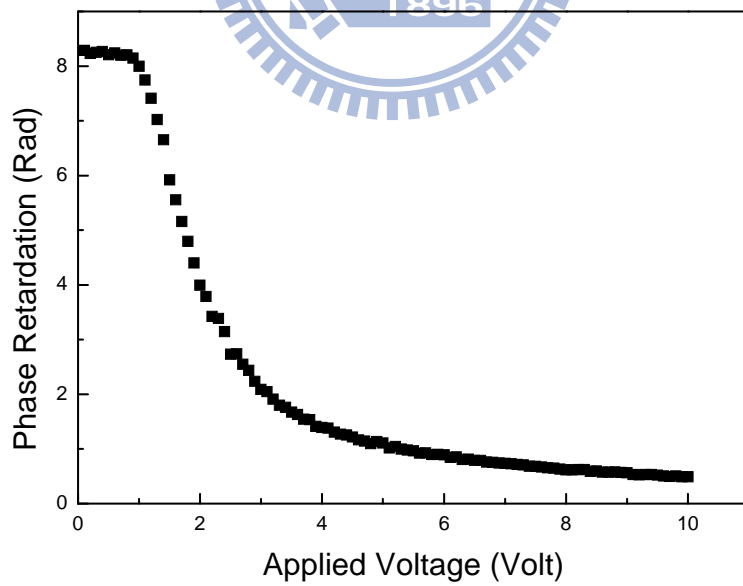


圖 4-6 樣品三相位延遲與施加電壓關係圖

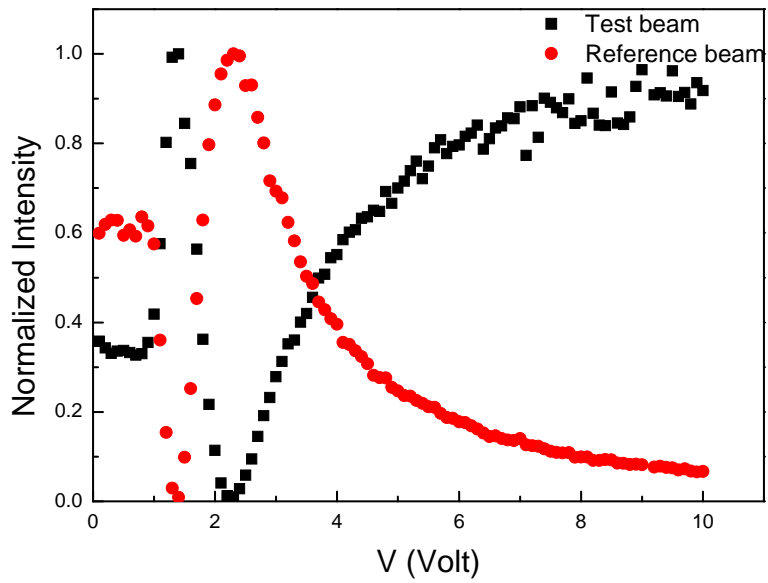


圖 4-7 消色差二分之波長板之量測

(圓點為參考光;方點為測試光;  $\lambda = 800\text{nm}$ )

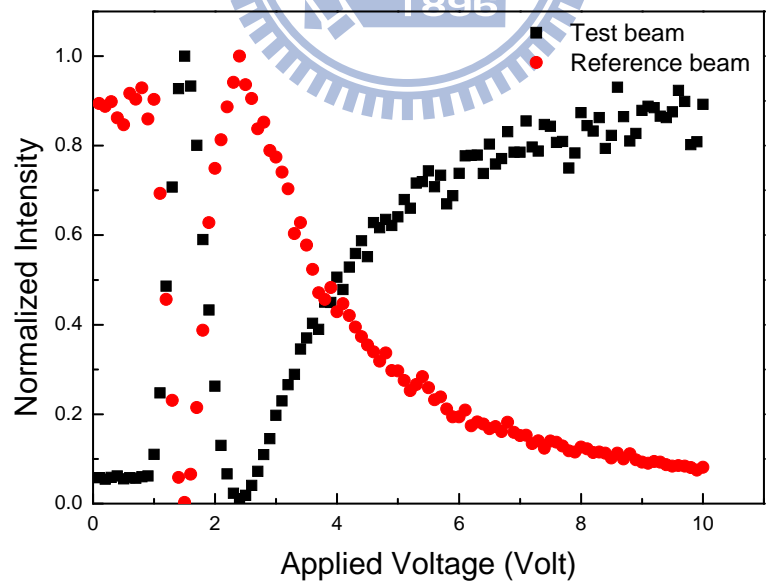


圖 4-8 消色差二分之波長板之量測

(圓點為參考光;方點為測試光;  $\lambda = 740\text{nm}$ )

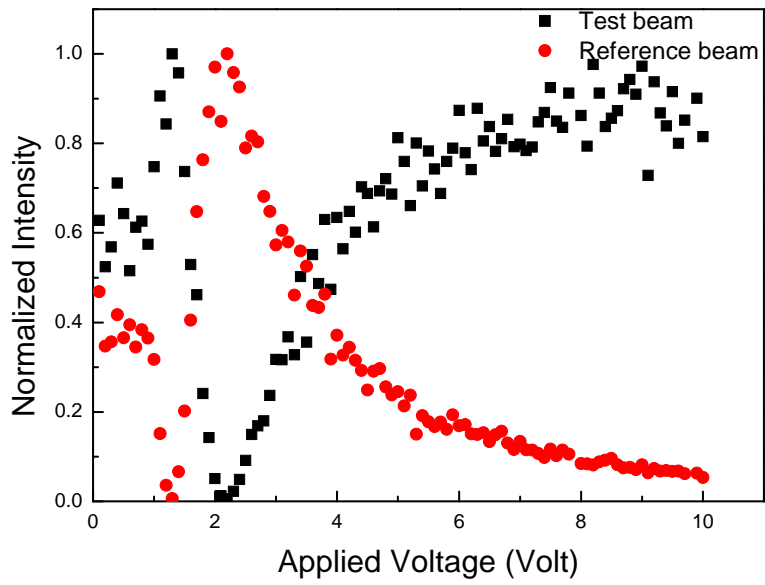


圖 4-9 消色差二分之波長板之量測

(圓點為參考光;方點為測試光;  $\lambda = 850\text{nm}$ )

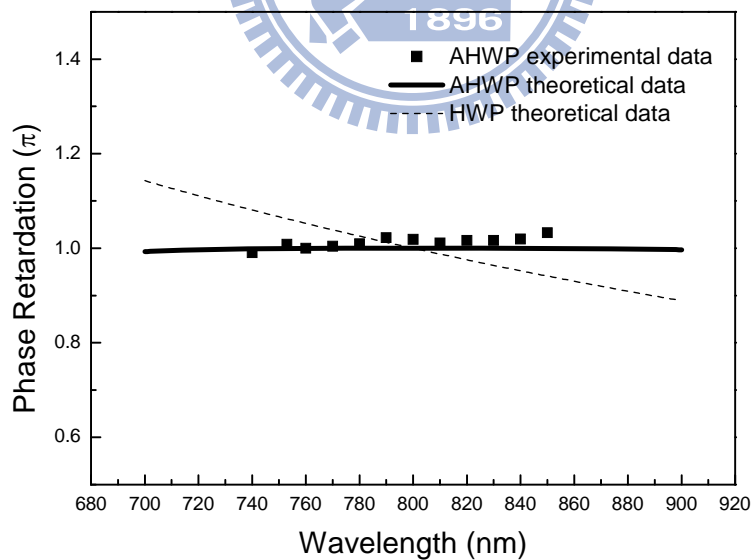


圖 4-10 二分之一波長板相位延遲與波長關係

，方點:消色差二分之一波長板實驗值；實線:消色差二分之一波長板理論值；虛線:單片二分之一波長板理論值



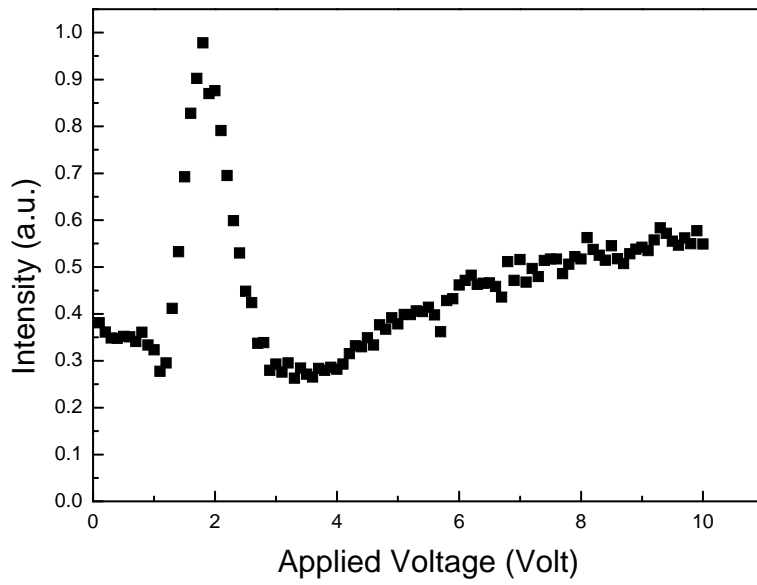


圖 4-11 系統測試光訊號  
(消色差四分之一波長板;  $\lambda=800\text{nm}$ )

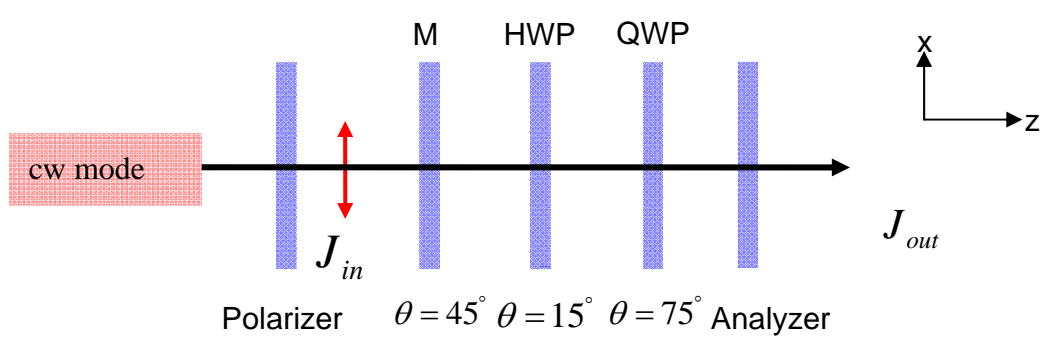


圖 4-12 量測系統測試光部分

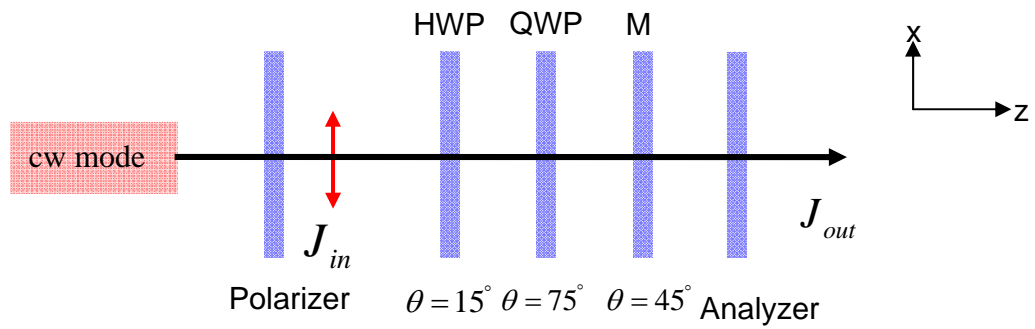


圖 4-13 改變 Modulator 在量測系統位置

$I(t)$	$G_2(\tau)$	$\Delta\tau / \Delta t$
$1;  t  \leq \Delta t / 2$ $0;  t  > \Delta t / 2$	$1 - \frac{ \tau }{\Delta\tau};  \tau  \leq \Delta\tau$ $0;  \tau  > \Delta\tau$	1
$\exp\left[-\left(\frac{2\sqrt{\ln 2}t}{\Delta t}\right)^2\right]$	$\exp\left[-\left(\frac{2\sqrt{\ln 2}\tau}{\Delta\tau}\right)^2\right]$	1.414
$\operatorname{sech}^2\left[\frac{1.7627t}{\Delta t}\right]$	$\frac{3}{\sinh^2\left(\frac{2.7196\tau}{\Delta\tau}\right)} \left[ \frac{2.7196\tau}{\Delta\tau} \coth\left(\frac{2.7196\tau}{\Delta\tau}\right) - 1 \right]$	1.543

表 2-1  $I(t)$ 與 $G(\tau)$ 的轉換關係

:  $\Delta t$ 與 $\Delta\tau$ 均為 FWHM

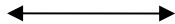

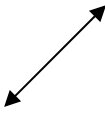
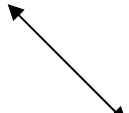
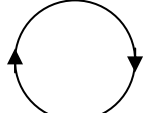
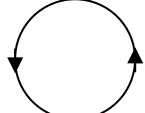
	Jones vector	Stokes vector	圖示
X 方向線偏振	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	
Y 方向線偏振	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	
正 45° 方向線偏振	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
負 45° 方向線偏振	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
左旋偏振光	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	
右旋偏振光	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	

表 3-1 常引用的光偏振態

	Pulse width (fs)	GDD (fs <sup>2</sup> )
Air	33.96	x
Glass (1.113mm)	37.73	97.48
Glass+ITO+PI	37.73	97.48
LC sample	41.5	205.21

表 4-1 雷射經過元件後的脈衝寬度及元件的 GDD 值

	Achromatic	Non-achromatic
HWP	74.52 fs	83.83 fs
QWP	63.34 fs	67.07 fs

表 4-2 脈衝經過消色差與非消色差之脈衝寬度比較