

國立交通大學
電子物理研究所
碩士論文

應用反向對準型液晶波板研製可調
式相位延遲元件之研究

**Design and Fabrication of a tunable
phase retardator using anti-parallel
liquid crystal plate**

研究生：郭仲倫

指導教授：林烜輝 教授

中華民國九十九年七月

應用反向對準型液晶波板研製

可調式相位延遲元件之研究

**Design and Fabrication of a tunable phase
retardator using anti-parallel liquid crystal plate**

研究生：郭仲倫

Student : Chung-Lun Kuo

指導教授：林烜輝

Advisor : Shiuan-Huei Lin

國立交通大學

電子物理研究所

碩士論文

A Thesis

Submitted to the Department of Electrophysics

College of Science

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Electrophysics

July 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年七月

應用反向對準型液晶波板研製可調式相位延遲元件之研究

學生：郭仲倫

指導教授：林烜輝教授

國立交通大學電子物理研究所

摘要

在本論文中，我們分析並研製可調式相位延遲波板之元件，作為全像資訊儲存系統中改變光波偏振態器件之應用。我們選用反向對準的間列型液晶晶胞當作設計的基礎，希望利用外加電壓改變液晶晶胞之雙折射特性，達到純相位調製的功能，形成可調式相位延遲板。

首先，我們利用液晶物理理論來分析，在不同外加電壓作用下，液晶晶胞內的液晶分子傾角與位置的關係，將此關係加上廣義 Jones 矩陣法則，可計算在不同外加電壓下液晶晶胞對入射線性偏振光波產生相位調製的特性，以此為基礎設計可調式液晶相位延遲波板。其次，廣義 Jones 矩陣法則也可以讓我們分析各種操作參數下，液晶相位延遲板之特性，特別是其視角的問題，本文我們也針對此問題探討，找到一個較佳的厚度。

完成理論分析後，我們進行光學實驗，根據理論分析，首先將製作好的液晶晶胞放置在兩個互相垂直的線偏振板之間，並讓入射面之液晶分子長軸與穿透軸夾 45 度角，測量正向入射之光穿透強度對電壓的變化，並與理論分析之結果比對，可以得到此液晶晶胞的相位調製特性，並以此設計反向對準液晶相位板作為波板元件的操作參數。其次將入射光改成匯聚的型式，以偏極角椎顯微鏡的方式，觀察視角問題，並與理論比對，得到最佳化設計。

Design and Fabrication of a tunable phase retardator using anti-parallel liquid crystal plate

Student: Chung-Lun Kuo

Advisor : Dr. Shiuan-Huei Lin

Department of Electrophysics
National Chiao Tung University

abstract

In this thesis, we investigate on the design and fabrication of a tunable phase retardator using anti-parallel (AP) liquid crystal plate for the application on holographic data storage. With applying voltage, birefringence characteristic of liquid crystal cell can be controlled so that the polarization state of light can be switched. Thus, the liquid crystal cell can work as a tunable pure phase retardator.

At first, we derive theoretically relationship between the tilted angles of the liquid molecules as a function of the position in liquid crystal cell under different external voltage. Secondly, by using extended Jones matrix method, the phase retardation of input linear polarization wave as a function of the external voltage can be calculated. It is fundament concept to design our device. Furthermore, with help extended Jones matrix method, we can investigate the viewing angle characteristics of the liquid crystal device and then optimize the operation parameters of the liquid crystal cell such as thickness, external voltages for operation of the half-wave and full-wave plates.

In experiments, we first prepare the AP liquid crystal cell with different thickness and then place the cell within cross polarizes to form a sandwich structure. By varying voltage across AP cell, we measure transmission of normal incident light. We compare experimental results with theoretic analyses, and then obtain the operation parameters of the device. Then, by introducing an extra lens to converge light into the liquid cell, we measure the transmission of the liquid crystal cell and polarizer sandwich to study about the viewing angle characteristics. With comparison with theoretical analyses, the design parameters of the liquid crystal cell can be optimized.

誌謝

畢業了，代表學生生涯要告一段落，在這些日子期間，首先要感謝的是林老師，在我研究主題上，給予我學業上的教導，也感謝許老師教導我做人處事的態度，這些都是日後生活中很好的寶貴經驗。

更謝謝實驗室中所有與我朝夕相處的夥伴，有大學長男哥、柏霖學長、俊華學長、聖龍學長、給予我學業上幫助甚多的仁崇學長、啟新、翊安、信甫、怡安、功賀、昶慶及偉德哥，你們給予我的關懷與幫助，使我實驗室的生活變得更多采多姿，也充滿意義，在這個環境之下，論文才得以順利完成，感謝實驗室的這群好夥伴。除此之外，還要感謝的是我從小大到所有的朋友，在我需要幫助的時候，會伸出友情之手，幫助我解決困難，除此之外，還有交大的土地公，在我入學進入交大與畢業於交大，在我身後默默的保佑我一切順利，使我能夠畢業。

最重要的是要感謝我的家人，爸爸媽媽給我的栽培，讓我無憂無慮能專心於課業上，更能盡心盡力的完成我的課業，還有大姊與二姊的鼓勵，使我能夠衝過學業上遇到的難關，我想跟你們說，家人的陪伴是最溫暖的，才能使我順順利利的從交大電物所畢業。

最後，感謝大家給我這麼多的關懷！

謝謝大家 ^ _ ^

目錄

摘要	I
ABSTRACT	II
第一章緒論	1
1.1 前言	1
1.2 傳統波板 V. S. 可調變的相位元件	5
1.3 液晶及各種液晶波板的介紹	7
第二章 可調式液晶波板之原理	10
2.1 瓊斯矩陣與液晶波板	10
2.2 液晶波板之操作電壓設計	13
2.2.1 液晶分子指向的分佈	14
2.2.2 傳播矩陣的計算	16
2.2.3 可調式液晶相位延遲元件的設計	18
2.3 斜向入射光波下液晶相位調製均勻度分析	19
2.3.1 電場分量在不同的介質中	20
2.3.2 光軸為任意方向	22
2.3.3 轉換矩陣 $D_{m+1,m}$ 的計算	23
2.3.4 傳播矩陣 W_{0n} 的計算	25
2.3.5 透鏡矩陣	26
第三章 液晶波板參數研究與元件設計	30
3.1 模擬參數	30
3.2 液晶分子的指向分布	31
3.3 液晶波板的操作電壓分析計算	33
3.4 不同厚度液晶波板在全波板與半波板的比較	39
3.5 操作參數最佳化設定	42
第四章 元件的製作與光學實驗	44
4.1 樣品製作	44
4.2 液晶波板基本特性量測	46
4.3 斜向入射對液晶波相位調製的影響與量測	51
4.4 可調式液晶相位延遲元件的設計	57
第五章 結論	58

參考資料	60
附錄 數值模擬程式	61
(A)正向入射光電壓對穿透率的變化	61
(B)斜向入射光穿透率的圖形	63

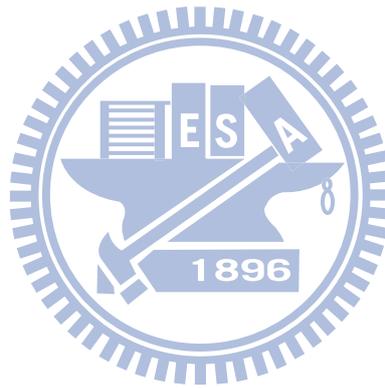


圖目錄

圖 1.1 反射式全像光資訊儲存系統架構(A)紀錄階段	2
圖 1.2 反射式全像光資訊儲存系統架構(B)讀取階段	3
圖 1.3 改良反射式全像光資訊儲存系統架構	4
圖 1.4 液晶與基板的排列方式	9
圖 1.5 液晶晶胞的類型	9
圖 2.1 液晶中不同層的示意圖	11
圖 2.2 實驗架構圖	12
圖 2.3 不同電壓各個位置對液晶光軸偏折的角度(液晶厚度 30UM).....	16
圖 2.4 入射光的夾角	20
圖 2.5 入射光的夾角	22
圖 2.6 光透射單光軸晶體反射、折射、透射圖	24
圖 2.7 光進入透鏡的幾何光學	27
圖 2.8 EXTENDED JONE MATRIX METHOD總和矩陣表示圖	28
圖 3. 1 圖相位置與入射角度的關係圖	30
圖 3. 2 不同電壓下液晶光軸的傾斜角V. S. 液晶波板中位置	31
圖 3.3 E7 對不同波長的折射率(O-WAVE E-WAVE).....	33
圖 3.4 不同波長正向入射光的相位差隨電壓	34
圖 3.5 不同波長的光強度V. S. 電壓	35
圖 3.6 不同波長下，液晶做全波板的功能	36
圖 3.7 不同波長下，液晶做半波板的功能	38
圖 3.8 不同厚度 相位延遲V. S. 電壓	39
圖 3.9 不加電壓時，不同厚度 $X=0$ 曲線的光強度	40
圖 3.10 不同厚度在相同的相位延遲下(2π)， $X=0$ 曲線的光強度	41
圖 3.11 不同厚度在相同的相位延遲下(π)， $X=0$ 曲線的光強度	42
圖 4.1 五個不一樣厚度的液晶波板	45
圖 4.2LC液晶板結構 圖 4.3 SA液晶板結構	45
圖 4.4 正向入射實驗裝置圖	46
圖 4.5 不同液晶波板電壓對光強度的實驗圖(兩種波型).....	48
圖 4.6 不同液晶波板電壓對光強度的實驗圖與理論比較	49
圖 4.7 斜向入射實驗架構圖	51
圖 4.8 傳統半波板與光經過CROSS POLARIZES光強度的變化圖	52
圖 4.9 中心具有全波長調製液晶波板的光強度圖(液晶厚度 5UM和 20UM)	54
圖 4.10 中心具有半波長調製液晶波板的光強度圖	55

表目錄

表一 不同電壓下，偏折角對位置的數值	33
表二 光強度在波谷時的電壓	35
表三 光強度在波峰時的電壓	35



第一章緒論

1.1 前言

隨著科技的進步，人類社會對資訊的需求更見孔急，二十一世紀可稱為資訊社會，它的影響已深入了生活的各個層面。我們可以看到光電科技的發展是這些進步最重要的推手之一，舉凡資訊的儲存、傳輸、與顯示，到處可見的光電元件，以及光電系統的應用，因此如何發展更快、更精緻、更多功能的光電元件將會是新科技或新應用發展的關鍵。



舉例來說，我們實驗室長期以來即研究光資訊儲存的研究，想要利用全像的記錄方式發展平行式、高密度的光資訊儲存的技術，經過多年的努力，在材料元件及系統的研究均有進展，並以學理證明這種技術的可行性[1]。現階段著重於精緻化讀寫模組的開發，這也是全像資訊技術是否能成功應用的關鍵之一。

我們的設計的系統示意圖如圖 1.1 所示。首先，在系統中採用反射式的紀錄架構以減少成像元件數目，讓記錄系統更為實際可行。系統中，輸入器件為單晶矽液晶顯示面板(LCOS)，故在紀錄階段全像頁資料是由反射式液晶光學空間調製器，把由電腦輸入電信號資訊轉為光信號是為全像紀錄之物體光波。根據 LCOS 原理，物體光波之偏極

化是由原平面光波的 S-偏極化轉化 P-偏極化，然後利用偏極分光鏡 (PBS) 區分出亮暗信號，並經由透鏡(L1) 聚焦至全像碟片，與同樣為 P-偏極化的參考光波干涉，把資訊紀錄在碟片上，我們計畫採用位移多工的方式[2]，將不同資料頁多工儲存在碟片中。

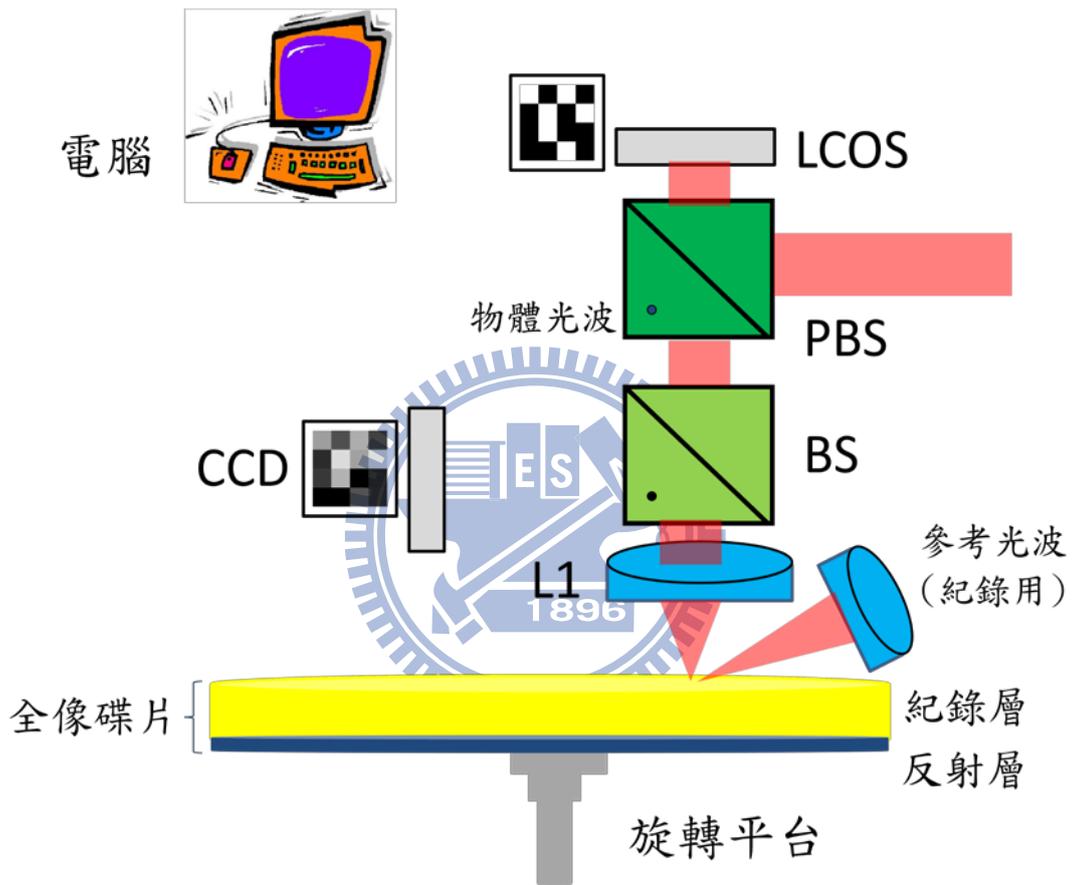


圖 1.1 反射式全像光資訊儲存系統架構(a)紀錄階段

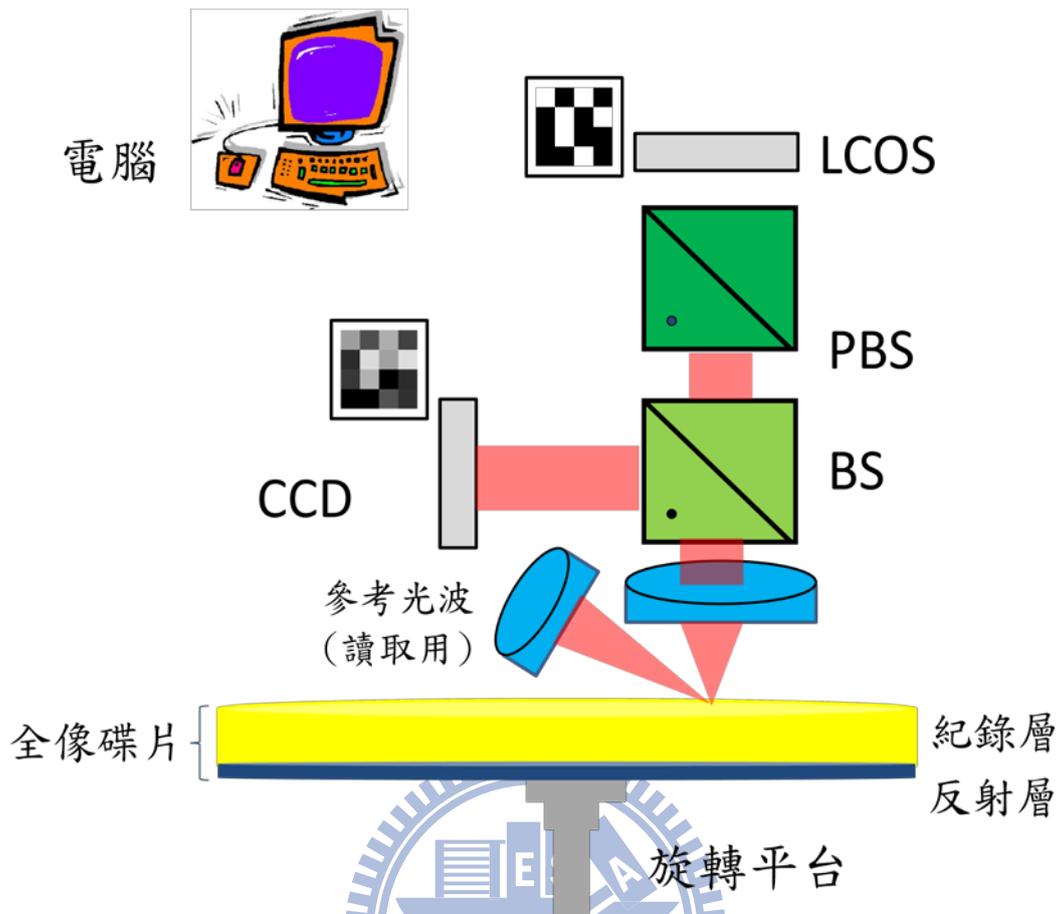


圖 1.2 反射式全像光資訊儲存系統架構(b)讀取階段

讀取時，則需用反向傳播之參考讀取光波，讀取全像片內紀錄之資訊，並透過反射層反射回去，如圖 1.2。要注意的是，此時光波依然是 P-偏極化，無法由第一個 PBS 反射，所以系統中必須額外加入一個分光鏡(BS)，才能將由全像片中讀出繞射光波，反射成像至輸出器件上 (CCD)，完成資料讀取之動作。但是加入這個分光鏡，會反射掉 50% 的反射光波，因此紀錄與讀取共將使光的使用效率降低 4 倍，大大影響讀寫模組的功能。目前較常用的解決方式為在物體光波前加入一個四分之一波板，讓反射光的偏極化旋轉，但是這種方法將影響紀錄干涉的對比度。所以，在我們的第二代設計中，使用一個可調變偏極化元

件，以取代 BS 分光鏡(如圖 1.3 所示)，使用原來的 PBS 做反射，一方面可減少系統的複雜度，另一方面也可大幅增加光的使用效率。

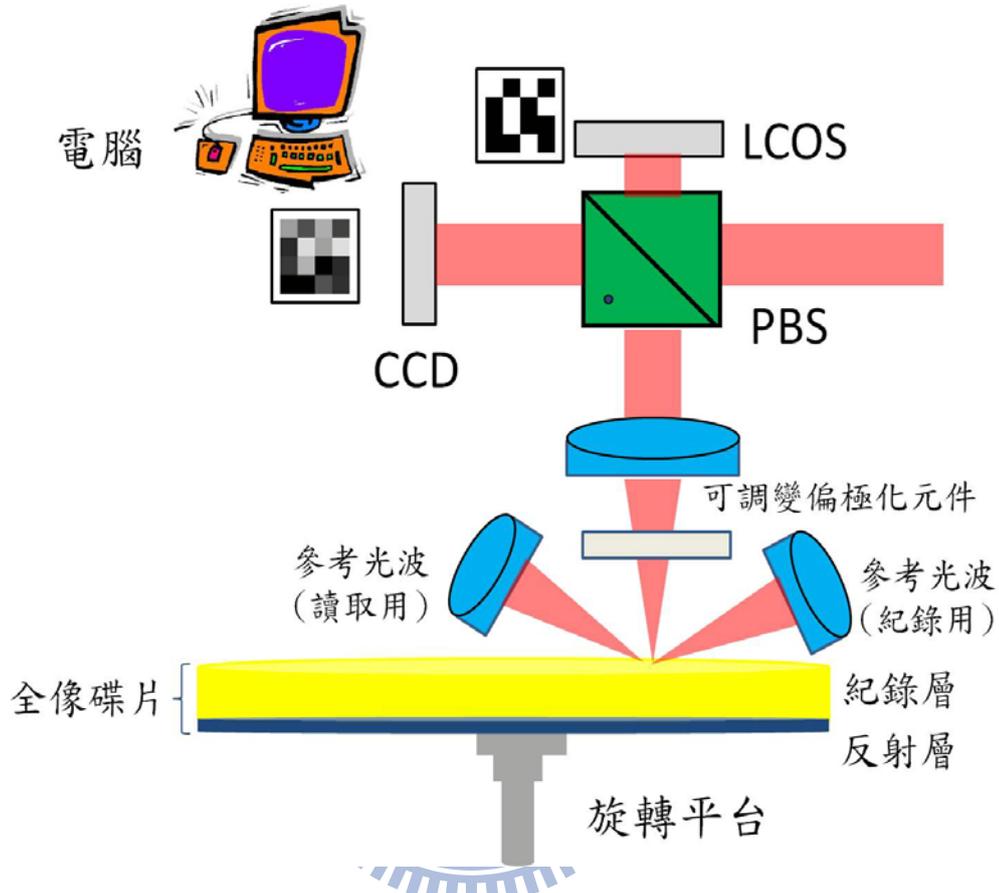


圖 1.3 改良反射式全像光資訊儲存系統架構

其功能很簡單，在紀錄時，調變元件參數到某個操作條件，使光波的偏極化改變到與紀錄用參考光波相同(這裡設定為 S-偏極化，以增進紀錄效果)；而在讀取時，則改變另一操作條件，使反射光波能適合 PBS 分光鏡的反射條件，利用與 LCOS 相同的分光鏡，來執行反射輸出至 CCD 上，不需要額外加上另一分光鏡。

對目前的光學元件來說，要改變光波的偏極化，最簡單的是利用相位延遲板(phase retardation plate)光學元件，我們可以利用機械

裝置來旋轉傳統二分之一波板之光軸方向來執行上述功能，但是機械移動通常會引起光學系統對光改變的問題。若不要機械動作的話，雙折射液晶波板將會是一個很好的選擇，因為雙折射液晶波板會因外加電場變化，而改變液晶的光軸方向，進而形成電壓可調變的雙折射相位延遲特性，進而改變光波的偏極狀態。

我的論文就在研究如何設計並製作這樣的可調式液晶相位延遲板光學元件，以符合上述系統之應用。論文的章節安排順序可以編排如下：第一章的剩下部分我將介紹液晶波板種類，以及為什麼要選擇反向對準型液晶波板；第二章的部分將說明如何分析反向對準型液晶波板的光學特性，以便說明如何設計我們所需要的可調式液晶波板，並說明如何利用廣義 Jones 矩陣法則分析此元件的斜向入射之問題，從圖 1.3 來看，由於我們在接近焦點時用此元件，斜向入射之問題必須清楚分析；第三章的部分為利用第二章的原理分析進行電腦模擬，說明如何選取的液晶波板參數與最佳化的元件設計條件；第四章為元件的製作與光學實驗，驗證理論是否正確，並製作所需的液晶波板，找到適當操作條件；第五章的部分則為結論。

1.2 傳統波板 V. S. 可調變的相位元件

首先，我們說明波板旋轉光波偏極狀態的原理，以此帶入液晶元件作為可調式波板的原理。波板是常用於光學系統中的光學元件，其

目的是要改變光的偏振狀態。典型的相位板是利用雙折射晶體，選定特定的方向與晶體的厚度，由於為雙折射晶體，光的偏振方向沿著晶體之快軸與慢軸的方向，會有不同的的折射率，稱之為兩偏振方向的相位延遲量(phase retardation, Γ)，如下式：

$$\Gamma = \frac{2\pi\Delta nd}{\lambda} \quad (1.1)$$

其中， Δn 為快軸與慢軸的折射率差， d 為晶體的厚度， λ 為光源波長。若選定入射光的偏極狀態讓電場在快慢軸皆有分量，則此相位延遲量將有特殊的意義，常用的波板如四分之一波板，表示相位延遲為 $\frac{\pi}{2}$ ，可將線偏振光改變為橢圓偏振，而二分之一波板，可以改變線偏振的方向；若厚度進一步增加為全波板，則光波偏振方向則無變化。由於傳統波板的厚度為固定值，所以只能對特定的波長，產生特定的相位延遲量。因此，同樣由(1.1)式可知，若我們能透過某種方式，改變快軸與慢軸之間所對應的折射率差(Δn)，就可以形成可調變的相位延遲光學元件。

從液晶顯示器的研究中，我們可以看到液晶波板實際上就是應用類似原理所形成光學元件，利用外加電場，可以改變液晶波板內液晶分子的指向，達到調整等效的快軸或慢軸之間的折射率差，來改變相位延遲量，進而改變入射光波的偏振狀態，所以，我們可以藉用這個觀念來設計並製作一個可調式液晶相位延遲板元件，來應用於我們的

系統內。更清楚的說，利用這種液晶特性，可以設計液晶波板在兩種不同的電壓操作環境，使液晶波板的雙折射率差與光程差，及入射光源波長，達到相位延遲為一個波長或是半個波長，使液晶波板具有全波板或是半波板的特性。所以以圖 1.3 所示的全像儲存系統為例，紀錄時加某一電壓使其具有半波長的作用，可以將物體光的偏振方向由 P 波轉為 S 波，在與參考光(紀錄用)的偏振方向 S，相互干涉作紀錄。讀取資料時加另一電壓使其具有全波長的功用，讓參考光(讀取用)的 S 波讀取出的繞射光波偏極化保持不變，故經過 PBS 後可反射到感光耦合元件(CCD)上。利用此可調式的液晶相位元件，紀錄與讀取全像時，則不用再經過一塊分光鏡(BS)，或是機械操作的半波板，就可以紀錄光資訊與讀取光的資訊。

問題是：要如何選擇液晶及液晶波板的種類？我們必須先了解液晶特性及液晶波板的種類。

1.3 液晶及各種液晶波板的介紹

液晶是一種具有液體的流動性與晶體的一定規則排列性的材料，所以稱為液態晶體。應用液晶來製作光學元件時，通常選擇液晶位於間列式液晶相(Nematic phase)的溫度，並且利用兩塊度有透明電極的玻璃所形成的封閉容器將液晶胞在其中，形成液晶晶胞(liquid crystal cell)[3]。當液晶灌入晶胞時，會先在玻璃表面作特殊處理讓

液晶分子在晶胞內形成有序排列，表面處理造成液晶分子定向的方式有下列幾種：如圖1.4(a)，液晶分子與基板的垂直，稱為垂直定向；如圖1.4(b)，液晶與基板的排列方法平行，稱為平行定向；而如圖1.4(c)，液晶與基板的排列方向有傾斜角度，稱為傾斜定向。若採用，平行定向方式，則上下兩塊基板定向方向不同，可以組合成不同的液晶晶胞，若上下基板摩擦的方向相同(如圖1.5(a))，其晶胞組成稱為對稱平行液晶波板；若上下基板的摩擦方向相反(如圖1.5(b))，其晶胞組成稱為反對準平行液晶波板；若上下基板的摩擦方向差 90° (如圖1.5(c))，則可以稱為扭轉型液晶波板這些不同的液晶波板與傳統的晶片式固定相位延遲板比較，我們發現平行定向的反對準平行液晶波板與傳統的相位延遲板的結構最為類似，故在此論文中，我們採用反對準平行液晶波板進行分析、設計與實驗，希望能找到最佳的設計參數與元件特性。

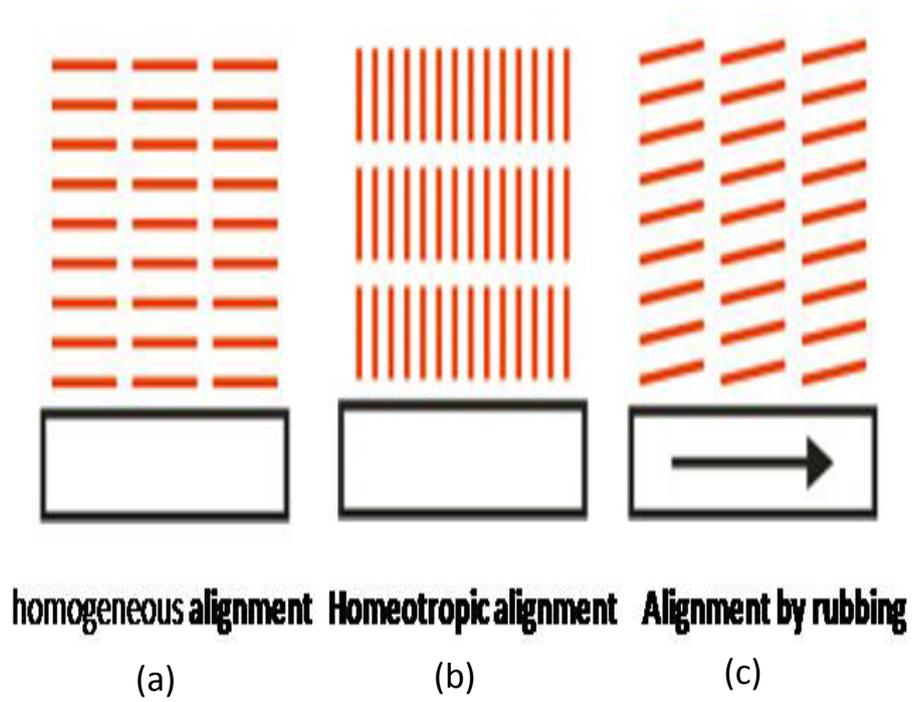


圖 1.4 液晶與基板的排列方式

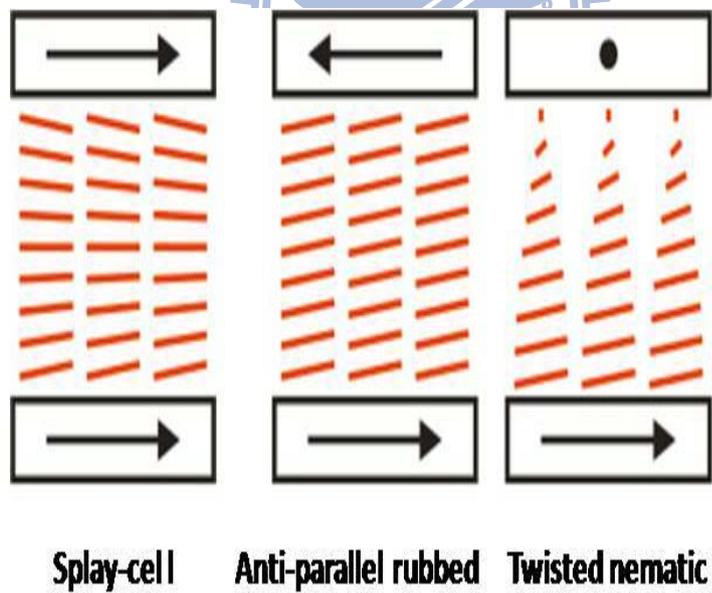


圖1.5 液晶晶胞的類型

第二章 可調式液晶波板之原理

如上一章所述，我們將用反對準平行液晶波板研製可調式相位延遲板。更清楚的說，本章我們將研究如何讓這樣的液晶波板能操作成半波板以及全波板，讓光波的偏極化能在 S-與 P-兩種偏極化改變，應用於我們所設計的全像資訊儲存系統中。

2.1 瓊斯矩陣與液晶波板

研究液晶波板對光波之調變，通常用瓊斯矩陣(Jones matrix method)的方法進行分析。其原理很簡單，因為液晶波板可視為單軸雙折射材料，而單軸材料形成的波板元件，快慢軸將會正交，因此可將快慢軸視為基底，展開入射光波的偏振狀態，形成入射光波的瓊斯向量(Jones vector)， $\begin{pmatrix} V_s \\ V_f \end{pmatrix}$ ，而對應這兩個分量，光波在波板內傳播的效應可以用瓊斯矩陣(Jones matrix method)來表示，寫成如下式關係：

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V'_s \\ V'_f \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \exp(-in_s \frac{2\pi}{\lambda} d) & 0 \\ 0 & \exp(-in_f \frac{2\pi}{\lambda} d) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_s \\ V_f \end{pmatrix} \\ &= e^{-i\phi} \begin{pmatrix} e^{-i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_s \\ V_f \end{pmatrix} \equiv W_0 \begin{pmatrix} V_s \\ V_f \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中， $\begin{pmatrix} V'_s \\ V'_f \end{pmatrix}$ 為穿過波板後光波的瓊斯向量， n_s 與 n_f 為慢快軸分量所對應的折射率， d 為波板厚度， λ 為光波長， ϕ 與 Γ 分別為：

$$\phi = \frac{1}{2}(n_s + n_f) \frac{2\pi}{\lambda} d, \quad \Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} (n_s - n_f) d \quad (2.2)$$

由於 n_s 與 n_f 不同，故它們之差所引起的相位延遲量將引起出射光波的瓊斯向量 $\begin{pmatrix} V'_s \\ V'_f \end{pmatrix}$ 改變，也就是偏振狀態改變，這也就是波板調變光波偏振狀態的原理。

但是不同於一般之均勻的波板，液晶波板內液晶分子會受到外加電場，以及表面邊界條件的影響，在不同深度時分子指向均不同，不能視為單一的均勻

波板，要推導液晶波板的瓊斯矩陣，可以將整個液晶波板均分成 N 層相同厚度的波板累加

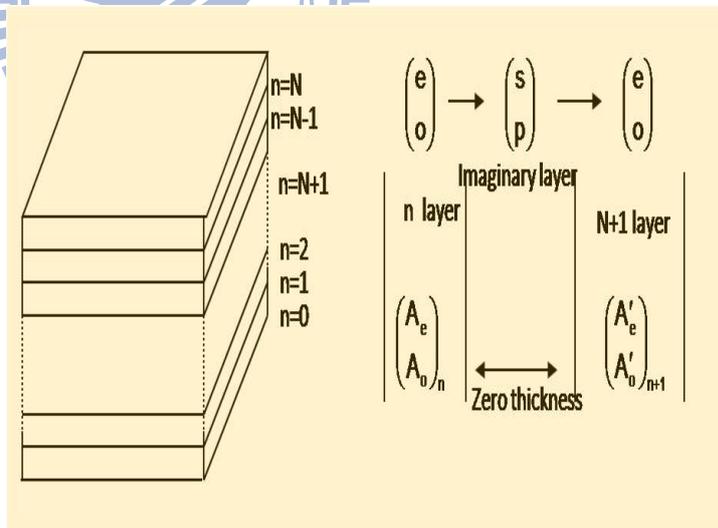


圖 2.1 液晶中不同層的示意圖

(如圖 2.1 所示)，

由於我們選擇間列式液晶相，所以各層可以視為均勻的波板，只是各層的光軸方向均不同，整體液晶波板之等效矩陣可以寫成：

$$M = \prod_{n=1}^N W_n = \prod_{n=1}^N D_{n+1,n} W_{0n} D_{n,n-1} \quad (2.3)$$

其中， $D_{n+1,n}$ 為光波在第 $n+1$ 層與第 n 層介面間，由於各層光軸指向不同所賦予的轉換矩陣；而同時各層的瓊斯矩陣， W_{0n} ，也會受到光軸指向不同而改變，至於詳細的變化留待下面 2.2 及 2.3 小節再討論。

有了這個等效矩陣後，我們就可以得到光波的偏振狀態受到液晶的調變情形，進而說明如何設計液晶波板，以及系統之架構。如圖 1.3 所示，在紀錄時，反對準平行液晶波板要能夠變成半波板將光波偏極化旋轉九十度由 P-偏極化變成 S-偏極化，故在透鏡後方入射端液晶分子的指向必須與入射線性偏振光波之電場方向夾四十五度角，所以相較於圖 1.3 的系統圖，我們可以用下圖 2.2 所示的實驗系統圖來分析並檢驗液晶波板的特性。

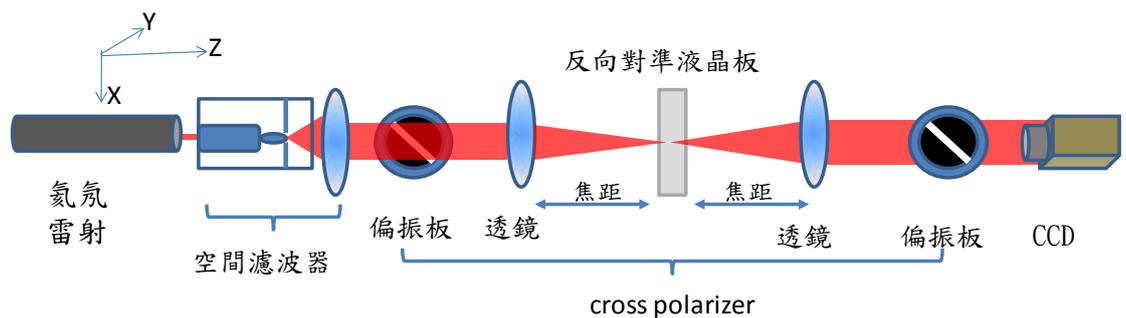


圖 2.2 實驗架構圖

其中，在液晶波板的前後端放上相互正交的線性偏振板來觀察液晶波板操作在半波板及全波板下的特性，輸入端偏振板的穿透軸方向與液晶分子指向夾 45° ，而輸出端的檢偏板的穿透軸方向則與液晶分

子指向夾 -45° ，故輸入在液晶波板上的電壓使其操作為半波板時，液晶波板會讓光波由P-偏極化轉為垂直的S-偏極化穿透檢偏板，在CCD上形成亮的畫面；而輸入電壓使其操作為全波板時，光波會被檢偏板擋住，形成暗的畫面。同時，我們在系統中也放入一個透鏡組來成像，並把液晶波板放置於接近聚焦面，模擬圖 1.3 使用透鏡將物體光波聚焦於全像碟片，而將可調式液晶波板則置於焦距附近的情形，以此觀察斜向入射之問題，看看在帶有資訊時，此液晶波板形成的波板在不同角度入射時的均勻度。所以，接下來我們將以此系統分別說明液晶波板的操作並分析斜向入射之特性。

2.2 液晶波板之操作電壓設計

首先，要求得液晶波板操作成半波板以及全波板所需的操作電壓。相較於一般固定式波板的操作原理，我們可以讓光波為正向入射液晶波板(也就是沿圖中系統光軸的光線之傳播)，簡化式(2.3)，來找到此電壓條件。

然而，由於我們選擇的是反對準平行液晶波板，故即使在不同的外加電壓下，對於各液晶層，正向入射的光波將有相同的快軸與慢軸方向，所以層與層之間的轉換矩陣 $D_{n+1,n}$ 均為單位矩陣，故等效矩陣M將變成各層的傳播矩陣 W_{0n} 矩陣的相乘而得，傳播矩陣將與各層的快慢軸所對應到的折射率有關，而這又與各層的液晶分子的指向有

關，所以要能精確的計算出操作電壓，我們必須先計算出在不同電壓下，各層液晶分子的指向。

2.2.1 液晶分子指向的分佈

液晶分子在所有位置上的偏折角度可以利用液晶物理學理論來計算液晶導向軸的分布。液晶分子本身具有彈性能，彈性能量有三種不同的模式，分為延展、扭曲、彎曲，對於不同型態的液晶晶胞，三種能量的大小也會隨之改變，若有外加電場於液晶波板上，液晶分子除了彈性能之外，還會受到電磁場的作用[4][5]，所以在計算液晶分子指向的分佈時，需要同時考慮電磁場的作用力式(2.4)與液晶分子的彈性能式(2.5)的互相作用。

$$U_{EL} = \frac{1}{2}k_1(\nabla \cdot \vec{n})^2 + \frac{1}{2}k_2(\vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n})^2 + \frac{1}{2}k_3(\vec{n} \times \nabla \times \vec{n})^2 \quad (2.4)$$

$$U_{EM} = \frac{1}{2}E \cdot D \quad (2.5)$$

將兩種能量相加起來為總自由能量

$$U = \int_0^d (U_{EL} + \Delta U_{EM}) \quad (2.6)$$

若把圖 2.1 中的系統光軸視為 z 軸，入射端分子指向視為 y-軸，則對於反對準平行液晶波板，外加電壓時各層的分分子指向只會傾斜，不會扭轉，故其方向可以寫成 $\vec{n} = (0, \cos \theta, \sin \theta)$ ，其中的 θ 為 y-z 平面上分子指向與 y 軸的夾角。液晶的分佈會讓式(2.6)所求得的能量趨近

於最低能量，對於邊界上的液晶，因為受到表面張力的影，邊界附近液晶分子會平行於液晶波板是為邊界條件，故利用這兩個條件，就可以進一步推導液晶導向軸在液晶波板內的分佈，如下：首先，將分子指向 $\vec{n} = (0, \cos \theta, \sin \theta)$ 代入(2.6)式，計算與整理可得：

$$\left(k_1 \cos^2 \theta + k_3 \sin^2 \theta\right) \left(\frac{d\theta}{dz}\right)^2 - \frac{D_z^2}{\left(\varepsilon_{\parallel} \sin^2 \theta + \varepsilon_{\perp} \cos^2 \theta\right)} = \text{constant} \quad (2.7)$$

並經過變數變換，令：

$$\eta = \sin \theta_{\max}, \gamma = \frac{\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\perp}}, \kappa = \frac{k_3 - k_1}{k_1}, \psi = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{\sin \theta_{\max}} \right), V_{cl} = \pi \frac{\sqrt{k_2}}{\sqrt{\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}}}$$

θ_{\max} 為為液晶波板最中間層之分子指向受到電場影響而偏折的角度，因為受到邊界的作用力為最少，所以偏折角度是最大的，經過以上的代入，並簡化可得

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{(1 + \kappa \eta^2 \sin^2 \psi)(1 + \gamma \eta^2)}}{\sqrt{(1 - \eta^2 \sin^2 \psi)(1 + \gamma \eta^2 \sin^2 \psi)}} = \frac{\pi V}{2 V_{cl}} \quad (2.8)$$

將(2.8)式作數值分析，可以知道不同電壓下，晶胞內各層分子的偏折角度 $\theta(z)$ 之變化。圖 2.3 所示為我們的分析結果，在計算時，我們用的參數為：液晶的彈性彈數 $K_1 = 12(10^{-12} N)$ 、 $K_2 = 9(10^{-12} N)$ 、 $K_3 = 19.5(10^{-12} N)$ 和液晶受電場的影響參數 $\varepsilon_{\perp} = 5.1$ 、 $\varepsilon_{\parallel} = 19.6$ 。這個結果告訴我們，變化曲線為圓弧狀，電壓較大時，其曲線變化較劇烈，尤其是在液晶波板兩端，厚度改變一些，偏折角度則從沒有變化到劇烈的角度偏折。有了這個角度的分佈關係，我們就可以寫出正向入射

下各層的傳播矩陣。

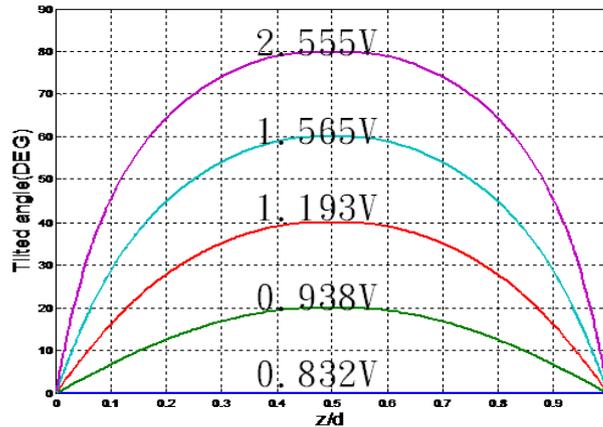


圖 2.3 不同電壓各個位置對液晶光軸偏折的角度(液晶厚度 30um)

2.2.2 傳播矩陣的計算

有了在不同電壓下，反向平行對準晶胞內各層分子的偏折角度 $\theta(z)$ 之變化曲線，就可以寫出各層的傳播矩陣。從(2.1)式得知，我們需要兩個參數，分別是快軸與慢軸所對應的折射率。對應此實驗架構，正向入射下，快軸將平行於尋常光(ordinary wave)的偏振方向，故所對應的折射率為 $n_f = n_o$ ；而慢軸將平行於非尋常光(extra-ordinary wave)的偏振方向，故所對應的折射率為 $n_s = n_e(\theta)$ ，滿足：

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2} \quad (2.9)$$

其中， n_e 與 n_o 為液晶分子長短軸所對應的主軸折射率。將這兩個折射率代入(2.1)式，並整理至(2.3)式中，正向入射下，我們的液晶波板之等效瓊斯矩陣可以寫成：

$$M = \prod_{n=1}^N W_{0n} = \prod_{n=1}^N \begin{pmatrix} \exp(-in_e(\theta) \frac{2\pi d}{\lambda N}) & 0 \\ 0 & \exp(-in_o \frac{2\pi d}{\lambda N}) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

有了這個公式，我們即可以數值計算的方式，計算出液晶波板在不同外加電壓下的等效矩陣，進而算出其所需的操作電壓條件。觀察這個公式，我們可以看到，各層的特性矩陣均為對角化矩陣，所以等效矩陣可以進一步簡化成：

$$M = \begin{pmatrix} \exp(-i \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d n_e(\theta) dz) & 0 \\ 0 & \exp(-in_o \frac{2\pi}{\lambda} d) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

故，快慢軸間的相位延遲量 Γ 就可以寫成：

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\int_0^d (n_e(\theta) - n_o) dz \right] \quad (2.12)$$

所以，將 $n_e(\theta)$ 與電壓的關係代入上式中，只要計算得到： $\Gamma=(2m+1)\pi$ ，(其中， m 為整數)，則此電壓可用於將液晶波板操作成半波板；同理，若計算得到： $\Gamma=2m\pi$ ，則此電壓可用於將液晶波板操作成全波板，得到精確的操作條件。然而，在實驗的量測上，這種直接觀察相位變化的方式並不容易測量，我們可以將等效矩陣代入圖 2.1 的實驗系統圖中，即可得到在 CCD 中心點所看到，光波亮度, $I(V)$,對電壓的變化將可以寫成：

$$\begin{aligned}
I(V) &= \left| \vec{P}_a \cdot M \vec{P}_p \right|^2 = \left[\begin{array}{cc} \left[\cos(-45^\circ), \sin(-45^\circ) \right] \cdot \\ \exp(-i \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d n_e(\theta) dz & 0 \\ 0 & \exp(-in_o \frac{2\pi}{\lambda} d) \end{array} \right] \begin{bmatrix} \cos 45^\circ \\ \sin 45^\circ \end{bmatrix} \right]^2 \\
&= \sin^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} \left[\int_0^d (n_e(\theta(z, V)) - n_o) dz \right] \right] \quad (2.13)
\end{aligned}$$

其中， \vec{P}_a 與 \vec{P}_p 分別為液晶波板後方檢偏板及前方偏極板的穿透軸之方向。我們可以看到其強度變化將是一個 \sin 的週期性函數，當 $\Gamma=2m\pi$ 時，強度 $I=0$ ；而當 $\Gamma=(2m+1)\pi$ 時，強度 I 將為最大值 1。所以在實驗上以及理論分析上，只要找到穿透光的極值所對應的電壓，就可找到其操作條件，詳細的數值分析將取決於液晶波板的各項參數，我們留待第三章再來應用此節的分析，做精確的數值計算與分析。

2.2.3 可調式液晶相位延遲元件的設計

我們可以由上節的理論，來設計可調式的延遲元件，由式(2.12)與式(2.13)，我們可以了解，不同的相位延遲會有不同的光強度，可以使用這種關係式來設計可調式的相位延遲元件，我們可以由光強度，而知道相位延遲的變化，將液晶波板置於相互垂直的偏振板中，調變電壓使得光在E波傳播的有效折射率改變，則入射進入液晶波板的後的相位變化也改變，導致光強度也產生變化。光強度為0的時候，表示液晶波板並沒有調變相位，光相位沒有變化，所以無法穿過檢偏板，

光強度為1時，表示液晶波板將入射光的相位延遲半波長，所以光可以全部通過檢偏板，若是光強度為0.5時，表示液晶波板將入射光的相位延遲了四分之波長，所以光只有一半通過，除了以上特殊的相位延遲，此液晶波板也可以調製其他的相位，我們可以使用這種方法，來設計可以調變的相位延遲元件。

2.3 斜向入射光波下液晶相位調製均勻度分析

在求得操作電壓參數後，其次要分析的問題就是前述的斜向入射問題，也就是要了解液晶波板對斜向入射光作相位調制的均勻度情形。此時對於各液晶層，斜向入射的光波所對應的快軸與慢軸方向均不同，就要考慮到層與層之間光波的反射與折射現象，因此在(2.3)式中，層與層之間的轉換矩陣 $D_{n+1,n}$ 就不再是單位矩陣，我們必須應用廣義的瓊斯理論(extended Jones matrix method) [6, 7]的方法來分析。另外，因為瓊斯理論均以矩陣型式來分析光波的傳播，故我們也要將實驗裝置圖 2.2 上，所有的光學元件對光波調變之特性均以矩陣型式表示，包括：透鏡與偏振板，如此整個光學系統的穿透特性亦可用一個等效矩陣來描述，故接下來我們先針對各元件分析，計算出其在不同傾斜入射光所對應之矩陣的形式。

2.3.1 電場分量在不同的介質中

在本節中，我們要計算光在不同介值的特徵向量，實驗模型中，光從空氣進入液晶波板中，所以我們要知道空氣中的特徵向量與液晶波板中的特徵向量，空氣中的特徵向量我們以 S 波與 P 波表示，S 波的定義為偏振方向垂直入射平面，P 波的定義為偏振方向平行入射平面，所以若知道光的傳播方向與光的波向量則可以知道 S 波與 P 波計算如下式

$$\hat{s} = \frac{\hat{k} \times \hat{z}}{|\hat{k} \times \hat{z}|} \quad (2.14)$$

$$\hat{p} = \frac{\hat{k} \times \hat{s}}{|\hat{k} \times \hat{s}|} \quad (2.15)$$

假設入射光為斜向入射，如

圖 2.4，其中波向量可以寫

為

$$\vec{k} = k(\sin \alpha \cos \phi, \sin \alpha \sin \phi, \cos \alpha)$$

空氣中的特徵向量，只與光

前進的方向與波向量有關，

但是液晶波板內的特徵向量

則必須還要考慮節 2.2.1 計算出的液晶導向軸分布，液晶波板中的特

徵向量我們以 e 波與 o 波分別表示，o 波為尋常光其式寫為

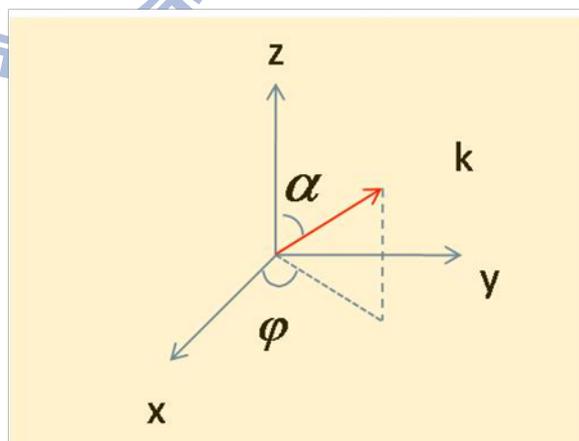
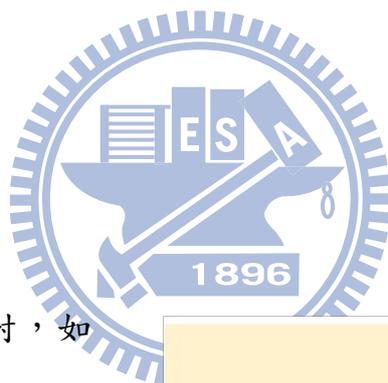


圖 2.4 入射光的夾角

$$\hat{o} = \frac{k_o \times c}{|k_o \times c|} \quad (2.16)$$

$$k_{oz} = \sqrt{(kn_o)^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (2.17)$$

k_{oz} 為 o 波的波向量，因為光在晶體中會分開，所以 e 波向量與 o 波向量不同，所以要分別計算，e 波為非尋常光其特徵向量需由折射率橢球推導(2.18)式

$$\frac{s_x^2}{n^2 - n_x^2} + \frac{s_y^2}{n^2 - n_y^2} + \frac{s_z^2}{n^2 - n_z^2} = \frac{1}{n^2} \quad (2.18)$$

上式的特徵向量則為 e 波的電場方向，由(2.19)式表示

$$\begin{pmatrix} E_{ea} \\ E_{eb} \\ E_{Ec} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{s_a}{n_{eff}^2 - n_o^2} \\ \frac{s_b}{n_{eff}^2 - n_e^2} \\ \frac{s_c}{n_{eff}^2 - n_o^2} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$


其中 $\hat{s} = \frac{\vec{k}}{kn_{eff}}$ 為光傳播方向

其中 n_{eff} 為 e 波的有效折射率，其計算方式在下一節中介紹

將 (2.19) 式做座標旋轉可以得知 e 波在實驗室座標的電場方向

$$\begin{pmatrix} E_{ex} \\ E_{ey} \\ E_{ez} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \\ -\cos\theta & 0 & -\sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{ea} \\ E_{eb} \\ E_{Ec} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

(2.20) 式把光軸座標轉回原本的實驗室座標，就可知道 e 波的電場分量。因為電場的改變對於液晶內 e 波傳波影響較大，所以計算 e 波的

電場分量會較複雜[8]，從本節中我們可以了解光在空氣與液晶波板內電場傳播的分量，這是因為在使用廣義的瓊斯矩陣時，電場分量是必須要應用並計算的部分。

2.3.2 光軸為任意方向

液晶分子若是沒有外加電場的影響，其光軸是不會改變，但現在我們有外加電壓的影響，所以對 e 波的一些光學特性有影響，例如有效折射率及波向量都會改變，我們模擬光軸為

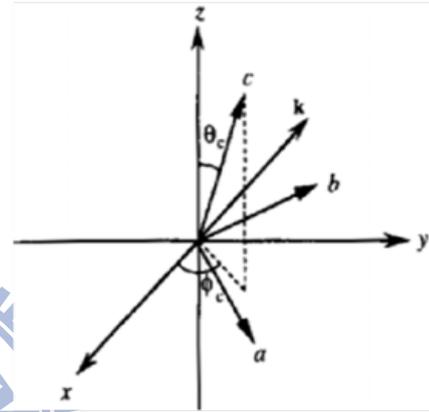


圖 2.5 入射光的夾角

任意方向來計算 e 波的光學特性，如圖 2.5 所示，我們可以知道實驗室座標與光軸座標的轉換式

$$\begin{pmatrix} k_a \\ k_b \\ k_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi_c \cos \theta_c & \sin \phi_c \cos \theta_c & -\sin \theta_c \\ -\sin \phi_c & \cos \phi_c & 0 \\ \cos \phi_c \sin \theta_c & \sin \phi_c \sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{ez} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

在我們的模型中 $\phi_c = \frac{\pi}{2}$ ， $\theta = \frac{\pi}{2} - \theta_c$ 且將上式代入折射率橢圓球中

$$\frac{k_{ea}^2 + k_{eb}^2}{n_e^2} + \frac{k_{ec}^2}{n_o^2} = k^2 \quad (2.22)$$

解其方程式

$$k_{ez} = \frac{v + \sqrt{v^2 - 4uw}}{2u} \quad (2.23)$$

$$\text{其中 } v = k \sin 2\theta \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right), \quad u = \frac{\cos^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2}, \quad w = \frac{k_y^2 \sin^2 \theta + k_x^2}{n_e^2} + \frac{k_y^2 \cos^2 \theta}{n_o^2} - k^2$$

由(2.23)式得到 e 波的波向量，代入(2.24)式可以知道 e 波的有效折射率

$$n_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{(k_x^2 + k_y^2 + k_{\text{ez}}^2)}}{K} \quad (2.24)$$

上式為光軸變化時 e 波有效折射率，在計算 e 波的電場需要使用到的參數。

2.3.3 轉換矩陣 $D_{m+1,m}$ 的計算

接著我們將分析各液晶層間的轉換矩陣，加電壓於液晶波板內，由於不同作用力的影響，所以導致液晶波板內不同位置液晶導向軸也有不同的偏折方向，因為這個原因導致介面與介面的傳播矩陣也都不一樣，所以我們必須考慮每一層對入射光的影響。我們可以假設液晶波板內如圖 2.1，在第 n 層與第 n+1 層中有一層同向性的物質，例如空氣，但此層厚度為無限小接近於零，則瓊斯矩陣可寫為

$$\begin{pmatrix} A'_e \\ A'_o \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} t_{se} & t_{pe} \\ t_{so} & t_{po} \end{pmatrix}_{n+1} \begin{pmatrix} t_{es} & t_{os} \\ t_{ep} & t_{op} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_e \\ A_o \end{pmatrix}_n \quad (2.25)$$

這裡做一個假設，若 $n_e - n_o \ll n_o$ ，則可以簡化上式為

$$\begin{pmatrix} A'_e \\ A'_o \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} \hat{s} \cdot \hat{\rho} & \hat{\rho} \cdot \hat{e} \\ \hat{s} \cdot \hat{o} & \hat{\rho} \cdot \hat{o} \end{pmatrix}_{n+1} \begin{pmatrix} \hat{e} \cdot \hat{s} & \hat{o} \cdot \hat{s} \\ \hat{e} \cdot \hat{\rho} & \hat{o} \cdot \hat{\rho} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_e \\ A_o \end{pmatrix}_n \quad (2.26)$$

$$\begin{pmatrix} A'_e \\ A'_o \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} \hat{e}_n \cdot \hat{e}_{n+1} & \hat{o}_n \cdot \hat{e}_{n+1} \\ \hat{e}_n \cdot \hat{o}_{n+1} & \hat{o}_n \cdot \hat{o}_{n+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_e \\ A_o \end{pmatrix}_n \quad (2.27)$$

$$D_{n,n+1} = \begin{pmatrix} \hat{e}_n \cdot \hat{e}_{n+1} & \hat{o}_n \cdot \hat{e}_{n+1} \\ \hat{e}_n \cdot \hat{o}_{n+1} & \hat{o}_n \cdot \hat{o}_{n+1} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$D_{n,n+1}$ 為光進入液晶波板中
 介面與介面的轉換矩陣，另外，
 我們也可以看到實驗模型中，
 光從空氣進入液晶波板中，所

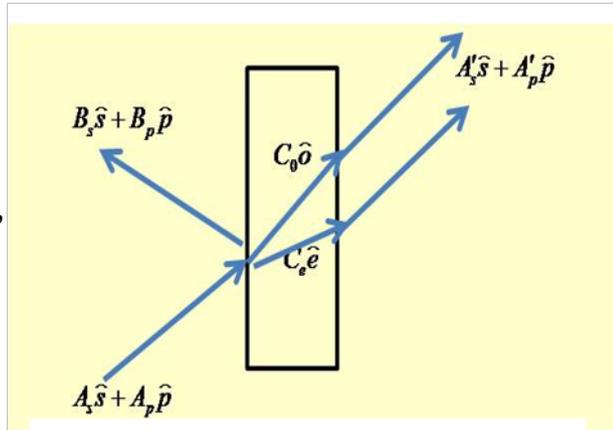


圖 2.6 光透射單光軸晶體反射、折
 射、透射圖

以對出射端與入射端，轉換矩陣必須考慮空氣與液晶波板之間的轉換情形，一般特別將其稱為出射矩陣與入射矩陣，我們可以分析光進入液晶的介質中，進入液晶波板後不只有正向入射也包含斜向入射光，所以狹義的瓊斯理論就必須改為廣義型的瓊斯理論。當入射光進入雙折射性質的材料，可以將入射光、反射光、折射光作以下表示，如圖 2.6，由於矩陣較好方便計算的特性，可以將光學特性寫成矩陣的模式，對於這種方法我們稱為廣義型的瓊斯矩陣。現在考慮若一道光從空氣中斜向入射進入一雙折射晶體，根據圖 2.6 可寫為

$$C_o = A_s t_{so} + A_p t_{po} \quad (2.29)$$

$$C_e = A_s t_{se} + A_p t_{pe} \quad (2.30)$$

$$A'_s = C_o t_{os} e^{-ik_{oz}d} + C_e t_{es} e^{-ik_{ez}d} \quad (2.31)$$

$$A'_p = C_o t_{op} e^{-ik_{oz}d} + C_e t_{ep} e^{-ik_{ez}d} \quad (2.32)$$

上面的四項方程式可以用矩陣的方法寫為(2.33)式

$$\begin{pmatrix} A'_s \\ A'_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{es} & t_{os} \\ t_{ep} & t_{op} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-ik_{ez}d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{oz}d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{se} & t_{pe} \\ t_{so} & t_{po} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

將其簡化為 $\begin{pmatrix} A'_s \\ A'_p \end{pmatrix} = D_o P D_i$

$$D_i = \begin{pmatrix} t_{se} & t_{ps} \\ t_{so} & t_{po} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

$$D_o = \begin{pmatrix} t_{es} & t_{os} \\ t_{ep} & t_{op} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

$$W_o = \begin{pmatrix} e^{-ik_{ez}d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{oz}d} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$



矩陣 D_i 為光進入晶體後的數學轉換矩陣，可以稱為進入矩陣，矩陣 D_o 為光出射晶體後的數學轉換矩陣，可稱為出射矩陣， W_o 為傳播矩陣

2.3.4 傳播矩陣 W_{0n} 的計算

其次，我們先分析各液晶層的傳播矩陣。換言之，我們要計算在不同的斜向角度入射下所對應的傳播矩陣。當然，這些會是與液晶分子指向分佈有關係，在液晶層中，我們只須要考慮 o 波與 e 波的前進方向，不需要再經過座標轉換，則傳播矩陣 W_{0n} 可以寫為

$$W_{0n} = \begin{pmatrix} e^{-ik_{ez(n)}d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{oz(n)}d} \end{pmatrix}$$

(2.37)

其中的 $k_{ez(n)}$ 與 $k_{oz(n)}$ 可以由 2.3.2 節得知，表示在第 n 層中，e 波與 o 波的波向量。

2.3.5 透鏡矩陣

再來，我們分析如何將透鏡對不同傾角入射光線的電場方向之轉折，以矩陣形式來描述。分析透鏡對光的影響並寫成矩陣的型式，光經過透鏡做的座標轉換如下式

$$\begin{pmatrix} E_{is} \\ E_{ip} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \varphi & -\cos \varphi \\ \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

$$\begin{pmatrix} E_{os} \\ E_{op} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \varphi & \cos \varphi \\ -\cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

$$\begin{pmatrix} E_{os} \\ E_{op} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{s2} & 0 \\ 0 & t_{p2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{s1} & 0 \\ 0 & t_{p1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{is} \\ E_{ip} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

(2.38)式為將實驗室座標旋轉成 s-p 座標，(2.39)式為將 s-p 座標旋轉成實驗室座標，(2.40)式則為光經過透鏡的穿透率，因為透鏡為等向性材料，所以光進入不會分為兩個部分，所以不考慮透鏡內的傳播，因為要考慮介面的穿透率，所以必須知道光進入透鏡的夾角，我們利用簡單的幾何光學與思乃爾(Snell's equation)計算，現在根據圖 2.7 算光進入透的的夾角，再代入公式菲涅爾公式(Fresnel's equation)

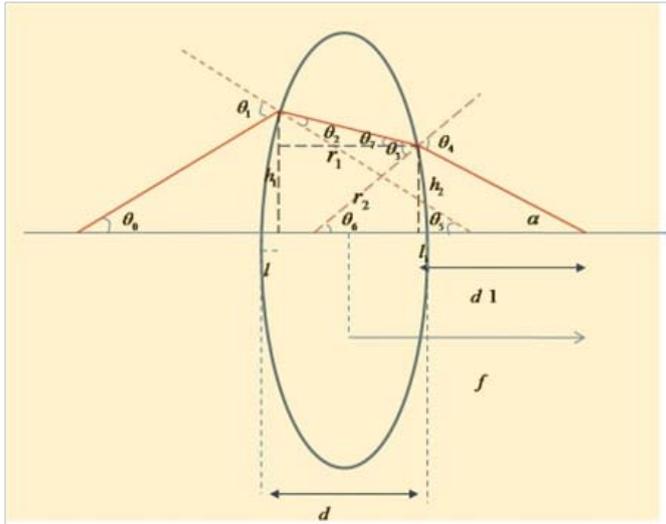


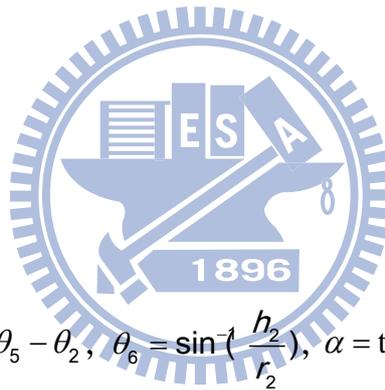
圖 2.7 光進入透鏡的幾何光學

$$\theta_1 = \theta_0 + \theta_5 \quad (2.41)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{\sin \theta_1}{n}\right) \quad (2.42)$$

$$\theta_3 = \theta_6 + \theta_5 - \theta_2 \quad (2.43)$$

$$\theta_4 = \sin^{-1}(n \sin \theta_3) \quad (2.44)$$



其中 $\theta_5 = \sin^{-1}\left(\frac{h_1}{r_1}\right)$, $\theta_7 = \theta_5 - \theta_2$, $\theta_6 = \sin^{-1}\left(\frac{h_2}{r_2}\right)$, $\alpha = \tan^{-1}(h_2 / d_1)$

$$d_1 = f - \frac{d}{2} + l_1, \quad l_1 = r_2 - \sqrt{r_2^2 - h_2^2}, \quad l_2 = r_1 - \sqrt{r_1^2 - h_1^2}, \quad h_2 = h_1 - (d - l_1 - l_2) \tan \theta_7$$

若光為平行光則 $\theta_0 = 0$ ， r_1 與 r_2 為透鏡的曲率半徑， h_1 光最高的位置

將上式代入 Fresnel transmission coefficients

$$t_{p1} = \frac{2 \cos \theta_1}{n_g \cos \theta_1 + \cos \theta_2} \quad (2.45)$$

$$t_{s1} = \frac{2 n_g \cos \theta_3}{\cos \theta_3 + n_g \cos \theta_4} \quad (2.46)$$

$$t_{p2} = \frac{2n_g \cos \theta_3}{\cos \theta_3 + n_g \cos \theta_4} \quad (2.47)$$

$$t_{s2} = \frac{2n_g \cos \theta_3}{n_g \cos \theta_3 + \cos \theta_4} \quad (2.48)$$

n_g 為透鏡的折射係數，將以上式子代入，則可以推導透鏡對入射光穿透率的影響。如此則得到第一塊透鏡的矩陣為

$$L_1 = \begin{pmatrix} t_{s2} & 0 \\ 0 & t_{p2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \varphi & -\cos \varphi \\ \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{s1} & 0 \\ 0 & t_{p1} \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

第二塊透鏡的矩陣為

$$L_2 = \begin{pmatrix} t_{s2} & 0 \\ 0 & t_{p2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \varphi & \cos \varphi \\ -\cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{s1} & 0 \\ 0 & t_{p1} \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

利用這兩個矩陣就可以知道透鏡對光振幅與相位的影響。

有了上述各小節由廣義瓊斯矩陣法則的方式求出各項矩陣關係後，我們即可結合累加各矩陣，得到系統的等效矩陣。說明如下：根據我們的

分析，圖 2.2 的實驗系統圖，可以等效成如圖 2.8 的示意圖

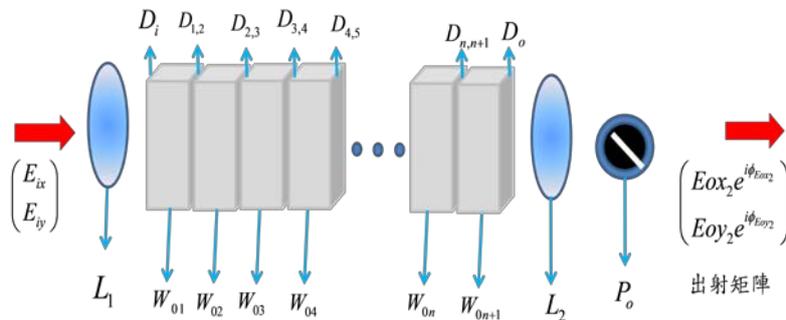


圖 2.8 extended Jones matrix method 總和矩陣表示圖

將其視為一系列的瓊斯矩陣行程的網路。首先，入射平行光波先遇到穿透軸夾角 45° 的偏振板，故其瓊斯向量可以寫為

$[\cos 45^\circ, \sin 45^\circ]$ ，然後將入射光遇到透鏡 L_1 ，故需穿透光需乘上透鏡矩陣，光在焦距附近進入液晶波板，所以再乘上進入矩陣 D_i 。我們可將液晶波板視為許多層，光進入液晶波板後依序再各層傳播轉換，如：在第一層傳播，其傳播矩陣為 W_{o1} ，接著乘於第一層與第二層的介面矩陣，在乘於第二層的傳播，矩陣 W_{o1} ，相同動作做到 $n+1$ 層，接著光出射液晶波板後，須再乘上出射矩陣 D_o ，出射液晶波板後會遇到第二塊透鏡，故再乘上透鏡 L_2 的矩陣，最後經過檢偏板，再乘上檢偏板矩陣 P_o 。

$$P_o = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

則可以得到廣義瓊斯矩陣方法分析下，系統的等效矩陣形式，如下式：

$$M = P_o L_2 L_2 D_o W_{on+1} D_{n,n+1} W_{on} D_{n-1,n} \cdots W_{o3} D_{2,3} W_{o2} D_{1,2} W_{o1} D_i L_1 \quad (2.52)$$

我們可以將入射光的瓊斯向量乘上此矩陣 M 則可以得到我們出射光的瓊斯向量，藉此分析出射光的強度分佈，了解此液晶相位板的斜向入射之特性。同樣的，詳細的特性並無解析解，必須以電腦程式作數值分析，留待第三章再來應用此節的分析，做精確的計算分析。

第三章 液晶波板參數研究與元件設計

本章我們使用數值方法模擬實驗情況，使用第二章所推導的理論，模擬液晶波板的特性，我們使用不同的條件，來模擬液晶波板作相位元件的可能性，從模擬當中找到適合做相位元件的參數，進而設計可行的相位調製式光學元件，例如改變液晶波板的厚度，或是改變電壓使其液晶波板有合適的相位延遲。

3.1 模擬參數

實驗架構如圖 2.2，光源我們使用波長為 632nm 的氦氖雷射，透鏡我們選定焦距為 50mm 的凸透鏡，其曲率半徑皆為 51.23mm，因為要配合 CCD 偵測孔徑的大小，入射光的高度我們選定為 5mm，這樣入射光才不會超過 CCD 所能擷取的範圍，我們了解透鏡的焦距與及入射光的高度，就可以計算斜向入射光最大的角度為 5.51° ，這裡所使用的

液晶為 E7，其參數我

們選定室溫在於 25°C ，

其彈性能參數

$k_1=12(10^{-12}\text{N})$ 、

$k_2=9(10^{-12}\text{N})$ 、

$k_3=19.5(10^{-12}\text{N})$ ，

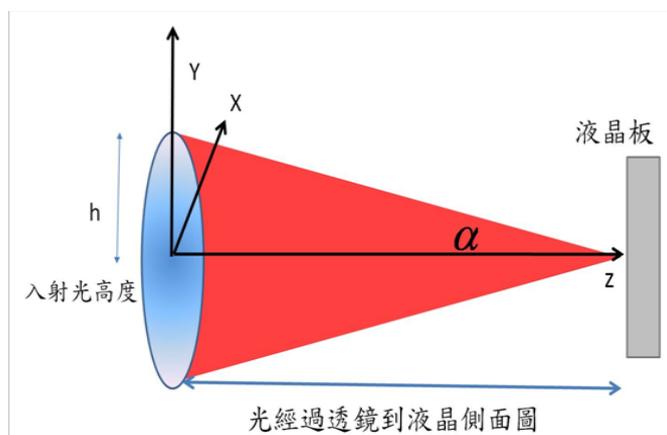


圖 3.1 圖相位置與入射角度

電介質參數 $\varepsilon_{\parallel}=19.6$ ， $\varepsilon_{\perp}=5.1$ ，我們起始液晶的光軸是平行於 Y 軸。

由於我們模擬的圖形為 CCD 上的光強度分布圖，但是我們必須知道圖形位置與入射光進入液晶波板角度的關係，其位置與入射角度的關係如圖 3.1，從圖 3.1 與圖 2.4 中，可以知道 CCD 偵測強度位置與光入射角度的關係式

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (3.1)$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{f}\right) \quad (3.2)$$

由(3.1)式與(3.2)式可以將 CCD 觀測到光強度分布圖的位置，轉變為入射光的入射角度，之後從模擬的圖形中找到適合的操作參數，來進行相位調製式的光學元件。

3.2 液晶分子的指向分布

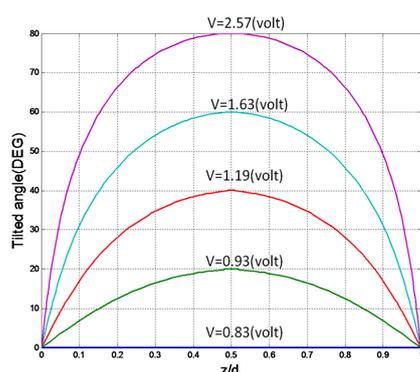


圖 3.2 不同電壓下液晶光軸的傾斜角 V. S. 液晶板中位置

我們可以由第二章的理論與上一節的模擬參數中，我們可以了解液晶波板受到外加電場後，液晶分子的指向分布，我們可以假定液晶波板厚度為 20um，受到五種不同的電壓，則液晶

分子受到電壓的影響下，分子指向在不同位置上的變化，如圖 3.2

其偏折的角度與位置的關係我們可以由表一表示

位置 (z/d)	偏折角 (degree)	電壓 (volt)	0.83	0.93	1.19	1.63	2.57
	0.002317		7.28E-05	0.142717	0.268148	0.361238	0.410756
	0.042217		0.001322	2.593603	4.877281	6.57694	7.483342
	0.053326		0.001667	3.270974	6.154241	8.303803	9.451868
	0.072768		0.002266	4.447627	8.37797	11.31972	12.89646
	0.090923		0.002818	5.533014	10.43732	14.12569	16.11128
	0.129954		0.00397	7.806836	14.78631	20.10935	23.01315
	0.131923		0.004026	7.918898	15.00213	20.40886	23.36071
	0.200151		0.005875	11.59756	22.19265	30.58719	35.35222
	0.2161		0.00627	12.38858	23.77181	32.89017	38.13148
	0.393497		0.009381	18.72447	37.09597	54.34457	67.50585
	0.406456		0.009511	18.99271	37.69629	55.46205	69.49954
	0.415186		0.009591	19.15895	38.0703	56.16983	70.83226
	0.439863		0.009788	19.56838	38.9981	57.96836	74.57175
	0.457166		0.009902	19.80495	39.53869	59.04769	77.2011
	0.471584		0.009982	19.97265	39.92394	59.83272	79.44349
	0.528416		0.009982	19.97265	39.92394	59.83272	79.44349
	0.542834		0.009902	19.80495	39.53869	59.04769	77.2011
	0.560137		0.009788	19.56838	38.9981	57.96836	74.57175
	0.584814		0.009591	19.15895	38.0703	56.16983	70.83226
	0.593544		0.009511	18.99271	37.69629	55.46205	69.49954
	0.606503		0.009381	18.72447	37.09597	54.34457	67.50585
	0.7839		0.00627	12.38858	23.77181	32.89017	38.13148
	0.799849		0.005875	11.59756	22.19265	30.58719	35.35222
	0.868077		0.004026	7.918898	15.00213	20.40886	23.36071
	0.870046		0.00397	7.806836	14.78631	20.10935	23.01315
	0.909077		0.002818	5.533014	10.43732	14.12569	16.11128
	0.927232		0.002266	4.447627	8.37797	11.31972	12.89646
	0.946674		0.001667	3.270974	6.154241	8.303803	9.451868
	0.957783		0.001322	2.593603	4.877281	6.57694	7.483342
	0.997683		7.28E-05	0.142717	0.268148	0.361238	0.410756

表一 不同電壓下，偏折角對位置的數值

我們可以由表一，知道不同位置的液晶分子的指向分布，可以將液晶分為 30 層，分別計算液晶通過此層的電場，則可以知道層與層之間液晶波板的介面轉換與傳播矩陣。

3.3 液晶波板的操作電壓分析計算

我們將液晶波板放置於相互垂直的偏振板中，如實驗圖 2.2，我們先模擬正向入射光的部分，我們選定固定的液晶波板厚度 18.49 μm ，選擇此厚度是為了呼應光學實驗的部份，模擬出射光在不同波長下，電壓對相位延遲的作圖，但是由於光學色散的原因，我們必須先知道 E7 在不同波長的折射率參數值，如圖 3.3。

由此圖我們知道
E7 對光源波長折
射率變化，包括 o

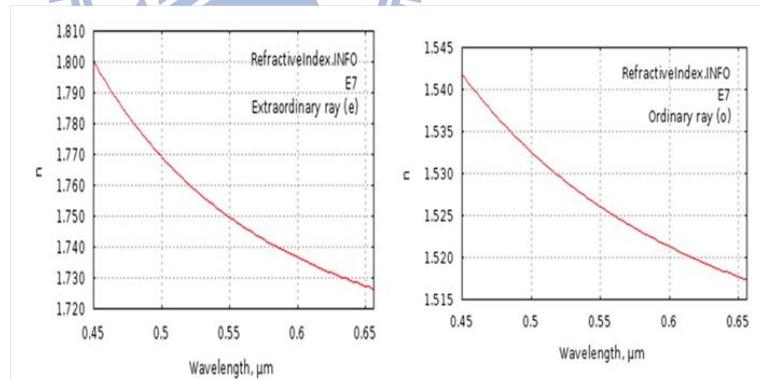


圖 3.3 E7 對不同波長的折射率(o-wave e-wave)

波與 e 波都會因為
波長的不同而改變，

如此我們利用第二章的理論模擬不同波長正向入射光的相位差隨電壓的變化如圖 3.4

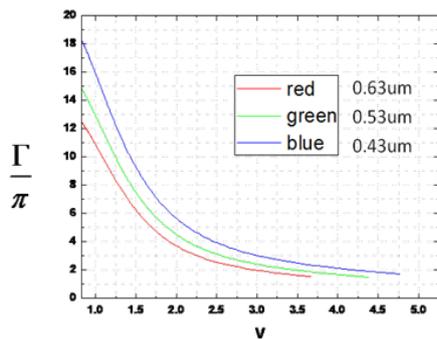
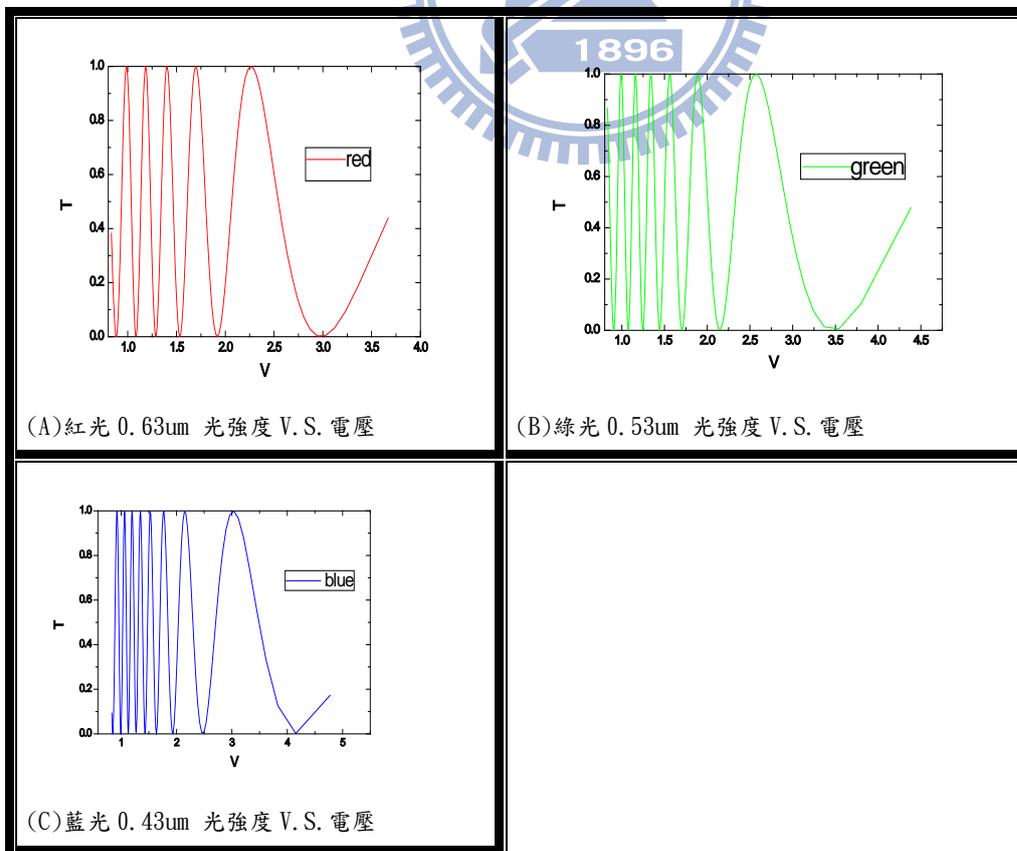


圖 3.4 不同波長正向入射光的相位差隨電壓

可以知道三種光源波長如紅色、綠色、藍色有不同的曲線，從圖 3.4 中在相位延遲為偶數的部分其相位延遲效果為全波長，其效果可以等同全波板，相位延遲為奇數的部分其相位延遲效果為半波長，其效果可以等同半波板，圖中的相位延遲可以利用式(2.13)可以將它改為光強度的圖形，如圖 3.5，



(A)紅光 0.63μm 光強度 V. S. 電壓

(B)綠光 0.53μm 光強度 V. S. 電壓

(C)藍光 0.43μm 光強度 V. S. 電壓

圖 3.5 不同波長的光強度 V. S. 電壓, (A)紅光 0.63um 光強度 V. S. 電壓, (B)綠光 0.53um 光強度 V. S. 電壓, (C)藍光 0.43um 光強度 V. S. 電壓

從圖中我們可以從圖中選定多種的電壓，使液晶波板在這電壓下有特殊的相位變化，若是光強度在波谷的位置，則相位延遲等同為全波板，若是波峰的位置，則相位延遲具有半波板的效果，我們將光強度為波峰與波谷時的電壓紀錄下來，如表二與表三。

光源	波谷電壓 (v o l t)								
Red	0.88	1.08	1.29	1.53	1.92	3.20			
Green	0.90	1.07	1.24	1.44	1.7	2.15	3.5		
Blue	0.84	0.99	1.12	1.27	1.43	1.63	2.45	4.15	

表二 光強度在波谷時的電壓

光源	波谷電壓 (v o l t)								
Red	0.98	1.18	1.4	1.69	2.32				
Green	0.99	1.16	1.34	1.55	1.88	2.57			
Blue	0.92	1.05	1.19	1.34	1.52	1.77	2.14	3.30	

表三 光強度在波峰時的電壓

從表二與表三中我們可以選取特定的電壓，使其具有特定的相位延遲功能。從表二中，我們比較不同入射光波長，使其具有全波板的效果，我們選擇紅光(0.63um)時的電壓為 1.92(volt)，綠光(0.53um)時的電壓為 1.7(volt)，藍光(0.43um)時的電壓為 1.43(volt)，比較

其斜向入射光進入液晶波板後，對其相位遲延的變化，可以由模擬其光強度在 CCD 上的圖形表示，如圖 3.6

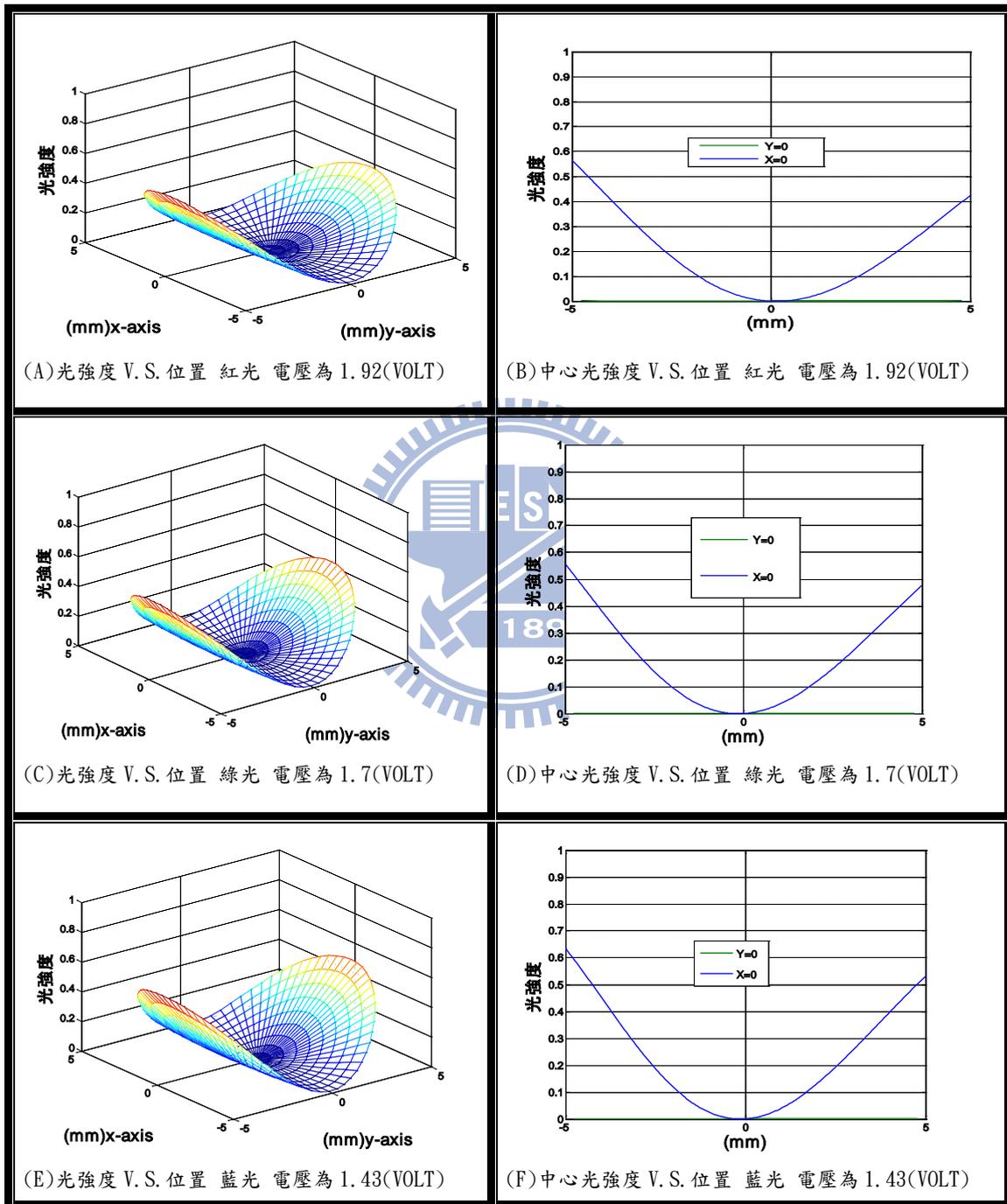
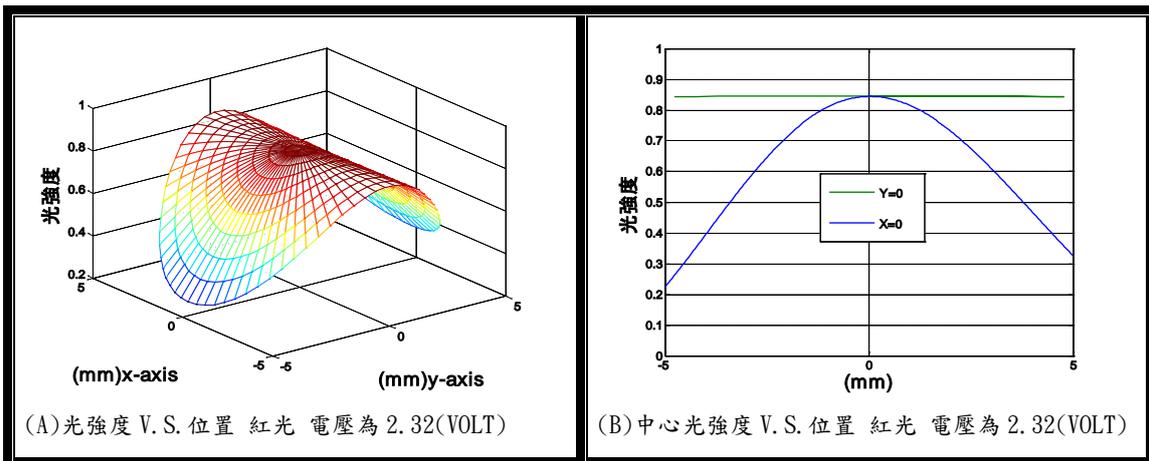


圖 3.6 不同波長下，液晶做全波板的功能，(A)光強度 V. S. 位置(紅光)電壓為 1.92(VOLT)，(B)中心光強度 V. S. 位置(紅光)電壓為 1.92(VOLT)，(C)光強度 V. S. 位置(綠光)電壓為 1.7(VOLT)，(D)中心光強度 V. S. 位置(綠光)電壓為

1. 7(VOLT), (E)光強度 V. S. 位置(藍光)電壓為 1. 43(VOLT), (F)中心光強度 V. S. 位置(藍光)電壓為 1. 43(VOLT)

我們發現外加電壓使正向入射光具有全波板功能時，對其斜向光的相位延遲並不均勻，如圖 3. 6(B)中，可以看出斜向入射光的相位調製並沒有全波長調變，所以導致光強度不均勻，從圖 3. 6(B)中也可以了解光在 $X=0$ 的方向變化較劇烈，這是由於光軸一開始是與 Y 軸平行有關，也可以從圖中知道入射光的波長對相位延遲的調變沒有影響。我們現在改加電壓使其正向入射光，具有半波長調變的效果，如表三中，我們比較不同入射光波長，使其具有半波板的效果，我們選擇紅光($0. 63\mu\text{m}$)時的電壓為 2. 32(volt)，綠光($0. 53\mu\text{m}$)時的電壓為 1. 88(volt)，藍光($0. 43\mu\text{m}$)時的電壓為 1. 52(volt)，比較其斜向入射光進入液晶波板後，對其相位遲延的變化，可以由模擬其光強度在 CCD 上的圖形表示，如圖 3. 7



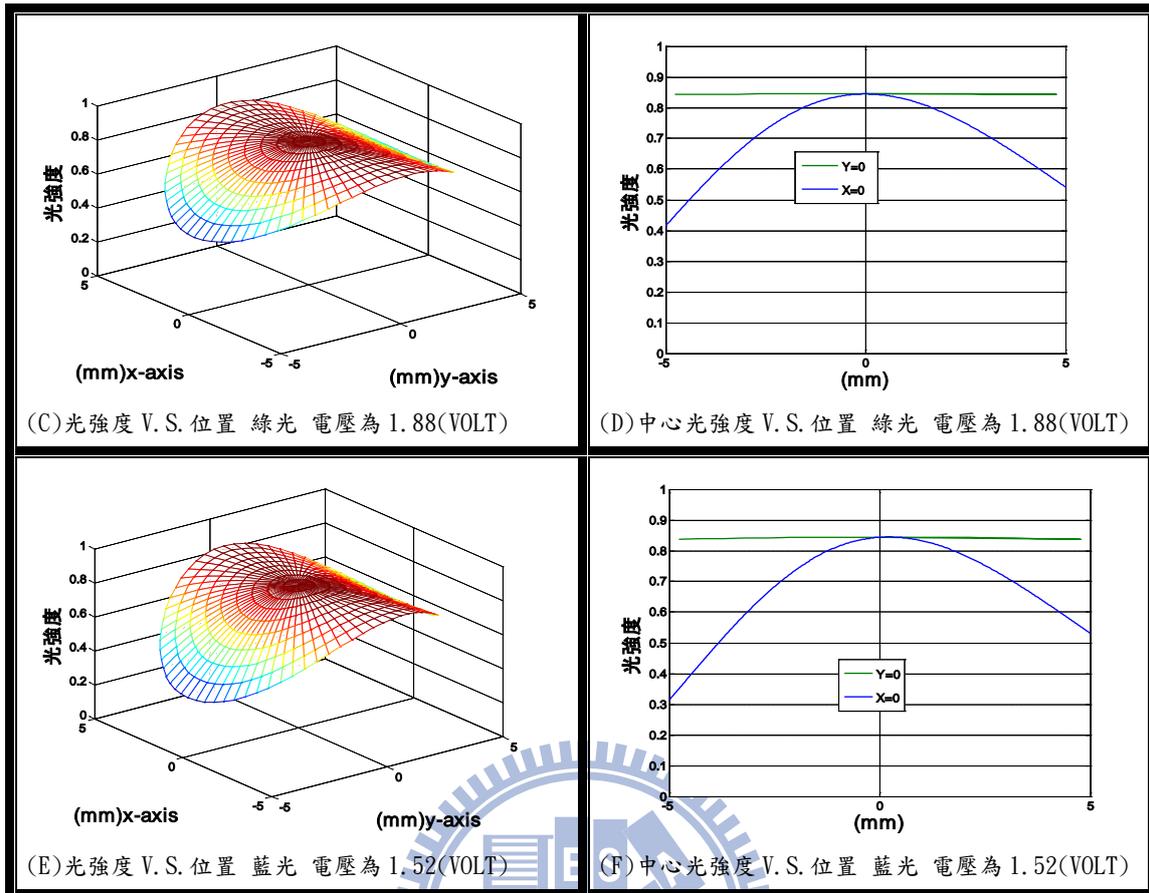


圖 3.7 不同波長下，液晶做半波板的功能，(A)光強度 V. S. 位置(紅光)電壓為 2.32(VOLT)，(B)中心光強度 V. S. 位置(紅光)電壓為 2.32(VOLT)，(C)光強度 V. S. 位置(綠光)電壓為 1.88(VOLT)，(D)中心光強度 V. S. 位置(綠光)電壓為 1.88(VOLT)，(E)光強度 V. S. 位置(藍光)電壓為 1.52(VOLT)，(F)中心光強度 V. S. 位置(藍光)電壓為 1.52(VOLT)

我們從圖 3.7 中，我們也了解與全波板時的情況相同，就是中心部分的相位調製，與旁邊的部分也就是斜向入射光並不相同，也導致了光強度在 CCD 上不均勻呈現，也與全波板的圖案類似，就是 $X=0$ 的方向變化劇烈，而在 $Y=0$ 的曲線則平緩許多，所以下節中的所有作圖都是比較 $X=0$ 方向的曲線。

3.4 不同厚度液晶波板在全波板與半波板的比較

我們可以將四種不同厚度的液晶波板，其相位延遲對電壓作圖，第一塊液晶波板的厚度為 19.5 μm ，此厚度不加電壓時，其相位延遲的調變為半波長調製，第二塊液晶波板的厚度為 18.49 μm ，第三塊液晶波板的厚度為 9 μm ，此厚度不加電壓時，其相位延遲的調變為全波長調製，第四塊液晶波板的厚度為 3.35 μm ，則其相位延遲對電壓的調變如下圖 3.8

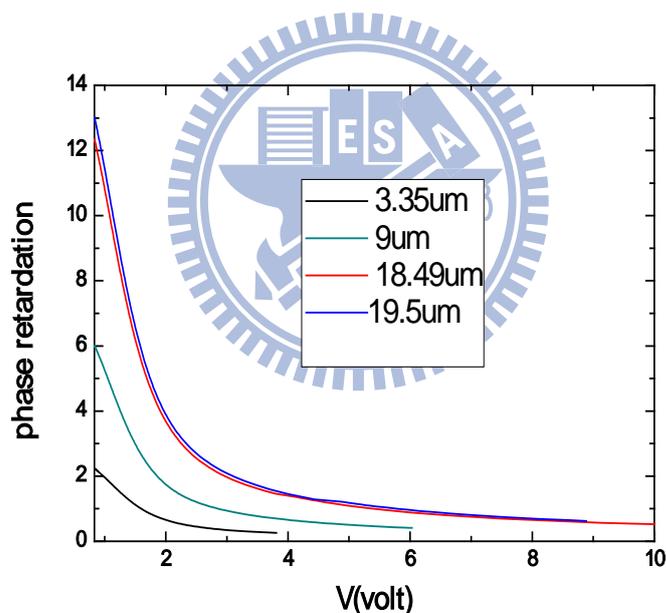


圖 3.8 不同厚度 相位延遲 V. S. 電壓

可以知道若是不加電壓時，則曲線 9 μm 的起始相位為 6π ，曲線 19.5 μm 的起始相位為 13π ，我們現在比較三種不同加電壓的相位調變方式情況，第一種就是不加電壓，比較其斜向入射時，不同曲線在 $X=0$ 時的光強度變化，第二種則是使正向入射光其相位遲延皆為 2π ，比較

其斜向入射時，不同曲線在 $X=0$ 時的光強度變化，第三種則是使正向入射光其相位遲延皆為 π 比較其斜向入射時，不同曲線在 $X=0$ 時的光強度變化。首先我們先比較不加電壓的情形，如圖 3.9，可以了解不加電壓時，其所有 $X=0$ 的曲線很平緩，表示斜向入射時的相位延遲與中心相當，這也說明液晶波板對於斜向入射光具有很好的調製，對於厚度為特殊厚度，當然也具有特殊的相位變化，曲線為 $19.5\mu\text{m}$ 時，在不加電壓時，其光強度皆為最大，表示此時液晶波板的相位延遲為半波長，這說明了曲線 $19.5\mu\text{m}$ 在不加電壓下，可以當作很好的半波板，曲線為 $9\mu\text{m}$ 時，在不加電壓其光強度皆為最小，表示此時液晶波板的相位延遲為全波長，這說明了曲線 $3.35\mu\text{m}$ 在不加電壓下，可以當作很好的全波板，至於其他兩種厚度其相位變化，在不加電壓下，並沒有特殊的相位延遲。

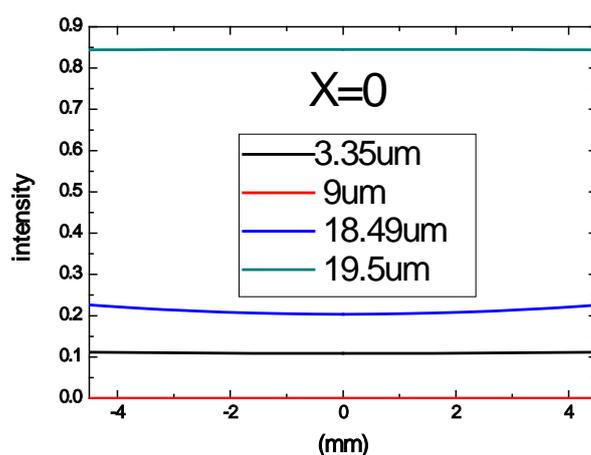


圖 3.9 不加電壓時，不同厚度 $X=0$ 曲線的光強度

我們現在加電壓使其正向入射具有相位延遲為 2π ，根據圖 3.8，

厚度為 19.5 μm 時，外加電壓為 3.14(volt)，厚度為 18.4 μm 時，外加電壓為 2.98(volt)，厚度為 9 μm 時，外加電壓為 1.84(volt)，厚度為 3.35 μm 時，外加電壓為 0.97(volt)，其 $X=0$ 的曲線如圖 3.10

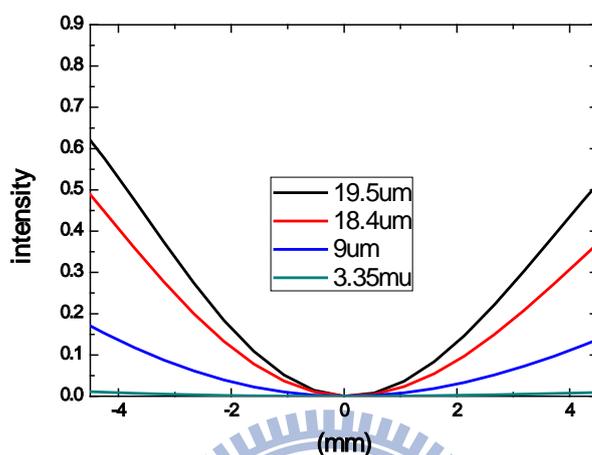


圖 3.10 不同厚度在相同的相位延遲下(2π)， $X=0$ 曲線的光強度

我們可以發現一種趨勢，對於相同的相位延遲，但是厚度較大的，斜向的光強度也較強，這說明了斜向光對於厚度較小的液晶波板，具有較精準的相位調製，在圖中我們發現起始是特定的相位對於加電壓後的相位延遲，對於斜向入射光的調變也是很差，與其他的曲線也相同，所以在此圖中，最好的全波板是厚度為 3.35 μm 的液晶波板，同樣的道理，我們現在加電壓使其正向入射具有相位延遲為 π ，根據圖 3.8，厚度為 19.5 μm 時，外加電壓為 5.66(volt)，厚度為 18.4 μm 時，外加電壓為 5.34(volt)，厚度為 9 μm 時，外加電壓為 2.87(volt)，厚度為 3.35 μm 時，外加電壓為 1.6(volt)，其 $X=0$ 的曲線如圖 3.11

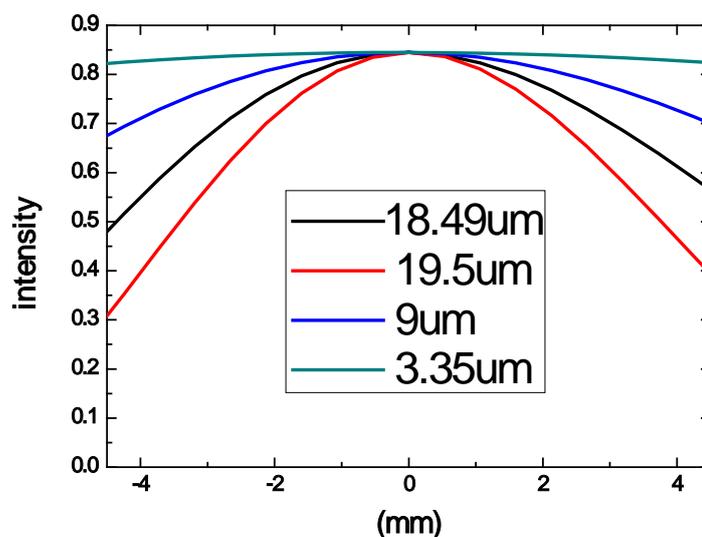


圖 3.11 不同厚度在相同的相位延遲下(π)， $X=0$ 曲線的光強度

同樣也有趨勢，對於相同的相位延遲 π ，厚度較大的液晶波板，對於斜向的光強度變化較劇烈，這說明了中心與旁邊的相位調製並不均勻，但是對於厚度較小的液晶波板，斜向與中心的部分，並沒有差很多，表示相位調製很均勻，所以在此圖中，最好的半波板為厚度為 3.35 的液晶波板。

3.5 操作參數最佳化設定

從上節我們可以了解厚度較小的液晶波板，對於斜向入射光的相位調製較好，但是最佳化的厚度為多少，我們必須了解，使用可調變的波長板，最重要的就是全波長與半波長的調製，液晶波板的厚度若是太小，則可以使用的相位就很少，若是厚度很大，則斜向入射的調

製就會太差，我們可以選擇全波板的相位延遲為 2π ，半波板的相位延遲為 π ，則此最小的厚度可以利用式(2.12)得到，為 $3\mu\text{m}$ ，對於其視角在 11° 內，也就是距離中心點 $5\mu\text{m}$ 的範圍，都具有很的調製，我們可以利用此厚度，達到所有的相位調變，因為相位延遲為 2π 一個周期，所以在厚度 $3\mu\text{m}$ 中，我們可以達到所有的相位調製，不僅僅侷限於半波長與全波板，只是我們用半波板與全波板的調製來做我們實驗的驗證。



第四章 元件的製作與光學實驗

在本章中，我們將以實驗驗證理論的模擬，首先我們必須先製作元件，也就是液晶波板，將其變為可以操作的相位調製元件，接著我們將以光學實驗，驗證我們的理論模擬是否正確，光學實驗方面，分為兩部分進行，第一個實驗為正向入射的實驗，此實驗可以幫助我們了解液晶的基本參數與操作條件，第二個實驗則為斜向入射的實驗，此實驗可以知道液晶波板對於斜向入射光相位調製情形的好壞。

4.1 樣品製作

我們有五個液晶樣本，如圖 4.1

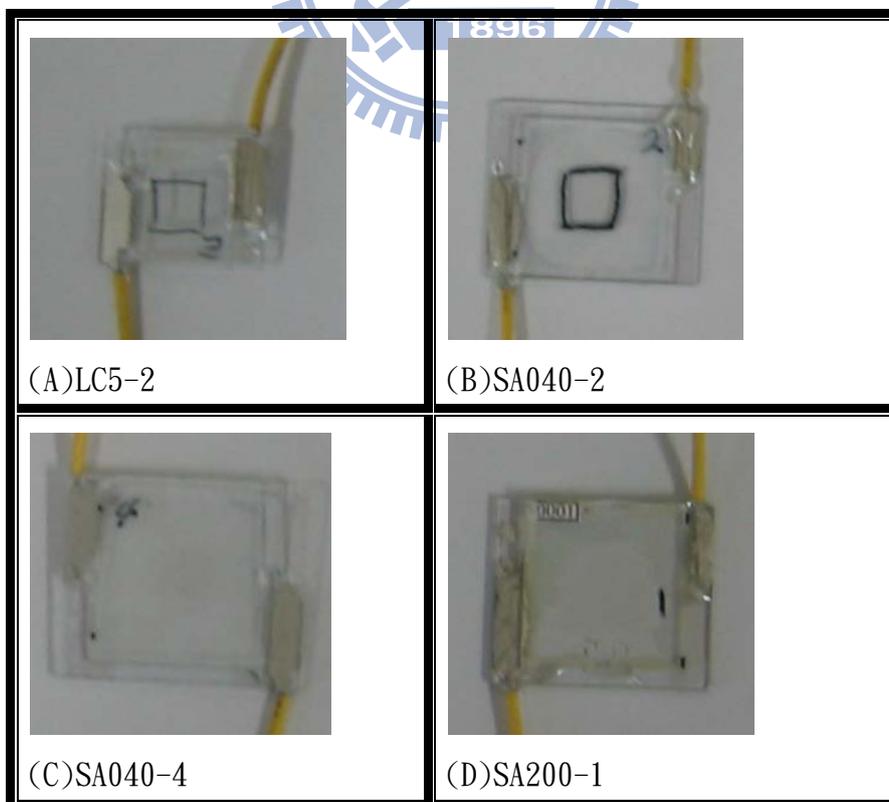




圖 4.1 五個不一樣厚度的液晶波板, (A)LC5-2, (B)SA040-2, (C)SA040-4, (D)SA200-1, (E)SA200-5

其製作方法如下，因為我們研究的主題為可調製的相位元件，相位的變化為很精細的數值，所以液晶板的間隔，必須要很精準，所以我們向廠商訂購了空的液晶板，而廠商有兩種不同的液晶板，一種為 LC 系列，其液晶板的結構圖為圖 4.2

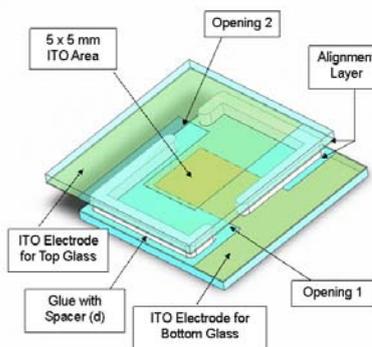


圖 4.2 LC 液晶板結構

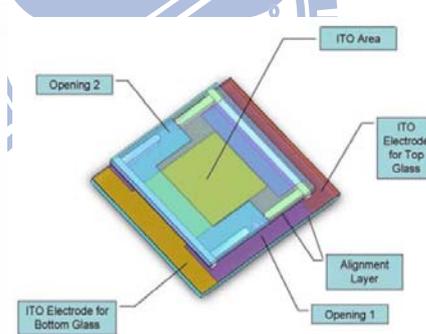


圖 4.3 SA 液晶板結構

另一種為 SA 系列，其液晶板的結構圖為圖 4.3，兩種差別最大部分為加電極的位置，LC 系列的液晶板，其兩個加電壓的地方，是在板子的對面，而 SA 系列的液晶板，其兩個加電壓的地方，是在板子的同一面，對於我們做實驗來說，因為要將液晶波板置於旋轉架上，所以對於 SA 系列來說，其板子較容易調整到使光正向入射，且 SA 系

列的導電玻璃部分也較寬大，表示我們可以使用調變的部分也較大，我們拿到空的液晶盒後，我們利用毛細現象，灌入液晶(E7)，使其均勻分布在液晶板內，接者我們使用銀膠將液晶波板與導線黏在一起，之後再利用 AB 膠黏在銀膠上面，可以達到保護銀膠不脫落的效果，加電壓的部分則使用函數產生器將外加電壓於液晶波板上，研究不同電壓下，入射光經過液晶波板光強度的變化，將此應用於可調式相位元件上，我們將研究在特殊電壓下，液晶波板會有特殊的相位變化。

4.2 液晶波板基本特性量測

在開始作實驗之前我們必須要確認液晶波板是否厚度正確，所以必須要先量測液晶波板的基本特性，我們將雷射光不經過擴束經過液晶與相互垂直的偏振板(cross polarizes)，在架構的最後面使用光偵測器偵測光強度，如圖 4.4

我們使用函數產生器當外加電壓，加於液晶波板中，測量電壓對穿透率的變化。我們在實驗中選擇

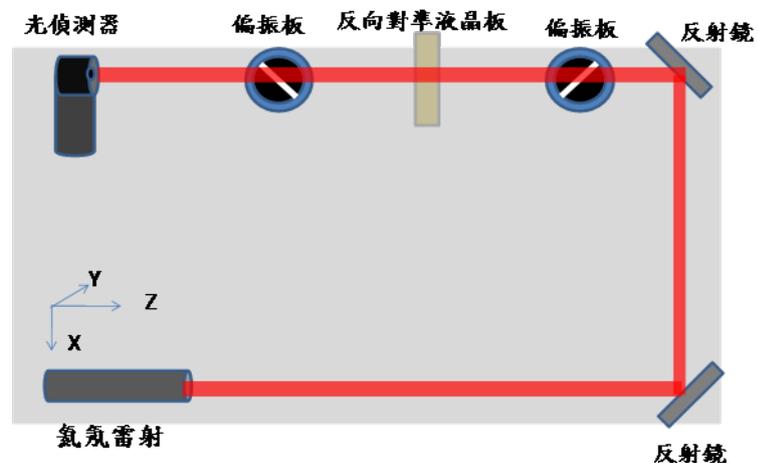


圖 4.4 正向入射實驗裝置圖

頻率一千赫茲，波型為弦波與方波，將改變外加電壓，使用光偵測器測量光強度，紀錄電壓對光強度的變化，可以得到正向入射光對液晶波板的基本參數。

對於五塊不同厚度的液晶波板，我們可以得到不同液晶波板電壓對光強度的圖，如圖 4.5

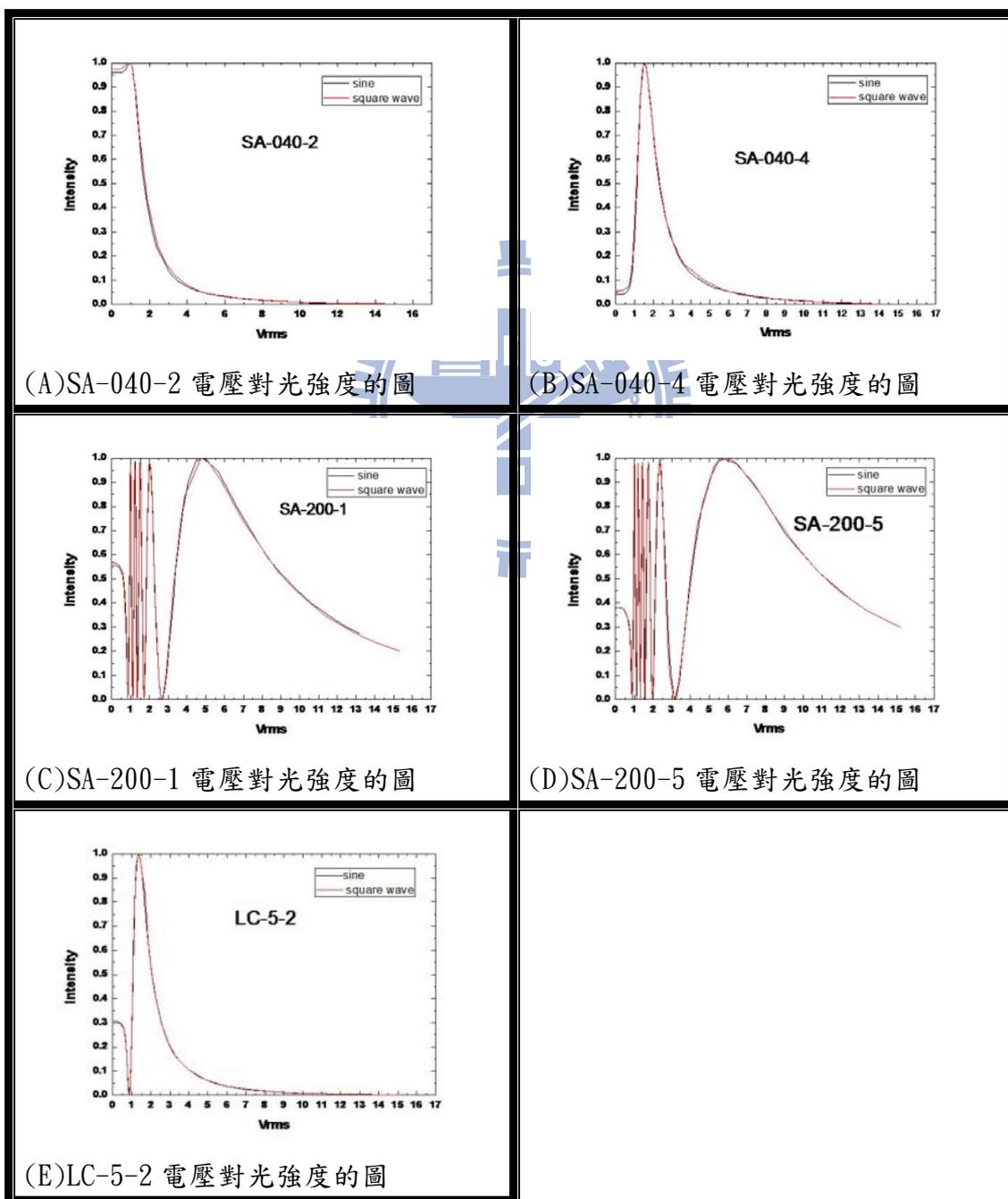
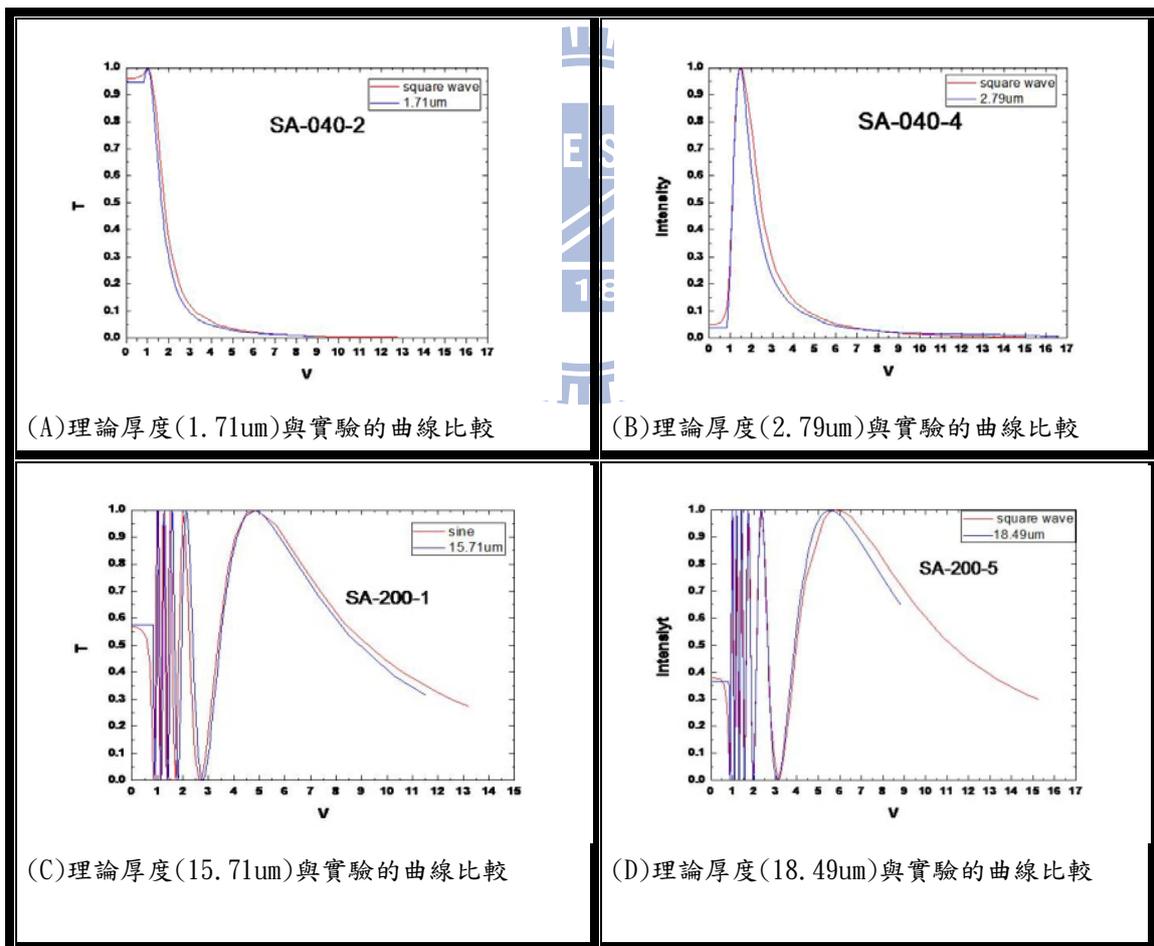


圖 4.5 不同液晶波板電壓對光強度的實驗圖(兩種波型), (A)SA-040-2 電壓對光強度的圖, (B)SA-040-4 電壓對光強度的圖, (C)SA-200-1 電壓對光強度的圖, (D)SA-200-5 電壓對光強度的圖, (E)LC-5-2 電壓對光強度的圖

可以圖中發現使用弦波與方波的差別不大，但是使用方波可以使用高的有效方均根電壓(V_{rms})。在圖 4.5，可以證明我們的液晶波板是具有電壓改變其光經過相位延遲的效果，才會改變光偵測器上的光強度，且由圖 4.5 中可以推導每個實際液晶波板的厚度，接著我們可以利用推導出來的液晶厚度再帶入我們的理論模擬，與實際結果相互比較，可以得到圖 4.6



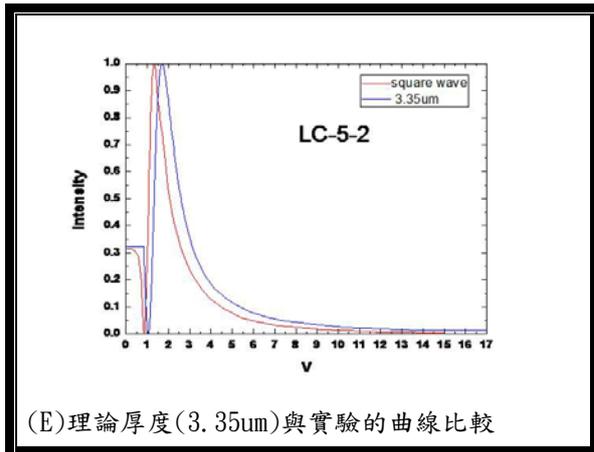


圖 4.6 不同液晶波板電壓對光強度的實驗圖與理論比較, (A)理論厚度(1.71um)與實驗的曲線比較, (B)理論厚度(2.79um)與實驗的曲線比較, (C)理論厚度(15.71um)與實驗的曲線比較, (D)理論厚度(18.49um)與實驗的曲線比較, (E)理論厚度(3.35um)與實驗的曲線比較

比較其結果，可以發現模擬的曲線與實驗結果差距不遠，表示我們的理論是沒有很大的錯誤，這實驗證明了液晶是可以正常工作且我們推導的理論可以支持這實驗結果，我們可以利用圖 4.5 實驗得到的數據，來設計可調式液晶元件，如圖 4.5 (E)圖，電壓為 0.85(volt)時，此時通過互相垂直偏振板，穿透率是最低，表示此時相位變化為 2π ，偏振方向不會改變，所以通過第檢偏板後，跟檢偏板的穿透軸互相垂直，所以穿透光的強度是最暗，此時的液晶波板具有全波板的功能，光經過液晶波板不會改變偏振方向，加電壓為 1.32(volt)，此時光的穿透率為最亮的，表示此時相位變化為 π ，偏振方向改變 90° ，所以通過檢偏板後，與檢偏板的穿透軸互相平行，所以穿透光的強度是最亮的，此時液晶波板具有半波板的功能，如果此時電壓改

加 1.06(volt)，光的穿透率為一半，此時相位變化為 $\pi/2$ ，表示此時在此電壓下的液晶波板具有四分之一波板的功能。

我們由圖 4.5 了解如何利用實驗曲線來設計可以調製的液晶相位板，如果曲線在波谷時，表示穿透率最低，液晶波板具有全波長的效果，此時電壓下的液晶波板，可以設計為全波板，曲線波峰時，此電壓下的液晶波板可以設計為半波板，波峰與波谷中間的電壓可以設計為四分之波板，若是要非整數的相位調製，可以利用穿透率的變化，反推光經過液晶波板的相位調製值，紀錄此時電壓，則可以利用此電壓下的液晶波板，達到特殊的相位調製，跟傳統式的相位板比較，可以了解可調式的相位元件較能彈性應用於光學中。

圖 4.5(E)圖為液晶波板厚度為 3.35 μm ，我們現在比較厚度較大的液晶波板，圖 4.5 (D)圖，此時的液晶波板厚度為 18.49 μm ，可以很明顯的發現，圖的曲線變化較多，震盪較劇烈，尤其是在電壓 2(volt)內，曲線變化就占了一半以上，表示在電壓較小時，稍微變化微小電壓，穿透率的曲線就會從波峰到波谷，但若是電壓在 2.5(volt)以上，波峰與波谷的間距，就會離比較遠，表示微小電壓的影響會小很多，所以我們在使用厚度較大的液晶波板，最好使用的電壓要比較大，這樣對相位的調製會較精準，利用這種方式來設計可調式的相位元件，並找出影響可調製相位元向的設計參數。

4.3 斜向入射對液晶波相位調製的影響與量測

上一節我們只有考慮正向入射的影響，這一節我們必須考慮不同角度入射光對液晶波板的影響，將實驗裝置如圖 4.7

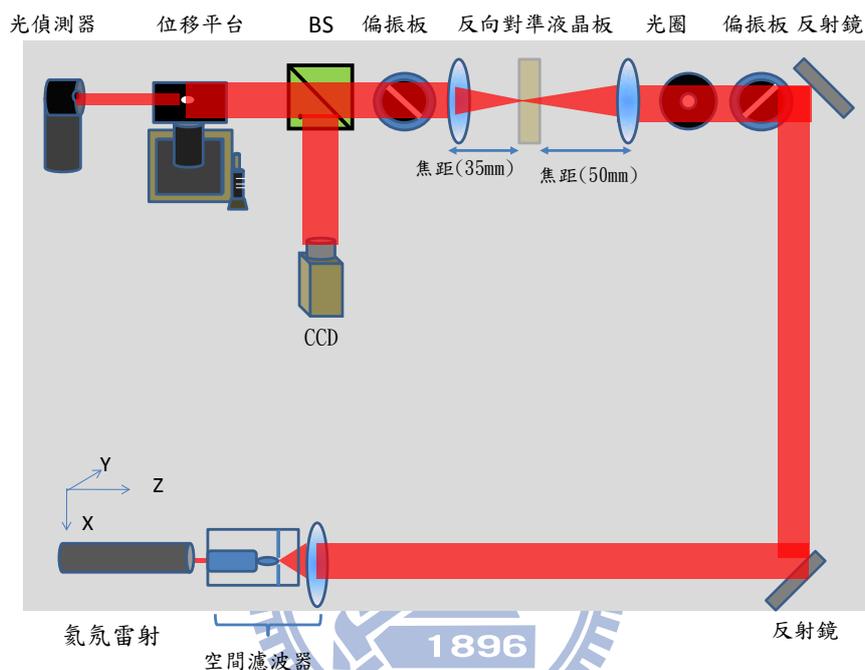


圖 4.7 斜向入射實驗架構圖

將光經過擴束，將過偏振片後，進入第一個透鏡，焦距為 5 公分，將液晶波板置於焦距附近，之後再放入第二塊透鏡其焦距為 3.5 公分，此時的成相位縮小 0.7 倍，成像再經過檢偏板，在後面放一塊 BS，垂直光路的部分放上感光耦合元件(CCD)上，在外接螢幕上觀察其圖形，平行光路的部分，我們使用一位移平台在 Y 軸方向移動，上面裝置為一光圈，在位移平台後面放光偵測器，因為 CCD 只能觀測圖形的形狀，不能很完整的告訴我們位置上的光強度，所以我們可以移動位

移平台，挑選我們想要的圖形位置，則可以利用光偵測器測量光的強度。

首先我們在測量在光只有經過 cross polarizes(未放上液晶波板)與光經過傳統半波長相位板的兩個實驗中，測量的圖形為圖 4.8

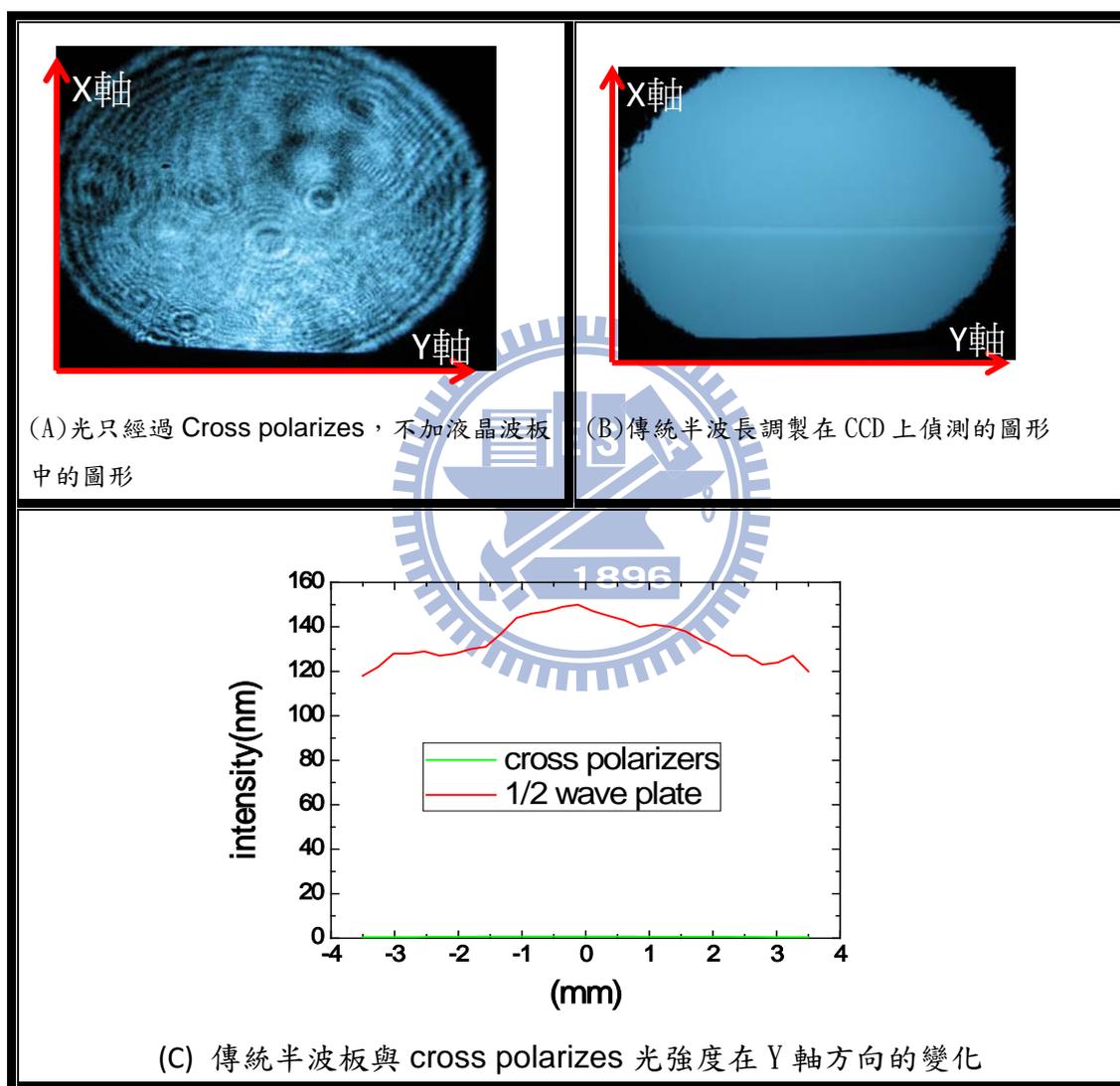
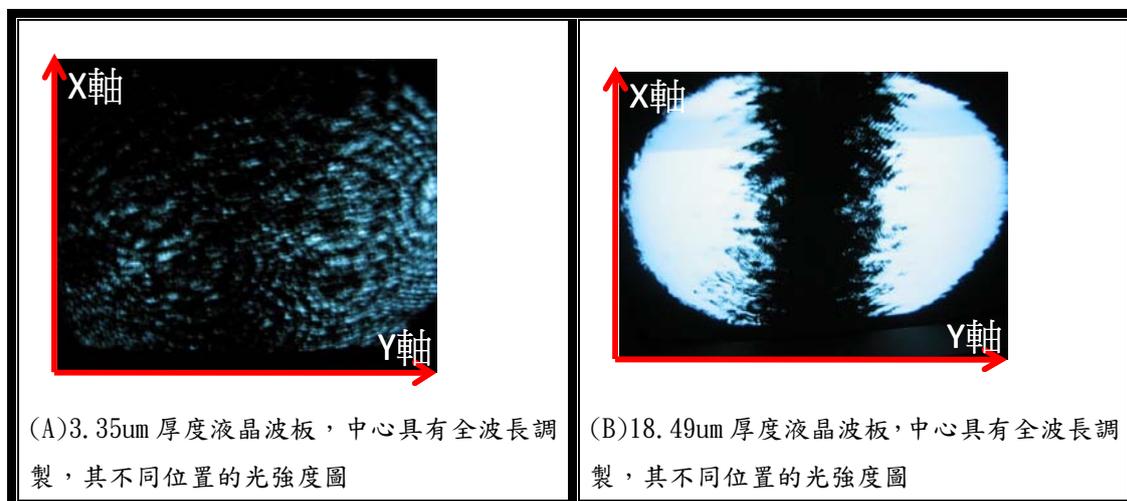


圖 4.8 傳統半波板與光經過 cross polarizes 光強度的變化圖, (A)光只經過 Cross polarizes, 不加液晶波板中的圖形, (B)傳統半波長調製在 CCD 上偵測的圖形, (C)傳統半波板與 cross polarizes 光強度在 Y 軸方向的變化

圖 4.8 (A)為光只有經過 cross polarizes 的實驗圖，可以看出圖形很均勻都是暗的部分，但是我們要知道圖形定量的部分，就必須利

用光偵測器所測量的結果，圖形綠色線為光在 Y 軸方向移動變化，可以知道光強度都在 1nm 以下，表示光經過 cross polarizes 被擋住許多，接者我們將傳統的半波板放放置在 cross polarizes 之中，利用半波板作相位延遲 π ，此時由於半波板前有透鏡聚焦，所以平行光會變為圓錐型入射，圖形的正中央為正向入射的結果，其他部分為斜向光的入射，此時半波板可將光的相位調製經過檢偏板，在 CCD 上看得的圖形為圖 4.8 (B)圖，是很均勻的亮，由於光強度已超過 CCD 的飽和強度，所以我們可使用光偵測器測量光在 Y 軸光強度變化，如圖 4.8(C)圖紅色的曲線，可以看出紅色的曲線還算平直，表示半波板在中心與斜向部分位移延遲沒有差很多。

接者我們比較加入液晶波板，且使液晶波板在中心為全波長調製時，以 CCD 測量光強度的變化圖，所以我們分別比較將兩種不同厚度的液晶波板 SA-200-5 和 LC-5-2 放在第一塊透焦距的部分，可以在 CCD 上觀察光經過液晶波板的光強度圖，其結果為圖 4.9



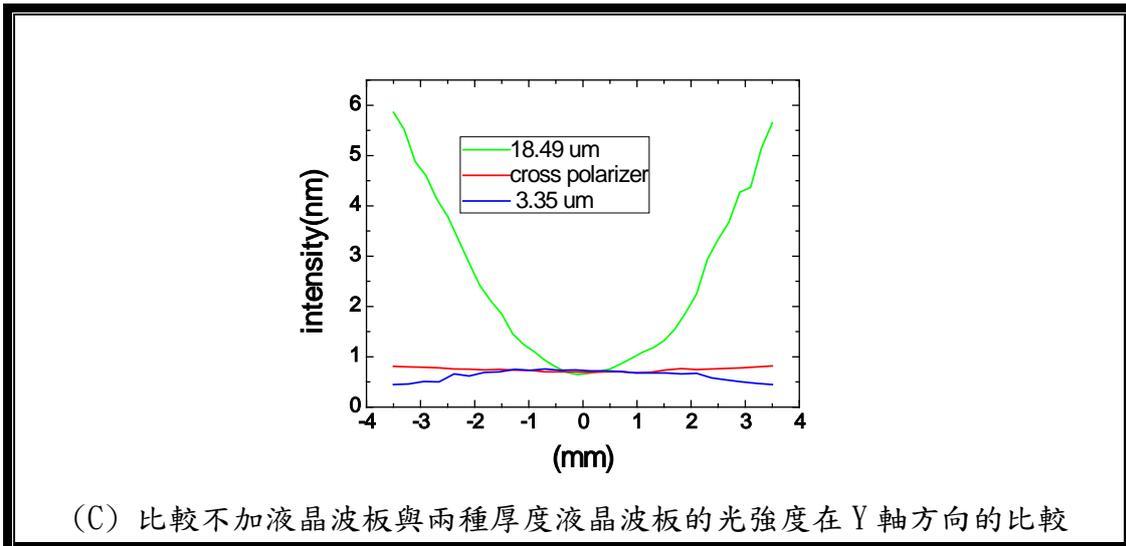


圖 4.9 中心具有全波長調製液晶波板的光強度圖(液晶厚度 5um 和 20um),
 (A)3.35um 厚度液晶波板，中心具有全波長調製，其不同位置的光強度圖，
 (B)18.49um 厚度液晶波板，中心具有全波長調製，其不同位置的光強度圖，
 (C)比較不加液晶波板與兩種厚度液晶波板的光強度在 Y 軸方向的比較

我們先放放上 SA-200-5 液晶波板，根據圖 4.5 (D)可以知道加電壓 3.21(volt)，此時液晶具有全波長的效果，結果為圖 4.9 (B)圖，此時由於液晶波板前同樣有透鏡聚焦，所以圖形的正中央為正向入射的結果，其他部分為斜向光的入射，在圖 4.9 (C)綠色的曲線表示此時光強度在 Y 軸方向的變化，可以與我們之前模擬的 3.6(B)比較，可以發現模擬的圖形與實驗圖形相類似，中心的部分是相位變化沒有改變，所以具有全波板的功能，所以光通不過相互垂直的偏振板，但是斜向部分液晶不能調製得很好，所以周圍有漏光的現象，且 Y 軸方向的變化較 X 軸變化的方向明顯，這與我們模擬的結果相互吻合。接這我們放上 LC-5-2，根據圖 4.5 (E)可以知道加電壓 0.85(volt)，此時液晶具有全波長的效果，如圖 4.9 (A)，可以觀察其圖形沒有圖

4.9(B)亮暗分明，表示正向入射與斜向部分光的調製沒有相差很多，可以由圖 4.9(C)藍色的曲線知道，在圖 4.9(C)圖中，我們比較了不加液晶波板與加了不同厚度的液晶波板，可以知道在全波長調製效果，厚度較小的液晶波板 LC-5-2 與不加液晶波板的圖形較類似，表示 LC-5-2 在全波長調製要比 SA-200-5 效果要好。

現在我們同樣將兩種厚度液晶波板分別比較，將使液晶波板正中心的部分具有半波波長的效果，其結果如圖 4.10

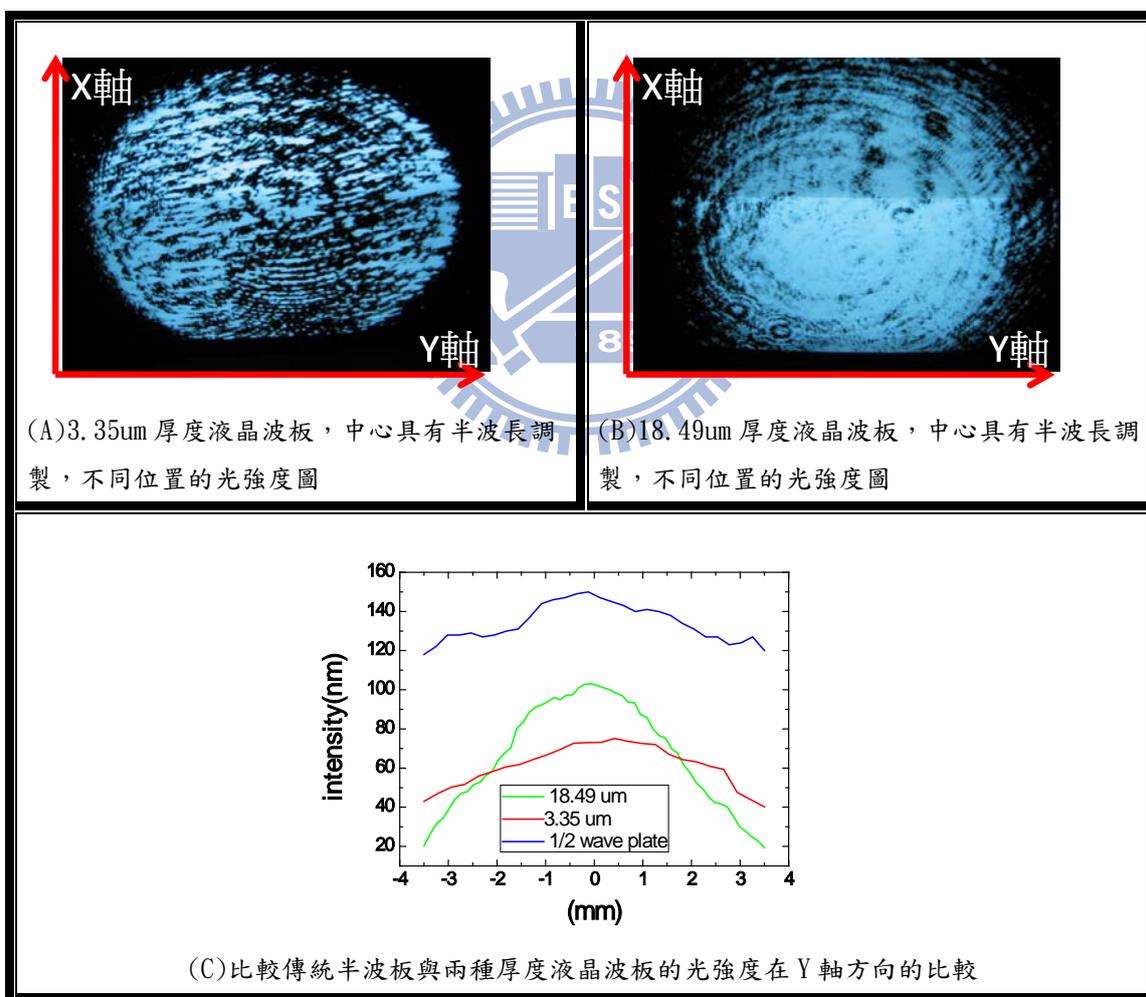


圖 4.10 中心具有半波長調製液晶波板的光強度圖，
 (A) 3.35μm 厚度液晶波板，中心具有半波長調製，不同位置的光強度圖，
 (B) 18.49μm 厚度液晶波板，中心具有半波長調製，不同位置的光強度圖，

(C)比較傳統半波板與兩種厚度液晶波板的光強度在 Y 軸方向的比較

我們先放放上 SA-200-5 液晶波板，根據圖 4.5 (D)可以知道加電壓 2.34(volt)，此時液晶具有全波長的效果，同樣液晶波板前同樣有透鏡聚焦，所以圖形的正中央為正向入射的結果，其他部分為斜向光的入射如圖 4.10 (B)圖中，可以觀察圖的中心部分為最亮的，外圍的部分比較暗，在圖 4.10 (C)綠色的曲線表示此時光強度在 Y 軸方向的變化，可以與圖 3.7(B)比較，可以發現中心的部分是相位延遲具有半波長調變，所以光可以通過相互垂直的偏振板，但是斜向部分液晶不能調製得很好，所以周圍比中心的部分較暗，這與我們模擬的結果相互吻合。接這我們放上 LC5-2，根據圖 4.5 (E)可以知道加電壓 1.32(volt)，此時液晶具有半波長的效果，如圖 4.10 (A)，可以觀察其圖形較圖 4.10(B)均勻，表示正向入射與斜向部分光的調製沒有相差很多，可以由圖 4.10(C)紅色的曲線知道，在圖 4.10 (C)圖中，我們比較傳統液晶波板與可調式相位元件，可以知道在半波長調製效果，厚度較小的液晶波板 LC-5-2 中心與旁邊沒有 SA-200-5 相差來的大，表示 LC-5-2 也在半波長調製要比 SA-200-5 效果要好，從這裡就可以了解，厚度較小的液晶波板，對於斜向光的相位調變較好，所以與我們第三章的推論是相同的，接著我們將利用得到的參數，來設計理想的可調式相位延遲元件。

4.4 可調式液晶相位延遲元件的設計

我們可以由以上各節得到可調式液晶相位延遲元件的設計參數，若是我們使用液晶為 E7，厚度為 $3.35\mu\text{m}$ 的液晶波板，操作電壓為 $0.85(\text{volt})$ 時可當全波板使用，操作電壓為 $1.32(\text{volt})$ 可以當作半波長使用，且根據圖 4.5(E)，若是電壓為 $1.03(\text{volt})$ 與 $2.09(\text{volt})$ 時，則可以當作四分之波板使用，此相位延遲元件，若在視角 11.5 度內，對於斜向入射光都具有很好的調變，當然厚度再更小，斜向入射光的相位調製會更好，但是厚度不可以小於 $3\mu\text{m}$ ，不然全波長的相位就必須要加很大的電壓，使液晶分子全部與電場方向平行，則此時的相位為 0 ，才可以達到全波板的效果，這操作模式下，必須使用較高的電壓，所以我們不採用此方法。

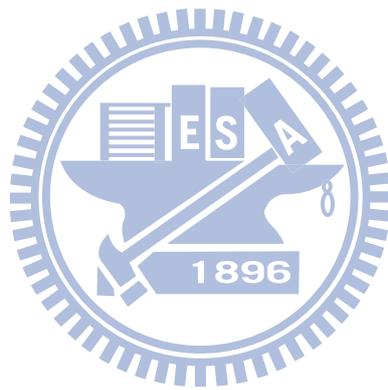
第五章 結論

在本論文中，我們研究可調製的相位延遲元件，目的在於此可調製的相位延遲元件，可以利用外加電壓改變元件的相位延遲，達到我們可應用的相位遲延，選定液晶做成的相位板是因為液晶材料的折射率對外加電壓會改變，所以我們使用液晶研究可調製的相位延遲元件。

在本文中，我們深入了解液晶波板的基本參數，與及液晶板做成可調製相位延遲元件的設計參數，最後達到設計理想的可調製相位板，在這之中，我們利用廣義的瓊斯矩陣，分析整個實驗架構，利用此方法當作我們模擬的基礎，找出影響液晶波板的參數，則可以利用這些參數，達到我們設計理想液晶波板最終目標。

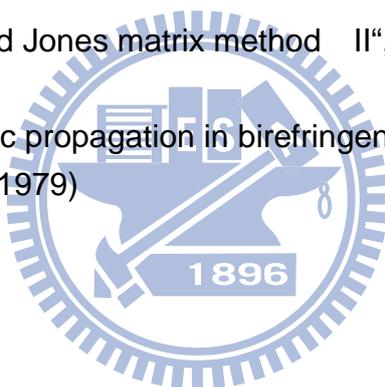
從理論模擬中我們設計了厚度較小的液晶波板，可以有較好的斜向光相位的調變，而在光學實驗中也證實了我們的想法是正確的，所以我們可以應用已經製作完成，厚度為 $3.35\mu\text{m}$ 的液晶波板來當可調式的相位延遲元件，對於視角在 11.5 度之內，此元件有很好的相位調變，而且不僅僅只能作全波板與半波板之間的調製，也可以調製其他相位，若是空液晶板的製程很精準，且液晶為 E7，若入射光為氬氬雷射，則根據我們的理論，理想的液晶板的厚度為 $3\mu\text{m}$ ，不加電壓

時有全波板的功能，加了電壓有其他特殊的相位，所以設計此厚度的
液晶波板當作我們理想的相位調製元件。



參考資料

- [1] 張博宇,“PQ:PMMA 高分子全像片之製作與全像儲存特性的研究“,國立交通大學碩士論文,民國 93 年
- [2] H.J. Coufal, D. Psaltis, G. T. Sincerbox,“Holographic Data Storage“,Springer, New York (2000)
- [3]P.G de Gennes ,J. Prost, “The Physics of Liquid crystals“,Oxford university Press,New York(1993)
- [4] A. Yariv, P. Yeh,“Optical waves in crystals“, *John Wiley and Sons, New York(1984)* ,69-77
- [5]P.Yeh ,C.Gu,“Optics of Liquid Crystal Displays“, Wiley New York(1999), 48-52,390-399
- [6] P.Yeh,“Extended Jones matrix method“,*J. Opt. Soc. Am.* **72**, 507-513(1982)
- [7]C.Gu ,P. Yeh,“Extended Jones matrix method II“,*J. Opt. Soc. Am.A* **10**, 966-973
- [8]P.Yeh,“ Electromagnetic propagation in birefringent layered media“,*J. Opt.Soc.Am.***69**,724-756(1979)



附錄 數值模擬程式

(a)正向入射光電壓對穿透率的變化

```
clear all
-----定義參數-----
k1 = 12.000e-12; E7 的彈性係數
k2 = 9.000e-12;
k3 = 19.500e-12;
el_pal = 19.600*(1/36/pi*1e-9);
el_pen = 5.100*(1/36/pi*1e-9);
lambda = 0.63;%光源的波長
K=2*pi/lambda;
ne = 1.73038;e-wave 的折射率
no = 1.51891;o-wave 的折射率
gamma = (el_pal-el_pen)/el_pen;
kappa = (k3-k1)/k1;
V_c1 = pi.*sqrt(k2)./(sqrt(el_pal - el_pen));截止電壓
d=18.49;液晶的厚度
m =100; 取樣的次數
theda_max=[0.01:0.3:90].*(pi/180);中心厚度的偏折角
z = zeros(m,length(theda_max));
theda3 = zeros(size(z));
V = zeros(length(theda_max),1);
mm=rand(1,m);

phi=pi/2*mm;
for ja=1:length(theda_max);
    eta=sin(theda_max);

a=sqrt((1+kappa*(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2.*(1+gamma*(eta(ja)).^2))
;

b=sqrt((1-(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2.*(1+gamma.*(eta(ja)).^2.*(sin(
phi)).^2)));
    f=(sum([a./b]))/m*pi/2;
```

```

V(ja)=2*f/pi*V_c1;

aa=sqrt((1+kappa*(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2).*(1+gamma*(eta(ja)).^2)
.*...
(1+gamma*(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2));
bb=sqrt(1-(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2);
f=sum([aa./bb])/m*pi/2;

Dz=f./(sqrt(el_pal-el_pen)/sqrt(k1)/(el_pen)*d/2);
theda=asin(eta(ja)*sin(phi));
for i = 1:m;
x = i;
theda2 = 0 + (theda(x)-0).*mm;
a1=sqrt(k1*(cos(theda2)).^2+k3*sin(theda2).^2);
a2=1./(el_pal*(sin(theda2)).^2+el_pen*(cos(theda2)).^2);
a3=1./(el_pal*(eta(ja)).^2+el_pen*(cos(theda_max(ja))).^2);
f=(sum([a1./sqrt(a2-a3)]))/m.*(theda(x)-0);
z(i,ja)=(f./Dz);
theda3(i,ja)=theda(x);
end
zz=sort([z;z.*-1+d]./d);
zzl=zz*d;
figure(5)
tl_angle = [sort(theda3);inverse(sort(theda3),m)];
plot(zz, tl_angle.*180./pi, '-', 'linewidth',2);
grid on

n=((sin(tl_angle)).^2./(no).^2+(cos(tl_angle)).^2./(ne).^2).^(-1/2);%
xlabel('z/d', 'fontsize',16);
ylabel('Tilted angle(DEG)', 'fontsize',16);
for il=1:2*m-1;
dz(il+1,ja)=zzl(il+1,ja)-zzl(il,ja);
end
dz(1,ja)=zzl(1,ja); dz(2*m+1,ja)=d-zzl(2*m,ja); end
for ja4=1:length(theda_max)
n(2*m+1,ja4)=1.75;

for i2=1:2*m+1;

```

```

    for ja1=1:length(theda_max);
        f3(i2,ja1)=([n(i2,ja1).*dz(i2,ja1)]);
    end
end
neff=sum(f3,1);
delta_n=2.*pi./lambda.*(neff-no.*d);
T=(sin(delta_n./2)).^2;
T1=T';
plot(V,T);

```

(b)斜向入射光穿透率的圖形

```

clear all
h1=0.001:0.5:5; 改變高度與焦距可以決定入射的角度
%%newport KBX034
r1=-51.234;半球面曲面半徑
r2=51.234; 半球面曲面半徑
ds=3.79;透鏡的厚度
na=1.51;透鏡的穿透率
phia=(0:5:360).*pi./180;入射光的夾角
fa=1./(0.5./(r2)-0.5./(r1)-0.5.*ds./(r1.*r2));透鏡的焦距
vi=0.*pi;;
入射到透鏡時的角度
i5=asin(h1./r1);
i1=vi+i5;
i2=asin(sin(i1)./na);
i7=i5-i2;
l=abs(r1)-sqrt(r1.^2-h1.^2);
h2=h1-(ds-l).*tan(i7);
l1=r2-sqrt(r2.^2-h2.^2);
d2=fa-ds./2+l1;
i8=atan(h2./d2);
%%%%
[tt,rr]=meshgrid(phia,i8);
[xx,yy]=pol2cart(tt,rr);變為直角座標系
i6=asin(h2./r2);
i3=i6+i5-i2;
i4=asin(na.*sin(i3));

```

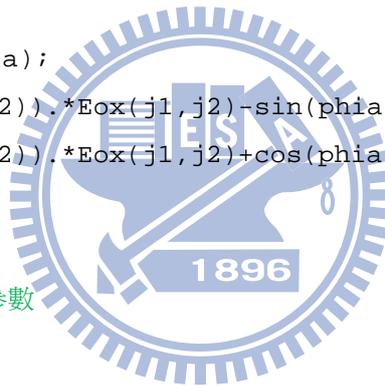


Fresnel 的穿透率公式

```
tp1=(2.*cos(i1))./(na.*cos(i1)+cos(i2));  
ts1=(2.*cos(i1))./(na.*cos(i2)+cos(i1));  
tp2=(2.*na.*cos(i3))./(na.*cos(i4)+cos(i3));  
ts2=(2.*na.*cos(i3))./(na.*cos(i3)+cos(i4));
```

入射光的偏振方向 [1./sqrt(2) 1./sqrt(2)]

```
for j1=1:length(i8);  
    for j2=1:length(phia);  
Eox(j1,j2)=1/2.*ts1(j1).*ts2(j1).*sin(phia(j2)).*sqrt(2)-1/2.*ts1(j1)  
.*ts2(j1).*cos(phia(j2)).*sqrt(2);  
Eoy(j1,j2)=1/2.*tp1(j1).*tp2(j1).*cos(phia(j2)).*sqrt(2)+1/2.*tp1(j1)  
.*tp2(j1).*sin(phia(j2)).*sqrt(2);  
    end  
end  
for j1=1:length(i8);  
    for j2=1:length(phia);  
Eox1(j1,j2)=cos(phia(j2)).*Eox(j1,j2)-sin(phia(j2)).*Eoy(j1,j2);  
Eoy1(j1,j2)=sin(phia(j2)).*Eox(j1,j2)+cos(phia(j2)).*Eoy(j1,j2);  
    end  
end  
k1 = 12.000e-12; 液晶的參數  
k2 = 9.000e-12;  
k3 = 19.500e-12;  
el_pal = 19.600*(1/36/pi*1e-9);  
el_pen = 5.100*(1/36/pi*1e-9);  
lambda = 0.63; 入射光的波長  
K=2*pi/lambda;  
ne = 1.73038; e-wave 的折射率  
no = 1.51891; o-wave 的折射率  
gamma = (el_pal-el_pen)/el_pen;  
kappa = (k3-k1)/k1;  
V_c1 = pi.*sqrt(k1)/sqrt(el_pal - el_pen); %截止電壓  
d=18.49; 液晶的厚度  
m =50; 取樣次數  
theda_max=[0.01:1:90].*(pi/180); 中心厚度的偏折角  
z = zeros(m,length(theda_max));  
theda3 = zeros(size(z));
```



```

V = zeros(length(theda_max),1);
mm=rand(1,m);
phi=pi/2*mm;
for ja=1:length(theda_max);
    eta=sin(theda_max);
a=sqrt((1+kappa*(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2.*(1+gamma*(eta(ja)).^2)));
b=sqrt((1-(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2.*(1+gamma.*(eta(ja)).^2.*(sin(
phi)).^2)));
    f=(sum([a./b]))/m*pi/2;
    V(ja)=2*f/pi*V_c1;
aa=sqrt((1+kappa*(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2.*(1+gamma*(eta(ja)).^2)
.*...
    (1+gamma*(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2)));
bb=sqrt(1-(eta(ja)).^2.*(sin(phi)).^2);
f=sum([aa./bb])/m*pi/2;
Dz=f./(sqrt(el_pal-el_pen)/sqrt(k1)/(el_pen)*d/2)
theda=asin(eta(ja)*sin(phi));
for i = 1:m;
x = i;
theda2 = 0 + (theda(x)-0).*mm;
a1=sqrt(k1*(cos(theda2)).^2+k3*sin(theda2).^2);
a2=1./(el_pal*(sin(theda2)).^2+el_pen*(cos(theda2)).^2);
a3=1./(el_pal*(eta(ja)).^2+el_pen*(cos(theda_max(ja))).^2);
f=(sum([a1./sqrt(a2-a3)]))/m.*(theda(x)-0);%    z(i,ja)=(f./Dz);
theda3(i,ja)=theda(x);
end
    zz=sort([z;z.*-1+d]./d);
zzl=zz*d;
    figure(5)
    tl_angle = [sort(theda3);inverse(sort(theda3),m)];
    plot(zz, tl_angle.*180./pi, '-', 'linewidth',2);
    grid on
n=((sin(tl_angle)).^2./(no).^2+(cos(tl_angle)).^2./(ne).^2).^(-1/2);
xlabel('z/d', 'fontsize',16);
ylabel('Tilted angle(DEG)', 'fontsize',16);
for il=1:2*m-1;%    dz(il+1,ja)=zzl(il+1,ja)-zzl(il,ja);
end

```

```

dz(1,ja)=zz1(1,ja); dz(2*m+1,ja)=d-zz1(2*m,ja);
end
for ja4=1:length(theda_max)
    n(2*m+1,ja4)=1.75; end
for i2=1:2*m+1;
    for jal=1:length(theda_max);
        f3(i2,jal)=([n(i2,jal).*dz(i2,jal)]);
    end
end
t=phia;%入射光 theda 的角度
r=i8;入射光 alpha 的角度

[tt,rr]=meshgrid(t,r);
[xx,yy]=pol2cart(tt,rr);變為直角座標系

k_x=K.*sin(rr).*cos(tt);%入射光 x 方向的 wavevector
k_y=K.*sin(rr).*sin(tt);%入射光 y 方向的 wavevector
k_z=K.*cos(rr);% 入射光 z 方向 wavevector
計算 e-wave 在 z 軸 wavevector
for jil=1:2*m;
    for ji2=1:length(V);
v(:,:,jil,ji2)=k_x.*(sin(2*(pi/2-tl_angle(jil,ji2)))).*(1/ne.^2-1/no.
^2);
u(:,:,jil,ji2)=(sin(pi/2-tl_angle(jil,ji2)).^2)./((ne).^2)+(cos(pi/2-
tl_angle(jil,ji2))).^2./((no).^2)+0.*k_x;

w(:,:,jil,ji2)=(k_y.^2.*(cos(pi/2-tl_angle(jil,ji2))).^2+k_x.^2)./((n
e).^2)+(k_y.^2.*(sin(pi/2-tl_angle(jil,ji2))).^2)./((no).^2)-K.^2;
    end
end
kez=(v+sqrt(v.^2-4.*u.*w))./(2.*u);
k_ez=kez;
for jil=1:2*m;
    for ji2=1:length(V);
k_oz(:,:,jil,ji2)=sqrt(no.^2.*K.^2-k_x.^2-k_y.^2)+tl_angle(jil,ji2).*
0;
    end
end

```

```

end
for ji1=1:2*m;
    for ji2=1:length(V);
        n_eff(:, :, ji1, ji2)=sqrt(k_x.^2+k_y.^2+kez(:, :, ji1, ji2).^2)./K;
    end
end
k_x1=k_x(:, :, 1, 1);
k_y1=k_y(:, :, 1, 1);
k_z1=k_z(:, :, 1, 1);

w1=(k_y1.^2)./(ne.^2)-K.^2+(k_x1.^2)./(no.^2);
u1=1./(ne.^2);
k_oz1=(sqrt(-w1./u1));
k_oz2=no.*K.*sqrt(1-sin(rr).^2./no.^2);
k_oz1=k_oz2;
k_oz(:, :, 2*m+1, :)=k_oz(:, :, 2*m, :);
k_ez(:, :, 2*m+1, :)=k_ez(:, :, 2*m, :);
for j5=1:2*m+1;
    for j6=1:length(V);
        R1(:, :, j5, j6)=k_oz(:, :, j5, j6).*dz(j5, j6);
        R2(:, :, j5, j6)=k_ez(:, :, j5, j6).*dz(j5, j6);
    end
end
ppp=sum(R1, 3);
ppp1(:, :, :)=ppp(:, :, 1, :);
sss=sum(R2, 3);
sss1(:, :, :)=sss(:, :, 1, :);
sp=sss1-ppp1;
xp=exp(-j.*ppp1);
xpl=exp(-j.*sss1);
for ji2=1:length(V);
    Eox2(:, :, ji2)=Eox1(:, :).*xpl(:, :, ji2);
    Eoy2(:, :, ji2)=Eoy1(:, :).*xp(:, :, ji2);
end
for j1=1:length(i8);
    for j2=1:length(phia);
        for ji2=1:length(V);

```

```

Eox3(j1,j2,ji2)=cos(phia(j2)).*Eox2(j1,j2,ji2)+sin(phia(j2)).*Eoy2(j1
,j2,ji2);

Eoy3(j1,j2,ji2)=-sin(phia(j2)).*Eox2(j1,j2,ji2)+cos(phia(j2)).*Eoy2(j
1,j2,ji2);
    end
    end
end
for j1=1:length(i8);
    for j2=1:length(phia);
        for ji2=1:length(V);

Eox4(j1,j2,ji2)=sin(phia(j2)).*ts1(j1).*ts2(j1).*Eox3(j1,j2,ji2)+cos(
phia(j2)).*tp1(j1).*tp2(j1).*Eoy3(j1,j2,ji2);

Eoy4(j1,j2,ji2)=-cos(phia(j2)).*ts1(j1).*ts2(j1).*Eox3(j1,j2,ji2)+si(
phia(j2)).*tp1(j1).*tp2(j1).*Eoy3(j1,j2,ji2);
    end
    end
end
Eox5=1./2.*Eox4-1./2.*Eoy4;經過檢偏板
Eoy5=-1./2.*Eox4+1./2.*Eoy4;

uuu1=(angle(Eox5)-angle(Eoy5)).*180./pi;
ccc1=abs(Eox5)./abs(Eoy5);

uuu=(angle(Eoy4)-angle(Eox4));
ccc=abs(Eox4)./abs(Eoy4);
E1=sqrt(Eox4.*conj(Eox4)+Eoy4.*conj(Eoy4));
I1=E1.^2;
E2=sqrt(Eox5.*conj(Eox5)+Eoy5.*conj(Eoy5))電場的總合
I2=E2.^2;intensity
mesh(fa.*tan(xx),fa.*tan(yy),T2(:,: ,50));選定不同的電壓值

```