

第七章 結論與建議

本研究運用「動態圖說證明」的方法，藉由軟體 PowerPoint 與 GSP 的輔助，透過視覺思考的方式，開發高中數學課程中三角函數的公式證明學習素材。本章將簡述研究者個人的心路歷程及設計理念，並總結本研究之研究結果，最後進一步提出未來之研究建議。

第一節 心路歷程與設計理念

第一次接觸到「圖說證明」(Proofs Without Words)的時候，內容中有許多的東西相當的吸引研究者，沒想到數學竟有如此漂亮、簡明的表達方式，但是再深入探究時也產生了一些困惑：有些圖形並不是「一看就懂」。於是思索如何可以利用電腦科技將這些圖形有效的呈現，以幫助學生了解三角函數公式？到目前為止，PowerPoint 可以說是個人電腦上的標準軟體之一，教師或是學習者不用其它的花費及太多時間的學習就可以上手。於是，研究者開始研究透過視覺思考的方式，藉由 PowerPoint 軟體，開發高中數學課程中三角函數的公式證明學習素材。



在做圖方面，雖然 PowerPoint 可以用來繪製許多的圖形，但是它畢竟不是繪圖軟體，若是使用這套軟體來繪圖，我們很快就會發現吃力不討好，而其它軟體的功能又太過複雜。數學軟體 GSP 是一個視窗化的軟體，雖然只有基本的點、線、圓，但正好符合數學上繪圖的需求，將 GSP 繪製出的圖形複製貼在 PowerPoint 中，再利用其中的一個繪圖功能----取消群組，就可以將 GSP 的圖形分解成 PowerPoint 中的基本圖形，供我們使用。

而數學圖形中常用到一些英文字母、羅馬字母或是其它的特殊符號，這又是 PowerPoint 的一個弱點，雖然可以用插入特殊符號來處理，但是遇到分數之類的數學符號就沒辦法了，因此研究者選用了 MathType 作為方程式的輸入工具。

最後也是最重要的是數學概念呈現的方式，也就是所謂的腳本。安排良好的呈現順序，才能讓學習者一目了然，真正達到圖說證明的目的，所以在執行自訂動畫功能時，圖形出場的順序是本研究中最費心思的部分。

第二節 初步探討

這些動態圖說證明完成之後，研究者曾就教於一些高中數學教師，並請高中教師們播放給其所教的同學觀看(高一到高三)，初步了解教師及同學的觀點，並且做了一些修訂，從教師及同學所得之意見陳列如下：

一、教師部分

(一) 教材設計部分：

1. 投影機放映時綠色、黃色線條皆不清楚，紅、藍、黑三色呈現效果較佳。所以將原圖形中綠色、黃色線條皆改為紅、藍、黑三色，加上實線與虛線做配合。
2. 將各個公式加上名稱，讓學習者知道將呈現那一個公式。
3. 將原作者省去，因為那會干擾學生的學習。

(二) 操作建議：

1. 呈現的步驟要細，不要一次出現數個訊息。
2. 若添加一些超連結，連結到步驟的文字說明，應該有更好的效果。

說明：研究者未將此建議納入並改進，是因為此研究開發定位為教師的輔助工具，而非學習者的自我學習工具。

(三) 優點：

1. 可以作為教學的一部分，省下作圖時間，做更精確的說明。
2. 可依需要進進退退，隨時進隨時停，操作簡便，完全與教學上的情境結合。
3. PowerPoint 到處都有，使用上較不會受到限制，維護、修改都方便，應用程式檔案佔用的空間很小。
4. 這是輔助上課的一項好工具，尤其是圖形、算式都可以作得精確、仔細。
5. 可以反覆呈現，討論時易於對焦，減少時間的浪費。

二、學生部分

(一) 優點：

1. 有如此清楚描述的圖示，感覺上比較清楚、簡單。
2. 比都是文字的證明親切，而且印象深刻。
3. 是真實的了解，不是”死”的知道。
4. 覺得能幫助記憶。
5. 有趣、不死板。
6. 對三角函數的抽象感減低了。
7. 能觸發自己的思考，避免填鴨式的學習。
8. 比純文字的教學吸引人。

(二) 缺點：



1. 類似的圖形會混在一起。
2. 太複雜的圖形，很難懂。
3. 基礎概念不清楚，看圖形有點複雜。
4. 線段長用函數的方式來表達會弄不清楚。

說明：在學生的觀念中各種三角函數所對應的是「數」，而非「長度」。

5. 如果一開始用這些圖形上課，可能會不了解。

(三) 建議：

1. 我們在看圖時，不太容易立即了解圖形的意義。老師要講解後才能清楚、了解。
2. 能讓我們自己多看幾遍更好。
3. 電腦一次出現太多的東西，來不及反應。

說明 1：研究者已經將步驟分的更細，不會一次出現數個訊息。

說明 2：教學者在使用教學播放時，宜視學習者學習狀況控制速度。

整體而言，教師與學生都對這些動態證明持正面的肯定與鼓勵，所給的意見也做了一些修改；從學生的反應得知，此教材對初學者而言可能不是一個很適當的教材，建議可以做為補救教學、輔助教學或課後復習的工具，或是高二、高三同學複習時使用。



第三節 結論

我國中學數學課程歷經數次變革，目前高中同學的先備知識減少，但學習單元內容的廣度卻增加，而授課時數相對減少，教師如何協助學生有效學習、提高教學成效，應該是數學教師們要努力的重要課題，而資訊科技提供了我們一部分的答案。

本研究中，研究者以相當普及的軟體 PowerPoint 開發了三角函數中相關公式的「動態圖說證明」學習素材，並以 GSP 設計一些輔助教學物件，從第一個基本公式—「正弦定理」開始，其間有「餘弦定理」、「和角公式」、「倍角公式」、「半角公式」到「和差化積」，每一個公式又有二種以上的呈現方式，希望能透過本研究建立一些實用的教學輔助工具，但本教材的研究開發未經實證性的研究，不宜貿然實施教學，這是後續研究者可以繼續努力的方向。



第四節 建議

資訊科技融入學科教學是目前的一個教學趨勢，但無論世界如何變化，教學的主角永遠是「人」，在這場變革之中要如何善用科技，是我們要好好思索的重要課題。就本研究主題，研究者提供下列研究建議：

- 一、在政府大力推動資訊科技融入教學的時代，本研究利用 PowerPoint 與 GSP 設計了三角函數的教學物件，期待學習者與教師都能輕易上手，但礙於時間因素，關於學生之學習成效、教師的教學使用效能並未深入探討，建議後續研究者能作實證性的研究，以了解學生或教師使用這些教學物件後對學生學習產生的影響。
- 二、目前未發現「積化和差」公式的圖說證明資料，建議後續研究者也能朝此方向努力。
- 三、研究者盡可能為各公式開發不同的呈現方式，後續研究者也可探討學習者對各呈現方式的接受度或比較其對學習者可能產生的影響。



參考文獻

中文部份

王溢然、王亮(2001)。圖示與圖像。新竹：凡異出版社。

左台益(2002)。淺談資訊科技融入數學實驗教學。數學新天地，2期，P13-15。

全任重(1996)。圓規，直尺與 Capri-geometers。數學傳播，20卷1期。

余酈惠(2003)。高雄市高職學生運用 GSP 軟體學習三角函數成效之研究。高雄：國立高雄師範大學碩士論文。未出版。

吳鐵雄(1993)。中華民國電腦應用教學與電腦輔教學。資訊與教育，24頁。

李政豐(2000)。與學生分享圖解公式的樂趣。科學教育月刊，235期，30-39頁。

李政豐、顏貽隆、陳蘭香、王淑霞、陳明峰(2001)。用圖解證明公式，數學傳播，第二十五卷第三期，P63-67。

林保平(1995)。在動態、互動、可操作的電腦環境下探討 $ax+by=n$ 之非負整數解，科學教育研究與發展，第1期，P40-49。

林保平(1997)。動態幾何教學的電腦輔教材研究，八五年國科會研究計畫報告，計畫編號：85-2511-S-113-004，台北市立師院。

林保平(2000)。動態的勾股定理----電腦輔助教學環境，科學教育，210期，P12-23。

林福來、李恭晴、徐正梅、陳冒海、陳順宇(2004)。高級中學數學第二冊。台南：南一書局。

林麗娟(2000)。電腦視覺設計：動態性因素與學生特質探討。台北縣：輔仁大學出版社。

邱貴發(1990)。電腦整合教學的概念與方法。台灣教育，479期，1-8頁。

施盈蘭(1995)。五專生的三角函數學習象現。第十一屆科學教育學術研討會論文彙編，P287-312。高雄：國立高雄師範大學。

柳賢(1990)。從學生的個別差異談國中的數理教學。國教研究，12期，P15-20。

國立臺灣師範大學數學系網路小組(1999)。動態幾何操作手冊，台北：九章出版社。

張春興、林清山(1980)。教育心理學。臺北市：東華書局。

張美珠(2003)。動態環境中廣義角概念學習之研究。台北：台師大碩士論文。未出版。

- 張國恩(1999)。資訊融入各科教學之內涵與實施。資訊與教育，72期，P2-9。
- 張景媛(1993)。由訊息處理模式談教學策略。中等教育，44卷3期，P48-57。
- 教育部(1995)。高級中學課程標準。台北：教育部。
- 教育部(2001)。中小學資訊教育總藍圖。台北：教育部。
- 梁勇能(2000)。動態幾何環境下，國二學生空間能力學習之研究。台北：台師大碩士論文。
未出版。
- 陳中雄(2003)。高中學生三角函數概念學習錯誤類型研究。高雄：國立高雄師範大學碩士論文。未出版。
- 陳明印(1998)。教科書圖表設計的理論基礎與運用。基隆市：國立海洋大學海洋科技碩士論文。未出版。
- 黃子明(1998)。要抓住讀者，先解放自己。目擊者雙月刊。8，30-31。
- 黃杏純(2001)。高中學生廣義的三角函數運算錯誤類型之研究。高雄：國立高雄師範大學碩士論文。未出版。
- 黃學誠(2000)。本土化第五項修練：圖像系統思考。台北縣新店市：世茂出版社。
- 蔡子璋譯(Robert H. McKim) (2002)。視覺思考的意義。台北：六合出版社。
- 蔡志仁(2000)。動態連結多重表徵視窗環境下橢圓學習之研究。臺北：國立臺灣師範大學數學研究所碩士論文。未出版。
- 蔡聰明(1997)。人類創造活動中的數學——評《阿草的葫蘆》。科學月刊，第326期。
- 蔡聰明(2000)。數學的發現趣談。台北，三民出版社。
- 鄭晉昌(1997)。視覺思考及科學概念的獲取—設計與發展電腦輔助視覺學習環境。教學科技與媒體，33期，P20-27。
- 戴久永(1994)。現代數學入門。新竹，凡異出版社。
- 謝哲仁(2001)。動態電腦幾何教學建構之研究。美和教育學報，19期，P199-211。
- 謝哲仁、黃玉玲(2002)。動態函數及其運算之教學設計理論與示例。美和教育學報，21期，P184-199。

英文部份

- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics, in D,Pimm(ed.).
Mathematics Teachers and Children. Hodder and Stoughton. London, P216-238.
- Balacheff, N. & Kaput, J.J. (1996). Computer-Based Learning Enviroments in mathematics. In A. J. Bishop, & K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of mathematics Education* (P469-501). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Beck, J. A. & Wynn, H. C. (1998). Technology in teacher education: Progress along the continuum. Center for Research on Teacher Learning (ERIC Document Reproduction Service No.ED424212).
- Carr, J. A. (1998). Information literacy and teacher education. Center for Research on Teacher Learning (ERIC Document Reproduction Service No.ED424231).
- Dexter, S. L., Anderson, R. E., & Becker, H. J. (1999). Teachers' View of computers as catalysts for changes in their teaching practice. *Journal of Research on Computing in Education*, 31(3), 221-239.
- 
- Dias, L. B. (1999). Integrating technology: some things you should know. *Learning & Leading with Technology*, 27(3), 10-13, 21.
- Hart, K. & Sinkinson, A. (1987). Forging the Link Between Practical and Formal Mathematics. *Proceedings of the 12th Annual Conference of the International Group for Psychology of mathematics Education*, Budapest.
- Larkin, J. H. & Simon, H.A. (1987). Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words. *Cognitive Science*, 11;65-99.
- Laseau, P. (1989). *Graphic thinking for architects and designers*. VNR.New York.
- Liedtke, J. (1993). Multimedia technologies for education. *The Technology Teacher*, 53(3), P9-12.
- Mehlinger, H. D. (1996). School reform in the information age. *Phi Delta Kappan*, 77(6), 400-407.
- Moersch, C. (1999). Assessing current technology use in the classroom: A key to efficient staff development and technology planning. *Learning & Leading with Technology*, 26(8), 40-43, 49.

- Nelson, R. B. (1993). *Proof Without Words*, NY: MAA.
- Nelson, R. B. (2000). *Proof Without Words II*, NY: MAA.
- Noss, R., Healy, L. & Hoyles, C.(1997). The construction of mathematical meaning: Connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), P203-233.
- Plotnick, E. (1999). Information Literacy. Center for Research on Teacher Learning (ERIC Document Reproduction Service No.ED427777).
- Paivio, A. (1990). *Mental representation: A dual-coding approach*. New York: Oxford University Press.
- Rahim, M. H. (2000). A classroom Use of the Geometer's Sketchpad in a Mathematics Pre-Service Teacher Education program, In A. Rogerson(Ed.), *Proceedings of The International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics For Living*.
- Savenye, W. C. (1994). *Designing powerful and effective computer-assisted instruction: introduction for educators*. Instruction in the Republic of China, Taipei: The Crane Publishing Co. Ltd.
- Sprague, D. & Dede, C. (1999). If I teach this way, am I doing my job? Constructivism in the classroom. *Learning & Leading with Technology*, 27(1), 6-9, 16-17.