

高中三角函數動態圖說證明元件開發研究

研究生：黃國忠

指導教授：袁 媛博士

陳明璋博士

國立交通大學理學院網路學習碩士在職專班

摘 要

本研究根據研究者於高級中學數學的教學經驗、融合教學與學習理念、視覺思考，配合高中三角函數的單元，設計開發三角函數之動態圖說證明元件，期望以資訊科技的優勢、利用具體的圖像協助學生學習抽象的定理、公式，輔助傳統教學的不足。

考量教學的方便性，本研究的呈現以目前最方便的軟體——PowerPoint 做為工具，不僅方便教師的教學，也可以讓學習者不斷的重複觀看直到了解為止。

研究者所開發的動態圖說證明，大部分採用美國數學協會於 1975 年推出的「Proofs Without Words」(圖說證明)專欄中的圖形，也有國內中學教師所設計發表的部分，幾乎完整的呈現目前高中三角函數中各個單元的證明，唯一未開發的單元為「積化和差」，而且除了正弦定理之外，每一個公式都有二個以上的證明。

動態圖說證明元件開發完成雖然有一些中學教師及同學做初步的探討，但學生的學習成效並未深入詳加研究，教師的教學是否能更方便有效也需要未來的研究者加以探討。

Using the Idea of ‘Proof without Words’ to Develop Dynamic Trigonometry Learning Material for high School Students

Student : Huang Kuo Chung

Advisor : Dr. Yuan Yuan

Dr. Ming-Jang Chen

Degree Program of E-Learning

National Chiao Tung University

Abstract

It was based on the researcher’s mathematics teaching experience in high school, this study integrates theories from teaching, learning and visional thinking, and .applies the idea of “Proofs Without Words” to develop dynamic trigonometry learning materials. It is hoped that the implement of the advantages of information technology and the use of concrete pictures can help students learn more abstract concepts and formulas. Therefore, the learning materials are designed for school teachers to use them as an alternative presentations of proofs of basic trigonometry concepts.

Considering the facilitation of the teaching, the study adopts the most convenient software PowerPoint as the tool. It does not only facilitate instructors’ teaching, but also support learners with an opportunity to learn these concepts repeatedly.

In developing these learning materials, the researcher adopted ideas from a serious of papers regard topics “Proofs Without Words” published by the Mathematical Association of America in 1975 and from works of some high school teachers. The learning materials include almost all the proofs of basic trigonometric concepts taught in high school. However, “change product into plus or minus” was not developed. It is due to a lack of available resources.

There are some initial inquiries from high school teachers and students, and they have given feedback to modify the presentations of these learning materials. However, there is still a need to explore the use of these materials in high school classrooms. This needs a future study.

誌 謝

經過了無數的煎熬，打算放棄的念頭不只一次從心裡竄出，但是太多的恩人在四週打氣、鼓勵，終於在開發、實驗與修正的循環中完成了。整個論文研究開發的過程中，如果沒有黃大原教授、陳明璋教授的啟發，相信不可能有我可以發揮的地方；沒有專班同學：顏貽隆老師、李政豐老師、黃振順老師、陳國唐老師……等人的指導與協助，相信也不會有如此完善的內容；最重要的是如果沒有指導教授袁媛老師的叮囑與指引，這一份研究與開發也會胎死腹中。

回首來時路，多少夜裡孤燈為伴，沒有一股作氣的完成它，又是多少寂寞與孤獨，能為數學教育留下一點東西嗎？感謝國立台北教育大學譚寧君教授在口試時的鼓勵，希望真能為數學教育做一丁點貢獻！

陪伴我與跟著辛苦的家人，尤其是老婆郁芬，當我埋首案前、雙眼緊盯螢幕時，妳不只要處理小孩及家中各式各樣大小問題，還要提醒我早點休息，謝謝你們。

謹以此篇論文獻給大家，願大家永遠順心愉快。

目 錄

中文摘要	I
英文摘要	II
誌謝	III
目錄	IV
第一章 緒論	1
第一節 研究動機與背景	1
第二節 研究目的	3
第三節 研究限制	4
第四節 名詞釋義	5
第二章 文獻探討	6
第一節 GSP 之學習環境	6
第二節 圖說證明	9
第三節 高中三角函數的學習研究	11
第四節 視覺思考	13
第三章 正弦定理與餘弦定理	15
第一節 動態幾何中的操作與觀察	15
第二節 正弦定理之動態圖說證明	19
第三節 餘弦定理之動態圖說證明	22
第四章 和角公式	31
第一節 動態幾何中的操作與觀察	31
第二節 正餘弦函數的和角公式之動態圖說證明	37
第三節 正切函數的和角公式之動態圖說證明	67
第五章 倍角公式與半角公式	72
第一節 動態幾何中的操作與觀察	72
第二節 倍角公式	82
第三節 半角公式	111
第六章 和差化積	115
第一節 和化積公式的動態圖說證明	115

第二節 差化積公式的動態圖說證明·····	125
第七章 結論與建議·····	134
第一節 心路歷程與設計理念·····	134
第二節 初步探討·····	135
第三節 結論·····	138
第四節 建議·····	139
參考文獻·····	140

