

# 第一章 緒論

數學教育的發展始終反復在「以教為主」和「以學為主」的爭議中，但好的數學教育應該是讓學生達到最有效的學習效果。近年教育部積極推動資訊科技融入各學科的教學之中，便是期望能使教材、教法多元化，為學生建立一個有啟發性、互動性的學習環境(教育部，2001)。因此，教師如何配合學習理論改進教學，並將資訊科技融入教學之中，不僅是中央教育主管機關關切的焦點，更應該是第一線教師要主動努力的方向。在此，研究者將以最普及的軟體—PowerPoint 做為教材開發的工具，以動態的方式呈現教材的證明，希望不僅讓能教師容易教學，也能讓學習者容易學習。本章第一節將從研究動機與背景來探討，第二節將說明本研究目的，第三節將討論一些研究上的限制，最後第四節將解釋一些與本研究有關的重要名詞。

## 第一節 研究動機與背景



對教育工作者而言，隨著資訊科技的快速變遷，電腦技術不斷更新，再加上知識的多元、多量，確實為教育界帶來前所未有的新衝擊(Beck & Wynn, 1998; Carr, 1998; Plotnick, 1999)，教師不可以再抱持「以過去的知識，教今日的學生，應付明日的的生活」的心態。1983年美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM)建議各學年階段的教師使用科技的工具教導數學技能與概念，而國內學者(吳鐵雄，1993)也認為電腦輔助教學是突破我國傳統班級教學，適應學生個別差異，提高教學品質的有效途徑之一。但是科技融入教學時，其(1)教材資源的充份與否？(2)教師是否容易上手、教授？(3)學習者是否容易了解與接受？(4)是否需額外的花費買設備或軟體？絕對是重要的先決條件。在資訊科技快速發展的今天，教育工作者應該用積極的態度提升自己的資訊素養，改變自己對資訊科技教學的態度，進而培養將資科技融入實際教學的能力，讓教學方式不再是傳統的粉筆和單向講述式的模式。

「資訊科技融入教學」不但是國內教學的新型態，也是世界各先進國家教學的趨勢，但是教師要如何將科技融入課程、教材、教學及學習之中，才能使電腦成為教學環境中不可缺

少的工具(邱貴發, 1990)。許多研究發現, 實施資訊科技融入教學之後, 教學型態會改變(Mehlinger, 1996, Dias, 1999; Moersch, 1999; Sprague & Dede, 1999)。然而, 除非教師改變本身教學的舊觀念, 不然教師無法充分利用科技之便, 來引導或影響學生的學習。

數學在本質上是探索數、量、形關係的學科, 但也是一門具有高度抽象性的學科。Piaget 認為人類個體的認知發展可分為感覺動作期(sensorimotor stage)、運思預備期(preoperational stage)、具體運思期(concrete operational stage)和形式運思期(formal operational stage)四個主要階段(張春興、林清山, 1980), 人類的認知歷程是循序漸進, 依據先前的學習基礎來發展新的學習經驗, 以作為繼續學習的準備。所以研究者期望能運用具體的圖象, 幫助學生理解抽象的定理、公式, 在數學的學習中, 順利的由具體運思期進入形式運思期。

國內中小學學生對數學或多或少都有一些恐懼, 而數學學習成就低落也是許多數學教師頭痛且難以克服的問題。研究者指出高中學生數學學習的困難, 有一部分的原因是數學公式比較抽象, 而難以直觀的理解。如果能讓數學公式視覺化, 也就是利用具體的圖形呈現來幫助學生對數學公式產生直覺而深刻的印象, 進而學得定理、公式, 縱然少了嚴密的推論, 也是教師可以努力的方向之一(李政豐, 2000)。

在高中數學課程中, 三角函數一直是許多學生心中的痛, 尤其是公式之多, 若要將每一個證明弄清楚, 將花許多的時間, 又不一定能真的把握住, 如何用學生們可以接受的方式了解這些公式, 進而記住公式絕對是第一線的教師要努力的方向。然而在高二學生中所做的調查發現, 學生較易接受銳角的三角函數定義, 原因是較為具體及有圖形可供輔助(張美珠, 2003)。在延伸至廣義的三角函數時, 若我們能有可供操作且具體的工具來教導正弦定理、餘弦定理、和角公式……等較為抽象之相關課題, 應該能提高學習者的學習成效。但如何利用具體的圖象協助學生學習抽象的定理、公式, 正是本研究欲努力的方向。

眾所周知, 在科學上的許多新發現都是經由「觀察」而來的。視覺思考的邏輯推理和在口語及數學上的邏輯推理是非常相似的, 而藉由推理, 思考者可將抽象的概念轉為具體的想法。如何運用視覺思考於數學的學習是研究者思考的方向之一。

## 第二節 研究目的

本研究試圖利用資訊科技與視覺思考的方式，運用「圖說證明」開發高中數學課程中三角函數的證明問題，解決如前節所述：(1)教材資源的充份與否？(2)教師是否容易上手、教授？(3)學習者是否容易了解與接受？(4)是否需額外的花費買設備或軟體？等問題。

研究者以相當普及的軟體 PowerPoint 開發了高中三角函數中相關公式的「動態圖說證明」學習素材，並以 GSP 設計一些輔助教學物件。從第一個基本公式—「正弦定理」開始，其間有「餘弦定理」、「和角公式」、「倍角公式」、「半角公式」到「和、差化積」，除了「積化和、差」這個小單元之外，開發了高中三角函數中每一單元的公式、定理；而且除了「正弦定理」之外，每一個公式又都有二種以上的呈現方式，透過本研究建立一些實用的教學輔助工具。

因為是以 PowerPoint 做為開發工具，本軟體可說是目前個人電腦的標準配備，所以不用額外花費買軟體，而且教師們幾乎都會操作 PowerPoint，所以教師是否容易上手、教授的問題能迎刃而解。也因為是以 PowerPoint 做為開發的工具，所以學習者可以在不了解的地方隨時發問，正如同一般教師的教學情況，討論時易於聚焦在不了解的部分，當然也就比較容易了解與接受。

在研究的過程中，研究者諮詢 8 位現任高中數學教師的教學使用意見，並實際將這些開發的元件呈現給 65 位高中學生觀看，以獲致這些元件的修正意見，並作為提出教師教學上使用的參考。

### 第三節 研究限制

本研究雖以教材開發為主，但仍有下列的限制：

#### 一、軟體 GSP 的廣度：

本研究以 PowerPoint 開發教材為主，但也利用 GSP 設計輔助教學物件，雖然 PowerPoint 幾乎是個人電腦的標準軟體，軟體 GSP 也在許多相關單位的大力推行下慢慢普及，但畢竟還是有其限制，而且 PowerPoint 可以利用播放檔的方式自動播放，但 GSP 若未先行下載試用軟體且安裝完成，根本無法執行。

#### 二、積化和差的公式：

本研究在高中教材中，所有三角函數之基本公式證明皆包含在內，唯一未開發的是最後「和與積互換」單元中「積化和差」的部分，雖然「和差化積」與「積化和差」是一體兩面的公式，但目前並未發現圖示的「積化和差」公式，在整體上是一小小缺失。

#### 三、學習成效與教學成效：

礙於時間因素，關於學生的學習成效並詳加探討，教師的教學是否能更方便有效也是需要未來的研究者加以探討。

#### 四、本研究報告以逐頁方式呈現，目錄中不便於呈現「圖次」、「表次」。

#### 五、角度限制：

「圖說證明」是以幾何圖形來證明，基本上其角度限制在 0 度到 90 度之間，呈現時容易使學習者誤會，教師在教學時需說明清楚。



#### 第四節 名詞釋義

- 一、PowerPoint：這是美國微軟(Microsoft)的簡報軟體。
- 二、GSP(The Geometer's Sketchpad 簡稱 GSP):美國 Swarthmore College 及 Key Curriculum Press 公司在產官學合作之下所發展出版的動態幾何繪圖軟體。
- 三、圖說證明(Proofs Without Words)：美國數學協會(The Mathematical Association of America, 簡稱 MAA), 所出刊的「Mathematics Magazine」期刊, 於 1975 年推出「Proofs Without Words」(圖說證明)專欄。用圖形來說明公式。
- 四、三角函數：參考南一書局出版的高級中學數學第二冊(2004)所擬訂的單元，本研究所探討的包含：正弦定理與餘弦定理、和角公式、倍角公式、半角公式、和差與積的互換。

