

### 三、研究方法

本研究乃依據行動研究的理論特性，教師即研究者的角色，探討透過線上家教對國中生數學解題能力及學習態度影響的研究。因此，本研究依照行動研究的模式：「策畫」、「行動」、「觀察」、「反省」及「修正」等五個螺旋式的步驟循環實施。

資料的分析主要是以線上家教 JoinNet 自動錄製檔案整理成「線上家教實錄」、即時通、非結構式訪談、文獻探討及任何學生發表想法等資料進行質性的資料蒐集與分析，多方面的三角校正，提高本研究的信效度，以排除研究者個人主觀的因素。期盼能在對有興趣、有意願於網路線上即時教學的教師提供一些建議。本章依據第一章所擬的研究問題，在本章中提出解決的方法，依次是研究設計、研究工具、數學解題題目選取等三節來說明。

#### 3.1 研究設計

##### 3.1.1 研究架構

###### 1. 實驗的理論

(1) 教學理論：由 Vygotsky 的近側發展區 (ZPD) 理論的啟發所發展的鷹架理論為主要教學理論。教師在指導學生學習較高層次 (對學生本身而言) 的任務時，扮演著如同建築中鷹架的角色，提供學生學習過程中必要的協助，以達學習遷移的效果。

(2) 教學步驟與評量：本研究是以 Polya (1945) 的四個解題步驟及 Glass & Holyoak (1986) 的問題解決流程為主要教學步驟，再參考了 Mcaloon & Robinson (1987) 的解題評量表及國內學者 (林碧珍, 民 78; 譚寧君, 民 81) 的計分方式，自行設計解題能力評量表 (表 8)。但不採用計分而是以等級方式呈現，將各項評量標準分為 0~十等級，其中等級九分兩部分，主要是學生在解題策略及產生新的問題上，並沒有那一等級在那一等級之上，而當此兩項皆達成，將之歸於第十級，以期能將學生的解題過程做更有效的分析。

信度方面，本研究的解題能力評量表原計分方式是採等級，為求其信度，將等級改為分數 0~10，其中九\_1、九\_2 級皆視為 9 分。本研究的評量表採同質性信度計算方式 (余民寧, 民 86) [71]，評分者信度達 0.89。效度方面，兩次線上測驗題目，取材自高中推薦甄選試題、八二年國編版本及習作，因此有其一定的內容效度。

(3) 數學學習態度理論：研究者整理了 Pintrich & DeGroot(1990) 的動機信念模式、Fennema & Sherman (1976) 所提六項數學學習態度，及謝豐瑞 (民 92) 對數學態度的看法，認為影響學生數學學習態度主要

是「學生對數學的價值觀」、「自我能力的判斷」及「耐壓性」。針對數學態度，研究者亦設計一份問卷（附錄五）。第一部分是以 Fennema & Sherman 數學學習態度六項細目為主要架構，而在學生回答完第一部份後，研究者再依據每位受訪者的回答提出第二部份的問卷，並輔以訪談以了解學生文字上不足之處。

本研究除以問卷為靜態的「社會向度」，分析學生當時的學習態度外。亦根據 Petty & Cacioppo(1981)〔72〕對態度定義為對特定對象的一般性與持久的正面或負面感受，及張春興（民 65）認為數學態度是個體在後天的學習環境中逐漸形成的理論。將線上家教依時間的進行，學生的表現整理成動態的「時間向度」，以分析學生在線上家教環境中學習態度的改變情形。

## 2. 實驗的取材

本研究是針對國中數學方面，因此以推理幾何為主要部分，而推理幾何部分，則以幾何證明為主要的題材。總共十九題的幾何證明題目是參考各高中的推薦甄選的題目編製而成，這些題目的設計並非單一觀念，而是內含多種觀念，但都至少有一個關鍵性的觀念（附錄三之 6~10）。數型關係的部分，則是在第二次線上測驗結束後進行的教學，藉此了解學生在非例行性問題（non-routine problems）上的表現，以作為推論至其他單元的依據。

## 3. 實驗的工具

本研究主要是透過網路的線上即時教學工具進行，因此研究者利用了免費的討論板、MSN 及 JoinNet 的部分，自行架設一個線上家教網站，讓學生透過即時通及該網站進入 JoinNet。網址：<http://home.pchome.com.tw/cool/r1210/>

## 4. 研究實施步驟

本研究實施採三階段進行，每一階段按著「策畫」、「行動」、「觀察」、「反省」及「修正」等五個螺旋式的步驟循環實施。該三階段進行的時間、重點及與研究問題的對應，列表如下：

表 10 行動研究實施三階段與研究問題對應表

階段	第一階段	第二階段	第三階段
時間	民國 93 年 6 月 3 日至 6 月 24 日	民國 93 年 7 月 6 日至 8 月 7 日	民國 93 年 8 月 14 日至 8 月 31 日 及 9 月 15 日至 9 月 21 日
	利用課餘時間，每次線上家教的時間不定，視學生的學習進度，大致是晚上八點到九點半左右。		
重點	該階段著重於線上家教的適應，不但是學生的	該階段分三部份：第一次線上測驗；中三回幾	該階段分兩方面觀察其解題能力學習遷移

	適應，教師也在適應線上家教的教學方式。	何證明演練；第二次線上測驗。	的表現：另類問題；第二次線上測驗討論。
與研究問題的對應	產生問題與其解決策略	解題能力 合作學習	學習責任的轉移
	學習態度		

### 5. 研究流程

本研究自 93 年二月起與指導教授進行論文主軸的探討至 94 年十二月論文完成，其研究流程如圖 6

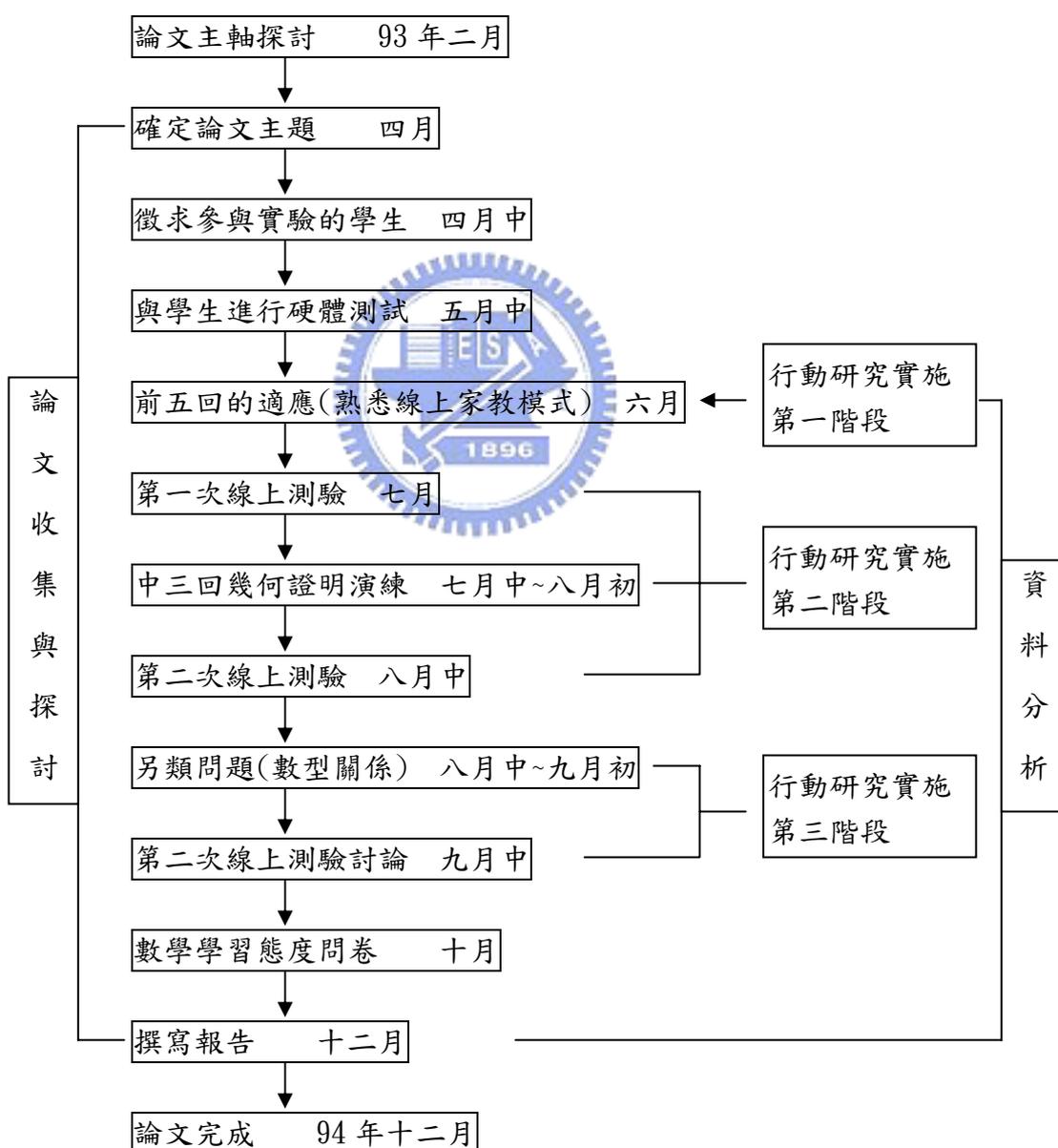


圖 6 研究流程圖

### 3.1.2 研究對象

研究者目前服務於台北市某市立國中，任教數學。因此就方便性取樣，參與的學生皆是研究者所教的五位學生。選擇這五位學生的原因是：一是家中須有電腦且網路連線為寬頻，二是依據學生七年級數學的學期總成績排名，全班前百分之二十七屬於高成就的學生，後百分之二十七則是屬於低成就的學生，選擇後再徵求學生的同意。其中一位是高成就、三位是中成就、一位是低成就。

本研究進行第一次線上測驗時，是該五名學生八年級升九年級的暑假。因此學生已具備有：1. 能透過實測辨識三角形、四邊形、圓的性質（能力指標 S-3-10）；2. 能根據給定的性質作局部推理（能力指標 S-4-1），其中局部推理是指推步驟為一兩步的推理。

## 3.2 研究工具

本研究所使用的研究工具主要分為兩類：一、實驗教學進行中所需使用的實錄研究工具，包括由研究者將 JoinNet 及討論板整合，自行架設的線上家教網站及自編「線上家教實錄記錄表」。二、實驗教學進行後蒐集資料與分析時所採用的研究工具，包括「數學解題能力測驗評量表」及「研究對象訪談記錄」等。茲將各研究工具詳細說明如下。

### 3.2.1 實驗教學進行中所使用的研究工具

1. 線上家教系統（網址：<http://home.pchome.com.tw/cool/r1210/>）。

以 WebMeeting〔73〕的 JoinNet 為主要教學平台，再以留言板和即時通為聯繫的輔助管道，所建置的線上家教網站。該網站架構如圖 5，其中最重要的部份是 JoinNet，JoinNet 最主要的功能有三：

- (1) 討論板多樣化功能。討論板的功能除了與會者在上書寫外，可透過圖片上傳下載、共同瀏覽網頁及桌面共享的方式達成溝通。
- (2) 記錄完整檔案小。每一次在線上家教中的聲音、文字、圖片及影像等都能完整的記錄於一個檔案中。所記錄的檔案是相當的小。
- (3) 後製作便利。可在線上家教結束後，利用 JoinNet 的剪輯功能剪取所需的段落，以做為保留與事後分享之用，相當便利。

上述主要功能的詳細說明請參看附錄一。



[最新消息](#)   [教學資料](#)   [即時通](#)   [留言板](#)   [線上家教](#)

## 最新消息

發佈時間	內容	備註
93.05.17	線上學習平台開工	
93.05.20	教學資料已掛上兩則,歡迎同學前去觀賞	
93.07.01	放暑假囉	
93.07.13	暑假期間進行線上家教,若有問題,請記得先在 <a href="#">留言板</a> 上留言喔!	
93.07.13	暑假線上家教進度表終於敲定了,下載去吧!	<a href="#">進度表</a>
93.07.14	解題能力測驗的計分方式	<a href="#">下載</a>
93.07.22	930717線上家教教學說明(內含各位同學第一次測驗成績)	<a href="#">下載</a>
93.07.24	第一次評量的題目已經放置在課堂實錄部分,歡迎同學下載	
93.07.24	第一週上課題目已經放置在課堂實錄部分,歡迎同學下載	

### 最新消息

[最新消息](#)   [教學資料](#)   [即時通](#)   [留言板](#)   [線上家教](#)

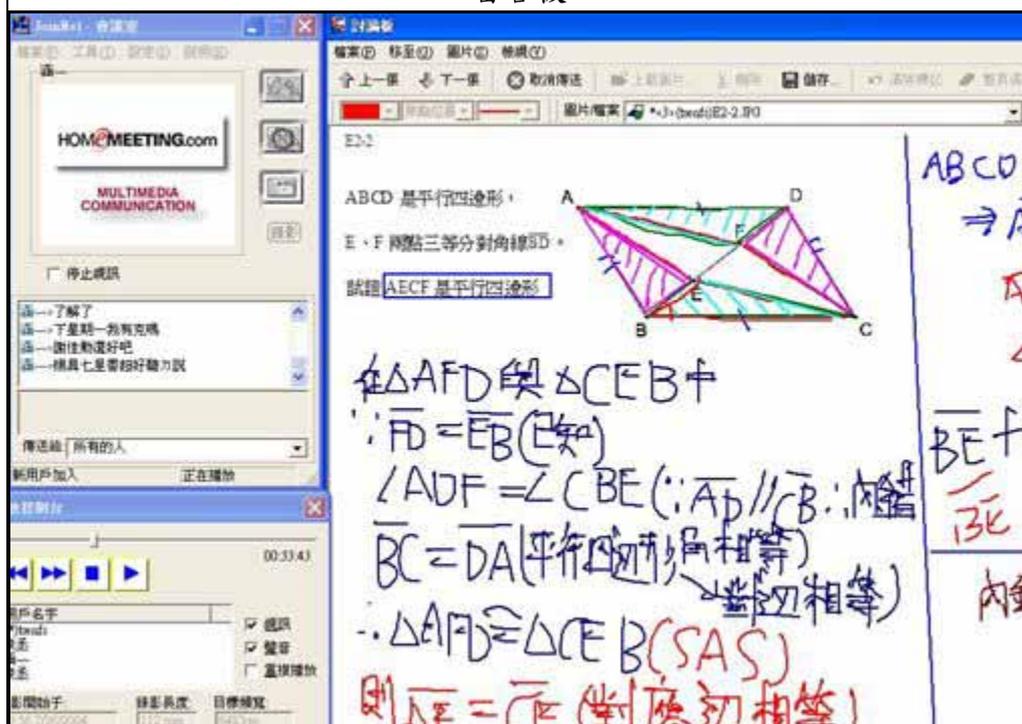
#### 線上家教實錄

編號	名稱	簡介	檔案大小	觀看
T01	測試 (0520)		1.64M	<a href="#">T01</a>
T02	第一次全上題 (0520)		7.82M	<a href="#">T02</a>
T03	與師弘毅 (0525)		3.41M	<a href="#">T03</a>
T04	與師瑜瑜 (0525)		1.87M	<a href="#">T04</a>
T05	第二次全上題 (0603)	時間約31小時20分,主要是討論一些需要應用向量定理(華氏定理)的思考題。	9.89M	<a href="#">T05</a>
T06	明倫的作業 (0603)		1.02M	<a href="#">T06</a>
T07	堯丞的作業 (0603)		232K	<a href="#">T07</a>
T08	敏儀的作業 (0603)		541K	<a href="#">T08</a>
T09	瑜瑜的作業 (0603)		645K	<a href="#">T09</a>
T10	瑜瑜修正的作業 (0604)		865K	<a href="#">T10</a>
T11	弘毅的作業 (0604)		28K	<a href="#">T11</a>
T12	與師韻的課 (0605)		3.59M	<a href="#">T12</a>

### 教學資料



留言板



線上家教 (JoinNet)

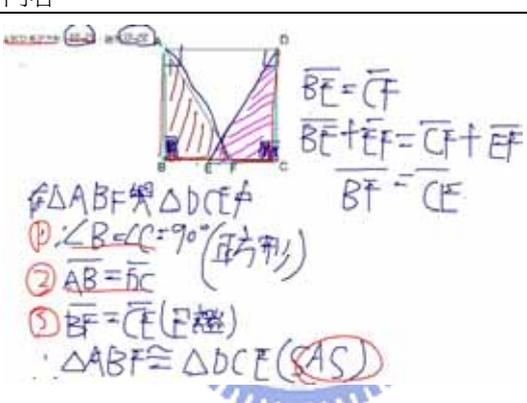
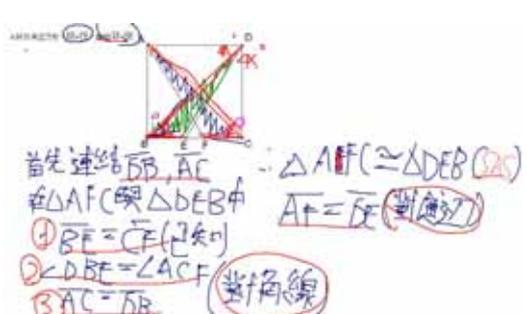
圖 7 線上家教網站架構圖

2. 線上家教實錄記錄表

為使研究者在對學生線上家教學生的解題及各部分有更深入的分析，因此設計了這份線上家教實錄記錄表(表 11)。將學生在幾分幾秒所回答的寫出，以分析線上家教進行時，學生在解題、合作學習，甚或學習

態度上的表現情形。

表 11 線上家教實錄記錄表

日期：0717E1-1from38		時間：PM8:53 共 22 分鐘		上課人員：38
內容分析：				
<p>這是與該生討論證明的過程中，說明應表達的注意事項後，學生所做的作業。從該題的表現不難看出該生在遇到一個問題其解決的態度，先分析題意，然後才是證明的步驟，整個過程學生的說明讓老師可以人雖不在現場，依然能了解學生的想法或錯誤的部份，以便於事後能有進一步的討論。</p> <p>因此非常適合在為學生解答其疑問，亦即當學生有問題時，老師卻不在現場，此時學生可以將疑問先行錄製，然後以 E-Mail 通知老師，老師在看過後即可與學生相約上線再進行討論，這在寒暑假期間是最適合的。如同該部分一樣，學生人在北部，而老師在南部，兩人卻可以繼續進行數學的交流，如此就不用擔心當學生有數學困難時，會找不到幫忙了。</p>				
時間	人員	內容	備註	
00'00 ~ 07'50	38		<ul style="list-style-type: none"> <li>該生正確的找到解題策略，並將欲證明的兩三角形畫出。</li> <li>欲利用正方形性質前，先將正方形的特型敘述一次，如此恰可幫助該生自己複習有關正方形的部份。</li> <li>該生在書寫證明後，要寫全等性質時，會在圖形上作標記，然後確定是什麼性質後才書寫。</li> <li>最後，再一次的檢驗自己所寫的證明是否有誤。</li> </ul>	
07'55 ~ 16'10			<ul style="list-style-type: none"> <li>該生利用輔助線作了第二個證明。</li> <li>其所畫的輔助線，正是利用正方形對角線相等的特性來證明。</li> </ul>	
16'30 ~ 21'05			<ul style="list-style-type: none"> <li>該生在上述兩種證明方法後，接下來則將題目更改，再證明。</li> <li>能將證明題做適當的轉換成另一題證明題，說明該生對此題已有</li> </ul>	

	<p>Handwritten mathematical proof showing triangle congruence. The diagram shows two triangles, <math>\triangle ABF</math> and <math>\triangle DCE</math>, with various side and angle labels. The proof concludes with <math>\triangle ABF \cong \triangle DCE</math> (RHS).</p>	<p>相當的把握，且就國中生而言已是實屬可貴。</p>
--	---	-----------------------------

### 3.2.2 實驗教學進行後資料蒐集與分析所採用的工具

#### 1. 線上討論記錄檔案 (JoinNet 及 MSN)

在線上家教中，是先利用 MSN 知道彼此在線上後，才進入 JoinNet 開始線上教學。如此是因應 JoinNet 錄影的特性，以免研究者或學生再次看錄影時，有過長的空白時段，增加電腦不必要的記憶空間，造成下載時間的浪費。也正因如此，在開始進入 JoinNet 前，有時的討論會利用 MSN 來進行，所以線上討論的記錄可分為 JoinNet 的錄影部分與 MSN 的討論部分。

研究者將線上討論記錄檔案作編碼，以便資料分析判讀用。舉例如下：

表 12 線上討論記錄檔案作編碼

編 碼	意 義
0603...	6 月 3 日
0603for...	6 月 3 日對學生上可課
0603from...	6 月 3 日學生繳交的作業
0622for0431	6 月 22 日與 04、31 號上課
0708test1from31	7 月 8 日 31 號第一次線上測驗
0814pattern1forall	8 月 14 日與所有學生上線型關係的課
0722E1-2for3638	7 月 22 日與 36、38 號上 E1-2 題的課

#### 2. 數學解題能力評量表 (表 8)

數學解題能力評量表的目的是在學生線上測驗時，教師對每一題進行分析的依據，藉此以了解學生的整體表現。也能從評量表中了解學生在解題中最弱的是那一部份，以便進行補救教學的參考依據。

#### 3. 半結構式訪談 (Semistructured Interview) 記錄

訪談的目的在於蒐集並了解學生的數學學習態度及對數學解題的觀感，以作為本研究資料分析的參考。其訪談方式主要是透過學習態度問卷、即時通、JoinNet、課餘時間及學生的聯絡簿等多方面的蒐集，使整

個研究更加完善。

對於學生學習態度，本研究擬以觀察法與自陳法來進行蒐集。觀察法是藉由對受試對象行為反應、生理反應的觀察，以推估其態度傾向。這部分是相當主觀的，正因主觀性強，對教學現場的教師更是直接的回饋。而對教學現場的教師即是研究者本身更是再好不過的一種學習態度的蒐集方式。自陳法是透過受試對象對某事物態度的表白，以探測受試者對該事物所持的態度。本研究的對象共五位學生，人數不多，因此以開放性問題的問卷，輔以深入的訪談確實了解學生的學習態度。

自陳法的蒐集是以 Fennema 和 Sherman(1976) 為了測量男女生的數學學習態度而編製的 Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales，由李默英(民 72)〔74〕所翻譯的量表內容改編成訪談內容，並參閱了 Pintrich & DeGroot 的動機信念模式、謝豐瑞所提的數學態度及 Fennema & Sherman (1976) 的學習態度而製作出的問卷。

此問卷分兩部份，第一部份是依據 Pintrich & DeGroot(1990) 三個層次的動機信念：價值、期望及情感理論部分與李默英(民 72)所翻譯的量表內容配合本研究線上家教的特性所編置而成。第二部份的問卷則因不同的學生給予不同的問題，主要是在研究者看完學生第一部份的問卷後，研究者想再進一步了解的問題。此問卷內容請參看附錄五、六。

### 3.3 行動研究信效度

本研究屬質性研究。Cuba(1981)〔75〕針對質性研究建議利用可信性(credibility)、可遷移性(transferability)、可依靠性(dependability)、可確認性(confirmability)來提高研究的可信賴性(trustworthiness)。

1. 可信性：即量的研究中的內在效度。指質性研究資料的真實程度。可延長在研究場所的參與次數或時間、持續性的觀察及多方蒐集資料等方式，以提高可信性。
2. 可遷移性：即量的研究中的外在效度。指的是所研究的結果可推至其他情境的程度。可利用蒐集詳細的描述性資料及發展脈絡性的描述以提高其遷移性。
3. 可依靠性：即量的研究中的信度。指的是資料的穩定性，即研究過程中確保所取得的是可靠的資料。
4. 可確認性：即量的研究中的客觀性。可利用三角校正、多方資料蒐集、自我的反省，以排除研究者個人的主觀性

研究者為提高本研究效度，將每次線上家教進行時間、人員、上課內容及課程進行中的事件詳實轉譯，同時研究者本身亦是主動參與觀察者( active participant observer )，以便作持續性觀察。為求所蒐集

的資料能中立且客觀。因此除線上家教實錄外，研究者亦利用學習態度問卷、訪談、學校聯絡簿及任何學生對此研究的反應，以提高本研究之效度。

### 3.4 數學解題題目的選取

傳統的觀念，總認為要提昇數學能力，就是多練習、多做題目就會有成效，但研究者的學習歷程及教學經驗卻並非如此。陸正威、王慧豐（民 89）〔76〕亦表示解題教學不應只是強調「量」的增加，更重要的是解題策略中「質」的提昇。解題策略提昇相對所選擇題目亦須經過適當篩選，題目以課程內容所教過為原則。針對所篩選的題目原則及其類型分述如下。

#### 3.4.1 題目選取原則

1. 所選取的題目是屬數學課程內容的範圍。研究不離教學，因此所進行實驗的題目範圍不應置於教學之外，如此才可應用於教學上。
2. 題目所需採用的解題策略（次要目標）需是已備知識。注重學生能運用已備知識為次要目標，而達成解決問題的主要目標，以顯示其解題能力。
3. 所選取的題目以幾何證明為主，九年一貫的推動，幾何證明以填空式的方式書寫，以致於學生不易自行完成一題的證明。最後一回則是非例行性題目（數型關係），一方面訓練學生演繹推理能力，一方面以不同題材，再次透過線上家教進行，以發現會產生什麼成效。

#### 3.4.2 各回題目類型

本研究進行線上家教共有十一回，依每回的特性將其分類成五個階段，每一階段的實施時間及其目的敘述如表 13，詳細分析請見附錄三。

表 13 線上家教各回實施時間及其目的

階段	第一階段	第二階段			第三階段	
回數	第一~五回	第六回	第七~九回	第十回	第十一回	第十二回
目的	前五回的適應	第一次線上測驗	中三回幾何證明演練	第二次線上測驗	另類問題的檢驗	第二次線上測驗討論
時間	20040603 ~ 20040624	20040706 ~ 20040716	20040717 ~ 20040807	20040811 ~ 20040812	20040814 ~ 20040909	20040915 ~ 20040922

### 1. 前五回的適應題目類型

進行第一次線上測驗前共有五回的適應教學。第一回：幾何圖形長度計算（需畫輔助線）；第二回：基測概念運算 3 題；第三回：分析練習應用題型 2 題；第四回：概念與應用題型 2 題（三角形全等性質）；第五回：生活應用及幾何證明題型 6 題，除了第 5 題不是幾何證明題外其餘皆是。原因是九年一貫暫行綱要的課程中，幾何證明僅限於填空式的證明，因此在第一次測驗前的 5 題幾何證明可使學生對幾何證明部分的書寫更加熟悉。這五回的進行，著重在讓學生熟悉線上家教的各種操作模式（習慣使用 JoinNet 的討論板、語音視訊功能及手寫板）、建立線上互動的機制、訓練學生的表達能力及讓教師能更明瞭如何進行線上家教教學。該五回的題目類型詳見附錄三之 1~5。

### 2. 第一次線上測驗、第二次線上測驗題目的類型（分別為第六回的 T1~T5 及第十回的 T6~T10）

本研究是以看到學生解題能力表現為主要目的，因此所選擇的題目皆為幾何證明題。第一次線上測驗及第二次線上測驗的題目各五題，為求於評量學生解題能力時能有所比較，兩次測驗的題目所需使用次要目標是同類型。如 T1 及 T6，這兩題的解題策略都是須先畫一對角線當作輔助線，再以兩三角形全等的性質得到對應角相等。

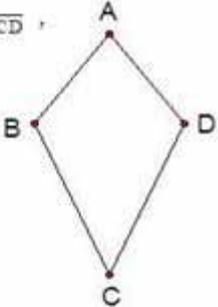
T1	<p>已知在菱形 ABCD 中，若 <math>\overline{AB} = \overline{AD}</math>，<math>\overline{BC} = \overline{CD}</math>， 求證：<math>\angle B = \angle D</math></p> 
T6	<p>T6 <math>\overline{AB} \parallel \overline{CD}</math> 且 <math>\overline{AB} = \overline{CD}</math>。 證明 <math>\angle B = \angle D</math>。</p> 

圖 8 兩次線上測驗題目之一

又如 T2 及 T7，這兩題雖不需畫輔助線，但在證明兩三角形全等（次要目標）時，其角度會有重疊的情況。

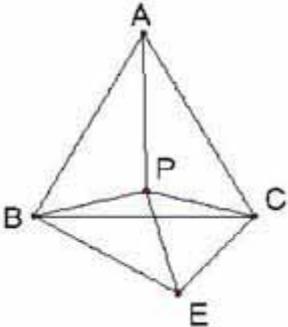
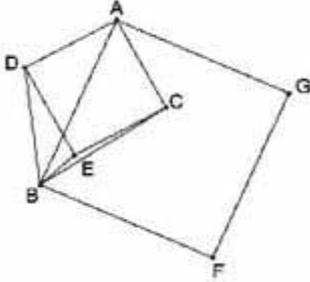
T2	<p><math>\triangle ABC</math> 與 <math>\triangle PCE</math> 均為正三角形</p> <p>求證：<math>\overline{AP} = \overline{BE}</math></p> 
T7	<p>T7</p> <p>ADGC, ABFG 均為正方形 <math>\overline{AB}, \overline{CD}</math></p> <p>且 <math>\overline{AB} = \overline{CD}</math>.</p> <p>證明 (1) <math>\angle ABD = \angle AGC</math>.</p> <p>(2) <math>\overline{BD} \perp \overline{CG}</math>.</p> 

圖 9 兩次線上測驗題目之二

由這兩個例子可明白第一次測驗的題號 $T_n$ 與第二次測驗的題號 $T_{n+5}$ 的題目，背後所需使用的觀念及方法是相同的，其餘題目及所需先備知識詳見附錄三之 6 及附錄三之 10。

第一次線上測驗的題目並未做詳細的討論，第二次線上測驗的討論則是在另類問題(數型關係)進行完畢後才討論，藉此可再一次的討論中進行複習。

### 3. 中三回幾何證明演練 (第七回~第九回)

在兩次線上測驗期間共有三次的幾何證明教學演練，每次三題，共九題。主要目的是增強學生的嚴謹幾何證明思維及書寫。第一回主題是讓學生熟悉解題策略的步驟，第二回及第三回的各三題則有類似題型，以增加學生的解題能力，其題目類型詳見附錄三之 7~9。

### 4. 第二次線上測驗進行後的另類問題

教材題目的規畫，原本全是幾何證明的部份，且於第二次線上測驗結束時實驗即告一段落。但學生表示願意繼續線上家教，正好研究者與鄰近一所學校的教師做了一份作品，因此順勢稍作修改成為下一階段另類問題的教材，這部份是屬於非例行性的問題，其題目類型詳見附錄三之 11。