國立交通大學

統計學研究所

碩 士 論 文

一個有效且有力的檢定對於單邊製程規格的供應商選擇問題

An Effective and Powerful Test for One-sided Manufacturing Characteristic in Supplier Selection Problem

研 究 生：莊育珊

指導教授：洪慧念　教授

中 華 民 國 九 十 八 年 六 月

一個有效且有力的檢定對於單邊製程規格的供應商選擇問題
An Effective and Powerful Test for One-sided Manufacturing Characteristic in Supplier Selection Problem

研 究 生：莊育珊　　Student：Yu-Shan Chuang

指導教授：洪慧念　　Advisor：Hui-Nien Hung

國 立 交 通 大 學

統計學研究所

碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Institute of Statistics

College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Statistics

June 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年六月

學生：莊育珊　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　指導教授：洪慧念

國立交通大學統計學研究所碩士班

摘　　　要

這篇論文主要考慮選擇供應商的問題，在兩家供應商中，以單邊規格為製程能力標準選擇具有較高製程能力的廠商。本文一開始會先回顧三個針對此類問題的方法，其中兩種為大樣本時的逼近方法，另一個則是由 Pearn *et al.*（2009）所提出之精準方法，稱為 Division method。在此篇論文中，我們將提出一個新的精準方法，在此稱為 Subtraction method。我們會以正確選取檢定力來比較這兩種 excat 方法。結果顯示，我們所提出的 Subtraction method 相較於 Division method 來看，具有較佳的檢定力。而為了實際上的應用，也提出了兩步驟（two-phase）的選擇過程。且為使業界能方便的使用，一些計算上的結果也將以列表之方式呈現。

An Effective and Powerful Test for One-sided Manufacturing Characteristic in Supplier Selection Problem

Student：Yu-Shan Chuang

Advisors：Dr. Hui-Nien Hung
Dr.－－－－－－
Dr.－－－－－－

Institute of Statistics
National Chiao Tung University

ABSTRACT

In this paper, we consider the supplier selection problem, which deals with comparing two one-sided processes and selecting a better one that has a higher capability. We first review two existing approximation approaches, and an exact approach proposed by Pearn *et al*. (2009) which we refer to as the Division method. We then develop a new exact approach called the Subtraction method. We compare the two exact methods on the selection power. The results show that the proposed Subtraction method is indeed more powerful than the Division method. A two-phase selecting procedure is developed for practical applications. Some computational results are tabulated for practitioners' conveniences.

誌　　　　謝

畢業將至，回想起這些日子，除了在專業上更加精進之外，更獲得了許多學業以外的知識。首先，感謝指導教授洪慧念教授在這段期間對於課業上的指導，除此之外，對於生活上也提供了一些見解和關心，每當有疑惑，和教授聊過後都能瞬間感到豁達許多。感謝口試委員對我論文的各方指導與建議。也謝謝同學之間的互相打氣，這段期間得到了不少可貴的情誼，我會好好珍惜。更謝謝家人在我學生生涯中，默默的支持與鼓勵，使得我能無後顧之憂，一路走來直至順利完成碩士班學業。在此，將對於我的師長、家人、好朋友以及同學，致上我最誠摯的謝意。

莊育珊　謹誌于

國立交通大學統計學研究所

中華民國九十八年六月

目　　　錄

中文提要	…………………………………………	i
英文提要	…………………………………………	ii
誌謝	…………………………………………	iii
目錄	…………………………………………	iv
表目錄	…………………………………………	v
圖目錄	…………………………………………	vi
一、	緒論………………………………………	1
二、	現有的選擇方法…………………………	2
三、	提議的 Subtraction method………………	3
四、	Subtraction method 的製程選取方法…………	5
4.1	Phase Ⅰ:選擇較佳製程………………	5
4.2	Phase II:製程差異程度………………	6
4.3	檢定力分析	8
五、	兩種精確方法之比較……………………	10
六、	實例………………………………………	14
六、	結論………………………………………	16
參考文獻	…………………………………………	17

表目錄

表 1 某特定 C_I 之下的 NCPPM 2

表 2 $n_1 = n_2 = 30(10)200$ 和 α =0.05 之下，拒絕 $C_{PU2} \le C_{PU1}$ 的臨界值……………………………………………………………… 6

表 3 α = 0.05 及某些 h 值之下，拒絕 $C_{PU2} \le C_{PU1} + h$ 的臨界值 7

表 4 在檢定力 $1-\beta$=0.9、0.95、0.975 和 0.99 之下，使用 Subtracion (S)和 Division (D) methods 方法去區別 C_{PU1} 和 C_{PU2} 所需的樣本大小………………………………………………………… 13

表 5 在 C_{PU1}=1.250，C_{PU2}=1.450、1.550、1.650、1.660 和 1.670 之下，對於兩家分波多工器廠商的所做的決策…………… 16

表 6 在 C_{PU1}=1.250，C_{PU2}=1.680(0.01)1.740 之下，對於兩家分波多工器廠商的所做的決策…………………………………… 16

圖目錄

Figure 1 樣本數 n_1=n_2=30、50、100、150 和 200（圖中由下至上）之下，W 的機率密度函數 ………………………………… 5
Figure 2 C_{PU1}=1.0、1.5 和 2.0 以及樣本數 n=30 之下的檢定力函數 9
Figure 3 在 C_{PU1}=1.00 及 n_1=n_2=30 下，兩種方法的檢定力曲線…… 11
Figure 4 在 C_{PU1}=1.00 及 n_1=n_2=50 下，兩種方法的檢定力曲線…… 11
Figure 5 在 C_{PU1}=1.00 及 n_1=n_2=100 下，兩種方法的檢定力曲線…… 11
Figure 6 在 C_{PU1}=1.00 及 n_1=n_2=150 下，兩種方法的檢定力曲線…… 11
Figure 7 在 C_{PU1}=1.33 及 n_1=n_2=30 下，兩種方法的檢定力曲線…… 11
Figure 8 在 C_{PU1}=1.33 及 n_1=n_2=50 下，兩種方法的檢定力曲線…… 11
Figure 9 在 C_{PU1}=1.33 及 n_1=n_2=100 下，兩種方法的檢定力曲線…… 11
Figure 10 在 C_{PU1}=1.33 及 n_1=n_2=150 下，兩種方法的檢定力曲線…… 11
Figure 11 在 C_{PU1}=1.67 及 n_1=n_2=30 下，兩種方法的檢定力曲線…… 12
Figure 12 在 C_{PU1}=1.67 及 n_1=n_2=50 下，兩種方法的檢定力曲線…… 12
Figure 13 在 C_{PU1}=1.67 及 n_1=n_2=100 下，兩種方法的檢定力曲線…… 12
Figure 14 在 C_{PU1}=1.67 及 n_1=n_2=150 下，兩種方法的檢定力曲線…… 12
Figure 15 在 C_{PU1}=2.00 及 n_1=n_2=30 下，兩種方法的檢定力曲線…… 12
Figure 16 在 C_{PU1}=2.00 及 n_1=n_2=50 下，兩種方法的檢定力曲線…… 12
Figure 17 在 C_{PU1}=2.00 及 n_1=n_2=100 下，兩種方法的檢定力曲線…… 12
Figure 18 在 C_{PU1}=2.00 及 n_1=n_2=150 下，兩種方法的檢定力曲線…… 12
Figure 19 兩筆偏極化相依損失資料的直方…………………………… 15

一、 緒論

對於製造業以及服務業來說，為了量測現有的產品或服務的品質是否有能力達到需求的標準內，製程能力指標（process capability indices）已經被廣泛地運用。在製程能力指標中，常用的包含了C_p、C_{PU}、C_{PL}、C_{pk}、C_{pm}以及C_{pmk}（Kane（1986, Chan *et al.* （1988）, Pearn *et al.* （1992））。這些製程能力指標用在產品或者是服務品質上，主要是比較它們已先定義好的規格和它們實際上的品質特性。這些指標的定義如下：

$$C_p = \frac{USL-LSL}{6\sigma}, C_{PU} = \frac{USL-\mu}{3\sigma}, C_{PL} = \frac{\mu-LSL}{3\sigma}, C_{pk} = \min\{\frac{USL-\mu}{3\sigma}, \frac{\mu-LSL}{3\sigma}\},$$

$$C_{pm} = \frac{USL-LSL}{6\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}}, C_{pmk} = \min\left\{\frac{USL-\mu}{3\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}}, \frac{\mu-LSL}{3\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}}\right\}$$

其中USL為規格上界，LSL為規格下界，μ為製程的平均值，σ為製程的標準差，以及T為製程的目標值。而其中指標C_p、C_{pk}、C_{pm}以及C_{pmk}是用在雙邊規格的製程上，而C_{PU}以及C_{PL}則適用在製程只有單邊規格的情況上。

這些指標已被廣泛的應用在許多地方，其中包括了應用在工廠不良品控制上，多重製程的性能分析圖（Pearn 和 Chen （1997）, Pearn and Shu（2003a, 2003b））,多重品質特性的製程性能分析（Bothe （1997）, Wu and Pearn （2005)），選擇較佳的供應商（Chou（1994）, Huang and Lee （1995）, Pearn *et al.*（2004）, Pearn *et al.*（2009））,量測多重製造過程的製程能力（Bothe（1999）, Pearn and Chang （1998））,判定整批貨接受與否的允收抽樣計畫 （Pearn and Wu (2006a, 2006b）, Wu and Pearn（2008））,工具替換的最佳化（Pean and Hsu（2007）, Pearn *et al.* （2006, 2007））,以及其他許多的應用上。Pearn 和 Kotz （2006） 對於過去二十年來製程能力指標的發展，給了一個全面性的回顧。

少量的不良品

考慮具有單邊規格界線USL或LSL且為常態分佈的製程，其良率$\Pr(X<USL)$或者$\Pr(X>LSL)$可被改寫為如下：

$$\Pr(X<USL) = \Pr(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{USL-\mu}{\sigma}) = \Pr(Z<3C_{PU}) = \Phi(3C_{PU})$$

$$\Pr(X>LSL) = \Pr(\frac{\mu-X}{\sigma} < \frac{\mu-LSL}{\sigma}) = \Pr(Z>-3C_{PL}) = \Phi(3C_{PL})$$

其中Z為服從標準常態分配的隨機變數，$\Phi(\cdot)$為標準常態分配的累積分佈函數。

為了便利起見，均將C_{PU}或C_{PL}定義為C_I。因此，對於一個在良好控制底下

的常態分配製程而言，每百萬的不良品個數(NCPPM)就可以精確地被計算為 NCPPM $=10^6\times[1-\Phi(3C_I)]$。舉例來說，如果 $C_I=1.00$，則相對應的 NCPPM 為 1350；如果 $C_I=1.25$，則相對應的 NCPPM 為 88；如果 $C_I=1.33$，則相對應的 NCPPM 為 33；如果 $C_I=1.45$，則相對應的 NCPPM 為 6.8；如果 $C_I=1.50$，則相對應的 NCPPM 為 3.4；如果 $C_I=1.67$，則相對應的 NCPPM 為 0.27；以及如果 $C_I=2.00$ 時，則相對應的 NCPPM 為 0.001。Table 1 將上述結果以表呈現。

Table 1. Corresponding NCPPM
for some specific values of C_I.

C_I	NCPPM
1.00	1349.898
1.25	88.417
1.33	33.037
1.45	6.807
1.50	3.398
1.67	0.272
2.00	0.001

二、　現有的選擇方法

對於選擇供應商的問題，Chou （1994）提出了一個概似比的近似方法。此處考量兩間供應商，並適合以 C_{PU} 為製程能力指標來衡量他們的製程能力。現有的供應商稱為供應商 I，新的供應商為供應商 II，而它們的製程能力指標分別為 C_{PU1} 和 C_{PU2}。Chou 所提出的的方法可對假設檢定 $H_0: C_{PU1}\ge C_{PU2}$ 和 $H_1: C_{PU1}< C_{PU2}$ 做出決策。令 $\hat{C}_{PU1}=(USL-\bar{x}_1)/(3s_1)$ 和 $\hat{C}_{PU2}=(USL-\bar{x}_2)/(3s_2)$，其中 $\bar{x}_1$ 和 $\bar{x}_2$ 分別為供應商 I 和供應商 II 的樣本平均數，s_1 和 s_2 則為它們的樣本標準差。若 $\hat{C}_{PU1}<\hat{C}_{PU2}$ 並同時滿足 $A<\exp\{-\chi_1^2(1-2\alpha)/2\}$ 時，將拒絕虛無假設 $H_0: C_{PU1}\ge C_{PU2}$，其中：

$$A=\left\{2/\left[\sqrt{a\hat{C}_{PU1}^2+2}\sqrt{a\hat{C}_{PU2}^2+2}-a\hat{C}_{PU1}\hat{C}_{PU2}\right]\right\}^n,$$

n 為兩家供應商分別抽取的樣本數，$a=9n/(n-1)$，以及 $\chi_1^2(1-2\alpha)$ 是自由度為 1 的卡方分配的第 $(1-2\alpha)$ 百分位數，而 α 則為該檢定之顯著水準（不正確地將 $H_0: C_{PU2}-C_{PU1}\le 0$ 判定為 $C_{PU2}-C_{PU1}>0$ 的機率）。在大樣本理論下，檢定統計量 A 為概似比函數(likelihood ratio statistic)，他取自然對數後的大樣本分配會趨近於自由度為 1 的卡方分配。在應用上，這個近似的方法要求兩家供應商具有相同的樣本數，亦即供應商 I 抽取的樣本數和供應商 II 抽取的樣本數均等於 n。

Hubele *et al.* （2005）利用 Nairy 以及 Rao （2003）提出的 Wald test 來修正 Chou （1994）的這個式子，並發展了一個可以檢定 k 家供應商是否均有一樣的製程能力的近似方法。若令第 i 家供應商的製程能力指標為 C_{PUi}，$i \in \{1,2,...,k\}$，則假設檢定為 $H_0: C_{PU1} = C_{PU2} = \cdots = C_{PUk}$ 以及 H_1: 至少有一對 (i, j) 使得 $C_{PUi} \neq C_{PUj}$，$i \neq j$，其中 $i, j \in \{1,2,...,k\}$。值得注意的是，此方法就不限制不同供應商需要抽取的樣本數為相同了。

The Division Method

Pearn *et al.* （2009）提出了一個精確的方法去處理選擇供應商的問題，也就是之前所提到的 Division method。這個假設檢定是考慮虛無假設 $H_0: C_{PU2}/C_{PU1} \leq 1$，而對立假設為 $H_1: C_{PU2}/C_{PU1} > 1$。在 Division method 中並不要求這兩個製程需有相同的樣本數。首先，令 C_{PU1} 和 C_{PU2} 分別為供應商 I 和供應商 II 的製程能力指標，n_1 和 n_2 則分別為它們抽取的樣本個數。在此方法中採用的檢定統計量為 $R = \hat{C}_{PU2}/\hat{C}_{PU1}$，其機率密度函數為：

$$f_R(r) = A\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{u}\right| I\left(\frac{r}{u}>0\right)\frac{\left(\frac{r}{u}\right)^{n_1-2}}{\left(1+\frac{n_1-1}{n_2-1}\left(\frac{r}{u}\right)^2\right)^{\frac{n_1+n_2}{2}-1}}\exp\left[\frac{9}{2}\frac{(n_1C_{PU1}+n_2C_{PU2}u)^2}{n_1+n_2u^2}\right]$$
$$\times\left\{\frac{2}{9(n_1+n_2u^2)}\exp\left[-\frac{9}{2}\frac{(n_1C_{PU1}+n_2C_{PU2}u)^2}{n_1+n_2u^2}\right]\right.$$
$$\left.+\frac{n_1C_{PU1}+n_2C_{PU2}u}{n_1+n_2u^2}\sqrt{\frac{2\pi}{9(n_1+n_2u^2)}}\left[1-2\Phi\left(\frac{-3(n_1C_{PU1}+n_2C_{PU2}u)}{\sqrt{n_1+n_2u^2}}\right)\right]\right\}du,$$

其中

$$A = 2\left(\frac{n_1-1}{n_2-1}\right)^{\frac{n_1-1}{2}}\frac{\Gamma\left(\frac{n_1+n_2}{2}-1\right)}{\Gamma\left(\frac{n_1-1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2-1}{2}\right)}\frac{9\sqrt{n_1n_2}}{2\pi}\exp\left[-\frac{9}{2}\left(n_1C_{PU1}^2+n_2C_{PU2}^2\right)\right],$$

$\Phi(\cdot)$ 為標準常態分配的累積密度函數，I 為指標函數，以及 $-\infty < r < \infty$。

Pearn *et al.* (2009)說明了 Division method 比起 Chou 的近似方法來，確實是更為精準且檢定力更高的。

三、 提議的 Subtraction Method

在此節中，我們採用了不同的統計檢定量提出了一個新的精準方法，稱之為 Subtraction method。我們考慮了如下的假設檢定來比較兩個 C_{PU} 值，其中虛無假設為 $H_0: C_{PU2} \le C_{PU1}$，對立假設為 $H_1: C_{PU2} > C_{PU1}$（此假設檢定相當於 $H_0: C_{PU2} - C_{PU1} \le 0$ 與 $H_1: C_{PU2} - C_{PU1} > 0$）。在本文中，我們採取 $W = \hat{C}_{PU2} - \hat{C}_{PU1}$ 為檢定統計量，當中 $\hat{C}_{PUi} = (USL - \bar{x}_i)/(3s_i)$ 的分配等同於 $\left(3\sqrt{n_i}\right)^{-1} t_{n_i-1}(3n_i C_{PUi})$，其中 $t_{n_i-1}(3n_i C_{PUi})$ 是自由度為 $n_i - 1$，non-centrality 參數為 $3n_i C_{PUi}$ 的 non-central t 隨機變數，$i = 1$、2。我們可以得到此檢定量有如下的機率密度函數：

$$f_W(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{Y_1}(y_1) f_{Y_2}(w + y_1) dy_1$$

$$= B \times \int_{-\infty}^{\infty} g(w, y_1) dy_1, \qquad -\infty < w < \infty$$

其中 $f_{Y_1}(\cdot)$ 和 $f_{Y_2}(\cdot)$ 分別為 $\hat{C}_{PU1}$ 和 $\hat{C}_{PU2}$ 的機率密度函數，

$$B = \frac{2}{\sqrt{\frac{2\pi}{9n_1}}\Gamma\left(\frac{n_1-1}{2}\right)\left(\frac{2}{n_1-1}\right)^{(n_1-1)/2}} \times \frac{2}{\sqrt{\frac{2\pi}{9n_2}}\Gamma\left(\frac{n_2-1}{2}\right)\left(\frac{2}{n_2-1}\right)^{(n_2-1)/2}},$$

$$g(w, y_1) = \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{9n_1(v_1 y_1 - C_{PU1})^2}{2}\right] v_1^{n_1-1} e^{-\frac{n_1-1}{2}v_1^2} dv_1$$

$$\times \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{9n_2(v_2(w+y_1) - C_{PU2})^2}{2}\right] v_2^{n_2-1} e^{-\frac{n_2-1}{2}v_2^2} dv_2 。$$

和上節相同地，C_{PU1} 和 C_{PU2} 分別代表供應商 I 和供應商 II 的製程能力指標，而 n_1 和 n_2 則分別為它們抽取的樣本個數。

我們將 W 的機率密度函數畫在 Figure 1，其中涵蓋了 $C_{PU1} = 1.0$、1.5，$C_{PU2} = 1.0$、1.5，以及 $n_1 = n_2 = 30$、50、100、150 和 200(在圖中是依序由底部往上)。從 Figure 1 中，我們可以看出(1)越大的 $C_{PU2} - C_{PU1}$ 值，$W = \hat{C}_{PU2} - \hat{C}_{PU1}$ 的變異數也就越大，(2) W 的分配為單峰的，且幾乎對稱於 $C_{PU2} - C_{PU1}$，就算在樣本數小的情況下也是如此。

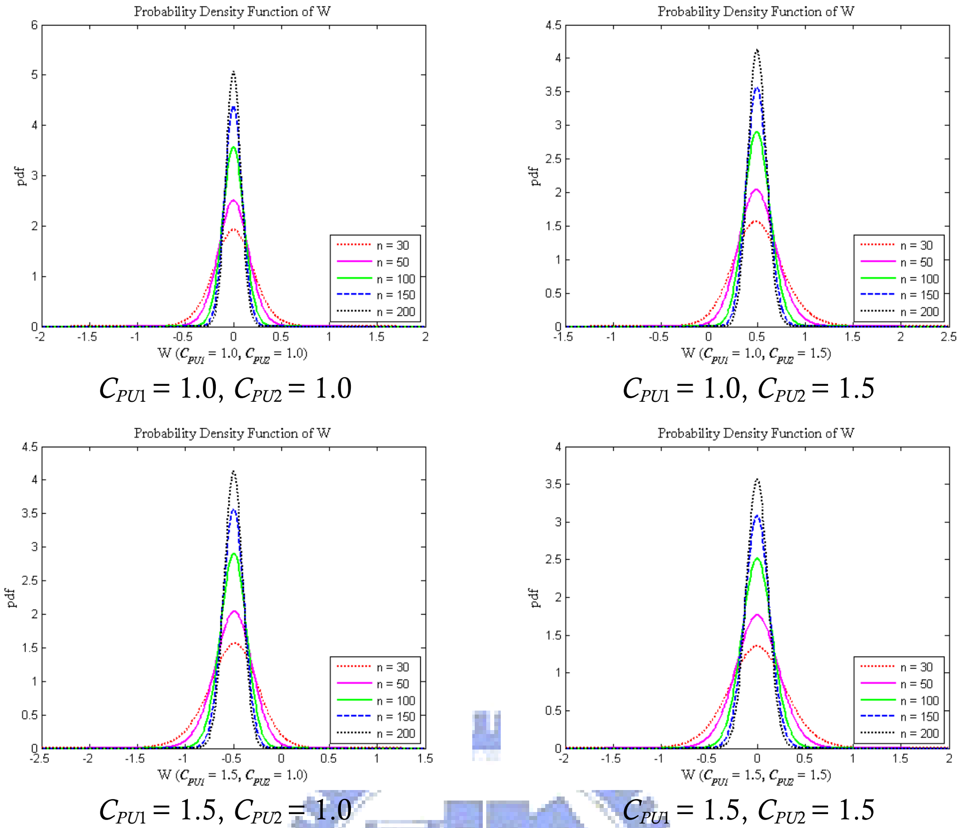

Figure 1. Probability density function plots of W for sample sizes n_1=n_2=30, 50, 100, 150, 200(from bottom to top in plots).

四、 Subtraction Method 的製程選取方法

4.1 Phase I: 選擇較佳製程

假設在所有待選的製程當中，C_{PU} 值至少都要大於某個特定需求值 C，而現行的供應商，在此稱供應商 I，也已經符合這樣的一個基本需求，亦即，$C_{PU1} \geq C$。如果現在有一個新的供應商，供應商 II，宣稱它比現行的供應商 I 能提供更好的品質，以此來爭取訂單。因此，新的供應商就必須在規定的信賴水準下，提供可令人信服的資訊來證明它的宣稱為事實。為了去檢定新的供應商（供應商 II）所提供的品質是否真的比現行的供應商 I 還好，我們在此考慮了如下的假設檢定：$H_0: C_{PU2} \leq C_{PU1}$ 和 $H_1: C_{PU2} > C_{PU1}$，其等價於：

$$H_0: C_{PU2} - C_{PU1} \leq 0$$
$$H_1: C_{PU2} - C_{PU1} > 0 \text{ 。}$$

在已有 W 的機率密度函數，以及顯著水準（不正確地將 $H_0: C_{PU2} - C_{PU1} \leq 0$ 判定為 $H_1: C_{PU2} - C_{PU1} > 0$ 的最大機率）已給定之下，決策即可決定。此假設檢定的決策為，若 $W = \hat{C}_{PU2} - \hat{C}_{PU1} \geq c_0$，則拒絕 H_0。其中 c_0 為滿足以下條件的一個臨界值：

$$\Pr\{W \ge c_0 \mid H_0 : C_{PU2} \le C_{PU1}, n_1, n_2, \text{and } C_{PU1} \ge C\} \le \alpha$$

為符合假設檢定的原理，我們找到在 $C_{PU2} = C_{PU1} = C$ 這樣的條件下去計算，會得到最大的臨界值 c_0。亦即：

$$\Pr\{W \ge c_0 \mid C_{PU2} = C_{PU1} = C, n_1, n_2\} = \alpha$$

值得注意的是，我們的供應商選擇過程，可以被應用在兩家供應商樣本數不相同的情況下，也就是 $n_1 \ne n_2$。而若想應用在規格為下界的情況下，也就是假設檢定為 $H_0 : C_{PL2} \le C_{PL1}$ 以及 $H_1 : C_{PL2} > C_{PL1}$，只需將 C_{PU} 以 C_{PL} 取代即可。Table 2 列出了當 $C_{PU2} = C_{PU1} = 1.0(0.1)2.0$，$n_1 = n_2 = n = 30(10)200$，與顯著水準 $\alpha = 0.05$ 的情況下，所得到臨界值。

Table 2. Critical values for rejecting $C_{PU2} \le C_{PU1}$ with $n_1 = n_2 = 30(10)200$ and $\alpha = 0.05$.

	$C_{PU1} = C_{PU2} = C$										
n	**1.0**	**1.1**	**1.2**	**1.3**	**1.4**	**1.5**	**1.6**	**1.7**	**1.8**	**1.9**	**2.0**
30	0.3512	0.3833	0.4124	0.4421	0.4725	0.5036	0.5355	0.5683	0.5978	0.6280	0.6591
40	0.2991	0.3232	0.3512	0.3761	0.4014	0.4272	0.4534	0.4802	0.5075	0.5355	0.5600
50	0.2651	0.2854	0.3094	0.3336	0.3547	0.3797	0.4014	0.4234	0.4496	0.4725	0.4958
60	0.2384	0.2584	0.2786	0.3025	0.3232	0.3441	0.3654	0.3833	0.4050	0.4272	0.4496
70	0.2219	0.2384	0.2584	0.2753	0.2956	0.3163	0.3336	0.3547	0.3725	0.3941	0.4124
80	0.2055	0.2219	0.2384	0.2584	0.2753	0.2922	0.3128	0.3301	0.3477	0.3654	0.3833
90	0.1924	0.2087	0.2252	0.2417	0.2584	0.2753	0.2922	0.3094	0.3267	0.3441	0.3618
100	0.1826	0.1989	0.2120	0.2285	0.2451	0.2618	0.2753	0.2922	0.3094	0.3267	0.3406
110	0.1729	0.1891	0.2022	0.2186	0.2318	0.2484	0.2618	0.2786	0.2956	0.3094	0.3267
120	0.1664	0.1794	0.1924	0.2087	0.2219	0.2384	0.2517	0.2651	0.2820	0.2956	0.3094
130	0.1600	0.1729	0.1859	0.1989	0.2120	0.2285	0.2417	0.2551	0.2685	0.2854	0.2991
140	0.1536	0.1664	0.1794	0.1924	0.2055	0.2186	0.2318	0.2451	0.2584	0.2719	0.2854
150	0.1471	0.1600	0.1729	0.8459	0.1989	0.2120	0.2252	0.2384	0.2517	0.2618	0.2753
160	0.1440	0.1536	0.1664	0.1794	0.1924	0.2055	0.2153	0.2285	0.2417	0.2551	0.2685
170	0.1375	0.1503	0.1600	0.1729	0.1859	0.1989	0.2087	0.2219	0.2351	0.2484	0.2584
180	0.1343	0.1439	0.1568	0.1697	0.1794	0.1924	0.2022	0.2153	0.2285	0.2384	0.2517
190	0.1311	0.1407	0.1536	0.1632	0.1761	0.1859	0.1989	0.2087	0.2219	0.2318	0.2451
200	0.1279	0.1375	0.1471	0.1600	0.1697	0.1826	0.1924	0.2055	0.2153	0.2285	0.2384

4.2 Phase II: 製程差異程度

在供應商選擇問題的 Phase I 中，供應商選擇的決策會僅僅依據比較兩個 C_{PU} 的值，而沒有進一步地去探討這兩個值之間的差異程度。在實務上，因為更換新的供應商去取代現有的，會必須要付出一些代價，例如成本上的增加。所以為了考量這額外多出的成本，顧客可能會只有在新的供應商比現有的供應商顯著更好，且好過一定的程度時，亦即 $C_{PU2} - C_{PU1}$ 大於某個特定的值 $h > 0$，才會考慮真的以新的供應商更換現有的供應商。因此，我們的方法，在這種需求之下，可以用來使用在以下的假設檢定：

$$H_0 : C_{PU2} \le C_{PU1} + h$$
$$H_1 : C_{PU2} > C_{PU1} + h，$$

這裡所得到的決策規則和 Phase I 是很相似的。當$W=\hat{C}_{PU2}-\hat{C}_{PU1}$大於等於某個臨界值$c_0$時，拒絕虛無假設$H_0$並接受$C_{PL2}>C_{PL1}+h$，其中$c_0$滿足如下之條件：

$$\Pr\{W \geq c_0 \mid H_0 : C_{PU2} \leq C_{PU1}+h, n_1, n_2, \text{and } C_{PU1} \geq C\} \leq \alpha \text{ 。}$$

對於所有的(C_{PU1}, C_{PU2})，為符合假設檢定的原理，我們找到在$C_{PU1}=C$且$C_{PU2}=C+h$這樣的條件下去計算，會得到最大的臨界值c_0。因此，我們可以用下列的機率等式來計算臨界值c_0：

$$\Pr\{W \geq c_0 \mid C_{PU1}=C, C_{PU2}=C+h, n_1, n_2\}=\alpha \text{ 。}$$

如果檢定拒絕了虛無假設H_0，則就表示我們有足夠的資訊認定供應商 II 所提供的原料顯著的比現有的供應商 I 起碼好上超過h，此時就會建議以新的供應商 II 來代替現有的供應商 I。Table 3 列出了在 Montgomery （2001）所提出的某些C_{PU}的最小品質需求C，其中C可能為 1.25、1.45 和 1.60，且兩家供應商能力的差別$h=0.1(0.1)0.5$，及樣本數$n_1=n_2=n=30(10)200$，顯著水準$\alpha=0.05$之下，的臨界值c_0。

Table 3. Critical values for rejecting $C_{PU2} \leq C_{PU1}+h$ for various values of h with $\alpha=0.05$.

	(C_{PU1}, C_{PU2})				
n	**(1.25, 1.35)**	**(1.25, 1.45)**	**(1.25, 1.55)**	**(1.25, 1.65)**	**(1.25, 1.75)**
30	0.5477	0.6727	0.7934	0.9186	1.0417
40	0.4802	0.5978	0.7146	0.8352	0.9540
50	0.4346	0.5518	0.6682	0.7833	0.9014
60	0.4050	0.5155	0.6324	0.7435	0.8423
70	0.3797	0.4918	0.6063	0.7194	0.8299
80	0.3582	0.4725	0.5808	0.6958	0.8089
90	0.3441	0.4534	0.5642	0.6773	0.7883
100	0.3301	0.4421	0.5518	0.6591	0.7732
110	0.3197	0.4272	0.5396	0.6457	0.7582
120	0.3094	0.4197	0.5275	0.6368	0.7435
130	0.3025	0.4087	0.5195	0.6280	0.7338
140	0.2922	0.4014	0.5075	0.6193	0.7241
150	0.2854	0.3941	0.5036	0.6106	0.7194
160	0.2786	0.3869	0.4958	0.6020	0.7099
170	0.2753	0.3833	0.4879	0.5978	0.7052
180	0.2685	0.3761	0.4841	0.5893	0.6958
190	0.2651	0.3725	0.4763	0.5851	0.6911
200	0.2618	0.3654	0.4725	0.5808	0.6865

Table 3. (Continued)

n	(C_{PU1}, C_{PU2}) (1.45, 1.55)	(1.45, 1.65)	(1.45, 1.75)	(1.45, 1.85)	(1.45, 1.95)
30	0.6106	0.7338	0.8568	0.9782	1.1025
40	0.5315	0.6502	0.7682	0.8900	1.0031
50	0.4802	0.5978	0.7146	0.8299	0.9480
60	0.4459	0.5600	0.6727	0.7883	0.9014
70	0.4161	0.5315	0.6412	0.7533	0.8678
80	0.3941	0.5075	0.6193	0.7289	0.8406
90	0.3761	0.4879	0.5978	0.7099	0.8194
100	0.3618	0.4725	0.5808	0.6911	0.8037
110	0.3512	0.4572	0.5683	0.6773	0.7883
120	0.3371	0.4459	0.5560	0.6636	0.7732
130	0.3301	0.4383	0.5436	0.6546	0.7632
140	0.3197	0.4272	0.5355	0.6457	0.7533
150	0.3128	0.4197	0.5275	0.6368	0.7435
160	0.3059	0.4124	0.5195	0.6280	0.7338
170	0.2991	0.4050	0.5115	0.6193	0.7289
180	0.2922	0.4014	0.5075	0.6150	0.7194
190	0.2888	0.3941	0.4997	0.6063	0.7146
200	0.2820	0.3905	0.4958	0.6020	0.7099

n	(C_{PU1}, C_{PU2}) (1.60, 1.70)	(1.60, 1.80)	(1.60, 1.90)	(1.60, 2.00)	(1.60, 2.10)
30	0.6591	0.7782	0.9014	1.0222	1.1451
40	0.5725	0.6911	0.8089	0.9244	1.0483
50	0.5155	0.6324	0.7484	0.8623	0.9782
60	0.4763	0.5893	0.7052	0.8194	0.9361
70	0.4459	0.5600	0.6727	0.7833	0.8957
80	0.4234	0.5355	0.6457	0.7582	0.8678
90	0.4050	0.5155	0.6237	0.7338	0.8460
100	0.3869	0.4958	0.6063	0.7194	0.8299
110	0.3725	0.4802	0.5935	0.7005	0.8089
120	0.3618	0.4686	0.5767	0.6865	0.7986
130	0.3512	0.4572	0.5683	0.6773	0.7833
140	0.3406	0.4496	0.5559	0.6636	0.7732
150	0.3301	0.4383	0.5477	0.6546	0.7632
160	0.3232	0.4309	0.5396	0.6457	0.7533
170	0.3163	0.4234	0.5315	0.6368	0.7484
180	0.3094	0.4161	0.5235	0.6324	0.7386
190	0.3059	0.4124	0.5195	0.6237	0.7338
200	0.2991	0.4050	0.5115	0.6193	0.7241

4.3 檢定力分析

在 Phases I 和 II 中，選擇供應商的過程是先給定α風險，也就是不正確地將H_0判定為H_1的機率，並沒有考慮到β風險(型二誤差)，不正確地將H_1判定為H_0的機率，亦即在新的供應商確實有較佳的製程能力之下，判定為沒有比較佳的機率，這樣會對於新的供應商相對地不利。一旦樣本數和α風險固定後，檢定力

$1-\beta$就可以被計算出了。Figure 2 畫了在$C_{PU1}=1.0$、1.5、2.0 之下，不同的C_{PU2}(C_{PU2}從C_{PU1}至$C_{PU1}+2$)，以及樣本數$n_1=n_2=n=30$、50、100、150、200，$\alpha=0.05$之下的檢定力。從圖中我們可以看出樣本數越大，檢定力就越大，因此，β風險就會越小。

為了降低β風險以及同時維持所需水準的α風險，我們可以增加樣本數。藉由計算在某個特定C_{PU2}值之下的檢定力，我們可以得到在某個指定的檢定力以及α風險下，所需要的最小樣本數。所需的樣本個數可用下列的兩個機率不等式去求得：

$$\Pr\{W \ge c_0 \mid H_0 : C_{PU2} \le C_{PU1}, n_1, n_2, \text{and } C_{PU1} \ge C\} \le \alpha$$
$$\Pr\{W \ge c_0 \mid H_1 : C_{PU2} > C_{PU1}+h, n_1, n_2, \text{and } C_{PU1} \ge C\} \ge 1-\beta$$

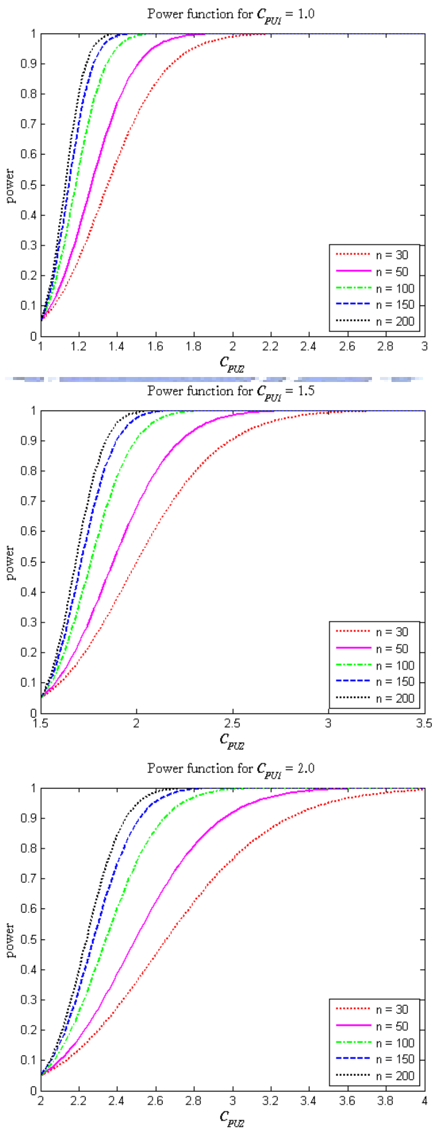

Figure 2. Power curves for C_{PU1}=1.0, 1.5, and 2.0, with sample sizes n=30, 50, 100, 150, 200.

五、　兩種正確方法之比較

Pearn *et al.* （2009）以檢定統計量 $R=\hat{C}_{PU2}/\hat{C}_{PU1}$ 提出了一個選擇供應商問題的正確方法。在一樣的顯著水準之下，我們透過檢定力函數，亦即正確拒絕虛無假設的機率，來比較和評估他們的方法與本文之方法。Figure 3-6、7-10、11-14 以及 15-18 分別列出了 $C_{PU1}=1.00$、1.33、1.67、2.00 對於 C_{PU2} (C_{PU2} 從 C_{PU1} 至 $C_{PU1}+1$)，樣本數 $n_1=n_2=n=30$、50、100、150 之下，Subtraction method（以－線表示）和 Division method（以---線表示）的檢定力曲線。從這些圖中可以看出，以 $W=\hat{C}_{PU2}-\hat{C}_{PU1}$ 為檢定統計量的檢定力，明顯比使用 $R=\hat{C}_{PU2}/\hat{C}_{PU1}$ 的檢定力還要好，因為在列出的這些所有情況中，Subtraction method 的檢定力曲線顯然是始終高於 Division method 的。不幸地是，由於他們的機率密度函數都非常地複雜，所以我們無法以理論去提供證明這樣的結果。

接著，我們從所需的樣本數大小來比較 Subtraction method 和 Division method 間的差異性。計算的結果列表在 Table 4。在 Table 4，型一誤差 α 被設定為 0.05，而檢定力則給定為 0.90、0.95、0.975、0.99，C_{PU1} =1.00、1.25、1.45、1.60，差異程度 $C_{PU2}-C_{PU1}=0.15(0.05)1.00$。舉例來說，若最小的製程能力需求為 1.25，並指定 α 風險為 0.05，β 風險也為 0.05（亦即檢定力為 0.95），期望的差異程度 $C_{PU2}-C_{PU1}$ 為 0.3，則若以 Subtraction method 來做檢定，兩間供應商所需要的樣本數至少為 233，而已 Division method 來做，則需要樣本數為 267，比 233 還要來得多。從 Table 4 當中不難發現，在一樣的條件之下（α 風險、β 風險、C_{PU1} 以及 $C_{PU2}-C_{PU1}$），以 Subtraction method 所得到的所需樣本個數均少於 Division method。

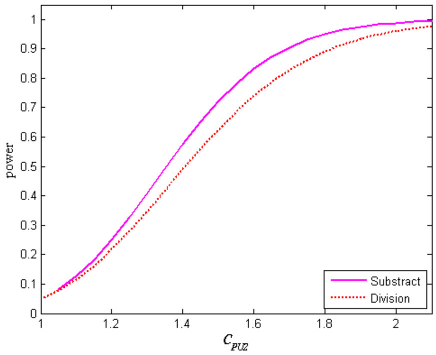

Fig 3. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.00 and n_1=n_2=30.

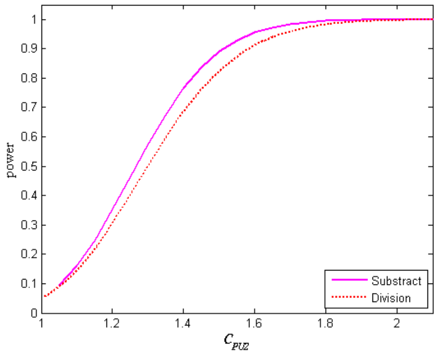

Fig 4. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.00 and n_1=n_2=50.

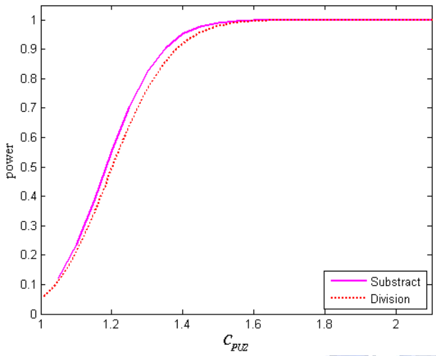

Fig 5. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.00 and n_1=n_2=100.

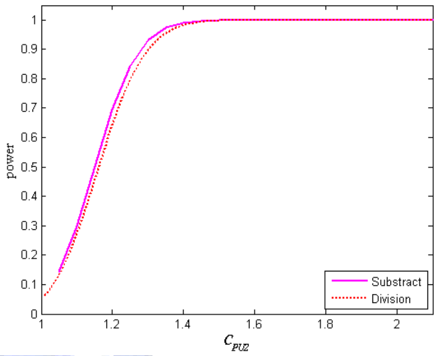

Fig 6. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.00 and n_1=n_2=150.

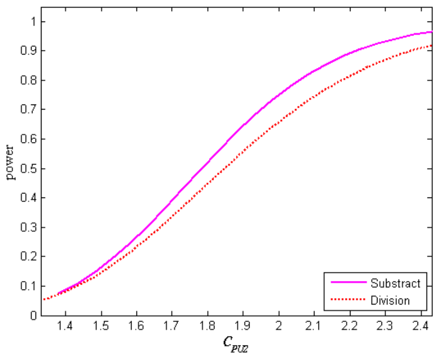

Fig 7. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.33 and n_1=n_2=30.

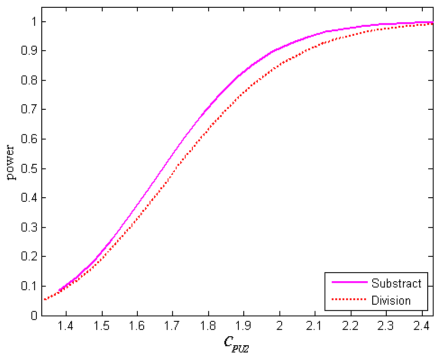

Fig 8. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.33 and n_1=n_2=50.

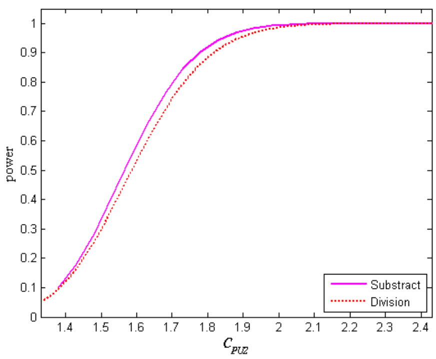

Fig 9. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.33 and n_1=n_2=100.

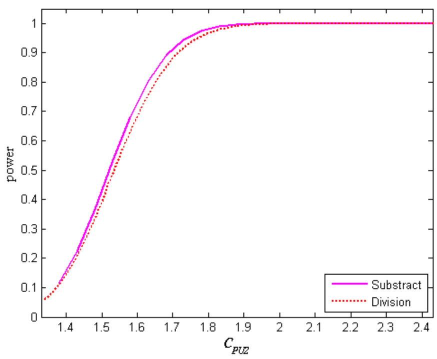

Fig 10. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.33 and n_1=n_2=150.

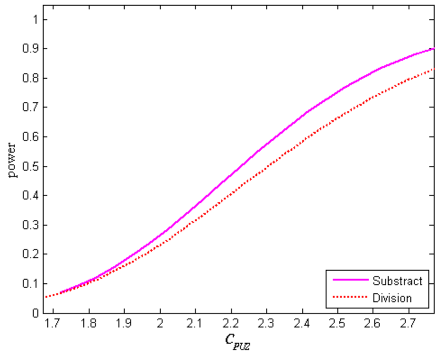

Fig 11. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.67 and n_1=n_2=30.

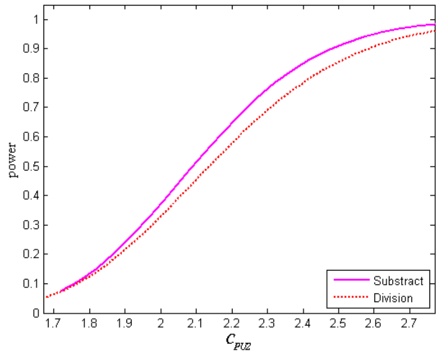

Fig 12. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.67 and n_1=n_2=50.

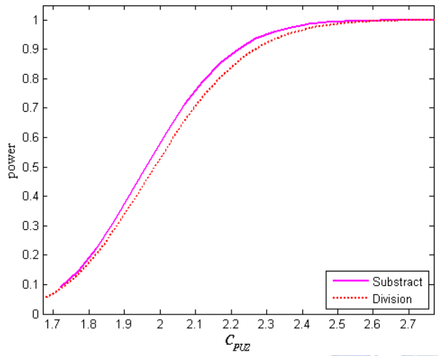

Fig 13. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.67 and n_1=n_2=100.

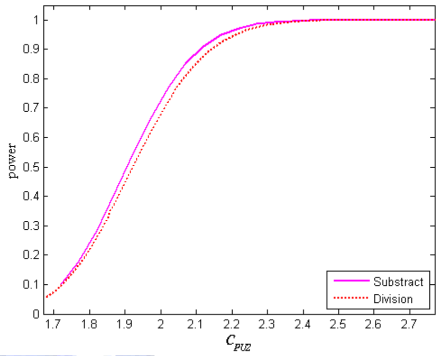

Fig 14. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 1.67 and n_1=n_2=150.

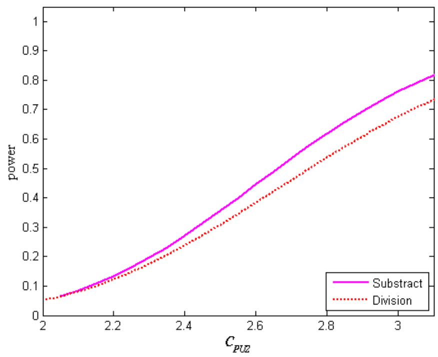

Fig 15. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 2.00 and n_1=n_2=30.

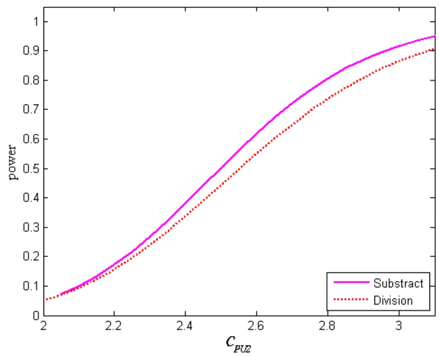

Fig 16. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 2.00 and n_1=n_2=50.

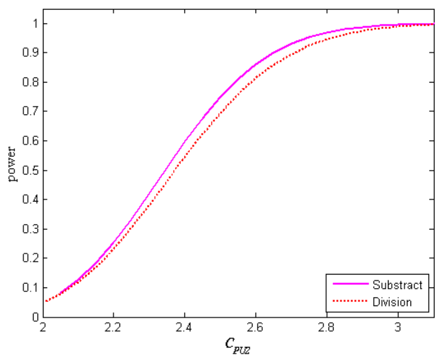

Fig 17. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 2.00 and n_1=n_2=100.

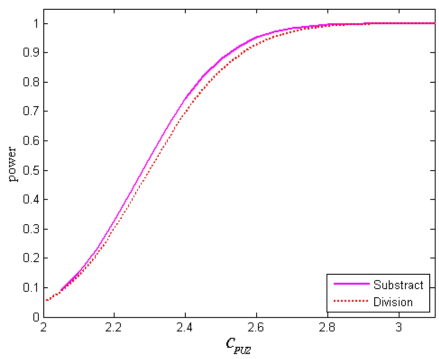

Fig 18. Power curves of the two methods for C_{PU1} = 2.00 and n_1=n_2=150.

Table 4. Sample size required for the Subtracion (S) and the Division (D) methods to differentiate C_{PU1} and C_{PU2} with power $1-\beta$=0.9, 0.95, 0.975, 0.99.

		Power						Power			
C_{PU1}	C_{PU2}	0.90	0.95	0.975	0.99	C_{PU1}	C_{PU2}	0.90	0.95	0.975	0.99
1.00	**1.15 S**	466	597	727	888	**1.25**	**1.40 S**	672	854	1043	1268
	D	535	675	810	980		**D**	763	965	1157	1403
	1.20 S	272	347	426	517		**1.45 S**	401	510	614	737
	D	314	396	474	574		**D**	445	561	673	816
	1.20 S	183	230	278	340		**1.50 S**	260	330	397	487
	D	210	264	316	383		**D**	295	372	447	540
	1.30 S	130	164	245	245		**1.55 S**	184	233	287	350
	D	152	191	229	277		**D**	212	267	320	388
	1.35 S	98	123	183	183		**1.60 S**	138	176	214	262
	D	116	146	175	211		**D**	161	203	243	295
	1.40 S	77	99	117	144		**1.65 S**	109	138	169	206
	D	93	116	139	168		**D**	128	161	192	233
	1.45 S	62	79	95	117		**1.70 S**	88	112	136	165
	D	76	96	114	138		**D**	104	131	157	190
	1.50 S	52	66	79	98		**1.75 S**	72	93	112	137
	D	64	81	96	116		**D**	87	110	131	159
	1.55 S	44	56	68	83		**1.80 S**	62	78	95	116
	D	55	69	81	99		**D**	75	94	112	135
	1.60 S	38	49	59	71		**1.85 S**	53	68	82	99
	D	48	60	72	87		**D**	65	81	97	117
	1.65 S	33	42	51	62		**1.90 S**	46	59	71	86
	D	43	53	63	77		**D**	57	71	85	103
	1.70 S	30	37	45	55		**1.95 S**	41	52	63	76
	D	38	48	57	68		**D**	51	64	76	92
	1.75 S	27	34	40	49		**2.00 S**	36	46	56	68
	D	35	43	51	62		**D**	46	57	68	82
	1.80 S	24	30	36	45		**2.05 S**	33	41	50	61
	D	31	39	47	56		**D**	41	52	62	74
	1.85 S	22	28	33	40		**2.10 S**	30	38	45	55
	D	29	36	43	51		**D**	38	47	56	68
	1.90 S	20	25	30	37		**2.15 S**	27	34	41	50
	D	27	33	39	47		**D**	35	43	52	62
	1.95 S	19	23	28	34		**2.20 S**	25	31	38	46
	D	25	31	36	44		**D**	32	41	48	57
	2.00 S	17	22	26	31		**2.25 S**	23	29	35	43
	D	23	29	34	41		**D**	30	37	44	53

Table 4.(Continued)

		Power						Power			
C_{PU1}	C_{PU2}	0.90	0.95	0.975	0.99	C_{PU1}	C_{PU2}	0.90	0.95	0.975	0.99
1.45	**1.60 S**	869	1099	1335	1639	**1.60**	**1.75 S**	1034	1368	1594	1947
	D	983	1242	1488	1805		**D**	1167	1475	1768	2145
	1.65 S	519	658	788	945		**1.80 S**	615	781	933	1123
	D	570	719	862	1046		**D**	674	852	1021	1238
	1.70 S	331	422	516	622		**1.85 S**	394	501	618	740
	D	376	474	569	690		**D**	444	560	672	815
	1.75 S	236	302	382	445		**1.90 S**	282	360	432	528
	D	269	339	407	493		**D**	317	400	479	581
	1.80 S	178	227	276	333		**1.95 S**	212	271	325	394
	D	204	257	308	373		**D**	239	302	362	438
	1.85 S	138	178	213	262		**2.00 S**	165	211	252	308
	D	161	203	243	294		**D**	189	238	285	345
	1.90 S	112	142	172	211		**2.05 S**	132	170	205	250
	D	131	165	197	239		**D**	153	193	231	280
	1.95 S	93	118	142	174		**2.10 S**	109	139	169	205
	D	109	137	164	199		**D**	127	160	192	232
	2.00 S	78	100	120	147		**2.15 S**	92	117	142	174
	D	93	117	140	169		**D**	108	136	163	197
	2.05 S	67	85	103	127		**2.20 S**	79	100	122	148
	D	80	101	121	146		**D**	93	117	140	170
	2.10 S	58	74	89	110		**2.25 S**	68	87	105	128
	D	71	88	106	128		**D**	82	103	123	148
	2.15 S	51	65	79	96		**2.30 S**	60	76	92	113
	D	63	78	94	113		**D**	72	91	109	131
	2.20 S	45	58	70	85		**2.35 S**	53	68	82	100
	D	56	70	84	101		**D**	65	81	97	117
	2.25 S	41	52	63	77		**2.40 S**	48	61	73	90
	D	51	63	76	91		**D**	58	73	87	106
	2.30 S	37	47	56	69		**2.45 S**	43	55	66	81
	D	46	58	69	83		**D**	53	66	79	96
	2.35 S	33	43	51	63		**2.50 S**	39	49	60	73
	D	43	53	63	76		**D**	48	61	72	87
	2.40 S	31	39	47	57		**2.55 S**	36	45	55	67
	D	40	49	58	70		**D**	45	56	67	80
	2.45 S	28	36	43	53		**2.60 S**	33	42	50	62
	D	37	45	54	65		**D**	41	52	62	74

六、 實例

為了說明我們所提出的 Subtraction method 的高效性，我們考慮了在 Pearn *et al.*(2009)中提供的分波多工器(Wavelength Division Multiplexer, WDM)例子。這例子是說有一家公司想要引進分波多工器產品，而此產品希望偏極化相依損失(Polarization Dependent Loss, PDL)能夠越小越好。而對於偏極化相依損失這個品質特性的最低要求為$C_{PU1}=1.25$。對於兩家供應商均先做 Kolmogorov-Simirnov 的常態分配檢定，以確認這兩家供應商的資料是否為常態分配，結果此兩家所得到的 p-value 均大於 0.15。Figure 19 畫了這兩家供應商提供的資料的直方圖。

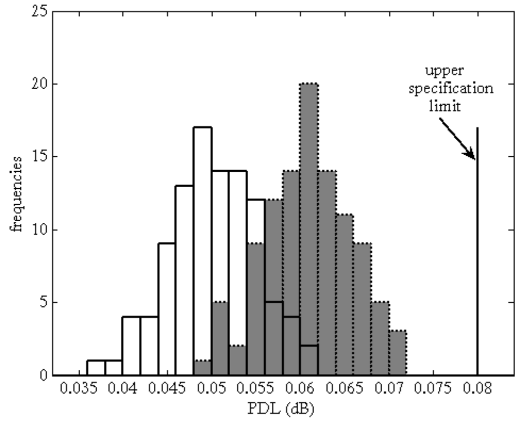

Figure 19. Histograms of the two PDL data
(Pearn *et al.*(2009))

為了判定供應商 II 對於分波多工器產品是否比供應商 I 提供較好的製程能力，我們執行的這樣的假設檢定，$H_0: C_{PU2} \le C_{PU1}$ 以及 $H_1: C_{PU2} > C_{PU1}$。對於偏極化相依損失方面的資料，我們得到這兩家供應商的樣本平均數和樣本標準差，估計值如下：

$\bar{x}_1 = 0.06079, \bar{x}_2 = 0.05018$

$s_1 = 0.00495, s_2 = 0.00486$

若以 0.08 為規格上界，可得到 $\hat{C}_{PU1} = 1.2936$、$\hat{C}_{PU2} = 2.04527$。則對於我們所提出的 Subtraction method，可計算出檢定統計量 $W = \hat{C}_{PU2} - \hat{C}_{PU1} = 0.75167$；而對於 Division method 則可計算出檢定統計量 $R = \hat{C}_{PU2} / \hat{C}_{PU1} = 1.58107$。為了計算臨界值，我們以 C 程式來處理這樣複雜的計算。程式首先輸入兩家供應商的製程能力指標值 C_{PU1}、C_{PU2}，以及所對應的樣本數 n_1、n_2，和顯著水準 α（當 $C_{PU2} \le C_{PU1}$ 為真之下，錯誤地拒絕 $C_{PU2} \le C_{PU1}$ 的風險），而後便輸出臨界值。我們以 $n_1 = 105$、$n_2 = 100$、$C_{PU2} = C_{PU1} = 1.25$（C_{PU} 的最小能力需求）以及 $\alpha = 0.05$ 之下去跑 C 程式，對於 Subtraction method 和 Division method 分別得到臨界值為 0.2211 和 1.1924。因為檢定統計量 $W = 0.75167 > 0.2211$，$R = 1.58107 > 1.1924$，因此，在 95% 的信心水準之下，我們認為供應商 II 的確更勝於供應商 I。

差異程度的量測

為了研究這兩家供應商在製程能力上的差異程度，我們執行了這樣的假設檢定，$H_0: C_{PL2} \le C_{PL1} + h$ 和 $H_1: C_{PL2} > C_{PL1} + h$。我們以 $n_1 = 105$、$n_2 = 100$、$C_{PU1} = 1.25$（C_{PU} 的最小能力需求）、$C_{PU2} = 1.25 + h$，其中 $h = 0.2(0.1)0.4$ 和 $0.41(0.01)0.49$，以及 $\alpha = 0.05$ 之下去跑 C 程式，依照不同的 h，可得到不同的臨界值。假設檢定的結果顯示在 Table 5 和 Table 6。結果顯示如果使用 Division method，我們只能下結論說供應商 II 的製造能力比供應商 I 好上 0.41，亦即 $C_{PL2} > C_{PL1} + 0.41$。但如果我們是使用 Subtraction method，則可下結論說供應商 II 的製造能力比供應商 I 好上 0.48，亦即 $C_{PL2} > C_{PL1} + 0.48$。

Table 5. Decisions of testing the two WDM suppliers
for C_{PU1}=1.250, C_{PU2}=1.450, 1.550, 1.650, 1.660, 1.670.

C_{PU1}	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250
C_{PU2}	1.450	1.550	1.650	1.660	1.670
H	0.200	0.300	0.400	0.410	0.420
S	Reject	Reject	Reject	Reject	Reject
D	Reject	Reject	Reject	Reject	Accept

Table 6. Decisions of testing the two WDM suppliers
for C_{PU1}=1.250, C_{PU2}=1.680(0.01)1.740

C_{PU1}	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250	1.250
C_{PU2}	1.680	1.690	1.700	1.710	1.720	1.730	1.740
h	0.430	0.440	0.450	0.460	0.470	0.480	0.490
S	Reject	Reject	Reject	Reject	Reject	Reject	Accept
D	Accept	Accept	Accept	Accept	Accept	Accept	Accept

七、 結論

對於穩定且擁有單邊規格界線的常態分配製程，製程能力指標 C_{PU} 和 C_{PL} 在製造業中已被廣泛地使用，這個指標將製程能力給予適當之量化標準。在本論文中，我們考慮了選擇兩家供應商的問題，此處的供應商具有單邊的製程。我們提出了一個新的正確方法解決是否選取新供應商的問題。而我們所提出的方法，在此稱為 Subtraction method，和現有的 Division method 相較，也的確提供了較佳的檢定力。

在實務上，因為替換上的高成本考量，通常只有在新供應商的製程表現顯著比現有的供應商好到超越某種程度以上，在此定義為 $h > 0$，才願意以新的供應商替換現有的供應商。本論文提出的 Subtraction method，可以用來檢定相對應的假設檢定，$H_0: C_{PU2} \le C_{PU1} + h$ 和 $H_1: C_{PU2} > C_{PU1} + h$。在應用上，我們考慮分波多工器(Wavelength Division Multiplexer, WDM)這個例子，若使用現有的 Division method，則供應商 II 勝過供應商 I 的程度約為 0.41。而若使用這裡所建議的 Subtraction method，則供應商 II 勝過供應商 I 的程度約為 0.48，而非 0.41。

參 考 文 獻

1. Bothe, D.R. (1997). A capability study for an entire product. *ASQC Quality Congress Transactions*, Nashville, 46, 172-178.
2. Bothe, D. R. (1999). A capability index for multiple process streams. *Quality Engineering*, 11(4), 613-618.
3. Chan, L. K., Cheng, S. W. and Spiring F.A. (1988). A new measure of process capability: C_{pm}. *Journal of Quality Technology*, 20(3), 162-175.
4. Chou, Y. M. (1994). Selecting a better supplier by testing process capability indices. *Quality Engineering*, 6(3), 427-438.
5. Huang, D. Y. and Lee, R. F. (1995). Selecting the largest capability index from several quality control processes. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 46, 335-346.
6. Kane, V.E. (1986). Process capability indices. *Journal of Quality Technology*, 18, 41-52.
7. Nairy, K. S. and Rao, K. A. (2003). Test of coefficients of variation of normal populations. *Communications in Statistics Simulation and Computation*, 32, 641-661.
8. Norma, F. H., Abdelaziz, B. and Esma, S. G. (2005). A wald test for comparing multiple capability indices. *Journal of Quality Technology*, 37(4), 304-307.
9. Pearn, W. L. and Chang, C. S. (1998). An implementation of the precision index for contaminated processes. *Quality Engineering*, 11(1), 101-110.
10. Pearn, W. L. and Chen, K. S. (1997). Multi-process performance analysis: a case study. *Quality Engineering*, 10(1), 1-8.
11. Pearn, W. L. and Hsu, Y. C. (2007). Optimal tool replacement for processes with low fraction defective. *European Journal of Operational Research*, 180(3), 1116-1129.
12. Pearn, W. L., Hsu, Y. C. and Wu, C. W. (2006). Tool replacement for production with low fraction defective. *International Journal of Production Research*, 44(12), 2313-2326.
13. Pearn, W. L., Hsu, Y. C. and Shiau, H. J. J. (2007). Tool replacement policy for one-sided processes with low fraction defective. *Journal of the Operational Research Society*, 58(8), 1075-1083.
14. Pearn, W.L., Hung, H.N. and Cheng, Y.C. (2009). Supplier selection for one-sided process with unequal sample sizes. *European Journal Operational Research*, 195(2), 381-393.
15. Pearn, W. L. and Kotz, S. (2006). *Encyclopedia and Handbook of Process Capability Indices*. World Scientific.
16. Pearn, W. L. Kotz, S., Johnson, N. L. (1992). Distributional and inferential properties of the process accuracy and process precision indices. *Journal of Quality Technology*, 24(4), 216-231.

17. Pearn, W. L. and Shu, M.H. (2003a). Manufacturing capability control for multiple power distribution switch processes based on modified C_{pk} MPPAC. *Microelectronics Reliability*, 43, 963-975.

18. Pearn, W. L. and Shu, M.H. (2003b). Lower confidence bounds with sample size information for C_{pm} with application to production yield assurance. *International Journal of Production Research*, 41(15), 3581-3599.

19. Pearn, W. L. and Wu, C. W. (2006a). Variables sampling plans with PPM fraction of defectives and process loss consideration. *Journal of Operational Research Society*, 57(4), 450-459.

20. Pearn, W. L. and Wu, C. W. (2006b). Critical acceptance values and sample sizes of a nes variables sampling plan for very low fraction of defectives. *OMEGA, International Journal of Management Science*, 34(1), 90-101.

21. Pearn, W. L., Wu, C. W. and Lin, H. C. (2004). A procedure for supplier selection based on C_{pm} applied to STN-LCD processes. *International Journal of Production Research*, 42(13), 2719-2734.

22. Wu, C. W. and Pearn, W. L. (2005). Measuring manufacturing capability for couplers and wavelength division multiplexers. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 25, 533-541.

23. Wu, C. W. and Pearn, W. L. (2008). A variable sampling plan based on C_{pmk} for product acceptance determination with low PPM defectives. *European Journal of Operational Research*, 184(2), 549-556.