

國立交通大學

工業工程與管理學系

碩 士 論 文

多指標績效評比之獎金分配程序

An analytical procedure for bonus allocation
with multiple performance indices



研 究 生：陳逸夫

指 導 教 授：劉復華 教授

中 華 民 國 九 十 八 年 七 月

多指標績效評比之獎金分配程序

An analytical procedure for bonus allocation
with multiple performance indices

研究生：陳逸夫

Student : I-FU Chen

指導教授：劉復華 博士

Advisor : Fuh-Hwa F. Liu, Ph.D.

國立交通大學

工業工程與管理學系

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Industrial Engineering and Management
College of Management

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Engineering

in

Industrial Engineering and Management

Year 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年七月

多指標績效評比之獎金分配程序

學生：陳逸夫

指導教授：劉復華 教授

國立交通大學工業工程與管理系碩士班

摘 要

企業至年終，管理者依今年盈餘定出總獎金預算的範圍。根據此預算並依照績效分配獎金給各部門員工。然而，績效評估為一多指標問題，在選擇各指標所對應的權重時，總人事成本往往難以符合企業預算且公正評估各受評單位的績效值。因此，本研究以數學規劃為基礎，提出一套有系統的兩階段流程，來解決獎金分配的難題。第一階段，找出 Units of assessment(UOAs)績效的最小界限，接著經由第二階段微調，以滿足管理需求與管理者所期望的績效分配。最後依造績效分發獎金。本研究應用範圍極廣，能應用於不同產業與不同管理需求。管理者只須根據偏好設定參數，並依照流程經由模式一與模式二的運算，即可得到一組權重。在此組權重的評估下，人事成本得到有效的控制、離群值將不影響其他受評單位的績效表現、管理者更能控制各單位績效獎金之間的差異。

關鍵字：績效評量、獎金分配、共同權重、多指標評比

An analytical procedure for bonus allocation with multiple performance indices

Student: I-FU Chen

Advisor: Fuh-Hwa F. Liu, Ph.D.

Department of Industrial Engineering and Management

National Chiao Tung University

Hsin Chu, Taiwan, Republic of China

Abstract

At the end of accounting period, the manager will set up a limit for bonus budgets according to this year's surplus. Then, the bonus is allocated to each unit. However, performance evaluation is a multi-indices issue. Therefore, selecting the corresponding weights to each index may be difficult and troublesome due to not knowing how to evaluate the units under equity and total labor cost won't usually meet the bonus budgets.

This paper provides a two phase analytical procedure based on Mathematical Programming to solve bonus allocation problems under the perspective of an enterprise. Our model can control labor costs effectively and detect outliers on equal terms, avoiding units with special performances to affect the evaluation of other units. It is designed to help managers adjusting the bonus range of most employees to a desired level according to their performances. Moreover, the units we assessed are common in nature, so we employ common weights during evaluation. The model we proposed is flexible enough for all industries, the manager can easily adjust the parameters to satisfy their managerial requirements under effective labor cost management.

Keywords: performance evaluation, bonus allocation, common weights, multiple indices

致謝

即將從交大畢業，心中無比的不捨。自大學開始在交大生活了六年，這裡是我第二個家。在這六年裡，我成長了許多，學校豐富的資源讓我在求學的階段能輕鬆克服障礙、師長的教導讓我成為更成熟的人、朋友的情誼與幫助讓我度過各種難關。在此藉機表達我對他們的感激。

大學至研究所這段求學的路程，我特別感激一位師長，他是我的指導教授劉復華老師。劉老師從大學時期就很照顧學生，上課認真並舉各種容易了解的例子解釋艱深難懂的學問，使學生對課業有興趣與動機學習。課後有任何疑問，老師都會安排時間細心講解，使學生在課業上有極大的幫助，在此在跟老師您說聲謝謝！除了課業的幫助外，劉老師在生活上也幫助學生許多。劉老師就像我的摯友，老師淵博的知識與生活經驗教導了我許多做人處事的道理，不論在生活或是感情上都是我的恩師；老師就像一盞明燈，在漆黑的成長路程上，一直在學生的前面全方位的照亮學生的路，引導學生走向正途。

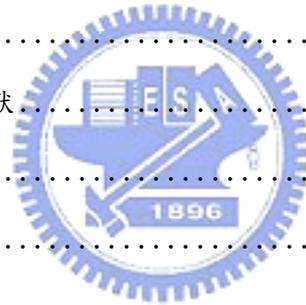
在研究上，老師教導學生一生受用無窮做事情的邏輯。教你怎麼發現問題，並解決問題，看到問題的全面。此外，訓練我們口說報告的能力，使我們在與人交談時更有自信更容易讓聽者了解我們所要描敘的事情。

今天即將從交大畢業，有劉老師這幾年教導與陪伴，我成長了。我不單是交大的畢業生，更是劉老師的學生！

最後補充謝謝我的好同學 亮銓在程式上的指導。

目錄

摘要	i
Abstract	ii
致謝	iii
目錄	iv
表目錄	v
圖目錄	vi
1. 介紹.....	1
2. 文獻探討.....	3
2.1 DEA	3
2.2 AHP	5
2.3 平衡計分卡.....	6
2.4 其他有關獎金分配之文獻.....	7
3. 問題描述.....	9
3.1 作業流程.....	9
3.2 符號介紹.....	11
3.3 模式(M1).....	11
3.4 模式(M2).....	13
4. 實際案例.....	16
5. 結論.....	22
6. 參考文獻.....	23



表目錄

表一：成對比較評估尺度意義	5
表二：員工各項指標數據	16
表三：員工各項指標標準化數據	17
表四：(M1)計算結果	17
表五：員工績效	18
表六：(M1)結果分析	18
表七：Phase two 運算結果	19
表八：Phase two 最終分析	20
表九：最終績效	20
表一〇：實際領取之績效獎金	21



圖目錄

圖一：績效獎金分配流程圖	10
圖二：M2 示意圖	13
圖三：上界與下界的微調過程	15
圖四：階段一求得之員工績效值	18
圖五：Phase one 績效獎金	19
圖六：員工最終績效	21



1. 介紹

制度健全的公司，員工總薪資是由底薪加上績效獎金。底薪用以滿足員工基本經濟需求，績效獎金則能激勵員工士氣。底薪成長的基礎一般是由年資與表現調漲，通常不會下降，年年緩緩提升，因此不在此文章中討論。我們著重於績效獎金分配的議題上，健全的績效獎金分配制度不僅可以提升工作士氣，亦可增進公司利潤進而大幅降低人員流動率，保留公司最寶貴的資產。由此可見，一個有系統的獎金分配制度在各種行業都扮演了極重要的角色。但在實際企業中，績效獎金的分配往往令管理者困擾，不知多項評比項目的權重如何訂定。於滿足公司預算前提下，一方面須避開離群值影響其它受評者績效，另一方面需要控制各受評者所得績效獎金之差異。由此可見此議題之複雜與兩難。

一個有系統的績效獎金分配制度必須擁有實用的績效評估模式，此所謂的實用仰賴以下兩類項目：

- 一、適當的指標：指標的建立必須以公司長期營運策略為基礎並轉化成各部門分別的指標，用以衡量工作性質相似的員工(同一部門)。平衡計分卡 (Kaplan & Norton, Putting the Balanced Scorecard to Work, 1993)，將此方面的議題詳細的敘述，於第二章中介紹。
- 二、滿足管理需求的績效評估模式：所有的績效評估模式，都會賦予每一指標一個相對應的權重，亦可說是此指標相對於其他指標間的重要程度。權重的訂定會直接影響受評者的工作表現與行為偏好，因此權重的選擇務必謹慎。根據不同的評定原則與不同定義的績效公式就產生了許多績效評估的模式。

目前常見的績效評估模式以 Data Envelopment Analysis (DEA) (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978)及 Analytic hierarchy process (AHP) (Saaty, 1980)為主。DEA 用以計算各被評量單位的相對績效值及其改善之方向，卻不適直接應用於獎金分配作業。此外，若有少數異常的高效率被評量單位(離群值)，將其移除時，所得到其他多數評量單位的相對性評量較能被接受。AHP 將評審主觀的評判利用兩兩相比量化後，推算出各指標的權重。但當指標的數目趨大時，兩兩相比的過程會變得極度困擾且難以適用。DEA 與 AHP 兩者皆無法有效控制獎金分配的幅度，使所分配之總績效獎金能符合公司預算。

績效評估方法的不同，大致根據本身模式評定的原則而區分，使得績效評估與績效獎金的分配沒有直接的連結。在此，我們利用線性規劃提出一個績效獎金分配模式，將績效與實際分配之獎金緊密相連，並控制大部分員工所得的績效獎金且總獎金符合公司的年度預算。此模式能夠偵測並處理具離群值的受評者，且不影響其他受評者的績效。此外，本研究所發展出的模式自由度高，依不同管理需求來調整參數即能應用於各種產業。

第二章，將對薪資調漲相關文獻做簡單的介紹。第三章，介紹我們所提出的模式及理念。第四章，以實際案例來解釋如何應用我們的模式。最後，第五章做出完整的結論以及未來的研究方向。



2. 文獻探討

績效評估一直以來是業界極度重視的議題，一般業界常用來衡量績效的方法主要分為兩大類，DEA 與 AHP，分別於 2.1，2.2 中詳細介紹。2.3 將介紹平衡計分卡，2.4 介紹目前有關績效獎金的文獻。

2.1 DEA

DEA 是利用包絡面 (Envelopment) 的觀念，以界定出生產前緣 (Frontier)，並因而區分出有效率的決策單位 (Decision-Making Units; DMUs) 以及低效率的決策單位(在本研究中，我們以共同權重衡量績效，因此稱為 Units of assessment; UOAs)。其中最著名的 CCR 模型是 (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978)所發展。其利用線性規劃(Liner Programming)的技巧，在所有情況中找尋“最佳的可能”所形成之邊界。例如在投入 (Input) 與產出 (Output) 兩個向量所構成的平面中，在各項投入因素之下，將其最大的產出點連接起來，就成為生產可能線。此方法每位決策單位以自己為主角選一組最有利的權重，使得自己績效值最高，但前提是其他決策單位以這組權重計算績效值時，不可以超過 1。CCR 模式由以下公式求得各 DMU 的效率，各效率值界於 0 與 1 之間。基本符號定義如下：

h_k :相對效率值

DMU_j :第 j 個決策單位

i :投入項

r :產出項

x_{ij} : DMU_j 的第 i 個投入項

y_{rj} : DMU_j 的第 r 個產出項。

u_r :第 r 個產出項的權重

v_i 代表第 i 個投入項的權重

ε :為一極小的正數(一般設定為 10^{-6})。公式如下：

CCR 模式

$$\max \quad h_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}$$

$$s.t \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 1, \quad j=1, 2, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \geq 0$$

$$i=1, 2, \dots, m; \quad r=1, 2, \dots, s.$$

由於上式為一非線性分數規劃式 (Nonlinear Fractional Programming)，有不易求解並具無限解之慮，因此經由固定分母之值予以轉換成線性規劃模式，即將分母設限為 1 的方式，轉換成線性規劃式以便求算效率值，此即 CCR 模式。以下為投入導向模式：

$$\begin{aligned} \max \quad & h_k = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j=1, 2, \dots, n \\ & u_r, v_i \geq \varepsilon \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, m, \quad r=1, 2, \dots, s \end{aligned}$$

上式線性規劃模型常轉換成對偶模型(Dual model)計算。對偶問題為一分段線性(Piecewise Linear)結構，其限制式數僅為投入和產出之和，可以減少限制式的個數，以方便求解。對偶式如下：



$$\begin{aligned} \min \quad & h_k = \varphi_k - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m S_i^+ + \sum_{r=1}^s S_r^- \right) \\ \text{s.t.} \quad & \varphi_k x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - S_i^+ = 0 \quad i=1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - S_r^- = y_{rk} \quad r=1, 2, \dots, s \end{aligned}$$

$$\lambda_j, S_i^+, S_r^- \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m; r=1, 2, \dots, s; j=1, 2, \dots, n)$$

此模式缺點在於各 DMU 輪流當主角，選取對己最有利的權重。對整體而言每一指標除了沒有在相同的規範下進行評估外；選取對己最有利的權重以致達成最高的績效，對管理者而言是過度樂觀且不適用。此外，當決策單位有離群值時亦會造成其他決策單位相對失色，無法進行公正有效的評估。

2.2 AHP

Saaty 於 1980 所提出之 AHP 在實務上極具實用性。它可利用組織的架構，同時建立具有相互影響關係的層級結構 (Hierarchical Structure)，可使複雜問題作出有效的決策，或在風險不確定的情況下作出有效的決策，或在分歧的判斷中尋求一致性。

在此我們針對如何運用 AHP 來找尋各指標的權重，來作介紹。假設，每一位員工績效由 m 個指標來評比。此時，各指標權重的訂定就成為了問題的焦點。首先，決策者對於每一對指標，指標 i 與指標 j ，進行成對比較。指標 i 與指標 j 評估尺度的意義及說明如下表。

表一：成對比較評估尺度意義

項目 i 評估尺度	成對比較評估尺度意義
1	指標 i 與指標 j 同等重要(Equal Importance)
3	指標 i 與指標 j 稍重要(Weak Importance)
5	指標 i 與指標 j 頗重要(Essential Importance)
7	指標 i 與指標 j 極重要(Very Strong Importance)
9	指標 i 與指標 j 絕對重要(Absolute Importance)
2, 4, 6, 8	相鄰尺度之中間值(Intermediate Values)

決策者做指標之間的影响力評比時，以其主觀選擇以下十七個評估尺度其中之一，填入其格子之中，1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9。

個決策單位在績效評估的過程中，受到 m 個指標所影響，完成成對比較矩陣之後，進行下列分析。

成對比較矩陣 R' 之第 i 列第 j 行的數字以 r_{ij}' 表示之。

		指標 j			
		1	2	\dots	m
指標 i	1	r_{11}'	r_{12}'	\dots	r_{1m}'
	2	r_{21}'	r_{22}'	\dots	r_{2m}'
		\dots	\dots	r_{ij}'	
	m	r_{m1}'	r_{m2}'	\dots	r_{mm}'

上述之成對矩陣須先加以標準化，各值除以該行的總和。
 $r_{ij} = r_{ij}' / (j\text{-行之和})$

		指標 <i>j</i>			
		1	2	...	<i>m</i>
指標 <i>i</i>	1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1m}
	2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2m}
	r_{ij}	
	<i>m</i>	r_{m1}	r_{m2}	...	r_{mm}

此矩陣之特徵向量 (Eigen-vector) $W=[w_1, w_2, \dots, w_m]^t$ 或稱優勢向量 (priority vector)。求解下列 m 組聯立方程式， $RW=\lambda W$ 。

$$\begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ 1/r_{12} & 1 & \dots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & 1 & \vdots \\ 1/r_{1m} & 1/r_{2m} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}$$

利用以下公式求解最大特徵值：

$$\lambda_{max} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^m r_{ij} w_j \right) / w_i$$

以矩陣 R 本身自乘多次達到穩態時，其各行的數值將為一致，此時各行即為各指標的權重。

由於此方法依賴主觀判定，因此管理者可以準確得到所希望的權重分配。但經由 AHP 方法所得的權重無法調整，因此沒有能力以管理者的需求有效降低人事成本，在分配獎金的議題上缺乏實際應用的價值。

2.3 平衡計分卡

Kaplan & Norton 於 1990 年提出，最初為針對美國知名大企業的一個研究計畫，叫做「未來的組織績效衡量方法」。此研究計畫認為以財務會計量度為主的績效衡量方法已經跟不敷使用；過份依賴財務績效衡量，反而妨礙企業創造未來經濟價值的能力。資訊時代的來臨，企業面對的管理問題較過去更為嚴苛，從前標準化及大量生產以不能保證為企業帶來豐厚的利潤，客制化及彈性的生產方式成了市場的競爭優勢。過去常被忽略的無形資源，如員工教育訓練、行銷知識、企業知識管理、產品研發設計，今後將成為企業賴以生存和發展的利基。如何衡量這些無形資源的績效，並將其連結於原本的財務度量上，就是「平衡計分卡」的精隨。

平衡計分卡，是以公司整體目標在產生長期經濟價值為觀念的出發點；因此，短期財務性指標的衡量，只做為長期績效的補充要素，其最終目的仍在長期

獲利能力之持續改善；計分卡的目標和量度，是從組織的願景與策略衍生而來的，它是一套完整的管理過程，將組織策略目標轉換為有條理的績效衡量方法。「平衡計分卡」顧名思義，指績效衡量的層面不能有所偏廢，它透過四個構面：財務、顧客、企業內部流程、學習與成長來考核一個組織的績效，因此包括了財務及非財務的衡量指標；而所謂平衡，主要強調：

- (1) 內部衡量與外部衡量之平衡：內部衡量強調企業內部程序面及學習與成長面，而外部衡量則強財務及顧客面。
- (2) 結果面衡量與未來面衡量之平衡。
- (3) 主觀面衡量與客觀面衡量。

平衡計分卡雖然在企業界應用未久，但其成效以受到肯定，採用平衡計分卡的企業，發現它有以下的優點：

- 一、使企業的整體策略明顯化、現代化
- 二、使企業全體上下完全溝通、觀念一致
- 三、使個別部門和個人目標配合企業整體策略。
- 四、使年度及中期作業計畫與長期策略配合。
- 五、有利公司長期策略的擬定與推行。
- 六、計畫與考核的密切配合有利長期目標的達成。

計分卡為管理階層提供了一個新的工具，使他們能夠凝聚組織之力於長期成功的策略，這在過去是難以達到的。平衡計分卡已不再只是原先構想的「未來績效衡量方法」，它已擴大而自成一個管理體系，在各方面穩定發展，互相助益，儘管外在環境如何變化，企業均能隨時應變，如期地達成各項策略性目標。增進對平衡計分卡的了解，發展一套適合企業本身的績效評估制度，是各大企業致力的方向。

2.4 其他有關獎金分配之文獻

Nisar (2006)的研究中提出，年終獎金若能與績效緊密的連結，將會輔助公司的成長。其中，所用以衡量績效的指標必須與公司長期策略相輔相成，進而提升企業的市場競爭力。其研究中顯示，衡量績效的指標不能單以利潤來評估，須將公司長期策略轉化成各部門之指標。

Connors (2004)將研究的重點放置於，非財務性指標對於獎金合約的影響。利用問卷調查與統計，檢定在合約中加入非財務性指標與員工的行為是否有影響。

Ittner & Larcker (2002)的研究中指出，當績效的衡量在多任務的環境中是關鍵時，單一指標或財務性指標會導致評比結果失真且不公平。

Kaplan & Norton (1996)的研究顯示，獎金制度與公司其他要素的結合會關鍵性的影響人員的行為表現。

有關績效獎金的文獻，大多探討績效獎金與員工行為之間的關係亦或如何選定指標來衡量績效。其缺乏一套有系統之方法，實際公平適當的根據績效分配獎金。



3. 問題描述

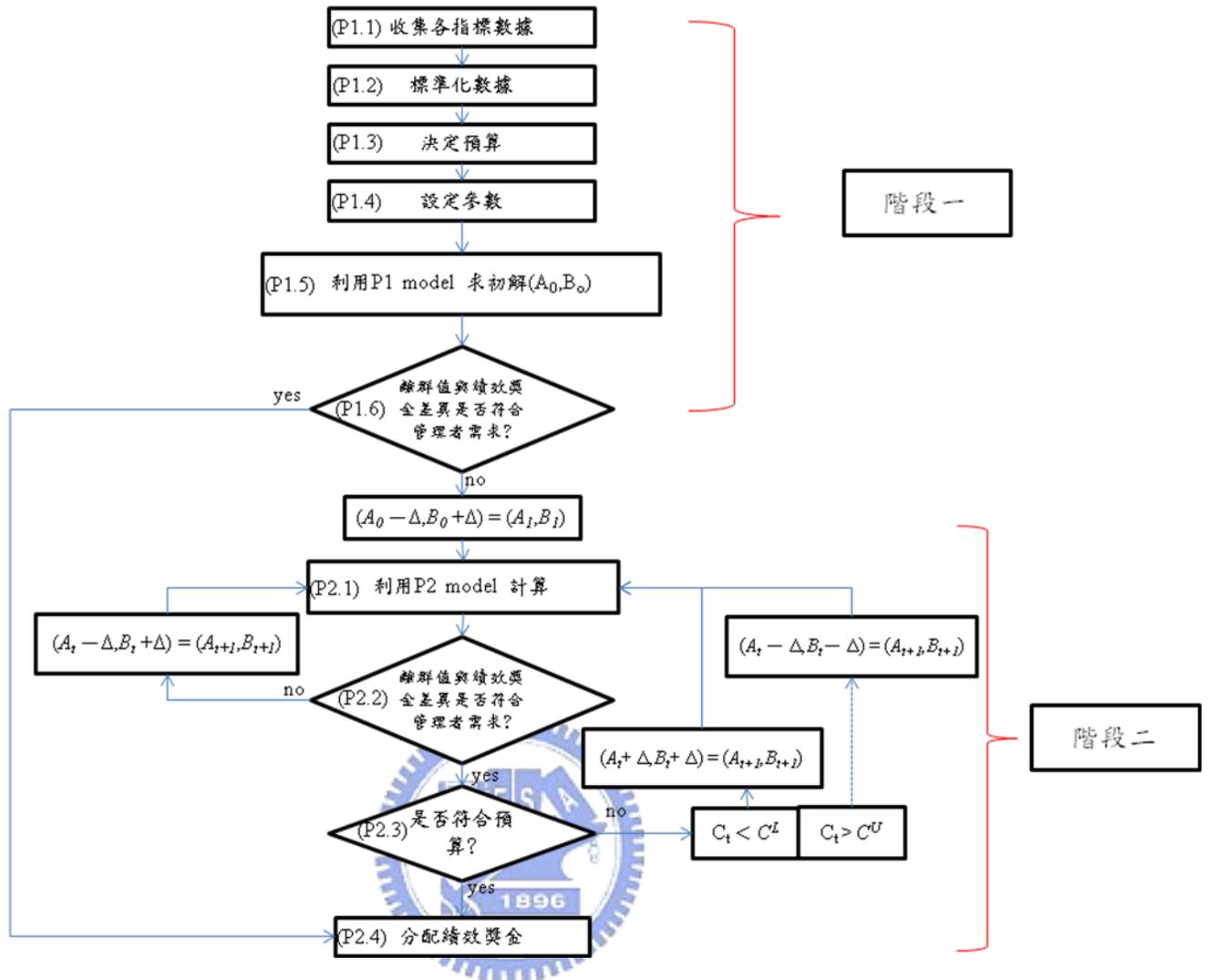
企業至年終，管理者會根據今年盈餘分配績效獎金來犒賞員工或部門。此議題往往讓管理者造成困擾，不知如何於預算內公平依據績效來分配獎金。在此，我們假設一共有 n 個員工或部門（簡稱 UOAs，units of assessment）要被評量。根據年初所訂定的指標，共分為兩大類，望大指標共有 s 項與望小指標共有 m 項，來評估每一位 UOA 的績效值， UOA_j 的績效值以 θ_j 表示。實際計算績效時，我們必須找出各望大項指標 r 以及望小項指標 i 所對應的共同權重 U_r 及 V_i 。此組權重直接決定了各 UOA 的績效與分配型態，也間接影響總分配獎金的金額。由此可見， U_r 及 V_i 的選擇為解決此問題的焦點。

3.1 作業流程

本研究提出一套有系統的兩階段方法來解決以上所描述的問題，在描述作業流程之前先介紹所使用基本符號，如下：

- A_0 : 模式(M1)所求得的績效上界(變數)
- A_t : 第 t 次帶入模式(M2)運算的績效上界(參數)
- B_0 : 模式(M1)所求得的績效下界(變數)
- B_t : 第 t 次帶入模式(M2)運算的績效下界(參數)
- C_0 : 初解所求得的總績效獎金
- C_t : 模式(M2)第 t 次運算所求得的總績效獎金

如圖一所示，第一階段中(P1.1)，管理者蒐集各 UOA_j 於 s 項望大項指標與 m 項望小項指標的數值，我們分別以 y_{rj} , x_{ij} 來表示第 r 項望大項指標與第 i 項望小項指標的數值。接著(P1.2)我們標準化所蒐集的資料 y_{rj} , x_{ij} 以消除各數值之間的單位，使各數值界於 0 至 1 之間(詳細做法在後續討論)。此時(P1.3)，管理者根據今年盈餘訂出總獎金預算之上限與下限，分別為 C^U 、 C^L 。接著(P1.4)，管理者依造其管理需求定出模式一所需要的參數，並將此參數與 y_{rj} , x_{ij} 套入數學規劃模式一做運算(P1.5)。模式(M1)，將自動搜尋一組 U_r 及 V_i ，此組權重使得所有 UOA 的績效中，最低值與最高值之間的差異最小，分別為初解 A_0, B_0 。 A_0 至 B_0 為各 UOA 績效所分布的範圍，若能為管理者所接受則依照(P2.4)績效分配獎金，若覺得此初解 A_0, B_0 太寬廣，進入第二階段(P2.1)進行微調。



圖一：績效獎金分配流程圖

當管理者認為初解 A_0, B_0 太寬廣，績效差異太大時，我們縮小此初解範圍以 $(A_0 - \Delta, B_0 + \Delta) = (A_1, B_1)$ 表示，其中 Δ 值為任意正數，數值設定越小代表微調所需次數相對提高，但精準度也相對上升。接著將 A_1 與 B_1 帶入模式二中求解，可以得到一組權重使得最多 UOA 的績效值能夠在 A_1 至 B_1 的範圍內。此範圍若能為管理者所接受(P2.2)，進入審核預算(P2.3)；若此範圍依然太寬廣，績效差異太大時，再次縮減範圍重新帶入模式(M2)計算，以 $(A_t - \Delta, B_t + \Delta) = (A_{t+1}, B_{t+1})$ 表示。此時 $t = 1$ ， t 代表圖一中階段二之微調計算程序的迴圈計次數。

於預算審查階段，若能滿足預算則依造績效分配獎金；若否，我們分兩種情況討論： $C_t < C^L$ 或 $C_t > C^U$ ，分別以 $(A_t + \Delta, B_t + \Delta) = (A_{t+1}, B_{t+1})$ 與 $(A_t - \Delta, B_t - \Delta) = (A_{t+1}, B_{t+1})$ 帶回模式(M2)重新運算(其餘參數不變)。同時滿足績效差異與預算時，才進行最後的獎金分配。

3.2 符號介紹

我們介紹模式之前，先定義基本符號如下：

P ：已知的一個單位績效值所得到的獎金金額

$R_{I\gamma}^L$ 與 $R_{I\gamma}^U$ ：第 γ 項望小項權重限制式的下限與上限

$R_{O\varphi}^L$ 與 $R_{O\varphi}^U$ ：第 φ 項望大項權重限制式的下限與上限

γ ：用以表示有幾項望小項權重限制式 $\gamma=1, 2, \dots, 2^m$ (最多有 2^m 種)

φ ：用以表示有幾項望大項權重限制式 $\varphi=1, 2, \dots, 2^m$ (最多有 2^m 種)

$\alpha_{i\gamma}$ ：二元變數，表示第 γ 項望小項權重限制式中，第 i 個望小項指標是否列入

$\beta_{r\varphi}$ ：二元變數，表示第 φ 項望大項權重限制式中，第 r 個望小項指標是否列入

k^L 與 k^O ：為管理者所設定之望小項與望大項權重佔整體之最小比例

ε 為任意正數〈資料標準化後， ε 不影響目標值〉

3.3 模式(M1)



(M1)

$$\min \quad A_0 - B_0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} U_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} V_i} = \theta_j \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n; \quad (1.2)$$

$$B_0 \leq \theta_j \leq A_0 \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n; \quad (1.3)$$

$$C^L \leq P \sum_{j=1}^n \theta_j \leq C^U; \quad (1.4)$$

$$R_{I\gamma}^L \leq \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_{i\gamma} V_i}{\sum_{i=1}^m V_i} \leq R_{I\gamma}^U, \quad \alpha_{i\gamma} \in \{0, 1\}; \quad (1.5)$$

$$R_{O\varphi}^L \leq \frac{\sum_{r=1}^s \beta_{r\varphi} U_r}{\sum_{r=1}^s U_r} \leq R_{O\varphi}^U, \quad \beta_{r\varphi} \in \{0, 1\}; \quad (1.6)$$

$$k^I \leq \frac{V_i}{\sum_{i=1}^m V_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (1.7)$$

$$k^O \leq \frac{U_r}{\sum_{r=1}^s U_r}, \quad r = 1, 2, \dots, s; \quad (1.8)$$

$$V_i, U_r \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m, r = 1, 2, \dots, s. \quad (1.9)$$

每一個 UOA 的績效值 θ_j 為所有望大項指標乘上各望大指標相對應權重的加總在除以所有望小項指標乘上各望小指標相對應權重的加總，如式(1.2)所示。式(1.1)在滿足獎金總預算的限制下找出一個初解使得所有 UOA 的績效值都能在一最小的範圍之間。接下來，我們將獎金總預算加入限制，如式(1.4)。此限制式

代表所有 DMU 的績效值加總後， $P \times \sum_{j=1}^n \theta_j$ 必須落於管理者所給的總獎金預算

範圍之間。為了更接近實務，以及實際管理上的需求，我們分別加入權重限制式如式(1.5), (1.6)。我們以式(1.5)來做說明。式(1.5)在闡述實際管理需求，管理者希望某些望小項指標的權重可以依照他所認為的重要度來調整。此單一望小項的權重或是多個望小項權重相加的值，佔整體望小權重加總的百分比。 $R_{i\gamma}^L$ 表示下

界， $R_{i\varphi}^U$ 表示上界。此為通式，管理者的角度可能只有上界或下界。 $\beta_{i\varphi}$ 與 $\alpha_{i\gamma}$ 為二元變數，其值依造管理著的需求而定。所有種類之望小項共同權重限制式可用 $\gamma = 1, 2, \dots, 2^m$ 表示， γ 為其中任意數，依照管理者的需求而定。所有種類之望大項共同權重限制式可用 $\varphi = 1, 2, \dots, 2^m$ 表示， φ, γ 為其中任意數，依照管理者的需求而定。

舉例來說，望小項指標有三個，所對應的權重為 V_1 、 V_2 及 V_3 。假設管理者希望第一項與第二項望小指標所對應之權重佔整體權重的 0.3~0.6 之間且第三項望小指標所對應的權重佔整體權重的 0.2~0.4 之間，如下：

$$0.3 \leq \frac{V_1 + V_2}{V_1 + V_2 + V_3} \leq 0.6, \quad 0.2 \leq \frac{V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \leq 0.4;$$

所以此時有兩種望小權重限制式，因此 $\gamma = 2$ 。以符號表示如下：

$$R_{i1}^L \leq \frac{\alpha_{11}V_1 + \alpha_{21}V_2 + \alpha_{31}V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \leq R_{i1}^U, \quad R_{i2}^L \leq \frac{\alpha_{12}V_1 + \alpha_{22}V_2 + \alpha_{32}V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \leq R_{i2}^U$$

以上符號所對應的值如下：

$$0.3 \leq \frac{1V_1 + 1V_2 + 0V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \leq 0.6, \quad 0.2 \leq \frac{0V_1 + 0V_2 + 1V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \leq 0.4$$

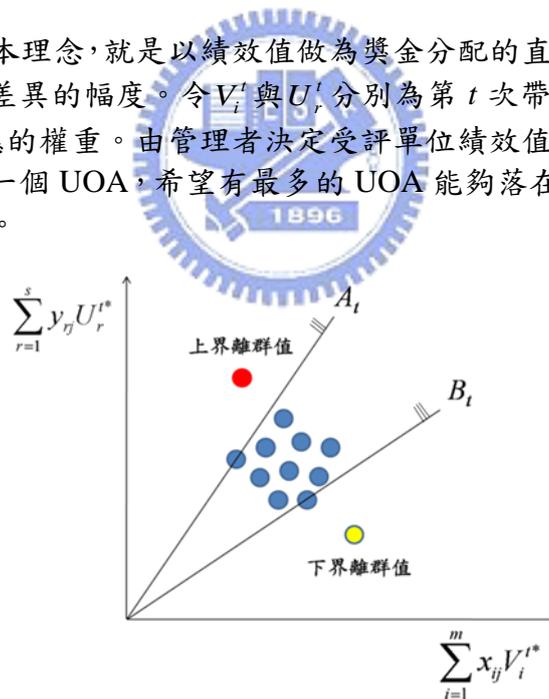
最後因應實際管理需求以及作業邏輯，我們提出一個觀點：各望小權重占整體權重之總和應有一定的最小比例，其比例依管理者的需求而定；望大指標權重亦然如式(1.7), (1.8)。這樣的設定在管理上有其優點，表示任何列入績效評比的指標都有其相對的重要度，權重不會趨近於零。

K^I, K^O 為管理者所設定之望小與望大項權重佔整體之最小重要比例。讀者在此會有疑惑，因各望大或望小指標的單位不一致，則限制式(1.5), (1.6), (1.7), (1.8)中的權重會因為各指標的單位不同而失去其意義。因此，在運用此模式計算前應先將原始資料轉化，消除各指標的單位。此篇文章標準化單位的做法是將 UOA 在各指標中所得的直接除該指標所有 UOA 裡所得到的最大值。稍候在案例中有更清楚的示範。

經由(M1)，我們最終可以求得初解 A_0 與 B_0 ，此為一包含所有 UOA 績效值的最小界限。此界限通常過於寬廣，員工績效差異太大，因此需要進行(M2)的微調。

3.4 模式(M2)

建立(M2)的基本理念，就是以績效值做為獎金分配的直接依據並限制大部份人所領取獎金之間差異的幅度。令 V_i^t 與 U_r^t 分別為第 t 次帶入(M2)中運算望小項 i 與望大項 r 所對應的權重。由管理者決定受評單位績效值的上、下界。以共同權重的方式評估每一個 UOA，希望有最多的 UOA 能夠落在此範圍之內，圖二表示可能發生的情形。



圖二：M2 示意圖

$$B_t \leq \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} U_r^t}{\sum_{i=1}^m x_{ij} V_i^t} \leq A_t \quad \text{for } j = 1 \sim n$$

接著我們將限制式轉為線性，可以分成兩條限制式如下：

$$B_t \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i^t \leq \sum_{r=1}^s y_{rj} U_r^t$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} U_r^t \leq A_t \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i^t$$

我們用極大正數 M 以及二元變數 $Z_j^t=0$ 表示 UOA_j 符合以上兩條限制式；反之， $Z_j^t=1$ 表示 UOA_j 不符合以上兩條限制式。以上兩條限制式改寫成下列(2.2)與(2.3)兩式。(2.1)的目標式為求得最多的 UOA 可以落入上界與下界之間。

為了增強此模式於實務上的應用，我們必須加入共同權重限制式與最低權重重要度限制式如(M1)。完整模式(M2)如下：

(M2)

$$Z_t = \min \sum_{j=1}^n Z_j^t \quad (2.1)$$

$$-MZ_j^t \leq \sum_{r=1}^s y_{rj} U_r^t - B_t \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i^t, \quad j=1,2,\dots,n; \quad (2.2)$$

$$MZ_j^t \geq \sum_{r=1}^s y_{rj} U_r^t - A_t \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i^t, \quad j=1,2,\dots,n; \quad (2.3)$$

$$R_{I\gamma}^L \leq \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_{i\gamma} V_i^t}{\sum_{i=1}^m V_i^t} \leq R_{I\gamma}^U, \quad \alpha_{i\gamma} \in \{0,1\}; \quad (2.4)$$

$$R_{O\phi}^L \leq \frac{\sum_{r=1}^s \beta_{r\phi} U_r^t}{\sum_{r=1}^s U_r^t} \leq R_{O\phi}^U, \quad \beta_{r\phi} \in \{0,1\}; \quad (2.5)$$

$$k^I \leq \frac{V_i^t}{\sum_{i=1}^m V_i^t}, \quad i=1,2,\dots,m; \quad (2.6)$$

$$k^O \leq \frac{U_r^t}{\sum_{r=1}^s U_r^t}, \quad r=1,2,\dots,s; \quad (2.7)$$

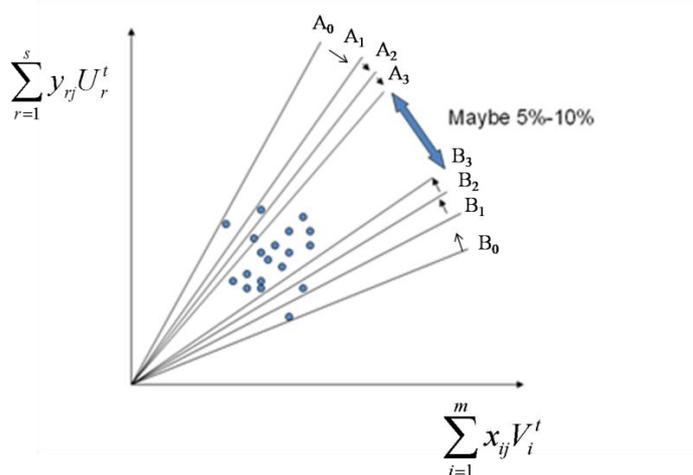
$$Z_j^t = (0, 1), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad V_i^t, \quad U_r^t \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad r = 1, 2, \dots, s.$$

此模式，在管理者已訂下上界 A_t 與下界 B_t 的情況下，會自動選一組共同權重來使得最多的 UOA 會落在此範圍中。

由以上的例子來做說明。我們可以發現大多數的 UOA 會落在 A_t 與 B_t 之間，然而少數的 UOA 會落在區間外，我們將此兩類的離群值分為，上界離群值與下界離群值。我們的模式允許 UOA 績效值超出界線的原因在於讓離群值不會影響到其它 UOA 的表現且可以同時偵測它的發生。此外，任何一點與原點之間的斜率即為該點的績效值。

(M2)中並不包含總獎金預算限制，因為(M1) 所得的初解範圍已符合預算。在(M2)中逐步向內縮減時預算僅有些微變動，因此在(M2)計算中不加入總獎金預算限制。若發生超初或低於預算時，可在(M2)中進行微調。

(M1)所得到的初解 A_0 與 B_0 ，其範圍內包含所有的 UOA，此範圍雖符合總獎金預算，但亦不可避免離群值造成此初解範圍過寬廣，績效獎金分配不公平。因此我們參考初解，並逐步縮小 A_t 與 B_t 之間的範圍，並利用統計方法觀察離群值以及各 UOA 績效值之間的差異，當範圍到達管理訴求時，停止。示意圖如下：



圖三：上界與下界的微調過程

4. 實際案例

假設某公司部門有 25 名人員，且工作性質相近。根據今年盈餘，決定發放 500~600 萬做為業務部門的總獎金預算。為了有效控制人事成本，並以績效值為分發獎金的依據，依照工作性質提出了四項指標用以評估人員績效，分別為 x_{1j} 、 x_{2j} 、 y_{1j} 和 y_{2j} 。其中 x_{1j} 和 x_{2j} 為望小指標， y_{1j} 和 y_{2j} 為望大指標如下：

表二：員工各項指標數據

UOA_j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x_{1j}	258	312	330	199	245	355	154	456	541	345	367	348	258
x_{2j}	25	32	17	40	38	37	25	26	28	29	15	35	34
y_{1j}	323	154	225	401	305	306	307	405	408	322	215	225	269
y_{2j}	12	11	9	15	18	10	15	18	19	15	16	18	17
UOA_j	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
x_{1j}	259	358	214	268	347	359	244	187	214	255	231	258	
x_{2j}	27	33	34	18	25	27	28	26	31	32	21	27	
y_{1j}	298	354	365	378	355	344	366	348	322	335	245	254	
y_{2j}	14	13	12	11	15	16	14	15	18	19	15	12	

將以上資料標準化，各指標數據同除該指標內之數據之最大值，使資料數據界於 0~1 之間，轉換後如下表：

表三：員工各項指標標準化數據

UOA_j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x_{1j}	0.48	0.58	0.61	0.37	0.45	0.66	0.28	0.84	1	0.64	0.68	0.64	0.48
x_{2j}	0.63	0.8	0.43	1	0.95	0.93	0.63	0.65	0.7	0.73	0.38	0.88	0.85
y_{1j}	0.79	0.38	0.55	0.98	0.75	0.75	0.75	0.99	1	0.79	0.53	0.55	0.66
y_{2j}	0.63	0.58	0.47	0.79	0.95	0.53	0.79	0.95	1	0.79	0.84	0.95	0.89
UOA_j	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
x_{1j}	0.48	0.66	0.4	0.5	0.64	0.66	0.45	0.35	0.4	0.47	0.43	0.48	
x_{2j}	0.68	0.83	0.85	0.45	0.63	0.68	0.7	0.65	0.78	0.8	0.53	0.68	
y_{1j}	0.73	0.87	0.89	0.93	0.87	0.84	0.9	0.85	0.79	0.82	0.6	0.62	
y_{2j}	0.74	0.68	0.63	0.58	0.79	0.84	0.74	0.79	0.95	1	0.79	0.63	

假設經理配合公司目標及策略，設定各 UOA 之 x_1 指標的權重須佔總望小指標加總的 50% 以上，且各項望大或望小指標權重佔整體望大或望小指標權重加總的 10%。加入以上限制式後，我們利用 (M1) 先計算初解列於表四、表五與圖四。

(M1) 參數設定如下：

C^L ：500 萬 (總獎金預算最低限制)

C^U ：600 萬 (總獎金預算最高限制)

P ：20 萬 (每單位績效所分配之金額)

B_j^L ：0.5 (x_1 佔總望小指標權重加總的比例)

K^L ：0.1 (各望小權重佔體望小權重加總的最低限制)

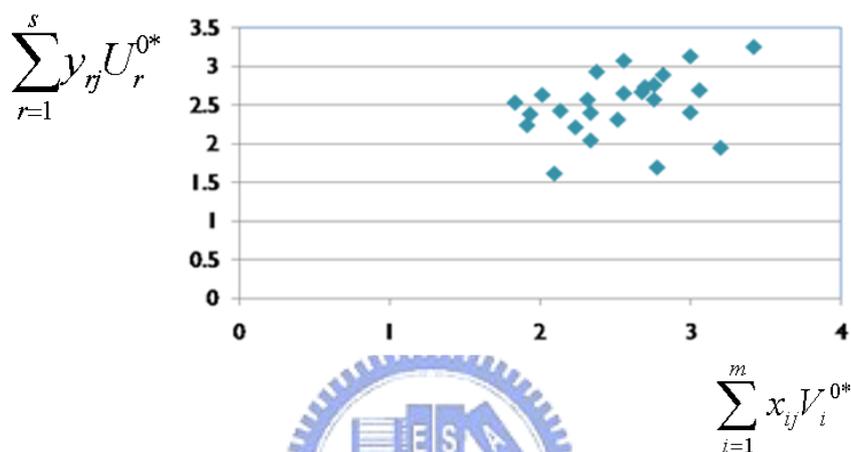
K^O ：0.1 (各望大權重佔體望小權重加總的最低限制)

表四：(M1) 計算結果

A_0	B_0	V_1	V_2	U_1	U_2
1.40	0.6	1.59	1.59	1	1.61

表五：員工績效

UOA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
績效值	1.02	0.6	0.79	1.04	1.03	0.64	1.4	1.07	0.97	0.95	1.12	0.86	0.99
UOA	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
績效值	1.04	0.83	0.96	1.24	1.06	1.03	1.15	1.34	1.24	1.21	1.23	0.89	

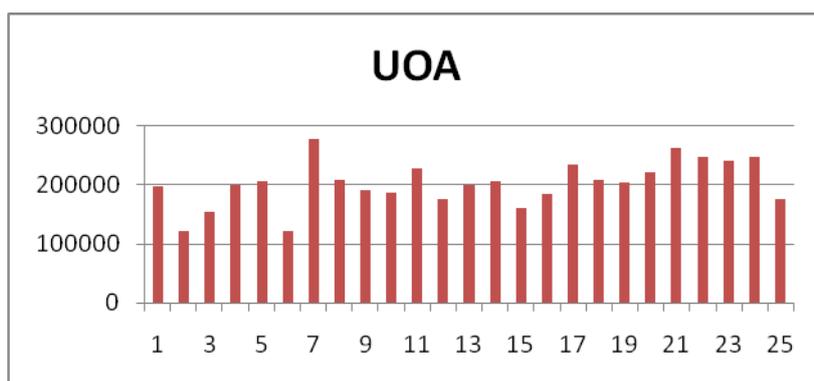


圖四：階段一求得之員工績效值

當上界為 1.40 且下界為 0.6 時，所有 UOA 都在範圍內，沒有離群值。總績效獎金約為 513 萬，平均獎金約為 20 萬。詳細分析如下表六與圖五(金額皆以萬元為單位)：

表六：(M1)結果分析

離群個數	0
總績效獎金	513.4
平均績效獎金	20.5
標準差	3.8
最高	28
最低	12



圖五：Phase one 績效獎金

由(M1)所得的初解，若業務經理認為各 UOA 之間所領取績效獎金之差異太大，會造成團隊士氣低落。我們嘗試進入 Phase two 進行微調修正。Phase two 由 Phase one 所求得之解 0.6~1.4 為初解，進而以 $(A_t - 0.05, B_t + 0.05) = (A_{t+1}, B_{t+1})$ 逐步縮減範圍以減少限定範圍內員工績效的差異，所得結果如下表：

表七：Phase two 運算結果

t	1	2	3	4	5
(A_t, B_t)	(1.35, 0.65)	(1.3, 0.7)	(1.25, 0.75)	(1.2, 0.8)	(1.25, 0.85)
V_1^{t*}	1.33	1.30	1.54	2.08	1.34
V_2^{t*}	1.33	1.30	1.54	2.08	1.34
U_1^{t*}	1.13	1	1	1	1.3
U_2^{t*}	1	1	1.27	2.08	1
上界離群				7	7, 17, 21
下界離群	2	2, 6	2, 3, 6	2, 3, 6, 15	2, 6, 12
總績效獎金	498.6	479.4	459.7	462.9	535.3
平均績效獎金	19.9	19.1	18.3	18.5	21.4
標準差	3.43	2.97	2.69	2.27	2.26
最高	27.0	26.0	25.0	25.3	28.9
最低	10.9	10.6	10.5	11.0	11.6

在 $t = 1$ 階段時，以 $(A_1, B_1) = (1.35, 0.65)$ 求得一組權重使得範圍內各 UOA 所獲得獎金之標準差(離群值不列入計算)，為 3.43 萬， UOA_2 之績效低於 B_1 ，為下界離群單位。管理者認為此界限仍然太寬，離群值與各 UOA 所得績效獎金差異過大故不符合管理者的需求，因此進行下一階段修正。於 $t = 2$ 階段時，我們繼續縮小界限範圍以降低各員工所獲得獎金之標準差。以 $(A_2, B_2) = (1.3, 0.7)$ 計算，可得下界離群單位為 UOA_2 與 UOA_6 ，標準差 2.9 萬。管理者依然認為此界限太寬，不符合其管理需求。重複以上步驟至 $t = 4$ 時，以 $(A_4, B_4) = (1.2, 0.8)$ 計算，求得上界離群單位為 UOA_7 號，下界離群單位為 $UOA_{2, 3, 6, 15}$ ，標準差 2.27 萬。此時離群值數目與標準差滿足管理者需求，因此進行探討 C_4 是否符合預算。於表

中可以發現 $C_4 < C^L$ ，因此必須回到(M2)中調整。

欲提升總績效獎金有下列三種方式：

1. 增加 A_i .
2. 增加 B_i .
3. 同時增加 A_i 與 B_i .

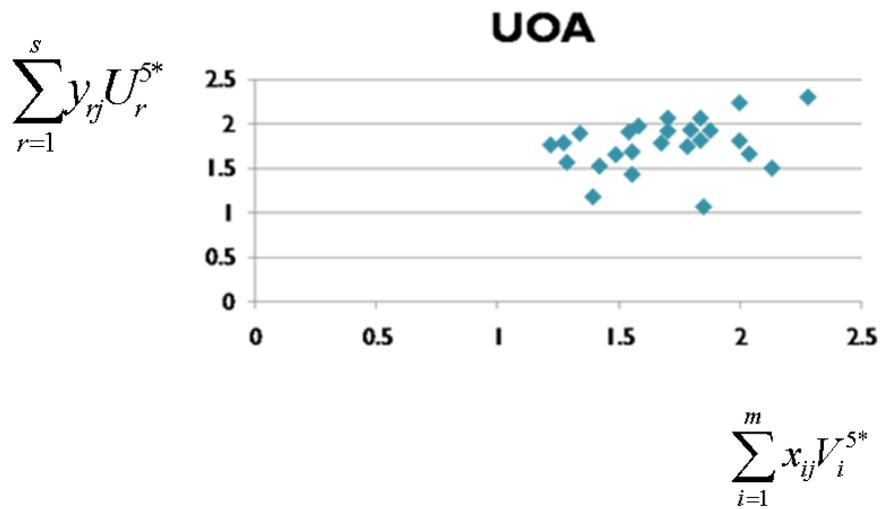
在此以第三種方式處理，我們提升上下界限 0.05 以 $(A_5, B_5) = (1.25, 0.85)$ 計算，得上界離群單位為 UOA 7, 17, 21，下界離群單位為 UOA 2, 6, 12，標準差為 2.26 萬。此時離群值數目與標準差滿足管理者需求，接著在次進行探討 C_5 是否符合預算。經過確認， $C^L < C_5 < C^U$ ，因此以 $(A_5, B_5) = (1.25, 0.85)$ 為發放績效獎金的界限。詳細分析如下：

表八：Phase two 最終分析

A_5	1.25
B_5	0.85
V_1^{5*}	1.34
V_2^{5*}	1.34
U_1^{5*}	1.3
U_2^{5*}	1
C_5	535.3
STD	2.26
上界離群	7,17,21
下界離群	2,6,12

表九：最終績效

UOA_j	θ_j	績效獎金 $P\theta_j$	UOA_j	θ_j	績效獎金 $P\theta_j$
1	1.11	22.2	14	1.09	21.7
2	0.58	11.6	15	0.91	18.1
3	0.85	17.0	16	1.07	21.3
4	1.12	22.4	17	1.4	28.0
5	1.03	20.5	18	1.13	22.5
6	0.71	14.1	19	1.08	21.5
7	1.45	28.9	20	1.24	24.7
8	1.12	22.4	21	1.41	28.2
9	1.01	20.1	22	1.25	25.0
10	0.99	19.7	23	1.21	24.2
11	1.08	21.5	24	1.22	24.4
12	0.82	16.3	25	0.92	18.4
13	0.98	19.6			



圖六：員工最終績效

最後依據實際管理方便性，我們將實際分配的績效獎金四捨五入至千位，其總績效獎金為 535.3 萬如下：

表十：實際領取之績效獎金

UOA_j	績效獎金	UOA_j	績效獎金
1	22.3	14	21.7
2	11.6	15	18.1
3	17.0	16	21.3
4	22.5	17	28.1
5	20.5	18	22.6
6	14.1	19	21.5
7	28.9	20	24.8
8	22.4	21	28.3
9	20.2	22	25.0
10	19.8	23	24.3
11	21.5	24	24.4
12	16.3	25	18.5
13	19.6		

5. 結論

利用本研究所提出之流程，使企業在發放年終績效獎金時，可以有效的控制總績效獎金，使其符合公司預算。在此前提之下，根據標準差與離群值數目找尋最合適管理者需求之權重，根據員工績效分配績效獎金。此模式的應用無分產業，管理者根據公司性質與期望訂定參數，依造本研究所提出的流程執行，即可得到一組符合管理者需求的權重。本研究解決以往獎金與績效無法緊密連結的問題，並且偵測離群值以避免影響到其 UOA 之績效，公平定義權重找尋各 UOA 之績效值，進而分配績效獎金。

然而本研究並非十全十美，依然有它的缺點。在此提出以提供他人做為新的研究題材。

1. P 值的訂定 (P 值的訂定會影響績效單位)。
2. 權重限制上下界的設定。(不良設定會導致無解)
3. 離群值的界定。



6. 參考文獻

中文部分：

- [1]高強、黃旭男、& SueyoshiToshiyuki。(2003)。管理績效評估。華泰文化事業公司。
- [2]鄧振源、曾國雄。(1989)。層級分析法(AHP)的內涵特性與應用(上),(下)。中國統計學報 27 卷 6,7 期。

英文部分：

- [1] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research* , pp. 429-444.
- [2]Connors, E. (2004). *The Effects of Non-Financial Performance Measures in a Bonus Contract*. Ann Arbor: Michigan State University.
- [3]Ittner, C., & Larcker, F. D. (2002). Determinants of performance measure choices in worker incentive plans. *Journal of Labor Economics* , pp. 58-90.
- [4]Kaplan, S. R., & Norton, P. D. (1993). *Putting the Balanced Scorecard to Work*. *Harvard Business Review* , pp. 134-147.
- [5]Kaplan, S. R., & Norton, P. D. (1996). *The Balanced Scorecard- Translating Strategy into Action*. Boston: Harvard University Press.
- [6]Nisar, T. M. (2006). Subjective performance measures in bonus payouts. *Performance Improvement* , pp. 34-44.
- [7]Saaty, T. (1980). *Analytic Hierarchy Process*. New York: Wiley and Sons.