

國立交通大學  
工業工程與管理學系

碩士論文

求解一組共同權重來衡量受評單位績效之二階段程序

A two-phase procedure to obtain a set of common weights of  
performance indices to evaluate operation units



研究生：陳裕興

指導教授：劉復華 教授

中華民國九十八年十一月

求解一組共同權重來衡量受評單位績效之二階段程序

A two-phase procedure to obtain a set of common weights of  
performance indices to evaluate operation units

研 究 生：陳裕興

Student：Yu-Hsing Chen

指導教授：劉復華 教授

Advisor：Fuh-Hwa F. Liu, Ph.D.

國立交通大學

工業工程與管理學系

碩士論文



Submitted to Department of Industrial Engineering and Management

College of Management

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Engineering

in

Industrial Engineering and Management

November 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年十一月

# 求解一組共同權重來衡量受評單位績效之二階段程序

學生：陳裕興

指導教授：劉復華 教授

國立交通大學工業工程與管理學系碩士班

## 摘 要

管理者利用多項指標進行績效評比時，權重的訂定通常為管理所面臨到的問題。資料包絡分析法(DEA)提供了一套方式來幫助管理者衡量決策單位(DMU)之績效表現，然而傳統 DEA 僅提供管理者分辨決策單位為高效或是非高效，在決策單位之績效衡量上面是一種相對績效的觀念，並沒辦法將決策單位之績效值進行排序，另外以傳統 DEA 為基礎下之交叉效率(cross efficiency)評估方法，應用在評估決策單位績效排序上面仍有其缺失，因此為了解決決策單位間績效值排序問題，本研究提出一二階段程序，第一階段利用決策單位之交叉效率值的平均當作組織所設定的參考水準。第二階段則是結合 MCWA 和距離函數之觀念，求出一組共同權重使所有受評單位距離參考水準的績效值差距總和最小。最後以台灣 17 個林區為例進行績效值之計算，並且比較其它學者所提出之距離函數方法之相同和相異處。

關鍵字：資料包絡分析法、共同權重分析法、績效值排序

# A two-phase procedure to obtain a set of common weights of performance indices to evaluate operation units

Student: Yu-Hsing Chen

Advisor: Fuh-Hwa F. Liu, Ph.D.

Department of Industrial Engineering and Management

National Chiao Tung University

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

## Abstract

Managers usually assess the decision-making units (DMUs) under their governance with multiple input and output indices. However, making a decision to determine the weights attached to the indices across the units is a serious issue for managers. Data envelopment analysis (DEA) and cross efficiency support the alternative ways to measure the efficiency of the DMUs, while the conventional DEA only discriminates it into efficiency and non-efficiency and cross efficiency applied in the real world has its drawbacks. We could not rank DMUs directly as the measurement is a relative conception based on the structure of DEA; therefore, the methodologies propose a two-phase procedure to solve the problems before ranking those DMUs. Phase-one is to utilize the average scores of cross-efficiency to be organization's target called reference level. Phase-two is to construct a general non-linear model to obtain a common set of weights and keep the total differences minimize between the efficiency of the assessment units and reference level through introducing the conception of MCWA and distance function. Finally, we illustrate the

example by the data set of 17 forests in Taiwan to rank its efficiency and compare its similarity and difference to the methodologies.

*Keywords* : data envelopment analysis, common weights, ranking



## 致 謝

首先，這篇論文能夠完成，必須先誠摯地感謝我的恩師劉復華老師，在教學上老師風趣詼諧的上課方式，讓學生能夠很快的吸收，並且很有耐心的指導駑鈍的學生處理事情的態度，讓學生能從中獲益良多；在研究上面，嚴謹的治學態度，不管是在上台報告或是論文書面格式上的要求，也讓學生深刻了解到老師的苦心以及付出，感謝老師在學生研究所兩年期間孜孜不倦的教誨，以及指導學生做人處事的道理，使得學生未來能夠邁向一條康莊大道，在此由衷感謝。

同時，也非常感謝論文口試委員老師：交通大學運輸科技與管理學系姚銘忠老師、交通大學資訊管理研究所林妙聰老師，在論文上面諸多的寶貴意見和指教，使得這篇論文更臻完善。

其次，感謝研究室正立學長、姍娟學姐，在學生就學期間給予了很多鼓勵與幫助，以及逸夫、俊宏、奇鴻、宗賢、晏生、種慶同窗間的相互扶持和照顧，也感謝父母親無私的奉獻和教誨，讓我能夠安枕無憂的完成學業，最後願將完成論文這份喜悅，一同分享給這一路上關心我和幫助過我的人。

在研究期間，參與劉老師的國科會專題研究計劃 97-2221-E-009-103 及 96-2221-E-009-164，得到經費補助特此表示謝意。本論文之智產權實為研究計劃之一部份。

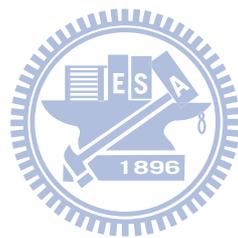
學生陳裕興 謹致於

交通大學工業工程與管理學系

中華民國九十八年十一月

# 目 錄

摘 要.....	i
Abstract.....	ii
致 謝.....	iv
目 錄.....	v
表目錄.....	vii
圖目錄.....	viii
符號表.....	ix
1 簡介.....	1
2 文獻探討.....	4
2.1 資料包絡分析相關文獻.....	4
2.2 資料包絡分析績效值排序相關文獻.....	10
2.3 共同權重分析相關文獻.....	14
3 研究方法.....	20
3.1 第一階段：參考水準之設定.....	20
3.1.1 受評單位在參考水準線以下之績效衡量.....	22
3.1.2 受評單位在參考水準線以上之績效衡量.....	24
3.1.3 受評單位在參考水準線以下和以上之績效衡量.....	25
3.2 第二階段：求得一組共同權重來衡量受評單位績效表現.....	26
3.2.1 距離參數 $p=1$ 之案例解析.....	27
3.2.2 距離參數 $p=2$ 之案例解析.....	34
3.2.3 距離參數 $p=\infty$ 之案例解析.....	34
4 案例分析.....	36
5 結論與未來研究機會.....	47



## 表目錄

表一 交叉效率表 .....	12
表二 距離參數在四分位數和平均數下之變異數.....	21
表三 8 個受評單位數據資料.....	32
表四 數學線性模式與非線性模式計算結果.....	33
表五 8 個受評單位不同距離函數數據結果.....	38
表六 17 個林區投入項與產出項指標定義.....	39
表七 17 個林區投入項與產出項指標資料.....	39
表八 距離參數 $p=1$ 算出之 $\theta_{kj}^*$ 數據資料 .....	42
表九 距離參數 $p=2$ 算出之 $\theta_{kj}^*$ 數據資料.....	43
表十 距離參數 $p=\infty$ 算出之 $\theta_{kj}^*$ 數據資料.....	44
表十一 17 個林區不同距離函數數據結果.....	45
表十二 三種方法在衡量績效表現的相同和相異處.....	46

## 圖目錄

圖一 參考水準線以下受評單位 $M$ 之績效衡量 .....	22
圖二 參考水準線以上受評單位 $N$ 之績效衡量 .....	24
圖三 參考水準線以下和以上受評單位 $M$ 和 $N$ 之績效衡量 .....	25



## 符號表

DMU	: Decision-Making Unit, 決策單位
UOA	: Unit of Assessment, 受評單位
$n$	: DMU 或 UOA 個數
$m$	: 投入項指標個數
$s$	: 產出項指標個數
$i$	: 第 $i$ 項投入項指標
$r$	: 第 $r$ 項產出項指標
$j$	: 決策單位 $j$ (受評單位 $j$ )
$k$	: 當主角的決策單位或受評單位
$v_{ik}$	: $DMU_k$ 為主角時, 第 $i$ 項投入項指標之權重
$u_{rk}$	: $DMU_k$ 為主角時, 第 $r$ 項產出項指標之權重
$v_{ik}^*$	: $DMU_k$ 為主角時, 第 $i$ 項投入項指標之最佳解權重
$u_{rk}^*$	: $DMU_k$ 為主角時, 第 $r$ 項產出項指標之最佳解權重
$v_{ij}$	: $DMU_j$ 第 $i$ 項投入項指標之權重
$u_{rj}$	: $DMU_j$ 第 $r$ 項產出項指標之權重
$x_{ik}$	: $DMU_k$ 為主角時, 第 $i$ 項投入項指標值
$y_{rk}$	: $DMU_k$ 為主角時, 第 $r$ 項產出項指標值
$x_{ij}$	: $DMU_j$ 第 $i$ 項投入項指標值
$y_{rj}$	: $DMU_j$ 第 $r$ 項產出項指標值
$E_k^*$	: 投入導向乘數型分數規劃模式中, $DMU_k$ 為主角時, 所求得最佳解績效值
$h_k$	: 投入導向乘數型線性規劃模式和對偶模式中, $DMU_k$ 為主角時, 所求得之目標函數值
$\mu_k$	: 投入導向對偶模式中, $DMU_k$ 所有投入量等比率縮減之尺度
$\Delta x_{ik}$	: 非高效 $DMU_k$ 與高效決策單位間, 第 $i$ 項投入項指標之差距

- $\Delta y_{rk}$  : 非高效  $DMU_k$  與高效決策單位間，第  $r$  項產出項指標之差距
- $\eta_k$  : 產出導向乘數型分數規劃模式中， $DMU_k$  為主角時，所求得之目標函數值
- $g_k$  : 產出導向乘數型線性規劃模式和對偶模式中， $DMU_k$  為主角時，所求得之目標函數值
- $\phi_k$  : 產出導向對偶模式中， $DMU_k$  所有產出量等比率增加之尺度
- $\lambda_j$  : DEA 對偶模式中， $DMU_k$  為主角時，所賦予  $DMU_j$  的權重
- $\lambda_j^*$  : DEA 對偶模式中， $DMU_k$  為主角時，所賦予  $DMU_j$  的最佳解權重
- $s_i^-$  : DEA 對偶模式中，第  $i$  項投入項指標之差額變數
- $s_r^+$  : DEA 對偶模式中，第  $r$  項產出項指標之餘額變數
- $s_i^{-*}$  : DEA 對偶模式中，第  $i$  項投入項指標之最佳解差額變數
- $s_r^{+*}$  : DEA 對偶模式中，第  $r$  項產出項指標之最佳解餘額變數
- $\varepsilon_i^I$  : 第  $i$  項投入項指標之阿基米德常數
- $\varepsilon_r^O$  : 第  $r$  項產出項指標之阿基米德常數
- $\theta_j$  :  $DMU_j$  或  $UOA_j$  之績效值
- $\theta_{kj}$  :  $DMU_k$  經過計算所求得一組權重，代入  $DMU_j$  所求得之績效值
- $\theta_{kj}^*$  :  $DMU_k$  經過計算所求得一組最佳解權重，代入  $DMU_j$  所求得之績效值
- $\Phi_j^*$  :  $DMU_j$  之交叉效率值
- $v_i$  : 所有 UOAs 第  $i$  項投入項指標之共同權重
- $u_r$  : 所有 UOAs 第  $r$  項產出項指標之共同權重
- $v_i^*$  : 所有 UOAs 第  $i$  項投入項指標之最佳解共同權重
- $u_r^*$  : 所有 UOAs 第  $r$  項產出項指標之最佳解共同權重
- $v_i^\#$  : 所有 UOAs 給定第  $i$  項投入項指標之共同權重
- $u_r^\#$  : 所有 UOAs 給定第  $r$  項產出項指標之共同權重
- $\Delta_j^O$  :  $UOA_j$  的虛擬產出項至參考水準線的差距
- $\Delta_j^I$  :  $UOA_j$  的虛擬投入項至參考水準線的差距

- $p$  : 距離參數  
 $D_p$  : 距離函數其參數為  $p$   
 $E_k(u, v)$  :  $UOA_k$  在給定一組共同權重下之績效值  
 $R$  : 參考水準  
 $\theta^R$  : 參考水準之績效值  
 $w$  : 參考水準與  $UOA_j$  績效值差距之最大值  
 $\Omega_j^*$  :  $DMU_j$  之交叉效率值(劉 & 陳, 2009)  
 $\overline{\Omega_j^*}$  : 所有  $DMU_j$  之交叉效率值平均(劉 & 陳, 2009)  
 $Q_1$  : 第一四分位數  
 $Q_2$  : 第二四分位數  
 $Q_3$  : 第三四分位數  
 $w_j$  : 參考水準與  $UOA_j$  績效值之差距  
 $w_j^+$  : 參考水準與  $UOA_j$  績效值之正差距  
 $w_j^-$  : 參考水準與  $UOA_j$  績效值之負差距  
 $t$  : 所有投入項指標之共同權重和  
 $\alpha_{ij}$  :  $UOA_j$  在第  $i$  項投入項指標與參考水準之正差距  
 $\beta_{ij}$  :  $UOA_j$  在第  $i$  項投入項指標與參考水準之負差距  
 $U_r$  : 所有  $UOAs$  第  $r$  項產出項指標之共同權重，經過縮放比例  $t$  後之值  
 $V_i$  : 所有  $UOAs$  第  $i$  項投入項指標之共同權重，經過縮放比例  $t$  後之值  
 $P_r$  : 本研究模式中，第  $r$  項產出項指標之餘額變數  
 $O_i$  : 本研究模式中，第  $i$  項投入項指標之餘額變數

## 1 簡介

企業為了永續發展都會設定其目標包括：獲利能力提升、成本下降、產能利用率增加等，然而為了達成目標以及確保成果與目標一致，建立了績效評估制度。其評估的對象包括企業內各部門、人員等，我們統稱為決策單位(Decision-Making Unit, DMU)。企業的管理者通常以多項指標來進行評比，為了使被評比的人員信服，各指標權重的訂定就乃是管理者必須解決的問題。績效評估指標可分為兩大類：投入項指標以及產出項指標。在每個指標都對應到一個權重下，以各產出項的加權總和與各投入項的加權總和之比值作為績效值的計算方法，來衡量各個決策單位之績效表現。



資料包絡分析法(Data Envelopment Analysis, DEA) CCR 模式(Charnes et al., 1978)是以數學線性規劃模式的方式，以每個決策單位決定一組權重，使其績效值最高，但是限制全部的各個決策單位績效值不得超過 1。當決策單位績效值為 1 時稱為高效，反之稱為非高效。非高效的決策單位會有使其提升為高效的參考對象，由於每個非高效決策單位參考的對象不一致，所計算出來的績效值是屬於相對績效值，並非絕對績效值，因此並不能對各個決策單位進行排序之動作。

為了解決決策單位間不能排序之問題，許多學者提出了共同權重的觀念，並且將評估的對象統稱為受評單位(Unit of Assessment, UOA)。不同於 CCR 模式各個決策單位自己決定一組權重下使其績效值最高，共同權重的觀念是由各決策單位上一層的管理者決定一組共同權重，以衡量受評單位(亦為前所稱之決策單位)

之績效表現，而每個受評單位別於資料包絡分析法所計算出來的是相對績效值，以及各個決策單位各自選擇權重下所產生的變異，因此利用管理者所決定之一組共同權重來衡量受評單位之績效表現，所計算出來的績效值是屬於絕對績效值，除了減少傳統 DEA 計算出來的相同排名之結果和決策單位各自選擇權重下所產生的變異，並且使所得到的評比結果更加客觀公正。

(Liu & Peng, 2008)提出了共同權重分析(Common Weights Analysis, CWA)的觀念，別於以往決策單位各自選擇每項指標權重下，造成不夠客觀的情況發生，因此 CWA 是以 CCR 模式在績效值上限為 1 之情況下，以績效值為 1 當作參考水準，並以組織整體績效最好為追求目標。此外 CWA 是以投入項指標加權總和統稱為虛擬投入項(virtual input)，產出項指標加權總和統稱為虛擬產出項(virtual output)，為水平和垂直座標軸。透過虛擬投入項減少投入與虛擬產出項增加產出會使得各個受評單位的績效值到達績效值為 1 的參考水準線上。CWA 目的是利用數學線性規劃的方式，在相同衡量的參考水準下找出一組共同權重，使各個受評單位到達績效值為 1 的參考水準線之差距總和最小，並以此共同權重來衡量受評單位之績效表現。

(Liu et al., 2006)將 CWA 的觀念延伸至最妥協權重分析(Most Compromising Weights Analysis, MCWA)。不同於 CWA 以績效值為 1 當作參考水準，MCWA 是消除各個受評單位績效值上限為 1 的限制，並以最妥協的觀念使組織整體績效值變異最小為追求目標。將虛擬投入項增加或減少一個差距且虛擬產出項減少或增

加一個差距的績效值會到達績效值為 1 的參考水準線上。在相同衡量參考水準下，MCWA 利用了數學線性規劃的方式找出一組共同權重，使各個受評單位到達績效值為 1 的參考水準線之差距總和最小。算出來的績效值有可能大於 1、等於 1 或是小於 1。

(Doyle & Green, 1994)提出了交叉效率(cross efficiency)之觀念來進行決策單位之績效值排序，主要是利用同儕評估(peer-appraisal)的方式來衡量決策單位之績效表現，也就是在各個決策單位輪流當主角的情況下，決定一組對自己最有利的權重，並且利用此組權重來衡量其它決策單位的績效值。將計算出來的績效值加總取其平均當作交叉效率值，並以此交叉效率值作為決策單位排序之依據。以交叉效率為基礎的衡量是在於 CCR 模式下各個決策單位輪流當主角情況下，決定一組權重使其績效值最高，當所衡量的主角為非高效時，則會選擇其中一組決策單位作為其參考對象。由於非高效決策單位，非其參考對象之決策單位納入績效衡量後，並不會影響到原先所算出來的權重和績效值，因此交叉效率卻將不會影響到非高效決策單位權重和績效值之決策單位納入績效評比，失去了原先績效評估客觀公正之評比。本研究主要動機是解決 CCR 模式下，主角各自選擇權重使得績效評比不夠客觀外，也處理 CCR 模式下所產生的相同排名，並且解決交叉效率非高效決策單位為主角時之缺失。本研究透過組織設定一目標，使得所有受評單位在以此目標為基準下，建立一套數學模式來滿足實務上所發生之情況。

有鑑於之前學者所提出來的數學模式是屬於非線性，本研究透過數學非線性轉線性的技巧，使得所計算出來的解更加精確。

本研究提出二階段程序來評估受評單位的績效表現。第一階段利用(劉 & 陳, 2009)所提出的三階段程序中，計算出來的各個決策單位之交叉效率值加總取其平均，當作組織所設定的參考水準。第二階段利用 MCWA 和距離函數的觀念找出一組共同權重，使得各個受評單位績效值到達參考水準的績效值差距總和最小，並且以此組共同權重來評估受評單位的績效表現。

在第二章我們將回顧資料包絡分析、績效值排序以及共同權重分析相關文獻，尤其在第 2.2 節將敘述(劉 & 陳, 2009)之延伸研究，作為第三章我們的研究方法以及模式建立。在第四章我們提出兩個案例，並且比較本研究和其它方法之相同和相異處。在第五章對本研究作結論以及未來研究機會。

## 2 文獻探討

第二章文獻回顧的部分主要是以資料包絡分析、績效值排序以及共同權重分析相關文獻為主，而這些文獻是本研究基本架構之所在。

### 2.1 資料包絡分析相關文獻

資料包絡分析的 CCR 評估模式是(Charnes et al., 1978)衡量決策單位之多項投入與多項產出指標之相對績效的一種方法，主要源自於(Farrell, 1957)所提出的生產效率前緣(efficiency frontier)觀念，也就是將所得到的投入項與產出項指標資料，利用數學線性規劃的技巧求出一組相對最有效率的邊界，以作為衡量績效的基礎。利用 Pareto 最佳解觀念來評估決策單位之相對績效，並且根據 CCR 模式

在固定規模報酬的假設下，將所衡量的決策單位績效值分成高效與非高效兩類。評估的程序為 DMU 輪流作為被評量的主角，以  $DMU_k$  表示。假設有  $n$  個 DMUs，令  $m$  和  $s$  分別代表投入項和產出項指標的個數， $u_{rk}$  和  $v_{ik}$  分別代表主角  $DMU_k$  的第  $r$  項產出項指標與第  $i$  項投入項指標之權重， $x_{ij}$  和  $y_{rj}$  分別代表  $DMU_j$  之第  $i$  項投入項指標與第  $r$  項產出項指標之已知常數值。 $DMU_k$  績效值計算，以數學模式 (P1) 表示，其中  $k=1, \dots, n$  表示此模式需進行  $n$  次。

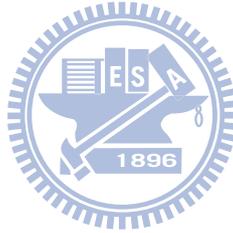
### (P1) DEA-CCR-Input Oriented-Multiplier Form-FP

$$\text{Max } E_k = \frac{\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik}} \quad (1.0)$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik}} \leq 1, \quad j=1, \dots, n, \quad (1.1)$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (1.2)$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i=1, \dots, m. \quad (1.3)$$



其中  $E_k$  代表主角  $DMU_k$  之績效值，表示主角  $DMU_k$  各自選擇一組對自己最有利之權重，來使得產出項指標加權總和與投入項指標加權總和之比值最大，如目標函數(1.0)，並且限制所有 DMUs 績效值最高上限為 1，如限制示(1.1)。為了避免算出來的產出項指標權重和投入項指標權重為 0，在管理意涵上使得指標不夠客觀，因此假設了一個極小的正數  $\varepsilon_r^O$  和  $\varepsilon_i^I$ ，統稱為阿基米德常數(Archimedean infinitesimal constant)。此常數設定的目的是使所有產出項指標權重和投入項指標權重為一正數，如限制式(1.2)、(1.3)。另外探討投入與產出間的關係，若投入項

指標  $x_{ij}$  值愈小時，則對  $E_k$  的績效表現愈好，具有望小特性的這類指標，統稱為望小指標(to-be-minimized index)；同理，若產出項指標  $y_{rj}$  值愈大時，則對  $E_k$  的績效表現愈好時，具有望大特性的這類指標，統稱為望大指標(to-be-maximized index)。

CCR 模式主要是將所有 DMUs 分成高效與非高效兩群，若是計算出來績效值  $E_k^*$  為 1 時，則相對於其它 DMUs 之績效值為高效；若  $E_k^*$  小於 1 時，則相對於其它 DMUs 之績效值為非高效。由於(P1)模式為乘數型分數規劃模式(multiplier fractional programming)在求解上不容易，為了方便於數學計算上，將其轉換成乘數型線性規劃模式。令目標函數(1.0)中之分母  $\sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1$  將其加入模式(P2)中，並且將限制式(1.1)中左右兩邊同乘  $\sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik}$ ，投入導向乘數型線性規劃模式(P2)如下所示：



**(P2) DEA-CCR- Input Oriented-Multiplier Form-LP**

$$\text{Max } h_k = \sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} \tag{2.0}$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} = 1, \tag{2.1}$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \tag{2.2}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \tag{2.3}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m. \tag{2.4}$$

數學模式(P2)中可以發現決策變數的個數( $m+s$ )小於限制式個數( $m+s+n+1$ )，此時會造成最佳解的目標函數值相同，但是所求得的決策變數解  $u_{rk}^*$  和  $v_{ik}^*$  不盡相

同，會有多重解的產生。為了解決多重解的問題，將此模式轉換為對偶問題(dual problem)可以減少限制式的個數，使得模式計算上更有效率。投入導向包絡型規劃模式(P3)如下所示：

**(P3) DEA-CCR- Input Oriented-Envelopment Form**

$$\text{Min } h_k = \mu_k - \left( \sum_{i=1}^m \varepsilon_i^I s_i^- + \sum_{r=1}^s \varepsilon_r^O s_r^+ \right) \quad (3.0)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \mu_k x_{ik}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.1)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{rk}, \quad r = 1, \dots, s, \quad (3.2)$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.3)$$

$$s_i^- \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3.4)$$

$$s_r^+ \geq 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (3.5)$$

$$\mu_k \text{ free in sign.} \quad (3.6)$$



數學模式中  $s_i^-$  和  $s_r^+$  分別代表第  $i$  個投入項指標之差額變數(slack variable)與第  $r$  個產出項指標之餘額變數(surplus variable)，為數學線性規劃中將不等式轉化為等式所使用之變數。變數  $\mu_k$  是對應原問題限制式(2.1)中之等號限制式。根據對偶性質，此變數之數值可以為正數亦可為負數，在對偶問題中所代表的是  $DMU_k$  所有投入量等比率縮減之尺度。在原問題上面代表的是各個  $DMU_k$  之績效值，其最佳解一定是正值。符號  $\lambda_j$  所代表的是衡量  $DMU_k$  時，所賦予  $DMU_j$  的權重，若是在計算各個  $DMU_k$  績效值時，若是  $\lambda_j^* \neq 0$ ，說明了  $DMU_j$  為高效，也代表  $DMU_j$  為  $DMU_k$  改善時之參考對象。從另外一個觀點來看，當  $\mu_k^* = 1$  與  $s_i^{-*} = s_r^{+*} = 0$  時，此時  $DMU_k$  為高效，若  $\mu_k^* < 1$ ，則  $DMU_k$  為非高效； $\mu_k^* = 1$  但  $s_i^{-*}$

或  $s_r^{+*}$  不為 0 的情況下，則  $DMU_k$  為假高效。對於非高效之單位  $k$  而言，其位於生產曲面上作為評比對象之座標為  $(\sum_{j=1}^n x_{ij}\lambda_j^*, \sum_{j=1}^n y_{rj}\lambda_j^*)$ 。限制式(3.1)、(3.2)顯示

$\sum_{j=1}^n x_{ij}\lambda_j^* = \mu_k^* x_{ik} - s_i^{-*}$  及  $\sum_{j=1}^n y_{rj}\lambda_j^* = y_{rk} + s_r^{+*}$ ，表示非高效之決策單位欲達到高效之目標時，需作以下的調整：

$$\Delta x_{ik} = x_{ik} - (\mu_k^* x_{ik} - s_i^{-*}), \quad i = 1, \dots, m. \quad (4)$$

$$\Delta y_{rk} = (y_{rk} + s_r^{+*}) - y_{rk}, \quad r = 1, \dots, s. \quad (5)$$

非高效決策單位減少投入  $\Delta x_{ik}$  和增加產出  $\Delta y_{rk}$  時可以達到高效。

上述所提到的績效值算法，是在相同的產出水準下，比較投入資源之使用，因此稱為投入導向(input-oriented)模式，目的是在追求投入最小化。另外由產出的角度探討績效，主要觀點是以在相同的投入水準下比較產出之達成狀況，依績效值的定義來說，即是實際投入與實際產出的比值，稱為產出導向(output-oriented)。模式的目的是在於追求產出最大化，因此 CCR 產出導向乘數

型分數規劃模式(P4)如下所示：

#### (P4) DEA-CCR- Output Oriented-Multiplier Form-FP

$$\text{Min } \eta_k = \frac{\sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik}}{\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk}} \quad (6.0)$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik}}{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk}} \geq 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (6.1)$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^0 > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (6.2)$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (6.3)$$

CCR 產出導向模式所求得之目標函數值，恰好與 CCR 投入模式所求得之目標函數值為一倒數關係，兩者績效值實際上是相同的。CCR 產出導向乘數型線性規劃模式與包絡型規劃模式，在此不再詳細推論其過程，數學模式(P5)、(P6)如下所示：

**(P5) DEA-CCR- Output Oriented-Multiplier Form-LP**

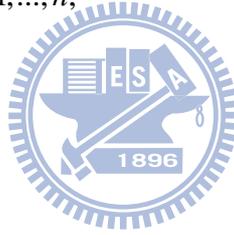
$$\text{Min } g_k = \sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik} \quad (7.0)$$

$$\text{s.t. } \sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk} = 1, \quad (7.1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik} - \sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (7.2)$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (7.3)$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (7.4)$$



**(P6) DEA-CCR- Output Oriented-Envelopment Form**

$$\text{Max } g_k = \varphi_k + \left( \sum_{i=1}^m \varepsilon_i^I s_i^- + \sum_{r=1}^s \varepsilon_r^O s_r^+ \right) \quad (8.0)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ik}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (8.1)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = \varphi_k y_{rk}, \quad r = 1, \dots, s, \quad (8.2)$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (8.3)$$

$$s_i^- \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (8.4)$$

$$s_r^+ \geq 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (8.5)$$

$$\varphi_k \text{ free in sign.} \quad (8.6)$$

## 2.2 資料包絡分析績效值排序相關文獻

CCR 模式雖然將專家和管理者之意見融入績效評估中，可是 CCR 模式卻是屬於一種固定報酬模式(Constant Returns to Scale, CRS)，表示投入量按一定比例增加時，產出量也按一定比例增加。在利用 CCR 模式上所衡量出來的績效值是屬於相對績效值，並沒辦法解決決策單位間排序的問題，為了解決所有 DMUs 間排序的問題，(Adler et al., 2002)針對 DEA 績效值排序相關文獻作了回顧，總共分成六類進行探討。第一類是利用交叉效率的矩陣進行同儕間相互評比之方式。第二類是有關於高效方面的評比，利用生產效率前緣的改變進行評比之方式。第三類是標竿量測方面的評比，以其中一決策單位來當作其它決策單位的目標來做排序。第四類是利用統計的多變量技巧。第五類是針對低效的決策單位做排序。第六類是 DEA 結合管理者的意見，利用多準則方法(multi-criteria)求得優先訊息(priority information)的方式進行評比。

(Andersen & Petersen, 1993)所提出之 AP 模式是將生產效率前緣上高效決策單位加以排序，利用生產效率前緣上高效決策單位  $DMU_k$  分別從資料集合中剔除，並且消除所有 DMUs 之績效值最大為 1 的上限限制，在其它 DMUs 為基礎情況下，計算被剔除的主角  $DMU_k$  績效值並且加以排序。在非高效決策單位為主角時，並不會改變原本所建構之生產效率前緣，因此非高效決策單位之績效值會和 CCR 模式所算出的績效值相同。此 AP 模式透過生產效率前緣之改變來重新計算高效決策單位之績效值，卻會因為樣本太小會造成所有 DMUs 之績效值均為高

效，以及原始資料規模的問題造成所計算出來的績效值有偏差之狀況。

以整體來衡量決策單位績效值而言，(Doyle & Green, 1994)也提出了交叉效率的觀念，主要是以數學線性模式(P2)中各個  $DMU_k$  輪流當主角的情況下所計算出來的權重，來評估其它  $DMU_j$  之績效值，將此績效值加總取其平均作為交叉效率值，以作為排序之基準。下列說明為各個  $DMU_j$  交叉效率值的求解步驟：

步驟一 利用 CCR 模式，求得在每個  $DMU_k$  輪流當主角的情況下，選擇一組主角自己最有利的權重。

步驟二 將步驟一所求得的主角  $DMU_k$  的權重代入其它  $DMU_j$ ，計算各個  $DMU_j$  之績效值  $\theta_{kj}^*$ 。

步驟三 將步驟二所得到的各個  $DMU_j$  在不同主角  $DMU_k$  下之評比所得到的績效值  $\theta_{kj}^*$ ，利用方程式(9)將所得到的績效值加總取其平均，稱為交叉效率值  $\Phi_j^*$ ，以作為排序的基準。

$$\Phi_j^* = \frac{\sum_{k=1}^n \theta_{kj}^*}{n}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (9)$$

由上述步驟得知，在每個  $DMU_k$  輪流當主角之情況下，會得到一組最佳解權重  $u_{rk}^*$  和  $v_{ik}^*$ ，利用主角  $DMU_k$  所計算出來的這組最佳解權重，分別代入其它  $DMU_j$  並計算其績效值  $\theta_{kj}^*$ ，將每個  $DMU_k$  輪流當主角所評比的  $DMU_j$  之績效值加總取其平均，稱為交叉效率值  $\Phi_j^*$ ，如表一所示：

表一 交叉效率表

		$DMU_j$					
		1	2	...	$j$	...	$n$
$DMU_k$	1	$\theta_{11}^*$	$\theta_{12}^*$	...	$\theta_{1j}^*$	...	$\theta_{1n}^*$
	2	$\theta_{21}^*$	$\theta_{22}^*$	...	$\theta_{2j}^*$	...	$\theta_{2n}^*$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
	$k$	$\theta_{k1}^*$	$\theta_{k2}^*$	...	$\theta_{kj}^*$	...	$\theta_{kn}^*$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
	$n$	$\theta_{n1}^*$	$\theta_{n2}^*$	...	$\theta_{nj}^*$	...	$\theta_{nn}^*$
平均		$\Phi_1^*$	$\Phi_2^*$	...	$\Phi_j^*$	...	$\Phi_n^*$

以交叉效率為衡量的方式，主要是以CCR模式(P2或P3)為基礎下，求解一組最佳解權重來最大化主角 $DMU_k$ 之績效值，並利用了同儕評估的觀念，透過每個 $DMU_k$ 輪流當主角所獲得之最佳解權重，代入其它 $DMU_j$ 來求其績效值。然而當所評估的主角為非高效時，會有一組高效決策單位當作其參考對象，若是將其它並不是其參考對象的決策單位刪除，並且重新做(P2或P3)，並不會影響到主角為非高效決策單位之權重和績效值。因此將主角為非高效決策單位所計算出來的這組權重，代入非其參考對象之決策單位，並不是一個很客觀公正的方式。針對以交叉效率為衡量上面所產生之問題，(劉 & 陳, 2009)利用距離函數之觀念，以三階段程序來改善原先交叉效率主角為非高效決策單位所產生之問題，並且衡量決策單位之績效表現。數學模式(P7)如下所示：

(P7)

$$\text{Min} \left[ \sum_{j=1}^n |\theta_{kj} - E_k^*|^p \right]^{\frac{1}{p}}, \quad p \geq 1, \quad (10.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^m x_{ik} v_{ik}} = E_k^*, \quad (10.1)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik}} = \theta_{kj}, \quad j = 1, \dots, n, j \neq k, \quad (10.2)$$

$$\theta_{kj} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (10.3)$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (10.4)$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (10.5)$$

第一階段利用(P2)之 CCR 線性規劃模式，以每個  $DMU_k$  輪流當主角，求出一組權重來最大化各個主角  $DMU_k$  之績效值  $E_k^*$ ，如限制式(10.1)。第二階段以第一階段所求出的績效值  $E_k^*$  當作其它 DMUs 之參考水準，在  $E_k^*$  不變的情況下，分別求得一組權重  $u_{rk}^*$  和  $v_{ik}^*$ ，使得各個  $DMU_j$  之績效值  $\theta_{kj}$ ，如限制式(10.2)，與主角  $DMU_k$  之絕對績效值差距總和最小，如目標函數(10.0)。由於目標函數  $(\theta_{kj} - E_k^*)$  計算出來的結果為正差距或負差距，為了避免績效值差距總和正負抵消，所以取絕對績效值差距總和最小。第三階段利用交叉效率的觀念將第二階段各個  $DMU_j$  與主角  $DMU_k$  之絕對績效值差距總和最小下，所求得之權重代入其它  $DMU_j$ ，又由於各個  $DMU_j$  均有  $n$  個主角來衡量其績效值，因此將  $n$  個主角所衡量  $DMU_j$  之績效值加總取其平均，作為交叉效率值以衡量決策單位之績效表現。

由於上述模式是以 CCR 模式下，每個主角  $DMU_k$  選擇一組對自己最有利之權重，所計算出來之主角績效值當作參考水準，在此方法下利用距離函數之觀念，使得大家和主角績效值差距總和最小，在  $DMU_k$  輪流當主角情況下，此模式需重複  $n$  次，分別求得一組權重來滿足主角和其它人績效值差距總和最小。本研究主要是利用(P7)模式所求得交叉效率值進行延伸，以組織整體之觀念利用決策單位之交叉效率值加總取其平均當作組織所設定之參考水準，求得一組共同權重使得所有受評單位與參考水準之績效值差距總和最小，以組織整體為衡量時，本研究會使得受評單位向組織所設定目標靠近，也就意謂著以此方法為受評單位績效衡量下，會使組織整體績效值變異達到最小。

### 2.3 共同權重分析相關文獻



共同權重(common weights)的觀念最早由(Cook et al., 1990)和(Roll et al., 1991)首先所提出來的，乃針對傳統 DEA 決策單位績效值為相對績效關係，無法進行排序所提出的一套方法。共同權重的意義為所有受評單位選擇一組相同的權重下進行績效評比之方式，有別於傳統的 DEA 而言，是用來減少各個決策單位各自選擇權重下所造成的變異，也避免非高效決策單位透過傳統 DEA 的情況下變成高效而無法區辨其排名。另外傳統 DEA 是由各個決策單位輪流當主角之觀念，會面臨到各個決策單位輪流當主角時，會有其各自所形成之生產效率前緣，因此在不同的決策單位之生產效率前緣上面，要為所有決策單位之績效值進行排序之動作，仍屬不夠客觀公正。因此至今共同權重的發展就不再只侷限在傳統

DEA 之架構，而是根據實務上的情境去做分析，並建立了一套模式來滿足管理者之要求。為了與傳統 DEA 之決策單位有所區別，將 DEA 的決策單位改為受評單位。

(Liu & Peng, 2008) 利用了共同權重分析(Common Weights Analysis, CWA) 觀念，針對高效群進行排序之動作，不同於 DEA 是主角分別決定一組權重來使其績效值最高，CWA 則是考慮組織整體績效值最好為追求目標。假設  $u_r$  和  $v_i$  分別代表第  $r$  項產出項以及第  $i$  項投入項之一組共同權重， $\Delta_j^I$  和  $\Delta_j^O$  分別代表  $UOA_j$  在座標軸上距離參考水準線上水平以及垂直位移之差距，也就表示以  $UOA_j$  為中心，透過虛擬投入項減少投入  $\Delta_j^I$  與虛擬產出項增加產出  $\Delta_j^O$ ，使得各個  $UOA_j$  到達績效值為 1 的參考水準線上，如限制式(11.1)，而  $UOA_j$  距離參考水準線之水平和垂直位移差距，統稱為  $L_1$ -norm 差距。CWA 模式是假設所有 UOAs 在參考水準線以下，表示所有 UOAs 績效值不得超過 1，主要目的是在求出一組共同權重，使得所有 UOAs 與參考水準的差距總和會達到最小，如目標函數(11.0)。其它權重限制不變的情況下，數學模式(P8)如下所示：

**(P8)**

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n (\Delta_j^O + \Delta_j^I) \quad (11.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r + \Delta_j^O}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i - \Delta_j^I} = 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (11.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (11.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i=1, \dots, m, \quad (11.3)$$

$$\Delta_j^O, \Delta_j^I \geq 0, \quad j=1, \dots, n. \quad (11.4)$$

(Liu et al., 2006)將 CWA 的觀念延伸至最妥協權重分析(Most Compromising Weights Analysis, MCWA)，不同於 CWA 在所有 UOAs 以績效值為 1 當作上限限制，以及利用  $L_1$ -norm 差距的觀念，使得各個  $UOA_j$  在求得一組共同權重下，使得虛擬投入項減少投入與虛擬產出項增加產出，會和參考水準線的差距總和達到最小。MCWA 則是消除所有 UOAs 績效值為 1 的上限限制，表示所有 UOAs 之績效值有可能會大於 1、等於 1 或是小於 1。MCWA 除了取消 CWA 之所有 UOAs 績效值上限為 1 的限制外，也將 CWA 考慮  $UOA_j$  在座標軸上，水平和垂直到參考水準線上之位移差距，變成  $UOA_j$  垂直投影到參考水準線上之最短直線距離差距，而此最短直線距離差距統稱為  $L_2$ -norm 差距。在一組最妥協共同權重觀念下，使虛擬投入項增加或減少一個差距且虛擬產出項減少或增加一個差距的績效值會到達參考水準線，如限制式(12.1)。也就表示在此組最妥協共同權重下，會使得在座標軸上所有 UOAs 到參考水準之直線距離差距總和最小，如目標函數(12.0)。其它限制式在數學模式(P8)不變的情況下，數學模式(P9)如下所示：

**(P9)**

$$Min \quad \sum_{j=1}^n (|\Delta_j^O| + |\Delta_j^I|) \quad (12.0)$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r + \Delta_j^O}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i - \Delta_j^I} = 1, \quad j=1, \dots, n, \quad (12.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (12.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i=1, \dots, m, \quad (12.3)$$

$$\Delta_j^O, \Delta_j^I \text{ free in sign}, \quad j=1, \dots, n. \quad (12.4)$$

不管是 CWA 或是 MCWA 模式均是利用組織整體之觀念來求解一組共同權重，使得座標軸上與參考水準線上之水平垂直位移距離差距總和最小或是直線距離差距總和最小，可是卻產生 CWA 和 MCWA 模式中參考水準績效值設定為 1 之問題，對於組織整體而言，參考水準的訂定應該是由管理者根據當時的實際情況去訂定，也就是意味著當組織整體績效表現愈好時，其所設定的參考水準有可能是超過 1 的；當組織整體績效表現愈差時，其所設定的參考水準有可能是小於 1 的，並非是一成不變的。



(Kao & Hung, 2005)提出了距離函數的觀念，以自己本身績效值為參考水準基礎下，利用一組共同權重來衡量自己本身和所設定的參考水準績效值之差距，對於所有 UOAs 而言，管理者希望各個  $UOA_j$  都能往自己所設定的參考水準靠近，也就表示在此組共同權重下，會使得所有 UOAs 距離自己本身所設定的參考水準績效值差距總和最小，數學模式(P10)如下所示：

**(P10)**

$$\text{Min } D_p = \left[ \sum_{j=1}^n (E_k^* - E_k(u, v))^p \right]^{1/p}, \quad p \geq 1, \quad (13.0)$$

$$s.t. \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} \leq 1, \quad j=1, \dots, n, \quad (13.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (13.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i=1, \dots, m. \quad (13.3)$$

其中  $p$  代表的是距離參數，因此  $p$  必須大於等於 1。 $E_k^*$  為 CCR 模式下主角  $DMU_k$  之績效值， $E_k(u, v)$  代表的是主角本身在給定一組共同權重下之績效值。

在所有 UOAs 績效值上限為 1 的限制下，如限制式(13.1)，求得一組共同權重使各個  $UOA_k$  和 CCR 模式下主角本身所求出的績效值  $E_k^*$  的績效值差距總和最小，

如目標函數(13.0)。此組共同權重必須滿足非負限制式，如限制式(13.2)、(13.3)。

由於距離參數在  $p=1, 2, \infty$  下具有數學之意義，因此分別探討距離參數  $p=1, 2, \infty$  之案例。當距離參數  $p=1$  時，表示所得到之目標函數績效值差距會較其它距離

參數設定來的大。由於  $E_k^*$  為 CCR 模式下主角  $DMU_k$  之績效值，為一常數，並不會對最佳解造成影響，且以自己本身為參考水準下，求得一組共同權重使得自己

本身和參考水準績效值差距總和最小，也就是意謂著最大化整體績效，數學模式

(P10)改寫數學模式(P11)如下所示：

**(P11)**

$$Max \quad \sum_{j=1}^n (\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r / \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i) \quad (14.0)$$

$$s.t. \quad \sum_{r=1}^s y_{rj} u_r - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (14.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (14.2)$$

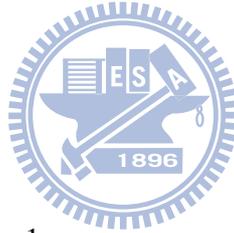
$$v_i \geq \varepsilon_i^l > 0, \quad i=1, \dots, m. \quad (14.3)$$

當距離參數  $p=2$  時，目標函數在數學上所代表的意涵是屬於歐基里德距離 (Euclidian distance) 最小，表示所有  $UOA_j$  績效值距離參考水準變異的程度最小，對於距離參數  $p=2$  而言，在計算上面會較其它距離參數來得更加精確。

當距離參數  $p=\infty$  時，可以最小化最大績效值差距的觀念來進行求解之動作，最大績效值差距表示有  $UOA_j$  和參考水準的績效值差距是最大的，意謂著整體裡面績效表現最差的成員，為了希望其績效表現不要落後太多，利用最小化最大績效值差距觀念將原先數學模式(P10)改寫成數學模式(P12)，如下所示：

**(P12)**

$$\text{Min } w$$



$$(15.0)$$

$$\text{s.t. } E_k^* - \left( \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} \right) \leq w, \quad j=1, \dots, n, \quad (15.1)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (15.2)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (15.3)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^l > 0, \quad i=1, \dots, m, \quad (15.4)$$

$$w \geq 0. \quad (15.5)$$

### 3 研究方法

本研究提出了二階段程序來評估受評單位之績效表現。第一階段是利用(劉 & 陳, 2009)所提出的三階段程序, 所求出的各個  $DMU_j$  交叉效率值加總取其平均來當作組織所設定的參考水準。第二階段則是將距離參數分成三個部分, 在距離參數  $p=1、2、\infty$  情況下, 分別求得一組共同權重使得各個  $UOA_j$  績效值和參考水準的績效值差距總和最小。當利用這組共同權重來計算各個  $UOA_j$  績效值時, 其績效值可能會大於、小於或是等於組織所設定的參考水準。換句話說利用此方法可以獲得最小的總差距, 以管理者而言, 在組織設定一目標時, 此方法會使得整個組織能夠獲得較平均的績效表現, 並且能夠讓組織整體績效值變異達到最小, 在整體組織績效值變異最小之情況下, 所得到的一組共同權重更能夠客觀公正的評比受評單位之績效表現。



#### 3.1 第一階段：參考水準之設定

第一階段利用(劉 & 陳, 2009)所提出的三階段交叉效率值之數據, 計算公式如方程式(16)所示：

$$\theta_{kj}^* = \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{rk}^*}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_{ik}^*}, \quad k=1, \dots, n, j=1, \dots, n. \quad (16)$$

主角  $DMU_k$  在模式(P7)下決定各個主角權重  $u_{rk}^*$  和  $v_{ik}^*$ , 並且利用各個主角所求出之權重來評估  $DMU_j$  之交叉效率值  $\Omega_j^*$ , 其計算方式見方程式(9)。表二則是說明在距離參數  $p=1、2、\infty$  情況下, 交叉效率值  $\Omega_j^*$  在不同四分位數  $Q_1、Q_2、$

$Q_3$  以及平均數  $\overline{\Omega_j^*}$  為基準下之變異數。其中當距離參數  $p=1$  時，以四分位數為基準下分別為 0.7277、0.8311 和 0.9839，其變異數分別為 0.0464、0.0278 和 0.0417，其餘以下類推。在不同距離參數  $p=1、2、\infty$  情況下，以平均數為基準下，其變異數分別為 0.0266、0.0215 和 0.0295，均會小於以四分位數為基準下之變異數，說明了在相同資料下以平均數為基準之方式，其精確度會較以四分位數為基準來得更加精確，另外以組織整體來衡量時，在沒有離群值發生的情況下，用平均數來衡量組織整體績效表現能夠更客觀公正。因此本研究會以所有  $DMU_j$  之交叉效率值加總取其平均來作為組織所設定之參考水準  $\theta^R$ ，計算公式如方程式(17)所示：

$$\theta^R = \frac{\sum_{j=1}^n \Omega_j^*}{n}$$

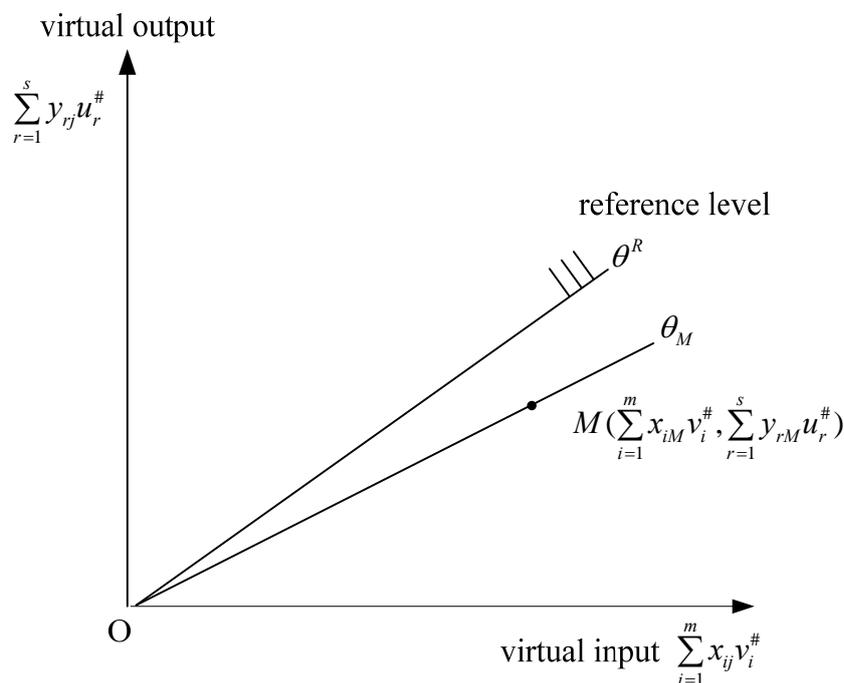


(17)

表二 距離參數在四分位數和平均數下之變異數

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$\overline{\Omega_j^*}$
$p=1$	0.7277	0.8311	0.9839	0.8645
變異數	0.0464	0.0278	0.0417	0.0266
$p=2$	0.8072	0.9109	1.0266	0.9095
變異數	0.0326	0.0216	0.0361	0.0215
$p=\infty$	0.7537	0.9049	1.0774	0.9214
變異數	0.0594	0.0298	0.0553	0.0295

### 3.1.1 受評單位在參考水準線以下之績效衡量



圖一 參考水準線以下受評單位  $M$  之績效衡量

利用第二章文獻探討(Liu et al., 2006)所提出之 MCWA 的觀念，定義座標軸上橫座標為各  $UOA_j$  之望小指標值  $x_{ij}$  乘上所對應之權重  $v_i$  加總可得到一虛擬投入項，即  $\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i$ ；同理，縱座標為各  $UOA_j$  之望大指標值  $y_{rj}$  乘上所對應權重  $u_r$  加總可得到一虛擬產出項，即  $\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r$ ，在座標軸上參考水準為一條通過原點之直線。符號 # 代表任一給定之常數，在給定了  $u_r^{\#}$  和  $v_i^{\#}$  情況下，對於在參考水準線下方的  $UOA_M$  而言，在座標軸上就可以表示為  $(\sum_{i=1}^m x_{iM} v_i^{\#}, \sum_{r=1}^s y_{rM} u_r^{\#})$ ，如圖一所示。若由原點與各  $UOA_s$  落點連線之斜率即為績效值  $\theta_j$ ，如從原點通過  $M$  點的直線之績效值為  $\theta_M$ 。由於  $UOA_M$  之績效值是落在參考水準線以下，因此  $UOA_M$  之績效值會小於或等於參考水準，對於管理者而言，希望求得一組共同權重  $u_r^*$  和  $v_i^*$ ，使得在參考水準線以下的  $UOA_M$  與參考水準之績效值差距最小，也就是使得  $UOA_M$

達到組織所設定的參考水準。擴展到參考水準線下所有 UOAs 其績效值為  $\theta_j$ ，如限制式(18.1)。目標函數(18.0)則是求出一組共同權重，使得各個  $UOA_j$  績效值和參考水準績效值的差距總和最小，其它權重限制不變的情況下，數學模式(P13)如下所示：

**(P13)**

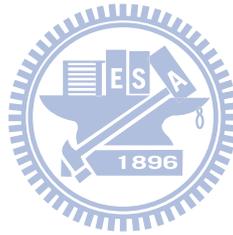
$$\text{Min } \sum_{j=1}^n (\theta^R - \theta_j) \quad (18.0)$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} = \theta_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (18.1)$$

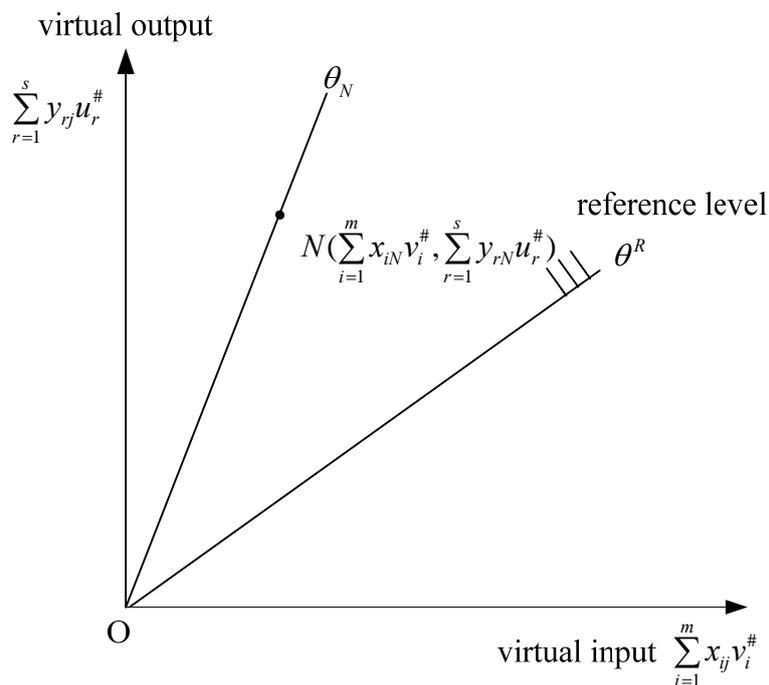
$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (18.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (18.3)$$

$$\theta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (18.4)$$



### 3.1.2 受評單位在參考水準線以上之績效衡量



圖二 參考水準線以上受評單位  $N$  之績效衡量

利用 3.1.1 節的觀念，可知在給定一組共同權重  $u_r^{\#}$  和  $v_i^{\#}$  情況下，則  $UOA_N$  在座標軸上可表示為  $(\sum_{i=1}^m x_{iN} v_i^{\#}, \sum_{r=1}^s y_{rN} u_r^{\#})$ ，如圖二所示。擴展到所有  $UOAs$  之落點均是落在參考水準線以上，表示所有  $UOAs$  之績效值均是大於或是等於參考水準，由於  $(\theta^R - \theta_j)$  為一負差距，為了確保績效值差距總和為一正數，將目標函數(18.0)改寫成(19.0)，其它限制式在數學模式(P13)不變的情況下，數學模式(P14)如下所示：

(P14)

$$\text{Min } \sum_{j=1}^n (\theta_j - \theta^R) \quad (19.0)$$

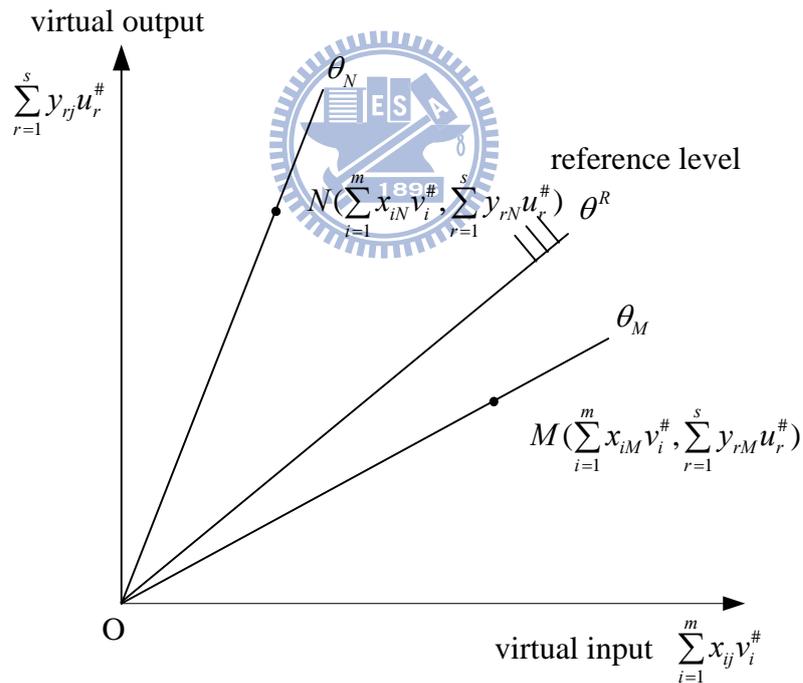
$$\text{s.t. } \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} = \theta_j, \quad j=1, \dots, n, \quad (19.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (19.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i=1, \dots, m, \quad (19.3)$$

$$\theta_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n. \quad (19.4)$$

### 3.1.3 受評單位在參考水準線以下和以上之績效衡量



圖三 參考水準線以下和以上受評單位  $M$  和  $N$  之績效衡量

綜合 3.1.1 與 3.1.2 節觀念，考慮所有 UOAs 之落點分別落在座標軸上參考水準線以下和以上，如圖三所示。同理  $(\theta^R - \theta_j)$  可能為一正差距或是負差距，為了避免績效值差距總和會因為正負互相抵消，取絕對值並且結合距離函數之觀念將目標函數改寫成(20.0)，其它限制式在數學模式(P14)不變的情況下，數學模式(P15)如下所示：

(P15)

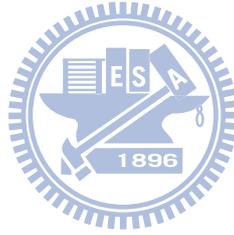
$$\text{Min} \left[ \sum_{j=1}^n |\theta^R - \theta_j|^p \right]^{\frac{1}{p}}, \quad p \geq 1, \quad (20.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} = \theta_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (20.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (20.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (20.3)$$

$$\theta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (20.4)$$



### 3.2 第二階段：求得一組共同權重來衡量受評單位績效表現

第一階段方程式(17)所算出的  $\theta^R$  當作組織訂定給受評單位的參考水準，主要目的是組織設定一目標後，透過求出一組共同權重  $u_r^*$  和  $v_i^*$ ，使得各個  $UOA_j$  和參考水準績效值差距總和最小，也就意謂著組織整體績效值變異最小。在此種情況下，利用共同權重來衡量受評單位之績效表現，更能獲得客觀以及公正的評比。

本研究利用數學模式(P15)來討論距離參數  $p=1$ 、 $2$ 、 $\infty$  之情況。當距離參數  $p=1$  時，所代表的是各個  $UOA_j$  與整體績效值平均之絕對值差距最小，與平均絕

對誤差的觀念相同(Mean Absolute Deviation, MAD)；當距離參數  $p=2$  時，所代表的是各個  $UOA_j$  與整體績效值平均之平方誤差(Mean Squared Error, MSE)最小；當距離參數  $p=\infty$  時，所代表的是各個績效值  $UOA_j$  與整體績效值平均之差異最大者最小。因此將距離參數  $p=1、2、\infty$  分別稱為 MAD、MSE、MAX。

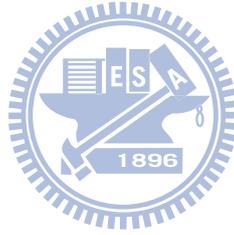
### 3.2.1 距離參數 $p=1$ 之案例解析

當距離參數  $p=1$  時，數學模式(P16)如下所示：

(P16)

$$\text{Min } \sum_{j=1}^n |\theta^R - \theta_j| \quad (21.0)$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} = \theta_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (21.1)$$



$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (21.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (21.3)$$

$$\theta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (21.4)$$

目標函數(21.0)以及限制式(21.1)可知，屬於數學非線性規劃問題。為了使所算出的最佳解更精確，利用了數學非線性轉線性的技巧。令目標函數(21.0)中  $w_j = \theta^R - \theta_j$ ，並且將限制式(21.1)左右兩邊同乘  $\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i$ ，數學模式(P17)如下所示：

(P17)

$$\text{Min } \sum_{j=1}^n |w_j| \quad (22.0)$$

$$\text{s.t. } \sum_{r=1}^s y_{rj} u_r - \theta_j \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i = 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (22.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (22.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (22.3)$$

$$w_j \in R, \quad j = 1, \dots, n, \quad (22.4)$$

$$\theta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (22.5)$$

目標函數(22.0)為一絕對值問題，令  $w_j = w_j^+ - w_j^-$ ，則  $|w_j| = w_j^+ + w_j^-$ ，數學模

式(P18)如下所示：

**(P18)**

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n (w_j^+ + w_j^-) \quad (23.0)$$

$$\text{s.t.} \sum_{r=1}^s y_{rj} u_r - \theta_j \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i = 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (23.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (23.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (23.3)$$

$$w_j^+ \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (23.4)$$

$$w_j^- \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (23.5)$$

$$\theta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (23.6)$$

由於  $w_j = \theta^R - \theta_j$  且  $w_j = w_j^+ - w_j^-$  因此可得到方程式(24)，如下所示：

$$\theta_j = \theta^R - w_j^+ + w_j^- \quad (24)$$

將方程式(24)代入限制式(23.1)，並且將目標函數(23.0)中分子分母左右同乘

$\sum_{i=1}^m v_i$ ，則數學模式(P19)如下所示：

(P19)

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n \frac{\sum_{i=1}^m v_i w_j^+}{\sum_{i=1}^m v_i} + \sum_{j=1}^n \frac{\sum_{i=1}^m v_i w_j^-}{\sum_{i=1}^m v_i} \quad (25.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s y_{rj} u_r - \theta^R \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i + \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i w_j^+ - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i w_j^- = 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (25.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (25.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i=1, \dots, m, \quad (25.3)$$

$$w_j^+ \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (25.4)$$

$$w_j^- \geq 0, \quad j=1, \dots, n. \quad (25.5)$$

令目標函數(25.0)中分母  $t = \sum_{i=1}^m v_i$ ，限制式(25.1)、(25.2)、(25.3)左右兩邊同除

$t$ ，數學模式(P20)如下所示：



(P20)

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n \frac{\sum_{i=1}^m v_i w_j^+}{t} + \sum_{j=1}^n \frac{\sum_{i=1}^m v_i w_j^-}{t} \quad (26.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{t} - \frac{\theta^R \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i}{t} + \frac{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i w_j^+}{t} - \frac{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i w_j^-}{t} = 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (26.1)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^m v_i}{t} = 1, \quad (26.2)$$

$$\frac{u_r}{t} \geq \frac{\varepsilon_r^O}{t} > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (26.3)$$

$$\frac{v_i}{t} \geq \frac{\varepsilon_i^I}{t} > 0, \quad i=1, \dots, m, \quad (26.4)$$

$$w_j^+ \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (26.5)$$

$$w_j^- \geq 0, \quad j=1, \dots, n. \quad (26.6)$$

令  $\alpha_{ij} = \frac{v_i w_j^+}{t}$ 、 $\beta_{ij} = \frac{v_i w_j^-}{t}$ 、 $U_r = \frac{u_r}{t}$ 、 $V_i = \frac{v_i}{t}$ ，數學模式(P21)如下所示：

(P21)

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \alpha_{ij} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \beta_{ij} \quad (27.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s y_{rj} U_r - \theta^R \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i + \sum_{i=1}^m x_{ij} \alpha_{ij} - \sum_{i=1}^m x_{ij} \beta_{ij} = 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (27.1)$$

$$\sum_{i=1}^m V_i = 1, \quad (27.2)$$

$$U_r \geq \frac{\varepsilon_r^O}{t} > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (27.3)$$

$$V_i \geq \frac{\varepsilon_i^I}{t} > 0, \quad i=1, \dots, m, \quad (27.4)$$

$$\alpha_{ij} \geq 0, \quad i=1, \dots, m, j=1, \dots, n, \quad (27.5)$$

$$\beta_{ij} \geq 0, \quad i=1, \dots, m, j=1, \dots, n. \quad (27.6)$$

限制式(27.3)、(27.4)仍然是屬於非線性問題，並且存在著  $\varepsilon_r^O$  和  $\varepsilon_i^I$  設定上的

問題，利用下列數學非線性轉線性的方法來解決上述問題。限制式(21.3)可知

$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0$ ，在給定下列條件下：

$$\varepsilon = \varepsilon_i^I = \varepsilon_r^O, \quad i=1, \dots, m, r=1, \dots, s. \quad (28)$$

使得所有投入項權重和加起來會得到：

$$\sum_{i=1}^m v_i \geq m\varepsilon > 0 \quad (29)$$

由目標函數(25.0)得知  $t = \sum_{i=1}^m v_i$ ，將方程式(29)取倒數可得到：

$$0 < \frac{1}{t} \leq \frac{1}{m\varepsilon} \quad (30)$$

將方程式(30)左右兩邊同乘  $\varepsilon$  則可得到：

$$0 < \frac{\varepsilon}{t} \leq \frac{1}{m} \quad (31)$$

由限制式(27.3) 可知  $U_r \geq \frac{\varepsilon_r^0}{t} > 0$ ，定義一個餘額變數  $P_r$ ，在方程式(28)的假設下

可以得到：

$$0 < U_r - P_r = \frac{\varepsilon}{t} \quad (32)$$

結合方程式(31)與方程式(32)可以得到：

$$0 < U_r - P_r \leq \frac{1}{m} \quad (33)$$

同理，由限制式(27.4)可知  $V_i \geq \frac{\varepsilon_i^1}{t} > 0$ ，定義一個餘額變數  $O_i$ ，在方程式(28)的假

設下可以得到：

$$0 < V_i - O_i = \frac{\varepsilon}{t} \quad (34)$$

結合方程式(31)與方程式(34)可以得到：

$$0 < V_i - O_i \leq \frac{1}{m} \quad (35)$$

將  $0 < U_r - P_r \leq \frac{1}{m}$ 、 $0 < V_i - O_i \leq \frac{1}{m}$  代換限制式(27.3)、(27.4)則數學模式(P22)如下

所示：

**(P22)**

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \alpha_{ij} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \beta_{ij} \quad (36.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s y_{rj} U_r - \theta^R \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i + \sum_{i=1}^m x_{ij} \alpha_{ij} - \sum_{i=1}^m x_{ij} \beta_{ij} = 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (36.1)$$

$$\sum_{i=1}^m V_i = 1, \quad (36.2)$$

$$0 < U_r - P_r \leq \frac{1}{m}, \quad r = 1, \dots, s, \quad (36.3)$$

$$0 < V_i - O_i \leq \frac{1}{m}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (36.4)$$

$$\alpha_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, \quad (36.5)$$

$$\beta_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, \quad (36.6)$$

$$U_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (36.7)$$

$$P_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (36.8)$$

$$V_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (36.9)$$

$$O_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (36.10)$$

數學線性模式(P22)是否較原本數學非線性模式(P16)求解來的好，底下舉一簡單例子，假設有 8 個受評單位，兩個投入項以及兩個產出項指標，數據如表三所示：

表三 8 個受評單位數據資料

$UOA_j$	Input		Output	
	$x_{1j}$	$x_{2j}$	$y_{1j}$	$y_{2j}$
1	2	6	8	6
2	4	8	5	3
3	7	2	8	6
4	5	8	4	5
5	10	6	6	9
6	5	6	8	9
7	8	9	10	12
8	6	4	8	6

利用 Lingo 軟體重新求解(P16)與(P22)模式，求解結果如表四所示：

表四 數學線性模式與非線性模式計算結果

數學模式	$\varepsilon_r^O$ 和 $\varepsilon_i^I$ 值	目標函數值	$u_1^*$	$u_2^*$	$v_1^*$	$v_2^*$
非線性模式(P16)	設定為 0.1	1.129668	0.1	817.9998	695.0289	926.9884
	設定為 0.01	1.129655	0.01	124.9281	106.1504	141.5624
	設定為 0.001	1.129639	0.001	43.2551	36.7549	49.0094
	設定為 0.0001	1.129632	0.0001	2987.1240	2538.2710	3384.3640
線性模式(P22)	無參數設定	0.915289	0.0001	0.5027	0.4546	0.5454

表四為比較非線性模式(P16)與線性模式(P22)計算結果，以數學線性模式去計算具有下列優點：

### 1、線性模式所求得之解會較非線性模式所求得之解來的精確

非線性模式在給定  $\varepsilon_r^O$  和  $\varepsilon_i^I$  值的情況下，所算出來的目標函數值較線性模式所算出的目標函數值大，表示在相同資料下，以線性模式所計算出來的解會較非線性模式來得更為精確。

### 2、解決 $\varepsilon_r^O$ 和 $\varepsilon_i^I$ 值設定之問題

利用非線性模式求解仍然會碰上一個問題， $\varepsilon_r^O$  和  $\varepsilon_i^I$  設定的問題。傳統 CCR 模式以及 CWA 和 MCWA 模式中並沒有辦法直接解決  $\varepsilon_r^O$  和  $\varepsilon_i^I$  設定問題，因此本研究提出之線性模式(P22)則是在假設所有產出項和投入項的  $\varepsilon_r^O$  和  $\varepsilon_i^I$  為  $\varepsilon$  的條件下，利用數學非線性轉線性的技巧，使得  $\varepsilon_r^O$  和  $\varepsilon_i^I$  值可以因為數學代數代換的方式被取代掉，在計算時就不用再考慮  $\varepsilon_r^O$  和  $\varepsilon_i^I$  值的設定問題。

### 3.2.2 距離參數 $p=2$ 之案例解析

當距離參數  $p=2$  時，利用數學模式(P23)可以求出一組共同權重  $u_r^*$  和  $v_i^*$ ，使得各個  $UOA_j$  績效值和參考水準績效值差距總和最小。根據第二章文獻探討表示績效值差距總和最小也表示為歐基里德距離最小，因此距離參數  $p=2$  也代表相較於其它距離參數而言，所有  $UOAs$  績效值和參考水準績效值變異的程度會最小。

(P23)

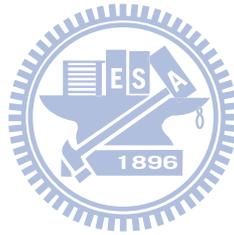
$$\text{Min} \left[ \sum_{j=1}^n (\theta^R - \theta_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (37.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} = \theta_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (37.1)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (37.2)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (37.3)$$

$$\theta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (37.4)$$



### 3.2.3 距離參數 $p=\infty$ 之案例解析

當距離參數  $p=\infty$  時，可將各個  $UOA_j$  與參考水準  $\theta^R$  績效值之差距，表示成  $\max_j |\theta^R - \theta_j|$ ，利用最小化最大績效值差距  $\min \max_j |\theta^R - \theta_j|$  的觀念，表示組織不希望表現最差的成員績效值差距太大，數學模式(P24)如下所示：

(P24)

$$\text{Min } w \quad (38.0)$$

$$\text{s.t. } |\theta^R - \theta_j| \leq w, \quad j = 1, \dots, n, \quad (38.1)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i} = \theta_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (38.2)$$

$$u_r \geq \varepsilon_r^O > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (38.3)$$

$$v_i \geq \varepsilon_i^I > 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (38.4)$$

$$\theta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (38.5)$$

$$w \geq 0. \quad (38.6)$$

第二階段在不同的距離參數  $p=1, 2, \infty$ ，以及不同距離參數所對應到的參考水準下，利用下列方程式(39)，則可以求得一組共同權重。

$$\theta_j^* = \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} U_r^*}{\sum_{i=1}^m x_{ij} V_i^*} = \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r^*}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i^*} = \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r^*}{t} = \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_r^*}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_i^*} \quad (39)$$

方程式(39)得知  $(U_r^*, V_i^*) = (u_r^*, v_i^*)$ ， $\theta_j^*$  為  $UOA_j$  在一組最佳解共同權重  $u_r^*$  和  $v_i^*$  下所求得的最佳解績效值。算出來的績效值  $\theta_j^*$  有可能大於、小於或是等於參考水準，在組織追求整體績效值變異最小之情況下，當  $\theta_j^*$  愈大表示受評單位在組織上表現的愈好。

## 4 案例分析

第四章主要分析兩個案例：第一個案例為表三 8 個受評單位數據資料，第二個案例為(Kao & Hung, 2005)所提出的台灣 17 個林區為例。首先，表五為表三 8 個受評單位在不同學者(Kao & Hung, 2005)、(劉 & 陳, 2009)以及本研究所提出的方法中，分別對於不同距離參數  $p=1$ 、 $2$ 、 $\infty$  情況下所計算出來的結果。(Kao & Hung, 2005)所提出的方法中是以自己在 CCR 模式下所計算出來的績效值當作參考水準，並且找出一組共同權重使得自己和參考水準的績效值的差距總和最小。當距離參數  $p=1$  時， $UOA_1$ 、 $UOA_3$  和  $UOA_6$  為高效；當距離參數  $p=2$  時， $UOA_6$  為高效；當距離參數  $p=\infty$  時， $UOA_3$  和  $UOA_6$  為高效。(劉 & 陳, 2009)所提出的方法中是用來改善交叉效率所產生之缺失，利用每個決策單位輪流當主角之觀念，分別找出一組權重使得其它決策單位跟主角間的績效值差距總和最小，並且利用交叉效率的觀念計算出其交叉效率值。在距離參數  $p=1$ 、 $2$ 、 $\infty$  時，其高效均為  $UOA_1$ 。本研究所提出的方法中是以整體之觀念，找出一組共同權重使得所有受評單位和組織所設定的參考水準之績效值差距總和最小。在距離參數  $p=1$ 、 $2$  時，所有受評單位均為非高效；在距離參數  $p=\infty$  時， $UOA_1$  和  $UOA_3$  為高效。以距離函數為基礎的這三種方法所跑出來的結果  $UOA_5$  均是第 6 名，績效表現最差的兩位成員是  $UOA_2$  和  $UOA_4$ ，績效表現最好的兩位成員是  $UOA_1$  和  $UOA_6$ 。在這三種方法下當距離參數  $p=2$  時，其整體變異數分別為 0.0590、0.0576 和 0.0477，由於當距離參數  $p=2$  時，是屬於歐基里德距離最小，表示所有受評單位績效值距離參

考水準變異程度最小，因此距離參數的選擇通常是以距離參數  $p=2$  會較其它距離參數來的精確，而本研究在距離參數  $p=2$  時，所計算出來的變異數均較其他學者所提出之方法來的小，故以整體觀念來衡量受評單位績效表現時，會使得受評單位的績效值距離參考水準的變異程度達到最小。



表五 8 個受評單位不同距離函數數據結果

$UO_j$	(Kao & Hung, 2005)			(劉 & 陳, 2009)			Our research		
	MAD( $p=1$ )	MSE( $p=2$ )	MAX( $p=\infty$ )	MAD( $p=1$ )	MSE( $p=2$ )	MAX( $p=\infty$ )	MAD( $p=1$ )	MSE( $p=2$ )	MAX( $p=\infty$ )
1	1.0000 (1)	0.9546 (2)	0.9542 (3)	1.0064 (1)	1.0183 (1)	1.1989 (1)	0.7216 (2)	0.8868 (2)	1.0600 (1)
2	0.3705 (8)	0.3413 (8)	0.3493 (8)	0.3293 (8)	0.3584 (8)	0.4226 (8)	0.2441 (8)	0.3096 (8)	0.4169 (7)
3	1.0000 (1)	0.9381 (3)	1.0000 (1)	0.8217 (3)	0.8765 (3)	0.8195 (3)	0.7060 (4)	0.8038 (3)	1.0599 (2)
4	0.4500 (7)	0.4564 (7)	0.4505 (7)	0.4350 (7)	0.4539 (7)	0.4356 (7)	0.3789 (7)	0.4248 (7)	0.4169 (8)
5	0.6643 (6)	0.6813 (6)	0.6868 (6)	0.6223 (6)	0.6399 (6)	0.5379 (6)	0.5788 (6)	0.6148 (6)	0.5882 (6)
6	1.0000 (1)	1.0000 (1)	1.0000 (1)	0.9256 (2)	0.9812 (2)	0.9339 (2)	0.8161 (1)	0.9174 (1)	0.9518 (3)
7	0.8506 (5)	0.8565 (4)	0.8555 (4)	0.7912 (4)	0.8352 (4)	0.7785 (5)	0.7061 (3)	0.7857 (4)	0.7963 (5)
8	0.8636 (4)	0.8153 (5)	0.8488 (5)	0.7175 (5)	0.7869 (5)	0.7798 (4)	0.6146 (5)	0.7187 (5)	0.9154 (4)
平均數	0.7749	0.7555	0.7681	0.7061	0.7438	0.7384	0.5958	0.6827	0.7757
變異數	0.0638	0.0590	0.0627	0.0545	0.0576	0.0703	0.0372	0.0477	0.0722

第二個案例分析主要是以(Kao & Hung, 2005)所提出的台灣 17 個林區為例，計算出不同距離參數  $p=1$ 、 $2$ 、 $\infty$  下林區績效的評估。其中以四個投入項和三個產出項指標，定義說明如表六所示：

表六 17 個林區投入項與產出項指標定義

No	指標名稱	符號	指標定義
1	Budget(dollars)	$x_1$	投入林區之預算
2	Initial stocking( $m^3$ )	$x_2$	評估前林地上木材的體積
3	Labour(employees)	$x_3$	雇用員工人數
4	Land(hectares)	$x_4$	土地面積
5	Main product( $m^3$ )	$y_1$	林木的採伐總量
6	Soil conservation( $m^3$ )	$y_2$	林地上木材的體積
7	Recreation(visits)	$y_3$	遊客的人數

17 個林區四個投入項與三個產出項指標的資料值如表七所示：

表七 17 個林區投入項與產出項指標資料

$UOA_j$	Input				Output		
	$x_{1j}$	$x_{2j}$	$x_{3j}$	$x_{4j}$	$y_{1j}$	$y_{2j}$	$y_{3j}$
1	51.62	11.23	49.22	33.52	40.49	14.89	3166.71
2	85.78	123.98	55.13	108.46	43.51	173.93	6.45
3	66.65	104.18	257.09	13.65	139.74	115.96	0.00
4	27.87	107.60	14.00	146.43	25.47	131.79	0.00
5	51.28	117.51	32.07	84.50	46.20	144.99	0.00
6	36.05	193.32	59.52	8.23	46.88	190.77	822.92
7	25.83	105.80	9.51	227.20	19.40	120.09	0.00
8	123.02	82.44	87.35	98.80	43.33	125.84	404.69
9	61.95	99.77	33.00	86.37	45.43	79.60	1252.62
10	80.33	104.65	53.30	79.06	27.28	132.49	42.67
11	205.92	183.49	144.16	59.66	14.09	196.29	16.15
12	82.09	104.94	46.51	127.28	44.87	108.53	0.00
13	202.21	187.74	149.39	93.65	44.97	184.77	0.00
14	67.55	82.83	44.37	60.85	26.04	85.00	23.95
15	72.60	132.73	44.67	173.48	5.55	135.65	24.13
16	84.83	104.28	159.12	171.11	11.53	110.22	49.09
17	71.77	88.16	69.19	123.14	44.83	74.54	6.14

利用(劉 & 陳, 2009)所提出的不同的距離參數  $p=1$ 、 $2$ 、 $\infty$  之交叉效率值，數據資料如表八、九、十所示，利用此資料計算出本研究第一階段不同距離參數下  $p=1$ 、 $2$ 、 $\infty$  之參考水準。第二階段利用距離函數之觀念，求出一組共同權重來衡量台灣 17 個林區在不同距離參數下其績效表現，並且和(Kao & Hung, 2005)、(劉 & 陳, 2009)所提出的距離函數方法做比較，如表十一所示。

表十一為各模式所計算出來的林區績效值，其中括號代表各林區績效值在不同模式下的排序。在 CCR 模式下主角決定一組權重使其績效值最高，計算出來得到林區 1 到林區 9 之績效值為 1 均為高效，但由於 CCR 模式是一相對績效之觀念，只能將績效值分成高效與非高效兩群，因此不能對所有林區進行績效值排序；利用 cross efficiency 之觀念，即同儕間相互評比的方式下所計算出來的交叉效率值，在以 CCR 模式為架構下，利用整體績效值平均的觀念，使得 cross efficiency 所計算出來的績效值較 CCR 模式下所計算出來的績效值來的小，其中績效值第 1 名為林區 6，其績效值為 0.8250，最值得注意的是林區 7 從原本 CCR 模式下績效值為第 1 名到 cross efficiency 模式下之第 14 名，其績效值也由 1 到 0.4795。以 cross efficiency 為績效衡量基礎情況下，並沒有考慮到每個非高效林區的參考對象並不完全相同，因此並不能以各個主角所決定的一組權重代入，來求出各個林區的交叉效率值來進行排序；(Kao & Hung, 2005)利用距離函數的觀念，在不同距離參數  $p=1$ 、 $2$ 、 $\infty$  的情況下，求出一組共同權重使主角自己在 CCR 模式下所求得之績效值差距總和最小。其中績效表現最好的成員分別為林區 1 和 2；績效表現最差的成員為林區林區 13 和 17，而在距離參數  $p=2$  時，其整體平均數與變異數分別為 0.8189 和 0.0222；(劉 & 陳, 2009)提出的三階段程序中，以 CCR 輪流當主角之觀念分別求得主角之權重，使得主角  $DMU_k$  績效值和其它 DMUs 績效值差距總和最小，並且利用交叉效率的觀念求得各個  $DMU_j$  之交叉效率值。此時績效表現最好的成員分別為林

區 1 和 2；績效表現最差的成員分別為林區 16 和 17，而在距離參數  $p=2$  時，其整體平均數與變異數分別為 0.9095 和 0.0215。在此模式下除了改善原先 cross efficiency 缺點外，也是將非高效決策單位為主角時，將非其參考對象之決策單位也納入績效衡量，此模式決策單位輪流當主角時，不管在距離參數  $p=1$ 、 $2$ 、 $\infty$  情況下，分別求得主角之一組權重，也較原先(Kao & Hung, 2005)模式中所求得之一組共同權重，所計算出來之整體平均數均較為優異，同時也解決高效受評單位間相同名次問題；本研究所提出來的二階段程序，延伸(劉 & 陳, 2009)的觀念，以組織所設定的目標當作所有受評單位之參考水準，在距離參數  $p=1$ 、 $2$ 、 $\infty$  情況下，參考水準分別為 0.8645、0.9095 和 0.9214。以此參考水準為基準下，求出一組共同權重使得各個  $UOA_j$  距離組織所設定的參考水準績效值差距總和最小。原先林區 1 所計算出來的績效值，在(Kao & Hung, 2005)、(劉 & 陳, 2009)所提出的模式中排名均為第 1，在本研究所提出的以組織整體績效最好為目標之情況下，卻使得其排名大幅改變，而在距離參數  $p=2$  時，其整體平均數與變異數分別為 0.8891 和 0.0189，也較其它模式變異數來的小，表示利用此模式以組織整體績效衡量最好為出發點時，也會使得受評單位距離組織設定之目標最靠近，同時也會使得組織整體績效值變異達到最小。



表八 距離參數  $p=1$  算出之  $\theta_{kj}^*$  數據資料

		$DMU_j$																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$DMU_k$	1	1.0000	1.1405	0.9955	0.9992	1.1417	1.0005	0.8159	1.0343	0.7991	0.9993	0.7544	0.8696	0.7518	0.8524	0.7100	0.5594	0.7026
	2	0.9998	1.0000	0.9998	0.9997	1.0069	0.9996	0.8620	0.8349	0.6826	0.8795	0.6561	0.7103	0.6227	0.7120	0.7208	0.6623	0.5827
	3	1.0080	1.1035	1.0000	0.9684	1.1094	0.9716	0.7892	1.0002	0.7816	0.9646	0.7222	0.8459	0.7254	0.8257	0.6815	0.5381	0.6873
	4	1.1028	1.1221	0.8507	1.0000	1.1461	0.9711	0.8676	0.9732	0.8071	0.9698	0.6957	0.8706	0.7033	0.8279	0.7097	0.5089	0.6868
	5	0.9932	1.0694	0.8881	0.9999	1.0000	0.8918	0.8949	0.9997	0.6569	0.9566	0.7672	0.7623	0.7065	0.7685	0.7872	0.7612	0.6145
	6	1.1283	1.1805	1.0633	1.0359	1.1853	1.0000	0.8491	1.0799	0.8437	1.0296	0.7653	0.9132	0.7746	0.8845	0.7253	0.5723	0.7447
	7	0.9984	0.7288	0.1728	0.9996	0.7992	0.6958	1.0000	0.5120	0.7264	0.6177	0.3990	0.5375	0.3630	0.4862	0.6097	0.2471	0.3156
	8	1.0101	1.1484	0.9999	0.9999	1.1928	1.0794	0.7837	1.0000	0.8509	0.9989	0.7328	0.8834	0.7475	0.8654	0.6780	0.4977	0.7066
	9	1.0083	1.2110	1.0000	1.0001	1.3676	1.4103	0.7002	0.9699	1.0000	1.0468	0.7459	0.9317	0.7870	0.9374	0.6222	0.3947	0.7165
	10	0.9423	1.0626	0.9342	1.0144	0.9942	0.8434	0.9403	1.0061	0.6540	0.9403	0.7299	0.7813	0.6892	0.7623	0.7818	0.7699	0.6465
	11	1.3371	1.2178	0.9320	1.0598	1.1010	0.9346	0.9352	1.2331	0.7078	1.1019	0.9346	0.8751	0.8508	0.8918	0.8707	0.8321	0.6962
	12	1.3269	1.1928	1.1448	0.9999	1.3755	1.2651	0.7148	0.7000	1.1000	0.9981	0.6277	0.8290	0.7478	0.9349	0.5516	0.3627	0.8082
	13	1.0997	1.1075	0.8948	0.9290	0.9949	0.8559	0.7997	1.1468	0.6333	1.0100	0.8858	0.7891	0.7997	0.8198	0.7748	0.7517	0.6277
	14	1.0025	1.2856	1.0004	1.0005	1.4300	1.8054	0.6713	1.0088	1.0011	1.1542	0.9453	0.9040	0.8985	0.7733	0.6877	0.4420	0.6696
	15	1.0581	1.0300	0.7627	0.9443	0.9316	1.0581	0.8776	1.0309	0.5982	0.9217	0.7491	0.7537	0.6914	0.7434	0.7627	0.7388	0.6069
	16	1.3426	1.0036	0.7900	0.9028	0.8992	0.7327	0.8361	1.0325	0.5743	0.9011	0.7435	0.7349	0.6857	0.7280	0.7379	0.7435	0.5979
	17	1.2597	0.9237	1.0189	0.8727	0.9332	0.7220	0.7917	0.8840	0.7115	0.7794	0.5157	0.7775	0.5716	0.6873	0.5614	0.4879	0.6873
$\Omega_j^*$	1.0952	1.0899	0.9087	0.9839	1.0946	1.0140	0.8311	0.9674	0.7723	0.9570	0.7277	0.8099	0.7127	0.7942	0.7043	0.5806	0.6528	

表九 距離參數  $p=2$  算出之  $\theta_{kj}^*$  數據資料

	$DMU_j$																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$DMU_k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1.0000	1.2345	1.0529	1.1269	1.1366	0.9712	1.0169	1.2029	0.7344	1.1049	0.8956	0.8945	0.8303	0.8938	0.8973	0.8865	0.7294
2	1.3386	1.0000	1.0021	0.9583	0.9527	0.8058	0.8842	0.9436	0.6468	0.8770	0.6601	0.7523	0.6417	0.7214	0.7137	0.7054	0.6391
3	1.0166	1.2342	1.0000	1.1282	1.1328	0.9698	1.0198	1.2019	0.7326	1.1064	0.9011	0.8899	0.8301	0.8920	0.9036	0.8840	0.7192
4	1.2145	1.1896	1.0657	1.0000	1.0742	0.9286	0.8606	1.2332	0.6926	1.0820	0.9395	0.8526	0.8568	0.8817	0.8263	0.8246	0.6902
5	1.3315	0.9998	0.9062	0.9946	1.0000	0.8028	0.9216	1.2153	0.6464	1.0192	0.8549	0.8339	0.7883	0.8262	0.8246	0.8494	0.6826
6	1.0186	1.2399	1.0539	1.1320	1.1474	1.0000	1.0104	1.1912	0.7421	1.1114	0.9037	0.8904	0.8338	0.8972	0.9006	0.8818	0.7217
7	1.0166	1.2328	1.0548	1.1167	1.1345	0.9760	1.0000	1.2034	0.7340	1.1055	0.9022	0.8902	0.8342	0.8943	0.8922	0.8802	0.7242
8	1.0049	1.1675	1.0280	1.1599	1.1417	1.0817	1.0274	1.0000	0.7489	1.0328	0.7893	0.8251	0.7354	0.8281	0.8658	0.8066	0.6669
9	1.1798	1.0281	0.9970	1.2136	1.3699	1.1271	1.0052	1.1640	1.0000	1.1397	0.7987	1.0583	0.8291	0.9893	0.8059	0.5534	0.8322
10	0.9629	1.0671	1.0128	1.0130	1.0044	0.8429	0.9362	1.0166	0.6657	0.9403	0.7211	0.7963	0.6919	0.7694	0.7696	0.7625	0.6694
11	0.9427	1.1920	0.9843	1.0190	1.0839	0.9523	0.8760	1.1971	0.6955	1.0837	0.9346	0.8452	0.8460	0.8776	0.8392	0.8117	0.6733
12	1.2104	1.0898	0.8497	1.0086	1.0258	0.8365	0.9196	1.0586	0.7175	0.9595	0.7357	0.8290	0.7096	0.7937	0.7634	0.6660	0.6737
13	1.0742	1.0768	0.9161	0.8734	0.9794	0.9037	0.7172	1.0973	0.6421	0.9914	0.8991	0.7488	0.7997	0.8059	0.7312	0.6939	0.5882
14	1.1007	1.0412	0.8858	0.8446	0.9470	0.8755	0.6936	1.0625	0.6251	0.9588	0.8694	0.7241	0.7733	0.7733	0.7071	0.6711	0.5688
15	1.1682	1.0171	0.7793	0.9700	0.9411	0.8082	0.9024	0.9728	0.6383	0.9057	0.7150	0.7377	0.6623	0.7273	0.7627	0.7344	0.5956
16	0.9896	0.9954	0.7927	0.8967	0.8917	0.7314	0.8319	1.0299	0.5835	0.8939	0.7365	0.7291	0.6796	0.7221	0.7329	0.7435	0.5948
17	1.4253	1.1574	0.9186	0.9972	1.0720	0.9078	0.8628	1.1689	0.7494	1.0375	0.8514	0.8577	0.7997	0.8577	0.7872	0.6983	0.6873
$\Omega_j^*$	1.1174	1.1155	0.9588	1.0266	1.0609	0.9130	0.9109	1.1152	0.7056	1.0206	0.8299	0.8326	0.7731	0.8324	0.8072	0.7678	0.6739

表十 距離參數  $p=\infty$  算出之  $\theta_{kj}^*$  數據資料

	$DMU_j$																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
<b>1</b>	1.0000	1.2198	1.2198	1.1655	1.1754	0.9922	1.0592	1.1289	0.7803	1.0665	0.7965	0.9211	0.7803	0.8823	0.8554	0.8177	0.7803
<b>2</b>	1.3298	1.0000	1.1587	0.8970	0.9487	0.7934	0.7978	0.9998	0.6679	0.8790	0.6721	0.7685	0.6681	0.7388	0.6681	0.6753	0.6681
<b>3</b>	1.1952	1.2239	1.0000	1.1200	1.1376	0.9001	1.0344	1.2239	0.7763	1.0773	0.8307	0.9408	0.8056	0.8941	0.8551	0.7761	0.7762
<b>4</b>	1.2585	1.2350	1.2585	1.0000	1.1533	1.0232	0.8173	1.2585	0.7782	1.1170	0.9565	0.9036	0.8996	0.9348	0.7910	0.7415	0.7415
<b>5</b>	1.3021	1.0626	1.0918	0.9663	1.0000	0.7967	0.8861	1.0754	0.7009	0.9293	0.7007	0.8316	0.7007	0.7822	0.7180	0.7007	0.7176
<b>6</b>	1.2159	1.2172	1.2173	1.1467	1.1780	0.9998	1.0279	1.1359	0.8079	1.0640	0.7933	0.9248	0.7825	0.8858	0.8366	0.7825	0.7825
<b>7</b>	1.2142	1.2123	1.2122	1.1122	1.1535	0.9527	1.0000	1.1763	0.7878	1.0635	0.8074	0.9277	0.7955	0.8882	0.8267	0.7876	0.7876
<b>8</b>	1.2280	1.2207	1.2521	1.2293	1.2521	1.1731	1.0617	1.0000	0.8018	1.0586	0.7606	0.8974	0.7479	0.8733	0.8487	0.7479	0.7479
<b>9</b>	1.3527	1.2530	1.3334	1.3525	1.3525	1.1459	1.2379	1.0373	1.0000	1.0418	0.6474	1.0245	0.7150	0.9035	0.8031	0.6474	0.8915
<b>10</b>	1.1452	1.0656	1.1632	0.9435	0.9828	0.7940	0.8645	1.1404	0.7225	0.9403	0.7305	0.8289	0.7224	0.7891	0.7224	0.7512	0.7224
<b>11</b>	0.7735	1.0014	1.3062	0.7301	0.9481	1.0293	0.5371	0.9875	0.6063	0.9387	0.9346	0.6743	0.8185	0.7819	0.6020	0.5684	0.5369
<b>12</b>	1.4953	1.0655	1.1622	0.9435	0.9828	0.7810	0.8645	1.1270	0.6857	0.9391	0.7302	0.8290	0.7224	0.7883	0.7219	0.7494	0.7222
<b>13</b>	1.2209	1.0260	1.4050	0.7733	0.9678	0.9317	0.5949	1.0641	0.6593	0.9403	0.8553	0.7372	0.7997	0.7976	0.6135	0.6029	0.6164
<b>14</b>	0.9750	1.0738	1.0791	1.0359	1.0271	0.8684	0.9559	1.0008	0.6856	0.9403	0.7046	0.8071	0.6857	0.7733	0.7674	0.7555	0.6857
<b>15</b>	1.0579	1.0729	1.0874	1.0256	1.0223	0.8600	0.9457	1.0138	0.6895	0.9403	0.7072	0.8093	0.6893	0.7749	0.7627	0.7551	0.6893
<b>16</b>	1.4897	1.0659	1.1442	0.9440	0.9836	0.7798	0.8650	1.1269	0.6874	0.9391	0.7294	0.8304	0.7220	0.7887	0.7215	0.7435	0.7218
<b>17</b>	1.2069	1.0581	1.3128	0.9782	1.0507	0.9616	0.8338	0.9646	0.7342	0.9261	0.6899	0.7942	0.6873	0.7768	0.6993	0.6758	0.6873
$\Omega_j^*$	1.2036	1.1220	1.2002	1.0214	1.0774	0.9284	0.9049	1.0859	0.7395	0.9883	0.7675	0.8500	0.7496	0.8267	0.7537	0.7223	0.7221

表十一 17 個林區不同距離函數數據結果

District	CCR	cross efficiency	(Kao & Hung, 2005)			(劉 & 陳, 2009)			Our research		
			MAD( $p=1$ )	MSE( $p=2$ )	MAX( $p=\infty$ )	MAD( $p=1$ )	MSE( $p=2$ )	MAX( $p=\infty$ )	MAD( $p=1$ )	MSE( $p=2$ )	MAX( $p=\infty$ )
1	1.0000 (1)	0.7485 (3)	1.0000 (1)	1.0000 (1)	1.0000 (1)	1.0952 (1)	1.1174 (1)	1.2036 (1)	0.8621 (10)	0.9222 (8)	1.1135 (3)
2	1.0000 (1)	0.7423 (4)	1.0000 (1)	1.0000 (1)	1.0000 (1)	1.0899 (3)	1.1155 (2)	1.1220 (3)	1.1399 (2)	1.1224 (1)	1.1152 (2)
3	1.0000 (1)	0.6449 (6)	1.0000 (1)	0.9989 (3)	0.7231 (11)	0.9087 (8)	0.9588 (7)	1.2002 (2)	0.8643 (7)	0.9573 (6)	1.1153 (1)
4	1.0000 (1)	0.6387 (7)	1.0000 (1)	0.9927 (4)	0.8984 (4)	0.9839 (5)	1.0266 (5)	1.0214 (6)	0.9841 (5)	1.0248 (4)	1.0308 (6)
5	1.0000 (1)	0.7764 (2)	0.9747 (5)	0.9866 (5)	1.0000 (1)	1.0946 (2)	1.0609 (4)	1.0774 (5)	1.0363 (3)	1.0336 (3)	1.0632 (5)
6	1.0000 (1)	0.8250 (1)	0.8524 (9)	0.9123 (6)	0.8692 (7)	1.0140 (4)	0.9130 (8)	0.9284 (8)	0.8645 (6)	0.8840 (9)	0.8766 (9)
7	1.0000 (1)	0.4795 (14)	0.9244 (6)	0.8849 (7)	0.7432 (9)	0.8311 (9)	0.9109 (9)	0.9049 (9)	0.8638 (8)	0.9247 (7)	0.9313 (8)
8	1.0000 (1)	0.6217 (8)	0.8954 (7)	0.8707 (9)	0.8939 (5)	0.9674 (6)	1.1152 (3)	1.0859 (4)	1.1580 (1)	1.0934 (2)	1.0770 (4)
9	1.0000 (1)	0.5542 (10)	0.6619 (14)	0.6690 (14)	0.7230 (12)	0.7723 (12)	0.7056 (16)	0.7395 (15)	0.6734 (16)	0.6690 (16)	0.7267 (16)
10	0.9403 (10)	0.6594 (5)	0.8721 (8)	0.8768 (8)	0.8761 (6)	0.9570 (7)	1.0206 (6)	0.9883 (7)	1.0277 (4)	1.0046 (5)	0.9767 (7)
11	0.9346 (11)	0.5147 (12)	0.6398 (15)	0.6518 (15)	0.6577 (13)	0.7277 (13)	0.8299 (12)	0.7675 (12)	0.8635 (9)	0.8141 (11)	0.7367 (13)
12	0.8290 (12)	0.5328 (11)	0.7456 (10)	0.7282 (10)	0.7594 (8)	0.8099 (10)	0.8326 (10)	0.8500 (10)	0.8317 (12)	0.8131 (12)	0.8550 (10)
13	0.7997 (13)	0.4948 (13)	0.6229 (17)	0.6260 (16)	0.6453 (14)	0.7127 (14)	0.7731 (14)	0.7496 (14)	0.7953 (14)	0.7548 (15)	0.7275 (14)
14	0.7733 (14)	0.5566 (9)	0.7140 (12)	0.7142 (12)	0.7406 (10)	0.7942 (11)	0.8324 (11)	0.8267 (11)	0.8393 (11)	0.8126 (13)	0.8156 (11)
15	0.7627 (15)	0.4529 (15)	0.7245 (11)	0.7210 (11)	0.6410 (15)	0.7043 (15)	0.8072 (13)	0.7537 (13)	0.7986 (13)	0.8159 (10)	0.7627 (12)
16	0.7435 (16)	0.3381 (17)	0.6996 (13)	0.6811 (13)	0.4665 (17)	0.5806 (17)	0.7678 (15)	0.7223 (16)	0.7350 (15)	0.8059 (14)	0.7262 (17)
17	0.6873 (17)	0.4160 (16)	0.6310 (16)	0.6068 (17)	0.5908 (16)	0.6528 (16)	0.6739 (17)	0.7221 (17)	0.6618 (17)	0.6630 (17)	0.7270 (15)
平均數			0.8211	0.8189	0.7781	0.8645	0.9095	0.9214	0.8823	0.8891	0.9045
變異數			0.0216	0.0222	0.0241	0.0266	0.0215	0.0295	0.0208	0.0189	0.0247

本研究分別比較三個模式間之差異，首先(Kao & Hung, 2005)所提出的方法是在CCR 模式下，主角以自己為參考水準，求得一組共同權重使得主角自己愈靠近自己所設定之參考水準；(劉 & 陳, 2009)所提出的方法則是以CCR 模式下，同樣是以主角自己為參考水準，透過輪流當主角使其它 DMUs 靠近所求得的主角之一組權重，最後利用交叉效率的觀念，計算出交叉效率值並且排序；本研究所提出的方法則是延續(劉 & 陳, 2009)之觀念，利用不同距離參數下所求得之交叉效率值加總取其平均，來當作組織所設定之參考水準，會求得一組共同權重使得所有 UOAs 會往組織所設定的目標靠近，並且解決原先(Kao & Hung, 2005)求得一組共同權重後，造成受評單位排名相同之情況。另外在距離參數  $p=1$  時，利用非線性轉線性之技巧，使得原先需要設定的阿基米德常數會被其它變數取代掉，並且使得轉換後之線性模式求解會較原先非線性模式求解來得更加精確。考慮組織整體績效值變異而言，本研究所得到的績效值變異數會較其它方法小，也就表示組織在以整體績效最好為追求目標下，變異數愈小會得到一較客觀公正的績效評估方式。將此三種方法衡量績效表現上的相同和相異處整理如表十二所示：

表十二 三種方法在衡量績效表現的相同和相異處

方法	相同		相異			
	衡量基礎	目標設定	主要觀念	評比對象	權重個數	計算上
(Kao & Hung, 2005)	距離函數	參考水準	共同權重	自己和自己	一組	較快
(劉 & 陳, 2009)	距離函數	參考水準	輪流當主角	主角和其他成員	視主角個數	較慢
Our research	距離函數	參考水準	共同權重	整體成員	一組	較快

## 5 結論與未來研究機會

績效評估乃是管理者在組織績效管理上面是很重要的一環。以績效的定義而言是有效的利用組織的資源，以提供有效益的服務或產品。績效的評估通常是利用組織指標的訂定所衡量出來的，從單一指標到多指標的績效衡量上面，指標權重如何訂定就變得是管理者在績效衡量上面所需面臨到的問題。

傳統的 DEA 在衡量組織績效來說，是利用各個決策單位以自我評估的方式，將績效值分為高效與非高效兩群，是屬於相對的績效衡量方式，並不能幫助管理者決定哪一個決策單位表現最好，因此共同權重的觀念延伸出來，主要目的是提供一客觀公正的方式，來幫助管理者評估受評單位的績效表現並且加以排序。

本篇論文是為了解決各個受評單位間之績效排序問題，提出了二階段程序來衡量受評單位間的績效表現。第一階段是利用所有 DMUs 之交叉效率值加總取平均的觀念，來當作組織所設定的參考水準。第二階段則是利用共同權重和距離函數的觀念，求得一組共同權重使得所有 UOAs 都能向組織所設定的參考水準靠近，當愈靠近時會使得組織整體績效值變異最小。

組織在以多項指標進行受評單位評比時，可以針對本研究所提出模式，利用最小化最大績效值差距的觀念來幫助管理者進行績效評比，最後，本篇論文所提出來的利用非線性轉線性的技巧雖然可以解決  $\varepsilon_r^O$  和  $\varepsilon_i^I$  值設定的問題，在應用上面仍然會受到投入項指標和產出項指標的個數影響，未來可以針對指標個數上面進行敏感度分析。

## 參考文獻

- Adler, N., Friedman, L. & Sinuany-Stern, Z., 2002. Review of ranking methods in the data envelopment analysis context. *European Journal of Operational Research*, pp.249-265.
- Andersen, P. & Petersen, N.C., 1993. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, pp.1261-1264.
- Charnes, A., Cooper, W.W. & Rhodes, E., 1978. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, pp.429-444.
- Cook, W.D., Roll, Y. & Kazakov, A., 1990. A DEA model for measuring the relative efficiency of highway maintenance patrols. *INFOR*, pp.113-124.
- Doyle, J. & Green, R., 1994. Efficiency and cross-efficiency in DEA: derivations, meanings and uses. *Journal of the Operational Research Society*, pp.567-578.
- Farrell, M.J., 1957. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, pp.253-290.
- Kao, C. & Hung, H.-T., 2005. Data envelopment analysis with common weights: the compromise solution approach. *Journal of the Operational Research Society*, pp.1196-1203.
- Liu, F.-H.F. & Peng, H.-H., 2008. Ranking of units on the DEA frontier with common weights. *Computers & Operations Research*, pp.1624-1637.
- Liu, F.-H.F., Peng, H.-H. & Chang, H.-W., 2006. Ranking DEA efficient units with the most compromising common weights. *The Sixth International Symposium on Operations Research and Its Applications*, pp.219-234.
- Roll, Y., Cook, W.D. & Golany, B., 1991. Controlling factor weights in data envelopment analysis. *IIE Transactions*, pp.2-9.
- 劉復華. & 陳俊宏., 2009. 多項績效指標之三階段評估程序. 國立交通大學工業工程與管理學系碩士論文.