

國立交通大學
工業工程與管理學系

碩士論文

應用 Stackelberg 模型於價高量多市場之
兩階層供應鏈合約設計研究



**Applying the Stackelberg Model to Contract
Design for a Two-tier Supply Chain in the
Market of Positive Relationship between Price
and Quantity**

研究生：許修齊

指導教授：洪一薰 博士

中華民國九十九年四月

應用 Stackelberg 模型於價高量多市場之兩階層供應鏈合
約設計研究

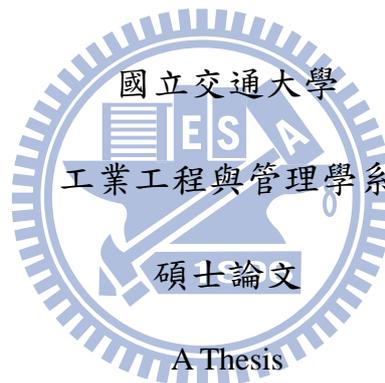
Applying the Stackelberg Model to Contract Design for a
Two-tier Supply Chain in the Market of Positive Relationship
between Price and Quantity

研究生：許修齊

Student：Shio-Chyi Hsu

指導教授：洪一薰 博士

Advisor：Dr. I-Hsuan Hong



Submitted To Department of Industrial Engineering and Management

College of Management

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master

in

Industrial Engineering

April 2010

Hsin-Chu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年 四 月

應用 Stackelberg 模型於價高量多市場之兩階層供應鏈合約 設計研究

研究生：許修齊

指導教授：洪一薰 博士

國立交通大學工業工程與管理研究所碩士班

摘 要

社會活動中，尤其是商業活動，不論是個人對個人之間的買賣行為，企業對個人的僱用行為，乃至於企業對企業的合作互動，都需要一個合理且有效力的規範。一項商品的生產，供應鏈的物流從原物料開始，包含採買、中間的轉換、運送，直到製造出成品，之後販賣到最終市場。產品生產的流程是需要經過相當數目的企業，主要包括原物料商、製造商、通路商、零售商等，最後才是消費者。所有有關係的企業彼此之間都具有合約設計的問題。現實條件中，絕大多數供應鏈的組成非整合式的供應鏈。透過有效的合約設計，可以協調非整合供應鏈成員之間的意見，同時在整體的表現上更接近整合式之供應鏈。本研究中合約設計的概念是以 Stackelberg 模型為理論基礎，合約成員包含設計合約的先行決策者，以及接受合約的決策跟隨者，探討在不同的合約設計模型下，所產生的影響。本研究著眼設計供應鏈中之合約模型，為簡化供應鏈，將多階層(multi-tier)結構縮減為兩階層(two-tier)結構，兩階層成員以物流方向分為上游及下游，上游設計合約，並在下游出價後決定產品數量，是為先行者；下游根據合約內容決定購買價格，並將自上游購得產品販賣給消費者，是為跟隨者。從最常被應用的線性函數合約開始討論，建構不同之合約設計模型，並就可能結果做適切之討論分析，同時賦予模型合理之經濟意涵。

關鍵字：Stackelberg 模型，兩階層，正比關係

Applying the Stackelberg Model to Contract Design for a Two-tier Supply Chain in the Market of Positive Relationship between Price and Quantity

Student: Shio-Chyi Hsu

Advisor: Dr. I-Hsuan Hong

Department of Industrial Engineering and Management
National Chiao Tung University

ABSTRACT

Using contracts is a common way within members including companies and individuals, who have close business relationships with others and try to reach acceptable agreements concerning commercial interactions. A well-designed contract is a quite serious matter to companies in supply chains because the ultimate goal for any company is to earn profits. Most supply chains are decentralized and are composed of material suppliers, manufacturers, retailers, distributors, etc. Therefore, the contract design in supply chains is a coordination mechanism that provides an approach for members in decentralized supply chains where members independently make their own decisions. In this paper, we construct a contract design model which is based on the Stackelberg model. For simplicity, we initially consider a two-tier supply chain consisting of an upstream and a downstream member, where the upstream member is the leader to design the contract and the downstream member is the follower to determine the acquisition price. We design several different contract models and then derive the best response and the corresponding profits for both members.

Key words: Stackelberg model, Two-tier, Positive Relationship

謝 誌

當洪一薰老師將論文的審定書交到我手上，伸出他的右手將我的手緊握著，手中傳來的力道，並且對我說著恭喜畢業，在這當下我才感受到論文完成的實感。這幾年來的一切一切，彷彿在腦中一幕幕地浮現出來，種下的種子終於在這一刻開花結果了。

本論文從最初的想法，經過中途不斷的修改，乃至於最後的完成，最最感謝的就是我的指導教授洪一薰博士，以及他不厭其煩的諄諄教誨。在論文遇到瓶頸的時候，他總是提供我不同的方向，指引我一步步的走下去。同時，不單單是一位老師的身份，更像一個朋友的角色，總是適時的給我建議，積極的處理研究上所面臨到的問題。能在老師的指導之下度過碩士生涯，實在倍感榮幸。另外，還要感謝陳文智教授、蘇哲平教授以及吳政鴻教授。在論文口試的期間，不吝指導，給予本篇論文許多指教，讓我實覺獲益良多，亦讓本論文能夠順利完成。在此，對這幾位老師致上最高的敬意。

其實，要感謝的人相當多，首先是潤生跟志賢，以及實驗室的志鋒學長、宜庭、佩宜、宜璇和峻銘。跟我一起討論論文的點點滴滴，或是聽我無厘頭的碎碎念，讓我紓解壓力。有你們的陪伴，充實著我的碩士生活。

另外，士豪、明榮、學榮，謝謝你們在我初到新竹，一直到我論文完成的這段期間，持續的給我各種不同的關懷與鼓勵，讓我在這段路上努力不懈的向前邁進。

最後我最要感謝的，還是我的家人，我的媽媽與哥哥姊姊們。沒有你們在我背後支持，讓我沒有後顧之憂，可以在我的學業上精益求精。我將不會辜負你們的期望，在不久的將來，成為你們的驕傲，讓你們為我感到光榮。

誌於

交通大學工業工程與管理學系

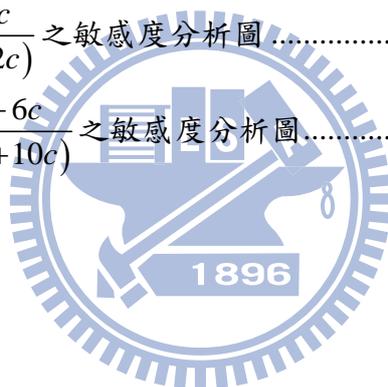
中華民國九十九年四月

目錄

摘要	i
ABSTRACT.....	ii
圖目錄	v
表目錄	vi
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究目的.....	5
1.3 研究架構及方法.....	5
第二章 文獻回顧	7
第三章 合約制定之基本模型	12
3.1 研究方法解釋與問題描述.....	12
3.1.1 問題描述與背景.....	12
3.1.2 研究方法解釋.....	15
3.2 研究假設與模型符號表示及其定義.....	16
3.2.1 研究假設.....	16
3.2.2 模型符號表示及定義.....	17
3.3 合約模型一 線性模型.....	18
3.3.1 數量獎勵之線性模型.....	18
3.3.2 無數量獎勵之線性模型.....	25
3.3.3 數量獎勵合約與無數量獎勵合約之比較.....	28
3.4 合約模型二 折線式混合模型.....	30
3.4.1 折線之模型研究動機與概念解釋及相關意義.....	30
3.4.2 折線式混合模型.....	34
3.5 模型結果整理.....	40
第四章 模型綜合比較與數值案例及其相關敏感度分析	43
4.1 模型結果綜合比較.....	43
4.2 數值案例敏感度分析.....	49
4.2.1 各模型利潤之敏感度分析.....	49
4.2.2 決策變數敏感度分析.....	54
第五章 結論與未來研究方向	58
5.1 結論.....	58
5.2 未來研究方向.....	59
參考文獻	60

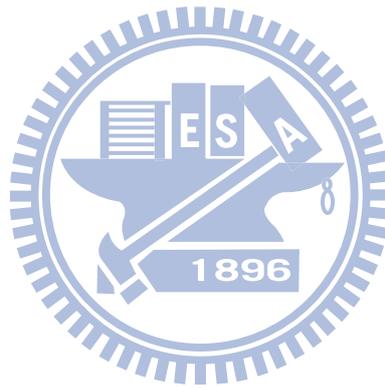
圖目錄

圖 1 兩階層合約設計示意圖.....	15
圖 2 數量獎勵模型之決策時間軸.....	19
圖 3 無數量獎勵模型之決策時間軸.....	25
圖 4 不同斜率組合之折線圖形.....	30
圖 5 兩段式混合模型之決策時間軸.....	35
圖 6 座標平移示意圖.....	37
圖 7 三種模型成立分界與利潤大小比較圖.....	48
圖 8 $2c < r < 4c$ 下固定 c 變動 r 之利潤分析圖:(a)整體供應鏈 (b)上游製造商....	49
圖 9 $r > 4c$ 下固定 c 變動 r 之利潤分析圖:(a)整體供應鏈 (b)上游製造商	50
圖 10 $2c < r < 4c$ 下固定 r 變動 c 之利潤分析圖:(a)整體供應鏈 (b)上游製造商..	51
圖 11 $r > 4c$ 下固定 r 變動 c 之利潤分析圖:(a)整體供應鏈 (b)上游製造商	51
圖 12 三模型在(1) $2c < r < 4c$ 、(2) $r > 4c$ 限制下利潤差異比較圖: (a)上游製造商 (b)整體供應鏈.....	54
圖 13 決策變數 $b = \frac{r-2c}{s(r+2c)}$ 之敏感度分析圖	55
圖 14 決策變數 $b_2 = \frac{3r-6c}{s(3r+10c)}$ 之敏感度分析圖.....	56



表目錄

表 1 數量獎勵模型相關結果整理.....	24
表 2 無數量獎勵模型結果總整理.....	27
表 3 折線式混合模型結果整理 part A.....	36
表 4 折線式混合模型結果整理 part B.....	39
表 5 線性模型合約總整理.....	40
表 6 折線式混合模型合約整理.....	41



第一章 緒論

1.1 研究背景與動機

舉凡人類社會開始有各式各樣的活動之後，不論是商業化的或者非商業化的活動，雙方總是期望在進行活動的當中，達成所想要獲得的利益，或者是想要達成的目標。這個目標，可能是實際獲利上的增加，也有可能是某些優勢的獲得。在這個前提目標之下，雙方相互協調之下，透過彼此重複溝通之下，以及可能的要求和妥協之後，取得彼此之間的共識。或許，最終的結果並非最有利的情況，但卻是雙方都可以接受的結果。在商業活動之中，包含許多的買賣行為，不管是賣的一方，或者是買的一方，需要考慮的變數是相當的多。而這些想法，很多時候並沒有辦法單純只用口頭的形式，作為實際上的紀錄。因此，利用有條理的文字，如法條或是規範，切實的紀錄相關約定。如果討論的內容是與數量以及價格方面有關的互相轉換，加入並運用合理的數學模式做適當描述是勢在必行。因此，有效地利用文字紀錄，以及相關的數學模式，同時在法律上具有一定程度約束力的文件，可稱之合約。公司簽訂合約之時，倘若沒有詳細地對合約的制定，有一定程度的謹慎思考時，很有可能會在不知不覺中簽訂不利的合約，失去了制定合約的原有意義。制定一份好的合約，可以讓公司更有效率的應用，人力、金錢、資源。同時，也可以跟往來的公司，建立起一定程度的信賴關係。

合約設計(contract design)，即是為了產生一個合理條約，使得具有利害關係的雙方在彼此都可以接受範圍內，制定出規範，以及詳細的說明合約的內容。同時，一份合約的制定可能包含了文字，數學函數，合作的方法等等，其實用性可以從一些商業活動中窺知。一份有關商業活動的合約制定，所牽扯到的範疇，不僅是只有簽訂合約的雙方，可能牽扯到的是龐大現金的流動。若公司簽訂了不良

的合約，影響了整個公司收益，也可能是導致公司員工的解僱、失業等等問題發生的可能原因。公司跟其合作夥伴簽訂適切的合約的例子，相當的多。其中，不乏一些相當知名的企業。如昇陽(Sun Microsystems)公司與其供應商簽訂有關購買該公司所需的鍵盤、螢幕，電腦周邊零件等等之合約(Farlow et al. 1995)；Nippon Otis 著名的電梯製造公司提供數量彈性化合約給供應該公司生產電梯有關的零件跟開關的供應商 Tsuchiya (Lovejoy 1999)。更多導入合約設計的公司，如汽車工業的豐田汽車亦使用數量彈性化合約(Lovejoy 1999)，電腦業的 IBM 跟其零件製造供應商(Connors et al. 1995)，在 Tsay (1999)中也提及到，如惠普(Hewlett Packard)、康柏(Compaq)跟提供記憶晶片(memory chips)的供應商等等亦使用數量彈性化合約。

本論文主要探討的內容是，整個供應鏈中各個成員彼此之間，基於追求自身公司的利益最大的條件要求下，並且成員中的身份具有先行者，以及對應之跟隨者的關係，此一先行-跟隨關係(leader-follower relationship)，恰符合 Stackelberg 之假設。因此，本論文根據此關係，應用 Stackelberg 模型理論，制定相關成員的合約。一般而言，供應鏈通常包含的成員有：提供原物料的供應商，將原物料轉換成產品的製造商，運送產品的物流商，販售產品的零售商。另外，根據產品製程的複雜程度，供應鏈中還會增加零件製造或是組成等等階段額外的成員。一樣產品的生產從原料開始，經過中途的半成品組合，以及產品組合前後藉由通路商的運送，一直到最終產品的販售，期間牽涉到的範圍相當寬廣，使得研究供應鏈的問題的難度顯得相當高。為了簡化問題的複雜程度，本論文假設供應鏈中成員之基本組成僅考慮兩者：上游製造商，負責商品的生產製造，將製造商品依照下游零售商所需要的訂購數量，在合理的價格範圍內，出售給下游零售商；下游零售商，直接面對市場消費者，在可行的成本考量中提出適合的購買價格，向上游製造商購買商品，然後再將獲得的商品轉賣給市場消費者。同時，從以上敘述亦不難看出，在上游製造商與下游零售商所構成的商業市場中，合約雙方的決策

過程具有先後的次序關係。為了簡化供應鏈問題，除了將原本複雜的供應鏈層級簡化為兩階層(two-tier)的結構，並且不討論在一般供應鏈，同一階層中不同成員之間的競爭行為，只單純考慮單一上游產品製造商以及單一下游零售商之兩階層結構。

在傳統供應鏈中，有關上游製造商與下游零售商之間相關的買賣行為，在絕大多數的情況下是，上游製造商根據下游零售商訂貨量的多寡，視情況給予下游零售商價格上的優惠；下游零售商利用提高訂貨量來與上游零售商協議降低產品的價格，也就是以量議價的方式。不過在市場中，某一些商品由於其功能與其他相同類型的產品有不一樣的創新，如蘋果的 iPhone 智慧型手機，或是 Wii。這些具有話題性，或是相當熱門的商品，加上一些行銷的手法，如獨家代理限定，或是在特定期間內限量發售等等，導致產品在市場上具有一定程度的吸引力。造成商品的供給與需求間相差的比例過高，無法在短時間內滿足市場的需求。此時，傳統的下游零售商以數量來向上游製造商協商價格的方式，對於這些有話題性，且又熱門的暢銷產品，以量議價的方式似乎不是一個適切的方法。理由是，當市場的需求遠高於產品生產的速度時，在上游製造商產能可以負荷的前提之下，由於市場的供不應求，假設下游零售商可以向上游製造商購得更多的商品數量，相對地會造成獨賣或是壟斷的情形。在這種情況下，下游零售商賣到市場的價格便有機會提高，因而獲得更多的利潤。同樣地，上游製造商也觀察到了市場的現象，有效管制以及分配賣給下游零售商產品的數量，將會使得產品提高其價值，採取以價議量的策略會是上游製造商可能考慮的選項。所以，下游零售商為了獲得更多商品；上游製造商為了提高產品的價值。這樣的現象可說明，本論文在建構有關採購價格與產品數量轉換之數學模型的概念，即產品數量與採購價格之關係成正比的合理性，即上游製造商提供的產品數量多寡，將視下游零售商的購買價格的提高而增加。

在本論文中，我們主要著眼於供應鏈中有關商業行為的活動，例如，產品的

製造與買賣。而產品從製造、運送，乃至於販賣，在供應鏈中所跨越的層級，卻是相當地廣泛。因此，以最簡約的結構，單一上游的製造商跟單一下游的零售商，做為本論文討論供應鏈中有關合約設計與制定的基本架構。假設市場上出現對某一商品的需求，製造商考慮自己的製造成本的高低，市場對這一商品需求量的高低，生產這樣商品會不會提高自己對整個市場的佔有量等等的因素之後，才會投入生產。同樣的，零售商所考量的原因可能有，這樣的商品值不值得去購買，願意花多少金錢購買這樣商品，以及商品品質的優劣，商品的附加價值等等，市場上對這樣的商品的需求是否提供有足夠的誘因，值得零售商去做購買的動作。放眼望去，目前供應鏈的主要潮流是，下游零售商觀察市場需求之後，向上游製造商訂購所需要的產品數量，而上游製造商依照下游零售商所需要的產品數量，給予產品價格上的承諾。然而，在供應鏈中應該存在不同於現有下游決定產品數量，上游決定產品價格的方式，而是下游決定產品價格，上游決定產品數量的可能性。例如手機通信商提供各種通話方案給消費大眾作選擇。通信商設計出根據不同價位對應不同服務(產品)的相關方案(合約)，提供給消費者參考；下游消費者再依照自我的需要，選擇不同價位的服務。這樣的行為極為相似本研究中，有關上游決定產品數量下游決定價格的概念。ODM (Original Design Manufacturing) 也有相當類似的行為。除了上述討論的商業行為，有關買賣雙方行為的改變有興趣之外，本研究欲思考在產品的價格與數量之間的轉換關係。根據需求法則(Law of Demand)，倘若一樣商品的價格越低，相對之下該商品的數量將會隨之增加，即價格與數量兩者之間是成反比的關係。不過，仍有部份商品如奢侈性商品(luxury goods)、炫耀性商品(conspicuous goods)等等，其數量與價格的轉換並不適用需求法則的反比關係，在產品數量與價格構成的平面中，這些產品的需求曲線，其走勢為左低右高，即兩者有正比的關係。如珠寶首飾、名貴跑車、高級香水等等。Reekie (1999)即說明了鑽石的需求數量與價格有正比的關係。本研究的研究動機為，基於這種下游出價，上游決定產品數量的反向思考，期望處理的問題是，有關上游製造商提出產品合約給下游零售商，下游零售商拿到合約之後，

思考該合約的可行性後，再決定是否接受合約，並且向上游製造商提出購買產品的價格。而上游製造商在依照下游零售商所允諾的購買價格，來決定願意提供給下游零售商的產品數量。另外，本研究將處理的另一個問題為，若是下游零售商願意提高購買的價格，在合理的情況下，上游製造商將會提供給下游零售商較多的產品數量，即下游零售商可獲得的產品數量將與其提出的購買價格成正比關係，建構對應模型。

1.2 研究目的

本論文的目的為建立產品從生產開始到最後販賣的過程，負責製造產品的上游製造商，以及負責將上游製造之商品販售到最終消費市場的下游零售商，在兩階層供應鏈中，有關產品的數量與對應價格之間關係的合約設計模型。絕大多數的合約形式為下游零售商提出欲購買數量，上游製造商根據下游零售商所提數量決定價格。然而現實生活中，不乏存在著由下游決定購買價格，上游製造商再決定賣出數量之合約設計模型。有效的設計並且符合要求的合約形式，觀察在使用不同數學函數時，相對應並可行的合約制定。並且，討論產品價格與數量之間具有正比關係的合約模型。同時，在達到共識的情況之下，找出數學上的合理解釋，以及對應的經濟意義。本論文基於這樣的動機，探討在兩階層供應鏈中，變換不同的合約形式設計，觀察在選擇不同的合約時會有什麼樣的變化。以及這些相異的合約中，可能造成的影響，並作適當地討論。另外，供應鏈中的成員，對於這些結果，又會有什麼樣的因應措施，也將是本論文的研究內容之一。

1.3 研究架構及方法

本論文之研究對象主要建構供應鏈的連續(serial)成員，彼此之間的合約設

計。在此提到的連續是指階層的連續，雙方之間具有金錢流、物流等等直接互動，中間不經過其他額外成員，如上游製造商與下游零售商。在賽局理論 Stackelberg 模型(Stackelberg 1934)，參賽者之間的決策具有先後的次序關係。具有領導性的參賽者又稱先行者(leader)在考慮追隨者(follower)的可能反應對自身的影響下，決定決策；相對地，追隨者僅能根據先行者的決策做出最佳的反應策略。本研究合約設計的情境跟 Stackelberg 的模型情境非常相似，故研究方法以 Stackelberg 的模型作為在合約設計中的理論基礎。同時，為簡化問題，本論文僅對兩階層供應鏈問題做探討，第三章將會對研究方法有更詳細的說明與解釋。本論文各章節之編排為，第一章為對此研究主題的背景分析與動機，並說明整個研究的方向與架構。第二章為有關合約設計之文獻回顧並做內容簡述。第三章為基本合約模型設計，對於不同模型做詳細完整的推導。第四章主要就第三章推導出的結果做敏感度分析的討論。最後在第五章總結出適當的結論以及未來的相關延伸研究方向。

本論文為研究並處理，在兩階層供應鏈的合約模型中，上游製造商決定產品數量與購買價格，相互之間的轉換關係；下游零售商決定對產品的購買價格。當下游零售商的購買價格越高，則上游製造商將會提供更多的產品數量的問題。並且，設計與建構符合相關概念下，不同的合約設計模型。

第二章 文獻回顧

合約設計(contract design)基本上，並未有強制規範出何種產業需要套用特定形式的合約設計，不過，已經有部份合約制定的模型，較常為企業(產業)所應用。本章針對各式各樣不同的合約制定部份，做相關整理介紹。以及簡單地說明各種合約的特性。

現今已經被發展出來，並且成為主流的合約設計模型大約有以下七類，同時，這些合約模型基本架構皆是兩階段(two stages)的組成，希望在供應鏈中的成員可以達到通路整合(channel coordination)的目標。以下分述此七類的合約設計模型。數量彈性化合約(Quantity Flexibility contracts; QF)(Tsay 1999; Tsay and Lovejoy1999; Sethi et al. 2004)，其模型的概念是為了整合供應鏈的合作，將需求量在不確定的情況之下所衍生出的成本，分配給整個供應鏈上的各個成員。在這樣的模型中，其機制為下游零售商向上游的製造商承諾，至少訂購一定比例的商品量，而上游製造商則需要承諾下游零售商，可以配送的商品比例。Tsay and Lovejoy (1999)更將數量彈性化合約，延伸至多階層供應鏈(multi-echelon supply chains)。

收益分享合約(Revenue Sharing contracts, RS)(Giannoccaro and Pontrandolfo 2002; Wang et al. 2004; Cachon and Lariviere 2005)，此型態的合約提供的機制為，上游供應商提供商品給下游零售商的價格，利用一個提供低於製造成本的價格給下游零售商作為誘因。下游零售商將商品賣出所得到的收入，由於上游供應商提供一個較低的價格，於是下游零售商提出某程度的比例給上游供應商，作為跟上游供應商的相對交換條件。Giannoccaro and Pontrandolfo (2002)並將此模型由兩階段延伸為多階段模型。

備貨協議合約(Backup Agreements)(Eppen and Iyer 1997)，跟 QF 模型相當類

似。其想法在於下游的目錄公司(catalog company)跟上游製造商在銷售季節來臨前，承諾會購買一定數量的商品，上游製造商根據目錄公司給的數量，先保留一定比例的商品，假設是 20%。真正配送給下游的目錄公司 80%數量的商品。直到觀察到實際需求之後，再跟上游製造商以同樣的價格買入當成備貨(backup)的商品。由於對商品的預測跟實際情況往往都會有誤差，如果下游公司到最後並沒有將剩下的商品數量跟上游的製造商全數買完時，則必須要付出懲罰性的成本給上游製造商，作為補償金之用。

歸還策略合約(Return Policies)(Emmons and Gilbert 1998; Tsay 2001; Pasternack 2008)的想法是說，下游零售商可以將沒有賣完的商品，以一個較低的價格再賣回給上游的製造商。通常這一類的合約有很大的機會是出現在，下游零售商會是利用目錄的方式，銷售屬於比較個性化的商品給顧客；上游零售商的生產前置時間長，銷售季節短的公司。通常歸還策略合約又可以稱為買回(buy back)。

數量折扣合約(Quantity Discounts)(Weng 1995; Corbett and Groot 2000; Tomlin 2003)，供應商(vendor)基於想要獲得最佳化的數量的前提下，提供買家(buyer)在價格上的優惠，以引誘買家能夠訂購到最佳化的數量。此外，數量折扣合約，尚有其它不同的折扣機制。

誘因機制合約(Incentive Mechanisms)(Lee and Whang 1999; Laffont and Martimort 2002)，另外也稱為委託人-代理人模型(Principal-Agent (PA) model)。委託人與代理人之間由於雙方資訊的不對稱(asymmetric information)，委託人為了消除資訊不對稱的不利因素，提供誘因(incentive)給代理人，誘使代理人減少對於本身私人資訊的隱藏。同時藉此改進供應鏈整體的效能。

分配原則合約(Allocation Rules)(Myerson 1979; Cachon and Lariviere 1999)，

對一家供應商與多家零售商環境中，上游供應商在產能可以負荷的情況下，來自下游零售商的訂單越多，將可以獲得更多的利潤。但是，當下游零售商的訂單超過上游供應商的負荷時，上游製造商可使用分配機制(allocation mechanism)以生產數量的限制取代下游零售商之間價格的競爭，合理分配有限的產能。

除了上述七類合約之外，合約的形式還有相當多的種類。例如：Cachon (2003) 尚介紹更多不同形式的合約，如批發價格合約(Wholesale Price contract)，銷售貼現合約(Sales Rebate contract)等，以及更詳盡的說明在不同情況，如價格相依或需求相依時，有關合約制定不同的模型以及推導。另外，Taylor and Plambeck (2007) 的關係合約(Relational contract)跟之前提及到的合約有相當大的差異。其想法是，產品的研發以及工廠的產能都需要一段相當長的前置時間(lead time)，如半導體製造業。製造商當產品仍在研發的時候，在一開始必須要投資在產能上。因為產品尚未成型，買家(buyer)也沒辦法跟製造商承諾未來會購買數量的合約。取而代之，買家以非正式的口頭承諾如未來可能的購買價格，當作誘因給製造商，希望製造商投資產能在新產品的開發上。對買家的誘因則是，預期未來彼此會繼續合作關係的前景，所以會按照先前說好的收購價格給製造商。

七種類型的合約依本研究的整理，大致分類為兩方向；前四項為生產導向，後三項偏策略導向。數量彈性化合約(Quantity Flexibility)、備貨協議合約(Backup Agreement)、歸還策略合約(Return Policies)、數量折扣合約(Quantity Discounts)等，四種合約主要著眼於在供應鏈中設計如何對產品的數量做調整的機制。因為市場的需求總是不確定的，對於上游供應商以及下游的零售商而言，預測市場需求的準確與否相當地重要，產品的生產數量不管過剩或是不足，對供應商以及零售商都是額外成本(如存貨、缺貨成本)的增加。數量彈性化合約中零售商承諾購買產品數量當作誘因給供應商，避免有缺貨發生，而供應商提供準確的產品送達量回饋給零售商，確保一定的生產量。備貨協議合約的設計則是，供應商盡可能地滿足零售商提出的需求量，零售商大大降低因缺貨所產生的成本，因而加深跟

供應商的關係。但預測的不準確將會造成產品的生產過剩，對供應商的風險相當大。為了避免零售商無限度的訂貨造成本身的虧損，供應商會以加入懲罰性的機制因應可能產生的風險。相較於備貨協議合約中的懲罰機制，在歸還協議合約中，供應商則是利用以較低的價格向零售商買回未賣出的產品，吸引零售商將訂單投入，增加彼此更多合作機會。數量折扣合約則是供應商以提供價格折扣的方式，吸引零售商購買更高的產品數量。誘因機制合約則是在分權(decentralized)的環境中，因為個體的資訊不公開以及追求自身最佳情況，所造成的供應鏈的整體效率不佳，利用提供誘因的方式，試著改變個體對自身資訊(private information)的封閉程度，進而改善整體的效率。分配原則合約的思考是，在資訊不完全的情況下以及供應商的產能有限時，避免因為零售商提供資訊的不完全，導致供應商產能分配不均，降低整個系統的效率。同時也消除零售商之間因競爭而出現的雙重邊緣化(Double marginalization)。所謂的雙重邊緣化是指，上游廠商以及下游廠商之間追求各自利益最大化，對下游廠商而言，因為有向上游的購貨成本，提高對市場的零售價格可獲取更高的利益；同樣地對上游廠商而言，提高賣給下游廠商產品的價格可增加獲利。由於上、下游廠商因為追求各自利益最大，分別各自做加價(mark up)的動作，雖然達到各自利益的提昇，但是卻降低整體供應鏈的收益。收益分享合約與前面提到的合約不同在於，供應商以及零售商，彼此透過最終收益的分享，消除因個人追求自身利益最大導致雙重邊緣化，反而使整個供應鏈的績效下降。七類合約設計的共同點在於，希望透過有效的合約設計達到供應鏈的整合。原因在於要達到供應鏈利潤最大化的理想目標，必須將系統中所有成員做整合(integrated)，但以實際情況要達到供應鏈的整合，在實行面上有相當的困難度。因此，此七項合約設計的共通點並非思考供應鏈利益最佳，取而代之的是供應鏈的通路整合，提昇整體供應鏈的效率。

除了上述文獻所討論有關目前在供應鏈常使用的合約模型以及如何整合供應鏈的議題之外，另一個在供應鏈中引起高度興趣的議題為供需之間，彼此的議

價權力(bargaining power)關係的平衡以及轉移。議價權力的轉移，即在決定在市場中供應商或是零售商何者較為強勢，不論是供應商或者零售商是強勢的一方，都將會造成整個市場的變化。Kim and Kwak (2007)以及 Kawk et al. (2006)提出供應商-零售商模型(Supplier-Buyer model)，在賽局理論的基礎下，討論有關雙方簽訂長期補貨合約時(Long-term Replenishment contract)的議價過程，並就可能的情况做討論。另外，在傳統供應鏈的合約設計中，賣方通常是較具有議價權力的一方，故大多數的文獻主要為討論賣方主導的合約(Supplier-driven contract)。Liu and Çetinkaya (2005) 研究當議價權力從賣方轉移至買方的過程，以及比較當合約達到最佳化時，賣方主導以及買方主導時兩者的差異。Ertek and Griffin (2002)則是研究兩階段供應鏈中，在單一供應商、單一零售商(buyer)以及單一產品下，分別就賣方市場以及買方市場做討論。當零售商的規模越大，其議價的能力也越強大，最有名的零售商，莫過於眾所周知的 Wal-Mart (Messinger and Narasimhan, 1995)。另外，同樣也是討論買方具有絕對議價權力的相關文獻，如 Dukes et al. (2006)以及 Lau et al. (2008)。

綜觀前述的論文，對於上游製造商與下游零售商之間合約，絕大多數屬於討論單一形式的線性供需曲線。並且在數量與價格轉換的討論上，皆著眼於兩者關係為反比的情况，即產品數量隨著購買價格的上升而下降，反之亦然。因此，本論文主要的研究方向為，主要建構在數量與價格兩者之間的關係呈正比的情况下，同時討論多樣化之供給曲線，並且試圖結合不同之供給曲線，導入同一份合約，能在不同的情况底下，有不同供給曲線的表現方式。期望能提供不一樣的想

第三章 合約制定之基本模型

3.1 研究方法解釋與問題描述

3.1.1 問題描述與背景

本論文主要探討的內容是，整個供應鏈中各個成員彼此之間，基於追求自身公司的利益最大的條件要求下，並且成員之中的身份具有先行者，以及對應之跟隨者的關係，此一先行-跟隨關係(leader-follower relationship)，恰恰符合 Stackelberg 之模型理論假設。因此，本論文根據此關係，應用 Stackelberg 模型理論，制定相關成員的合約。一般而言，供應鏈通常包含的成員有：提供原物料的供應商，將原物料轉換成產品的製造商，運送產品的物流商，販售產品的零售商。另外，根據產品製程的複雜程度，供應鏈中還會增加零件製造或是組成等等階段額外的成員。一樣產品的生產從原料開始，經過中途的半成品組合，以及產品組合前後藉由通路商的運送，一直到最終產品的販售，期間牽涉到的範圍相當寬廣，使得研究供應鏈的問題的難度顯得相當高。為了簡化問題的複雜程度，本論文假設供應鏈中成員之基本組成僅考慮兩者：上游製造商，負責商品的生產製造，將製造商品依照下游零售商所需要的訂購數量，在合理的價格範圍內，出售給下游零售商；下游零售商，直接面對市場消費者，在可行的成本考量中提出適合的購買價格，向上游製造商購買商品，然後再將獲得的商品轉賣給市場消費者。同時，從以上敘述亦不難看出，在上游製造商與下游零售商所構成的商業市場中，合約雙方的決策過程具有先後的次序關係。為了簡化供應鏈問題，除了將原本複雜的供應鏈層級簡化為兩階層(two-tier)的結構，並且不討論在一般供應鏈，同一階層中不同成員之間的競爭行為，只單純考慮單一上游產品製造商以及單一下游零售商之兩階層結構。

供應商決定產品販售量與製造商出價購買產品之設定，制定相關合約的產

業，在供應鏈中的例子有，一項商品由於其功能與其他相同類型的產品有不一樣的創新，如蘋果的 iPhone 智慧型手機；或是跳脫固有形象的產品，如 Wii 以身體動作的方式取代原有市面上遊戲機僅用雙手控制及操作。這些具有話題性的商品在上市時，除了利用行銷手法吸引消費者，事先增加購買慾望之外，另外加上某些限制造成產品的稀有性，如獨家代理限定，或是在特定期間內限量發售等等，導致消費者對產品產生搶購的預期心理。除此之外，先天上製造商的產能限制，亦可能造成該商品的供給與需求間相差的比例過高，無法在短時間內滿足市場的需求，造成物以稀為貴的現象。對上游製造商以及下游零售商而言，上游製造商接收到市場所發出對產品強烈需求的訊息，便有理由向下游零售商提出，在產能可以負荷的前提之下，當採購單位價格越高，則可獲得的商品數量越多；同樣地，對下游零售商來說，如果可以向上游製造商購得該樣商品，將可獲得更多的利潤。為了要搶得先機，攻佔市場，傾向在合理的範圍之內，以獲得較多的商品數量為第一優先，而非優先考量成本，因此會接受上游製造商所提出的條件。包括對良率的妥協、不同的訂購方式或是商品交期的延遲等等。根據這種現象，說明本論文在建構有關採購價格與產品數量轉換之數學模型的概念，即產品數量與採購價格之關係成正比的合理性，即上游製造商提供的產品數量多寡，將隨著下游零售商的購買價格的提高而增加的現象。另一方面，本論文所建構的模型設定合約的簽訂期數為單期，屬於一期一簽的方式。也就是下游零售商每訂購一次就必須重新簽訂一次合約，同時限定合約的有效時間，通常是以一季或是半年，甚至是一年為一期。上游製造商可以運用這種合約的簽訂方式，避免下游零售商試圖用多批次訂購的方式，以較低的購買價格獲得所需產品總數量，可能會發生的套利(arbitrage)行為。本論文除了上述供應鏈中之實例外，同時發現在逆向供應鏈中(reverse supply chain)有相似應用(White et al. 2003; Blackburn et al. 2004)，如產品的回收再利用。回收商提高回收價格，有助於產品回收量的提昇。此外，在本研究之中並未侷限在上游必須是製造商，下游必須是零售商。主要上、下游的概念以物流的方向區分，產品流出的一方為上游；流入的一方為下游，故本論

文中所提及到的製造商以及零售商等名詞僅作為代稱使用。

由前述的兩階層結構以及決策具有先後順序關係的特性，恰與 Stackelberg 理論設定的情境相符。故本論文主要的模型架構應用賽局中的 Stackelberg 模型。Stackelberg 模型強調決策的先後順序關係，在賽局中，先決定決策(decision)的參賽者(player)，稱為先行者；相對地，參賽的另外一方稱為跟隨者。先行者在決定本身策略的時候，已經預先將跟隨者因應先行者策略所做出之可能決策納入考量。而在先行者做出的決策之後，跟隨者觀察先行者所決定的策略，並且思考該策略對自己產生的影響後，再因應此策略做出最佳的反應(best response)決策。整個流程簡單來說就是，賽局中的雙方基於追求自身最佳目標之前提下，同時考慮對方的可能最佳反應，先後做出決策的過程。

本論文模型的討論主要涉及兩個市場。首先，第一市場為供應鏈中，有關上游製造商與下游零售商之間的市場，上游製造商生產下游零售商所需要的產品，下游零售商向上游製造商購買產品。第二市場為下游零售商與消費者所在的最終市場：下游零售商把從上游製造商所購買的產品販售給消費者。而本研究主要著眼於上游製造商跟下游零售商之間市場的合約設計，其結構如圖 1。在上游製造商與下游零售商所組成的市場中，上游製造商根據自身製造成本高低，以及公司期望追求最佳獲利的基本原則，同時，考慮下游零售商對產品可能提出的購買價格，設計出一份有關價格-數量的合約，提供給下游零售商，作為下游零售商出價和相對採購數量之參考依據。下游零售商在收到上游製造商所提出的價格-數量合約之後，考慮自己的利潤函數和整個市場的供需曲線，以及思考上游製造商已經事先考慮過自己可能提出之因應價格的前提下，決定一個對自己最有利的購買價格。因此，不論是上游製造商或者是下游零售商，任一方提出的條件都是各自經過思考對方的最佳反應之後，所做出的最佳決策。在賽局中不論先行者或跟隨者，如果沒有任何一方在另一方不改變決策的情況下，單獨改變自己的決策使得自己變得更好時，此時雙方的決策將會是一個納許均衡解(Nash

equilibrium solution)。

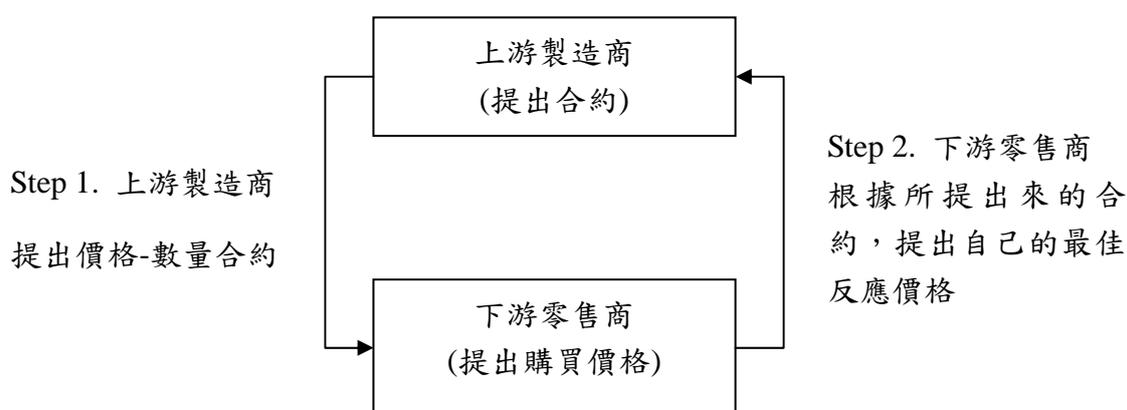


圖 1 兩階層合約設計示意圖

3.1.2 研究方法解釋

根據 Stackelberg 模型，決策的過程為，上游製造商為先行者，決定整個合約形式；下游零售商為跟隨者，根據合約形式決定適合決策。根據上游製造商所提出的合約，下游零售商決定自己購買價格的最佳反應決策。而上游製造商在確定下游零售商決定購買商品的價格決策之後，考慮下游零售商提出的價格，找出相對應的最佳反應策略。由於雙方在決策的過程當中，上游製造商的決策已考慮下游零售商的最佳反應；下游零售商根據上游製造商的決策，找出自己相對的最佳反應。因此，不管是上游製造商或是下游製造商，都是以自己的最佳反應來制定對應策略。所以當雙方若可以取得共識時，只要合約中沒有任一方先改變自己的決策的情況下，另一方就不會改變策略。合約當中只要沒有任一方單獨改變自己的策略的情形下，此時，雙方之間即達到均衡的狀態。至於模型過程的推導方法，本論文之研究方法為利用逆向歸納法(Backward Induction)，找出各階段的最佳反應決策。

在介紹逆向歸納法的推導原理及思考原則前，必須先瞭解決策的順序。由於決策的順序是先行者先決定，之後跟隨者再接著決定自己的策略。因此，所謂的逆向歸納法之逆向為，推導的過程為先從推導跟隨者的決策，再推導先行者的決策。而以逆向歸納求得均衡的理由是，由於先行者在決定自己的最佳策略的時候，已經將跟隨者可能因應的最佳反應考慮進去。而跟隨者在決定自己的策略的時候，是觀察現有可得的相關資訊並研判先行者的決策之後，再決定自己最佳反應的策略。由於跟隨者是處於被動的位置，決定策略的時間點總是晚於先行者，而先行者在做決策的時候早已考慮跟隨者的策略，故在逆向歸納法的求解過程中，決策的推導則從跟隨者回應先行者的可能決策開始，決定自身最佳反應決策之後，先行者再根據跟隨者的最佳反應決策，決定自己最佳的反應策略。所以，雙方的決策皆是將對方的可能最佳反應納入自身在決定決策時的考量，且合約中的任一方，皆抱持著只要對方不改變決策，則亦不改變自己的決策的前提時，即到達均衡的狀態。因此，逆向歸納簡而言之，推導過程與決策順序相反，並在雙方考慮對方可能做出的反應，歸納出對自己最適合決策的方法。在本研究當中，先行者為上游產品製造商；跟隨者為下游產品零售商。而得到先行者的最佳反應決策之後，再帶回跟隨者的決策，即可得到跟隨者因應先行者策略的最佳反應決策。

3.2 研究假設與模型符號表示及其定義

3.2.1 研究假設

整個合約模型做推導之前，必須先做一些基本假設如下：

Assumption 1: 獲利為正的基本原則，合約的設計必須滿足上游製造商的獲利為正之條件。如果合約的制定無法讓上游製造商達到獲利大於等於零時，則上游製

造商並不會有誘因制定合約。相同的概念，如果下游零售商拿到合約時，若此合約設計無法使下游零售商獲利為正，則此一合約將不會被下游零售商接受。

Assumption 2: 合約模型中，上游製造商與下游製造商皆不考慮存貨問題。即上游製造商製造多少產品就出貨給下游零售商多少產品；下游製造商購買多少商品數量就全數賣入市場。此一型態的生產方式常出現於接單式生產(Make-To-Order, MTO)之環境。

3.2.2 模型符號表示及定義

本節會先對於模型的變數以及相關參數，做一般性的符號定義，同時簡述符號在模型中相對應的意義。

變數

- 
- b : 上游製造商之決策變數；控制合約內容中有關產品數量與價格之轉換
- P_R : 下游零售商之決策變數；向上游製造商購買商品之單位價格
- P : 最終市場價格
- Q : 最終市場需求

其中 b, P_R, P, Q 皆為大於零的數。

一般而言，消費者願意購買的商品數量，會隨著商品價格的上升而遞減，即價格與數量會呈現反比關係，我們以最常見的線性函數為例，定義市場需求函數，如下函數式表示之，其中 r, s 皆為已知且大於零之參數。

$$P = r - sQ \quad (1)$$

上游製造商在生產商品的時候，每一單位生產成本為 c ，下游零售商提出的單位購買價格為 P_R ，其中 c 為大於零之參數。根據利潤函數的定義為總收入扣除總成本，所以上游製造商的利潤函數以(2)表示之。

$$\Pi_M = (P_R - c)Q \quad (2)$$

同樣地，下游零售商的收入為單位市場的價格 P ，向上游製造商購買商品的單位價格為 P_R ，所以下游零售商的利潤函數可以表示如(3)。

$$\Pi_R = (P - P_R)Q \quad (3)$$

3.3 合約模型一 線性模型

3.3.1 數量獎勵之線性模型

本研究首先討論合約模型為，以線性當作基礎之合約模型。由於線性多項式在數學中是屬於較為容易處理的問題，因此本研究在直觀上先取線性模型當作上游製造商的合約。同時，若線性多項式中變數個數的數目越少，亦可降低處理上可能發生的問題，故此小節首先提出數量獎勵之線性模型。

$$Q = bP_R \quad (4)$$

在模型中各階段決策者的決策順序以及所決定決策變數依序為上游製造商先決定合約中有關產品數量和購買價格之間轉換的決策變數 b ，並告知下游零售商。下游零售商根據上游製造商所提出的合約之後，再提出自己願意付出的購買價格 P_R 給上游製造商。整個流程中，決策順序，各個階段的資訊的取得以及所決定的決策變數可見圖 2 之說明。

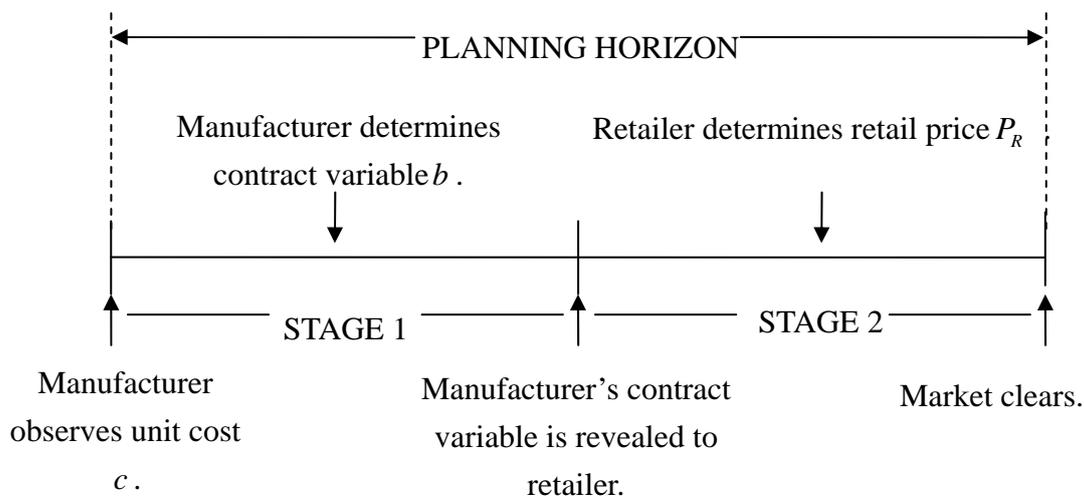


圖 2 數量獎勵模型之決策時間軸

本論文將此一模型稱之為數量獎勵模型，其原因可以經由(4)以及 Assumption 1 得到適當解釋。從(4)可看出，假使下游零售商願意提出的購買價格 P_R 等於上游製造商的單位製造成本時，上游製造商依照合約仍然會出貨給下游零售商，出貨的數量為 bc 。這樣的行為在經濟上並不是沒有可能出現的。一般來說，在正常的情況之下，當下游零售商的出價價格等於上游製造商的製造成本時，表示上游製造商若答應下游零售商的出價，那麼上游製造商的最終獲利將會等於零。因此，在一般情況下，上游製造商基於沒有獲利的回饋之下，是不會生產製造產品，並出貨給下游零售商的。然而獲利為零對上游製造商而言，卻不一定代表完全沒有收穫。在某些情況之下，上游製造商為了吸引下游製造商向其採購產品，可在合約中說明，若下游零售商同意訂購產品時，在下游零售商所採購的數目上，有條件地提供額外的產品數量作為其訂購產品的獎勵。對上游製造商而言，雖然提出數量上的獎勵有獲利為零的可能，但如果最終的目的是，希望藉由提供下游零售商一個基本的數量(bc)當作誘因，吸引下游零售商訂購，取得產品訂單的話，則經由數量的獎勵，不失為一個值得思考的方向。而數量的獎勵對於下游零售商來說，由於對產品有一定的需求，倘若上游製造商在相同的購買價格水準下，願意另外再提供多一部分數量的優惠當作簽約的誘因的話，若是同意合約對自己的

好處是，不僅是可以花相同的採購成本卻可取得更多數量的產品，平衡採購的成本。另外，在相同的成本支出之下又可獲得的產品數量增加，意味著如果可將產品順利賣給消費者，那麼獲利提高的機會也將會隨之增加。

決策時間點的先後決定先行者與跟隨者，分別為先行者上游製造商和跟隨者下游零售商。根據前面小節所定義的逆向歸納法，在給定假設之下，決定最佳反應決策的推導為，第二階段下游零售商先；第一階段上游製造商後。所以，推導的順序從第二階段開始。下游零售商根據上游製造商提出的合約形式，決定出價價格 P_R 。零售商目標為期望獲利利潤極大，將利潤函數(3)取極大化後如下。

$$\max_{P_R} (P - P_R)Q \quad (5)$$

因為市場需求函數為(1)，上游製造商提出合約的形式(4)：產品的數量與購買價格成正比關係，當下游零售商若提出的購買價格越高，則獲得的產品數目將越多。以及先前的假設條件 Assumption 2，分別將下游零售商的利潤函數(5)中的 P 與 Q ，做數學代換後帶入可表示為(6)。

$$\max_{P_R} (r - (bs + 1)P_R)bP_R \quad (6)$$

從上面的式子可知，(6)為一極大化之 P_R 多項式，且 P_R 範圍為大於零的實數。故(6)會是為一個可微分的連續多項式。所以，利用一階微分求利潤函數的極大值。對(6)做 P_R 的一階導函數如下

$$\frac{\partial \Pi_R}{\partial P_R} = br - 2b(bs + 1)P_R \quad (7)$$

對(7)再做一次 P_R 的微分之後，可以得到(6)的二階導函數如(8)。

$$\frac{\partial^2 \Pi_R}{\partial P_R^2} = -2b(bs + 1) < 0, \quad \forall b > 0, s > 0 \quad (8)$$

經由對 P_R 做一階以及二階導函數後可以發現，(8) 的值恆為一個小於零的數。所以，下游零售商的利潤函數 Π_R 會是一個嚴格凹函數(strictly concave function)。所以 Π_R 會有極大值的存在，且此極大值會發生在一階導函數等於零的時候的 P_R 值，故令(7)等於零，可得

$$P_R = \frac{r}{2(bs+1)} \quad (9)$$

因此對下游零售商來說，當上游製造商給定其決策變數 b 的情況下，可以獲得最大化利潤的最佳決策 P_R 值，如(9)表示。

得到第二階段下游零售商的最佳反應決策 P_R 之後，根據逆向歸納法，下一步，往回推到第一階段，也就是上游製造商階段，決定對應 P_R 之決策變數 b 。上游製造商根據下游零售商決定的最佳出價價格 P_R ，對(2)取利潤函數的極大化，以下面函數表示。



$$\max_b (P_R - c)Q \quad (10)$$

已知在第二階段時，下游零售商所提出的最佳反應價格為式(9)，將(9)的結果分別帶入上游製造商之利潤函數(10)，以及帶入合約模型(4)後，可得

$$Q = \frac{br}{2(bs+1)} \quad (11)$$

再將(11)帶入(10)後，可得利潤函數 Π_M 極大化的式子，整理表示如下

$$\begin{aligned} & \max_b (P_R - c)Q \\ & = \max_b \left(\frac{br^2 - 2b^2crs - 2bcr}{4(bs+1)^2} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

同樣的利用微分的方法，先確認利潤函數是否符合凹函數特性，並且找出極值。

首先對(12)做 b 的一階導函數，可以得到下面式子。

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial b} = r \left(\frac{1}{4(bs+1)^3} \right) (-2c+r-2bcs-brs) \quad (13)$$

同樣地，對(13)再做一次 b 的一階導函數，可得二階導函數，式子如下。

$$\frac{\partial^2 \Pi_M}{\partial b^2} = \frac{r(2cs-2rs+2bcs^2+brs^2)}{2(bs+1)^4} \quad (14)$$

因為決定函數是否為凹函數的充分條件為，函數的二階微分是否小於零。根據二階微分之後的(14)，在 $b, c, r, s > 0$ 前提條件下，判斷二階導函數小於零，即判斷(14)分子中， $2c-2r+2bcs+brs$ 是否小於零。因此，由於本論文僅處理凹函數問題，為滿足此要求，將 $2c-2r+2bcs+brs \leq 0$ 經移項後，本論文導入滿足凹函數條件之假設，表示如下

Assumption 3: 數量獎勵線性模型中，若市場參數 r 、 s 以及上游製造商單位製造成本滿足條件 $2c-2r+2bcs+brs \leq 0$ 時，則上游製造商之利潤函數將符合凹函數之特性。

當上游製造商的決策變數 b 滿足 Assumption 3 時，上游製造商的利潤函數將會是一個凹函數。意即上游製造商的利潤函數為凹函數的充分條件為 $b \leq \frac{2(r-c)}{s(2c+r)}$ 。

只要決策變數 b 小於等於 $\frac{2(r-c)}{s(2c+r)}$ 時，(13)等於零所求出來的 b ，將會是利潤函

數極大值發生的時候。故令(13)等於零則可得

$$b = \frac{r-2c}{s(r+2c)} \quad (15)$$

為產生利潤極大時之 b 值。

藉由一階微分等於零的方程式解出 $b = \frac{r-2c}{s(r+2c)}$ 時，利潤函數會有極大值產生。

找到了會讓利潤函數的極大值發生的解 b 之後，為了避免(15)所求出的 b 未滿足 Assumption 3 之要求，因此需要再次確認 b 是否有符合利潤函數為凹函數的假設。故將(15)之結果與 Assumption 3 作比較，可得到(15)確實符合凹函數之假設條件。故經上述過程檢查後可確定，此時上游製造商的利潤函數滿足 Assumption 3，確實為凹函數。

另外，按照數量獎勵模型： $Q = bP_r$ 的設計，產品數量隨著變數 b 的遞增而增加，數量獎勵模型合約中，決策變數 b 代表著斜率，斜率為正，表示購買價格跟數量是呈正比的關係。因此，上游製造商可提供給下游零售商，“當提出的購買價格越高，則可以得到產品的數量將越多”的方式來當作誘因，目的在於希望下游零售商能以更高的價格向其購買更多的產品。從經濟上來看，同樣一項商品如果下游零售商付出較高的錢卻反而拿到較少商品的話，對於下游零售商而言並不合理。因此，上游製造商，對於變數 b 的設定值必須要大於零，即(15)中 $\frac{r-2c}{s(r+2c)}$ 大於零，合約對下游零售商才有足夠的誘因。另外，由於本論文僅處理具有凹函數特性之利潤函數，因此，決策變數 b 必須滿足 Assumption 3。基於上述推論，可得到 $0 < \frac{r-2c}{s(r+2c)} < \frac{2(r-c)}{s(r+2c)}$ 。因此，數量獎勵模型的成立需滿足以下假設條件

件

Assumption 4: 數量獎勵模型成立，需符合下列條件限制為

$$r - 2c > 0 \quad (16)$$

模型最初的一般性假設中，對參數 c 以及參數 r 的假設條件僅假設為大於零的

數，並沒有彼此之相關關係。但從(16)的結果，可以得到參數 c 以及參數 r 的相對關係的限制。最後，根據逆向歸納法的推導步驟，再將在第一階段所得到的解 b ，帶回第二階段中對應的最佳解 P_R ，如下面表示。

$$P_R = \frac{r}{2(bs+1)} = \frac{r+2c}{4} \quad (17)$$

解出下游零售商在合約之中所提出的購買價格 P_R 後，因為兩階段的決策變數 b ，以及決策變數 P_R ，都已分別找出。所以可得市場上對產品的需求量 Q 的大小為 $\frac{r-2c}{4s}$ ，以及市場的價格 P 。故將上游製造商所得到的決策變數 b ；下游零售商所得到的決策變數 P_R ，分別帶回各自的利潤函數(2)以及(3)之後，可得兩者所獲取的利潤高低。最後，將數量獎勵模型所求得的均衡最佳解，上游製造商以及下游零售商獲得的利潤，以及市場對該商品的需求數量，整理如下。

表 1 數量獎勵模型相關結果整理

均衡最佳解：	$(b, P_R) = \left(\frac{r-2c}{s(r+2c)}, \frac{r+2c}{4} \right)$
上游製造商獲得之利潤：	$\Pi_M = \frac{(r-2c)^2}{16s} \quad (18)$
下游零售商獲得之利潤：	$\Pi_R = \frac{r(r-2c)}{8s} \quad (19)$
市場所需產品總數量：	$Q = \frac{r-2c}{4s} \quad (20)$

由上述之結果可以發現，當市場參數 r 越大(s 固定)，或參數 s 越小(r 固定)時，市場所需的總數量將會隨之增加，表示產品對市場來說具有一定程度的需求量。所以，不管是對上游製造商或是對下游零售商，當市場參數符合前述條件時，都將可以獲得更多的利潤。對決策變數的影響：從下游零售商的角度來看，為了

從上游製造商獲取更多的產品，其因應之最佳決策 P_R 將會隨著市場參數 r 增加，而有增加出價的空間；但對上游製造商的決策變數影響，則無一特定傾向，需視市場參數 r 以及市場參數 s ，兩者相互之間的大小關係不同而有不同的解讀。

3.3.2 無數量獎勵之線性模型

本小節將介紹無數量獎勵之下的線性模型，基本定義的兩大假設皆與 3.2.1 節設定相同，以及符號的表示定義與 3.2.2 節所敘述的相同。不過，與 3.3.1 節不同的是，上游製造商所提出的合約為帶有截距項之直線，無數量獎勵之線性模型表示如(21)，其中 $a \neq 0$ 。

$$Q = a + bP_R \quad (21)$$

同樣的，在無數量獎勵模型中，上游製造商先作決策，其決策變數為 b ；接著下游零售商再決定最佳的反應決策，其決策變數為購買價格 P_R 。而相關的決策順序，各個階段所獲得的資訊以及所決定的決策變數之說明，見圖 3。

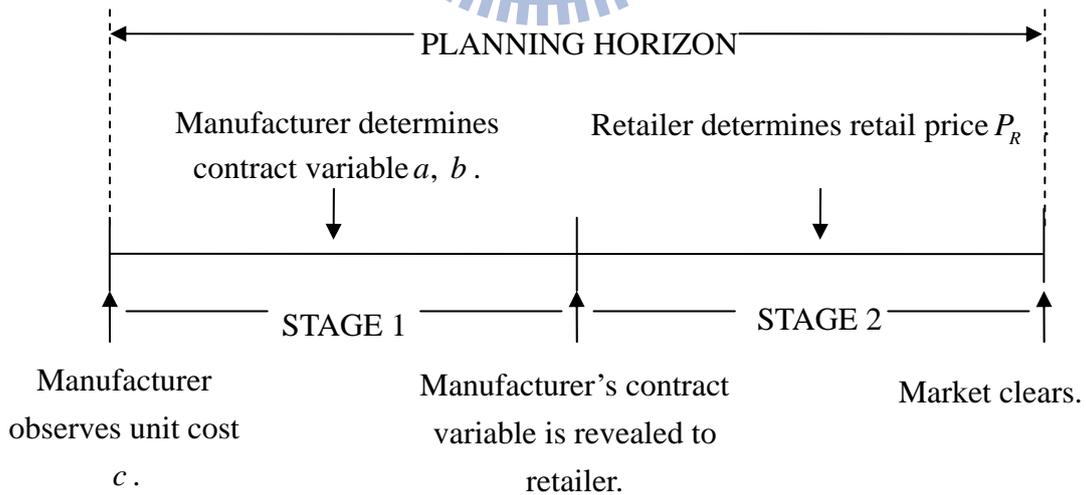
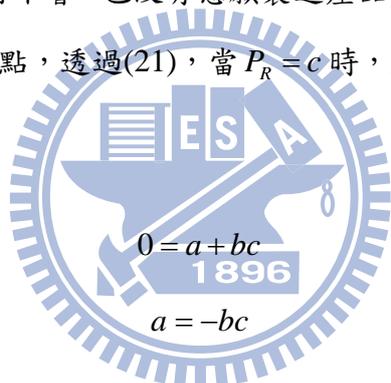


圖 3 無數量獎勵模型之決策時間軸

與 3.3.1 節的數量獎勵模型不同，無數量獎勵模型多出一個截距項 a 。由於本節之設計為上游製造商並不提供產品數量的獎勵，也就是下游零售商的購買價

必須大於等於上游製造商的單位製造成本，上游製造商才會生產產品。因此，為了找出當下游零售商的購買價格恰等於上游製造商單位製造成本時數量的臨界點，可利用截距項 a ，推導出無數量獎勵模型當上述特定情況時，合約模型在數量上的調整量。除此之外，此數量調整項(截距項) a 必須不等於零。在無數量獎勵的前提下，將 $a=0$ 帶入(21)之後，將會得到 3.3.1 節數量獎勵模型之(4)，雖然兩者形式同為 $Q = bP_R$ ，但令 $a=0$ 之作法並無法得到數量的調整量。因此，為了區別兩模型之間的差異，本論文限制截距項 a 的大小為一個不等於零的數。

對於上游製造商而言，當下游零售商提出的購買價格 P_R 大於單位製造成本時，其獲利才會大於零。若下游零售商提出的購買價格 P_R 等於或低於單位製造成本 c 時，則上游製造商將不會，也沒有意願製造產品來賣給下游零售商。因此，以這個前提假設作為出發點，透過(21)，當 $P_R = c$ 時，將使得 $Q = 0$ ，整理之後可得



$$a = -bc \quad (22)$$

由(22)可知，雖然在形式上， a 仍為上游製造商的決策變數之一，但藉由前述之前提，經過轉換之後，可以推導出決策變數 a 可改寫成以決策變數 b 的形式表示，如(22)。故將(22)帶回至(21)並整理之後，可改寫為(23)。

$$Q = bP_R' \quad (23)$$

其中 $P_R' = P_R - c$ 。

根據經過轉換之後所得到之(23)，與上一小節的數量獎勵之線性模型的形式相同，但在經濟意義的解釋與上一小節卻不相同。在 3.3.1 節上游製造商提供給下游零售商額外的產品數量，而本小節在產品的數量上並不會有額外的增加量。

即為下游零售商的購買價格必須滿足上游製造商的要求，上游製造商才會出貨給下游零售商，若下游零售商的購買價格小於等於上游製造商的單位製造成本時，則下游零售商將無法獲得產品。經過此一變數代換後之(23)與 3.3.1 節之(4)相同。因此，引用 3.3.1 節所推導出的結果，可得到

$$P_R' = \frac{r+2c}{4} \quad (24)$$

以及

$$b = \frac{r-2c}{s(r+2c)} \quad (25)$$

將(25)帶回(22)，以及將(24)轉換回原來的購買價格 P_R 之後，可以得到均衡最佳解 (a, b, P_R) 。同時，將得到的相關決策變數帶回各自利潤函數(2)與(3)，亦可計算出上游製造商、下游零售商各自相對應之利潤大小，(26)以及(27)。將(24)、(25)帶回(23)後，可得市場所需產品總數量。最後，本論文將結果總整理如下

表 2 無數量獎勵模型結果總整理

均衡最佳解：	$(a, b, P_R) = \left(-\frac{c(r-2c)}{s(r+2c)}, \frac{r-2c}{s(r+2c)}, \frac{r+6c}{4} \right)$
上游製造商獲得之利潤：	$\Pi_M = \frac{r^2 - 4c^2}{16s} \quad (26)$
下游零售商獲得之利潤：	$\Pi_R = \frac{(r-4c)(r-2c)}{8s} \quad (27)$
市場所需產品之總數量：	$Q = \frac{r-2c}{4s} \quad (28)$

最後，本論文將討論無數量獎勵模型成立之限制。根據 Assumption 1，基於獲利大於零的基本假設，可得到(27)中 $\frac{(r-4c)(r-2c)}{8s}$ 大於零。並且，由於無數

量獎勵模型的推導過程是經由套用數量獎勵模型的求解過程。因此，無獎勵數量模型必須滿足 Assumption 3。綜合前面所述，無數量獎勵模型的成立，必須滿足下面假設條件。

Assumption 5: 市場參數 r 與上游製造商單位製造成本 c ，滿足 $r > 4c$ 關係時，無數量獎勵模型才成立。

3.3.3 數量獎勵合約與無數量獎勵合約之比較

比較 3.3.1 節與 3.3.2 節之結果比較發現，對於上游製造商以及下游零售商的利潤來說，在不同的合約模型中，獲得的利潤也跟著不同。因此，對於在什麼情況下，該選擇數量獎勵之合約形式或選擇無數量獎勵之合約形式，本論文整理出部份相關推論，整理如下

Observation 1: 當市場參數 r 與單位製造成本 c 之間的關係為 $r > 4c$ 時，上游製造商選擇無數量獎勵合約將可以獲得較高的獲利。

Proof:

根據 Assumption 4 及 Assumption 5，當 $r > 4c$ 時，數量獎勵模型合約與無數量獎勵合約才會同時成立。接著上游製造商在數量獎勵模型中獲得之利潤，減去無數量獎勵模型中的利潤後，可得兩者利潤差如下

$$\frac{c(2c-r)}{4s} \quad (29)$$

因為 $r > 4c$ ，故(29)將會小於零，表示上游製造商選擇無數量獎勵合約將會有較高的利潤。 ■

雖然 Observation 1 的結果，將會導致上游製造商選擇對自己較為有利的無

數量獎勵合約。然而，對下游零售商而言，也並非只有全然接受上游製造商所提出的合約。在不同市場參數 r 以及上游製造商單位製造成本 c 的關係變化，比較利潤後可得到以下推論。

Observation 2: 當市場參數 r 與單位製造成本 c 之間的關係為 $r > 4c$ 時，選擇數量獎勵合約，下游零售商將有較佳的獲利。

Proof:

根據 Assumption 4 及 Assumption 5，當 $r > 4c$ 時，數量獎勵模型合約與無數量獎勵合約才會同時成立。由於數量獎勵模型中獲得之利潤，減去無數量獎勵模型中的利潤為

$$4c > 0 \quad (30)$$

故當 $r > 4c$ 的情況下，選擇數量獎勵合約對下游零售商來說，將會是較為有利的選擇。 ■

從 Observation 1 可以看出，在數量獎勵合約與無數量獎勵合約中，無數量獎勵合約會是上游製造商的首選。但是對下游零售商來說，從 3.3.2 節最後所整理的表中(27)，可以知道下游零售商的最佳利潤為 $\frac{(r-2c)(r-4c)}{8s}$ 。因此，當市場參數 r 小於上游製造商的單位製造成本 c 的四倍的時候，此時對於下游零售商而言，若上游製造商提出無數量獎勵合約時，由於無法獲得適當的利潤，根本不可能接受上游製造商所提出的無數量獎勵合約。因此，上游製造商在設計並提出合約給下游零售商時，除了思考追求自身最大獲利的目標外，仍需考慮該合約是否可讓下游零售商所接受。

總括 3.3 節的推導可以總結出，如果上游製造商提供線性合約給下游零售商時，在分析相關市場參數，且滿足各合約成立之相互對應的限制條件之後，根據

本論文之推導，合約將可以達到均衡解。至於兩合約之間的實際比較，本論文將在第四章做更進一步的討論以及說明。下一節，本論文將討論，當上游製造商提出不同的線性組合合約的情況時，根據不同的合約形式，對合約雙方所可能衍生出的結果。

3.4 合約模型二 折線式混合模型

3.4.1 折線之模型研究動機與概念解釋及相關意義

本小節將討論，在產品數量與價格之間的關係仍為線性轉換的概念之下，延伸設計出另一種的合約：折線式混合模型。本論文設計折線式混合模型的動機在於，在目前常見的合約設計模型中，基本上僅作單一直線的討論。單一直線意味著單一策略。因此，本論文試圖導入並結合兩種不同策略，共存於單一合約。也就是希望在不同的決策考量之下，能有不同的策略與其呼應，同時結合兩種不同供給曲線於同一模型之中。不過，在實際進入模型的推導之前，首先說明何謂折線的概念，並以圖 4 中的兩張圖形作解釋。其中 Q 代表產品數量， P_R 代表價格， m_1 以及 m_2 分別代表不同直線的斜率。

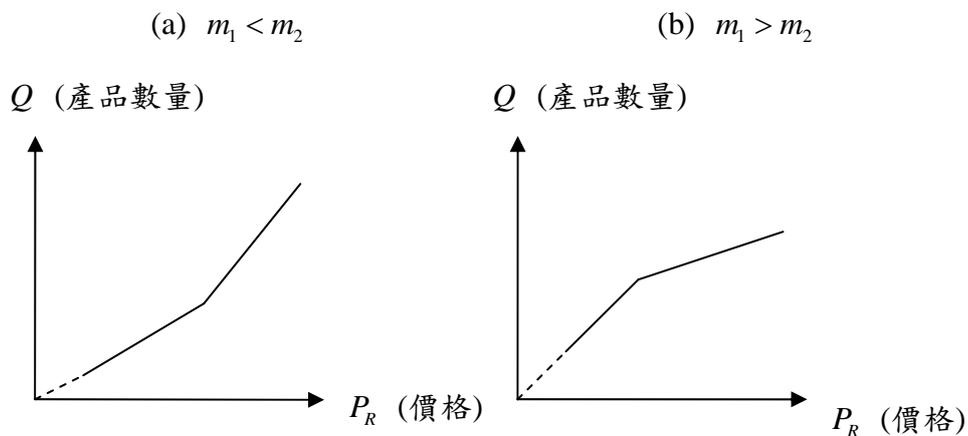


圖 4 不同斜率組合之折線圖形

折線的方式有很多，本論文從最基本的兩段式折線來思考並且做推導，即整個合約數學模型的組成是由兩段斜率不同的直線線段所構成，此兩線段會相接於一點，且因為兩線段斜率的不同，造成所謂的“折線”的效果。以圖 4 來看，兩線段中線段較靠近原點且該線段不具有截距項的稱為第一段，離原點較遠且具有截距項的線段稱之為第二段。此外本論文對於第一段線段，除了該線段為較接近原點線段的設定外，另外要求此一線段經過其延伸線將會通過原點，如同線性模型中的數量獎勵模型。除此之外，相當重要的是，以數量獎勵模型作為折線式混合模型中第一段的另一個理由是，可藉由數量獎勵模型以及其推導與結果，作為本節折線式混合模型推導求解的基礎。

圖 4 不只單單以圖形說明整個折線的概念，同時更進一步地透露出重要的訊息。在圖 4 中，橫軸代表的是下游零售商的購買價格，縱軸代表的是產品的數量。而圖形的斜率所代表的意義為，產品數量的變化量與價格變化量的比值。因此，斜率越大，表示在相同大小的價格變化下，下游零售商可獲得的產品數量將會隨斜率的增加而加大。相反地，當斜率越小，同樣大小的價格變化下，可以獲得的產品數量則會變小。

不同的折線模型，其經濟上的意義也隨之不同。在此，僅說明本論文中所提及之折線式混合模型的經濟意義。由於本論文之研究主要著眼之對象為上游製造商和下游零售商，故分別就兩者各自的觀點做說明。試以圖 4 做說明，由於第一段是屬於延伸線通過原點的線段，如同 3.3.1 節中所介紹數量獎勵模型，當上游製造商基於某些原因，比如有多餘的產能可以利用，或是可能當產量對利潤的影響，較價格對利潤的影響來的大時，上游製造商願意提供額外的產品數量當成獎勵，當作誘因給下游零售商，吸引下游零售商訂購產品。而第二段的思考模式是，當上游製造商因為產能的限制，無法在提供相同於第一段的數量優惠，或是考量客觀市場參數以及本身的製造成本等因素許可下，設定當下游零售商所提出的購買價格達到某一個預設的價格之後，轉換成另一種合約形式，進而獲得較第一段

更高的利潤。此一可能推論，不難從 3.3.3 節中的觀察得到印證。而相對的至於對下游零售商來說，不管是圖 4(a)或者是圖 4(b)，由於本身是跟隨者，故所作的決策都必須考慮到上游製造商的可能反應，分析可能的影響因素，如銷售策略，市場對產品需求的渴望，市場需求週期的長短，產品銷售之後可能得到的附加利益等等，經過慎重地判斷之後，做出最有利選擇。

瞭解什麼是折線模型，以及模型所可能隱含的經濟意義之後，以下為模型的推演過程。首先，對模型中出現的各個變數以及參數做定義，有關市場和下游零售商的相關符號以及參數定義都不變，會有改變的，為有關上游製造商新增加的變數與其定義，下游零售商的決策變數亦無改變。因此，相同的參數請參閱合約模型一之符號及定義說明，這裡僅就不同的變數做另外的補充說明，如下表示之。

變數

b_i : 上游製造商決策變數， $i=1,2$

a_2 : 上游製造商的決策變數，即第二段線段的截距項

其中 b_i 代表不同線段各自的斜率， b_1 為表示圖 4(a)或圖 4(b)中第一段的斜率， b_2 則是表示為第二段的斜率。 a_2 是表示第二段，有截距線段之截距項。

合約模型二的基本設計為兩段式折線，第一段為過原點之直線線段(數量獎勵模型)；第二段為具有截距項的直線線段(無數量獎勵模型)，兩線段相連於一點，將兩種不同模型混合為一種模型。藉由兩段不同線段相連造成折線，以及在單一模型中整合兩種模型的概念。因此合約模型二，本論文稱該模型為折線式混合模型，其數量與價格的函數表示如下。

$$Q = b_i P_R I_i + (a_2 + b_i P_R)(1 - I_i), \quad I_i = \begin{cases} 1, & i=1 \\ 0, & i=2 \end{cases}, \quad i=1,2 \quad (31)$$

其中 $I_i, i=1,2$ 為指標函數(indicator function)。此外由(31)以及圖 4 可以看出，當下游零售商提出的 P_R 落在不同的範圍之中，整個合約的表示方式也將跟著不同。

在符號表示與定義中，對於下游零售商的購買價格 P_R 僅做大於零的假設限制。由於合約模型二的設計概念為折線，因為模型牽涉到折線的關係，對於 P_R 的要求必須要更加嚴謹。在此，本論文將就 P_R 範圍的界定做以下的討論。首先，從上游製造商與下游零售商之間的關係開始說明。上游製造商生產商品的時候，生產產品的單位生產成本 c ，下游零售商提出的購買價格為 P_R 。上游零售商會有意願生產商品的首要條件為，必須要有正的利潤收入，否則將沒有誘因從事生產。所以，經由上游製造商的利潤函數 $\Pi_M = (P_R - c)Q$ 可以知道，下游零售商提出的購買價格 P_R ，必須大於等於上游製造商的單位生產成本 c ，不然上游製造商將不會有正的利潤收入。同樣的，市場的需求函數為 $P = r - sQ$ ，下游零售商的利潤函數為 $\Pi_R = (P - P_R)Q$ ，下游零售商有意願投入市場的條件是獲利必須為正，根據市場需求函數和下游零售商的利潤函數，可以看出市場價格 P 將會大於等於下游製造商的購買價格 P_R 。而根據市場需求函數可知，市場價格 P 的上界為 r ，故綜合前面之敘述推導得 $P_R \leq r$ 。因此， P_R 的上下界的範圍為 $c \leq P_R \leq r$ 。

本論文所建構之折線式混合模型，在確定購買價格 P_R 的合理範圍之後，下一步驟為決定分段點(breaking point)。本論文假設折線式混合模型之分段點為數量獎勵合約模型的最佳購買價格。此一假設的理由是，由於折線式混合模型合約中，第一部份的基礎為 3.3.1 節的數量獎勵模型，因此，若選取的分段點並非大於等於數量獎勵模型的最佳購買價格時，當下游零售商選擇折線式混合模型合約的第一部份，根據 3.3.1 節的推導，上游製造商無法對下游零售商的購買價格做出最佳的反應，使得兩者皆無法找到均衡的最佳解。如此一來，這一份合約模型設計相當於是一份沒有意義的合約。所以，本論文選取數量獎勵模型中的最佳購買價格作為分段點，避免折線式混合模型的第一部份所找出的最佳解，因為分段

點選取關係，使得最終可能的最佳解，無法落在合約中對購買價格的限制範圍，而導致模型變得沒有意義。另外還有一個理由，折線式混合模型合約的第一部份，根據數量獎勵模型的推論，雖然第一部份的直線合約可繼續向後延伸，但只要下游零售商提出的購買價格是落在合理範圍之內，其均衡最佳解必落在購買價格為 $\frac{r+2c}{4}$ 。因此，基於上述的理由，本研究為了簡化過程，故在此選定分段點為數量獎勵模型的最佳購買價格 $\frac{r+2c}{4}$ 處。因此，折線式混合模型在確定價格 P_R 的分段點之後，其數量與價格的函數將可以更加地明確的定義，如(32)所示。

$$Q = \begin{cases} b_1 P_R, & \text{if } P_R \in \left[c, \frac{r+2c}{4} \right] \\ a_2 + b_2 P_R, & \text{if } P_R \in \left[\frac{r+2c}{4}, r \right] \end{cases} \quad (32)$$

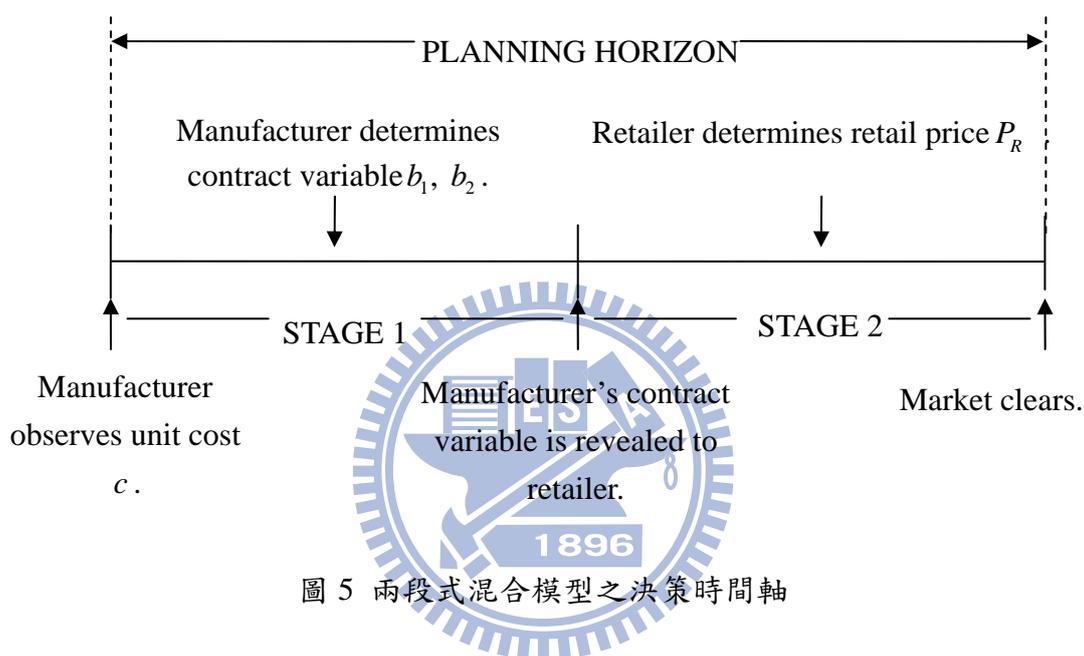
另外為了方便起見，將第一部份也就是當 $P_R \in \left[c, \frac{r+2c}{4} \right]$ (合約形式為 $Q = b_1 P_R$) 時，稱為 A 部份(*part A*)；當 $P_R \in \left[\frac{r+2c}{4}, r \right]$ (合約形式為 $Q = a_2 + b_2 P_R$) 時，稱為 B 部份(*part B*)。

確定購買價格範圍，以及分段點的定義和對應數量與價格模型之後，我們將推導過程詳述如下。因為所有的合約都是以 Stackelberg 模型的理論為基礎，所以，同樣地以逆向歸納法做推導。下一節將會對折線式模型，做詳盡的過程推導。

3.4.2 折線式混合模型

討論折線式混合模型時，由於此模型之第一部份是由數量獎勵模型，以及無數量獎勵模型為第二部份所組成。因此，本論文首先假設分段點為數量獎勵合約模型中，下游零售商所得到之最佳購買價格。根據 Stackelberg 理論以及應用

逆向歸納法，折線式混合模型是以合約模型一中的數量獎勵合約模型所得到的結果出發，利用數量獎勵合約模型中所獲得的最佳購買價格 $\frac{r+2c}{4}$ 當成新分段點做逐步討論。而在兩段式混合模型中，上游製造商先作決策，所決定的決策變數為第一部份的 b_1 和第二部份的 b_2 。下游零售商隨後接著作決策，決定購買價格。各階段之決策順序及決策變數如圖 5 所示。



首先討論 A 部份，推導過程如下。

part A $P_R \in \left[c, \frac{r+2c}{4} \right]$ ，合約形式為 $Q = b_1 P_R$ （數量獎勵合約模型）

根據逆向歸納法，推導的順序從第二階段開始，下游零售商根據上游製造商提出的合約形式，決定自身的最佳購買價格決策；接著推導第一階段，上游製造商在接受下游零售商所提出之購買價格後，決定對應的最佳決策。本小節 part A 中，由於上游製造商所提供的合約形式與 3.3.1 節之數量獎勵合約，同為 $Q = b_1 P_R$ 的形式。同時，下游製造商的利潤函數(3)、市場需求曲線(1)以及上游製造商利潤函數(2)皆相同。基於上述理由，在此僅需將上游製造商的決策變數由 3.3.1 節中上游製造商的決策變數 b 以 b_1 代替，故 part A 不再詳述其推導過程，引

用 3.3.1 節的結果，即可得到上游製造商獲利，下游零售商獲利，以及市場的需求數量，整理如下。

表 3 折線式混合模型結果整理 part A

均衡最佳解：	$(b_1, P_R) = \left(\frac{r-2c}{s(r+2c)}, \frac{r+2c}{4} \right)$
上游製造商獲得之利潤：	$\Pi_M = \frac{(r-2c)^2}{16s} \quad (33)$
下游零售商獲得之利潤：	$\Pi_R = \frac{r(r-2c)}{8s} \quad (34)$
市場所需產品之總數量：	$Q = \frac{r-2c}{4s} \quad (35)$

part B $P_R \in \left[\frac{r+2c}{4}, r \right]$ ，即合約形式為 $Q = a_2 + b_2 P_R$ （無數量獎勵合約模型）

根據折線式混合模型之設計，part B 的合約形式之基礎為無數量獎勵模型之形式，如(36)

$$Q = a_2 + b_2 P_R \quad (36)$$

由於分段點設定為 $\frac{r+2c}{4}$ ，當下游零售商的購買價格 $P_R = \frac{r+2c}{4}$ ，此時的購買價格恰為 part A 等於 part B 的交界處，使得兩者合約相等，即 $b_1 P_R = a_2 + b_2 P_R$ 。所以配合 part A 得到的結果，帶入 $b_1 = \frac{r-2c}{s(r+2c)}$ 後，透過計算，可得截距項為

$a_2 = \frac{r-2c-b_2 s(r+2c)}{4s}$ 。故(36)可寫成下式

$$Q = \frac{r-2c-b_2 s(r+2c)}{4s} + b_2 P_R \quad (37)$$

利用逆向歸納法解模型，從第二階段開始。下游零售商根據上游製造商提出的合約形式，決定出價價格 P_R ，下游零售商目標為期望獲利利潤極大。由利潤函數 (3)，以及(32)在 $P_R \in \left[\frac{r+2c}{4}, r \right]$ 定義之下所設定的合約形式，可以得到整理後的利潤函數(37)。為了簡化求解過程，本論文在此導入座標平移的概念。座標平移之基本概念可以下圖示意，見圖 6。

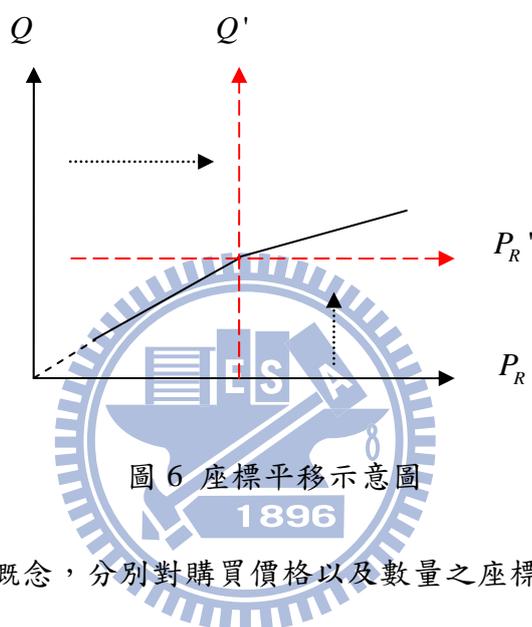


圖 6 座標平移示意圖

利用座標平移的概念，分別對購買價格以及數量之座標軸做平移。因為分段點設定在 $P_R = \frac{r+2c}{4}$ ，故利用座標平移的方式將分段點定為購買價格平移後的新原點。首先處理購買價格軸的平移，將(37)作整理，等號右邊留下 b_2 與 P_R 有關項，等號左邊留下 Q 以及剩下與 b_2 、 P_R 無關的項。如下表示

$$Q - \left(\frac{r-2c}{4s} \right) = b_2 \left[P_R - \left(\frac{r+2c}{4} \right) \right] \quad (38)$$

根據 (38)，令 $P_R' = P_R - \left(\frac{r+2c}{4} \right)$ 為座標平移後購買價格軸的新原點；

$Q' = Q - \frac{r-2c}{4s}$ 為座標平移之後，相對應數量軸的新原點。因此，(38)可以下面(39)

表示

$$Q' = b_2 P_R' \quad (39)$$

$(P_R, Q) = \left(\frac{r+2c}{4}, \frac{r-2c}{4s} \right)$ 將是新座標平面的原點，而經過座標平移後所得到新的合約形式如(39)。同樣地，市場需求曲線 $P = r - sQ$ 經座標平移後，新市場需求曲線如(40)表示。

$$\begin{aligned} P &= r - sQ \\ P &= r - s \left[Q - \left(\frac{r-2c}{4s} \right) + \left(\frac{r-2c}{4s} \right) \right] \\ P' &= \frac{3r+2c}{4} - sQ' \end{aligned} \quad (40)$$

根據逆向歸納法，從下游零售商開始，將座標平移後的新合約(39)，以及新市場需求曲線(40)。導入利潤函數的定義之後，即可獲得在新座標平面下的利潤函數。透過觀察之後發現，(39)與 3.3.1 節所討論之數量獎勵合約的(4)形式相同。同樣地，本論文只討論假設利潤函數為凹函數成立的情況。因此，依據 3.3.1 節數量獎勵模型的推導方式作為處理的基礎，並藉由 3.3.1 節得到的結果(9)以及(15)，我們可以得到對應在新座標平面下，下游零售商的最佳購買價格和上游製造商的最佳反應決策分別為

$$P_R' = \frac{3r+2c}{8(b_2s+1)} \quad (41)$$

以及

$$b_2 = \frac{3r-6c}{s(3r+10c)} \quad (42)$$

再將(42)帶回(41)，即可得到下游零售商的實際的最佳購買價格為

$$P_R' = \frac{3r+10c}{16} \quad (43)$$

以及市場需求數量為

$$Q' = \frac{3r-6c}{16s} \quad (44)$$

再將(43)和(44)轉換回原購買價格-數量座標之座標平面，最終對應之購買價格以及數量如下表示

$$P_R = \frac{1}{16}(7r+18c) \quad (45)$$

$$Q = \frac{1}{16s}(7r-14c) \quad (46)$$

得到上游製造商的最佳決策變數(42)，最佳購買價格(45)以及市場所需產品總需求量(46)之後，將(46)帶回(1)可得到市場價格 P ，並且將(42)、(45)以及(46)，分別帶入對應之上游製造商以及下游零售商之利潤函數(2)與(3)亦可得到上游製造商以及下游零售商各自之利潤大小及均衡最佳解 (b_2, P_R) ，全部整理如下表。

表 4 折線式混合模型結果整理 part B

均衡最佳解：	$(b_2, P_R) = \left(\frac{3r-6c}{s(3r+10c)}, \frac{7r+18c}{16} \right)$
上游製造商獲得之利潤：	$\Pi_M = \frac{(7r+2c)(7r-14c)}{256s} \quad (47)$
下游零售商獲得之利潤：	$\Pi_R = \frac{(2r-4c)(7r-14c)}{256s} \quad (48)$
市場所需產品總數量：	$Q = \frac{1}{16s}(7r-14c) \quad (49)$

3.5 模型結果整理

本節將對整個第三章所建立的各個模型做精簡的整理。分別是屬於線性合約模型的數量獎勵模型與無數量獎勵模型，以及屬於兩段直線所組合成的折線式混合模型，就上游製造商以及下游零售商各自的利潤與均衡最佳解。市場的需求量和價格，以及各模型成立時相對應的限制式。表 5 及表 6 分別為各個模型最終結果的總整理。

表 5 線性模型合約總整理

線性模型		數量獎勵之線性模型	無數量獎勵之線性模型
利潤	上游製造商	$\frac{(r-2c)^2}{16s}$	$\frac{r^2-4c^2}{16s}$
	下游零售商	$\frac{r(r-2c)}{8s}$	$\frac{(r-2c)(r-4c)}{8s}$
均衡解 (b_i, P_R)		$\left(\frac{r-2c}{s(r+2c)}, \frac{r+2c}{4} \right)$	$\left(-\frac{c(r-2c)}{s(r+2c)}, \frac{r-2c}{s(r+2c)}, \frac{r+6c}{4} \right)$
市場	需求量	$\frac{r-2c}{4s}$	$\frac{r-2c}{4s}$
	價格	$\frac{3r+2c}{4}$	$\frac{3r+2c}{4}$
相關條件限制式		$0 < b \leq \frac{2(r-c)}{s(r+2c)}$ $r > 2c$	$0 < b \leq \frac{2(r-c)}{s(r+2c)}$ $r > 4c$

表 6 折線式混合模型合約整理

折線式混合模型		第一部份(part A)	第二部份(part B)
利潤	上游製造商	$\frac{(r-2c)^2}{16s}$	$\frac{(7r+2c)(7r-14c)}{256s}$
	下游零售商	$\frac{r(r-2c)}{8s}$	$\frac{(2r-4c)(7r-14c)}{256s}$
均衡解 (b_i, P_R)		$\left(\frac{r-2c}{s(r+2c)}, \frac{r+2c}{4} \right)$	$\left(\frac{3r-6c}{s(3r+10c)}, \frac{1}{16}(7r+18c) \right)$
市場	需求量	$\frac{r-2c}{4s}$	$\frac{1}{16s}(7r-14c)$
	價格	$\frac{3r+2c}{4}$	$\frac{9r+14c}{16}$
相關條件限制式		$0 < b \leq \frac{2(r-c)}{s(r+2c)}$ $r > 2c$	$0 < b \leq \frac{2(r-c)}{s(r+2c)}$ $r > 2c$

綜觀本論文中所建構的三種模型，數量獎勵模型、無數量獎勵模型以及綜合前兩種模型所組成的折線式混合模型。三種模型依照曲線的不同又可分類成兩大項，第一類的線性模型，包括數量獎勵模型與無數量獎勵模型。以及第二類，由兩段線性模型所組合而成的折線混合模型。第一類線性模型中，主要以單一直線為基礎，分別就上游製造商是否提供產品在數量上的獎勵，區分出兩種模型的差異，並討論在數量上獎勵與不獎勵的政策，對於上游製造商和下游零售商，兩者相關利潤的大小以及決策變數的不同變化。第二類的兩段式模型，則是將數量獎勵模型作為第一部份，以及將無數量獎勵模型作為第二部份，組合兩種模型成單一種折線式的混合模型。對於上游製造商在不同的策略考量下或是在不同的時期的決策思維，針對欲達成的目標，設計一份可以同時融入多方面思考的混合型合約。

最後，由於折線式混合模型的求解基礎是構築在無折線的線性模型上。因此，線性模型中討論的數量獎勵模型其重要性，除了提供上游製造商在設計合約時，不單單是有其單獨導入數量獎勵的想法以及適用範疇，同時亦是作為研究折線式混合模型的構成以及求解的基礎架構。



第四章 模型綜合比較與數值案例及其相關敏感度分析

4.1 模型結果綜合比較

本章將對前一章所介紹的數量獎勵模型合約、無數量獎勵模型合約以及兩段式混合模型合約更進一步的分析。同時，討論市場參數對上游製造商以及下游零售商兩者之決策變數的影響。除此之外，將會對市場參數以及上游製造商單位製造成本，兩者相關關係之敏感度分析對上游製造商和整體供應鏈的影響。

首先，本論文欲討論在三種模型下，比較上游製造商以及整個供應鏈的利潤。由 3.4.5 的討論可以知道，市場參數 r 以及上游製造商單位製造成本 c ，在不同模型合約下有不同的相互關係。也就是說，不同的合約模型必須滿足相關的條件，例如滿足獲利大於零、對決策變數要求為正，所衍生出的限制條件之後才會成立。根據(16)的結果可以知道，當數量獎勵模型會成立時的限制條件為，市場參數 r 與單位製造成本 c 必須滿足 $r > 2c$ ；而經由(28)發現，無數量獎勵模型成立之限制條件為，市場參數 r 與單位製造成本 c 滿足 $r > 4c$ ；最後，由於折線式混合模型是建立在數量獎勵模型的基礎之上，因此，折線式混合模型的限制條件會與數量獎勵模型的限制相近，為 $r > 2c$ 。因此，可以發現，三種模型的成立與否，和市場參數 r 與上游製造商單位製造成本 c 的關係息息相關。此外，三種模型的成立條件以及範圍，除了是經由數學的運算過程所導出的結果，還有就是符合本研究模型最初的研究目的，設計並處理數量與價格之間存在的正比轉換關係合約，主要就是 $b > 0$ 的基本前提假設。另外就是，各種模型成立的條件與分界在經濟上，亦可確保不同的合約中，所有參與者皆能獲得合理的利潤。故根據三種模型成立時，各自必須滿足之限制條件，可以發現對市場參數 r 來說，有兩個臨界點(critical point)，分別是符合 Assumption 4 的(16)，兩倍的單位製造成本 $2c$ ，和滿足 Assumption 5，四倍的單位製造成本 $4c$ 。故接下來的討論將對不同的臨界

點所區分出的範圍， $2c < r < 4c$ 以及 $r > 4c$ 兩種情況，就不同的情況個別討論。
 首先討論當市場參數 r 大於兩倍且小於四倍製造商單位製造成本 c 之情況。

當市場參數 r 與單位製造成本 c 之關係為 $2c < r < 4c$ 時，根據 Assumption 5 可以知道，無數量獎勵模型成立之限制條件為 $r > 4c$ 。因此，當市場參數 r 與單位製造成本 c 之關係為 $2c < r < 4c$ 時，不對無數量獎勵模型作比較，僅比較數量獎勵模型以及折線式混合模型。將數量獎勵模型得到的上游製造商最佳利潤減去折線式混合模型中上游製造商最佳利潤，利用配方法，可得到

Observation 3: 當 $2c < r < 4c$ 時，在數量獎勵模型與折線式混合模型中，上游製造商選擇折線式混合模型，可獲得較佳之利潤。

Proof:

將(18)減(47)後，上游製造商可得到數量獎勵模型與折線式混合模型之利潤差為

$$\frac{92c^2 + 20cr - 33r^2}{256s} \quad (50)$$

利用配方法，(50)之分子當 $2c < r < 4c$ 時，可整理如下

$$-33\left(\frac{122}{33}\right)^2 + \frac{3136}{33} < -33\left(\frac{r}{c} - \frac{10}{33}\right)^2 + \frac{3136}{33} < -33\left(\frac{56}{33}\right)^2 + \frac{3136}{33} = 0$$

觀察上式之後可得到，當 $2c < r < 4c$ 時，(50)恆小於零。表示上游製造商選擇數量獎勵模型所獲得的利潤，小於選擇折線式混合模型所可獲得的利潤。故可得證。 ■

因此，在 $2c < r < 4c$ 的情況下，上游製造商考慮在兩種合約模型之間作選擇時，根據 Observation 3 的推論，相較選擇數量獎勵模型，選擇折線式混合模型將可得到較高的利潤。

另外，除了對上游製造商選擇何種合約模型可獲得的利潤較佳有興趣之

外，本論文也同時思考選擇何種模型對供應鏈整體的利潤會比較好。在此，本研究對整體供應鏈的利潤定義為

$$\text{整體供應鏈利潤} = \text{上游製造商之利潤} + \text{下游零售商之利潤} \quad (51)$$

同樣地，比較使用不同模型下所得之不同整體供應鏈利潤的比較方法為，將使用不同模型時所得到之整體供應鏈的利潤，作兩兩相減之後，再比較大小。因此，將折線式混合模型中所得之整體供應鏈利潤((47)與(48)的和)，減去數量獎勵模型兩模型中所得之整體供應鏈利潤((18)與(19)的和)，經過配方法的整理之後，可得到以下觀察

Observation 4: 當 $2c < r < 4c$ 時，在數量獎勵模型與折線式混合模型中，對於整體供應鏈而言，選擇折線式混合模型，可獲得較佳之利潤。

Proof:

將折線式混合模型之整體供應鏈利潤：(47)與(48)的和，減去數量獎勵模型之整體供應鏈利潤：(18)與(19)的和之後，計算結果如(52)

$$\frac{3(5r^2 - 4cr - 12c^2)}{256s} \quad (52)$$

將(52)之分子利用配方法，當 $2c < r < 4c$ 時，整理可得

$$5\left(\frac{r}{c} - \frac{2}{5}\right)^2 - \frac{64}{5} > 0$$

從上式發現，兩模型之整體供應鏈之利潤差(52)恆為正值。故可得證。 ■

經由 Observation 4 的推論可知，當滿足 $2c < r < 4c$ 的條件下，選擇折線式混合模型時，整體供應鏈之利潤為最佳。

接下來討論 $r > 4c$ 的情況。當滿足市場參數 r 與單位製造成本 c 之間的關係為 $r > 4c$ ，此時三種模型皆會成立。同樣地，利用利潤兩兩相減的方式，可整理

出三種模型對上游製造商利潤大小的排序比較有以下觀察

Observation 5: 當 $r > 4c$ 時，三種模型中，上游製造商利潤排序為折線式混合模型最佳，其次為無數量獎勵模型，最後為數量獎勵模型。

Proof:

將折線式混合模型所得之利潤減去無數量獎勵模型所得之利潤，即(47)減(26)之後可得

$$\frac{33r^2 - 84cr + 36c^2}{256s} \quad (53)$$

將(53)之分子項利用配方法配方之後，當 $r > 4c$ 的情況下，可得

$$33\left(\frac{r-42}{c-33}\right)^2 - \frac{576}{33} > \frac{90^2}{33} - \frac{576}{33} > 0$$

經由上式推導可知，選擇折線式混合模型時，上游製造商將可獲得較佳的利潤。同樣地，將無數量獎勵模型之利潤減去數量獎勵模型之利潤，即(26)減(18)後可得，當 $r > 4c$ 時，

$$\frac{c(r-2c)}{4s} > 0 \quad (54)$$

故經由(53)之推導以及(54)，可以得出對於上游製造商而言，選擇三種模型可獲得利潤之大小排序為折線式混合模型優於無數量獎勵模型，且無數量獎勵模型又優於數量獎勵模型。 ■

接著對於在三種模型下，整體供應鏈的利潤比較可有以下推論

Observation 6: 當 $r > 4c$ 時，三種模型之整體供應鏈的利潤排序為，折線式混合模型最佳，其次為數量獎勵模型，無數量獎勵模型最後。

Proof:

同樣的以兩兩相減的方式可以得到，三種模型中整體供應鏈的利潤比較如下
折線式混合模型之整體供應鏈利潤減數量獎勵模型之整體供應鏈利潤，即(47)與
(48)的和減掉(18)與(19)之和後，發現兩者利潤差同(52)之結果如下

$$\frac{3(5r^2 - 4cr - 12c^2)}{256s}$$

利用配方法，整理上式之分子，當 $r > 4c$ 時可得

$$5\left(\frac{r}{c} - \frac{2}{5}\right)^2 - \frac{64}{5} > 0$$

因此，可以知道對於整體供應鏈，相較數量獎勵模型，選擇折線式混合模型可獲得較佳利潤。

接著數量獎勵模型的整體供應鏈利潤減無數量獎勵模型的整體供應鏈利潤，即
(18)與(19)的和，減去(26)與(27)之和後，在 $r > 4c$ 的情況下時，可得到兩者利潤
差如下

$$\frac{c(r-2c)}{4s} > 0 \quad (55)$$

總括前述對整體供應鏈之利潤比較，可以得到三個模型中整體供應鏈的利潤比較，其排序為折線式混合模型最好，再來是數量獎勵模型，最後則是無數量獎勵模型。 ■

從 Observation 3 開始到 Observation 6，所得到的四項結論，我們可以整理出三種不同合約模型，在相關市場參數與製造商單位製造成本限制下，上游製造商以及整體供應鏈的利潤關係圖，見下圖 7 所示

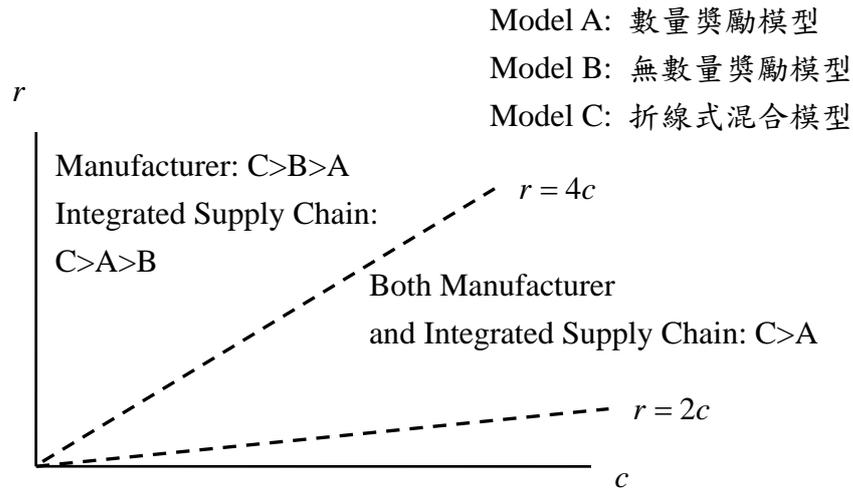


圖 7 三種模型成立分界與利潤大小比較圖

由於市場參數 r 與單位製造成本 c 的相互關係所產生的兩個臨界點，分別是 $r = 2c$ 與 $r = 4c$ ，將會影響三種模型的成立與否。當市場參數 r 大於兩倍單位製造成本 c 時，會使得數量獎勵模型以及折線式混合模型兩種模型成立；當市場參數 r 大於四倍單位製造成本 c 時，三種模型都會成立。從圖 7 的整理可以歸納出，當市場參數與單位製造成本之間關係為 $2c < r < 4c$ 時，選擇折線式混合模型對於上游製造商以及整體供應鏈，都將是最好的選擇。而當市場參數與單位製造成本之間關係為 $r > 4c$ 時，對照圖 7，對於上游製造商和整體供應鏈來說，折線式混合模型仍然是最好的選擇。因此，只要是市場參數 r 以及單位製造成本 c ，在條件符合模型成立的情況下，對於上游製造商或是對於整體供應鏈而言，折線式混合模型都將是最佳的合約模型。

4.1 節提供決策者(尤其是上游製造商)，在不同情況之下，選擇何種模型的基本思考方向。下一節 4.2 節，將利用簡單的數值案例做說明，對相關參數以及參數對上游製造商以及下游零售商，個別相關決策變數的影響，利用案例做適度敏感度分析。

4.2 數值案例敏感度分析

4.2.1 各模型利潤之敏感度分析

接著，本論文將在此小節，對市場參數 r 以及單位製造成本 c ，利用數值案例，針對不同情況做敏感度分析。為了簡化分析時的複雜程度，本研究調整市場參數 s 的值，將其設定為 1。由於本論文中之設計為，上游製造商為合約設計者，相對下游零售商，具有主導權。因此，本節的分析，主要著眼於上游製造商的比較，而不討論下游零售商的部份。另外，相較之下，討論各種模型對於整體供應鏈的影響將會比單獨討論下游零售商來的較具有意義。故本節將討論上游製造商以及整體供應鏈。

(I) 市場參數 r 之敏感度分析：假設上游製造商製造成本 $c=5$ ，分成兩種情況討論。情況一，若市場參數 r 滿足 $2c < r < 4c$ 的限制，表示市場參數 r 的值將介於 10 與 20 間。此時，滿足條件限制下成立之模型分別是數量獎勵模型以及折線式混合模型。在兩模型中，上游製造商以及整體供應鏈之利潤隨著市場參數 r 的變化見下圖 8。

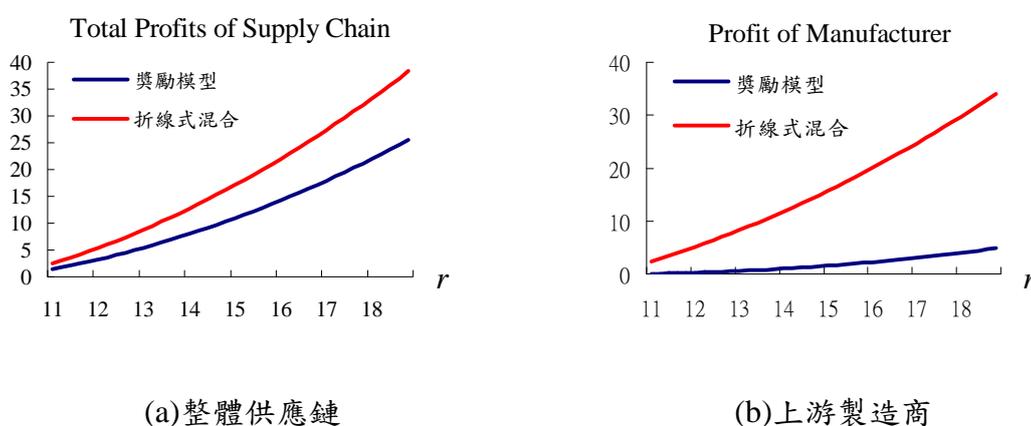


圖 8 $2c < r < 4c$ 下固定 c 變動 r 之利潤分析圖:(a) 整體供應鏈 (b) 上游製造商

根據圖 8 的圖形趨勢可以發現，不論是整體供應鏈或是上游製造商，當單

位製造成本 c 固定之下，並且滿足 $2c < r < 4c$ 的限制時，選擇數量獎勵模型或折線式混合模型，所獲得的利潤都將會隨著市場參數 r 的上升而增加。除此之外，對於整體供應鏈而言，在兩種模型中所獲得的利潤，隨著市場參數 r 上升而跟著增加的幅度(即斜率)相當接近。不過對上游製造商來說，市場參數 r 越大，則選擇折線式混合模型對於利潤增加的速度，將會比選擇數量獎勵模型來的更大。

而當限制條件為 $r > 4c$ 時，三種模型皆會成立。我們同樣地可以得到分別使用三種模型下，對應各模型之上游製造商以及整體供應鏈的利潤變化分析圖 9。

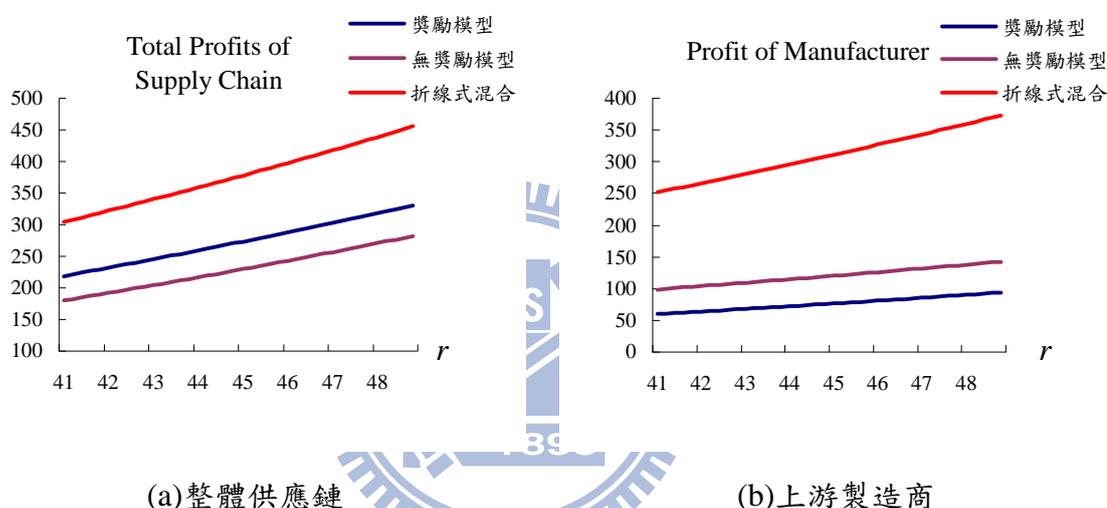


圖 9 $r > 4c$ 下固定 c 變動 r 之利潤分析圖:(a)整體供應鏈 (b)上游製造商

從圖 9(a)以及圖 9(b)的圖形走向可以看出，無論是上游製造商或是整體供應鏈，使用三種模型可獲得的利潤，在上游製造商單位製造成本 c 固定的情況下，皆會隨著市場參數 r 的增加而呈現上升的趨勢。

經由對市場參數 r 在不同限制時的敏感度分析之後可知，當上游製造商單位製造成本 c 固定時，不管是在何種情況下，市場參數 r 的增加，都會使得上游製造商以及整體供應鏈的獲利增加。市場參數 r 的上升在經濟上的意義可以有以下兩種可能的解釋。第一種可能的解釋是，市場對於該商品的需求量變多。因此，在製造成本固定的情況下，產品的數量增加表示可以回收的利潤變多。第二種可能解釋為，對於該商品的價格接受度變大。雖然市場的需求量沒有顯著增加，但

是對市場的需求而言，可以接受商品的定價變高，也就是物以稀為貴，量少自然價高。

(II) 單位製造成本 c 之敏感度分析：分別就滿足數量獎勵模型和折線式混合模型的條件 $2c < r < 4c$ 以及滿足無數量獎勵模型的條件 $r > 4c$ 之情況下，固定市場參數 $r = 20$ ，變動上游製造商單位製造成本 c 時，上游製造商的利潤變化和整體供應鏈利潤變化，就不同條件限制下，各自對應如圖 10 以及圖 11。

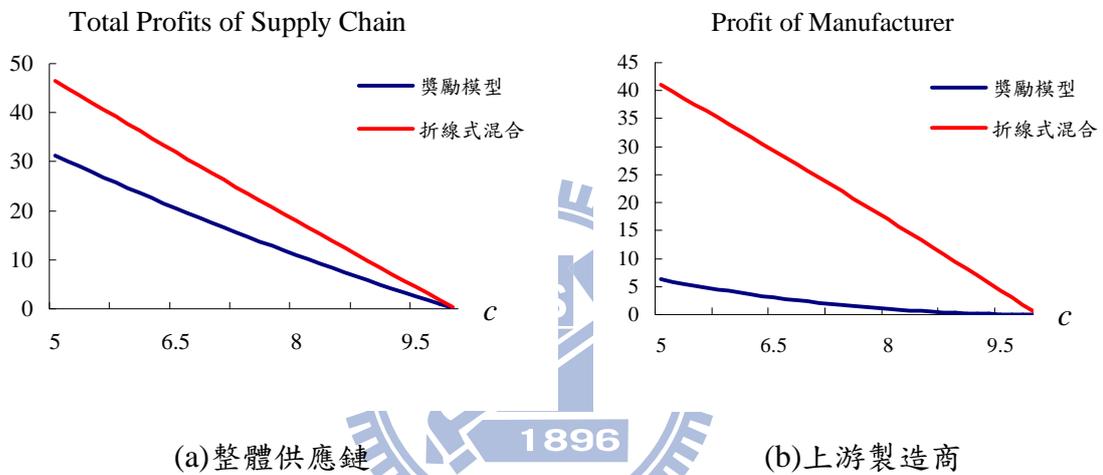


圖 10 $2c < r < 4c$ 下固定 r 變動 c 之利潤分析圖:(a)整體供應鏈 (b)上游製造商

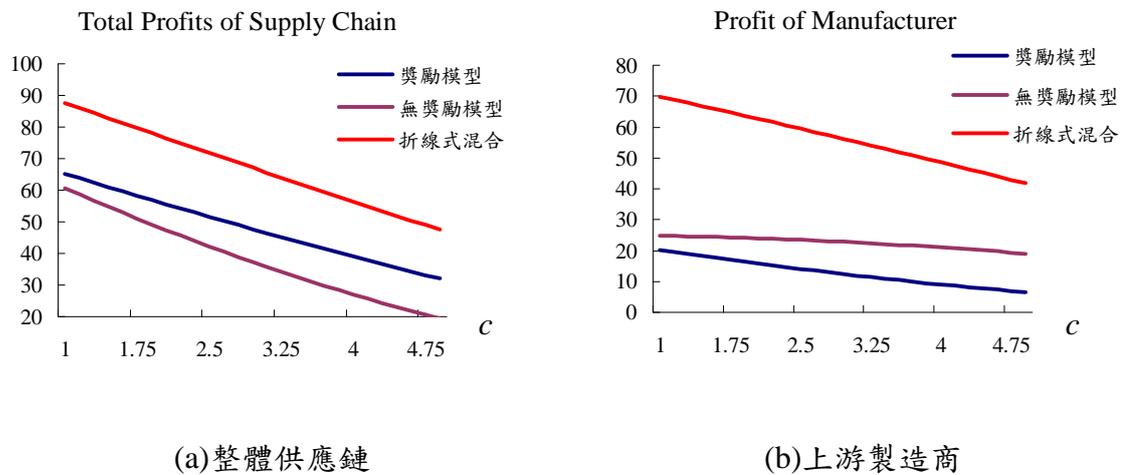


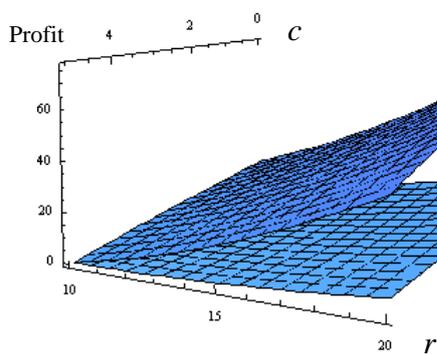
圖 11 $r > 4c$ 下固定 r 變動 c 之利潤分析圖:(a)整體供應鏈 (b)上游製造商

從圖 10 以及圖 11，對單位製造成本 c 的敏感度分析可知，不管是上游製造商的利潤或是整體供應鏈的利潤，都會隨著單位製造成本 c 改變。 c 越大，利潤都會變的越小。由於市場參數 r 與市場需求量 Q 兩者關係相當密切，當市場參數固定意味著兩種可能，一種可能是市場需求量受到限制，當數量逼近此限制時，由於市場參數 r 為固定大小的值，表示市場的價格隨著商品數量增加而下降。如此一來下游零售商無法從中獲得較佳的利潤，連帶無法提供一個優渥的購買價格給負責供貨的上游製造商。所以，當下游的購買價格降低而上游的製造成本增加，表示上游製造商可以回收的利潤將會隨著降低。使得利潤下降還有另外一種的可能性是，市場需求量較小導致市場價格提高，相對的卻無法提高利潤。雖然下游零售商會提供較高的購買價格給上游製造商，但因高購買價格對上游製造商利潤的影響遠小於產品數量的影響，導致無法彌補因為製造成本的升高而產生的利潤差距，反而使得上游製造商可獲得的利潤收入不升反降。

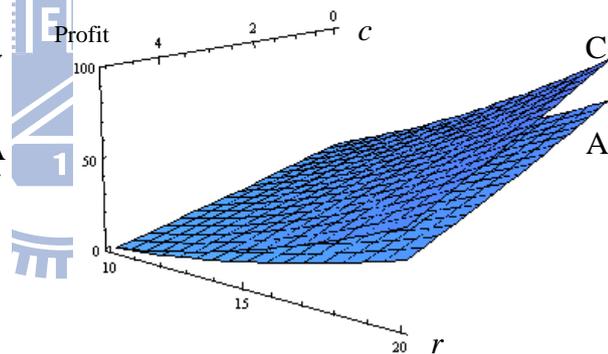
另外，仔細觀察圖 9 以及圖 11，在 $r > 4c$ 的情況下，圖 9 和圖 11，若純粹單就數量獎勵模型以及無數量獎勵模型作討論不難發現，當兩者站在不同的角度分析之下，發生趨勢對調的現象。本論文從兩個方向作說明，首先從經濟的角度分析。由於上游製造商不需要提供額外的產品數量給下游零售商，等於是減少成本的支出。換言之，成本的減少可視同獲利的增加。因此，無數量獎勵模型對上游製造商是較為有利的選擇。然而，下游零售商選擇數量獎勵模型時，可以獲得額外數量的產品，進而平衡自身的成本。增加的數量又可以販賣到市場上，可同時增加額外的收入。再來，從實際獲得利潤大小的角度分析，上游製造商選擇有數量獎勵模型與無數量獎勵模型之間的利潤大小差為 $\frac{r-2c}{4s}$ ；下游零售商的利潤差為 $\frac{r-2c}{2s}$ 。相較之下兩者之間有兩倍的差距。上述兩項推論可說明，造成圖 9 和圖 11 中，數量獎勵模型以及無數量獎勵模型，在整體供應鏈與上游製造商的利潤分析圖中，兩模型趨勢的對調並非是偶然發生。

除了上述分別對市場參數 r 以及單位製造成本 c 所進行的敏感度分析之外，本論文更進一步利用圖示說明，當市場參數 r 以及單位製造成本 c 同時變動下，相對應各模型所產生的利潤。雖然由圖 7 可以發現，市場參數 r 以及上游製造商單位製造成本 c 之間的關係，對於上游製造商和整體供應鏈在三種模型下所得到的利潤大小關係。但由於圖 7 為整體的利潤比較，並無明顯地表示出利潤的差異大小，因此藉由利用 3D 立體圖的表示，為三種模型在各自成立的限制條件之下，更細微地呈現有關模型彼此之間利潤的大小差異關係。另外，因為無數量獎勵模型在 $2c < r < 4c$ 的情況下並不成立，故當討論的情況為 $2c < r < 4c$ 時，不加入無數量獎勵模型之比較，僅比較數量獎勵模型以及折線式混合模型兩者，故在相關條件下，三種模型的比較可見下圖 12。

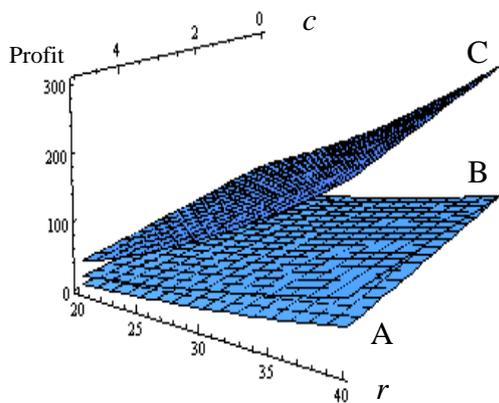
Model A: 數量獎勵模型；Model B: 無數量獎勵模型；Model C: 折線式混合模型



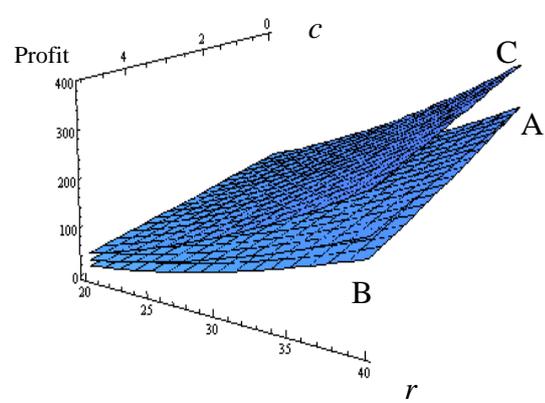
(1a)



(1b)



(2a)



(2b)

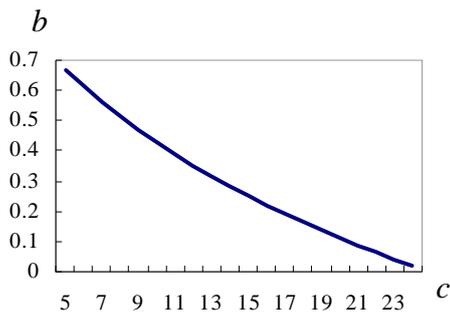
圖 12 三模型在(1) $2c < r < 4c$ 、(2) $r > 4c$ 限制下利潤差異比較圖: (a)上游製造商
(b)整體供應鏈

從圖 12(a)可發現，上游製造商在三種模型中選擇折線式混合模型合約為最有利，並且相對其他模型而言，其獲利的差距也較另外兩模型來的大。對於整體供應鏈，若純粹就利潤之觀點來看，折線式混合模型會是最佳的選擇。不過若從圖 12(b)可以觀察出，其實三種模型彼此之間的利潤差異，反而不如比較上游製造商利潤時所產生的差異來的明顯。

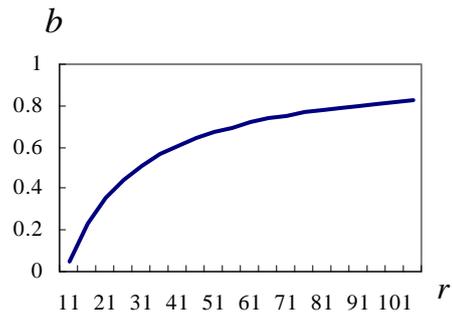
4.2.2 決策變數敏感度分析

瞭解市場參數 r 以及單位製造成本 c 的變化對利潤的影響之後，接下來本論文將討論上述的兩個因素，對上游製造商的決策變數 b 和下游零售商的決策變數 P_R 的影響。

首先討論上游製造商之決策變數 b ，分析固定 r 、變動 c ，以及固定 c 、變動 r 兩種情況。同樣地，為了簡化問題複雜程度，本論文仍然在此假設市場參數 $s=1$ 。在 3.3.1 節數量獎勵模型與 3.3.2 節無數量獎勵模式兩模型中，由於上游製造商的最佳決策變數之形式皆為 $b = \frac{r-2c}{s(r+2c)}$ ，且為滿足 3.3.2 節中對無數量獎勵模型之限制條件 $r > 4c$ ，因此本論文在此僅討論 $r > 4c$ 成立之情況。討論固定 r 變動 c 以及固定 c 變動 r 之情況，且各自設定 r 之固定值為 50； c 之固定值為 5。分析圖形見圖 13。



固定 r ，變動 c

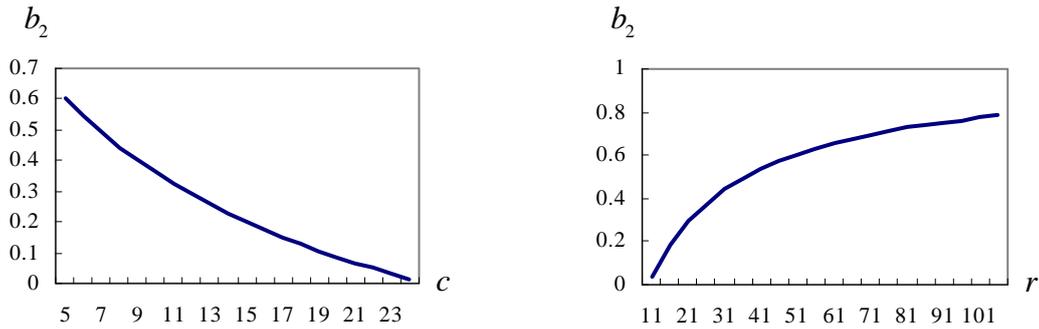


固定 c ，變動 r

圖 13 決策變數 $b = \frac{r-2c}{s(r+2c)}$ 之敏感度分析圖

由圖 13，當市場參數 r 固定，單位製造成本 c 變動時表示，市場整體需求量維持一定，上游製造商的製造成本越高而市場需求量又不見增加，會降低上游製造商生產更多產品的動力。而決策變數 b 正是上游製造商控制產品生產量的變數，故市場需求量固定時，決策變數 b 會隨著單位製造成本的上升而降低。接著討論，當單位製造成本 c 固定，變動市場參數 r 的情況，市場需求量的大量增加，對單位製造成本固定的上游製造商來說，生產更多的產品將可以獲得更多的利潤。然而，當市場成長的程度趨近特定大小之後，生產的速度也將隨之穩定。故決策變數 b 將會保持在一定的水準。另外，產能的負荷也是使得決策變數 b 的成長速度趨於平緩的原因之一。

另外，當上游製造商選擇折線式混合模型合約時，相對應的決策變數為第一段的 b_1 和第二段的 b_2 。由於折線式混合模型合約，其第一段的組成是以數量獎勵模型為基礎，加上適當分段點的選取，使得第一段的決策變數 b_1 與數量獎勵模型合約的決策變數 b 相同，如(15)。因此，本論文在此將不再加以討論 b_1 ，相同之結論可見上述同決策變數 b 的討論。本部份僅討論當 $b_2 = \frac{3r-6c}{s(3r+10c)}$ 的情況。故市場參數 r 與上游製造商單位製造成本 c 在同樣的設定下進行分析，其結果如下圖 14。



固定 r ，變動 c

固定 c ，變動 r

圖 14 決策變數 $b_2 = \frac{3r-6c}{s(3r+10c)}$ 之敏感度分析圖

比較圖 14 以及圖 13 之圖形之後不難發現，兩者針對市場參數 r 以及單位製造成本 c 的敏感度分析之圖形相當接近，在此本論文不再詳述造成圖 14 之圖形趨勢的可能原因，可見圖 13 後之詳細分析。

最後，本論文將討論有關下游零售商的決策變數 P_R 的敏感度分析。對於下游零售商的決策變數 P_R 而言，不管是選擇數量獎勵模型所得到決策變數 $P_R = \frac{r+2c}{4}$ ，或是選擇無數量獎勵模型所得到之 $P_R = \frac{r+6c}{4}$ ，又或者是選擇兩段式混合模型所得到的 $P_R = \frac{1}{16}(7r+18c)$ 。觀察三種不同模型所推導出的 P_R 之形式後不難發現，只要市場參數 r 或是單位製造成本 c ，其中任何一項增加，固定另一項；或者兩者同時增加時，都會使得下游零售商的決策變數 P_R ，呈現出正比的直線關係。這樣的分析結果不令人意外，市場參數 r 變大意味著市場對該產品的需求量大，同時也說明了市場對價格的接受程度也比較大。因此對下游零售商來說，市場對價格的接受程度以及對產品的需求量增加，都使得自己對於可以提供給上游製造商的購買價格，有更多的出價空間。而上游製造商單位製造成本 c 的增加，表示下游零售商為了獲得產品，勢必需要購買價格提高，讓上游製造商覺得滿意之後，才有機會從上游製造商取得一定的產品數量。

若再更深入地討論三種模型所得到的最佳購買價格，以折線式混合模型為例，當市場參數 r 固定，而上游製造商的單位製造成本上升一單位時，下游零售商的最佳購買價格將會隨著上升 18 個單位。相較之下，當上游製造商單位製造成本固定，而市場參數同樣上升一單位時，下游零售商的購買價格只上升 7 個單位。因此可以推論出，上游製造商的單位製造成本 c 對下游製造商決策變數，也就是最佳購買價格 P_R 的影響，除了市場的反應之外，最主要還是與上游製造商的製造成本的改變，受到的影響為最深。

合約設計的目的在於獲取最佳收益，一份設計良好的合約可以讓製造商、零售商乃至於整條供應鏈得到更佳的獲利。與合約設計相關研究的論文不計其數，每種合約的設計皆有其理論與論點，牽涉成員的多寡，使用的行業不同，賣方市場或買方市場決定，都可能影響到一份合約設計的思考方向。因此，在不同的情境之下，會有不同的考量以及衍生的結果，沒有一定的準則或標準去判別模型孰優孰劣，端看合約設計者的策略以及考慮的因素為何。



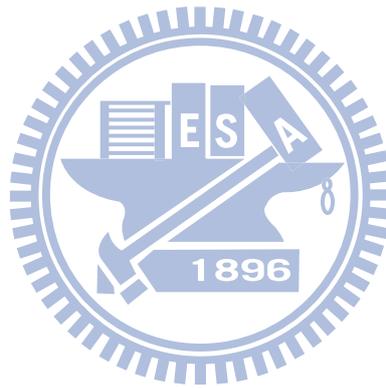
第五章 結論與未來研究方向

5.1 結論

本論文為單一上游製造商與單一下游零售商，兩階層供應鏈之合約設計。從最基本的供需曲線開始思考，與大多數有關合約設計的論文最大的相異在於，以往的合約設計對於供需曲線，通常設定價格與數量成反比的關係。另外，在大多數的商業行為中，下游零售商對上游製造商的購買行為，都是以量制價。即下游零售商以量的增加，來換取上游製造商在產品價格上的降低。而本論文欲提出不同的思維是在於，若是此商業行為轉變成，下游零售商提出希望購買的價格後，上游再根據出價的高低，決定提供給下游的產品數量。如果下游零售商提出的購買價格越高，則上游製造商將會考慮提供更多的產品。因此基於這個想法，本論文提出，價格與數量之間成正比關係的合約設計。除了對供需曲線的思考不同外，本論文更跳脫以往大部分論文僅設計與討論單一模型，試圖同時導入多種模型的思想。首先討論基本的線性曲線，設計出數量獎勵模型以及無數量獎勵模型。不僅如此，更提出組合兩條不同的供給曲線之想法，設計出折線式混合模型。並且找出在滿足模型成立之限制條件下，各個模型的均衡最佳解。同時，對三種模型在相同的設定情況下，比較三種模型對於上游製造商以及整體供應鏈，利潤優劣的敏感度分析。結果發現在三種模型合約之中，不論是上游製造商或是整體供應鏈來說，選擇折線式混合模型合約將會是最有優勢的決策。另外，本論文亦分析相關市場參數以及製造商單位製造成本的變化，對上游製造商以及下游零售商的決策變數的影響。並就敏感度分析之後所得到的結果，賦予經濟上所可能對應的意義說明。

5.2 未來研究方向

基本上，本論文為討論供應鏈簡化至兩階層的結構。但是，實際的供應鏈的階層大小卻是遠較這個數字來的大。同時，同一階層內的組成數目也非單獨只有一家廠商而已，而是許許多多家廠商共存在市場之中。因此，未來的研究可思考多階層與多家廠商的問題，並且進一步的思考，同一階層內的多家廠商是否有彼此競爭的行為，又該怎麼處理。另外，三種合約模型皆為討論供需曲線為連續之直線。然而，並非所有連續的供需曲線皆能符合實際的狀況，討論非連續的供需曲線，如階梯函數等等，也是未來值得去深入探討以及研究的議題。



參考文獻

- Blackburn, J.D., V D. R Guide, Jr., G. C Souza, L. N Van Wassenhove. 2004. Reverse supply chains for commercial returns. *California Management Review*, 46(2).
- Cachon, G. P., M. A. Lariviere. 2005. Supply chain coordination with revenue sharing contracts: strengths and limitations. *Management Science*, 51(1) 30 – 44.
- Cachon, G. P., M. A. Lariviere. 1999. Capacity choice and allocation: strategic behavior and supply chain performance. *Management Science*, 45(8) 1091 – 1108.
- Cachon, G. P. 2003. Supply Chain Coordination with Contracts. *Handbooks in Operations Research and Management Science: Supply Chain Management*.
- Connors, D., C. An, S. Buckley, G. Feigin, A. Levas, N. Nayak, R. Petrakian, R. Srinivasan. 1995. Dynamic modeling for re-engineering supply chains. Research report, IBM Research Division, T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, NY.
- Corbett, C. J., X. de Groote. 2000. A supplier's optimal quantity discount policy under asymmetric information. *Management Science*, 46(3) 444 – 450.
- Dukes, A. J., E. Gal-Or, K. Srinivasan. 2006. Channel bargaining with retailer asymmetry. *Journal of Marketing Research*, 43(1) 84-97.
- Emmons, H., S. M Gilbert. 1998. Note. The role of returns policies in pricing and inventory decisions for catalog Goods. *Management Science*, 44(2) 276-283.
- Eppen, G. D., A. V. Iyer. 1997. Backup agreements in fashion buying--the value of upstream flexibility. *Management Science*, 43(11) 1469-1484.
- Ertek, G., P. M. Griffin. 2002. Supplier- and buyer-driven channels in a two-stage supply chain. *IIE Transactions*, 34 691-700.

- Farlow, D., G. Schmidt, A. A. Tsay. 1995. Supplier management at Sun Microsystems. Case Study, Graduate School of Business, Stanford University, Stanford, CA.
- Faust, M. 1996. Personal communication from a product manager at one of Compaq's supplier of memory chips, Santa Clara, CA.
- Giannoccaro, I., P. Pontrandolfo. 2004. Supply chain coordination by revenue sharing contracts. *International Journal of Production Economics*, 89 131-139.
- Kawk, T. C., J. S. Kim, C. Moon. 2006. Supplier-buyer models for the bargaining process over a long-term replenishment contract. *Computers & Industrial Engineering*, 51 219-228.
- Kim, J. S., T. C. Kawk, 2007. Game theoretic analysis of the bargaining process over a long-term replenishment contract. *Journal of the Operational Research Society*, 58 769-778.
- Laffont, J.-J., D. Martimort. 2002. *The theory of incentives: the principal-agent model*.
- Lau, A. H. L., H.-S. Lau, J.-C. Wang. 2008. How a dominant retailer might design a purchase contract for a newsvendor-type product with price-sensitive demand. *European Journal of Operational Research*, 190 443-458.
- Lee, H., W. Seungjin. 1999. Decentralized multi-echelon supply chains: incentives and information. *Management Science*, 45(5) 633-640.
- Liu, X., S. Cetinkaya. 2009. Designing supply contracts in supplier vs buyer-driven channels: the impact of leadership, contract flexibility and information asymmetry. *IIE Transactions*, 41 687-701.
- Lovejoy, W. S. (1999): *Integrated Operations*. Southwestern College Publishing, Cincinnati, OH
- Messinger, P. R., C. Narasimhan. 1995. Has power shifted in the grocery channel?. *Marketing Science*, 14(2).

- Myerson, R.B.. 1979. Conference structures and fair allocation rules. *International Journal of Game Theory*, 9(3) 169-182.
- Pasternack, B. A.. 2008. Optimal pricing and return policies for perishable commodities. *Management Science*, 27(1) 133-140.
- Reekie, D.. 1999. Diamonds: The competitive cartel. *South African Journal of Economics and Management Science*.
- Sethi, S. P., H. Yan, H. Zang. 2004. Quantity flexibility contracts: optimal decisions with information. *Decision Science*, 35(4) 691-712.
- Stackelberg, H. F. V. 1934. Marktform und Gleichgewicht (Market and Equilibrium), Vienna.
- Taylor, T. A., E. L. Palmbeck. 2007. Simple relational contracts to motivate capacity investments: price only vs. price and quantity. *Manufacturing & Service Operations Management*, 9(1) 94-113.
- Tomlin, B. 2003. Capacity investments in supply chains, sharing-the-gain rather than sharing-the-pain. *Manufacturing & Service Operations Management*, 8(1) 43-67.
- Tsay, A. A.. 1999. The quantity flexibility contract and supplier-customer incentives. *Management Science*, 45(10) 1339-1358.
- Tsay, A. A., W. S. Lovejoy. 1999. Quantity flexibility contracts and supply chain performance. *Manufacturing & Service Operations Management*, 1(2) 89-111.
- Tsay, A. A.. 2001. Managing retail channel overstock: markdown money and return policies. *Journal of Retailing* 77 457-492.
- Wang, Y., L. Jiang, Z.-J. Shen. 2004. Channel performance under consignment contract with revenue sharing. *Management Science*, 50(1) 34 - 47.

Weng, Z K.. 1995. Channel coordination and quantity discounts. *Management Science*, 41(9) 1509-1522.

White, C. D., E. Masanet, C. M. Rosen, S. L Beckman. 2003. Product recovery with some byte: an overview of management challenges and environmental consequences in reverse manufacturing for the computer industry. *Journal of Cleaner Production*, 11 445-458.

