國立交通大學
工業工程與管理學系

碩士論文

多項績效指標之三階段評估程序

A three-phase procedure with multiple input and output indices

研 究 生：陳俊宏

指導教授：劉復華 博士

中華民國九十八年七月

多項績效指標之三階段評估程序

A three-phase procedure with multiple input and output indices

研究生：陳俊宏　　　　Student：Jyun-Hong Chen

指導教授：劉復華　博士　　　　Advisor：Fuh-Hwa F. Liu, Ph.D.

國立交通大學

工業工程與管理學系

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Industrial Engineering & Management

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of

Master

in

Industrial Engineering & Management

July 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年七月

多項績效指標之三階段評估程序

學生：陳俊宏 指導教授：劉復華 博士

國立交通大學工業工程與管理學系碩士班

摘要

在多指標的評量問題下，高階管理人常常面臨到要如何制定指標的權重，以客觀的方法將下屬單位(DMU, decision-making unit)排序。本篇文章提出一三階段的程序，第一階段先讓每個 DMU 輪流當主角，以資料包絡分析法(DEA)之 CCR 模式計算出其最高之績效值。第二階段以每個 DMU 在第一階段所求出之績效值當作基準，選擇一組指標的權重使得其他 DMU 與主角之績效值差距之總和為最小。不同於參考文獻中非線性規劃模型之計算，我們提出線性規劃模型，避免了一項關鍵常數 ε 值的設定所產生之不確定性。第三階段帶入交叉效率的技巧，利用第二階段所求出之各主角的權重去計算其他 DMU 的交叉績效值。每個 DMU 的總交叉績效值，作為排序依據。並以台灣 17 個林區進行評估為例導引計算之程序。

關鍵字：績效評估、排序、資料包絡分析、交叉效率、共同權重

A three-phase procedure with multiple input and output indices

Student：Jyun-Hong Chen　　　　　　Advisor：Fuh-Hwa F. Liu, Ph.D.

Department of Industrial Engineering & Management

National Chiao Tung University

Abstract

Managers usually employ multiple indices to assess decision-making units (DMU) under their governance. We developed a three-phase procedure to rank the DMUs. The typical data envelopment analysis (DEA) CCR model is implemented in Phase-one to compute each DMU's most favorable efficiency score. In Phase-two, we constructed a general non-linear mathematical programming model to obtain a set of weights attach to the performance indices for each DMU so that the total differences between his most favorable efficiency score and the other DMUs' cross-efficiency scores is minimized. Additionally, based upon the general non-linear model, we considered three criteria for the differences measurement: the rectilinear, Euclidian and mini-max distances. In the case of rectilinear distance measurement, the non-linear model is converted into a linear model, and furthermore the critical coefficient ε is eliminated so that the precise result is obtained. Phase-three is summarizing the relative efficiency scores obtained in Phase-two. The total and average cross-efficiency score for each DMU is computed. DMUs are ranked according to the total or average scores. We illustrate the procedure by the data set of 17 forests in Taiwan form the published paper by Kao and Yang (1992).

Keywords：performance evaluation, ranking, data envelopment analysis, cross efficiency, common weights.

致　謝

本篇論文能夠順利之完成，首先要誠摯的感謝指導老師劉復華教授對於學生的付出以及指導，在這兩年的學習過程當中，學到的不僅僅是學術上的知識，也學到了老師在做學問上嚴謹的態度，在此學生懷著一顆感恩的心對老師致上最高的謝意。同時也要感謝我的口試委員許棟樑教授、王晉元教授的不吝指導，提供許多寶貴的意見，讓本篇論文能夠更加完整以及嚴謹。

再來我要感謝研究室的學長姐、同學、學弟妹，無論在課業上或是平常生活上所給予我的協助以及愛護。最後我要感謝我的父母以及家人在這段時間給予我的支持以及關心，讓我能夠順利完成我的學業。能夠完成本篇論文俊宏感到十分開心，願將這份喜悅獻給關心我以及愛護我的人一同分享。

陳俊宏　謹致於

國立交通大學工業工程與管理學系

目錄

表目錄

符號表

n ：DMU 的個數

m ：望小指標的個數

s ：望大指標的個數

i ：第 i 項望小指標

r ：第 r 項望大指標

j ：受評單位 j

k ：目標決策單位或受評單位

x_{ij} ：第 j 個DMU 的第 i 項望小指標值

y_{rj} ：第 j 個DMU 的第 r 項望大指標值

v_{ik} ：DMU_k 為主角時第 i 項望小指標的權重

u_{rk} ：DMU_k 為主角時第 r 項望大指標的權重

v_{ik}^* ：DMU_k 為主角時第 i 項投入指標所對應的最佳權重值

u_{rk}^* ：DMU_k 為主角時第 r 項產出指標所對應的最佳權重值

v_{ij} ：第 j 個 DMU 的第 i 項望小指標的權重

u_{rj} ：第 j 個 DMU 的第 r 項望大指標的權重

E_k^* ：在投入導向模式中 DMU_k 為目標時求得最佳效率值

η_k^* ：在產出導向模式中 DMU_k 為目標時求得最佳效率值

λ_j ：在 DEA 對偶模式中 DMU_j 所賦予的權重

s_i^- ：在 DEA 對偶模式中第 i 項望小指標的差額變數

s_r^+ ：在 DEA 對偶模式中第 r 項望大指標的超額變數

ε_i^I ：第 i 項望小指標的正阿基米德數

ε_r^O ：第 r 項望大指標的正阿基米德數

θ_{kj} ：在 DMU_k 中，DMU_j 所獲得的相對績效值

p ：距離參數

δ_j ：DMU_j 平均相對效率值

一、簡介

私人企業或政府的管理者常常會利用許多指標來評比下屬單位的績效表現，訂定各項指標的權重是很重要的，如何訂定才可以正確反映出下屬的績效表現？還有如何使下屬信服？因此權重如何制定乃為目前非常重要的課題，無論在學術領域上或是在實務領域方面都引起多方面的討論。

對此問題，(Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978)首先提出資料包絡分析法（Data Envelopment Analysis, DEA）的 CCR 模式來評估擁有多項投入指標與多項產出指標的決策單位(Decision-Making Unit, DMU)。各 DMU 輪流當被評量的主角，決定一組各評量指標的權重，使其權重後的產出總和與權重後的投入總和的比例值(稱之為績效值)為最高。績效值為 1 稱之為高效，反之稱之為非高效。因為每一個決策單位所參考的對象不同，所以利用此方法僅可以將所有 DMU 分成高效以及非高效兩群，無法將高效者排序，非高效者之間亦無法排序。

為了解決 DEA 模式無法完全排序的問題，近年來，針對排序這方面的研究相當活躍。(Kao & Hung, 2005)提出利用共同權重的方法，並且配合距離參數(distance parameter)，找出一組最妥協的權重，使得利用共同權重所求出 DMU 的績效值與利用 CCR 模式求出的績效值，兩者之間的差距達到最小。由於所有的 DMU 都是使用同一組權重，因此便可以將所有 DMU 加以排序。

除了利用共同權重進行排序之外，(Doyle & Green, 1994)發展交叉效率(cross efficiency)的觀念來進行排序，交叉效率為同儕評估(peer-appraisal)，其衡量方法是以其他受評單位，選擇最佳的乘數來評估自己的效率，再求出平均值，他是不同於 CCR 模式自我評估(self-appraisal)的概念，交叉效率可直觀的瞭解且討論每

個單位的相對價值。

本研究提出一個訂定指標權重評比的方法，讓私人企業或政府的管理者能夠公正的來評量下屬，上層的管理者可以知道在最妥協的情況下單位間相互比較的結果及差距，並採納下屬各單位的意見作為評估的考量。假設一組織中有 n 個 DMU。$DMU_j\,(j=1,\ldots,n)$ 代表編號 j 的 DMU。這些 DMU 已知 m 項投入指標以及 s 項產出指標的值，投入指標以及產出指標分別以$(x_{1j}, x_{2j},\ldots, x_{mj})$和$(y_{1j}, y_{2j},\ldots, y_{sj})$符號代表，$u_{rk}$、$v_{ik}$ 分別代表以數學規劃模式所欲求得之主角 DMU_k 的第 r 項產出指標與第 i 項投入指標之權重。

本研究介紹如何利用三階段的程序來衡量評估各單位的表現，以傳統的 DEA 方法成功地將全部受評量單位分為被凌駕(be-dominated)與不被凌駕(non-dominated)兩類，或稱之為非高效與高效。高效者之間不能排序，非高效者之間亦不能排序。然而在某些情況下排序是必要的，如何能以最公正的角度來衡量下屬單位，還有如何設定指標的權重才能使下屬單位信服為一重要的課題。

第一階段利用 CCR 模式讓每個受評單位輪流當主角，計算出各 DMU 之績效值。第二階段利用一數學規劃模式，讓被評量的主角 DMU_k 效率值為其 CCR 模式計算出之績效值當作基準求得一組權重，其他 DMU 獲得的績效值有可能大於或是小於基準之績效值，並且使得其他 DMU 與主角績效值的差距總和達到最低。第三階段利用交叉效率的概念，將第一階段所求得各個 DMU 輪流當主角時所求得的一組權重來計算其他 DMU 的交叉績效值，接下來我們要計算出這些交叉效率值的平均值，我們依據此平均值將所有 DMU 加以排序。

第二章我們回顧一些資料包絡分析法的相關文獻。第三章說明研究方法與步驟。第四章則進行案例數值分析。最後，在第五章，對本研究做結論並說明未來

研究方向。

二、文獻回顧

第二章文獻回顧方面，將對本研究相關文獻進行探討，回顧資料包絡分析法一些相關文獻，以及排序的一些方法，這些文獻都是本篇論文的研究背景所在。

2.1 資料包絡分析法

(Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978)提出 CCR 模式(P1)來評比 DMU 的績效。CCR 模式為資料包絡分析法的起源，此模式讓每個 DMU 輪流當受評主角，以 DMU_k 表示， $k = 1,\ldots, n$，即此模式需進行 n 次運算，u_{rk}、v_{ik} 分別代表主角 DMU_k 的第 r 項產出指標與第 i 項投入指標之權重。下列模式(P1)選擇一組權重讓主角 DMU_k 的績效為最高。

(P1) DEA-CCR-投入導向-分數規劃

$$E_k = Max \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik}} \tag{1.0}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik}} \le 1,\ j = 1,\ldots,n; \tag{1.1}$$

$$v_{ik} \ge \varepsilon_i^I > 0, i = 1,\ldots,m; \tag{1.2}$$

$$u_{rk} \ge \varepsilon_r^O > 0, r = 1,\ldots,s. \tag{1.3}$$

其目標式之值 E_k 為 DMU_k 的績效值，即決定一組權重 u_{rk}^* 與 v_{ik}^*，以使其效率值為最大。限制式(1.1) 表示各受評單位 DMU_j 之績效值不超出 1，CCR 模式在

固定規模報酬的假設下將 DMU 區分成高效以及非高效兩群，當績效值為 1 時，相對於其他受評單位為高效，當績效值小於 1 時，相對於其他受評單位為非高效。(1.2)及(1.3) 表示投入指標的權重與產出指標的權重至少要大於一極小正值，ε_i^I 、ε_r^O 皆為一極小之正值，稱之為正的阿基米德數(positive Archimedean infinitesimal constant)。在探討投入與產出的因果關係時，若望小的投入項 x_{ij} 的值越小對目標式之值 E_k 越有利時，表示該指標 i 具有望小特性，一般稱望小指標(To-be-minimized indices）。換言之，若望大的產出項 y_{rj} 的值越大對目標式之值 E_k 越有利時，表示該指標 r 具有望大特性，一般稱望大指標(To-be-maximized indices)。

由於模式(P1)的目標函數為分數規劃型式，運算不易，因此將此模式經由固定分母之值將其轉換成線性規劃之模式，也就是將分母設為 1，如模式(P2)：

(P2)

$$h_k = Max \sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk} \tag{2.0}$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik} = 1; \tag{2.1}$$

$$-\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik} + \sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk} \le 0, j = 1, \ldots, n; \tag{2.2}$$

$$v_{ik} \ge \varepsilon_i^I > 0, i = 1, \ldots, m; \tag{2.3}$$

$$u_{rk} \ge \varepsilon_r^O > 0, r = 1, \ldots, s. \tag{2.4}$$

模式(P2)的最佳解與模式(P1)相同。模式(P2)其對偶問題(dual problem)如模式(P3)，這兩者除了目標函數之值完全相同外，還有許多數學上的性質可以來做後續的分析。

(P3) DEA-CCR-投入導向-對偶模式

$$h_k = Min \quad \theta_k - \left(\sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i^I s_i^- + \sum_{r=1}^{s} \varepsilon_r^O s_r^+ \right) \tag{3.0}$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j + s_i^- = \theta_k x_{ik}, \ i = 1, \ldots, m; \tag{3.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - s_r^+ = y_{rk}, r = 1, \ldots, s; \tag{3.2}$$

$$\lambda_j \geq 0, \ j = 1, \ldots, n; \tag{3.3}$$

$$s_i^- \geq 0, i = 1, \ldots, m; \tag{3.4}$$

$$s_r^+ \geq 0, r = 1, \ldots, s; \tag{3.5}$$

$$\theta_k \ \textit{free in sign.} \tag{3.6}$$

在模式中 s_i^- 與 s_r^+ 分別為差額變數(slack variable)與超額變數(surplus variable)，此方法為線性規劃中將不等式轉化為等式所常用的變數。而變數 θ_k 為對應模式(P2)的限制式(2.1)，根據對偶性質，此變數可為正值或負值，但實際上此變數所代表的是 DMU_k 的效率值，故其最佳解一定是正值。一個受評單位要為相對有效率時，充分且必要條件為 θ_k^*=1 且 $s_i^{-*} = s_r^{+*}$=0，其中 θ_k^* 為主角 DMU_k 績效值之最佳解，s_i^{-*}、s_i^{+*} 為差額變數與超額變數之最佳解。符號 λ_j 為在評量 DMU_k 時所欲求之 DMU_j 的權重，若求出之解 λ_j^* 為正值，則 DMU_j 為高效。

上述的效率值都是在相同的水準下去比較投入資源的使用情形，都是從投入導向(input-oriented)的 CCR 模式來評估效率。此外，在相同投入水準之下比較產出達成的狀況，可以從產出導向(output-oriented)的 CCR 模式來評估效率，其比率型式如模式(P4)所示：

(P4)DEA-CCR-產出導向-分數規劃

$$\eta_k = Min \quad \frac{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik}}{\sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk}} \tag{4.0}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik}}{\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk}} \geq 1, \ j = 1,\ldots,n; \tag{4.1}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0, \ i = 1,\ldots,m; \tag{4.2}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0, \ r = 1,\ldots,s. \tag{4.3}$$

比較模式(P1)與(P4)，可以發現投入導向之 CCR 模式所求得目標函數值為產出導向 CCR 模式所求得的目標函數之倒數，即產出導向的效率值η_k與投入導向效率值θ_k相等。

模式(P4)的目標函數為分數規劃型式，產出導向之 CCR 模式之固定模式報酬情形的推導比照投入導向之處理方式，如模式(P5)至模式(P6)所示：

(P5)

$$g_k = Min \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik} \tag{5.0}$$

$$s.t. \quad \sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk} = 1; \tag{5.1}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik} - \sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk} \geq 0, j = 1,\ldots,n; \tag{5.2}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0, \ i = 1,\ldots,m; \tag{5.3}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0, \ r = 1,\ldots,s. \tag{5.4}$$

(P6) DEA-CCR-產出導向-對偶模式

$$g_k = Max \ \ \Phi_k + \left(\sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i^I s_i^- + \sum_{r=1}^{s} \varepsilon_r^O s_r^+ \right) \tag{6.0}$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ik} \ , \ i = 1,\ldots, \ m; \tag{6.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j - s_r^+ = \Phi_k\, y_{rk},\, r = 1,\ldots, s; \quad (6.2)$$

$$\lambda_j \geq 0,\ j = 1,\ldots,\ n; \quad (6.3)$$

$$s_i^- \geq 0,\ i = 1,\ldots,\ m; \quad (6.4)$$

$$s_r^+ \geq 0,\ r = 1,\ldots,\ s; \quad (6.5)$$

$$\Phi_k \ \textit{free in sign.} \quad (6.6)$$

2.2 DEA 排序方法

(Adler, Friedman, & Sinuany-Stern, 2002)針對了 DEA 排序的文獻作了回顧，總共分成六類來探討。第一類是有關超高效方面的評比，將效率前緣上有效之受評單位加以排序。第二類是利用標竿測量的方法，讓受評單位被評選為其他單位的目標來做排序。第三類是研究低效群評估單位之間排序。第四類為利用統計多變量統計技巧。第五類是利用交叉效率評估方式，跳脫於傳統 DEA 自我評估的模式，讓自我及同儕之間相互評比。第六類是透彙整決策者與 DEA 方法結合多準則方法求得優先信息的方式。

其中在 DEA 的架構下，管理者有不同的需求，不只有針對高效去探討，對於低效也是需要排序的，還有綜觀整體決策單位的排序。

(Andersen & Petersen, 1993)將有效率之受評單位分別從資料中剔除，以其餘的受評單位當作基礎，來計算出剔除單位的效率，此方法可以將效率前緣上有效率之單位加以排序。(Bardhan, Bowlin, Cooper, & Sueyoshi, 1996)在對偶 DEA 模式下利用測量低效優位(Measure Inefficiency Dominance, MID）指標來排序低效 *DMUs*。(Doyle & Green, 1994)提出利用(cross efficiency)之衡量方法，以其他受評單位選擇最佳的乘數來評估自己的效率，利用同儕評估的方法，將不同 DMU_k

下所計算的效率值加總後平均，求出交叉效率的平均值，當作排序的基準。每個 DMU_j 會得到 n 個效率值，以 δ_j 表示各 DMU_j 評估下所得到效率值的平均，則

$$\delta_j = \sum_{k=1}^{n} \theta_{kj} / n, \quad j = 1,...,n. \tag{7}$$

第 k 個受評單位的平均績效值之求解步驟：

1. 以 CCR 模式或其他 DEA 模式衡量 DMU_j 之效率，並且求出其所對應的權重。
2. 將 DMU_k 所對應的權重值算出，並且利用這組權重代入其他 DMU_j，計算出其交叉效率值。
3. 計算出 DMU_j 在不同主角下所得到的交叉效率，並且求其平均，利用平均交叉效率值 δ_j，來作排序。

以下將(Doyle & Green, 1994)提出交叉效率之不完整的地方提出說明。針對一組受評單位，利用 CCR 模式計算出各受評單位的績效值，但 CCR 模式(P5 或 P6)在做求解時，各受評單位輪流當主角，每個主角所求出各指標的權重都是以最大化自己的績效值來作考量，主角若不是高效時，將有一組受評單位做為其參考對象，其餘的非參考對象即使將之刪除，重新做(P5 或 P6)對主角所求出各指標的權重並無影響。以此各指標的權重來計算各非參考對象的績效值，失去其客觀性及公平性。但是(Doyle & Green, 1994)之交叉效率卻忽略這項性質，將其稱之為相對於主角的績效值。求取相對於每位主角的績效值平均數，做為各受評單位的交叉平均效率值。依據這些交叉平均效率值來排序，所可能產生的偏差乃為本研究探求之動機。

(劉復華 & 徐茂鈞, 2008)提出一兩階段的程序來評量下屬單位的優劣程度。階段一採取(Liu, Peng, & Chang, 2006)MCWA 的概念建構模式，由各個 UOA(Unit of Assessment)輪流以自己為立足點，選擇一組權重來評量其他 *UOAs*

的方式進行評估。第二階段利用交叉效率的概念，綜合各個 UOAs 所評量的意見，來區分出整體的優劣程度並加以排序。

(Kao & Hung, 2005)提出利用共同權重及距離參數，求得一組最妥協的權重，使得利用共同權重所計算出之各 DMU_j 之績效值與利用 CCR 模式所求出之績效值差距為最小，模式如(P7)所示：

(P7)

$$D_p^* = \min\left[\sum_{j=1}^{n}\left(E_j^* - E_j\left(u,v\right)\right)^p\right]^{1/p} \tag{8.0}$$

$$s.t.\ \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj}u_r}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}v_i} \le 1,\ j = 1,\dots,n; \tag{8.1}$$

$$u_r, v_i \ge \varepsilon > 0,\ r = 1,\dots,s,\ i = 1,\dots,m. \tag{8.2}$$

其中 p 為距離參數，p 值必須大於或是等於 1，E_j^* 為各 DMU_j 利用 CCR 模式輪流當主角所求出之績效值，$E_j\left(u,v\right)$ 為 DMU_j 利用共同權重方法所求出之績效值。分別探討三種狀況，分別是 p=1，p=2 還有 p=∞。當 p=1 求解時，所得到目標式的最佳解相對其他 p 值差距會最大。p=2 時，目標式為一歐基里德距離(Euclidian distance)，此時目標函數兩績效值差距為最小。p=∞時，目標函數之距離公式可以看成，最小化最大績效值之差距，即 $\min\max\left\{E_j^* - E_j\left(u,v\right)\right\}$，此時，可以將模式改寫成為(P8)

(P8)

$$\min\quad w \tag{9.0}$$

$$s.t.\quad E_j^* - \left(\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_r \Big/ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_i \right) \le w,\ j = 1,\ldots,n; \tag{9.1}$$

$$\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_r - \sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_i \le 0,\ j = 1,\ldots,n; \tag{9.2}$$

$$w \ge 0; \tag{9.3}$$

$$u_r, v_i \ge \varepsilon > 0,\ r = 1,\ldots,s,\ i = 1,\ldots,m. \tag{9.4}$$

三、研究方法與步驟

本章提出一個程序讓管理者可以客觀的評量各個下屬單位，也可以公正的來區別整體的優劣關係。本章所提出之程序分為三步驟，在步驟一利用 P(1)之 CCR 模式計算出每一個 DMU 之最高績效值，CCR 模式之目標式(1.0)是輪流讓每一個 DMU_k 輪流當主角，並最大化其績效值，此績效值為各 DMU 最理想狀態下之績效值。步驟二讓每個 DMU_k 輪流當主角，並且以步驟一所求出 CCR 之績效值為基準，將距離參數 p 分成三個部份來討論，在 $p = 1, 2, \infty$ 下分別選擇一組權重在群體變異最小基礎下比較彼此的差異。第三階段利用交叉效率的概念，將第二階段所求得各個 DMU 輪流當主角 DMU_k 時所求得的一組權重 u_{rk} 與 v_{ik} 來計算其他 DMU 的交叉績效值。接下來我們要計算出這些交叉效率值的平均值，我們依據這些平均值將所有 DMU 加以排序。客觀的評估出各單位的表現並區分出整體的優劣程度。

3.1 步驟一

若已知 n 個 DMU 在各個指標的數據($x_{1j}, x_{2j},\dots, x_{mj}$)和($y_{1j}, y_{2j},\dots, y_{sj}$)，則可用模式(P1)讓每個 DMU 輪流當主角求出一組權重 u_{rk} 與 v_{ik}，使其績效值達到最大。

3.2 步驟二

(10.1)則是利用步驟一所計算出之 E_k 做為基準，利用模式(P9)在 E_k 值不變的前提下求出一組權重 u_{rk} 與 v_{ik}，使得每一個 DMU 的績效值與主角 DMU_k 在(P1)模式下所計算出的績效值差距總和最小。

(P9)

$$\Theta_k = \min \left[\sum_{j=1}^{n} \left| \theta_{kj} - E_k \right|^p \right]^{\frac{1}{p}} \tag{10.0}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik}} = E_k; \tag{10.1}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik}} = \theta_{kj},\ j = 1,\dots,n,\ j \neq k; \tag{10.2}$$

$$\theta_{kj} \geq 0, \forall j; \tag{10.3}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0,\ r = 1,\dots,s; \tag{10.4}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0,\ i = 1,\dots,m. \tag{10.5}$$

(10.0)中(θ_{kj}^*-E_k)為 θ_{kj}^* 與基準 DMU_k 之正差距或負差距。改以 $\left|\theta_{kj}^* - E_k\right|$ 表示時則為差距，計算差距之總和時避免正負相抵，Θ_k 為 DMU_k 當基準時目標函數的最佳解。以下將 p 值分為三個比較特別且值得探討的數字來做討論，分別是

$p = 1, 2, \infty$。

當 p=1 時，Θ_1 所代表的結果與平均絕對誤差的觀念相同(mean absolute deviation, MAD);當 p=2 時，Θ_2 所代表的意義相當於最小平方誤差(mean squared error, MSE)；當 p=∞時，Θ_∞ 代表個別績效值與基準績效值之差異最大者，其重點在於最大的個別差異上面。以下將 Θ_1、Θ_2、Θ_∞ 分別稱為 MAD、MSE、MAX 模式(Yu, 1973)。

3.2.1 *p*=1 時之解析

當 $p=1$ 時，如(P10)所示。

(P10)

$$\Theta_k = \min \ \sum_{j=1}^{n} \left| \theta_{kj} - E_k \right| \tag{11.0}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik}} = E_k; \tag{11.1}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik}} = \theta_{kj},\ j = 1, \ldots, n,\ j \neq k; \tag{11.2}$$

$$\theta_{kj} \geq 0, \forall j; \tag{11.3}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0,\ r = 1, \ldots, s; \tag{11.4}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0,\ i = 1, \ldots, m. \tag{11.5}$$

由(P10)可以發現此模式為一非線性模式求解不易，為了使求出來的解更為精確，我們想辦法利用代數的方法使得(P10)可以變為線性的模式來做求解，首先令 $w_j = \theta_{kj} - E_k$ ，可以得到(P11)

(P11)

$$\Theta_k = \min \sum_{j=1}^{n} \left| w_j \right| \tag{12.0}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik}} = E_k; \tag{12.1}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik}} = w_j + E_k,\ j = 1,\ldots,n,\ j \neq k; \tag{12.2}$$

$$w_j \in R, \forall j; \tag{12.3}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0,\ r = 1,\ldots,s; \tag{12.4}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0,\ i = 1,\ldots,m. \tag{12.5}$$

目標函數有絕對值，假設 $w_j = w_j^+ - w_j^-$，可以得到 $\left| w_j \right| = w_j^+ + w_j^-$，如(P12)所示。

(P12)

$$\Theta_k = \min \sum_{j=1}^{n} \left(w_j^+ + w_j^- \right) \tag{13.0}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik}} = E_k; \tag{13.1}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik}} = w_j^+ - w_j^- + E_k,\ j = 1,\ldots,n,\ j \neq k; \tag{13.2}$$

$$w_j^+, w_j^- \geq 0,\ j = 1,\ldots,n; \tag{13.3}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0,\ r = 1,\ldots,s; \tag{13.4}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0,\ i = 1,\ldots,m. \tag{13.5}$$

將(P12)展開移項後可以得到(P13)。

(P13)

$$\Theta_k = \min \ \sum_{j=1}^{n} w_j^{+} + \sum_{j=1}^{n} w_j^{-} \tag{14.0}$$

$$s.t. \quad \sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk} - E_k \sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik} = 0; \tag{14.1}$$

$$\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik} (w_j^{+} - w_j^{-}) - E_k \sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik} = 0, \ j = 1,\ldots,n, \ j \neq k; \tag{14.2}$$

$$w_j^{+}, w_j^{-} \geq 0, \ j = 1,\ldots,n; \tag{14.3}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^{o} > 0, \ r = 1,\ldots,s; \tag{14.4}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^{I} > 0, \ i = 1,\ldots,m. \tag{14.5}$$

將目標函數等號兩邊同乘上 $\frac{\sum_{i=1}^{m} v_{ik}}{\sum_{i=1}^{m} v_{ik}}$ ，可以得到(P14)。

(P14)

$$\Theta_k = \min \ \sum_{j=1}^{n} \frac{\sum_{i=1}^{m} w_j^{+} v_{ik}}{\sum_{i=1}^{m} v_{ik}} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\sum_{i=1}^{m} w_j^{-} v_{ik}}{\sum_{i=1}^{m} v_{ik}} \tag{15.0}$$

$$s.t. \quad \sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk} - E_k \sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik} = 0; \tag{15.1}$$

$$\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk} - \sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik} w_j^{+} + \sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik} w_j^{-} - E_k \sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik} = 0, \ j = 1,\ldots,n, \ j \neq k; \tag{15.2}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^{O} > 0, \ r = 1,\ldots,s; \tag{15.3}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^{I} > 0, \ i = 1,\ldots,m; \tag{15.4}$$

$$w_j^{+}, w_j^{-} \geq 0, \ j = 1,\ldots,n. \tag{15.5}$$

假設 $t = \sum_{i=1}^{m} v_{ik}$ 可以得到(P15)。

(P15)

$$\Theta_k = \min \ \sum_{j=1}^{n} \frac{\sum_{i=1}^{m} w_j^{+} v_{ik}}{t} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\sum_{i=1}^{m} w_j^{-} v_{ik}}{t} \tag{16.0}$$

$$s.t.\quad \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk}}{t} - \frac{E_k \sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik}}{t} = 0; \tag{16.1}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk}}{t} - \frac{\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik} w_j^{+}}{t} + \frac{\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik} w_j^{-}}{t} - \frac{E_k \sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik}}{t} = 0,\ j = 1,\ldots,n,\ j \neq k; \tag{16.2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} v_{ik}}{t} = 1,\ i = 1,\ldots,m; \tag{16.3}$$

$$\frac{u_{rk}}{t} \geq \frac{\varepsilon_r^{O}}{t} > 0,\ r = 1,\ldots,s; \tag{16.4}$$

$$\frac{v_{ik}}{t} \geq \frac{\varepsilon_i^{I}}{t} > 0,\ i = 1,\ldots,m; \tag{16.5}$$

$$w_j^{+}, w_j^{-} \geq 0,\ j = 1,\ldots,n. \tag{16.6}$$

假設 $\alpha_{ij} = \frac{w_j^{+} v_{ik}}{t}, \beta_{ij} = \frac{w_j^{-} v_{ik}}{t}, U_{rk} = \frac{u_{rk}}{t}, V_{ik} = \frac{v_{ik}}{t}$ ，得到(P16)

(P16)

$$\Theta_k = \min\ \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} \alpha_{ij} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} \beta_{ij} \tag{17.0}$$

$$s.t.\quad \sum_{r=1}^{s} y_{rk} U_{rk} - E_k \sum_{i=1}^{m} x_{ik} V_{ik} = 0; \tag{17.1}$$

$$\sum_{r=1}^{s} y_{rj} U_{rk} - \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \alpha_{ij} + \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \beta_{ij} - E_k \sum_{i=1}^{m} x_{ij} V_{ik} = 0,\ j = 1,\ldots,n,\ j \neq k; \tag{17.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} V_{ik} = 1,\ i = 1,\ldots,m; \tag{17.3}$$

$$U_{rk} \geq \frac{\varepsilon_r^{O}}{t} > 0,\ r = 1,\ldots,s; \tag{17.4}$$

$$V_{ik} \geq \frac{\varepsilon_i^{I}}{t} > 0,\ i = 1,\ldots,m; \tag{17.5}$$

$$\alpha_{ij}, \beta_{ij} \geq 0,\ j = 1,\ldots,n. \tag{17.6}$$

(P16)可以發現(17.4)(17.5)為非線性限制式，其餘限制式均為線性模式，為了

解決此問題我們利用下面方法將此非線性限制式轉換為線性的限制式。

由(12.4)可知 $v_{ik} \ge \varepsilon_i^I > 0$ ，將(12.4)所有投入指標加總可以得到：

$$\sum_{i=1}^{m} v_{ik} \ge m\varepsilon_i^I > 0 \tag{18}$$

由(P14)假設 $t = \sum_{i=1}^{m} v_{ik}$ 可將方程式(18)改寫成為：

$$t \ge m\varepsilon_i^I > 0 \tag{19}$$

現在假設 $\varepsilon_i^I = \varepsilon_r^O = \varepsilon$ ：

方程式(19)變為 $t \ge m\varepsilon > 0$，將此式倒數轉換之後可以得到：

$$0 < \frac{1}{t} \le \frac{1}{m\varepsilon} \tag{20}$$

將方程式(20)同乘上ε，可以得到：

$$0 < \frac{\varepsilon}{t} \le \frac{1}{m} \tag{21}$$

(16.4) $U_{rk} \ge \frac{\varepsilon_r^O}{t} > 0$ 加入一個 surplus variable P_r 可以得到：

$$0 < U_{rk} - P_r = \frac{\varepsilon_r^O}{t} \tag{22}$$

由上述假設 $\varepsilon_i^I = \varepsilon_r^O = \varepsilon$ 可將方程式(23)改為 $0 < U_{rk} - P_r = \frac{\varepsilon}{t}$ ，並且由方程式(21)我們可以將(22)改寫成為：

$$0 < U_{rk} - P_r = \frac{\varepsilon}{t} \le \frac{1}{m} \tag{23}$$

(16.5) $V_{ik} \ge \frac{\varepsilon_i^I}{t} > 0$ 加入一個 surplus variable Q_i 可以得到：

$$0 < V_{ik} - Q_i = \frac{\varepsilon_i^I}{t} \tag{24}$$

由上述假設 $\varepsilon_i^I = \varepsilon_r^O = \varepsilon$ 可將方程式(24)改為 $0 < U_{rk} - P_r = \frac{\varepsilon}{t}$，並且由方程式(21)我們可以將(24)改寫成為：

$$0 < V_{ik} - Q_i = \frac{\varepsilon}{t} \leq \frac{1}{m} \tag{25}$$

將 $0<U_{rk} - P_r \leq \frac{1}{m}, 0<V_{ik} - Q_i \leq \frac{1}{m}$ 代換(16.4)(16.5)可以得到線性模式(P17)

(P17)

$$\Theta_k = \min \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}\alpha_{ij} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}\beta_{ij} \tag{26.0}$$

$$s.t. \quad \sum_{r=1}^{s} y_{rk}U_{rk} - E_k\sum_{i=1}^{m} x_{ik}V_{ik} = 0; \tag{26.1}$$

$$\sum_{r=1}^{s} y_{rj}U_{rk} - \sum_{i=1}^{m} x_{ij}\alpha_{ij} + \sum_{i=1}^{m} x_{ij}\beta_{ij} - E_k\sum_{i=1}^{m} x_{ij}V_{ik} = 0,\ j = 1,\dots,n,\ j \neq k; \tag{26.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} V_{ik} = 1,\ i = 1,\dots,m; \tag{26.3}$$

$$0<U_{rk} - P_r \leq \frac{1}{m},\ r = 1,\dots,s; \tag{26.4}$$

$$0<V_{ik} - Q_i \leq \frac{1}{m},\ i = 1,\dots,m; \tag{26.5}$$

$$U_{rk} \geq 0, P_r \geq 0,\ \ r = 1,\dots,s; \tag{26.6}$$

$$V_{ik} \geq 0, Q_i \geq 0,\ \ i = 1,\dots,m; \tag{26.7}$$

$$\alpha_{ij}, \beta_{ij} \geq 0,\ j = 1,\dots,n. \tag{26.8}$$

經過我們做代數轉換之後，將原本非線性的模式轉成線性的模式來做求解，如此一來可以增加求解的準確度，另一方面轉成線性之後，$\varepsilon_i^I, \varepsilon_r^O$ 在過程中被替換掉了，因此也解決了 $\varepsilon_i^I, \varepsilon_r^O$ 值要設多少的問題。

以下舉一個簡單的例子來說明利用我們的模式將非線性模式轉為線性模式，是否有增加求解的準確度？假設有 7 個 DMUs，兩投入項及兩產出項，數據

如表一所示：

表一　範例

	投入項		產出項	
DMU_j	x_{1j}	x_{2j}	y_{1j}	y_{2j}
1	0.69	1	1	1
2	0.36	0.53	0.4	0.75
3	0.35	0.46	0.6	0.42
4	0.45	0.56	0.64	0.46
5	0.49	0.59	0.72	0.60
6	0.4	0.56	0.38	0.55
7	1	0.9	0.92	0.75

現在以 DMU_1 當主角來做求解，分別利用(P10)及(P17)來求解，利用 Lingo 軟體分別求出其最佳解，如表二所示：

表二　線性及非線性模式比較

應用模式	$\varepsilon_i^I,\varepsilon_r^O$ **值**	**DMU**	Θ_1	u_{11}^*	u_{21}^*	v_{11}^*	v_{21}^*
(P10)非線性模式	設定為 0.1	1	0.5766	0.5737	0.3953	0.1	0.9
	設定為 0.01	1	0.5589	0.5574	0.4395	0.01	0.99
	設定為 0.001	1	0.5570	0.5557	0.4440	0.001	0.999
	設定為 0.0001	1	0.5569	0.5759	0.4609	0.0001	0.9999
(P17)線性模式	無此參數	1	0.5507	0.5556	0.4444	0.1	0.9

由表二可以發現，利用(P10)模式求解時，ε 值的設定不同會造成其權重以及目標式有不同的解；利用(P17)模式求解時，並沒有 $\varepsilon_i^I,\varepsilon_r^O$ 此項參數，所以沒有 $\varepsilon_i^I,\varepsilon_r^O$ 值設定的問題，因此可以說目標式利用(P17)線性模式所求出的最佳解比(P10)非線性模式所求出之最佳解較穩定可靠。

3.2.2　*p*=2 時之解析

當 $p=2$，代入(P17)來做求解，每個 DMU_k 輪流當主角後，分別可以求得一組權重使得各 DMU_j 與主角 DMU_k 績效值之差距為最小，此時績效值之差距為一歐基里德距離，模式如(P18)所示：

(P18)

$$\Theta_k = \min \left[\sum_{j=1}^{n} \left(\theta_{kj} - E_k \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{27.0}$$

$$s.t. \quad \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik}} = E_k; \tag{27.1}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij} v_{ik}} = \theta_{kj},\ j = 1,\dots,n,\ j \neq k; \tag{27.2}$$

$$\theta_{kj} \geq 0, \forall j; \tag{27.3}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^o > 0,\ r = 1,\dots,s; \tag{27.4}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0,\ i = 1,\dots,m. \tag{27.5}$$

利用(P10)所求出最佳權重$\left(u_{rk}^*, v_{ik}^*\right)$，目標函數(27.0)為各項之平方和在開平方，使得我們的目標式為最短距離。當$p=2$時依照統計的角度來看，此時因為是歐基里德距離，所以它的變異相對於其它p值來說要來的比較小。

3.2.3 p=∞時之解析

當 $p=\infty$ 時，此模式 DMU_j 與主角 DMU_k 績效值之差距可以看成 $\max\left|\theta_{kj} - E_k\right|$，目標式必須要最小化最大的績效值差距 $\min\max\left|\theta_{kj} - E_k\right|$，所以我們的模式可以改寫成(P19)

(P19)

$$\min \quad \omega \tag{28.0}$$

$$s.t. \quad \left|\theta_{kj} - E_k\right| \leq \omega; \tag{28.1}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rk} u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} v_{ik}} = E_k,\ j = 1,\dots,n; \tag{28.2}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj}u_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}v_{ik}} = \theta_{kj},\ j=1,\ldots,n,\ j\neq k; \tag{28.3}$$

$$\theta_{kj} \geq 0, \forall j; \tag{28.4}$$

$$\omega \geq 0; \tag{28.5}$$

$$u_{rk} \geq \varepsilon_r^O > 0,\ r=1,\ldots,s; \tag{28.6}$$

$$v_{ik} \geq \varepsilon_i^I > 0,\ i=1,\ldots,,m. \tag{28.7}$$

此模式目的在於讓 DMU_j 與主角 DMU_k 績效值之最大差距降到最小。

3.3 步驟三

經第二階段分別利用 $p=1,2,\infty$ 求出在不同 p 值底下各個 DMU_j 的績效值，各 DMU_k 能在各自的立場下呈現與其它 DMU_j 的差異。在第三階段，我們利用交叉效率的評比方法，分析主角與其他 DMU 的交叉效率值，藉由此方法可以了解群體間的優劣程度並加以排序。

在不同 p 值的假設下，利用(P18) (P19) (P20)可以分別求出 $p=1,2,\infty$ 三種狀況下各 DMU_k 之一組最佳權重(u_{rk}^*, v_{ik}^*)，來評估綜合分數及交叉綜合分數，以方程式（29）來計算：

$$\theta_{kj}^* = \frac{\sum_{r=1}^{s} y_{rj}u_{rk}^*}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}v_{ik}^*}, k=1,\ldots,n; j=1,\ldots,n. \tag{29}$$

θ_{kj}^* 為計算 DMU_k 時選擇一組權重來評估 DMU_j 之交叉績效值。θ_{kj}^* 算出來之值有可能大於或是小於基準，此模式想了解的是 θ_{kj}^* 與基準之間的差距總和能夠達到最小，必須要由整體的觀念來檢視以各 DMU_k 輪流當主角時，各 DMU_j 與基準之交叉效率值，並求其平均值，所有接下來可由方程式(30)計算各 DMU_j 平均

相對效率值，利用所求得的平均值將所有 DMU 來做排序，結果如表三所示。

$$\delta_j = \sum_{k=1}^{n} \theta_{kj}^* / n, \qquad j = 1,...,n. \tag{30}$$

δ_j 越大代表 DMU_j 的整體表現較佳。

本研究與上述 2.2 節 (Doyle & Green, 1994)所提出之方法最大差異在於利用本篇論文模式來做求解，每個人輪流當主角時，必須以整體的概念來做考量，所求出權重能夠讓整體變異達到最小，使其較具有公平性及客觀性。另外此模式在做求解時，是以整體的觀念來做為求解的基準，每一個受評單位都是無法替換的，假使評比過程中任意更動其中任何一個受評單位的話，各指標的權重也會隨之而變，會產生不一樣的評比結果。

表三　交叉績效值矩陣

		DMU_j					
		***j* =1**	***j* =2**	**…**	***j***	**…**	***j* =*n***
DMU_k	***k* =1**	0	θ_{12}^*	…	θ_{1j}^*	…	θ_{1n}^*
	***k* =2**	θ_{21}^*	0	…	θ_{2j}^*	…	θ_{2n}^*
	.	.	.		.		.
	.	.	.		.		.
	.	.	.		.		.
	k	θ_{k1}^*	θ_{k2}^*	…	θ_{kj}^*	…	θ_{kn}^*
	.	.	.		.		.
	.	.	.		.		.
	.	.	.		.		.
	k* =*n	θ_{n1}^*	θ_{n2}^*	…	θ_{nj}^*	…	0
	平均	θ_1	θ_2	…	θ_j	…	θ_n

四、案例數值分析

延續第三章所建構的評估程序，本章節引用 (Kao & Yang, 1992)針對台灣 17

個林區進行評估的例子，說明以不同距離參數制定各 DMU 之權重，以及利用交叉效率作為排序基準。

Kao 和 Yang 在 1992 針對台灣林區進行效率的評估，作為林務局進行林區重劃的參考。在評估效率的同時，林務局建議投入及產出的指標如表四所示：

表四　指標定義及說明

No	指標名稱	符號	指標定義及說明	特性值
1	Budget(dollars)	X_1	投入林區之費用	望小
2	Initial stocking(m^3)	X_2	評估之前林地上材木的體積	望小
3	Labour(persons)	X_3	員工的人數	望小
4	Land(ha)	X_4	林地的面積	望小
5	Main product(m^3)	Y_1	林木的採伐總量	望大
6	Soil conservation(m^3)	Y_2	林地上材木的體積	望大
7	Recreation(visits)	Y_3	遊客的人數	望大

而這 17 個林區在各評量指標中的表現如表五所示：

表五 17 個林區投入與產出指標之資料

DMU_j	投入指標				產出指標		
	X_{1j}	X_{2j}	X_{3j}	X_{4j}	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}
1	51.62	11.23	49.22	33.52	40.49	14.89	3166.71
2	85.78	123.98	55.13	108.46	43.51	173.93	6.45
3	66.65	104.18	257.09	13.65	139.74	115.96	0.00
4	22.87	107.60	14.00	146.43	25.47	131.79	0.00
5	51.28	117.51	32.07	84.50	46.20	144.99	0.00
6	36.05	193.32	59.52	8.23	46.88	190.77	822.92
7	25.83	105.80	9.51	227.20	19.40	120.09	0.00
8	123.02	82.44	87.35	98.80	43.33	125.84	404.69
9	61.95	99.77	33.00	86.37	45.43	79.60	1252.62
10	80.33	104.65	53.30	79.06	27.28	132.49	42.67
11	205.92	183.49	144.16	59.66	14.09	196.29	16.15
12	82.09	104.94	46.51	127.28	44.87	108.53	0.00
13	202.21	187.74	149.39	93.65	44.97	184.77	0.00
14	67.55	82.83	44.37	60.85	26.04	85.00	23.95
15	72.60	132.73	44.67	173.48	5.55	135.65	24.13
16	84.83	104.28	159.12	171.11	11.53	110.22	49.09
17	71.77	88.16	69.19	123.14	44.83	74.54	6.14

(Kao & Hung, 2005)以參數及共同權重的方法，利用 $p=1,2,\infty$ 的 MAD、MSE 以及 MAX 模式計算出 17 個林區效率以及其評估結果之排序，如表六所示：

表六　(Kao & Hung, 2005)數值分析

District(*DMUj*)	CCR	MAD	MSE	MAX
1	1.0000(1)	1.0000(1)	1.0000(1)	1.0000(1)
2	1.0000(1)	1.0000(1)	1.0000(1)	1.0000(1)
3	1.0000(1)	1.0000(1)	0.9989(3)	0.7231(11)
4	1.0000(1)	1.0000(1)	0.9927(4)	0.8984(4)

5	1.0000(1)	0.9747(5)	0.9866(5)	1.0000(1)
6	1.0000(1)	0.8524(9)	0.9123(6)	0.8692(7)
7	1.0000(1)	0.9244(6)	0.8849(7)	0.7432(9)
8	1.0000(1)	0.8954(7)	0.8707(9)	0.8939(5)
9	1.0000(1)	0.6619(14)	0.6690(14)	0.7230(12)
10	0.9403(10)	0.8721(8)	0.8768(8)	0.8761(6)
11	0.9346(11)	0.6398(15)	0.6518(15)	0.6577(13)
12	0.8290(12)	0.7456(10)	0.7282(10)	0.7594(8)
13	0.7997(13)	0.6229(17)	0.6260(16)	0.6453(14)
14	0.7733(14)	0.7140(12)	0.7142(12)	0.7406(10)
15	0.7627(15)	0.7245(11)	0.7210(11)	0.6410(15)
16	0.7435(16)	0.6996(13)	0.6811(13)	0.4665(17)
17	0.6873(17)	0.6310(16)	0.6068(17)	0.5908(16)

括弧中代表各 DMU 在不同模式下之排序，可以發現到，不管運用哪種模式做求解，高效群方面的績效值皆為 1，無法將高效群來做排序。利用本研究之方法可以解決此問題，利用不同 p 值，分別以模式(P17) (P18) (P19)來做求解，每個 DMU 輪流當作基準 DMU_k，讓各受評單位在整體變異程度最小的情況辨別出與其他受評單位的差異，最後利用公式(30)配合 Lingo 軟體求出各 DMU 的平均交叉績效值，MAD、MSE 以及 MAX 模式的交叉效率矩陣如表七、表八以及表九所示，各指標所對應之權重如表十一、表十二以及表十三所示，利用交叉效率矩陣可將所有 DMU 排序，整理如表十所示，最後平均交叉績效值越大的代表其績效表現較佳，我們可以發現到在個別差異的變異程度方面，MAD 模式、MSE 模式以及 MAX 模式在這 17 個林區平均綜合分數的變異數分別為$(0.1630)^2$、$(0.1466)^2$以及$(0.1717)^2$，以 MSE 的變異程度為最小。

本研究與(Kao & Hung, 2005)所提出之模式，在排名上會產生一些不同，是由於模式決定權重上的不同以及模式上的訴求有所不同，(Kao & Hung, 2005)的模式是利用共同權重的觀念，每個 DMU 以自己 CCR 模式的績效值做為標竿來靠近，模式上是希望所有的 DMU 利用一組共同權重，讓所有 DMU 最接近自己的標竿績效值。利用我們的三階段模式，在決定權重上是以輪流當主角的觀念來做求解，在求解上是希望其它的 DMU 與主角 DMU_k 能夠越靠近越好，目的上是

希望所決定出來的權重，能夠讓所有 DMU 的績效值變異能夠越小越好，所決定出的這組權重能夠讓大家感覺到比較公平以及客觀。

表七　p=1 P(18)算出之θ_{ij}^*

		DMU_j																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
DMU_k	1	1.0000	1.1405	0.9955	0.9992	1.1417	1.0005	0.8159	1.0343	0.7991	0.9993	0.7544	0.8696	0.7518	0.8524	0.7100	0.5594	0.7026
	2	0.9998	1.0000	0.9998	0.9997	1.0069	0.9996	0.8620	0.8349	0.6826	0.8795	0.6561	0.7103	0.6227	0.7120	0.7208	0.6623	0.5827
	3	1.0080	1.1035	1.0000	0.9684	1.1094	0.9716	0.7892	1.0002	0.7816	0.9646	0.7222	0.8459	0.7254	0.8257	0.6815	0.5381	0.6873
	4	1.1028	1.1221	0.8507	1.0000	1.1461	0.9711	0.8676	0.9732	0.8071	0.9698	0.6957	0.8706	0.7033	0.8279	0.7097	0.5089	0.6868
	5	0.9932	1.0694	0.8881	0.9999	1.0000	0.8918	0.8949	0.9997	0.6569	0.9566	0.7672	0.7623	0.7065	0.7685	0.7872	0.7612	0.6145
	6	1.1283	1.1805	1.0633	1.0359	1.1853	1.0000	0.8491	1.0799	0.8437	1.0296	0.7653	0.9132	0.7746	0.8845	0.7253	0.5723	0.7447
	7	0.9984	0.7288	0.1728	0.9996	0.7992	0.6958	1.0000	0.5120	0.7264	0.6177	0.3990	0.5375	0.3630	0.4862	0.6097	0.2471	0.3156
	8	1.0101	1.1484	0.9999	0.9999	1.1928	1.0794	0.7837	1.0000	0.8509	0.9989	0.7328	0.8834	0.7475	0.8654	0.6780	0.4977	0.7066
	9	1.0083	1.2110	1.0000	1.0001	1.3676	1.4103	0.7002	0.9699	1.0000	1.0468	0.7459	0.9317	0.7870	0.9374	0.6222	0.3947	0.7165
	10	0.9423	1.0626	0.9342	1.0144	0.9942	0.8434	0.9403	1.0061	0.6540	0.9403	0.7299	0.7813	0.6892	0.7623	0.7818	0.7699	0.6465
	11	1.3371	1.2178	0.9320	1.0598	1.1010	0.9346	0.9352	1.2331	0.7078	1.1019	0.9346	0.8751	0.8508	0.8918	0.8707	0.8321	0.6962
	12	1.3269	1.1928	1.1448	0.9999	1.3755	1.2651	0.7148	0.7000	1.1000	0.9981	0.6277	0.8290	0.7478	0.9349	0.5516	0.3627	0.8082
	13	1.0997	1.1075	0.8948	0.9290	0.9949	0.8559	0.7997	1.1468	0.6333	1.0100	0.8858	0.7891	0.7997	0.8198	0.7748	0.7517	0.6277
	14	1.0025	1.2856	1.0004	1.0005	1.4300	1.8054	0.6713	1.0088	1.0011	1.1542	0.9453	0.9040	0.8985	0.7733	0.6877	0.4420	0.6696
	15	1.0581	1.0300	0.7627	0.9443	0.9316	1.0581	0.8776	1.0309	0.5982	0.9217	0.7491	0.7537	0.6914	0.7434	0.7627	0.7388	0.6069
	16	1.3426	1.0036	0.7900	0.9028	0.8992	0.7327	0.8361	1.0325	0.5743	0.9011	0.7435	0.7349	0.6857	0.7280	0.7379	0.7435	0.5979
	17	1.2597	0.9237	1.0189	0.8727	0.9332	0.7220	0.7917	0.8840	0.7115	0.7794	0.5157	0.7775	0.5716	0.6873	0.5614	0.4879	0.6873
	θ_j	1.0952	1.0899	0.9087	0.9839	1.0946	1.0140	0.8311	0.9674	0.7723	0.9570	0.7277	0.8099	0.7127	0.7942	0.7043	0.5806	0.6528

表八　p=2 P(19)算出之 θ^*_{ij}

DMU_k \ DMU_j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1.0000	1.2345	1.0529	1.1269	1.1366	0.9712	1.0169	1.2029	0.7344	1.1049	0.8956	0.8945	0.8303	0.8938	0.8973	0.8865	0.7294
2	1.3386	1.0000	1.0021	0.9583	0.9527	0.8058	0.8842	0.9436	0.6468	0.8770	0.6601	0.7523	0.6417	0.7214	0.7137	0.7054	0.6391
3	1.0166	1.2342	1.0000	1.1282	1.1328	0.9698	1.0198	1.2019	0.7326	1.1064	0.9011	0.8899	0.8301	0.8920	0.9036	0.8840	0.7192
4	1.2145	1.1896	1.0657	1.0000	1.0742	0.9286	0.8606	1.2332	0.6926	1.0820	0.9395	0.8526	0.8568	0.8817	0.8263	0.8246	0.6902
5	1.3315	0.9998	0.9062	0.9946	1.0000	0.8028	0.9216	1.2153	0.6464	1.0192	0.8549	0.8339	0.7883	0.8262	0.8246	0.8494	0.6826
6	1.0186	1.2399	1.0539	1.1320	1.1474	1.0000	1.0104	1.1912	0.7421	1.1114	0.9037	0.8904	0.8338	0.8972	0.9006	0.8818	0.7217
7	1.0166	1.2328	1.0548	1.1167	1.1345	0.9760	1.0000	1.2034	0.7340	1.1055	0.9022	0.8902	0.8342	0.8943	0.8922	0.8802	0.7242
8	1.0049	1.1675	1.0280	1.1599	1.1417	1.0817	1.0274	1.0000	0.7489	1.0328	0.7893	0.8251	0.7354	0.8281	0.8658	0.8066	0.6669
9	1.1798	1.0281	0.9970	1.2136	1.3699	1.1271	1.0052	1.1640	1.0000	1.1397	0.7987	1.0583	0.8291	0.9893	0.8059	0.5534	0.8322
10	0.9629	1.0671	1.0128	1.0130	1.0044	0.8429	0.9362	1.0166	0.6657	0.9403	0.7211	0.7963	0.6919	0.7694	0.7696	0.7625	0.6694
11	0.9427	1.1920	0.9843	1.0190	1.0839	0.9523	0.8760	1.1971	0.6955	1.0837	0.9346	0.8452	0.8460	0.8776	0.8392	0.8117	0.6733
12	1.2104	1.0898	0.8497	1.0086	1.0258	0.8365	0.9196	1.0586	0.7175	0.9595	0.7357	0.8290	0.7096	0.7937	0.7634	0.6660	0.6737
13	1.0742	1.0768	0.9161	0.8734	0.9794	0.9037	0.7172	1.0973	0.6421	0.9914	0.8991	0.7488	0.7997	0.8059	0.7312	0.6939	0.5882
14	1.1007	1.0412	0.8858	0.8446	0.9470	0.8755	0.6936	1.0625	0.6251	0.9588	0.8694	0.7241	0.7733	0.7733	0.7071	0.6711	0.5688
15	1.1682	1.0171	0.7793	0.9700	0.9411	0.8082	0.9024	0.9728	0.6383	0.9057	0.7150	0.7377	0.6623	0.7273	0.7627	0.7344	0.5956
16	0.9896	0.9954	0.7927	0.8967	0.8917	0.7314	0.8319	1.0299	0.5835	0.8939	0.7365	0.7291	0.6796	0.7221	0.7329	0.7435	0.5948
17	1.4253	1.1574	0.9186	0.9972	1.0720	0.9078	0.8628	1.1689	0.7494	1.0375	0.8514	0.8577	0.7997	0.8577	0.7872	0.6983	0.6873
θ_j	1.1174	1.1155	0.9588	1.0266	1.0609	0.9130	0.9109	1.1152	0.7056	1.0206	0.8299	0.8326	0.7731	0.8324	0.8072	0.7678	0.6739

表九　p=∞P(20)算出之 θ_{ij}^*

DMU_k \ DMU_j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1.0000	1.2198	1.2198	1.1655	1.1754	0.9922	1.0592	1.1289	0.7803	1.0665	0.7965	0.9211	0.7803	0.8823	0.8554	0.8177	0.7803
2	1.3298	1.0000	1.1587	0.8970	0.9487	0.7934	0.7978	0.9998	0.6679	0.8790	0.6721	0.7685	0.6681	0.7388	0.6681	0.6753	0.6681
3	1.1952	1.2239	1.0000	1.1200	1.1376	0.9001	1.0344	1.2239	0.7763	1.0773	0.8307	0.9408	0.8056	0.8941	0.8551	0.7761	0.7762
4	1.2585	1.2350	1.2585	1.0000	1.1533	1.0232	0.8173	1.2585	0.7782	1.1170	0.9565	0.9036	0.8996	0.9348	0.7910	0.7415	0.7415
5	1.3021	1.0626	1.0918	0.9663	1.0000	0.7967	0.8861	1.0754	0.7009	0.9293	0.7007	0.8316	0.7007	0.7822	0.7180	0.7007	0.7176
6	1.2159	1.2172	1.2173	1.1467	1.1780	0.9998	1.0279	1.1359	0.8079	1.0640	0.7933	0.9248	0.7825	0.8858	0.8366	0.7825	0.7825
7	1.2142	1.2123	1.2122	1.1122	1.1535	0.9527	1.0000	1.1763	0.7878	1.0635	0.8074	0.9277	0.7955	0.8882	0.8267	0.7876	0.7876
8	1.2280	1.2207	1.2521	1.2293	1.2521	1.1731	1.0617	1.0000	0.8018	1.0586	0.7606	0.8974	0.7479	0.8733	0.8487	0.7479	0.7479
9	1.3527	1.2530	1.3334	1.3525	1.3525	1.1459	1.2379	1.0373	1.0000	1.0418	0.6474	1.0245	0.7150	0.9035	0.8031	0.6474	0.8915
10	1.1452	1.0656	1.1632	0.9435	0.9828	0.7940	0.8645	1.1404	0.7225	0.9403	0.7305	0.8289	0.7224	0.7891	0.7224	0.7512	0.7224
11	0.7735	1.0014	1.3062	0.7301	0.9481	1.0293	0.5371	0.9875	0.6063	0.9387	0.9346	0.6743	0.8185	0.7819	0.6020	0.5684	0.5369
12	1.4953	1.0655	1.1622	0.9435	0.9828	0.7810	0.8645	1.1270	0.6857	0.9391	0.7302	0.8290	0.7224	0.7883	0.7219	0.7494	0.7222
13	1.2209	1.0260	1.4050	0.7733	0.9678	0.9317	0.5949	1.0641	0.6593	0.9403	0.8553	0.7372	0.7997	0.7976	0.6135	0.6029	0.6164
14	0.9750	1.0738	1.0791	1.0359	1.0271	0.8684	0.9559	1.0008	0.6856	0.9403	0.7046	0.8071	0.6857	0.7733	0.7674	0.7555	0.6857
15	1.0579	1.0729	1.0874	1.0256	1.0223	0.8600	0.9457	1.0138	0.6895	0.9403	0.7072	0.8093	0.6893	0.7749	0.7627	0.7551	0.6893
16	1.4897	1.0659	1.1442	0.9440	0.9836	0.7798	0.8650	1.1269	0.6874	0.9391	0.7294	0.8304	0.7220	0.7887	0.7215	0.7435	0.7218
17	1.2069	1.0581	1.3128	0.9782	1.0507	0.9616	0.8338	0.9646	0.7342	0.9261	0.6899	0.7942	0.6873	0.7768	0.6993	0.6758	0.6873
θ_j	1.2036	1.1220	1.2002	1.0214	1.0774	0.9284	0.9049	1.0859	0.7395	0.9883	0.7675	0.8500	0.7496	0.8267	0.7537	0.7223	0.7221

表十　17 個林區平均綜合分數及排序

District	MAD	MSE	MAX
1	1.0952 (1)	1.1174 (1)	1.2036 (1)
2	1.0899 (3)	1.1155 (2)	1.1220 (3)
3	0.9087 (8)	0.9588 (7)	1.2002 (2)
4	0.9839 (5)	1.0266 (5)	1.0214 (6)
5	1.0946 (2)	1.0609 (4)	1.0774 (5)
6	1.0140 (4)	0.9130 (8)	0.9284 (8)
7	0.8311 (9)	0.9109 (9)	0.9049 (9)
8	0.9674 (6)	1.1152 (3)	1.0859 (4)
9	0.7723 (12)	0.7056 (16)	0.7395 (15)
10	0.9570 (7)	1.0206 (6)	0.9883 (7)
11	0.7277 (13)	0.8299 (12)	0.7675 (12)
12	0.8099 (10)	0.8326 (10)	0.8500 (10)
13	0.7127 (14)	0.7731 (14)	0.7496 (14)
14	0.7942 (11)	0.8324 (11)	0.8267 (11)
15	0.7043 (15)	0.8072 (13)	0.7537 (13)
16	0.5806 (17)	0.7678 (15)	0.7223 (16)
17	0.6528 (16)	0.6739 (17)	0.7221 (17)

表十一　p=1 各指標所對應之權重

	DMU_k																
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**
v_{1k}	0.0598	0.3581	0.0588	0.1918	0.0543	0.0001	0.0530	0.0001	0.7709	0.1250	0.0001	0.0001	0.0001	0.1645	0.2123	0.2804	0.0001
v_{2k}	0.5915	0.5679	0.5566	0.7653	0.5915	0.2951	0.4957	0.2871	3.1422	3.0970	0.3249	1.4511	0.2345	1.8354	3.0479	1.4851	0.3249
v_{3k}	0.2184	0.0001	0.3111	0.0001	0.2222	0.7049	0.2854	0.4397	0.0001	0.1509	0.4552	0.0468	0.3944	0.0744	0.0211	0.3530	0.4552
v_{4k}	0.1303	0.0740	0.1000	0.0430	0.1203	0.0001	0.1660	0.2732	0.0001	0.2314	0.2199	0.1662	0.3706	0.0001	0.0080	0.0001	0.2199
u_{1k}	0.3971	0.1020	0.4111	0.0001	0.4567	0.0001	0.4916	0.6723	0.2803	0.0001	0.9501	0.0001	0.4781	0.0001	0.0001	1.1645	0.9501
u_{2k}	0.5868	0.6019	0.5555	0.7131	0.5868	0.3158	0.5356	0.4548	2.7137	2.9973	0.3743	1.2768	0.5531	1.4554	2.2972	0.9177	0.3743
u_{3k}	0.0001	0.0045	0.0001	0.0029	0.0001	0.0105	0.0001	0.0001	0.0060	0.0026	0.0001	0.0001	0.0022	0.001	0.0001	0.0001	0.0001

表十二　p=2 各指標所對應之權重

	DMU_k																
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**
v_{1k}	0.4745	0.8327	0.4597	0.0989	0.0637	0.5273	0.4553	1.2109	0.0134	0.7194	0.1845	0.2447	0.0001	0.0001	0.6737	0.2789	0.0001
v_{2k}	2.8751	2.9411	2.9554	3.0525	3.6505	2.8197	2.8741	2.4599	1.3506	2.9464	3.0494	2.7678	3.1946	3.1946	3.2433	3.7209	2.7065
v_{3k}	0.0001	0.0001	0.0298	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.93	0.0001	0.0702	0.4791	0.1227	0.1227	0.0828	0.0001	0.4174
v_{4k}	0.1113	0.0001	0.1127	0.3406	0.0001	0.1608	0.1448	0.1959	0.2561	0.0001	0.364	0.0569	0.6826	0.6826	0.0001	0.0001	0.2754
u_{1k}	0.1218	0.6499	0.0218	0.133	0.0274	0.0739	0.1091	0.1305	1.4788	0.5028	0.0001	0.6859	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.554
u_{2k}	2.8741	2.3445	2.9725	2.8659	2.9725	2.9202	2.8864	2.8539	1.5211	2.494	2.9963	2.314	2.9519	2.8544	2.7154	2.777	2.4459
u_{3k}	0.004	0.0056	0.0057	0.0011	0.0001	0.006	0.0045	0.0156	0.0001	0.0032	0.0036	0.0068	0.0081	0.0091	0.015	0.0045	0.0085

表十三　p=∞各指標所對應之權重

	DMU_k																
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**
v_{1k}	0.6549	0.4998	0.1549	0.0147	0.3296	0.3269	0.3341	0.9351	0.7797	0.2529	0.0001	0.2518	0.0001	0.8205	0.7581	0.2326	0.813
v_{2k}	2.2593	2.735	2.5615	2.277	2.678	1.2476	1.8823	1.5189	1.2766	2.8764	2.4592	2.8759	2.4116	2.705	2.725	2.8673	2.071
v_{3k}	0.0798	0.0001	0.3414	0.1782	0.153	0.0852	0.1172	0.133	0.4059	0.0001	0.0001	0.0017	0.0001	0.0001	0.0001	0.0304	0.0001
v_{4k}	0.0458	0.1148	0.0001	0.4689	0.0001	0.0487	0.0598	0.1806	0.0001	0.0001	1.3992	0.0001	0.8621	0.0001	0.0001	0.0001	0.2523
u_{1k}	0.7679	0.9723	0.719	0.741	0.9963	0.5043	0.7223	0.737	1.6165	0.8982	0.4945	0.8987	0.913	0.6561	0.6817	0.9074	0.9872
u_{2k}	2.232	2.0243	2.2808	2.2589	2.0035	1.2223	1.7359	1.8892	1.3788	2.0928	2.5054	2.0923	2.0869	2.3408	2.3147	2.0841	1.9056
u_{3k}	0.0001	0.0034	0.0003	0.0001	0.0003	0.0019	0.0003	0.0001	0.0047	0.009	0.0001	0.0001	0.0001	0.003	0.0037	0.0001	0.0065

五、討論與結論

績效評估乃為現今重要議題之一，許多領域上都廣泛的應用著，可以反映出一個組織整體的狀況提供給管理者來做決策。過去 DEA 多半關心的是個體的表現為何，DEA 最初的發明就考慮了望大及望小兩項指標，將群體區分為高效及非高效兩類。評估一個組織多半都是用指標來衡量，隨著現今社會的發展，從過去的單指標發展至多屬性衡量的多指標，隨後如何制定這些多指標的權重，成為重要的研究議題，如何對 DMU 加以排序，也成為許多人的研究方向。本篇論文為了解決排序問題，提出了三階段的方法客觀的來評估組織績效，第一階段利用 CCR 模式，求出各 DMU 之最佳績效值；第二階段利用距離公式之概念來建構模式，並由 DMU 輪流當主角選擇自己最喜歡的權重，在群體變異最小的狀況下瞭解個別差距；第三階段以交叉效率的概念進行排序，此方法可以使得評比足夠客觀，以及能夠評斷出整體表現程度。

本研究之貢獻分為以下三點，第一點解決了傳統交叉效率未以整體觀念來做考量所產生之缺點；第二點將非線性模式轉換成線性模式以增加求解的準確度；第三點解決了共同權重方法有多個第一名的問題。

評估多指標的受評單位仍然有許多研究的機會，以及針對將非線性模式轉成線性模式方面，或許有更好的轉換方法來增加求解的準確度。最後，我們希望用數學規劃模式，來幫助管理者客觀的了解整體的資訊，同時也能對於系統內個體的表現差異，能夠有一定的了解。

參考文獻

【1】Adler, N., Friedman, L., & Sinuany-Stern, Z. (2002). Review of ranking methods in the data envelopment analysis context. *European Journal of Operational Research, 140*, pp. 249-265.

【2】Andersen, P., & Petersen, N. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment. *Management Science, 39* (10), pp. 1261-1264.

【3】Banker, R. D., & Chang, H. (2006). The super-efficiency procedure for outlier identification, not for ranking efficient units. *European Journal of Operational Research, 175* (2), pp. 1311-1320.

【4】Bardhan, I., Bowlin, W. F., Cooper, W. W., & Sueyoshi, T. (1996). Models for efficiency dominance in data envelopment analysis.Part I: Additive models and MED measures. *Journal of the Operations Research Society of Japan, 39*, pp. 322-332.

【5】Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research , 2* (6), pp. 429-444.

【6】Doyle, J., & Green, R. (1994). Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. *Journal of the Operational Research Society, 45* (5), pp. 567-578.

【7】Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A, 120* (3), pp. 253-290.

【8】Kao, C., & Hung, H. T. (2005). Data envelopment analysis with common weights:the compromise solution approach. *journal of Operation Reasearch Society, 56*, pp. 1196-1203.

【9】Kao, C., & Yang, Y. C. (1992). Reorganization of forest districts via efficiency measurement. *European Journal of Operational Research, 58*, pp. 356-362.

【10】Liu, F.-H. F., Peng, H. H., & Chang, H. W. (2006). Ranking DEA efficient units with most compromising common weights. *The Sixth International Symposium on Operations Research and Its Applications*, (pp. 219-234). Xinjiang, China.

【11】Yu, P. L. (1973). A class of solution for group decision problem. *management science* (19), pp. 936-946.

【12】高強、黃旭男、& SueyoshiToshiyuki。(2003) 。*管理績效評估—資料包絡分析法*。 台北市: 華泰文化。

【13】劉復華、徐茂鈞。(2008)。 *多項績效指標之營運單位之兩階段評估程序*。交通大學工業工程與管理學系碩士論文。