

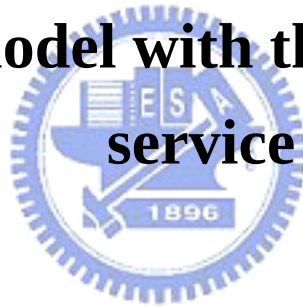
國立交通大學

財務金融研究所

碩士論文

衡量有考慮策略性債務清償的結構式模型
的信用風險

**Measuring the credit risk under the
structural model with the debt strategic
service**



研究生：施嘉紋

指導教授：鍾惠民 博士

戴天時 博士

中華民國九十八年六月

衡量有考慮策略性債務清償的結構式模型的信用風險

**Measuring the credit risk under the structural model with the debt strategic
service**

研 究 生：施嘉紋

Student: Jia-Wen Shih

指導教授：鍾惠民博士

Advisor: Dr. Huimin Chung

戴天時博士

Dr. Tian-Shyr Dai



A Thesis Submitted to Graduate Institute of Finance

National Chiao Tung University

in

Finance

June 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年六月

衡量有考慮策略性債務清償的結構式模型的信用風險

學生：施嘉紋

指導教授：鍾惠民 博士

戴天時 博士

國立交通大學財務金融研究所碩士班

摘要

財務工程領域中衡量信用風險是很重要的一個議題，而結構式模型是去建立出公司價值的變化並決定違約與清算事件發生的模型。根據美國破產法第十一章，破產不意味著須馬上清算。清算與違約過程是決定股東、債權人與公司價值很重要的因素，因為清算成本的存在，債權人想要延後清算，同時也給了股東用策略性的方法來償還債務的機會，這個理論建立出股東與債權人策略性債務清償的模型。用CRR二元樹數值方法再利用結構式模型去建立出一個同時考慮策略性債務清償、稅盾效果與財務危機成本的模型，衡量債權人與債務人在不同狀態下的行為動態移轉，違約門檻的設定也突破以往結構式模型的決定方法，股利計算是利用展樹機率作調整，期盼模型能更符合真實狀況。

關鍵字：FPM（首次通過模型）、Merton model、資本結構、公司債、違約門檻、稅、破產成本、策略性債務清償

Student: Jia-Wen Shih

Advisor: Dr. Huimin Chung

Dr. Tian-Shyr Dai

Institute of Finance

National Chiao Tung University

Abstract

Measuring the credit risk problem is vital in financial engineering field. The structural model is a credit-risk model that models the evolution of the firm value and that determines the event of default (and liquidation). However, the bankruptcy doesn't lead to immediately liquidation due to chapter 11 of U.S Bankruptcy Code. Liquidation and default procedures are important factors to determine the values of equity, debt and firm. Because of the liquidation cost, debt holders want to delay the liquidation, and it provides equity holders an opportunity to repay the loan strategically. The thesis models the debt strategic service of equity holders and the liquidation concerns of debt holders. I provide a numerical model to evaluate the credit risk by simultaneously considering the debt strategic service, tax benefit, and bankruptcy cost under the structural model.

誌謝

在交通大學財金所的兩年，感謝所有教導我的教授們，尤其是我的指導教授鍾惠民老師、戴天時老師不厭其煩的指導。尤其是戴天時老師總是不斷的找錯誤然後一起解決，真的感謝老師。

此外，感謝一起奮鬥的伙伴薇婷、弘杰、博宇以及凱允，還有一起跟我討論程式問題，幫我解決問題的婷瑱，在寫論文這條漫長的路上，一起渡過。

當然也要真誠的感謝我親愛的家人給了我最大的支持。謝謝所有幫過我的人，謝謝。



目錄

摘要.....	I
目 錄.....	IV
第一章 緒論.....	1
第一節 研究動機與背景.....	1
第二節 研究目的.....	2
第三節 研究架構.....	3
第二章 文獻回顧.....	5
第一節 傳統信用風險模型的發展.....	5
第二節 信用風險評價模型發展.....	8
第三章 研究方法.....	14
第四章 模擬分析.....	23
第一節數值方法模擬結果.....	23
第五章 結論與建議.....	38
第一節 結論.....	38
第二節 後續研究建議.....	38
參考文獻.....	40



表目錄

表一	模擬 Leland(1994)模型結果.....	24
表二	模擬 Leland(1994)有限期模型結果.....	26
表三	本文考慮蔡略性債務清償模型結果.....	29



圖目錄

圖一	Leland(1994)收斂結果.....	25
圖二	衍生 Leland(1994) 到有限期的的結果.....	27
圖三	Credit Spread 變動.....	30
圖四	付息次數變動.....	31
圖五	清算成本變動.....	32
圖六	財務危機成本變動.....	33
圖七	稅率變動.....	34
圖八	公司資產波動度變動.....	35
圖九	付息率變動.....	36



第一章 緒論

第一節 研究動機與背景

如何評價債權人跟股東以及公司的價值一直是信用風險領域中不斷研究的主題，由於近年來金融海嘯的席捲，可以看到許多申請破產保護的新聞，如克萊斯勒公司、雷曼兄弟等，申請破產保護允許企業在破產保護情況下致力於剝離資產、重組債務、取消原有協議以及停止正常情況下難以停止的業務，而這段期間我們稱之寬限期(grace period)。

當公司無法支付債款給債權人時，債務人或是公司可以向聯邦破產法庭提出美國破產法第十一章或是第七章保護。在第七章中，債務人或債權人都能向法院提出對債務人資產清算的申請，是最常見的破產方法。第十一章中公司或個人在向法院申請破產的同時，可以同時要求重整公司，申請人在保護期內，可以提出重新組建的計劃，並不受債權人的債務追討，也就是在破產保護期間並於破產法庭和債權人委員會之監察下，債務人會照常佔有其資產及繼續經營任何業務。只要其多數債權人贊成及破產法庭確認以及債務人和債權人同意償還款項期，債務人通常會提議申請第十一章破產保護法的計劃。如果企業沒有在一定期限內成功重組，那麼它就可能根據破產法第七章進入另一破產程序，意味著企業最終面臨停業清算。

但在清算成本的考量下，債權人可能會延後清算，此時提供了股東策略性債務清償的機會，可能會發生股東故意不支付該付的債息的代理問題，此時股東與債權人分別應該採取怎樣的決策才能使彼此的價值極大化，因此如何去模擬公司的股東與債權人分別該採取的決策顯得相當重要，而此篇探討的重點著重在因為清算成本而延後清算的策略性債務清償效果下，股東與債權人行為決策動態轉移過程。

所謂的策略性債務清償是指因為清算公司會有清算成本，所以清算成本會使債權人寧可接受收到比約定少一些的債款也不願馬上清算公司。在公司發生財務危機時，協商是一個很重要的行為，就絕對優先法則而言，如果公司沒有足夠的

現金或是公司資產無法支付債權人約定的款項，債權人會接收公司，此時股東價值會變為零，但實際上我們仍可以看到違反絕對優先法則的例子，意即在重整後債權人所收到的債款減少的情況下，但股東仍然“存活”著，也就是股東價值為正，這就是債權人因為清算成本的存在而延後了清算的決策，提供了股東策略性債務清償的機會，股東可以視情況選擇宣稱違約不要支付債息，或是支付逾期未付的債息然後讓公司回到正常營運的狀態，當然，在股東宣稱違約的時候，債權人有權決定是否要清算公司。本篇利用賽局理論考慮策略性債務清償去建立出一個在違約後股東與債權人行為決策使其價值極大化的模型，模型中並考慮了股東與債權人行為動態的轉換，股東可將公司從違約狀態轉到正常營運狀態，或是從正常營運狀態變成違約狀態，但萬一公司是處於違約狀態，債權人擁有清算公司之權力。

第二節 研究目的

目前有許多公司債與股東價值的研究，本篇論文主要是分析股東與債權人的行為，且股東會進行策略性債務清償時的公司、股東與債權人價值的變動，但本篇可以分析股東與債權人行為主要源於假設債權人與債務人知道彼此的行為。

由於清算成本使債權人即使公司在寬限期後仍處於違約狀態或是沒有重整的情況下會想延後清算，此時也提供了股東有策略性債務清償的機會，在這樣的條件下檢視策略性債務清償對公司資產變化造成的效果，但是以往的結構式 (structural form) 模型考慮的是一個跟股東或債權人決策行為無關的違約門檻，可能是與公司資產呈函數關係等，當公司資產碰到門檻即違約，而此門檻無法考慮策略性債務清償的行為；Leland的門檻雖是利用使股東價值極大化下內生決定的，他的門檻與公司資產價值有關，但無法考慮策略性債務清償的決策，且若在兩個同時時間點時，但若公司資產價值一樣，門檻會一樣。本文的違約門檻為債權人與股東透過賽局理論做決策後經過比較各自價值後決定最有利的門檻，跟時間變動有關，在不同的時間點，門檻不一樣，而且門檻的決定與股東或債權人的策略性債務清償決策行為有關。而此篇模型在每個時間點，每個資產價值下的門檻都是內生決定的。

不同模型下門檻設定之比較			
模型	門檻決定方法		門檻表示法
Black and Cox (1976)	外生	給定一固定常數L再折現決定	$e^{-r(T-t)}L$
Kim, Ramaswamy and Sundaresan (1993)	外生	給定一固定常數	K
Longstaff and Schwartz (1995)	外生	給定一固定常數	K
Briys and de Varenne (1997)	外生	給定固定常數L與 ξ 再折現決定	$\xi \cdot L \cdot B(t, T)$ $0 \leq \xi \leq 1$
Leland	內生	極大化股東價值後決定	公司資產的函數
本文	內生	利用賽局理論 比較Debt與Equity價值後決定	股東與債權人的 函數

本文期盼建立出一個衡量股東與債權人在不同決策下造成不同狀態的轉移，並觀察此動態轉移所造成的股東跟債權人的價值的變化以及股東與債權人要如何決策使本身的價值極大化的模型，且Leland模型是本文模型的一個特殊解，即透過模型的某些設定能讓結果逼近Leland的封閉解。

第三節 研究架構

第二章 文獻回顧

簡述信用風險模型的發展，由傳統估計風險方法如專家分析系統、評信系統到近年來運用的信用風險模型，包含結構式與縮減式模型，其中結構式的部分則會從Merton(1974)利用Black and Scholes(1976) 選擇權定價公式套用到信用風險上、Black and Cox(1976)提出的首次通過模型(FPM model)、Leland 模型、Broadie(2005)一直到 Hwang and Kang(2008) 考慮策略性債務清償的模型。

第三章 研究方法

介紹本篇模型在不同狀態的轉移下，股東與債權人在正常營運與違約狀態下的隨機微分方程式、模型中參數設定，並詳述清算決策過程中模型如何進行取捨，以及股東、債權人如何做出最佳決策使其價值極大。

第四章 模型數值分析

在此章中引入Leland的封閉解作比較，並利用本篇模型透過參數設定模擬Leland模型的結果，發現Leland模型是本篇模型中的特例，也比較馬上清算與策略性債務清償下，股東、債權人與公司價值的變化，同時也比較不同因子如清算成本、債息率、資產波動度等考量下會造成的影響，表列模型模擬結果，並對結果進行分析。

第五章 結論與建議

針對本文研究結果做出結論，以及模型中可以繼續衍生研究的部分，提供後續研究者繼續研究之參考。



第二章 文獻回顧與探討

近年來除了雷曼兄弟申請破產保護，過了寬限期後宣告倒閉掀起的金融海嘯外，還有之前因瀕臨破產而被收購或是直接宣告破產或是公司無法償還巨額的公司債或債息等而發生違約如貝爾斯登、恩隆、茂矽電子公司、博達科技公司，所以如何去模擬公司資產與公司債償還就顯的非常重要。本文選用信用風險中的模擬公司資產變化的結構式模型，並假定股東與債權人彼此知道彼此的行為模式，做出的最大化其價值的決策，針對信用風險發展作回顧，並比較不同模型之間的差異。

第一節 傳統信用風險模型

傳統信用風險模型多半是依照公司的財務數字來衡量信用風險，利用專業的徵信人員對企業做徵信的工作，也就是利用歷史資料分析評估該企業違約的可能性，但因公司每季公佈財報往往會產生時間上的落後，模型的假設可能不符合真實狀況，且缺乏嚴謹理論支持，而產生信用風險衡量上的誤差及時間落後的情況。

在此介紹三種系統：專家分析系統、信用評等法。

一、專家分析系統

授信決策

早期銀行授信對於客戶信用風險的衡量，是透過經驗的累積及專家個人主觀的判斷，調整幾項關鍵因素的權重(例如授信5C、5P)來決定信用風險。

5C: 1. 品格 (Character)

2. 能力 (Capacity)

3. 資本 (Capital)

4. 擔保品 (Collateral)

5. 情況 (Conditions)

5P: 1. 貸款人或企業之狀況 (People)

2. 借款資金用途 (Purpose)

3. 還款來源(Payment)
4. 債權確保(Protection)
5. 借款戶展望(Perspective)。

將以上的借款人過去的財務資料量化成數據，依據徵信人員專業與過去經驗主觀的判斷並做出授信的決策。但此法最為人詬病的地方為過於主觀，過於耗時耗人力造成成本高的問題，且決策的準確性取決人力的素質，徵信人員的道德操守的問題都有質疑的空間，所以此法較不具備客觀性及一致性，在應用上都無一定的數據標準來衡量，所以後來才發展出較嚴謹且客觀的量化模型。

二、信用評等法

此法是利用企業的償債能力估計違約風險或信用風險曝額進行評等，將貸款投資組合分成幾個等級，各等級分別代表不同的風險程度，找出分析意義最大的若干風險因子進行綜合分析，最後給予一個較全面的信用等級(例如Moody's、S&P)。

可分為外部信用評等及內部信用評等。

外部信用評等:由專業獨立信用評等機構建立一套信用評等準則

內部信用評等: 針對客戶信用風險品質給予不同信用評等等級，常被運用於銀行的信用風險管理。

評信系統模型則包括:

(一)單變量分析:

Beaver (1966)是最早從事財務危機預警模型之研究，提出單以財務比率來預測違約，分析方法是利用單變量分析法，實證結果發現，「現金流量對負債總額之比率」最能預測企業的經營失敗，尤其財務危機發生前一年的準確率最佳，不過單以財務比率作為預測與分析的因子，無法全面並有效的預測違約風險，所以後來發展出多變量分析。

(二)多變量分析:

1. 區別分析(Discriminat analysis)

Altman (1968) 利用多變量分析預測企業的違約，是第一位以鑑別分析(discriminant analysis) 做為企業失敗分類的研究者，並利用逐步多元鑑別分析(MDA)逐步粹取5種最具共同預測能力的財務比率，以建立一個類似迴歸方程式的鑑別函數稱為Z-score綜合性指標，將財務報表中幾個具有代表性的財務比率分別給予不同權重做為違約指標，預測企業違約的可能性，從而預測企業的信用風險。

分析方法透過區別分析(Linear Discriminant Analysis)的建構將樣本予以區隔成兩群體(正常、違約)，使不同類別間的變異數最大，而同類內的變異數最小。在1997年加入兩個新的財務比率變數，稱為Zeta模型，Zeta模型區別正確率比Z Score模型來得高。但由於區別模是僅限於短期有效，且財務危機預測模型須要跟著環境調整決策變數，無法找到一個可以在所有時點、所有情境下都可以適用的模型，加上大多採用的是會計資料，財務報表是屬於落後指標，且此模型也只能區分正常與失敗公司，無法更進一步估算公司的違約機率。

2. 迴歸分析(Regression)

由於區別分析無法求算出違約機率，才發展出Probit 模型及Logit 模型，是以財務比率作為迴歸分析模型的輸入變數，藉以找出對於公司違約與否的解釋變數。其分別將違約機率分配假設為標準常態分配及Logistic分配

Probit模型:將事件發生假設為標準常態分配分配

Logit模型: 將事件發生假設為Logistic分配

雖然可以求算出違約機率，不過因為求算的過程中是假設服從特定的統計分配上，不符合實際狀況。

第二節 信用風險評價模型發展

一、結構式模型(Structure-Form Model)

(一)Black-Scholes(1973) and Merton(1974)

Black and Scholes(1973)提出了選擇權的定價公式，此一公式之推出，奠定了衍生性商品快速發展的基礎。選擇權的價格也稱為權利金（Premium），那麼買方需要支付多少權利金，來取得未來的報酬權利，而賣方需要收取多少權利金，來彌補其未來可能的支出義務，才算公平呢？所以要計算買權、賣權的合理價格，而Black and Scholes公式便是用來評價買權賣權的合理價格。

此模型的優點在於就計算選擇權合理價格時，有一封閉解，推導出的公式是由容易可得的變數所組成的，所以計算過程容易。不過Black and Scholes公式的推導是建構在一連串的假設下，而這些假設有一部分都與實際市場上的狀況無法吻合。

Metron模型是將股東權益看成買權，利用Black and Scholes的選擇權公式套用到信用風險這個領域，推導出債券PDE及訂價，看到期日公司資產是否會低於該付的債款，也就是在到期日用一固定違約門檻檢視是否違約。

將公司資產(V)分成股東權益(E)與一個零息債券(面額為D；到期日為T)，及 $V=E+D$ ，若到期日V小於D，則債權人只能拿回公司剩餘資產的價值，而股東價值變為零；反之若 $V>D$ ，表公司有力償還債券，所以債權人可以拿回面額D，股東拿回 $(V-D)$ 。但Merton模型多了兩個假設：

1. 短期無風險利率為常數
2. 股價為對數常態分配且服從幾何布朗運動(geometric Brownian motion):

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

S:目前股價

dS:股價變動量

μ :預期的股價報酬率

σ :股價波動率

其中dz會服從Wiener過程且

$$dz = \varepsilon \sqrt{\Delta z} \quad , \quad \varepsilon \text{服從標準常態分配} N(0,1)$$

$\mu S dt$:預期股價成長率

$\sigma S dz$:此為一個不確定項

3. 股票不支付股利

4. 此選擇權為“歐式選擇權”，只有在到期日才能履約
5. 所有證券都可以任意分割
6. 不存在無風險套利機會
7. 交易為連續交易
8. 市場為效率市場
9. 沒有交易稅與公司營業所得稅
10. 根據Modigliani-Miller提出的資本結構無關理論，假設公司資產價值的資本結構是不變的，及資本結構是由股東權益與債券所構成

根據以上假設，可以推出Black and Scholes定價模型公式：

$$c = S \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-rT} N(d_2)$$

$$p = K \cdot N(-d_2) - S \cdot e^{-rT} N(-d_1)$$

$$\text{其中 } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

c : 歐式買權價格

p : 歐式賣權價格

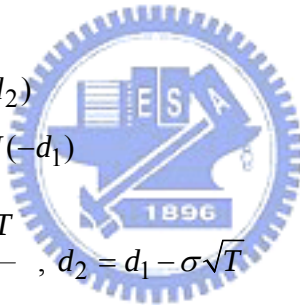
S : 目前股價

K : 履約價格

r : 無風險利率

σ^2 : 股價波動率的變異數

T : 選擇權距離到期日的時間



Merton利用這樣的觀念套入B-S公式得到：

$$V_E = V_A N(d_1) - D e^{-rt} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_A}{D}\right) + \left(r + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A \sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T}$$

V_E ：股東權益市價

V_A ：公司資產市價

D ：公司負債面額

σ_A ：公司資產波動率

r ：無風險利率

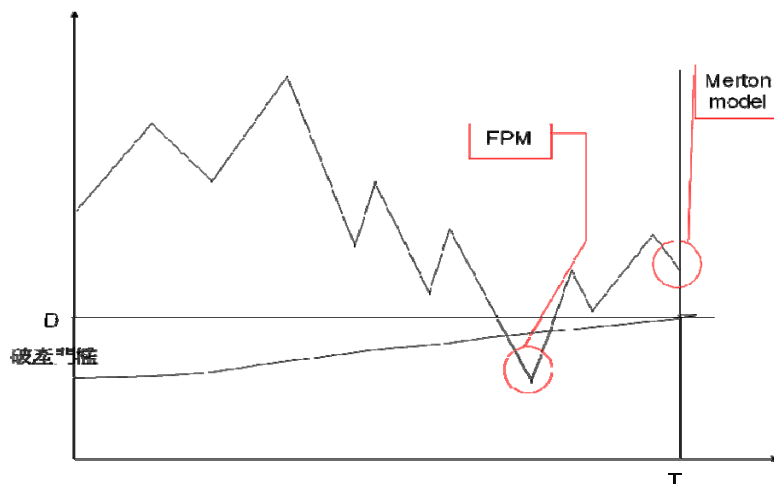
T ：距債券到期日的時間

雖然Merton將選擇權定價理論用於評價股東權益與負債的價值上，但Merton的模型只能在到期日檢視違約的情況，到期日以前無法檢視公司發生違約的狀況，所以後來提出First passage model。

(二) Black and Cox (1976)

Black and Cox改進Merton模型，提出首次通過模型「First passage model」是一個與時間相關的違約門檻，公司資產在第一次碰到違約門檻後就視為違約，可以檢視到期日前公司可能發生違約的狀況，改進了Merton model只在到期日檢視的缺點。

首次通過模型



其評價債券的公式如下

$$\begin{aligned}
D(t, T) = & LB(t, T)(N(h_1(V_t, T - t)) - R_t^{2\tilde{a}}N(h_2(V_t, T - t))) \\
& + \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)}(N(h_3(V_t, T - t)) - N(h_4(V_t, T - t))) \\
& + \beta_1 V_t e^{-\kappa(T-t)} R_t^{2\tilde{a}+2}(N(h_5(V_t, T - t)) - N(h_6(V_t, T - t))) \\
& + \beta_2 V_t (R_t^{\theta+\zeta}(N(h_7(V_t, T - t)) - R_t^{\theta-\zeta}N(h_8(V_t, T - t)))
\end{aligned}$$

where $R_t = \bar{v}(t)/V_t$, $\theta = \tilde{a} + 1$, $\zeta = \sigma^{-2}\sqrt{\tilde{v}^2 + 2\sigma^2(r - \gamma)}$ and

$$\begin{aligned}
h_1(V_t, T-t) &= \frac{\ln(V_t/L) + \nu(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \\
h_2(V_t, T-t) &= \frac{\ln\bar{v}^2(t) - \ln(LV_t) + \nu(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \\
h_3(V_t, T-t) &= \frac{\ln(L/V_t) - (\nu + \sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \\
h_4(V_t, T-t) &= \frac{\ln(K/V_t) - (\nu + \sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \\
h_5(V_t, T-t) &= \frac{\ln\bar{v}^2(t) - \ln(LV_t) + (\nu + \sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \\
h_6(V_t, T-t) &= \frac{\ln\bar{v}^2(t) - \ln(KV_t) + (\nu + \sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \\
h_7(V_t, T-t) &= \frac{\ln(\bar{v}(t)/V_t) + \zeta\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \\
h_8(V_t, T-t) &= \frac{\ln(\bar{v}(t)/V_t) - \zeta\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}
\end{aligned}$$

(三)Leland

Leland (1994) 延伸了Black和Cox (1976) 導出的永續債券的封閉解，假設宣告破產時公司的資產價值為 V_B ，模型中考慮破產成本 αV_B ，以及公司營業所得稅率 τ ，導出公司債的價值函數 $D(V)$ ，股東權益的價值函數為 $E(V)$ ，公司的總資產價值函數為 $v(V)$ 及稅盾的價值函數為 $TB(V)$ 。而公司的總資產為無負債公司的價值加上稅盾的價值減去破產成本。

$$D(V) = \frac{C}{r} + [(1 - \alpha)V_B - \frac{C}{r}](\frac{V}{V_B})^{-2r/\sigma^2}$$

$$BC(V) = \alpha V_B (\frac{V}{V_B})^{-2r/\sigma^2}$$

$$TB(V) = \tau \frac{C}{r} - \tau \frac{C}{r} (\frac{V}{V_B})^{-2r/\sigma^2}$$

$$v(V) = V + TB(V) - BC(V)$$

$$= V + \tau \frac{C}{r} - \tau \frac{C}{r} (\frac{V}{V_B})^{-2r/\sigma^2} - \alpha V_B (\frac{V}{V_B})^{-2r/\sigma^2}$$

$$E(V) = v(V) - D(V)$$

$$= V - (1 - \tau) \frac{C}{r} + [(1 - \tau) \frac{C}{r} - V_B](\frac{V}{V_B})^{-2r/\sigma^2}$$

(四) Keunho Hwang and Jangkoo Kang (2008)

考慮了策略性債務清償，利用PDE式子，加上數值方法有限差分法解出策略性債務清償的股東與債權人價值。

正常營運狀態

$$dV(t) = (r - \delta)V(t)dt + \sigma V(t)d\tilde{W}(t)$$

違約狀態

$$dV(t) = (r - w)V(t)dt + \sigma V(t)d\tilde{W}(t)$$

其PDE如下

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 E_L(t, V)}{\partial V^2} + (r - \delta)V \frac{\partial E_L(t, V)}{\partial V} + \frac{\partial E_L(t, V)}{\partial t} = rE_L(t, V) - \delta V, (t_{i-1} < t < t_i)$$

$$E_L(t^-, V) = \begin{cases} E_L(t^+, V) - (1 - \tau)C & \text{if NOT bankruptcy} \\ E_B(t, V) & \text{if bankruptcy} \end{cases}, (t = t_i)$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2\frac{\partial^2D_L(t,V)}{\partial V^2}+(r-\delta)V\frac{\partial D_L(t,V)}{\partial V}+\frac{\partial D_L(t,V)}{\partial t}=rD_L(t,V), \quad (t_{i-1} < t < t_i)$$

$$D_L(t^-,V)=\begin{cases} D_L(t^+,V)+C & \text{if NOT bankruptcy} \\ D_B(t,V) & \text{if bankruptcy} \end{cases}, \quad (t=t_i)$$

For $E_B(t,V)$,

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2\frac{\partial^2E_B(t,V)}{\partial V^2}+(r-w)V\frac{\partial E_B(t,V)}{\partial V}+\frac{\partial E_B(t,V)}{\partial t}=rE_B(t,V)$$

$$E_B(t^-,V)=\begin{cases} E_L(t,V)-(1-\tau)A(t) & \text{if clearing bankruptcy} \\ \text{Max}[(1-\alpha)V-A(t)-P, 0] & \text{if liquidation} \\ E_B(t^+,V) & \text{otherwise} \end{cases}$$

二、縮減式模型(Reduced-Form Model)

又稱違約強度模型，因為縮減式模型將複雜的違約(或破產)機制用簡單地違約(或破產)機率呈現，所以稱之為「縮減式」模型。其基本假設是違約(或破產)為隨機發生且違約為外生給定的變數。結構式模型需評估公司資產價值的變動，而縮減式模型只要有完整且精確的公司債券資料即可。所以在資本結構策略與公司的財務關係密切且日漸錯綜複雜的今日，縮減式模型最大的優點就是能將問題簡化，進而提升其實用價值。

第三章 研究方法

清算成本會使債權人延後清算，因為在債券到期日前，公司都有可能恢復到正常狀態下的價值，並支付債權人應拿到的債款，所以債權人仍會選擇等待而不會馬上清算。此時，即使是在資訊對稱的情況下，仍會發生股東故意不支付債款的行為，即代理人問題。Anderson and Sundaresan (1996)將借方與貸方之間的衝突行為視為一個賽局，雖然提出了清算成本會造成股東作策略性債務清償的動作，但當公司處於違約情況下，債權人行為卻無法明確地建出一個模型，於是本文主要目的在於建立出一個在違約後債權人與債務人的行為動態移轉的模型，利用CRR二元樹造樹方法進行求算。在此模型之下，股東有權決定公司是否要進入違約狀態，債權人有權在公司進入違約狀態時對公司進行清算，並假設支付債息的方式是離散的。此外，本文在計算股利上也做了修改，利用在展樹時有調整股利的機率與沒調整股利的機率來計算股利。

模型



Liquid state:

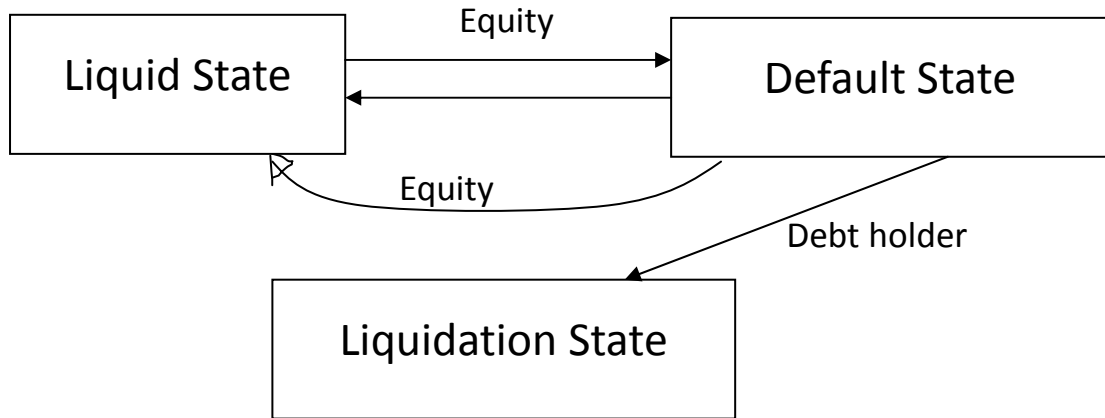
公司處於正常營運狀態，即公司沒有積欠債息，或是將之前逾期未付的債息償付給債權人

Default state:

公司處於違約狀態，即股東選擇積欠債息讓公司進入違約狀態。

Liquidation state:

公司處於清算狀態，即股東選擇讓公司進入違約狀態，此時債權人有權清算公司。



符號定義：

P ：債券面額

$A_{tB}(t)$ ：逾期未付的債息

w ：財務危機成本

σ ：公司資產的波動度

α ：清算成本

$\tilde{W}(t)$ ：機率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, Q)$ 下的標準布朗運動

$E_L(t, V)$ ：時間點 t 時，公司資產為 V 時，且公司是正常營運狀態的股東的價值

$D_L(t, V)$ ：時間點 t 時，公司資產為 V 時，且公司是正常營運狀態的債權人的價值

破產狀態 k 表此破產狀態是積欠了 k 期逾期未付的債息

$E_B(t, V, k)$ ：時間點 t 時，公司資產為 V 時，且公司是破產狀態 k 的股東的價值

$D_B(t, V, k)$ ：時間點 t 時，公司資產為 V 時，且公司是破產狀態 k 的債權人的價值

公司在正常營運狀態下:

$$dV(t) = (r - \delta)V(t)dt + \sigma V(t)d\tilde{W}(t) \quad (1)$$

公司在破產狀態下:

$$dV(t) = (r - w)V(t)dt + \sigma V(t)d\tilde{W}(t) \quad (2)$$

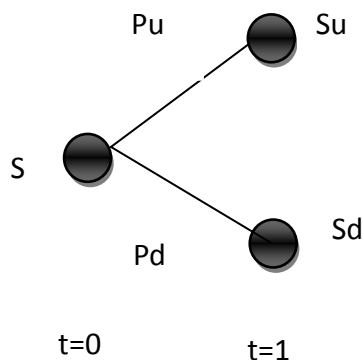
模型中假設無風險利率、股利率與波動率皆為常數，公司連續支付股利給股東，且股利率與公司資產價值成正比關係，且由於債券保護條款，故公司不可變賣資產，只能透過股東稀釋股權來償付債息。 N 為一年支付債息的次數， τ 為稅率且會產生稅盾效果。因為股東權益有類似買權的性質，加上連續支付股利給股

東，所以只有在無法償付債息的情況下才會造成違約，因此，在每個支付債息的時間點上，股東應該決定是否要宣稱違約或是繼續支付債息。若股東宣稱違約，公司會處於違約狀態，同時停止支付股利，且在違約時公司會有財務危機成本，財務危機成本會降低公司價值與公司資產成正比關係，此時股東選擇是否要支付累積未償還的債息讓公司回到正常營運狀態或是繼續停留在違約狀態。

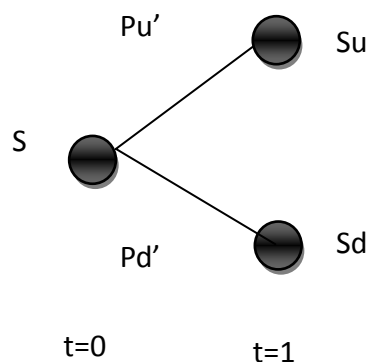
公司如果被清算，清算成本會與公司價值成正比， $\alpha V(t)$ ，股東與債權人只能收到 $(1-\alpha)V(t)$ 。而債權人有清算公司的權力，但在債券到期前，清算成本會使債權人考慮延後清算一直等到公司恢復原來的價值，如果債權人延後的價值比清算價值高，債權人會選擇延後清算，這也給了股東策略性債務清償的機會。但此模型前提是股東與債權彼此知道各自的行為，所以在違約後，股東可以在債權人想要清算公司時決定要不要使公司回復正常營運狀態，如果支付逾期欠的債息後的價值比違約狀態高，股東會支付債息並讓公司回到正常營運狀態，反之則否。如果公司價值上升，對股東而言，讓公司回到正常營運狀態比處在違約狀態來得有利。

假設一年支付 n 次利息， $t = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_N\}$ 為支付利息的時間點，每個時間點支付的數目為 $C=cP/n$ ，股東與債權人在違約狀態與正常營運狀態會服從不同隨機微分方程式，且違約時會停止支付股利，同時，除非股東宣稱違約且支付償付的債務，否則債權人可以清算公司。

Situation A:
未調整股利



Situation B:
已調整股利



股利的推導計算：

假定在 $t=0$ 支付股利為 D

在 $t=1$ 時

situation A 的期望值為

$$S \times u \times P_u + S \times d \times P_d$$

situation B 的期望值為

$$S \times u \times P'_u + S \times d \times P'_d + De^{r \times dt}$$

$\therefore$ situation A=situation B

$$\therefore S \times u \times P_u + S \times d \times P_d = S \times u \times P'_u + S \times d \times P'_d + De^{r \times dt}$$

$$\Rightarrow De^{r \times dt} = S \times u \times P_u + S \times d \times P_d - S \times u \times P'_u - S \times d \times P'_d$$

$$D = S \times [u \times (P_u - P'_u) + d \times (P_d - P'_d)]e^{-r \times dt}$$

其中

S ：股價

u ：股價上升幅度

d ：股價下降幅度

P_u ：股價上升機率(未調整股利)

P'_u ：股價上升機率(已調整股利)

P_d ：股價下降機率(未調整股利)

P'_d ：股價下降機率(已調整股利)

其中機率求法如下(根據CRR造樹法則)

$$a = e^{r \times dt}$$

$$a_1 = e^{(r-q) \times dt}$$

$$P_u = \frac{a - d}{u - d}$$

$$P_d = 1 - P_u$$

$$P'_u = \frac{a_1 - d}{u - d}$$

$$P'_d = 1 - P'_u$$

先計算出到期日各種情況的值：

到期日：

正常營運狀態下的值

$$E_L(T, V) = \begin{cases} V_T - P - (1 - \tau)C & \text{if } V_T \geq P + (1 - \tau)C \\ 0 & \text{if } V_T < P + (1 - \tau)C \end{cases}$$

$$D_L(T, V) = \begin{cases} P + C & \text{if } V_T \geq P + (1 - \tau)C \\ (1 - \alpha)V_T & \text{if } V_T < P + (1 - \tau)C \end{cases}$$

破產狀態下的各種積欠的值

$$E_B(T, V, k) = \begin{cases} V_T - P - (1 - \tau)A_{B(t)}(T) & \text{if } V_T \geq P + (1 - \tau)A_{t_B}(T) \\ 0 & \text{if } V_T < P + (1 - \tau)A_{t_B}(T) \end{cases}$$

$$D_B(t^-, V, k) = \begin{cases} P + A_{t_B}(T) & \text{if } V_T \geq P + (1 - \tau)A_{t_B}(T) \\ (1 - \alpha)V_T & \text{if } V_T < P + (1 - \tau)A_{t_B}(T) \end{cases}$$

$$A_{t_B}(t) = C \sum_{i=B}^N 1_{\{t_i \leq t\}} e^{r(t-t_i)}, \text{ 其中 } t_B \text{ 是宣稱破產的時間點}$$

$A_{t_B}(t)$ 即代表從 t_B 到 t 開始累積未付的債息

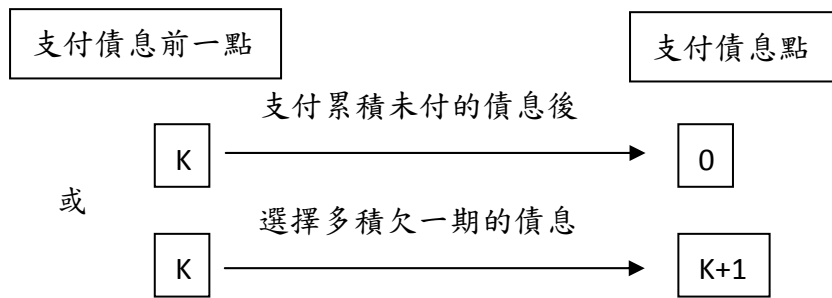
利用CRR二元樹方法將樹的值往回折後，得到折現值，但挑選回折的路徑有許多

種，分成下面情況討論，其中 $\boxed{K}$ 代表積欠K期債息的狀況，即 $\boxed{0}$ 代表積欠0期

債息，表公司處於正常營運狀態， $\boxed{1}$ 代表積欠1期債息，表公司處於違約狀態。

(I) 支付債息的前一點(即由支付債息點往回折時)：

可以選擇多積欠一期或是償還累積未付債息後讓公司回到營運狀態，比較此兩種狀態的值，選擇比較大的情況來決定回折的路徑

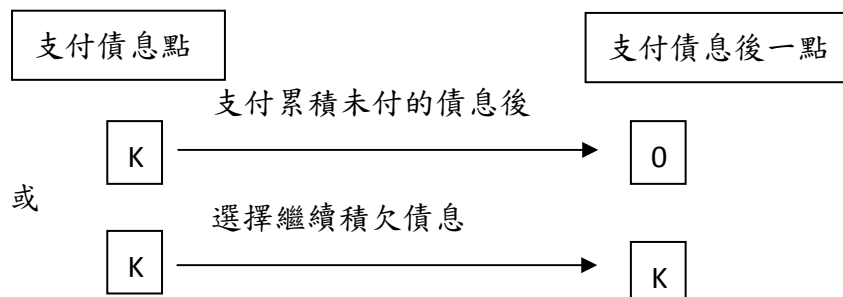


回折後股東與債權人各有一個折現值：

1. 若此時公司是處於正常營運狀態，股東的價值需加上支付的股利。
2. 若此時公司是處於違約狀態，則債權人有權清算公司，清算與否決定於債權人回折值是否比清算公司後的值來的高，若是，債權人會選擇處於違約狀態，反之，則清算公司，若債權人決定清算公司，此時股東可考慮清算後的值是否會比償還累積債息後回到正常營運狀態值來的大，若無，則會選擇回到正常營運狀態。

(II) 支付債息點(即由支付債息後一點往回折時):

此部分有兩種部分，第一是此點為正常營運狀態時，往下一期不是支付債息點，不能宣稱進入違約狀態，所以只能選擇維持在正常營運狀態。第二是此點為違約狀態時，往下一期可以選擇維持原來違約狀態或是償還累積未付債息後讓公司回到營運狀態。



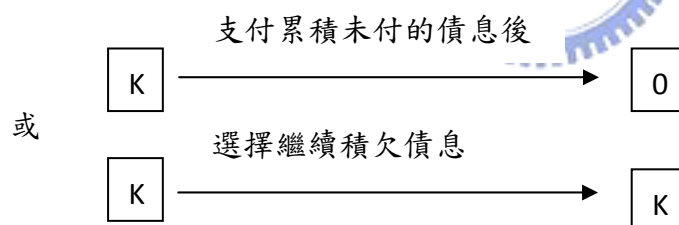
回折後股東與債權人各有一個折現值：

1. 若此時公司是處於正常營運狀態，股東的價值為折現值加上支付的股利、扣除該點須支付給債權人的債息再加上稅盾效果，而債權人的價值則是折現值加上該點應得的債息。

2. 若此時公司是處於違約狀態，則債權人有權清算公司，清算與否決定於債權人回折值是否比清算公司後的值來的高，若是，債權人會選擇處於違約狀態，反之，則清算公司，若債權人決定清算公司，此時股東可考慮清算後的值是否會比償還累積債息後回到正常營運狀態值來的大，若無，則會選擇回到正常營運狀態。

(III) 其他：

此部分有兩種部分，第一是此點為正常營運狀態時，往下一期只能選擇維持在正常營運狀態。第二是此點為違約狀態時，往下一期可以選擇維持原來違約狀態或是償還累積未付債息後讓公司回到營運狀態。

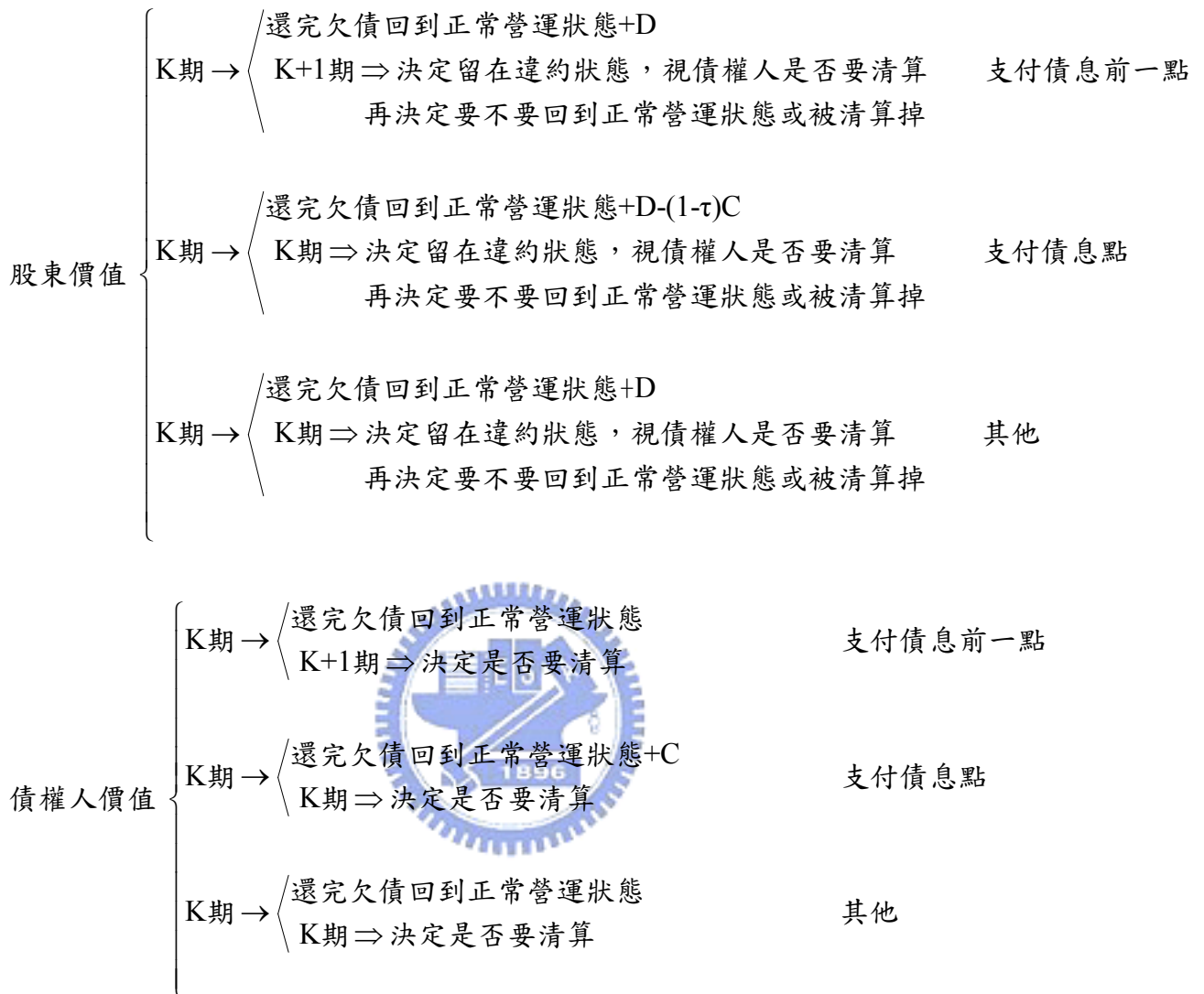


回折後股東與債權人各有一個折現值：

1. 若此時公司是處於正常營運狀態，股東的價值為折現值加上支付的股利。
2. 若此時公司是處於違約狀態，則債權人有權清算公司，清算與否決定於債權人回折值是否比清算公司後的值來的高，若是，債權人會選擇處於違約狀態，反之，則清算公司，若債權人決定清算公司，此時股東可考慮清算後的值是否會比償還累積債息後回到正常營運狀態值來的大，若無，則會選擇回到正常營運狀態。

可以用下列式子幫助理解：

K期：表積欠K期的債息



用數學式表示

$A_{t_B}(t)$ 代表從 t_B 到 t 開始累積未付的債息

$$E_B =$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} E_L(t, V) - (1 - \tau)A_{t_B}(t) & \text{if (a) } E_L(t, V) - (1 - \tau)A_{t_B}(t) \geq E_B \text{ or} \\ & \text{(b) } D_B(t, V) < \min((1 - \alpha)V, P + A_{t_B}(t)) \text{ and} \\ & E_L(t, V) - (1 - \tau)A_{t_B}(t) \geq \text{Max}[(1 - \alpha)V - A(t) - P, 0] \\ \\ \text{Max}[(1 - \alpha)V - A_{t_B}(t) - P, 0] & \text{if } D_B(t, V) < \min((1 - \alpha)V, P + A_{t_B}(t)) \text{ and} \\ & E_L(t, V) - (1 - \tau)A_{t_B}(t) < \text{Max}[(1 - \alpha)V - A_{t_B}(t) - P, 0] \\ \\ E_B & \text{otherwise} \end{array} \right.$$

$$D_B =$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} D_L(t, V) + A(t) & \text{if (a) } E_L(t, V) - (1 - \tau)A(t) \geq E_B \text{ or} \\ & \text{(b) } D_B(t, V) < \min((1 - \alpha)V, P + A_{t_B}(t)) \text{ and} \\ & E_L(t, V) - (1 - \tau)A(t) \geq \text{Max}[(1 - \alpha)V - A(t) - P, 0] \\ \\ \text{Min}[(1 - \alpha)V, A(t) + P, 0] & \text{if } D_B(t, V) < \min((1 - \alpha)V, P + A_{t_B}(t)) \text{ and} \\ & E_L(t, V) - (1 - \tau)A(t) < \text{Max}[(1 - \alpha)V - A(t) - P, 0] \\ \\ D_B & \text{otherwise} \end{array} \right.$$

第四章 模擬分析

第一節 模擬Leland(1994)的模型

本文模型為策略性債務清償模型，Leland的模型將清算成本以及稅盾效果加入到結構式模型中，推出永續債券的封閉解，而且一違約馬上進入清算狀態，並假設當股東價值變為零時便發生違約，所以透過修改本文模型中到期日的式子，並將違約狀態的值改成清算的值，股東價值代零，因為只要股東價值不為零，公司仍會處於正常營運狀態。並將到期日設為200年，用一個很大的到期日來模擬永續債券，同時因為Leland的模型是假設連續支付股利與債息，所以在每一個點上都必須支付債息，每一個點上都必須去確認是否要進入違約狀態，藉由以上的設定透過本文模型可以模擬出Leland的模型，且結果都逼近Leland推出的永續債券封閉解的值。



到期日條件：

$$E(T, V) = \begin{cases} V_T - \frac{C}{r} & \text{if } V_T \geq \frac{C}{r} \\ 0 & \text{if } V_T < \frac{C}{r} \end{cases}$$

$$D(T, V) = \begin{cases} \frac{C}{r} & \text{if } V_T \geq \frac{C}{r} \\ (1 - \alpha)V_T & \text{if } V_T < \frac{C}{r} \end{cases}$$

C : 一年支付的債息

Debt: 債權人價值

Equity: 股東權益價值

Firm: 公司資產價值

Freq: 一年支付利息的次數

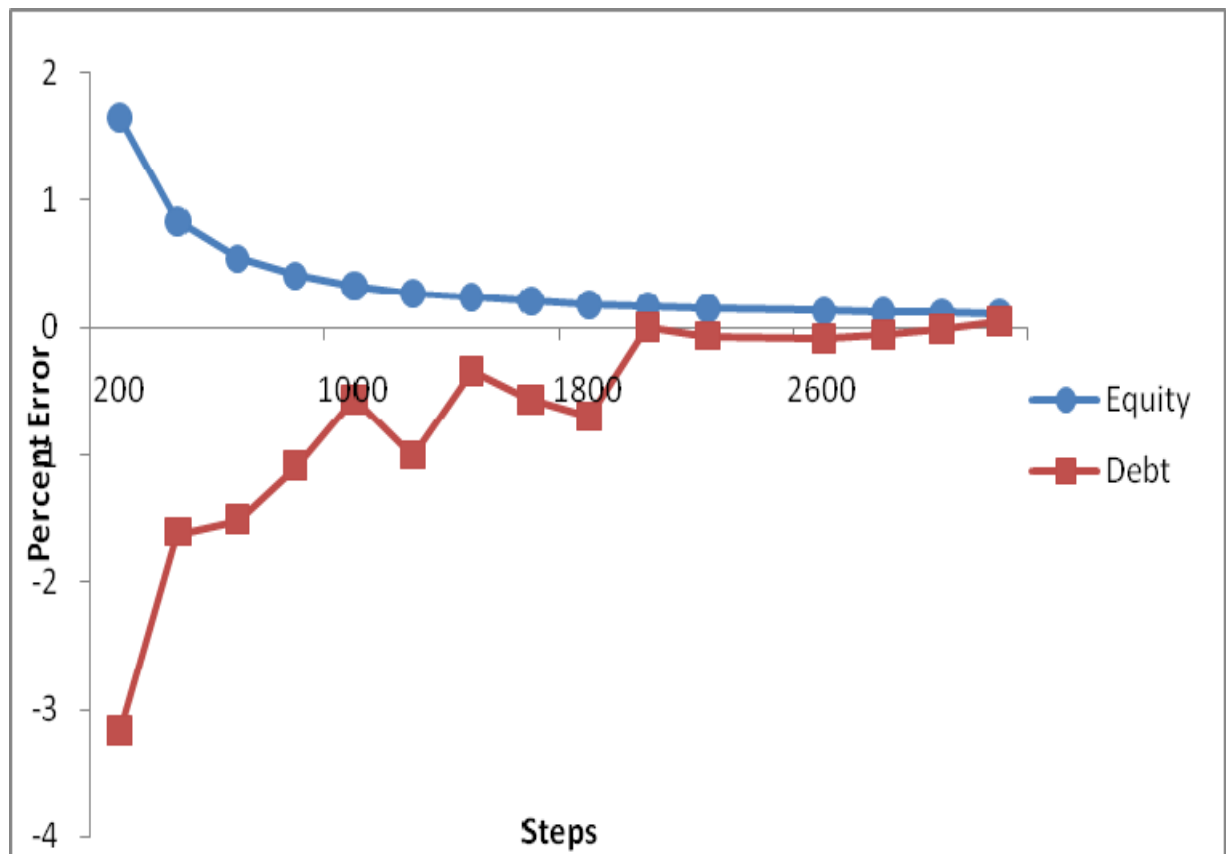
表一 修改本文模型的違約狀態，模擬Leland的模型，參數設定如下：

$$V_0=100, r=5\%, \delta=3\%, \alpha=0.5$$

Sigma	Tax rate	C	mine	Leland	difference(Abs)	difference(Rel)	
Equity Values							
0.1	0.15	3	48.9399	49.1179	-0.178	-0.3624%	
		4	32.5199	32.6622	-0.1423	-0.4357%	
		5	17.4464	17.5261	-0.0797	-0.4548%	
	0.35	3	60.8271	61.0236	-0.1965	-0.3220%	
		4	47.9561	48.1324	-0.1763	-0.3663%	
		5	35.3552	35.5052	-0.15	-0.4225%	
	0.2	0.15	3	51.9874	52.1395	-0.1521	-0.2917%
			4	38.4882	38.5969	-0.1087	-0.2816%
			5	26.6819	26.7348	-0.0529	-0.1979%
0.35		3	62.3898	62.5709	-0.1811	-0.2894%	
		4	51.1485	51.3008	-0.1523	-0.2969%	
		5	40.7542	40.8717	-0.1175	-0.2875%	
Debt Values							
0.1	0.15	3	59.3731	59.4627	-0.0896	-0.1507%	
		4	76.7578	76.9811	-0.2233	-0.2901%	
		5	87.8563	88.4838	-0.6275	-0.7092%	
	0.35	3	59.7617	59.8414	-0.0797	-0.1332%	
		4	78.9716	79.1087	-0.1371	-0.1733%	
		5	96.325	96.5999	-0.2749	-0.2846%	
	0.2	0.15	3	52.8607	52.9486	-0.0879	-0.1660%
			4	64.9888	65.183	-0.1942	-0.2979%
			5	73.7983	73.6428	0.1555	0.2112%
0.35		3	54.9205	55.004	-0.0835	-0.1518%	
		4	69.1928	69.502	-0.3092	-0.4449%	
		5	81.25	81.3257	-0.0757	-0.0931%	

圖一 可看出股東與債權人價值收斂的情形，當期數切的越多，其結果會越逼近Leland的封閉解，且股東的收斂速度比債權人收斂速度還快。參數設定

$$V_0=100, C=3, r=5\%, \delta=3\%, \tau=0.35, \alpha=0.5, \sigma=0.2$$



表二 將Leland的模型衍生到有限期，並將連續支付債息改成離散支付債息，
一年付息四次。參數設定： $V_0=100$ ， $r=5\%$ ， $\delta=3\%$ ， $\alpha=0.5$ ， $\tau=0.35$ ， $\sigma=0.2$ ， $c=5\%$

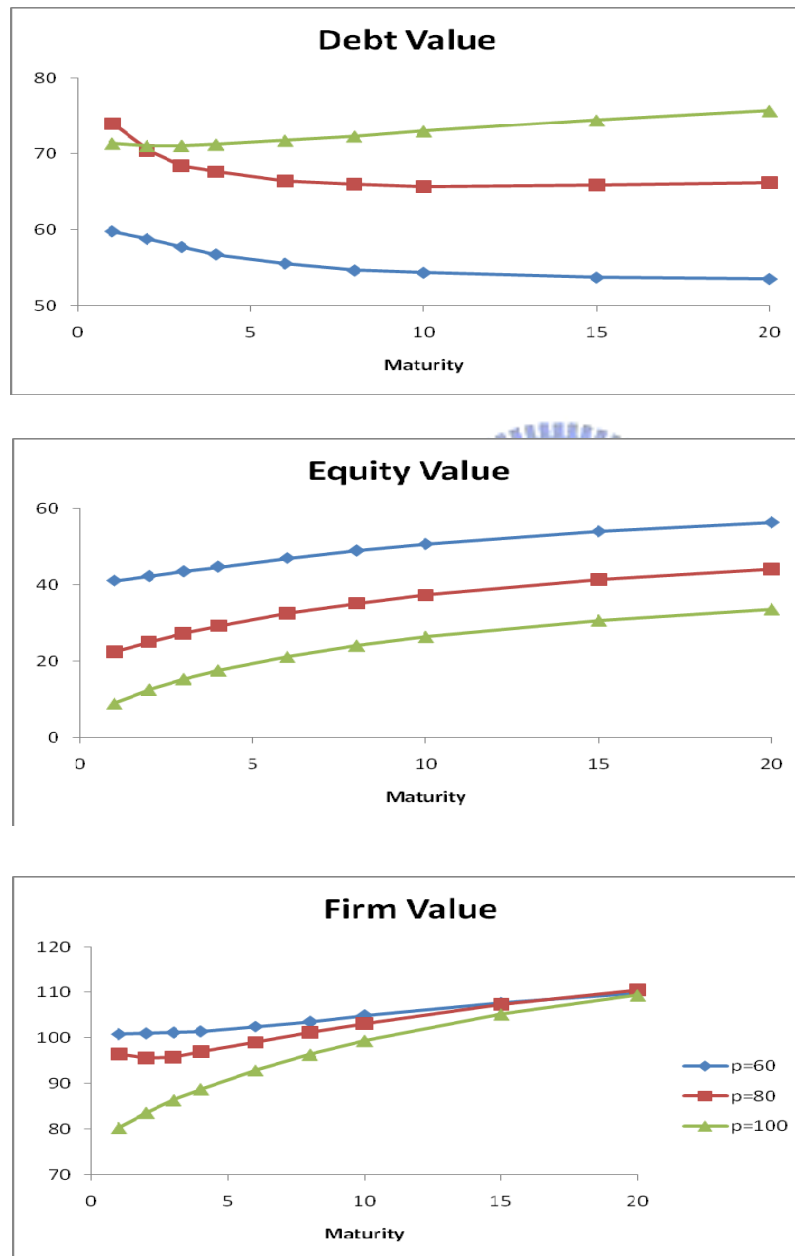
由此表可以發現隨著付息次數越多，債權人與公司價值會上升，股東價值會下降

Face Value	TTM	Freq	Debt	Equity	Firm
60	5	1	55.4209	46.1830	101.6040
		4	56.2519	45.8719	102.1240
		12	56.3491	45.8061	102.1550
	10	1	53.3202	51.1137	104.4340
		4	54.3078	50.6392	104.9470
		12	54.4700	50.5356	105.0060
	20	1	52.4161	56.9437	109.3600
		4	53.5523	56.3191	109.8710
		12	53.7753	56.1805	109.9560
	5	1	64.9215	31.7050	96.6266
		4	66.7931	31.0209	97.8140
		12	67.0463	30.8718	97.9181
80	10	1	63.8455	38.1851	102.0310
		4	65.7472	37.3679	103.1150
		12	66.0494	37.1886	103.2380
	20	1	64.4304	45.1744	109.6050
		4	66.2165	44.2359	110.4520
		12	66.5830	44.0269	110.6100
	5	1	69.3087	20.6746	89.9833
		4	71.2610	19.4710	90.7320
		12	71.7057	19.2028	90.9085
	10	1	70.8537	27.5897	98.4434
		4	72.9726	26.3535	99.3262
		12	73.4111	26.0778	99.4889
100	20	1	73.4854	34.9096	108.3950
		4	75.7710	33.6094	109.3800
		12	76.2843	33.3192	109.6030

圖二 Leland 衍生模型在不同負債比率下(分別為 $P=60$, $P=80$, $P=100$)的股東、債權人、公司資產價值隨到期日上升的變化

參數設定

$$V_0=100, r=5\%, \delta=3\%, \tau=0.35, \alpha=0.5, \sigma=0.2, c=5\%$$



由圖可看出，負債比率較低，不同的負債比率會有不同的變化，股東價值會隨著到期日越大而上升。而債權人與到期日的關係取決於不同的負債比率，一般而

言，到期日越長，債權人價值會隨之下降，但負債比率中等的($P=80$)債權人價值卻不是一個單調函數，它是一個到期日較短時，會與一般情況相同，隨到期日增加而下降；但當到期日較長時，會隨之上升，這是因為到期日較長時，違約機率會下降。

第二節 參數分析

第二節的部分主要將本文建構的包含策略性債務清償的模型與衍生Leland模型到有限期(以下簡稱Leland衍生模型)的值做比較。由於Leland衍生模型的概念是馬上清算，而本文模型則為考慮清算成本，公司進入違約狀態未必馬上清算，也由於股東有策略性債務清償的行為，故預期結果為本文模型求算出的股東價值會因策略性債務清償來的比馬上清算的Leland衍生模型的值來得高，而債權人的價值則因股東宣稱進入違約狀態，進行策略性債務清償行為而降低，公司資產也會下降，由表三可以很明顯的看出這項結果。

除了與Leland衍生模型的價值作比較，也能從表三結果看出在無清算成本以及稅盾效果下，當公司起始資產為100，債息率剛好與無風險利率相等時，此時回折的公司資產價值應為100，參照Broadie(2005)年計算股利的方法：

$$\delta_t = V_t e^{q^* dt} - V_t$$

在此種狀態些會有些誤差，所以改用第三章中所提及的股利調整方法，可以發現回折的公司資產價值剛好為100，所以利用本文重新計算的股利調整方法可以使結果更為精準。

此外，由表三可看出債權人價值與公司資產價值會隨著一年支付的次數越多而上升，股東則會隨之下降。

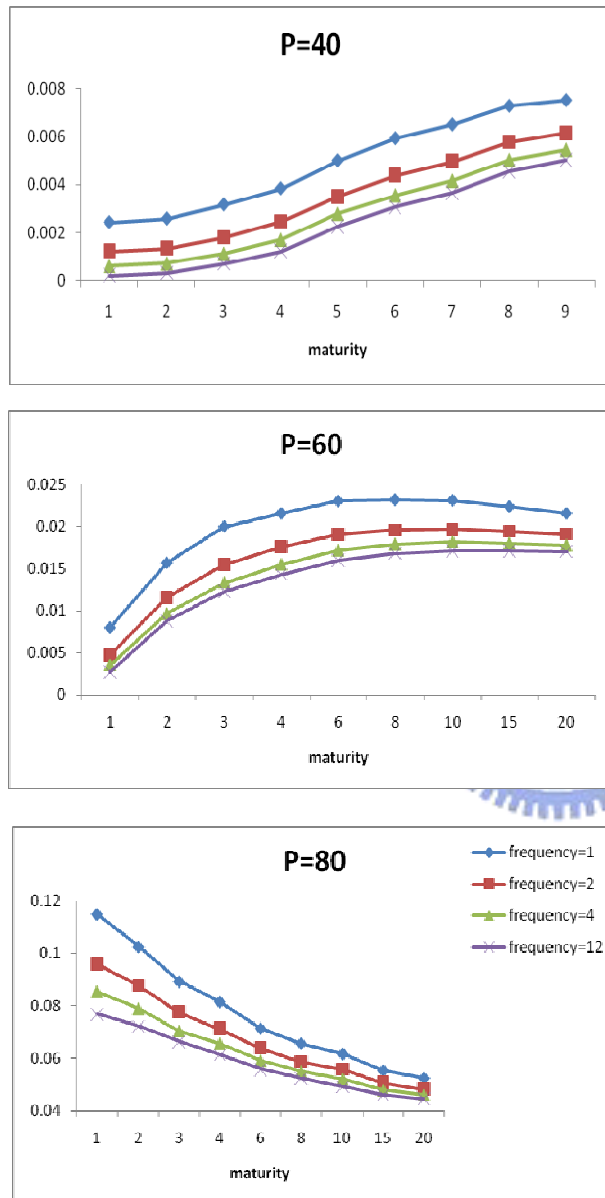
表三 由本文的模型分別就有無清算成本或稅盾效果討論，參數設定為
 $V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $\delta=3\%$, $w=0$, $\sigma = 0.2$, $c=5\%$

Tax rate	TTM	Freq	Values			Difference		
			Debt	Equity	Firm	Debt	Equity	Firm
Liquidation Costs=0								
0	5	1	73.5692	26.4308	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		4	74.6521	25.3479	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		12	74.8840	25.1160	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	10	1	70.9920	29.0080	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		4	72.3200	27.6800	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		12	72.6109	27.3891	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	20	1	68.9257	31.0743	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		4	70.4958	29.5042	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		12	70.8433	29.1567	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.35	5	1	73.5804	31.7826	105.3630	-0.1244	0.0776	-0.0470
		4	74.6601	31.0831	105.7430	-0.1053	0.0622	-0.0430
		12	74.8912	30.9287	105.8200	-0.1044	0.0569	-0.0470
	10	1	71.0158	38.4699	109.4860	-0.3637	0.2848	-0.0790
		4	72.3361	37.6186	109.9550	-0.3391	0.2488	-0.0900
		12	72.6248	37.4285	110.0530	-0.3362	0.2390	-0.0970
	20	1	68.9696	46.0148	114.9840	-0.8973	0.8404	-0.0570
		4	70.5259	45.0172	115.5430	-0.8557	0.7813	-0.0740
		12	70.8704	44.7938	115.6640	-0.8477	0.7669	-0.0810
Liquidation Costs=0.5								
0.35	5	1	61.4833	32.5534	94.0367	-3.4382	0.8484	-2.5899
		4	62.7410	31.9802	94.7212	-4.0521	0.9593	-3.0928
		12	63.0212	31.8540	94.8751	-4.0251	0.9822	-3.0430
	10	1	56.9574	40.5591	97.5165	-6.8881	2.3740	-4.5145
		4	58.3051	39.8621	98.1671	-7.6631	2.6726	-4.9909
		12	58.6042	39.7074	98.3117	-7.0463	2.3376	-4.7083
	20	1	52.6820	50.3036	102.9860	-11.7484	5.1292	-6.6190
		4	54.1779	49.4560	103.6340	-12.0386	5.2201	-6.8180
		12	54.5203	49.2656	103.7860	-12.0627	5.2387	-6.8240

以下探討各參數間影響股東與債權人價值的關係：

圖三 Credit Spread 的變化

$V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $\delta=1\%$, $\alpha=0.5$, $\tau=0.35$, $w=5\%$, $\sigma=0.2$, $c=10\%$



負債比率較低的公司在一開始的信用風險會比較低，但隨時間增加，信用風險會隨之上升。負債比率為中等的公司，信用風險隨時間上升而增加，隨後會下降。而負債比率較高的公司，在一開始的信用風險就很高，但是公司若能渡過一開始的時期，表公司後來體質會慢慢變好，信用風險隨時間上升而下降。

圖四之一 Coupon frequency 變動

$V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $\delta=1\%$, $\alpha=0.5$, $\tau=0.35$, $w=5\%$, $\sigma=0.2$, $c=10\%$



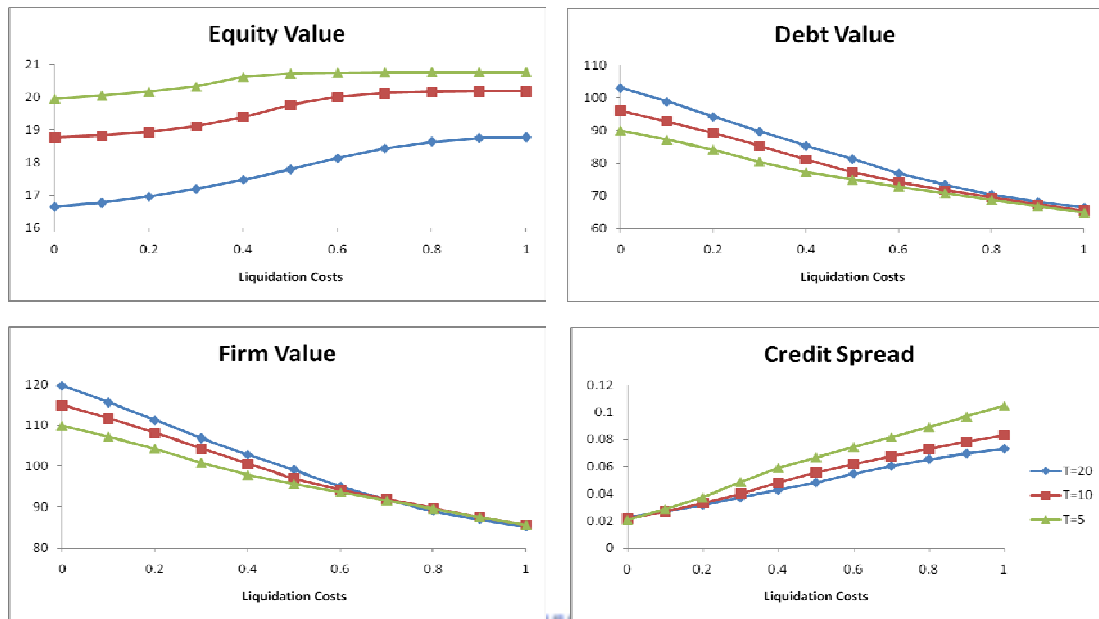
圖四之二 馬上清算模型:指用 Leland 造出的模型中模擬到期日為有限的情況



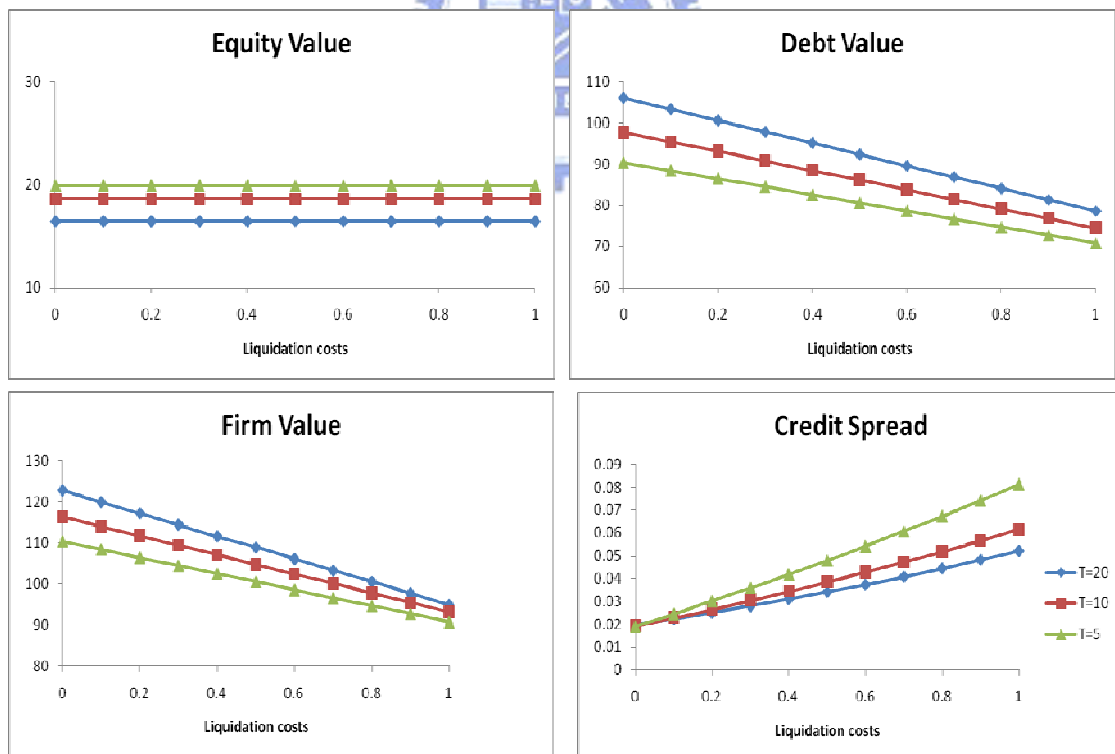
當支付債息的次數上升時，債權人與公司價值都會隨之上升，股東價值與信用風險則會隨之下降。

圖五之一 清算成本變動

$V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $\delta=1\%$, $\text{freq} = 2$, $\tau=0.35$, $w = 5\%$, $\sigma = 0.2$, $c=10\%$



圖五之二 馬上清算模型

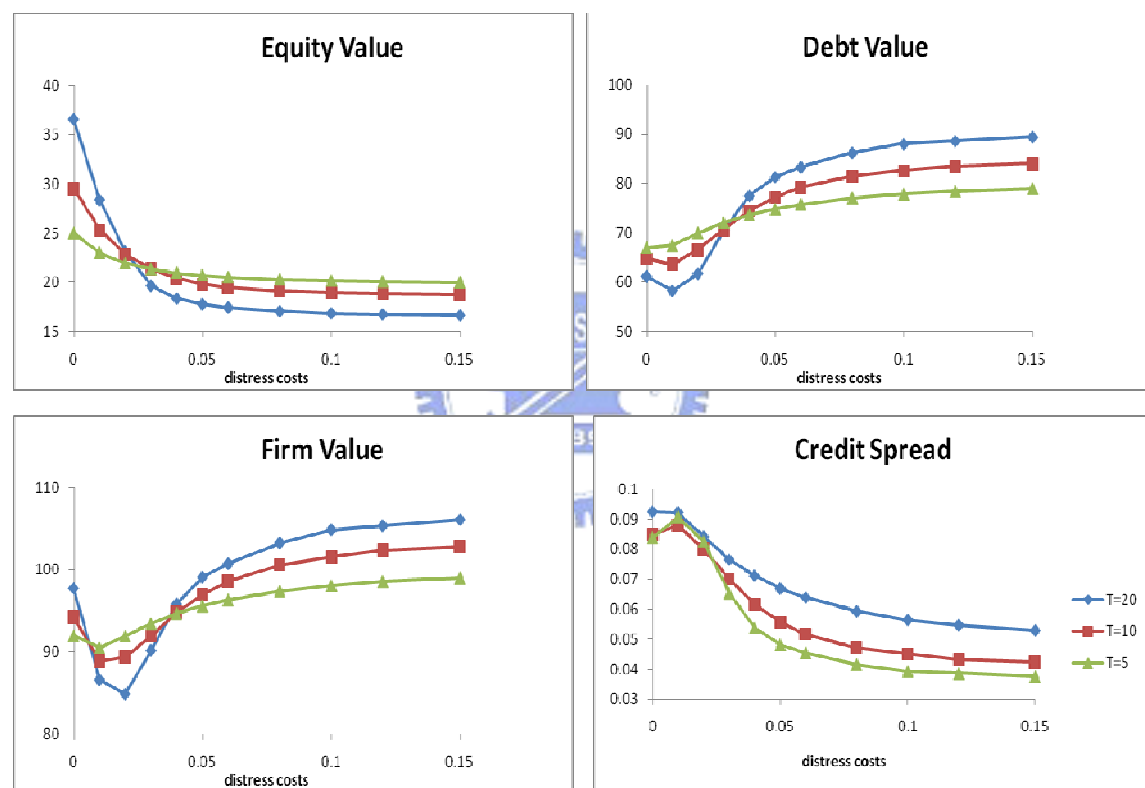


因為清算成本的存在，使得股東有了策略性債務清償的行為，因而清算成本可為策略性債務清償的助力，所以清算成本越大，債權人越延後清算公司，此時

對股東越有利。故股東價值隨清算成本的上升而上升，債權人與公司價值則會因越大的清算成本反而價值下降，信用風險則會隨清算成本越高而越上升。從馬上清算模型可以看出，若無考慮策略性債務清償的行為，清算成本的增加對股東而言並不影響其值，但會讓債權人以及公司資產價值下降，信用風險上升。

圖六之一 財務危機成本變動

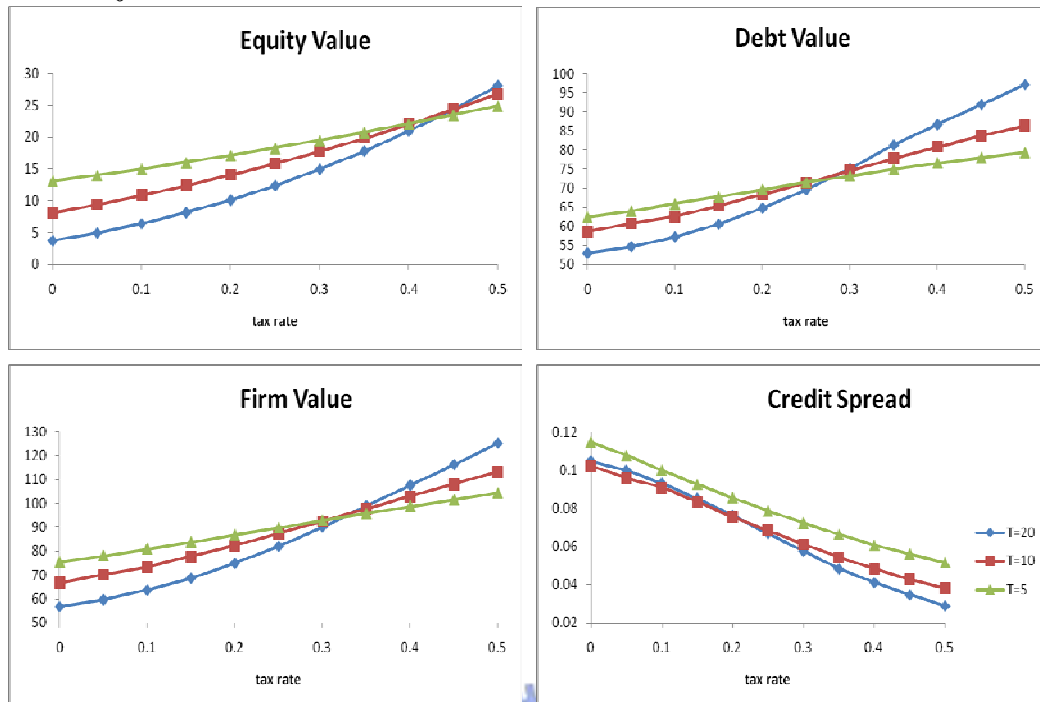
$V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $\delta=1\%$, $\alpha=0.5$, $\text{freq} = 2$, $\tau=0.35$, $\sigma = 0.2$, $c=10\%$



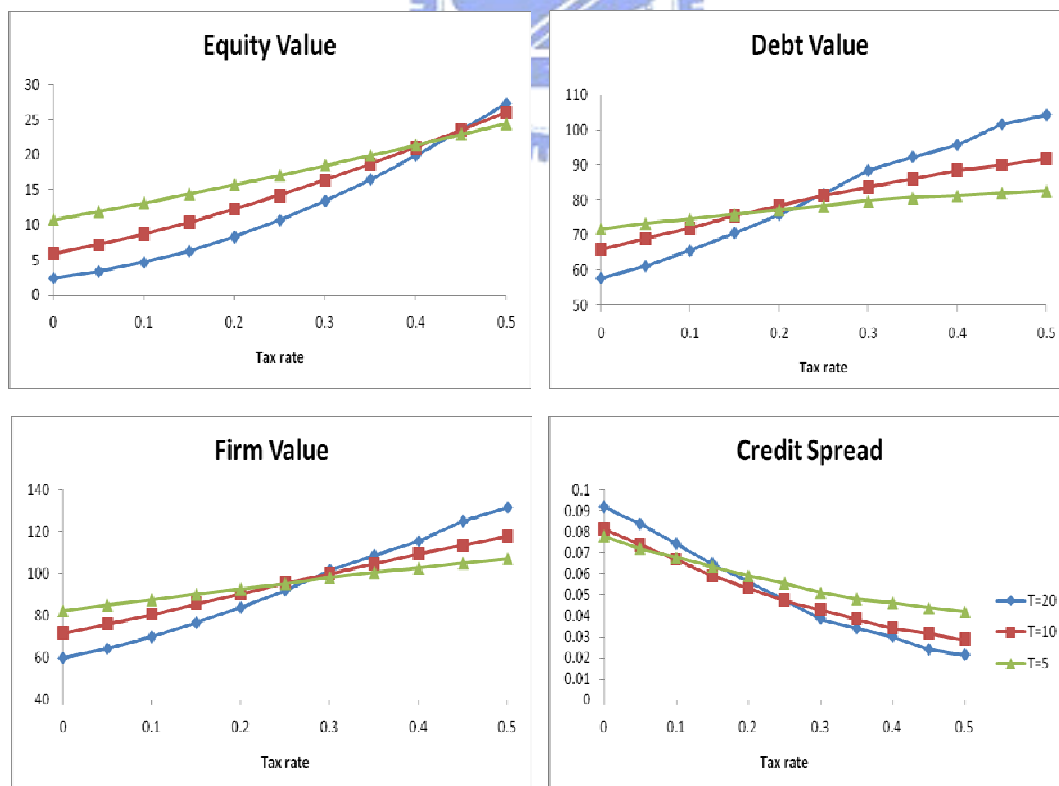
財務危機成本是股東宣稱違約的阻力，對股東而言，財務危機成本越高，其價值會減少。對債權人來說，因為財務危機成本較小時，股東會想要進入違約狀態進行策略性債務清償，故在財務危機成本較小時，債權人會隨著財務危機成本上升而下降，但財務危機成本慢慢增大時，侵蝕股東的價值，股東不想宣稱違約，策略性債務清償的效果較小，所以財務危機成本越大，債權人價值會隨之上升，公司價值的趨勢跟債權人是一樣，信用風險則會先升後降。由於馬上清算模型中不考慮進入違約狀態，所以並不考慮財務危機成本。

圖七 稅率變動

$V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $\delta=1\%$, $\alpha=0.5$, $\text{freq} = 2$, $w = 5\%$, $\sigma = 0.2$, $c=10\%$



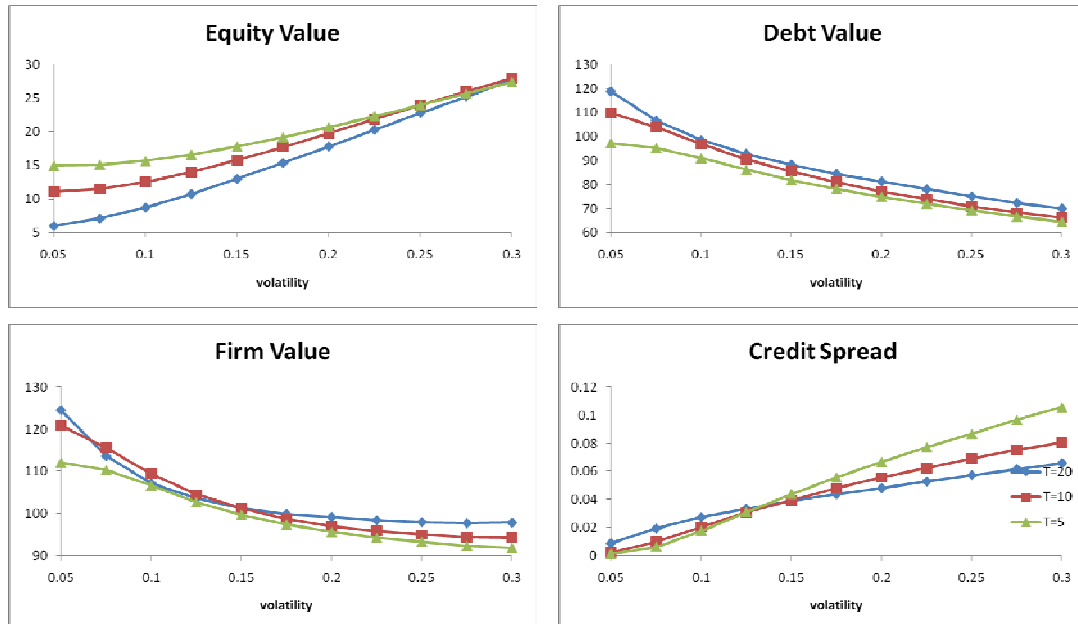
圖七之二 馬上清算模型



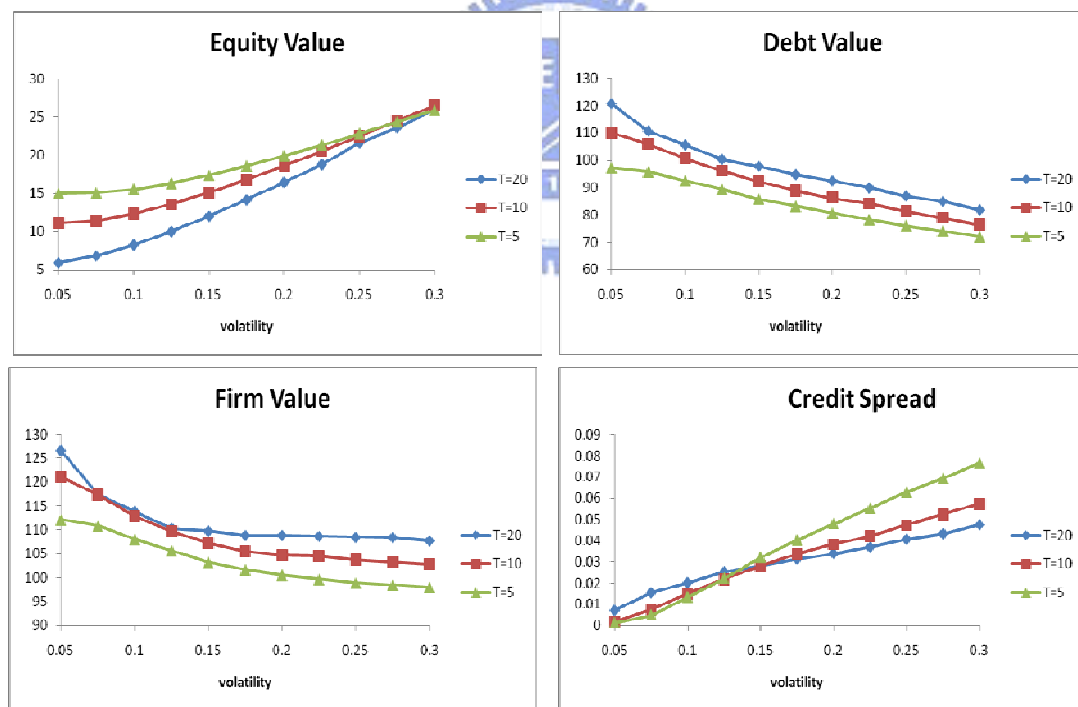
稅率的存在產生稅盾效果，稅盾效果對股東、債權人、公司都有利，故皆會隨著稅率越高，價值上升，信用風險則會隨之下降。

圖八 公司資產波動度變動

$V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $\delta=1\%$, $\alpha=0.5$, freq = 2, $w=5\%$, $\tau=0.35$, $c=10\%$



圖八之二 馬上清算模型

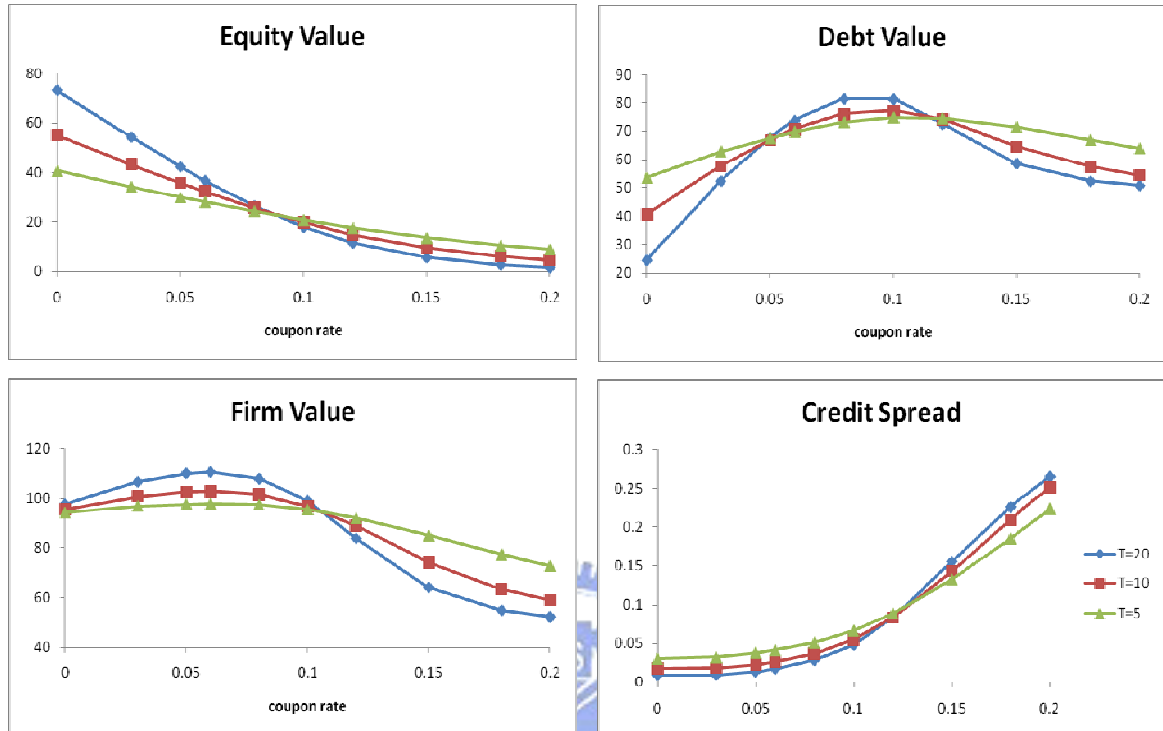


當公司波動度上升，表公司風險越大，對股東來說，風險大則報酬大，公司獲利時，股東受益最多，但債權人只能領取固定的債息，但公司虧損時，有債權人一起承擔公司債務且只能領回部分債權價值，這是公司資產抵換的觀念，故公司波動度上升時，股東價值會上升，但因為會損害債權人價值，所以債權人價值

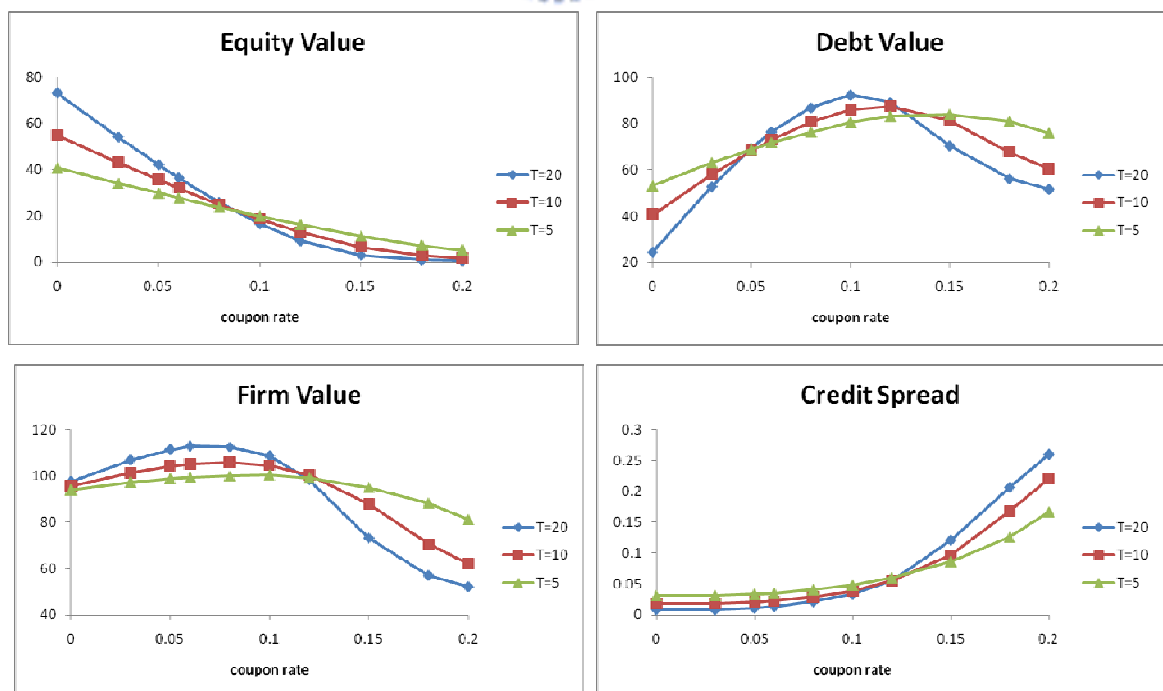
以及公司價值會隨之下降，信用風險則會隨之上升。

圖九 債息利率變動

$V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $\delta=1\%$, $\alpha=0.5$, freq = 2, $w=5\%$, $\tau=0.35$, $\sigma=0.2$



圖九之二 馬上清算模型



上圖是檢視不同到期日與不同的債息率會造成股東或信用風險等的價值的改變。發放越多的債息，股東可以收到的金額就會越少，所隨著債息率上升股，股東價值是會隨之下降。反觀債權人，債息率越高，可以收到的金額會越多，所以會隨著債息發放越多，價值上升越多，但是圖中顯示在一定的上升後，債權人價值會隨著債息發放越高而下降，意即呈現一個隆起在下降的圖形，這是因為債息太高可能是垃圾債券或是違約風險較高的債券，所以配發的債息才會偏高，此時對債權人而言，價值會下降，所以呈現一個先升後降的圖形。公司價值的變化也與債權人變化趨勢一樣，而且可以看出公司價值有隆起的部分，也就是可以選出一個債息率讓公司價值極大化。信用風險則會隨債息發放越多而越高。



第五章 結論與建議

第一節 結論

本文透過考慮不同決策下來評價公司債，緣於假設股東與債權人彼此了解彼此的行為，透過賽局理論建立出一個考慮股東與債權人在不同決策下透過不同狀態轉移所造成各自價值極大化的模型，也考慮了策略性債務清償的行為，並透過價值的比較去決定內生的、隨時間變動而變動的違約門檻，此外，也利用展樹調整股利的機率值，重新計算股利。在此模型違約狀態中，當債權人決定清算時，債務人扮演的角色與債權人同等重要，因為債務人也有可能讓公司從清算回到正常營運狀態，不過此篇模型並沒有討論到美國破產法第十一章所提及的寬限期。也因為到期日是有限期，清算門檻與違約門檻都是跟時間相依的變數，沒有封閉解存在，所以透過數值方法-二元樹往後回折法來求出股東、債權人及公司價值。也因為門檻是透過比較決定的，所以不同於以往需透過最大化股東價值或是找出與公司資產函數關係等的門檻決定方式。

從模擬結果也可看出，清算成本會讓股東越想進行策略性債務清償的行為，而財務危機成本在債權人價值變化上呈現兩股相互矛盾的變化方向，一部分是因為股東所造成的違約狀態會使債權人價值下降，另一部分是財務危機成本會減少公司價值，股東又不願意進入違約狀態，此時又會讓債權人價值上升。而稅盾效果則是對各方都有利的因子，同時也可看出公司資產替換的效果以及使公司最大化的債息率為多少。

所以本篇的貢獻在於建立出包含債權人清算狀態、違約狀態與正常營運狀態相互轉移的模型，且決定出內生的門檻與股利計算的方式都有所改變。

第二節 後續研究建議

本篇模型因為重心放在因清算成本而言後清算造成的效果，且假設股東不能變賣公司資產，只能透過稀釋股權的方式償還債務，所以有些考量並未加入此模型中，可以放寬這些條件，再分析由這些因素造成個別的價值變化。

第一、未考慮美國破產法第十一章破產保護的寬限期，可以把寬限期造成的影響加入模型，觀察此項因素對股東、債權人、公司資產以及信用風險所造成的影響。

第二、假設未必只能透過稀釋股權的方式，可以藉由變賣公司資產來償還債務，也就是考慮公司資產會產生跳躍的情形。

第三、由於假設利率是非隨機，可以加入隨機利率的部分，可以更接近真實的市場情形。



參考文獻

- Black, Fischer and Myron Scholes., (1973), The Pricing of Options and corporate Liabilities, *Journal of Political Economy*, pp81-98
- Merton, R. C., (1974), On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, *Journal of Finance*, 29:449-470
- Black, F., and Cox, J.,(1976),Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions, *Journal of Finance*, 31:351-367
- Cox, J. , Ross, S. and Rubinstein, M. (1979), Option Pricing : A Simplified Approach, *Journal of Finance Economics* , 229-264
- Leland, H. (1994) , Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure, *Journal of Finance*,49:1213-1252
- Leland, H. and Klaus Bjerre Toft (1996), Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spread, *Journal of Finance*,51:987-1019
- Francois, P., and Morellec, E., (2004), Capital Structure and Asset Prices: Some Effects of Bankruptcy Procedures, *Journal of Business*, 77:387-441
- Francois, P., and Morellec E.,(2004), Capital Structure and Asset Prices: Some Effects of Bankruptcy Procedures, *Journal of Business*, 77:387-441
- Broadie, M., Chernov, M. and Sundaresan, S., (2005), Optimal Debt and Equity Values in the Presence of Chapter 7 and Chapter 11, *Working Paper*, Columbia University.
- Keunho Hwang and Jangkoo Kang (2008), How Does Creditor's Liquidation Decision Affect Debt and Equity Values, *Working Paper*