

國立交通大學

理學院網路學習學程

碩士論文

鷹架學習對學習成效之影響

-以生活中的平面圖形為例



A Study on the Relationship between Scaffolding Teaching
and Students' Learning on Plane Figures.

研究生：謝怡倫

指導教授：李秀珠 教授

中華民國九十八年七月

鷹架學習對學習成效之影響-以生活中的平面圖形為例

A Study on the Relationship between Scaffolding Teaching
and Students' Learning on Plane Figures.

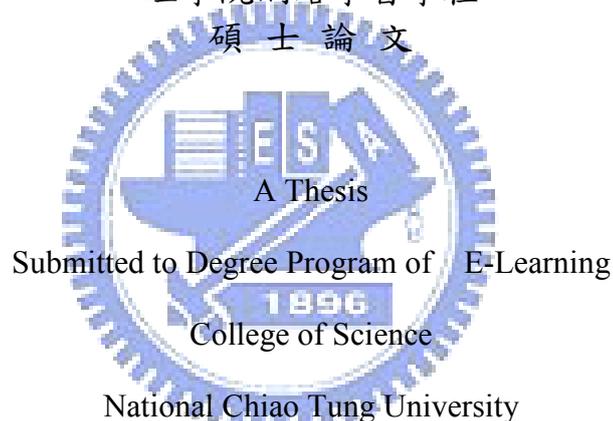
研究生：謝怡倫

Student : Yi-Lun Hsieh

指導教授：李秀珠

Advisor : Shu-Chu Li, Ph. D.

國立交通大學
理學院網路學習學程
碩士論文



in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

In

Degree Program of E-Learning

July 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十八年七月

鷹架學習對學習成效之影響

-以生活中的平面圖形為例

研究生：謝怡倫

指導教授：李秀珠

國立交通大學理學院網路學習碩士在職專班

摘要

本研究從維果茨基的社會建構理論中發現，在學生的可能發展區適時的施以動態幾何軟體(Geometer's Sketchpad)讓學童引發學習興趣，再藉由與同儕的互動合作學習兩者鷹架的加成，能更能有效的提升學生的學習成效及學習態度。故採實驗研究法綜合兩種教學方式，選取三個實驗班級，將實驗設計分為三組：第一組主要以動態幾何軟體及同儕合作為鷹架(高程度 11 人、中程度 11 人、低程度 13 人)、第二組為以動態幾何軟體及教師輔助為鷹架(高程度 12 人、中程度 12 人、低程度 12 人)、第三組則以同儕合作的方式配合教具的使用(高程度 11 人、中程度 11 人、低程度 13 人)以生活中的平面圖形為例，每班各上五堂課，每次共 45 分鐘。經實驗結果發現：

- 第一、以動態幾何軟體和同儕合作方式的組別學習成效進步最多。
- 第二、有以同儕合作方式進行的組別學習成效顯著優於其他組。
- 第三、有以動態幾何軟體方式進行的組別學習態度進步較多。
- 第四、高程度的學生不管使用何種方式，其學習成效顯著優於其他程度組。
- 第五、低程度的學生特別喜愛不同於傳統的上課方式，尤以動態軟體的輔助，實際動手操作對他們可以有較多的發揮，但可能在課程設計及教師人力的使用要多留意。

關鍵字：鷹架、動態幾何繪圖軟體、合作學習

A Study on the Relationship between Scaffolding Teaching and Students' Learning on Plane Figures.

Student : Yi-Lun Hsieh Advisor : Shu-Chu Li, Ph.D

Degree Program of E-Learning
College of Science
National Chiao Tung University

Abstract

The study adopted Vygotsky's social constructivism to examine the relationship between scaffolding teaching and students' learning on plane figures. This study integrated the experiment into a mathematical course of junior high school students that were divided into three groups.

The first group uses Geometer's Sketchpad and peer collaboration as the scaffold (Advanced-11 people; Medium-11 people; Low level-13 people); the second group uses Geometer's Sketchpad and the teacher's assistance (Advanced-12 people; Medium-12 people; Low level-12 people); the third group uses peer collaboration and teaching aids (Advanced-11 people; Medium-11 people; Low level-13 people).

The data analysis shows that the group taught with Geometer's Sketchpad and peer collaboration, had the best performance, while the groups with peer collaboration had the most efficient learning. More findings were discussed in the thesis.

Key words : scaffolding 、 Geometer's Sketchpad 、 cooperative learning

誌謝

終於可以畢業了，在大聲歡呼的同時，真的由衷的感激我的指導老師李秀珠教授。從一開始只有一個小想法就跑去找老師請她指導，到最後口試完成時她細心的再修改叮嚀，這一段過程中她總是辛苦的聽我不停的報告、認真的幫我分析，從我凌亂的思緒中指點出正確的方向，使我在這一年多的日子收獲許多，且老師對學問的堅持與細膩度更是讓我佩服。還有兩位口委老師：周倩教授、李峻德教授兩位老師專業且細心的幫我修正論文，使本文可以更加完整。當然不會漏掉我的兩位好戰友：靜斯和毓凱，我們一起走過的這段日子，相信是很難忘的。一起擔心、一起面對、一起吃點心跟一起勉勵畢業，沒有你們真的很難走下去。

且論文能完成，真的感謝學校的配合及實驗三個班的可愛學生和老師們，大家都能給予很大的支持，真的是大感謝啦～齣齣，培英老師的應援團一定要大推，妳們真是一群好同事～綺霞每次給的鼓勵、宜誠的一旁陪伴、家言的論文指導、佩璇的統計專長、怡菁的英文相挺，還有家瑩、明倫…好多好多。真的是感謝妳們啦！！真的！！

還有我親愛的家人們，老爸和姐姐阿姨們的在台中守護著我、公公婆婆的體諒還有在天國的老媽的祝福(老媽我聽你的話乖乖的唸完了唷~)，我才可以度過這如夢如幻的兩年，我會好好回報大家的。噹噹噹噹然最後就是最親愛的老公啦，謝謝你，因為這兩年中我們歷經太多了，有開心、有痛苦…而這些時候都是你在我身邊，聽我高興與難過，真的謝謝你，放心，你被裁員的時候我會養你的。

目錄

摘要.....	I
誌謝.....	III
表目錄.....	VII
圖目錄.....	X
第一章 緒論	1
第一節 研究動機及目的.....	1
壹、 研究動機.....	1
貳、 研究目的.....	5
第二節 名詞解釋.....	6
壹、 生活中的平面圖形.....	6
貳、 電腦輔助教學.....	6
參、 講述式教學.....	6
肆、 多媒體教材.....	7
伍、 合作式學習.....	7
陸、 動態幾何環境.....	7
柒、 數學學習成就.....	7
捌、 數學學習態度.....	7

第二章	文獻探討	8
第一節	維果茨基之認知發展理論	9
壹、	可能發展區	13
貳、	鷹架理論	17
參、	合作式學習	21
第二節	基礎幾何圖形的概念	27
第三節	動態幾何軟體應用於幾何之相關研究	30
第四節	研究問題	35
第三章	研究方法	36
第一節	研究設計	36
第二節	研究對象	39
第三節	研究工具	41
壹、	電腦輔助教學環境	41
貳、	課程內容	43
參、	生活中的平面幾何試卷	52
肆、	新課程學習狀況調查表	52
伍、	數學學習態度問卷	52
第四節	實施程序	55

第五節	資料處理.....	55
第四章	研究發現與討論.....	56
第一節	研究發現.....	56
壹、	不同鷹架教學對學生的學習成效與學習態度之結果.....	56
貳、	使用動態+同儕為鷹架對不同程度學生之結果.....	59
參、	使用動態幾何為鷹架對不同程度學生之結果.....	62
肆、	使用同儕合作為鷹架對不同程度學生之結果.....	65
第二節	研究發現之討論.....	68
壹、	不同鷹架教學對學生的學習成效與學習態度結果之討論.....	68
貳、	使用動態+同儕為鷹架對不同程度學生之結果.....	70
參、	使用動態幾何為鷹架對不同程度學生之結果.....	73
肆、	使用同儕合作為鷹架對不同程度學生之結果.....	75
伍、	新課程學習狀況調查結果.....	77
陸、	整體結論.....	78
結論與建議.....		79
第三節	結論.....	79
第四節	建議.....	81
參考文獻.....		84

一. 英文部分.....	84
二. 中文部份.....	90
附錄.....	96
附錄 A 數學成就測驗卷.....	96
附錄 B 數學學習態度問卷.....	98
附錄 C 新課程使用問卷.....	99
附錄 D GSP 課程教材.....	100
附錄 E 輔助學習單 P. 1.....	109
附錄 F 輔助學習單 P. 2.....	111
附錄 G 輔助學習單 P. 3.....	113



表目錄

表 3-1-1	實驗設計圖	36
表 3-1-2	實驗變項表	37
表 3-2-1	三次大考成績表	39
表 3-2-2	三次平時考 ANOVA.....	40
表 3-2-3	數學態度成績分佈表	40
表 3-2-4	數學態度 BROWN-FORSYTHE 或 WELCH 之 F 分析	40
表 3-2-5	不同班級 VS 不同程度之人數分佈百分比.....	41
表 3-3-1	數學態度問卷題向分層表	53
表 3-3-2	數學態度信度表	54
表 4-1-1	三個班成績分佈表	56
表 4-1-2	三個班數學測驗前後測相依樣本 T 檢定	57
表 4-1-3	三個班數學測驗 ANOVA 事後分析	57
表 4-1-4	三個班數學態度前後測之對照表	58
表 4-1-5	三個班新課程學習狀況調查表之分布	59
表 4-1-6	動態+同儕班三程度前後測相依 T 檢定	59
表 4-1-7	動態+同儕班三程度數學測驗 ANOVA 事後分析	60
表 4-1-8	動態+同儕班進步成績之對照表.....	60
表 4-1-9	動態+同儕班三種程度數學態度 ANOVA 事後分析.....	61
表 4-1-10	動態+同儕班三種程度數學態度前後測分布表	61

表 4-1-11	動態+同儕班新課程學習狀況調查表之分布.....	62
表 4-1-12	問卷第十四題 C G 班分程度分男女百分比.....	62
表 4-1-13	動態班級三程度數學測驗前後測相依 T 檢定.....	63
表 4-1-14	動態班三程度數學測驗 ANOVA 事後分析.....	63
表 4-1-15	三種程度及三個班進步成績之對照表.....	64
表 4-1-16	動態班三種程度數學態度前後測分佈表.....	64
表 4-1-17	動態班新課程學習狀況調查表之分布.....	64
表 4-1-18	問卷第十四題 G 班分程度分男女百分比.....	65
表 4-1-19	同儕班級三程度數學測驗前後測相依 T 檢定.....	65
表 4-1-20	同儕班三程度數學測驗 ANOVA 事後分析.....	66
表 4-1-21	三種程度及三個班進步成績之對照表.....	66
表 4-1-22	同儕班三種程度數學態度前後測分佈表.....	67
表 4-1-23	同儕班新課程學習狀況調查表之分布.....	67
表 4-1-24	問卷第十四題 C 班分程度分男女百分比.....	68

圖目錄

圖 2-0-1	電腦輔助學習的三環關係圖	8
圖 2-1-1	最近發展區	11
圖 2-1-2	ZPD 的動態本質	14
圖 2-1-3	ZPD 發展的四個階段	16
圖 2-1-4	「鷹架」概念的基本架構	18
圖 3-3-1	兩間電腦教室位置配置圖 -G 班	42
圖 3-3-2	兩間電腦教室位置配置圖-GC 班	42
圖 3-3-3	分組合作的教室配置圖-C 班	42
圖 3-3-4	GSP 第一節課教材	44
圖 3-3-5	GSP 第二節課教材	45
圖 3-3-6	GSP 第三節課教材	46
圖 3-3-7	GSP 第四節課教材	47
圖 3-3-8	GSP 第五節課教材	48
圖 3-3-9	合作第一節課教材	49
圖 3-3-10	合作第二節課教材	50
圖 3-3-11	合作第三節課教材	50
圖 3-3-12	合作第四節課教材	51
圖 3-3-13	合作第五節課教材	51
圖 3-4-1	實施程序流程表	55

第一章 緒論

隨著教育多元化的發展之下，本論文將探討在抽象的基本幾何概念單元中，使用動態多媒體教材及合作式學習，透過教師的基礎講解及同儕之間的討論，對於數學學習成效、學習態度之影響。

第一節 研究動機及目的

壹、 研究動機

身處於全球資訊、科技爆炸的時代，多媒體的湧入、電腦的普遍性，隨手可得的資料讓學生充斥在大量的高感官刺激之下。這刺激讓學生在教育的發展上顯現出多元、開放的一面，但對於處在這一世代，必須傳道、授業、解惑的教師們，若不調整其一貫的課程內容及教材，逐漸的失去求新求變的動力，也就以這樣制式化的教學傳遞了知識，卻也在讓學生失去了許多學習中探討的樂趣與發現的感動，當然也讓某部分學生走向枯燥及注意力渙散一途。

教育部統計處針對台灣地區866所國中小，154426名學生進行調查，於民國八十七年十月份完成的「中小學生對課程不喜歡比例」的調查報告中發現，在台灣地區國中小學同學心目中，數學為十六個科裡學生最討厭的科目，且有隨著年級增高而增加的趨向，原因主要是由於數學課令人不感興趣且艱深難懂。數學不應靠勉強死記、而應該是讓學生思考、討論、令人覺得有趣的學科。而造就今日學生如此討厭數學學科的局面，恐因國中畢業後得面臨基本學力測驗的壓力，及九年一貫之下，學校課程必須讓每一個領域都均衡發展，使的數學課較以前來的少。而92年新綱中規定的數學內容卻又增加，使的數學教師們得在較短的課程時間內上完較多的內容，當然也使現行教學過程中，變的匆促也較容易忽略了知識的形成，長期下來，學生養成了只會一味的接受老師給予的知識，缺乏了自身對於知識的理解及判斷，而對師長養成權威式的崇拜（古淑美、朱延平，1999）。也讓數學變的制式化，只單純從課本上求知而無法與生活裡相關的知識做連結（楊錦潭，1996；蔡寶桂，2000）。

雖然近期國際競賽中，台灣的數理能力仍維持的不錯的成績（TIMSS2007，AMC8），表面上似乎顯現出台灣的數理能力仍是位居上位。但在實際教學現場中，第一線教學的教師們卻逐漸發現，這狀況並不代表數學程度的提升。李榮富(陳怡靜，2008)也指出以往大部份的國中生數學成績不好也不壞，居於中間的程度，但現在卻急速往好、壞兩端移動，好的增加，但差的程度卻更差了。這樣的雙峰現象使教學的現場分成兩類，教師們該以哪邊為中心變的難以決定，課程內容難，有一半的同學呈放棄狀態，無法跟上學習；內容簡單，則另一半同學覺得乏味，學不到知識。且學生內心也會有掙扎，程度好的同學因程度差的拖慢速度無法加快學習，卻無法因私心請教師們帶過；而程度差的學生則害怕拖累前半部同學，有時就裝懂要不就放棄學習。這樣的狀況讓教學者越發無力帶動班級的風氣，更拖垮了教學的成效。

教育部(2005)指出，在校園學生心理健康狀況的學習調查統計中發現學生喜愛的課程中，數學只有佔21.06%（國中小及高中職裡，男27.6%、女15.0%）；喜愛的老師類型則為幽默風趣（國中佔65%）、創新活潑（國中佔60%），而認真教學的老師僅只有24%，這讓現行國中的教學也出現很大的問題，在趕課、有學測壓力、要複習且要能提昇大部分同學的能力時，又要兼顧幽默、風趣、活潑的教法，這顯示出現代教學方法應活潑有彈性，因此，如何在一堂課中設計出好的教學內容，讓好的學生可以更精進更有學習能力、讓學習程度不佳的學生可以激發對數學的熱情且也能提升實力，又能把課程發揮到有趣活潑，也許就是身為現代教師該思考且努力邁進的目標，也是目前最需想想辦法解決的問題之一。

而近年來科技的普及，在教育方面也十分廣泛的被應用，許多教學軟體相繼的出現，及科技產品日新月異，傳遞著許多教育的訊息，這發展在目前的歷史中是一個很大的演變也是人類很重要的一項投資資產（Benson，1994）。所以在學科中融入科技整合，並讓學生能把學得的知識應用在日常生活之中，就是目前我們教育的趨向。因此，在1985年美國科學促進協會（American Association for the Advancement of Science）也提出2061計劃，這計劃中主要強調的是科學、數學與科技的統整運用，同時也兼備跨科學整合，使科學生活化（Project 2061 AAAS，1989；Rutherford， F. J. & Ahlgren，

A.，1990)。所以跟著時代的走向，在以前有現成的科技軟體或現成的多媒體教材，來鼓勵教師們使用科技融入教學，到現在則要求不僅會使用電腦，還希望教師們能具備自行設計多媒體教材的能力。以目前的趨勢看來，教師們積極有效的使資訊融入教學環境中，能讓整個學習過程變得活潑有趣且充滿適性化，還能發展出適切的多媒體教材，運用在不同的主題上讓學生更容易理解，這樣不但能提高學生的學習興趣，還能使學生不再覺得學習數學是枯燥乏味的事，進而提高不同程度學生的學習成效(何榮桂，藍玉如，2000；張文賢，2006)。

教育部(2000)在九十學年度起實施「國民教育階段九年一貫課程總綱綱要」，綱要中把十大基本能力的『運用科技與資訊』及重大議題的『資訊教育』視為重大的課題之一，希望能把科技與資訊和數學能力教學作連結，本研究將其相關的連結歸納出七點：一、將各領域與數學相關的資料資訊化。二、用電腦處理數學中潛在無窮類形的問題。三、形成問題、蒐集、觀察、實驗、分類、歸納、類比、分析、轉化、臆測、推論、推理、監控、確認、反駁、特殊化、一般化。四、將資料用合適的圖表來表達。五、使用科技資訊傳達個人理念。六、統計分析資料，獲得有意義的資訊。七、運用科學方法去解決日常生活的問題。其實在九年一貫新課程綱要的教育理念中，主要強調的是統整的、貼近生活的教育改革。希望老師與學生都要能具備能使用電腦的應用科技，且在使用多媒體融入教學的過程裡，教師們更要具備自行設計能夠貼近生活化的教材的能力，這樣才能使教學品質達到有效的提升、讓學生能愉快的學習、且讓國內教育內涵走向精緻化及優質化。

在林福來等(2001)的全國性抽樣調查中，我國國中生在幾何單元的表現約有高達三分之一繳出白卷，或者寫出與答案不相干的內容(例如只有抄題或答非所問)。其相關研究討論後發現，學童對於基本幾何知識概念的不足成了最大的阻礙，這讓後面的幾何學習變得無法吸收。而從接觸中卻也發現這些學生的三點特性(鄭英豪等人，2007)：第一點為學生學習的自我期許較低。第二點為學生對基本知識的立即回憶及取用表現較差。第三點是學生對使用符號標示元素的表現甚差，也無法正確讀懂符號中的慣用意義。這其中顯現出學生在學習幾何過程中有很大的癥結點，一般來說，基本的幾

何概念應該是簡單且有趣的，但若一開始學生就已經沒有意願學習或沒有習得完善基本概念的話，那導致後期的重要的幾何單元無法進步，亦無法學習。

目前全世界國中階段的幾何教材，基本上，是切入以歐幾里得幾何的內涵（古典幾何），其主要在討論保距變換的不變性。保距變換是由三種基本的合成：平移、旋轉及對稱變換。而平移及旋轉此二種變換又可以由線對稱變換的二次合成而得（左台益，2005）。而學習幾何單元，本應該從基本概念著手。Duval（1995）認為某些圖形是具啟發性的，我們可以夠過圖形的操弄及維度的轉變，來幫助我們面對抽象且不容易解決的幾何問題。而我國目前的幾何課程，皆是以較傳統靜態的方式進行，由教師主導課程內容，利用講述式的方法，透過板書畫在黑板上讓學童了解，最多再加上教具的輔助來完成。這樣的方式讓學生無法體會到幾何圖形的真實感，也缺乏了動手操作的樂趣，讓基本的幾何概念變得抽象且不易理解。故在此使用多媒體輔助可以讓學生可以克服無法操作及與實物落差的問題，且這樣的操作練習，更能使科技讓幾何與生活之間產生連結。讓資訊融入教學不再只是空談或只有盲目的去做卻得不到成效，找出貼切的主題，針對學生容易犯錯且不容易進入學習課程，適當的使用資訊融入，讓學生的學習不再沉悶，且能獲得最佳的效果。而這一切應該是教師們要依據現場教學經驗，主動歸納及採取出最佳的教學方法（鄭瑞春，1991、洪瑞鏞，2000、張文賢，2006）。

如何使用最佳的工具運用在課堂中呢？在歐式幾何的學習實驗下，教師們一般最常用的就是尺規作圖，其中的工具就是直尺和圓規。但這些工具也隨著科技的發達，逐漸的被軟體工具所取代，尤其在軟體的輔助之下，尺規作圖可以呈現出更多樣化的面貌，能夠充分的利用空間與時間連續的特性，再加上軟體中有動態的呈現，讓學生可以直接激發出互動的效果出來（平斯，2005）。而動態幾何軟體GSP（Geometers' Sketchpad，Jackiw，1991）就是一個允許使用者能夠建構、操作幾何基本圖形的工具環境。使用GSP融入教學的過程中，是因為此軟體具有幾項特點：具有尺規作圖的操作功能、擁有動態連續變換的功能、能保持圖形的結構性、其特殊即一般性、能提供數字資料及記錄作圖過程等特質，這些特質將在文獻部份做詳細的解說。具備這些功能能使數學的教學可以從較直觀的、動態的圖形著手，還能提供精確的幾何圖形，並且能針對

教師的需求，可以自行設計教材或使用按鍵功能即可供教師方便操作。使教師更容易探討圖形性質的教學及擁有適合的教學環境，而讓學生的學習可以從實際的動手操作、觀察到猜測、歸納動態連續變換的圖形中的特性（全任重，1996；林保平，1996，1997；謝哲仁，2000）。

因此日前也有許多相關研究指出，課堂中使用GSP的教學，是可以改善學生在學習幾何概念的學習。在GSP的動態環境中，幾何圖形的建構不但是要靠基本概念來完成，且重要的是完成後仍能保留著原本幾何的性質及完整的作圖痕跡，這不但讓學習者可以從實作的過程中學習到幾何的知識，還能使困惑的學生從這些作圖痕跡中得到啟示，並非只一味的強行死記圖形性質。現今雖然有不少的學者專家、教師從事動態幾何的研究或教材的設計，但大部份是從解題的觀點著手，強調利用GSP的功能把教材設計出來，純粹的解題或把較難的題目利用圖形的功能重現方便觀察，但卻忽略其認知的過程（謝哲仁，2000）。

如何有效幫助學生的認知發展，根據Vygotsky所持的論點，他認為兒童的自我語言中心，是可以調合其行動與思維，從而助益其認知發展的重要因素（張春興，1996），所以語言的發展對於認知的行程是非常重要的，且Vygotsky（1987）也認為人類知識的發展是藉由社會互動的過程而得來的，由互動中產生的交談及想法，不僅能刺激自我的思維的發展，更能激發出不同的火花。因此一些學者（臧俊維，2000、黃詠仁、王美芬、范聖佳、張獻明、周惠玲，2002、紀豐裕，2003、廖碧珠、黃怡青，2006）在研究後發現兒童在與同儕或成人之間，以合作的方式進行互動，藉由互動的歷程，能夠獲得較高程度的心智能力。尤其著重在思考與理解的數學學習環境中，利用合作式學習不僅可以提升學生的學習興趣，更能交互發展出不一樣的討論空間。所以使用合作式學習在數學教學過程中，是可以有效促進學生學習及討論的。

在數學分組學習的過程中，除了實物操作外，更有學者認為若能有效運用電腦於教學中亦可提升學習效果，因為電腦除了扮演輔助教師教學的媒介外，更是學生學習的工具，只要善用電腦於教學或學習中，對師生們均有所裨益！

貳、 研究目的

結合上述的論點，研究者認為在國中生在學習基本幾何概念時，在教學的環境裡使用動態幾何教學，是可以增進學生概念的發展及藉由實際操作中來加強對幾何的理解能力，而在教學裡使用合作式學習，則可以使學生透過同儕的互動，從相互的討論間得到更多的知識及激發出不同的想法，提升學習的興趣。

固本研究的目的想了解不同的教學方法在同樣的幾何單元中，是否會有不同的成效？電腦輔助教學和合作學習的並用，是否可在學生身上達到雙重的效果？或者單一教學法行使其效果較好？這都是值得探究的目的！並希望能根據研究結果對國中教師運用不同教材教法提出建議。

第二節 名詞解釋

壹、 生活中的平面圖形

為本實驗研究題材，取自康軒版第四冊第二章第一節「生活中的平面圖形」。於國中二年級下學期初進行課程。此單元包括點、直線、線段、角、基本平面幾何圖形及其性質，且課程內容須符合且達到教育部所提供的第四階段能力指標(教育部,1999):

S-4-01 能利用形體的幾何性質來定義某一類形體。

S-4-03 能描述複合形體構成要素間的可能關係。

S-4-04 能利用形體的性質解決幾何問題。

S-4-08 能理解三角形的幾何性質。

S-4-09 能理解多邊形的幾何性質。

S-4-10 能辨識一個敘述及其逆敘述間的不同。

貳、 電腦輔助教學

直接譯自 Computer Assisted Instruction，簡稱 CAI，以電腦作為教學媒體，將教學資料呈現給學生，不僅能協助教師教學，更讓學生就電腦呈現的資料逐步學習，達到個別化、適性化且精熟的學習，此稱之為電腦輔助教學。

參、 講述式教學

講述式方法為目前最多第一線老師所使用，所有的教學活動以教師講述為主，學生傾聽。進行方式簡單，所有的時間、教材、及上課方式皆由教師所主導，在人數較多的班級，講述式較能有效的組織完整的內容。本研究一開始即以講述式教學引導學生。

肆、 多媒體教材

係指文字、圖片、聲音、動畫、影像、表格、視訊…等等媒體的元素來組合成數位化的教材，通常以電腦來操作其播放的方式。

伍、 合作式學習

合作學習是利用分組的方法，讓學生們以小團體的方式學習，來達到共同的目標。在此研究中，因為使用動態幾何進行教學，必需讓學生都能有操作的動作，故依學習狀況及表達能力，採用兩人一組的異質分組。

小組成員擔任不同的任務，但彼此要互相協調進度，給予及時的互動、討論及指導，來達到共同的目標 (Drs. Roger and David Johnson, 1989)。其成員之間的互動狀況，會決定學習的成果 (Johnson & Johnson, 1994)。

陸、 動態幾何環境

係指 Key Curriculum 公司所發展出來的 Geometer's Sketchpad 軟體 3.0 版 (簡稱為 G. S. P)，它是一個允許使用者建構、操作幾何基本圖形的工具環境 (全任重, 1996; 林保平 1996, 1997; 謝哲仁, 2000) 係指本研究所採用之動態幾何繪圖軟體 The Geometer's Sketchpad (以下簡稱 GSP) (Jackiw, 1991) 的幾何學習操作環境。學習者可以在這個環境中透過軟體的操作，進行幾何圖形的建構並加以分析。

柒、 數學學習成就

指受試者在研究者編製的「平面幾何圖形測驗」中所測出來的評量成績，以此成績來做統計分析得出的結果。

捌、 數學學習態度

泛指每個人對數學一般的看法，喜歡或討厭的程度。也是個人對數學所持有的一種具持久性而又一致的行為傾向。本研究將採用林星秀 (2001) 所編制的「數學學習態度量表」，量化其結果來顯示受試者在數學學習態度的表現。

第二章 文獻探討

電腦輔助教學 (Computer Assisted Instruction, 簡稱CAI) 最簡單的目的, 就是為了教導學生, 透過電腦提供他們不同的學習活動, 進而得到最佳的學習成效。簡單的來說就是將電腦當作工具來使用, 利用電腦來設計出符合單元內容及教材特性的課程配合適當的教學, 既可當成幫助教學的教具來使用, 也可以當作讓學生實作的學具(林保平等, 2000)。

因此設計出一個好的電腦輔助教材是需要深思熟慮的。總括來說, 有學者(邱貴發, 1994、沈中偉, 1995)認為電腦輔助學習是要建立一個環境以提供給學習者學習, 所以在設計電腦輔助學習課程時, 必須參考並整合相關的學習理論、教學理論與教學設計理論來支持, 更有人提出電腦輔助學習應該是在某個文化社會環境中, 以領域知識為主, 運用支援的學習理論及適合的電腦科技輔助, 使該領域知識能得到最佳的學習狀況。根據這個概念, 學習理論、電腦科技和領域知識彼此之間的确具備著關聯性, 此三者關係如下圖所示:

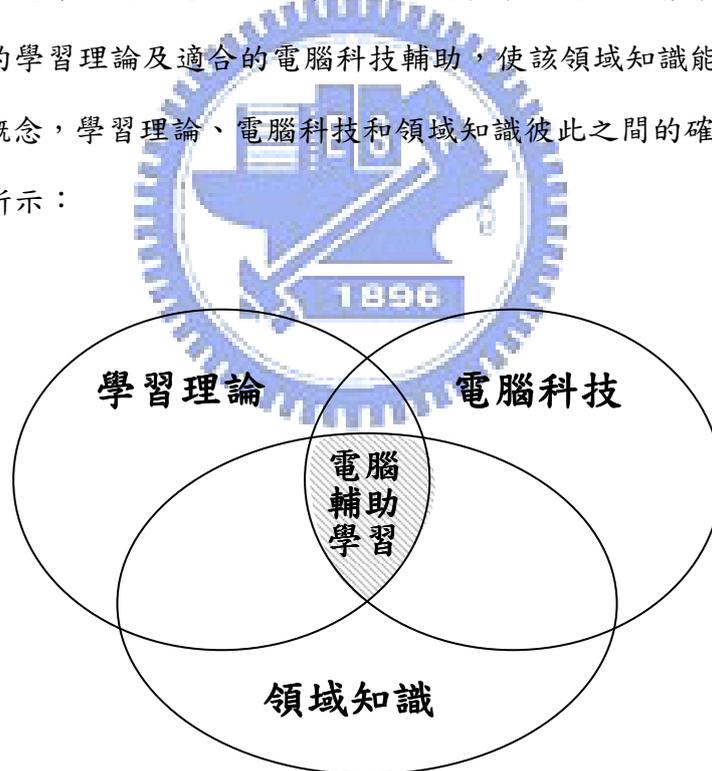


圖 2-0-1 電腦輔助學習的三環關係圖 (邱貴發, 1994)

而近年來電腦輔助教學在某部份逐漸轉變成了電腦輔助學習 (computer-aided learning, 簡稱CAL) 的觀點, 主要強調的是學生自己透過電腦輔助來得到知識, 並非由電腦來擔任教師的角色, 這說法並非是認為教學現場只需電腦和學生即可, 而是教師

角色轉變的趨勢。教師從教學中的權威者轉變成了課程進行的輔導者。與何政謀（2006）認為教師的角色因此從主導者轉變成了引導者的想法不謀而合，這和傳統的教法，由教師完全地主導課程內容，學生則被動的學習有很大的不同。在學生能主動利用電腦學習知識的同時，透過適當的討論並和他人產生互動，能讓不同的想法進行交流，而產生知識的形成。

這些概念讓本研究激發了不同的想法。故整理相關文獻，本研究將根據概念，以上述的三環來探討文獻的內容，主要為探究平面幾何圖形基本概念，再以 Vygotsky 的社會建構理論為基礎，施以合作式學習，並融入動態幾何軟體來教學的文獻部份來支持。

第一節 維果茨基之認知發展理論

能利用和他人的互動來影響學習，這與維果茨基所提出的認知發展理論不謀而合，他所提出的社會認知理論主要是影響兒童認知發展的重要因素（張春興，1996），所謂的認知發展指的是當兒童自出生後在生成的環境之中，對事物的認識以及面對問題時的思維方式及能力表現，隨著年紀的增長而逐漸改變的歷程。所以教育中，認知發展為一個重要的層面，因為在教育過程中，若能考量兒童的認知發展，設計出對其最有幫助的課程及教學，則對兒童是最有助益的。以下將針對維果茨基的社會認知理論做一番解釋。

列夫·謝苗諾維奇·維果茨基（Les Semenovich Vygotsky）為前蘇聯著名的心理學家，他在1934年提出了理解發展的文化—歷史原則，認為心理的發展應當從歷史的觀點，而不是抽象的觀點，更不是在社會環境之外。並認為兒童從生下的第一天起就處在他的周圍社會環境的一定影響之下，在歷史發展的過程中，社會的人改變著自己行為的方式和方法，並使其天生的素質和機能發生變化，形成和創造出新的行為方式—特殊的文化方式。相關的論述在Rotter（1954）所著的「社會學習理論」一書中曾有提到過，有意義的學習是發生在社會性的環境之中，經由與他人的互動而獲得的（Herrington，1998）。

簡單的歸納綜合張春興（1996）對 Vygotsky 的社會認知理論，內容中提出的三大要義如：

其一、社會文化是影響認知發展的要素。Vygotsky 認為認知發展應該是由外化逐漸轉為內化的一個過程，且是在社會學習的過程中進行，所以我們可以從改善兒童生成的學習環境、並適時實施以教育是有助於促其智力發展，這說明社會文化的影響在認知發展是相關且有影響力的。

其二、認知思維與語言發展有密切關係。根據 Vygotsky 的觀察，當兒童面對無法解決或面對挫折情境時，他的自我中心語言會加倍的增多，這反應出兒童會藉由自我中心語言進行時會幫助其思維，Vygotsky 曾舉出一個例子來說明這論點：當孩子需要一隻藍色畫筆，卻遍尋不著後會開始自言自語，話語中會顯示出其腦中思考的過程及解決的想法。他也提到：

我們觀察到自我中心言語如何在一開始標誌著一項活動的結局或轉折，然後逐步的朝中心移動，最後達到活動的開始部分，呈現出指導性的、計畫性的作用，並把兒童的行為提高到有目的的行為的水準（Vygotsky，1934、李維譯，2000，p.64）。

這現象顯示兒童初期是藉自我中心語言幫助其思維，一旦兒童成長後，到能夠支配語言的階段，語言與思想兩者便會合而為一，且這樣的交互作用形成會促動認知發展的主要內在動力，這說明了語言在認知發展中的重要性。

其三、從實際發展水平延至可能發展區。可能發展區（zone of proximal development，可簡稱為 ZPD），也可稱之為最近發展區、近側發展區、可能發展區、潛在發展區…等。Vygotsky 將兒童的心智能力分成兩種層次，一種是由兒童經由自己實力不假借他人力量就能達到的水平，我們稱之為實際發展水準（actual development），而另一種是經過專家、家長、教師或程度較高的同儕給予協助或指導後而達成的水平，我們稱之為潛在發展水準（potential development）。這兩水準之間的一段差距，即為兒童的可能發展區，可由圖 2-1-1 示意。

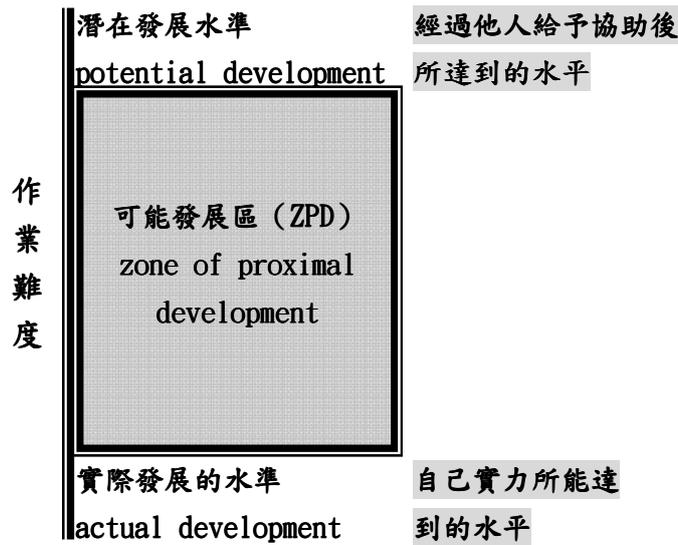


圖 2-1-1 最近發展區 (引自 Bodrova and Leong, 1996, p. 37)

相較於皮亞傑傾向於把認知理論視為兒童自身成長的能力，而不太重視社會及教育因素。Vygotsky 則是特別強調文化社會的影響，力倡教育是能促進兒童認知發展的重要因素，基於教育必須看其理論建構的過程，統整一些學者（張春興，1996、張泓成，2007）在社會建構理論裡，針對各學校教育的涵義，提出了幾大重點：第一點為教學最佳效果產生在可能發展區，在一般傳統教育之下，學校所教給予學生的，就是讓學生學習到他們自身能力所及的範圍而已，卻忽視了學生可能潛藏的能力。對此，Vygotsky 認為教學是學齡兒童概念的主要來源之一，也是指導兒童們發展的一種有效力量，它決定了整個兒童智力發展的命運。且在兒童的發展過程中，模仿和教學扮演著主要的角色，它們表明了人類心理的特徵，把兒童能發展出新的水準。第二點為適時輔導學生是教學不二法門，學生是參予者而教師則是指引方向的指導者。也就是在指導學生發展自我認知時，教師能適時的給予協助。在〈思想與語言〉一書中，Vygotsky (1934) 曾提到：

今天我們輔助兒童學習，明天他就會自己學習。是故，有效教學的不二法門，乃是超越兒童實際發展水平，領先一步，帶領並輔助他們學習新的知識」（Vygotsky，英譯版 1962，p. 82）。

這也說明了教學除了必須永遠走在發展的前面，才能有效地讓學生自己學習，

而且過程中還要適時的給予學生輔助，幫助他們解決疑惑，這樣才能超越他們原有的實力。第三點則是學生人格的發展與其潛能發展有極大的關係，因此學校必須提供能讓潛力發揮出來的機會教育，且不忘教育最終的目的是為培養人格的發展。最後則是教學是一種合作的歷程，必須要考量到學習者的個別差異，尤其每個人的實際發展水平不同，如何在不同的起始點開始教學，則是身為教師應該努力的方向。

而在教學的過程裡，許多研究者（路珈，2000、鄭志成，2001）發現社會建構主義在教學設計上的運用具有非常多的特色，歸納如以下幾點：

能提供真實化的學習情境，使學到的知識能和生活經驗息息相關，讓學生較容易產生連結。能強調主動參與式的學習，雖由老師帶領引導，但過程中主要是由學生主動的來學習。教學過程能把重點放在學生的學習過程且能針對學生之間的個別差異，把從前重視的成果導向目的轉為過程導向。知道教學的重點在可能發展區，透過教師設計的教學活動，讓學生最終可以達到最佳潛在的發展。從教師適時的輔導學生、給予過程上的協助，到學生最終回饋的反應，強調重視師生間的互動。再者能夠透過同儕的幫忙、彼此的合作，激盪出不同的問題與想法，學習和他人的討論去檢視自己的思維。最後就是能建立適當的教學評量，這不僅是認知建構的歷程，也能從過程中了解學生的學習狀況。

從以上的結論可發現幾點，教師們在教學過程中，若個體要得到最佳的認知發展效果，「潛在發展區」是個重要的核心地帶。它是師生、親子與同儕間交互作用的區域，是學生或兒童真正能促進學習的區域，也是教學的基礎，故Vygotsky也鼓勵父母、教師、或程度較高之同儕，應該直接和學習者產生互動（林星秀，2001）。而學習的過程中，若學生面臨挫折或問題時，教師要適時給予輔助及幫助孩子跨越障礙而做的教學活動，我們稱之為教學的鷹架。再者因Vygotsky強調社會建構理論，是在與他人進行社會互動時，會發展出認知衝突，再透過個體彼此間的互動及討論，重新整理自己的認知結構。其中Vygotsky最強調的觀點則是利用互動的過程，主張學生與其它有技巧的同伴一樣接受多樣化、豐富性的經驗，彼此之間可以建立起學習的鷹架，增加其學習經驗，並提升其發展層次，固合作學習在Vygotsky的理論中佔有很重要的位置。本研究主要以

接下來的三大部分來討論：可能發展區、鷹架教學及合作學習，以這些原理及方法來設計出對學生有幫助的課程。

壹、可能發展區

但在那麼多的文獻中，Vygotsky並未直接指出明確的教學原則，但根據其提醒的教學最佳的時機是在可能發展區的論點之下，讓後來的研究者對這塊未知且抽象的區域做了許多的相關的研究及討論。

許多學者（Bodrova & Leong, 1996）針對「潛能發展區」的相關論述，在學習與教學原理中提出了多項的啟示，首先為該如何在潛能發展區中有效提供學童協助？從學習的角度看來，學習者應該是由許多不同的學習活動，經由社會化的互動，誘發出其內在的認知發展（鄭晉昌、李美瑜，1995；Rogoff, 1990）。Vygotsky 也強調能透過社會的互動及交流，包括成人與學童的互動、同儕間的合作方式，在可能發展區能發揮最大的功效。也就是說，在可能發展區中，學習者需要有專家或能力較高者來提供必要的支持和協助，一直到自己可以靠個人力量來完成目標時才停止協助，此協助稱為鷹架教學。這過程中所提及的鷹架教學及合作方式學習，將會是本實驗的重點，故在後面文獻部份再做說明。

再來就是如何決定教師所安排的活動對學生的發展而言是適當的呢？

Vygotsky 主張教師安排的活動目標應該要超過學童目前能獨立完成的程度，但又不會太超出學童的可能發展區。也就是說教師要適時的對兒童的問題做出反應，給予引導與協助，且針對學童的回饋作立即性的修正。在此，教學者應設計適當的教學活動，以支持學習者歷經「潛在發展區」（高台茜，1998）；而學習者的角色必需是積極參與學習活動並且主動思考，非被動的參與學習過程。

最後也就是如何評量學童的學習表現？傳統測驗偏向靜態評量學童能獨立完成的能力，也就是「實際發展水準」，也就是教師們教導到哪裡，學生就測試到哪裡；但潛能發展區理論則強調評量尚應包含了解學童在不同協助程度下能完成的能力，也就是「潛在發展水準」。一方面可用以評量協助是否奏效，另一方面了解哪一種協助最有效。這種評量技術有助於更準確評估學童的學習潛能，並提供更為彈性的評量方式，稱之

為「動態性評量」(dynamic assessment)。

所以在可能發展區中，是最有可能透過改善教師的教學方式，而開發學生全新的潛能出來。但可能發展區並不是只有發生一段而已，它是會隨著學童的知識增高而改變，其發展由一連串的区域所構成，當今天學童碰到問題時，經過他人協助而能獨立作業時，則第一個ZPD就會完成，區域則會隨著改變(由圖2-1-2所示)，在遇到新的挑戰及需要新的協助，第二個ZPD就會跟著產生，這樣新的表現會不斷的產生，不斷的循環重複著。

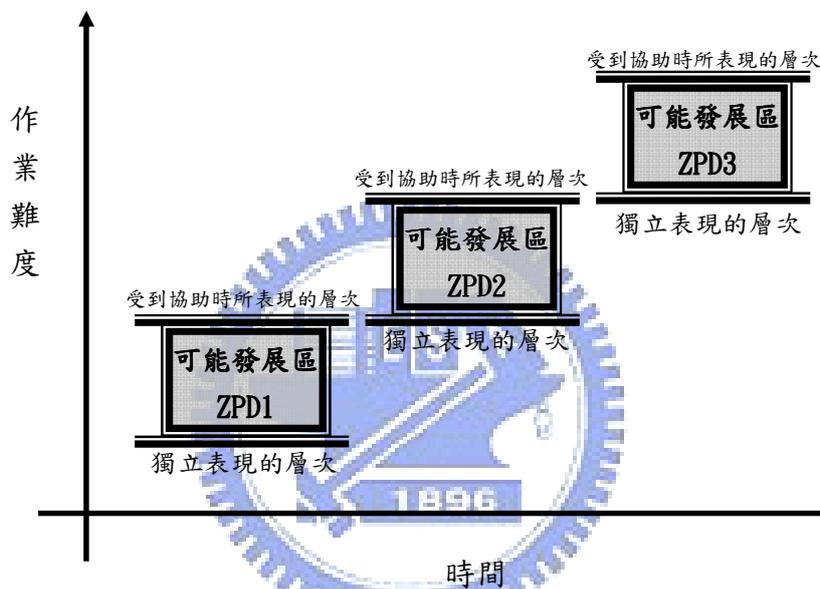


圖 2-1-2 ZPD 的動態本質 (引自 Bodrova and Leong, 1996, p. 37)

因為可能發展區的重要性，使得這區域內的相關教學活動更顯的重要，倘若設計的佳，將能使可能發展區發揮更大的功效，進而使學生自我提升的更多。故許多學者們也針對可能發展區在教學方面做了相關的詮釋，以下為統整各學者研究的結果與分析，對可能發展區所能做的教學活動提出的四點應用(李長燦，2003、李嘉齡、陳盈足、洪照明、孔俊傑、鄭志宗，2007)：

一、鷹架(scaffolding)的隱喻。鷹架的概念主要是由Wood, Bruner 和Ross (1976)所提出，他們把鷹架當作是一種教學隱喻，認為所有在可能發展區裡可以提供學生解決問題的活動，都可稱之為搭鷹架。

二、建構區(construction Zone)。根據Newman、Griffin和Cole(1989)在

國小課程中所做的實驗，他們將可能發展區稱之為建構區，在教學前先構想了學生能達到的目標後，再利用活動和教學與學生進行對談及指導，看最後是否可以達到兩者共同的標準。但很可惜的實驗結果卻因為學生為了符合教師的期望，且根本對於最終的教學目標一知半解，導致結果是學生努力邁向教師們所預期的部份，而並非完全是屬於自己的建構。

從此實驗中可發現，教師努力設計的教學是必須能讓學童內化成自己本身的知識才是有用的，而所謂的內化，指的並非是端看學生處理事情的過程，也並非是獨自行動的能力，內化應該指的是學童和教師共同的行為，經由對話與觀察，從中教師發現到兒童的心智發展歷程。這說明了在可能發展區裡的活動，除了學生的前備知識與技能是一定要擁有的，不然學生無法理解教師的想法，再來就是活動必須是教師與學生共同參與的，還要在過程中能不斷的去理解彼此的想法，努力的調整以達到共同的目標，這樣才能在可能發展區達到最有效的教學。

三、強化（amplification）。也有學者提出強化的觀點，強調能在原來的可能發展區的範圍內增強其發展，而非教導學生高過其可能發展區範圍以外的概念，也就是說強調利用學生現有的知識技能來增強學習其邊緣的行為。

四、可能發展區的四個階段。根據Tharp and Gallimore (1988) 在夏威夷的Kamehameha 小學進行了長達十三年的the Kamehameha Elementary Education Program (自1970年，簡稱KEEP)，他們在此一教學研究方案中，提出了的ZPD發展的四個階段（如下圖所示），並指出此一模式是一個循環而非線性的過程（Gallimore and Tharp, 1990, p. 184-187）：

階段一為由較有能力的他人來協助表現作業。為學童學習初時，必須要接受父母、教師、專家、能力較高的同儕或教練的協助來完成作業。起初學童可能經由活動中的對話來理解活動或其表現的意義，當開始具有一些概念之後，成人便可改用發問、提供回饋或進一步的幫助其組織等方式協助學童的表現。

階段二則為由個人獨立完成作業。學童開始能靠自我的協助獨自完成作業（屬於轉化的階段），但是並不代表他的工作表現已完全發展或達到自動化，他還需要靠自

我導向的語言對自己的行動進行控制和調整。

直到階段三，以此時的表現以轉化為自己內在、自動化且不易變動，這個階段中兒童自我調整的行為消失，其工作表現已達到順暢、整合、內化與自動化的境界，不再需要他人或自我的協助。

最後的階段四則是解除自動化--遇到問題使得兒童無法自動反應而必須回到前面階段一、二重新再來（新循環開始）。由於學習是一個不斷的歷程，因此必須重複的返回可能發展區，經歷他人調整、自我調整與自動化等歷程。

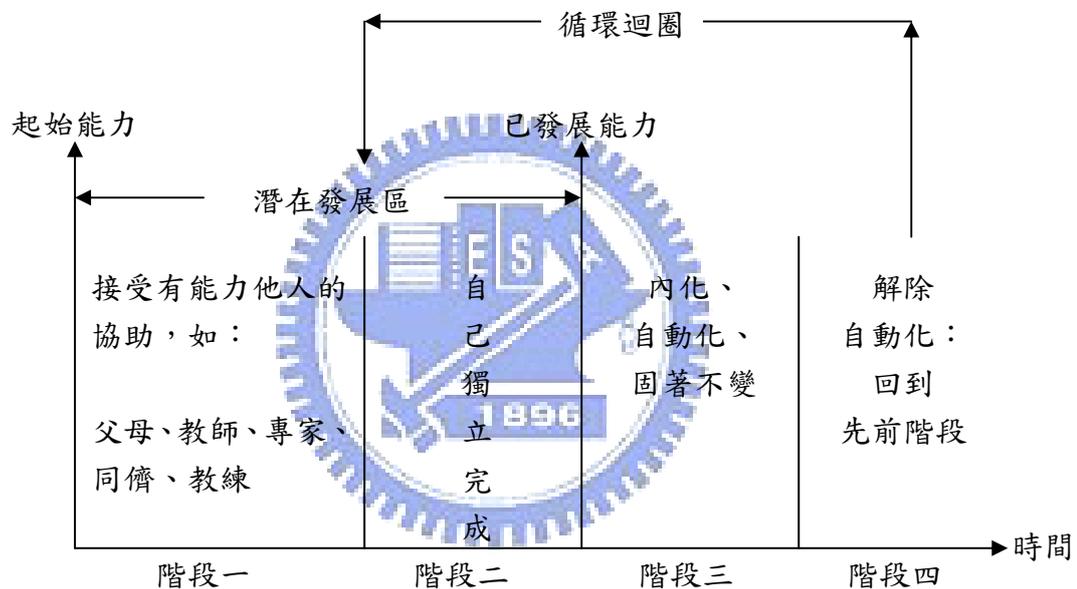


圖 2-1-3 ZPD 發展的四個階段（引自 Gallimore and Tharp, 1990, p.185）

綜合以上相關文獻，許多學者提出（李嘉齡等，2007）這些植基於Vygotsky 的可能發展區的教學應用，具有以下幾點啟示：

一、能夠先了解學童的發展狀況是教學的基礎，每個學童都是獨一無二的，但在其求學的過程中，不可否認的也建構了一些共同的知識，教師如何知道其不同的能力，但能在其共同的知識上進行教學活動，所以可能發展區可當作一個計畫好的教學步驟來幫助學童學習。

二、所以在可能發展區中，教師與學童的及同儕間的互動就變的非常的重要，

教師透過協助及對談，不僅可以讓學童可以充分理解教學的目標，還能解決過程中遇到的問題。而相對的透過同儕間的互動，則可以激發出不同的想法，再進行討論而得到結論。

三、教學過程中，並非是讓學童一味的吸收知識而已，而忽視了他們在校外所習得的知識訊息，這樣不僅讓學童變成孤立的學習，且無法和其生活做相關的聯結，應將其既有知識及要教與的知識互相融合，才能促使學童成熟知識的獲得。

四、能夠重視學童在實作中的學習，以往傳統式的教學方法除了板書以外，最多就是再加點教具展示，教師往往忽略了實作能在知識上的整合的功能。若教師在教學時以實作來和學生進行觀念的溝通及演釋，協助學生瞭解實作的意義及其運作。

本研究以先了解每一位學生的發展現況、連結其現有的知識找出全體共同具備的基礎、運用教師與學童及同儕之間的互動，再透過實作中的學習而發展出一套教學，希望能改善教學的品質，促進學生的發展學習，以下將針對在教學中所使用的鷹架教學及合作學習做相關討論。

貳、 鷹架理論

我們可以知道目前教育的趨勢皆是強調以學生為本的學習，教育發展的重心主要放在學習者本身，強調重視學生知識建構的過程以及數學與生活經驗、情境的連結。這樣的課程發展下，學生不再是處於被動的接收知識，而能靠自我主動的學習，參與過程且建構出自己的知識來。而教師也必須掌握課程改革的內容及涵義，設計出支持學生學習的鷹架，讓學生能經由教師的協助、與同儕間的互動討論以及與真實生活的連結來學習數學（鍾靜、陸昱任、石瑩琦，2007）。

一、鷹架的涵義

鷹架這個概念源起自Vygotsky的社會建構學習理論之中，他認為人類高層次的心理活動皆是在社會化的環境裡，透過與人的互動、調整，逐漸內化為自我的過程，而在這樣的教學活動之中，在教學上教師經常會採取一個暫時性的支持架構來幫助學童學習其能力，這樣的引導稱之為搭鷹架。

而這鷹架理論，雖然是從Vygotsky的理論裡延伸出觀點，但卻是由學者Wood、

Bruner 及 Ross (1976) 所提出，他們將教學過程中所提供的協助稱之為「鷹架教學」。也就是當教師在教導學童解決超過其能力負荷的問題時，適時提供給予的協助，這協助會隨著學童逐漸了解進入狀況之後而減少，到最終會完全抽離讓學童獨立完成任務。就如同在工地施工的時候，必須搭起鷹架讓樓層能有所依賴繼續往上蓋一樣，等樓層蓋好後，鷹架也會隨著拆除，其最終目的就是讓工程能順利完成。

Pearson 和 Galagher 於1983 年將鷹架的概念畫成模型（如圖2-1-4），用以表示學習環境中鷹架的基本結構。Cazden (1988) 應用這個模型來解釋他在語文教學中與學生個別的互動狀況，一開始工作的責任是落在教師身上，教師必須要取引導學生如何進行，隨著課程的發展，學生開始藉由演練來建構知識，這時教師便要逐漸釋放責任，把責任轉移到學生身上，到最後學生能學到獨自完成工作。

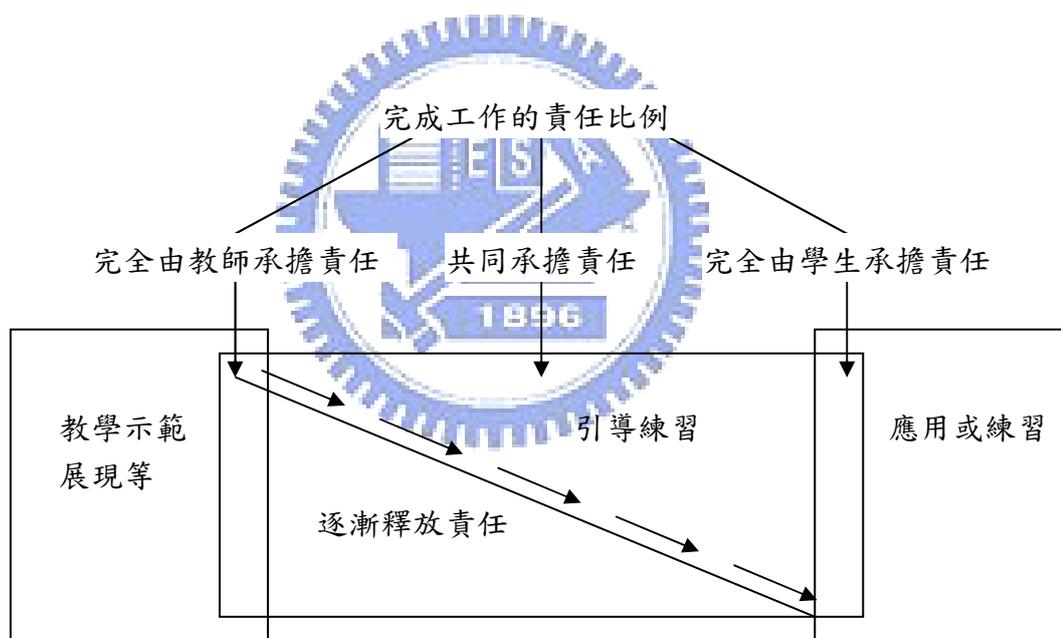


圖 2-1-4 「鷹架」概念的基本架構（採自 Cazden, 1988）

而在真正實際教學的現場裡，教師必須根據學習的單元與學生個別的特性，提供在學習過程中所需要的鷹架，這協助的鷹架必須隨著學生的實際學習狀況而不斷的改變，且作不斷的調整，所以教師必須活動期間都能注意學生的狀況，適時的給予協助。當學生能力提升到逐漸可以讓自己獨當一面時，教師必須放手讓學生自行去學習，使學生能培養獨立學習的能力為目標。

學者 (Dyson, 1990、張菟珍, 1997、Berk、Winsler, 引自谷瑞勉譯, 1999) 認為鷹架的意義應該包含垂直與水平兩個層次：所謂的垂直鷹架就是將學習內容配合學習者的意圖與需求加以結構化處理，並在教學互動中鼓勵學習者認知的複雜化，以培養其應用能力，屬於建立自我的學習鷹架；而水平鷹架則是強調教師的協助與學習的內容應配合學習者本身的學習背景與經驗，而非孤立的教學支持，屬於透過同儕或有經驗的學習者的學習鷹架，共同建構成了學習網。水平與垂直鷹架理論不僅可以尊重學習者的學習意圖，更可以使教師的支持擴大與延伸學習者的學習與思考，更能有效促進ZPD的發展。這可歸納出兩大重點，便是『溝通』與『認知』，透過互動來達成學習遷移後自我能力的培養。

Judithann (1993) 主張鷹架應該是一種持續性的動態過程，當學生遇到問題，教師便適時的提供支持，幫助學生達成其學習意圖。他認為鷹架的概念有兩個要點：第一、由經驗豐富者引導經驗較少者，以見提升學習的複雜度。第二、鷹架必須設法引出一個正確的反應，以導向正確的答案及內容的學習。

二、鷹架教學的原則與要素。

由 Greenfield 於1984年所提出的鷹架理論教學原則可知其主要原則有六：

(一) 實際教學過程中，由教師的指導充當學生的鷹架。(二) 過程中，教師支持的程度依學生的狀況而調整。(三) 當學生的能力增加時，支持則相對的減少。(四) 工作的難度越高，所給予的支持也越高。(五) 教師必須以逐步漸進與隨時校正的方式進行鷹架教學。(六) 最終目標以學生導向內在化，逐漸使其能夠獨立自立。也因此，在教學的活動設計上，必須提供適合的學習情境，讓學習者可以主動積極的去學習，透過與專家、教師或同儕的互動、對談、溝通與協商，在激發出不同的想法，促進反省的過程，進而對整個學習歷程產生認同 (羅豪章, 2001)。而Meyer (1992) 認為鷹架教學是從教學互動的基礎著手，並進一步歸納出六個要素：第一、教師必須能提供一個符合學生先備知識的支持，來介紹新的知識或技能。第二、教師提供暫時性的支持，讓學習責任轉移到學生身上，使其能獨立學習。第三、透過師生對話，讓討論可以無限延伸，引出下一個議題。第四、合作教學促進團體間共同的討論歸納及澄清，使學生獲得更高的學

習成效，目的是引導學生的學習而非評估其先前的實力。第五、教學過程進行在可能發展區內，教師要了解學生當前的能力並注意新能力的發展。第六、教導學生積極的參予活動並能利用合作學習來協商討論，促進學習能力。

三、鷹架教學的運用

Wood等三人也整理出六種鷹架在學習上所能提供的支援：第一、鷹架能引發學童的參與學習。第二、教師能利用鷹架指出所欲學習事物的關鍵特徵。第三、鷹架也能提供教學的示範。第四、能減輕學習時的負擔，使學生較容易進入狀況。第五、能利用鷹架進行學習活動方向管理。第六、用來掌控學習過程挫折。教師在教學過程中倘若能使用電腦輔助教學，不僅能引發學童的參與學習，也能夠過軟體做教學的示範，使學生較容易的進入狀況，這也是教師所提供的一種學習學習上的鷹架。

若把鷹架使用在教學上，Gallimore 及 Tharp (1990) 提出適合鷹架學習的六個教學步驟：一、示範。可透過教師或能力較高的同儕者的行為提供給學生模仿。二、立即的處理。能根據學生當下的行為給予立即的懲罰或獎賞。三、回饋。教學過程中，能對學生的表現立即給予回饋的訊息。四、教導。能針對教師所提供的工作做解說或對學生的行為表現做相關指導。五、發問：能鼓勵學生透過語言來表達其思考。六、認知建構：整個過程希望提供學生如何組織、分類、評量及編排他們的思維與記憶。

雖然在資訊科技日漸普及的今日，電腦的應用已帶給了教育改革極大的啟示，電腦輔助教學、網路學習甚至到今日的虛擬教室，似乎科技可以逐漸取代了教師的位置。但畢竟人是不同於電腦的生命個體，是複雜且無法被預測的。所以在教學的過程中，是需要教師在一旁給予協助，適時的輔導、解決疑惑及提供學生學習的鷹架。當學童與他人共同合作操作電腦時，合作的夥伴各有所長，同儕間的社會互動，談話討論扮演著促進他們認知發展的重要角色。謝哲仁 (2002) 認為，在 Vygotsky 所提倡發展學生的可能發展區中，教師可以善用科技，來幫助學生建構出一個具有主動認知的環境，來搭起學習的鷹架。

促進認知發展的另一關鍵因素就是學習環境。在開放的學習環境中，學童需要自行運用策略，依賴過去的經驗去試驗、推斷、修改假設，學童有較多合作與互動的機

會。能夠自由的操作且得到驗證的軟體是以符合幼兒生活經驗的情境作為鷹架，幫助幼兒瞭解更高層次的概念 (Roblyer & Edwards, 2000)。邱淑惠 (2008) 認為能使用較大操作自由且能讓兒童自行假設並能驗證的軟體的確比較能引發同儕間的合作學習，學童操作軟體時的質疑、解釋訊息、提出建議的談話可引發認知衝突、動搖學童的舊基模並重建較能解釋新訊息之基模，再加上軟體所提供的學習內容也比較接近現實生活中所需的跨領域學習，非常符合九年一貫強調整合性學習的理念。

因此，高台茜 (1998) 歸納出以鷹架理論為基礎的電腦輔助教學設計策略，敘述如下：一開始必須在學生的經驗和先備知識上打好基礎，然後在不同的表徵系統間能搭起橋樑，再透過動作、交談、彼此的影響、與理解之間作連結，最後鷹架的支持須隨學生的能力增加而淡出，最終讓學生能獨立完成。故教學者能利用電腦輔助建構鷹架，並隨著學習者的成長，逐步的拆除鷹架，使學習者在無形中達到可能發展區。

許多學者研究發現，在教學過程中，能藉由同儕之間的思考模式、推理方式相近，學生可以透過思考的方式來組織且建構本身的知識，讓成員之間彼此協助、支持、共同合作之下來達成團體目標，是一種以同儕為鷹架的策略 (strategic scaffolds)，藉以使用合作學習的方式，將同儕鷹架能發揮其互惠功用 (黃政傑、林佩璇，1996；Hannafin, Land, & Oliver, 1999；Slavin, 2000，王明傑、陳玉玲譯，2002；林致瑋、林永順，2007)。

研究者根據以上理論認為，透過GSP動態幾何軟體的設計，可以提供協助學生學習的鷹架，學生經由此鷹架可以自由操作，藉由圖形的變化觀察其特性，此外，也能使抽象的概念容易被觀察且變的有趣。且透過同儕鷹架的支持下，提供學生訊息創造學習的機會，利用互動合作的方式，來解決問題。過程中，教師可針對學生的個別差異，適時地介入，提供適當的協助，且當學生的能力增加時，要減少協助，以促進學生能獨立學習。

參、合作式學習

就強調社會互動的社會建構論觀點來看，Johnson 及 Johnson (1990) 認為人與人的互動類型可分三種，其中合作學習較個別學習及競爭學習更能產生學習的內在動

機，使學生更主動投入學習的活動中。張新仁（2002）也認為在教學過程中，就同儕之間的合作學習，或師生之間的互動，是有其必要性。因為在Vygotsky所提的社會建構理論中的重點之一：利用社會化互動的過程是讓學童促進其思維的關鍵。而在目前教育的現場，能讓學童一邊學習，一邊與他人產生互動，最適合的方式非合作式學習莫屬。所謂的合作式學習，簡單的說是為了一個共同的目標，大家齊心合力的一起完成它，所得的成果是屬於組裡的每一個人，所以相對的每個人都要負起責任來。至今有多項研究（Sharan & Shaulov，1990、李佳玲，1995、曹永松，2001）指出透過合作式學習的分組，不僅較一般教學活動更能增加學生的學習動機，還能有效提升學童的學習意願。

當中小學生遇到課業不懂的地方，依教育部（2001）的調查其主要協助解決的辦法最主要為『問同學』，占57.23%，其次才是『問老師』、『問兄姊』、『問父母』、『不管他』、『其他』（包括問叔叔、舅舅、阿姨等親戚或家教等）。這超過一半的比例顯現出來的，是學童在與人的互動上，和同儕是有效果的。且學童透過溝通與討論除了可減少數學的焦慮感，另外還能加強數學的溝通能力進而提升了數學的品質。因為在溝通的過程之中，其想法的轉變及觀念的刺激能幫助自我思考，內化成自己的語言。且學生溝通時的歷程雖不如專家的對談，但重要的是學生可經由溝通可以激發彼此的可能發展區，使雙方皆能受益。這樣有交流的對談，不僅能強化自己的知識更能參考別人給予的回饋，造成雙贏的結果（陳育琳、徐照麗，2007）。而合作學習是一種同儕之間互相協助的學習方法，教師透過教學的設計，在課程進行之間將學習的責任轉移給學生，增加其討論參予的機會，也提升了學生學習的興趣，讓學生由被動的知識接受者轉為主動的知識建構者（周惠玲，2002）。

本研究擬出不同的教學法，試圖找出可以讓學生達到最佳學習的方法。故在課堂中安排真實化學習環境，分組經由合作學習的方式，透過專家、教師或同儕之間能力較高者，來扮演協助者的角色。其學習過程中可以幫助學習者提供鷹架，讓學習者可以主動學習外，並透過小組的方式，經由討論、互動的過程來幫助觀念的理解，且建構出共同的意義（Lave & Wenger，1991）。

一些研究學者也指出當學童與他人共同合作操作電腦時，若合作的組員之間各

有其特色及能力，那麼同儕之間的社會互動、談話討論將扮演著促進他們認知發展的重要角色，他們必須彼此分享其知識與經驗，學習者因為必須分享而轉為主動的角色，成為建構知識的主動者。因為這樣的過程，可以激發出彼此所欠缺的部份來思考，來擴大自己的知識體系。且認為合作學習若融入於電腦輔助教學之中，更讓學生透過電腦網路的參與，使學習不單只是個人，可透過同步與非同步的方式與同儕討論，使學習更加多元化及得到完整的概念（曾振富，2000、鄭志成，2001、邱淑惠，2008）。

以下茲以五大部分來討論合作學習：

一、合作學習的意義：

合作學習這名詞似乎很早就出現過，卻被誤認為只要是分組就是合作學習，其中沒有所謂的對談與交流，各司其職卻無互動，這並非真正的合作學習。從古至今有許多學者對合作學習提出定義：

Parker (1985) 認為合作學習提供了一種合作的學習環境，學生可以在異質小組中與其他的組員共同學習，從中互相幫助，分享彼此的成果並批判、修正彼此的觀點。此外，他認為在合作學習的環境中，可以培養出更多的合作行為。

Johnson 及 Johnson (1994b) 指出合作學習是讓學生分派在小組中，以合作討論方式進行學習，學生合力完成目標，透過彼此討論資料、互動、鼓勵，對彼此的觀點提出批判和修正，使各組的同學都能完成最後的目標，也就是合作學習是能提升學生的學習成效、增進學生學習遷移、培養學生批判性思考能力的一種教學策略與方式（王永昌、張永宗，2002）。

Slavin(1995)則認為合作學習是一種有系統、有組織的教學策略，在合作學習中，教師將不同能力、性別、種族、背景的學生，分配於小組中一起學習，在教學現場中幾乎都可以使用，強調團體目標及團體成就。

綜合相關的文獻，歸納出所謂的合作學習是一種教學的策略，讓一群人給予共同的目標，透過共同合作來完成。其內容從一開始的分組、課程進行、到結束後的評量，每一個階段都有其重要性。

二、合作學習的要素及優點

Johnson 及 Johnson (1989) 認為合作學習包含有許多的特質，這些都是教師運用在教學方法上需要注意的，善用這些特點設計課程，能讓教學時更為流暢及有效。指出合作學習的五大基本要素為：

(一) 積極互賴的關係 (Positive interdependence)：讓學生體會到自己是小組裡的一份子，必須與整組人榮辱與共，互相依賴互相去完成屬於全體的目標，必須要有全員的努力才能拿到最後的勝利，成敗全操之在全體。

(二) 個人責任績效 (Individual accountability)：合作學習不只單看整體的表現，因為小組的成功是要看每一個人的表現，教師也必須端看一個人單獨的學習表現，由其績效來做評估，評估的重點有：每一位同學都要接受測驗、能夠解釋出課程中所學、能觀察觀察每個小組和提供每名成員的貢獻。這都為了讓每個學生都能更有負責任的態度，固大家都必須要努力。

(三) 促進其交互作用 (Promotive interaction)：小組成員必須藉由一起討論、研究或幫忙彼此來完成給予的任務，但為了讓大家有好的交談，所以最適合的分組是2~6人。

(四) 增進社會技能 (Social skills)：合作學習當中，因為會面臨的是和自己不同的個體，所以合作學習過程，學生們必須學習起任務工作及團隊合作的相關技巧，他們也必須要被教導，包括溝通、信任及架起組織的規劃等這些社會技巧。還有要能接納、改進等這些，好的話能協助其進行討論及有效率完成任務，但處理不當時卻也會讓合作學習瀕臨瓦解。Johnson (1989) 等人為了要讓彼此有效的進行，提出約略2~4人是最佳的學習人數。

(五) 團體歷程 (Group processing)：團體歷程指的是將小組從開始到結束的過程，學生要能強調其自我檢視的功能，去改進、調整過程中的不好，為了下一次的活動可以更好

(六) 是綜合各家學者看法，多提出一點合作學習的特點如下(黃政傑 & 林佩璇，1996；簡妙娟，2000)：強調異質分組 (Heterogeneity grouping)，若合作學習小組是以異質分組為主。異質小組通常是由性別、學業成績、能力傾向、民族等不同階層的

成員所組成，成員之間存在著一定的互補性；其中也有成績高、中、低三種人，分組時儘量讓各組分布均勻，每個小組的程度都應該是全班的縮影；同時，全班各合作學習小組之間又應該具有同質性。組內異質的形式為小組互助合作奠定基礎，而組間同質又成為保證全班各小組間公平競爭的基本條件。經由小組檢討組內的運作狀況和功能的發揮程度來評鑑小組學習效能的展現，團體歷程便是在分析小組目標達成的程度；小組成員為了在下次的活動中順利地達成學習目標，在活動後的檢討過程中，小組需討論並決定何種行為適宜繼續存在，何種行為應該調整，以促進小組成員努力合作達成小組目標。

根據上述合作學習的特質，可以讓我們知道教學的過程中，在與人的互動是非常重要的，而合作學習在學習過程中，更具有以下的優點，加深說明了使用合作學習的合適性（Qin、Johnson & Johnson, 1995、王岱伊，2001）：

一、能促使學生得到更有效的成就表現與熱誠。二、能提升學生彼此之間的關懷、支持與認同感。三、讓學生具備更好的心理健康狀況、良性的競爭力與尊嚴。四、在合作學習的過程中，學生不僅可以讓個人的知識與經驗的分享獲得交流，還能藉由彼此的溝通而衍生出更多的想法及經驗。五、在合作學習中，會培養學習者主動建構的精神。六、在合作學習的過程裡，可以讓孩子對共同擁有的小組產生使命感及歸屬感。七、最終結束後，要能融合貫通其想法，同時獲得成長。

國外若干行動研究結果亦指出，透過合作學習的確可以增進中小學生的學習動機（Ellingson、Long & McCullough, 1997; French、Laurin、McMahan & Vickrey, 1998; Charbonneau & Ribar, 1999）。合作學習之所以能增強學習動機，其主要原因可歸納如下（Slavin, 1990）：1. 由學習成就的滿足中，增強自尊，學生更能肯定自我，主動投入學習中。2. 合作學習改變學生的學習態度，增強學習動機，學生能更積極參與小組的學習活動。3. 積極的社會互動和同儕支持，提昇了學習的意願。4. 適當的組間競爭激勵了學習動機。所以在活動中使用合作式學習，還能提升學童的學習動機，重新燃起對數學學習的興趣。

三、合作學習的原則：

合作學習依照其特性及評量性質分成許多型態，但其原則基本上是一樣的，根據 Graves 及 Graves (1985) 在研究中提出了合作學習活動與環境的設計原則，包括：要有高度凝聚力的小組實體；要能包容與尊重個別差異；要規範群組與分享權威；要分

散責任並建立角色；有群組共同的目標與獎勵；有學習的內在激勵；有才能、技巧、及服務的交換；有與現實相關且可運用合作技能的工作；有可以促進互動的環境；小組成員要具人際互動的技巧。

四、合作學習的類型：

合作學習的類型分為許多種，但大部分常用到的分組法以下這幾種：一、學生小組成就區分法(Student Teams-Achievement Divisions，簡稱STAD)。二、小組遊戲比賽法(Teams-Games-Tournaments，簡稱TGT)。三、小組協助個別教學法(Team Assisted Individualization，簡稱TAI)。四、拼圖法Ⅱ(Jigsaw Ⅱ)。五、團體探究法(Group Investigation，簡稱GI)。六、合作統整閱讀法(Cooperative Integrated Reading and Composition，簡稱CIRC)等。

本研究所使用的合作學習法則是採用 David Johnson 與 Roger Johnson(1975)所發展的模式，稱之為共同學習(Learning Together，簡稱LT)，也是應用極廣的合作學習模式，到了後期 Jhonson & Jhonson 修改上述方法，建議組成二至六人的異質小組，小組成員彼此分享經驗和互相幫助，考試成績採個別計算，當小組整體表現或是成員個別表現達到預設標準，即可獲得獎勵。而小組與小組之間的關係可以是競爭也可以是合作。共同學習法重視合作學習的環境，重視互動及團體的運作歷程，但教師需在一旁隨時觀察，監督及教導其合作技巧，讓團體能共同完成並展現其成果。

其實施流程可簡單分為教學前的準備、說明合作學習的過程、學生進行合作學習的課程與教師隨時的監控及最後的評量與反思。其過程可細分為十八個階段

(Johnson、Johnson & Holubec，1994b；Johnson & Johnson，1999；王金國，2003)：

1. 教師先界定教學目標以利後續的教學設計。
2. 依學生的能力、合作技巧、教材內容、時間等，來決定決定小組人數，但人數不宜過多。
3. 進行分組，最好採異質分組。
4. 能妥善安排學習空間，讓組員之間可以方便討論但組與組之間能不互相干擾。
5. 以共同使用電腦軟體來促進彼此的互動及依賴性。
6. 可分派角色或角色輪替以增進相互依賴。
7. 解釋學科作業，讓同學可以知道作業的目標、活動方式及目的是什麼。
8. 讓學生知道除非整組成功，否則沒有個人無法成功，建構這樣的目標讓學生積極互相依賴。
9. 建立個人的責任，抽查學生個別了解了多少，以避免學生未盡責。
10. 除了小組本身合作學習

外，還能擴展至全班的合作。11. 解釋成功的標準，讓學生了解達到活動的哪一個標準及代表成功。12. 說明合作過程中理想的行為，適時提醒學生，希望學生能遵守。13. 督導學生的合作行為的技巧，以便能進行指導及評量。14. 提供作業上的協助，讓學生能更進一步完成目標。15. 除了課程外，教師必須適時介入教導學生合作的技巧，讓他們能學習較佳的處理方式。16. 教師最後應安排提供課程單元的總結，幫助學生對整個活動做個總統整。17. 除了評量過程中的表現，教師也要依據最後小組達到的目標做評析。18. 反省檢討整個過程，並表揚好的表現。

因此本研究以合作方式進行教學，以同儕為鷹架，希望透過每個活動的設計，讓學生在遇到問題時，由組間中較了解的學生進行實驗操作，引發組間互動的效應，激發彼此的思考，再透過最後的發表各組間給予回饋，最終能內化統整組織為自己的知識。搭配鷹架理論的六個教學步驟如下：1. 示範：能以同組間能力較高或知道該如何動手的學生進行示範，讓其他人可以模擬。2. 立即處理：同儕間能立即給予反應，贊同或反駁。3. 回饋：在學生表現後，同儕間能給予其回饋。4. 教導：能把老師託付的問題或針對同學間的表現，此刻程度較好的同學可以做相關的說明與指導。5. 發問：在團體互動間能善用語言幫助其思考。6. 認知建構：將組裡討論結果了解吸收後內化成自己的知識。本研究將以這六大步驟來設計相關的教學活動。

第二節 基礎幾何圖形的概念

在92年新綱的課程綱要中，數學的五大主題—『幾何』不僅重要，對學生而言也是較容易學習及有趣的單元。但如何能讓學生從學習過程中獲得樂趣又能獲得知識，便要從教學過程中著手，而教師在設計教學時首先以考慮學生的幾何學習的心理為基礎，才能讓學生獲得最佳的學習。本研究心理基礎以Van Hiele夫婦所提出的五個層次來描述這時期學生的心理狀況。其理論符合九年一貫的教學精神，在九年一貫課程中的幾何課程部分，認為圖形與空間的學習應從學生生活經驗中所熟悉的形體入手，把幾何課程分為四階段：階段一（一年級到三年級）：較強調幾何形體的認識、探索與操作，

學生對幾何形體中的幾何要素，也許能指認，但尚不清楚其結構意義。階段二（四年級到五年級）：由於數與量的發展逐漸成熟，學生開始結合數形兩大主題，學習運用幾何形體的構成要素（如角、邊、面）及其數量性質（如角度、邊長、面積）。階段三（六年級到七年級）：透過形體的分割、拼合、截補、變形及變換等操作，來了解形體的性質與幾何量的計算及非形式化推理。透過方位描述及立體模型的展開與組合以培養空間能力及視覺推理。階段四（八年級到九年級）：開始由具體操作情境進入推理幾何情境中，最終目標是學會推理幾何證明。以上恰好符合Van Hiele前四個層次：視覺化階段、分析階段、非形式演繹階段、演繹階段，而學生較難達成的第五階段稱為嚴密性階段。

Van Hiele (1986) 認為兒童的幾何思考具有五個發展階段，每個階段均各具其發展特徵（摘自中小學數學科教材教法，2005）：

第0層次：視覺化階段 (visualization)

第0層次思維的目標是形狀外觀的認識，以及它們「看起來像什麼」。

此階段的兒童藉由視覺來幫助觀察各種具體事物，藉由實物的輪廓來辨識圖形。例如看見硬幣的形狀會說是圓形，看見警告標誌會覺得是三角形，受物體外在影響很大，雖可以利用移動或轉動來辨別圖形間的異同，但無法了解圖形真正的意義。這階段的兒童可以學習數學非標準語言或數學術語。當兒童在此階段具備了完整的特徵後，即進展到次一階段。

第1層次：分析階段 (analysis)

第1層次思維的目標是能對圖形分類，而不是將它們視為單獨的個體。

屬於分析期，在這一階段兒童已經具有辨別圖形特徵的能力。能分析出幾何概念，透過觀察及實際驗證的方法，對圖形的組成要素及圖形的性質，也能用較標準的語言來描述，且能運用圖形的特性來解題，但對於不同圖形特徵之間的關聯卻無法說明有何關係存在。

第2層次：非形式演繹階段 (informal deduction)

第2層次思維的目標是了解形狀的性質。

這時期簡單的說就是理論的階段，兒童已經能夠對圖形間的各種要素瞭若指

掌，還能建立性質之間的關係以及圖形之間的關係，例如正方形是矩形的一種之包含關係。他們能夠歸納、辨認出圖形的種類、使用公式和定義，但還不能了解這些演繹的推理過程及證明。

第3層次：演繹階段 (deduction)

第3層次思維的目標是能夠理解幾何物件間的性質關係。

屬於具備嚴密性的思考階段，在這層次中，兒童可以經由抽象的推理過程來證明幾何的問題，並能有多樣化的想法，舉例來說，學生可以證明出勾股定理而不使用任何實物，簡單的來說，就是能利用邏輯推演來證明幾何的性質。

第4層次：嚴密性階層 (rigor)

第4層次思維的目標是能對幾何的公理系統做推論。

屬於五層次中的最高層次，這在國中階段很難有同學達到，這層次中兒童不僅能學習不同的幾何系統，更可以在不同系統間做相互的比較，了解抽象推理幾何甚至能推導出建立出定理。

這些層次是有順序的、且有特定的特徵，每個層次都有自己的語言及符號、某層次的內在性元素會成為下一層次的外在性元素、是藉由反覆思考的程序來提昇層次的。也就是說每個階段有其不同的特徵，且各發展層次之間有一定的順序，低層次無法越級進入高一級的層次。另外，不同幾何概念有不同的發展速度，當兒童經過適當的教學，可從較低層次的幾何思考到達較高層次的幾何思考。

故在低年級教學時，宜多安排具體的操作活動，如：滾動、堆疊、造形、塗色、描繪、……等活動，透過這些活動，讓兒童實際經驗並獲得概念。國小中、高年級的兒童，則已逐漸進展到分析階段，這時候的教學，可以安排適當的觀察及實際驗證的方法，分析圖形的構成要素及圖形的性質。第三階段以上屬於較深的幾何思考，不屬於大多數的國小階段兒童（劉好，1998）。

本研究的學生因國小畢業應具備第一層次的程度，而國中又第一次進入幾何的課程且單元屬於概念性再加以延伸的範圍，可以說是由簡單的概念分析進入了理論的部份，因此希望透過同儕間的相互討論或動態軟體的真實操作呈現，庶幾鷹架能引發概念

的理解且促進學生學習，讓學生能到達第二層次。

第三節 動態幾何軟體應用於幾何之相關研究

數學與理化兩學科本來就是國內外學生在學習上感覺較困難的科目，隨著課程的增加其難度也加深加廣，且國中面臨學測及課程進度的壓力，再加上國小到國中之間教學方法的落差，故造成學生在面臨數學的挑戰時已失去鬥志，更別提有任何的興趣了。這部份讓教師在教學中倍覺無奈但卻苦無適切的教學方法，造成了心有餘而力不足的現象。不過在九年一貫的推動下，強調教師必須自行開發教材，再加上資訊運用的普及，讓老師的角色也重新的被下了定義，教師應變成學生學習動機的引發者、學習過程中的協助者。

根據 Vygotsky 所強調的，改善兒童生成的環境，是有助於兒童的認知發展（張春興，1996）。從 1960 年電腦被引入教育界後，就開始不停的有人運用電腦來協助教師從事一些教學上的工作，許多研究顯示，電腦在教學上是具有提升數學學習成就的助益，且能縮短學習的時間，及激發學生正面的學習態度等多項功能（Gay, 1986；Sales、Williams, 1988；Thomas, 1993；Clement、Battista, 1994；Rochowicz, 1996；Roberts & Stephen, 1999）。國內的學者（吳鐵雄，民 72；陳明仁，民 80）認為電腦輔助教學是能有效突破我國目前傳統班級教學、適應學生個別差異、提升教學品質最關鍵的一種教學方式。也因為電腦輔助學習是教學中的一環，學習者可透過圖形或動態模擬的呈現，自行建構出自己的知識，且可以依照本身的速度來進行學習。這樣的強調電腦輔助學習，並非是讓電腦取代了教師的位置，蘇耿進(2005) 在研究設計中，便發現學生容易忽略了教學情境的設計，只迷惑於電腦的動態變化，說明了教師的存在性是無可取代的。也因此在此教學過程中，教師必需時時注意學生的回應，立即給予回饋，才能得到有效的教學。

林保平等(2000)認為「教具學具」觀點的電腦輔助教學，是將電腦當成工具，教師根據上課內容及所需教材的特質，設計出能幫助教學的教具或能讓學生操作的學

具。在這種觀點之下電腦輔助教學之設計簡化，教師只需根據教材或可能的活動內容，依電腦特性選取或設計合適的教具及學具來輔助教學。電腦輔助學習裡，教師所設計出來的教材是為了幫助學生學習而做的，必須循著學生的思考模式去設計，才能發揮其功效，讓學生去發現其內涵。但若是單單以「展示」的方式為來表現，且學生的討論不是引導到探討數學形成的原理上，其效能就只能與一般的教具相同，辜負了設計及使用電腦輔助的美意了（林保平，2000）。

多位學者（Noss & Hoyles，1996；謝哲仁，2000）也指出教師在教學時，可以透過電腦視窗環境營造出精緻化的數學意義，把抽象變的具體，使學生可以自己建構出完整的概念。但目前市面上的電腦軟體或者是電腦輔助教材，許多都是反覆精熟的學習之用，或是透過輸入、輸出的概念讓學生得到回應的結果，中間忽略了讓學生自己建構及操作討論的過程，也失去了其教學的原理。

關於幾何概念的建構，往往為了觀察歸納發現幾何性質的過程，卻忽略了其中幾何中許多的細節，故利用動態幾何軟體呈現的動態圖形，不僅可以將其過程模擬，甚至可以把抽象化的過程讓學生以操作或推論的方式具體化。但動態圖形的出現必須要能依據學生學習能力的基礎出發，否則也是需要高度的想像才能了解。由此可發覺，透過實驗、操作與探索的教學活動來認識幾何圖形的性質，對學生的知識建構及學習態度是非常有幫助的，也一直是國內外幾何教材內容所強調的精神（NCTM，2000；教育部，2002）。由此可知，電腦輔助學習可以利用動態圖像的方法提供學習者學習，讓學習者可以更加清楚的瞭解抽象的概念，繼而內化成自我的知識，奠定了學習的基礎（鄭晉昌，1997）。

謝哲仁、何政謀（2005）認為課程設計或電腦軟體教材設計，大部分是用圖形的搭配的方式呈現，缺乏直接以動態模擬或可利用滑鼠直接操作並控制圖形，如此使用者可觀察且紀錄改變的狀態，這樣的方式更有助於抽象概念的 formed。但以目前的教材看來，近年各軟體的普及，及資訊融入教學的拓展之下，能設計出充分被利用在課堂中的教材越來越多，且都能增加其功效，正好電腦能以動態圖像的方式呈現或記錄許多科學現象變化的過程，這些過程能提供學習者更強而有力的學習與連結其經驗，並藉由圖形

的變換、測量、試驗和分析，來推測和歸納出幾何圖形的關係及性質，進而加以驗證。所以在教材內使用了動態模擬的功能，這將有助於形成更有力的心像（謝哲仁、謝佩君，2006）。

而具有以上輔助幾何的性質，又能夠增加互動及操作性的軟體，固本研究欲採用之動態幾何繪圖軟體 The Geometer's Sketchpad (Jackiw, 1991)，以下簡稱 GSP，它具有多項符合的功能，如尺規作圖、動態連續變換、保持結構、紀錄作圖過程等特質，不但能精確的提供出幾何的圖形，更能增進教師與學生之間的互動、適時回饋的機會（林保平，1996），能符合鷹架理論中透過動作、交談及彼此的影響並與理解做連結的功能。以下根據其特性分段做說明。

第一、符合尺規作圖原理：目前市面上的繪圖軟體有許多種，不僅有華麗精緻的介面，也提供了簡單的操作，方便學生使用或設計圖形，但卻也忽略了在作圖的過程中，學生建構其幾何觀念的基本概念，也就是缺乏在教學幾何概念這項的考量。畫一個在幾何課本上出現的幾何圖形並不容易，但GSP軟體的作圖工具卻是利用最基本的元理，仿照直尺或圓規的作圖方法，可以容易且精準的做出符合我們期望的幾何圖形，例如畫點、線段、射線、直線、圓、弧、平行線、垂直線、角平分線...等。再利用點、線、圓的功能彼此交錯產生出交點，選取後能展現圖形的內部，也能利用這些基本的組合構成更加複雜的幾何圖形。由於這些作圖工具均依照幾何的定義而設計，不僅圖形精確且適合幾何教學（林保平，1997）。

第二、圖形的可變異性：使用GSP軟體所構成的圖形或基本部分，因為都是用定義的概念來完成的，所以不管是移動其位置、改變其形狀或者直接使用軟體中所提供的功能（ex：平移向量、鏡射軸、旋轉或相似中心、放縮的比例、旋轉的角度...等），去做平移、旋轉、鏡射、相似等的轉換功能。舉個例子：教師要用GSP來畫出一個正方形，首先會構成一個線段，利用每個角90度的定義把線段旋轉，旋轉了三次之後所建構的正方形，不管如何地拉動，甚至把圖形平移、鏡射、旋轉或者放大縮小，它會永遠保持是個正方形。這種幾何作圖及含有可操作及變異的功能，是動態幾何軟體能成為臆測、探索幾何性質工具的基本原因（林保平，1997）。

第三、動態連續變化：在GSP學習環境中，動態連續變化是個強大的特色之一，它可由兩種方式來表現，第一種是以設計好的教材，只要有按鍵的工作就可以讓圖形的變化展現出來，或者可以經由軟體內的度量工具，量測出角度、長度、面積、周長、弧長、點的座標，直線的斜率等這些主題，借以用數值來表現其變化的過程。這些動態化的呈現可以讓學生經由觀察、討論來增強其幾何能力的感覺。第二種為設計可動態式的教材，利用學生自行的操作，透過動態的呈現以達到學生的要求。這可以讓學生用不同的角度或方法來解決問題，由實驗中證實自己的想法，不僅提高了學生學習的興趣，更讓過程充滿了挑戰性。這些都是利用動態的模擬來發現幾何的不變性質。林保平(1997)也舉出相關範例，如商高定理的面積關係，可以經由平移和等面積變換的概念，讓學生直接操作或由電腦自動呈現。這與傳統的幾何教學，利用圖形教具靜態的推演或板書上直接進行公式的解說比較，缺乏了圖形結構轉變的感覺，而事實上幾何性質的發現與驗證往往要透過實際的操作觀察才會真正的建立起來（梁勇能，2000、左台益，2002）。

第四、同時具手動操作及自動化功能：GSP軟體具有拖曳及動態模擬功能，經由適當設計後，可以經由按鈕呈現出動態的模擬，不僅可以任意的停止、繼續，還能重複過程再求了解，來進一步觀察出數學的性質；也能直接透過手動的方式拉曳，選取使用者恰好需要的時刻停止動態的呈現，以便抓住其結果來觀察、比較及推論。這些功能可以讓觀察者自己選擇何種方式較能達到自己的要求。且手動與自動化兩者可以互相幫忙，在手動操作不易精準觀測到時（如：重合或疊合兩圖形），可透過設計動作按鈕使電腦自動操作，增加準確度（林保平，1997）。有專家學者認為亦認為，在設計動態幾何輔助學習環境時，利用動態模擬的特性，讓學生主動的操作與控制，這樣對呈現物件接近真實旋轉或變換情形，不僅可以讓學生產生心像上認知的衝突，還能讓原先空間能力產生增強作用，形成正確心像與變換（梁勇能，2000、左台益，2002）。

第五、特殊即一般（保持結構）：學生常對於特殊圖形在證明過程中，改變一些元素後就會認為它們是不同的題型，這就是對一般化的不了解。在動態幾何軟體下所作的幾何圖形，使用者可任意移動圖形的組成元素，雖圖形因構成元素的轉變而改變其相對位置或形狀，但其幾何結構是不變的（林保平，1997）。也就是說，通常我們因證

明需要而畫一個幾何圖形時，雖然畫的是一個「特殊」的圖形，但證明過程中一直將它以一般的性質來證明，證完之後，所證明的圖形也會擁有其一般的性質。

第六、記錄作圖過程：GSP還具有記錄操作或作圖過程的功能，當使用者從畫出三點、畫三角形到畫出三邊的垂直平分線，到發現三條垂直平分線交於一點，要經歷一些作圖的過程，這些作圖的痕跡是可以保留下來的，當下次要再使用時，可透過程式在展現出來。還可以把這些自己建構出來已完成的圖形當做是基本元素來使用，省去重新作圖的步驟，所做的圖形與原來的圖一樣，是一個一般化的圖形，若用三角形的例子舉例，可發現使用者可以建立畫內心、垂心、重心後，這些基本工具，又可組合成更複雜的工具，例如，由這三個心等工具又可構成畫尤拉線的工具，以檢驗這三點是否共線。這樣記錄作圖過程的功能，在協助教師幫助了解學生解題的思考過程上有很大的助益，教師也可以利用學生解題及作圖的痕跡，事後分析學生的思考過程，以利補助教學的進行（林保平，1997）。

使用動態幾何軟體進行教學，不但能善用電腦生動的視覺化學習環境，更因為軟體的方便取用及普遍性，開發的成本不高，也不會忽略掉傳統教學法中教學之間的互動及學生主動建構知識的優點，不僅能增加學習過程中的樂趣，且教師也能從學生的學習歷程觀察到學生概念的形成與演變（謝哲仁、林榮貴，2006）。

綜合上述結論，本研究以GSP為鷹架，希望透過每個活動的設計，讓學生在遇到問題時，能藉由動態幾何軟體進行實驗操作、驗證，激發出更有效的學習。搭配鷹架理論的六個教學步驟如下：1. 示範：以GSP中的動態功能來進行示範。2. 立即處理：根據搭配的學習單問題，透過動態幾何的呈現立即得到解答。3. 回饋：圖形的變動及轉化可以清楚看出過程，讓學生能了解。4. 教導：利用按鈕部份教學且能讓學生相互批判各自觀察到的狀況。5. 發問：鼓勵學生多發表其所觀察到的狀況。6. 認知建構：在操作、討論完畢後，需將資料統整建構成數於自己的知識。本研究將以這六大步驟來設計相關的教學活動。

第四節 研究問題

有關多媒體融入教學，已有許多的理論來支持，因此知識具有社會性，經由合作的學習、理解和問題解決而建構起來。學習也是一種角色轉移的過程，教學者在教學過程中，應扮演協助者、支持者的角色；在學習過程中，透過有效的互動而形成學習責任的轉移，在互動的過程裡，由成人的幫助或同儕之間的合作，即形成學習的鷹架（scaffolding），透過這些鷹架的支持，讓個人逐漸地學會這些學習活動之後，所需的支持就越來越少，最後獨立於外在的支持，獨自發展並提昇認知能力。他的可能發展區（the zone of proximal development）也是有名的主張，同儕之間的合作能促進學習成長，因為年齡相近的兒童「可能發展區」相似，在同儕合作互動上，彼此能分享不同的觀點，透過同儕之間的互動，刺激個人「可能發展區」的成長，促進學生學習的成就和群性的發展（黃詠仁、王美芬，2002）。

根據研究動機與研究目的，提出了欲探討的待答問題如下：

1. 分別施以三種不同的鷹架教學，對學生的數學學習成效及數學學習態度是否有所差別？
2. 國中教師以動態幾何和同儕為鷹架並行，對於不同程度(高、中、低)學生數學科學習成效的差異為何？
3. 國中教師以動態幾何和教師指導為鷹架教學，對於不同程度(高、中、低)學生數學科學習成效的差異為何？
4. 國中教師以同儕為鷹架教學，對於不同程度(高、中、低)學生學科學習成效的差異為何？
5. 把合作和電腦輔助學習並行，是否有加成的作用？

第三章 研究方法

本研究目的是針對國中二年級的學生在平面幾何單元中，根據文獻的支持選擇了動態幾何及同儕合作來當鷹架，利用不同的鷹架的組合「動態幾何及同儕合作」、「同儕合作」、「動態幾何及教師指導」的協助在數學學習成就及數學態度之比較，希望藉由此可讓第一線的教師作為參考。本研究除了進行相關文獻的探討外，並對三組學生實施數學成就測驗前後測、數學態度前後測、並在實施完教學過程後，針對各組做「新課程的學習狀況調查表」，利用 EXCEL 及 SPSS16.0 來做資料分析以期完整呈現研究結果。

本章共分六小節，第一部份介紹研究的整個設計、第二部份為說明研究樣本的選取、第三部份為研究假設、第四部份為描述實施的程序流程、第五部份為研究工具介紹及最後一節為資料處理的方式。



本實驗設計因考量無法具有隨機分派受試者於實驗班級中，但由於研究班級為常態分班，故設計模式如下表：

表 3-1-1 實驗設計圖

O1	O2	X1 (動態幾何及同儕合作)	O3	O4	O5
O6	O7	X2 (動態幾何及教師指導)	O8	O9	O10
O11	O12	X3 (同儕合作)	O13	O14	O15

註：O1、O6、O11 為「平面幾何圖形成就測驗前測」

O2、O7、O12 為「數學學習態度前測」

O3、O8、O13 為「平面幾何圖形成就測驗後測」

O4、O9、O14 為「數學學習態度後測」

O5、O10、O15 為「新課程學習狀況調查表」

研究步驟分為下列五大點：

- (一) 以非隨機分派的方式將受試者分為三組。由於此校實施常態編班，故學生入學時均採S型編班方式進入。(男生從25班→1班、女生則由1班→25班)

- (二) 實施教學過程前，三組均施以「平面幾何圖形成就測驗前測」(O1、O6、O11)及「數學學習態度前測」(O2、O7、O12)。
- (三) 實驗過程中，將單元內容分成11個小單元課程，每階段一開始為教師進行教學，以介紹教學目標、說明活動方式及最後呈現的方法。接著三組分別施以不同的鷹架學習「動態幾何及同儕合作」、「動態幾何及教師指導」、「同儕合作」(X1、X2、X3)
- (四) 實驗結束後，三組分別施以「平面幾何圖形成就測驗後測」(O3、O8、O13)、「數學學習態度後測」(O4、O9、O14)及「新課程學習狀況調查表」(O2、O7、O12)。

本研究的各項實驗變項表整理下圖：

表 3-1-2 實驗變項表

自變項	控制變項	依變項
動態幾何 及 同儕合作	1. 起點行為 2. 授課時數 3. 教學進度 4. 教學者 5. 課程內容	1. 數學學習成效 2. 數學學習態度 3. 新課程學習狀況調查表
動態幾何 及 教師指導	1. 起點行為 2. 授課時數 3. 教學進度 4. 教學者 5. 課程內容	1. 數學學習成效 2. 數學學習態度 3. 新課程學習狀況調查表
同儕合作	1. 起點行為 2. 授課時數 3. 教學進度 4. 教學者 5. 課程內容	1. 數學學習成效 2. 數學學習態度 3. 新課程學習狀況調查表

解釋如下：

(一) 自變項：

第一組採「動態幾何及同儕合作」方式：五堂課在電腦教室上課，課程每階段開始為教師進行教學，再由同儕分組合作及操作動態幾何軟體為鷹

架輔助學習（採3~4人異質分組並使用一台電腦）。

第二組採「動態幾何及教師指導」方式：五堂課在電腦教室上課，課程每階段開始為教師進行教學，再由學生開始操作動態幾何軟體為鷹架輔助學習。（個人操作一台電腦）。

第三組採「同儕合作」方式：五堂課在傳統教室進行合作學習，課程每階段開始為教師進行教學，再由同儕的鷹架搭配互動活動來學習（採3~4人異質分組）。

（二）控制變項：

1. 起點行為：三個班分別取二上的三次段考成績、複習考成績及數學學習態度前測等進行變異數分析，發現結果均不顯著，代表三個班的起始點是相同的。
2. 授課時數：三個班皆在一週內實驗完畢，均為五節課（每節課均為45分鐘）。
3. 教學進度：三個班的進度皆相同，使用的學習單及小考測驗也都配合每節課的進度。
4. 教學者：三個班皆在二上的時候由研究者本身擔任數學任課老師，一年內來學生上課狀況不錯且與教學者皆有良好的互動。研究者本身為國立交通大學應用數學系畢業，實際教學年資為七年，從第一年為實習教師到後六年為正式教師皆在同一所國中服務，對於教學與使用多媒體融入課程皆抱持著高度的熱忱。
5. 課程內容：取自國中數學課程康軒版二年級下學期第四冊第二章第一節的「生活中的平面圖形」，三個班使用相同的學習單。但以動態幾何輔助的兩個班均有自行設計的GSP課程內容搭配學習單；而未以動態幾何輔助的一個班則有相對應的課程活動設計（同GSP課程內容）搭配學習單使用。

（三）依變項：

1. 數學學習成效：指三組受測者接受平面幾何圖形成就測驗後測的得分。

2. 數學學習態度：指三組受測者接受數學學習態度後測的得分。
3. 新課程學習狀況調查表：指三組受測者接受新課程學習狀況調查表的結果。
4. 學習單：有過程中學童的意見回饋及感想。

第二節 研究對象

本研究的正式研究樣本取自於新竹市某公立國中，其一、二年級均有25班，三年級有21班，全校共有71個班級，屬於新竹市市區的大型學校。由於該校之編班方式是由新生入學之時，將新生之入學測驗資料統一交於新竹市政府教育局採取S形之方式進行常態編班，因此即使本實驗中之研究樣本雖無法以隨機分派，但卻不失為一個常態編取的樣本。

故選取二年級三個班的學生：第一個班級採動態幾何及同儕合作方法學習，人數共35名（其中男生18人、女生17人）、第二個班級採動態幾何及教師指導方法學習，人數共36名（其中男生18人、女生18人）、第三個班級採同儕合作方法學習，人數共35人（其中男生19人、女生16人）。

這些二年級學生從一年級入學即接受九年一貫的課程，而且從二上開始為相同的數學老師進行教學持續到二下。故此實驗中，三班隨機分配不同的方式進行教學，下圖為三個班在二上的成績狀況：

表 3-2-1 三次大考成績表

班級	第一次大考	第二次大考	第三次大考	Mean
第1班	51.89	67.31	73.91	64.37
第2班	48.46	57.69	68.06	58.01
第3班	55.40	65.00	74.74	65.05

將三個班的三次平時成績做分析，如下表3-2-2所示，其分析符合變異數同質性的假定(F統計量為0.784、顯著性為0.459>0.05)，因此進行ANOVA變異數分析，發現結果不顯著(F=0.904、顯著性為0.408>0.05)，由此可知三個班的成績並無顯著差異，

可以說在數學學習成就上具有相同的起點。

表 3-2-2 三次平時考 ANOVA

ANOVA					
	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	1075.282	2	537.641	.904	.408
Within Groups	61276.533	103	594.918		
Total	62351.816	105			

並對三個班做數學學習態度之前測，其結果如下表所示：

表 3-2-3 數學態度成績分佈表

班級	N	Mean	Std Deviation
第1班	35	114.26	22.356
第2班	36	112.75	27.660
第3班	35	111.31	16.298

將三個班的數學態度變異數分析，因不符合變異數同質性的假定(F統計量為3.358、顯著性為 $0.039 < 0.05$)。因此需要採行不同於傳統的ANOVA之F分析，如下表3-2-4所示，使用Brown-Forsythe或Welch之F分析，其結果均無顯著差異(Welch之F統計量為0.199、顯著性為0.82；Brown-Forsythe之F統計量為0.149、顯著性為0.862)，固三個班的數學態度並無顯著差異，可以說其數學學習態度的起點相同。

表 3-2-4 數學態度 Brown-Forsythe 或 Welch 之 F 分析

Robust Tests of Equality of Means				
前總分				
	Statistica	df1	df2	Sig.
Welch	.199	2	65.867	.820
Brown-Forsythe	.149	2	89.943	.862

由以上結果可知，此研究樣本雖選自同一所國中的不同班級，但具有相同的教學環境、學校資源及表現。

本研究為觀察不同程度學生之表現，每個班均依照學期數學成績分組，分組表如下：

表 3-2-5 不同班級 vs 不同程度之人數分佈百分比

	高程度	中程度	低成度	總人數
第1個班	11(31.43%)	11(31.43%)	13(37.14%)	35
第2個班	12(33.33%)	12(33.33%)	12(33.33%)	36
第3個班	11(31.43%)	11(31.43%)	13(37.14%)	35
總人數	34	34	38	

其中兩個需要分組的班級，則採用異質分組，每組含有高、中、低數學程度的學生各一名(有兩組學生需 4 人一組，則為高、中程度各一名，低程度兩名)，編排過程也依據任課老師與各班導師考量學生的領導能力及參予能力做小幅度的微調，希望可以發揮分組中互助合作的最大功能。



第三節 研究工具

研究工具分為五項來探討，將本研究之工具一一作說明：第一項為研究者所在學校提供的電腦輔助教學環境、第二項為研究者自編設計的 GSP 課程教材、第三為生活中的平面幾何圖形試卷、第四為新課程學習狀況調查表及最後一項為數學學習態度問卷等，將逐一說明如下。

壹、電腦輔助教學環境

研究者所使用的環境為現任學校的兩間電腦教室，因校內課程早已排定，再加上兩個班共 10 節課必須全程使用電腦，所以必須兩間教室皆使用，也因為擔心學生會搞錯教室，故每節課前下課時間會請各班小老師先確認該教室。為了避免學生在不同教室內秩序的混亂，研究者一開始以固定學生的座位，必儘量讓兩間電腦教室的位置分佈相同，位置分配如下圖(亦補上分組合作的教室配置圖)：

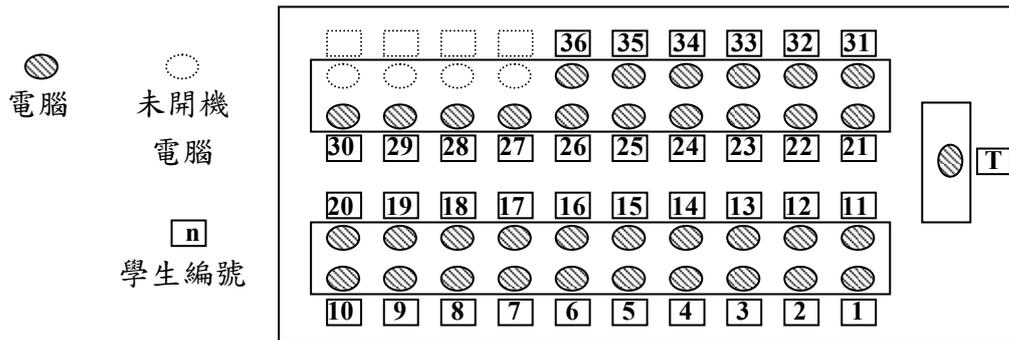


圖 3-3-1 兩間電腦教室位置配置圖 -G 班

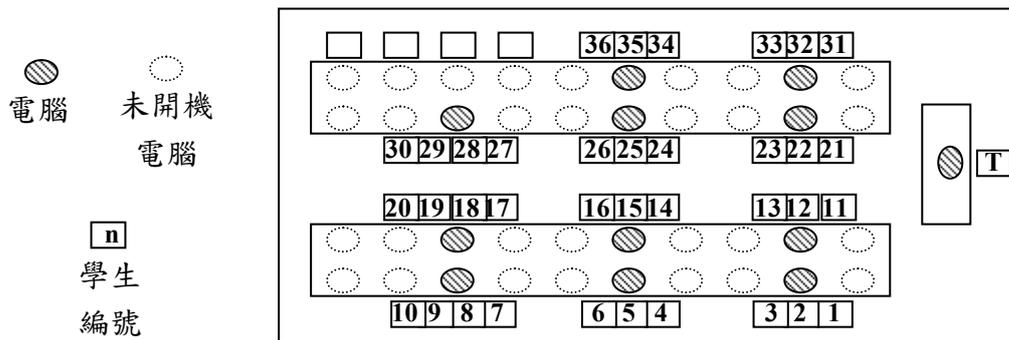


圖 3-3-2 兩間電腦教室位置配置圖 -GC 班

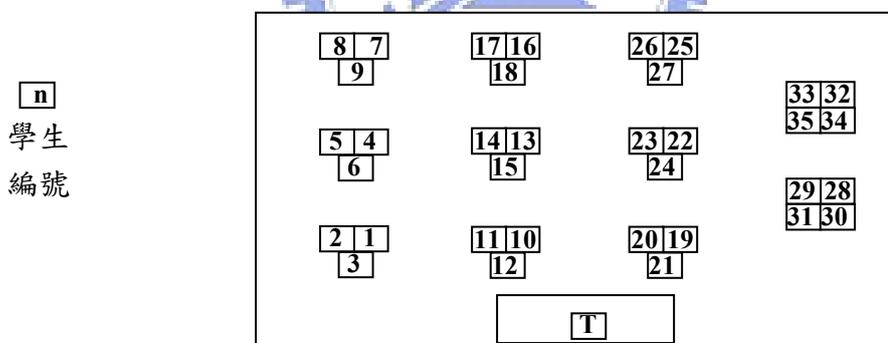


圖 3-3-3 分組合作的教室配置圖 -C 班

研究者除了使用電腦教室的硬體設備及GSP軟體進行教學之外，為了讓講解者有主控的方便性，所以還使用學校電腦系統中的廣播教學系統控制器，其中用到了幾項控制功能，分別說明如下：

- (1) 老師廣播系統：研究者可藉由廣播系統，令全部學生的畫面都切換為主控電腦的畫面，學生在此時無法自行操作，以利講解者的說明。
- (2) 學生廣播系統：研究者可將報告組別的電腦切換給全體學生，這時除了報告者外，

其餘學生此時無法自行操作電腦，以利報告者的說明。

貳、課程內容

本研究將課程內容分為 11 個單元，在三種不同鷹架教學之下各設計了 11 個活動，活動開始皆由教師為主導者，以介紹教學目標、流程、活動方式及講解每階段單元的簡單概念介紹，完畢後配合相同的學習單，開始進行三種不同鷹架的各組教學活動。活動分做兩種課程教材：

1. 使用動態軟體為鷹架(GSP)的班級的課程教材介紹如下：

研究者以 GSP 軟體為編制教材的工具，在五節課中分別設計了五項不同主題的課程(再細分成 11 個單元)，與校內兩位數學資深教師討論每節課的細部流程，修改部分後即完成研究中所使用的課程教材。以下將介紹 GSP 使用軟體及介紹每節重點的課程教材：

GSP 為目前國中教師使用輔助軟體中最多人使用且最廣泛流傳的，因為它具備了以下這些功能：符合尺規作圖原理、圖形的可變異性、動態連續變化、同時具手動操作及自動化功能、特殊即一般（保持結構）、記錄作圖過程，不僅可以讓學生能從實作中學習到簡單的原理變化，且能學習從實作觀察中去推出結論來，因此選擇了 GSP 來作為研究共設計了 11 單元，使用動態幾何鷹架來幫助學生學習。

以下將五堂課中各選一單元活動來做解說：

第一節課重點介紹：介紹直線為主軸，由兩點決定一直線推到多點到共線題目及比較線的長短，由簡單的操作讓學生推出公式來，且利用 GSP 的動畫呈現，讓同學可以更清楚的了解變化過程，圖 3-3-4 為其中操作一介面。

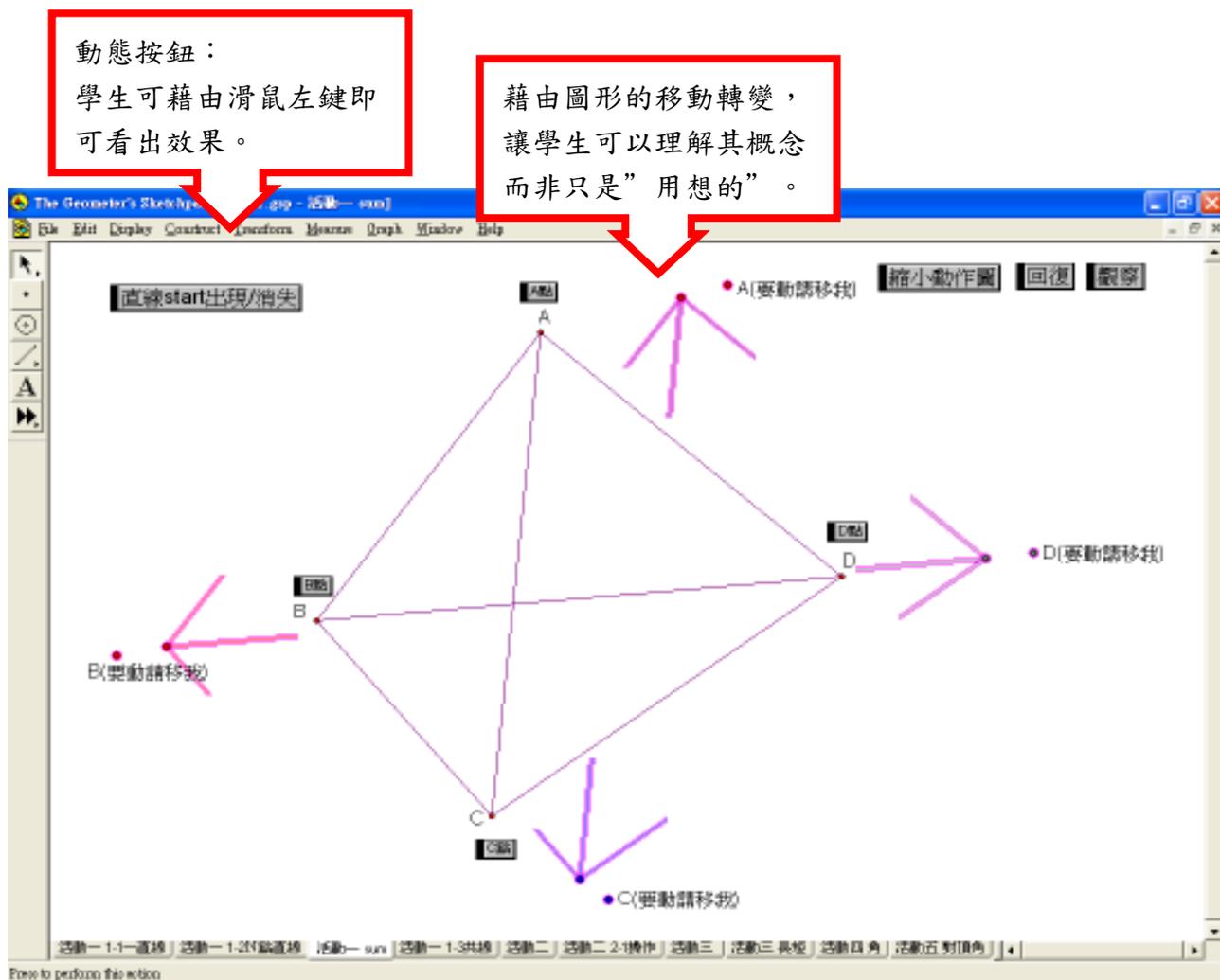


圖 3-3-4 GSP 第一節課教材

第二節課重點介紹：由線切入到角的過程，讓同學借由分類知道不同角的名稱及特性、比較角的大小和對頂角的介紹，圖 3-3-5 為其中一個操作介面。

角度依各
聰明的地方

我們把它們
類為 **五種**：
分組，把主角們分類吧！

主角出場

$m\angle Y'NY = 97.$

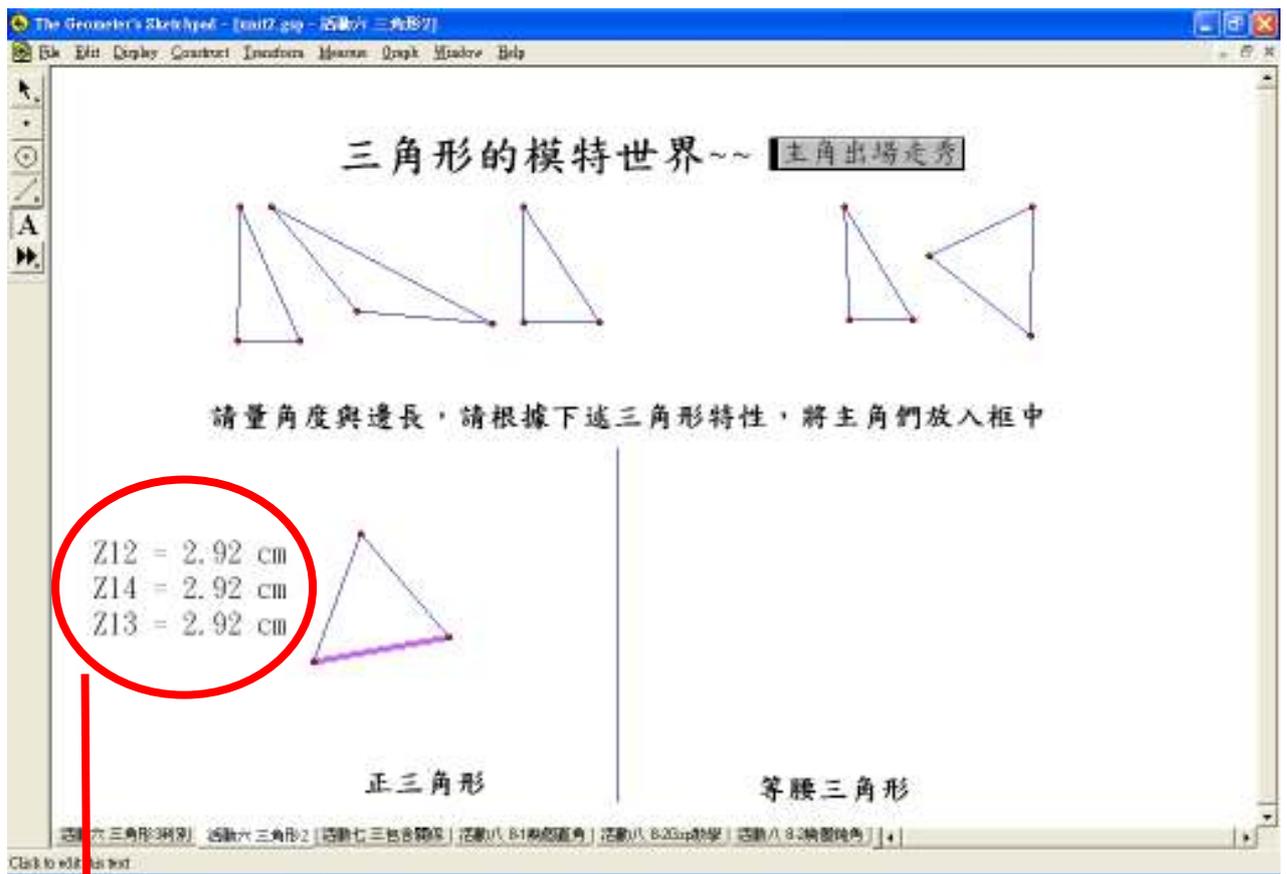
平角 角度=180°		周角 角度=360°
銳角 角度<90°	直角 角度=90°	鈍角 180°>角度>90°

可量測：
學生手動去測量出
角度為多少。

移動性：
可讓學生手動去移
動這些圖形到左邊
方格內。

圖 3-3-5 GSP 第二節課教材

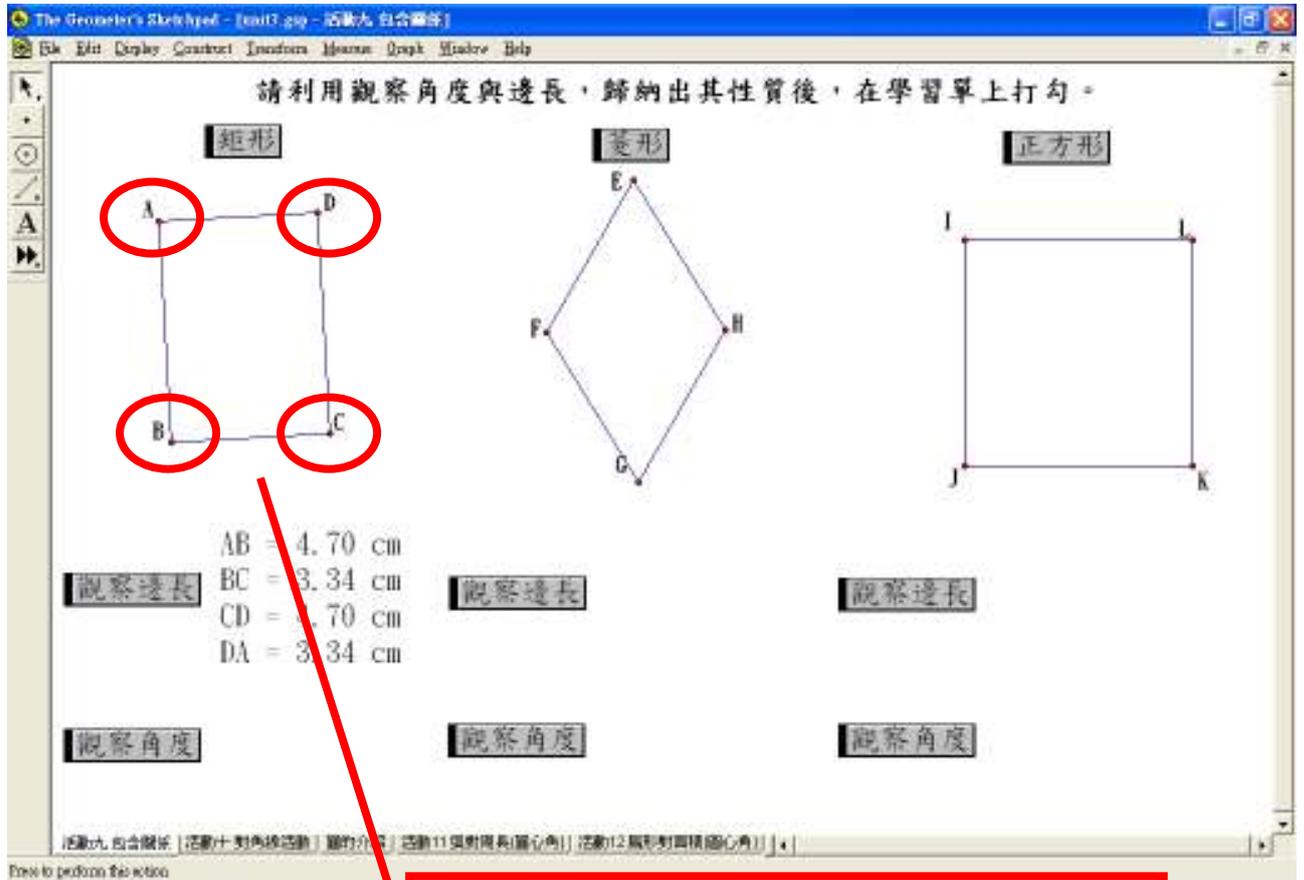
第三節課重點介紹：因為前兩節剛接觸軟體時，學生不熟悉固需要較清楚的介紹，但從第三節課開始，教學的速度變的更流暢。第三節除了介紹三角形的基本概念，也開始利用 GSP 的軟體讓學生自行測量、自行歸類、到討論歸納出結果，甚至連最難的包含關係，也可利用 GSP 中性質不變的功能，讓學生更能清楚知道包含的原理，圖 3-3-6 為其中一個操作介面。



可量測：
學生手動去測量出
邊為多少。

圖 3-3-6 GSP 第三節課教材

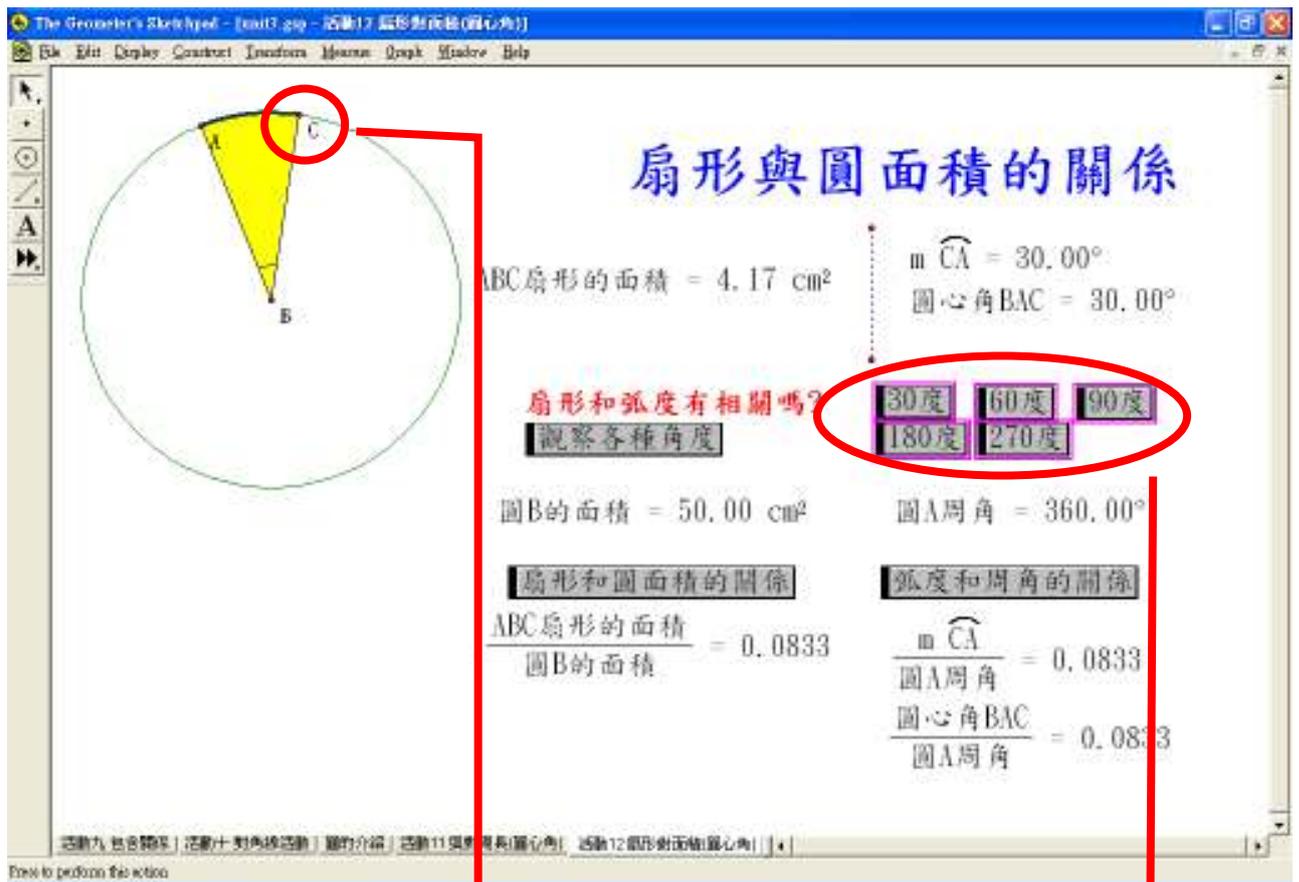
第四節課重點介紹：延續上述的包含關係，從三角形的包含到四邊形的包含關係，讓學生透過測量及圖形的可變異性，去逐步歸納出來包含的概念，圖 3-3-7 為其中一個操作介面。



可拉動改變圖形(但並不會改變形狀的本質)：
學生可隨意拉動 A、B、C、D 四點去改變舉行的
大小及長寬，去觀察邊長及角度。且此圖形永遠都不會
改變，一樣是矩形。

圖 3-3-7 GSP 第四節課教材

第五節課重點介紹(也就是最後一節)：最後一部分為圓的課程，在國小學生曾簡單接觸過半圓、四分之一圓等，但對於圓與扇形的比例關係並無特別強調。所以國中除了加深介紹圓的相關名詞之外，也利用 GSP 的特性，讓學生透過操作實際及學習單的統整討論來了解弧和圓周、扇形面積和圓面積、圓心角和周角之間的關連性，圖 3-3-8 為其中一個操作介面。



學生可以隨意移動C點，調成自己想要的弧度或角度。配合觀察一旁的數據，會發現資料會隨著移動而改變，進而觀察統整出結論。

動態圖形：
學生可左鍵點選左圖想觀察的角度，圖形會自動模擬到指定的角度去。

圖 3-3-8 GSP 第五節課教材

2. 單純使用同儕合作為鷹架的班級的課程教材介紹如下：

研究者以配合課本的活動及 GSP 軟體為編制的教材內容，在五節課中分別設計了五項不同主題的課程(再細分成 11 個單元)，與校內兩位數學資深教師討論每節課的細部流程，修改部分後即完成研究中所使用的課程教材，。以下將簡略以五堂課的各某一單元活動來做解說：

第一節課重點介紹：介紹直線為主軸，由兩點決定一直線推到多點到共線題目及比較線的長短，給予由簡到繁的活動讓學生去實作，利用畫出來的結果去推得結論及公式，圖 3-3-9 為其中一個活動介面。

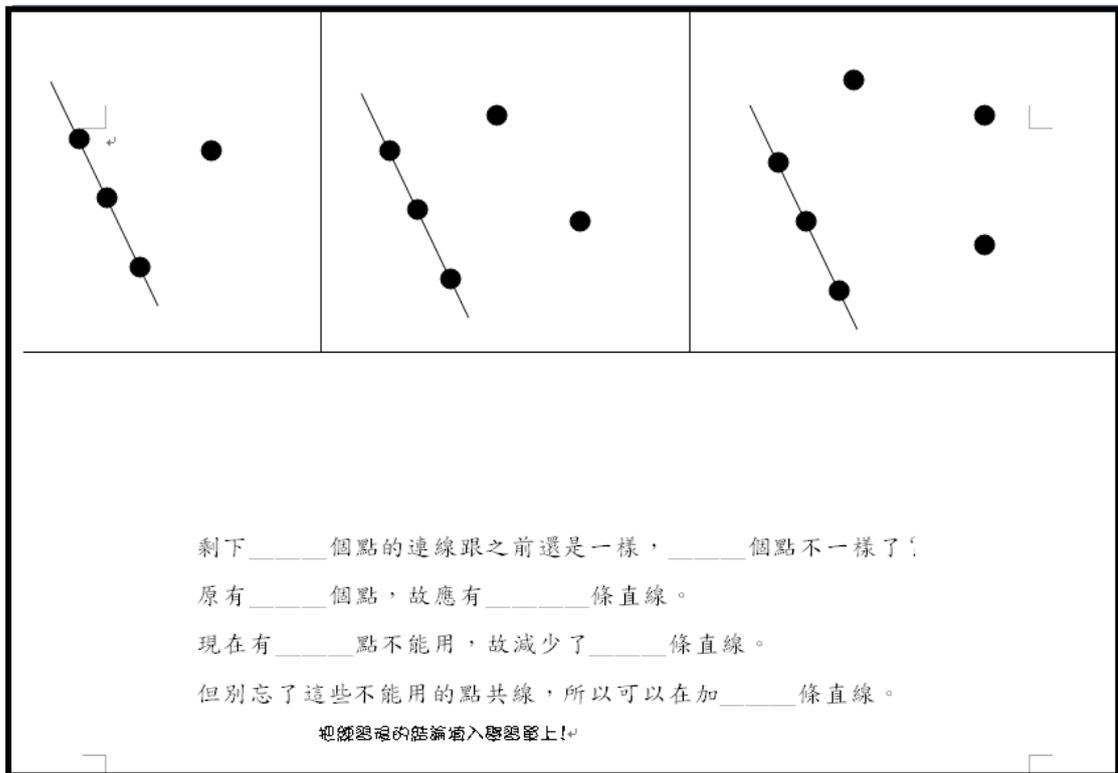


圖 3-3-9 合作第一節課教材

第二節課重點介紹：由線切入到角的過程，讓同學借由分類知道不同角的名稱及特性、比較角的大小和對頂角的介紹，利用剪紙與摺紙的方式進行活動，讓學生自己推得，圖 3-3-10 為其中一個活動介面。

(活動五) 剪下右圖 4 個角，你可以發現所謂的對頂角。
 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 有何關係嗎？重疊貼在法三中～

自己畫在右圖畫任意兩條線，剪下來後試試看，結果是否一樣？
 你能說明原因嗎？

圖 3-3-10 合作第二節課教材

第三節課重點介紹：除了介紹三角形的基本概念，讓學生自行測量、自行歸類、到討論歸納出結果，圖 3-3-11 為其中一個活動介面。

圖 3-3-11 合作第三節課教材

第四節課重點介紹：延續上述的包含關係，從三角形的包含到四邊形的包含關係，讓學生透過測量及圖形的可變異性，去逐步歸納出來包含的概念，圖 3-3-12 為其中一個活動介面。

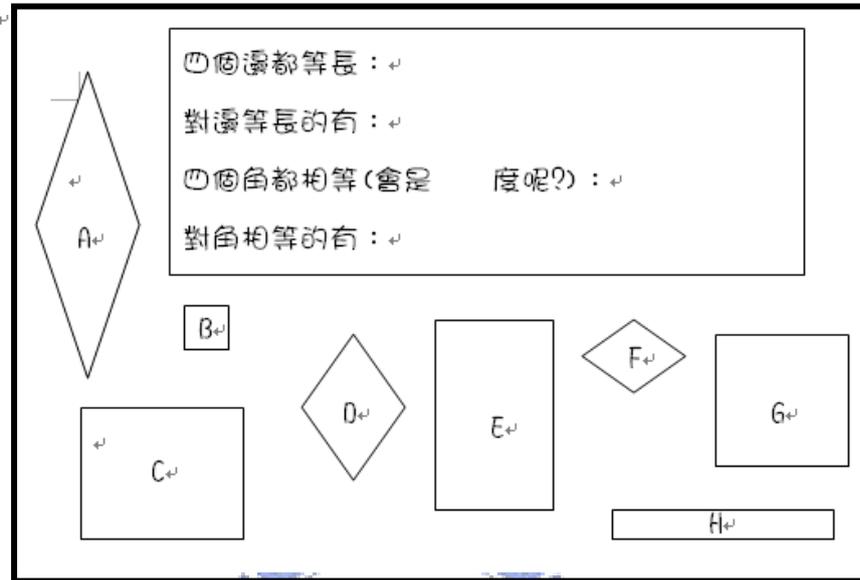


圖 3-3-12 合作第四節課教材

第五節課重點介紹(也就是最後一節)：內容部份同 GSP 的課程，但過程則是利用摺紙的特性，讓學生透過操作實際及學習單的統整討論來了解弧和圓周、扇形面積和圓面積、圓心角和周角之間的關連性，圖 3-3-13 為其中一個活動介面。

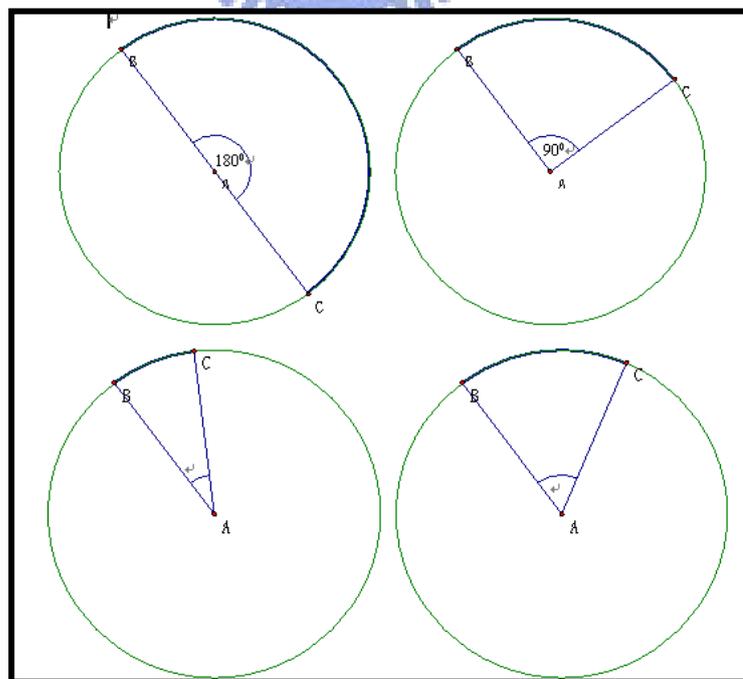


圖 3-3-13 合作第五節課教材

參、生活中的平面幾何試卷

本研究的成就測驗，是根據康軒版第四冊第二章第一節「生活中的平面圖形」中的能力指標所設計，如下列所示（教育部，1999）：

S-4-01 能利用形體的幾何性質來定義某一類形體。

S-4-03 能描述複合形體構成要素間的可能關係。

S-4-04 能利用形體的性質解決幾何問題。

S-4-08 能理解三角形的幾何性質。

S-4-09 能理解多邊形的幾何性質。

S-4-10 能辨識一個敘述及其逆敘述間的不同。

此單元包括點、直線、線段、角、基本平面幾何圖形及其基本性質，根據這些基本概念，再配合能力指標的相關原則進行編制試題，編制完畢後再與校內兩位專業教師討論新增刪減，完成共設計了選擇題七題、填充十七格、計算四題共計 28 題，滿分為 100 分。於課程教學前實施數學成就測驗(前測)，時間為 45 分鐘，並於進行教學完兩週之後再進行一次相同的成就測驗(後測)，取前後測的成績差異(後測-前測)來做分析。

肆、新課程學習狀況調查表

新課程學習狀況調查表為參考林星秀(2001)所編制的 GSP 使用調查表所改編而成，共 14 題來分別探討學生對新課程的意見反應，選項分別為同意、沒意見等三個選項，並要求學生填寫勾選的該選項的原因，最後一題為獨立的意見題(可複選)，討論學生在整個新課程中最喜歡的部份為何。除此之外，在新課程的資料分析中，除了簡易的敘述統計討論外，把其中的 13 題作因素分析，萃取出三個因素(第 8 題單題佔一個因素，固刪去)，另外兩個因素則分別命名為課程活動及內容理解兩部分，再將這兩層面做分析探討。

伍、數學學習態度問卷

本研究的問卷採用林星秀(2001)所設計的數學學習態度問卷，此問卷為參考姚如芬(1993)及李默英(1983)的數學學習態度量表及心理學專家所編

制而成。

此量表採用李克特式的五等尺度量表（five-point Likert scale）計分方式，有五個選項依學生所認同的程度圈選，選項分別為：非常同意(5分)、同意(4分)、沒有意見(3分)、不同意(2分)及非常不同意(1分)，反向題的計分方式則相反，總分分數越高代表越滿意，越低則表示越不滿意。此量表分為四個層面，分別為：學習慾望、學習方法、學習過程及數學信念。題數及反向分配如下表所示：

表 3-3-1 數學態度問卷題向分層表

	計分方式	題項
學習慾望	正向題	4、5、7、19、20、22、27、29
	反向題	6、10、12、18、24、30
學習過程	正向題	23、25、26
	反向題	3、11、13、14
學習方法	正向題	1、2、9、17
	反向題	無
數學信念	正向題	8、21
	反向題	15、16、28

根據數學態度的前測資料，依照量表的四個層面來進行項目分析。先將總分由高到低排序，取前27%者當作高分組；而後27%當成低分組，再將高低兩組進行獨立樣本T檢定以進行資料的縮減，發現在第三題（ $t=1.534$ ， $p=0.13>0.05$ ）、第十四題（ $t=0.861$ ， $p=0.392>0.05$ ）的結果不顯著，將此結果與教授討論過後決定給予刪除。其餘題項由下表3-3-2可以看出，題項在高低分組的差異性考驗之決斷值（即t值）均達顯著差異水準（ $p<0.05$ ），表示各題項均具有良好的鑑別度（第二題及第九題因鑑別度介於0.2~0.3，屬於尚可的程度，故將題項討論後給予修改）。

刪除題項完畢後，再將四個層面分層跑以Cronbach α 值來確認其信度，結果如下：學習慾望層面 α 係數為0.912、學習方法層面 α 係數為0.801、學習過程

曾面 α 係數為0.882及數學信念層面 α 係數為0.889， α 係數皆大於0.7符合一般信度檢驗要求。且得整體Cronbach α 係數為0.956>0.7。如下表所示：

表 3-3-2 數學態度信度表

四個層面	題號	T值	P-value	分層信度	整體信度		
學習慾望	4	4.560	0.000	0.912	0.956		
	5	6.402	0.000				
	6	5.751	0.000				
	7	3.980	0.000				
	10	4.232	0.000				
	12	3.910	0.000				
	18	5.317	0.000				
	19	3.381	0.001				
	20	3.543	0.001				
	22	3.764	0.000				
	24	4.113	0.000				
	27	4.959	0.000				
	29	4.667	0.000				
	30	5.366	0.000				
學習過程	11	5.434	0.000	0.882	0.956		
	13	4.007	0.000				
	23	5.072	0.000				
	25	4.406	0.000				
	26	4.214	0.000				
學習方法	1	4.094	0.000	0.801		0.956	
	2	2.328	0.023				
	9	2.666	0.010				
	17	6.407	0.000				
數學信念	8	3.386	0.001	0.889			0.956
	15	3.201	0.002				
	16	4.312	0.000				
	21	4.182	0.000				
	28	4.578	0.000				

第四節 實施程序

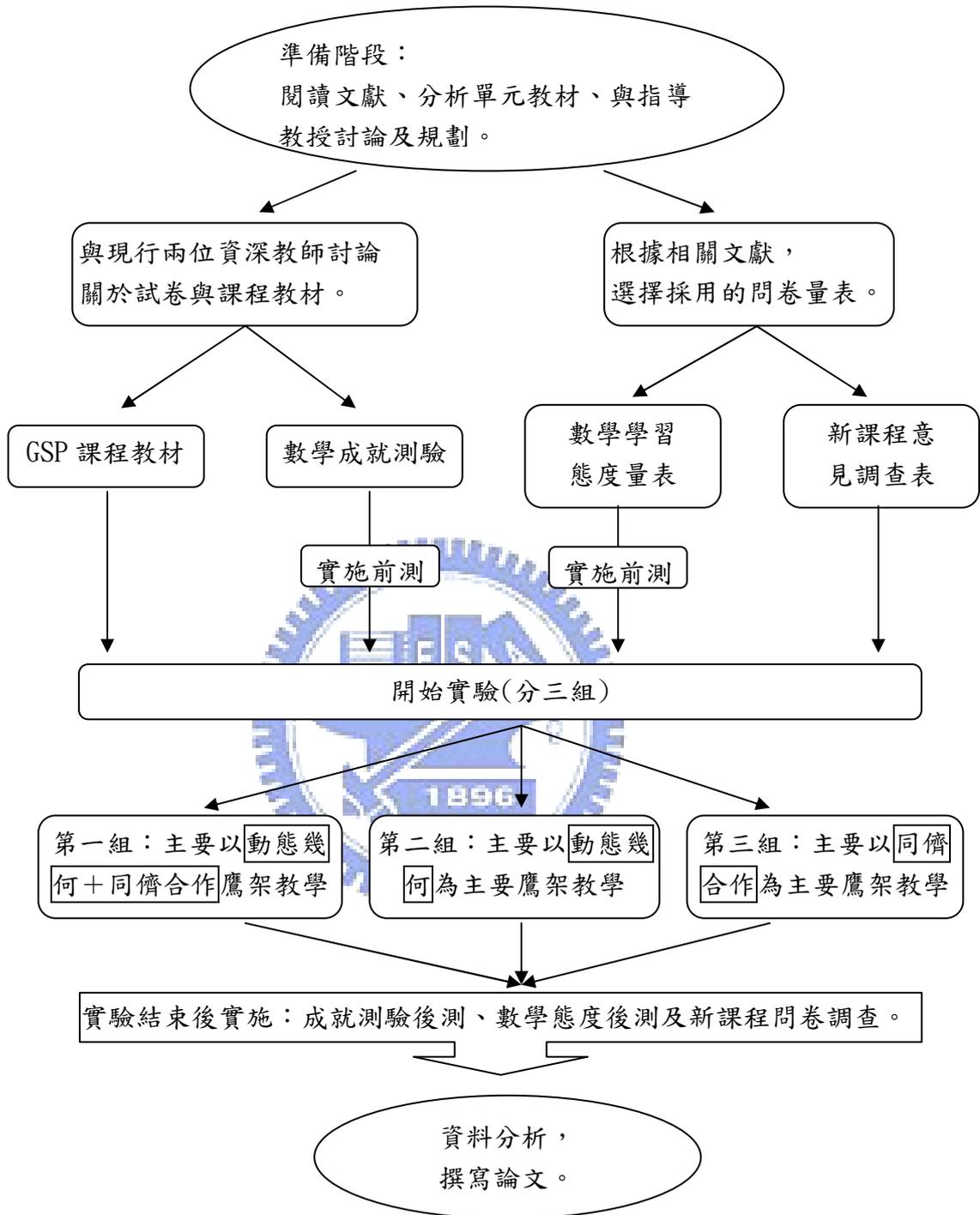


圖 3-4-1 實施程序流程表

第五節 資料處理

使用 Excel 作簡單的敘述性統計及 spss16.0 做相關資料分析、將學習成就測驗及數學學習態度量表的顯著水準 α 值定為 0.05。

第四章 研究發現與討論

本研究目的在討論使用不同的鷹架協助學童，對其學習成就、學習態度是否有顯著差異，且從中觀察各種鷹架對不同程度的學生有何影響，並探討合作與電腦輔助的鷹架合作是否有加成的作用。在這章節分兩節來討論：第一節為研究發現，呈現各項資料分析的結果（數學學習成就、數學學習態度、及新課程問卷調查等）、第二節為研究討論，根據第一節所得到的資料結果，配合學生上課的狀況及教師與之互動的反應做分析討論，也對過程中學生使用學習單時的感想、新課程時的意見表達、建議做更深入的探討，其結果說明如下：

第一節 研究發現

本節將根據資料結果來分析在三個不同鷹架教學方法之下，得到的前後測數學測驗成績、前測後測的學習態度量表及新課程學習狀況調查表，以後測-前測的分數進行分析。再根據不同的教學法之下，將學生細分三種程度來比較，其結果如下。

壹、不同鷹架教學對學生的學習成效與學習態度之結果

首先以成就測驗來看：

分別以敘述統計來分析三個班的前後測(第一個班為動態幾何+同儕合作，簡稱GC班、第二個班為動態幾何及教師指導，簡稱G班、第三個班為同儕合作，簡稱C班)。由圖4-1-1可看出三個班的基本平均數及進步成績，且發現進步分數的多寡為：GC班>C班>G班。

表 4-1-1 三個班成績分佈表

	前測	後測	後-前
動態幾何+同儕合作 (GC班)	17.62857	76	58
動態幾何 (G班)	27.34286	68	42.4
同儕合作 (C班)	23.35294	77.4	54.09

再以前後測結果跑相依樣本 T 檢定，其結果如下表 4-1-2 所示，二配對樣本 t 考驗結果發現，其前後測之差異達顯著水準(t 值分別為-21.718、-10.725、-19.565，其 p 值皆<0.05)，可表示**前後測的分數有顯著不同**：

表 4-1-2 三個班數學測驗前後測相依樣本 T 檢定

Paired Samples Test						
		Mean	Std. Deviation	t	df	Sig. (2-tailed)
GC班	前-後	-58.2	15.854	-21.72	34	.000
G班	前-後	-41.3	23.092	-10.73	35	.000
C班	前-後	-54.5	16.475	-19.57	34	.000

最後探討實施三種不同鷹架的課程之後，三個班進步的成績是否會有顯著差異，首先執行變異數同質性考驗(Test of Homogeneity of Variances)顯示 F 統計量 (Levene Statistic) 為 2.205，顯著性為 0.115，未達顯著差異的水準($p > 0.05$)，符合變異係數同質性的假設，可執行傳統的變異數分析。

以 ONE-WAY ANOVA 執行資料分析，發現考驗結果 F 統計量為 7.014，顯著性為 0.001，達顯著差異的水準($p < 0.05$)，需要再進一步執行事後比較。其結果如下表所示，可知道根據 Scheffe 事後比較結果有顯著差異者有 GC 班 > G 班、C 班 > G 班，而 GC 班和 C 班則無顯著差異，且發現動態幾何與同儕合作及同儕合作的班級數學學習成就的進步優於單純使用動態幾何的班級。

表 4-1-3 三個班數學測驗 ANOVA 事後分析

Multiple Comparisons			
後-前	Scheffe		
(I)不同鷹架	(J)不同鷹架	Mean Difference (I-J)	Sig.
GC班	G班	16.922*	.002
	C班	4.400	.650
G班	GC班	-16.922*	.002
	C班	-12.522*	.032
C班	GC班	-4.400	.650
	G班	12.522*	.032

*, The mean difference is significant at the 0.05 level.

在數學態度方面，下表為三個班數學態度的前、後測分佈。由於數學態度採李克特式量表五點計分，題數共 28 題，由下表 4-1-4 可發現各班在實施教學前的測驗（平均皆大於 3 分），表現學生原本對學習數學的態度接持正向的看法，且在實驗結束後施以相同問卷（及後測），結果表示施測結束後學生的數學態度仍是保持正向反應，雖然對於學生學習態度不管施測前後皆為正向，但本研究卻也發現在實施完三種不同教學法後，C 班數學態度的分數卻是後退的，這部分留到第二節將再做詳細探究。

再根據下表的結果可推得，不論是數學學習態度前、後測，結果都是 GC 班>G 班>C 班，且有使用動態幾何的班級數學態度是正向提升的。

表 4-1-4 三個班數學態度前後測之對照表

	動態幾何+同儕合作 (GC)			動態幾何+教師指導 (G)			同儕合作 (C)		
	前測	後測	後-前	前測	後測	後-前	前測	後測	後-前
總分	107.23	108.34	1.11	105.36	106.5	1.14	104.46	101.69	-2.77
平均	3.8296	3.8694		3.7629	3.804		3.7306	3.6316	

主要探討在三種不同的鷹架教學之下，學生的數學學習態度是否增加或有顯著差異，首先執行變異數同質性考驗 (Test of Homogeneity of Variances)，其結果顯示顯示 F 統計量 (Levene Statistic) 為 2.244，顯著性為 0.111，未達顯著差異的水準 ($P>0.05$)，符合變異性同質性假定，利用單因子 ANOVA 考驗結果 $F=2.169$ ，顯著性為 0.120 未達顯著水準 ($P>0.05$)，表示三個班雖施以不同的鷹架，但對數學態度的進步並無顯著影響。

綜合以上幾點結論可推得，在三個班使用不同的鷹架教學中：有使用同儕合作的班級成就測驗顯著未使用同儕的班級。有使用動態幾何的班級在數學態度雖無顯著差異，但卻能獲得提升。

在新課程的兩個層面中，發現三個班在課程活動及內容理解兩部份分別進行單因子 ANOVA 考驗結果皆無顯著差異 ($F=0.562$, $Sig=0.572>0.05$ 、 $F=2.761$, $Sig=0.0682>0.05$)。但可由下表 4-1-5 發現其總平均皆高達 2.5 分以上 (尤其在課程活動的部份，

每組平均高達 2.5 以上)，表示多數的學生不管那一種方式都願意去嘗試學習，且只要課程設計得當，都可以提高他們學習的意願。

表 4-1-5 三個班新課程學習狀況調查表之分布

	動態幾何+同儕合作 (GC)			動態幾何+教師指導 (G)			同儕合作 (C)		
	課程活動	內容理解	總分	課程活動	內容理解	總分	課程活動	內容理解	總分
平均	2.55	2.49	2.530	2.625	2.708	2.65	2.52	2.514	2.516

貳、使用動態+同儕為鷹架對不同程度學生之結果

首先以成就測驗來看：

把三種程度的學生分別以高程度以 GCH 表示、中程度以 GCM 表示、低程度以 GCL 表示，取其前、後測跑相依樣本 T 檢定，其結果如下表所示，二配對樣本 t 考驗結果，其前後測之差異達顯著水準 (t 值分別為 -37.3、-25.3、-9.7，其 p 值皆 < 0.05)，可表示前後測的分數有顯著不同：

表 4-1-6 動態+同儕班三程度前後測相依 T 檢定

Paired Samples Test						
		Mean	Std. Deviation	t	df	Sig. (2-tailed)
GCH	前-後	-69.4	6.4	-37.3	11	.000
GCM	前-後	-60.6	8.3	-25.3	11	.000
GCL	前-後	-46.7	18.0	-9.7	13	.000

再探討進行相同的鷹架教學之下，三種不同程度的學生進步的成績是否有顯著差異，首先執行變異數同質性考驗 (Test of Homogeneity of Variances)，其結果顯示顯示 F 統計量 (Levene Statistic) 為 7.255，顯著性為 0.003 達顯著差異的水準

($P < 0.05$)，未符合變異性同質性。因此需要採行不同於傳統 ANOVA 之 F 分析，而使用 Brown-Forsyth 及 Welch 法進行變異數分析考驗結果，結果顯示出這三組之間的學習效

果有顯著差異，（Brown-Forsyth之 $F=10.461$ 及 Welch之 $F=9.544$ 其 P 值皆為 $0.001 < 0.05$ ），而進一步以 Games-Howell 法進行事後考驗，結果如下表所示，根據事後比較結果進步成績有顯著差異為高程度 > 中程度、高程度 > 低程度，而中程度和低程度的進步成績則無顯著差異。

表 4-1-7 動態+同儕班三程度數學測驗 ANOVA 事後分析

Multiple Comparisons			
後-前			
Games-Howell			
(I) 程度	(J) 程度	Mean Difference (I-J)	Sig.
GCH	GCM	8.727*	.042
	GCL	22.671*	.003
GCM	GCH	-8.727*	.042
	GCL	13.944	.067
GCL	GCH	-22.671*	.003
	GCM	-13.944	.067

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

再利用敘述統計分析三種程度對三種鷹架的進步成績表，可由下表發現進步分數的優劣為 $GCH > GCM > CGL$ ：

表 4-1-8 動態+同儕班進步成績之對照表

鷹架 程度	動態幾何+ 同儕合作 (GC)	動態幾何 (G)	同儕合作 (C)
高程度 (H)	69	56	65
中程度 (M)	61	48	55
低程度 (L)	47	20	45

在數學態度方面，以動態+同儕分組的鷹架教學之下，不同程度的學生其數學學習態度是否增加或有顯著差異，首先執行變異數同質性考驗 (Test of Homogeneity of Variances)，其結果顯示顯示 F 統計量 (Levene Statistic) 為 2.393，顯著性為 0.108

未達顯著差異的水準($P>0.05$)，符合變異性同質性假定。再利用單因子 ANOVA 考驗結果得 $F=3.705$ 且其 $P=0.036<0.05$ 達顯著水準，根據 Scheffe 事後分析結果如下表發現，發現進步的分數有顯著差異的為 $GCL>GM$ ，其他程度並無顯著差異。

表 4-1-9 動態+同儕班三種程度數學態度 ANOVA 事後分析

Multiple Comparisons			
後-前 Scheffe			
(I) 程度	(J) 程度	Mean Difference (I-J)	Sig.
GCH	GCM	4.455	.552
	GCL	-6.035	.313
GCM	GCH	-4.455	.552
	GCL	-10.490*	.038
GCL	GCH	6.035	.313
	GCM	10.490*	.038

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

再根據下表的敘述統計可發現，進步幅度 $GCL>GCH>GCM$ 。

表 4-1-10 動態+同儕班三種程度數學態度前後測分布表

程度	GCH			GCM			GCL		
	前測	後測	後-前	前測	後測	後-前	前測	後測	後-前
總分	118.09	118.36	0.3	115.73	111.55	-4.18	90.846	97.154	6.3
平均	4.2175	4.2273		4.1331	3.9838		3.2445	3.4698	
TOTAL	前測平均=3.8296、後測平均=3.8694、進步總分=1.1								

在新課程的兩個層面中，使用單因子 ANOVA 考驗結果發現三種程度在課程活動及內容理解兩部份皆無顯著差異 (Brown-Forsyth 之 $F=2.477$ ， $Sig=0.108<0.05$ 、 $F=0.206$ ， $Sig=0.815<0.05$)。但由下表 4-1-11 可看出不同的程度學生對於課程活動、內容理解的認同度也有所不同，但因平均值皆大於 2，所以可以說不同程度的學生皆能同意動態幾何與同儕合作的教學方法。

表 4-1-11 動態+同儕班新課程學習狀況調查表之分布

	高程度(GCH)			中程度(GCM)			低程度(GCL)		
	課程活動	內容理解	總分	課程活動	內容理解	總分	課程活動	內容理解	總分
平均	2.39	2.57	2.45	2.45	2.45	2.45	2.77	2.46	2.67

在新課程的學習狀況問卷中，最後一題為複選題，在此列出其結果：

題項：在新課程的活動中，我比較喜歡的部分。因為此部份為複選題，請學生自行選出在實施新課程的期間，較喜歡的部分為哪些？由下表發現結果如下，以 GC 班來說，不管哪一種程度的學生，最認同的部分都是在和同學討論，尤以中、低程度的學生幾乎達到九成多贊同，而在性別部份，GC 班男女較喜歡和同學討論。

表 4-1-12 問卷第十四題 C G 班分程度分男女百分比

	GCH	GCM	GCL	GC 男	GC 女
老師講解	5	5	9	9	10
%	45.5	45.5	69.2	47.4	62.5
自己操作	7	2	8	10	7
%	63.6	18.2	61.5	52.6	43.8
和同學討論	8	10	12	17	13
%	72.7	90.9	92.3	89.5	81.3
都喜歡	4	2	8	8	6
%	36.4	18.2	61.5	42.1	37.5
都不喜歡	1	1	1	1	1
%	9.1	9.1	7.7	5.3	6.3

參、使用動態幾何為鷹架對不同程度學生之結果

首先以成就測驗來看：

把三種程度的學生分別以高程度以 GH 表示、中程度以 GM 表示、低程度以 GL 表示，取其前後測跑相依樣本 T 檢定，其結果如下表 4-1-13 所示，二配對樣本 t 考驗結果，其前後測之差異達顯著水準(t 值分別為-13.3、-13.1、-3.4，其 p 值皆<0.05)，可表示前後測的分數有顯著不同。

表 4-1-13 動態班級三程度數學測驗前後測相依 T 檢定

Paired Samples Test						
		Mean	Std. Deviation	t	df	Sig. (2-tailed)
GH	前-後	-56.0	14.8	-13.3	12	.000
GM	前-後	-48.4	13.2	-13.1	12	.000
GL	前-後	-19.5	20.5	-3.4	12	.000

再探討進行動態幾何的鷹架教學之下，三種不同程度的學生進步的成績是否有顯著差異，首先執行變異數同質性考驗(Test of Homogeneity of Variances)，其結果顯示顯示 F 統計量(Levene Statistic)為 2.384，顯著性為 0.108 未達顯著差異的水準 (P>0.05)，符合變異性同質性假定，單因子 ANOVA 考驗結果 F=14.959 其 P=0.000<0.05 達顯著水準，再進一步以 scheffe 進行事後考驗，結果如下表所示，根據事後比較結果進步成績有顯著差異為高程度>低程度、中程度>低程度，而高程度和中程度的進步成績則無顯著差異。

表 4-1-14 動態班三程度數學測驗 ANOVA 事後分析

Multiple Comparisons			
後-前 Games-Howell			
(I) 程度	(J) 程度	Mean Difference (I-J)	Sig.
GH	GM	7.500	.572
	GL	36.417*	.000
GM	GH	-7.500	.572
	GL	28.917*	.001
GL	GH	-36.417*	.000
	GM	-28.917*	.001

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

再利用敘述統計分析三種程度對三種鷹架的進步成績表，可由下表4-1-15發現進步分數的優劣為GH>GM>GL：。

表 4-1-15 三種程度及三個班進步成績之對照表

程度 \ 鷹架	動態幾何 + 同儕合作 (GC)	動態幾何 (G)	同儕合作 (C)
高程度(H)	69	56	65
中程度(M)	61	48	55
低程度(L)	47	20	45

以動態幾何的鷹架教學之下，不同程度的學生其數學學習態度是否增加或有顯著差異，首先執行變異數同質性考驗(Test of Homogeneity of Variances)，其結果顯示 F 統計量(Levene Statistic)為 1.921，顯著性為 0.162 未達顯著差異的水準 (P>0.05)，符合變異性同質性假定。再利用單因子 ANOVA 考驗結果得 F=0.997 且其 P=0.38>0.05 未達顯著水準，由此顯示 G 班三種程度的學生在數學態度進步上並無顯著差異。但根據下表的敘述統計可發現其進步幅度為 GL>GH>GM。

表 4-1-16 動態班三種程度數學態度前後測分佈表

程度	GH			GM			GL		
	前測	後測	後-前	前測	後測	後-前	前測	後測	後-前
總分	124.08	124.3	0.3	109.67	108.5	-1	82.333	86.67	4.3
平均	4.4315	4.441		3.9167	3.875		2.9405	3.095	
TOTAL	前測平均=3.7629、後測平均=3.804、進步總分=1.139								

在新課程的兩個層面中，使用單因子 ANOVA 考驗結果發現三個程度在課程活動及內容理解兩部份皆無顯著差異 (F=1.037, Sig=0.366>0.05、F=0.093, Sig=0.911>0.05)，但可由下表可看出平均值大於 2，表示不同程度的學生皆同意動態幾何的教學方法，尤以低程度學生最認同。

表 4-1-17 動態班新課程學習狀況調查表之分布

	高程度(GH)			中程度(GM)			低程度(GL)		
	課程活動	內容理解	總分	課程活動	內容理解	總分	課程活動	內容理解	總分
平均	2.55	2.73	2.61	2.45	2.67	2.60	2.76	2.73	2.75

在新課程的學習狀況問卷中，最後一題為複選題，在此列出其結果：

題項：在新課程的活動中，我比較喜歡的部分。此部份為複選題，請學生自行選出在實施新課程的期間，較喜歡的部份為哪些？由下表發現結果，以G班來說是以自己操作的部份最高，且三種程度的學生高達九成認同，可以知道三種程度的學生都喜歡自己使用動態幾何的輔助。而以性別來看，G班男生較喜歡操作，而女生則偏向操作與討論並行。

表 4-1-18 問卷第十四題 G 班分程度分男女百分比

	GH	GM	GL	G 男	G 女
老師講解	9	8	7	12	12
%	75.0	66.7	58.3	66.7	66.7
自己操作	11	11	12	18	16
%	91.7	91.7	100.0	100.0	88.9
和同學討論	10	10	11	15	16
%	83.3	83.3	91.7	83.3	88.9
都喜歡	7	7	7	11	10
%	58.3	58.3	58.3	61.1	55.6
都不喜歡	0	0	0	0	0
%	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

肆、使用同儕合作為鷹架對不同程度學生之結果

把三種程度的學生分別以高程度以 CH 表示、中程度以 CM 表示、低程度以 CL 表示，取其前後測跑相依樣本 T 檢定，其結果如下表所示，二配對樣本 t 考驗結果，其前後測之差異達顯著水準(t 值分別為-17.0、-16.8、-10.2，其 p 值皆<0.05)，可表示前後測的分數有顯著不同：

表 4-1-19 同儕班級三程度數學測驗前後測相依 T 檢定

Paired Samples Test						
		Mean	Std. Deviation	t	df	Sig. (2-tailed)
CH	前-後	-65.0	13.2	-17.0	11	.000
CM	前-後	-55.1	11.4	-16.8	11	.000
CL	前-後	-45.2	16.6	-10.2	13	.000

再探討進行相同的鷹架教學之下，三種不同程度的學生進步的成績是否有顯著差異，首先執行變異數同質性考驗(Test of Homogeneity of Variances)，其結果顯示顯示 F 統計量(Levene Statistic)為 0.27，顯著性為 0.765 未達顯著差異的水準 (P>0.05)，符合變異性同質性假定，單因子 ANOVA 考驗結果 F=5.408 其 P=0.009<0.05 達顯著水準，再進一步以 scheffe 進行事後考驗，結果如下表所示，根據事後比較結果進步成績有顯著差異為高程度>低程度，而其他程度的進步成績則無顯著差異。

表 4-1-20 同儕班三程度數學測驗 ANOVA 事後分析

Multiple Comparisons			
後-前			
Games-Howell			
(I) 程度	(J) 程度	Mean Difference (I-J)	Sig.
CH	CM	9.818	.306
	CL	19.755*	.010
CM	CH	-9.818	.306
	CL	9.937	.270
CL	CH	-19.755*	.010
	CM	-9.937	.270

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

再利用敘述統計分析三種程度對三種鷹架的進步成績表，可由下表可發現三種程度學生其進步分數的優劣為CH>CM>CL。

表 4-1-21 三種程度及三個班進步成績之對照表

鷹架 程度	動態幾何+ 同儕合作 (GC)	動態幾何 (G)	同儕合作 (C)
高程度 (H)	69	56	65
中程度(M)	61	48	55
低程度(L)	47	20	45

以同儕合作的鷹架教學之下，不同程度的學生其數學學習態度是否增加或有顯著差異，首先執行變異數同質性考驗(Test of Homogeneity of Variances)，其結果顯示顯示 F 統計量(Levene Statistic)為 0.326，顯著性為 0.724 未達顯著差異的水準 ($P>0.05$)，符合變異性同質性假定。再利用單因子 ANOVA 考驗結果得 $F=0.199$ 且其 $P=0.821>0.05$ 未達顯著水準，顯示 C 班三種程度的學生在數學態度進步上並無顯著差異。

但根據下表的敘述統計可發現，進步幅度竟皆為負數，其中 CH 退的分數最高，顯現出單純利用同儕合作，學生雖抱持正向的數學態度，卻無法增強其態度。

表 4-1-22 同儕班三種程度數學態度前後測分佈表

程度	CH			CM			CL		
	前測	後測	後-前	前測	後測	後-前	前測	後測	後-前
總分	116.36	112.55	-4	100.36	97.909	-2	97.846	95.692	-2
平均	4.1558	4.0195		3.5844	3.4968		3.4945	3.4176	
TOTAL	前測平均=3.7306、後測平均=3.6316、進步總分=-2.77								

在新課程的兩個層面中，使用單因子 ANOVA 考驗結果發現三個程度在課程活動及內容理解兩部份皆無顯著差異 ($F=0.032$, $Sig=0.969>0.05$ 、 $F=0.64$, $Sig=0.534$ >0.05)，但可由下表可看出平均值大於 2，表示不同程度的學生皆同意同儕合作的教學方法。

表 4-1-23 同儕班新課程學習狀況調查表之分布

	高程度(CH)			中程度(CM)			低程度(CL)		
	課程活動	內容理解	總分	課程活動	內容理解	總分	課程活動	內容理解	總分
平均	2.53	2.61	2.56	2.49	2.41	2.46	2.53	2.52	2.53

在新課程的學習狀況問卷中，最後一題為複選題，在此列出其結果：

題項：在新課程的活動中，我比較喜歡的部分。因為此部份為複選題，請學生自行選出在實施新課程的期間，較喜歡的部份為哪些？由下表發現結果如下，以 C 班來說，也是

不論哪一種程度，學生大部分較喜歡和同學討論的部份，但其中以中、低程度的學生高達九成多。以性別來看，C班男女都偏向和同學討論。

表 4-1-24 問卷第十四題 C 班分程度分男女百分比

	CH	CM	CL	C 男	C 女
老師講解	5	5	9	9	10
%	45.5	45.5	69.2	47.4	62.5
自己操作	7	2	8	10	7
%	63.6	18.2	61.5	52.6	43.8
和同學討論	8	10	12	17	13
%	72.7	90.9	92.3	89.5	81.3
都喜歡	4	2	8	8	6
%	36.4	18.2	61.5	42.1	37.5
都不喜歡	1	1	1	1	1
%	9.1	9.1	7.7	5.3	6.3

第二節 研究發現之討論

本節將根據前述的研究發現、參考文獻及學生上課的反應及回饋，來探討在實施完三種不同教學法後，其數學成效、數學態度等結果之討論，將依照兩種狀況來分析：第一個為三種鷹架輔助之下，何者的數學學習成效、學習態度有顯著增加或變化，第二個為在某種鷹架輔助下，不同程度的學生其數學學習成效、學習態度是否有顯著差異或變化。依這兩點來分別比較、探討這些原因的形成，並分析其結果。

壹、不同鷹架教學對學生的學習成效與學習態度結果之討論

研究者發現在動態幾何與同儕合作為鷹架的共同輔助之下，實施完畢後施以前、後測成績，故以後測-前測的分數進行變異數分析，CG 班的數學成效則顯著優於 G 班且進步的幅度也大於 C 班，且在數學態度的轉變方面則是 CG 班與 G 班都有進步，但 C 班卻是數學態度下降，由此可推得兩項結論：

以同儕間為鷹架可以有效提升學生的學習成效。

以動態幾何為鷹架可以增強學生的學習態度，但在統計上並無顯著表現。

此結論與文獻中所提的使用動態幾何與同儕合作學習，可以更提升學生的學習成效及數學態度相符。

根據表 4-1-1 可發現使用兩種鷹架教學的班級在數學成效上都是進步較多的，以下為根據學生的課程意見及反應對兩種鷹架的合併使用，針對提升學生的學習成效做說明：

小美 (GCL)：有同學的幫忙，可以讓我不清楚的地方可以變的較清楚。

小強 (GCM)：大家一起討論很有趣，可以聽到很多不同的想法。

小諭 (GCH)：一邊操作一邊看著變動的數字，感覺真的很神奇。

小明 (GCH)：使用 GSP 不但可以更了解圖形的變化，更可以自己操作出想要的結果，真的很好玩。

由此可發現，同學間可藉由彼此間的幫忙，低程度的學生可獲得更多的指導、高程度的學生可以藉由指導他人更精進自己的學習，再配合動態幾何的輔助之下，都可以藉由操作來增進對圖形的了解及推廣，且不論程度如何，都可以透果簡易的操作來完成作業。

雖然在變異數分析中，GC 班和 C 班的成就測驗進步成績並無顯著，但根據表 4-1-1 中的兩班比較，發現 C 班的成就測驗進步幅度較小，以下由學生的意見與反應可推斷如下：

阿芬 (CH)：討論時間可以短一點，多加強些難題來計算比較有效率。

阿光 (CL)：組長都不像其他組的會教同學。

發現單純施以同儕合作為鷹架的班級中，高程度的學生認為設計的活動是較簡單的，對於觀念的理解上較不重視，認為不應多花時間在理解活動的部分，強調應該多算一些題目，因此對於基本的概念過於的輕視，再加上分組時雖有分配工作，但卻因少部分的同學不配合而干擾了大多數人的學習，這樣不僅破壞了小組間的關係，甚至於影響了全班的教學成效。

且發現實驗中的三個班學生，皆因平時在數學課的反應及對學習的習慣都不

錯，故實驗前的數學態度測驗結果反應皆為正向，施測完畢的後測結果也都是正向，且三個班的數學態度進步分數並無顯著差異，但在 C 班卻呈現出全班數學態度下降的情況，雖根據文獻部份，同儕學習可以造成數學態度的提升，與結果不符值得提出來討論，結果發現在學習單中學生提出了較多相同的意見為：

阿啟 (CM)：組長老是自以為是不聽其他人意見。

小喬 (CM)：別組感覺很團結，但我們這組的組員都各做各的。

小倫 (CH)：為了活動要搬椅子，再搬回來，很麻煩且浪費時間。

由此可發現，雖然分組可以讓學生彼此互相協助，但某些事物也會左右其學習態度的成效，不過由於研究者所使用的態度量表的測驗題項，問法皆為對一般的數學態度的想法，容易讓學生聯想到之前甚至國小時的學習模式，這樣的態度在短短測驗一週後並不容易改變，因此結果的獲得並不容易得到顯著。

而在單純使用動態幾何方面，根據表 4-1-3 其學習成效顯著低於另兩組，可由學生的回饋來探究，如下所示：

阿佑 (GM)：這樣的上課方式不太能和同學討論。

阿光 (GL)：我不太會用電腦所以不太懂，又不太敢問老師。

發現課堂中因有老師的講解和電腦的輔助，在時間已經飽和的狀況下，無法和同學盡情討論是讓學生覺得不好的地方，且對於電腦不上手的孩子而言，即使是簡易的操作，但因為有學習單及同學們似乎動作很快的壓力下，反而變的畏縮而變的不敢去嘗試。

以上結論為在三個班處以不同鷹架下，對於學生的學習成就及數學態度有明顯的不同，發現其中以透過動態幾何及同儕合作的鷹架輔助之下，可以讓學生間多了討論的空間及尋求答案的工具，是能幫助學生發揮其最大的學習功效。

貳、使用動態+同儕為鷹架對不同程度學生之結果

在使用同一種鷹架(動態幾何+同儕合作)中，根據程度上的不同採異質分組來學習，不同程度的學生是否在學習成效及數學態度上會造成不同的影響，實施完畢後施以前、後測成績，故以後測-前測的分數進行變異數分析，由表 4-1-7 發現高程度的學

生進步顯著均優於中程度和低程度，且由表 4-1-8 可看出進步的成績整體平均，發現：

以動態幾何和同儕合作為鷹架是可以使程度高的學生得到更好的學習成效。

並根據學習單的回饋可以得到高程度的學生的想法如下：

小江：本來以為很簡單，沒想到要教給同學聽到懂還蠻難的，但蠻有挑戰性的。

小溶：對於圖形的部份，能自己操作更有感覺，且很多地方都能讓自己思考。

小新：我比較喜歡以前的方式，我真的對電腦一竅不通。

發現高程度的同學除了在分組中能透過指導同學而讓自己有成就感之外，且為了要能教會同組間不同的成員，必須更了解幾何的意義因而強化了自身的學習，再配合動態幾何軟體的輔助之下，同學發現不是只有教師規定的範圍才能得到觀察及結論，而能依照自己的喜好去追求答案，使其對數學能充滿好奇心，但也有少數高程度的同學因為害怕電腦而失去信心，但並無影響到同組人員，反而激起其他程度同學的好勝心，如下所示：

小哈 (GCL)：今天教的電腦很簡單也很好玩，的沒想到我也可以教 XXX(同組程度較高的同學)耶，真是太有趣了。

由此可發現，以同儕及動態幾何的輔助為鷹架確實可以提升各階層學生的學習，如表 4-1-8 中可觀察到，對於中程度的學生來說，其進步的效果更明顯優於另外兩種教學法，從中程度學生的回饋可得知：

小凱：軟體中圖形完整無誤，比較容易理解。

小智：我覺得這樣的課程會讓我們發言的很踴躍。

發現雖然高程度的同學對此是擁有最好的學習成效，但對於中程度的同學來說，藉由合作的幫忙和軟體的輔助之下，其發揮了更高的學習能力。但卻在數學態度方面卻是下降的，這樣的現象透過學生的意見反應如下：

小強：這樣的東西很簡單，回去也不用再複習就可以搞定。

小雅：我還是喜歡聽老師上課，用電腦真的很麻煩。

小國：這組的組長又不強，我也不行，更別提 XXX，希望老師來上課。

小瑩：雖然這樣上課很好玩，但希望老師可以歸納重點，不然不知道一節課有學到什麼。

可以發現中程度學生因課程觀念理解的快，覺得簡單易懂但卻也變的較不專心及散漫，且數學態度是學生長久以來的一種生活態度，也很難從一週的實驗得到太大的轉變。

反觀低程度的學生，根據表 4-1-9、表 4-1-10 可發現其數學態度不是只有上升，甚至於顯著優於中程度的學生且也比高程度的上升幅度大，有此可推得：

以動態幾何和同儕合作為鷹架是可以使程度低的學生學習態度顯著提升。

這結果雖然與成就測驗的結果不太相同，以下根據回饋單來研究學生心中的想法：

小皮：可以和同學討論比較有趣，希望老師可以多用這樣的方式。

小茵：我們這組有人操作電腦、有人紀錄、有人觀察和幫忙指導，很團結也很有成就感。

小岡：用電腦上課真的很好玩，且數學變的好趣多了。

小健：這樣真的很好玩拉，老師以後都這樣啦～

因為 GC 班是在電腦教室上課，且座位固定，較無 C 班整理教室的問題存在，但因為使用了新的教學軟體輔助，故學生要多花一些時間去熟悉適應動態幾何的操作。然而其中以低程度的學生數學態度顯著進步，研究者發現低程度的學生面對一般傳統上課方式多數已呈現放棄的狀態，因為聽不懂而更加無力。但在兩種鷹架並行之下，他們不僅可以一邊學習一邊問同學問題，也可以藉由電腦的操作吸引他們的興趣。因為對他們而言，透過動態軟體的呈現，只要操作簡單的動作及實驗的精神，可以發現許多有趣的事物，且遇到問題時，身邊又有同儕的幫忙，且研究者觀察課堂中發現，若主導電腦的操作者為低程度學生時，其他組員會在一旁幫忙聽老師指示及討論歸納結果，這讓他們有了更多參與數學課的機會，且相較於問對老師提出問題，低程度的學生較希望能夠獲得同儕間的指導。雖然在這樣的結果下，低程度學生的數學考試分數也沒比其他程度的成績突出，但對於課程的熱衷度及數學態度的轉變卻是比其他程度的學生來的更有效。

其實由表 4-1-11 可發現，不論哪一種程度的學生對於動態幾何加同儕合作的課程設計反應都是良好的，因為有別於一班傳統式的教學，讓學生多了新鮮感及好奇心，尤以低程度的學生最認可這樣的方式。

參、使用動態幾何為鷹架對不同程度學生之結果

在使用同一種鷹架(動態幾何及教師指導)中，此班不採用分組學習改以每位同學一台電腦操作，由教師負責主要解說，觀察不同程度的學生是否在學習成效及數學態度上會造成不同的影響，實施完畢後施以前、後測成績，故以後測-前測的分數進行變異數分析，根據表 4-1-14 發現了高程度和中程度的學生進步均顯著優於低程度的學生，但再觀察表 4-1-15 整體的進步成績來看，卻發現其高、中程度雖然優於低程度者，但相較其他教學法進步幅度較不大，反觀低程度者在這一方面相較其他教學法進步幅度較差，此結論可推得：

以動態幾何及教師指導為鷹架教學時，低程度的學生在學習成就上較不易得到幫助。

根據學習單的回饋可以得到低程度的學生想法如下：

小好：雖然可以用電腦很有趣，但有時還來不及弄懂就到下個單元了。

小廟：時間不夠，反應都還來不及，老師速度再放慢。

由此可發現，以動態幾何的輔助為鷹架在學生無分組之下，可以提供的鷹架協助者除了電腦就只剩下任課老師，但因為使用了新的教學軟體輔助，故一開始時費了較多的時間讓學生能熟悉動態幾何的操作，但因 35 人使用之下一旦發生了問題，任課老師則會有忙不過來的情況，導致少數學生覺得問題無法立即獲得解決或時間不夠。而低程度的學生反應幾乎是時間來不及問問題或不好意思發問，但更多的狀況為低程度的學生在面臨新教材及新課程的學習狀況下，只有一味的覺得好玩好操作又好懂，雖覺得這樣的方式新奇有趣，但只純粹反應在數學喜好上，並沒有花費更多的心思在其餘的數學時間（例如作業、補充延伸…等），因此在學習成效上完全沒有表現出來。

所以根據表 4-1-16，雖然三種程度在數學態度方面並無顯著差異，但可發現低程度學生卻是數學態度上升最多，甚至從負向態度轉變成了正向態度，可以說明：

以動態幾何為鷹架雖在統計上無顯著差異，

但從進步方面可發現程度低的學生數學態度上升較多。

根據低程度學生的回饋中可發現：

小好：用這軟體真的很不錯，不管怎麼拉動，原來比例真的會一樣。

(指圓面積和扇形)

小駿：比以前上課好玩，雖然也是數學，但多了電腦就有趣多了。

低程度的學生對於使用新課程的數學態度進步許多，由不怎麼喜歡的數學變成了蠻有趣的態度，對於他們而言，一樣不喜歡的東西，透過電腦的輔助，覺得新鮮且有趣，有時還能得到成就感，因而使其態度轉為正向。在學習狀況調查表 4-1-17 中，可看出高達 2.7 以上的平均，不管對課程活動也好、還是內容理解方面，低程度的學生顯然認同動態幾何的課程，研究者認為先讓學生願意學習數學是最為重要的，但之後要如何設計出使學生也能學的好則是我們教師更要邁向的目標。

相較於其他程度數學態度上升，但數學態度卻下降的中程度來說，雖無顯著差異，但與文獻支持不符，可以說是數學態度為一個人長久的習慣，很難從短短幾堂課中得到改變。

雖然在數學態度方面，中程度的學生是退後的，但根據表 4-1-17 及 4-1-18 中對新課程的認同度及最喜歡何種方式裡，不論何種程度的學生都有高達九成以上支持自己操作的部份，可以看出過程中部分學生對於學習數學的態度也許有所改變，但對新課程則抱持高度的認同及喜歡這樣的方式。下列學生的建議中，提到許多使用動態軟體時對於幾何基本概念相關的看法，都與文獻部份相符，故列出來討論：

小霆 (GH)：用電腦上數學，比較有立體感 (指的應該是圖形的幾何形狀)，不會讓我們在教室空想。

小圓 (GH)：我覺得這樣的方法很好，可以在別人問自己懂的問題的時候可以不用停下來聽，可以花更多時間在不懂的地方學習。

小信 (GM)：這樣的課程讓我對圖形的了解更多了。

小玲 (GL)：用電腦上課淺顯易懂、老師講解時我就會想更認真聽，而操作的時候會讓自己更清楚，比之前的上課方式好多了。

由此可知大多數學生在對於自己主導操作權是認同且支持的，且對於操作動態幾何可以幫助學習幾何圖形的概念由學習單的回饋中可以發現與文獻部份相呼應，但如何使學習成效增強也是教師該深思的部份。

肆、使用同儕合作為鷹架對不同程度學生之結果

在使用同一種鷹架(同儕合作)的教學中，與前兩組不同的是教學過程中並無使用電腦，而是透過各種小活動(例如：剪紙、量角器直尺的測量、形狀摺疊…等)來學習幾何圖形的概念，每一單元皆配合動態軟體的內容。並使這一班的學生分成三種程度後採異質分組進行教學，實施完畢後施以前、後測成績，故以後測-前測的分數進行變異數分析，如表 4-1-20 發現只有高程度的學生進步顯著優於低程度的學生，可以推得：

以同儕合作為鷹架是可以使程度高的學生得到更好的學習成效。

配合下列學生的回饋發現：

小倫(CH)：教會自己的組員很有成就感，且可以為組加分。

小橋(CH)：要思考怎麼解釋才好，原來說清楚沒有想像中的簡單。

由此可知高程度的學生在面對同儕合作的部份，為了可以達到小組間的團隊榮譽，必須增強自己才可以教會其他的組員，夠過這樣的想法，讓自己及其他的組員都可以獲得成就上的進步，且有這樣的想法才能真正深入數學問題的核心，獲得更高的成就。也就是說以同儕合作為鷹架對於較高程度的學生，具有著較強的使命感，就是除了自己懂以外也要教會其他的組員，所以在課程及活動的了解及實作上，也相對的認真許多，且其他組員彼此之間給予協助，隨著各組的發展分別施以鷹架，也讓學生的學習更有幫助。所以根據表 4-1-21 整體的進步成績表中可發現，不僅只有高程度的學生進步，其實中、低程度的學生在同儕合作的鷹架輔助之下，都有不錯的進步空間，根據下列學生的反應中看出：

小琦(CM)：這樣的方式很棒，討論時可以遇到問題就問同學，馬上獲得解決，也不會怕不好意思。

小從(CL)：分組很好玩，且組長解釋的一下子就了解了。

所以發現在同儕的幫助之下，能夠較快理解的學生可以藉由幫助他人而使自己

的能力更加提升，而不會的學生也能因此受惠。但這個班級也有個有趣的現象，理解較快且幫助別人的主導者，大多數為高程度的學生，不像另一組有分組的班級（動態+同儕），主導的並非都是高程度的學生，探究原因後發現此班的教學過程中和傳統教學法的差異在於同儕間的分組，課程也是配合原本教學上的活動，而高程度的學生原本在課堂中就較得心應手，認為較簡單因此就處於主導的地位。綜合以上敘述可發現，以同儕合作為鷹架的教學過程中，學習成效有不錯的表現。

而在數學態度方面，參考表 4-1-22 後得到，雖然教學前的數學態度是抱持正向態度，且在施測完後也是正向，但在這後測-前測的結果卻呈現了下降的跡象發現：

以同儕合作為鷹架的數學態度雖無顯著的差異變化，

而每一種程度的學生數學態度雖無統計上的顯著差異，但竟全體下降。

這結果與文獻探討中的發現不一樣，因此探究學生在這樣的過程中，是什麼讓他們覺得降低了自己的態度，研究者在學生的回饋可發現到：

小誠 (CH)：組員間不合作，且大家都沒鬥志。

小岩 (CM)：還是原本的上課方式比較好，比較快且有效率。

小佩 (CL)：都組長操作，不好玩。

在數學成效看來，以同儕合作為鷹架進行教學的結果並無顯著差異，但仍可發現小組的成員組合有非常大的影響，尤其顯現在學生的數學態度中。一個組別中若有一名不配合或不努力的成員時，整組的士氣和學習態度都會大打折扣，但因為 C 班的主導者幾乎為高程度學生，造成了組長好整組就好，組長差整組就差的小組風氣。且新課程比傳統課程多了討論和發表的時間，對於少數學生會擔心浪費了數學課，希望以老師能再強調補充大量的解題為優先。但最根本的問題還是在於關於數學態度的問卷，並非是從實施研究後的變化來描述，所以無法從短時間內的實驗過後，就可以得到態度轉變有效資訊，這問題留到研究建議部分改進。

雖然在數學態度上，三種程度的學生反應皆下降，但這些少數學生在學習狀況調查表中仍表示喜歡上新式的課程，這也表示學生們喜歡這樣的方式上課，但會因為進行中的狀況及反應而影響其學習成效及態度。且根據表 4-1-23 及 4-1-24 的新課程學習

狀況問卷反應中，三種程度的學生皆表示認同使用同儕合作的方式為鷹架進行教學，其中以中、低程度的學生皆高達九成喜歡和同學討論的這部份，可以發現透過同儕間的討論，是能有效促進學習的方法。

伍、新課程學習狀況調查結果

在新課程的學習狀況問卷中，研究者也針對每一題去做簡易的敘述性統計分析，分三種程度及性別來看，發現了有趣的現象，故在此特別說明：

新課程的問卷主在要在了解學生對於不同於傳統教學的方法學習之下，學生最直接的反應為何，故選項只有同意、沒意見、不同意三種選項及寫出其原因，依敘述統計出來的結果，發現不論哪一種方法幾乎獲得不同程度學生、不同性別的認同，而這些結果與學生在數學成就及數學態度方面的表現卻大不同，因此可發現學生在面對不同於傳統的課程時，都是會充滿期待與好奇的去參予它，尤其是低程度的學生，有些已經放棄了學習但卻在新課程的意見中提出下列的回應：

小梅：新課程讓我不在無聊打瞌睡。

小東：新課程的方式我終於有懂了，其實還蠻簡單的嘛！

小南：電腦玩數學，還蠻好玩的。

對於這樣的結果，也許在成就測驗及數學態度部份，這些學生並沒有多大的改變，但對於在教學第一現場的教師而言，這些轉變已經改變了班級的一些氣氛，且對於少部分放棄的學生，則多了願意學習的熱忱。

在最後一題複選題中：在新課程的活動中，我比較喜歡的部分。

研究者也發現一些有趣的狀況如下：

1. 在 GC 班中，不管哪一種程度的學生皆在和同學討論的部份最高，尤以中、低程度的學生幾乎達到九成多。
2. 在 G 班中，不管哪一種程度的學生皆在自行操作的部份最高，
3. 以 C 班為例，也是不管哪一種程度，學生皆較喜歡和同學討論的部份，但其中以中、低程度的學生高達九成多。

由此可見學生在面對不同鷹架教學時，也會因此產生不同的學習喜好。根據不

同的鷹架輔助，可以融合下列學生喜好的設計，將能使活動有最好的發揮。

陸、 整體結論

綜合以上討論，我們可以歸納出整體的結論如下：使用同儕合作的教學過程中，透過討論、互動及合作的方式，學生的學習成效都能獲得提升；而在使用動態幾何的教學過程中，利用 GSP 的特性來讓學生操作、觀察及分析的學習，讓學生對於課程的喜歡程度能提升，因此研究者認為使用鷹架的加成能有效提升學生的數學學習。尤其以高程度的學生，不論使用何種方式，都有更好的成效表現。



結論與建議

因此綜合第四章的結果，全章共分為兩節，第一節為實驗結果的歸納及結論，及第二節研究者對未來各方面提出的研究限制及相關建議。

第三節 結論

本研究的主要旨在探討施以不同鷹架對學生的學習狀況是否有不同的影響，分以下三個問題：一、在不同鷹架的支持下，討論學生的學習成效及數學態度。二、鷹架的加成是否反映在學生的表現上。三、不同教學教學方法下，各程度的學生學習成效及數學態度是否有差異，其研究結果如下：

一、 數學學習成效來看：

由三個班比較的結果可知，兩個有使用同儕合作教學法的學習成效皆優於第三個班（使用動態軟體由教師指導）。但三個班中，成績進步最多的則是使用動態軟體＋同儕合作為鷹架的班級。

在細分來看各班分析結果可知，高程度的學生不管使用何種方式進行教學，結果都優於低程度學生（各班在此部分結果都相同），此結果顯示高程度的學生在課程的接受度是比較好的。

在都有使用動態幾何的班級中可發現，使用同儕合作的班級成績全部優於教師指導的班級，且在低程度的部分有非常大顯著的差異，由此可知在同儕的互動之下，低程度的學生可以獲得同組員間較多的幫助，進而提升其學習成效。

二、 數學學習態度來看：

由於三個班實驗前測的數學態度皆持正向（平均都大於3，甚至4點多），可以發現這些班級在學習數學時的態度都是不錯的。接著在實驗完畢後分析其後測結果，發現三個班比較後雖無顯著差異，這跟短時間內要改善學生長久以來的態度有很大的關聯。但仍討論在同儕合作這一組卻出現全組退步且持負向態度的情況，根據學生學習單的反應發現，分組的組員間互動的情況影響最大：包括太過依賴組長，導致組長主導一

切、組員不配合、同組間無話可說…等。(另一組動態幾何+同儕分組的班級卻只有一兩位同學有此反映)，可以看出在多了動態幾何的輔助之下，可以激發不同程度學生的配合。

在細分來看各班的分析結果，發現在三個班中，關於數學態度皆無顯著差異，畢竟五堂課的時間，要讓學生的數學態度得到顯著的差異還是比較困難的，建議下次研究可做長期的觀察或是重新設計問卷內容，讓結果更有效呈現。

另外發現在都有使用動態幾何的兩個班級中，其低程度的學生在數學態度方面皆有較大的進步幅度。表示在多了電腦輔助的幫助之下，低程度的學生能對引發出對數學學習的興趣。

三、 新課程的意見分析：

在新課程的問卷反應中，是學生最直覺的反應，由 14 題的分析中可發現幾點重要的訊息：

1. 大多數學生只要非傳統的上課方式，都是樂於接受及學習，但喜歡和其學習成就、數學態度不見得有成正比。
2. 低程度的學生對於新課程的方式比其他程度的學生給予更高的肯定。不僅在上課的參予度、操作性、觀念理解的部份都能比之前有較好的表現。
3. 尤其在多了動態幾何方面，學生變的較容易感興趣、也對於學數學時出現了較興奮的感覺。
4. 但在同儕合作方面，學生對於課程的內容及方式較容易理解。

四、 鷹架的加成：

由上述各結論可發現，學生對於新課程的方式都是給予肯定且願意學習的，不同的鷹架輔助之下，學生所達成的能力也不同。因此研究者發現電腦輔助與同儕合作的方式並行，對於學生的學習成效及數學態度的提升是有幫助的，由電腦的輔助引發學習興趣及幫助概念的理解，再藉由同儕的互助合作來輔佐學習、促進討論，兩者的加成能有效幫助學生的學習歷程。

第四節 建議

根據本研究的實驗過程及研究發現，研究者將給予幾點建議，希望可以讓未來的後續研究作為參考。

一、 研究限制：

1. 本研究抽樣方法之限制受限於人力、時間與研究者施測時的便利等因素，本研究無法採用隨機抽樣。
2. 本研究結果一般化推論的能力有限，因為將地域侷限在新竹市，而該區的國中生家庭背景、程度及學風等變數可能與其他地區大不相同，因此研究結果也不易概化推論到其他新竹市以外的國中生。
3. 本研究因校務的關係希望不影響班級上課及學校電腦教室的排課時間，故施測時間為一禮拜內的五堂課，因此實驗的時間並不長，故無法分析出有效的態度量表資料，若希望為長時間使用，則需再做進一步的研究設計。
4. 本研究對於可能發展區的起始點，因為無從定義起，故以學生前三次大考成績來看，發現符合同質性便以相同程度出發，若要在更詳盡的定義起始點，可能需要對學生做更深入的分析。
5. 在本研究中所提供的鷹架部份，主要以遇到問題時提供鷹架教學的時機、方法及過程，因配合三組實驗設計，故鷹架抽出的活動部份則以學生自己能填寫完學習單的部份，這樣的定義較為模糊，若能再針對此點設計研究，可以得到更完善的結果。

二、 對教學上的建議：

分幾部份討論，先由實驗結果中得出的建議事項：

1. 可以根據不同的單元課程內容施以學生不同的鷹架輔助，但得根據所選定的單元內容及課程活動來做設計，安排適合的鷹架來輔助學習才會達到學生的最大成效。
2. 對於學生喜愛的學習方式卻不一定在學習成效、學習態度中反應出來，可以根

據這些點作質性的深入分析，探究其原因，可以讓學生快樂且有效的學習。或也可針對學生喜愛的方式再更深入的進行課程設計，希望達到學習成效及學習態度皆能提升的最佳教學模式。

3. 可以依據不同的鷹架輔助的作用，選擇適合的鷹架做加成的動作，來讓學生可以得到更完善的教學。
4. 為了避免影響教學，本研究採取小樣本的實驗教學，雖然選取的三個班級皆為常態編班，但並非隨機取樣，故在量的分析上容易造成代表性不足的狀況。所以，若能兼顧到樣本的選取甚至樣本數再增多，應該可以得到更一般化及有代表性的推論。

接著是在實驗過程中，研究者覺得可以在加強的部份。

1. 本研究是以電腦輔助學習及合作學習這兩點皆能有效幫助學生提升學習成效及學習態度的理論出發，但若能再多一組傳統教學法來比較，可以得到更有效的分析。
2. 建議可以對學生做延宕測驗，在三種不同方式的教學之下，學習的記憶是否和鷹架的不同而有關，也是值得深思的一點。

三、對教育行政單位的建議：

希望教育行政單位能落實資訊教育的理念，能夠定期更新維護電腦軟硬體的裝備，加強資訊融入各科的概念。研究者本身在課堂中也習慣使用電腦軟體來輔助學生學習，但並非只在課堂中使用單槍電腦就認為已經是資訊融入教學的部份，某些程度上讓學生可以實際操作及動手研究也是資訊融入教學的一部份。但研究者在施測前，因電腦教室不夠及非電腦專業教師，與學校周旋許久才得以使用電腦教室進行教學，且使用過程中也因學校調課問題、網路堵塞而影響心情。雖然對實驗影響不大，但畢竟有良好的教學環境才能有完整的教學現場，一堂課若因為網路斷線、電腦當機或電腦教室不足的因素，勢必讓整個教學的完整度打折扣。故當九年一貫積極推行資訊融入教學時，上級單位也能做好完整的教學環境及配備提供教師使用。

且當教學中實施活動時，不論是資訊融入教學、或者是分組合作學習…等等，

都希望擁有該科使用的專科教室，可以幫助討論、活動，避免學生每次搬桌椅的麻煩且不會干擾到別班上課的秩序。

四、對電腦輔助教學的建議：

雖說現在資訊科技的普及讓學生可以輕易的使用電腦，但也並非全部的學生，且對於新的軟體使用，研究者建議還是需要事前先讓學生接觸或練習。雖然本研究的課程內容中，使用到動態幾何的部分操作並不難，但對於少部分學生，其本身就不愛使用電腦，再加上未曾看過 GSP 這樣軟體，因此學習過程中容易較擔心或害怕出錯，造成其心理上的影響進而影響到學習。故建議在其他研究者可在研究前將實驗時所需的應用軟體或教學檔案稍微應用在其他課程中或者施測前先讓學生練習，讓學生可以先熟悉一下，避免害怕而影響學習的心理。



參考文獻

一. 英文部分

- Benson, Gregory M., Jr. (1994). *The Lifelong Learning Society: Investing in the New Learning Technology Market Sector* (Report No. IR016862). U. S., New York: Learning Systems Engineering, Stephentown. (ERIC Document Reproduction Service No. ED375809)
- Bodrova, E., & Leong, D. J. (1996). *Tools of the mind: The Vygotskian approach to early childhood education*. New Jersey: Merrill Englewood Cliffs.
- Cazden, C. B. (1988). *Classroom discourse: The language of teaching and learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Charbonneau, N. L., & Ribar, L. L. (1999). *Increasing student motivation through the use of multiple intelligences and cooperative learning techniques*. (ERIC Documents Reproduction Service NO: ED431551).
- Clement, D., & Battista, M. (1994). Computer Environments for Learning Geometry. *Journal of Educational Computing Research*, 10(2), 173-197
- Duval, R. (1995). Geometrical Picture: Kinds of Representation and Specific Processing. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with computers in Mathematics Education*. (pp. 142-157). Berlin: Springer (NATO ASI Series n°138).
- Duval, R. (1998). *Geometry from a cognitive of view*. Perspectives on Teaching of Geometry for the 21st century. An ICMI Study. (pp.37-52).
- Duval, R. (2002). *Proof understanding in mathematics: what ways for students?* Proceeding of 2002 International Conference on Mathematics: Understanding Proving and Proving to Understand. (pp.61-77).
- Dyson, A. (1990). Special educational needs and the concept of change, *Oxford*

Review of Education, 16(1), 55-66.

Ellingson, W. E., Long, E. A., & McCullough, K. L. (1997). *Improving student motivation through the use of varied instructional and curricular adaptations*. (ERIC Documents Reproduction Service NO: ED 412006).

French, J., Laurin, K., McMahan, C., & Vickrey, J. (1998). *Factors that influence motivation in the social studies classroom*. (ERIC Documents Reproduction Service NO: ED 425094).

Gallimore, R., & Tharp, R. (1990). *Teaching mind in society: Teaching, schooling, and literate discourse*. In L.C. Moll (Ed.), *Vygotsky and education: Instructional implications and applications of sociohistorical psychology* (pp.175-205). Cambridge: Cambridge University Press.

Gay, G. (1986). Interaction of learner control and prior understanding in computer assisted video instruction. *Journal of Education Psychology*, 78(3), 225-227.

Jones, K. (1998). Geometry working group. A report on the meeting at the King's College, University of London, 28th February 1998 Convenor. From Informal Proceedings 18-1&2, British Society for Research into Learning Mathematics: <http://www.bsrlm.org.uk>.

Graves, N. B., & Graves, T. D. (1985). *Creating a cooperative learning environment: An ecological approach*. In R. Slavin., S. Sharan., S. Kagan., R. H., Lazarowitz., C. Webb & R. Schmuck (Eds.), *Learning to cooperate, cooperating to learn*, 403-436. New York: Plenum.

Greenfield, P. M. (1984): *A theory of the teacher in the learning activities of every day life*. In B. Rogoff & J. Lave (Eds), *Every day cognition*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Hannafin, M., Land, S., & Oliver, K. (1999). *Open learning environments:*

- Foundations, methods, and models.* In C. M. Reigeluth (Ed.),
Instructional-design theories and models (Vol.II). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Healy, L., Pozzi, S., & Hoyles, C. (1995). *Making sense of group, computers, and mathematics.* *Cognition & Instruction*, 13(4), 505-523.
- Herrington, J. (1998). Exploring student interaction in collaborative World-Wide Web compute-based learning environments. *Journal of Educational Media and Hypermedia*, 7(2/3), 263-287.
- Jackiw, N. (1991): Geometer's Sketchpad. (computer program). Berkeley, CA: Key Curriculum Press.
- Johnson, D.W. and Johnson, R.T., (1975) *Instructional goal structure: Cooperative, competitive, or individualistic, Review of Educational Research*(44) , 213-240.
- Johnson, D.W. and Johnson, R.T. (1988). Cooperative Learning by One of the articles in *Transforming Education (IC#18) Winter 1988*, Page 34, <http://www.context.org/ICLIB/IC18/Johnson.htm>
- Johnson, D.W. : Johnson, R.T. (1989). <Cooperative learning> . Dans: L.W.Anderson(dir. publ.), *The effective teacher*. New York: Random House.
- Johnson, D.W., & Johnson, R.T. (1989). *Cooperation and competition: Theory and research*. Edina, MN: Interaction Book Co.
- Johnson, D.W. & Johnson, R.T. (1990). Cooperative learning and achievement. In S. Sharan (ed.). *Cooperative learning: Theory and research* , 23-37. New York: Praeger.
- Johnson, D.W. & Johnson, R.T. (1994b). *Learning Together and Alone: Cooperative, Competitive, & Individualistic Learning. (4th ed.)* Needham Heights. M: Allyn and Bacon.
- Johnson, R.T. & Johnson, D.W. (1994c). *Learning together in the social studies*

- classroom*. In R. J. Stahl, Cooperative learning in social studies: a handbook for teachers, 51-77. Menlo Park CA: Addison-Wesley Publishing Company
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1994b). *Cooperative learning in the classroom*. Association for Supervision and Curriculum Development.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1999). *Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning (5th ed.)*. Boston: Allyn & Bacon.
- Judithann, W. W., (1993) Weekend report: *A qualitative study of the scaffolding*
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Meyer, D. K., (1992). *The negotiation of meaning and the transfer of responsibility for learning through teacher scaffolding and student self-scaffolding of instruction*. University of Texas at Austin. The University of Texas at Austin, unpublished doctoral dissertation. T(D)9239318, BM0049585.
- Newman, D., Griffin, P., & Cole, M. (1989). *The construction zone: Working for cognitive change in school*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematics meanings: learning cultures and computers*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
- Parker, R. E. (1985). *Small-group cooperative learning--improving academic, social gains in the classroom*. *Nass Bulletin*, 69(479), 48-57
- Pearson, D. P., & Gallagher, M. C. (1983). *The instruction of reading comprehension*. *Contemporary Educational Psychology*, 8, 317-344.
- Roberts, D. L & Stephens L. J., (1999) The Effect of the Frequency of Usage of Computer Software in High School Geometry. *Journal of Computer in*

Mathematics and Science Teaching, 18(1), 23–30

Roblyer, M. D., & Edwards, J. (2000). *Integrating Educational Technology into Teaching*. New Jersey: Merrill.

Rochowicz, JR J. A., (1996). The Impact of Using Computers and Calculators on Calculus Instruction: Various Perceptions. *Journal of Computer in Mathematics and Science Teaching*, 15(4), 423–435

Rogoff, B., (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. New York : Oxford University Press.

Rotter, J. B. (1954). *Social learning and clinical psychology*. Englewood and Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Rutherford, F. J. & Ahlgren, A., (1990). Science for all Americans. New York: Americans Association for the Advancement of Science. *Proceedings of The International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics For Living*.

Sales, G. C. & Williams, M. D., (1988). The effect of adaptive control of feedback in computer-based instruction. *Journal of Review on Computer in Education*. 21(1), 87–111

Sharan, S. & Shaulov, A. (1990). *Cooperative learning, motivation to learning, and Academic achievement*. In Sharan, S. (ed.) *Cooperative learning: Theory and research*. N. Y. : Praeger Publishers.

Slavin, R. E., (1990). *Cooperative learning: Theory and research, and Practice*. N. J. : Prentice Hall.

Slavin, R. E., (1995). *Cooperative learning: Theory, research, and practice* (2nd ed.). Needham Heights, Massachusetts: Allyn & Bacon.

Tharp, R. and Gallimore, R., (1988). *Rousing minds to life: teaching, learning, and schooling in social context*. NY: Cambridge University Press.

- Thomas, A. B.,(1993).The Magic of Technology. *Proceedings of the National Educational Computing Conference*. 14, 27-30.
- Van Hiele, P. M.,(1986). *Structure and Insight*. Orlando: Academy Press.
- Wood, D. J., J. Bruner, and G. Ross.,(1976). The rule of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89-100.
- Vygotsky, L. S.,(1978). *Mind in society : The Development of higher Psychological process*. Cambridge, MA : Harvard University



二.中文部份

王岱伊(2002)。小組合作學習策略之研究。國立交通大學資訊科學系碩士論文。

王金國(2003)。國小六年級教師實施國語科合作學習之研究。國立高雄師範大學教育學系博士論文。

王明傑、陳玉玲合譯(2002)，Robert E. Slavin 原著，教育心理學—理論與實務。台北：學富。

左台益等(2002)。行政院國家科學委員會補助專題研究計畫期中報告少年的數學概念學習研究—子計畫三青少年的對稱概念發展研究(2/2) NSC91-2522-S-003-009 執行期間：2002年08月01日至2003年07月31日

左台益(2005)。教師研習，圖形理解與幾何概念之建構。

http://www.mt.edu.tw/leeys_teaching/teaching_data/94/graduate/20051013/動態幾何教學設計/圖形認知與幾何概念之建構.doc

古淑美、朱延平等(1999)：資訊科技融入數學科實地教學成效評估計畫

http://www.tces.chc.edu.tw/math_in/index.htm，教育部電算中心。

<http://www.dynamath.tw/ChineseVersion/Pythagoras/pythagorus.htm>

平斯(2005)。所謂幾何者幾何。數學傳播，29卷3期。

全任重(1996)。圓規，直尺與Capri-geometers。數學傳播，20卷1期。

沈中偉(1995)。多媒體電腦輔助學習的學習理論基礎。教學科技與媒體，16，16-25。

李佳伶(1995)。國中理化試行合作學習之研究。國立彰化師範大學科學教育研究所。

李長燦(2003)。「可能發展區」概念的新詮釋及其對幼兒教育的啟示。幼兒保育學刊，2003，1，1-18。

李春生(2006)高雄市國二學生使用GSP電腦輔助教學學習三角形全等成效之研究。國立高雄師範大學數學系碩士論文。

李維(2000)譯。思維與語言。Thought and Language，1934 (Les Semenovich Vygotsky 著)，昭明。

- 李嘉齡、陳盈足、洪照明、孔俊傑、鄭志宗(2007)。Vygotsky 可能發展區 (ZPD) 的理論意涵及其在教學研究上的啟示。國立教育研究院籌備處第105期國小主任儲訓班專題研究。
- 何政謀(2006)。以GSP設計之活動進行解二元一次聯立方程式補救教學之研究。國立高雄師範大學數學系碩士論文。
- 何榮桂，藍玉如(2000)：落實教室電腦教師應具備之資訊素養。資訊與教育，77，22-27。
- 谷瑞勉譯，Berk， L. E.， & Winsler， A. (1999)。鷹架兒童的學習。台北：心理出版社。
- 吳鐵雄(1983)。電腦輔助教學之補救教學效果初探。國立台灣師範大學教育心理學報，16，61-70。
- 周惠玲(2002)。國二數學科因式分解單元實踐合作學習之行動研究。國立高雄師範大學數學系碩士論文。
- 林保平(1996)。動態幾何軟體在教學上的應用。八十四學年度輔導區地方教育輔導教師研討活動論文集，128-152。
- 林保平(1997)：動態幾何教學的電腦輔助教材研究。八十五年度國科會研究計畫報告，計畫編號：85-2511-S-133-004。台北市立師院。
- 林保平等(2000)。教具學具觀點的數學科電腦輔助教學研究。行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告。
- 林泓成(2007)。認知發展論之探討--Piaget、後Piaget、Vygotsky與Bruner 認知發展論之比較。校長教育理念文章，網址：
http://www.sbes.tn.edu.tw/2008LinHungCheng/pdf/09_b.pdf
- 林星秀(2001)。高雄市國二函數課程GSP輔助教學成效之研究。國立高雄師範大學數學系碩士論文。
- 林佩璇(1992)。台灣省高級職業學校合作學習教學法實驗研究。國立台灣師範大學教育研究所碩士論文。
- 邱明星(2006)。認知發展理論在教學應用之探討。網路社會學通訊期刊，第56期。

- 邱淑惠(2008)。聽他們在談些甚麼？探討兒童在操作不同學習軟體時的談話差異。**師大** **大學報：教育類**，民國97年，53(2)，59-82
- 邱貴發(1994)。電腦輔助學習的理念與發展方向。**教學科技與媒體**，13，15-22。
- 林致璋、林永順(2007)。鷹架理論對技術教學的省思—以機械實習為例。**中華民國品質學會第43屆年會暨第13屆全國品質管理研討會**。
- 林福來等(2001)。**青少年數學概念學習研究—子計劃十四：青少年數學論證能力發展研究(3/3)**計畫編號：NSC 91-2522-S-003 -002 執行期間：2000年08月01至2001年07月31。
- 范聖佳(2002)。**國中數學教師試行合作學習之行動研究**。彰化師範大學科學教育研究所在職進修專班碩士論文。
- 胡瑞明(2001)。用CAL探討五專生學習與二次函數相關數學概念之研究。**科學教育學刊**，第九卷第四期，401-416。
- 洪瑞鎂(2000)電腦輔助試題翻譯：以國際數學與科學教育成就趨勢調查為例。第三次國際數學與科學教育成就研究後續調查。**國立臺灣師範大學**，碩士論文，台北市。
- 郭生玉(1994)。**心理與教育研究法**。臺北市：精華書局。
- 科學教育學習網**(<http://science.edu.tw/index.jsp>)。
- 紀豐裕(2003)。**在非導師班實施合作學習策略於國中數學教學之行動研究**。彰化師範大學科學教育研究所在職進修專班碩士論文。
- 高台茜(1998)。**鷹架式教學法於電腦輔助教學的理論與應用—三維權宜性鷹架式教學模式**。**第七屆國際電腦輔助教學研討會**，163-169。
- 曹永松(2001)。**國中理化合作學習之行動研究**。國立高雄師範大學教育學系碩士論文。
- 陳育琳、徐照麗(2007)。**同儕鷹架理論對國三學生數學態度影響之探究**。**國民教育研究學報**，19，141-168。國立嘉義大學國民教育研究所，教育行政與政策發展研究所。
- 陳明仁(1991)。**電腦輔助教學對高工學生學習效益之評估研究**。**中華民國第五屆電腦輔助教學研討會**，206-213。國立高雄師範大學。

- 陳明琪(2003)。多媒體網路教學與傳統教學對學習效果之比較-以商業類科為例，**學科技與媒體**，63，49-64。
- 陳怡靜(2008年4月7日)。數學時數下降，程度兩極。蘋果日報。線上檢索日期：2008年12月5日。網址：http://tw.nextmedia.com/applenews/article/art_id/30427717/IssueID/20080407
- 陳英娥(1991)。電腦輔助教學在國中數學科學習成效之研究。國立高雄師範大學數學教育研究所碩士論文。
- 梁勇能(民89)。動態幾何環境下國二學生空間能力學習之研究。國立臺灣師範大學數學研究所碩士論文。
- 教育部(2005)，校園學生心理健康狀況調查之調查報告。
教育部之國教專業社群網(<http://teach.eje.edu.tw/9CC/index.php>)。
- 張文賢(2006)。淺談資訊科技融入教學的時代變革。**網路社會學通訊期刊**，950615(056)
- 郭昭慧(2004)。國中三角幾何GSP輔助教學之學習成效研究。義守大學資訊管理學系碩士論文
- 張春興(1996)。維果斯基的認知發展論。**教育心理學：三化取向的理論與實踐**，台北市，台灣東華書局。
- 張苑珍(1997)。鷹架理論在成人教學實務之應用。**成人教育**，40，43-52。
- 張新仁(2002)。當代教學統整新趨勢：建構多元而適配的整體學習環境。**國立高雄師範大學教育學系教育學刊**，2002，18，43-64。
- 張靜馨(1996)。傳統教學有何不妥。**建構與教學**，4，1-2。
- 張獻明(2002)。國一數學科小組合作學習之行動研究。國立高雄師範大學數學系碩士論文。
- 黃志賢(2006)。結合可能發展區與鷹架之教學方案於原住民高職學生數學文字符號概念改變之研究。**科學教育學刊**，14，4，467-491。
- 黃怡青(2006)。分組學習對國二數學教學成效之研究。國立高雄師範大學數學系碩士論文。

- 黃政傑、林佩璇(1996)。合作學習。台北：五南出版社。
- 黃詠仁 王美芬 (2002)。國小自然科合作學習教學策略之行動研究。科學教育研究與發展季刊，28，1-20。
- 路珈 (主編) (2000)。教育心理學。台北：揚智。
- 楊錦潭 (1996)。媒體教學與數學教育。教學科技與媒體，27，3-9。
- 臧俊維 (2000)。高雄縣高一學生小組合作學習教學法對數學學習態度影響之研究。國立高雄師範大學數學系碩士論文。
- 廖碧珠 (2006)。合作學習對國中一年級學生的數學態度與學習成就之影響。彰化師範大學科學教育研究所在職進修專班碩士論文。
- 劉好 (1998)。平面圖形教材的處理。國民小學數學科新課程概說(高年級)，194-213。
台北：台灣省國民學校教師研習會。
- 鄭志成 (2001)。網路科技融入國中二年級數學教學之行動研究。國立高雄師範大學數學系碩士論文。
- 鄭英豪等。行政院國家科學委員會專題研究計畫精簡報告：青少年數學論證學習與教學的理論之研究：子計畫三一青少年圖形命題論證教學的研究(4/4) 執行期間：2006.08.01 至2007.07.31
- 鄭晉昌 (1997)。視覺思考及科學概念的獲取—設計與發展電腦輔助視覺學習環境。教學科技與媒體，33，20-27。
- 鄭晉昌、李美瑜 (1995)。情境式電腦教學對國中階段不同數理成就群學生科學知識學習成就之效益評估。視聽教育學報，1，61-91。
- 鄭瑞春 (1991)。視聽教學媒體在小學數學科教學上的應用。國教月刊，37(9,10)，31-35。
- 蔡寶桂 (2000)。透過Web-BBS進行「數學步道」之溝通、解題。竹縣文教，22，6-11。
- 謝哲仁 (2000)。電子試算表在高中數學教學之可行性研究。美和技術學院學報，18，118-128。
- 謝哲仁 (2002 b)。動態電腦幾何教學建構之設計實例與理論探析。國立嘉義大學數學

教育研究所：革新國民中小學數學教育議題，225-244 高雄：復文出版社。

謝哲仁（2004）。數學關鍵學習之電腦設計研究。國科會科教處九十二年度數學教育專題研究計畫成果討論會，九十三年十一月十二日、十三日。

謝哲仁，何政謀（2005）。融入Sfard學理的動態電腦設計活動以進行解二元一次聯立方程式之補救教學研究。國立臺南大學「南大學報」第39卷第2期數理與科學類，35-54。

謝哲仁，林榮貴（2006）。國小可操作視覺化之數學因數與倍數單元電腦活動輔助學習設計之研究。國立臺南大學「理工研究學報」40(1)（民國95年），23-45。

謝哲仁、謝佩君（2006）。高職線性規劃單元之動態電腦教材設計與其補救教學成效。中華民國第22屆科學教育學術研討會。

簡妙娟（2000）。高中公民科合作學習教學實驗之研究。國立高雄師範大學教育學系博士論文。

鍾靜、陸昱任、石瑩琦（2007）。課程與教學數學領域深耕種子教師培育機制之探討及其未來展望。課程改革與教學輔導國際學術研討會，淡江大學主辦6月14日。

羅豪章（2001）。鷹架理論在電腦輔助教學上之應用。視聽教育，20-30。

蘇耿進（2005）。利用 Excel 設計之活動進行國二應用問題補救教學之個案研究。國立高雄師範大學數學系教學碩士班碩士論文。

附錄

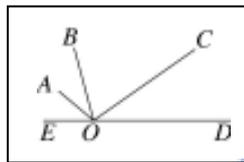
附錄A 數學成就測驗卷

班級： 姓名： 座號

選擇題(每格3分)

1. () 如下圖所示，三直線交於一點，則 $\angle 1 + \angle 2$ 的度數會等於下列何者的度數？

- (A) $\angle 3 + \angle 6$ (B) $\angle 4 + \angle 5$ (C) $\angle 1 + \angle 5$ (D) $\angle 3 + \angle 5$

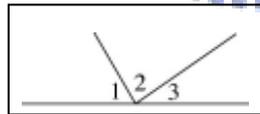
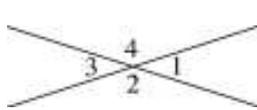


2. () 如上框所示，O在直線ED上， $\angle AOC = \angle BOD$ ， $\angle AOE = 40^\circ$ ， $\angle COD = 35^\circ$ ，則 $\angle BOC$ 的度數為

- (A) 65° (B) 70° (C) 80° (D) 100°

3. () 如下圖，兩直線交於一點

，則下列敘述何者錯誤？(A) $\angle 1 = \angle 3$ (B) $\angle 2$ 的補角是 $\angle 4$ (C) $\angle 2 = \angle 4$ (D) $\angle 3$ 與 $\angle 4$ 互補



4. () 如右上框所示，設 $\angle 1 = (4x)$ 度， $\angle 2 = (2x + 55)$ 度， $\angle 3 = (3x - 10)$ 度，則 $\angle 3$ 的補角為幾度

- (A) 35° (B) 75° (C) 105° (D) 145°

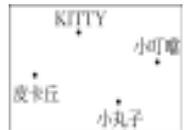
5. () $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 三個角在聊天： $\angle A$ ：當我們同在一直線上時，我的補角是你們兩個加起來的度數和。 $\angle B$ ：我剛剛量得我的角度是 $\angle C$ 的3倍多20度。 $\angle C$ ：我的角度是 18° 。請你算出 $\angle A$ 的度數是多少？

- (A) 88° (B) 87° (C) 79° (D) 47°

6. () 已知 $\angle A$ 為50度， $\angle B$ 是它的補角，請問 $\angle B$ 的度數是多少？

- (A) 40度 (B) 50度 (C) 130度 (D) 180度

7. () 一遊樂場欲設置四個分別以KITTY、皮卡丘、小叮噠、小丸子為主題的餐飲店，如圖所示，且



遊樂場的董事長希望能夠將這四間店用步道相互連結起來，則工人們需要鋪設幾條步道，才能使餐飲店之間能夠相互溝通？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8條

填充題(每格3分)

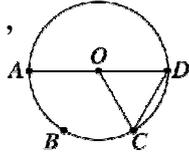
1. 若 $\angle A = (2x + 30)^\circ$ ，則分別依下列各條件求x之值

- (1) $\angle A$ 的餘角是 30° ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$
 (2) $\angle A$ 的補角是直角，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 圓O的直徑為18公分，若圓O中有一扇形面積為該圓面積的 $\frac{1}{3}$ ，則

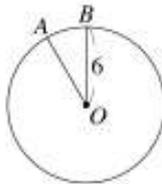
- (1) 該扇形面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方公分。
 (2) 該扇形所截的弧長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公分。
 (3) 該扇形兩半徑所夾的圓心角為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度。

3. 如下圖， \overline{AD} 為圓 O 的直徑，若 $\angle DOC = 60^\circ$ ，且 $\overline{OA} = 3$ 公分，則：

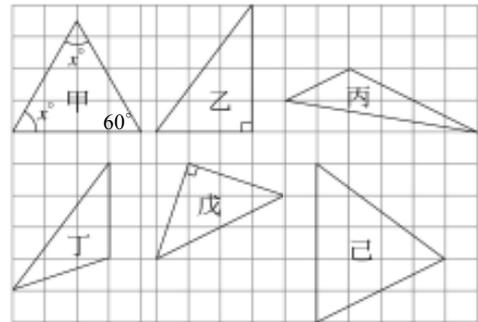


- (1) $\overline{CD} =$ _____ 公分。
- (2) 扇形 OCD 的面積為 _____ 平方公分。
- (3) \widehat{ABC} 的弧長為 _____ 公分

4. 如圖， $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ _____ 度。



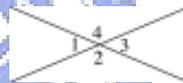
5. 如右上圖，已知圓 O 的半徑為 12 公分，圓心角 $\angle AOB$ 為 30° ，則：
 - (1) 優弧 AB 的弧長為 _____ 公分。
 - (2) 扇形 AOB 的面積為 _____ 平方公分。



- (1) 鈍角三角形有哪些？
答：_____
- (2) 銳角三角形有哪些？
答：_____
- (3) 正三角形有哪些？
答：_____。

計算：(每個答案各 5 分，共 25 分)

1. 如圖所示，若 $\angle 4 + \angle 2 = 288^\circ$ ，則 $\angle 1 = ?$



6. (1) 正三角形是否為等腰三角形的一種？A: _____
- (2) 菱形為正方形的一種？
A: _____
- (3) 正方形為長方形的一種？
A: _____

3. 一圓半徑為 10 公分，一扇形之兩半徑夾角為 72° ，求此扇形的面積及周長

7. 以代號回答下列各題。(一格 4 分)

4. 一圓上有相異 6 點，任意連接兩點成一弦，則此 6 點共可連成幾條弦？

附錄C 新課程使用問卷

親愛的同學們，我們在這一段課程嘗試了不同的教學活動，請你就這一週的課程回答下列的問題，作答不會影響任何記分唷，請針對問題回答你寶貴的意見~

填表日期： 月 日

班級： 姓名： 座號：

我會向老師或同學發問。

同意 沒意見 不同意

1. 新課程的活動中，我能較容易的執行活動。同意 沒意見 不同意

原因

原因

2. 新課程的活動中，課程的表現方式會加深我對平面圖形的印象。

同意 沒意見 不同意

原因

3. 我對於平面圖形的課程無法了解。

同意 沒意見 不同意

原因

4. 我覺得這樣的課程實行簡單易懂。

同意 沒意見 不同意

原因

5. 我覺得新課程的方式學習很適當。

同意 沒意見 不同意

原因

6. 我不能適應這樣新的教學課程。

同意 沒意見 不同意

原因

7. 在新課程的活動中，提供了許多讓我與同學一起討論的機會。

同意 沒意見 不同意

原因

8. 在新課程的活動中，對於有問題的地方

9. 當我想到要用新課程來上課時我會很興奮。同意 沒意見 不同意

原因

10. 我認為新課程的活動設計可以引起我的學習興趣。

同意 沒意見 不同意

原因

11. 我願意再參加這樣的課程。

同意 沒意見 不同意

原因

12. 我覺得新課程的設計是多此一舉，浪費時間。同意 沒意見 不同意

原因

13. 透過新課程的活動，我覺得可以增進學習的效果。同意 沒意見 不同意

原因

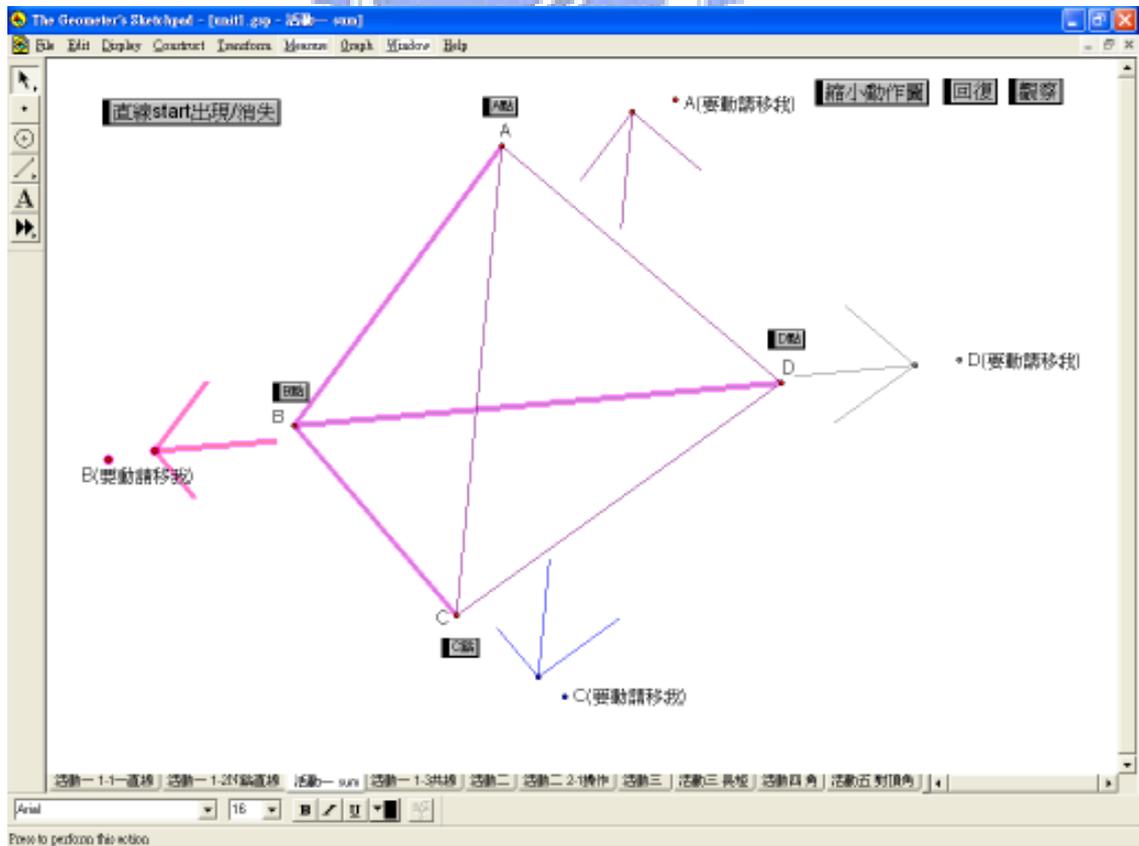
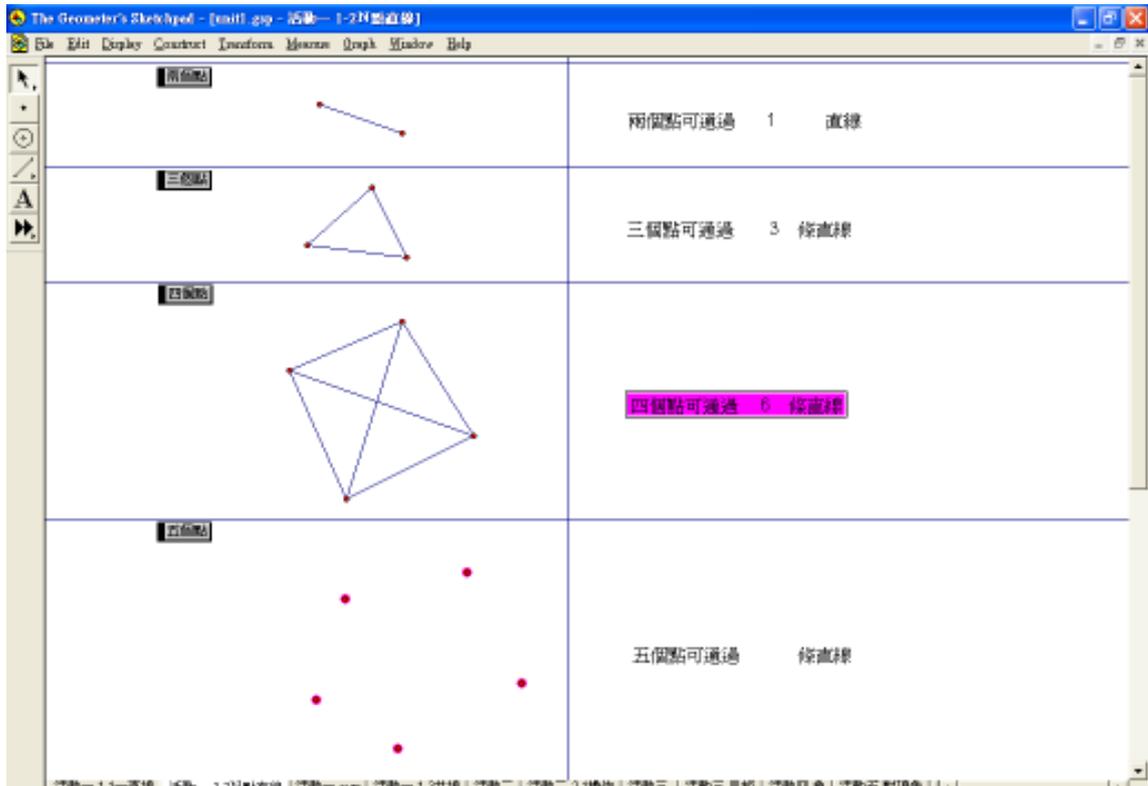
14. 在新課程的活動中，我比較喜歡的部分。老師講解 自己個人操作

和同學一起討論操作 都喜歡

都不喜歡 原因

◎其他的想法、建議及對新課程心得(100字，條列式或任意發揮)：

附錄D GSP課程教材



The Geometer's Sketchpad - [null].gsp - 活動一-1-14-59

File Edit Display Construct Inferences Measure Graph Window Help

平面上相異5點，且A、B、C三點共線，問共有幾條直線？

動動腦 **答案**

剩下 _____ 個點的連線跟之前還是一樣，_____ 個點不一樣了？

原有 _____ 個點，故患有 _____ 條直線。

現在有 _____ 點不能用，故減少了 _____ 條直線。

但別忘了這些不能用的點共線，所以可以在加 _____ 條直線。

活動一-1-1-直線 | 活動一-1-2-1點直線 | 活動一-1-2-2點直線 | 活動一-1-2-3點直線 | 活動二 | 活動二-1-操作 | 活動三 | 活動三-再說 | 活動四角 | 活動五-對頂角 |

Press to perform the action

The Geometer's Sketchpad - [null].gsp - 活動一-1-14-59

File Edit Display Construct Inferences Measure Graph Window Help

平面上相異5點，且A、B、C三點共線，問共有幾條直線？

動動腦 **答案**

剩下 _____ 個點的連線跟之前還是一樣，_____ 個點不一樣了？

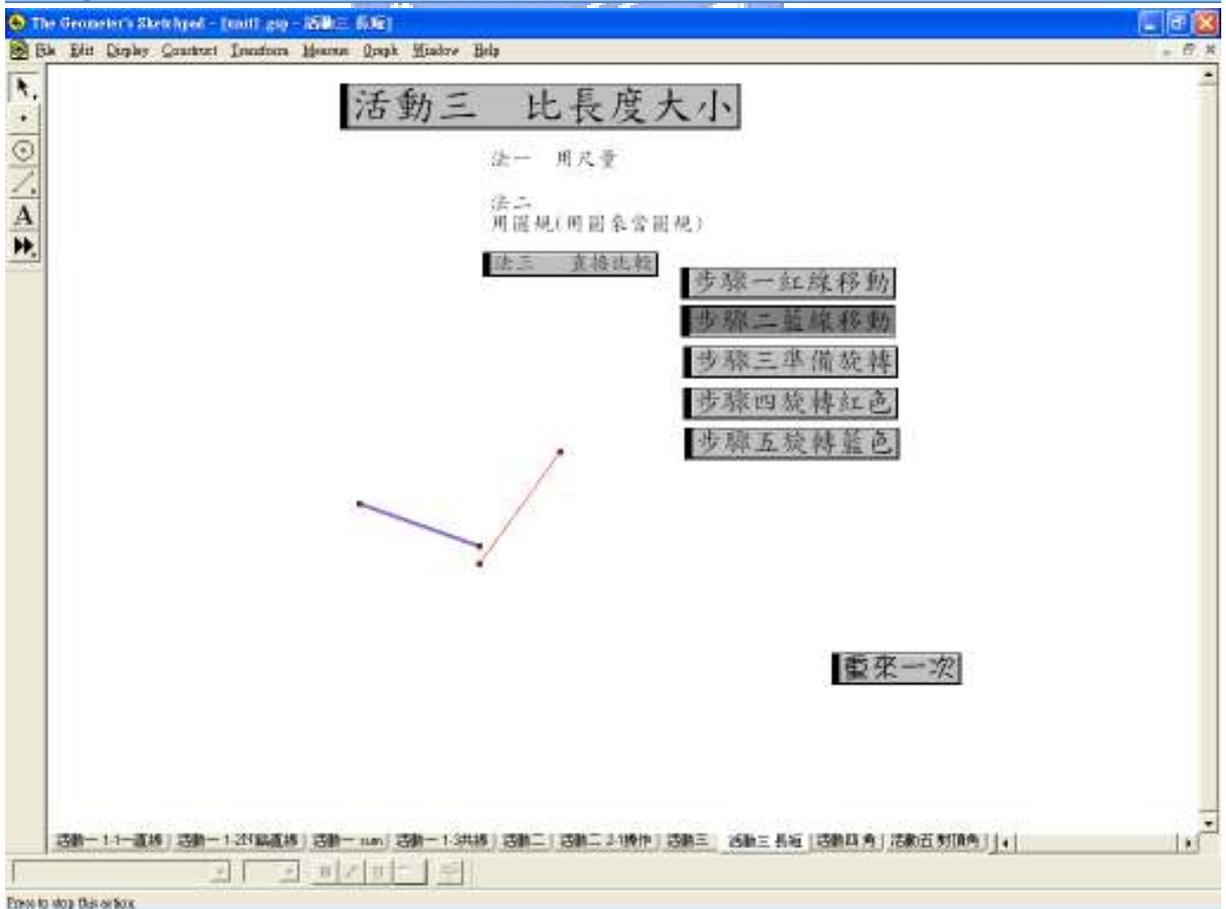
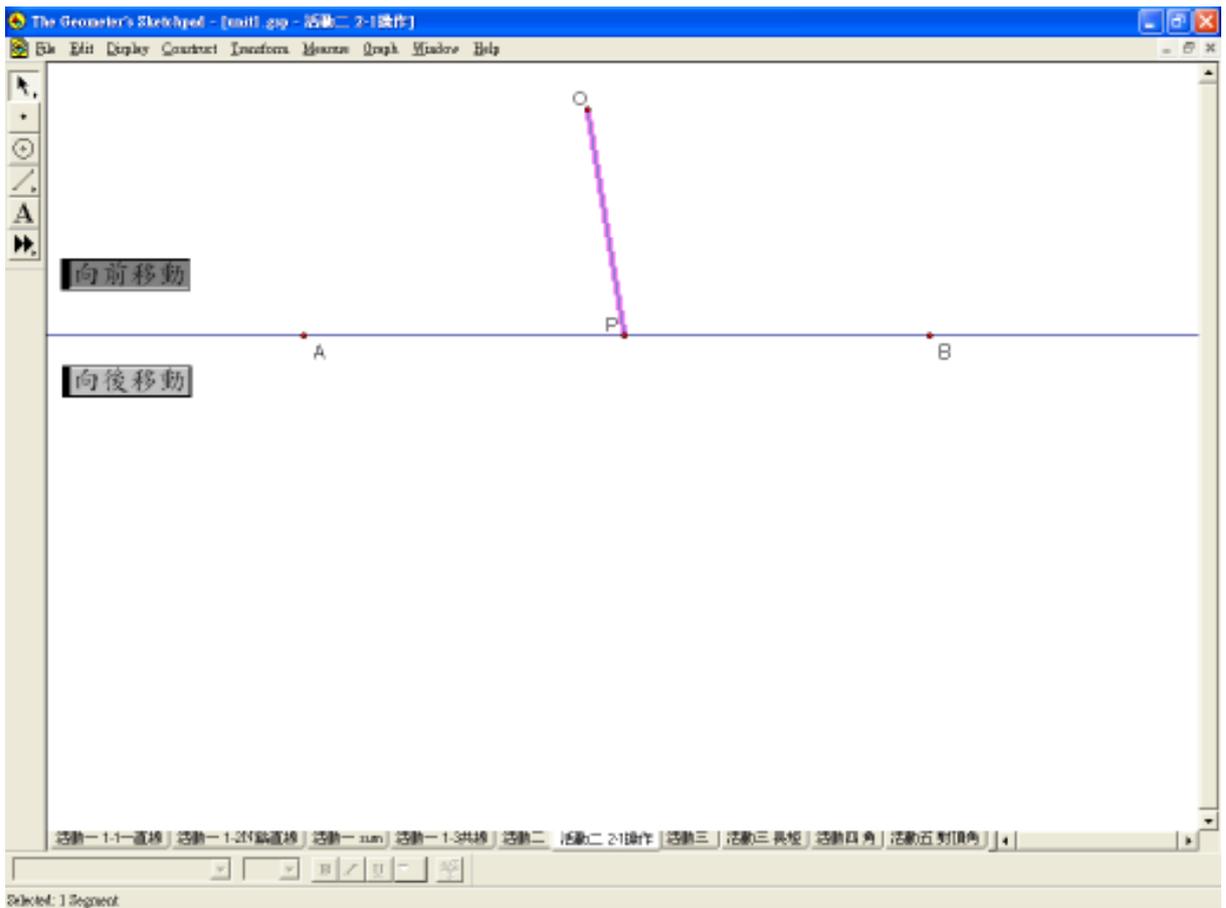
原有 _____ 個點，故患有 _____ 條直線。

現在有 _____ 點不能用，故減少了 _____ 條直線。

但別忘了這些不能用的點共線，所以可以在加 _____ 條直線。

活動一-1-1-直線 | 活動一-1-2-1點直線 | 活動一-1-2-2點直線 | 活動一-1-2-3點直線 | 活動二 | 活動二-1-操作 | 活動三 | 活動三-再說 | 活動四角 | 活動五-對頂角 |

Press to perform the action



The Geometer's Sketchpad - [null].gsp - 活動四角

File Edit Display Construct Information Measure Display Window Help

角度實在太多了，我們把它們依各自的度數分類為 **五種**：

聰明的培英人，有辦法利用角度的分組，把主角們分類吧！

主角出場

平角 角度=180°		周角 角度=360°	
銳角 角度<90°	直角 角度=90°	鈍角 180°>角度>90°	

活動一-1.1-直線 活動一-1.217編直線 活動一-man 活動一-1.34共構 活動二 活動二-2.1操作 活動三 活動三-再視 活動四角 活動五 對頂角

Selected: 29 Objects

The Geometer's Sketchpad - [null].gsp - 活動五 對頂角

File Edit Display Construct Information Measure Display Window Help

如何證明 $\angle 1 = \angle 3$

法一
直接量角度。

法二
用證明的。

$\angle 1 + \angle 2 = 180$

$\angle 3 + \angle 2 = 180$ **all 消失**

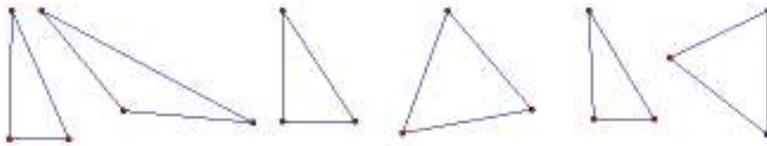
活動一-1.1-直線 活動一-1.217編直線 活動一-man 活動一-1.34共構 活動二 活動二-2.1操作 活動三 活動三-再視 活動四角 活動五 對頂角

Press to perform the action

The Geometer's Sketchpad - 活動六 三角形判別

File Edit Display Construct Inferences Measure Graph Window Help

三角形的模特世界~~ 主角出場走秀



請量角度與邊長，請根據特性將三角形放入框中

銳角三角形
直角三角形
鈍角三角形

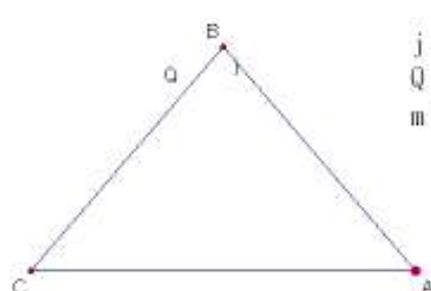
活動六 三角形判別 | 活動六 三角形2 | 活動七 三包含關係 | 活動八 8.1 兩個直角 | 活動八 8.2 兩個角 | 活動八 8.3 兩個角

How to perform this action

The Geometer's Sketchpad - 活動七 三包含關係

File Edit Display Construct Inferences Measure Graph Window Help

你一個 任意的等腰三角形，觀察邊長與角度，隨意的拉動下，你還可以找到什麼？

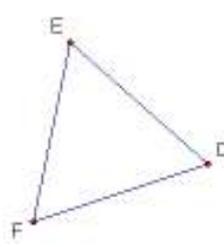


$j = 6.61 \text{ cm}$

$Q = 6.61 \text{ cm}$

$m \overline{AC} = 8.57 \text{ cm}$

你一個 任意的正三角形，觀察邊長與角度，隨意的拉動下，你還可以找到什麼？



$m_{\angle DEF} = 60.00^\circ$

$m_{\angle EFD} = 60.00^\circ$

$m_{\angle FDE} = 60.00^\circ$

活動六 三角形判別 | 活動六 三角形2 | 活動七 三包含關係 | 活動八 8.1 兩個直角 | 活動八 8.2 兩個角 | 活動八 8.3 兩個角

Selected: Point A

The Geometer's Sketchpad - [unit7.gsp - 活動八 8-1 幾個直角]

File Edit Display Construct Locus Tools Measure Graph Window Help

三角形最多有幾個直角? why?

1個直角
2個直角
3個直角

想一想

活動六 三角形3種別 | 活動六 三角形2 | 活動七 三角形種類 | 活動八 8-1 幾個直角 | 活動八 8-2 等腰三角形 | 活動八 8-3 等腰三角形

The Geometer's Sketchpad - [unit7.gsp - 活動八 8-1 幾個直角]

File Edit Display Construct Locus Tools Measure Graph Window Help

三角形最多有幾個鈍角? why?

利用4步驟觀察

- 1 先量測出三個角度
- 2 先移動A點
- 3 計算∠B+∠C
- 4

New Calculation

m∠BCA ...?

m∠BCA +

7	8	9	+	-	Yank
4	5	6	-	(Eraser
1	2	3	*)	Dim
0	.	÷	←	→	
Help		Cancel		OK	

活動六 三角形3種別 | 活動六 三角形2 | 活動七 三角形種類 | 活動八 8-1 幾個直角 | 活動八 8-2 等腰三角形 | 活動八 8-3 等腰三角形

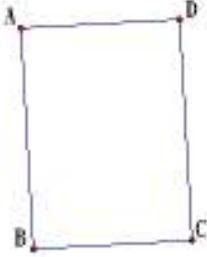
Click to include the dimension's value in the expression.

The Geometer's Sketchpad - [unit7.gsp - 活動九 包含關係]

File Edit Display Construct Inferences Measure Graph Window Help

請利用觀察角度與邊長，歸納出其性質後，在學習單上打勾。

矩形

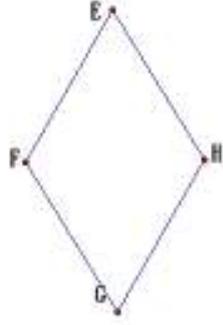


觀察邊長

AB = 4.70 cm
BC = 3.34 cm
CD = 4.70 cm
DA = 3.34 cm

觀察角度

菱形



觀察邊長

觀察角度

正方形



觀察邊長

觀察角度

活動九 包含關係 | 活動十 對角線活動 | 圖的介紹 | 活動11 與對角長(圓心角) | 活動12 扇形對圓積(圓心角) |

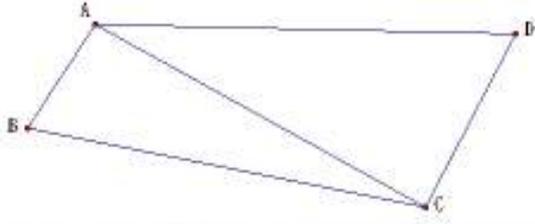
File to perform this action

The Geometer's Sketchpad - [unit7.gsp - 活動十 對角線活動]

File Edit Display Construct Inferences Measure Graph Window Help

四邊形

五邊形



邊形，從 **A** 點出發可連出 1 對角線：AC

以此類推，從 **B** 點出發可連出 對角線：_____

以此類推，從 **C** 點出發可連出 對角線：_____

以此類推，從 **D** 點出發可連出 對角線：_____

一點可連 條對角線 × 共有 點(考慮是否重複) = _____

2

活動九 包含關係 | 活動十 對角線活動 | 圖的介紹 | 活動11 與對角長(圓心角) | 活動12 扇形對圓積(圓心角) |

標格區

Click to show or hide the label

The Geometer's Sketchpad - [unit7.gsp - 圓的介紹]

File Edit Display Construct Inferences Measure Display Window Help

圓心
 半徑 隱藏
 直徑 隱藏
 圓周 隱藏圓
 圓面積 隱藏圓內部

半徑與直徑的關係(量長度)

圓周上任兩點可決定 弦 隱藏弦
 任意弦 最長
 弧 隱藏弧 DE
 任意弧
 弧度
 弧長
 弦與弧的關係 隱藏
 扇形 弓形

優弧 $> 180^\circ$
劣弧 $< 180^\circ$

活動九 包含關係 | 活動十 對角線活動 | 圓的介紹 | 活動11 弧對直徑(圓心角) | 活動12 扇形對圓(圓心角)

The Geometer's Sketchpad - [unit7.gsp - 活動11 弧對直徑(圓心角)]

File Edit Display Construct Inferences Measure Display Window Help

弧與圓周的關係

Length $\widehat{CB} = 4.33$ cm

已知圓A周長 = 26.00 cm

30度 60度 90度
 180度 270度

$m \widehat{CB} = 60.00^\circ$
 圓心角BAC = 60.00°
 觀察弧和圓心角的關係

弧長和弧度有相關嗎?
 觀察各種度數

弧長和周長有相關嗎?
 $\frac{\text{Length } \widehat{CB}}{\text{圓A周長}} = 0.1667$

弧度和周角有相關嗎?
 $\frac{m \widehat{CB}}{\text{圓A周角}} = 0.1667$
 $\frac{\text{圓心角BAC}}{\text{圓A周角}} = 0.1667$

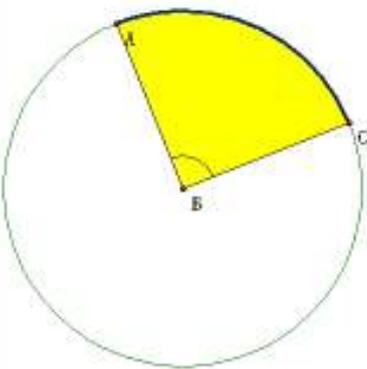
活動九 包含關係 | 活動十 對角線活動 | 圓的介紹 | 活動11 弧對直徑(圓心角) | 活動12 扇形對圓(圓心角)

選擇區

Selected: 4 Object

The Geometer's Sketchpad - 活動12 圓形對面角(圓心角)

File Edit Display Construct Locus/Trace Measure Graph Window Help



扇形與圓面積的關係

ABC扇形的面積 = 12.50 cm²

$m \widehat{CA} = 90.00^\circ$
圓心角BAC = 90.00°

扇形和弧度有相關嗎?
觀察各種角度

30度 60度 90度
180度 270度

圓B的面積 = 50.00 cm²

圓A周角 = 360.00°

扇形和圓面積的關係

ABC扇形的面積 / 圓B的面積 = 0.2500

弧度和周角的關係

$m \widehat{CA}$ / 圓A周角 = 0.2500
圓心角BAC / 圓A周角 = 0.2500

活動九 包含關係 | 活動十 對角線活動 | 圓的介紹 | 活動11 圓對面角(圓心角) | 活動12 圓形對面角(圓心角)

標桿型

Press to perform the action



附錄E 輔助學習單P.1

點、線、角的 World~

班級: _____ 姓名: _____ 座號: _____

主題一、點

如右圖，我們會稱_____

• A

主題二、線

有分三種 1. _____ ()、2. _____ ()、3. _____ ()。

活動 1-1: _____ 點可決定一直線。

1-2: 平面上有 N 點可決定 _____ 直線。



甘單啦!

點	決定 N 條直線
2	
3	
4	
5	
6	
10	
N	

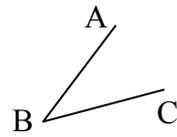
1-3: 平面上有 N 點但有 M 點共線，可決定 _____ 直線。

原本有的點	本可決定條直線	共線的點 (無法使用)	漏掉的直線	共線	答案
4		3			
5		3			
6		3			
N		3			
N		M			

活動二: 藉由操作觀察出點到直線的距離 = _____ = _____。

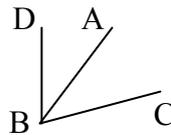
活動三 → 如何比大小: 1. 用尺量。 2. 用圓規。 3. 用比較。

主題三、角： 如右圖，我們讀作_____。



右圖的角B指的是?

讀出右圖所有的角為何?



故當角被切割時，我們必須唸出完整的名稱或用 $\angle 1$ 代替。

活動四：請把這些角的”統稱”寫上去，且依序畫出符合的角。

() 角 $< 90^\circ$ () 角 $= 90^\circ$ () 角 $= 180^\circ$

() $180^\circ >$ 角 $> 90^\circ$ () 角 $= 360^\circ$



知道上述的統稱後，幾個特殊的名詞一定要知道喔!

餘角 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ \rightarrow \angle 1$ 為 $\angle 2$ 的 _____、 $\angle 2$ 為 $\angle 1$ 的 _____，兩者 _____。

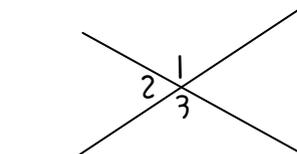
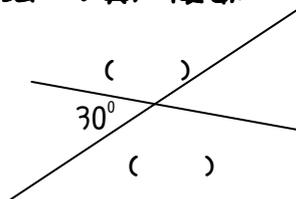
補角 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \rightarrow \angle 1$ 為 $\angle 2$ 的 _____、 $\angle 2$ 為 $\angle 1$ 的 _____，兩者 _____。

活動五：已知兩條直線交於一點， $\angle 1$ 為 $\angle 2$ 的 _____、 $\angle 1$ 為 $\angle 3$ 的 _____。

法一：填入度數

法二：把證明寫下來啫!

法三：貼上來



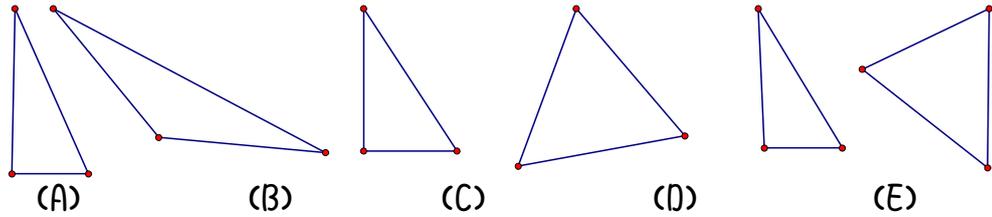
寫下你學完後的心得感想吧!(100字)：

探索平面圖形的素藉

班級: _____ 姓名: _____ 座號: _____

主題一、三角形 (根據活動六回答下列問題)

1. 量過角度和邊長後，請依序填上，在依據名題性質，填入下列代號:



- 何者為銳角三角形 (定義 _____) : _____
- 何者為直角三角形 (定義 _____) : _____
- 何者為鈍角三角形 (定義 _____) : _____
- 何者為等腰三角形 (定義 _____) : _____
- 何者為正三角形 (定義 _____) : _____
- 何者為正三角形 (定義 _____) : _____

給它棉名稱吧:

動動腦 (活動活動七) :

等腰三角形是不是正三角形的一種? why?

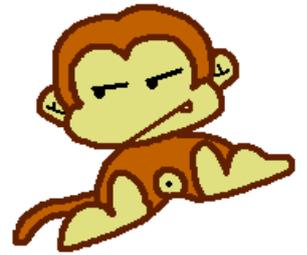
正三角形是不是等腰三角形的一種? why?

2. (根據活動活動八回答下列問題)

判斷銳角三角形最多有_____個銳角。

判斷直角三角形最多有_____個直角、_____個銳角。

判斷鈍角三角形最多有_____個鈍角、_____個銳角。



主題二、四邊形的性質(根據活動九符合打勾)

	四個角都是直角(四個角都相等)	四個邊等長
長方形 (矩形)		
菱形		
正方形		

1. 矩形是不是正方形的一種? 正方形是不是矩形的一種?
2. 菱形是不是正方形的一種? 正方形是不是菱形的一種?
3. 你覺得符合最多種特性的是那一種四邊形呢?

寫下你學完後的心得感想吧!(100字):

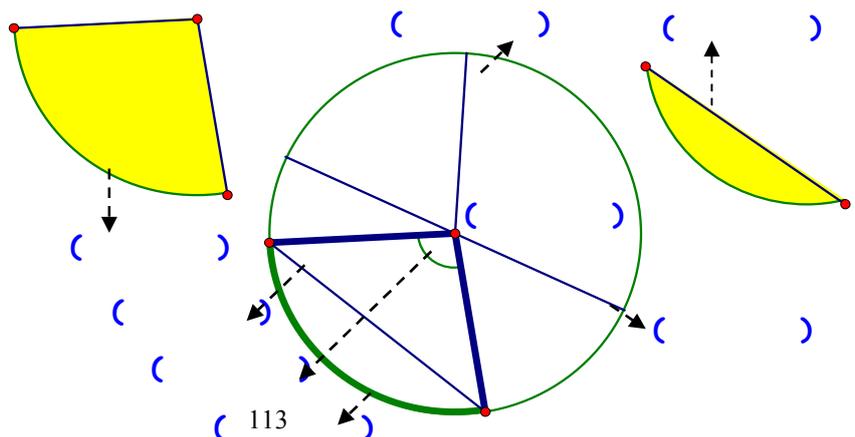
附錄G 輔助學習單P.3

Still 探索平面圖形的素藉 班級：姓名： 座號：

1. 根據活動十，填入下表四、五邊形，再根據規律推出其他：

多邊形	上欄寫出下列各頂點可連出幾條對角線 及 下欄寫出其線段名稱						
	A點	B點	C點	D點	E點	F點	共多少條
四邊形	條	條	條	條			條
五邊形	條	條	條	條	條		條
六邊形	條	條	條	條	條	條	條
N邊形	條	條	條	條	條	條	條

主題三圓形的介紹



2. 根據活動十一的觀察，填入以下空格：

弧度	30	60	90	180	270
圓心角					
周角					
圓心角/周角					

* 請你說出弧度/圓心角/周角有什麼關係? _____

弧度	30	60	90	180	270
弧長					
圓周長					
弧長/圓周長					

* 請你說出弧度/弧長/周長有什麼關係? _____

3. 根據活動十二的觀察，填入以下空格：

弧度	30	60	90	180	270
圓心角					
扇形					
圓面積					
扇形/圓面積					

* 請你說出弧度/圓心角/扇形有什麼關係? _____

寫下你學完後的心得感想吧！(100字)：