

國立交通大學

電子工程學系電子研究所碩士班

碩士論文

波導共振模態濾波器的製作與模擬

Fabrication and simulation of Guided-Mode Resonance Filter

研究 生：周柏仰

指 導 教 授：林聖迪 教授

中華民國九十九年八月

# 波導共振模態濾波器的製作與模擬

Fabrication and simulation of Guided-Mode Resonance Filter

研究 生：周柏仰

Student : Bo-Yang Chou

指 導 教 授：林 聖 迪

Advisor : Dr. Sheng-Di Lin

國 立 交 通 大 學  
電 子 工 程 學 系 電 子 研 究 所 碩 士 班  
碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Department of Electronics Engineering and Institute of Electronics

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

In partial Fulfillment of the Requirements

For Degree of

Master

In

Electronics Engineering

August 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年八月

# 波導共振模態濾波器的製作與模擬

學生：周柏仰

指導教授：林聖迪 博士

國立交通大學  
電子工程學系 電子研究所碩士班

摘要

本篇論文主要是在理論及實驗上研究以波導共振模態效應為機制的光學濾波器，此種濾波器主要是由繞射光柵及波導結構構成。在文中會完整討論以光柵繞射理論、等效介質理論、波導理論為基礎的設計原理。我們以 GaAs 為材料來製作波導共振模態濾波器，因為其具有與其他在 GaAs 基板上光學元件整合的潛力。元件的製程利用電子束微影及乾蝕刻形成奈米孔洞，而為了讓空氣環繞著光柵薄膜，使用 AlGaAs 犧牲層的濕蝕刻來完成製作。我們已成功的完成二維波導共振模態濾波器，其中一個濾波器共振峰的反射率峰值為 86% 於波長 1051nm，頻寬為 356nm，另一濾波器其共振峰的反射率峰值為 91% 於波長 926nm，頻寬為 126nm，我們也驗證了藉由改變光柵週期及填充因子可以調變反射峰的位置及頻寬。最後，我們對於模擬結果與實驗結果做比較與簡短的討論。

# **Fabrication and simulation of Guided-Mode Resonance Filter**

Student: Bo-Yang Chou

Advisor: Dr. Sheng-Di Lin

Department of Electronics Engineering and Institute of Electronics

National Chiao Tung University

## **Abstract**

In this thesis, the optical filters based on guided-mode-resonance (GMR) effect are studied theoretically and experimentally. These filters are constructed with combined diffraction gratings and waveguide structures. A design rule based on grating diffraction, effective medium method, and waveguide theory is fully discussed. To fabricate the GMR filter, we use GaAs-based materials for their potential in the integration with other optical devices on the GaAs substrate. The device processing includes nano-holes formed by e-beam lithography and dry etch methods. To make the grating membrane surrounding by air, a wet-etch of AlGaAs sacrificing layer completes the fabrication. We demonstrate two 2-D GMR filter successfully. One has a resonance peak at 1051nm with ~86% reflectivity and 356nm bandwidth and, for the other one, the resonance peak of 926nm with ~91% reflectivity and 126nm bandwidth is obtained. We also show that the reflection peaks and bandwidths are variable by tuning the grating periods and fill factors. Finally, a short discussion on the comparison between experimental data and simulation results is presented.

## 誌謝

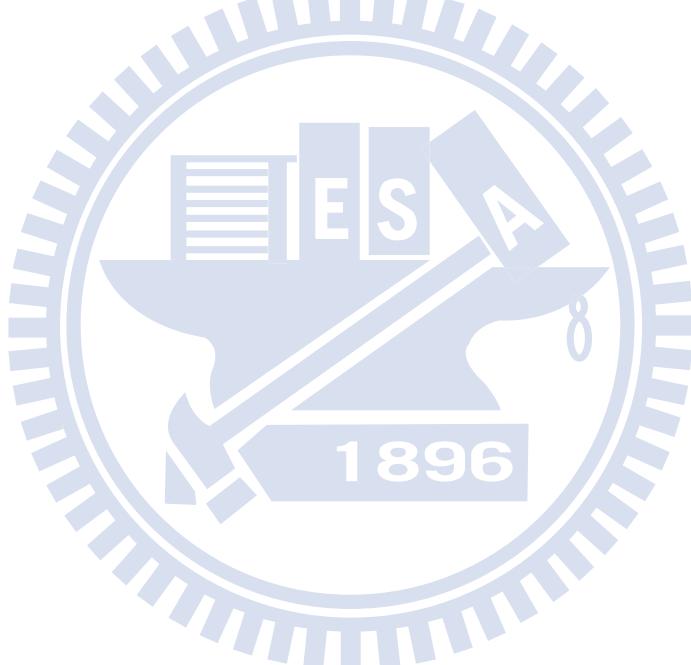
經過兩年的努力，碩士論文終於完成了。首先要感謝我的指導教授林聖迪教授，在這段時間讓我能夠自由發揮做自己有興趣的題目。接著要感謝小傅學長和 Queena 學姐，這篇論文如果沒有你們的幫忙是無法完成的，感謝你們不辭辛勞的幫我長晶及寫 e beam，對於反射率的量測也給我很多建議及幫助，在此致上萬分的謝意。然後要感謝家豪及旭傑學長，有你們辛苦維護及保養機台，我們才能夠順利的進行實驗，感謝你們所付出的時間與心血。同時要謝謝宜靜學姐，感謝妳教導我 Rsoft 軟體使用及嚴格耦合波分析，讓我可以省去摸索的時間，祝妳接下來的口試順利通過。最後要感謝同一屆一起打拼的夥伴柏存學長、嘉邑、atta 及葉媽，感謝柏存學長交會了我許多機台，原諒我總是學習進度比你還慢，很羨慕你大大的頭裡裝了滿滿的知識，希望你在未來的博班生涯能夠順利，並且可以帶領阿修學弟在雷射領域闖出一片天，學弟就靠好好照顧了，祝你幸福。接下來感謝嘉邑同學，雖然你做的題目太過偏電路所以我完全不懂但是我們還是常常一起討論研究上所遭遇到的問題，有你可以一起討論及抒發生活中的苦悶我覺得非常幸運，祝你在未來的台積生涯能夠順利。然後是感謝 atta，感謝 atta 在我沮喪的時候聽我抱怨及給我鼓勵，在養貓上也分享寶貴的經驗給我，讓我獲益良多。最後要感謝葉媽，葉媽雖然你做的題目也跟我完全不相關，但是你所花的努力我都了解，畢業就在眼前了，加油不要放棄。還有很多未提及的朋友們，在這段時間的照顧，真的非常感謝。

最後要感謝我的父母多年來的養育之恩，有你們辛苦的栽培才有今日的我，讓我可以順利的完成碩士班學業，在此致上最誠摯的感謝與祝福。

# 目錄

摘要 .....	i
Abstract .....	ii
誌謝 .....	iii
目錄 .....	iv
圖目錄 .....	vi
表目錄 .....	ix
<b>第一章 簡介 .....</b>	<b>1</b>
1.1 光柵繞射異常現象 .....	1
1.2 論文架構 .....	4
<b>第二章 波導共振模態基本原理 .....</b>	<b>5</b>
2.1 波導共振模態效應 .....	5
2.2 波導理論 .....	7
2.2.1 波導方程式 .....	7
2.2.2 波導本徵方程式 .....	10
2.3 等效介質理論 .....	13
2.3.1 等效介質理論簡介 .....	13
2.3.2 TE 模態等效折射率 $n_{TE}$ .....	14
2.3.3 TM 模態等效折射率 $n_{TM}$ .....	14
2.3.4 等效折射率的性質 .....	15
2.4 嚴格耦合波分析 .....	17
2.4.1 嚴格耦合波理論簡介 .....	17
2.4.2 嚴格耦合波理論 .....	17
2.4.3 弱調制波導光柵 .....	19
2.5 波導模態共振濾波器設計及性質 .....	22
2.5.1 濾波器設計流程 .....	22
2.5.2 波導共振模態效應的性質 .....	24
<b>第三章 元件設計、製程與量測系統 .....</b>	<b>29</b>
3.1 元件結構設計 .....	29
3.1.1 元件設計目標 .....	29
3.1.2 一維波導光柵濾波器 .....	30

3.1.3 二維波導光柵濾波器 .....	32
3.2 元件製程 .....	37
3.3 量測系統 .....	39
<b>第四章 實驗結果與討論 .....</b>	<b>41</b>
4.1 一維光柵元件 .....	41
4.2 二維光柵元件 .....	43
4.2.1 Lm4944 光柵元件 .....	43
4.2.2 Lm4987 光柵元件 .....	47
<b>第五章 結論與未來展望 .....</b>	<b>55</b>
<b>參考文獻 .....</b>	<b>56</b>
<b>簡歷 (Vita) .....</b>	<b>58</b>

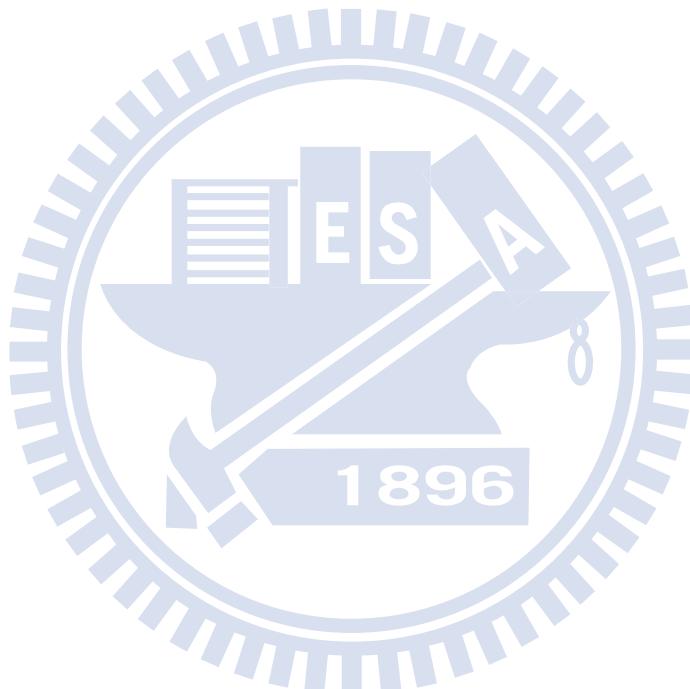


## 圖目錄

圖 1-1 Rayleigh anomaly .....	1
圖 1-2 在 Ag 金屬光柵中所產生的 surface plasma resonance effect .....	2
圖 1-3 雙層介電質光柵波導結構中的 guided mode resonance .....	3
圖 2-1 波導共振模態原理.....	5
圖 2-2 光柵波導結構 .....	5
圖 2-3 平板波導 .....	7
圖 2-4 步階式折射率波導結構.....	7
圖 2-5 等效介質近似示意圖 .....	13
圖 2-6 等效折射率與 fill factor 關係圖。 $n_1=1$ , $n_2=3.54$ .....	16
圖 2-7 波導光柵結構[8] .....	17
圖 2-8 光柵結構示意圖 .....	22
圖 2-9 共振區間 .....	22
圖 2-10 波導本徵方程式曲線 .....	23
圖 2-11 光柵波導一般性結構 .....	24
圖 2-12 雙層光柵波導本徵函數曲線 .....	25
圖 2-13 雙層光柵波導結構計算頻譜(a)厚度 $d=0.5\Lambda$ (b)厚度 $d=1.5\Lambda$ .....	25
圖 2-14 共振線寬對折射率調制作圖 .....	26
圖 2-15 共振線寬對填充因子作圖 .....	27
圖 2-16 共振線寬對模態偏限強度作圖 .....	27
圖 2-17 三層波導共振模態濾波器共振波長隨週期的變化 .....	28
圖 3-1 GaAs 波導光柵結構 .....	29
圖 3-2 TE mode 本徵函數曲線 .....	30
圖 3-3 TE mode 一維光柵反射率 .....	30

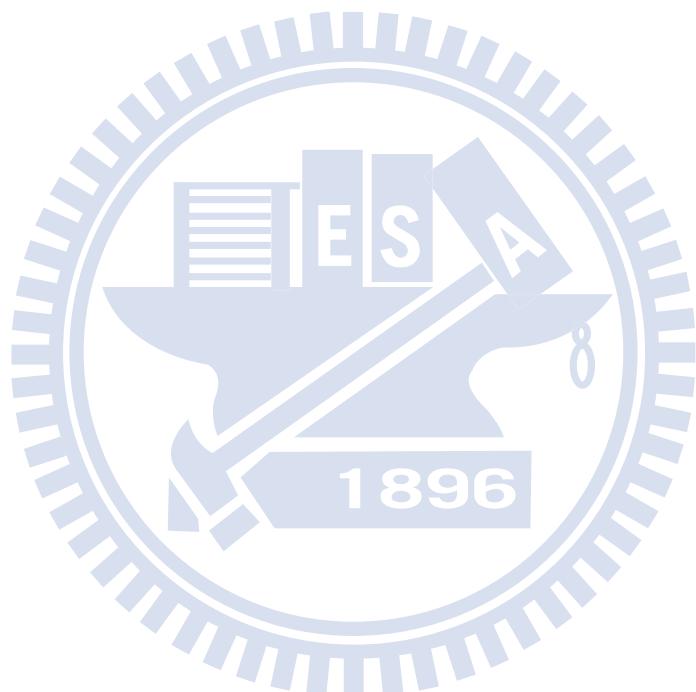
圖 3-4 TM mode 本徵函數曲線 .....	31
圖 3-5 TM mode 一維光柵反射率 .....	31
圖 3-6 波導光柵結構及等效結構示意圖.....	33
圖 3-7 波導光柵結構及等效結構反射率頻譜.....	33
圖 3-8 二維波導光柵本徵函數曲線( $T_g=280\text{nm}$ ) .....	34
圖 3-9 二維波導光柵反射率曲線( $T_g=280\text{nm}$ , $\Lambda=520\text{nm}$ ) .....	35
圖 3-10 二維波導光柵反射率曲線( $T_g=280\text{nm}$ , $\Lambda=520-540\text{nm}$ ) .....	35
圖 3-11 二維波導光柵本徵函數曲線( $T_g=160\text{nm}$ ) .....	36
圖 3-12 二維波導光柵反射率曲線( $T_g=160\text{nm}$ ) .....	36
圖 3-13 製程流程圖 .....	38
圖 3-14 Au 的反射率頻譜 .....	39
圖 3-15 micro-PL 反射率量測系統.....	40
圖 4-1 一維光柵 SEM 圖一 .....	41
圖 4-2 一維光柵 SEM 圖二 .....	42
圖 4-3 表面張力作用示意圖 .....	42
圖 4-4 Lm4944 週期為 $520\text{nm}$ 洞直徑為 $346\text{nm}$ 的元件 SEM 圖 .....	44
圖 4-5 Lm4944 二維光柵元件量測頻譜 .....	44
圖 4-6 Lm4944 二維光柵共振波長對空氣洞直徑關係圖 .....	45
圖 4-7 Lm4944 二維光柵共振半高寬對空氣洞直徑關係圖 .....	45
圖 4-8 $\text{Neff}=1.8$ 及 $2.2$ 的 $\text{TE}0$ mode 本徵函數曲線 .....	46
圖 4-9 Lm4944 光柵反射率量測頻譜與模擬頻譜.....	46
圖 4-10 Lm4987 週期為 $520\text{nm}$ 洞直徑為 $430\text{nm}$ 的元件 SEM 圖 .....	49
圖 4-11 Lm4987 二維光柵元件量測頻譜(變洞直徑) .....	49
圖 4-12 Lm4987 二維光柵元件量測頻譜(變動週期) .....	50
圖 4-13 Lm4987 二維光柵共振波長對空氣孔洞直徑關係圖 .....	50
圖 4-14 Lm4987 二維光柵 $\lambda_5$ 半高寬對空氣孔洞直徑關係圖 .....	51

圖 4-15 $N_{\text{eff}} = 1.8$ 及 2.2 的 TE_0 mode 本徵函數曲線(等效折射率上升).....	53
圖 4-16 Lm4987 二維光柵共振波長對光柵週期關係圖 .....	54
圖 4-17 Lm4987 二維光柵 $\lambda_5$ 半高寬對光柵週期關係圖 .....	54
圖 4-18 反射頻譜中的 dip.....	54
圖 4-19 S 與 P 極化的反射率頻譜.....	54
圖 4-20 Lm4987 光柵反射率量測頻譜與模擬頻譜一 .....	54
圖 4-21 Lm4987 光柵反射率量測頻譜與模擬頻譜二.....	54



## 表目錄

表 1 ICP 乾式蝕刻的製程條件 ..... 37



# 第一章 簡介

## 1.1 光柵繞射異常現象

早在1902年，Wood就發現經由光柵繞射的光波有一些異常的現象[1]，由光柵繞射的光強度應該是要隨著波長或角度而緩慢變化，但Wood卻發現在某些特定的波長或角度光強度會有急遽的變化，是當時的光柵理論所無法解釋的。後來在1965年Hessel跟Oliner把光柵的異常現象做了整理[2]，說明這種異常的現象大概可以區分成兩大類：第一類稱為“Rayleigh anomaly”，第二類稱為“Resonance anomaly”。

Rayleigh anomaly產生的原因是能量重新分配的結果，如圖1-1所示，當光波的繞射角度使的某階繞射光（在此為 $m=1$ ）跟光柵表面相切時，此時這道光波正處於可以延Z軸傳播與不能延Z軸傳播的極限，若這時再稍微增加入射角或者是增加波長，則 $m=1$ 的波再也不能延Z軸傳播，而形成漸逝波，而為了滿足能量守恆， $m=1$ 光波的能量必須重新分配到其他階可以傳播的繞射光上（在此為 $m=0$ ），所以 $m=0$ 的光波在這個角度或波長強度就會有急遽的變化。

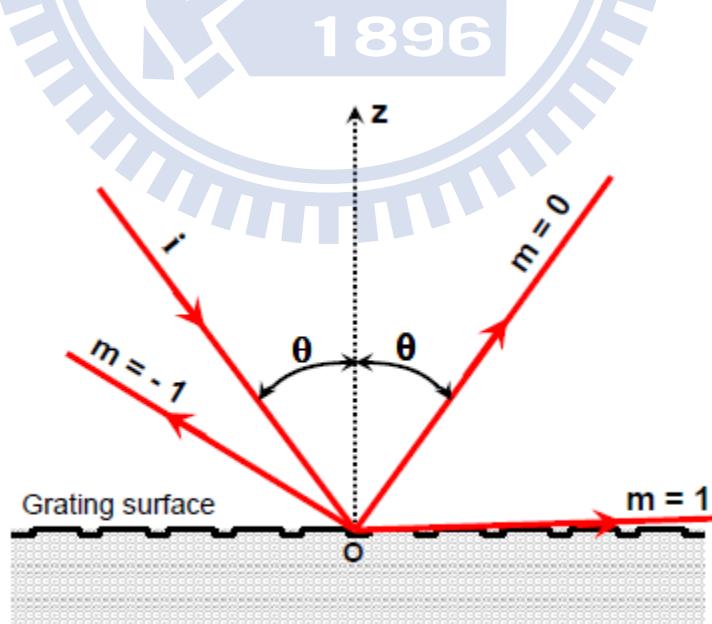


圖 1-1 Rayleigh anomaly[3]

Resonance anomaly 產生的原因是光波經由光柵的耦合效應，把入射光耦合到電磁波的表面模態(surface modes) ，而根據不同的樣品結構跟耦合機制，可以細分為兩種，一種是“Surface-plasma resonance” ，另一種是“Guided- mode resonance” 。Surface-plasma resonance 的產生是因為入射光波激發了樣品自由電子的震盪，所以在發生共振的地方光波會被樣品強烈的吸收，如下圖 1-2 所示。

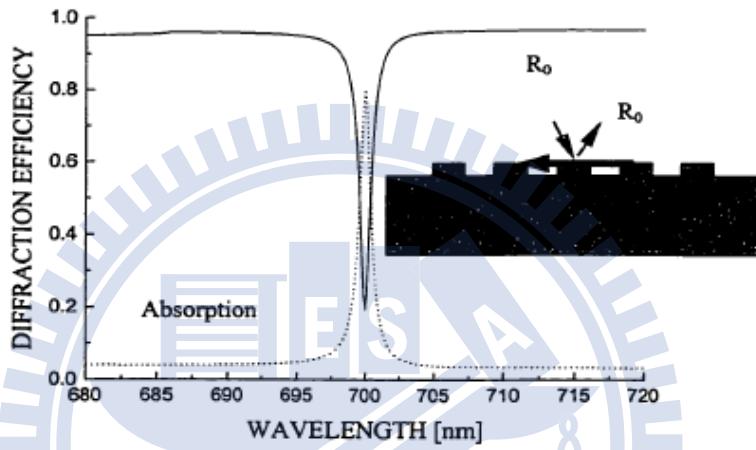


圖 1-2 在 Ag 金屬光柵中所產生的 surface plasma resonance effect[4]

另一種機制“Guided- mode resonance” ，中文稱為“波導共振模態” ，正是此篇論文探討主題背後的物理效應，第二章將會詳細敘述背後的物理機制。波導共振模態效應可以在某個波段形成反射率 100% 的反射頻帶，如圖 1-3 所示，並且對於結構適當的設計可以得到寬頻[5,6]及窄頻[7]的濾波器，由於波導共振模態濾波器結構上非常簡單，濾波效率又高，相對於一般使用多層膜堆疊來製作濾波器又比較節省製作成本，因此引發了許多研究學者的興趣，根據此結構提出了許多應用[8] ，但是早期的研究幾乎都是停留在理論模擬的階段[8,9,10]，實作部份的論文相當少見。

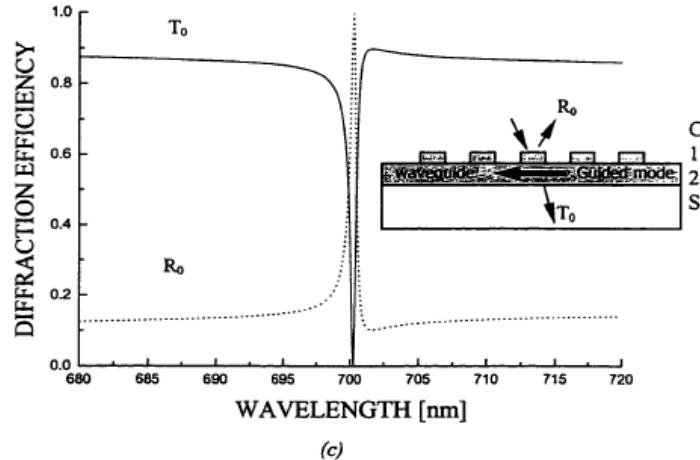


圖 1-3 雙層介電質光柵波導結構中的 guided mode resonance[4]

隨著半導體製程技術的進步，微影技術能夠製作的線寬已經到了奈米等級，可以使  
用電子束微影跟奈米壓印技術去完成次波長光柵的圖案，所以這塊領域也隨著技術的進  
步而蓬勃發展，實作部份的文獻也越來越多。目前應用波導共振模態濾波器的光學元件  
種類非常多樣，如調制器（modulator）[11]、垂直共振腔面射型雷射（VCSEL）[12]、  
偏光片(polarizer)[13]...等。

## 1.2 論文架構

本篇論文將會以GaAs為基板製作波導共振模態濾波器，第二章為波導共振模態基本原理，會探討波導共振模態效應的物理機制及基本理論，並且從中了解波導共振模態濾波器的性質，第三章為元件結構設計、製程及量測系統，會介紹一維及二維光柵元件結構設計，並且敘述元件製程及量測系統架設，第四章為實驗結果，會對於實驗樣品進行反射率的量測，並且探討反射率隨著結構參數的變化，第五章為結論。



## 第二章 波導共振模態基本原理

### 2.1 波導共振模態效應

如同前一章所述，波導共振模態是一種光柵異常的繞射現象，在反射頻譜上會觀察到強度急遽的變化，產生的機制為當入射光波在某個特定波長剛好跟平面波導結構產生相位匹配(phase match)，此波長的光就會被光柵耦合到波導的模態而在波導中傳遞，但是由於光柵的存在，所以光波無法永遠沿著波導傳遞，行進過程中會被光柵再次耦合出去，形成洩漏模態(leaky mode)，而利用簡單的多次干涉模型(multiple interference model)會發現再次耦合出去的光波會跟0階的透射波產生完全破壞性干涉[14]，意即沒有光能穿透，反射率為100%，是完美的反射鏡，如圖2-1所示。

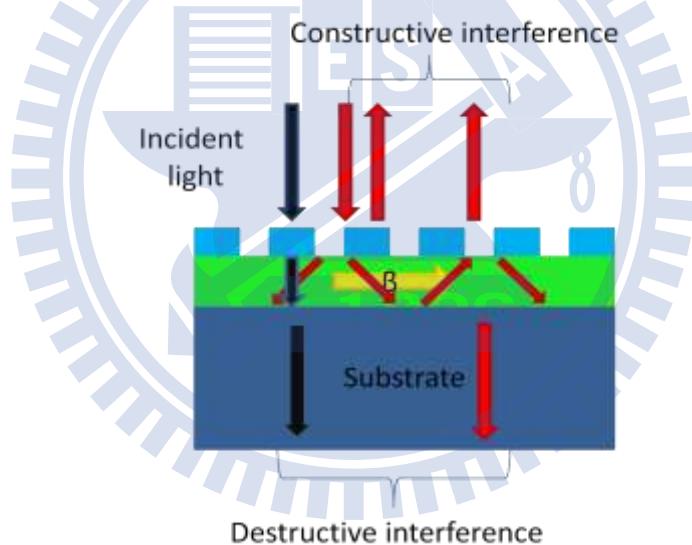


圖 2-1 波導共振模態原理

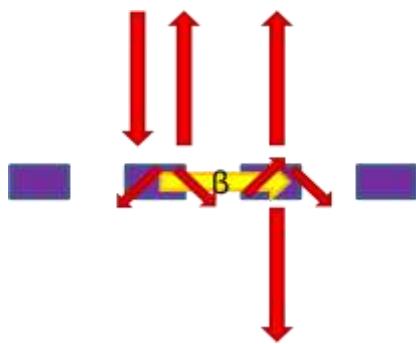


圖 2-2 光柵波導結構

在波導共振模態的效應中，光柵是扮演耦合器(coupler)的角色，將入射光耦合到波導中，再由波導結構來傳遞光波，所以元件結構必須包含光柵及波導這兩個部分，缺一不可，如圖 2-1，但是若光柵使用高折射率的材料如 GaAs ( $n=3.6$ )，則只要設計讓光柵的等效折射率(effective index)大於其他膜層的折射率，那麼光柵就同時具有耦合器及波導結構，也可以產生波導共振的效應，如圖 2-2，本篇論文即是採用光柵波導結構合一(簡稱光柵波導結構)的設計。

要分析波導共振模態效應必須結合許多理論，在 2.2 節將先介紹波導理論(Waveguide theory)；2.3 節介紹等效折射率理論(EMT : effective medium theory)；2.4 節利用嚴格耦合波分析(RCWA)推導出光柵波導要能夠產生共振而在光柵結構上的條件限制；2.5 節會結合前面所述的原理來說明波導共振濾波器設計的流程。



## 2.2 波導理論

### 2.2.1 波導方程式

波導的基本結構必須包含高折射率的光學介質(稱為 core)並且被低折射率的光學介質(稱為 cladding)所包覆著，最簡單的波導結構為平板波導(slab waveguide)，如圖 2-3 所示，結構中有三層介電質：介質一(厚度為  $d$ ，折射率為  $n_1$ )，介質二跟三(厚度為半無窮大，折射率分別為  $n_2$  及  $n_3$ )，其中  $n_1 > n_2$  且  $n_1 > n_3$ ，當折射率滿足上述條件時，電磁波就可以靠全反射的效應將能量延  $z$  軸方向傳遞。在一般的波導結構中，通常介質二為基板，介質三為空氣，所以不失一般性假設  $n_1 > n_2$ ， $n_3$ ，而折射率的分佈為了簡化推導假設為步階式折射率(step index)，如圖 2-4。

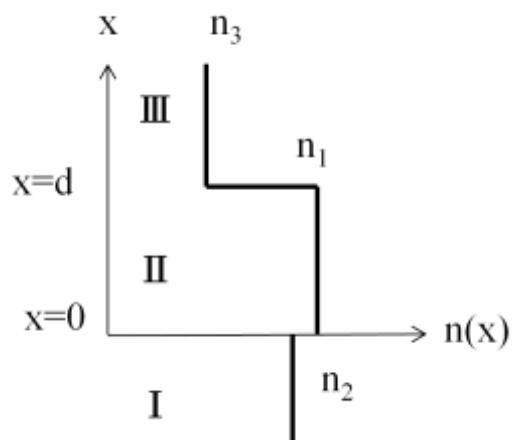
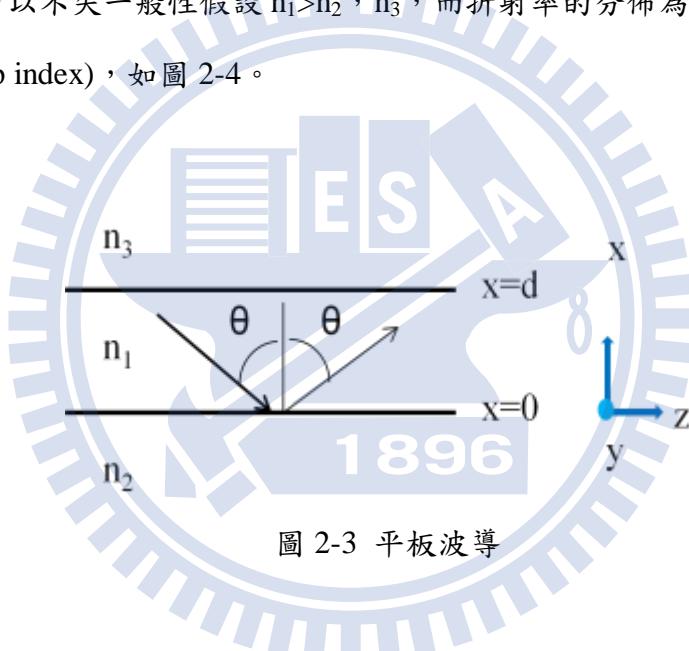


圖 2-4 步階式折射率波導結構

對於一個線性、各向同性的介電質波導而言電磁場所滿足的 Maxwell equation 如下：

$$\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.4)$$

從(2.1)式可以得到

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \cdot \mathbf{E} \quad (2.5)$$

假設波導模態的電磁場具有以下形式

$$\mathbf{E}_v(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_v(x, y) e^{i(\beta_v - \omega t)} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{H}_v(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}_v(x, y) e^{i(\beta_v - \omega t)} \quad (2.7)$$

其中  $v$  為模態指標 ( mode index )， $\epsilon_v$ 、 $\mathbf{h}_v$  為模態的場分佈 ( mode-field profile )， $\beta_v$  為傳播常數 ( propagation constant )，將(2.6)、(2.7)式帶入(2.1)~(2.5)式再配合向量恆等式

$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ ，可以得到

$$\nabla^2 \mathbf{E}_v + k^2 \mathbf{E}_v = -\nabla \left( \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_v \right) \quad (2.8)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H}_v + k^2 \mathbf{H}_v = -\frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times \nabla \times \mathbf{H}_v \quad (2.9)$$

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon \quad (2.10)$$

對於步階式折射率波導，因為折射率是分段常數，故  $\nabla \epsilon$  只有在  $x=0$  及  $x=d$  不為零，在 I 、 II 、 III 區均為零，所以在區域 I 、 II 、 III 場所滿足的方程式為

$$\nabla^2 \boldsymbol{\epsilon}_v + (k_i^2 - \beta_v^2) \boldsymbol{\epsilon}_v = 0 \quad (2.11)$$

$$\nabla^2 \mathbf{h}_v + (k_i^2 - \beta_v^2) \mathbf{h}_v = 0 \quad (2.12)$$

$$k_i^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_i = \frac{\omega^2}{c^2} n_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.13)$$

對於平面波導而言，波導所允許的解為 TE mode 或是 TM mode，並且因為波導沿著 y 方向折射率為均勻的，所以方程式中有關 y 方向的偏微分均為零，方程式可以大為簡化。

### TE mode

TE mode 代表電場的 z 分量為零（即  $\epsilon_z = 0$ ），而從(2.3)及(2.4)式得知  $\epsilon_x = h_y = 0$ ，故不為零的分量為  $\epsilon_y$ 、 $h_x$ 、 $h_z$ ，所以(2.11)式可以簡化為

$$\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} + (k_i^2 - \beta^2) \epsilon_y = 0 \quad (2.14)$$

由(2.14)式配合適當的邊界條件可以決定  $\epsilon_y$ ，而  $h_x$  及  $h_z$  可由(2.3)及(2.4)式決定為

$$h_x = -\frac{\beta}{\omega \mu_0} \epsilon_y \quad (2.15)$$

$$h_z = \frac{1}{i \omega \mu_0} \cdot \frac{\partial \epsilon_y}{\partial x} \quad (2.16)$$

### TM mode

TM mode 代表磁場的 z 分量為零（即  $h_z = 0$ ），而從(2.3)及(2.4)式得知  $h_x = \epsilon_y = 0$ ，故不為零的分量為  $h_y$ 、 $\epsilon_x$ 、 $\epsilon_z$ ，所以(2.12)式可以簡化為

$$\frac{\partial^2 h_y}{\partial x^2} + (k_i^2 - \beta^2) h_y = 0 \quad (2.17)$$

由(2.17)式配合適當的邊界條件可以決定  $h_y$ ，而  $\epsilon_x$  及  $\epsilon_z$  可由(2.3)及(2.4)式決定為

$$\epsilon_x = \frac{\beta}{\omega \epsilon} h_y \quad (2.18)$$

$$\epsilon_z = -\frac{1}{i \omega \epsilon} \cdot \frac{\partial h_y}{\partial x} \quad (2.19)$$

(2.14) 跟(2.17)式分別為 TE 及 TM 模態場所滿足的波導方程式。

## 2.2.2 波導本徵方程式

對於波導而言，最重要的資訊為傳播常數  $\beta$ ， $\beta$  代表了電磁波沿著波導傳遞的速度，而  $\beta$  不僅和波導的結構參數有關，還跟波長以及極化方向有密切關係，故本節將會推導 TE mode 及 TM mode 傳播常數所滿足的方程式，稱之為波導本徵方程式。

### TE mode

從上一節可以知道 TE mode 電場所滿足的方程為

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} + (k_i^2 - \beta^2) \varepsilon_y = 0 \quad (2.14)$$

並且由 Maxwell equation 可知，電場的切線分量  $\varepsilon_y$  跟磁場的切線分量  $h_z$  在邊界必須連續 [15]，而從式(2.16)中可以把  $h_z$  替換成  $\varepsilon_y$  的微分，故  $\varepsilon_y$  所滿足的邊界條件為

$$\varepsilon_{y,I}(x=0) = \varepsilon_{y,II}(x=0); \varepsilon_{y,II}(x=d) = \varepsilon_{y,III}(x=d) \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{y,I}(x=0)}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon_{y,II}(x=0)}{\partial x}; \frac{\partial \varepsilon_{y,II}(x=d)}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon_{y,III}(x=d)}{\partial x} \quad (2.21)$$

因為對於波導我們有興趣的解為場束縛在波導中，所以假設微分方程的解具有以下形式

$$\varepsilon_{y,I} = E' \exp(\gamma x) \quad (2.22)$$

$$\varepsilon_{y,II} = E \cos(\kappa x - \varphi) \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_{y,III} = E'' \exp[-\delta(x-h)] \quad (2.24)$$

其中

$$\kappa = \sqrt{n_1^2 k_0^2 - \beta^2} \quad (2.25)$$

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 - n_2^2 k_0^2} \quad (2.26)$$

$$\delta = \sqrt{\beta^2 - n_3^2 k_0^2} \quad (2.27)$$

解在  $x=0$  必須滿足邊界條件,故

$$E' = E \cos(\varphi) \quad (2.28)$$

$$\gamma E' = -\kappa E \sin(-\varphi) \quad (2.29)$$

將兩式相除可得

$$\tan(\varphi) = \frac{\gamma}{\kappa} \quad (2.30)$$

同理,解在  $x=d$  必須滿足邊界條件,故

$$E'' = E \cos(\kappa h - \varphi) \quad (2.31)$$

$$-\delta E'' = -\kappa E \sin(\kappa h - \varphi) \quad (2.32)$$

將兩式相除可得

$$\tan(\kappa h - \varphi) = \frac{\delta}{\kappa} \quad (2.33)$$

利用三角函數等式  $\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$ , (2.33)式可以進一步化簡

$$\tan(\kappa h - \varphi) = \frac{\tan(\kappa h) - \tan(\varphi)}{1 + \tan(\kappa h) \tan(\varphi)} \quad (2.34)$$

再將(2.30)式代入

$$\frac{\tan(\kappa h) - \tan(\varphi)}{1 + \tan(\kappa h) \tan(\varphi)} = \frac{\delta}{\kappa} \quad (2.35)$$

將式子稍微整理,可得

$$\tan(\kappa h) = \frac{\kappa(\gamma+\delta)}{\kappa^2 - \gamma\delta} \quad (2.36)$$

(2.36)是即為 TE mode 的波導本徵方程式。

### TM mode

從上一節可以知道 TM mode 電場所滿足的方程為

$$\frac{\partial^2 h_y}{\partial x^2} + (k_i^2 - \beta^2) h_y = 0 \quad (2.17)$$

並且由 Maxwell equation 可知，電場的切線分量  $\epsilon_z$  跟磁場的切線分量  $h_y$  在邊界必須連續 [15]，而從式(2.19)中可以把  $\epsilon_z$  替換成  $h_y$  的微分，故  $h_y$  所滿足的邊界條件為

$$h_{y,I}(x=0) = h_{y,II}(x=0); h_{y,II}(x=d) = h_{y,III}(x=d) \quad (2.37)$$

$$\frac{1}{\epsilon_2} \frac{\partial h_{y,I}(x=0)}{\partial x} = \frac{1}{\epsilon_1} \frac{\partial h_{y,II}(x=0)}{\partial x}; \frac{1}{\epsilon_1} \frac{\partial h_{y,II}(x=d)}{\partial x} = \frac{1}{\epsilon_3} \frac{\partial h_{y,III}(x=d)}{\partial x} \quad (2.38)$$

跟 TE mode 有差異的地方為一階微分的邊界條件分母多除了介電係數  $\epsilon$ ，是造成 TM mode 本徵方程和 TE mode 不同的主要原因。和 TE mode 的推導類似，最後可以得到傳播常數  $\beta$  所滿足的本徵方程式為

$$\tan(\kappa h) = \frac{\frac{\kappa}{n_1^2} (\frac{\gamma}{n_2^2} + \frac{\delta}{n_3^2})}{\frac{\kappa^2}{n_1^4} - \frac{\gamma}{n_2^2 n_3^2}} \quad (2.39)$$

## 2.3 等效介質理論

### 2.3.1 等效介質理論簡介

在這篇論文當中，所討論的光柵其週期都比入射光的波長來的小，在此條件之下，光柵的光學性質除了可以使用 Maxwell equations來精確的分析之外(如嚴格耦合波分析)，還可以使用等效介質理論(簡稱EMT)來分析。等效介質理論是一種光柵的近似方法，當光柵的週期比光波長小很多時，光波對於結構的折射率變化不再能夠解析，所以光柵可以用一層均勻的介質來等效，而均勻介質的折射率稱為等效折射率 $n_{\text{eff}}$  (Effective index)。對於一維光柵，因為結構的不對稱性，等效折射率對TE和TM波是不一樣的，分別為 $n_{\text{TE}}$ 及 $n_{\text{TM}}$ (圖2-5)。使用等效介質理論來分析的好處是不須經過繁雜耗時的數值計算，就可以得到光柵的光學性質(如反射頻譜、穿透頻譜等)，在設計光學元件上也提供了結構參數的初始值，可以節省尋找結構參數的時間。

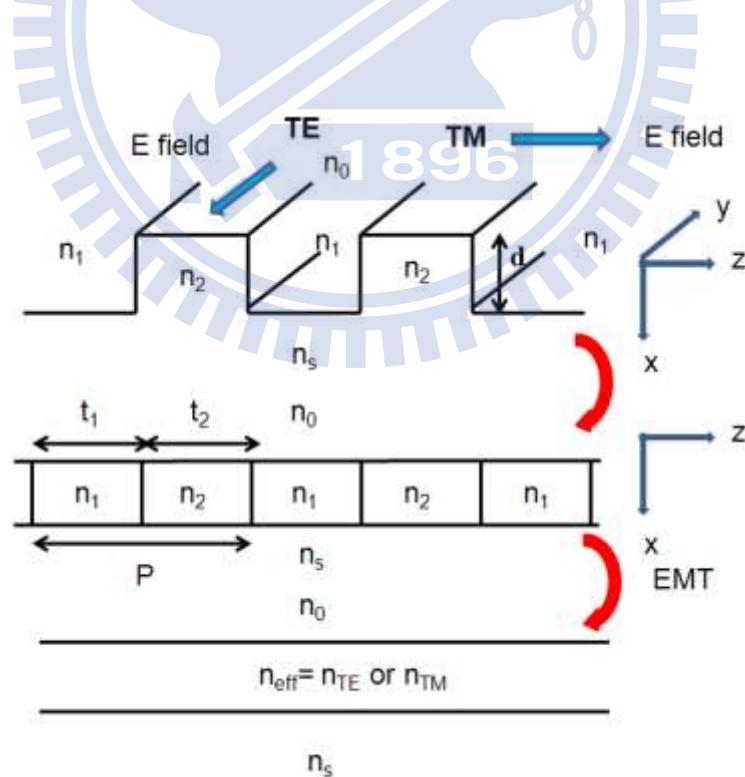


圖 2-5 等效介質近似示意圖

### 2.3.2 TE 模態等效折射率 $n_{TE}$

如圖2-5所示，TE mode的電場會平行於光柵的方向，故電場會座落在邊界的平面上，而根據馬克斯威爾方程式的邊界條件[15]，電場的切線分量在邊界必須連續

$$E_{1t} = E_{2t} \quad (2.40)$$

所以在  $n_1$  及  $n_2$  中的電場是相同的，用符號  $E$  來表示，而由於兩個區域的介電常數不同，造成電位移場  $D$  (electric displacement) 的值不相同，分別為  $D_1$  及  $D_2$

$$D_1 = \epsilon_1 E \quad (2.41)$$

$$D_2 = \epsilon_2 E \quad (2.42)$$

所以若根據光柵的寬度權重來計算平均電位移場  $D$ ，則

$$D = \frac{t_1 \epsilon_1 E + t_2 \epsilon_2 E}{t_1 + t_2} \quad (2.43)$$

等效介電常數  $\epsilon_{TE}$  就可以藉由平均的電場  $E$  及電位移場  $D$  得到

$$\epsilon_{TE} = \frac{D}{E} = \frac{t_1 \epsilon_1 + t_2 \epsilon_2}{t_1 + t_2} = (1 - f)\epsilon_1 + f\epsilon_2 \quad (2.44)$$

其中

$$f = \frac{t_2}{t_1 + t_2} \quad (2.45)$$

換算成等效折射率  $n_{TE}$  則為

$$n_{TE} = \sqrt{(1 - f)n_1^2 + fn_2^2} \quad (2.46)$$

### 2.3.3 TM 模態等效折射率 $n_{TM}$

如圖2-5所示，TM mode的電場會垂直於光柵的方向，故電場會垂直邊界的平面，而根據馬克斯威爾方程式的邊界條件[15]，在沒有界面電荷存在下，電位移場  $D$  的法線

分量在邊界必須連續

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s = 0 \quad (2.47)$$

所以在 $n_1$ 及 $n_2$ 中的電位移場是相同的，用符號 $\mathbf{D}$ 來表示，而由於兩個區域的介電常數不同，造成電場 $\mathbf{E}$ 的值不相同，分別為 $E_1$ 及 $E_2$

$$E_1 = \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_1} \quad (2.48)$$

$$E_2 = \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_2} \quad (2.49)$$

所以若根據光柵的寬度權重來計算平均電場 $E$ ，則

$$E = \frac{t_1 \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_1} + t_2 \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_2}}{t_1 + t_2} \quad (2.50)$$

等效介電常數 $\epsilon_{TM}$ 就可以藉由平均的電場 $E$ 及電位移 $D$ 得到

$$\epsilon_{TM} = \frac{D}{E} = \frac{(t_1 + t_2)\epsilon_1\epsilon_2}{t_1\epsilon_2 + t_2\epsilon_1} = \frac{\epsilon_1\epsilon_2}{f\epsilon_1 + (1-f)\epsilon_2} \quad (2.51)$$

換算成等效折射率 $n_{TM}$ 則為

$$n_{TM} = \sqrt{\frac{n_1^2 n_2^2}{f n_1^2 + (1-f) n_2^2}} \quad (2.52)$$

### 2.3.4 等效折射率的性質

(2.46)及(2.52)式的正確性可以藉由設定 $f$ 為0或1得知，在此兩種極端的情況之下等效折射率應該要等於 $n_1$ 或 $n_2$ ，如圖2-6所示，圖中所考慮的材料為GaAs( $n_2=3.54$ )及空氣( $n_1=1$ )所組成的次波長光柵其等效折射率 $n_{TE}$ 及 $n_{TM}$ 與fill factor  $f$ 之間的關係，在圖中可以觀察到等效折射率會隨著 $f$ 不同而有所變化，故次波長光柵可以做為可變折射率的人造材料，此性質對於設計抗反射層是非常有幫助的。另外，在圖中也可以觀察到 $n_{TE}$ 一定會大於 $n_{TM}$ ，此性質是可以簡單的證明為

$$n_{TE}^2 - n_{TM}^2 = \frac{f(1-f)(n_1^2 - n_2^2)^2}{f n_1^2 + (1-f) n_2^2} \geq 0 \quad (2.53)$$

(2.46)及(2.52)是實際上為等效折射率的一階近似，其精確的公式可參考文獻[16]。

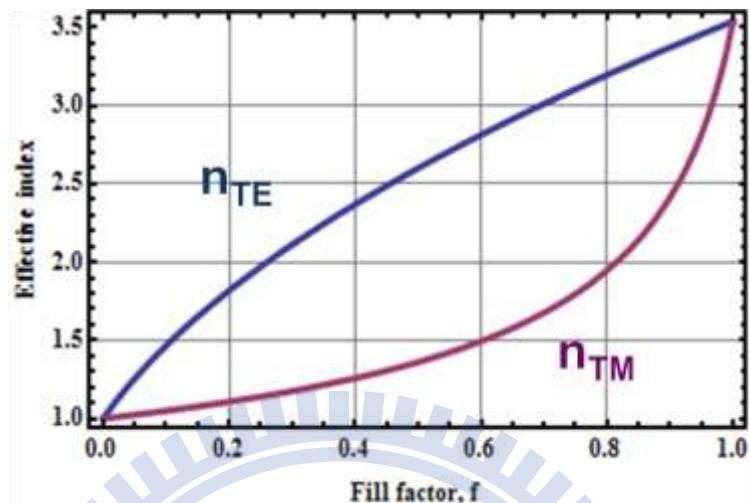


圖 2-6 等效折射率與 fill factor 關係圖。 $n_1=1$ ， $n_2=3.54$

## 2.4 嚴格耦合波分析

### 2.4.1 嚴格耦合波理論簡介

由於微影技術不斷的進步，要製作出光柵週期小於入射光波長的元件(次波長光柵)已經相當可行，當考慮其繞射效率的計算時，古典的光柵繞射理論已經不適用，必須使用馬克斯威爾方程式來精確求解。嚴格耦合波分析是一種非疊代決定性的方法對於馬克斯威爾方程式求解，在分析中會將週期性調制的光柵及電磁場使用傅立葉級數展開，再配合邊界條件來求解，而解的精確性是決定於傅立葉展開的項數。應用上，嚴格耦合波分析可以考慮任何極化方向任何入射角度的計算，並且可以使用在任何形式的結構中，如介電質光柵、金屬光柵、一維光柵、光子晶體、多層膜堆疊光柵等。

### 2.4.2 嚴格耦合波理論

假設波導光柵的結構如圖2-7所示，其中region 2中為光柵區域，其介電常數 $\epsilon_2$ 為週期性餘弦調制

$$\epsilon_2(x) = \epsilon_g + \Delta\epsilon \cos(Kx) \quad (2.54)$$

其中 $\epsilon_g$ 為介電常數的平均值， $\Delta\epsilon$ 為介電常數的調制振幅， $K = \frac{2\pi}{\Lambda}$ 為倒晶格向量， $\Lambda$ 為光柵週期，d為光柵厚度，在圖中 $\theta_i'$ 及 $\theta_i''$ 分別代表在region 1及region 3向後及向前傳遞第i階繞射波的繞射角度。

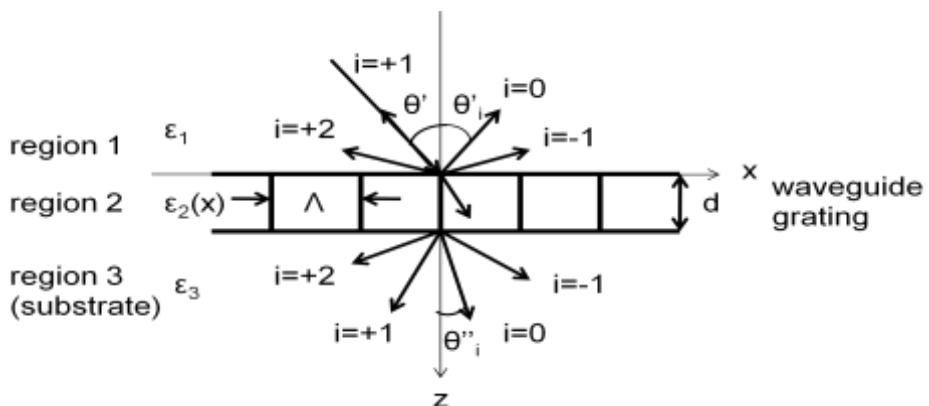


圖 2-7 波導光柵結構[8]

此結構為了要能存在波導模態的解，波導層的平均介電常數必須大於其他區域，故須滿足 $\epsilon_g > \epsilon_1, \epsilon_3$ 的條件。假設入射光為TE極化，故電場為y方向，而且光柵材料令為無損耗的介質，所以根據(2.8)式可得

$$\nabla^2 E_y(x, z) + k^2 \epsilon_2(x) E_y(x, z) = 0 \quad (2.55)$$

其中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ， $\lambda$ 為真空中的光波長。根據Floquet theorem，在光柵區域內的繞射波其波向量 $\sigma_i$ 必須滿足Floquet condition[17]

$$\sigma_i = k_2 - iK = (k_{2x} - iK)\hat{x} + k_{2z}\hat{z} \quad (2.56)$$

其中 $k_2 = k\sqrt{\epsilon_g}$ ， $k_{2x} = k_2 \sin\theta$ ， $k_{2z} = k_2 \cos\theta$ ， $\theta$ 為光柵中0階繞射波的繞射角度。

在嚴格耦合波的分析當中，在光柵中的電場可以表示為

$$\begin{aligned} E_y(x, z) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} S_i(z) \exp(-j\sigma_i \cdot r) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} S_i(z) \exp\{-j[(k_{2x} - iK)x + (k_{2z})z]\} \end{aligned} \quad (2.57)$$

其中 $S_i(z)$ 為第*i*階繞射光波的電場振幅。同理，在region 1 及region 3 中的電場 $E_1$ 及 $E_3$ 可以分別表示為

$$\begin{aligned} E_1 &= \exp(-jk_1 \cdot r) + \sum_{i=-\infty}^{\infty} R_i \exp(-jk_{1i} \cdot r) \\ &= \exp\{-j[k_1 \sin\theta' + \cos\theta' z]\} \\ &\quad + \sum_{i=-\infty}^{\infty} R_i \exp\{-j(k_2 \sin\theta - iK)x + j[k_1^2 - (k_2 \sin\theta - iK)^2]^{\frac{1}{2}}z\} \end{aligned} \quad (2.58)$$

及

$$E_3 = \sum_{i=-\infty}^{\infty} T_i \exp[-jk_{3i} \cdot (r - d\hat{z})]$$

$$= \sum_{i=-\infty}^{\infty} T_i \exp \{ -j(k_2 \sin \theta - iK)x + j[k_3^2 - (k_2 \sin \theta - iK)^2]^{\frac{1}{2}}(z - d) \} \quad (2.59)$$

其中  $R_i$  及  $T_i$  分別代表反射波及穿透波的振幅。藉由利用(2.57)~(2.59)式，配合上電磁波於  $z=0$  及  $z=d$  滿足的邊界條件[15]，會得到四組無限多的線性方程式，依照Gaylord及 Moharam所發展的演算法[18]，可以求得  $S_i$ 、 $R_i$  及  $T_i$ ，再根據繞射效率(Diffraction efficiency) 的定義，可得到region 1及region 3的繞射效率分別為

$$DE_{1i} = \operatorname{Re} \left[ \frac{k_{1i} \cdot \hat{z}}{k_{10} \cdot \hat{z}} \right] R_i R_i^* = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{\frac{1 - \left[ \sin \theta' - i \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_1 \Lambda}} \right]^2}{\cos \theta'}} \right\} R_i R_i^* \quad (2.60)$$

及

$$DE_{3i} = \operatorname{Re} \left[ \frac{k_{3i} \cdot \hat{z}}{k_{10} \cdot \hat{z}} \right] T_i T_i^* = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{\frac{\frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} - \left[ \sin \theta' - i \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_1 \Lambda}} \right]^2}{\cos \theta'}} \right\} T_i T_i^* \quad (2.61)$$

在本篇論文中將會使用Rsoft Design Group所設計的DiffractMOD 3.1來進行光柵繞射效率的模擬，其軟體的演算法即為嚴格耦合波分析。

#### 2.4.3 弱調制波導光柵

在(2.57)式中，若把  $-jk_{2z}z$  合併到前面的振幅項，則光柵中的電場可以得到以下的表示式

$$E_y(x, z) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \widehat{S}_i(z) \exp \{ -j[(k_{2x} - iK)x] \} \quad (2.62)$$

若把(2.62)式帶入(2.55)式中，可以得到耦合波方程式(coupled wave equation)

$$\frac{d^2 \widehat{S}_i(z)}{dz^2} - 4\pi^2 \left[ \left( \frac{\sqrt{\epsilon_g} \sin \theta}{\lambda} - \frac{i}{\Lambda} \right)^2 - \frac{\epsilon_g}{\lambda^2} \right] \widehat{S}_i(z) + \frac{\Delta \epsilon}{\lambda^2} [\widehat{S}_{i-1}(z) + \widehat{S}_{i+1}(z)] = 0 \quad (2.63)$$

當 $\Delta\epsilon \rightarrow 0$ ，即考慮弱調制波導光柵的情況，則(2.63)式可以進一步簡化為

$$\frac{d^2\hat{S}_1(z)}{dz^2} + k_0^2 \left[ \epsilon_g - \left( \sqrt{\epsilon_g} \sin\theta - i \frac{\lambda}{\Lambda} \right)^2 \right] \hat{S}_1(z) = 0 \quad (2.64)$$

其中 $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ ，仔細觀察(2.64)式會發現光柵中的電場所滿足的方程式跟波導中TE mode

電場所滿足的方程式相同((2.14)式)，所以在弱調制的條件下，波導光柵可以近似成波導。

在(2.64)式中，對應於波導的 $\beta$ 、 $\kappa$ 、 $\gamma$ 及 $\delta$ 分別為

$$\beta_i = k_0 \left( \sqrt{\epsilon_g} \sin\theta - i \frac{\lambda}{\Lambda} \right) \quad (2.65)$$

$$\kappa = \sqrt{k_0^2 \epsilon_g - \beta_i^2} \quad (2.66)$$

$$\gamma = \sqrt{\beta_i^2 - k_0^2 \epsilon_1} \quad (2.67)$$

$$\delta = \sqrt{\beta_i^2 - k_0^2 \epsilon_3} \quad (2.68)$$

其中 $\beta$ 、 $\kappa$ 、 $\gamma$ 及 $\delta$ 須滿足波導的本徵方程

$$\tan(\kappa d) = \frac{\kappa(\gamma+\delta)}{\kappa^2 - \gamma\delta} \quad (2.69)$$

若所相對應的波導要有解，則 $\kappa$ 、 $\gamma$ 及 $\delta$ 必須要是實數，故傳播常數 $\beta$ 必須滿足下方的不等式

$$\max\{\sqrt{\epsilon_1}, \sqrt{\epsilon_3}\} \leq \left| \beta_i = k_0 \left( \sqrt{\epsilon_g} \sin\theta - i \frac{\lambda}{\Lambda} \right) \right| \leq \sqrt{\epsilon_g} \quad (2.70)$$

(2.70)式為形成波導共振模態效應所對於光柵結構參數的條件限制，共振波長 $\lambda$ 、平均折射率 $\sqrt{\epsilon_g}$ 及光柵週期 $\Lambda$ 必須滿足此不等式才有可能在波長為 $\lambda$ 處形成共振的反射峰，並且共振波長 $\lambda$ 及相關的結構參數必須滿足本徵方程(2.69)式。從不等式(2.70)可以發現，若光柵結構中的region 1為空氣，則光柵的週期須滿足 $\frac{\lambda}{\Lambda} \geq 1$ ，故 $\Lambda \leq \lambda$ ，代表若要形成

波導模態共振，光柵必須為“次波長光柵”。

雖然波導光柵必須在弱調制的條件下才可以近似為波導，當 $\Delta\epsilon$ 增加，誤差會越來越大，但是對於強調制的波導光柵而言，波導近似可以做為光柵結構參數的參考，正確的結構參數及頻譜可以利用嚴格耦合波分析來得到。

前面所討論的情況是當介電常數為餘弦調變時，若光柵的折射率分佈為步階式的變化如圖2-5所示，則(2.63)、(2.65)、(2.70)式必須引入等效折射率 $N_{eff}$ 做修正如下：

$$\frac{d^2\widehat{S}_i(z)}{dz^2} + \left[ k_0^2 N_{eff}^2 - (N_{eff} \sin \theta - i \frac{\lambda}{\Lambda})^2 \right] \widehat{S}_i(z) + k_0^2 \Delta\epsilon \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin(h\pi f)}{h\pi} [\widehat{S}_{i-1}(z) + \widehat{S}_{i+1}(z)] = 0 \quad (2.71)$$

$$\beta_i = k_0 (N_{eff} \sin \theta - i \frac{\lambda}{\Lambda}) \quad (2.72)$$

$$\max\{\sqrt{\epsilon_1}, \sqrt{\epsilon_3}\} \leq |\beta_i| = k_0 (N_{eff} \sin \theta - i \frac{\lambda}{\Lambda}) \leq N_{eff} \quad (2.73)$$

## 2.5 波導模態共振濾波器設計及性質

在本節將會介紹要如何利用先前所介紹的理論來設計波導共振模態濾波器，並且會討論結構參數對於共振波長及共振線寬的影響。

### 2.5.1 濾波器設計流程

假設元件的結構如圖2-8所示，首先，在設計前我們必須了解有多少未知的結構參數，因為所使用的材料是已決定的，故所有材料的折射率 $n_0$ 、 $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_s$ 都為已知，而為了計算等效折射率 $N_{\text{eff}}$ 故不失一般性假設光柵的fill factor f為0.5，所以可以從(2.46)或(2.52)式得到等效折射率的值。

得到等效折射率之後，就可以利用(2.73)式決定 $\frac{\lambda}{\Lambda}$ 的共振區間，如圖2-9為 $n_0=n_s=1$ ， $N_{\text{eff}}=2.2$ ， $i=\pm 1$ 時滿足不等式的區間，在不等式的區間任意選取一個 $\frac{\lambda}{\Lambda}$ 的值，並且令 $\lambda$ 為欲共振的波長 $\lambda_{\text{res}}$ (已知)，就可以決定光柵的週期 $\Lambda$ 。

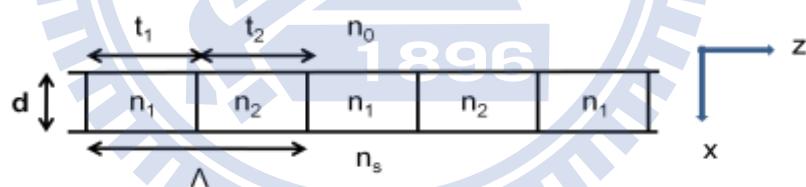


圖 2-8 光柵結構示意圖

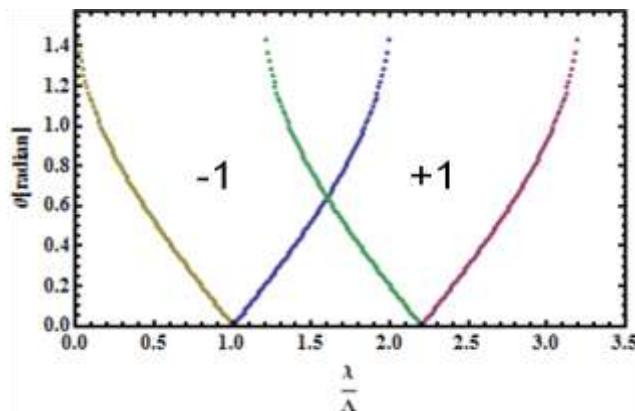


圖 2-9 共振區間

得到光柵的週期 $\Lambda$ 後，光柵只剩下厚度 $d$ 未知，而厚度可以由波導的本徵方程得到，以TE mode為例，因為共振的模態必須滿足(2.69)式，若把所有參數定義帶入，並且做整理，可以得到(2.74)式

$$\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{N_{\text{eff}}^2 - \left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2} \cdot \frac{d}{\Lambda} = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2 - n_0^2}}{\sqrt{N_{\text{eff}}^2 - \left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2}} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2 - n_s^2}}{\sqrt{N_{\text{eff}}^2 - \left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2}} \right) + k\pi \quad (2.74)$$

$k = 0, 1, 2, \dots$

由上式可以觀察到 $\frac{\lambda}{\Lambda}$ 和 $\frac{d}{\Lambda}$ 可視為方程式的兩個變數，所以可以將 $\frac{\lambda}{\Lambda}$ 對 $\frac{d}{\Lambda}$ 做圖，而得到圖2-10，圖中不同的曲線代表不同的模態。在前面的步驟已經選取了適當的 $\frac{\lambda}{\Lambda}$ 值，假若選取TE<sub>0</sub> mode為共振的模態，則可以根據交點A得到對應的 $\frac{d}{\Lambda}$ ，而因為週期已知，故可以得到光柵的厚度。

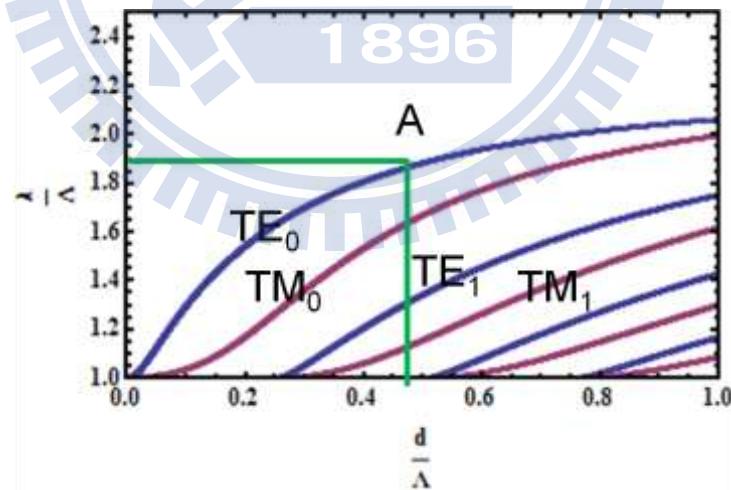


圖 2-10 波導本徵方程式曲線

利用前面所得到的光柵參數結合RCWA可以得到光柵的反射頻譜，對於弱調制的波導光柵而言，其實際的共振波長跟欲設計的共振波長誤差較小，但對於強調制的波導光柵而言，誤差可以達到300nm。雖然強調制的光柵誤差較大，但是其結果仍然可以做為參數的初始值，後續可以藉由微調結構來得到正確的頻譜。

## 2.5.2 波導共振模態效應的性質

波導共振模態效應的性質跟光柵的結構參數息息相關，在本節將會討論光柵的厚度 $d$ 、週期 $\Lambda$ 、fill factor $f$ 、折射率調制 $\Delta\epsilon$ 等對於共振位置、共振線寬的影響。

### 共振位置

圖2-11為波導共振模態濾波器最一般性的結構，在結構中除了包含光柵波導的部分還結合了多層膜，其中最簡單的結構為單層光柵波導，光柵具有耦合光波的效果也做為波導層，其次為雙層的光柵波導，在此結構中光柵與波導層為獨立分開，而對於多層光柵波導的結構，使用多層膜的目的是修正共振頻譜的邊緣頻帶。如同在2.5.1節所描述的，藉由求解波導所相對應的本徵方程就可以求得共振位置，如圖2-12為一雙層光柵波導結構的計算結果，從圖中可以觀察到因為TE和TM mode所滿足的本徵方程不同，故TE和TM極化的共振位置不同，而且在相同模數(mode number)下，TM mode的共振波長會比TE mode還短。

在波導共振的結構中可以藉由調變波導的厚度來決定共振峰的數目，如圖2-13(a)為圖2-11的結構下，只激發基態共振的結果，故在頻譜上只觀察到TE<sub>0</sub>及TM<sub>0</sub>模態，而若增加波導層的厚度，也可以產生多模的共振，如圖2-13(b)。

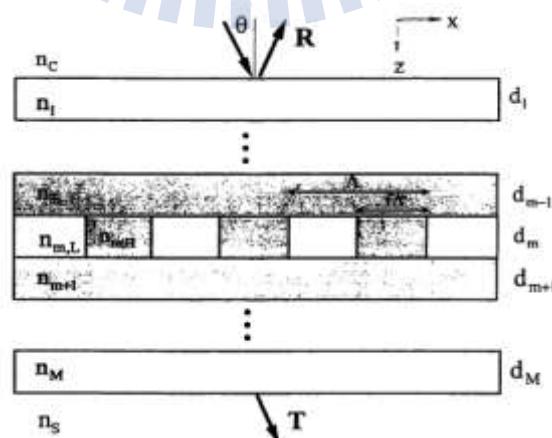


圖 2-11 光柵波導一般性結構[9]

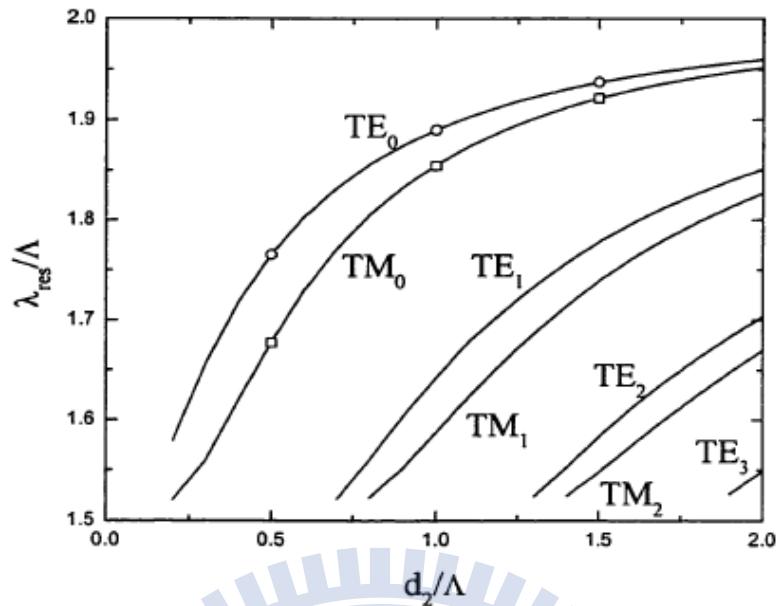


圖 2-12 雙層光柵波導本徵函數曲線[9]

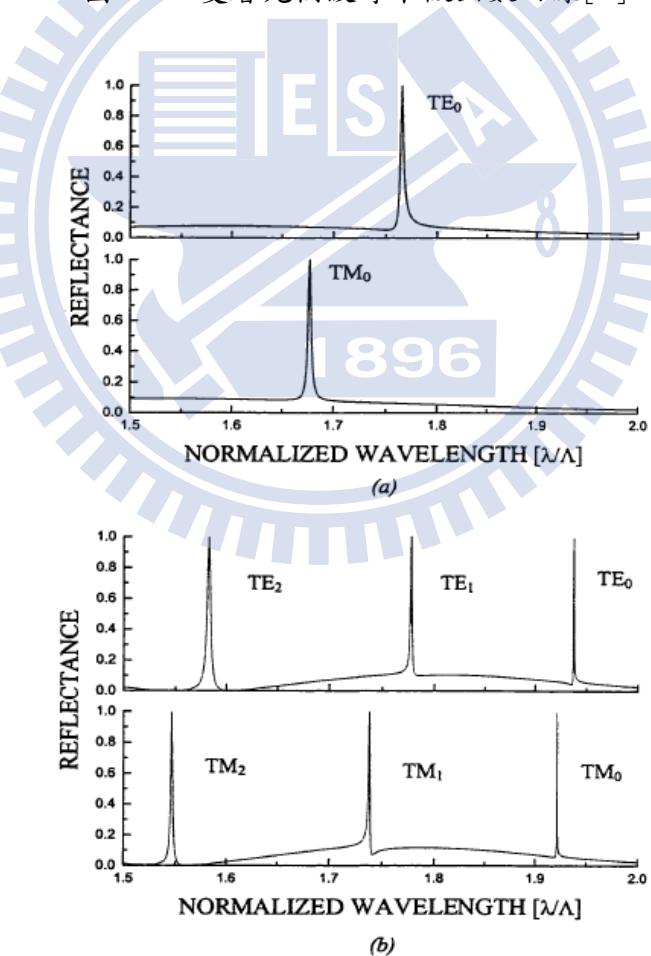


圖 2-13 雙層光柵波導結構計算頻譜(a)厚度  $d_2=0.5 \Lambda$  (b)厚度  $d_2=1.5 \Lambda$  [9]

## 共振線寬

波導共振模態效應頻譜的線寬主要決定於元件結構的模態侷限(mode confinement)及光柵的耦合效率(coupling efficiency)。

因為共振的效應是來自於電磁波激發了波導的洩漏模態(leaky mode)，所以只要會影響光柵耦合的結構參數都會影響到結構的線寬，如圖2-14為一單層波導光柵結構其歸一化的頻譜線寬對折射率調制做圖，從圖中可以觀察到不論是TE還是TM mode的線寬都會隨著折射率調制而變化，並且當調制振幅增加時，共振線寬也會隨之增加，理由是在波導共振的結構當中，光柵提供了電磁波能量的耦合損耗(coupling loss)，故繞射強度越強的光柵其共振線寬會越寬。舉一個極端的例子來說，若考慮一個未調制的平板波導結構，其模態是由  $\delta$  函數來描述，而  $\delta$  函數其線寬趨近於零，可見當折射率調制趨近於零時，共振線寬也會趨近於零，與前面所述的趨勢一致。會影響到光柵耦合效率的因素除了光柵折射率調制外還有光柵的填充因子，從(2.71)式可以觀察到式中第三項

$\Delta\epsilon \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin(h\pi f)}{h\pi}$  代表光柵的耦合項，而級數和的大小主要由  $h=1$  的項決定，故耦合項在

$f=0.5$  時有最大值，所以共振線寬會在  $f=0.5$  時有最大值，如圖2-15所示。

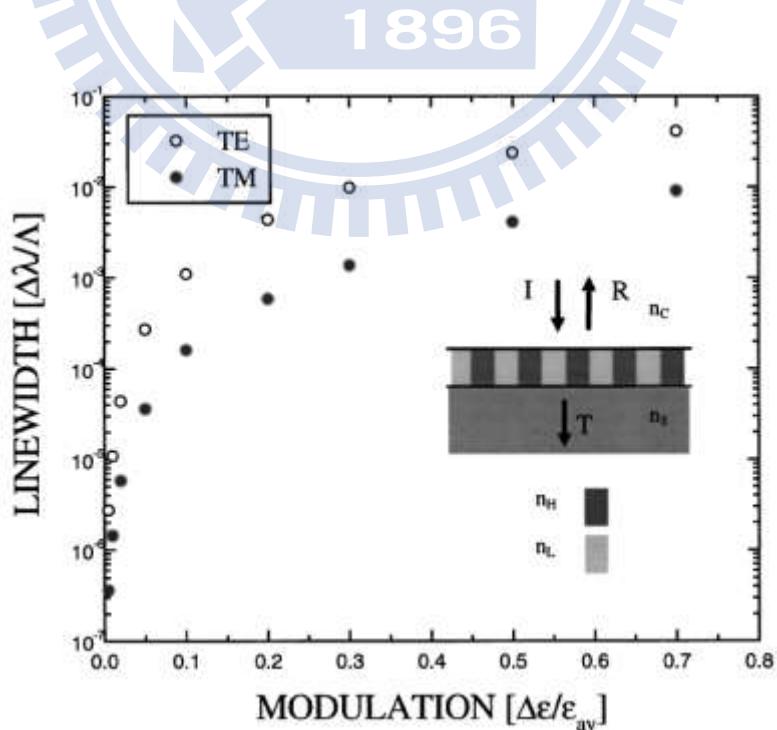


圖 2-14 共振線寬對折射率調制作圖[9]

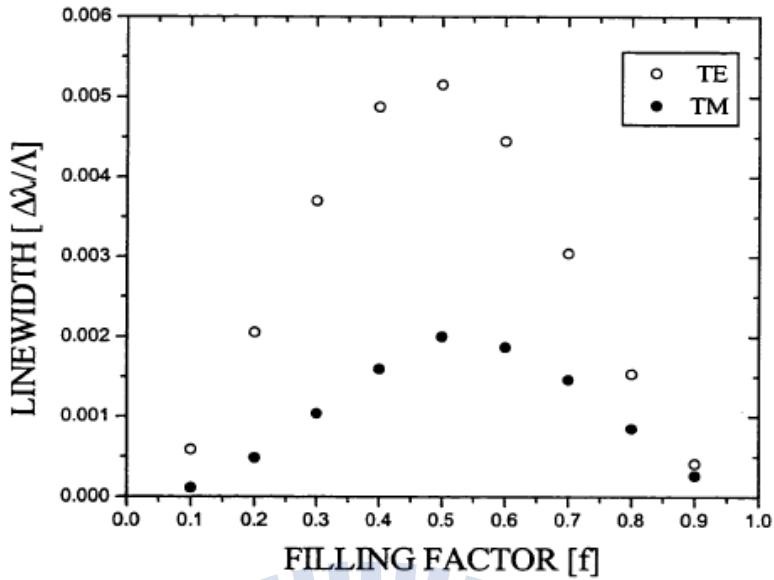


圖 2-15 共振線寬對填充因子作圖[9]

除了光柵的耦合效率會影響到共振線寬外，波導模態的侷限程度也會影響到線寬的大小，如圖2-16所示當波導層的平均折射率 $\sqrt{\epsilon_g}$ 與環境折射率 $\sqrt{\epsilon_l}$ 差越大時，共振的線寬越寬，故具有較強侷限的波導結構會有較寬的線寬，舉一個極端的例子來說，若波導的平均折射率與環境折射率相同，此時雖然仍有光柵的結構存在，但是波導的結構已經消失，所以無法產生波導共振模態的效應，也可以說共振的線寬趨近於零，故當模態侷限的強度越強，共振的線寬越寬，與前面所述的趨勢一致。

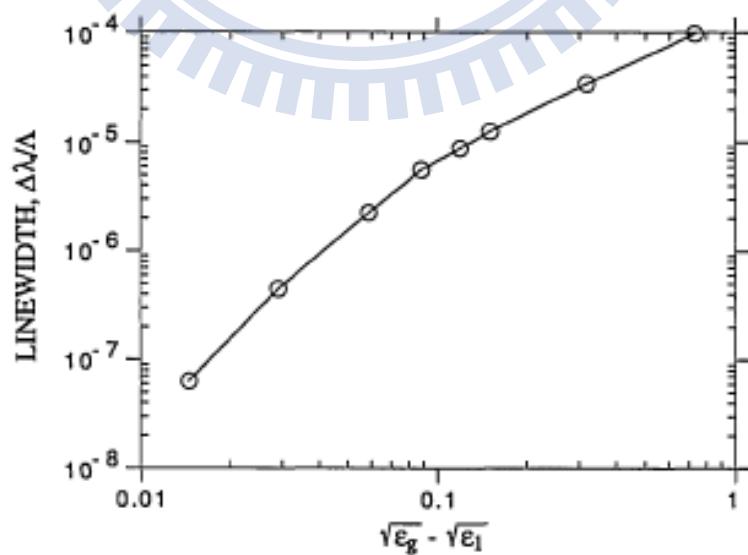


圖 2-16 共振線寬對模態侷限強度作圖[8]

## 光柵週期

如同在2.5.1節中所描述的，波導模態共振的位置可以由本徵方程式來決定，而當結構確定了以後，若共振波長與預設波長有所誤差，則可以藉由調變光柵的週期來調整共振峰的位置。如圖2-17為一三層波導共振模態濾波器的結構，在圖中可以觀察到當光柵週期增加，共振波長會往長波長飄移，這是因為當電磁波經由光柵耦合到波導時，必須滿足相位匹配的條件

$$n_c \sin \theta_i = N_{\text{eff}} \sin \theta + i \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (2.75)$$
$$i = 0, 1, 2, \dots$$

其中 $n_c$ 為入射區域折射率， $N_{\text{eff}}$ 為光柵等效折射率， $\theta_i$ 為入射角， $\theta$ 為折射角， $\lambda$ 為波長， $\Lambda$ 為光柵週期，從上式可以觀察到當週期變大時，為了使等式成立，共振波長必須變長，故可以解釋共振波長隨週期的變化。

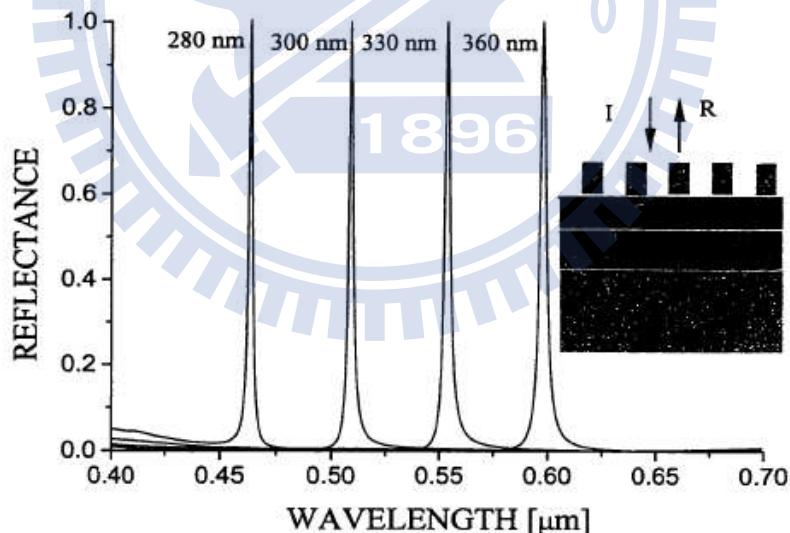


圖 2-17 三層波導共振模態濾波器共振波長隨週期的變化[4]

# 第三章 元件設計、製程與量測系統

## 3.1 元件結構設計

### 3.1.1 元件設計目標

本實驗室可以利用分子束磊晶的方式成長砷化鎵(GaAs)相關的磊晶結構，而在室溫之下，砷化鎵的能隙約為1.42eV，對應波長約為880nm，所以若利用砷化鎵材料來製作波導共振模態濾波器，所設計的共振波長必須大於880nm，如此才可以避免材料的吸收，故在本篇論文當中，希望能設計出共振波長大於880nm的一維及二維波導光柵濾波器。材料的選擇上使用砷化鎵為光柵及波導層，空氣為波導的披覆層，結構如圖3-1所示，圖中 $\Lambda$ 代表光柵週期， $T_g$ 代表光柵厚度， $L$ 代表空氣層厚度， $t$ 代表一維光柵寬度， $2R$ 二維光柵中代表空氣孔洞的直徑，並且定義填充因子 $f = \frac{t}{\Lambda}$ 。

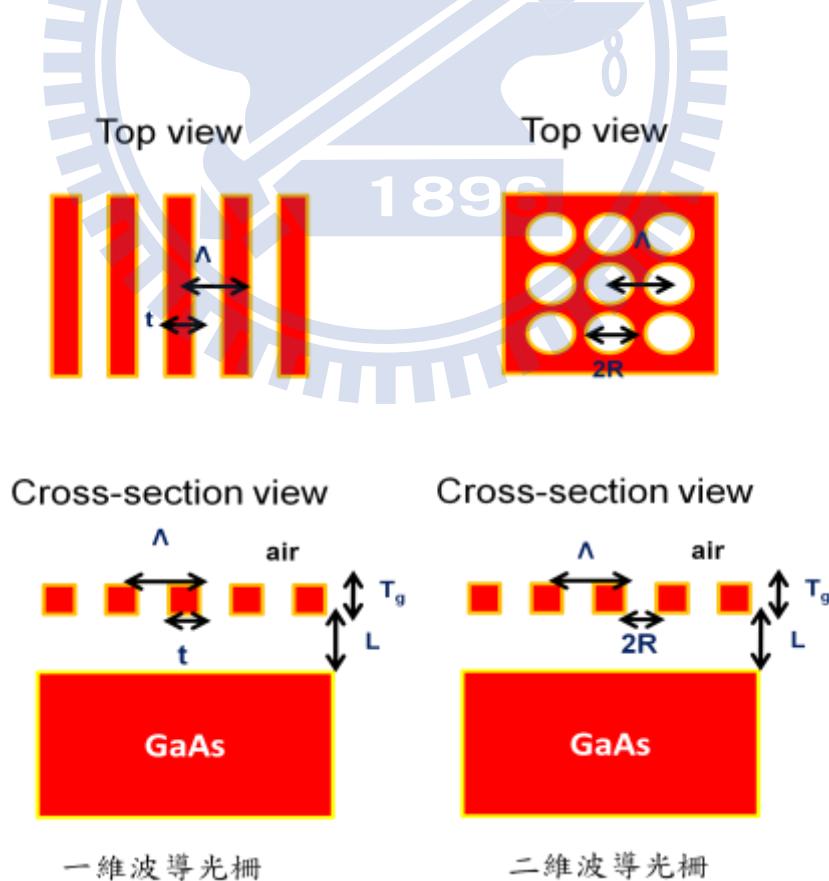


圖 3-1 GaAs 波導光柵結構

### 3.1.2 一維波導光柵濾波器

根據第二章所述的設計原理，一維波導光柵的結構參數設定為: $T_g = 160\text{nm}$ ， $L=500\text{nm}$ ， $\Lambda=560\text{nm}$ ， $f=0.6$ 。若入射電磁波為TE mode，則根據2.46式等效折射率 $n_{TE}=2.8$ ，所以可以計算出TE mode本徵函數曲線，如圖3-2，而由結構參數可知 $\frac{T_g}{\Lambda} = 0.285$ ，故從圖中可以觀察到會有兩個共振波長分別位於 $\lambda_1=683\text{nm}$ 及 $\lambda_2=1176\text{nm}$ 。光柵元件反射率的模擬圖形如圖3-3所示，在圖中的確有兩個共振波長分別位於 $\lambda_1=655\text{nm}$ 及 $\lambda_2=1000\text{nm}$ ，與波導近似的誤差分別為28nm及176nm。

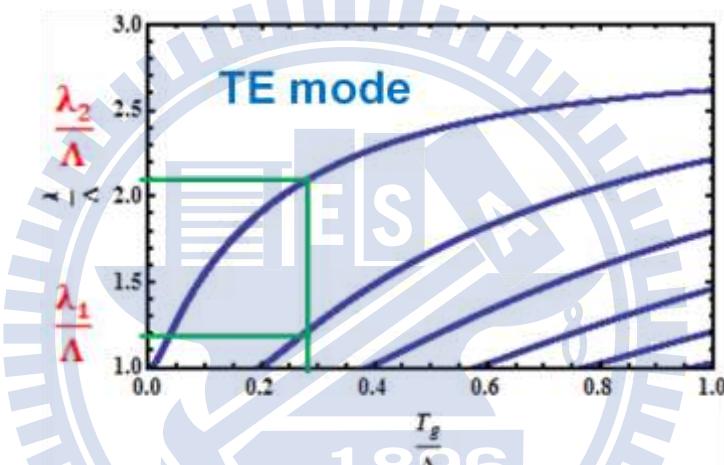


圖 3-2 TE mode 本徵函數曲線

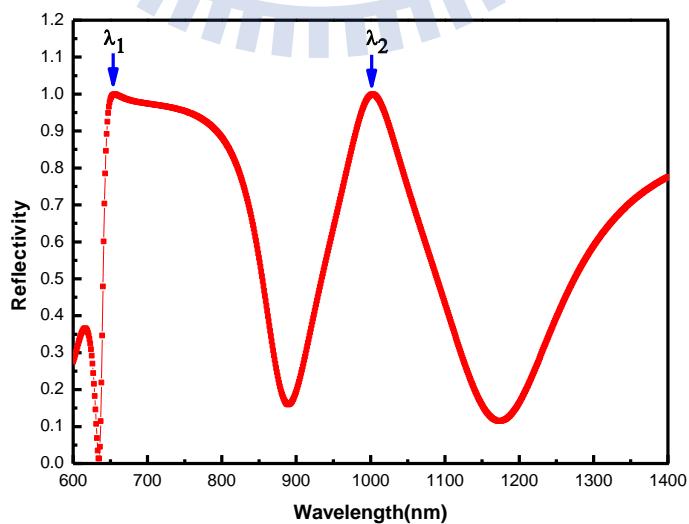


圖 3-3 TE mode 一維光柵反射率

若入射電磁波為TM mode，也可以做相同的計算，利用2.52式可得 $n_{TM}=1.494$ 。圖3-4為TM mode本徵函數曲線，從圖中可知只存在一個共振波長位於 $\lambda=616nm$ ，光柵元件反射率的模擬圖形如圖3-5所示，在圖中確實只有一個共振波長位於950nm，與波導近似的誤差為334nm。

利用波導近似估計與實際頻譜共振波長的誤差來源可能有二，第一個原因是(2.46)與(2.52)式為等效折射率的一階近似，並非精確值，第二個原因是波導近似本身就不適用於強調制的波導光柵。

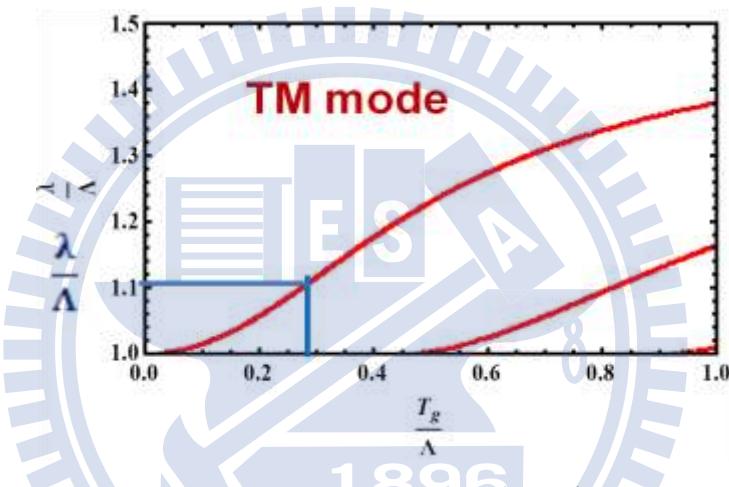


圖 3-4 TM mode 本徵函數曲線

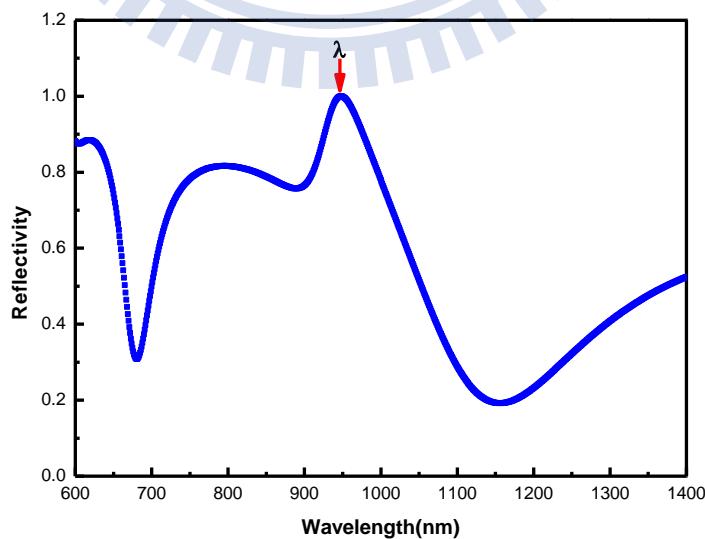


圖 3-5 TM mode 一維光柵反射率

### 3.1.3 二維波導光柵濾波器

在3.1.2節設計了一維波導光柵濾波器，但是由於一維濾波器不僅製程上較為困難，量測上頻譜又和入射光的極化方向有關，故希望能設計二維圓洞方形晶格排列(Square lattice)的濾波器，如此反射頻譜就和入射光的極化方向無關並且製程上也較為容易，所以在本節將會設計兩種不同厚度的二維波導光柵濾波器。

#### 等效折射率計算

在2.3節曾經介紹過等效介質理論，對於一維光柵而言，等效折射率具有解析解((2.46)及(2.52)式)，但是對於二維光柵，等效折射率無法由簡單的公式得到，故想要得到二維光柵的等效折射率則必須使用別的方法。這裡使用的方法是由Ph. Lalanne及D. Lemercier-Lalanne於1996年提出[19]，利用等效介質理論的基本概念，當入射電磁波的波長遠大於光柵的週期時，光柵可以使用一層相同厚度的均勻介質來取代，其光學性質和光柵的行為雷同，如圖3-6，所以利用上述的特性，在此節所介紹的方法為模擬光柵及等效結構於長波長的反射率(設定為 $2\mu m \sim 10\mu m$ )，並且藉由不斷改變等效結構的折射率N，當等效結構的反射率頻譜與光柵擬合時，所對應的折射率值即為等效折射率 $N_{eff}$ 。

結構上假設圓洞的半徑R等於0.4倍的光柵週期 $\Lambda$ ，光柵週期 $\Lambda$ 為600nm，光柵厚度 $T_g$ 為300nm，空氣層厚度L為400nm。實際在做計算時，會發現只要洞半徑R滿足等式 $R=0.4\Lambda$ ，則等效折射率的值與光柵的週期及厚度無關，這與一維光柵等效折射率公式(2.46)及(2.52)式的結果一致，在式中會發現等效折射率的值是由fill factor決定而與光柵厚度和光柵週期無關。圖3-7為波導光柵及等效結構的反射率模擬圖，其中標示Grating的曲線為波導光柵的反射率， $N=2\sim 2.4$ 的曲線為等效結構中的均勻薄膜折射率N變化為2~2.4時的反射率，從圖中可以觀察到 $N=2.2$ 的曲線與波導光柵曲線擬合最佳，故在 $R=0.4\Lambda$ 的條件下，波導光柵的等效折射率 $N_{eff}$ 約為2.2。

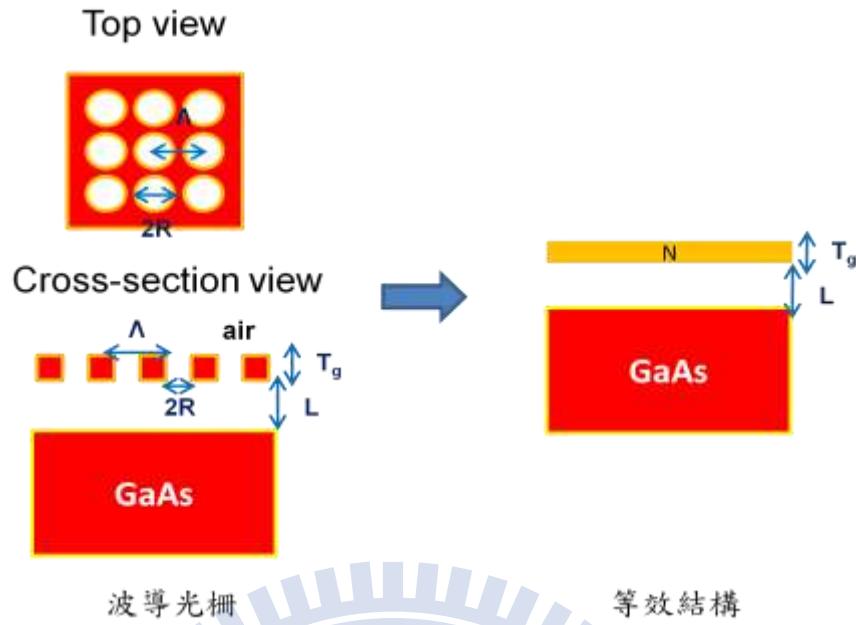


圖 3-6 波導光柵結構及等效結構示意圖

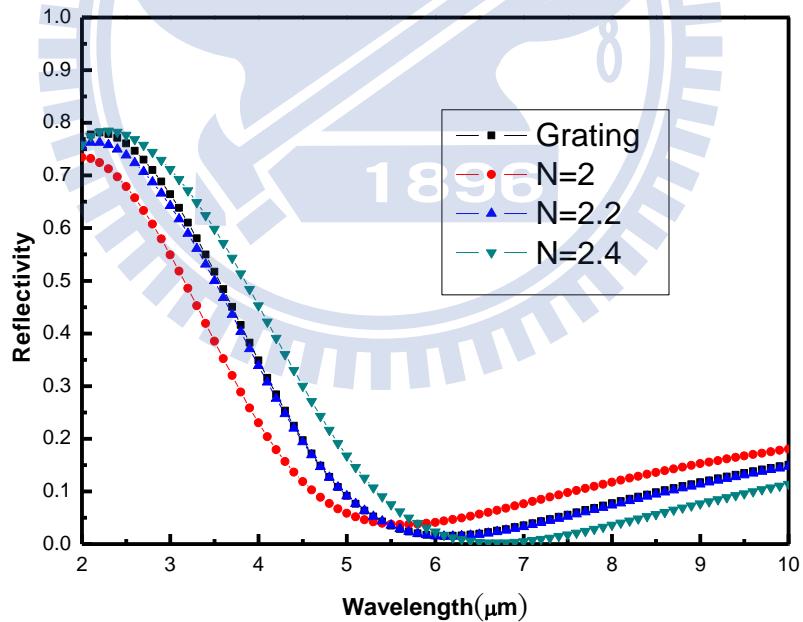


圖 3-7 波導光柵結構及等效結構反射率頻譜

## 元件結構設計

根據第二章所述的設計原理，二維波導光柵的結構參數設定為： $T_g=280\text{nm}$ ， $L=400\text{nm}$ ， $\Lambda=520\text{nm}$ ， $R=0.4\Lambda$ 。由前一節得知光柵的等效折射率 $N_{\text{eff}}=2.2$ ，所以可以得到其波導本徵函數曲線如圖3-8所示，而由結構參數可知 $\frac{T_g}{\Lambda}=0.54$ ，故從圖中可以觀察到會有六個共振波長分別位於 $\lambda_1=540\text{nm}$ ， $\lambda_2=572\text{nm}$ ， $\lambda_3=646\text{nm}$ ， $\lambda_4=700\text{nm}$ ， $\lambda_5=890\text{nm}$ 及 $\lambda_6=992\text{nm}$ 。二維波導光柵因為繞射為二維晶格繞射，故在任意極化電磁波的入射下，TE mode及TM mode都會被激發，但是對於一維波導光柵，TE極化方向的電磁波只會激發TE mode，TM極化方向的電磁波只會激發TM mode。元件反射率的模擬圖形如圖3-9所示，在圖中有六個共振波長分別位於 $\lambda_1=648\text{nm}$ ， $\lambda_2=674\text{nm}$ ， $\lambda_3=695\text{nm}$ ， $\lambda_4=748\text{nm}$ ， $\lambda_5=946\text{nm}$ 及 $\lambda_6=1130\text{nm}$ ，與波導近似的誤差分別為108nm，102nm，49nm，48nm，56nm及138nm。若把光柵的週期 $\Lambda$ 增加為530nm及540nm可以發現共振波長會往長波長飄移，如圖3-10，這與2.5.2節所描述的現象是一致的。

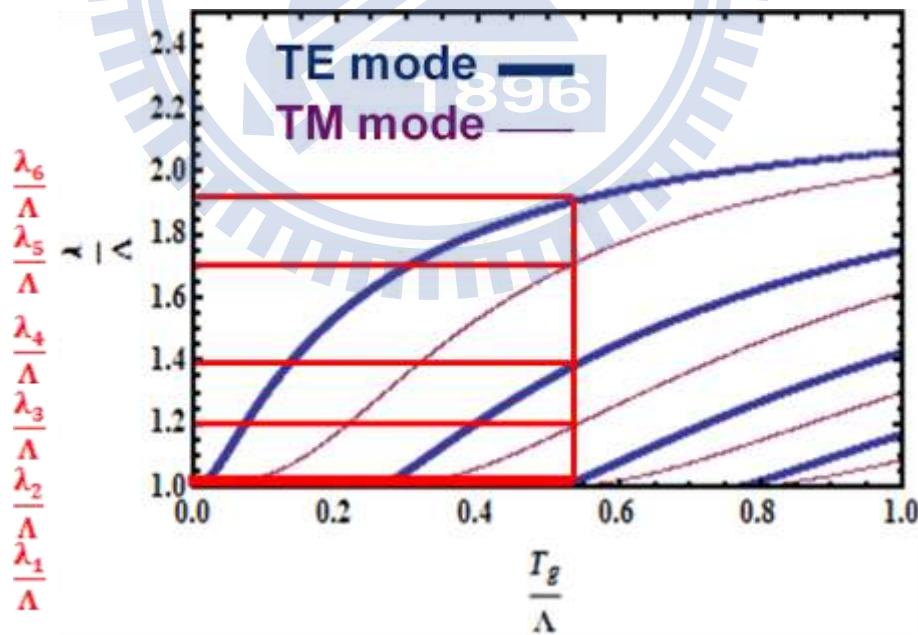


圖 3-8 二維波導光柵本徵函數曲線( $T_g=280\text{nm}$ )

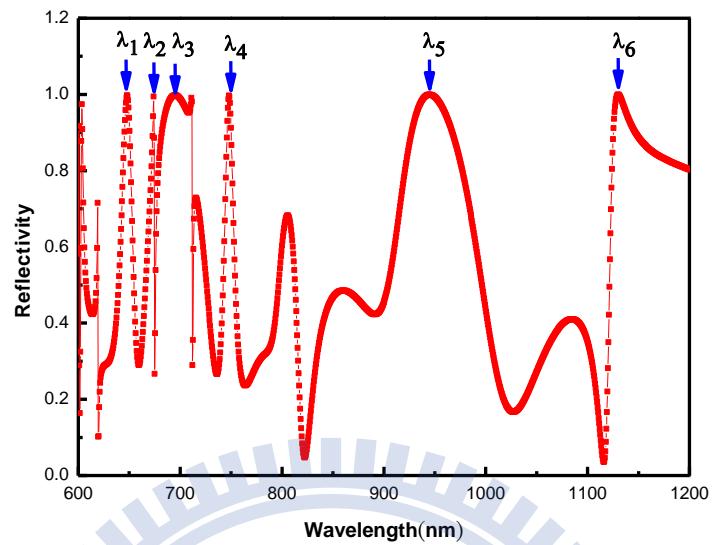


圖 3-9 二維波導光柵反射率曲線( $T_g=280\text{nm}$ ， $\Lambda=520\text{nm}$ )

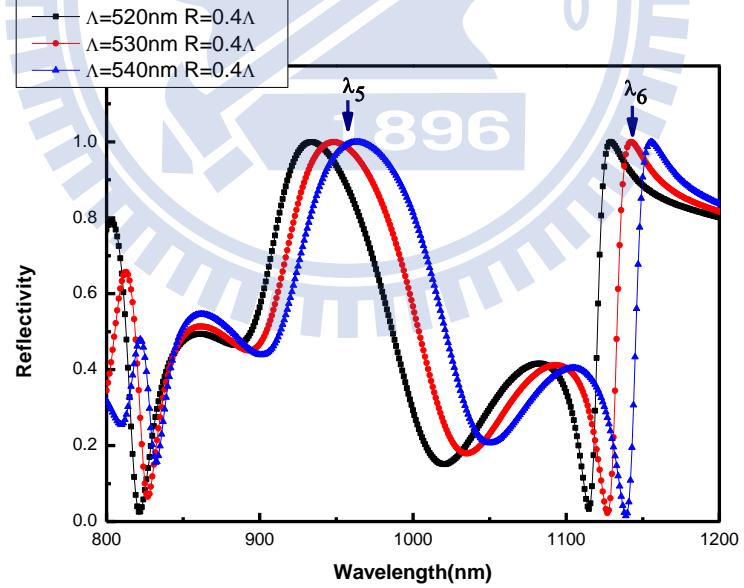


圖 3-10 二維波導光柵反射率曲線( $T_g=280\text{nm}$ ， $\Lambda=520\text{-}540\text{nm}$ )

若把元件的厚度做更改，但是不改變光柵週期和洞半徑的關係式，如設定結構為  $T_g=160\text{nm}$ ,  $L=500\text{nm}$ ,  $\Lambda=520\text{nm}$ ,  $R=0.4\Lambda$ ，則根據3.1.3.1節所述，等效折射率  $N_{\text{eff}}$  仍為2.2，故其波導本徵函數曲線與  $T_g=280\text{nm}$  的結構相同，但是由結構參數可知  $\frac{T_g}{\Lambda} = 0.307$ ，所以產生共振的交點改變了，如圖3-11，從圖中可以觀察到會有四個共振波長分別位於  $\lambda_1=524\text{nm}$ ,  $\lambda_2=551\text{nm}$ ,  $\lambda_3=713\text{nm}$ ,  $\lambda_4=887\text{nm}$ 。元件結構實際反射率的模擬圖形如圖3-12 所示，在圖中有四個共振波長分別位於  $\lambda_1=593\text{nm}$ ,  $\lambda_2=639\text{nm}$ ,  $\lambda_3=680\text{nm}$ ,  $\lambda_4 = 906\text{nm}$ ，與波導近似的誤差分別為69nm，88nm，33nm，19nm。

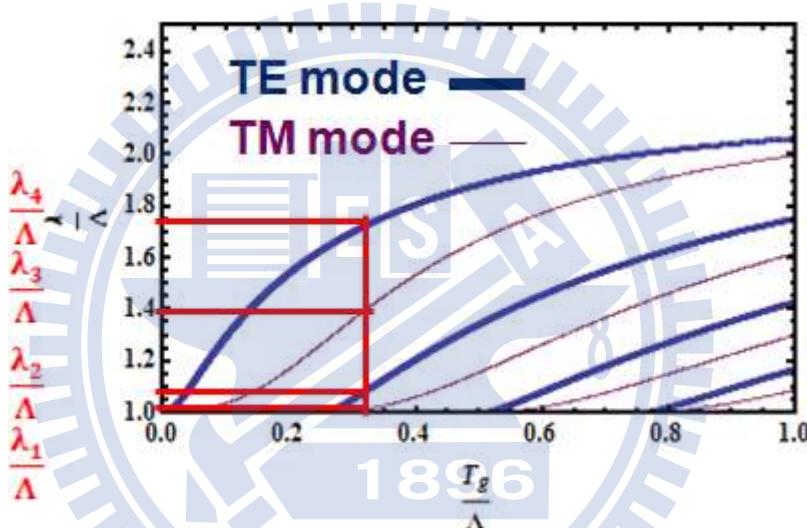


圖 3-11 二維波導光柵本徵函數曲線( $T_g=160\text{nm}$ )

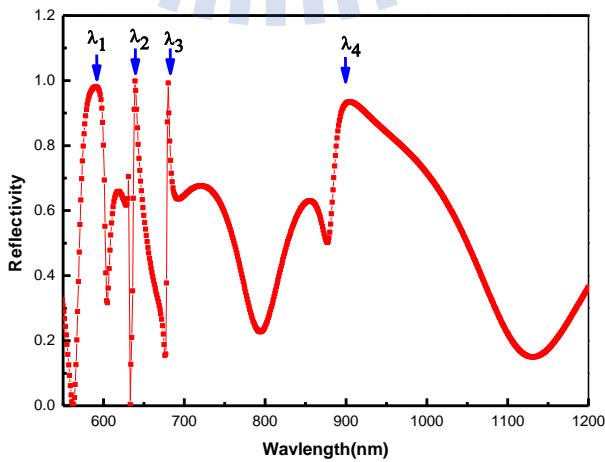


圖 3-12 二維波導光柵反射率曲線( $T_g=160\text{nm}$ )

### 3.2 元件製程

首先利用分子束磊晶的方式成長元件結構，元件編號與結構分別為Lm4987:GaAs 280nm/Al<sub>0.7</sub>Ga<sub>0.3</sub>As 400nm/GaAs substrate 及Lm4944:GaAs 160nm/Al<sub>0.7</sub>Ga<sub>0.3</sub>As 500nm/GaAs substrate，然後將晶片利用PECVD:PD220N成長300°C 300nm的Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>，之後利用Spinner旋佈PMMA-A5的光阻，轉速設定為第一轉1000rpm 10s第二轉6100rpm 25sec，並且硬烤180 °C 90sec，接下來利用電子束微影系統ELS-7500EX進行光阻的曝光，曝光完成之後使用MIBK進行顯影70sec，再利用IPA進行定影30sec，以上即可將光柵的圖案轉移到光阻上。

將圖案轉移到光阻上之後，先利用ICP: Plasmalab System 100進行Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>的乾式蝕刻6min30sec，將圖案轉移到Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>，然後泡丙酮將PMMA除去，之後再進行GaAs/Al<sub>0.7</sub>Ga<sub>0.3</sub>As的蝕刻70sec~90sec，必須蝕刻到犧牲層Al<sub>0.7</sub>Ga<sub>0.3</sub>As，最後進行Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>蝕刻6min將hard mask除去，以上即可將光柵的圖案轉移到樣品上，ICP乾式蝕刻的製程條件可以參考表1。

最後必須除去犧牲層Al<sub>0.7</sub>Ga<sub>0.3</sub>As，所使用的溶液為HF:H<sub>2</sub>O = 1:50來進行選擇性蝕刻Al<sub>0.7</sub>Ga<sub>0.3</sub>As而不蝕刻GaAs，溶液濃度的比例不宜太濃，否則犧牲層蝕刻太快會造成光柵結構塌陷。當蝕刻完成後再泡入水當中將殘餘的HF及反應物帶走，值得注意的是，要將晶片乾燥時，不能使用氮氣槍將其乾燥，因為氮氣槍的氣流將會使得光柵結構塌陷，所以在此是利用hot plate加熱到90 °C來進行乾燥，以上即完成元件的製作，流程圖可參考圖3-13。

Etch Recipe	Gas flow(sccm)				RF power(W)	ICP power(W)	Chamber pressure(mT)	Temperature (°C)
	O <sub>2</sub>	CHF <sub>3</sub>	Ar	SiCl <sub>4</sub>				
Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	5	50	0	0	150	0	55	20
GaAs	0	0	24	3.5	60	350	1.5	20

表1 ICP 乾式蝕刻的製程條件

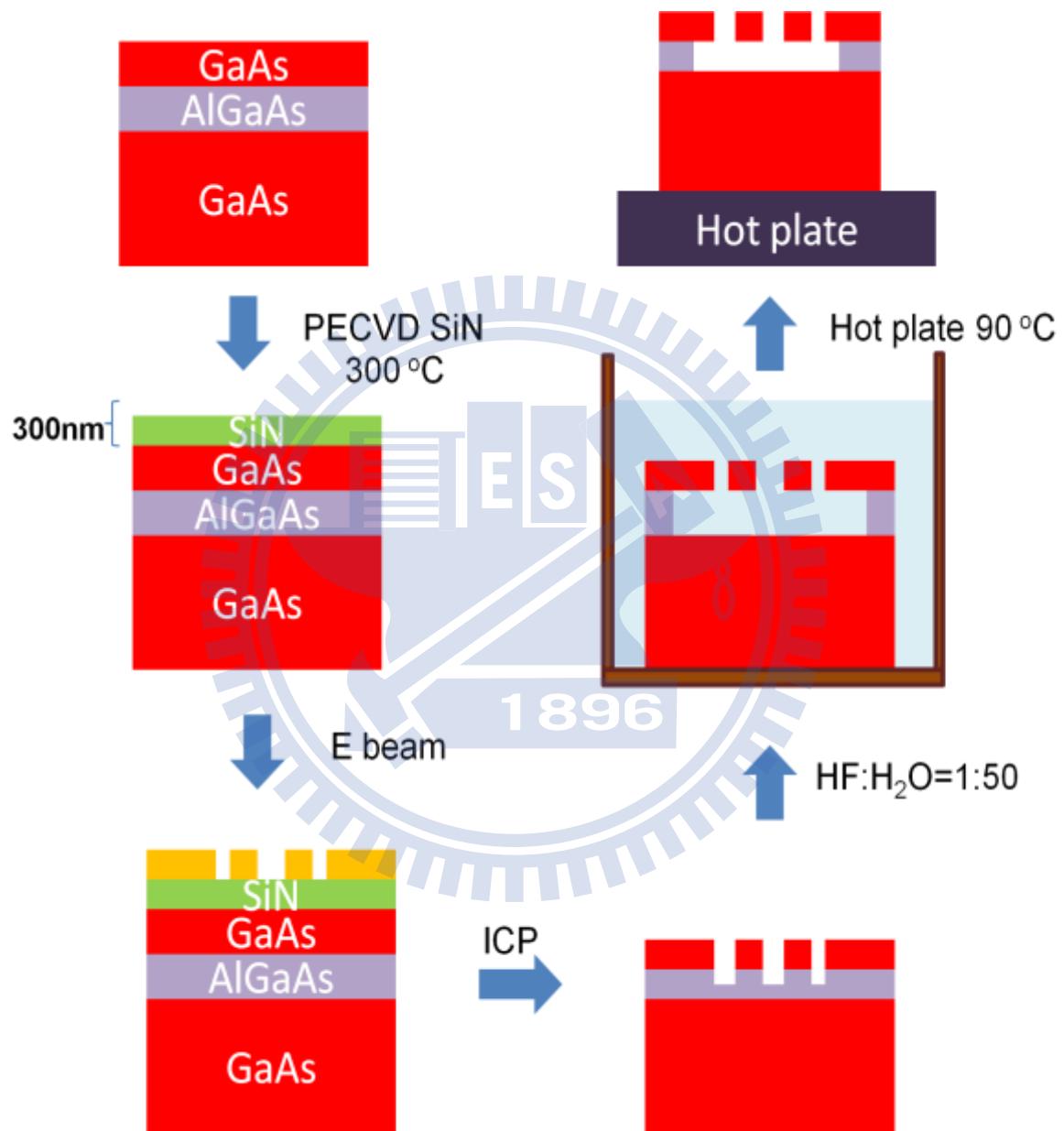


圖 3-13 製程流程圖

### 3.3 量測系統

光柵反射率的量測系統是利用本實驗室的micro-PL系統，量測系統可參考圖3-15，光源是使用Pacific lightwave:TH-2的光源，並且利用Thorlabs的fiber patch cable: APCH1000及collimator: F220SMA-B將光導引出，光源經過lens 1之後形成平行光，再經過beam splitter及mirror 1後進入100倍的物鏡而將光聚焦在元件上，聚焦後光點大小約為 $70\mu m$ ，而反射光波會沿著原路徑回到beams splitter，然後再經由mirror 2進入CCD，由CCD可以觀察到元件的影像，藉由motion controller可以控制光點打到元件的位置，當選擇好欲量測的位置後，即可把mirror 2移走，則光波就會進入chopper然後進入monochromator 來進行分光，最後光信號由InGaAs detector接收，然而因為受限於monochromator 的光柵及InGaAs detector的響應範圍，所以在實驗中可量測最大的範圍是800~1400nm。

為了要得到元件的反射率值，必須使用適當的樣品當校正片，圖3-14為使用國家奈米元件實驗室的N&K1200機台對Au做反射率的量測，可以發現Au的反射率在600nm之後約為95%，適合當做本實驗的校正片，所以量測反射率的方法為將光柵元件的量測訊號除以Au的量測訊號在乘以0.95。

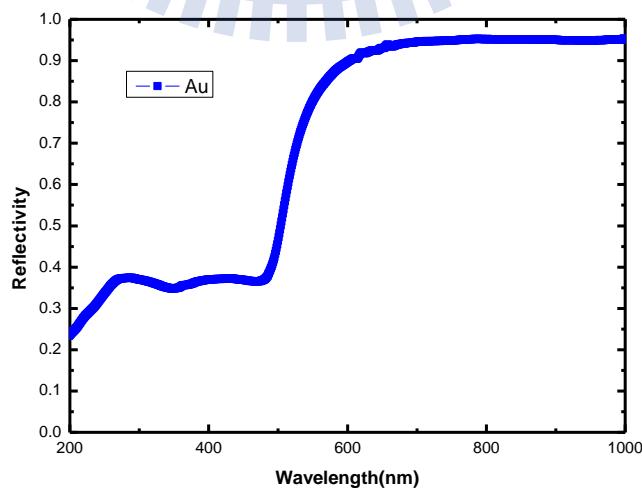
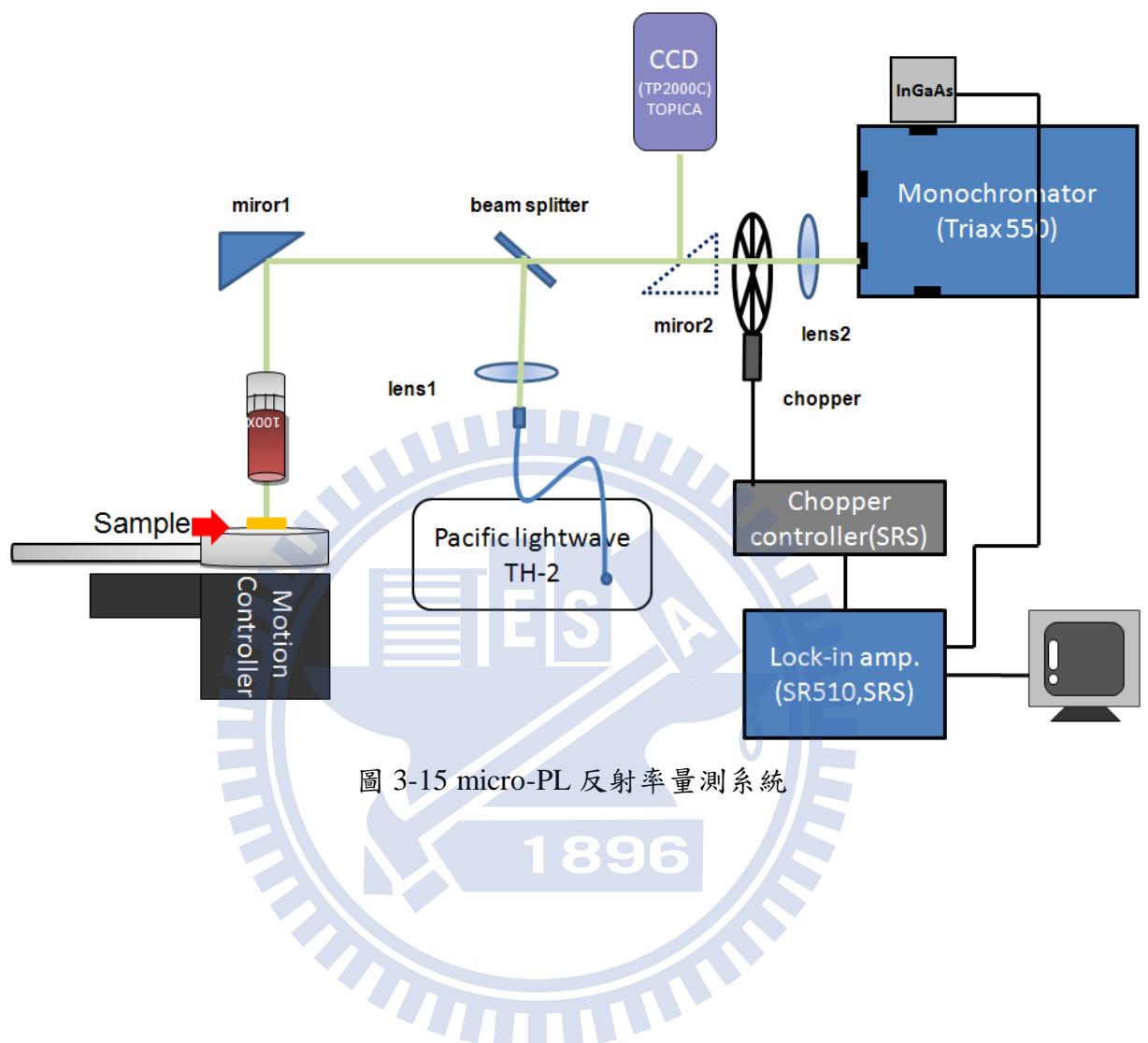


圖 3-14 Au 的反射率頻譜



## 第四章 實驗結果與討論

### 4.1 一維光柵元件

一維光柵元件是使用Lm4944的樣品來製作，在製作過程當中因為一維結構的支撐點只有頭尾兩端，所以結構較為脆弱，如圖4-1、圖4-2為一維光柵的SEM圖，從圖中可以觀察到光柵已經扭曲而變形，不再是整齊的一維排列，造成變形的原因是當光柵在hot plate上加熱時，水分會從晶片表面離開，此時水的表面張力會作用於光柵上，而因為結構本身不夠堅固，所以會造成光柵的扭曲變形，如圖4-3所示，元件經量測後也無所預期的頻譜。



圖 4-1 一維光柵 SEM 圖一

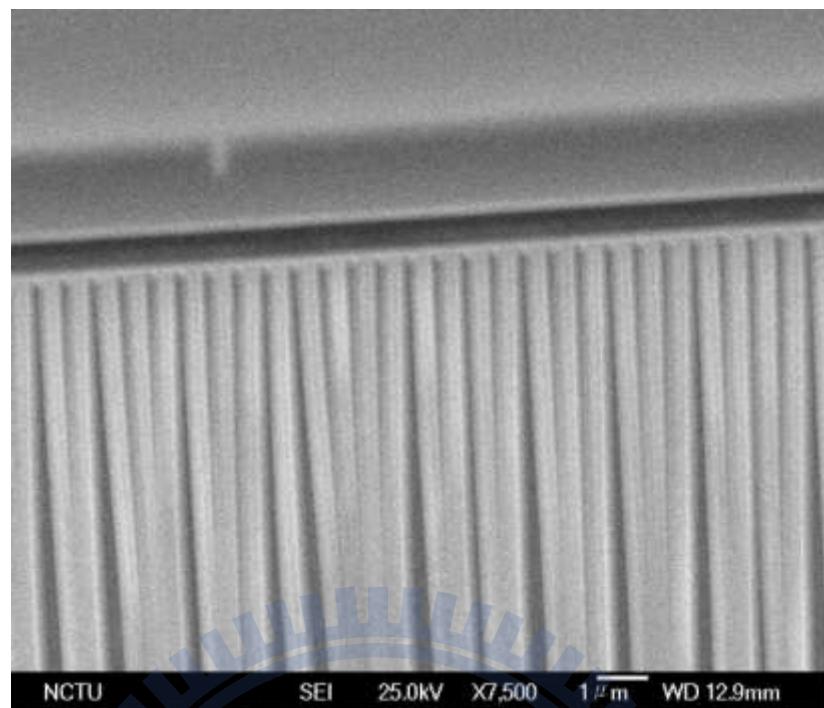


圖 4-2 一維光柵 SEM 圖二

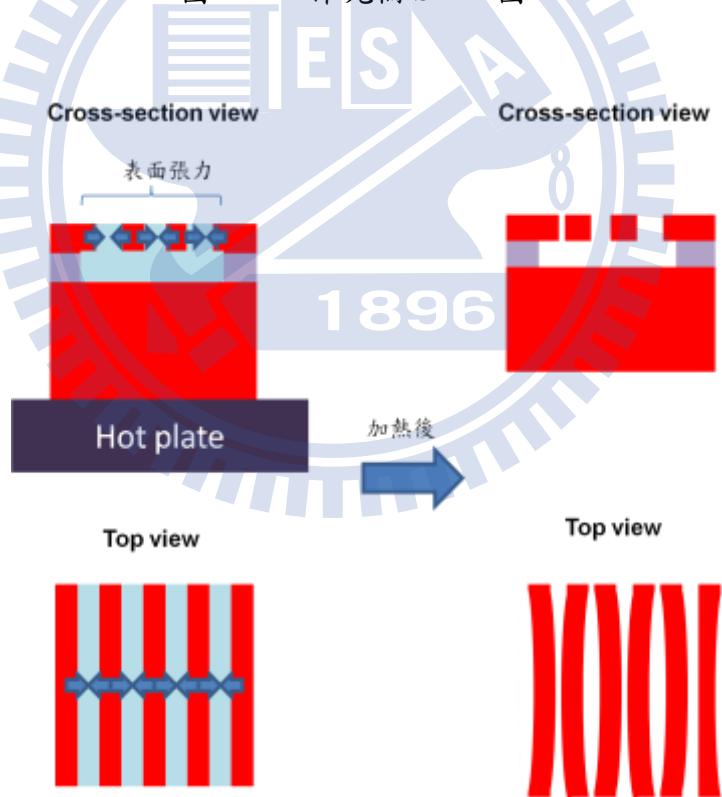


圖 4-3 表面張力作用示意圖

## 4.2 二維光柵元件

### 4.2.1 Lm4944 光柵元件

對於Lm4944的樣品，二維光柵所設計的光柵週期 $\Lambda$ 為520nm，而空氣洞直徑2R的大小為350nm、360nm、370nm、380nm及390nm，欲觀察反射頻譜隨著洞直徑的變化，並且由3.3節可知量測系統可將光點大小聚為 $70\mu m$ ，故光柵圖案大小設計為 $100\mu m$ ，使得電磁波均可照射在光柵的圖案上。製程後元件空氣洞直徑2R的大小使用SEM量測後為317nm、323nm、335nm、342nm及346nm，圖4-4為洞直徑為346nm的元件SEM圖。量測結果顯示在圖4-5，其中標示為 $\Lambda=520nm$  2R=317nm的曲線表示光柵週期為520nm洞直徑為317nm的元件，其他以此類推，並且為了讓頻譜的趨勢更為明顯，每條曲線隨著洞半徑增加依序平移0.2。從量測結果可以發現兩個現象，一是隨著洞直徑增加，共振波長會往短波長飄移，共振波長 $\lambda_4$ 隨著洞直徑的變化顯示在圖4-6標示為Measurement的曲線，二是隨著洞直徑增加，半高寬會變窄，共振波長 $\lambda_4$ 的半高寬隨著洞直徑的變化顯示在圖4-7標示為Measurement的曲線。

對於洞直徑增加，共振波長會往短波常飄移的現象可以解釋如下，當洞直徑增加的時候，因為空氣佔一個週期中的比例增加了，所以光柵層的等效折射率 $N_{eff}$ 會下降，而當等效折射率下降時，波導本徵函數曲線會往短波長壓縮，使得共振交點往短波長飄移，如圖4-8為 $N_{eff}=1.8$ 及2.2的TE<sub>0</sub>mode曲線，從圖中可以觀察隨著等效折射率下降，共振的交點會往短波長移動。在圖4-6中，也將空氣孔洞直徑2R為320~350nm的模擬結果(標示為Simulation的曲線)與量測做比較，從圖中可以觀察到共振波長變化與實驗的趨勢是一致的。對於半高寬的變化，在圖4-7中標示為Simulation的曲線為模擬結果，從圖中可以觀察到量測與模擬趨勢是相反的，並且半高寬也差異甚大，詳細的原因目前還不清楚，仍在研究當中。在這組元件當中，具有最高反射率的元件為洞直徑=323nm的元件，其反射率最大值為86%，量測結果與模擬結果顯示於圖4-9中做比較，在圖中可以觀察到模擬具有兩個共振波長位於937nm及1103nm，分別對應量測頻譜的兩個反射率峰值925nm及1051nm。

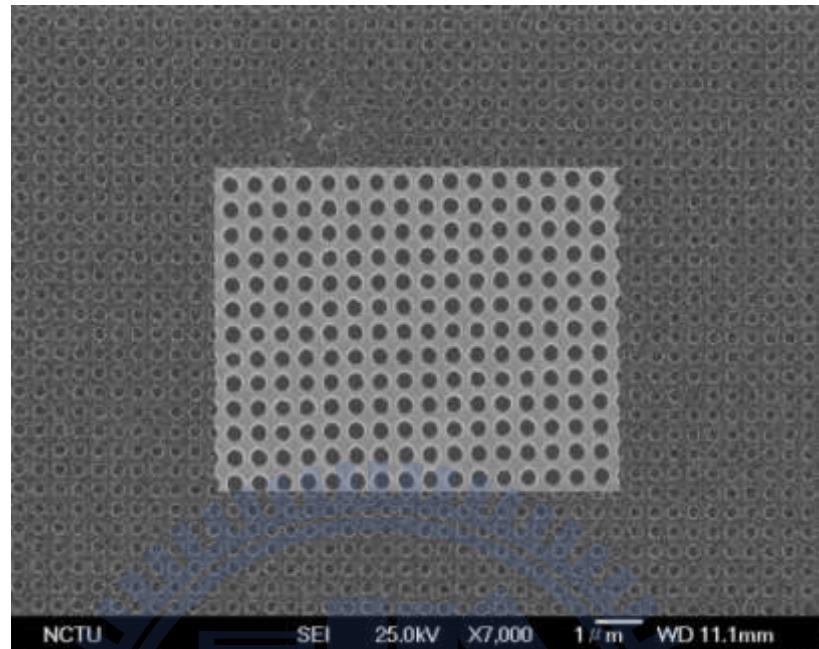


圖 4-4 Lm4944 週期為 520nm 洞直徑為 346nm 的元件 SEM 圖

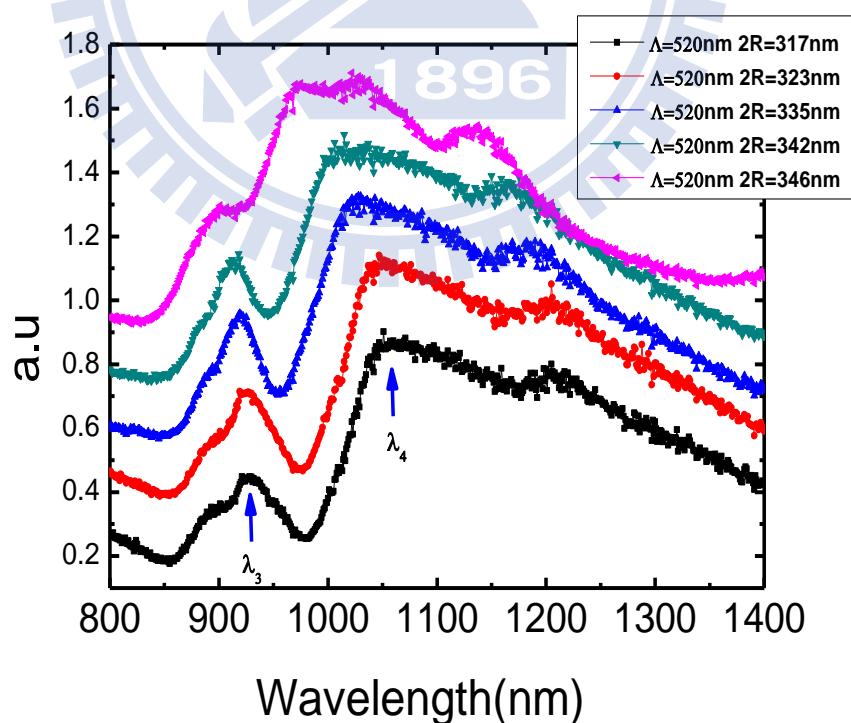


圖 4-5 Lm4944 二維光柵元件量測頻譜

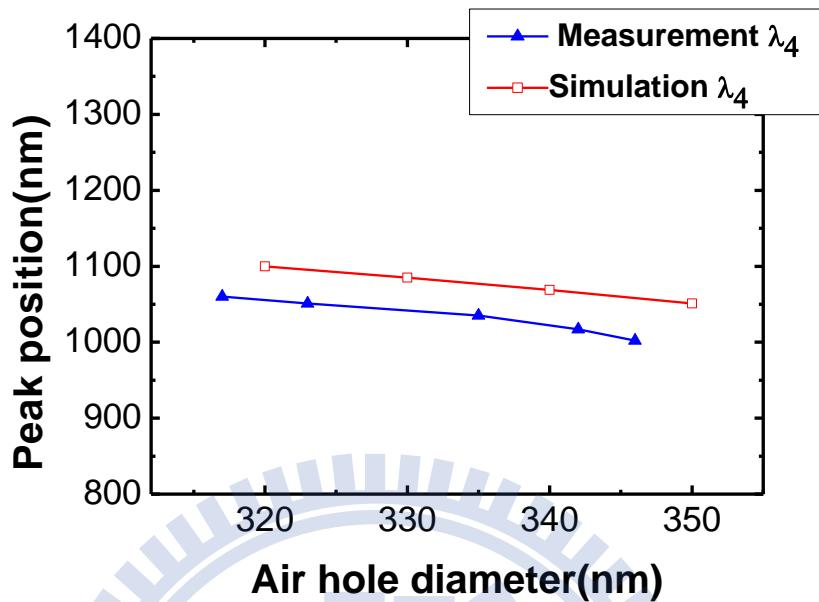


圖 4-6 Lm4944 二維光柵共振波長對空氣洞直徑關係圖

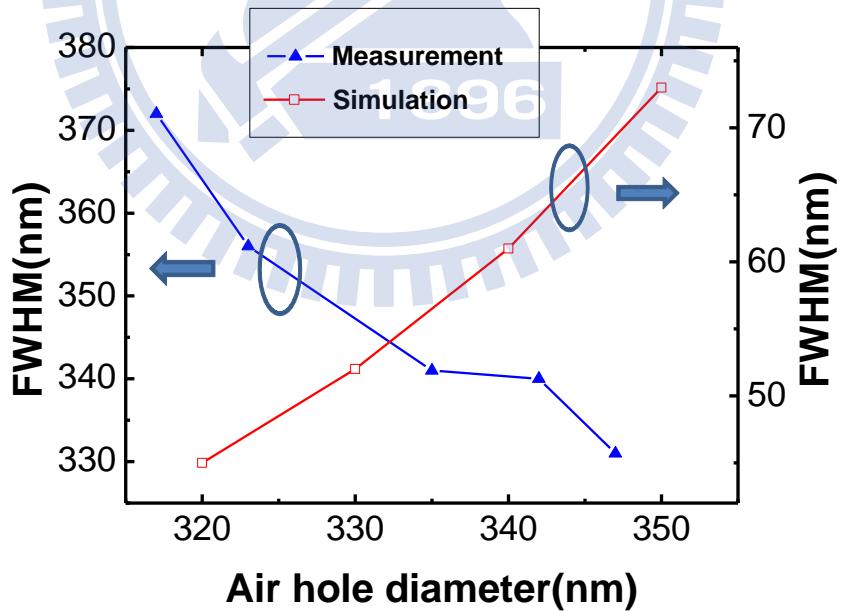


圖 4-7 Lm4944 二維光柵共振半高寬對空氣洞直徑關係圖

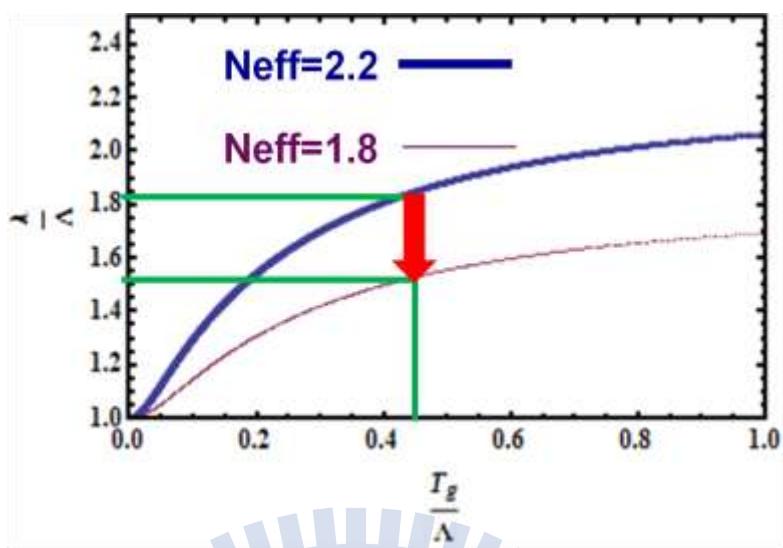


圖 4-8  $N_{eff}=1.8$  及  $2.2$  的  $TE_0$  mode 本徵函數曲線(等效折射率下降)

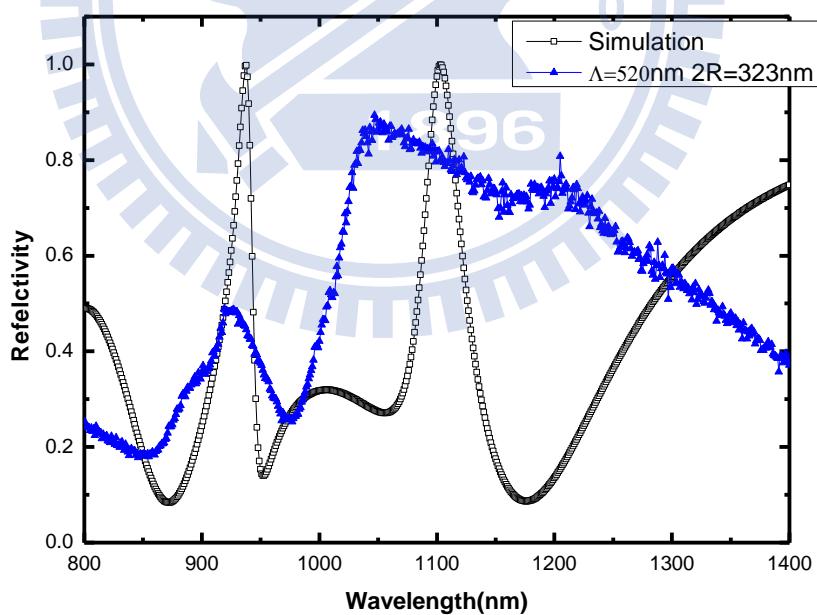


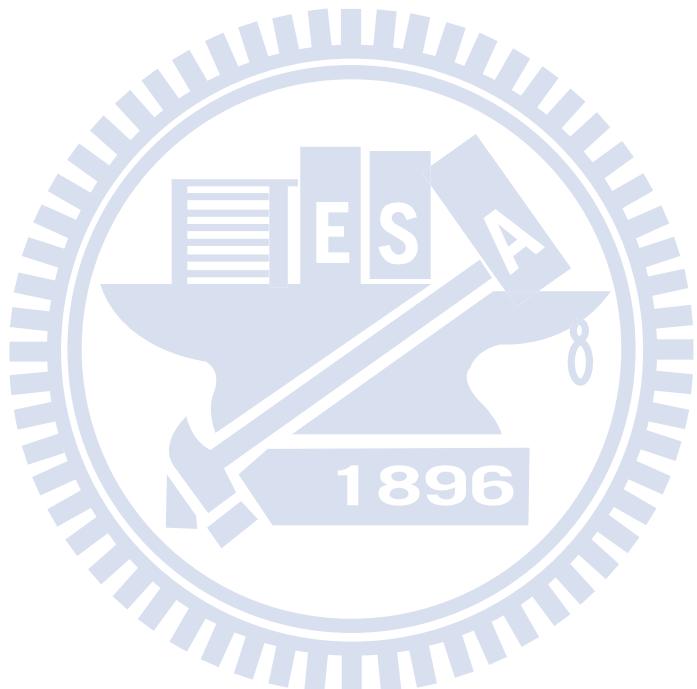
圖 4-9 Lm4944 光柵反射率量測頻譜與模擬頻譜

#### 4.2.2 Lm4987 光柵元件

對於Lm4987的樣品，二維光柵所設計的光柵週期為520nm、530nm及540nm，而空氣洞直徑的大小為380nm、390nm及400nm，欲觀察反射頻譜隨著光柵週期及洞直徑的變化。製程後元件空氣洞直徑2R的大小使用SEM量測後為422nm、430nm及448nm，圖4-10為光柵週期為520nm洞直徑為430nm的元件SEM圖，量測結果顯示在圖4-11及4-12。圖4-11為固定光柵的週期為540nm變化洞的直徑為422nm、430nm及448nm的量測結果，圖中可以觀察到有兩個共振波長分別為 $\lambda_5$ 及 $\lambda_6$ ，並且可以觀察到隨著洞直徑變大，共振波長會往短波長飄移，這是由於洞直徑增加造成等效折射率下降的緣故，在圖中還可以發現隨著洞直徑變大，共振半高寬變小。圖4-13為固定光柵週期為540nm變化洞直徑的共振波長位置模擬及實驗結果，在圖中顯示模擬及實驗結果均隨著洞直徑增加，共振波長往短波長飄移，兩者的結果一致。圖4-14為固定光柵週期為540nm變化洞直徑的 $\lambda_5$ 半高寬模擬及實驗結果，在圖中顯示模擬及實驗結果均隨著洞直徑增加，半高寬會變小，但是實驗結果半高寬的數值及變化比模擬結果大一些。圖4-12為固定洞的直徑為430nm變化光柵週期為520nm、530nm及540nm的量測結果，從圖中可以觀察到隨著光柵週期增加，共振波長會往長波長飄移並且共振半高寬也變大，此現象是因為當洞直徑固定而增加光柵週期時，光柵層的等效折射率會上升，所以共振交點會往長波長移動，如圖4-15所示。圖4-16為固定洞的直徑為430nm變化光柵週期為520nm、530nm及540nm的共振波長位置模擬及實驗結果，在圖中顯示模擬及實驗結果均隨著光柵週期增加，共振波長往長波長飄移，兩者的結果一致。圖4-17為固定洞的直徑為430nm變化光柵週期為520nm、530nm及540nm的 $\lambda_5$ 半高寬模擬及實驗結果，在圖中顯示模擬及實驗結果均隨著光柵週期增加，半高寬會變大，但是實驗結果半高寬的數值及變化比模擬結果大一些。

在量測的結果當中常會發現共振峰於950nm附近會有明顯的dip產生，如圖4-18所示，並且dip的位置會隨著結構參數而有所變化，造成此dip的原因為光源入射角度的關係，根據物鏡的結構可以推測出電磁波最大的入射角約為12度，在斜向入射的情況之下，S與P極化所計算出來的頻譜不再相同，如圖4-19所示，在圖中可以發現P極化的頻譜會有

明顯的dip產生，而所量測到的頻譜為兩者的疊加。在這組元件當中，具有較高反射率的元件為 $\Lambda=520\text{nm}$   $2R=411\text{nm}$ 及 $\Lambda=520\text{nm}$   $2R=422\text{nm}$ 的元件，其反射率最大值分別為91%及87%，共振波長分別為926nm及896nm，共振半高寬分別為126nm及105nm，量測結果與模擬結果顯示於圖4-20及4-21中做比較，在圖中可以觀察到模擬具有兩個共振波長，分別對應量測頻譜的兩個反射率峰值。



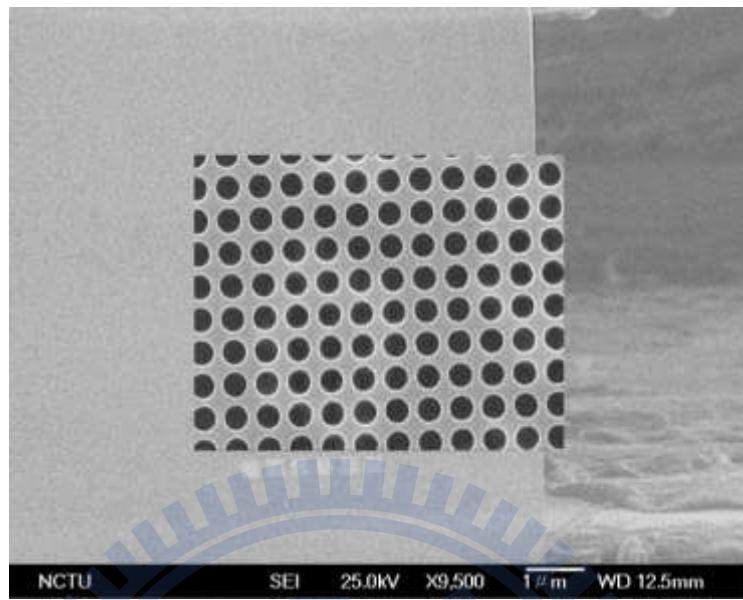


圖4-10 Lm4987週期為520nm洞直徑為430nm的元件SEM圖

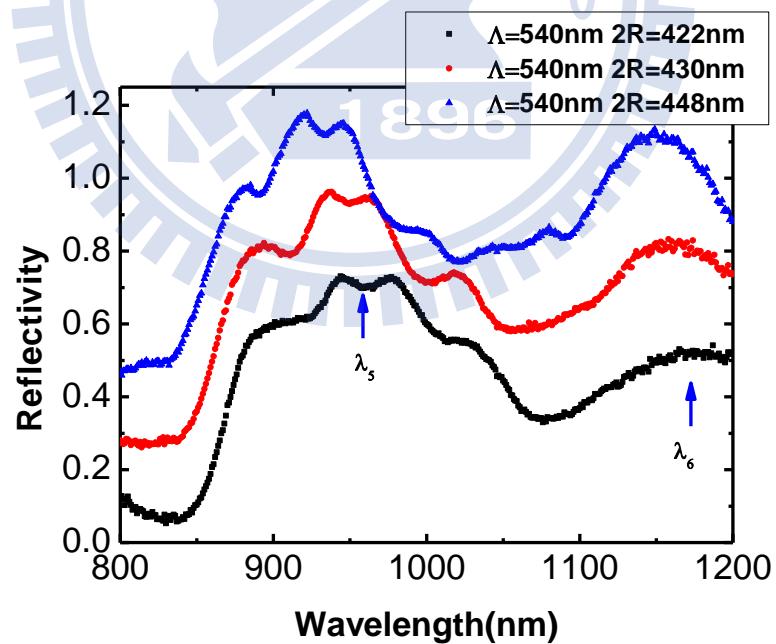


圖4-11 Lm4987二維光柵元件量測頻譜(變洞直徑)

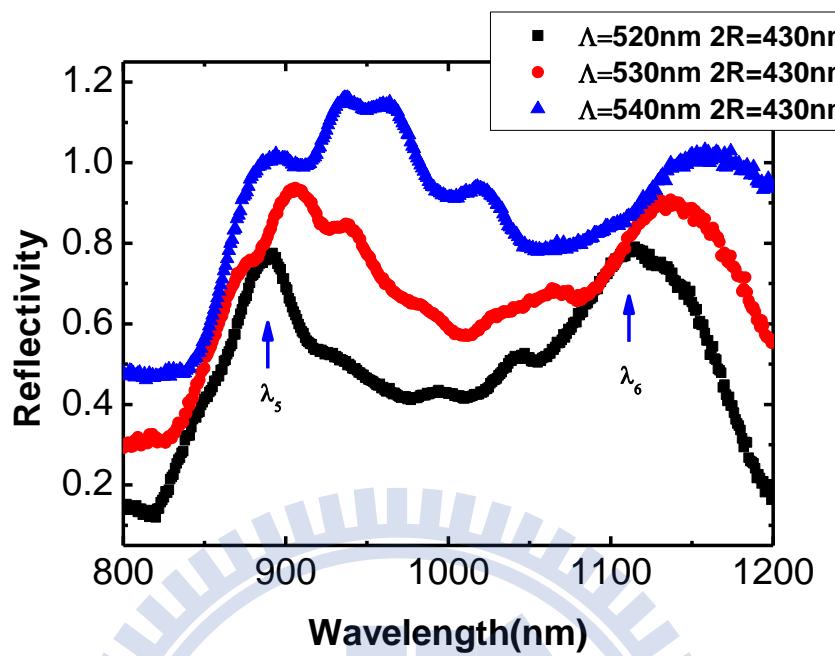


圖4-12 Lm4987二維光柵元件量測頻譜(變動週期)

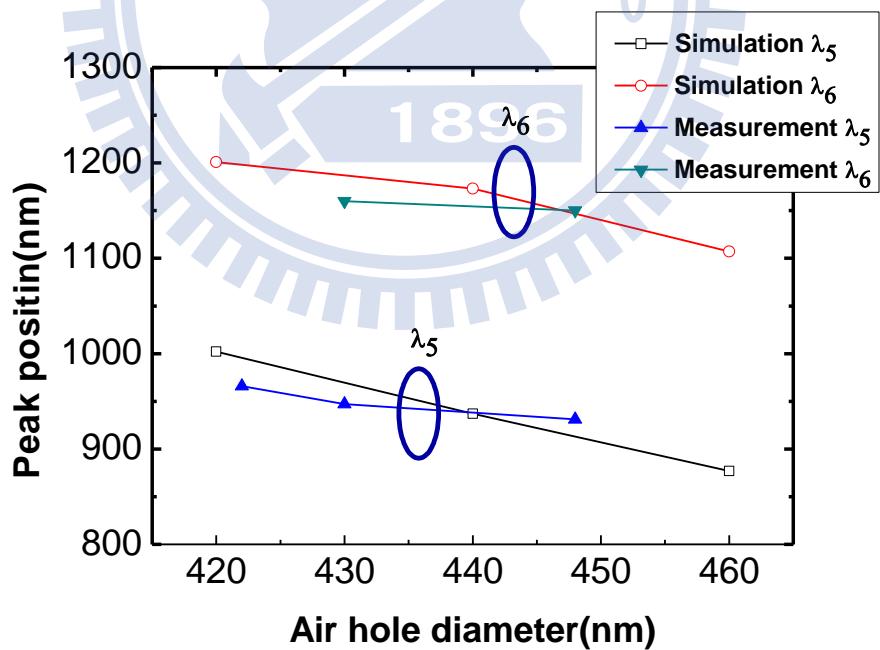


圖4-13 Lm4987二維光柵共振波長對空氣孔洞直徑關係圖

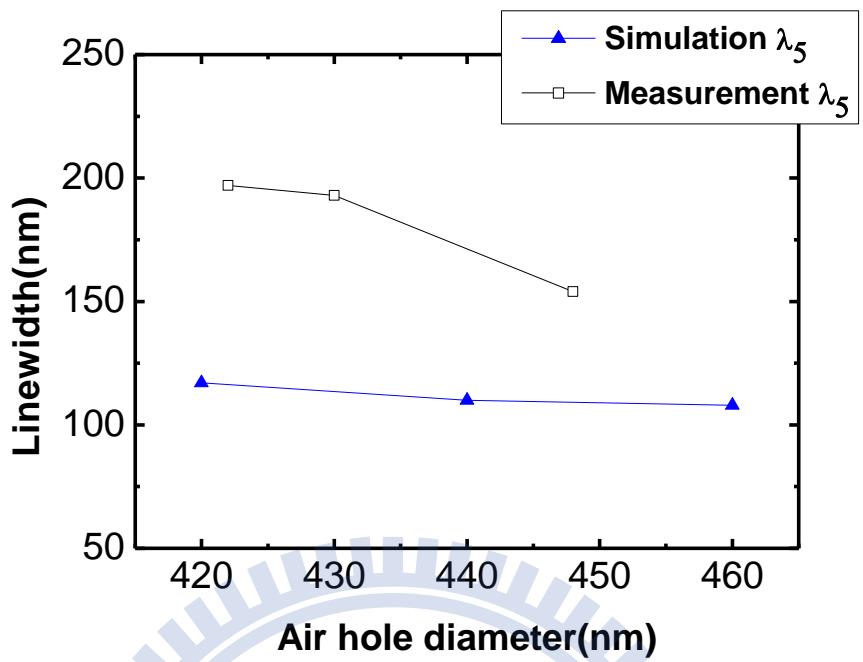


圖4-14 Lm4987二維光柵  $\lambda_5$ 半高寬對空氣孔洞直徑關係圖

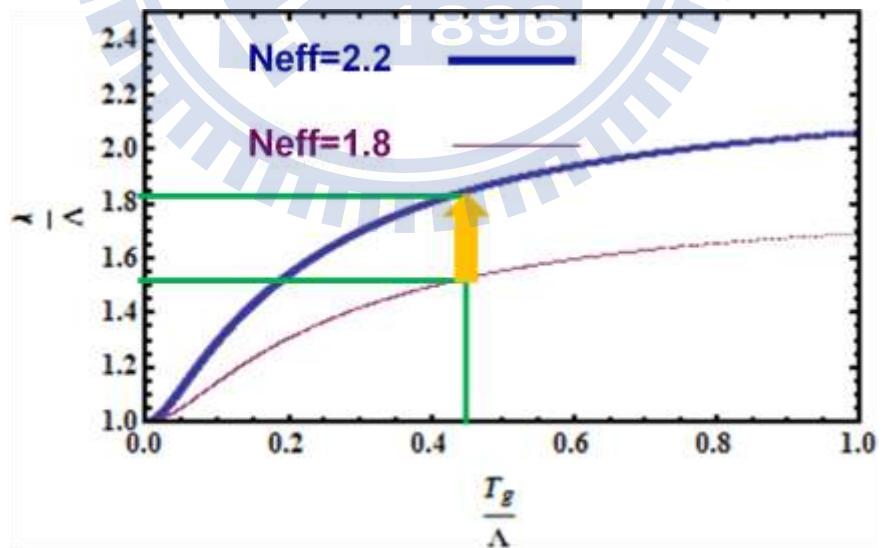


圖4-15  $N_{eff}=1.8$ 及2.2的TE<sub>0</sub> mode本徵函數曲線(等效折射率上升)

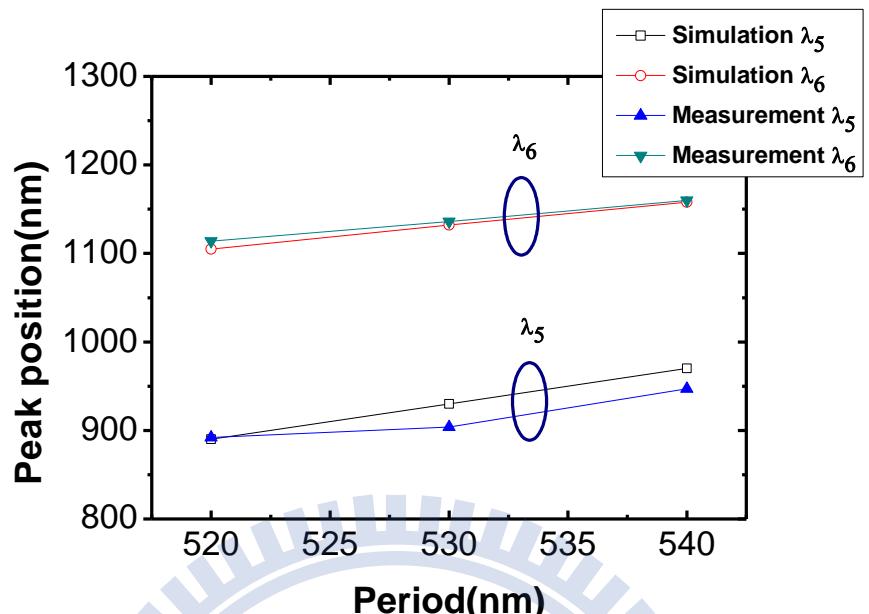


圖4-16 Lm4987二維光柵共振波長對光柵週期關係圖

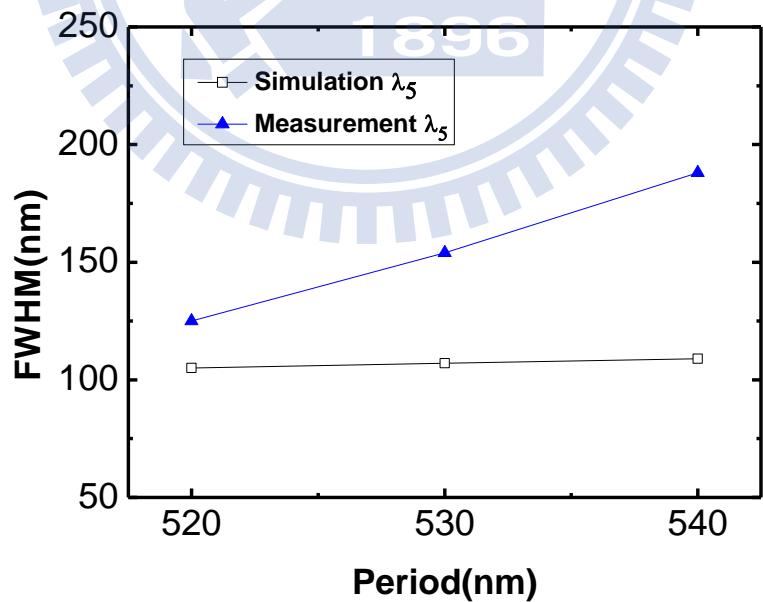


圖4-17 Lm4987二維光柵  $\lambda_5$ 半高寬對光柵週期關係圖

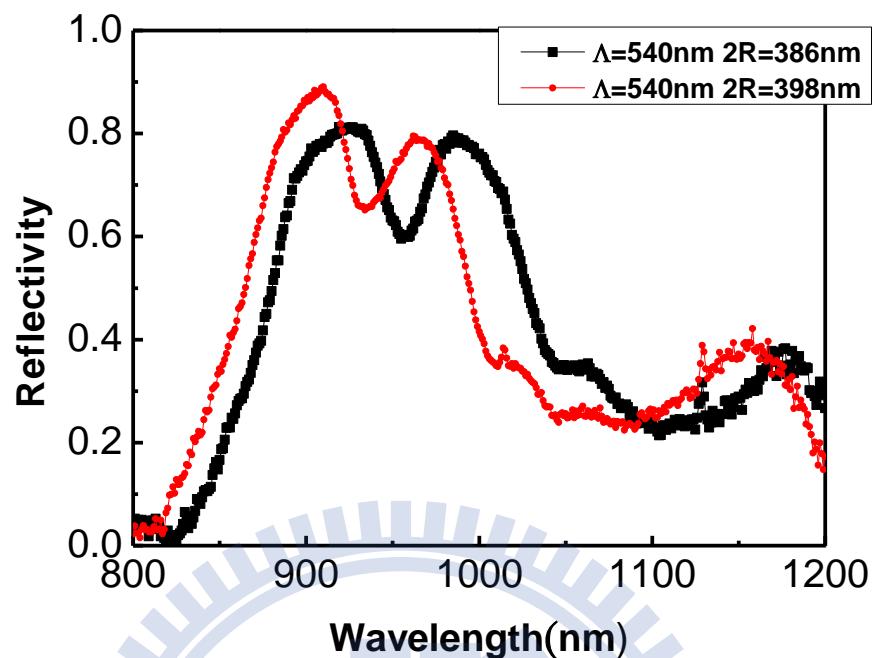


圖4-18 反射頻譜中的dip

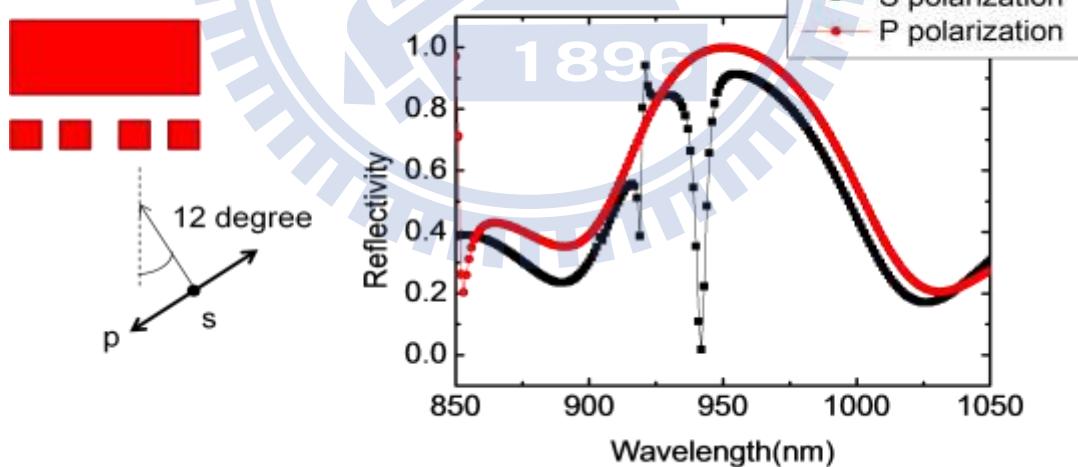


圖4-19 S與P極化的反射率頻譜

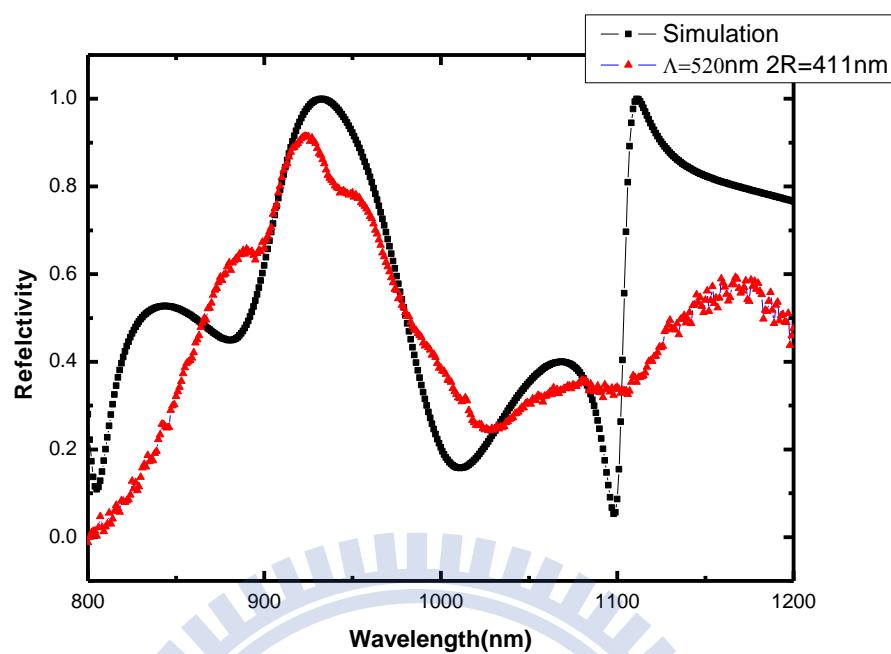


圖 4-20 Lm4987 光柵反射率量測頻譜與模擬頻譜一

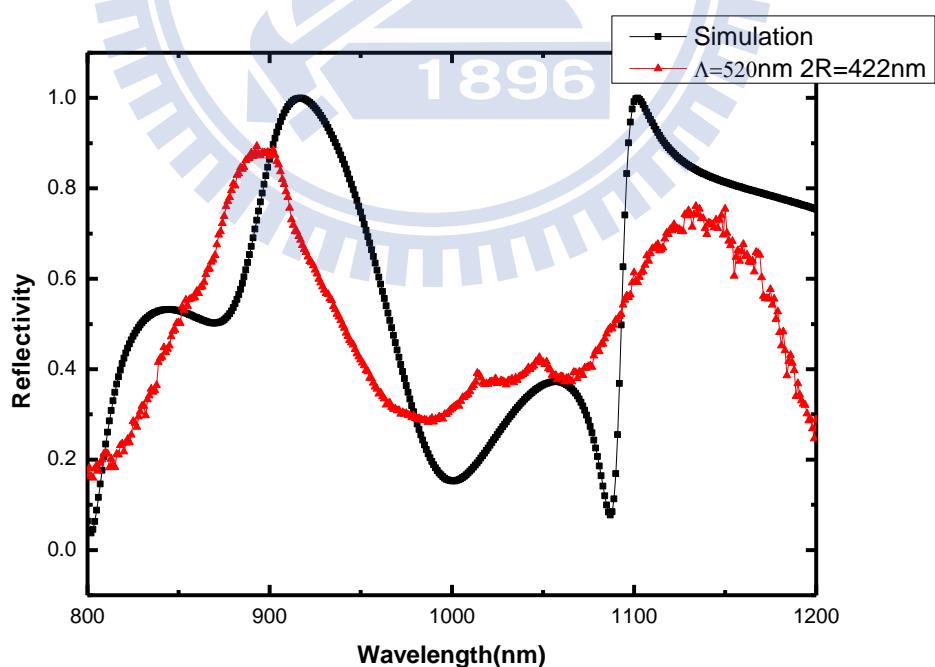


圖 4-21 Lm4987 光柵反射率量測頻譜與模擬頻譜二

## 第五章 結論與未來展望

在本論文中對於波導共振模態效應的物理機制做了詳細的討論，其中包含探討結構參數對於共振位置、共振半高寬的影響，而根據其工作原理，我們結合了波導理論以及等效介質理論來預測光柵元件的共振峰位置及數目，並且以 GaAs 為材料設計了一維及二維光柵濾波器。

在實驗中我們利用電子束微影配合電感耦合式電漿蝕刻在 GaAs 基板上製作出二維方形晶格排列的圓形空氣孔洞，並且配合 HF 選擇性蝕刻的特性將犧牲層去除，最後使用 hot plate 進行乾燥，以此方式來製作光柵濾波器，製程相當穩定，目前可製作的最大面積光柵為以  $100\mu\text{m}$  為邊長的正方形。

目前已利用兩種不同厚度的樣品 Lm4944 及 Lm4987 來製作二維光柵濾波器，對於 Lm4944 二維光柵的樣品，已經在  $1051\text{nm}$  實現反射率為 86% 半高寬為  $356\text{nm}$  的光柵濾波器，並且藉由變空氣孔洞的大小可以將共振波長由  $1060\text{nm}$  調變至  $1002\text{nm}$ ，共振半高寬由  $372\text{nm}$  調變至  $331\text{nm}$ ，而對於 Lm4987 二維光柵的樣品，實驗上在  $926\text{nm}$  及  $896\text{nm}$  實現反射率分別為 91%、87% 半高寬分別為  $126\text{nm}$ 、 $105\text{nm}$  的光柵濾波器，在文中也解釋了反射頻譜隨著光柵週期及空氣孔洞直徑大小變化的趨勢，最後使用 DiffractMOD 3.1 來進行光柵繞射效率的模擬，並且將模擬與實驗結果做比較。

未來期待可以將光柵濾波器整合到偵測器上，並且利用濾波器頻譜可調變的特性來選擇偵測器所偵測的波長，而論文中所提及的製程參數可以供作參考。

## 參考文獻

- [1] R. W. Wood, "Remarkable spectrum from a diffraction grating," *Philos. Mag.*, vol. 4 , pp. 396-402, 1902.
- [2] A. Hessel, and A. A. Oliner, "A new theory of Wood's anomalies on optical gratings," *Appl. Opt.*, vol. 10, pp. 1275-1296, 1965.
- [3] M. Sarrazin, and J. P. Vigneron, "Bounded modes to the rescue of optical transmission," *Europhys . News*, vol. 38, no. 3, pp. 27-31, 2007.
- [4] D. Shin, "Resonance properties of periodic waveguides and their applications," Ph.D. dissertation, the University of Texas at Arlington, pp. 1-15, 1999.
- [5] C. F. R. Mateus, M. C. Y. Huang, Y. Deng, A. R. Neureuther, and C. J. Chang-Hasnain, "Ultrabroadband mirror using low-index cladded subwavelength grating," *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 16, no. 2, pp. 518-520, 2004.
- [6] J. S. Ye, Y. Kanamori, F. R. Hu, and K. Hane, "Self-supported subwavelength gratings with a broad band of high reflectance analysed by the rigorous coupled-wave method," *J. Mod. Opt.*, vol. 53, no. 14, pp. 1995-2004, 2006.
- [7] J. -S. Ye, Y. Kanamori, F. -R. Hu, and K. Hane, "Rigorous reflectance performance analysis of Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> self-suspended subwavelength gratings," *Opt. Commun.*, vol. 270, pp. 233-237, 2007.
- [8] S. S. Wang, and R. Magnusson, "Theory and application of guided-mode resonance filters," *Appl. Opt.*, vol. 32, no. 14, pp. 2606-2613, 1993.
- [9] D. Shin, S. Tibuleac, T. A. Maldonado, and R. Magnusson, "Thin-film optical filters with diffractive elements and waveguides," *Opt. Eng.*, vol. 37, no. 9, pp. 2634-2646, 1998.
- [10] S. S. Wang, and R. Magnusson, "New principles for optical filters," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 61, no. 9, pp. 1022-1024, 1992.

- [11] A. Sharon, D. Rosenblatt, A. A. Friesem, H. G. Weber, H. Engel, and R. Steingrueber, “Light modulation with resonant grating-waveguide structures,” *Opt .Lett.*, vol. 19,no. 19, pp. 1564-1566, 1996.
- [12] M. C. Y. Huang, Y. Zhou, and C. J. Chang-Hasnain, “A surface emitting laser incorporating a high-index-contrast subwavelength grating,” *Nature Photon.*, vol. 1, pp. 119-122, 2007.
- [13] K. J. Lee, R. LaComb, B. Britton, M. Shokooh-Saremi, H. Silva, E. Donkor, Y. Ding, and R. Magnusson, “Silicon-layer guided-mode resonance polarizer with 40-nm bandwidth,” *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 20, no. 22, pp. 1857-1859, 2008.
- [14] A. Sharon, D. Rosenblatt, and A. A. Friesem, “Resonant grating-waveguide structures for visible and near-infrared radiation,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 14, no. 11, pp. 2985-2993, 1997.
- [15] D. K. Cheng, *Field and Waves Electromagnetics*, 2<sup>nd</sup> edition.Massachusetts: Addison-Wesley, pp. 329, 1989.,
- [16] D. L. Brundrett, E. N. Glytsis, and T. K. Gaylord, “Homogeneous layer models for high-spatial-frequency dielectric surface-relief gratings:conical diffraction and antireflection designs,” *Appl. Opt.*, vol. 33, no. 13, pp. 2695-2706, 1994.
- [17] S. S. Wang, R. Magnusson, J. S. Bagby, and M. G. Moharam, “Guided-mode resonances in planar dielectric-layer diffraction gratings,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 7, no. 8, pp. 1470-1474, 1990.
- [18] M. G. Moharam, Eric B. Grann, and Drew A. Pommet, “Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings,” *J.Opt .Soc. Am. A*, vol. 12, no. 5, pp. 1068-1076, 1995.
- [19] Ph. Lalanne, and D. Lemercier-Lalanne, “On the effective medium theory of subwavelength periodic structures, ” *J. Mod. Opt.*, vol. 43, no. 43, pp. 2063-2085, 1996.

## 簡歷 (Vita)

姓名：周柏仰( Bo-Yang, Chou )

性別：男

出生年月日：民國 74 年 05 月 26 日

學歷：

國立交通大學電子物理系學士(92.9-97.6)

國立交通大學電子研究所碩士班(97.9-99.8)

碩士論文題目：

波導共振模態濾波器的製作與模擬

Fabrication and simulation of guided mode resonance filter