

國立交通大學

電信工程研究所

碩士論文

OFDM 系統在 60 GHz 頻帶之非直視傳輸

Non Line-of-Sight Transmission in 60 GHz OFDM
Systems

研究生：莊勝富

指導教授：吳文榕 教授

中華民國九十九年三月

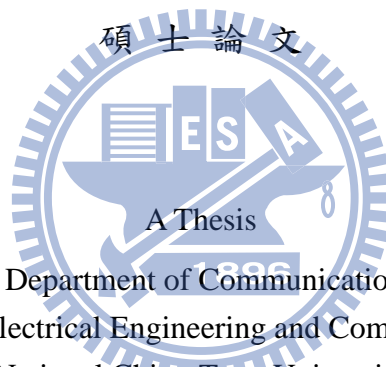
OFDM 系統在 60 GHz 頻帶之非直視傳輸
Non Line-of-Sight Transmission in 60 GHz OFDM
Systems

研 究 生：莊勝富 Student：Sheng-Fu Chuang

指 導 教 授：吳文榕 Advisor：Wen-Wrong Wu

國 立 交 通 大 學

電 信 工 程 研 究 所



Submitted to Department of Communication Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Chiao-Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in
Communication Engineering
March 2010
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年三月

OFDM 系統在 60 GHz 頻帶之非直視傳輸

學生：莊勝富

指導教授：吳文榕 教授

國立交通大學電信工程研究所碩士班

摘要

IEEE 802.15.3c 是一個高傳輸速率的規格，被提出用來傳遞無壓縮、高畫質之影像、聲音、資料。然而此規格操作在無執照的 60 GHz 頻帶，此頻帶有很嚴重的傳遞、穿透損耗。為了解決這個問題，平面陣列天線(planar antenna array)以及波束形成(beamforming)技術是一個經常使用來補償損耗的方法。本論文在探討使用波束形成與混合式平面陣列天線(hybrid planar antenna)如何克服 60GHz 頻帶非直視環境(NLOS)的傳輸障礙，一個可能的解決方法是利用牆壁或天花板的一次反射。首先我們討論如何藉由多輸入多輸出(MIMO)傳輸來增加通道容量(channel capacity)，也就是說傳送端利用波束形成技術造出許多傳送波束，而接收端也利用波束形成技術造出許多接收波束，藉由此來形成等效多輸入多輸出系統進而增加通道容量。另一個解決非直視環境傳輸障礙的辦法是使用中繼站，中繼站可以接收來自資料源的資料然後轉傳給目的地，傳統的中繼站是半雙工，也就是說傳輸速率少了一半，在本論文中我們提出一個方法來解決此問題。我們把平面陣列天線分成兩區塊，其中之一負責接收，另一區塊負責傳送，形成了全雙工傳輸。因為同時傳送與接收，接收區塊會受到傳送區塊的干擾，我們設計了迴音消除器來把干擾消除。對於上述的接收機而言，接收機需要知道訊號抵達方位(direction of arrival)，因此我們也提出了適用於混合式平面陣列天線的新訊號抵達方位估測演算法。

Non Line-of-Sight Transmission in 60 GHz OFDM Systems

Student : Sheng-Fu Chuang

Advisor : Wen-Wrong Wu

Department of Communication Engineering

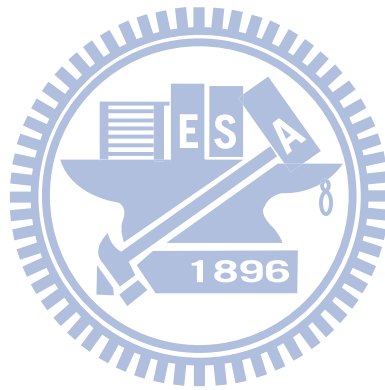
National Chiao-Tung University

Abstract

IEEE 802.15.3c is a high data rate specification proposed to transfer uncompressed high-definition video, audio, and data in short distance. Since it is operated in unlicensed 60GHz band, it endures severe propagation and penetration losses. To solve the problem, a planar antenna array conducting beamforming is usually used for the system. In this thesis, we discuss how to overcome the difficulties of non line-of-sight (NLOS) transmission in 60GHz band using hybrid antenna arrays. One solution is transmitting signal with the reflection from wall or ceil. We first discuss how to increase channel capacity by multiple-input-multiple-output (MIMO) transmission. This means that the transmitter forms multiple beams in the transmission directions and the receiver forms multiple beams in the receiving directions. By doing this, an equivalent MIMO system can be constructed and channel capacity can be enhanced. Another solution for NLOS transmission is using relays. Relays can receive the data from the source transmitter and forward them to the destination receiver. Conventional relaying can only conduct half-duplexing transmission. As a result, the transmission rate is reduced by half. In this thesis, we propose a method to solve the problem. We divide the planar antenna array into two blocks; one beamforms to the transmit direction and conducts data transmission. The other beamforms to the receive direction and conduct data receiving. This results in a full-duplexing relay. Since data transmission and data receiving are conducted simultaneously, the receiver may be interfered by the signal transmission. We then design an echo canceller to overcome this problem. For all the receivers mentioned above, we need to know the direction of arrival (DoA) of the signal. We also propose a new DoA estimation algorithm for the hybrid antenna array.

誌謝

感謝吳文榕教授的細心指導，在我課業遇到困難的時候，老師總能適時的提出幫助，當我對所研究的問題絕望的時候，老師都能夠提出一盞明燈。除了課業與研究上的幫助，生活上的問題，老師也提出自己的看法，而且會幫助、鼓勵我度過難關，從老師那邊得到最大的收穫莫過於對遇到問題所應有的態度，要積極面對問題、鍥而不捨的解決它。感謝我的父母與家人，在我忙碌的時候給我時間與勇氣，在我被挫折打敗的時候給我家的溫暖。另外還感謝兆元、弘道、鈞陶、凡碩、俊芳、其翰、南鈞、光敏等學長們，當我請教他們問題的時候，他們都耐心的回答，讓我受益良多。感謝閔堯、沁寧、瑞慶、綺瑩等同學，一起作研究、一起玩樂，有你們的陪伴，讓我碩士生活精彩豐富。感謝我女朋友在我有研究壓力的時候，帶我脫離有壓力的環境，出去遊玩，讓我體驗陽光、以及好多漂亮的大自然美景。



目錄

摘要	i
Abstract.....	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
表目錄	ix
第一章：簡介	1
第二章：波束形成與 DoA 估計	3
2.1 平面陣列天線	3
2.2 平面陣列天線的類比波束形成	3
2.3 平面陣列天線的數位波束形成	4
2.4 平面陣列天線的混合式波束形成	5
2.5 傳統平面陣列天線的訊號抵達方位估計簡介	6
2.5.1 利用 MUSIC(Multiple Signals Identification Classification)演算法做平面陣列天線的訊號抵達方位估測	6
2.5.1.1 線陣天線(Uniform Antenna Array)的 MUSIC 演算法.....	6
2.5.1.2 平面陣列天線(Uniform Antenna Array)的 MUSIC 演算法.....	8
2.5.2 利用 TLS-ESPRIT(Total Least Squares-Estimation of Signals Parameters via Rotational Invariance Techniques)演算法做平面陣列天線的訊號抵達方位估測	10
2.5.2.1 線陣天線的 TLS-ESPRIT 演算法	10
2.5.2.2 平面陣列天線的 TLS-ESPRIT 演算法	11
2.6 所提出的平面陣列天線混合式訊號抵達方位估計	15
2.6.1 混合式陣列天線用於 DoA 估測的數學模型	15
2.6.2 所提出的平面陣列天線混合式訊號抵達方位估計 MUSIC 演算法	18
2.6.3 所提出的平面陣列天線混合式訊號抵達方位估計 ESPRIT 演算法.....	18
第三章：通道模型	21
3.1 簡介	21
3.2 通道的數學模型	21
3.3 會議室的 3D 模型與群集(cluster)路徑	21
3.4 視線路徑的通道模型	22
3.5 四面牆壁的一次反射的角度特徵	22
3.6 天花板的一次反射的角度特徵	23
3.7 天花板到牆壁或牆壁到天花板的二次反射的角度特徵	23
3.8 牆壁到牆壁的二次反射的角度特徵	24
3.9 非直視群集的路徑衰減與反射衰減	24
3.10 群集內部的射線參數	24

3.11 通道模型模擬	26
3.12 具波束形成 (beamforming) 的通道模型	31
第四章: MIMO 傳輸與全雙工中繼傳輸.....	39
4.1 直視傳輸與非直視傳輸的通道容量分析	39
4.2 所提出的 MIMO 傳輸.....	41
4.3 所提出的全雙工中繼傳輸與迴音干擾消除	43
4.4 MIMO 傳輸通道模擬.....	44
第五章: 模擬.....	52
5.1 OFDM 系統訊號抵達方位估測模擬.....	52
5.2 有誤差的波束形成模擬	58
5.3 無直視傳輸下 MIMO 傳輸的通道容量與 SISO 傳輸的通道容量模擬分析	62
5.4 迴音消除器模擬	68
5.5 有波束形成與無波束形成在 802.15.3c 之比較	69
5.6 使用通道模型的 OFDM DoA 估測模擬.....	71
第六章: 結論	75
Reference	76



圖目錄

圖 2-1: $N_x \times N_y$ 個天線組成的平面陣列天線.....	3
圖 2-2: 混合式波束形成架構圖.....	5
圖 2-3: 混合式波束形成區塊化分.....	5
圖 2-4 線陣天線架構圖.....	7
圖 2-5 混合式天線的區塊分配，相同顏色代表共相同的數位類比轉換器.....	20
圖 3-3-1: 會議室的 3D 模型.....	22
圖 3-5-1: 四個從牆壁的一次反射的示意圖.....	23
圖 3-9-1: 反射衰減，圖的左邊是一次反射的衰減量，圖的右邊是兩次反射的衰減量。	24
圖 3-10-1: 群集裡面的射線.....	25
圖 3-10-2: 功率分佈 (Power Delay Profile).....	26
圖 3-11-1: 傳送端與接收端位置俯視圖.....	26
圖 3-11-2: 直視群集.....	27
圖 3-11-3: 從左面牆壁來的一次反射群集.....	27
圖 3-11-4: 從右面牆壁來的一次反射群集.....	28
圖 3-11-5: 從天花板來的一次反射群集(最左邊那根比 LOS 還早到，這是因為 Position 過 程的關係).....	28
圖 3-11-6: 從左面牆壁與天花板來的二次反射群集.....	29
圖 3-11-7: 從右面牆壁與天花板來的二次反射群集.....	29
圖 3-11-8: 從左面牆壁打到右面牆壁的二次反射群集.....	30
圖 3-11-9: 從右面牆壁打到左面牆壁的二次反射群集.....	30
圖 3-11-10: 所有群集.....	31
圖 3-12-1: 單一天線的場型(此圖的半徑長短為強度，半徑的方向為方位)。	32
圖 3-12-2: 單一天線的場型(此圖橫軸為水平角，縱軸為垂直角)。	33
圖 3-12-3: 平面陣列天線場型，此圖半徑代表振幅大小，半徑的方向為方位，振幅最 大為 8。	33
圖 3-12-4: 平面陣列天線的功率場型，此圖半徑代表功率大小，半徑的方向為方位，功 率最大為 64。	34
圖 3-12-5: 原始的通道.....	35
圖 3-12-6: 傳送端與接收端有波束形成的通道.....	36
圖 3-12-7: 傳送端往左面牆壁一次反射方向的場型.....	36
圖 3-12-8: 做波束形成之前的通道.....	37
圖 3-12-9: 做波束形成之後的通道.....	37
圖 3-12-10: 做波束形成之前的左面牆壁一次反射群集.....	38
圖 4-1-1: 傳送端與接收端方位俯視圖.....	39
圖 4-1-2: 直視傳輸方向的波束形成的通道.....	40

圖 4-1-3: 往天花板一次反射方向的波束形成的通道	40
圖 4-1-4: 視線傳輸與無視線傳輸的通道容量差異	41
圖 4-2-1: NLOS 中 1x1 SISO 與 2x2 MIMO 通道容量比較圖	42
圖 4-4-1: 傳送端往天花板一次反射方向傳,接收端往天花板一次反射方向收的通道響應	45
圖 4-4-2 傳送端往左面牆壁一次反射方向傳,接收端往天花板一次反射方向收的通道響應	45
圖 4-4-3: 傳送端往天花板一次反射方向傳,接收端往左面牆壁一次反射方向收的通道響應	46
圖 4-4-4: 傳送端往左面牆壁一次反射方向傳,接收端往左面牆壁一次反射方向收的通道響應	46
圖 4-4-5: 頻域的等效 MIMO 通道 1-1.....	47
圖 4-4-6: 頻域的等效 MIMO 通道 1-2.....	47
圖 4-4-7: 頻域的等效 MIMO 通道 2-1.....	48
圖 4-4-8: 頻域的等效 MIMO 通道 2-2.....	48
圖 4-4-9: 往天花板一次反次方向的場型	49
圖 4-4-10: 往左面牆壁一次反射方向的場型	49
圖 4-4-11: 傳送端往左面牆壁一次反射方向傳,接收端往左面牆壁一次反射方向收的通道響應。	50
圖 4-4-12: 傳送端往右面牆壁一次反射方向傳,接收端往左面牆壁一次反射方向收的通道響應。	50
圖 4-4-13: 傳送端往左面牆壁一次反射方向傳,接收端往右面牆壁一次反射方向收的通道響應。	51
圖 4-4-14: 傳送端往右面牆壁一次反射方向傳,接收端往右面牆壁一次反射方向收的通道響應。	51
圖 5-1-1: SNR=0 下的 OFDM 與單載波的 singular value 比較(使用 16 個 OFDM 符元, Hybrid DoA)。	53
圖 5-1-2: 不同 SNR 下的 OFDM 與單載波 DoA 比較(使用 16 個 OFDM 符元, Hybrid DoA)。	53
圖 5-1-3: SNR=0 下的 OFDM 與單載波的 singular value 比較(使用 4 個 OFDM 符元, Hybrid DoA)。	54
圖 5-1-4: 不同 SNR 下的 OFDM 與單載波 DoA 比較(使用 4 個 OFDM 符元, Hybrid DoA)。	54
圖 5-1-5: SNR=0 下的 OFDM 與 single carrier 的 singular value 比較(傳統 4x4)。	55
圖 5-1-6: 不同 SNR 下的 OFDM 與 single carrier DoA 比較(傳統 4x4)。	56
圖 5-1-7: SNR=0 下的 OFDM 與單載波的 singular value 比較(傳統 8x8)。	56
圖 5-1-8: 不同 SNR 下的 OFDM 與單載波 DoA 比較(傳統 8x8)。	57
圖 5-1-9: SNR=0 下的 OFDM 與 single carrier singular value 比較(等 4 個 OFDM 符元,	

Hybrid DoA)。	57
圖 5-1-10: 不同 SNR 下的 OFDM 與單載波 DoA 比較(等 4 個符元時間)。	58
圖 5-2-1: $\sigma = 0^\circ$ 指向正上方的波束	59
圖 5-2-2: $\sigma = 10^\circ$ 指向正上方的波束	59
圖 5-2-3: $\sigma = 20^\circ$ 指向正上方的波束	60
圖 5-2-4: $\sigma = 30^\circ$ 指向正上方的波束	60
圖 5-2-5: $\sigma = 0^\circ$ 指向垂直角 30 度, 水平角 0 度的波束	61
圖 5-2-6: $\sigma = 10^\circ$ 指向垂直角 30 度, 水平角 0 度的波束	61
圖 5-2-7: $\sigma = 20^\circ$ 指向垂直角 30 度, 水平角 0 度的波束	62
圖 5-2-8: $\sigma = 30^\circ$ 指向垂直角 30 度, 水平角 0 度的波束	62
圖 5-3-1: 傳送與接收端位置府視圖	63
圖 5-3-2: DoA 與波束形成都很完美的通道容量	63
圖 5-3-3: DoA 有誤差的通道容量, $\sigma = 5^\circ$	64
圖 5-3-4: DoA 有誤差的通道容量, $\sigma = 7^\circ$	64
圖 5-3-5: DoA 有誤差的通道容量, $\sigma = 9^\circ$	65
圖 5-3-6: 波束形成有誤差的通道容量, $\sigma = 10^\circ$	65
圖 5-3-7: 波束形成有誤差的通道容量, $\sigma = 40^\circ$	66
圖 5-3-8: 新的傳送端與接收端位置府視圖	66
圖 5-3-9: DoA 與波束形成都很完美的通道容量	67
圖 5-3-10: DoA 有誤差的通道容量, $\sigma = 5^\circ$	67
圖 5-4-1: 迴音消除器架構圖	68
圖 5-4-2: 估測與實際的誤差比較圖	68
圖 5-4-3: 收斂速度比較圖	69
圖 5-5-1: 沒有波束形成的通道	70
圖 5-5-2: 有波束形成的通道	70
圖 5-5-3: 有無波束形成之錯誤率比較圖	71
圖 5-5-4: 有無波束形成之錯誤率比較圖	71
圖 5-6-1: 傳送端與接收端位置府視圖	72
圖 5-6-2: 沒有波束形成的通道	72
圖 5-6-3: 能量最大 64 根的通道	73
圖 5-6-4: 每個方向每個頻率的通道增益	73
圖 5-6-5: 不同 SNR 的 DoA 估測結果	74

表目錄

表 2-1: 等待的符元時間與最大可偵測方向數目分析.....	17
表 7-4-1: 不同 μ 之 MSE 比較.....	69



第一章：簡介

在數位家庭影音的需求下，無線個人網路越來越受到重視，因此 IEEE 制定了 802.15.3c 高品質影像傳輸標準。在此規格下，無線個人網路操作在沒有執照的 57 GHz 到 64GHz 頻段之間。60 GHz 頻帶的特色是通道之對訊號之衰減率高，且訊號之穿透性不佳，使得此頻帶很適合用於短距離的傳輸。由於此頻帶之頻寬很寬，它可以支援 1 Gbps 以上的資料傳輸速率，使得 DVD 畫質的影音串流，可以透過無線網路來傳輸，為人類帶來便利的數位家庭影音服務。

IEEE802.15.3c 使用兩種調變架構，分別是單一載波與多重載波。多重載波的架構使用的是正交分頻多工(Orthogonal-Frequency-Division-Multiplexing)調變技術，正交分頻多工調變是一種很可靠的技術而且已經使用在許多無線傳輸系統裡面，例如 IEEE 802.11 WLAN、IEEE 802.16e WiMAX、DVB-T 等。正交分頻多工最重要的優點是可以很輕易的消除多重路徑干擾，接收機不用做很複雜的等化動作就可以將原本信號還原，再加上數位信號處理的進步，正交分頻多工可以使用快速複利葉轉換來實現，大大減低在實做方面的複雜度。

如前所述 60 GHz 頻帶的特色之一是通道對訊號之衰減率高，也因此有研究者在傳送端與接收端使用陣列天線(antenna array)來做波束形成(beamforming)，希望可以藉此達到能量集中提高傳輸效能，能量集中並不侷限於單一方位，陣列天線波束形成技術可以把訊號集中在多個特定方位，也可以使某些特定方位收不到訊號。60 GHz 頻帶的另一特色是訊號之穿透性差，但是當傳送端與接收端之間有障礙物沒辦法達到直視(Line of Sight;LOS)的傳輸時，接收性能會大受影響。

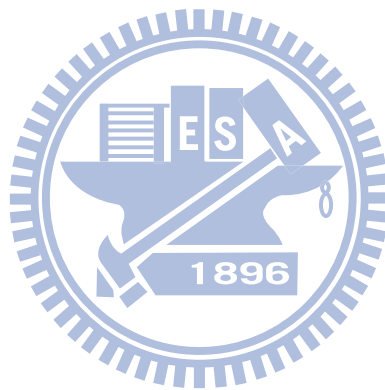
波束形成可以用類比或數位的方式來實現，如用類比的方式則無法達到干擾消除的目的，但如用數位的方式則每一根天線都需要一組數位類比轉換器(digital-to-analog circuit; DAC)和類比數位轉換器(analog-to-digital circuit; ADC)，成本會大大的提高，最近有研究者提出用混合式的波束形成(hybrid beamforming)來解決此問題 [1]-[3]，其想法是把陣列天線分成少許區塊，同一區塊共同使用同一個轉換器，如此一來就可在效能與成本之間取得一平衡。

本論文旨在探討使用混合式的波束形成如何克服 60GHz 非直視環境(Non LOS;NLOS)的傳輸障礙，並提出可能的新方案。當傳輸環境是 NLOS 時，我們需藉由其他路徑來做傳輸。一個可能的作法是藉由牆壁的反射。在 60 GHz 頻帶訊號的反射率不佳，也就是說經過牆壁的反射，訊號的功率會大大的衰減，藉由陣列天線之波束合成可以改善此問題。本論文的第一個主題是探討在 60GHz 的環境下作多輸入多輸出(multi-input-multi-output; MIMO)傳輸的可能性，我們希望藉由陣列天線之波束形成把能量指向兩個特定方向，接收端也是藉由波束形成接收兩個特定方向的訊號來達到等效 2×2 MIMO 系統，進而提高通道容量(Channel Capacity)，我們稱此作法為波束形成 MIMO。

當系統沒 LOS 傳輸時，另一個解決辦法是利用中繼站(relay)幫忙傳送端傳送資料，也就是說傳送端把訊號傳給中繼站，中繼站進而把接收到的資料傳給接收端，然有此架構有一大缺點，中繼站須要等到將傳送端的資料接收完畢才把資料轉傳給接收端，亦即傳輸率會減半，本論文的其中一個主題即在解決此問題。我們把中繼站的陣列天線劃分兩區塊，一塊負責接收，另一塊負責傳送，使得中繼站擁有全雙工(full-duplexing)的功能。然而中繼站同時傳送與接收，中繼站會接收到本身傳遞出去的訊號，我們稱之為迴音(echo)，此迴音干擾到中繼站真正要收的訊號，進而影響傳輸品質，因此我們設計了迴音消除器(echo Canceller)，來增進通訊品質。

使用波束形成之一重要的前提是訊號的接收方位須能準確的估計，此問題在文獻上稱之為(Direction of Arrival; DoA)，數位波束形成之 DoA 的問題已經廣泛的被討論 [4]-[5]，然而這些方法不能用於混和式數位波束形成，在本篇論文中我們也提出了混合式陣列天線的訊號來源方位估測演算法。另外在本篇論文裡，我們探討了 60 GHz 頻帶通道模型之建立，通道模型可以分類為兩大部分，一個是沒有波束形成的通道，另一個是有波束形成的通道。我們利用文獻[6]的方法來建立波束形成 MIMO 通道模型。

本篇論文的組織如下:第二章我們討論混合式波束形成與混合式天線陣列之 DoA，第三章討論 60 GHz 頻帶在會議室的通道模型，第四章討論 MIMO 傳輸與利用中繼站之傳輸，第五章是敘述所提出方法之模擬結果，第六章則是總結。



第二章：波束形成與 DoA 估計

2.1 平面陣列天線

平面陣列天線[7]是由許多相同的天線所組成，天線排列方式一般是成矩形，如圖 2-1 所示，每一個圓點都代表著一個天線。我們定義平面陣列天線的長跟寬分別是在 x 軸與 y 軸，在 x 軸上面的天線每個相距離 d_x ，在 y 軸上面的天線每個相距離 d_y ， d_x 與 d_y 都是 $\lambda/2$ ，令此陣列共有 $N_x \times N_y$ 個天線。

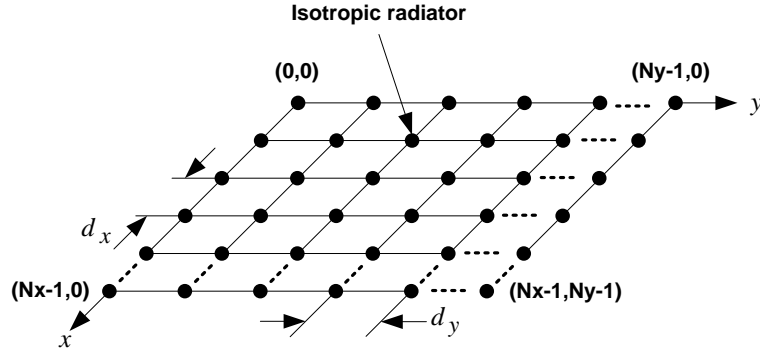


圖 2-1: $N_x \times N_y$ 個天線組成的平面陣列天線

平面陣列天線的每一個元件都有一個自己的移相器(phase shifter)，移相器是用來調整每一根天線所發射出去訊號的相位。

2.2 平面陣列天線的類比波束形成

我們的平面陣列天線裡面的每一個單一天線是使用矩形平面天線(patch antenna)，矩形平面天線的遠區電場(Far-Zone electric field)定義如下[7]:

$$E(\phi, \theta) = E_\theta \vec{a}_\theta + E_\phi \vec{a}_\phi + E_r \vec{a}_r \quad (2.1)$$

$$E_r \cong 0 \quad (2.2)$$

$$E_\theta = j \frac{hWkE_0 e^{-jkr}}{\pi r} \left[\cos \phi \cos X \left(\frac{\sin Y}{Y} \right) \left(\frac{\sin Z}{Z} \right) \right] \quad (2.3)$$

$$E_\phi = j \frac{hWkE_0 e^{-jkr}}{\pi r} \left[\cos \theta \sin \phi \cos X \left(\frac{\sin Y}{Y} \right) \left(\frac{\sin Z}{Z} \right) \right] \quad (2.4)$$

所對應的參數定義如下:

$$X \cong \frac{kL}{2} \sin \theta \cos \phi \quad (2.5)$$

$$Y \cong \frac{kW}{2} \sin \theta \sin \phi \quad (2.6)$$

$$Z = \frac{kW}{2} \sin \theta \quad (2.7)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.8)$$

E_0 是常數， W 跟 L 是每一個天線的寬與長。

平面陣列天線的類比波束形成場型(analog beamforming pattern)可表示為:

$$RF(\phi, \theta) = \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} w_{m,n} e^{j(m-1)\Psi_x} e^{j(n-1)\Psi_y} \quad (2.9)$$

$$\Psi_y = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \cos \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \cos \phi \quad (2.10)$$

$$\Psi_x = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \sin \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \sin \phi \quad (2.11)$$

$$w_{m,n} = e^{j\Psi_{m,n}} \quad (2.12)$$

場型 $RF(\phi, \theta)$ 的物理意義是說把接收天線擺放在遠區(Far Zone)所接收到的訊號振幅。我們可以適當的調整 $w_{m,n}$ 使得 $RF(\phi, \theta)$ 可以在某個特定方位有最大強度。例如接收端方位是在 (ϕ_0, θ_0) ，我們可以設定

$$w_{m,n} = e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_0 \cos \phi_0 + (n-1)\sin \theta_0 \sin \phi_0]} \quad (2.13)$$

使得此平面陣列天線往 (ϕ_0, θ_0) 方位發射出訊號。

2.3 平面陣列天線的數位波束形成

平面陣列天線的數位波束形成場型[8] (digital beamforming pattern)可表示為：

$$DF(\phi, \theta) = \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} w_{m,n} e^{j(m-1)\Psi_x} e^{j(n-1)\Psi_y} \quad (2.14)$$

$$\Psi_y = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \cos \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \cos \phi \quad (2.15)$$

$$\Psi_x = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \sin \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \sin \phi \quad (2.16)$$

$$w_{m,n} = k_{m,n} e^{j\Psi_{m,n}} \quad (2.17)$$

平面陣列天線的數位波束形成與類比波束形成的主要差別是在於數位波束形成的 $w_{m,n}$ 可以調整振幅與相位而類比波束形成的 $w_{m,n}$ 只能調整相位。數位波束形成可以調整振幅與相位的原因是每一根天線都接著數位轉類比轉換器，我們可以在數位端做振幅跟相位之調整，然而在類比端只能用移相器來做相位調整。

可以同時調整振幅與相位的數位波束形成有一個很大的優點，它可以使在特定方位的接收天線收不到能量並且在另外一個特定方位的接收天線接收到的訊號強度是最大的，也就是說可以作干擾消除。例如我們想要往 (θ_0, ϕ_0) 方位發射訊號並且使得在 (θ_1, ϕ_1) 方位的接收機收不到往 (θ_0, ϕ_0) 發射的訊號。則我們只需要讓 $w_{m,n}$ 滿足下列方程式：

$$w_{m,n} = \alpha_0 e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_0 \cos \phi_0 + (n-1)\sin \theta_0 \sin \phi_0]} + \alpha_1 e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_1 \cos \phi_1 + (n-1)\sin \theta_1 \sin \phi_1]} \quad (2.18)$$

$$\begin{bmatrix} RF_0(\theta_0, \phi_0) & RF_1(\theta_0, \phi_0) \\ RF_0(\theta_1, \phi_1) & RF_1(\theta_1, \phi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$RF_0(\theta, \phi) = \sum_{m=0}^{N_x} \sum_{n=0}^{N_y} e^{-j\pi[(m-1)\sin \theta_0 \cos \phi_0 + (n-1)\sin \theta_0 \sin \phi_0]} e^{j\pi[(m-1)\sin \theta \cos \phi + (n-1)\sin \theta \sin \phi]} \quad (2.20)$$

$$RF_1(\theta, \phi) = \sum_{m=0}^{N_x} \sum_{n=0}^{N_y} e^{-j\pi[(m-1)\sin\theta_1 \cos\phi + (n-1)\sin\theta_1 \sin\phi]} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta \cos\phi + (n-1)\sin\theta \sin\phi]} \quad (2.21)$$

上列數學式子所代表的意義是，類比波束先形成到兩個不同的方位，然後解數位的權重使得某一特定方位可以接收到最大能量，另一方位則為零。由上列數學式子也可以看出 $w_{m,n}$ 振幅跟相位會隨著 m, n 改變而改變。

2.4 平面陣列天線的混合式波束形成

由於 DAC 和 ADC 的成本比較高，如果我們可以使用比較少的 DAC 和 ADC [1]-[3]，就可以節省成本。混合式波束形成的平面陣列天線架構如下圖 2-2 所示：

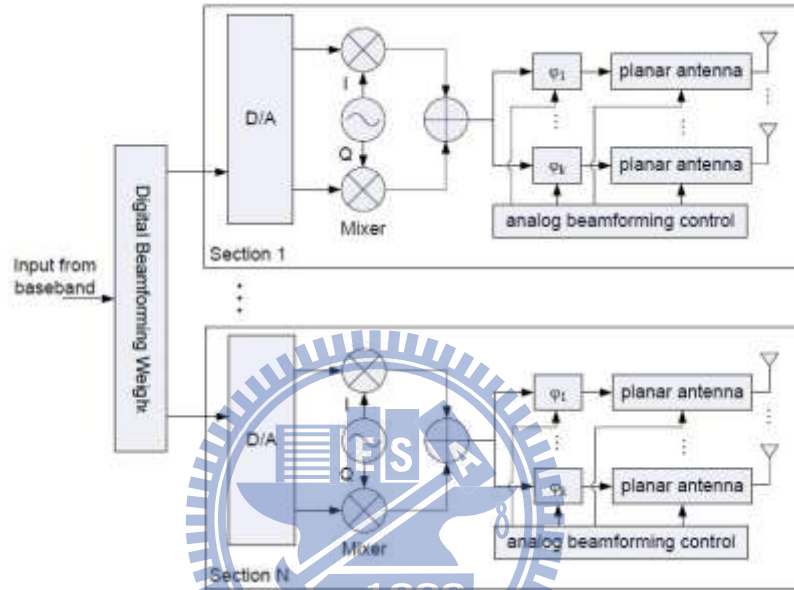


圖 2-2: 混合式波束形成架構圖

圖 2-2 中不同的區塊(Section)分享相同的 DAC 和 ADC，因此可以把 DAC 和 ADC 的數量大幅降低。區塊的劃分有很多種，圖 2-3 是其中之一[7]，在此我們有 8×8 根天線，共劃分成 4 個區塊，分別是 A、B、C、D，每個區塊分享同一個數位轉類比轉換器。

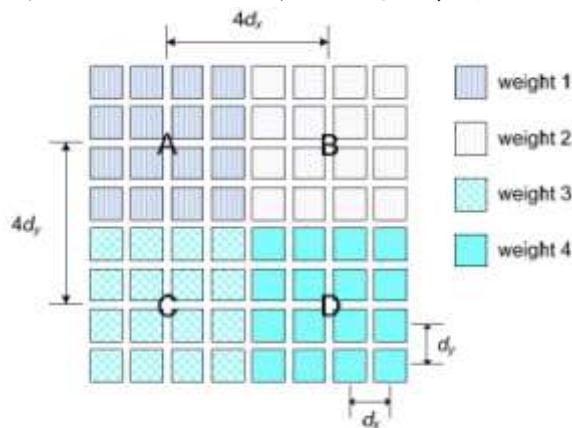


圖 2-3: 混合式波束形成區塊化分

混合式波束形成的場型可表示為：

$$BP(\theta, \phi) = w_1 RF_{\text{section1}}(\theta, \phi) + w_2 RF_{\text{section2}}(\theta, \phi) + w_3 RF_{\text{section3}}(\theta, \phi) + w_4 RF_{\text{section4}}(\theta, \phi) \quad (2.22)$$

$$RF_{\text{section1}}(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section1}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \quad (2.23)$$

$$RF_{\text{section2}}(\theta, \phi) = e^{4j\pi(\sin\theta\sin\phi)} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section2}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \quad (2.24)$$

$$RF_{\text{section3}}(\theta, \phi) = e^{4j\pi(\sin\theta\cos\phi)} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section3}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \quad (2.25)$$

$$RF_{\text{section4}}(\theta, \phi) = e^{4j\pi(\sin\theta\cos\phi)} e^{4j\pi(\sin\theta\sin\phi)} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 w_{\text{section4}m,n} e^{j\pi[(m-1)\sin\theta\cos\phi+(n-1)\sin\theta\sin\phi]} \quad (2.26)$$

$$w_{\text{section1}m,n} = e^{j\Psi_{\text{section1}m,n}} \quad (2.27), w_{\text{section2}m,n} = e^{j\Psi_{\text{section2}m,n}} \quad (2.28)$$

$$w_{\text{section3}m,n} = e^{j\Psi_{\text{section3}m,n}} \quad (2.29), w_{\text{section4}m,n} = e^{j\Psi_{\text{section4}m,n}} \quad (2.30)$$

在混合式波束形成中，假如要往 (θ_0, ϕ_0) 方位發射訊號，同時讓 (θ_1, ϕ_1) 方位的天線收不到訊號的話， $w_1 \sim w_4$ 須滿足下列方程式：

$$\begin{bmatrix} RF_{\text{section1}}(\theta_0, \phi_0) & RF_{\text{section2}}(\theta_0, \phi_0) & RF_{\text{section3}}(\theta_0, \phi_0) & RF_{\text{section4}}(\theta_0, \phi_0) \\ RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) & RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) & RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) & RF_{\text{section1}}(\theta_1, \phi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

2.5 傳統平面陣列天線的訊號抵達方位估計簡介

在這個章節，我們介紹一些傳統的訊號抵達方位估計[4]-[5]，在下一個章節我們將敘述我們所發展之適用於混合式陣列天線訊號DoA估計。我們之所以要做方位估測是因為在做波束形成之前，需要知道訊號的傳收方向因而在那些方向造出波束。值得注意的是DoA只能決定訊號之接收方向，如果我們假設通道是是可逆的(Reciprocal)，那麼最好的接收方向也將是最好的傳送方向，因此接收端照著DoA所估出的方向發射訊號就可以讓傳送端收到最強的訊號。

2.5.1 利用 MUSIC(Multiple Signals Identification Classification)演算法做平面陣列天線的訊號抵達方位估測

2.5.1.1 線陣天線(Uniform Antenna Array)的 MUSIC 演算法

線陣天線的架構如下圖所示：

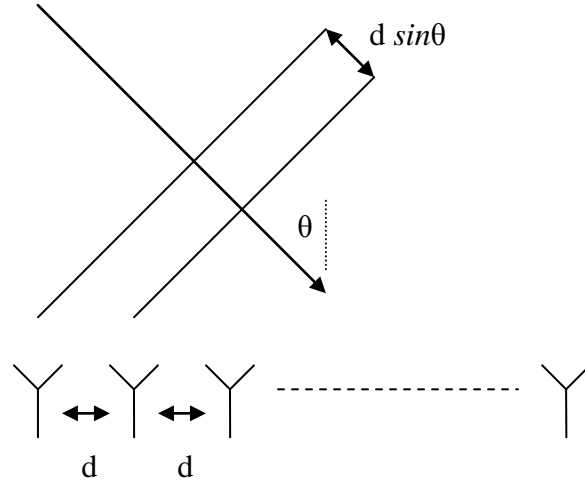


圖 2-4 線陣天線架構圖

假設有 K 個期望值是零、彼此不相干而且是窄頻的訊號入射到有 N 根天線的線陣天線上，入射到線陣天線的角度分別是 $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K\}$ ， $\theta_k \in [0^\circ, 180^\circ]$ ，而且 $K < N$ 。此陣列的 N 個單一天線彼此相距離 d ，而且 d 剛好是頻率是 f_c 的弦波的半波長。

線陣天線接收到的訊號可以看成一個向量 \mathbf{y} ，其數學模型可以表示如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}(\theta_K)] \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_K \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (2.32)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta_k) = [1 \quad e^{-j2\pi f_c d \sin(\theta_k)/C} \quad \dots \quad e^{-j2\pi f_c (N-1)d \sin(\theta_k)/C}]^T$ 是一個操控向量 (steering vector)， \mathbf{n} 是期望值為零的複數加性高斯白雜訊向量。

\mathbf{y} 的協方差矩陣 (covariance matrix) 為：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] \\ &= \mathbf{A}E[\mathbf{s}\mathbf{s}^H]\mathbf{A}^H + E[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \\ &\approx \frac{1}{P} \sum_{m=0}^P \mathbf{y}_m \mathbf{y}_m^H \end{aligned} \quad (2.33)$$

其中 \mathbf{R}_s 為 \mathbf{s} 的協方差矩陣， $\sigma_n^2\mathbf{I}$ 是單位矩陣對角為 σ_n^2 。我們可以證明在雜訊為高斯分布下， $\mathbf{y}\mathbf{y}^H$ 的時間平均是 \mathbf{R}_y 的最大似然估計。 $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 是一個秩 (rank) 為 K 的矩陣，這是因為每一個訊號是不相關而且矩陣 \mathbf{A} 的列向量 (column vector) 互相獨立並且 \mathbf{R}_s 是

一個滿秩(full rank)矩陣。

更進一步來把 \mathbf{R}_y 做 SVD 分解我們可以得到:

$$\mathbf{R}_y = [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

其中 Σ_s 與 Σ_n 為對角矩陣， $\Sigma_s \in R^{K \times K}$ 、 $\Sigma_n = \text{Diag}\{\sigma_n^2, \dots, \sigma_n^2\} \in R^{(N-K) \times (N-K)}$ 。從以上觀察，我們可以得到下面結論:

$$\text{span}(\mathbf{A}) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (2.35)$$

$$\text{span}(\mathbf{A}) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \quad (2.36)$$

令 $\mathbf{e}_n \in \mathbf{U}_n$ 是 \mathbf{R}_y 的特徵向量(eigenvector)，我們可以得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_n^H (\mathbf{R}_y - \sigma_n^2) \mathbf{e}_n &= \mathbf{e}_n^H (\sigma_n^2 \mathbf{e}_n - \sigma_n^2 \mathbf{e}_n) \\ &= \mathbf{0} \\ &= \mathbf{e}_n^H \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{e}_n \\ &= \mathbf{v}^H \mathbf{R}_s \mathbf{v} \end{aligned} \quad (2.37)$$

其中 $\mathbf{v} = \mathbf{A}^H \mathbf{e}_n$ 。因為 \mathbf{R}_s 是正定矩陣(positive definite matrix)，我們得到 $\mathbf{v}^H \mathbf{R}_s \mathbf{v} \geq \mathbf{0}$ ，所以說 $\mathbf{v} = \mathbf{A}^H \mathbf{e}_n = \mathbf{0}$ 。從以上討論，我們可以看出 $\mathbf{a}(\theta)$ ， $\theta \in \Theta$ ，跟特徵向量 \mathbf{e}_n 垂直，然後我們可以由以下數學計算得到 θ :

$$\max_{\theta} P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (2.38)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta)$ 是操控向量(steering vector)。

然而在我們真正執行 DoA 計算之前，我們需要估計有多少個不相干訊號入射到線陣天線。我們假設所有天線的雜訊功率都相等而且 $K < N$ ，我們可以重新排列 \mathbf{R}_y 的特徵值(eigenvalue)由大排到小，也就是說 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N > 0$ 。當 $SNR > 0$ ，我們得到 $\lambda_{K+1} = \lambda_{K+2} = \dots = \lambda_N = \sigma_n^2$ ，其中不相干的訊號源共 K 個。[9]中敘述了估計不相干的訊號源個數的方法，有兩個常被用到的準則，第一是 MDL(minimum description-length criterion)，第二是 Akaike's information criterion。

2.5.1.2 平面陣列天線(Uniform Antenna Array)的 MUSIC 演算法

我們在 2.2.4.2.1 介紹了線陣天線的 MUSIC 演算法，而平面陣列天線的 MUSIC 演算法可以由線陣天線的 MUSIC 演算法加以延伸而得，他們主要的差別是在於線陣天線只搜尋一個角度，而平面陣列天線是要搜尋兩個角度。平面陣列天線的訊號抵達方位估測是估計三維空間的方位，平面陣列天線的訊號抵達方位估測需要估測兩個角度，一個是垂直角 θ ，另外一個是水平角 ϕ

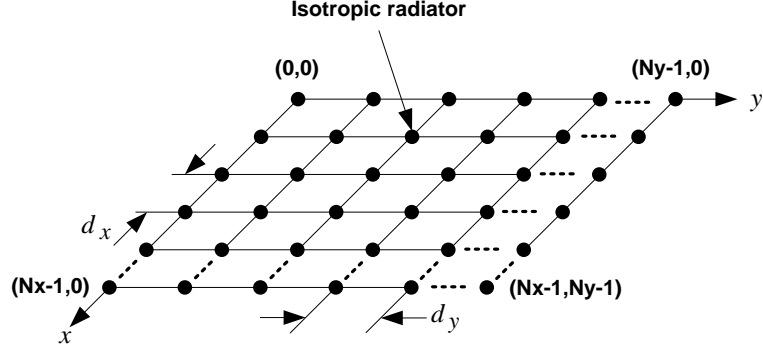


圖 2-1: $N_x \times N_y$ 個天線組成的平面陣列天線
 平面陣列天線收到的訊號 \mathbf{y} 可以排成一個向量，它的數學模型表示如下：

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_x \times N_y} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1) & \cdots & \mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{N_x \times N_y} \end{bmatrix}$$

$$= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

其中 $\mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} & \cdots & e^{-j2\pi f_c (N-1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \end{bmatrix}^T$ ，

$\mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} & \cdots & e^{-j2\pi f_c (N-1) d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \end{bmatrix}^T$ ， \otimes 是克羅內克積 (kronecker product)。

\mathbf{y} 的協方差矩陣 (covariance matrix) 可表示為：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] \\ &= \tilde{\mathbf{A}}E[\mathbf{s}\mathbf{s}^H]\tilde{\mathbf{A}}^H + E[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] \\ &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{R}_s\tilde{\mathbf{A}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \\ &\approx \frac{1}{P} \sum_{m=0}^P \mathbf{y}_m \mathbf{y}_m^H \end{aligned} \quad (2.39)$$

更進一步來把 \mathbf{R}_y 做 SVD 分解可得：

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

跟 2.5.1.1 一樣的分析，我們可以得到：

$$\text{span}(\tilde{\mathbf{A}}) = \text{span}(\mathbf{U}_s)$$

$$\text{span}(\tilde{\mathbf{A}}) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n)$$

然後我們可以由以下數學計算得到 θ 與 ϕ ：

$$\max_{\theta, \phi} P_{MUSIC}(\theta, \phi) = \frac{1}{\tilde{\mathbf{a}}^H(\theta, \phi) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \tilde{\mathbf{a}}(\theta, \phi)} \quad (2.41)$$

2.5.2 利用 TLS-ESPRIT(Total Least Squares-Estimation of Signals Parameters via Rotational Invariance Techniques)演算法做平面陣列天線的訊號抵達方位估測

2.5.2.1 線陣天線的 TLS-ESPRIT 演算法

MUSIC 演算法需要高複雜度的搜尋，而 ESPRIT 演算法[5]改良天線排列的幾何圖形，讓我們不需要很複雜的搜尋。ESPRIT 演算法把線陣天線分成兩個子線陣天線。或者從數學上等價的角度，我們可以把它看成是做適當的行(row)交換來做訊號來源方位估計。

線陣天線接收到的訊號 \mathbf{y} 可以看成一個向量，並且數學模型如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}(\theta_K)] \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_K \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (2.42)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta_k) = [1 \quad e^{-j2\pi f_c d \sin(\theta_k)/C} \quad \dots \quad e^{-j2\pi f_c (N-1)d \sin(\theta_k)/C}]^T$ 。

我們把 \mathbf{y} 向量做適當的行(row)交換，數學模型可以改寫為：

$$\bar{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{N-1} \\ y_2 \\ y_4 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2.43)$$

其中 $\Phi = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d \sin(\theta_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d \sin(\theta_K)/C}\}$ 。

跟之前一樣的做法，我們找出 $\bar{\mathbf{y}}$ 的協方差矩陣(covariance matrix)如下：

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbf{U}_s \Sigma_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \Sigma_n \mathbf{U}_n^H \quad (2.44)$$

接下來我們推導 REPRIT 演算法找出 Φ 如下：

$$\begin{aligned}
& \min_{\bar{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \\ \bar{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\bar{\mathbf{A}}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T} \\ \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \\ \mathbf{U}_{s_2} \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2
\end{aligned} \tag{2.45}$$

其中 \mathbf{U}_{s_1} 、 \mathbf{U}_{s_2} 分別為 \mathbf{U}_s 的上下兩半部。

由最小平方誤差(least-squares)我們可以得到:

$$\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} = \mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2} \tag{2.46}$$

我們要求的方向 Φ 即為 $\mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2}$ 的特徵值(eigenvalue)。

然而由最小平方誤差求得的 Φ 是有偏差的最佳解，這是因為雜訊的影響或者時間平均造成的誤差，使得 $\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) \neq \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ 。我們可以使用 total least squares 演算法，利用最小的校正量，使得 $\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) = \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ ，解得的解即:

$$\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} = -\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1} \tag{2.47}$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1}^H \\ \mathbf{U}_{s_2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

我們要找的方向 Φ 就是 $-\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}$ 的特徵值(eigenvalue)

2.5.2.2 平面陣列天線的 TLS-ESPRIT 演算法

平面陣列天線的訊號抵達方位估測[10]也可以適當的分成兩個子平面陣列天線，或者從數學上的等價，我們可以把接收到的訊號做適當的行(row)交換，來找出方位，跟線陣天線不同的是我們需要做兩次行(row)交換，解出兩個角度，並且要配對，因為假設垂直角解出來有 30 度跟 60 度，水平角解出來有 0 度跟 180 度，那真正的方位是垂直角 30 度必須配水平角 0 度還是配水平角 180 度?在接下來的推導可以得到答案。

跟線陣天線一樣我們把接收到的訊號排成向量:

$$\begin{aligned}
\mathbf{y} &= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_x \times N_y} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1) & \cdots & \mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{N_x \times N_y} \end{bmatrix} \\
&= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{s} + \mathbf{n}
\end{aligned}$$

其中 $\mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} & \cdots & e^{-j2\pi f_c (N-1)d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \end{bmatrix}^T$,

$\mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} & \cdots & e^{-j2\pi f_c (N-1)d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \end{bmatrix}^T$, \otimes 是克羅內克積 (kronecker product) 。

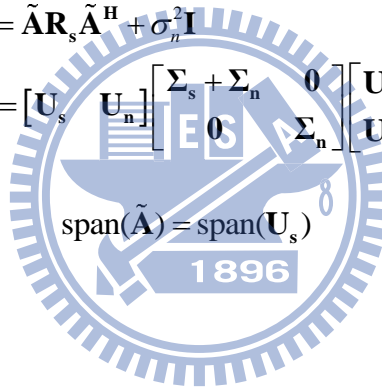
我們先解出 $\{\theta_{y1}, \dots, \theta_{yK}\}$ 也就是 $\{\sin(\theta_1) \sin(\phi_1), \dots, \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)\}$, 其中 θ_k 是第 k 個訊號源的垂直角, ϕ_k 是第 k 的訊號源的水平角:

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_y &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{R}_s\tilde{\mathbf{A}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

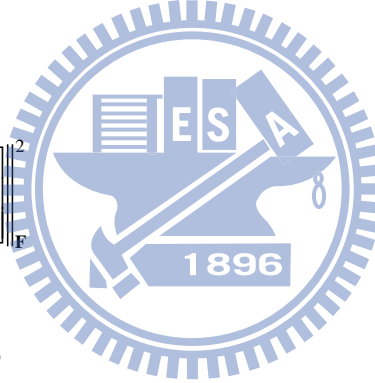
利用

$$\text{span}(\tilde{\mathbf{A}}) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \tag{2.50}$$

做更進一步的推導:



$$\begin{aligned}
& \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \|\mathbf{U}_s - \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|^2 \\
&= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \|\mathbf{E}_1 \mathbf{U}_s - \mathbf{E}_1 \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|^2 \\
&= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_1 \mathbf{U}_s - \mathbf{E}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_1 \mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \cdots & \vdots \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\mathbf{A}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} \\ \tilde{\mathbf{A}}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\mathbf{A}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T} \\ \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\mathbf{B}, \Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\Phi, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s1} \mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2
\end{aligned}$$



其中 $\Phi = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C}\}$ ， \mathbf{U}_{s1} 、 \mathbf{U}_{s2} 分別為 $\mathbf{E}_1 \mathbf{U}_s$ 的上下半部， \mathbf{E}_1 為行(row)交換矩陣。

如此一來，我們可以得到：

$$\mathbf{T}^{-1}\Phi\mathbf{T} = -\mathbf{V}_{12}\mathbf{V}_{22}^{-1} \quad (2.51)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1}^H \\ \mathbf{U}_{s2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} & \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

我們就解出了 $\Phi = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C}\}$ 為 $-\mathbf{V}_{12}\mathbf{V}_{22}^{-1}$ 的特徵值 (eigenvalue)。

接著我們用另外一種行(row)交換方式解出 $\{\theta_{x1}, \dots, \theta_{xK}\}$ 也就是 $\{\sin(\theta_1) \cos(\phi_1), \dots, \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)\}$ ，推導如下：

$$\begin{aligned}
& \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \|\mathbf{U}_s - \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|^2 \\
&= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \|\mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s - \mathbf{E}_2 \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{T}\|^2 \\
&= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s - \mathbf{E}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \sin(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{x1}} & \cdots & e^{-(N_{y-1}) \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \sin(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{xK}} \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\
&= \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \cdots & \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \cdots & e^{-2 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \cdots & e^{-1 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C} \mathbf{a}_{\theta_{y1}} & \cdots & e^{-3 \times j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)/C} \mathbf{a}_{\theta_{yK}} \\ \vdots & \cdots & \vdots \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2
\end{aligned}$$

$$= \min_{\mathbf{A}, \tilde{\Phi}, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\tilde{\Phi} \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2$$

$$= \min_{\mathbf{A}, \tilde{\Phi}, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{T} \\ \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\tilde{\Phi}\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2$$

$$= \min_{\mathbf{B}, \tilde{\Phi}, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}\tilde{\Phi}\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2$$

$$= \min_{\tilde{\Phi}, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} \mathbf{T}^{-1} \tilde{\Phi} \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2$$

其中 $\tilde{\Phi} = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)/C}\}$ ， $\tilde{\mathbf{U}}_{s_1}$ 、 $\tilde{\mathbf{U}}_{s_2}$ 分別為 $\mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s$ 的上下半部， \mathbf{E}_2 為行(row)交換矩陣。

如此一來，我們可以得到：

$$\mathbf{T}^{-1} \tilde{\Phi} \mathbf{T} = -\tilde{\mathbf{V}}_{12} \tilde{\mathbf{V}}_{22}^{-1} \quad (2.53)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1}^H \\ \tilde{\mathbf{U}}_{s_2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{s_1} & \tilde{\mathbf{U}}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

我們就解出了 $\tilde{\Phi} = \text{Diag}\{e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_1) \cos(\phi_1)/C}, \dots, e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_K) \cos(\phi_K)/C}\}$ 為 $-\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}$ 的特徵值 (eigenvalue)。

接下來我們要配對 Φ 跟 $\tilde{\Phi}$ ，從以上的觀察我們發現 $-\mathbf{V}_{11} \mathbf{V}_{22}^{-1}$ 跟 $-\tilde{\mathbf{V}}_{11} \tilde{\mathbf{V}}_{22}^{-1}$ 有相同的特徵向量 (eigenvector) \mathbf{T} ，把相同的特徵向量所對應個別的特徵值配對起來，就是我們要的配對方式。

配對完後我們要把 Φ 跟 $\tilde{\Phi}$ 轉換到 θ_k 跟 ϕ_k ，方法是我們取出 $\Phi_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$

跟 $\tilde{\Phi}_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ 的相位，相除得到 $\tan \phi_k$ ，此時的做 \tan 的反函數得到兩個可能的 ϕ_k ，把這兩個帶回 $e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$ 跟 $e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ ，會發現只有一組 (θ_k, ϕ_k) 滿足 $\Phi_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$ 跟 $\tilde{\Phi}_k = e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ ，即解得我們要的相位。

我們可以從幾何意義上來看我們所做的兩次行(row)交換把接收到的訊號排成向量 \mathbf{y} 換成 $\mathbf{y}_1 = \mathbf{E}_1 \mathbf{y}$ 與 $\mathbf{y}_2 = \mathbf{E}_2 \mathbf{y}$ ，如下圖 2-1。 \mathbf{y} 所對應的天線座標為：

$$[(0,0) (1,0) (2,0) \cdots (0,1) (1,1) (2,1) \cdots (0, N_y-1) (1, N_y-1) \cdots (N_x-1, N_y-1)]^T$$

也就是說 \mathbf{y} 即順著 x 軸方向照順序排成一個向量。 \mathbf{y}_1 所對應的天線座標為：

$$[(0,0) (1,0) (2,0) \cdots (0,2) (1,2) (2,2) \cdots (0,1) (1,1) (2,1) \cdots (0,3) (1,3) (2,3) \cdots]^T$$

也就是說把 x 軸方向的奇數次序(order)先排，再來排 x 軸方向的偶數次序(order)。 \mathbf{y}_2 所對應的天線座標為：

$$[(0,0) (0,1) (0,2) \cdots (2,0) (2,1) (2,2) \cdots (1,0) (1,1) (1,2) \cdots (3,0) (3,1) (3,2) \cdots]^T$$

即把 y 軸方向的奇數次序先排，再來排 y 軸方向偶數次序。

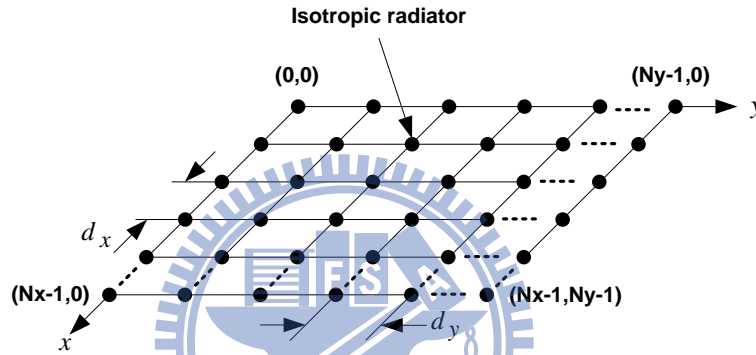


圖 2-1: $N_x \times N_y$ 個天線組成的平面陣列天線

2.6 所提出的平面陣列天線混合式訊號抵達方位估計

由於 DAC 和 ADC 的成本比較高，如果我們可以使用比較少的數位類比轉換器，就可以節省成本。混合式波束形成的平面陣列天線架構如圖 2-2 所示。以一個 8×8 的平面陣列天線為例，傳統的 DoA 估計需要 64 個 ADC，然而我們使用圖 2-3 的混合式平面陣列天線，只需要 4 個數位類比轉換器，成本可以大幅降低，但是傳統的訊號抵達方位估測演算法並不適用於混合式平面陣列天線，因此我們提出了一個新的演算法適用於混合式平面陣列天線之 DoA 估測。

2.6.1 混合式陣列天線用於 DoA 估測的數學模型

圖 2-3 的區塊 A 的天線共用一個 ADC，也就是說 A 區塊的所有天線接收到的訊號經過移相器(phase shifter)後，在經過 ADC 器之前需要把它們加起來。所以區塊 A 的 ADC 的輸出數學模型是：

$$y_A = \mathbf{u} \mathbf{r}_A + \mathbf{n} \quad (2.55)$$

其中 \mathbf{r}_A 是區塊 A 的所有天線接收到的訊號所排成的向量， \mathbf{u} 是區塊 A 每根天線經過移相器後所位移的相位。

我們把區塊 A~D 的天線，相對位置一樣的天線讓它們經過移相器後所位移的相位相同，也就是對於不同的區塊， \mathbf{u} 都相同：

$$y_B = \mathbf{u} \mathbf{r}_B + \mathbf{n} \quad (2.56)$$

$$y_C = \mathbf{u} \mathbf{r}_C + \mathbf{n} \quad (2.57)$$

$$y_D = \mathbf{u} \mathbf{r}_D + \mathbf{n} \quad (2.58)$$

我們把四個區塊的數位類比轉換器的輸出排成一個向量：

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} y_A \\ y_B \\ y_C \\ y_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \mathbf{r}_A \\ \mathbf{u} \mathbf{r}_B \\ \mathbf{u} \mathbf{r}_C \\ \mathbf{u} \mathbf{r}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \mathbf{s} \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_B \mathbf{s} \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_C \mathbf{s} \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_D \mathbf{s} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{s} + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (2.59)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{A}}_A = \left[\mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1) \quad \cdots \quad \mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K) \right]^T,$$

$$\mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) = \left[1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_x-1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \right]^T,$$

$$\mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) = \left[1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_y-1) d_x \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \right]^T,$$

$$\Phi_x = \text{Diag}\{e^{4 \times j2\pi f_c d \sin \theta_1 \cos \phi_1 / C}, \dots, e^{4 \times j2\pi f_c d \sin \theta_K \cos \phi_K / C}\}$$

$$\Phi_y = \text{Diag}\{e^{4 \times j2\pi f_c d \sin \theta_1 \sin \phi_1 / C}, \dots, e^{4 \times j2\pi f_c d \sin \theta_K \sin \phi_K / C}\}, \mathbf{n} \text{ 還是為獨立的高斯雜訊。}$$

那麼 \mathbf{y} 的協方差矩陣(covariance)為：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y} \mathbf{y}^H] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \\ &= [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n]^H \end{aligned} \quad (2.60)$$

從上面數學式子的觀察我們得到：

$$\text{sapn} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (2.61)$$

$$\text{sapn} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{u} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \right) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \quad (2.62)$$

上面的推導 \mathbf{u} 是 1×16 的向量，代表著我們只利用一種相位位移，並且此時 \mathbf{y} 的維度是四，如果時間允許的話，我們可以多等幾個符元時間(symbol time)，每個符元(symbol)

利用不同的相位位移，來增加 \mathbf{y} 的維度。例如我們利用兩個符元時間，其中一個符元的數位類比轉換器輸出是 $y_{A1} = \mathbf{u}_1 \mathbf{r}_{A1}$ 另一個符元的輸出是 $y_{A2} = \mathbf{u}_2 \mathbf{r}_{A2}$ ，考慮四個區塊 A~D，則接收向量 $\mathbf{y} = [y_{A1} \ y_{A2} \ y_{B1} \ y_{B2} \ y_{C1} \ y_{C2} \ y_{D1} \ y_{D2}]^T$ 的維度從四增加到八，最多可偵測的方向從三增加到七。

因此 \mathbf{R}_y 可以改寫成：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{R}_s \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}^H \\ &= [\mathbf{U}_s \ \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s + \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_n \end{bmatrix} [\mathbf{U}_s \ \mathbf{U}_n]^H \end{aligned} \quad (2.63)$$

從上面數學式子推論：

$$\text{span} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (2.64)$$

$$\text{span} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \right) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \quad (2.65)$$

其中：

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix} \quad \& \quad \text{rank}(\mathbf{U}) = n \quad (2.66)$$

\mathbf{u}_k 是相位位移相量。

表格 2-1 分析了等待的符元時間與最大可偵測方向數的關係

	一個符元時間	兩個符元時間	...	16 個符元時間
最大解析度	可偵測 3 個	可偵測 7 個	...	可偵測 63 個

表 2-1: 等待的符元時間與最大可偵測方向數目分析

2.6.2 所提出的平面陣列天線混合式訊號抵達方位估計 MUSIC 演算法

從上面的討論我們可以得到下列之特性:

$$\text{sapn}\left(\begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}\right) \perp \text{span}(\mathbf{U}_n) \quad (2.67)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{A}}_A = \left[\mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1) \quad \cdots \quad \mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K) \right]^T,$$

$$\mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) = \left[1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_x-1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C} \right]^T,$$

$$\mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) = \left[1 \quad e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_c (N_y-1) d_x \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C} \right]^T.$$

因此我們可以從以下數學式子找出 (θ_k, ϕ_k) :

$$\max_{\theta, \phi} P_{MUSIC}(\theta, \phi) = \frac{1}{(\mathbf{U}(\mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi)))^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H (\mathbf{U}(\mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi)))^H} \quad (2.68)$$

要注意的是我們選擇的 \mathbf{U} 不能跟 $\text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta, \phi) \otimes \mathbf{a}_x(\theta, \phi))$ 垂直，選法是不要讓 \mathbf{U} 的相位有一定的規律。

2.6.3 所提出的平面陣列天線混合式訊號抵達方位估計 ESPRIT 演算法

從上面的討論我們可以得到下列之特性:

$$\text{sapn}\left(\begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix}\right) = \text{span}(\mathbf{U}_s) \quad (2.69)$$

因此我們可以利用 ESPRIT 演算法解 Φ_x 與 Φ_y ，推導如下:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_y \\ \mathbf{U}\tilde{\mathbf{A}}_A\Phi_x\Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_F^2 \\ &= \min_{\mathbf{B}, \Phi_y, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}\Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_F^2 \\ &= \min_{\mathbf{B}, \Phi_y, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B}\mathbf{T} \\ \mathbf{B}\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\Phi_y\mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_F^2 \\ &= \min_{\Phi_y, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \mathbf{T}^{-1} \Phi_y \mathbf{T} \\ \mathbf{U}_{s2} \end{bmatrix} \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (2.70)$$

其中 \mathbf{U}_{s1} 與 \mathbf{U}_{s2} 是 \mathbf{U}_s 的上下半部。

由最小平方誤差(least-squares)我們可以得到:

$$\mathbf{T}^{-1} \Phi_y \mathbf{T} = \mathbf{U}_{s1}^\dagger \mathbf{U}_{s2} \quad (2.71)$$

我們要求的方向 Φ_y 即為 $\mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2}$ 的特徵值(eigenvalue)。

然而由最小平方誤差求得的 Φ_y 是有偏差的最佳解，這是因為雜訊的影響或者時間平均造成的誤差，使得 $\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) \neq \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ 。我們可以使用 total least squares 演算法，利用最小的校正量，使得 $\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) = \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ ，所得的解為：

$$\mathbf{T}^{-1} \Phi_y \mathbf{T} = -\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1} \quad (2.72)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1}^H \\ \mathbf{U}_{s_2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} & \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H & \mathbf{V}_{21}^H \\ \mathbf{V}_{12}^H & \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

我們要找的方向 Φ_y 就是 $-\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}$ 的特徵值(eigenvalue)。

接下來我們要找 Φ_x ：

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{A}, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}_A, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s - \mathbf{E}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\ &= \min_{\mathbf{A}_A, \mathbf{T}} \left\| \mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s - \begin{bmatrix} \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_y \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \\ \mathbf{U} \tilde{\mathbf{A}}_A \Phi_x \Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\ &= \min_{\mathbf{B}, \Phi_x, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \\ \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B} \mathbf{T} \\ \mathbf{B} \mathbf{T} \mathbf{T}^{-1} \Phi_x \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \\ &= \min_{\Phi_x, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} \mathbf{T}^{-1} \Phi_x \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_{\mathbf{F}}^2 \end{aligned} \quad (2.74)$$

其中 \mathbf{U}_{s_1} 與 \mathbf{U}_{s_2} 是 $\mathbf{E}_2 \mathbf{U}_s$ 的上下半部。

由最小平方誤差(least-squares)我們可以得到：

$$\mathbf{T}^{-1} \Phi_x \mathbf{T} = \mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2} \quad (2.75)$$

我們要求的方向 Φ_x 即為 $\mathbf{U}_{s_1}^\dagger \mathbf{U}_{s_2}$ 的特徵值(eigenvalue)。

如同前述，由最小平方誤差求得的 Φ_x 是有偏差的最佳解，這是因為雜訊的影響或者時間平均造成的誤差，使得 $\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) \neq \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ 。我們可以使用 total least squares 演算法，利用最小的校正量，使得 $\text{span}(\mathbf{U}_{s_1}) = \text{span}(\mathbf{U}_{s_2})$ ，解得的解即：

$$\mathbf{T}^{-1} \Phi_x \mathbf{T} = -\tilde{\mathbf{V}}_{12} \tilde{\mathbf{V}}_{22}^{-1} \quad (2.76)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1}^H \\ \mathbf{U}_{s_2}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s_1} & \mathbf{U}_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{V}}_{11} & \tilde{\mathbf{V}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{V}}_{21} & \tilde{\mathbf{V}}_{22} \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{V}}_{11}^H & \tilde{\mathbf{V}}_{21}^H \\ \tilde{\mathbf{V}}_{12}^H & \tilde{\mathbf{V}}_{22}^H \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

我們要找的方向 Φ_x 就是 $-\mathbf{V}_{12}\mathbf{V}_{22}^{-1}$ 的特徵值(eigenvalue)。

接下來我們要配對 Φ_y 跟 Φ_x ，從以上的觀察我們發現 $-\mathbf{V}_{11}\mathbf{V}_{22}^{-1}$ 跟 $-\tilde{\mathbf{V}}_{11}\tilde{\mathbf{V}}_{22}^{-1}$ 有相同的特徵向量(eigenvector) \mathbf{T} ，把相同的特徵向量所對應個別的特徵值配對起來，就是我們要的配對方式。

配對完後我們要把 Φ_x 跟 Φ_y 轉換到 θ_k 跟 ϕ_k ，方法是我們取出

$\Phi_{xk} = e^{-4j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$ 跟 $\Phi_{yk} = e^{-4j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ 的相位，相除得到 $\tan \phi_k$ ，此時的做 \tan 的反函數得到兩個可能的 ϕ_k ，把這兩個代回 $e^{-4j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$ 跟 $e^{-4j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ ，會發現只有一組 (θ_k, ϕ_k) 滿足 $\Phi_{xk} = e^{-4j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k)/C}$ 跟 $\Phi_{yk} = e^{-4j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \cos(\phi_k)/C}$ ，如此即解得我們要的相位。

因為區塊 A 與 B 的距離跟天線與天線的距離差了 4 倍，所以可解析的角度有一定的範圍，如果我們重新劃分區塊[7]如圖 2-5，則可以解決此問題。

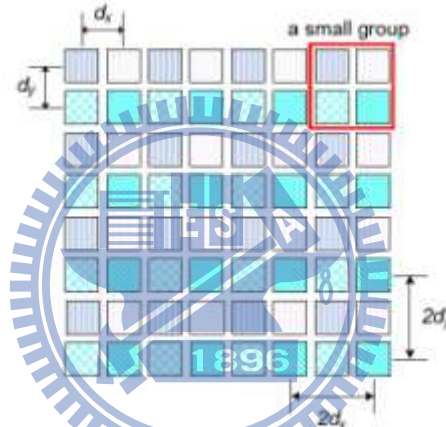


圖 2-5 混合式天線的區塊分配，相同顏色代表共相同的數位類比轉換器

第三章：通道模型

3.1 簡介

本章中我們要討論 60GHz 頻帶無線環境的通道模型，主要是根據 Intel [6] 的研究結果。Intel 的研究考慮了 60GHz 的電磁波傳遞特性，目前他們所發表的版本描述了會議室環境下的通道射線(ray)模型，包含了射線(ray)的空間、時間、振幅、相位的特徵。其中射線的空間特徵包含了傳送端傳送跟接收端接收的射線的水平角(azimuth)與仰角(elevation)。Intel 發表的版本並沒有把電磁波的極化(polarization)的影響考慮進去而且假設通道的統計特性是不動的(stationary)。

3.2 通道的數學模型

一無線通道脈衝響應的數學模型可以表示如下：

$$h(t, \varphi_{tx}, \theta_{tx}, \varphi_{rx}, \theta_{rx}) = \sum_i A^{(i)} C^{(i)}(t - T^{(i)}, \varphi_{tx} - \Phi_{tx}^{(i)}, \theta_{tx} - \Theta_{tx}^{(i)}, \varphi_{rx} - \Phi_{rx}^{(i)}, \theta_{rx} - \Theta_{rx}^{(i)}) \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} & C^{(i)}(t, \varphi_{tx}, \theta_{tx}, \varphi_{rx}, \theta_{rx}) \\ &= \sum_k \alpha^{(i,k)} \delta(t - \tau^{(i,k)}) \delta(\varphi_{tx} - \varphi_{tx}^{(i,k)}) \delta(\theta_{tx} - \theta_{tx}^{(i,k)}) \delta(\varphi_{rx} - \varphi_{rx}^{(i,k)}) \delta(\theta_{rx} - \theta_{rx}^{(i,k)}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

其中：

- h 是通道的脈衝響應
- $t, \varphi_{tx}, \theta_{tx}, \varphi_{rx}, \theta_{rx}$ 是時間、傳送端與接收端個別的水平角、仰角。
- $A^{(i)}$ 與 $C^{(i)}$ 是第 i 個群集(cluster)的增益與第 i 個群集的脈衝響應。
- $\delta(\cdot)$ 是脈衝函數(Dirac delta function)。
- $T^{(i)}, \Phi_{tx}^{(i)}, \Theta_{tx}^{(i)}, \Phi_{rx}^{(i)}, \Theta_{rx}^{(i)}$ 是第 i 個群集的時間角度特徵。
- $\alpha^{(i,k)}$ 是第 i 個群集的第 k 個射線的振幅。
- $\tau^{(i,k)}, \varphi_{tx}^{(i,k)}, \theta_{tx}^{(i,k)}, \varphi_{rx}^{(i,k)}, \theta_{rx}^{(i,k)}$ 是第 i 個群集第 k 個射線相對的時間-角度特徵。

此通道模型是利用群集(cluster)的概念，每一個群集(cluster)包含了很多空間相近、時間相近的射線(ray)。由於環境的統計特性是會變動的(non-stationary)，群集與射線的空間、時間參數會隨著時間而改變，在不是移動的環境下我們可以假設變動的速度是很緩慢的。在我們的通道模型裡空間跟時間的參數我們是假設不動的(stationary)。

為了更進一步的增加我們的通道模型的準確性，首先我們把群集分類，分成直視群集、一次反射群集、二次反射群集，這些群集有個自的統計特性。另外，對於同一群集裡面的射線的參數都被視為有相關的。這些參數都有經由實驗的量測與射線追蹤模擬(ray tracing)來驗證，因此增加了此通道模型的準確性。

3.3 會議室的 3D 模型與群集(cluster)路徑

圖 3-3-1 表示會議室之 3D 透視圖，在此我們假設傳送端與接收端都是擺置在同一張桌子上。

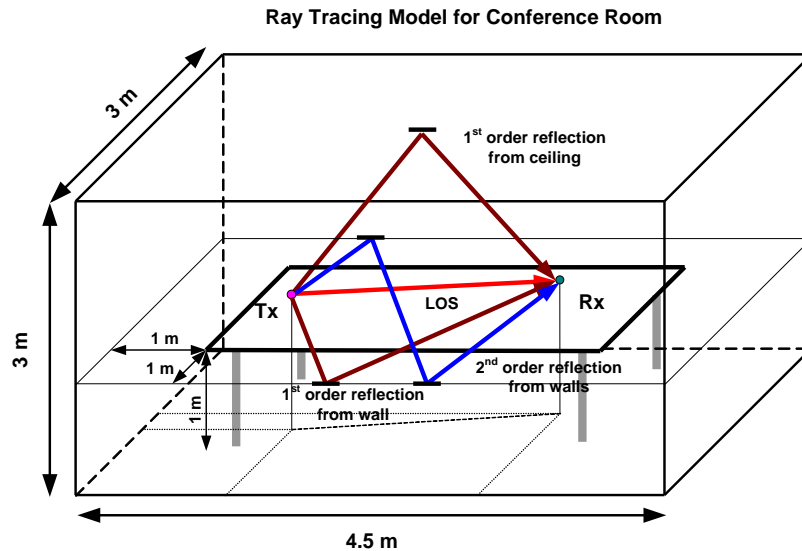


圖 3-3-1: 會議室的 3D 模型

我們把群集分成五組:

- 一個直視路徑群集
- 四個四面牆壁的一次反射
- 一個天花板的一次反射
- 四個先經由牆壁再到天花板的二次反射或先經由天花板再到牆壁的二次反射
- 八個經由牆壁再經由另一面牆壁的二次反射

不同的群集有不同的特徵，譬如說四面牆壁的一次反射的仰角為零。這些特徵都會被採納到我們的通道模型裡面。我們也可以設定某個群集會被擋住，被擋住的機率可以動態調整。

如果牆壁跟天花板是完美的鏡面反射，每一個群集的射線就只會有一個。我們把反射面的粗糙考慮進去的話，每一個群集會有許多空間跟時間相當接近的射線，每一個群集裡面的統計特性都經過實驗量測，詳細的模型會在後面敘述。

3.4 視線路徑的通道模型

直視線路徑的群集只有一條射線，它的衰減量的數學式子如下:

$$A^{(0)} = \lambda^{-\alpha} / 4\pi d^4 \quad (3.3)$$

其中 λ 是波長， d 是傳送端與接收端的距離。我們可以定義接收端接收到的功率如下:

$$P_{rx} = G_{tx} G_{rx} \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 P_{tx} \quad (3.4)$$

其中 G_{tx} 與 G_{rx} 是傳送端與接收端個別的天線增益， P_{tx} 是傳送端的功率。接收到的時間可表示為:

$$T_{LOS} = \frac{d}{C} \quad (3.5)$$

其中 C 是光速。

3.5 四面牆壁的一次反射的角度特徵

從牆壁來的一次反射群集共有四組，如下圖 3-5-1:

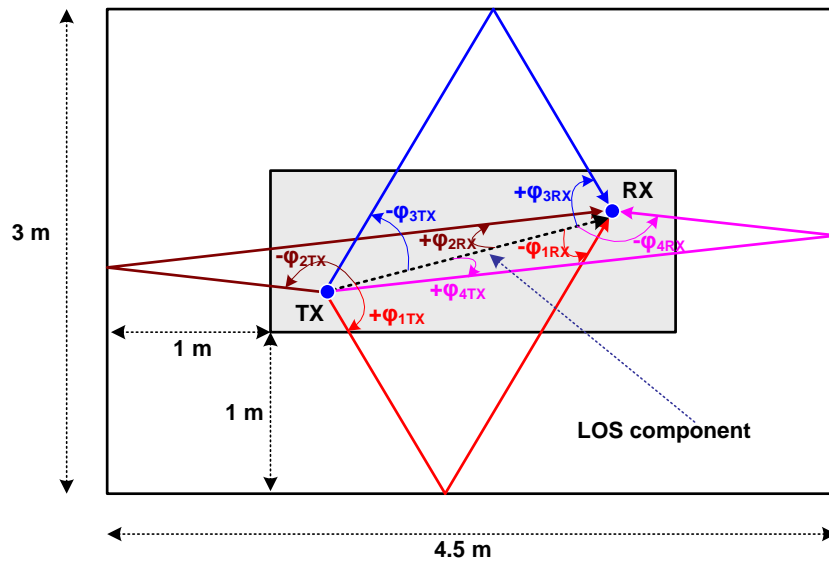


圖 3-5-1: 四個從牆壁的一次反射的示意圖

四面牆壁的一次反射角度特色如下:

- I. 對於傳送端跟接收端來說，這四個群集的仰角為零。
- II. 當考慮傳送端的水平角時總是有兩個角度是正的與兩個是負的，舉例來說圖 3-5-1 中， ϕ_{1TX} 跟 ϕ_{4TX} 是正的，但是 ϕ_{2TX} 跟 ϕ_{3TX} 是負的。
- III. 當考慮接收端的水平角時總是有兩個角度是正的與兩個是負的，舉例來說圖 3-5-1 中， ϕ_{2RX} 跟 ϕ_{3RX} 是正的，但是 ϕ_{1RX} 跟 ϕ_{4RX} 是負的。
- IV. 每一個群集當傳送端的水平角是正的時候，接收端的水平角就是負的。反過來說當傳送端的水平角是負的時候，接收端的水平角是正的。舉例來說，圖 3-5-1 群集一與群集四傳送端的水平角是正的但是接收端的水平角是負的。圖 3-5-1 群集二與群集三傳送端的水平角是負的但是接收端的水平角是正的。
- V. 觀察一對傳送端的水平角是正的且接收端的水平角是負的之群集，例如圖 3-5-1 的群集一跟四，我們會發現群集一的傳送端水平角比群集四的傳送端水平角度大而且群集一的接收端水平角比群集四的接收端水平角度小。也就是說有比較大的傳送端水平角就會有比較小的接收端水平角。觀察另一對傳送端的水平角是負的且接收端的水平角是正的之群集，也會有相同的結果。

3.6 天花板的一次反射的角度特徵

從天花板來的一次反射角度，有以下特徵:

- 傳送端與接收端的水平角都是零。
- 傳送端與接收端的仰角都相等。

3.7 天花板到牆壁或牆壁到天花板的二次反射的角度特徵

先經由天花板再到牆壁或先經由牆壁再到天花板的二次反射之角度，有以下特徵:

- 總共會有四個二次反射群集是經由牆壁再到天花板再到接收端或是先經由天花板再到牆壁再到接收端。根據傳送端與接收端的位置，會決定訊號是先到牆壁還是到天花板。
- 每面牆壁都對應一個這種群集。
- 此種群集的水平角與從四面牆的一次反射的水平角相等。
- 此種群集在傳送端的仰角與在接收端的仰角相等。

3.8 牆壁到牆壁的二次反射的角度特徵

這一個群集的角度特徵如下：

- 共有八個此種群集。
- 此種群集的仰角為零。
- 傳送端的水平角與接收端的水平角相等或者傳送端的水平角與接收端的水平角差 $\pm 180^\circ$ 。

3.9 非直視群集的路徑衰減與反射衰減

就像之前在直視通道模型中提到的衰減量一樣，我們可以由真空中傳遞法則(free space propagation law)知道每個群集的指標射線衰減量：

$$A^{(i)} = g^{(i)} \lambda / (4\pi d_i) \quad (3.6)$$

其中 d_i 是群集 i 的指標射線所走的距離， $g^{(i)}$ 是每個群集的反射衰減， λ 是波長，在此約 5mm。圖 3-9-1 是 intel 量測出來的反射衰減：

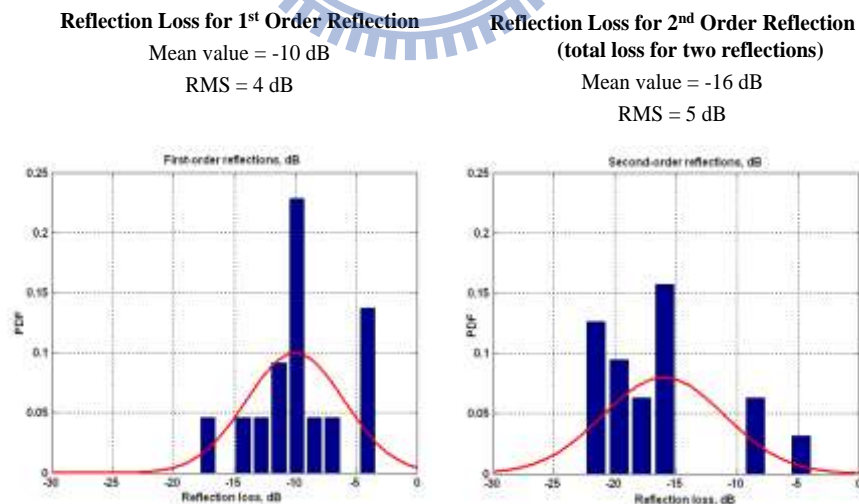


圖 3-9-1: 反射衰減，圖的左邊是一次反射的衰減量，圖的右邊是兩次反射的衰減量。在之後的模擬中，我們把一次反射的衰減量設為-10 dB，二次反射的衰減量設為-16 dB。

3.10 群集內部的射線參數

每個群集的數學模型如下：

$$C^{(i)}(t, \varphi_{tx}, \theta_{tx}, \varphi_{rx}, \theta_{rx}) = \sum_k \alpha^{(i,k)} \delta(t - \tau^{(i,k)}) \delta(\varphi_{tx} - \varphi_{tx}^{(i,k)}) \delta(\theta_{tx} - \theta_{tx}^{(i,k)}) \delta(\varphi_{rx} - \varphi_{rx}^{(i,k)}) \delta(\theta_{rx} - \theta_{rx}^{(i,k)}) \quad (3.7)$$

其中 $\alpha^{(i,k)}$ 是第 i 個群集第 k 個射線的振幅， $\tau^{(i,k)}$, $\varphi_{tx}^{(i,k)}$, $\theta_{tx}^{(i,k)}$, $\varphi_{rx}^{(i,k)}$, $\theta_{rx}^{(i,k)}$ 是相對應的時間角度參數。群集裡面的射線參數是經由實驗量測所求得，我們由時間去區分每個射線，射線的參數包含射線個數、射線跟射線之間的時間差、還有射線的振幅。

根據實驗的結果，我們可以得到射線在時域的統計特性。群集裡面的射線產生機制如圖 3-10-1 所示：

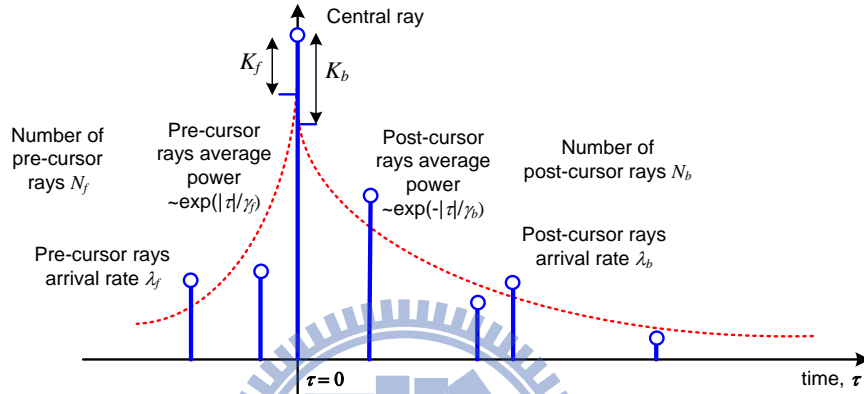


圖 3-10-1: 群集裡面的射線

群集包含了一根指標射線(central ray)，它的振幅 $\alpha^{(i,0)}$ 是固定的，還包含了比指標射線提早抵達的射線，振幅分別是 $\alpha^{(i,-N_f)} \dots \alpha^{(i,-1)}$ ，以及包含了比指標射線還慢到達的射線，振幅分別是 $\alpha^{(i,1)} \dots \alpha^{(i,N_b)}$ 。比指標射線還早抵達的射線設定為兩根，比指標射線還慢抵達的射線為四根。

比指標射線早以及晚抵達的射線時間都用 Poisson 過程去描述，兩個 Poisson 過程的抵達速率分別是 0.2 ns^{-1} 與 0.12 ns^{-1} ，由於射線是用 Poisson 過程去描述，那麼射線與射線之間的時間差會是指數分布(Exponential distribution)，模擬中我們是用 Matlab 產生具有指數分部之射線間的時間差。比指標射線提早抵達的射線的平均振幅是 $A_f(\tau)$ ，比指標射線慢抵達的射線的平均振幅是 $A_b(\tau)$ 。這兩項參數定義如下：

$$A_f(\tau) = \frac{\alpha^{(i,0)}}{10^{20}} e^{-|\tau|/\gamma_f} \quad (3.8)$$

$$A_b(\tau) = \frac{\alpha^{(i,0)}}{10^{20}} e^{-|\tau|/\gamma_b} \quad (3.9)$$

其中 $\gamma_f = 1.3 \text{ ns}$ and $\gamma_b = 2.8 \text{ ns}$ 。

定義射線的振幅是平均值為 $A_f(\tau)$ 、 $A_b(\tau)$ 的 Rayleigh 分布，相位為隨機的 Uniform 分布。下圖 3-10-2 是 Intel 實驗出來的功率分布與 Intel 用此模型模擬出來的功率分布比較圖。

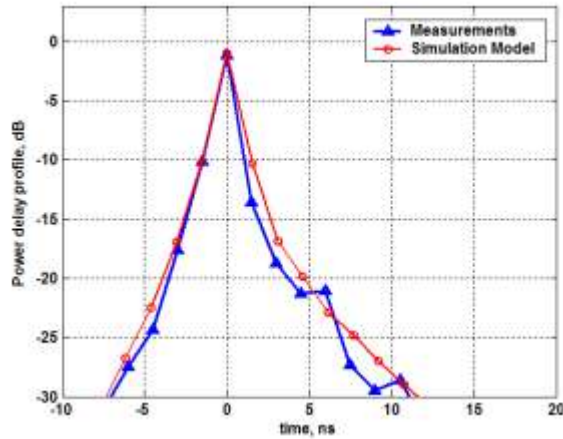


圖 3-10-2: 功率分佈 (Power Delay Profile)

在實驗的量測中，只有量測訊號在時域的變化，沒有量測角度。因此 Intel 把每一根射線的角度參數設定成期望值為零、變異數為 5^0 的常態分佈，無論是傳送端的水平角與仰角或接收端的水平角與仰角都是用此分佈。

3.11 通道模型模擬

在本節中我們提供一模擬的結果，在此會議室長度設為九公尺、寬九公尺、高兩公尺，傳送端與接收端放在同一張高度為一公尺的會議桌上面。我們設定傳送端與接收端的位置如下圖所示，此圖的視角是從空中往下看。

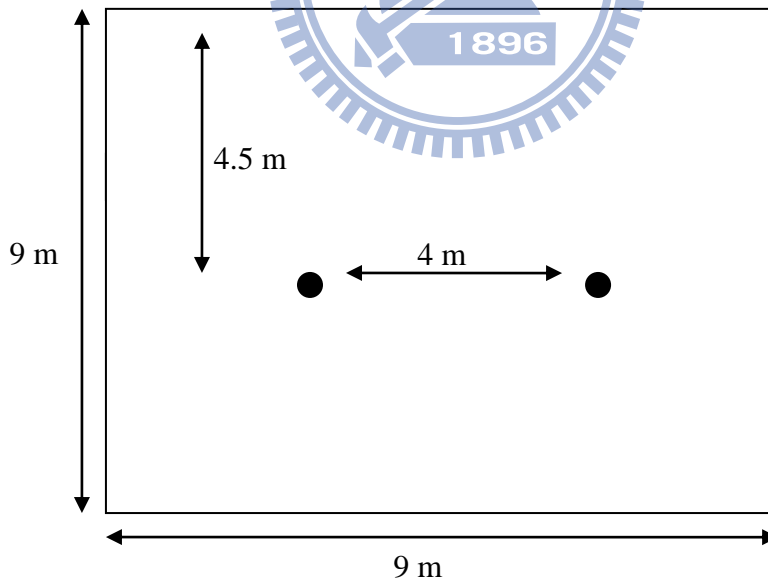


圖 3-11-1: 傳送端與接收端位置俯視圖

傳送端與接收端的平面陣列天線法向量對齊傳送端與接收端的連線方向，也就是傳送天線與接收天線是相望，而且是固定的。在這種環境下接收端只能收到八組群集，分別是一個直視群集，兩個從牆壁的一次反射，一個從天花板的一次反射，兩個只經由牆壁反射的二次反射，兩個經由牆壁一次反射與天花板一次反射的二次反射，共八個群

集。圖 3-11-2 到圖 3-11-9 分別是這八個群集的響應，時間單位為 802.15.3c 系統的取樣週期，即 0.39 ns。

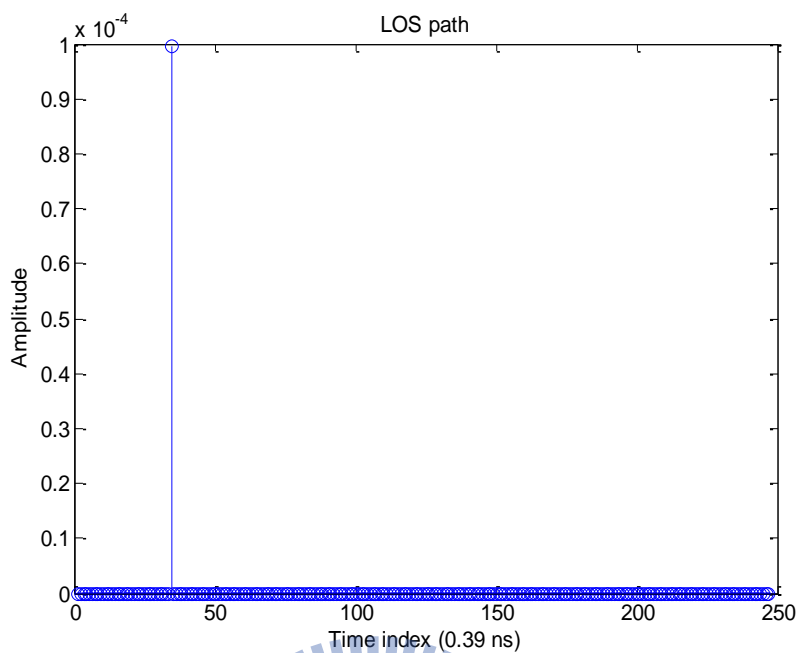


圖 3-11-2: 直視群集

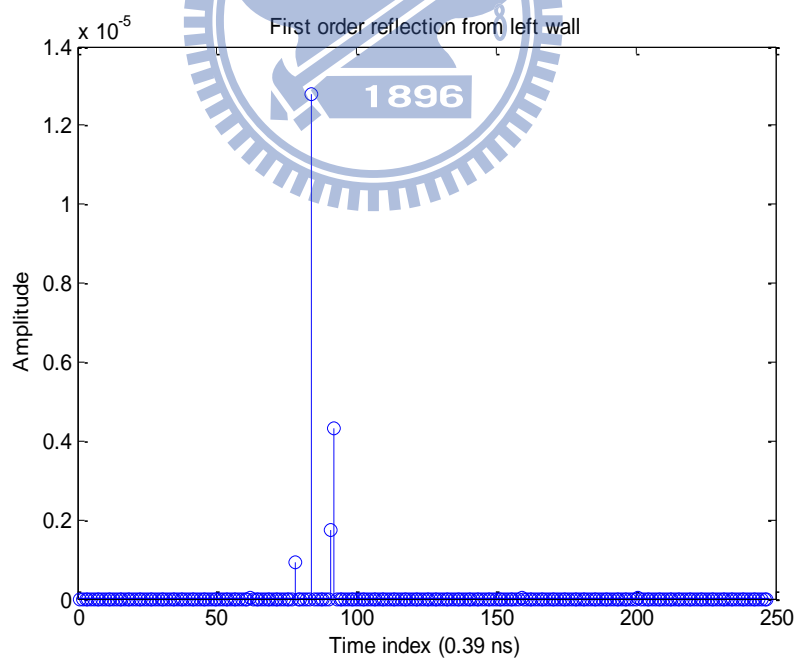


圖 3-11-3: 從左面牆壁來的一次反射群集

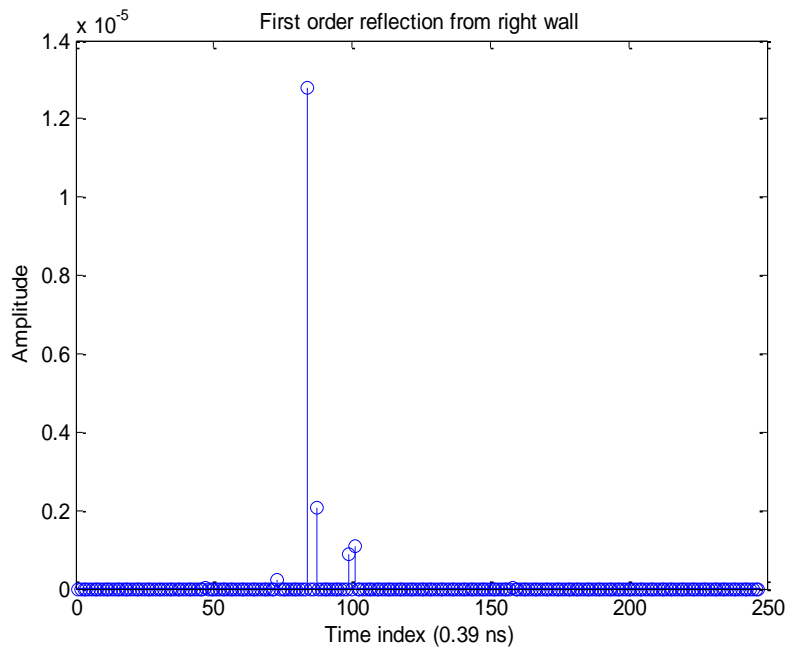


圖 3-11-4: 從右面牆壁來的一次反射群集

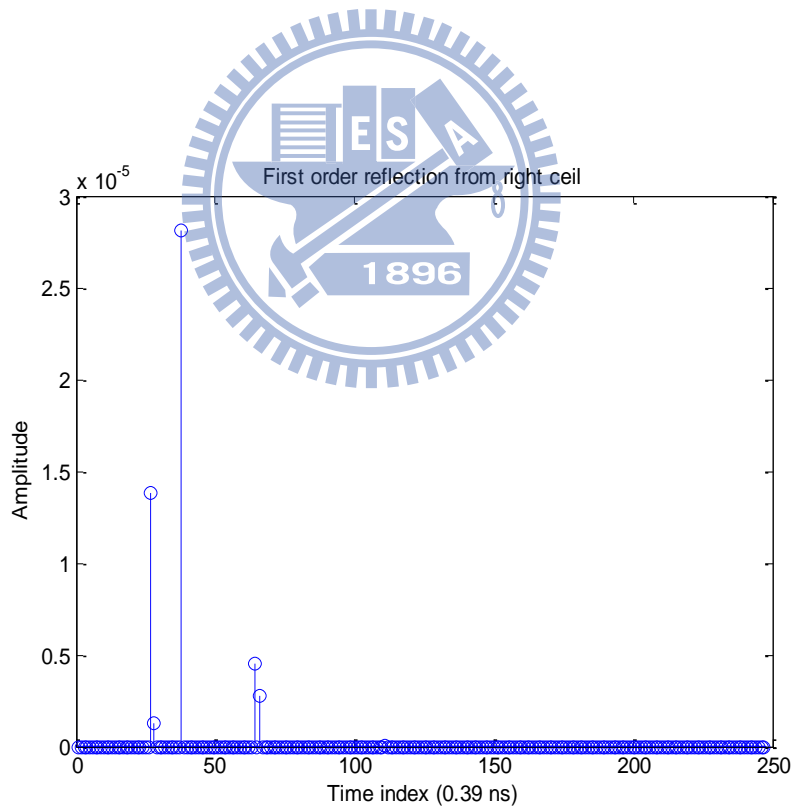


圖 3-11-5: 從天花板來的一次反射群集(最左邊那根比 LOS 還早到, 這是因為 Poission 過程的關係)

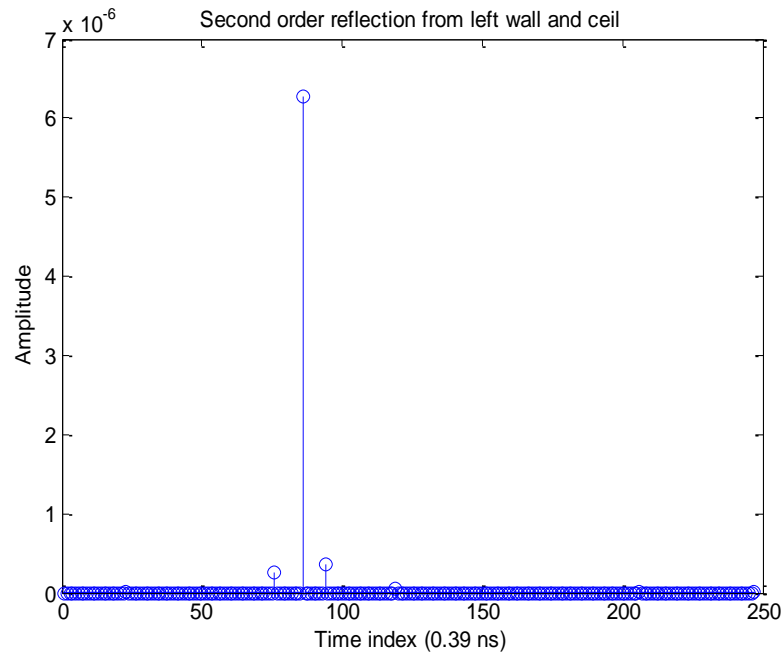


圖 3-11-6: 從左面牆壁與天花板來的二次反射群集

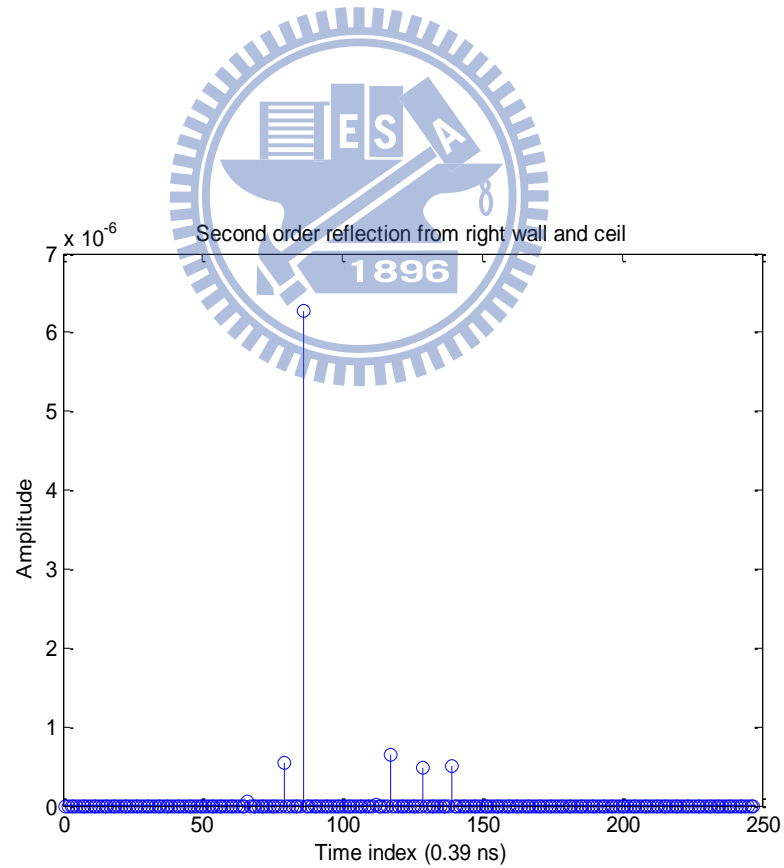


圖 3-11-7: 從右面牆壁與天花板來的二次反射群集

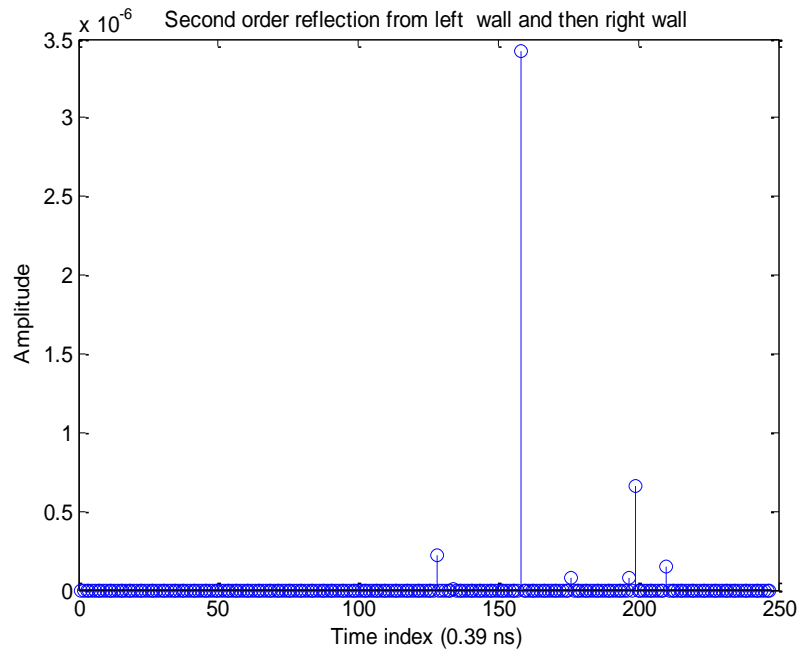


圖 3-11-8: 從左面牆壁打到右面牆壁的二次反射群集

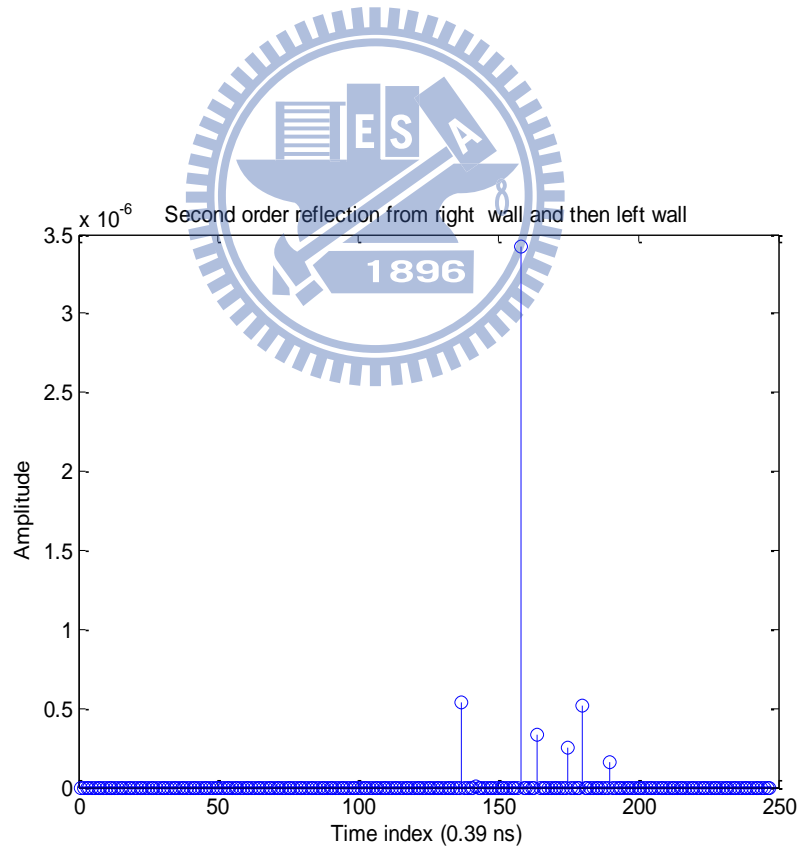


圖 3-11-9: 從右面牆壁打到左面牆壁的二次反射群集

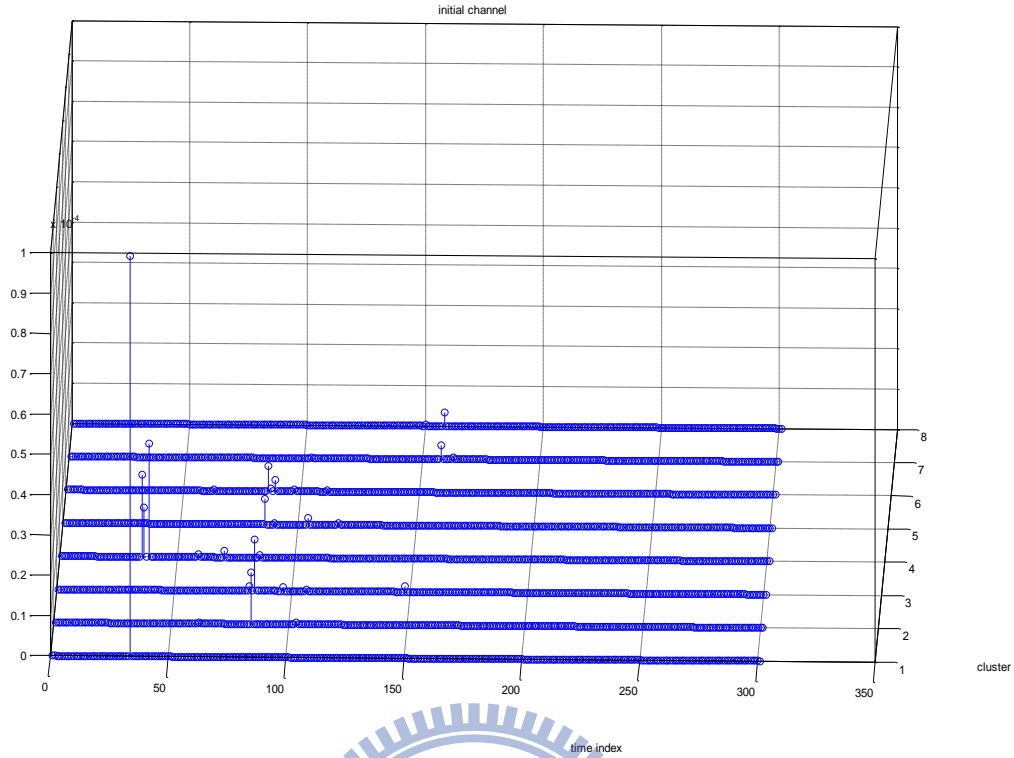


圖 3-11-10: 所有群集

3.12 具波束形成 (beamforming) 的通道模型

此章節我們考慮傳送端與接收端具波束形成之平面陣列天線，合併 60 GHz 頻帶通道之等效通道響應。矩形平面天線的遠區電場 (Far-Zone electric field) 定義如下[7]:

$$E(\phi, \theta) = E_{\theta} \bar{a}_{\theta} + E_{\phi} \bar{a}_{\phi} + E_r \bar{a}_r \quad (3.10)$$

$$E_r \cong 0 \quad (3.11)$$

$$E_{\theta} = j \frac{hWkE_0 e^{-jkr}}{\pi r} \left[\cos \phi \cos X \left(\frac{\sin Y}{Y} \right) \left(\frac{\sin Z}{Z} \right) \right] \quad (3.12)$$

$$E_{\phi} = j \frac{hWkE_0 e^{-jkr}}{\pi r} \left[\cos \theta \sin \phi \cos X \left(\frac{\sin Y}{Y} \right) \left(\frac{\sin Z}{Z} \right) \right] \quad (3.13)$$

上式中所對應的參數定義如下:

$$X \cong \frac{kL}{2} \sin \theta \cos \phi \quad (3.14)$$

$$Y \cong \frac{kW}{2} \sin \theta \sin \phi \quad (3.15)$$

$$Z = \frac{kW}{2} \sin \theta \quad (3.16)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.17)$$

E_0 是常數， W 跟 L 是每一個天線的寬與長。我們定義單一天線的場型 (beam pattern) 為:

$$AF(\phi, \theta) = \sqrt{|E|_{\theta}^2 + |E|_{\phi}^2} \quad (3.18)$$

平面陣列天線的類比波束形成場型(analog beamforming pattern)可表示為:

$$RF(\phi, \theta) = \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} w_{m,n} e^{j(m-1)\Psi_x} e^{j(n-1)\Psi_y} \quad (3.19)$$

$$\Psi_y = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \cos \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \cos \phi \quad (3.20)$$

$$\Psi_x = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \sin \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \sin \phi \quad (3.21)$$

$$w_{m,n} = e^{j\Psi_{m,n}} \quad (3.22)$$

因此定義平面陣列天線的場型可為:

$$BP(\phi, \theta) = |AF(\phi, \theta)RF(\phi, \theta)| \quad (3.23)$$

下圖 3-12-1 所示為單一天線的場型:

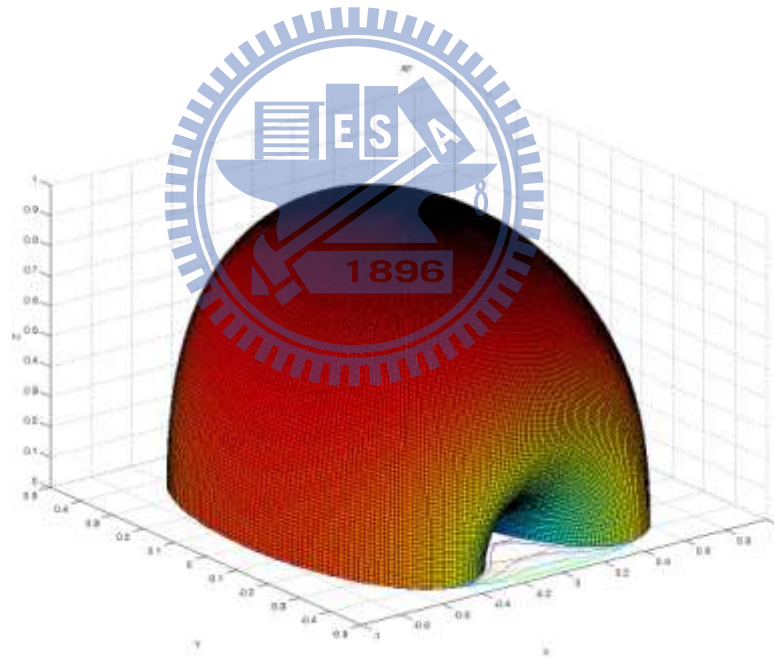


圖 3-12-1: 單一天線的場型(此圖的半徑長短為強度，半徑的方向為方位)。
另一種單一天線的場型如下所示:

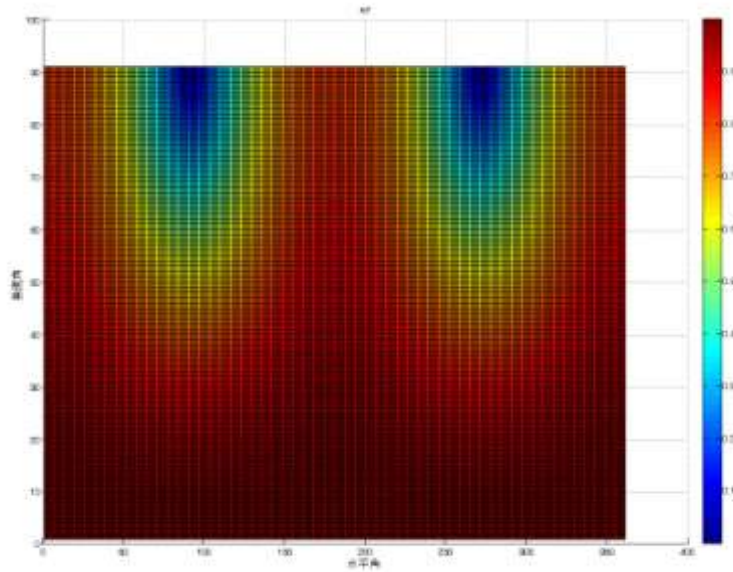


圖 3-12-2: 單一天線的場型(此圖橫軸為水平角，縱軸為垂直角)。

由上圖可以觀察出，單一個天線在垂直角越接近零也就是天線的正上方能量越大。越接近水平的方位能量越低，某些角度甚至無法發射出能量。

下圖為 8x8 平面陣列天線的振幅場型，其波束形成方向在正上方，功率正規化為 1，數學表示式如下：

$$BP(\phi, \theta) = |AF(\phi, \theta)RF(\phi, \theta)| \quad (3.24)$$

$$\sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} |w_{m,n}|^2 = 1 \quad (3.25)$$

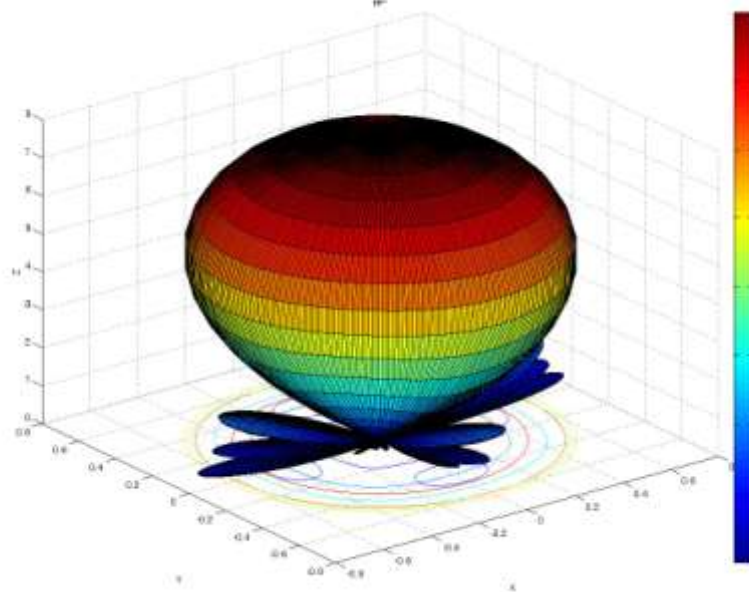


圖 3-12-3: 平面陣列列天線場型，此圖半徑代表振幅大小，半徑的方向為方位，振幅最大為 8。

下圖為 8x8 平面陣列天線的功率場型，其波束形成方向在正上方，功率正規化為 1，數學表示式如下：

$$BP(\phi, \theta) = |AF(\phi, \theta)RF(\phi, \theta)|^2 \quad (3.26)$$

$$\sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} |w_{m,n}|^2 = 1 \quad (3.27)$$

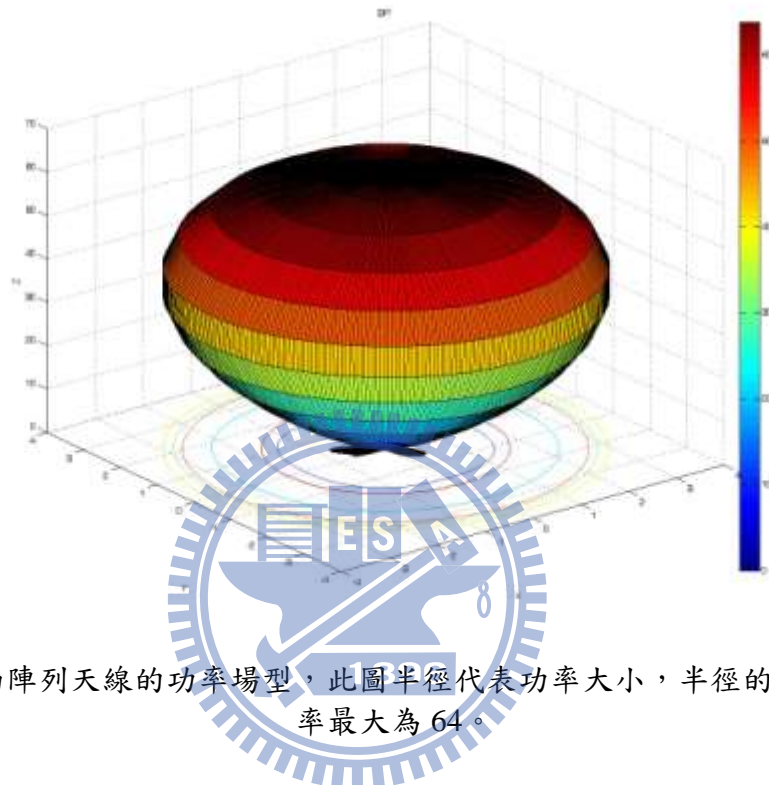


圖 3-12-4: 平面陣列天線的功率場型，此圖半徑代表功率大小，半徑的方向為方位，功率最大為 64。

從圖 3-12-4 我們可以發現，在波束形成的環境下以其傳送端的功率不變的情況下，平面陣列天線可以把能量集中，此圖用的是 64 根天線，因此形成方向的功率比只用一根天線大 64 倍(所用的功率相等)。

接下來我們把波束形成造成的效應加入我們之前所發展的通道模型上面，在此我們假設波束形成的角度沒有偏差。在此我們用之前的模擬範例來看一下合併的響應。跟之前的設定一樣，我們假設傳送端與接收端放在同一張高度為一公尺的會議桌上面，而會議室長為九公尺、寬九公尺、高兩公尺。傳送端與接收端的位置如下圖 3-11-1 所示，此圖的視角是從空中往下看。

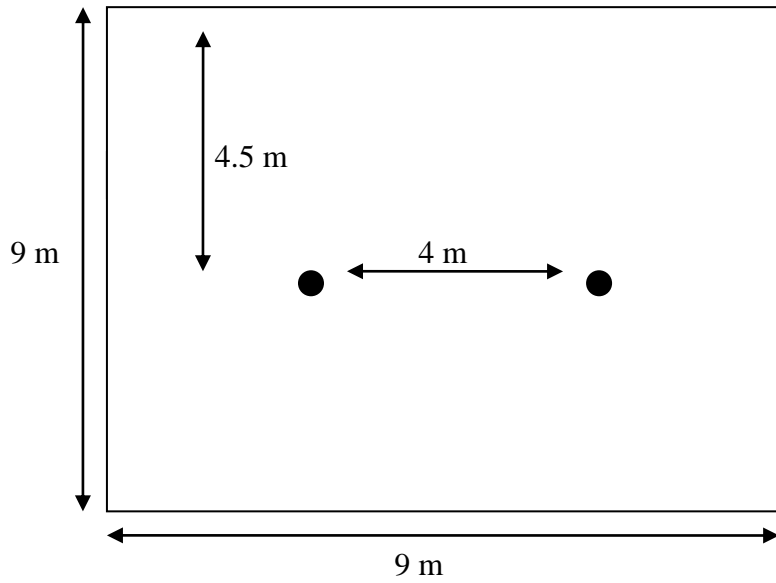


圖 3-11-1: 傳送端與接收端位置俯視圖

由於傳送端與接收端的平面陣列天線(8x8)法向量對齊傳送端與接收端的連線方向，我們先波束形成在直視路徑的方向，波束形成出來的場型就如圖 3-12-3 所示。下面兩張圖代表著沒有做波束形成與有做波束形成的通道響應。

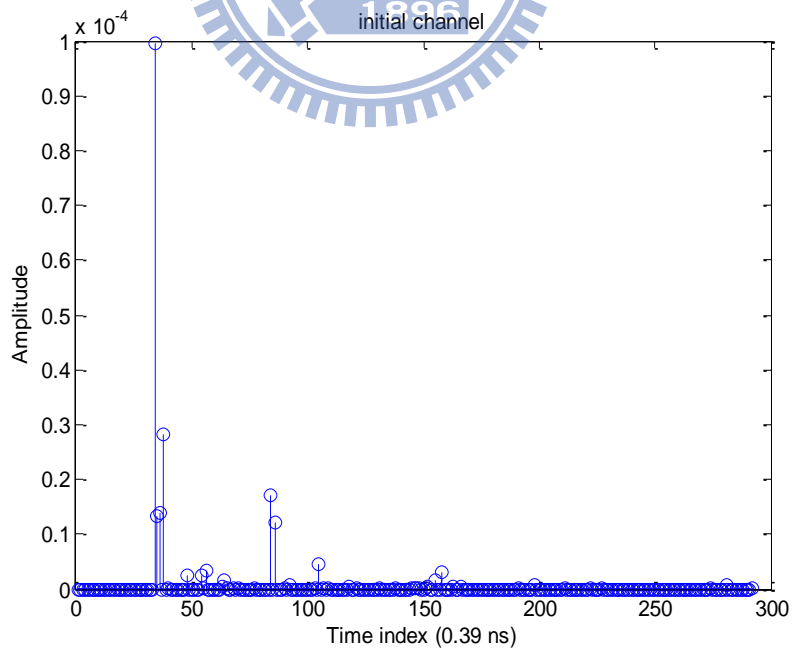


圖 3-12-5: 原始的通道

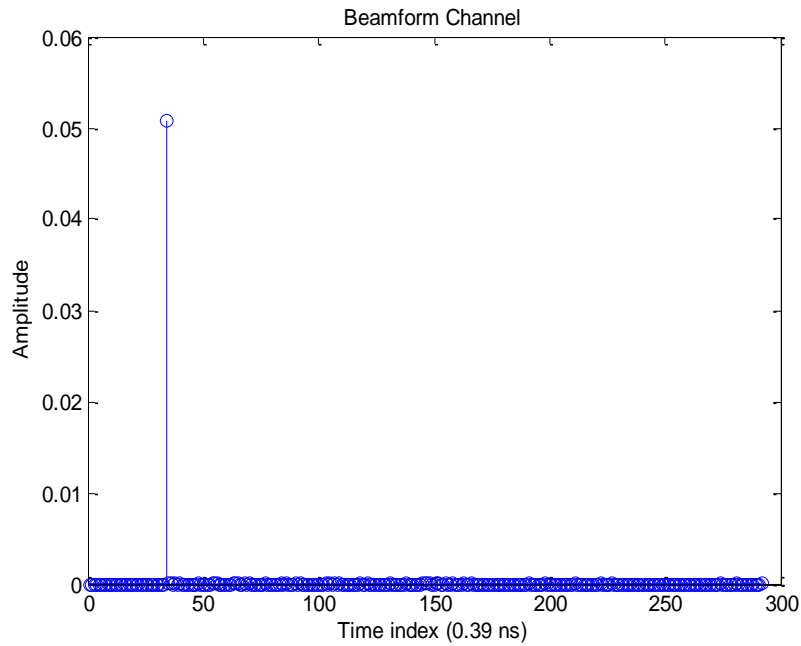


圖 3-12-6: 傳送端與接收端有波束形成的通道

由上兩張圖我們可以發現，它們最大根的振幅差了約 512 倍，這是因為傳送端在固定功率下有做波束形成使得傳送出去的振幅大 8 倍，而接收端有 64 根天線，振幅會加乘 64 倍，總共為 512 倍。而且有做波束形成的通道響應只剩下一個路徑，其他方向的反射完全被消除掉。

接下來我們做傳送端往左面牆壁一次反射方向做波束形成，接收端也往左面牆壁一次反射方向做接收，下圖 3-12-7 為傳送端波束形成的場型。

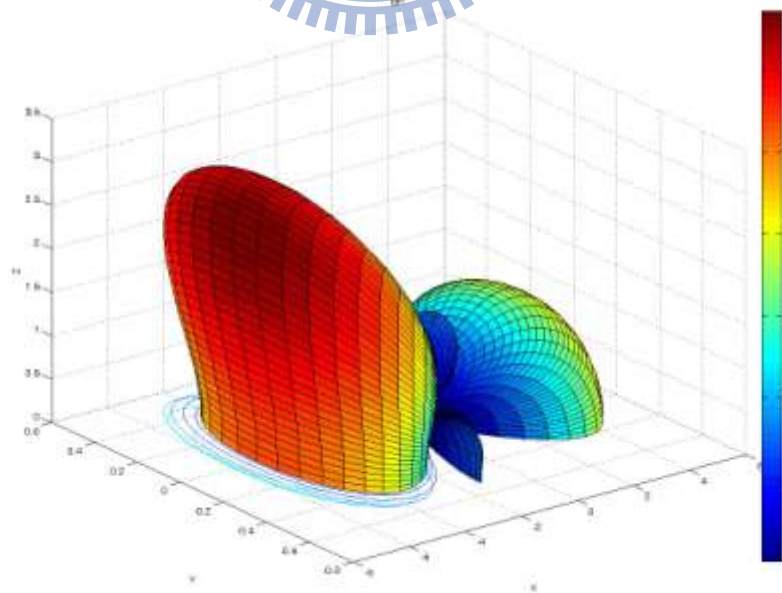


圖 3-12-7: 傳送端往左面牆壁一次反射方向的場型

由上圖我們可以觀察到，此場型的最大振幅並不是8，這是因為單一天線的場型不是完美的半球，而且此場型有頗大的旁葉(Sidelobe)。

圖 3-12-8 到 2-12-10 代表著沒有做波束形成與有做波束形成的通道以及左面牆壁一次反射群集響應。

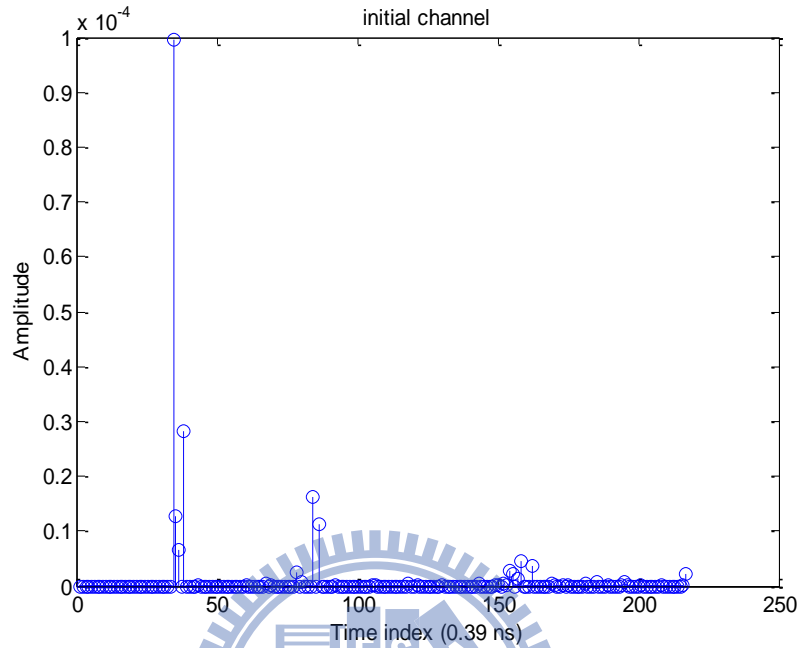


圖 3-12-8: 做波束形成之前的通道

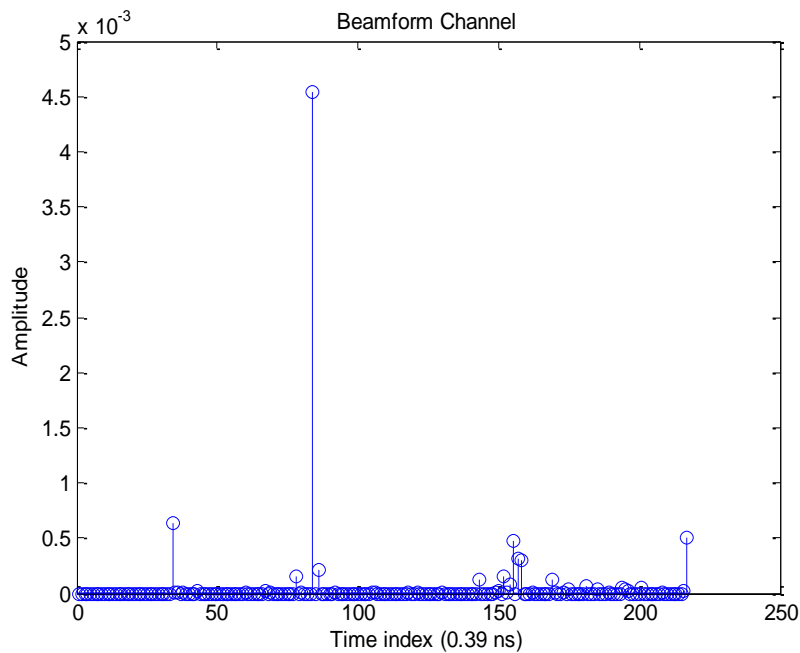


圖 3-12-9: 做波束形成之後的通道

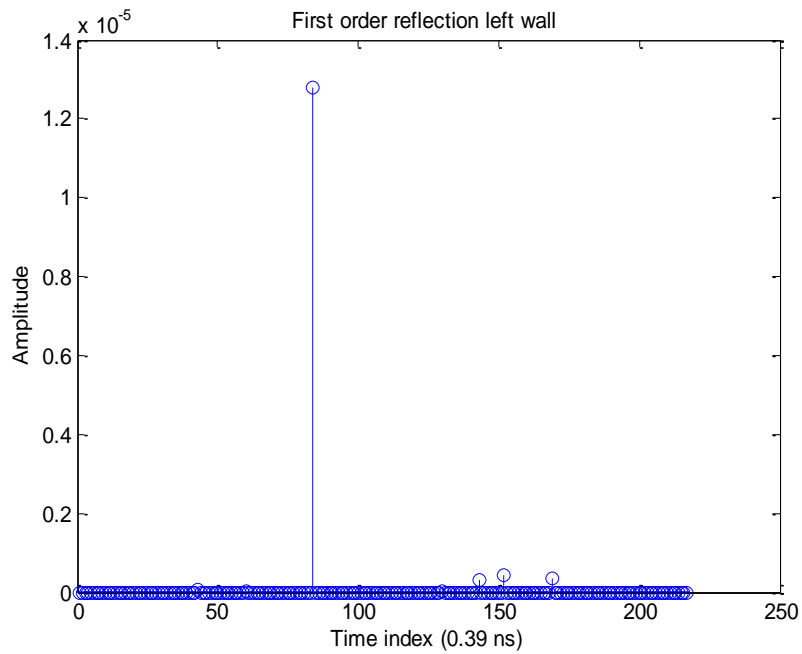


圖 3-12-10: 做波束形成之前的左面牆壁一次反射群集

從上面三張圖觀察可以發現，做完波束形成之後，視線群集被壓縮，左面牆壁一次反射群集被放大約不到 500 倍，不是 512 倍，這是因為不完美的單一天線場型所造成的影響。



第四章: MIMO 傳輸與全雙工中繼傳輸

4.1 直視傳輸與非直視傳輸的通道容量分析

傳送端與接收端有直視通道時，通道容量可計算如下:

$$\log_2(1 + SNR_{LOS}) \quad \text{bits/symbol/Hz} \quad (4.1)$$

在沒有直視傳輸時，如傳送與接收只經過一次的反射，其通道容量為:

$$\log_2(1 + SNR_{LOS} K) \quad \text{bits/symbol/Hz} \quad (4.2)$$

其中 $K = \frac{|h_{reflection}|^2}{|h_{LOS}|^2} < 1$ 。為了方便比較各種通道的容量，我們還是以之前討論的環境為一

範例。考慮一會議室長為九公尺、寬九公尺、高兩公尺，傳送端與接收端放在同一張高度為一公尺的會議桌上面，且使用的天線為 8x8 的平面陣列天線。我們給定傳送端與接收端的位置如下圖所示，此圖的視角是從空中往下看。

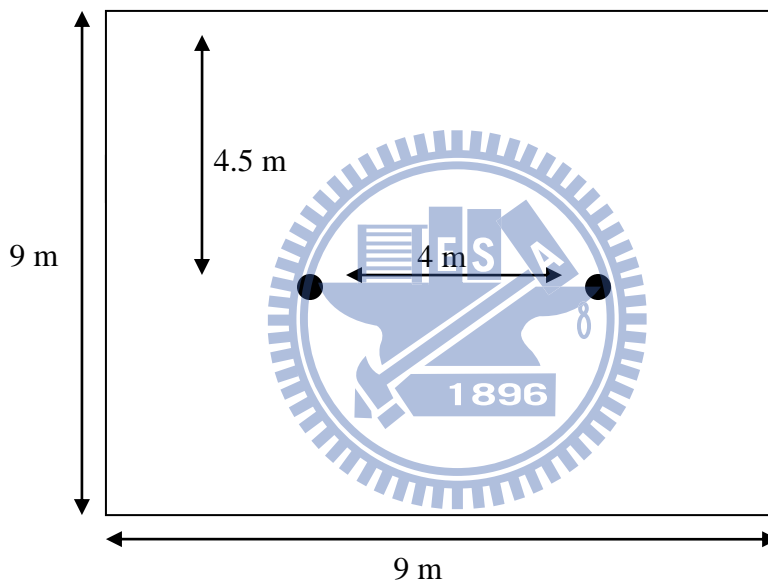


圖 4-1-1: 傳送端與接收端方位俯視圖

利用第三章的通道模型，我們分別造出直視傳輸方向的波束形成通道，與沒有直視群集下經天花板一次反射方向的波束形成通道，結果如圖 4-1-2 到 4-1-3 所示。

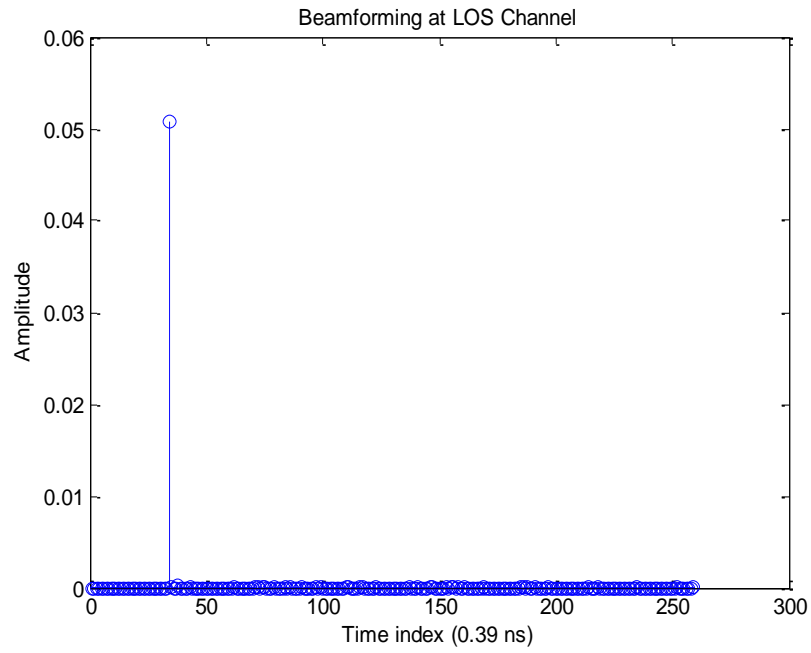


圖 4-1-2: 直視傳輸方向的波束形成的通道

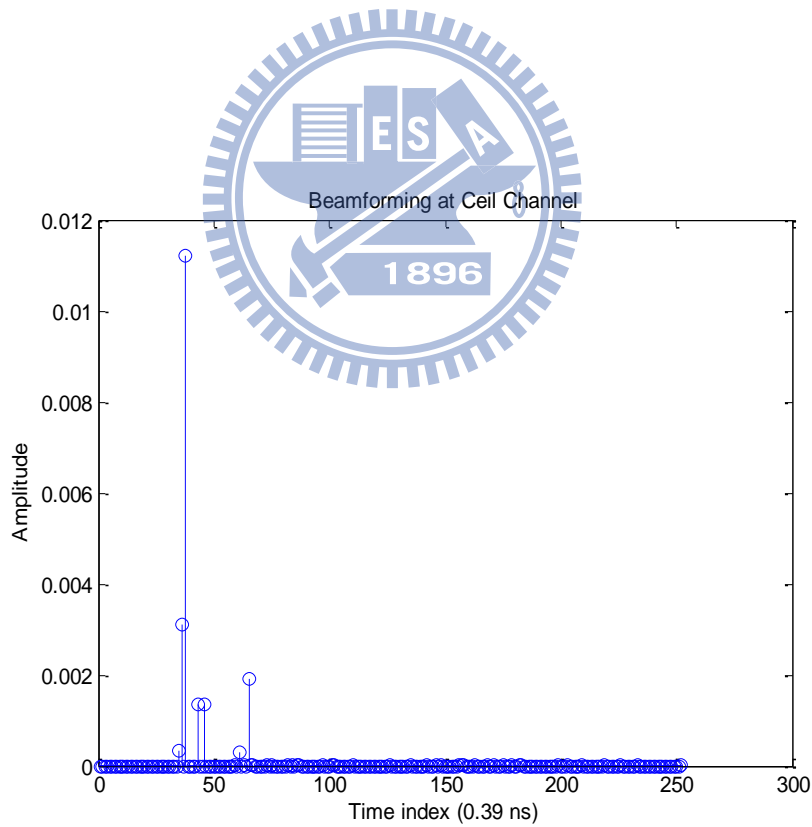


圖 4-1-3: 往天花板一次反射方向的波束形成的通道

由圖 4-1-2 我們知道視線傳輸通道的衰減為 0.05，由圖 4-1-3 我們知道往天花板一次反射的通道的衰減為 0.011，因此 $K = 0.0484$ ，兩者的通道容量如下圖 4-1-4 所示。

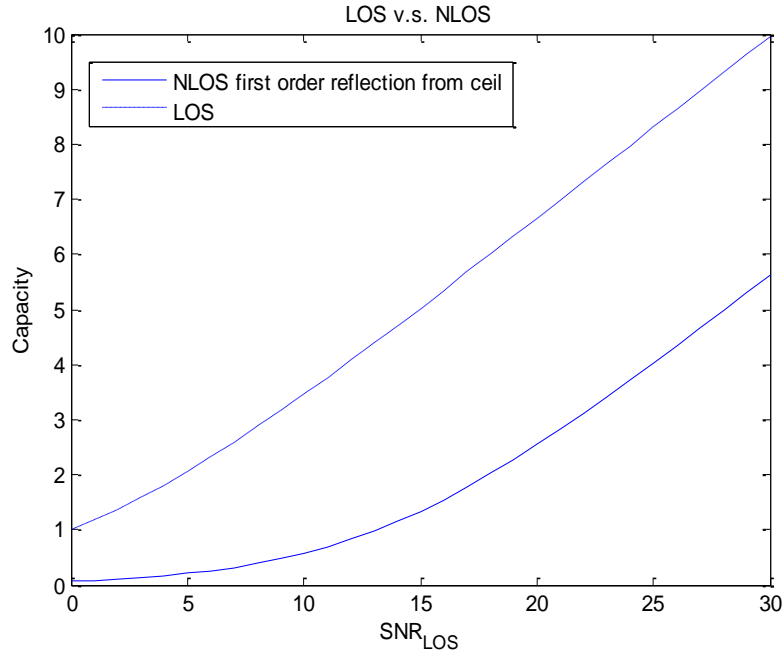


圖 4-1-4: 視線傳輸與無視線傳輸的通道容量差異

我們可以觀察到往天花板的一次反射方向通道，在時域有多重路徑，在頻域會造成有些頻率的訊號經過此通道被放大，有些頻率的訊號在此通道被衰減，但是整體來說，其脈衝響應有振幅比較大的一個路徑，這代表著其其頻率較為平坦，我們計算通道容量時可以利用此較大的振幅下來近似即可。由圖 4-1-4 我們可以發現在非直視的傳輸中，通道的容量約少 4.3 個位元。

4.2 所提出的 MIMO 傳輸

由直視線傳輸的通道容量式子與無視線傳輸的通道容量式子中我們可以發現，當 SNR 趨近無窮大我們可以發現，兩者的通道容量會差 4.3 個位元(跟傳送與接收端的位置與房間的長寬高有關)，在此我們提出一個可以用在平面陣列天線的等效 MIMO 傳輸模式，希望能夠在非直視線群集(cluster)情況下有較高的通道容量。從(4.2)式中，我們可以看出 SNR 是出現在 log 的運算式中，因此在高 SNR 時，通道容量的增加會變慢，MIMO 的傳輸因此可以有更高的容量。在之後的討論中，我們只考慮非直視群集的通道環境。

在我們提出的 MIMO 傳輸模式中，我們把 8x8 平面陣列天線分成兩區塊，變成兩個 8x4 平面陣列天線，分別往兩個特定的方向做波束形成，訊號經過一次反射後，抵達接收端。而接收端的 8x8 平面陣列天線，也分成兩個 8x4 的區塊，個別往特定方向接收，形成傳送端有兩個輸出，接收端也有兩個輸入的等效 2x2 MIMO 通道。數學模型如下：

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

其中 x_1 、 x_2 代表傳送端往方向 1 與方向 2 送出的訊號， y_1 、 y_2 分別是接收端往方向 1 與方向 2 接收的訊號， h_{ik} 為傳送端往方向 k 傳，接收端往方向 i 收的通道響應，n 為雜訊。

在波束形成完美的情況下，傳送端是 8x4 平面陣列天線接收端也是 8x4 平面陣列天線的效能會比傳送端是 8x8 平面陣列天線接收端也是 8x8 平面陣列天線效能來的差。這是因為在傳送端功率固定為 1 的情形下，8x8 平面陣列天線發射出去的特定方向最大振

幅是 $\frac{64}{\sqrt{64}} = \sqrt{64}$ ，而 8x4 平面陣列天線發射出去的特定方向最大振幅是 $\frac{32}{\sqrt{32}} = \sqrt{32}$ ，兩者差振幅差 $\sqrt{2}$ 倍，功率差 2 倍。

對於接收端來說，8x8 平面陣列天線對於特定方向接收到的振幅相對於 1 根天線是 64 倍，8x4 平面陣列天線對於特定方向接收到的振幅相對於 1 根天線是 32 倍，兩者的接收振幅差 2 倍，功率差 4 倍。然而 8x8 平面陣列天線的雜訊功率也比 8x4 平面陣列天線的雜訊功率大兩倍，所以接收端的 SNR 會差 2 倍。

總體來說，一對 8x4 的傳送接收機跟一對 8x8 的傳送接收機 SNR 會小 4 倍，這是因為用 8x8 平面陣列天線來傳送與接收的通道會比用 8x4 平面陣列天線來傳送與接收的通道好 $2\sqrt{2}$ ，但是接收天線數不同，雜訊功率也會不同，最終 SNR 只大了 4 倍。

我們先假設此 2x2 MIMO 為平行通道，也就是往特定兩個方向發射出去時，接收端可以接收來自個別的方向的訊號而不會相互干擾，所以 $h_{12} = h_{21} = 0$ 。而且再假設此平行通道各自的通道衰減是相等的，也就是說 $h_{11} = h_{22}$ 。一個一次反射的通道其容量可計算為：

$$C_{1 \times 1} = \log_2(1 + SNR_{1 \times 1}) \quad \text{bits/symbol/Hz} \quad (4.4)$$

那麼上述的等效的 2x2 MIMO 通道容量為：

$$C_{2 \times 2} = 2 \log_2\left(1 + \frac{1}{2} \frac{SNR_{1 \times 1}}{4}\right) \quad \text{bits/symbol/Hz} \quad (4.5)$$

因為要維持 1x1 單輸入單輸出 (single-input-single-output; SISO) 通道與 2x2 MIMO 所用的傳送功率相同，所以 2x2 MIMO 每一個方向所能夠用的功率是 1x1 SISO 的一半。兩者的通道容量比較圖如圖 4-2-1 所示：

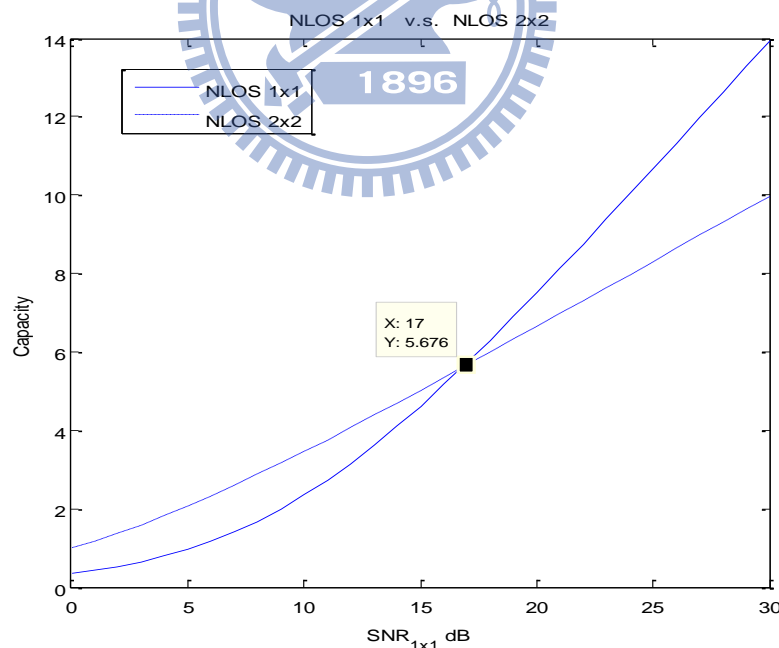


圖 4-2-1: NLOS 中 1x1 SISO 與 2x2 MIMO 通道容量比較圖

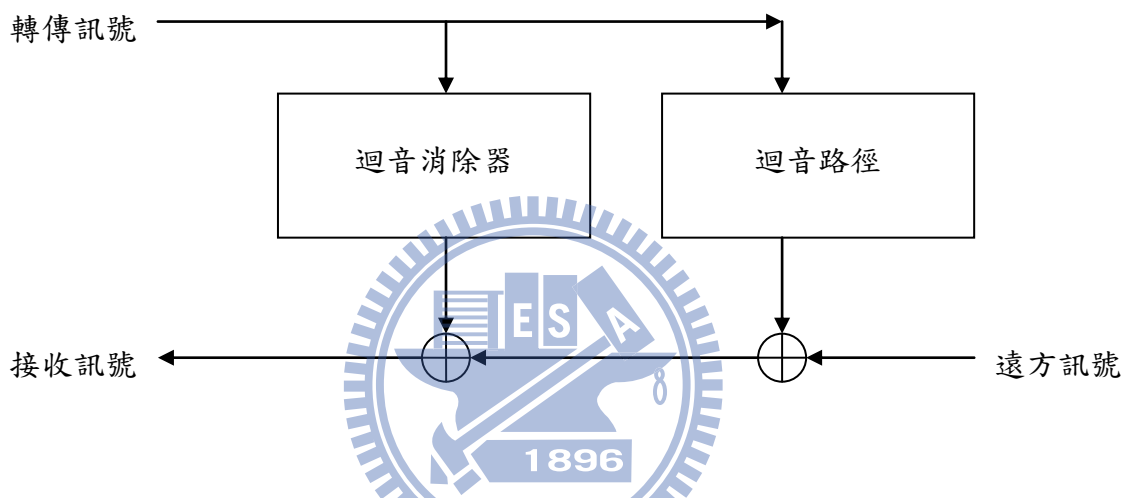
從上圖中我們可以觀察出當 $SNR_{1 \times 1}$ 超過 17dB 時，2x2 MIMO 通道就有比較高的通道容量，SNR 越高差別就越大。

然而此討論是在傳送端與接收端有完美的發射角與接收角時的結果，在第五章的模擬中，我們會套用第三章的通道模型，再加上考慮發射與接收角度的偏差，來評估波束形成 MIMO 的效能。

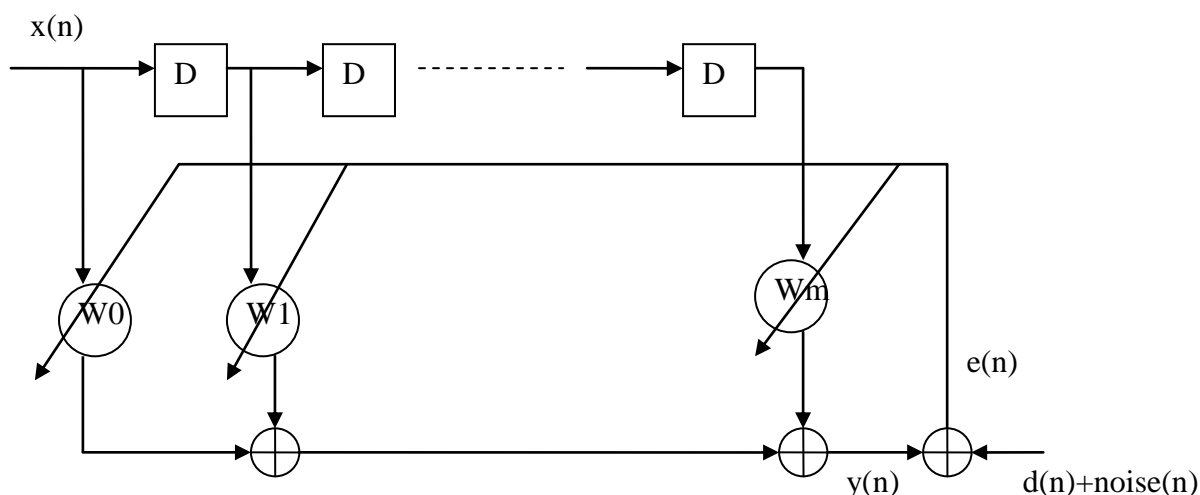
4.3 所提出的全雙工中繼傳輸與迴音干擾消除

在無直視線群集的通道下，除了可以靠一次反射來幫傳送端傳送資料，還可以藉由其它傳收機的幫忙，把資料轉傳到目的地，也就是利用中繼站的傳輸。然而傳統半雙工的中繼傳輸會使傳輸率減半，影響整體系統效能，因此我們希望傳收機，可以全雙工的運作，意思是傳收機在接收訊號的同時，同時也可以傳送訊號，如此就可以維持原有系統之效能。要達到此一目的，傳收機的平面陣列天線需要分成兩區塊，一塊負責傳送，一塊負責接收。然而此架構有一先天的問題，就是當傳收機在傳送訊號的時候，接收機也會收到本身傳送的訊號進而造成接收的干擾，此種干擾在文獻上稱作為迴音，一般的作法是使用一個迴音消除器來消除迴音，接下來我們就針對此問題做詳細的探討。

迴音消除是等同於一系統鑑別的問題，其示意圖如下



迴音消除事實上是鑑別出迴音的通道路徑響應，進而得到了干擾的迴音而將其擾消除。為了要知道迴音路徑響應，我們需要傳送一些訓練符碼，把迴音路徑鑑別出來。我們假設迴音路徑系統的響應為有限長度的脈衝響應，也就是一個 FIR 系統示意圖如下：



其中 $x(n)$ 是傳送的訊號， $d(n)$ 是 $x(n)$ 經過迴音路徑後收到的干擾， $y(n)$ 則是我們製作出的迴音， $e(n)$ 是我們製作出的迴音與與接收到訊號的差， $\text{noise}(n)$ 在此代表雜訊與想要接收訊號的和， $W_0 \sim W_n$ 為我們要估測的 FIR 濾波器的係數，目的使得 $e(n)$ 的誤差最小：

$$\min_{w_n} E[e(n)^2] \quad (4.6)$$

我們取 $e(n)$ 對 $W_0 \sim W_n$ 的梯度，把 $W_0 \sim W_n$ 解出來，也就是 LMS 演算法：

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu e(k) \mathbf{x}(k) \quad (4.7)$$

其中 k 代表第幾次更新， $\mathbf{w} = [W_0; W_1; \dots; W_n]$ ， $\mathbf{x} = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-m)]$ ， μ 為每次更新的步伐， $e(k) = d(k) + \text{noise}(k) - y(k)$ 。

4.4 MIMO 傳輸通道模擬

此一章節考慮傳送端與接收端有做波束形成，而且是沒有直視路徑的通道。在傳送端的功率固定為 1 的情形下，有做波束形成會把能量集中到某一特定方向，其他方向的能量會被壓縮，因此特定方向來的訊號會被接收端收進來，其他方向能量則被消除。在此我們模擬藉由平面接收陣列與波束形成所得到的 MIMO 通道響應，以了解其特性。圖 4-3-1 到 4-3-4 為有波束形成效應的 MIMO 通道，此 MIMO 通道為傳送端的 8×8 平面陣列天線分成兩個 8×4 平面陣列天線，分別往天花板做波束形成與往左面牆壁的一次反射方向做波束形成，接收端的 8×8 平面陣列天線也分成兩個 8×4 平面陣列天線，分別往天花板與左面牆壁的一次反射方向做波束形成，形成等效 MIMO 通道，傳送端與接收端的位置如圖 4-1-1 所示。模擬結果如圖 4-4-1 到 4-1-4。

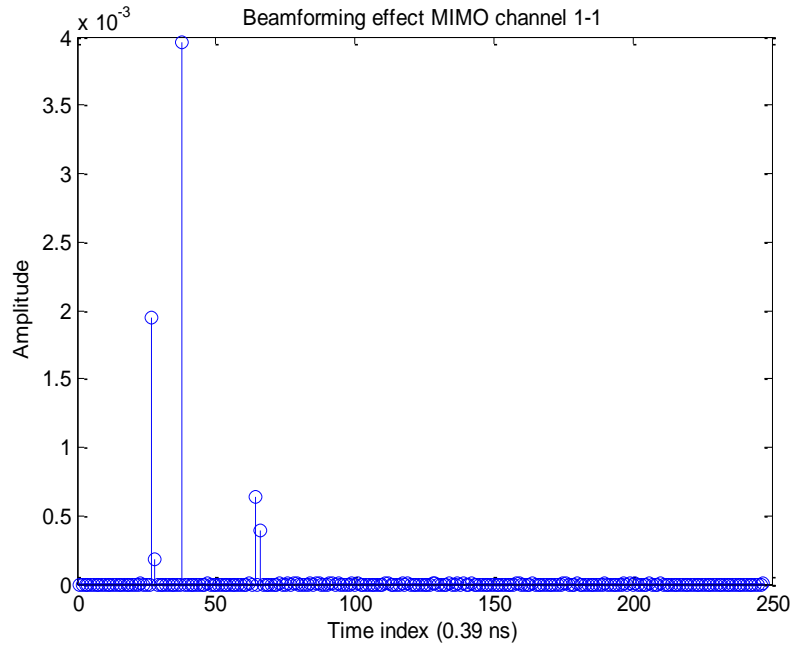


圖 4-4-1: 傳送端往天花板一次反射方向傳，接收端往天花板一次反射方向收的通道響應

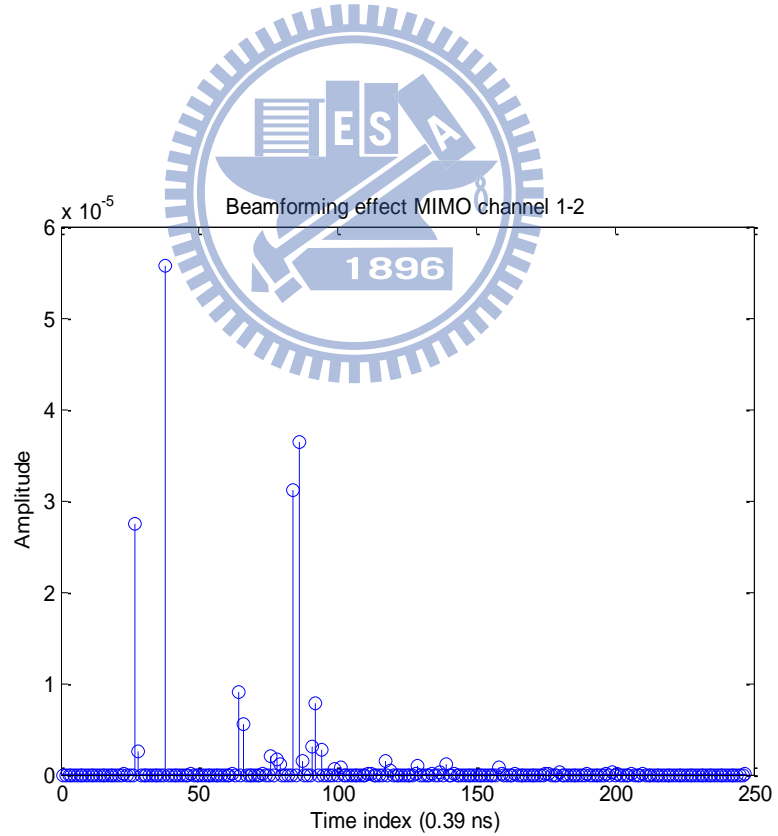


圖 4-4-2 傳送端往左面牆壁一次反射方向傳，接收端往天花板一次反射方向收的通道響應

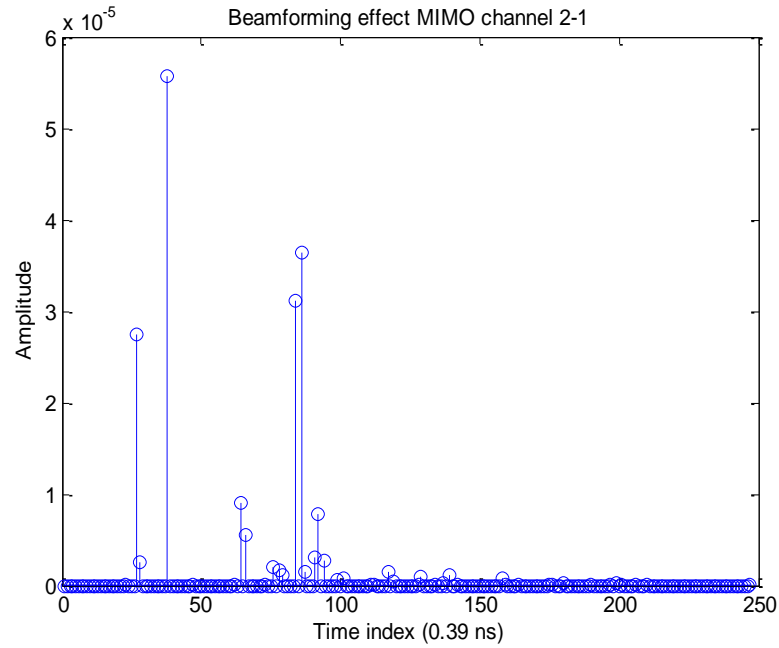


圖 4-4-3: 傳送端往天花板一次反射方向傳,接收端往左面牆壁一次反射方向收的通道響應

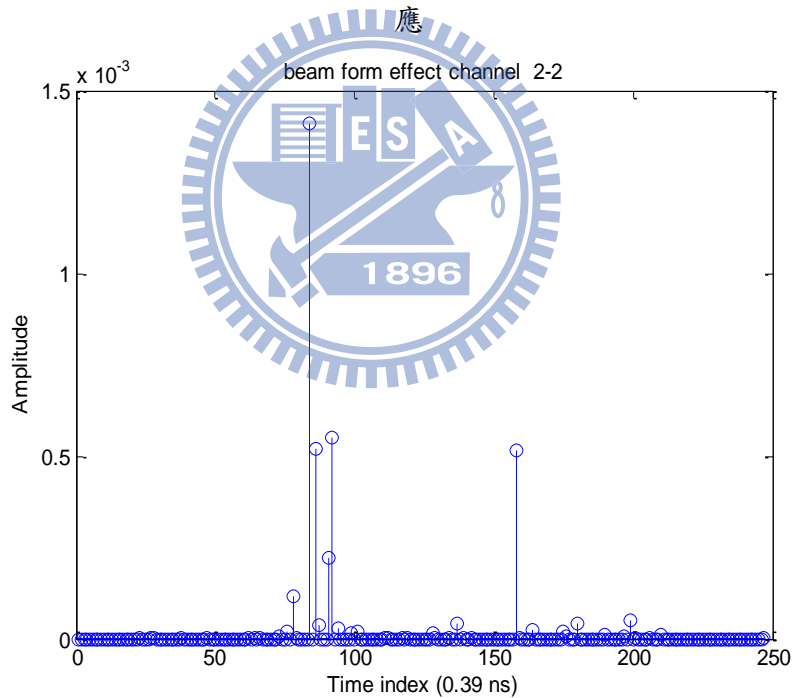


圖 4-4-4: 傳送端往左面牆壁一次反射方向傳,接收端往左面牆壁一次反射方向收的通道響應

觀察上面那些圖,我們可以發現此種設定下的 MIMO 通道,非常接近平行通道,因為往左面牆壁接收的接收端收到傳送端往天花板傳的干擾訊號非常小,往左面牆壁接收的接收端收進來的能量幾乎都是傳送端往左面牆壁傳的資料訊號。會有這種結果是因為傳送端的波束形成的旁葉(sidelobe),剛好被接收端的波束形成壓抑掉。之後會討論如果傳送端的旁葉(sidelobe)剛好被接收端的波束形成接收,就會得到比較差的 MIMO 通道。

因此我們得到了一等效之 2x2 MIMO 的通道模型，我們以上通道使用一視窗取出最大能量的 64 個係數當做實際通道的響應(802.15.3c 規格 CP 為 64)，值得注意的是個別接收方向的取法要一樣，把此 64 係數轉換到頻域(802.15.3c 規格定義載波有 512 個)，就可以得到每個子載波的等效 2x2 MIMO 通道 H。結果如圖 4-4-5 到 4-4-6 所示。

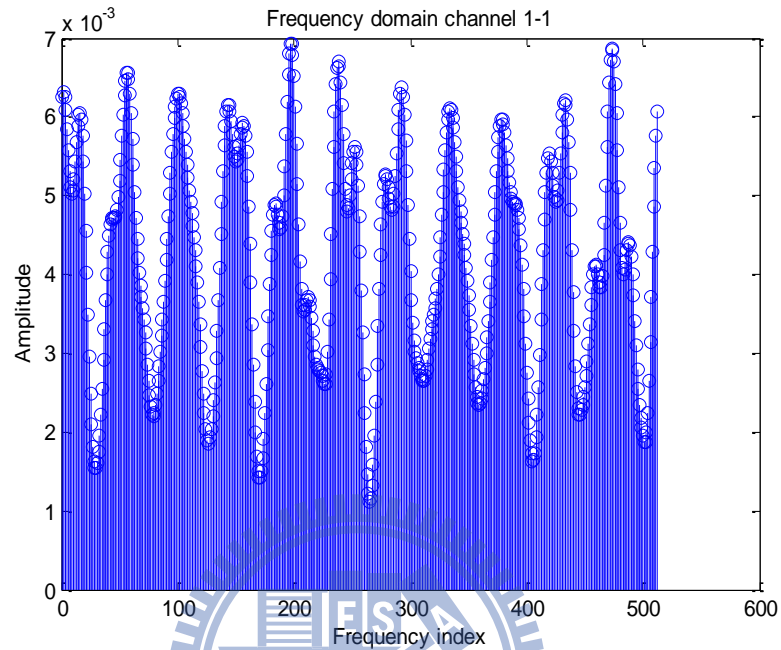


圖 4-4-5: 頻域的等效 MIMO 通道 1-1

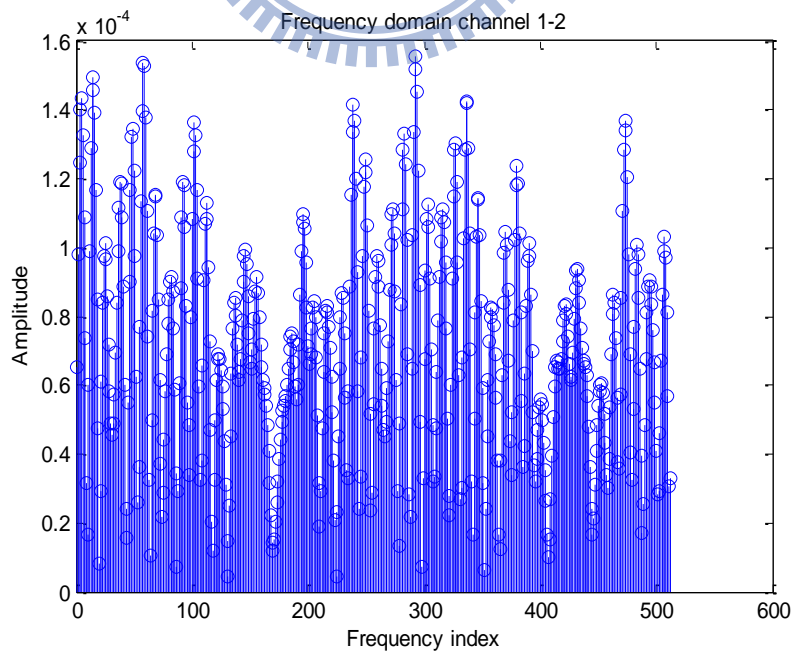


圖 4-4-6: 頻域的等效 MIMO 通道 1-2

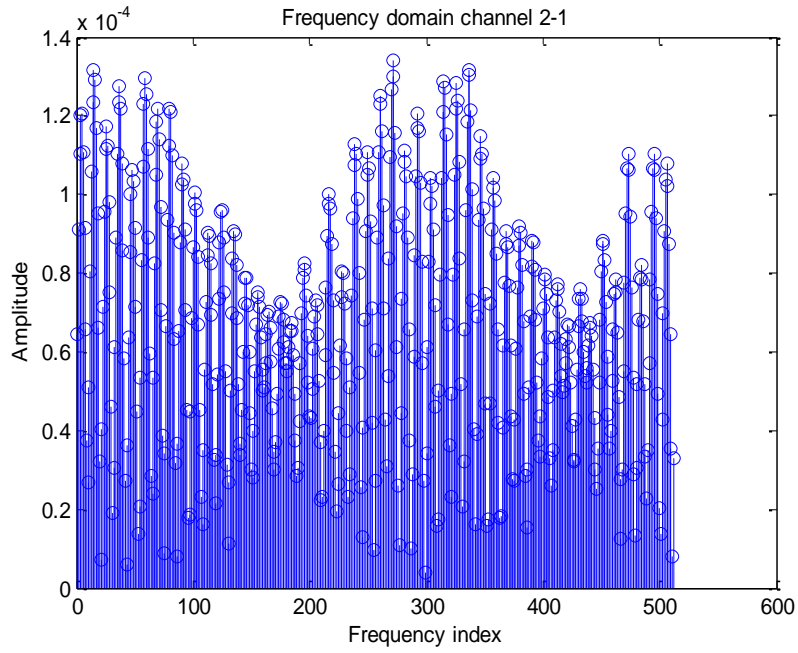


圖 4-4-7: 頻域的等效 MIMO 通道 2-1

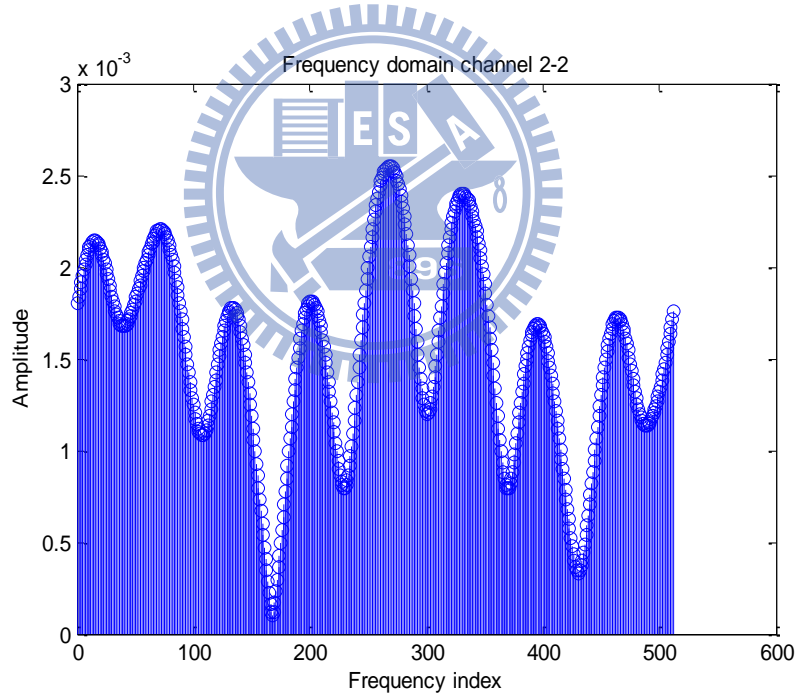


圖 4-4-8: 頻域的等效 MIMO 通道 2-2

由上面圖形可以發現，頻域的通道有些比較好，有些比較差，這是因為在時域有多重路徑，造成某些頻率無法通過，某些頻率比較容易通過。

圖 4-4-9 與圖 4-4-10 是利用 8x4 平面陣列天線分別往天花板一次反射方向與左面牆壁一次反射方向做波束形成的場型 (beam pattern)。

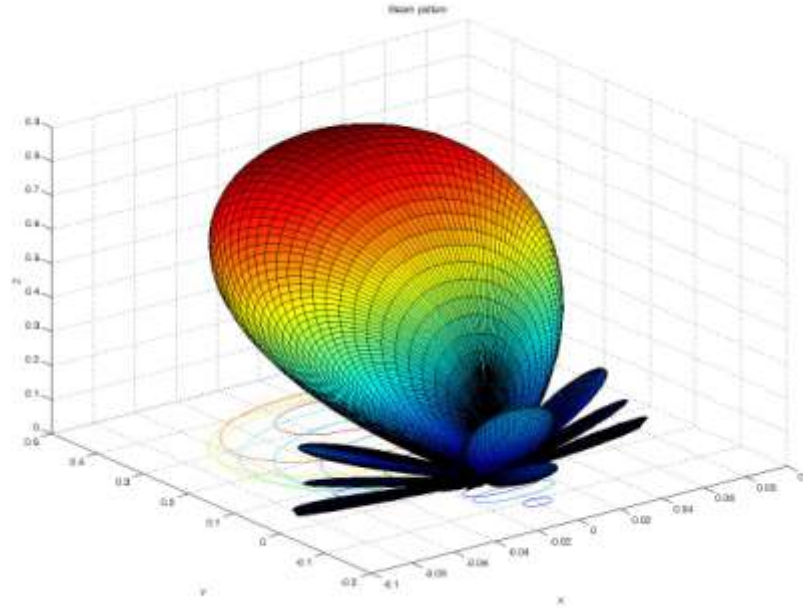


圖 4-4-9: 往天花板一次反次方向的場型

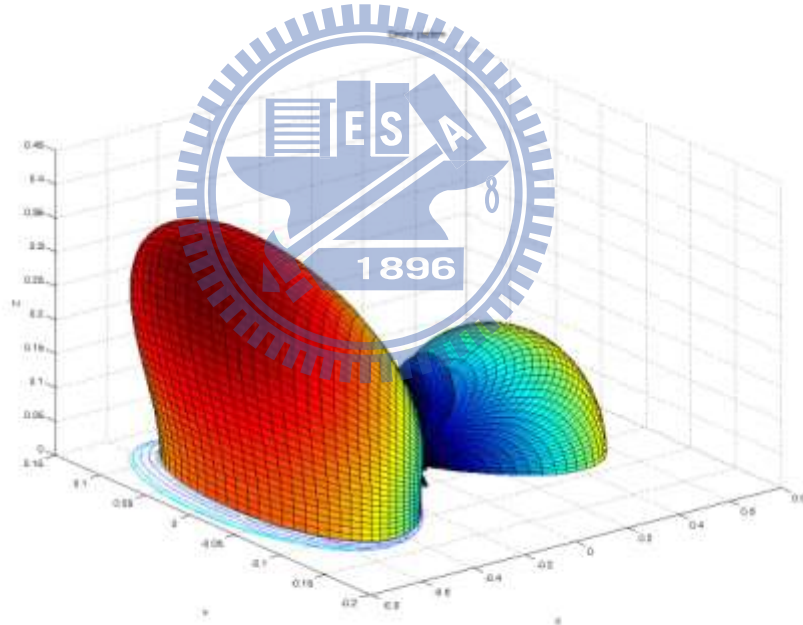


圖 4-4-10: 往左面牆壁一次反射方向的場型

我們仔細觀察往左面牆壁一次反射方向的波束形成，我們會發現如果傳送端有較大的旁葉(sidelobe)，而且接收端剛好收到旁葉來的訊號，或者接收端的波束有形成大的旁葉(sidelobe)且收到大的干擾訊號，則此 MIMO 通道的響應就不理想。舉例來說，我們可以讓傳送端分別往左面與右面牆的一次反射方向傳遞訊訊號，接收端也是分別往左面牆壁與右面牆壁一次反射方向接收，傳送端與接收端的位置相距四公尺，跟之前的環境一樣，只有改變傳送與接收的波束形成，模擬出來的等效 MIMO 通道如圖 4-4-11 到圖 4-4-14 所示。

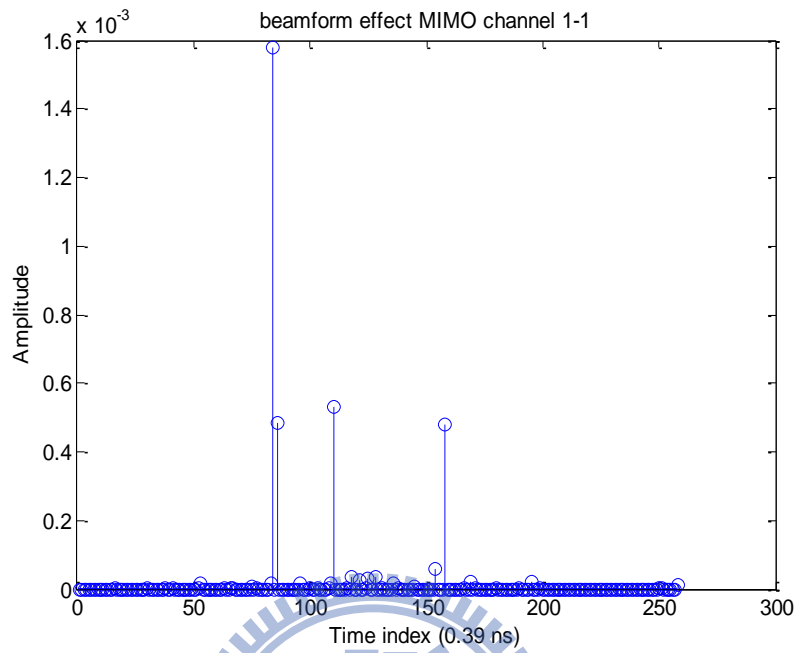


圖 4-4-11: 傳送端往左面牆壁一次反射方向傳，接收端往左面牆壁一次反射方向收的通道響應。

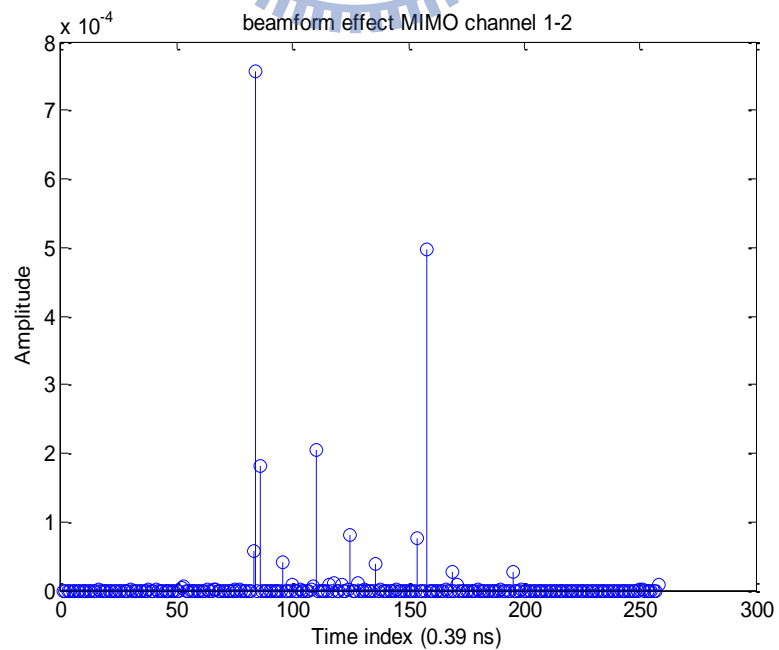


圖 4-4-12: 傳送端往右面牆壁一次反射方向傳，接收端往左面牆壁一次反射方向收的通道響應。

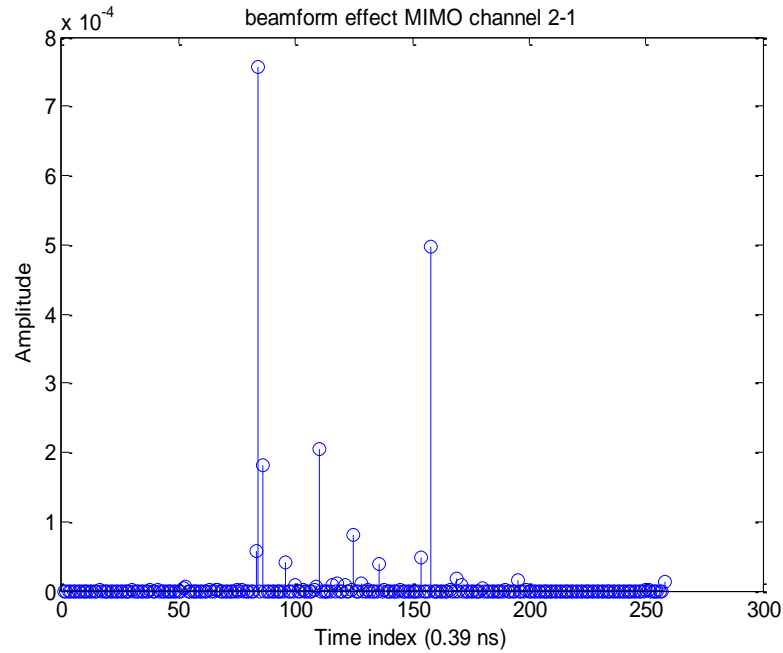


圖 4-4-13: 傳送端往左面牆壁一次反射方向傳，接收端往右面牆壁一次反射方向收的通道響應。

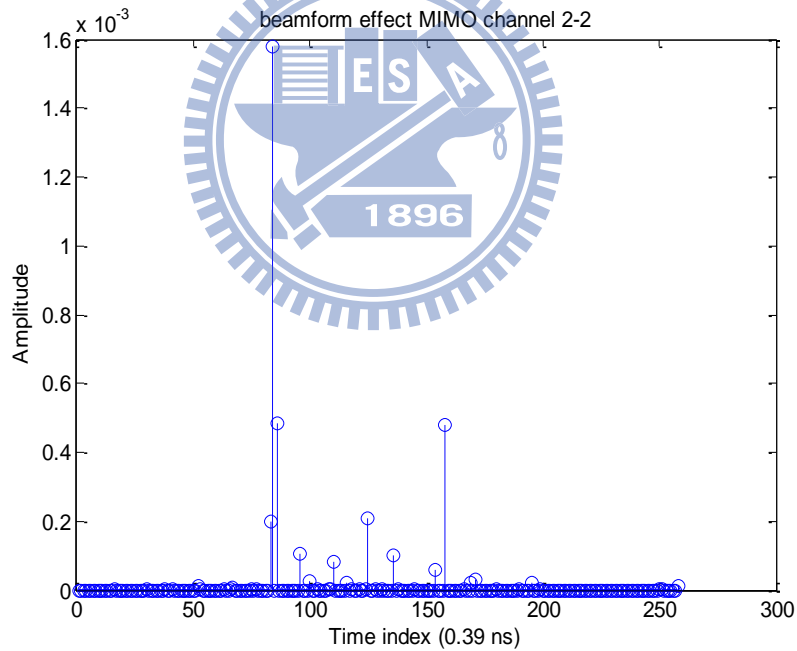


圖 4-4-14: 傳送端往右面牆壁一次反射方向傳，接收端往右面牆壁一次反射方向收的通道響應。

觀察上面那些圖，我們可以發現在此種設定下的 MIMO 通道，非常不接近平行通道，因為往左面牆壁接收的接收端會收到傳送端往右面牆壁傳的訊號，而且強度會很大。會有這種結果是因為傳送端的往右面牆壁傳的波束形成之旁葉(sidelobe)，剛好沒有被接收端的波束形成壓抑掉。也就是說傳送端與接收端如果有很大的旁葉，而且很不幸的都會有接收到干擾訊號則，就形成的的 MIMO 通道就會比較差。另外如果剛好有兩個干擾源群集同時抵達，也會造成能量加乘的效果。

第五章：模擬

5.1 OFDM 系統訊號抵達方位估測模擬

平面陣列天線的接收訊號數學模型如下：

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_x \times N_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1)) & \cdots & \text{vec}(\mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{N_x \times N_y} \end{bmatrix}$$

$$= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

其中

$$\mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k, f) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k) / C} & \cdots & e^{-j2\pi f_c (N-1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k) / C} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_c d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k) / C} & \cdots & e^{-j2\pi f_c (N-1) d_x \sin(\theta_k) \cos(\phi_k) / C} \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_c d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k) / C} & \cdots & e^{-j2\pi f_c (N-1) d_y \sin(\theta_k) \sin(\phi_k) / C} \end{bmatrix}^T, \otimes \text{是克羅內克積}$$

(kronecker product)。vec(.) 是一個把矩陣的列(column)排成一整列向量的函數。

我們可以觀察 \mathbf{a}_x 與 \mathbf{a}_y 跟天線距離 d_x 、 d_y 以及弦波頻率 f_c 有關，在 IEEE 802.15.3c OFDM 系統的規格裡，中心頻率是 60480 MHz，子載波頻率間隔 5.625 MHz，而且總共用 336 個子載波來傳資料，我們把天線之間的距離設成：

$$d_x = d_y = \frac{\lambda_c}{2}$$

也就是中心頻率的半波長，那麼對於不同頻率來說，平面陣列天線每一根天線間的相位差可以改寫成：

$$2\pi(f_c + m\Delta f) \frac{\lambda_c}{2} \sin \theta_k \cos \phi_k / C = \pi \sin \theta_k \cos \phi_k (1 + m \frac{\Delta f}{f_c})$$

其中 $m = -167 \sim 168$ ，也就是說相位差誤差值最大為：

$$(m \frac{\Delta f}{f_c}) \leq 168 \frac{\Delta f}{f_c} \leq 0.0156 \approx 1.5\%$$

OFDM 訊號為多載波，對於 IEEE 802.15.3c 系統而言如以中心頻率為計算基準，從特定方向接收訊號之最大的相位誤差將小於 1.5%，因此我們把所有載波造成的相位差視為一樣，那麼收到一個 OFDM 符元就等於收到 336 個資料可以用來統計接收相量 \mathbf{y} 的協方差矩陣(covariance)：

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H]$$

$$\approx \frac{1}{336} \sum_{m=1}^{336} \mathbf{y}_m \mathbf{y}_m^H$$

我們的模擬環境設定如下，假設有 64 根平面天線且訊號有 3 個入射角 ($80^\circ, 50^\circ$)、($45^\circ, 100^\circ$)、($10^\circ, 160^\circ$)，前述括符內的第一個參數為仰角，第二個為水平角。而且每個

方向進來的訊號功率都一樣。通道為 Rayleigh 通道。SNR 定義為單一方向訊號功率除單一天線雜訊功率，在此我們使用 2.6.3 小節中我們提出的混合式訊號抵達方位估測演算法來做模擬，並使用了 16 個 OFDM 符元，計算中所使用的取樣矩陣是 Hadamard 矩陣。模擬中我們發現沒有雜訊下單載波的平均角度估測錯誤為 0 度，而 OFDM 系統的平均角度估測錯誤為 0.15 度。在有雜訊下我們比較了單載波與 OFDM 方位估計的效能表現。模擬結果如圖 5-1-1 到 5-1-2 所示。

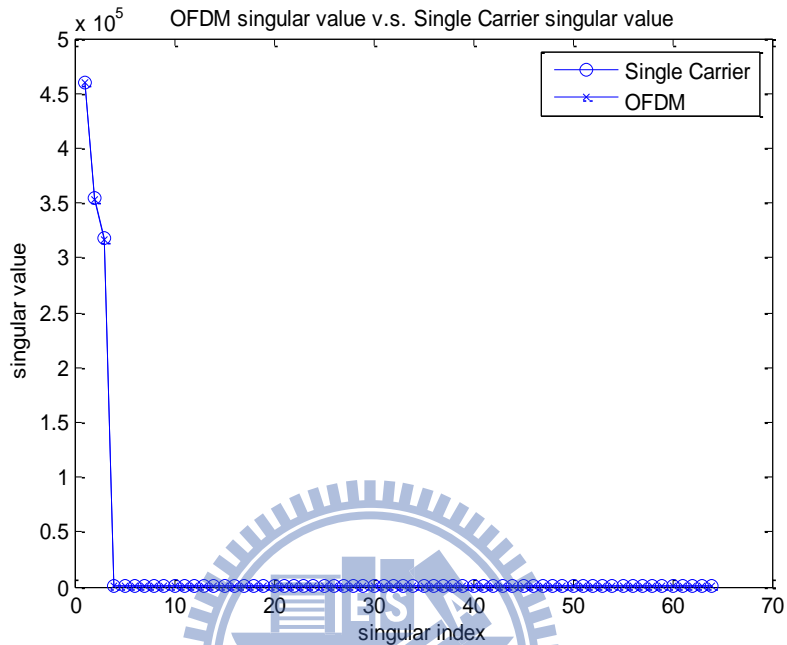


圖 5-1-1: SNR=0 下的 OFDM 與單載波的 singular value 比較(使用 16 個 OFDM 符元，Hybrid DoA)。

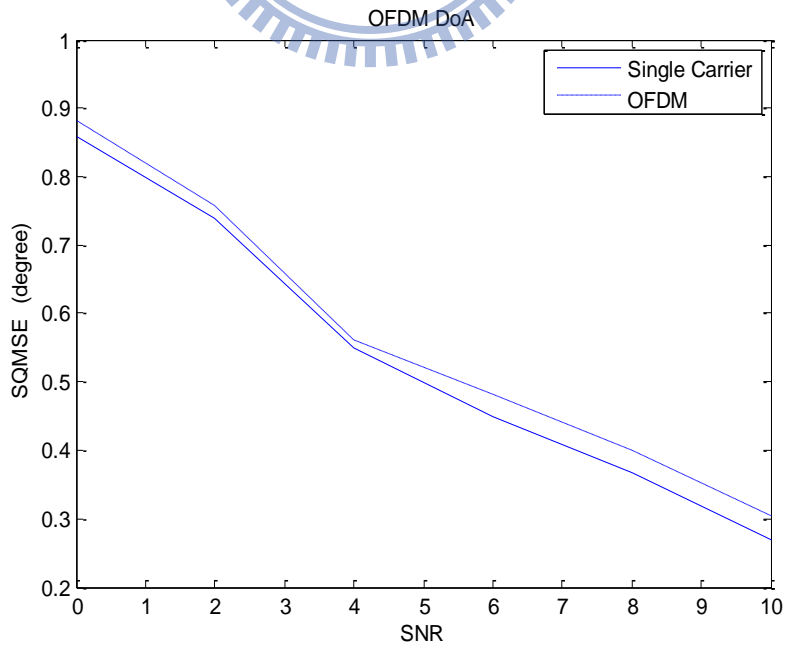


圖 5-1-2: 不同 SNR 下的 OFDM 與單載波 DoA 比較(使用 16 個 OFDM 符元，Hybrid DoA)。

從圖 5-1-2 中我們可以看出，單載波系統的估測效能比較好(Square root Mean Square Error; SQMSE)，不過差別不是很明顯，這也說明了我們將 OFDM 多載波系統視為單載波的誤差不大，跟之前的推論吻合。接下來我們將使用的 OFDM 符元數降為 4 個，模擬中我們發現沒有雜訊下單載波的平均角度估測錯誤為 0 度，而 OFDM 系統的平均角度估測錯誤為 0.27 度。在有雜訊下同樣做單載波與 OFDM 方位估計的效能比較，模擬結果如圖 5-1-3 到 5-1-4 所示：

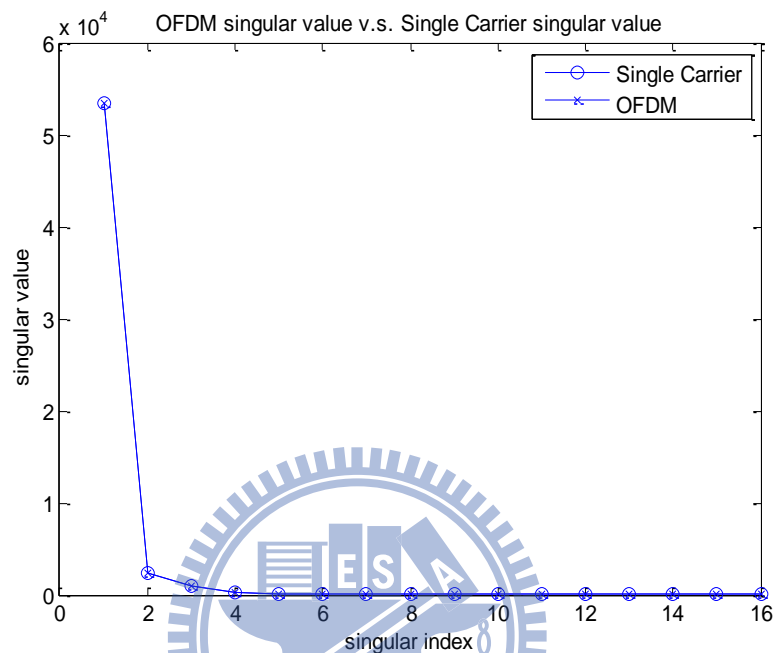


圖 5-1-3: SNR=0 下的 OFDM 與單載波的 singular value 比較(使用 4 個 OFDM 符元, Hybrid DoA)。

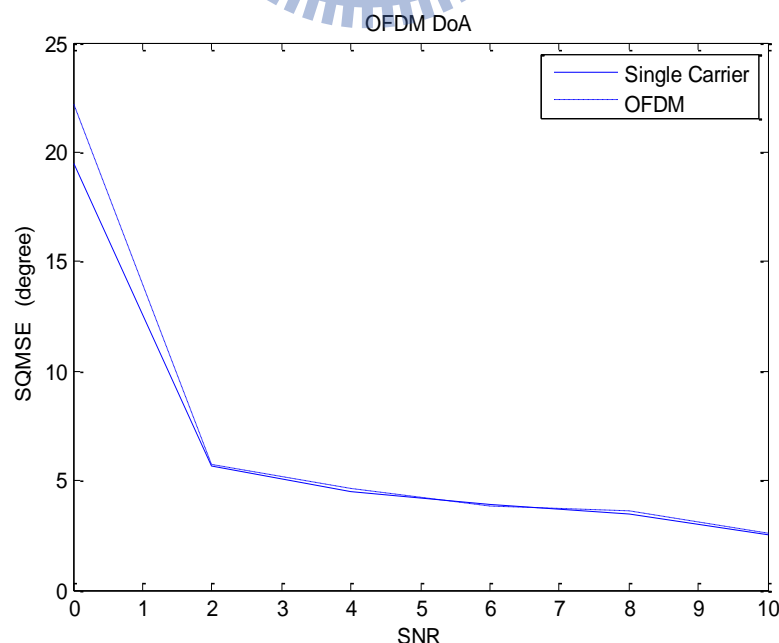


圖 5-1-4: 不同 SNR 下的 OFDM 與單載波 DoA 比較(使用 4 個 OFDM 符元, Hybrid DoA)。

從圖 5-1-4 中我們可以看出使用 4 個符元的效能比圖 5-1-2 使用 16 個符元的效能來的差，這是因為使用 4 個 OFDM 符元時間取樣，我們得到的維度只有全部 16 維(因為 16 根天線分享同一個 ADC)向量空間中的 4 維，並且我們可以把每一次取樣看成接收端分享相同 ADC 的接收區塊使用某一種特定的波束形成來接收，取樣 4 次代表接收端變換了 4 種波束形成，而使用 16 個 OFDM 符元時間取樣是使用了 16 種波束形成，也就是接收端變換了 16 種波束形成，並且得到全部 16 維向量空間。也就是說如果我們只使用 4 種波束形成下去接收，而此 4 種波束形成收不太到此訊號方向能量，則效能會變差。由圖 5-1-1 可以看到使用 16 個 OFDM 符元之混合式訊號抵達方位演算法有 3 個很大的特徵值 (singular value)，這是因為我們得到全部 16 個維度，此 3 個方向進來都有被收到，而圖 5-1-3 只有看到一個很大的特徵值，代表我們使用 16x16 的 Hadamard 矩陣前 4 個列(row)所造出來的波束形成不太能接收到此三個方向的訊號。

接下來的模擬是使用傳統的訊號抵達方位 ESPRIT 演算法，模擬環境設定是使用 4x4 天線，有 3 個入射角 $(80^\circ, 50^\circ)$ 、 $(45^\circ, 100^\circ)$ 、 $(10^\circ, 160^\circ)$ ，且每個方向進來的訊號功率是一樣，這裏是用傳統的演算法並不是混合式訊號抵達方位估測演算法，SNR 定義是之前一樣，也就是單一方向訊號功率除單一天線雜訊功率。模擬中我們發現沒有雜訊下單載波的平均角度估測錯誤為 0 度，而 OFDM 系統的平均角度估測錯誤為 0.22 度。有雜訊的模擬結果如圖 5-1-5 到 5-1-6 所示。

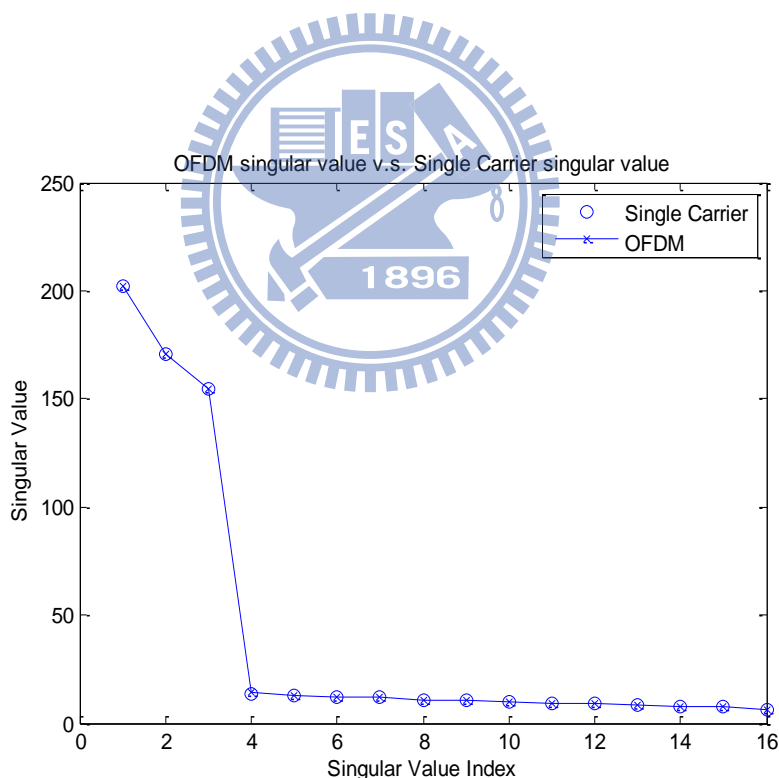


圖 5-1-5: SNR=0 下的 OFDM 與 single carrier 的 singular value 比較(傳統 4x4)。

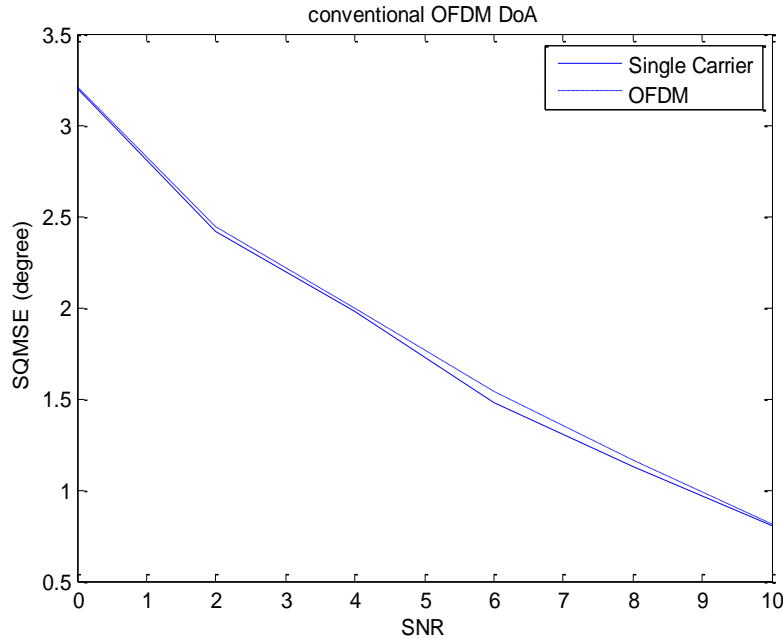


圖 5-1-6: 不同 SNR 下的 OFDM 與 single carrier DoA 比較(傳統 4x4)。

圖 5-1-6 的效能比圖 5-1-4 好，這是因為傳統的演算法每一根天線對應一個 ADC，並沒有波束形成造成的收不到能量問題。模擬傳統的 4x4 DoA 是想要與混合式 DoA 演算法使用 4 個 OFDM 符元時間來比較(因為傳統 4x4=16 根天線，而混合式 DoA 中 4 個 ADC 有 4 次輸出，4x4=16 與傳統 4x4 等效天線數一樣)。

接下來我們使用 8x8 根天線，使用的是傳統的演算法不是混合式 DoA 演算法，使用 8x8 根天線是為了與混合式 DoA 演算法等 16 個 OFDM 符元時間來做比較(因為傳統 8x8=64 根天線，而混合式波束形成中 4 個 ADC 有 16 次輸出，4x16=64 與傳統 8x8 天線數一樣)，環境參數與之前都相同，模擬中我們發現沒有雜訊下單載波的平均角度估測錯誤為 0 度，而 OFDM 系統的平均角度估測錯誤為 0.15 度。模擬結果如圖 5-1-7 到 5-1-8。

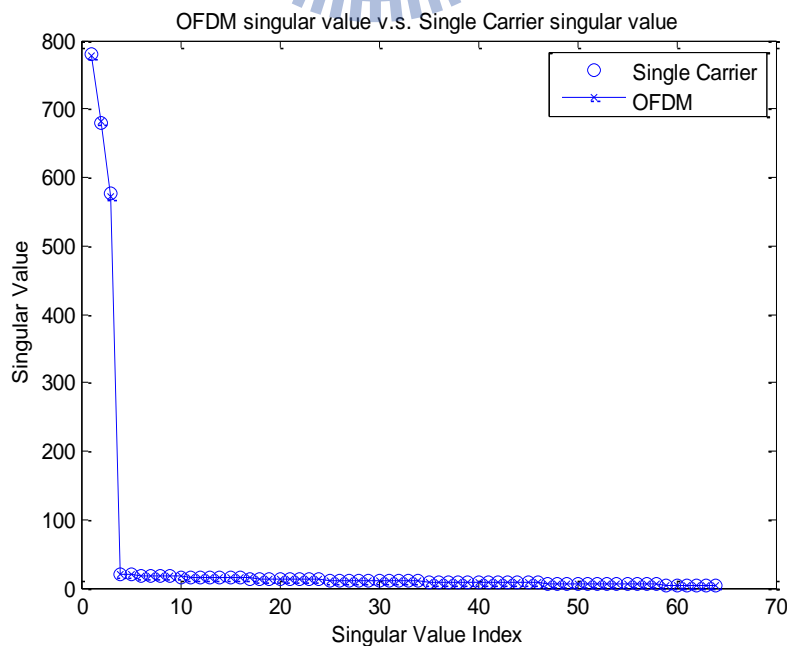


圖 5-1-7: SNR=0 下的 OFDM 與單載波的 singular value 比較(傳統 8x8)。

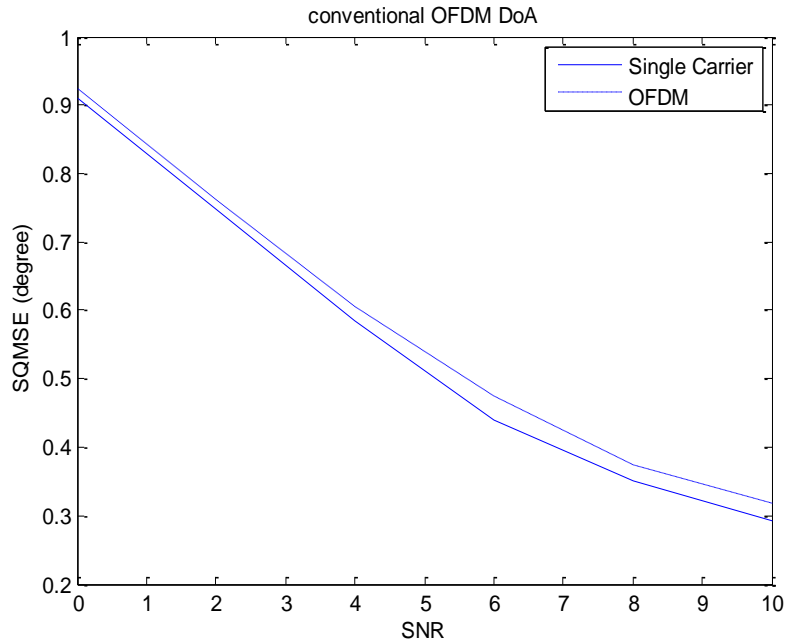


圖 5-1-8: 不同 SNR 下的 OFDM 與單載波 DoA 比較(傳統 8x8)。

由圖 5-1-8 與圖 5-1-2 互相比較可以看出，每 16 根天線分享同一個 ADC 且共有 4 個 ADC 的平面陣列天線，使用混合式 DoA 等待 16 個 OFDM 符碼的演算法效能與傳統架構 8x8 平面陣列天線效能一樣。

接下來模擬的是取樣矩陣不是有規律的 Hadarmard 矩陣，而是隨機產生的一個矩陣，產生的方法是將矩陣裡的每一個元素設為一振幅為 1 相位為隨機的隨機變數，其它環境參數都不變，使用的 OFDM 符元是 4，模擬中我們發現沒有雜訊下單載波的平均角度估測錯誤為 0 度，而 OFDM 系統的平均角度估測錯誤為 0.25 度。有雜訊的模擬結果如圖 5-1-9 到 5-1-10 所示。

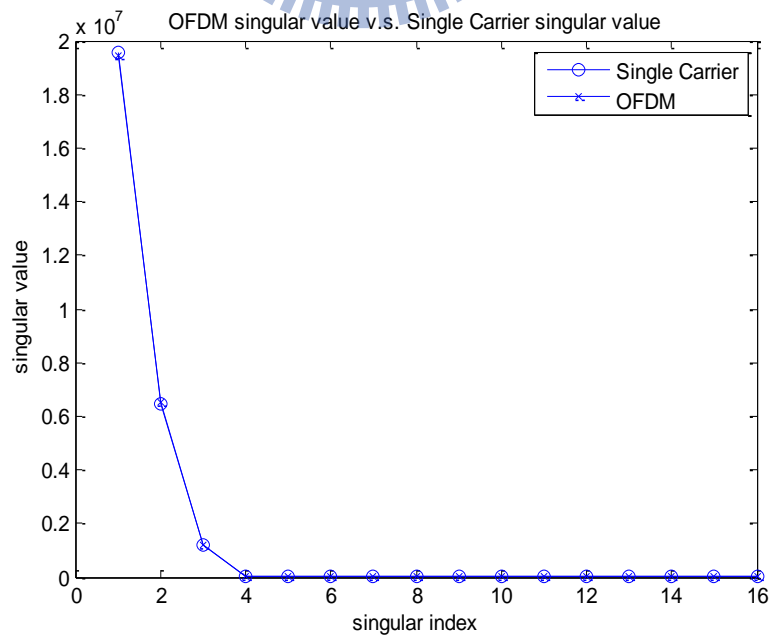


圖 5-1-9: SNR=0 下的 OFDM 與 single carrier singular value 比較(等 4 個 OFDM 符元，Hybrid DoA)。

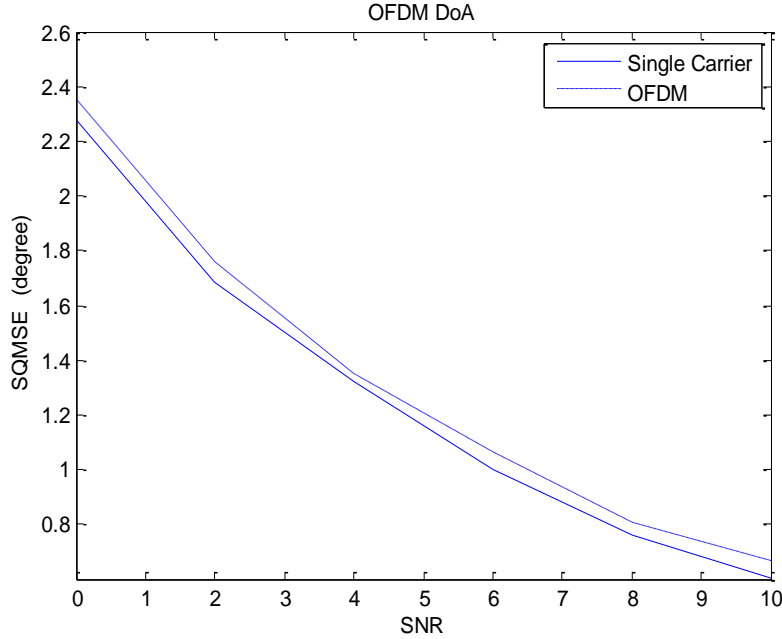


圖 5-1-10: 不同 SNR 下的 OFDM 與單載波 DoA 比較(等 4 個符元時間)。

從圖 5-1-10 中我們可以看出效能比圖 5-1-4 好，也就是說使用此隨機產生的波束形成可以收到我們設定的方向，所以效能比 Hadamard 波束形成來的好。更進一步甚至比傳統 4x4 平面陣列天線架構的效能(圖 5-1-6)來的好，這是因為我們隨機產生的波束形成剛好可以讓我們設定的 3 個入射方向能量被放大的收進來。也就是說我們的取樣矩陣會影響著效能，從此我們可以更進一步可以推展新的演算法，就是第一次估 DoA 時，我們的波束形成要對每個方向越公平越好，有了第一次的資訊之後，我們可以波束形成到第一次暫時估測出來的方向來做 DoA，效能會一步一步慢慢的提升，超越傳統沒有波束形成的演算法效能。

5.2 有誤差的波束形成模擬

平面陣列天線的類比波束形成場型(Analog Beamforming Pattern)為:

$$RF(\phi, \theta) = \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} w_{m,n} e^{j(m-1)\Psi_x} e^{j(n-1)\Psi_y}$$

$$\Psi_x = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \cos \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \cos \phi$$

$$\Psi_y = 2\pi \frac{\frac{\lambda}{2} \sin \theta \sin \phi}{\lambda} = \pi \sin \theta \sin \phi$$

$$w_{m,n} = e^{j\Psi_{m,n}}$$

我們要探討當類比端的波束形成有誤差時的效能表現，也就是:

$$\hat{w}_{m,n} = e^{j\Psi_{m,n}} \times e^{jn_{m,n}}$$

$$n_{m,n} = N(0, \sigma^2)$$

其中 $n_{m,n}$ 是做波束形成時，移相器(phase shifter)的誤差，誤差模型為高斯。在此我們做一些模擬以了解此誤差對波束形成的影響。首先我們把波束指向正上方，觀察不同

的 σ 所形成的場形。

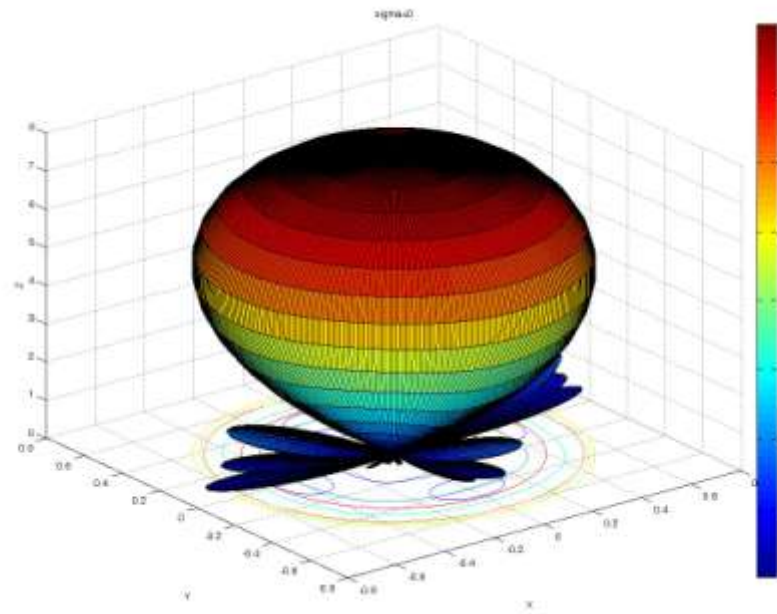


圖 5-2-1: $\sigma = 0^\circ$ 指向正上方的波束

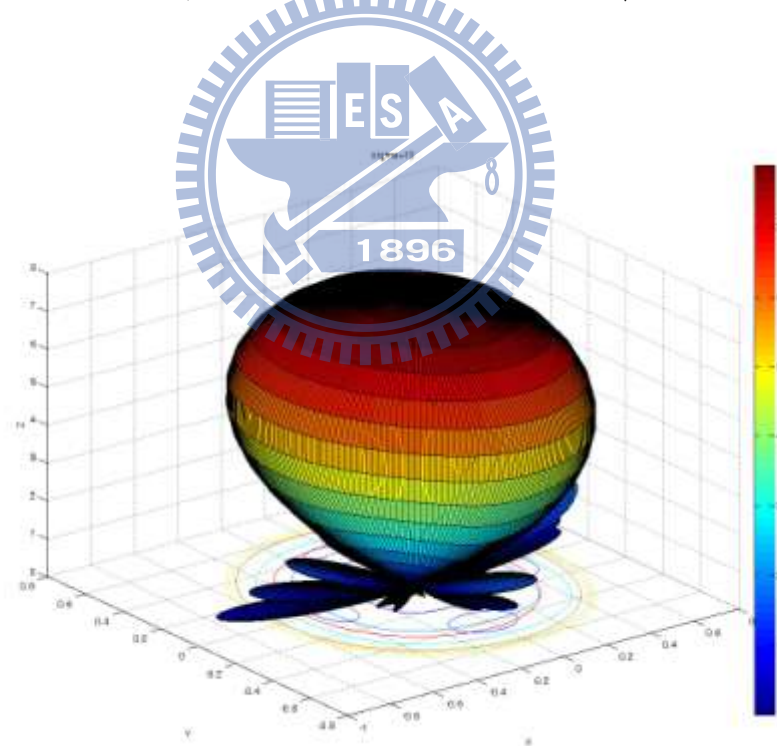


圖 5-2-2: $\sigma = 10^\circ$ 指向正上方的波束

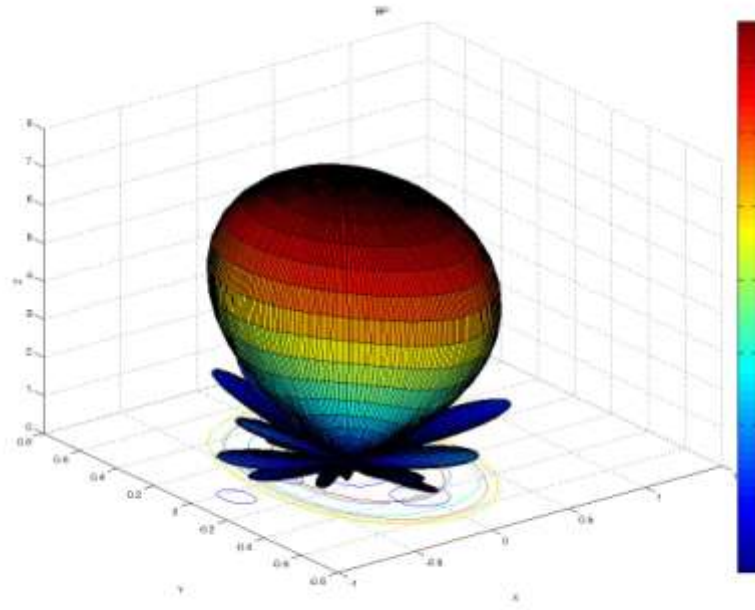


圖 5-2-3: $\sigma = 20^\circ$ 指向正上方的波束

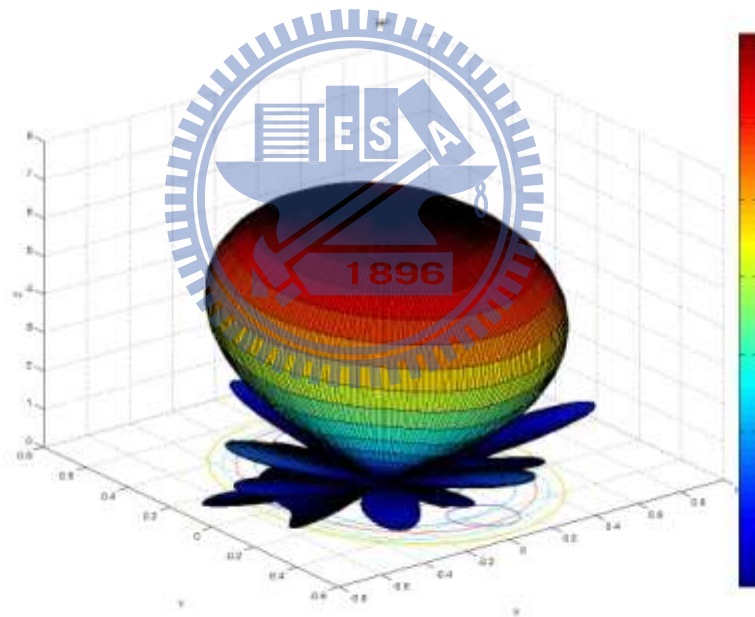


圖 5-2-4: $\sigma = 30^\circ$ 指向正上方的波束

從圖 5-2-1 到 5-2-4 可以看出，即使誤差到 $\sigma = 30^\circ$ 的時候場型的形狀改變不大，只有大小改變，正上方強度從 8 掉到 7。接下來我們把波束指向垂直角 30 度，水平角 0 度，變化不同的 σ ，觀察波束的變化。

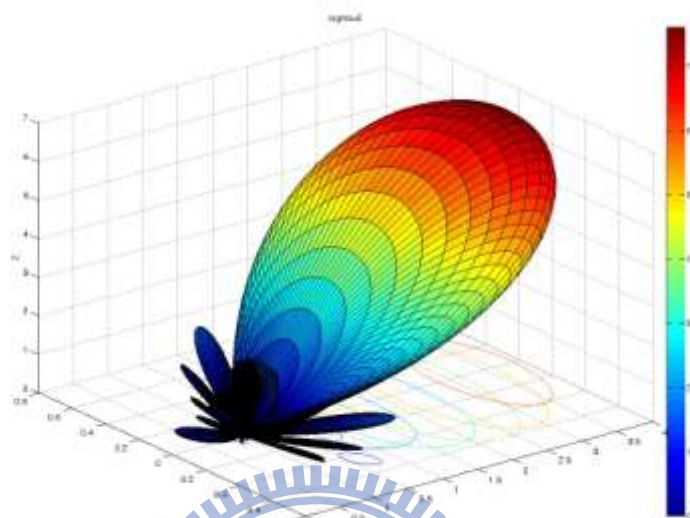


圖 5-2-5: $\sigma = 0^\circ$ 指向垂直角 30 度，水平角 0 度的波束

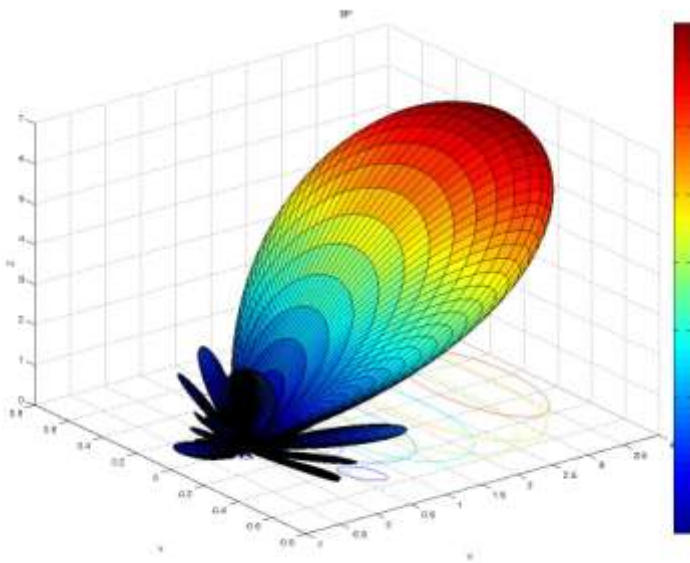


圖 5-2-6: $\sigma = 10^\circ$ 指向垂直角 30 度，水平角 0 度的波束

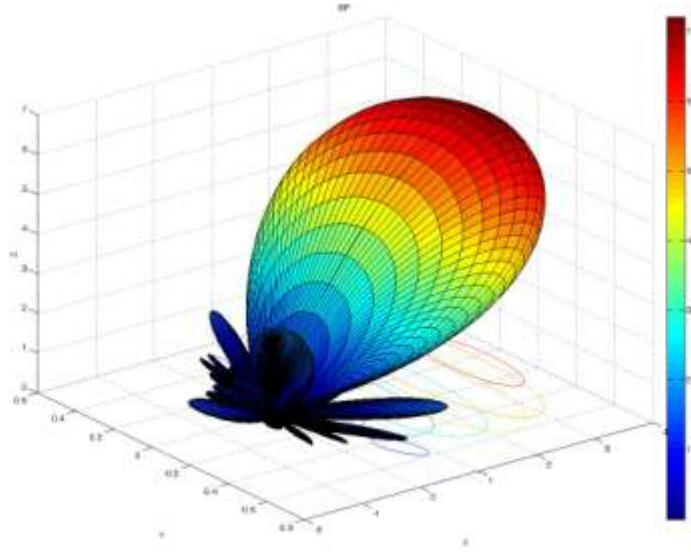


圖 5-2-7: $\sigma = 20^\circ$ 指向垂直角 30 度，水平角 0 度的波束

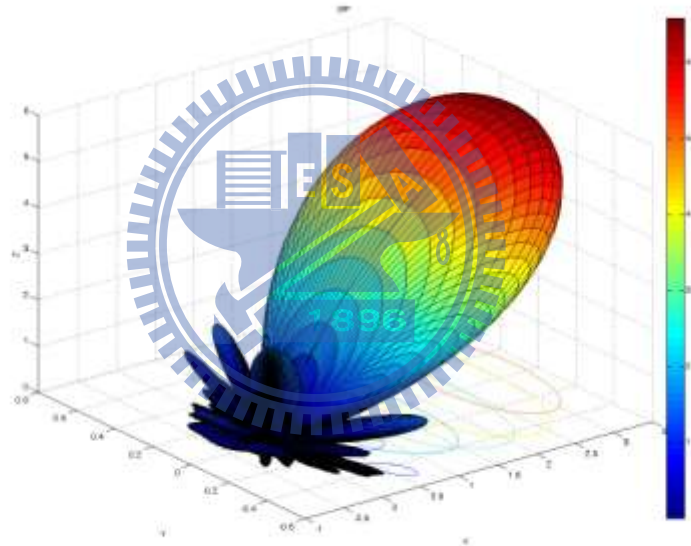


圖 5-2-8: $\sigma = 30^\circ$ 指向垂直角 30 度，水平角 0 度的波束

從圖 5-2-5 到 5-2-8 中我們可以看出與之前的推論吻合，也就是當誤差小的時候場型的形狀改變不大，只有大小改變。

5.3 無直視傳輸下 MIMO 傳輸的通道容量與 SISO 傳輸的通道容量模擬分析

本小節我們要探討不同位置的接收端與傳送端使用不同傳輸模式的通道量比較，並且考慮 DoA 估測的誤差與波束形成誤差，首先傳送端與接收端的位置如下圖 5-3-1 所示：

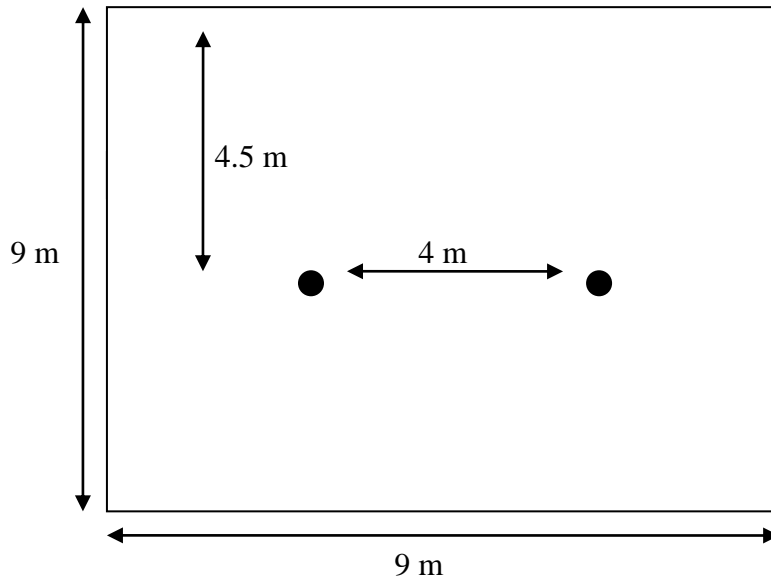


圖 5-3-1: 傳送與接收端位置俯視圖

SISO 通道為天花板一次反射互傳，MIMO 通道為天花板一次反射與左面牆壁一次反射。一開始先假設 DoA 與波束形成很完美，得到的第 200 個子載波通道容量比較圖如下(之後的子載波都是使用第 200 個)，SNR 的定義是一般 SISO 所定義的 SNR。

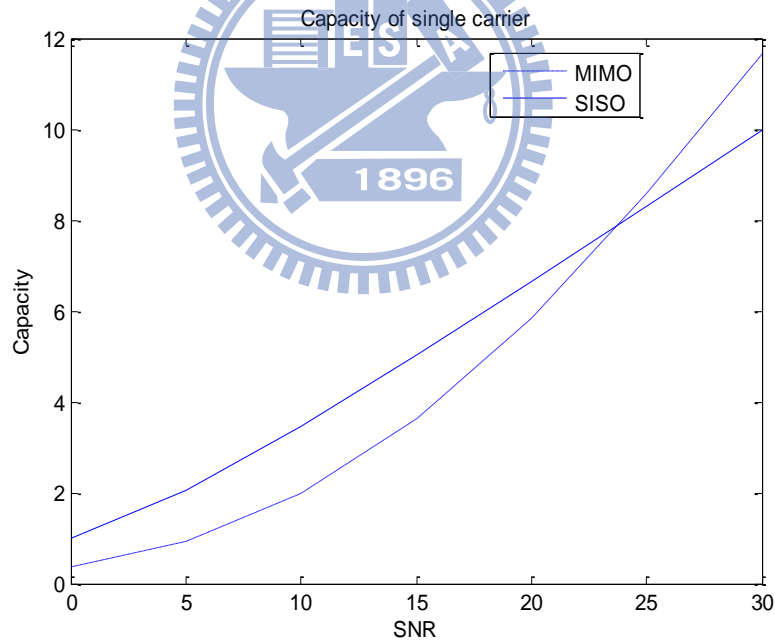


圖 5-3-2: DoA 與波束形成都很完美的通道容量

接下來我們模擬 DoA 有誤差時，對系統通道容量的影響，我們假設誤差為高斯分佈，其變異數為 σ^2 。

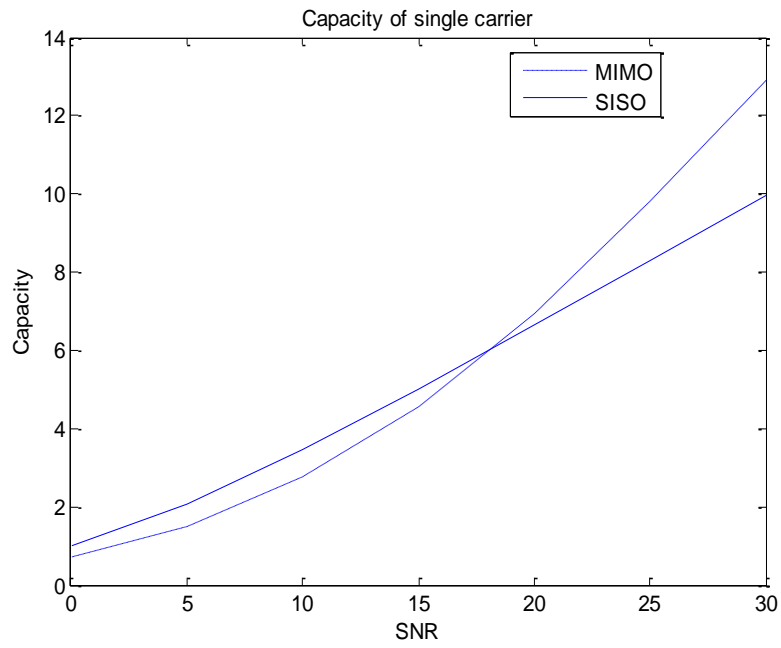


圖 5-3-3: DoA 有誤差的通道容量， $\sigma = 5^\circ$

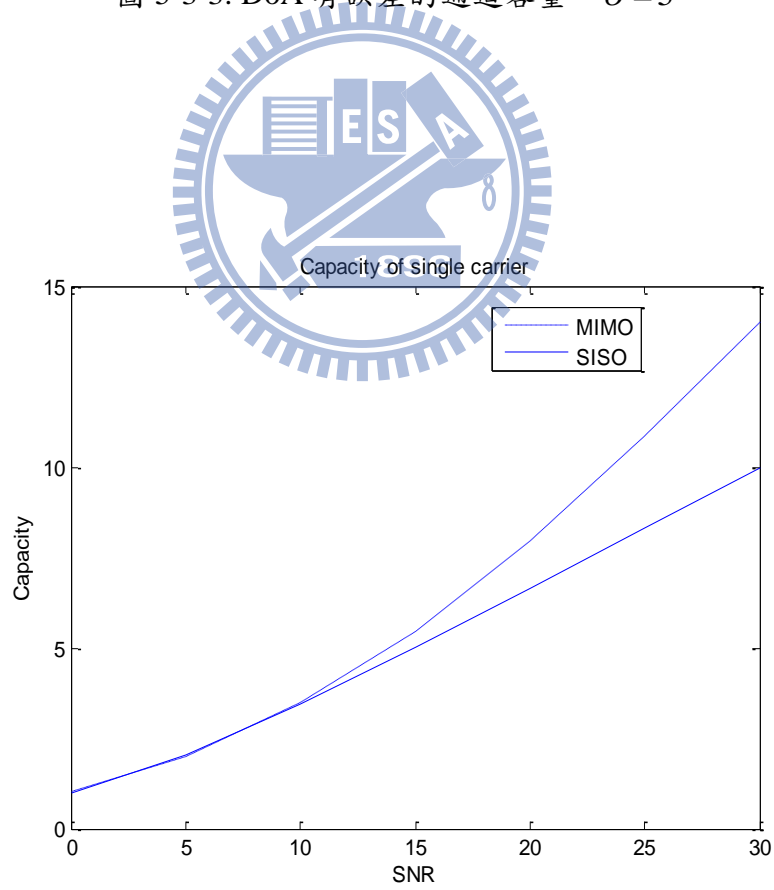


圖 5-3-4: DoA 有誤差的通道容量， $\sigma = 7^\circ$

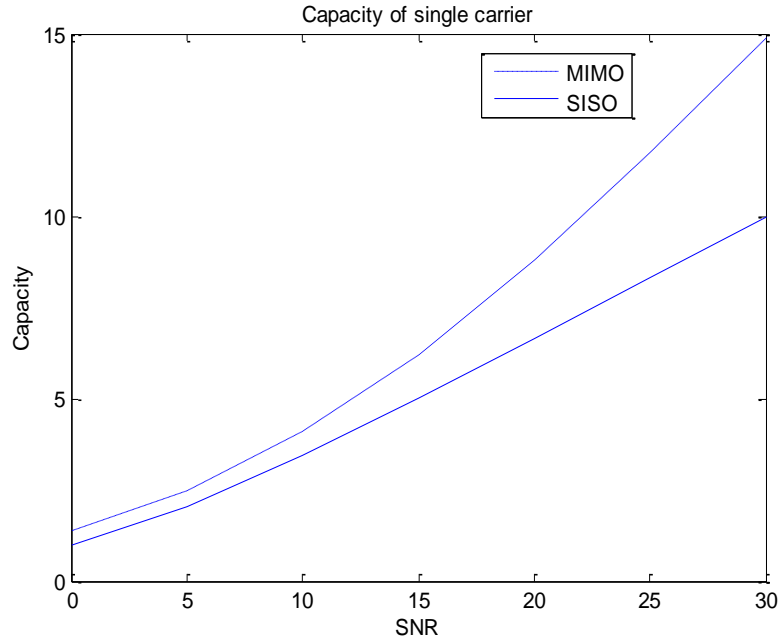


圖 5-3-5: DoA 有誤差的通道容量， $\sigma = 9^\circ$

接下來我們模擬每一根天線都有相位角的誤差時，對波束形成的影響。在此誤差之分布假設為高斯，對系統通道容量的影響如圖 5-3-6 到所示。

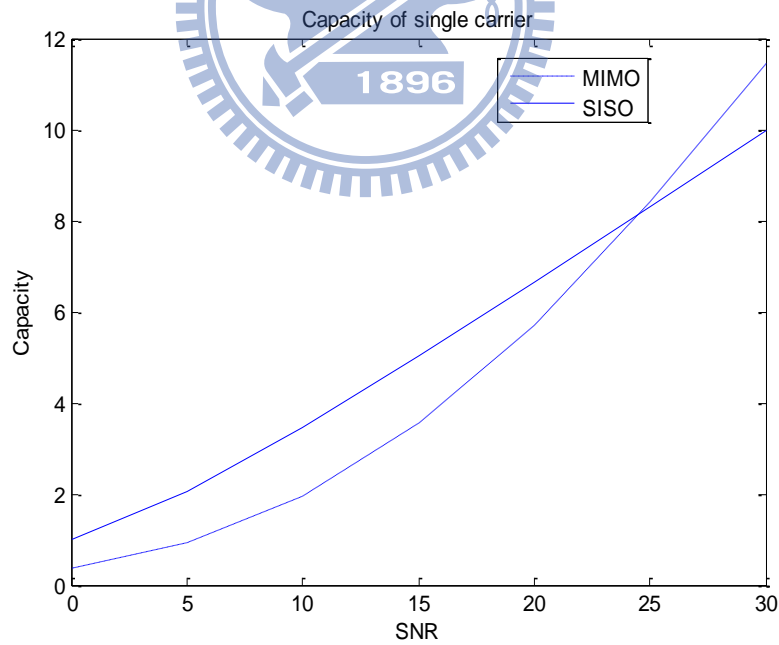


圖 5-3-6: 波束形成有誤差的通道容量， $\sigma = 10^\circ$

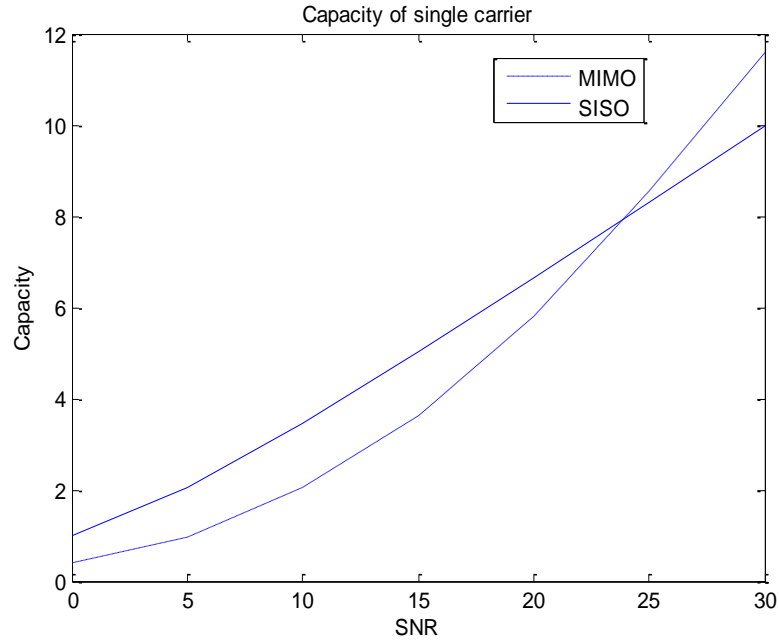


圖 5-3-7: 波束形成有誤差的通道容量， $\sigma = 40^\circ$

由圖可以看出波束形成誤差對 SISO 與 MIMO 的差距幾乎沒有影響。接下來我們改變傳送端與接收端的位置，天花板高度為 1 公尺，示意圖如下：

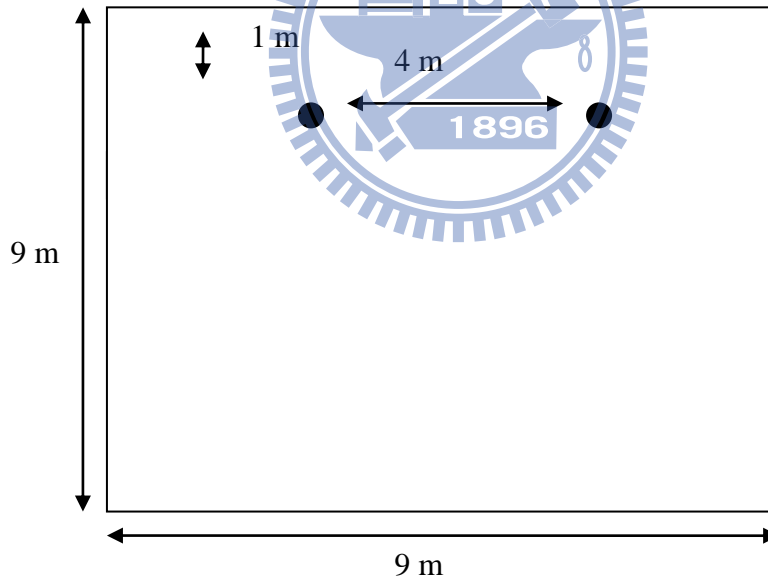


圖 5-3-8: 新的傳送端與接收端位置俯視圖

SISO 通道為天花板一次反射互傳，MIMO 通道為天花板一次反射與左面牆壁一次反射。此時往牆壁的一次反射才是最佳的一次反射，這是因為單一天線場型的影響。通道容量比較如圖 5-3-9 所示：

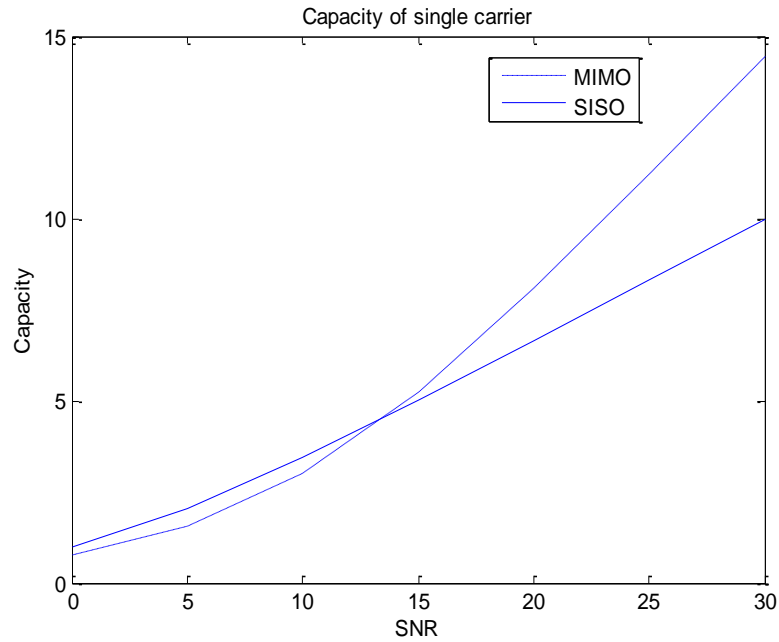


圖 5-3-9: DoA 與波束形成都很完美的通道容量

由圖 5-3-9 可以看出 MIMO 效能已經與 SISO 非常接近，這是因為 SISO 沒有往最佳的一次反射方向發射，而是往第二佳的一次反射方向發射，而 MIMO 是往最佳以及次佳的一次反射方向發射。

接下來我們模擬 DoA 有誤差時的通道容量，結果如圖 5-3-10 所示。

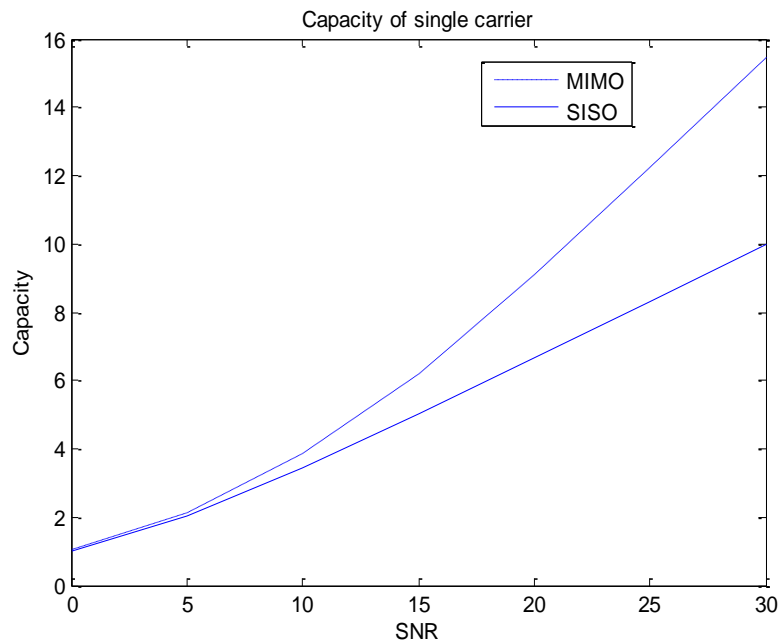


圖 5-3-10: DoA 有誤差的通道容量， $\sigma = 5^\circ$

5.4 迴音消除器模擬

迴音消除器架構如下圖 5-4-1:

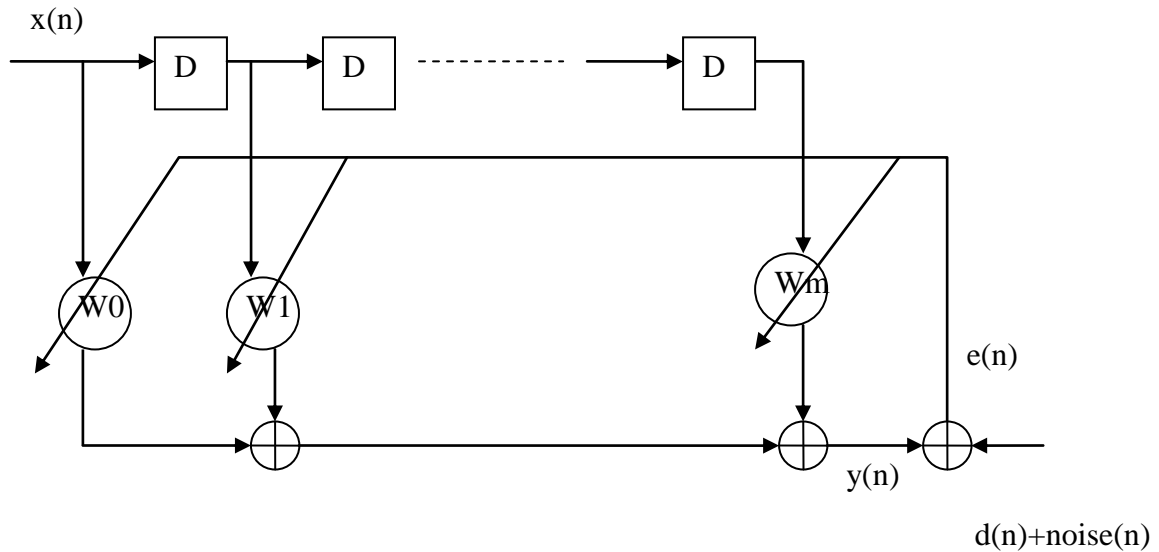


圖 5-4-1: 迴音消除器架構圖

我們定義模擬參數 $x(n)$ 為 16QAM 訊號，也就是 $\text{Re}\{x(n)\} \in \{\pm 1, \pm 3\}$ ， $\text{Im}\{x(n)\} \in \{\pm 1, \pm 3\}$ ， $m=4$ (共 5 個係數)， $d(n) = \text{conv}(x, h)$ ，其中迴音通道響應設為 $h = [0.1 + j0.2, 0.02 + j0.01, 0.006 + j0.004]$ 。Noise(n) 為複數高斯白雜訊。SNR=20dB=d(n) 的功率/noise(n) 的功率。LMS 演算法:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu e^*(k) \mathbf{x}(k)$$

w 的初始值為 0，我們改變 μ 來觀察，其結果如圖 5-4-2 所示:

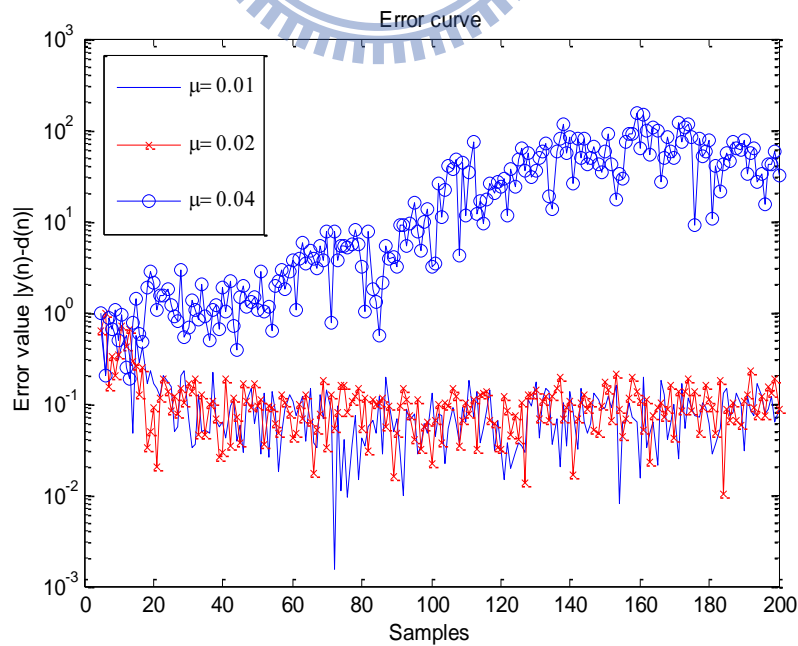


圖 5-4-2: 估測與實際的誤差比較圖

理論上的最小 MMSE=noise 的功率，會是 7.11×10^{-2} 的平方，而我們用 $\mu = 0.01$ 所模擬出

來的為 $MSE=7.8\times 10^{-2}$ 的平方，與理論值很接近。表 7-4-1 顯示了使用不同 μ 時之 MSE 比較：

	$\mu=0.001$	$\mu=0.01$	$\mu=0.02$
\sqrt{MSE}	7.28×10^{-2}	7.8×10^{-2}	1.1×10^{-1}

表 7-4-1: 不同 μ 之 MSE 比較

接下來我們來觀察收斂速率，令 w 之初始值為 $h+\sqrt{1/5}$ (這是為了讓 w 與正確值誤差一開始為 1，因為有 5 個 tap，每一個誤差 $\sqrt{1/5}$)：

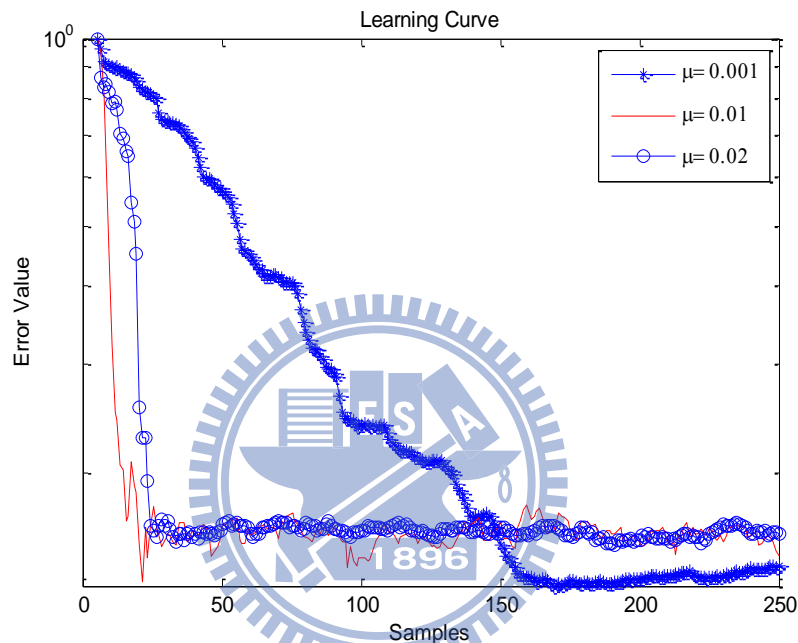


圖 5-4-3: 收斂速度比較圖

由圖我們可以觀察出 μ 越小收斂速度越慢但是越精準。

5.5 有波束形成與無波束形成在 802.15.3c 之比較

傳送端與接收端位置安排如圖 5-3-1 所示，我們要比較有做波束形成與沒做波束形成的效能，在此我們是使用 IEEE 802.15.3c 的系統，通道響應如下圖 5-5-1~5-5-2 圖所示：

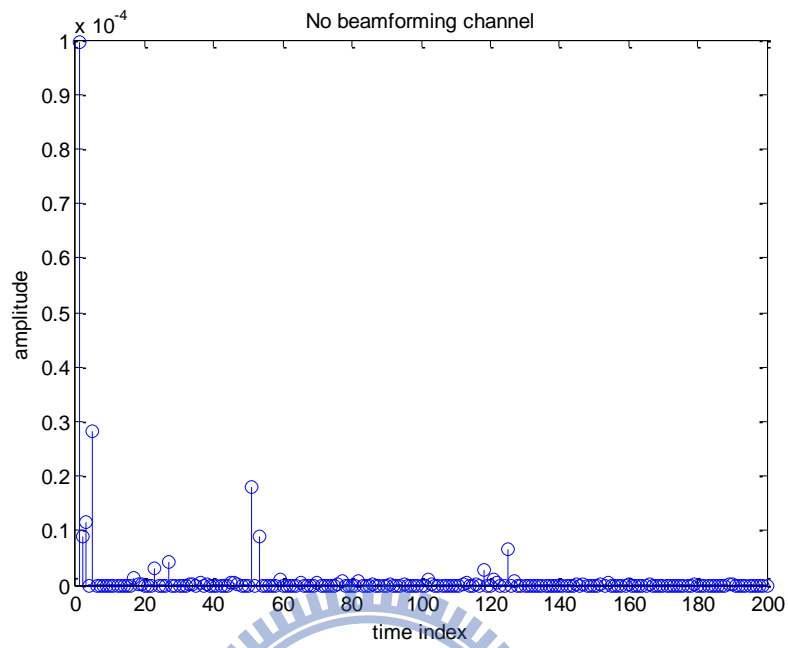


圖 5-5-1: 沒有波束形成的通道

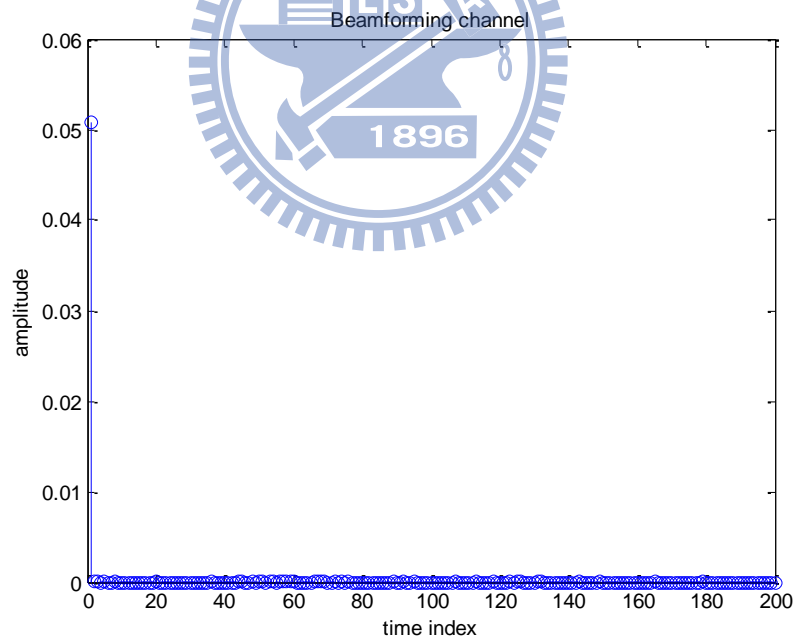


圖 5-5-2: 有波束形成的通道

利用圖 5-5-2 與 5-5-1 的通道，我們模擬錯誤率之效能，結果如 5-5-3 與 5-5-4。

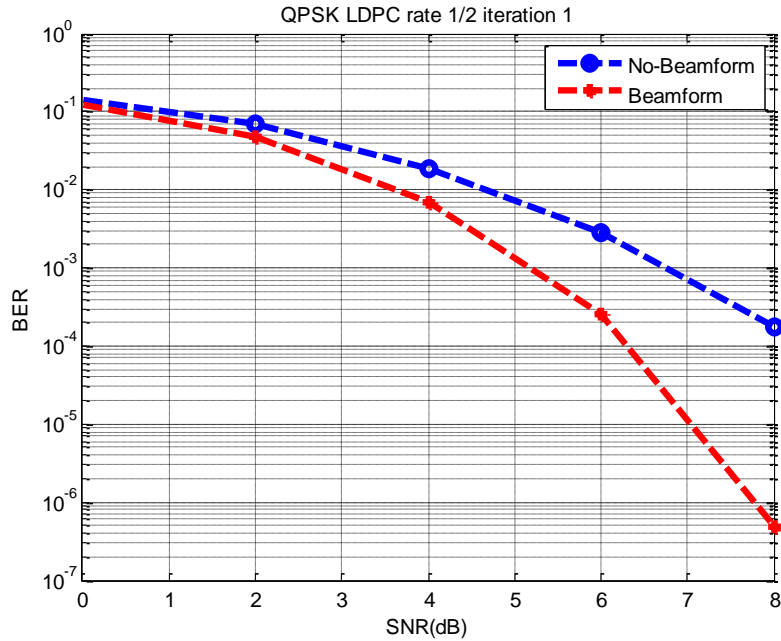


圖 5-5-3: 有無波束形成之錯誤率比較圖

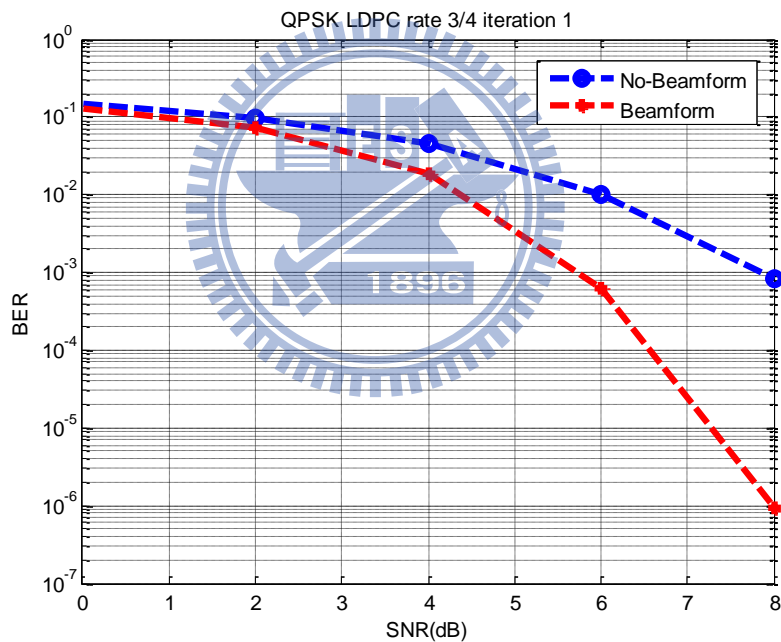


圖 5-5-4: 有無波束形成之錯誤率比較圖

從圖 5-5-3 到 5-5-4 中我們可以看出有波束形成效能比沒有波束形成好，這是因為做了波束形成之後，通道可以等效成 AWGN 通道，而沒有波束形成則會是多重路徑通道，效能會變差。

5.6 使用通道模型的 OFDM DoA 估測模擬

藉由 OFDM Cyclic Prefix 的保護，即使不同的群集(也就是不同方向)抵達接收端的時間不一樣，但是他們是相同時間的 OFDM 符碼。而在同一個群集裡面的射線，角度非常接近，我們把它視為一樣的角度，因此把此群集做複利葉轉換即得到此一方向每個頻率的通道增益。也就是說我們把通道模型產生的通道，對個別群集做複利葉轉換得到

每個接收方向、每個頻率的增益。而不同接收天線之間的相位差是利用每個群集的入射角度來計算。

我們假設傳送端可以不要做波束形成，而且傳送端與接收端的位置如圖 5-6-1，圖 5-6-2 是此傳送接收位置沒有波束形成的通道：

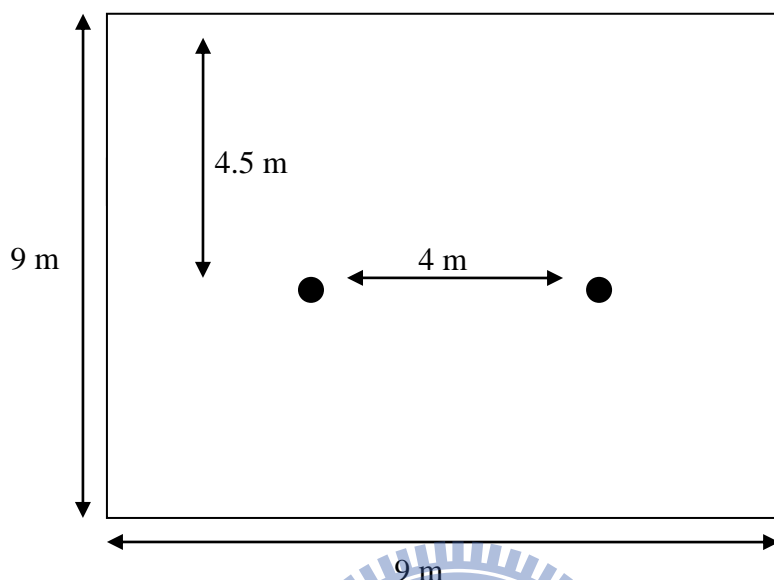


圖 5-6-1:傳送端與接收端位置俯視圖

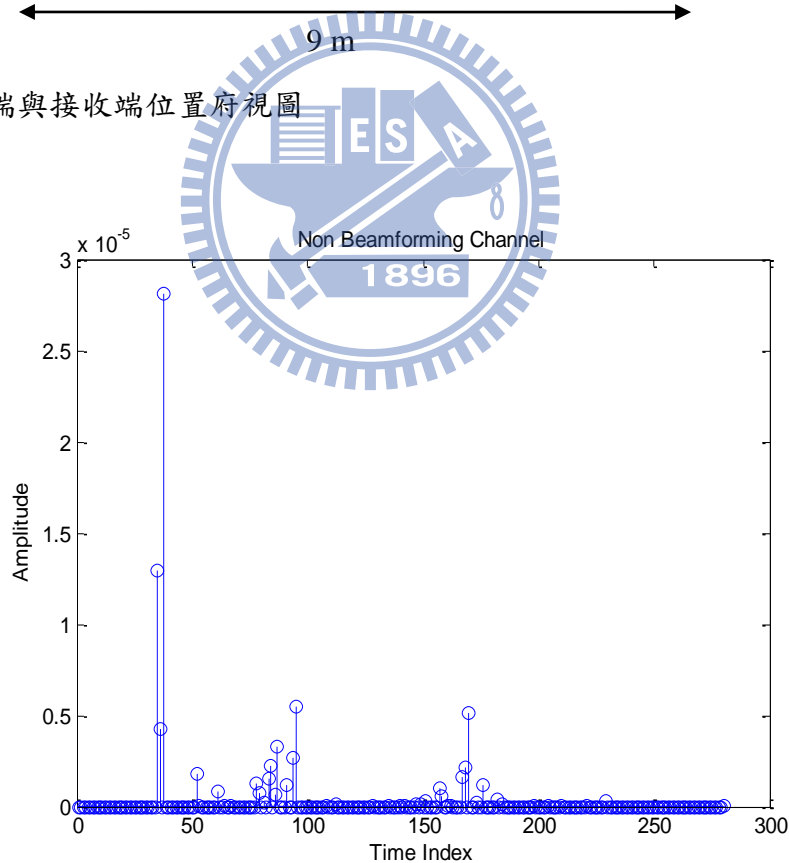


圖 5-6-2:沒有波束形成的通道

我們取通道的最大 64 根，其他視為雜訊如下圖：

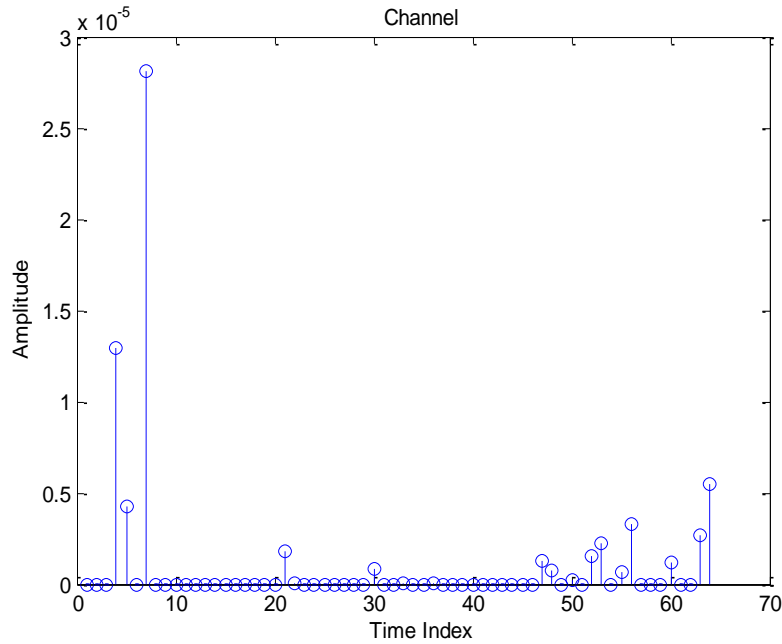


圖 5-6-3: 能量最大 64 根的通道

圖 5-6-3 是由五個方向群集所組成的通道，我們把個別方向群集抽離出來，做複利葉轉換，得到每個方向每個頻率的通道增益，如下圖 5-6-4:

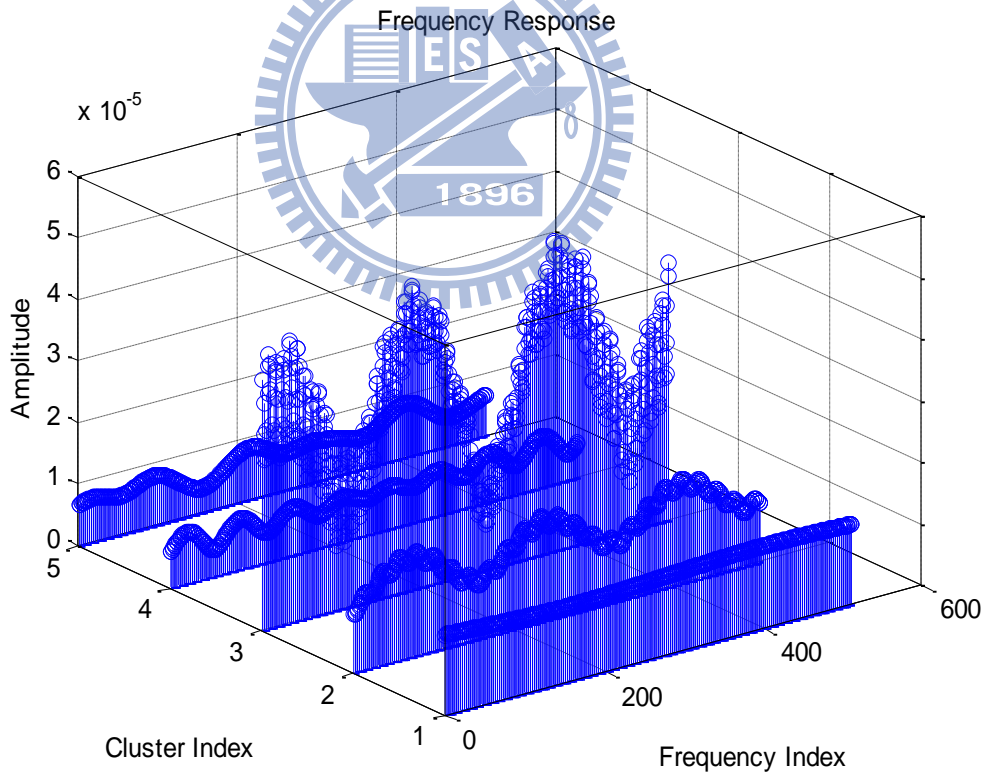


圖 5-6-4: 每個方向每個頻率的通道增益

圖 5-6-5 是高 SNR 下(100dB)的 DoA 估測結果，使用的演算法是所提出的混合式訊號抵達方位估測，共使用連續 4 個符碼時間，取樣矩陣為隨機產生，模擬中我們發現沒有雜訊下單載波的平均角度估測錯誤為 0 度，而 OFDM 系統的平均角度估測錯誤為 0.34 度。不同 SNR 之 DoA 比較圖如圖 5-6-6:

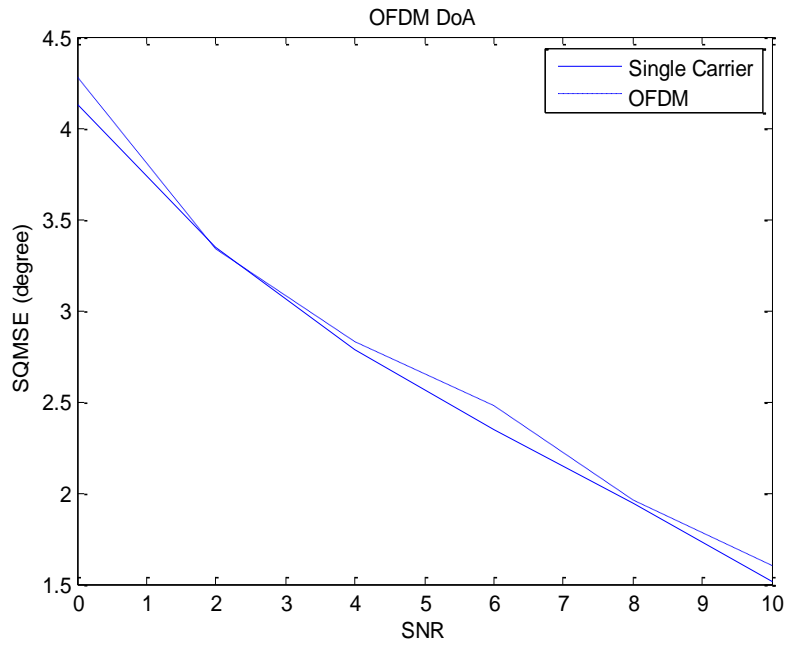
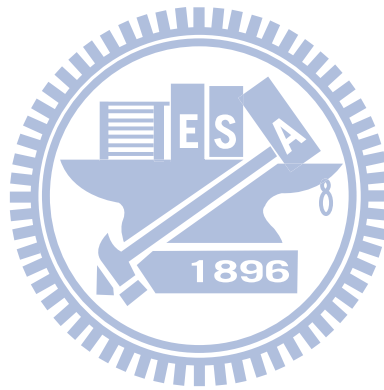


圖 5-6-5:不同 SNR 的 DoA 估測結果



第六章：結論

在本篇論文中，我們研究了使用混合式平面天線之 60 GHz 系統下及其非直視傳輸技術，我們首先提出了混合式訊號抵達方位估測演算法(hybrid DoA estimation algorithm)，並且模擬分析了此演算法在 OFDM 系統下的效能，我們發現在 IEEE 802.15.3c 規格下，此 OFDM 系統的 DoA 估測效能與單載波系統的 DoA 估測效能非常接近，此外混合式訊號抵達方位估測演算法除了節省了硬體的成本外，它的精準度還有可能超越傳統的演算法，這是因為我們可以調整天線的場型進而使接收到此方向的能量比傳統單一天線接收此方向的能量還大。

接著我們建立了 60 GHz 頻帶之波束形成 MIMO 傳輸架構與 60 GHz MIMO 傳輸通道模型，並發現當傳送端波束形成方向與實際的應該波束形成的方向有偏差時，MIMO 傳輸的通道容量在低 SNR 時甚至會比 SISO 傳輸的通道容量來的好，根據我們的模擬，當誤差是用高斯雜訊的模型，結果顯示其標準差大於 7 度時，不管 SNR 為何，MIMO 傳輸的通道容量都比 SISO 傳輸的通道容量來得大，這是由於使用 MIMO 傳輸的架構的關係，傳送端的波束比較寬，因而可以容忍比較大的誤差。

最後我們也提出了全雙工中繼轉傳架構，它可以有效的解決非直視環境所造成的問題而且不會損失傳輸的效率。因為全雙工的傳輸會產生迴音的問題，為了解決此問題，我們也設計了一個迴音消除器來增進轉傳的效能，模擬顯示我們的架構可以在低的運算複雜度下有效的消除迴音。本論文將波束形成以及迴音消除分開來處理，各自做將問題最佳化。另一做法是將這兩個問題合併來考慮，一起做最佳化，此為一可繼續研究的課題。另如何決定傳送之波束形成方向我們並沒有探討，這也是一未來可繼續的研究方向。



Reference

- [1] Z. Zhang, M. F. Iskander, Z. Yun, and A. H. Madsen, "Hybrid smart antenna system using directional elements—Performance analysis in flat rayleigh fading, " *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 51, no. 10, pp.2926–2935, Oct. 2003.
- [2] M. Rezk, W. Kim, Z. Yun, M. F. Iskander, "Performance comparison of a novel hybrid smart antenna systems versus the fully adaptive and switched beam antenna arrays," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol.4, pp.285-288, 2005.
- [3] N. Celik, W. Kim, M. F. Demirkol, M. F. Iskander, "Implementation and experimental verification of hybrid beamforming" ,Oct. 2006.
- [4] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 34, pp. 276-280, Sep. 1986.
- [5] B. Ottersten, M. Viberg, and T. Kailath, "Performance analysis of the total least squares ESPRIT algorithm," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 39, pp. 1122-1135, May 1991.
- [6] IEEE doc. 802.11-09/0334r0, Alexander Maltsev ,Intel , March , 2009
- [7] Sau-Hsuan Wu, Lin-Kai Chiu, Ko-Yen Lin, and Shyh-Jong Chung . (2008). "Planar arrays hybrid beamforming for SDMA in millimeter wave applications". *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2008. PIMRC 2008. IEEE 19th International Symposium on*
- [8] T. Kuhwald and H. Boche, "A constrained beam forming algorithm for 2D planar antenna arrays," in *Proc. IEEE VTC-Fall*. Amsterdam, The Netherlands, Sep. 1999.
- [9] C. S. MacInnes, "Source localization using subspace estimation and spatial filtering," *IEEE J. Oceanic Eng.*, vol. 29, pp. 488 – 497, 2004
- [10] M. C. Vanderveen, Alle-Jan van der Veen, "Estimation of Multipath Parameters in Wireless Communication," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 46, 1998