

國立交通大學

電信工程研究所

碩士論文

基於修改線性規劃法及偏差修正法之無線
感測網路定位

**Modified Linear Programming and Bias
Correction in Wireless Sensor Networks**

研究生：邱祺祥

指導教授：謝世福 教授

中華民國一百零一年七月

基於修改線性規劃法及偏差修正法之無線感測網路

定位

**Modified Linear Programming and bias correction in
Wireless Sensor Networks**

研 究 生：邱祺祥

Student：C.H. Chiu

指導教授：謝世福

Advisor：S. F. Hsieh

國立交通大學

電信工程研究所

碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Department of Electrical Engineering

Institute of Communications Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of

Master of Science

In

Communication Engineering

Hsinchu 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零一年 七 月

基於修改線性規劃法及偏差修正法之無線感測網路定位

學生：邱祺祥

指導教授：謝世福

國立交通大學電信工程研究所

中文摘要

在無線感測網路發展快速的現今，其應用的範圍十分廣泛，其中又以定位為一個熱門的議題。定位可以應用在室內以及戶外區域，藉由基地台接收手機或是待測物的訊號去推測出之間的距離，來求得最終待測物的位置。而室內或是大都會定位系統中，最容易造成較大定位誤差的干擾為 NLOS(非直視性)情形，由於手機待測物及基地台之間有障礙物，因此使得量測的距離有過長的現象。NLOS 效應之減緩可以分成兩種方向：知道統計特性及不知道統計特性。不知道 NLOS 統計特性情況下則是藉由非線性最小方差將 NLOS 偏差當作未知數估計，或是藉由一組粗估位置尋求殘餘量中帶有 NLOS 偏差的訊息，並且加以估計 NLOS 偏差量來修正開始粗估的位置，過去也有提出利用線性規劃法利用 LOS 量測建立目標方程式，NLOS 量測建立可行域來輔助定位。本論文將著重於不知道 NLOS 統計特性的情形，修改過去所提出的基於泰勒線性化並且帶限制式的 NLOS 偏差修正方法，藉由不考慮 NLOS 限制式，能有較短的求解時間以換取定位準確度，以及用泰勒線性以及新增變數法來修改線性規劃法中基於相減法的目標方程式，並且進一步提出基於泰勒線性化法之可行域之建立，改善定位準確度，最後則是將此可行域之建立，套用在現有線性規畫法之延伸，最後將藉由電腦模擬驗證我們所提出之方法。

Modified Linear Programming and bias correction in Wireless Sensor Networks

Student: C. H. Chiu

Advisor : S. F. Hsieh

Department of Communication Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

Localization in wireless sensor network in a Non-Line-of-Sight environment, , has become an important issue recent years. NLOS (Non0Line-of-Sight) is one of the most crucial biases when localizing the mobile at indoor or urban area. It can cause large errors in our solution of localization because the measurements are much longer than the actual distance. There are two common ways to mitigate the NLOS situation: known and unknown statistics. In the past, there are some localization algorithms with unknown statistics. Use nonlinear weighted LS treating NLOS biases into unknowns with constraints. Or roughly localize the mobile pretending all the BS are LOS, and use residual concept to estimate the NLOS bias. Then correct the “rough” position. Linear programming use LOS measurements constructing cost function, and use NLOS measurements build feasible region to help positioning. This thesis will focus on the unknown statistic properties. By using different linearization methods and without constraints to modify the bias correction method. Shortening the computation time in exchange for positioning accuracy. And a significant improvement can be achieved by modifying the cost function of the linear programming method and the establishment of the feasible region. We will verify our proposed method by computer simulation.

致謝

轉眼間，碩士生涯即將告一段落，回想當初剛進來交大時懵懵懂懂的我，更有迷失在做研究的路途，一直到今天能完成這本論文，有太多太多的人需要感謝。首先謝謝我的家人，在我漫漫求學生涯中經濟上的無虞並且不時的給予我支持與鼓勵。感謝我的指導教授，用一個嚴謹的態度教導我去面對研究上的困難。感謝我最好的朋友們，俊佑、梅爾許傑異、張爸、jamie 大大、言異常、冠杰、阿邦、台妹及美月能讓我在新竹的研究生活中多了很多不同，也感謝假掰銘、瘋婷、賭懶民、資順、布萊德秉璽、韋廷、玉莘這些不在新竹的好朋友們一起瘋過的時間，更要感謝依蓁在這些時間，一起完成碩士學業，並互相鼓勵以及走過很多的人生旅途，也謝謝吳爸吳媽的照顧，讓我在新竹有著另一個家的感覺。

回首這些日子，點點滴滴浮現在心中，研究生涯只占了人生的一小部分，這幾年中讓我對於自己審視了很多不足，不久後將踏入人生的另一個階段，脫離學生生活，相信更是一個不一樣的旅程，有著更多的困難與挑戰，想起一句話，人生的路途上我們一定會遇到困難和挫折，沒有人會注意你怎麼摔倒，但一定会有人注意你怎麼爬起來，希望未來也能莫忘初衷，這些年所學習到的一切，所遇過的挫折，都能幫助我在未來人生中有著更堅定的心智去面對所有。

目錄

中文摘要	i
Abstract	ii
致謝	iii
目錄	iv
圖片目錄	vi
表格目錄	viii
1. 簡介	1
2. 定位演算法	4
2.1 量測	4
2.2 直視性情況下之 TOA 定位演算法	5
2.2.1 最大概似機率估計	6
2.2.2 線性最小方差估計	7
2.2.2a 相減法	7
2.2.2b 泰勒線性化法	8
2.2.2c 新增變數法	10
2.2.3 利用一般化最小方差法作權重 $C(N,2)$ 相減法	11
3. NLOS 情況下利用偏差修正法之定位	16
3.1 權重非線性最小方差	16
3.2 帶限制式之 NLOS 偏差修正法	17

3.3 修改 NLOS 偏差修正法.....	21
4.NLOS 情況下利用修改線性規劃法之定位.....	25
4.1 現有線性規劃法介紹.....	25
4.2 利用其他線性化方法建立線性規劃目標方程式.....	30
4.2a 利用泰勒線性化法建立目標方程式.....	30
4.2b 利用新增變數法建立目標方程式.....	33
4.3 利用泰勒線性化建立可行域.....	34
4.4 現有線性規劃法延伸.....	42
5.電腦模擬.....	48
5.1 利用 GLS 作權重 $C(N,2)$ 相減法.....	48
5.2 修改 NLOS 修正偏差法.....	50
5.3 線性規劃法之比較.....	53
5.3.1 修改目標方程式之線性規劃法.....	53
5.3.2 利用泰勒線性化形成可行域之比較.....	55
5.4 利用人工 NLOS 擴張線性規劃法比較.....	58
6.結論.....	61
參考文獻.....	62

圖片目錄

圖 1.1 無線感測網路定位系統示意圖.....	1
圖 2.1 LOS 情況之 TOA 量測示意圖.....	5
圖 3.1 手機及基地台間 NLOS 發生情況示意圖.....	16
圖 3.2 帶限制式之 NLOS 偏差估計修正流程圖.....	22
圖 3.3 修改 NLOS 偏差修正法之流程圖.....	23
圖 4.1 矩形放鬆之可行域示意圖.....	28
圖 4.2 泰勒線性化之對於圓之幾何關係.....	35
圖 4.3 泰勒線性化之可行域示意圖.....	35
圖 4.4 原始，矩形放寬，泰勒放寬之可行域示意圖比較之一.....	36
圖 4.5 兩個 NLOS 基地台情況下封閉區間可能比較.....	38
圖 4.6 原始，矩形放寬，泰勒放寬之可行域示意圖比較之二.....	38
圖 4.7 泰勒線性化之非封閉可行域示意圖.....	39
圖 4.8 原始，矩形放寬，泰勒放寬之可行域示意圖比較之三.....	39
圖 4.9 矩形放寬結合泰勒放寬之可行域示意圖.....	40
圖 4.10 線性規劃目標方程式及可行域之流程圖.....	42
圖 4.11 加上人工 NLOS 後放大的 LOS 示意圖.....	43
圖 4.12 加上一組人工 NLOS 後可行域形成示意圖.....	43
圖 4.13 矩形放寬加上一組人工 NLOS 可行域之變化.....	44
圖 4.14 泰勒放寬加上一組人工 NLOS 可行域之變化.....	44
圖 5.1 $C(N,2)$ 相減法與利用一般化最小方差作權重之 $C(N,2)$ 相減法比較.....	49
圖 5.2 帶限制式 NLOS 偏差修正跟修改過後偏差修正方法比較.....	51
圖 5.3 改變 NLOS 個數針對定位誤差 $<5m$ 比例之比較.....	52
圖 5.4 模擬環境之基地台分布.....	54

圖 5.5 不同線性化建立之線性規劃法比較.....	55
圖 5.6 不同可行域之線性規劃法比較.....	56
圖 5.7 固定 NLOS 統計特性改變雜訊之 MSE 比較.....	57
圖 5.8 固定雜訊統計特性改變 NLOS 之 MSE 比較.....	58
圖 5.9 矩形及泰勒之擴增比較.....	59
圖 5.10 矩形及泰勒之擴增比較 (泰勒差)	60



表格目錄

表 5.1 運算時間比較.....	49
-------------------	----



第一章

簡介

在最近幾年，隨著無線網路的蓬勃發展，許多無線網路之應用[1]也成為熱門的話題，包含了醫療，搜索及商用等，目前被廣泛使用的無線定位系統為 GPS(global position system)，GPS 利用了人造衛星以及待測者之間的資訊來找出待測者的位置，而在一般使用者中，利用 GPS 需要較大的代價，因此目前現有的研究皆是如何從少數的 GPS 系統或式已知基地台位置，藉由跟未知手機或是待測者的位置距離關係量測，來找出手機或待測者的最終估計。以圖 1.1 為例 BS 1、2、...N 為移動式基地台，MS 1、2...M 為手機。

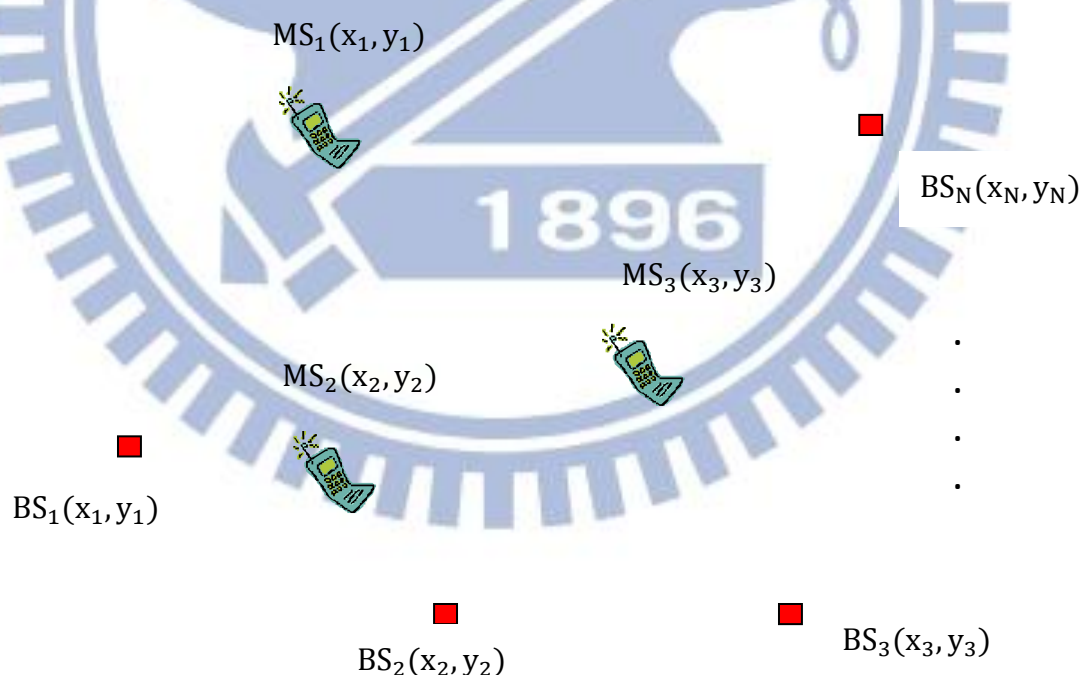


圖 1.1 無線感測網路定位系統示意圖

較常見的是利用 TOA(Time of Arrival)[2]方法來量測手機跟基地台之間的距離，

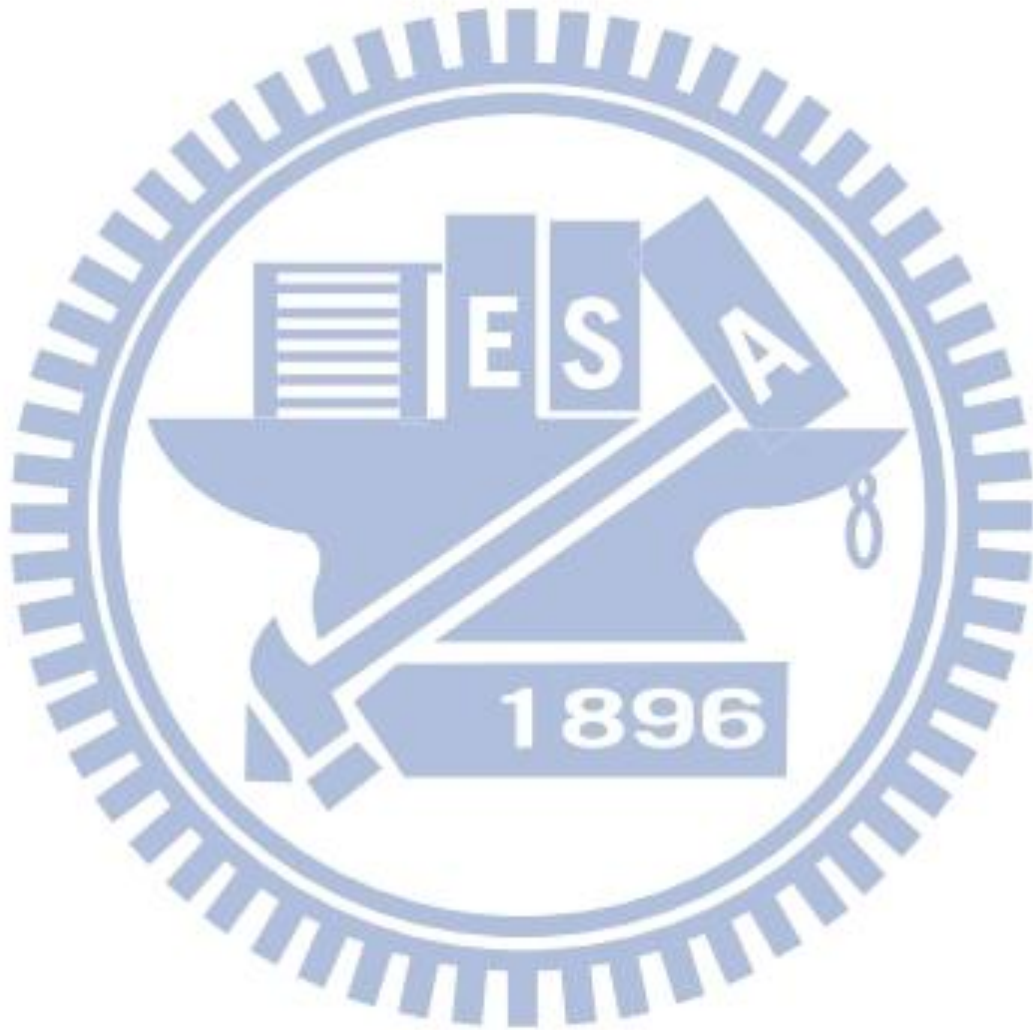
利用手機訊號至基地台間的飛行時間乘上速度將可以得到我們估測的距離。而定位系統中，手機以及基地台之間分成兩種狀態分別為:LOS(Line-of-Sight)及NLOS(Non-Line-of-Sight)，當手機待測物及基地台之間沒有障礙物的情形下，一般而言皆可得到一個夠準的定位結果，不過在都會區或是室內定位系統中，NLOS 為一個常見的現象，使得我們原本的距離量測造成過長的效應，因此直接影響了我們最後定位的結果變差。

過去所提出的 NLOS 減緩方法分成兩種，一種是利用 NLOS 的統計特性，結合雜訊以及 NLOS 偏差之機率分布函數[4][19]接著利用最大概似估計法求解，也有利用多次接收手機及基地台間之訊號，並將已知 NLOS 偏差統計特性加以修正量測來估計[20]。另一種則是不需知道 NLOS 統計特性，過去有利用加上幾何限制式的最佳化方法[4]，也有假設各量測為 LOS 先做粗估，接著用估計後的殘餘量作權重[21]，或是利用此殘餘量估計 NLOS 偏差並且加以修正粗估[5]，也有利用線性規劃法並且加上幾何的限制式[6]，由 LOS 量測數據來做定位目標方程式，NLOS 量測數據來建立可行域。

本文將著重於 NLOS 發生情況下不須知道統計特性之下的減緩，利用幾種常見的線性化方法[1]，相減法，新增變數法，泰勒線性化法來修改過去所提出的方法，帶有限制式之修正偏差法用不帶限制式取代，可以較短時間的位置估計換取一些不準度的代價，以及改寫現有的相減線性規劃法之目標方程式，利用泰勒以及新增變數法形成，並且提出不同於現有的矩形放鬆，利用泰勒線性化建立可行域，藉此得到更貼近原本可行域的區間，已達到更精準的定位結果。

接下來介紹論文的整體架構，第二章為在 LOS 情況下之定位演算法，而著重於線性化方法之介紹，並且提出一個利用 GLS 針對 $C(N,2)$ 相減法的權重問題，避開了原本無法求得 covariance 反矩陣的問題。第三章中則為 NLOS 情況下之定位演算法，針對過去提出帶限制式偏差修正法提出修改。第四章則針對現有的線性規劃法，由目標方程式及可行域兩著之建立的角度利用不同的線性化方法來做

修改，並且跟現有的方法做比較以及結合，在第五章電腦模擬中將驗證我們提出的方法比較。第六章則為結論。



第二章

定位演算法

2.1 量測

無線感知網路定位系統中，為了求得手機的位置，首先我們需要基地台量測手機以及基地台之間的量測資訊，本節將簡介其中兩種量測模型，

1. TOA (Time-of-Arrival) [3]：

藉由量測手機發出的訊號到基地台之間的飛行時間，其中飛行時間 t_i 表示第 i 個基地台的時間量測。因此，手機跟第 i 個基地台之間的量測距離 r_i 就可以從時間 t_i 以及訊號傳輸速度 v_c 的相乘關係式求得。如下式

$$r_i = t_i v_c \quad (2.1)$$

一般而言，訊號傳輸過程中，TOA 量測會遭受到雜訊的干擾，甚至是障礙物的干擾造成過長的距離量測，此量測模型如下

$$r_i = d_i + n_i + b_i \quad (2.2)$$

其中， d_i 是手機跟基地台之間的真實距離， n_i 是 AWGN (additive white Gaussian noise) 雜訊表示為 $n_j \sim N(0, \sigma_j^2)$ ， b_i 則是障礙物造成大於零的 NLOS 偏差，而當 $b_i = 0$ 時，則為 LOS 情況。

2. TDOA (Time-difference-of Arrival) [3]：

藉由兩個不同基地台所量測到的時間量測差值，可以得到兩個基地台之間的距離量測差，此量測 model 如下

$$r_{ij} = (d_i - d_j) + (n_i - n_j) + (b_i - b_j) \quad (2.3)$$

其中， r_{ij} 表示第 i 個及第 j 個基地台之間的距離差，TDOA 量測定位演算法[3]則不在本文討論範圍中，本文將專注於 TOA 量測。

2.2 直視性情況下之 TOA 定位演算法

在無線感測網路定位系統中，當手機與基地台間沒有障礙物的干擾時，我們稱此情況為 LOS (Line-of-Sight)，每一個已知基地台位置 (x_i, y_i) 跟未知手機位置 (x, y) 之間的真實距離為 d_i ，如下圖示

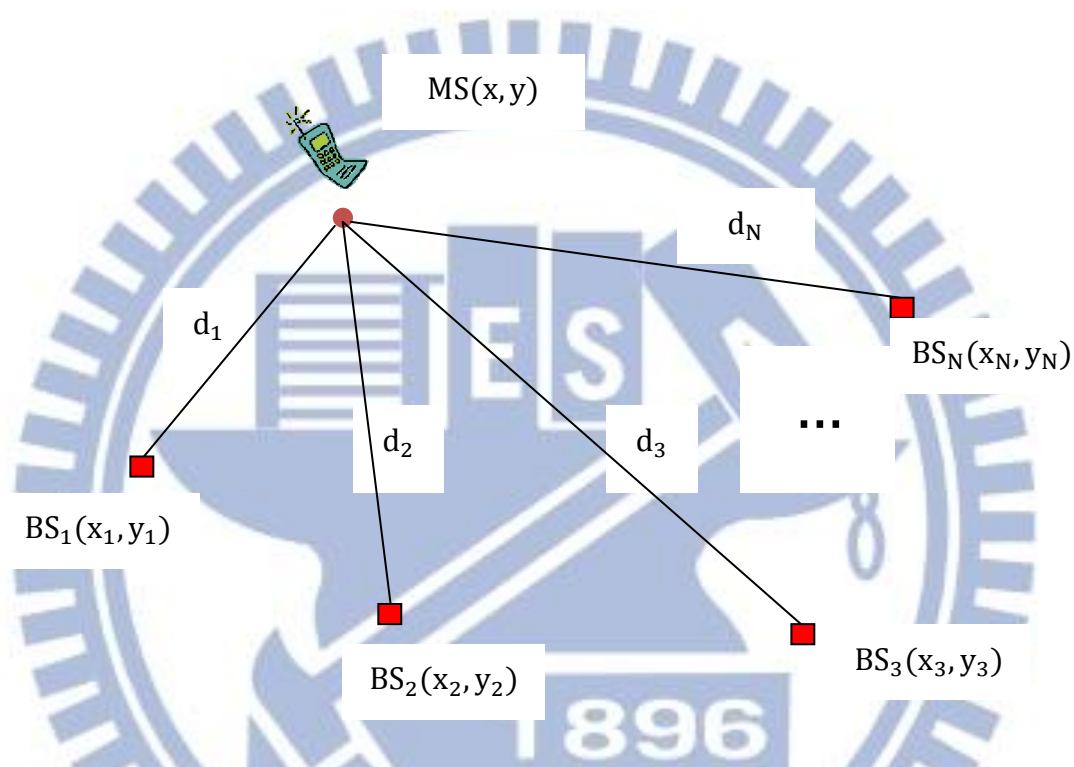


圖 2.1 LOS 情況之 TOA 量測示意圖

假設共有 N 個基地台，訊號經由空氣中傳播後基地台分別可得到 N 組 TOA 量測，回顧 2.1 節中所提 (2.2)，當 $b_i = 0$ 時

$$r_i = \| \mathbf{x} - \mathbf{x}_i \| + n_i = d_i + n_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.4)$$

其中 r_i 表示從第 i 個基地台量測的 TOA 得到的量測距離， d_i 則是真實距離， $\mathbf{x} = [x \ y]$ 為手機座標位置， $\mathbf{x}_i = [x_i \ y_i]$ 為第 i 個基地台座標位置， n_i 則是高斯

雜訊 $N(0, \sigma_i^2)$ 。

2.2.1 最大概似估計法

藉由我們距離量測的雜訊模型中，我們可以將第 i 組基地台所收到的距離量測的機率密度 pdf (probability density function) 表示如下式

$$p(r_i | \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{(r_i - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (2.5)$$

假設每個基地台接收量測時所接受的雜訊干擾皆為獨立，我們可以將概似函數寫成如下式

$$p(r_1, r_2, \dots, r_N | \mathbf{x}) = \prod_{i=1}^N p(r_i | \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^N \prod_{i=1}^N \sigma_i} \exp\left(-\sum_{i=1}^N \frac{(r_i - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (2.6)$$

因此，最大概似估計法想找一組 \mathbf{x} 能最大化上式的 pdf，

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}^N \prod_{i=1}^N \sigma_i} \exp\left(-\sum_{i=1}^N \frac{(r_i - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)^2}{2\sigma_i^2}\right) \right\} \quad (2.7)$$

在(2.7)中，最大化等同於我們最小化其中的相加項次，因此我們也可以將之改寫成

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{(r_i - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)^2}{2\sigma_i^2} \right\} \quad (2.8)$$

(2.8)中表示了最大概似估計法[1]中的最佳解，也是一種 WLS (Weighted Least Square) 解，可以表式成

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \sum_{i=1}^N \omega_i (r_i - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)^2 \right\} \quad (2.9)$$

其中， ω_i 為每一組基地台量測根據統計特性上的訊息我們給予不同的重要性乘積，藉此將較可靠的量測給予較重的權重，而較不可靠的量測則反之，以得到更

精準的解。如果我們不去考量基地台量測的統計特性，則(2.9)式則會變成一個單純的 NLS (Nonlinear Least Square)， ω_i 皆等於一。

上述的求解方法，皆為非線性的方程式，求解過程需要付出較多的運算複雜度，可以藉由疊代最小方差 [7]方法來求解，但是還是需要較高的運算代價，因此接下來將介紹一些常見的線性化方法，藉此降低我們運算複雜度。

2.2.2 線性最小方差估計法[1][15]

常見的線性化方法有三種，包含了相減法，新增變數法，還有泰勒線性化法，將在本節內做介紹。

2.2.2.a 相減法

相減法[1][15]是常見的線性化方法之一，首先我們需要將 (2.4) 做左右平方的動作，可以得到

$$r_i^2 = d_i^2 + 2d_i n_i + n_i^2 \quad (2.10)$$

上列 (2.10) 中手機及基地台之真實距離 $d_i = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$ ，可以改寫成

$$r_i^2 = x^2 + y^2 + x_i^2 + y_i^2 - 2xx_i - 2yy_i + 2d_i n_i + n_i^2 \quad (2.11)$$

其中， $x^2 + y^2$ 是未知數非線性項次，而 $2d_i n_i + n_i^2$ 是距離影響誤差及誤差平方項次，為了消除我們的非線性項次，我們找一組基地台 k 的量測資訊當作參考基地台來跟第 i 組基地台量測做相減，如下

$$r_k^2 = x^2 + y^2 + x_k^2 + y_k^2 - 2xx_k - 2yy_k + 2d_k n_k + n_k^2 \quad (2.12)$$

將(2.11)和(2.12)相減後可得到

$$2x(x_k - x_i) + 2y(y_k - y_i) = r_i^2 - r_k^2 + R_k - R_i + 2d_i n_i - 2d_k n_k + n_i^2 - n_k^2, \quad i \neq k$$

其中 $R_i = x_i^2 + y_i^2$, $R_k = x_k^2 + y_k^2$ 。

我們先假設 $k=1$ ，取第一組基地台當作參考基地台，(2.13)為一組線性化關係式，我們將(2.13)改寫成矩陣型式

$$\mathbf{H}_D \mathbf{x} = \mathbf{y}_D + \mathbf{n}_D \quad (2.14)$$

其中

$$\mathbf{H}_D = 2 \begin{bmatrix} (x_1 - x_2) & (y_1 - y_N) \\ (x_1 - x_3) & (y_1 - y_N) \\ \vdots & \vdots \\ (x_1 - x_N) & (y_1 - y_N) \end{bmatrix}, \mathbf{y}_D = \begin{bmatrix} r_2^2 - r_1^2 + R_2 - R_1 \\ r_3^2 - r_1^2 + R_3 - R_1 \\ \vdots \\ r_N^2 - r_1^2 + R_N - R_1 \end{bmatrix},$$

\mathbf{H}_D 矩陣內表示基地台座標差矩陣， \mathbf{y}_D 包含已知量測及基地台座標平方相加減向量， \mathbf{n}_D 表示誤差向量。

一般而言，我們不知道(2.14)誤差向量 \mathbf{y}_D ，上述的矩陣方程式則可以寫成

$$\mathbf{Hx} \approx \mathbf{b}$$

可以利用 WLLS [15](Weighted Linear Least-Square)求手機位置的解如下

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}_D^T \mathbf{W} \mathbf{H}_D)^{-1} \mathbf{H}_D^T \mathbf{W} \mathbf{y}_D \quad (2.15)$$

其中 \mathbf{W} 是用來做權重的矩陣，是從 \mathbf{n} 向量的共變數矩陣的反矩陣求得

$$\mathbf{W} = \left(E[\mathbf{n}_D \mathbf{n}_D^T] \right)^{-1} \quad (2.16)$$

2.2.2.b 泰勒級數線性化法

泰勒線性化法我們先將(2.4)中的 d_i 寫成

$$d_i = F_i(x, y) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \quad (2.17)$$

利用泰勒級數展開將(2.17)改寫成

$$F_i(x, y) = F_i(x_0, y_0) + [\nabla^T F_i(x_0, y_0)] \Delta + \text{高階項次}$$

假設我們的參考點 (x_0, y_0) 和真實手機位置夠接近，則高階項次可以被忽略，而

(2.17)可被線性化成下式

$$F_i(x, y) \approx F_i(x_0, y_0) + \frac{\partial F_i}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial F_i}{\partial y}(y - y_0) \quad (2.18)$$

其中 $F_i(x_0, y_0) = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} = d_{i,0}$

$$\frac{\partial F_i}{\partial x} = \frac{x_0 - x_i}{d_{i,0}}, \quad \frac{\partial F_i}{\partial y} = \frac{y_0 - y_i}{d_{i,0}}$$

將上列式子整理可得

$$\left(\frac{x_0 - x_i}{d_{i,0}} \right) x + \left(\frac{y_0 - y_i}{d_{i,0}} \right) y \approx r_i - d_{i,0} - \left(\frac{x_0 - x_i}{d_{i,0}} \right) x_0 - \left(\frac{y_0 - y_i}{d_{i,0}} \right) y_0 \quad (2.19)$$

將(2.19)整理成矩陣型式

$$\mathbf{H}_{TS} \mathbf{x} = \mathbf{y}_{TS} + \mathbf{p}_T \Rightarrow \mathbf{H}_{TS} \mathbf{x} \quad (2.20)$$

其中

$$\mathbf{H}_{TS} = \begin{bmatrix} \frac{x_0 - x_1}{d_{1,0}} & \frac{y_0 - y_1}{d_{1,0}} \\ \frac{x_0 - x_2}{d_{2,0}} & \frac{y_0 - y_2}{d_{2,0}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x_0 - x_N}{d_{N,0}} & \frac{y_0 - y_N}{d_{N,0}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_{TS} = \begin{bmatrix} r_1 - \tilde{d}_{1,0} \\ r_2 - \tilde{d}_{2,0} \\ \vdots \\ r_N - \tilde{d}_{N,0} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{d}_{i,0} = d_{i,0} - \left(\frac{x_0 - x_i}{d_{i,0}} \right) x_0 - \left(\frac{y_0 - y_i}{d_{i,0}} \right) y_0$$

可得解為

$$\hat{\mathbf{x}}_{TS} = \left(\mathbf{H}_{TS}^T \mathbf{W}_{TS} \mathbf{H}_{TS} \right)^{-1} \mathbf{H}_{TS}^T \mathbf{W}_{TS} \mathbf{y}_{TS} \quad (2.21)$$

其中誤差之權重為誤差共變數矩陣之反矩陣 $\mathbf{W}_{TS} = \left(E \left[\mathbf{n}_{TS} \mathbf{n}_{TS}^T \right] \right)^{-1}$ 。

藉由泰勒級數線性化方法，假設我們有夠準的初始值參考點去做泰勒級數展開，可以藉此得到一個夠準的解，並且避開了高運算複雜度的非線性疊代之求解過程。

2.2.2.c 新增變數法

最後一個也是另一種常見的線性化方法為新增變數法[1]，我們將在以下做介紹整理，首先由(2.17)平方

$$r_i^2 \approx d_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \quad (2.22)$$

展開後

$$r_i^2 \approx x^2 + y^2 - 2x x_i - 2y y_i \quad (2.23)$$

令非線性項次 $R = x^2 + y^2$ 可改寫整理成

$$r_i^2 - x_i^2 - y_i^2 \approx -2x_i x - 2y_i y + R \quad (2.24)$$

接著將之改寫成矩陣型式

$$\mathbf{H}_A \mathbf{p} = \mathbf{y}_A + \mathbf{n}_A \Rightarrow \mathbf{H}_A \mathbf{p} \quad (2.25)$$

其中

$$\mathbf{H}_A = \begin{bmatrix} -2x_1 & -2y_1 & 1 \\ -2x_2 & -2y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -2x_N & -2y_N & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_A = \begin{bmatrix} r_1^2 - x_1^2 - y_1^2 \\ r_2^2 - x_2^2 - y_2^2 \\ \vdots \\ r_N^2 - x_N^2 - y_N^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p} = [x \ y \ R]^T$$

可得解為

$$\hat{\mathbf{p}}_A = \left(\mathbf{H}_A^T \mathbf{W}_A \mathbf{H}_A \right)^{-1} \mathbf{H}_A^T \mathbf{W}_A \mathbf{y}_A \quad (2.26)$$

其中誤差之權重為誤差共變數矩陣之反矩陣 $\mathbf{W}_A = \left(E \left[\mathbf{n}_A \mathbf{n}_A^T \right] \right)^{-1}$ 。

從上述式子中，我們可以看到此方法的關鍵在於將非線性項次 $x^2 + y^2$ 令其成為一組新的變數 R ，增加方程式一個自由度，也避開了我們非線性求解的過程。

2.2.3 利用 GLS 作權重 C(N,2)相減法

由 2.2.2a 中，我們介紹了相減法線性化，其中採取了一組基地台當作我們的參考基地台，藉此用其他基地台量測去跟此參考基地台量測相減去除非線性項次，過去有人也利用了不只一組基地台去當作參考基地台來做相減法[8]，在此稱做 C(N,2)相減法，仿造(2.13)中我們將 N 組基地台之間，兩兩相減，其中 $i > k$ ，因此能將之整理成以下的矩陣型式

$$\mathbf{A} \mathbf{x} \approx \mathbf{1} \quad (2.27)$$

其中

$$\mathbf{A} = 2 \begin{bmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_1 - x_N & y_1 - y_N \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \\ \vdots & \vdots \\ x_{N-1} - x_N & y_{N-1} - y_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} r_2^2 - r_1^2 - R_2 + R_1 \\ \vdots \\ r_N^2 - r_1^2 - R_N + R_1 \\ r_3^2 - r_1^2 - R_3 + R_1 \\ \vdots \\ r_N^2 - r_{N-1}^2 - R_N + R_{N-1} \end{bmatrix}, R_i = x_i^2 + y_i^2$$

藉由線性最小方差估計可以求得

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{p} \quad (2.28)$$

值得一提的是，C(N,2)相減法跟 2.2.2a 的相減法不同在於，我們多加了 C(N,2) – (N-1)組相減關係式，雖然新增出來的這些關係式皆可由原本 N-1 組內線性組合而成，但我們利用多出來的幾組能平均掉參考基地台選取不同造成的效應，可以得到較原本好一點的結果。然而，我們在此也想仿照原本相減法中，利用誤差 Cov 矩陣特性，去做權重，將較可靠的量測組給予較重的權重，反之則給予較小權重，藉此能得到更可靠的解答，因此我們將討論其中誤差擾動向量部分如下

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_c + \mathbf{p}_n \quad (2.29)$$

其中 $\mathbf{p}_c \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times 1}$ 常數項及 $\mathbf{p}_n \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times 1}$ 雜訊擾動向量分別為

$$\mathbf{p}_c = \begin{bmatrix} d_2^2 - d_1^2 - R_2 + R_1 \\ \vdots \\ d_N^2 - d_1^2 - R_N + R_1 \\ d_3^2 - d_1^2 - R_3 + R_1 \\ \vdots \\ d_N^2 - d_{N-1}^2 - R_N + R_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p}_n = \begin{bmatrix} 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2 \\ \vdots \\ 2d_Nn_N - 2d_1n_1 + n_N^2 - n_1^2 \\ 2d_3n_3 - 2d_2n_2 + n_3^2 - n_2^2 \\ \vdots \\ 2d_Nn_N - 2d_{N-1}n_{N-1} + n_N^2 - n_{N-1}^2 \end{bmatrix}$$

由 \mathbf{p}_n 中可以看出，每一列的雜訊擾動項次會隨著我們手機以及各基地台之間的距離 d_i 增加時而同時受到影響。

我們試著想要利用上述 (2.29) 中的訊息，藉由 WLS 來求解，寫成下式

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{p} \quad (2.30)$$

其中

$$\mathbf{C} = \text{Cov}(\mathbf{p}_n) = E[\mathbf{p}_n \mathbf{p}_n^T] \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times C(N,2)}$$

然而，在 (2.30) 中我們發現 \mathbf{C} 並非是一個滿秩矩陣，因為其中雜訊擾動向量之間並非每一個元素皆為線性獨立，

(2.29)中以四個基地台量測為例 $\mathbf{p}_n = \begin{bmatrix} 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2 \\ 2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2 \\ 2d_4n_4 - 2d_1n_1 + n_4^2 - n_1^2 \\ 2d_3n_3 - 2d_2n_2 + n_3^2 - n_2^2 \\ 2d_4n_4 - 2d_2n_2 + n_4^2 - n_2^2 \\ 2d_4n_4 - 2d_3n_3 + n_4^2 - n_3^2 \end{bmatrix}$

可以看到 \mathbf{p}_n 中的四到六列皆可從一到三列中線性組合得到，因此誤差擾動向量將其外積後，會得到一組 $\det=0$ 的 \mathbf{C} 矩陣，因此我們無法求得其反矩陣，也無法由此方法去達到我們想要做的權重動作，我們轉而尋求另一種方法，一般化最小方差法 (Generalize Least-Square)[9]，想要藉由 GLS 方法去避開我們需要利用 \mathbf{C} 的反矩陣才能得到權重效果，此方法的求解過程介紹如下

由(2.27)中可改寫成

$$\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{p} = \quad (2.31)$$

其中， \mathbf{p}_n 的共變數矩陣為一個對稱並且帶有正定特性，我們可以將之分解成

$\mathbf{C} = \mathbf{B}\mathbf{B}^T$ ，其中 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times C(N,2)}$ 然而為了避開 \mathbf{C} 反矩陣才能做權重的動作，利用[9]

所提出的一般化最小方差法形式求解將可以改寫如下

$$\min_{\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}\mathbf{v}=\mathbf{p}} \mathbf{v}^T \mathbf{v} \quad (2.32)$$

$\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times 1}$ 以下將簡略介紹 GLS 法的求解步驟

首先我們先將 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times 2}$ 矩陣做 QR 分解

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \quad \mathbf{Q}_2] \quad (2.33)$$

$\begin{matrix} 2 & C(N,2)-2 \end{matrix}$

其中 $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times C(N,2)}$ 為正交矩陣， $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 。

因此，(2.32)中的 $\mathbf{Ax} + \mathbf{Bv} = \mathbf{p}$ 可以寫成

$$\mathbf{Q}^T (\mathbf{Ax} + \mathbf{Bv}) = \mathbf{Q}^T \mathbf{p} \quad (2.33)$$

也等同於

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \mathbf{B} & \mathbf{Q}_2^T \mathbf{B} \\ \mathbf{Q}_1^T \mathbf{B} & \mathbf{Q}_2^T \mathbf{B} \end{bmatrix} \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \mathbf{p} \\ \mathbf{Q}_2^T \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

接下來我們想找一組 $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times C(N,2)}$ 使得

$$\mathbf{Q}_2^T \mathbf{B} \mathbf{Z} = [\mathbf{S} \quad \mathbf{0}] \quad \mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_1 \quad \mathbf{Z}_2] \quad (2.35)$$

其中 $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times [C(N,2)-2]}$ 為一組下三角矩陣， \mathbf{Z} 為正交矩陣， $\mathbf{Z}_1 \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times [C(N,2)-2]}$ ，

$\mathbf{Z}_2 \in \mathbb{R}^{C(N,2) \times 2}$ 。

再將(2.34)改寫成

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \mathbf{B} \mathbf{Z}_1 & \mathbf{Q}_1^T \mathbf{B} \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{S} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1^T \mathbf{v} \\ \mathbf{Z}_2^T \mathbf{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \mathbf{p} \\ \mathbf{Q}_2^T \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

我們可以由上述(2.36)注意到，求解方程式中的”下半部”只跟 \mathbf{v} 有關係，因此

我們可以藉此求 \mathbf{v} ，如下

$$\mathbf{S} \mathbf{Z}_1^T \mathbf{v} = \mathbf{Q}_2^T \mathbf{p} \quad (2.37)$$

然而，因為上列(2.37)中未知數大於我們的觀察向量，因此我們利用偽逆反矩陣

方法求出一組最小範數解(minimum norm solution)的 \mathbf{v}

$$\hat{\mathbf{v}} = (\mathbf{S} \mathbf{Z}_1^T)^\dagger \mathbf{Q}_2^T \mathbf{p} \quad (2.38)$$

有了(2.38)中的 $\hat{\mathbf{v}}$ 後，我們將之代入(2.36)中的”上半部”，藉此去求得手機位置，

整理過後如下

$$\mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{Q}_1^T \mathbf{p} - \mathbf{Q}_1^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{v}} \quad (2.39)$$

而手機最終估計位置則可從上式中求得

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{R}^\dagger (\mathbf{Q}_1^T \mathbf{p} - \mathbf{Q}_1^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{v}}) \quad (2.40)$$

此方法值得一提的部分在於，利用改寫成一般化最小方差的過程，我們不僅僅避開了原本由於無法求得 \mathbf{C} 的反矩陣而無法藉此去將較可靠的量測數據以及較不可靠的分別做較大權重以及較小權重的動作，更因此可以求得更精準的解。

本章節主要專注在於在 TOA 量測模型下，直視性(LOS)情況下的定位演算法介紹，簡介了三種線性化最小方差，更進一步再相減法線性化之 $\mathbf{C}(N,2)$ 的權重問題，利用一般化最小方差法避開了原本共變數矩陣 \mathbf{C} 不是滿秩而無法得到反矩陣來作權重。

第三章

NLOS 情況下利用偏差修正法之定位

不同於第二章所介紹的 LOS 情況下定位演算法，本章節將針對手機以及基地台之間遭受 NLOS (Non-Line-of-Sight)情況下之定位演算法，在都會區或是室內空間中，手機及基地台之間的距離量測，容易遭受障礙物干擾，造成過長的距離估計，這些過長的距離量測使得我們手機估計位置將造成更大的誤差，NLOS 情況示意圖如下

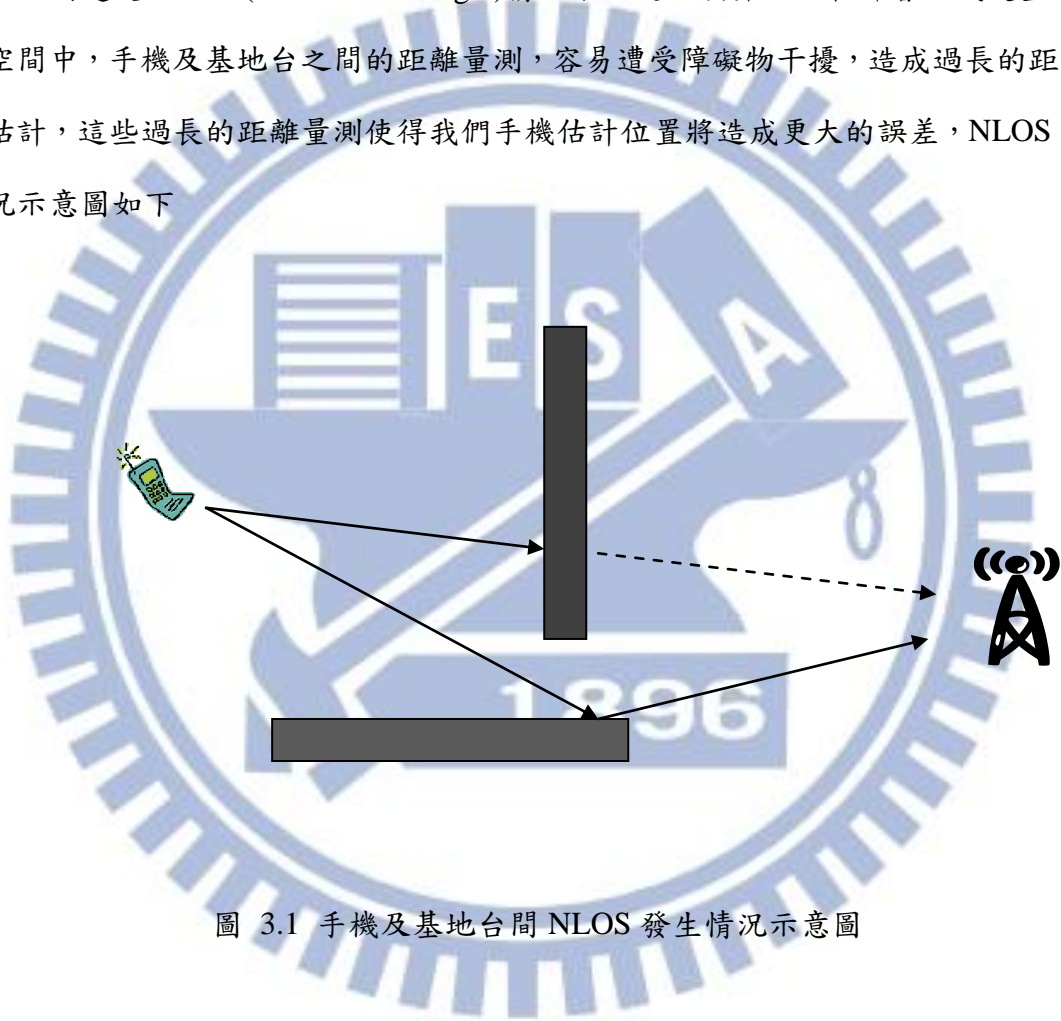


圖 3.1 手機及基地台間 NLOS 發生情況示意圖

3.1 權重非線性最小方差

本節將討論 NLOS 偏差將之當作未知變數[4]，寫成權重非線性最小方差如下

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}, \mathbf{b}}{\operatorname{arg\,min}} \sum_{i=1}^N \omega_i r_i - (d_i \mathbf{x} - (b_i^2)) \quad (3.1)$$

(3.1)中相加項次表示著我們對應每一組基地台量測，位置估計的殘餘量， ω_i 為權

重係數，想找出一組手機位置以及分別對應上的 NLOS 偏差使得我們的殘餘量達到最小，因為 b_i 有 N 組，因此求解過程中，未知數大過我們觀察向量，過去的文章[4]提出了增加了 NLOS 限制式，給予每組 NLOS 偏差一個範圍區間限制，藉此縮小我們可行域，如下

$$\mathbf{b}_L \leq \mathbf{b} \leq \mathbf{b}_U \quad (3.2)$$

其中，NLOS 偏差上界 \mathbf{b}_U 由手機以及基地台之間接收到的距離量測之幾何關係 [10]可得到

$$b_{U,i} = \min \{r_i + r_j - d_{i,j}, \quad j=1,2,\dots,N, \quad j \neq i\} \quad i=1,2,\dots,N \quad (3.3)$$

其中， $d_{i,j}$ 為第 i 組及第 j 組基地台之間的真實距離，而 NLOS 偏差的下界由於 NLOS 為大於零，因此我們令 $\mathbf{b}_L = \mathbf{0}$ 。

由上述(3.1)當作目標方程式對應(3.2)的限制式所形成的可行域，我們會得到一組非線性帶有限制式的方程式

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}, \mathbf{b}} \sum_{i=1}^N \omega_i (r_i - d_i(\mathbf{x}) - b_i)^2 \quad \text{subject to } \mathbf{b}_L \leq \mathbf{b} \leq \mathbf{b}_U \quad (3.4)$$

可藉由 Sequential Quadratic Programming [11]來解這組帶限制式之最佳化問題。

3.2 帶限制式之偏差修正法[5]

由 3.1 中我們可以看到，(3.1)WNLS 式子中將手機位置估計以及 NLOS 偏差估計當成未知數，並且藉由 NLOS 偏差的限制式，去將各基地台量測的殘餘量相加達到最小，本節將介紹一種方法分成三步驟，首先假設各基地台皆為 LOS 並且利用泰勒線性化之 LS 粗估求得的解，用殘餘量 l 概念，利用內點法求 NLOS 偏差效應，最後將估出的 NLOS 偏差修正粗估的手機位置，有別於上一節所介紹之 NLOS 減緩方法，以下將做簡單介紹。

首先，遭受 NLOS 干擾的量測模型可由 (2.2) 寫成以下矩陣形式

$$\mathbf{r} = \mathbf{d}(\mathbf{x}) + \mathbf{n} + \mathbf{b} \quad (3.5)$$

其中 \mathbf{r} 表示距離量測向量， $\mathbf{d}(\mathbf{x})$ 表示手機及基地台真實距離之位置函數， \mathbf{b} 則為我們 NLOS 偏差向量。

由 (3.5) 中形成的非線性目標方程式將之改寫成二次式矩陣形式如下

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{r} - \mathbf{d}(\mathbf{x}) - \mathbf{b})^T R^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{d}(\mathbf{x}) - \mathbf{b}) \quad (3.6)$$

其中 R 為雜訊之共變數矩陣。

由 (3.6) 中我們將此非線性之方程式利用 2.2.2.b 所介紹之泰勒線性化法，並加以改寫可以得到以下之矩陣形式

$$\mathbf{y}_{TS} = \mathbf{H}_{TS} \mathbf{x} + \mathbf{n} + \mathbf{b} \quad (3.7)$$

其中 \mathbf{H}_{TS} 及 \mathbf{y}_{TS} 從 2.2.2.b 中之 (2.20) 可得。

而由上述 (3.7) 中之泰勒線性化後之量測模型我們將之改寫成

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{y}_{TS} - \mathbf{H}_{TS} \mathbf{x} - \mathbf{b})^T R^{-1} (\mathbf{y}_{TS} - \mathbf{H}_{TS} \mathbf{x} - \mathbf{b}) \quad (3.8)$$

為了最小化我們 (3.8) 的目標方程式，將之對 \mathbf{x} 取一階微分並令之為零，可以得到我們 LS 解如下

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{H}_{TS}^T R^{-1} \mathbf{H}_{TS} \right)^{-1} \mathbf{H}_{TS}^T R^{-1} \mathbf{y}_{TS} - \left(\mathbf{H}_{TS}^T R^{-1} \mathbf{H}_{TS} \right)^{-1} \mathbf{H}_{TS}^T R^{-1} \mathbf{b} \quad (3.9)$$

上式 (3.9) 中如果我們先忽略了 NLOS 偏差項次 \mathbf{b} ，則會是一組較不準的手機位置估測

$$\tilde{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{H}_{TS}^T R^{-1} \mathbf{H}_{TS} \right)^{-1} \mathbf{H}_{TS}^T R^{-1} \mathbf{y}_{TS} \quad (3.10)$$

其中 $\tilde{\mathbf{x}}$ 為假設各基地台皆為 LOS，是一組假設 NLOS 干擾不存在的位置估計。

接著加以考慮 NLOS 偏差 \mathbf{b} ，(3.9) 可以改寫成

$$\hat{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{V} \mathbf{b} \quad (3.11)$$

其中 \mathbf{V} 為一組對應 \mathbf{b} 之修正矩陣，由 (3.9) 中可得到

$$\mathbf{V} = -\left(\mathbf{H}_{TS}^T R^{-1} \mathbf{H}_{TS}\right)^{-1} \mathbf{H}_{TS}^T R^{-1} \quad (3.12)$$

實際情況下， \mathbf{b} 是一組未知向量無法從距離量測中直接得知，但可以被估計，首先，利用第一步驟粗估的 $\tilde{\mathbf{x}}$ 其殘餘量如下

$$\mathbf{z} = \mathbf{y}_{TS} - \mathbf{H}_{TS} \tilde{\mathbf{x}} \quad (3.13)$$

將 (3.7) 及 (3.10) 代入上式 (3.13) 中可以得到

$$\mathbf{z} = \left(\mathbf{H}_{TS} \mathbf{x} + \mathbf{n} \right) - \mathbf{H}_{TS} \hat{\mathbf{x}} \quad (3.14)$$

因為我們想利用此殘餘量關係去找出 \mathbf{b} 的未知估計向量，因此將(3.14)整理後可以得到

$$\mathbf{z} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{H}_{TS} \mathbf{V} \right) \mathbf{b} - \mathbf{H}_{TS} \hat{\mathbf{x}} \quad (3.15)$$

其中 \mathbf{I} 為單位矩陣。

令 $\mathbf{S} = \mathbf{I} + \mathbf{H}_{TS} \mathbf{V}$ ，誤差向量 $\mathbf{w} = \mathbf{H}_{TS} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{n}$ ，寫成

$$\mathbf{z} = \mathbf{Sb} + \mathbf{w} \quad (3.16)$$

(3.16)中，我們可以看到 \mathbf{z} 以及 \mathbf{S} 皆可求得， \mathbf{w} 之共變數矩陣也可以求如下列敘述

$$\mathbf{Q}_w = E[\mathbf{w}\mathbf{w}^T] = \mathbf{H}_{TS} \mathbf{P}_x \mathbf{H}_{TS}^T + R \quad (3.17)$$

其中

$$\mathbf{P}_x = E[(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T] = \left(\mathbf{H}_{TS} R^{-1} \mathbf{H}_{TS}^T \right)^{-1}$$

有了上述的 (3.16) 式，加上 (3.2) 式中 \mathbf{b} 的限制式，增加 \mathbf{b} 估計的可行域資訊，可以將之寫成

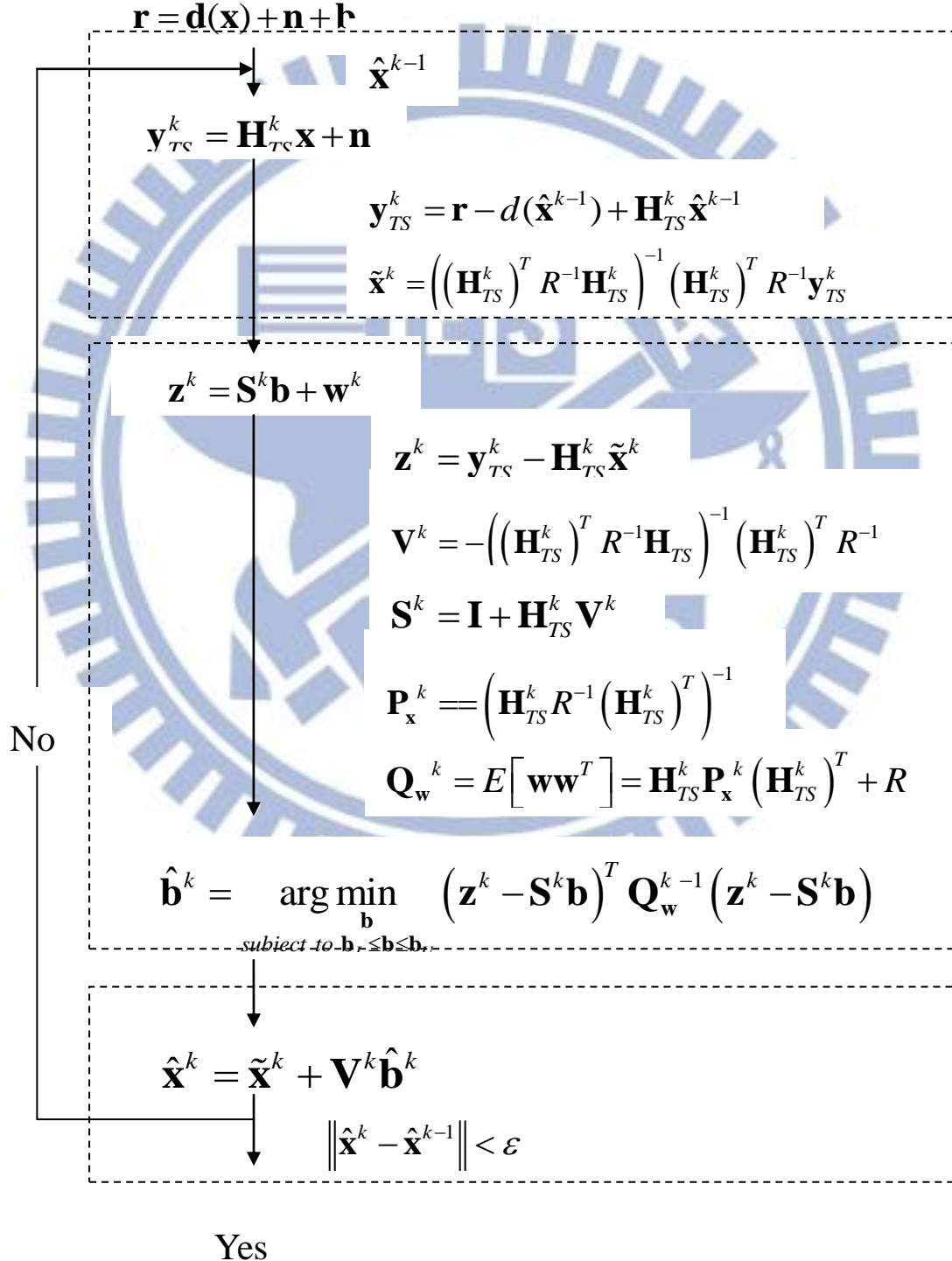
$$\hat{\mathbf{b}} = \arg \min_{\mathbf{b}} (\mathbf{z} - \mathbf{Sb})^T \mathbf{Q}_w^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{Sb}) \quad (3.18)$$

subject to $\mathbf{b}_L \leq \mathbf{b} \leq \mathbf{b}_U$

由上式 (3.18) 求出 $\hat{\mathbf{b}}$ 後代入 (3.11) 中，修正原本的粗估計 $\tilde{\mathbf{x}}$

$$\hat{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{V}\hat{\mathbf{b}} \quad (3.19)$$

最後我們需要將上述方法遞回，直到最新一次 $\hat{\mathbf{x}}^k$ 跟上一次的 $\hat{\mathbf{x}}^{k-1}$ 誤差小於一個門檻，當作我們最終估計，反之則將 $\hat{\mathbf{x}}^k$ 再次代入 (3.5) 當作泰勒線性化參考點，並再次做估計。流程圖如下分成三個區塊，第一個區塊為假設無 NLOS 之粗估，接著是 NLOS 偏差估計，最後則是藉由第二區塊的偏差估計，來修正我們第一區塊的粗估解。



3.3 修改 NLOS 偏差修正法

然而，上一節所介紹的方法需要有著較精準的泰勒初始值參考點，才能使得我們遞回估計較快達到夠準的最終解，並且每次迴圈在估計 \mathbf{b} 時，都需要求一組帶限制式之最佳化問題，需要較高的運算複雜度，因此我們為了減少運算上的複雜度，我們將上述方法稍作修改。

首先，在第一區塊中，我們利用 2.2.2.c 所介紹過的新增變數法替代泰勒線性化法以求假設無 NLOS 之粗估，如

$$\mathbf{y}_A = \mathbf{H}_A \mathbf{p} + \mathbf{n} \quad (3.20)$$

其中

$$\mathbf{H}_A = \begin{bmatrix} -2x_1 & -2y_1 & 1 \\ -2x_2 & -2y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -2x_N & -2y_N & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_A = \begin{bmatrix} r_1^2 - x_1^2 - y_1^2 \\ r_2^2 - x_2^2 - y_2^2 \\ \vdots \\ r_N^2 - x_N^2 - y_N^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p} = [x \ y \ R]^T$$

接著在第二區塊中，則擷取了原本利用泰勒線性化法求得此粗估後，利用殘餘量概念得到的 NLOS 偏差估計關係式，把我們第一區塊所求得的粗估解代入，並且將 NLOS 偏差估計的限制式拿掉，避開了需要帶限制式之最佳化問題，我們 NLOS 偏差估計的目標方程式如下

$$\hat{\mathbf{b}} = \arg \min_{\mathbf{b}} (\|\mathbf{z} - \mathbf{S} \mathbf{b}\|_{\mathbf{Q}}) \quad (3.21)$$

其中和 (3.18) 中不同就在於，我們少了限制式。

其中值得一提的是，藉由 \mathbf{S} 和 \mathbf{H}_A 相乘如下

$$\begin{aligned} \mathbf{S} \cdot \mathbf{H}_{TS} &= (\mathbf{I} + \mathbf{H}_{TS} \mathbf{V}) \cdot \mathbf{H}_{TS} \\ &= \mathbf{H}_{TS} - \mathbf{H}_{TS} \left(\mathbf{H}_{TS}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_{TS} \right)^{-1} \mathbf{H}_{TS}^T \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{H}_{TS} = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

上式(3.22)中，由 Sylvester's inequality theorem[12]可知道 $\det(\mathbf{S})=0$ ，因此 \mathbf{S} 並非一組滿秩矩陣，我們尋求最小範數解(minimum norm solution)來求 NLOS 偏差，

利用權重偽逆反矩陣可以得到下式

$$\hat{\mathbf{b}} = \tilde{\mathbf{S}}^{\dagger} \tilde{\mathbf{z}}; \quad (3.23)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{Q}_w^{-\frac{1}{2}} \mathbf{S}, \quad \tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{Q}_w^{-\frac{1}{2}} \mathbf{z}$$

接著則是利用我們所求出的 NLOS 偏差估計，進一步去修正我們的距離量測 \mathbf{r} ，如下

$$\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r} - \hat{\mathbf{b}} \quad (3.24)$$

接下來再回到第一步驟將此修正過後的距離量測利用新增變數法求出下一次的粗估位置估計進入下一次修正迴圈，直到跟上一一次的估計誤差小於一組設定門檻。

兩種方法之間的方塊圖比較如下

1. 帶限制式之 NLOS 偏差估計修正流程圖

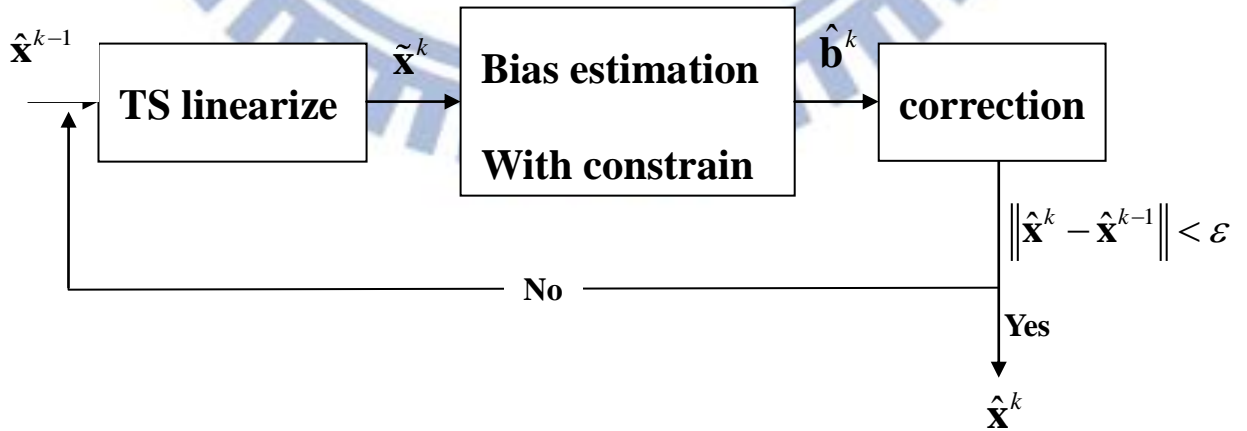


圖 3.2 帶限制式之 NLOS 偏差估計修正流程圖

2. 修改 NLOS 偏差修正法之流程圖

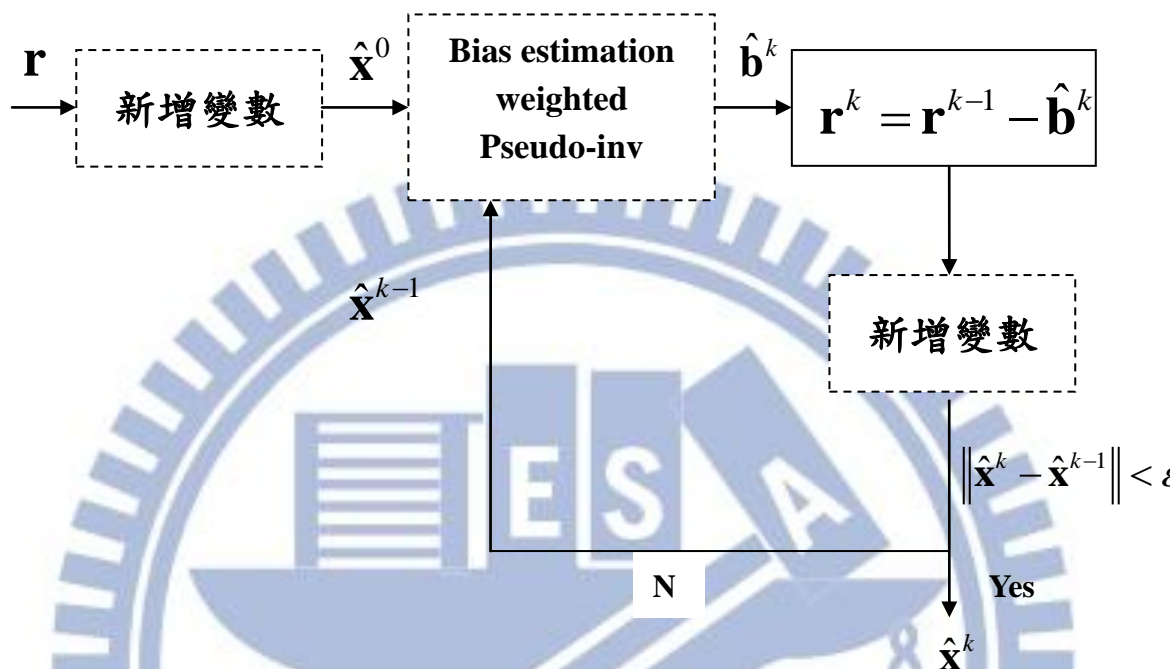


圖 3.3 修改 NLOS 偏差修正法之流程圖

由上述兩個方塊圖我們最後整理出兩種方法差別在於，第一種利用泰勒線性化須要先有一組展開參考點，而是新增變數法不需要的，而第二塊區塊裡面則是將原本泰勒線性化法所求粗估解形成的殘餘量，利用帶限制式最佳化法來求解，而我們的方法不同於，少了限制式並且直接利用最小範數解求出 NLOS 偏差估計，最後，不同於第一個方法利用 NLOS 偏差估計去修正我們粗估解，而是用來修正我們的距離量測藉以減緩 NLOS 效應，使其更接近 LOS 的距離量測，然後在將此修正過後的量測再次利用新增變數法求解，以下為此方法完整步驟流程

$$\mathbf{r} = \mathbf{d}(\mathbf{x}) + \mathbf{n} + \mathbf{b}$$



$$\mathbf{y}_A^0 = \mathbf{H}_A \mathbf{p} + \mathbf{n}$$



$$\hat{\mathbf{x}}^0 = \left(\mathbf{H}_A^T R^{-1} \mathbf{H}_A \right)^{-1} \mathbf{H}_A^T R^{-1} \mathbf{y}_A^0$$

$$\mathbf{z}^k = \mathbf{S}^k \mathbf{b} + \mathbf{w}^k$$

$$\mathbf{y}_{TS}^k = \mathbf{r} - d(\hat{\mathbf{x}}^{k-1}) + \mathbf{H}_{TS}^k \hat{\mathbf{x}}^{k-1}$$

$$\mathbf{z}^k = \mathbf{y}_{TS}^k - \mathbf{H}_{TS}^k \tilde{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{V}^k = - \left(\left(\mathbf{H}_{TS}^k \right)^T R^{-1} \mathbf{H}_{TS}^k \right)^{-1} \left(\mathbf{H}_{TS}^k \right)^T R^{-1}$$

$$\mathbf{S}^k = \mathbf{I} + \mathbf{H}_{TS}^k \mathbf{V}^k$$

$$\mathbf{P}_x^k = \left(\mathbf{H}_{TS}^k R^{-1} \left(\mathbf{H}_{TS}^k \right)^T \right)^{-1}$$

$$\mathbf{Q}_w^k = E[\mathbf{w} \mathbf{w}^T] = \mathbf{H}_{TS}^k \mathbf{P}_x^k \left(\mathbf{H}_{TS}^k \right)^T + R$$

No

$$\hat{\mathbf{b}}^k = \arg \min_{\mathbf{b}} \left(\mathbf{z}^k - \mathbf{S}^k \mathbf{b} \right)^T \mathbf{Q}_w^{k-1} \left(\mathbf{z}^k - \mathbf{S}^k \mathbf{b} \right)$$



$$\mathbf{r}^k = \mathbf{r}^{k-1} - \hat{\mathbf{b}}^k \Rightarrow \mathbf{y}_A^k$$

$$\mathbf{y}_A^k = \mathbf{H}_A \mathbf{p} + \mathbf{n}$$



$$\hat{\mathbf{x}}^k = \left(\mathbf{H}_A^T R^{-1} \mathbf{H}_A \right)^{-1} \mathbf{H}_A^T R^{-1} \mathbf{y}_A^k$$

$$\left\| \hat{\mathbf{x}}^k - \hat{\mathbf{x}}^{k-1} \right\| < \varepsilon$$

Yes

第四章

NLOS 情況下利用修改線性規劃法之定位

本章節將討論 NLOS 效應減緩的其他方法，首先，假設手機對應於每個基地台之間 LOS 及 NLOS 狀態能先判斷[17][18](identification)，前一章所討論的方法不需要事先知道 LOS 及 NLOS 狀態，而是利用假設各基地台及手機間皆 LOS 的概念粗估一個手機位置，接著估計 NLOS 偏差藉以修正粗估的手機位置，本章節則是利用已知 LOS 狀態的距離量測建立我們的線性目標方程式，而 NLOS 狀態的距離量測則是用來建立線性限制式來形成一個可行域限制我們搜索區間，在 4.1 中將先介紹其中一種線性規畫法以減緩 NLOS 效應之方法，4.2 及 4.3 將針對 4.1 的方法基礎，由目標方程式及可行域的角度分別作修改。

4.1 現有線性規劃法介紹

本節將介紹利用目前被提出過利用線性規劃法來減緩 NLOS 效應之方法[6]，首先，假設手機以及各基地台之間 LOS 以及 NLOS 狀態能被正確辨識，則由(2.2)中 TOA 的模型可以寫成

$$LOS: \quad r_{L_j} = d_{L_j}(\mathbf{x}) + n_j, \quad j = 1, \dots, m_L \quad (4.1a)$$

$$NLOS: \quad r_{N_j} = d_{N_j}(\mathbf{x}) + n_j + b_j, \quad j = 1, \dots, m_N \quad (4.1b)$$

其中，下標 L 及 N 分別代表 LOS 及 NLOS 之量測， m_L 及 m_N 分別表示 LOS 及 NLOS 量測個數，雜訊 n 為 AWGN。

首先考慮 LOS 基地台量測，由 (4.1a) 中我們假設一共有 m_L 個 LOS 量測，利用 2.2.3 節中的 C(N, 2)相減線性化法，整理如以下形式

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{L,1} - x_{L,2} & y_{L,1} - y_{L,2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{L,1} - x_{L,N} & y_{L,1} - y_{L,N} \\ x_{L,2} - x_{L,3} & y_{L,2} - y_{L,3} \\ \vdots & \vdots \\ x_{L,(N-1)} - x_{L,N} & y_{L,(N-1)} - y_{L,N} \end{bmatrix}_{M \times 2}, \quad \mathbf{p} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_{L,2}^2 - r_{L,1}^2 - R_{L,2} + R_{L,1} \\ \vdots \\ r_{L,N}^2 - r_{L,1}^2 - R_{L,N} + R_{L,1} \\ r_{L,3}^2 - r_{L,2}^2 - R_{L,3} + R_{L,2} \\ \vdots \\ r_{L,N}^2 - r_{L,(N-1)}^2 - R_{L,N} + R_{L,(N-1)} \end{bmatrix}_{M \times 1},$$

$$R_{L,i} = x_{L,i}^2 + y_{L,i}^2 \quad (4.2)$$

將上述矩陣形式中令 $M = C(N, 2)$ ，則此 M 組方程式中，寫成通式如下

$$a_{ij}x + b_{ij}y = c_{ij} \quad i, j = 1, \dots, m_L, \quad (4.3)$$

其中

$$a_{ij} = x_{L,i} - x_{L,j}, \quad b_{ij} = y_{L,i} - y_{L,j}$$

$$c_{ij} = \frac{r_{L,j}^2 - r_{L,i}^2 - R_{L,j} + R_{L,i}}{2}$$

接著由上述 (4.3) 中我們定義殘餘量為

$$e_{ij} = a_{ij}x + b_{ij}y - c_{ij} \quad i, j = 1, \dots, m_L \quad (4.4)$$

而手機位置最終估計的最小化目標方程式就是將所有 (4.4) 中殘餘量平方和，如下

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \sum_i \sum_{j, j>i} e_{ij}^2 \quad (4.5)$$

在這裡我們不將上述 (4.5) 中之位置估計利用 (2.28) 中的 LLS 來求解，由(4.5)

中，我們將變數 e_{ij} 視為一組不帶限制式的鬆弛變數[13]，試著將上式中由 e_{ij} 的非線性目標方程式轉換成線性規劃式，尋求線性規劃之解法，首先我們定義

$$Z \triangleq \sum_i \sum_{j, j>i} |e_{ij}| \quad (4.6)$$

接著我們將令

$$e_{ij} = e_{ij}^+ - e_{ij}^-, \quad e_{ij}^+ \geq 0, \quad e_{ij}^- \geq 0 \quad (4.7)$$

並將 (4.6) 中改寫成

$$Z \triangleq \sum_i \sum_{j>i} (e_{ij}^+ + e_{ij}^-) \quad (4.8)$$

在此特別說明，由[13]中可以知道，上式 (4.8) 中的最佳解使得我們目標方程式

Z 能達到最小的時候， $\{e_{ij}^+, e_{ij}^-\}$ 將有一個是等於 e_{ij} 而另一個則為零。

接著，由 (4.4) 中可以將限制式寫成

$$a_{ij}x + b_{ij}y - e_{ij}^+ + e_{ij}^- = c_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, m_L; i < j \quad (4.9)$$

由上式 (4.9) 中可觀察到我們一共有 $2M$ 個非負的鬆弛變數以及 $[x \ y]$ 一共 $(2M+2)$

個未知數，定義

$$\mathbf{z} = [x \ y \ \boldsymbol{\varepsilon}^T]_{2M+2}^T \quad (4.10)$$

其中

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [e_{12}^+ \ e_{12}^- \ e_{13}^+ \ e_{13}^- \ \dots \ e_{(m_L-1)m_L}^+ \ e_{(m_L-1)m_L}^-]^T$$

由上述式子我們可以將之寫成線性規劃之標準式[13]如下

$$\begin{aligned} \min Z &= \mathbf{f}_L^T \mathbf{z} \\ \text{such that } [\mathbf{A} \mid \mathbf{J}] \mathbf{z} &= \mathbf{c}, \mathbf{z} \geq 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

其中

$$\mathbf{f}_L = [\mathbf{0}_{2 \times 1}^T \quad \mathbf{1}_{2M \times 1}^T]$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{M \times 2M}$$

接下來考慮 NLOS 基地台量測來形成我們的可行域，由 (4.1b) 中我們假設一
共有 m_N 個 NLOS 量測，一般而言，NLOS 偏差明顯大於背景雜訊干擾並且為大
於零，因此遭受 NLOS 干擾之距離量測有以下關係

$$r_{N,j} \geq d_{N,j}(\mathbf{x}) \Rightarrow r_{N,j}^2 \geq (x - x_{N,j})^2 + (y - y_{N,j})^2 \quad (4.12)$$

然而上述(4.12)式中為非線性之方程，由[14]中將之放鬆成為

$$\begin{aligned} x - x_{N,j} &\leq r_{N,j}, & -x + x_{N,j} &\leq r_{N,j}, \\ y - y_{N,j} &\leq r_{N,j}, & -y + y_{N,j} &\leq r_{N,j}, \end{aligned} \quad j = 1, \dots, m_N \quad (4.13)$$

假設 NLOS 量測有三組，可以從圖中看到將原本的圓形交集所形成之可行域放
寬成矩形，

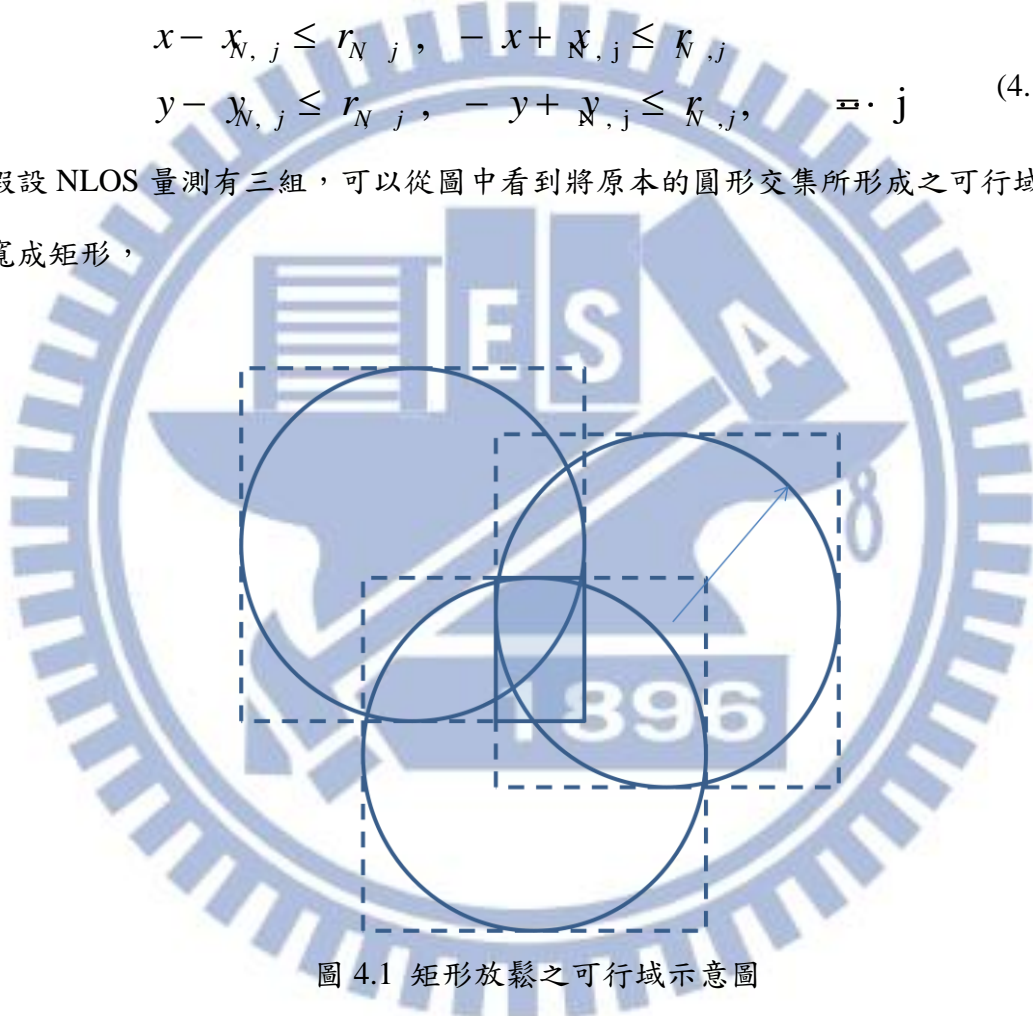


圖 4.1 矩形放鬆之可行域示意圖

再將上述 (4.13) 式改寫成標準式[13]如下

$$\begin{aligned} x - x_{N,j} + u_{1j} &= r_{N,j}, & -x + x_{N,j} + u_{2j} &= r_{N,j}, \\ y - y_{N,j} + v_{1j} &= r_{N,j}, & -y + y_{N,j} + v_{2j} &= r_{N,j}, \\ u_{1j}, u_{2j}, v_{1j}, v_{2j} &\geq 0, & j &= 1, \dots, m_N \end{aligned} \quad (4.14)$$

其中 $u_{1j}, u_{2j}, v_{1j}, v_{2j}$ 為對應第 j 組 NLOS 基地台量測的鬆弛便數，

接著我們把(4.14)整理成矩陣形式

$$[\mathbf{B}_1 | \mathbf{I}_4] \mathbf{z}_j = \mathbf{r}_j, \quad \mathbf{z}_j \geq \quad (4.15)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_j &= \begin{bmatrix} x & y & \boldsymbol{\omega}_j^T \end{bmatrix}^T \\ \boldsymbol{\omega}_j &= \begin{bmatrix} u_{j1} & u_{j2} & v_{j1} & v_{j2} \end{bmatrix}_{1 \times 4}^T \\ \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{r}}_j = \begin{bmatrix} r_{Nj} + x_{Nj} \\ r_{Nj} - x_{Nj} \\ r_{Nj} + y_{Nj} \\ r_{Nj} - y_{Nj} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

接下來將上述(4.15)式子中第 j 個 NLOS 量測推廣到 m_N 組 NLOS，則如下式

$$[\mathbf{B} | \mathbf{I}_{N \times N}] \mathbf{z} = \tilde{\mathbf{r}}, \quad \mathbf{z} \geq \quad (4.16)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^T & \mathbf{B}_1^T & \cdots & \mathbf{B}_1^T \end{bmatrix}_{2 \times 4m_N}^T \\ \tilde{\mathbf{r}} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{r}}_1^T & \tilde{\mathbf{r}}_2^T & \cdots & \tilde{\mathbf{r}}_{m_N}^T \end{bmatrix}_{1 \times 4m_N}^T \\ \boldsymbol{\omega} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1^T & \boldsymbol{\omega}_2^T & \cdots & \boldsymbol{\omega}_{m_N}^T \end{bmatrix}_{1 \times 4m_N}^T \\ \mathbf{z} &= \begin{bmatrix} x & y & \boldsymbol{\omega}^T \end{bmatrix}_{1 \times (4m_N + 2)}^T \end{aligned}$$

最後，我們將 LOS 量測所形成之目標方程式以及 NLOS 量測所形成之可行域加以結合，由(4.10)及(4.15)式中定義我們的變數向量

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} x & y & \boldsymbol{\varepsilon}^T & \boldsymbol{\omega}^T \end{bmatrix}_{1 \times (M + m_N + 1)}^T \quad (4.17)$$

接著整理出最終求解的線性規劃方程式為

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} = & \mathbf{f}^T \mathbf{z} \\ \text{such that } & \mathbf{D}\mathbf{z} \leq \mathbf{g} \quad \mathbf{z} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.18)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^T &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1}_{2M \times 1} & \mathbf{0}_{4m_N \times 1} \end{bmatrix}_{1 \times (2M+4m_N+2)}^T \\ \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{J} & \mathbf{0}_{M \times 4m_N} \\ \mathbf{B} & \mathbf{0}_{4m_N \times 2M} & \mathbf{I}_{4m_N \times 4m_N} \end{bmatrix}_{(M+4m_N) \times (2M+4m_N+2)} \\ \mathbf{g} &= \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \tilde{\mathbf{r}} \end{bmatrix}_{(2M+4m_N+2) \times 1} \end{aligned}$$

總結以上的方法可以看到，我們利用 LOS 量測建立目標方程式，並且利用 NLOS 量測建立可行域，不讓 NLOS 量測去影響目標方程式，而是用來輔助我們搜尋手機位置建立限制式，接下來 4.2 及 4.3 將分別針對此方法進行修改，分別針對目標方程式以及可行域的建立有不同的修正。

4.2 利用其他線性化方法建立線性規劃目標方程式

4.1 介紹的線性規劃法[6]是利用 C(N,2)相減法將原本 LOS 距離量測線性化，建立我們的目標方程式，本節將利用不同的線性化方法來建立目標方程式，利用 2.2.2.b 的泰勒線性化法以及 2.2.2.c 的新增變數法來作修改，在此皆為假設 LOS 量測個數至少有三個以上，才能使得手機位置估計可行。

4.2.a 利用泰勒線性化法建立目標方程式

不同於 4.1 所介紹的將(4.1a)中的距離量測利用 C(N,2)相減法線性化，我們採取 2.2.2.b 中的泰勒線性化法，可以將(4.1a)整理成以下形式

$$a_{TS_i} x + b_{TS_i} y = c_{TS_i}, \quad i = 1, \dots, 1, \quad (4.19)$$

其中由(2.19)可以看出

$$a_{TS,i} = \left(\frac{x_0 - x_{L,i}}{d_{i,0}} \right), \quad b_{TS,i} = \left(\frac{y_0 - y_{L,i}}{d_{i,0}} \right)$$

$$c_{TS,i} = r_{L,i} - d_{i,0} - \left(\frac{x_0 - x_{L,i}}{d_{i,0}} \right) x_0 - \left(\frac{y_0 - y_{L,i}}{d_{i,0}} \right) y_0$$

$$d_{i,0} = \sqrt{(x_0 - x_{L,i})^2 + (y_0 - y_{L,i})^2}$$

因此我們可以相同定義我們殘餘量為

$$e_{L,i} = a_{L,i} x + b_{L,i} y - c_{L,i} \quad i = 1, \dots, m_L, \quad (4.20)$$

接著，由 (4.19) 到 (4.20) 中，為了建立線性規劃之目標方程式，由每個鬆弛變數組合而成

$$Z \triangleq \sum_i (e_{TS,i}^+ + e_{TS,i}^-) \quad (4.21)$$

其中如同 (4.9) 中我們將其限制式寫成以下形式

$$a_{TS,i} x + b_{TS,i} y + e_{TS,i}^+ - e_{TS,i}^- = c_{TS,i} \quad i = 1, 2, \dots, m_L \quad (4.22)$$

由上式 (4.22) 中可觀察到我們一共有 $2m_L$ 個非負的鬆弛變數以及 $[x \ y]$ 一共 $(2m_L+2)$ 個未知數，定義

$$\mathbf{z}_{TS} = \begin{bmatrix} x & y & \mathbf{e}_{TS}^T \end{bmatrix}_{2m_L+2}^T \quad (4.23)$$

其中

$$\mathbf{e}_{TS} = \begin{bmatrix} e_{TS,1}^+ & e_{TS,1}^- & \dots & e_{TS,m_L}^+ & e_{TS,m_L}^- \end{bmatrix}_{1 \times 2m_L}^T$$

由上述式子我們也可以將之寫成線性規劃之標準式[13]如下

$$\begin{aligned} \min Z &= \mathbf{f}_{TS,L}^T \mathbf{z}_{TS} \\ \text{such that } & \left[\mathbf{H}_{TS,L} \mid \mathbf{J} \right] \mathbf{z}_{TS} = \mathbf{p}_{TS}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.24)$$

其中

$$\mathbf{f}_{TS,L} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1}^T & \mathbf{1}_{2m_L \times 1}^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{m_L \times 2m_L}$$

$$\mathbf{H}_{TS,L} = \begin{bmatrix} f_{L,1}^x & f_{L,1}^y \\ f_{L,2}^x & f_{L,2}^y \\ \vdots & \vdots \\ f_{L,m_L}^x & f_{L,m_L}^y \end{bmatrix}$$

而我們將上述利用泰勒線性化所建立的目標方程式結合 4.1 中利用 NLOS 量測關係式，藉由從原本 (4.12) 中的圓交集而成的可行域放鬆成矩形，最後可以整理如下

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}_{TS}^T \mathbf{z}_{TS} \\ \text{such that } & \mathbf{D}_{TS} \mathbf{z}_{TS} = \mathbf{g}_{TS}, \mathbf{z} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.25)$$

其中

$$\mathbf{f}_{TS}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1}_{2m_L \times 1} & \mathbf{0}_{4m_N \times 1} \end{bmatrix}_{1 \times (2m_L + 4m_N + 2)}^T$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{TS,L} \mid \mathbf{J}_{TS_{m_L \times 2m_L}} & \mathbf{0}_{m_L \times 4m_N} \\ \mathbf{B} \mid \mathbf{0}_{4m_N \times 2m_L} & \mathbf{I}_{4m_N \times 4m_N} \end{bmatrix}_{(m_L + 4m_N) \times (2m_L + 4m_N + 2)}$$

$$\mathbf{g}_{TS} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{TS} \\ \tilde{\mathbf{r}} \end{bmatrix}_{(2m_L + 4m_N + 2) \times 1}$$

4.2.b 利用新增變數法建立目標方程式

跟 4.1 及 4.2.a 的兩種方法相同想尋求線性化方程，將 (4.1a) 中在此用 2.2.2.c 提到之新增變數法，可以將(4.9)整理成以下形式

$$a_{A,i}x + b_{A,i}y + R = c_{A,i} \quad i = 1, \dots, m_L, \quad (4.26)$$

其中 $R = x^2 + y^2$

$$a_{A,i} = -2x_{L,i}, \quad b_{A,i} = -2y_{L,i}, \quad c_{A,i} = r_{L,i}^2 - x_{L,i}^2 - y_{L,i}^2$$

並相同將其限制式寫成以下形式

$$a_{A,i}x + b_{A,i}y + R - e_{A,i}^+ + e_{A,i}^- = c_{A,i} \quad i = 1, 2, \dots, m_L \quad (4.27)$$

接著整理上式(4.27)一共有 $2m_L$ 個非負的鬆弛變數以及 $[x \ y \ R]$ 一共 $(2m_L + 3)$ 個未知數，定義

$$\mathbf{z}_A = \begin{bmatrix} x & y & R & \mathbf{e}_A^T \end{bmatrix}^T \quad (4.28)$$

其中 \mathbf{e}_A 跟 (4.23) 中的 \mathbf{e}_{TS} 相同。

而最後我們相同的將上述利用新增變數法所建立的目標方程式結合 4.1 中利用 NLOS 量測關係式而成的可行域鬆弛成矩形，最後可以整理如下

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} = & \mathbf{f}_A^T \mathbf{z}_A \\ \text{such that } & \mathbf{D}_A \mathbf{z}_A = \mathbf{g}_A \quad \mathbf{z} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.29)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_A^T &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mathbf{1}_{2m_L \times 1} & \mathbf{0}_{4m_N \times 1} \end{bmatrix}^T_{1 \times (2m_L + 4m_N + 3)} \\ \mathbf{D}_A &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_A & \mathbf{J}_{A_{m_L \times 2m_L}} & \mathbf{0}_{m_L \times 4m_N} \\ \tilde{\mathbf{B}} & \mathbf{0}_{4m_N \times 2m_L} & \mathbf{I}_{4m_N \times 4m_N} \end{bmatrix}_{(m_L + 4m_N) \times (2m_L + 4m_N + 3)} \end{aligned}$$

$$\mathbf{g}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_A \\ \tilde{\mathbf{r}} \end{bmatrix}_{(2m_L+4m_N+3) \times 1}$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{0}]$$

本節所提出的方法，是將 4.1 中利用 C(N,2) 相減線性化建立目標方程式的概念修改成泰勒線性化以及新增變數法，並且採用 4.1 中 NLOS 量測所形成的可行域，結合利用線性規畫法來求得手機位置估計，相關的模擬結果將在第五章中提出。

4.3 利用泰勒線性化建立可行域

本節的重點將轉而著重於可行域之建立，在 4.1 中所提到的方法，是將原本的 NLOS 過長量測，利用基地台已知位置為圓心，距離量測為半徑畫出的圓所交集的區域定為可行域，但將此非線性方程所形成之弧形可行域放鬆成矩形，本節提出利用泰勒線性化法，將原本的非線性可行域尋求另一種簡化的方法，其建立過程將在以下做介紹。

首先從 2.2.2.b 中泰勒線性化法，將(4.1b)式改寫成

$$r_{N,j} \geq d_{N,j} \Rightarrow \tilde{r}_{N,j} \geq f_{N,j}^x x + f_{N,j}^y y, \quad (4.30)$$

其中

$$f_{N,j}^x = \left(\frac{x_0 - x_{N,j}}{d_{j,0}} \right), \quad f_{N,j}^y = \left(\frac{y_0 - y_{N,j}}{d_{j,0}} \right)$$

$$\tilde{y}_{N,j} = r_{N,j} - d_{j,0} - f_{N,j}^x x_0 - f_{N,j}^y y_0$$

接著我們從圖形中來看 (4.30) 中所代表之幾何意義如下圖

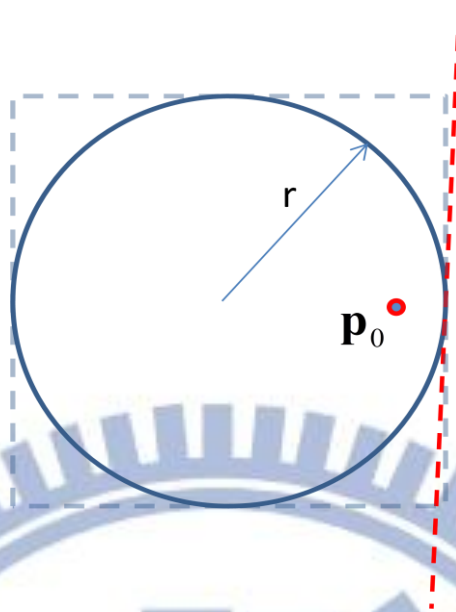


圖 4.2 泰勒線性化之對於圓之幾何關係

假設針對參考點 \mathbf{p}_0 作泰勒線性化，則()中則是表示成距離 \mathbf{p}_0 最近並且相切於圓的切線，如果假設我們有三組基地台遭受 NLOS 干擾破壞，我們可以有以下的示意圖形

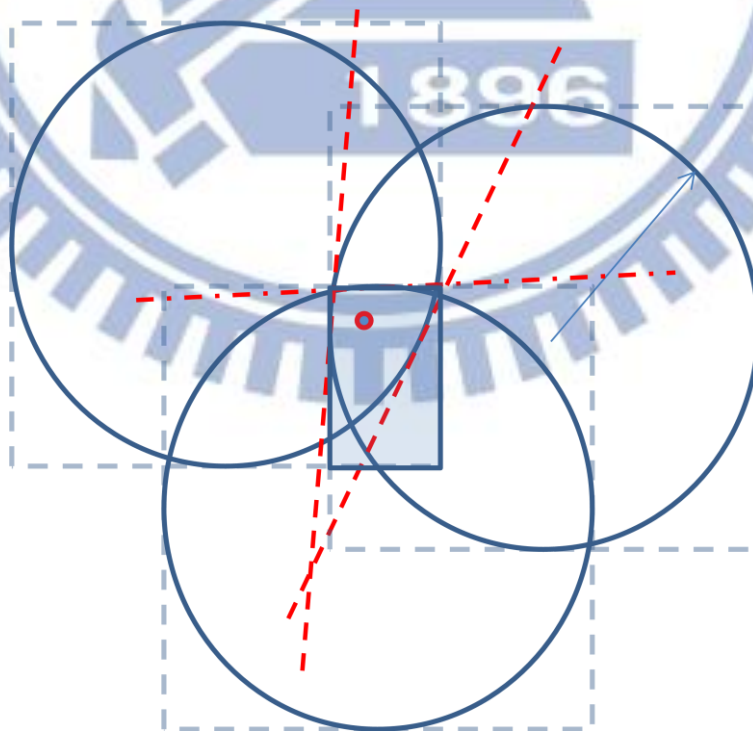


圖 4.3 泰勒線性化之可行域示意圖

由上圖 Fig4.3 可以看出，由原本三個 NLOS 量測畫出的圓形，其交集的弧形區域組成之可行域，也是我們想避開的非線性部分，而三個方型所交集而成的矩形部分則是 4.1 中所提過的放鬆，接著三條切過各自三個圓的線，所形成之三角形區間，則是我們利用泰勒線性化法所形成之可行域，藉此想要更貼近於原本弧形區間的可行域相較於矩形區間的大範圍，尋求更精準的手機位置估計。圖 4.4 為原始，矩形放寬及泰勒放寬之可行域示意圖比較。

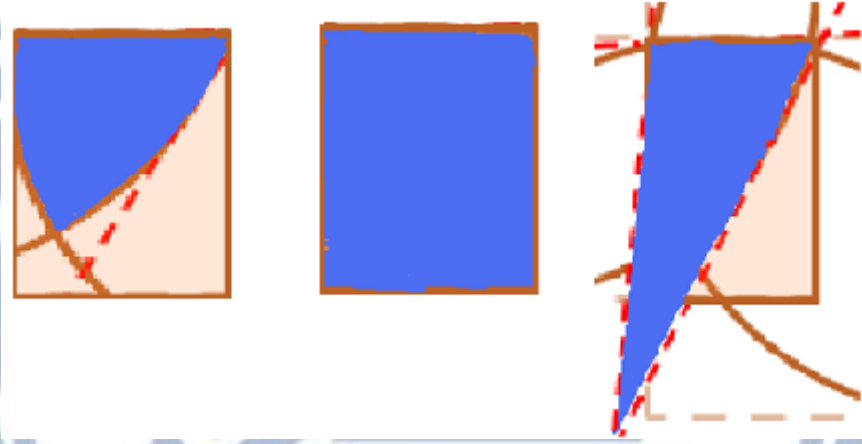


圖 4.4 原始，矩形放寬，泰勒放寬之可行域示意圖比較之一

接著我們仿造 4.1 中的方法，將 (4.30) 改寫成標準式

$$\tilde{y}_{N,j} = f_{N,j}^x x + f_{N,j}^y y + u_j, \quad u_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, m_N \quad (4.31)$$

將所有 j 個 NLOS 距離量測整理成矩陣形式如下

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{TS,N} & \mathbf{I}_{m_N \times m_N} \end{bmatrix} \mathbf{z} = \tilde{\mathbf{y}}_N, \quad \mathbf{z} \geq 0 \quad (4.32)$$

$$\mathbf{z} = [x \quad y \quad \mu \quad \dots \quad \mu_{m_N}]^T \quad (4.33)$$

其中

$$\mathbf{H}_{TS,N} = \begin{bmatrix} f_{N,1}^x & f_{N,1}^y \\ f_{N,2}^x & f_{N,2}^y \\ \vdots & \vdots \\ f_{N,m_N}^x & f_{N,m_N}^y \end{bmatrix}$$

接下來我們將泰勒線性化所形成的可行域結合 4.1 中利用 C(N,2)相減法所形成之目標方程式，將手機位置估計接著整理出最終求解的線性規劃方程式為

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \min \mathbf{f}^T \mathbf{z}_{TS,Con} \\ \text{such that } \mathbf{D}_{TS,Con} \mathbf{z}_{TS,Con} &= \mathbf{g}_{TS,Con}, \quad \mathbf{z}_{TS,Con} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.34)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^T &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1}_{2m_N \times 1} & \mathbf{0}_{m_N \times 1} \end{bmatrix}_{1 \times (3m_N+2)}^T \\ \mathbf{D}_{TS,Con} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{J} & \mathbf{0}_{M \times m_N} \\ \mathbf{H}_{TS,N} & \mathbf{0}_{m_N \times 2M} & \mathbf{I}_{m_N \times m_N} \end{bmatrix}_{(M+m_N) \times (2M+m_N+2)} \\ \mathbf{g}_{TS,Con} &= \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \tilde{\mathbf{y}}_N \end{bmatrix}_{(2M+m_N+2) \times 1} \end{aligned}$$

值得一提的是，我們發現上述利用泰勒線性化法有時候會有缺點，就是不能像 4.1 所提之放鬆方法在兩個以上的 NLOS 量測情形下總是都能有一組封閉區間的可行域，首先看 NLOS 量測為兩個，情形如下述兩圖所示

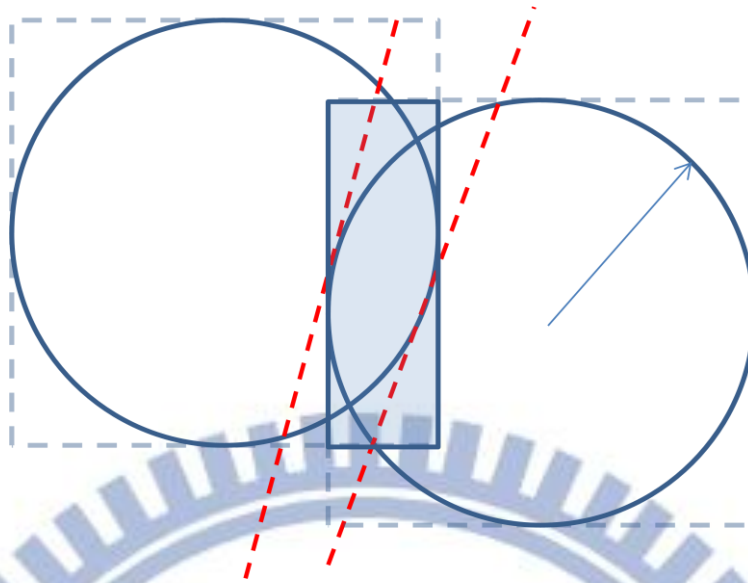


圖 4.5 兩個 NLOS 基地台情況下封閉區間可能比較

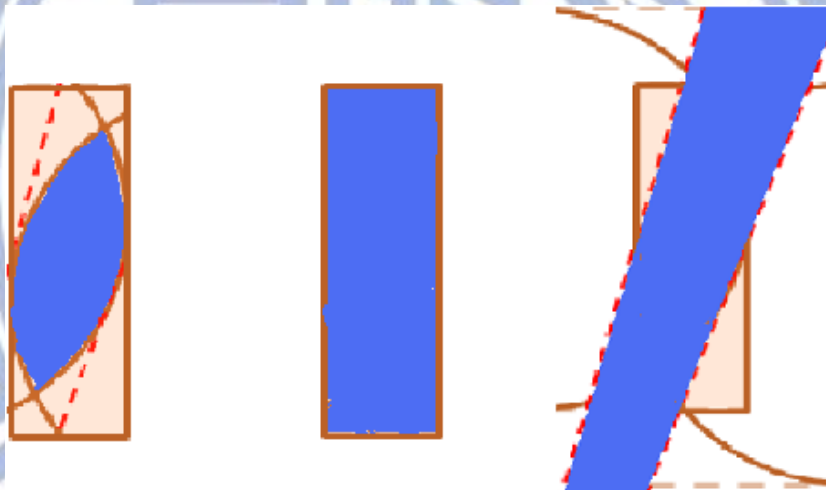


圖 4.6 原始，矩形放寬，泰勒放寬之可行域示意圖比較之二

接下來則是看三個 NLOS 量測所形成之較不好的可行域示意圖如下

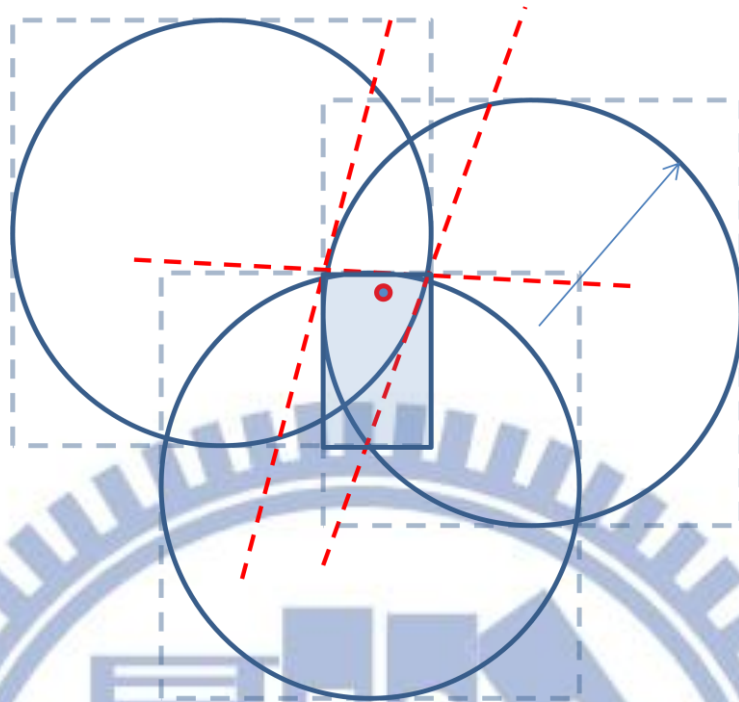


圖 4.7 泰勒線性化之非封閉可行域示意圖

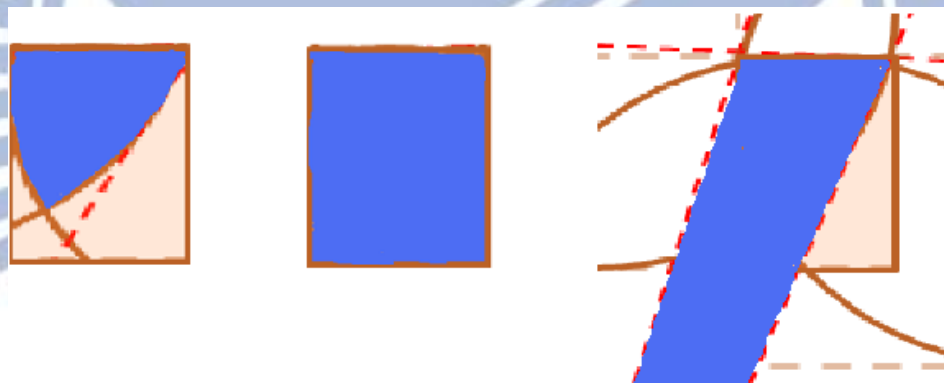


圖 4.8 原始，矩形放寬，泰勒放寬之可行域示意圖比較之三

上圖表示出，假設泰勒線性化法初始值不夠好的時候，會使得切線無法形成封閉的區間，此時就不像矩形法能有效的使可行域有一個封閉範圍，此情形發生時將可能造成較大誤差。因此我們可以進一步將 4.1 中所提出的矩形法和我們提出的方法做結合，取兩者之間的交集來形成一組新的可行域，可以保有封閉區間的特性，並且能更貼近原本弧形區域的大小，如下圖 4.9 所示

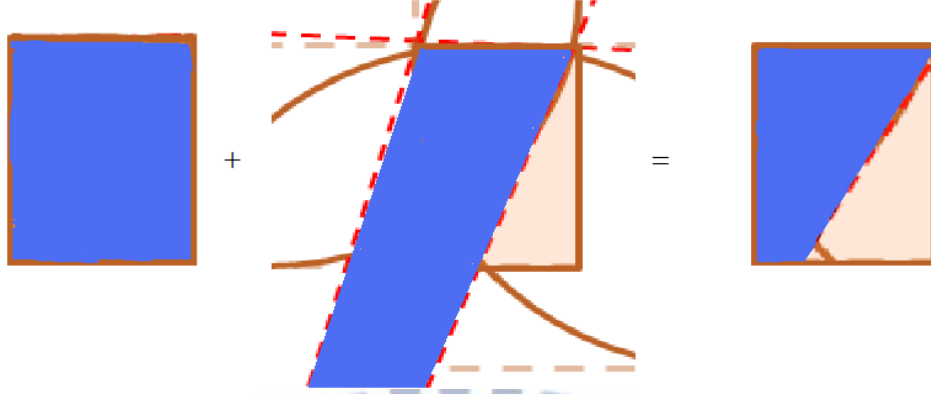


圖 4.9 矩形放寬結合泰勒放寬之可行域示意圖

由圖 4.9 中所表示形成之最終可行域將能進一步使得我們手機位置估計能更加穩定，而整理出最終估計線性規畫如下

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \min \mathbf{f}_{combine1}^T \mathbf{z}_{combine1} \\ \text{such that } \mathbf{D}_{combine1} \mathbf{z}_{combine1} &= \mathbf{g}_{combine1}, \quad \mathbf{z}_{combine1} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.35)$$

其中

$$\mathbf{f}_{combine1}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1}_{2m_N \times 1} & \mathbf{0}_{5m_N \times 1} \end{bmatrix}_{1 \times (8m_N + 2)}^T$$

$$\mathbf{D}_{combine1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{J} & \mathbf{0}_{M \times m_N} & \mathbf{0}_{M \times 4m_N} \\ \mathbf{H}_{TS,N} & \mathbf{0}_{m_N \times 2M} & \mathbf{I}_{m_N \times m_N} & \mathbf{0}_{m_N \times 4m_N} \\ \mathbf{B} & \mathbf{0}_{4m_N \times 2M} & \mathbf{0}_{4m_N \times m_N} & \mathbf{I}_{4m_N \times 4m_N} \end{bmatrix}_{(M+5m_N) \times (2M+5m_N+2)}$$

$$\mathbf{g}_{combine1} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \tilde{\mathbf{y}}_N \\ \tilde{\mathbf{r}} \end{bmatrix}_{(2M+5m_N+2) \times 1}$$

同樣的也可以推演成利用 4.2. a 的泰勒線性化法建立目標方程式並且將矩形以及泰勒線性化的可行域結合，整理出下式之線性規劃方程

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \min \mathbf{f}_{combine2}^T \mathbf{z}_{combine2} \\ \text{such that } \mathbf{D}_{combine2} \mathbf{z}_{combine2} &= \mathbf{g}_{combine2} \quad , \quad \mathbf{z}_{combine2} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.36)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{combine2}^T &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1}_{2m_N \times 1} & \mathbf{0}_{5m_N \times 1} \end{bmatrix}_{1 \times (8m_N + 2)}^T \\ \mathbf{D}_{combine2} &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{TS,L} & \mathbf{J} & \mathbf{0}_{m_N \times m_N} & \mathbf{0}_{m_N \times 4m_N} \\ \mathbf{H}_{TS,N} & \mathbf{0}_{m_N \times 2M} & \mathbf{I}_{m_N \times m_N} & \mathbf{0}_{m_N \times 4m_N} \\ \mathbf{B} & \mathbf{0}_{4m_N \times 2M} & \mathbf{0}_{4m_N \times m_N} & \mathbf{I}_{4m_N \times 4m_N} \end{bmatrix}_{(6m_N) \times (2M + 5m_N + 2)} \\ \mathbf{g}_{combine2} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_L \\ \tilde{\mathbf{y}}_N \\ \tilde{\mathbf{r}} \end{bmatrix}_{(2M + 5m_N + 2) \times 1} \end{aligned}$$

在此將本章節目前為止的線性規劃流程圖表示如下

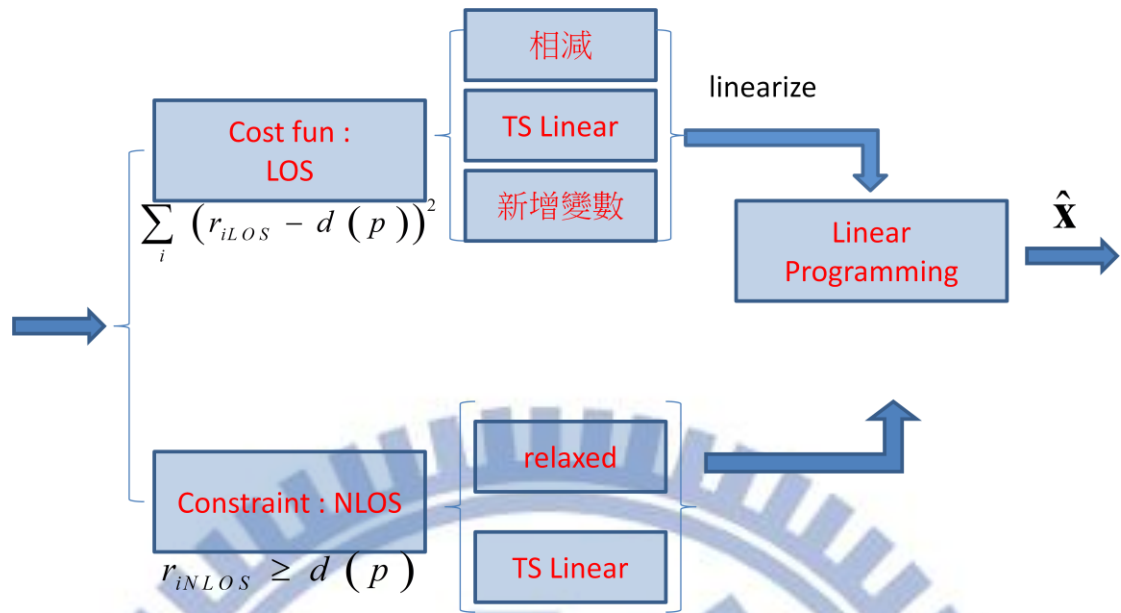


圖 4.10 線性規劃目標方程式及可行域之流程圖

本節所提出的方法好處在於，可以將原本 4.1 中提出的矩形可行域更貼近原本弧形的可能，而如果將此方法結合矩形取交集後，將可以得到更穩定的手機位置估計線性規劃方程，模擬的結果將在第五章提出。

4.4 利用人工 NLOS 擴張線性規劃法比較

4.1 到 4.3 節所討論的線性規劃法相同的部分皆在於，利用 LOS 距離量測藉由不同的線性化方法推得目標方程式，並且用 NLOS 距離量測來形成可行域來”輔助”，藉以求得我們手機位置，本節將[6]所提出的擴張(extension)線性規劃法加以套用在 4.3 中。此概念在於，利用已知的 LOS 距離量測，分別加上”人工”的 NLOS bias，因此可以多出 m_L 個人工 NLOS 方程式，並且利用 4.3 所提出的(4.30)到 (4.34) 之方法，增加了可行域形成之條件。

首先，由[6]所提出的擴張線性規劃法，假設我們知道 LOS 情況下雜訊統計特性，並且將原本 LOS 距離量測向量 r_L 加上一組相較於雜訊”夠大”的”人

工”NLOS \mathbf{b}_{art} 如下式

$$\tilde{\mathbf{r}}_L = \mathbf{r}_L + \mathbf{b}_a \quad (4.37)$$

可以從示意圖中表示

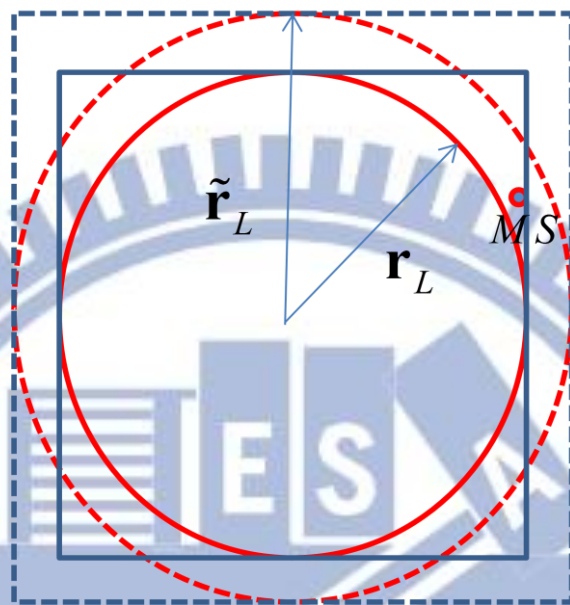


圖 4.11 加上人工 NLOS 後放大的 LOS 示意圖

如果只增加一組人工 NLOS，藉由挑選適當的人工 NLOS，可行域變化將如下述圖所示

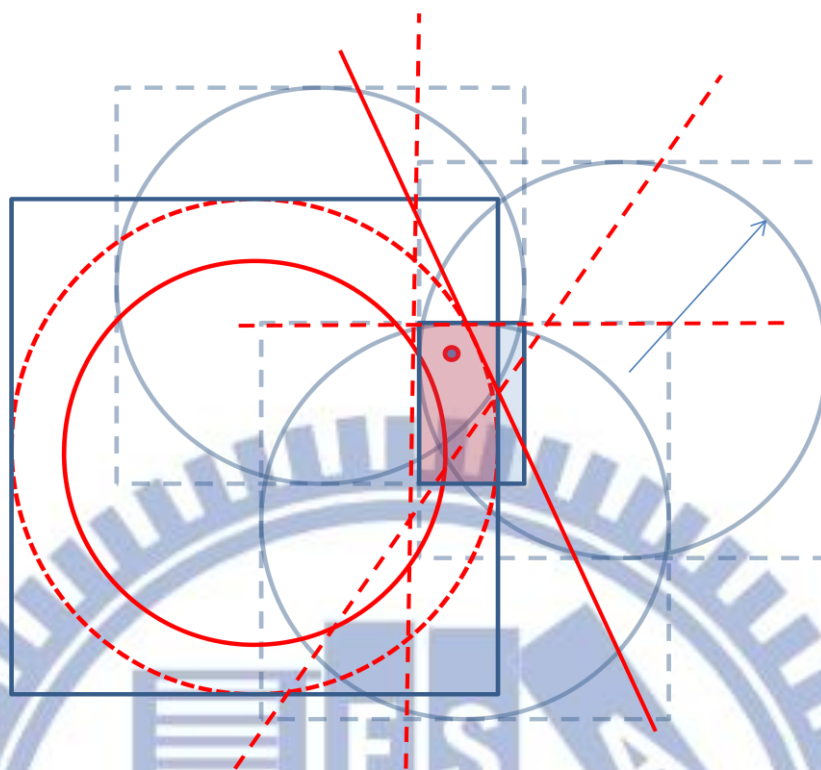


圖 4.12 加上一組人工 NLOS 後可行域形成示意圖

其中，矩形放寬加上一組人工 NLOS 後，其可行域之變化圖如下，圖 4.13 左邊為原本三組 NLOS 量測所形成之可行域，而右邊則為加了一組人工 NLOS 後可行域示意圖，可以看到挑選了一組適當的人工 NLOS 可以使得可行域縮小。

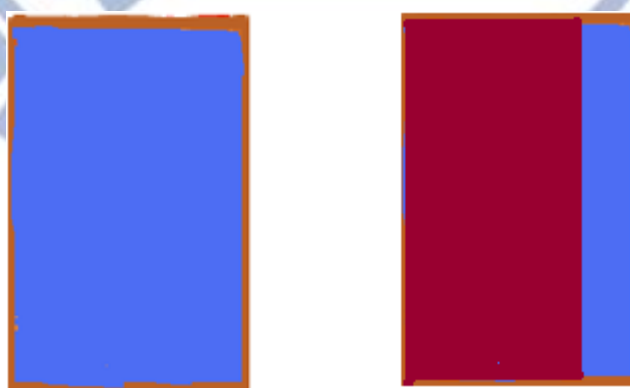


圖 4.13 矩形放寬加上一組人工 NLOS 可行域之變化

下圖 4.14 則可以看出泰勒放寬加上一組人工 NLOS 後可行域之變化，左邊為原

本的 NLOS 量測形成，右邊為加上一組人工 NLOS，可以得到相同縮小可行域之結果。

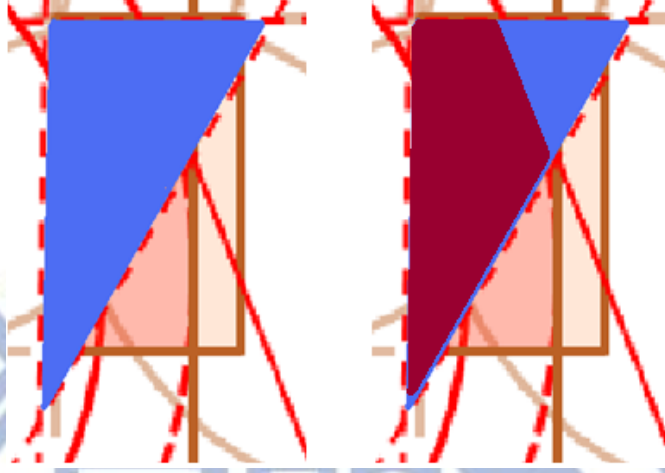


圖 4.14 泰勒放寬加上一組人工 NLOS 可行域之變化

因此由 (4.37) 形成人工 NLOS 並且加以套用在 (4.12~16) 可以使得 4.1 節提到的矩形法可行域得到更多訊息修正，可以將 (4.18) 修改如下

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \min_{\mathbf{z}_{ext1}} \mathbf{f}_{ext1}^T \mathbf{z}_{ext1} \\ \text{such that } \mathbf{D}_{ext1} \mathbf{z}_{ext1} &= \mathbf{g}_{ext1}, \quad \mathbf{z}_{ext1} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.38)$$

其中

$$\mathbf{f}_{ext1}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1}_{2M \times 1} & \mathbf{0}_{(4m_N+4m_L) \times 1} \end{bmatrix}_{1 \times (2M+4m_N+4m_L+2)}^T$$

$$\mathbf{z}_{ext1} = \begin{bmatrix} x & y & \boldsymbol{\varepsilon}^T & \boldsymbol{\omega}_{ext1}^T \end{bmatrix}_{1 \times (2M+4m_N+4m_L+2)}^T$$

$$\mathbf{D}_{ext1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{J} & \mathbf{0}_{M \times (4m_N+4m_L)} \\ \mathbf{B}_{ext1} & \mathbf{0}_{(4m_N+4m_L) \times 2M} & \mathbf{I}_{(4m_N+4m_L) \times (4m_N+4m_L)} \end{bmatrix}_{(M+4m_N+4m_L) \times (2M+(4m_N+4m_L)+2)}$$

$$\mathbf{g}_{ext1} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \tilde{\mathbf{r}}_{ext1} \end{bmatrix}_{(2M+(4m_N+4m_L)+2) \times 1}$$

由(4.38)中，可以看到經由這些人工 NLOS 加入輔助後，修正了以下幾個矩陣

$$\mathbf{B}_{ext} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^T & \mathbf{B}_1^T & \cdots & \mathbf{B}_1^T \end{bmatrix}_{2 \times (4m_N + 4m_L)}^T \quad (4.39)$$

$$\tilde{\mathbf{r}}_{ext1} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{r}}^T & \tilde{\mathbf{r}}_{ext1}^T \end{bmatrix}_{1 \times (4m_N + 4m_L)}^T \quad (4.40)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ext1}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1^T & \boldsymbol{\omega}_2^T & \cdots & \boldsymbol{\omega}_{m_N+m_L}^T \end{bmatrix}_{1 \times 4m_N + 4m_L}^T \quad (4.41)$$

接著如同上述的過程，也將此人工 NLOS 加入輔助的方法套用在 (4.34) 提出的泰勒線性化形成可行域輔助方法，如下

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} = \min & \mathbf{f}_{ext2}^T \mathbf{z}_{ext2} \\ \text{such that } & \mathbf{D}_{ext2} \mathbf{z}_{ext2} = \mathbf{g}_{ext2}, \quad \mathbf{z}_{ext2} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.42)$$

其中

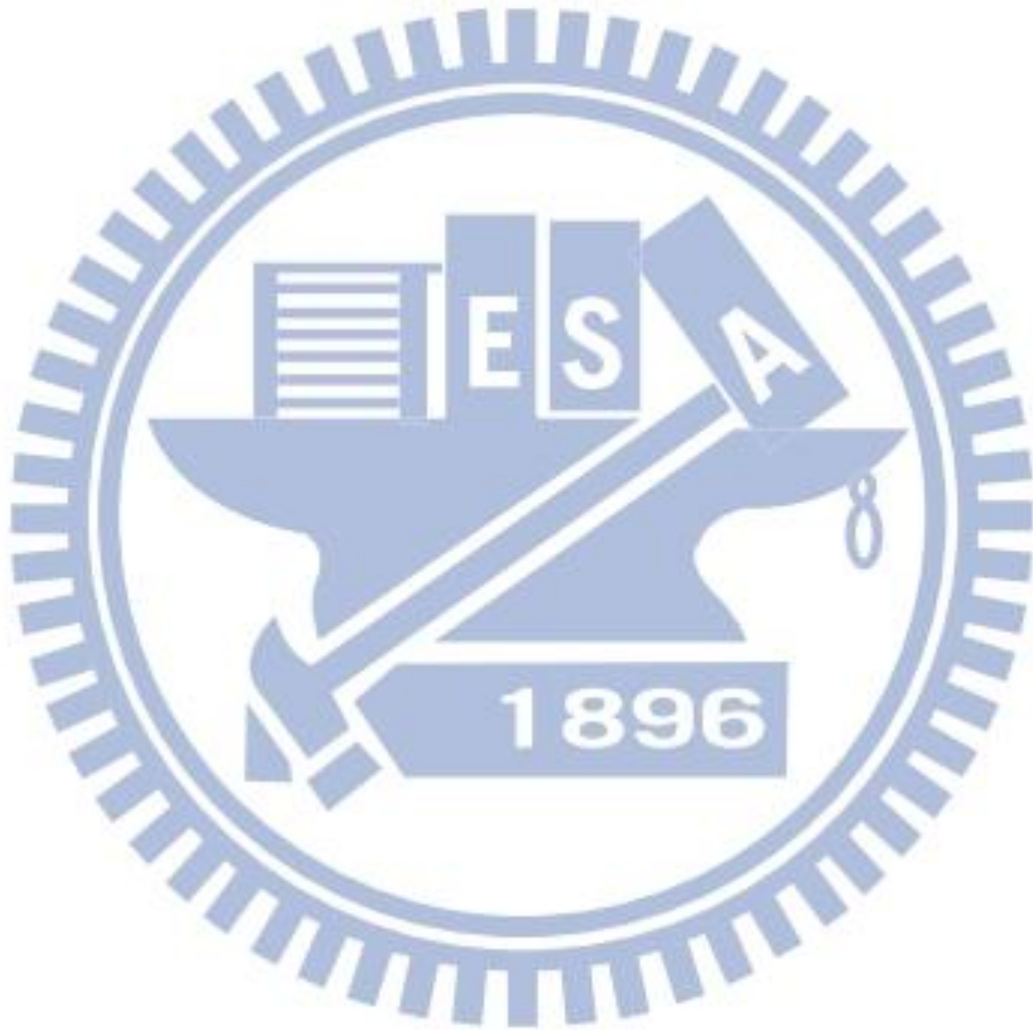
$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{ext2}^T &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1}_{2m_N \times 1} & \mathbf{0}_{(m_N+m_L) \times 1} \end{bmatrix}_{1 \times (3m_N+m_L+2)}^T \\ \mathbf{z}_{ext2} &= [x \ y \ u_1 \ \cdots \ u_{m_N+m_L}] \\ \mathbf{D}_{ext2} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{J} & \mathbf{0}_{M \times m_N} \\ \mathbf{H}_{ext2} & \mathbf{0}_{(m_N+m_L) \times 2M} & \mathbf{I}_{(m_N+m_L) \times m_N} \end{bmatrix}_{(M+m_N) \times (2M+m_N+m_L+2)} \\ \mathbf{g}_{ext2} &= \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{ext2} \end{bmatrix}_{(2M+m_N+m_L+2) \times 1} \end{aligned}$$

相同的 (4.42) 中我們修正的矩陣為

$$\mathbf{H}_{ext2} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{TS,N}^T & \mathbf{H}_{TS,\tilde{N}}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.43)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{ext2} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_{TS,N}^T & \tilde{\mathbf{y}}_{TS,\tilde{N}}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.44)$$

其中我們的 $\mathbf{H}_{TS,\tilde{N}}$ 以及 $\tilde{\mathbf{y}}_{TS,\tilde{N}}$ 分別為利用 (4.37) 中的人工距離量測，如(4.30) 的泰勒線性化法形成，電腦模擬結果將在第五章中展示。



第五章

電腦模擬

本章節將展示第二章至第四章所提出之演算法利用電腦模擬驗證結果，5.1 節中為 2.3 節所提出的利用 GLS 作權重 C(N,2)相減法，5.2 節則將展示第三章所提出的 NLOS 偏差修正方法比較結果，接著 5.3 則是針對 4.2 到 4.3 所提出的線性規劃法修改跟 4.1 的方法做比較，最後 5.4 將會對於 4.4 節提出的兩種擴張線性規劃法比較。

5.1 利用 GLS 作權重 C(N,2)相減法

本節將展示 2.3 節中所提出的 C(N,2) 相減法線性化過後，利用 GLS 去作權重，藉由 GLS 法避開了原本 C(N,2) 相減法過後無法求得雜訊誤差向量之共變數矩陣的反矩陣，而也一併跟 CRLB 做比較。

CRLB 定義為

$$CRLB = \{I(\mathbf{x})\}^{-1} \quad (5.1)$$

其中 $I(\mathbf{x})$ 為 Fisher information matrix

$$I(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \frac{(x-x_i)^2}{\sigma_i^2 d_i^2} & \sum_{i=1}^N \frac{(x-x_i)(y-y_i)}{\sigma_i^2 d_i^2} \\ \sum_{i=1}^N \frac{(x-x_i)(y-y_i)}{\sigma_i^2 d_i^2} & \sum_{i=1}^N \frac{(y-y_i)^2}{\sigma_i^2 d_i^2} \end{bmatrix}$$

模擬環境設定為一個 100 乘 100 的房間，基地台在四個角落，手機位置位於

[20 40]，第 i 個基地台的量測雜訊標準差為 $k \cdot d_i$ ，雜訊跟手機以及基地台之間

真實距離成正比，其中 k 為常數，模擬中取 $k = 0.01 \sim 0.05$ ，並進行 5000 次獨立之實驗，實驗結果如下圖 Fig 5.1。

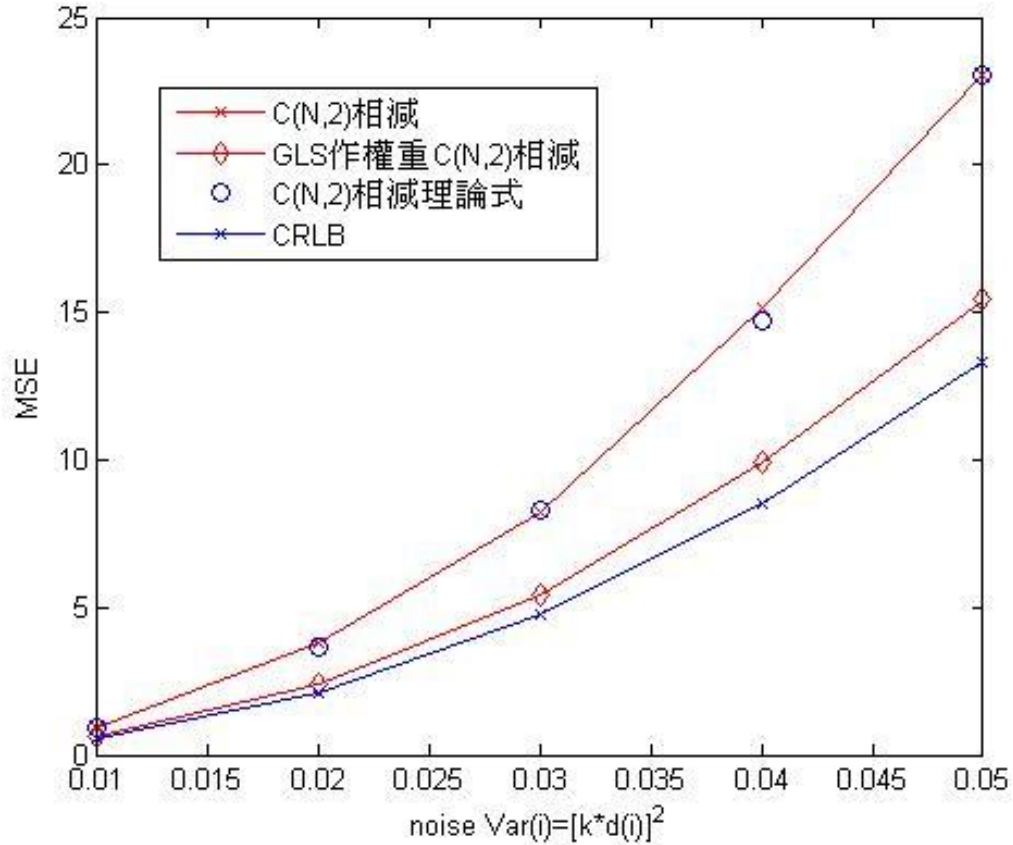


圖 5.1 C(N,2)相減法與利用 GLS 作權重之 C(N,2)相減法比較

由上圖中，橫軸為雜訊之變異數隨著 k 值成正比變大，縱軸為 MSE 定義為

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_i)^2$$

其中 N 為我們實驗次數。

Fig.5.1 中可以看到，越上面的線其 MSE 越大，定位結果越差，最差的一條線為 C(N,2)相減法，最好的線則是在圖的最下面 CRLB 當作一個標準，可以看到中間的那條線是利用 GLS 法作權重 C(N,2)相減法，並且可以有明顯的改善，朝著 CRLB 靠近。因此，利用 GLS 法作權重 C(N,2)藉此避開找不到誤差共變數矩

陣的反矩陣，並且經由權重能使得手機定位估計得到一個明顯的改善。

5.2 修改 NLOS 修正偏差法

本節將比較 3.2 中 [5] 所提出的偏差修正法以及我們在 3.3 節中所提出的修改過後的方法。

模擬環境設定為 40 乘 40 的房間，基地台分別位於四個角落，手機位置在房間內隨機產生，其中第 i 個基地台所量測的雜訊標準差為 $0.02 \cdot d_i$ ，NLOS 偏差為平均值為 $0.08 \cdot d_i$ 指數分布，並且進行 6000 次獨立實驗，電腦模擬結果將用誤差的 CDF 函數呈現。

Fig.5.2 中的四組基地台，其中 [0 0] 及 [40 0] 兩組基地台遭受 NLOS 干擾，將比較 2.2.2c 提過的新增變數法線性化，以及 3.2 中[5] 帶限制式偏差修正，還有我們在 3.3 中所提出的修改過後的修正偏差方法。

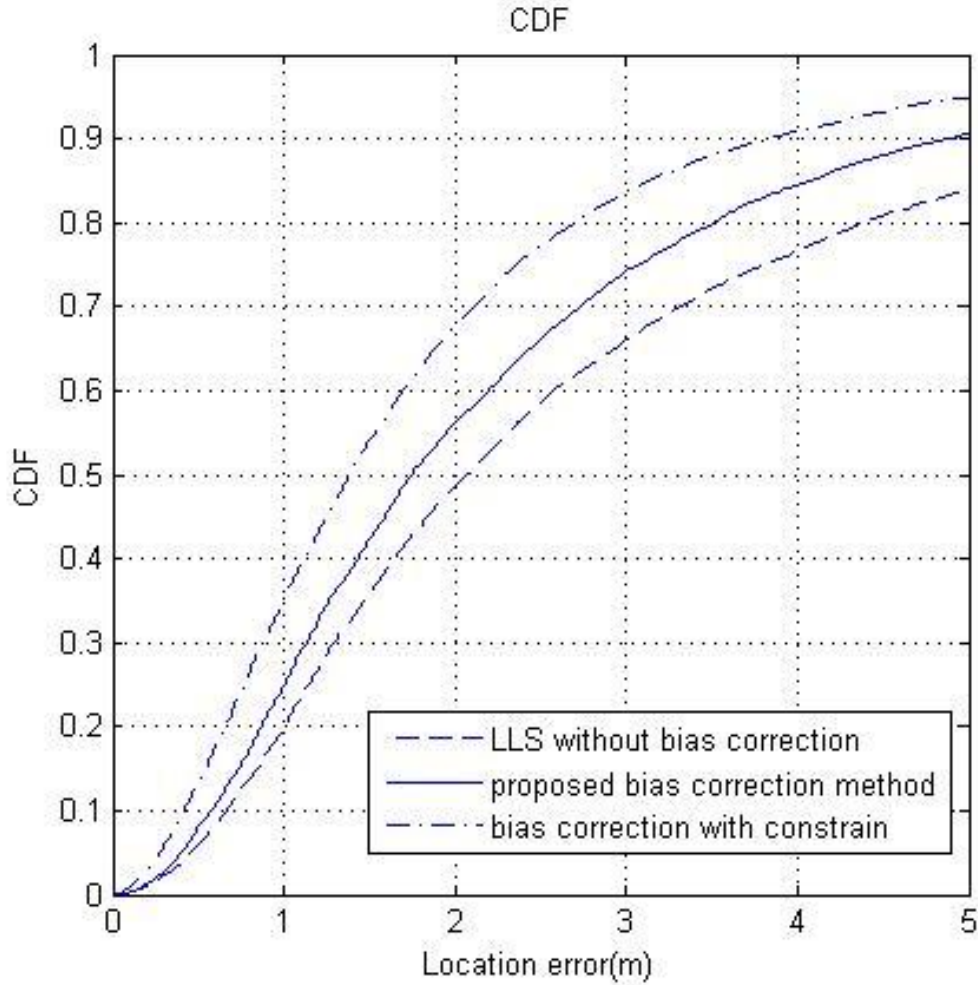


圖 5.2 帶限制式的修正偏差法跟修改過後修正偏差方法比較

由上圖 Fig 5.2 中，橫軸為位置估計誤差，縱軸為 CDF，圖中所示為越上面的線表示定位結果越好，首先我們可以看到最差的一條為不做修正偏差的新增變數法，也就是假設所有基地台為 LOS，利用 2.2.2c 去作手機估計，而最好的一條線為 3.2 中加上限制式的修正偏差方法，我們在 3.3 所提出的修改過後方法則介於兩者之間，因為我們放棄了 NLOS 偏差估計時的限制式，並且改由偽逆反矩陣取代原本的帶限制式最佳化法，以及用新增變數法取代了原本用泰勒線性化去求粗估解，其中可以從下表中看到，下表為每一次手機位置估計，我們發現大約四次的迴圈後，兩種方法都趨近於收斂，也為了更進一步比較兩種方法之間的差異性，我們捨去了 $\|\hat{\mathbf{x}}^k - \hat{\mathbf{x}}^{k-1}\| < \varepsilon$ 的判斷式，直接比較兩種方法在四次迴圈求解所需

時間。

運算時間比較表：

	Method 3.2	Method 3.3
Time (一次求解所需時間 iter:4)	0.025545 seconds.	0.001510 seconds.

表 5.1 運算時間比較

由上表可以看到，在兩組相同跑四次迴圈後的定位結果為 Fig5.2 所示，雖然我們提出的方法準確度較 3.2 節中的方法來得差，但是在每次估計時間上，則有明顯的縮短，藉由運算時間上的快速換取定位準確度的結果。

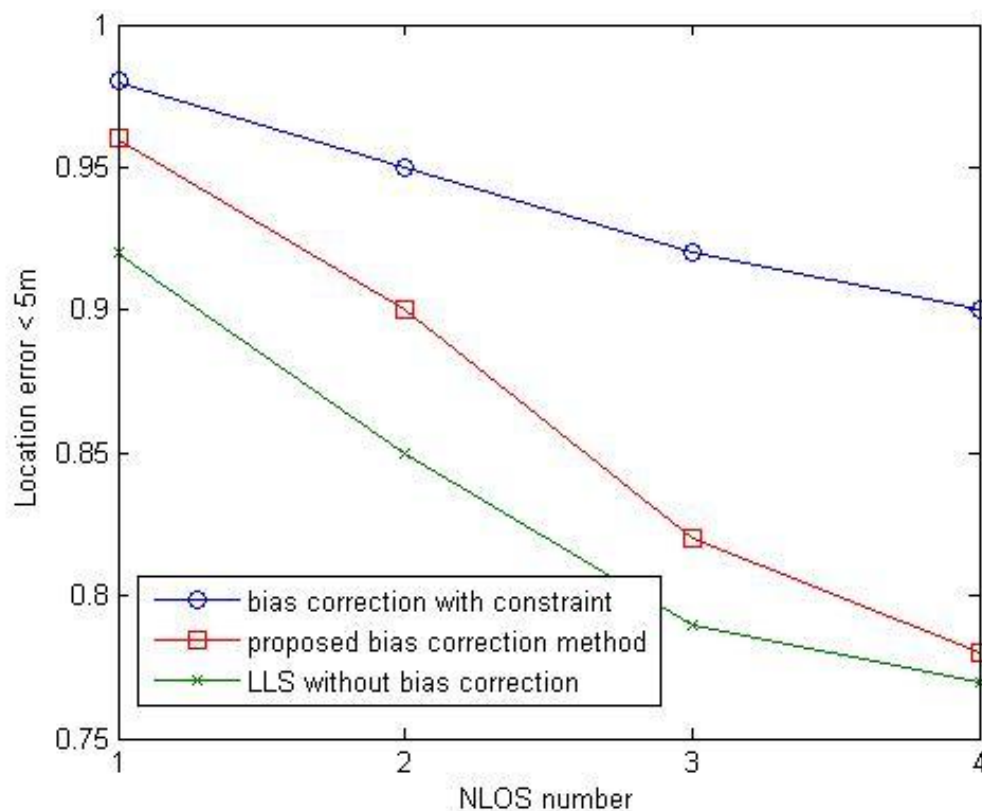


圖 5.3 改變 NLOS 個數針對定位誤差<5m 比例之比較

圖 5.3 為當 NLOS 基地台個數改變時(橫軸)，三種定位演算法對於定位誤差小於 5m 的百分比(縱軸)，而越上面的線表示其定位結果小誤差占較大比例，也是越準確的意思，可以看到最差的一條仍然是沒有做偏差修正的線性最小方差，而最好的為帶限制式之偏差修正法，我們所提出的方法則是介於兩者之間，可以發現隨著 NLOS 量測增加，定位結果隨著變差。

5.3 線性規劃法比較

本節將分成兩小節，分別為 5.3.1 的修改 4.1 線性規劃法之目標方程式後的線性規劃法比較，而 5.3.2 則是比較 4.3 提出的泰勒線性化法來形成可行域之比較。

5.3.1 修改目標方程式之線性規劃法

本節將針對 4.1 中的線性規劃法，和我們在 4.2 中所提出的修改目標方程式後的修改線性規劃法比較。

模擬環境設定為，基地台分布如圖所示

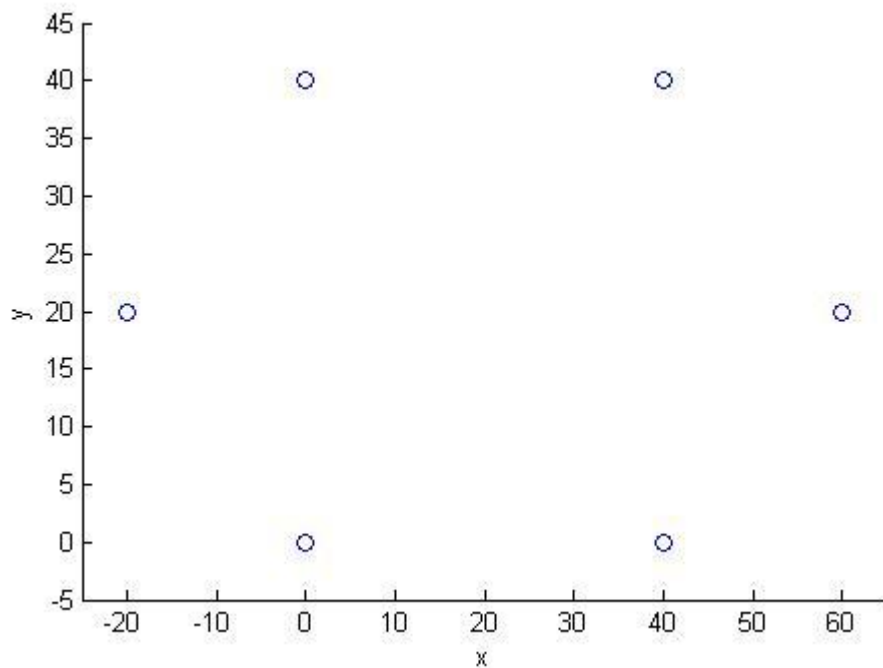


圖 5.4 模擬環境之基地台分布

手機位置在 $[40 \ 0]$, $[0 \ 0]$, $[0 \ 40]$, $[40 \ 40]$ 範圍內隨機分布，其中第 i 個基地台所量測的雜訊標準差為 $0.03 \cdot d_i$ ，NLOS 偏差設定成平均值為 $0.125 \cdot d_i$ 指數分布，而從六個基地台中，隨機取三組加上 NLOS 干擾，並且進行 2000 次獨立實驗，電腦模擬結果將用誤差的 CDF 函數呈現。

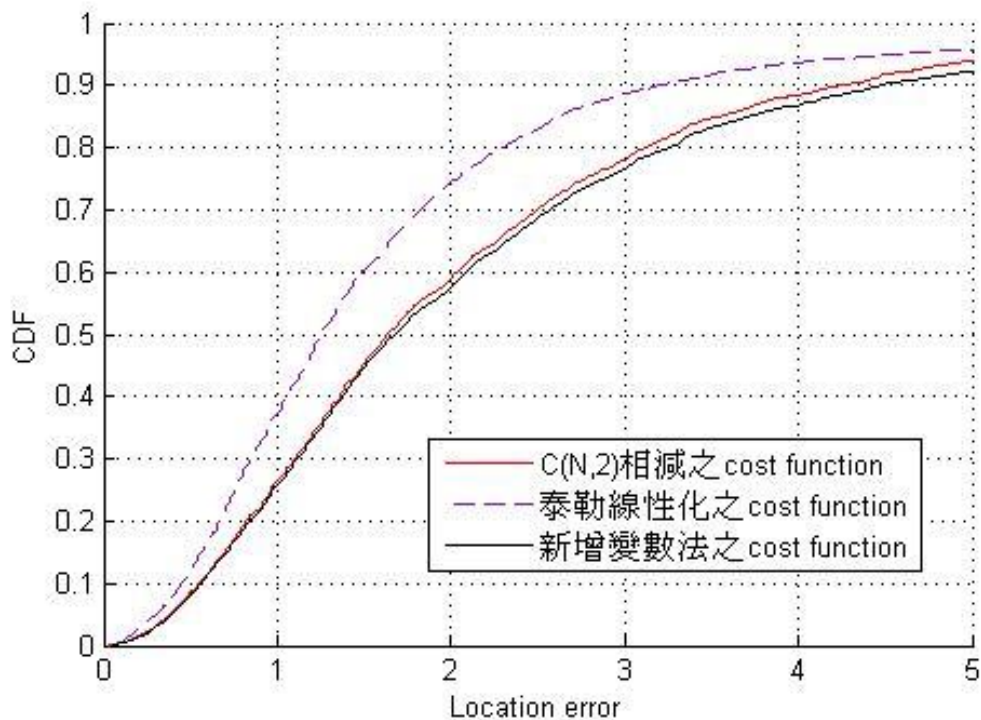


圖 5.5 不同線性化建立之線性規劃法比較

由上圖 Fig 5.4 可以看到，橫軸為定位誤差，縱軸為 CDF，越上面的線表示定位準確度越好，首先我們先看最差的一條線為由新增變數法建立的目標方程式之線性規劃，而 C(N,2)相減法則是比新增變數較好一些，可以從 2.3 中跟 2.2.2.c 中比較看出，因為 C(N,2)相減法多出了一些觀察向量，因此會有較好一些的結果，最後看到最好的一條線為 4.2.a 泰勒線性化法建立之目標方程式線性規劃。

5.3.2 利用泰勒線性化形成可解集合之比較

相同於上一節的模擬環境，我們本節將比較 4.1 中的線性規劃法以及 4.3 中我們提出的利用泰勒線性化法所形成的可行域方法，以及結合 4.1 的矩形和 4.3 提出的方法的比較。

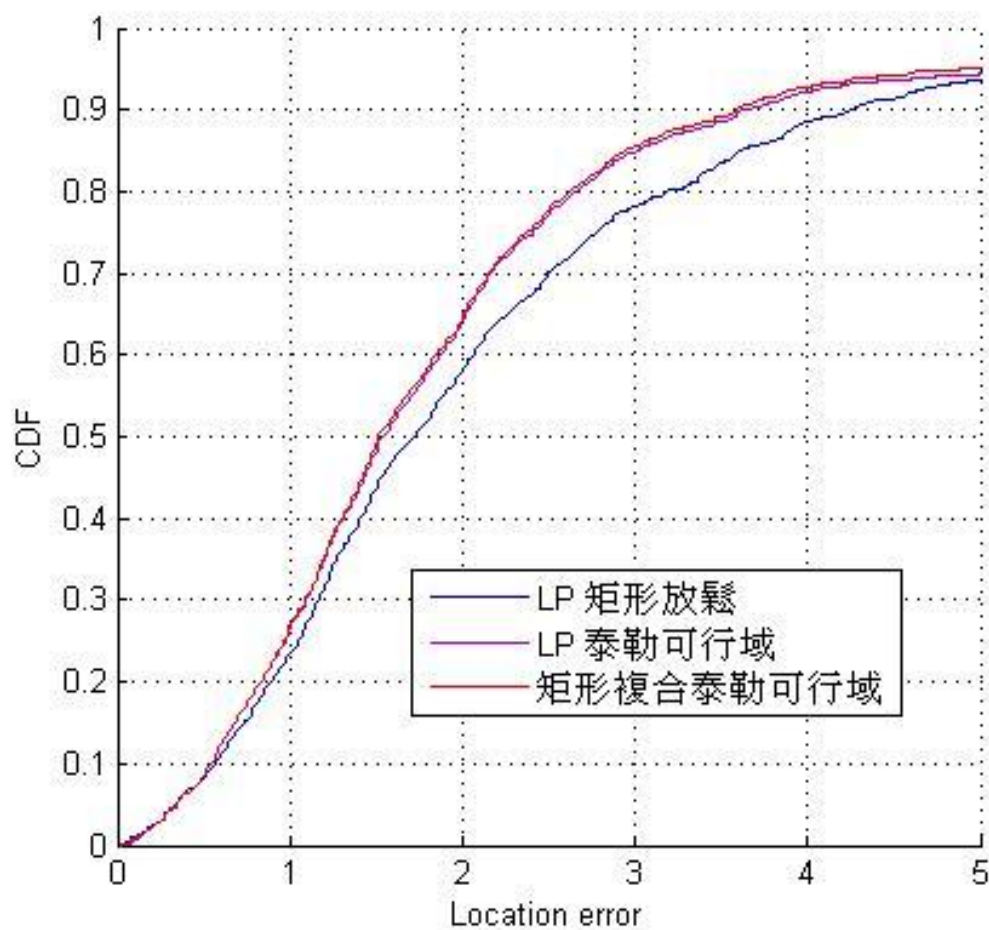


圖 5.6 不同可行域之線性規劃法比較

由上圖可以看到，為一組誤差 CDF 圖，最差的一條為矩形的可行域，而利用泰勒線性化法的則較矩形法來的好一點，最後由於我們要避免有時候泰勒線性化法形成的可行域如果沒有封閉區間而造成過大誤差的可能，所以結合了矩形以及泰勒線性化兩組可行域如(4.35)所示，由此 cdf 圖 5.6 可以看到一個稍好的定位結果。

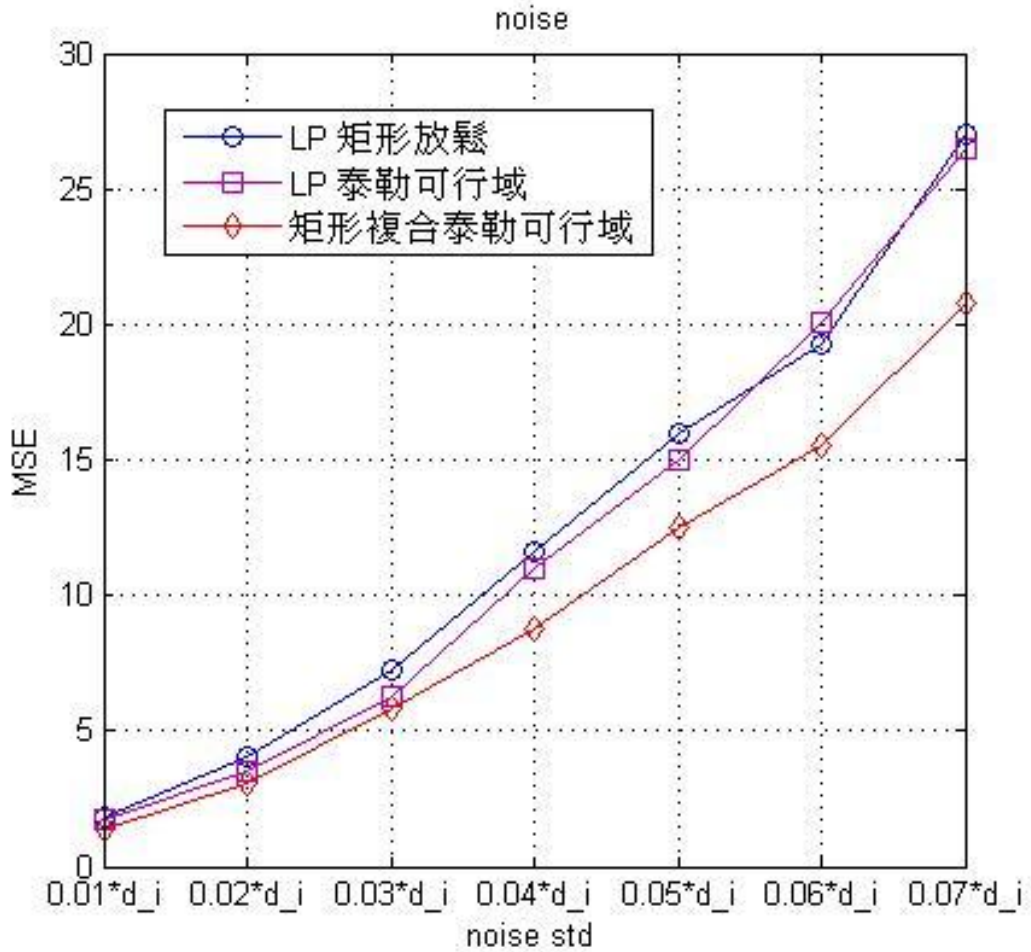


圖 5.7 固定 NLOS 統計特性改變雜訊之 MSE 比較

不同於圖 5.6，我們接著觀察當我們固定指數分布的 NLOS 偏差之平均值為 $0.125 \cdot d_i$ ，接著改變背景雜訊由 $0.01 \cdot d_i \sim 0.07 \cdot d_i$ 為橫軸，縱軸則是 MSE，可以看到矩形放鬆可行域在小雜訊時皆比泰勒放鬆可行域之結果來的差，但值得注意的是，在雜訊較大時，就有泰勒較差的情形發生，可以認為是因為雜訊大時泰勒展開式之初始點較差，則會有像圖 4.5 之開放式可行域情形造成較大誤差，值得一提的是，當我們結合了矩形以及泰勒之可行域後，可以得到一個穩定的定位結果並且較上述兩種方法都來的優，而每種方法都隨著雜訊增大而使得定位結果變差。

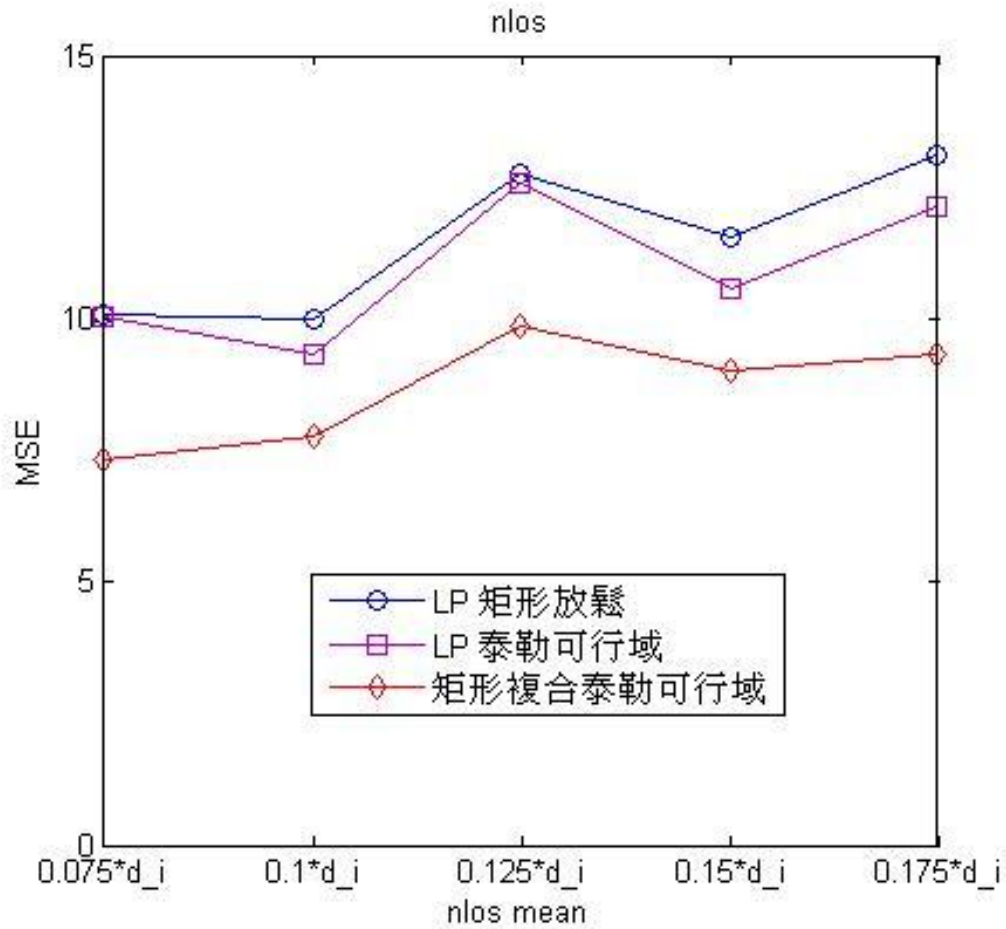


圖 5.8 固定雜訊統計特性改變 NLOS 之 MSE 比較

圖 5.8 和圖 5.7 不同的地方在於，我們將雜訊固定在 $0.04 \cdot d_i$ ，橫軸為改變指數分布之 NLOS 偏差平均值 $0.075 \cdot d_i \sim 0.175 \cdot d_i$ ，縱軸仍然為 MSE，可以看到最好的一條線為紅色菱形標記的矩形加上泰勒法之可行域線性規劃，而矩形放鬆則稍為比泰勒法來得差一些，而可以看到，相對於固定 NLOS 而雜訊改變時的變化，我們固定雜訊改變 NLOS 時並沒有太多變化，皆可以得到一個較穩定的結果。

5.4 利用人工 NLOS 擴展之線性規劃法比較

本節將針對 4.4 中所介紹之線性規劃法利用人工 NLOS 將原本的 LOS 量測虛擬成多加進來的 NLOS 量測，藉此增加可行域的建立方程式，模擬環境皆跟 5.3 相同。

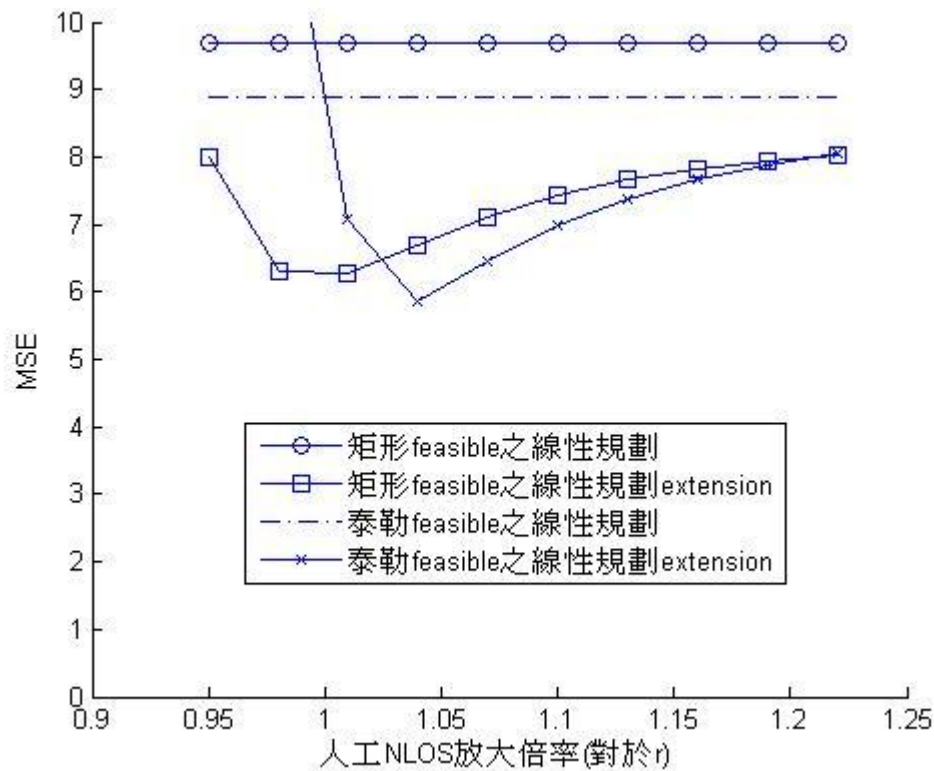


圖 5.9 矩形及泰勒之擴展比較

由上圖可以看到橫軸為我們人工 NLOS 之建立的放大倍率 $\mathbf{b}_{art} = k \cdot \mathbf{r}_i$ ，而橫軸為放大倍率 k ，縱軸為 MSE，可以看到最差的一條為圓形標記的線性規劃法利用矩形可行域，而虛線的則為泰勒線性化可行域相較於矩形方法較好一些，以上此兩種方法皆跟放大倍率無關，因此是一水平線，接下來我們看分別將人工 NLOS 加入線性規劃後，可以看到"x"標記的泰勒線性化擴展在 $k > 1.03$ 開始皆比方形標記的矩形可行域之定位結果來得好。

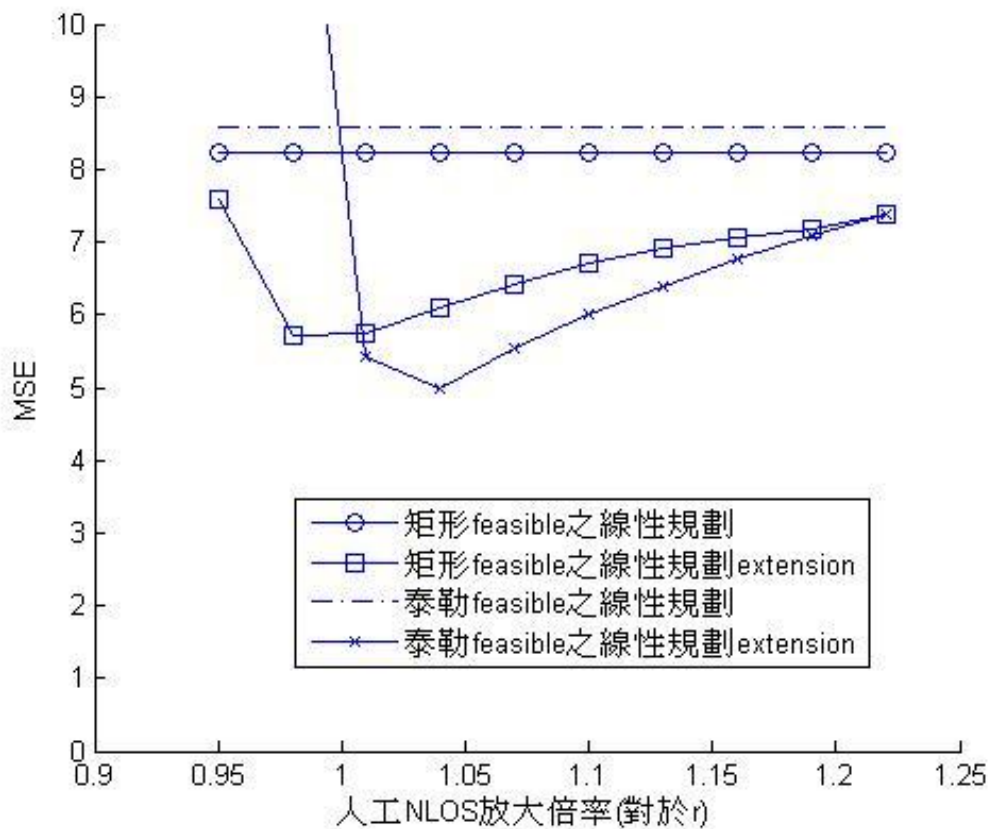


圖 5.10 矩形及泰勒之擴展比較 (泰勒差)

上圖則是一個泰勒線性化法可行域相較於矩形的來得差的例子，因為在 4.3 中我們提到泰勒線性化法形成的可行域不一定有封閉區間，因此在此時會有較大的誤差情形，但是值得一提的是，利用泰勒線性化法形成的可行域並且加以擴展過後，無論擴展前是否比矩形法差，皆可以得到相同好的結果。

第六章

結論

在本篇論文中，我們在 TOA 的環境下討論了 LOS 以及 NLOS 兩種情況，在 LOS 情形下，第二章中利用我們提出的 GLS 作權重 $C(N,2)$ 線性化法，避開了原本無法求得其誤差向量的共變數矩陣之反矩陣，並且將定位準確度明顯提升。而第三章中，在 NLOS 環境下，藉由估計 NLOS 偏差並且加以修正的方法，我們修改了過去所提出的利用泰勒線性化並帶有限制式最佳化方法，改成利用新增變數法並且沒有了限制式且利用了偽逆反矩陣求出的 NLOS 偏差更新量測數據，藉由較簡單的求解過程，可以有更快的定位，換取準確度。在第四章中我們提出了修改過去提出的線性規劃法，分別從目標方程式以及可行域的角度，利用不同的線性化方法組合來改進原本的線性規劃，並且提出了泰勒線性化形成可行域方法，結合了原本的矩形限制式，大幅提升定位準確度，最後更從現有的矩形可行域之 LOS 擴展方法套用在我們的泰勒線性化建立可行域法，也從電腦模擬中可以看到明顯的改善。

參考文獻

- [1] Gustafsson, F.; Gunnarsson, F. “Mobile positioning using wireless networks: possibilities and fundamental limitations based on available wireless network measurements.” *IEEE Signal Processing Magazine*, July 2005.
- [2] Guvenc, I.; Chia-Chin C.”A Survey on TOA Based Wireless Localization and NLOS Mitigation Techniques” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2009.
- [3] Urruela, A.; Riba, J. “Novel closed-form ML position estimator for hyperbolic location”. *IEEE International Conference ICASSP '04* 17-21 May 2004 .
- [4] Kegen Yu; Guo, Y.J. “Improved Positioning Algorithms for Nonline-of-Sight Environments ” *IEEE Transactions Vehicular Technology*, Page(s):2342 – 2353, July 2008.
- [5] Wuk K.; Lee, J.G.; Jee, G.-I. “The interior-point method for an optimal treatment of bias in trilateration location,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 55, no. 4, pp. 1291–1301, Jul. 2006 .
- [6] Venkatesh, S.; Buehrer, R.M. “A linear programming approach to NLOS error mitigation in sensor networks,” *IEEE Int. Conf. IPSN*, pp.301–308, Mar. 2006.
- [7] Caffery J., Jr., *Wireless Location in CDMA Cellular Radio Systems*. Norwell, MA: Kluwer, 2000.

- [8] Guvenc, I.; Chia-Chin Chong; Watanabe, F. IEEE Vehicular Technology Conference, 2007. VTC2007-Spring. 65th Digital Object Identifier: 2007 , Page 1886 - 1890 .
- [9] Gene H.G., Charles F.V.L., "Matrix Computation," 3rd Edition, John Hopkins, 1996.
- [10] Venkatraman, S.; Caffery, J., Jr.; Heung-Ryeol Y., "A novel ToA location algorithm using LOS range estimation for NLoS environments," *IEEE Trans. V T.*, vol. 53, no. 5, pp. 1515–1524, Sep. 2004.
- [11] P. E. Gill, W. Murray, and M. H. Wright, Practical Optimization. London, U.K.: Academic, 1981.
- [12] C.-T. Chen, Linear System Theory and Design. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1984.
- [13] M. S. Bazaraa, J. J. Jarvis, and H. D. Sherali, Linear Programming and Network Flows. New York: Wiley, 1995.
- [14] Larsson, E.G., "Cramer–Rao bound analysis of distributed positioning insensor networks," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 11, no. 3, pp. 334–337, Mar. 2004.
- [15] Guvenc, I.; Chia-Chin Chong; Watanabe, F. "Analysis of a linear least-square localization technique in LOS and NLOS environments," *IEEE Vehicular Technology Conference*, , Page(s): 1886 – 1890, 2007.

[16] Bartelmaos, S.; Abed-Meraim, K.; Grosicki, E. "General selection criteria for mobile location in NLOS situation," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Page(s): 4393 – 4403, Year: 2008.

[17] Borras, J.; Hatrack, P.; Mandayam, N.B. "Decision theoretic framework for NLOS identification," *IEEE Vehicular Technology Conference*, Page(s): 1583 - 1587 ,Year: 1998.

[18] Wylie, M.P.; Holtzman, J. "The non-line of sight problem in mobile location estimation," *IEEE Universal Personal Communications*, Page(s): 827 - 831, Year: 1996.

[19] Cong, L.; Zhuang, W. "Nonline-of-Sight Error Mitigation in Mobile Location," *IEEE Conference of the Computer and Communications Societies* , Year: 2004 .

[20] Mazuelas, S.; Lago, F.A.; Blas, J.; Bahillo, A.; Fernandez, P.; Lorenzo, R.M.; Abril, E.J. "Prior NLOS Measurement Correction for Positioning in Cellular Wireless Networks," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Page(s): 2585- 2591 , Year: 2009.

[21] Yiu-Tong C.; Wing-Yue T.; Hing-Cheung S.; Pak-chung C. "Time-of-Arrival Based Localization Under NLOS Conditions," *IEEE Transactions on Vehicular Technology* , Page(s): 17 – 24, Year: 2006 .