

國立交通大學 電機與控制工程學系

碩士論文

動態虛擬駕車平台研發及其在
駕駛員心理負擔之腦波估測與應用

**Development of dynamic VR driving platform and
its application on driver's cognitive state estimation**

研究生：黃騰毅

指導教授：林進燈 教授

中華民國九十三年七月

動態虛擬駕車平台研發及其在
駕駛員心理負擔之腦波估測與應用

Development of dynamic VR driving platform and
its application on driver's cognitive state estimation

研 究 生：黃 騰 毅

Student：Teng-Yi, Huang

指導教授：林 進 燈 教授

Advisor：Prof. Chin-Teng, Lin



A Thesis
Submitted to Institute of Electrical and Control Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in

Electrical and Control Engineering

June 2004

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年七月

博碩士論文授權書

本授權書所授權之論文為本人在 國立交通 大學(學院) 電機與控制工程 系所
組 九十二 學年度第 二 學期取得 碩 士學位之論文。

論文名稱：動態虛擬駕車平台研發及其在駕駛員心理負擔之腦波估測與應用

指導教授：林進燈 教授

1. ☒ 同意 ☐ 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)資料，授予行政院國家科學委員會科學技術資料中心(或改制後之機構)，得不限地域、時間與次數以微縮、光碟或數位化等各種方式重製後散布發行或上載網路。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：_____，註明文號者請將全文資料延後半年再公開。

2. ☒ 同意 ☐ 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)資料，授予教育部指定送繳之圖書館及國立交通大學圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會及學術研究之目的，教育部指定送繳之圖書館及國立交通大學圖書館得以紙本收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，不限地域與時間，讀者得進行閱覽或列印。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：_____，註明文號者請將全文資料延後半年再公開。

3. ☒ 同意 ☐ 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)，授予國立交通大學與台灣聯合大學系統圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會及學術研究之目的，國立交通大學圖書館及台灣聯合大學系統圖書館得不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行線上檢索、閱覽、下載或列印。

論文全文上載網路公開之範圍及時間 –

本校及台灣聯合大學系統區域網路： 年 月 日公開

校外網際網路： 年 月 日公開

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鈎選，本人同意視同授權。

研究生簽名：

學號： 9112515

(親筆正楷)

(務必填寫)

日期：民國 九十三 年 七 月 十六 日

1. 本授權書請以黑筆撰寫並影印裝訂於書名頁之次頁。

國家圖書館博碩士論文電子檔案上網授權書

本授權書所授權之論文為本人在國立交通大學(學院)電機與控制工程系所
組 九十二學年度第二學期取得碩士學位之論文。
論文名稱：動態虛擬駕車平台研發及其在駕駛員心理負擔之腦波估測與應用

指導教授：林進燈教授

☒同意 ☐不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)，以非專屬、無償授權國家圖書館，不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鈎選，本人同意視同授權。

研究生簽名：
(親筆正楷)

學號：9112515
(務必填寫)

日期：民國 九十三年 七月 十六 日



1. 本授權書請以黑筆撰寫，並列印二份，其中一份影印裝訂於附錄三之一(博碩士論文授權書)之次頁；另一份於辦理離校時繳交給系所助理，由圖書館彙總寄交國家圖書館。

動態虛擬駕車平台研發及其在 駕駛員心理負擔之腦波估測與應用

研究生：黃騰毅

指導老師：林進燈 教授

國立交通大學電機與控制工程學系碩士班

摘 要

許多災害的發生都是因為缺乏警覺性，注意力不集中，或者不當的決策時機所造成的。而在單調的工作場合中，人類的警覺性跟注意力更難一直維持在清醒的狀態下，容易因失神引起意外事件。我們使用模擬駕車之平台為基礎，以非侵入式的方法，量測腦波 EEG (electroencephalograph) 在心理工作負荷變化的情形，並分析與估測駕駛者開車的狀況。而虛擬實境與真實世界差異，在於有成本低、費時少、外界干擾小及安全性較高之優點。而在安全的實驗環境下，可設計更多真實駕駛條件以進行駕駛行為實驗與分析研究。

我們設計一系列駕駛車輛之場景，以量測與分析駕駛者在開車時之警覺性。並探討虛擬實境場景之開發，與車輛動態的模擬研究，以虛擬實境的環境進行駕駛者之量測與分析。我們使用 WTK (World ToolKit) 來開發虛擬實境之場景，其中有一些使用上之限制，本文在探討如何有效地運用 WTK 的一些指令來完成實驗場景。並且在場景中加入推導出的動態模型如：車輛轉彎、引擎加速與懸吊系統，加強模擬駕駛之真實性。在駕駛者開車之警覺性的研究上，我們設計了容易使駕駛者疲勞的實驗，並運用獨立成分分析演算法 (ICA)、時頻分析、主要元素分析 (PCA) 等技術，建構一駕駛員心理負擔之系統，以腦波進行駕駛員心理負擔之估測。

Development of dynamic VR driving platform and its application on driver's cognitive state estimation

Student : Teng-Yi, Huang

Advisor : Prof. Chin-Teng, Lin

Institute of Electrical and Control Engineering

ABSTRACT

During recent years, public security has become an important issue to societies. Accidents caused by lack of alertness and awareness have a high fatality rate especially in monotonous driving environments, where people can't always keep continuous alertness and attention. Many researches have reported the training and censoring of operators' behavior relying on the actual machines, which has high demands in space, time, cost, and safety. To tackle the above dilemma, a virtual-reality (VR) based motion platform is suitable to provide various dynamic driving environments and to reduce the development cost. In this paper, the development of the VR scene and the dynamic model of vehicle are discussed. We efficiently use the WTK (World ToolKit, which is a graphic library and have some limitation) to develop our VR scenes, and we also add some dynamic models to improve the reality of simulation, such as cornering equations, acceleration of engine, and damping condition of suspension. We finally design a highway driving environment by using VR-based motion platform and propose a non-invasive EEG measurement system to demonstrate the feasibility of finding the relationship between operators' cognitive states and responses to task. Experimental results show that our proposed VR-based simulator can successfully mimicking actual driving situation and the developed EEG-based brain computer interface can achieve a satisfactory result.

誌 謝

感謝父母親黃幸朗、黃周秀芬自幼的栽培，感謝林進燈老師以及學長們梁勝富、吳瑞成、王耀聰、許駿飛、李三、陳玉潔的指導，也感謝黃冠智同學及學弟們董行偉、高士政、陳俞傑、李欣弘的幫忙，還有謝謝大家的支持。



目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌 謝	iii
目 錄	iv
圖 目 錄	vi
表 目 錄	viii
第一章、緒論	1
1.1 研究動機	1
1.2 歷史回顧	2
1.3 虛擬實境架構	3
1.4 實驗設備	4
1.5 論文架構	4
第二章、動感模擬平台	6
2.1 六軸動作平台控制部分	6
2.2 WTK 簡介	7
2.3 動態模型	13
2.3.1 汽車轉向	13
2.3.2 轉向模擬	16
2.3.3 補償	17
2.3.4 補償模擬	19
2.4 引擎加速	19
2.4.1 傳動系統	20
2.4.2 引擎設計	21
2.5 懸吊系統	23
2.5.1 縱向力	23
2.5.2 橫向力	24
2.5.3 各輪之負載	25
2.5.4 懸吊系統在場景之應用	26
第三章、腦波實驗之設計	28

3.1 腦波實驗之描述.....	28
3.1.1 量測腦波儀器.....	28
3.2 駕駛實驗場景之架構.....	31
3.2.1 城鎮駕駛場景.....	31
3.2.2 直線道路場景.....	31
3.2.3 彎曲道路場景.....	32
3.3 駕駛場景之製作.....	33
3.3.1 量測場景參數.....	33
3.3.2 無盡直線道路製作.....	34
3.3.3 連續隨機彎路的製作.....	36
3.3.4 隨選地形資料的建立.....	38
3.3.5 比較.....	42
3.3.6 量測車子與護欄間距.....	43
3.3.7 固定視點.....	44
3.3.8 貼地.....	47
3.4 實驗設計.....	50
第四章、實驗設計與分析.....	52
4.1 量測之資料.....	52
4.2 實驗分析.....	53
4.2.1 濾除訊號之雜訊.....	53
4.2.2 訊號之前處理.....	56
4.2.3 訊號分析的方法.....	57
4.2.4 EEG 頻譜和受測者警覺性的關係.....	58
4.2.5 行車狀況的估計與預測.....	60
第五章、結論與未來展望.....	62
參考文獻.....	63

圖 目 錄

圖 1-1 、虛擬實境系統架構圖	3
圖 1-2 、虛擬實境車輛駕駛模擬系統實際照片	4
圖 2-1 、六軸動作平台架構圖	6
圖 2-2 、WTK 場景製作流程	8
圖 2-3 、WTK 功能表	8
圖 2-4 、WTK 程式執行流程圖	9
圖 2-5 、WTK 基本樹狀圖	10
圖 2-6 、WTK 動態物件基本樹狀圖	10
圖 2-7 、WTK 階層樹狀圖	11
圖 2-8 、WTK 選擇樹狀圖	12
圖 2-9 、WTK 階層性精細之樹狀圖	12
圖 2-10 、右轉假設圖	14
圖 2-11 、右轉簡化圖	14
圖 2-12 、右轉加輔助線	15
圖 2-13 、輪胎角度與車身角度及內側輪前進距離關係圖	16
圖 2-14 、轉彎軌跡模擬圖	17
圖 2-15 、左轉理想與真實差異圖	18
圖 2-16 (a) 左圖，兩者比較 (b) 右圖，化簡加輔助線	18
圖 2-17 、補償軌跡模擬圖 (轉角-5 度)	19
圖 2-18 、傳動系統示意圖[36]	20
圖 2-19 、車輛速度與引擎扭力和檔位變化關係圖	22
圖 2-20 、車輛速度與加速度和檔位變化關係圖	22
圖 2-21 、簡易懸吊系統示意圖	23
圖 2-22 、車身受縱向力關係圖	23
圖 2-23 、車身受橫向力關係圖	24
圖 2-24 、懸吊系統應用流程圖	27
圖 3-1 、NuAmps	28
圖 3-2 、SCAN 4.3	29
圖 3-3 、Quik-Cap	29
圖 3-4 、城鎮場景架構圖	32

圖 3-5 、直線場景架構圖	32
圖 3-6 、彎路場景架構圖	33
圖 3-7 、參數物件	34
圖 3-8 、直線場景製作圖	35
圖 3-9 、直線場景成果圖	35
圖 3-10 、彎路場景製作圖	37
圖 3-11 、彎路場景成果圖	37
圖 3-12 、地形資料切割示意圖	38
圖 3-13 、測量地形邊界示意圖	39
圖 3-14 、測量地形高度示意圖	39
圖 3-15 、二度確認地形資料示意圖	40
圖 3-16 、場景 3D 圖	41
圖 3-17 、場景第一次量測高度資料圖	41
圖 3-18 、場景第二次量測高度資料圖	42
圖 3-19 、直線道路偵測圖	43
圖 3-20 、彎曲道路偵測圖	44
圖 3-21 、視點平面製作圖	45
圖 3-22 、視點與車輛關係圖	45
圖 3-23 、視點取得流程圖	46
圖 3-24 、物體本身座標變化圖	47
圖 3-25 、貼地示意圖	48
圖 3-26 、貼地流程圖	49
圖 3-27 、以虛擬實境產生的快速道路場景	50
圖 4-1 、行車狀況圖	52
圖 4-2 、分析流程圖	53
圖 4-3 、二神經元之類神經網路	55
圖 4-4 、訊號之前處理	57
圖 4-5 、五個受測者各頻率之 Correlation Coefficient 之值	58
圖 4-6 、腦殼之俯視圖	59
圖 4-7 、受測者一在 Fz、Cz、Pz 及 Oz 各頻率之相關值	59
圖 4-8 、受測者二在 Fz、Cz、Pz 及 Oz 各頻率之相關值	60
圖 4-9 、訓練資料之估測	61

圖 4-10 、測試資料之估測	61
-----------------------	----

表 目 錄

表 3-1 、 NuAmps 規格一覽表	29
表 3-2 、 地形資料比較表	43



第一章、緒論

1.1 研究動機

在國外的研究中顯示(Basar, 1980; Brandt, 1997; Carter et al, 1998; Chapman et al, 1995; Jung et al, 1995-2001) [1-11]，許多災害的發生都是因為缺乏警覺性，注意力不集中，或者不當的決策時機所造成的，尤其是在港口船舶的導航上，機場塔台飛機秩序的管制上，鐵公路運輸駕駛員和工廠的安全監控者身上。錯誤的發生往往是在警覺性和注意力短暫的疏忽過程中所導致。相關的研究顯示，在單調的工作場合中，人類的警覺性跟注意力並不會一直維持在清醒的狀態下，尤其是在違反生理睡眠週期的情形中。在現階段的電腦控制介面設計上，對於一些需要人類親自做出決策的工作項目，都簡單的假設使用者可以一直維持在清醒的狀態，可以有能力解決非預期性發生的問題，而且也不考慮不同人、時、事對心理工作負荷承受力所造成的變化，當越仰賴這樣的行為設計的同時，我們就越容易遭受到因為失神所引起的意外事件。

而隨著醫學、生物科技、電機資訊等領域的快速發展，我們對人體也因此有了更深層的了解，雖然直到今日，人類的奧妙仍像是一巨大謎團，但由已知人腦的組織與架構，以及人體中可量測到的訊號與反應，已經足以讓研究人員思考腦波、肌電波等生理訊號和精神狀況的關係。

本研究藉由動態模擬與虛擬實境在汽車駕駛等方面之模擬驗證，測量人體於心理工作負荷，研究不同虛擬動態車輛駕駛環境下，駕駛者承受工作壓力負荷時之生理反應跡象，並比較所搜集之人體生理系統資料與實驗所獲得之生理反應，並建立出受測者的即時身體和精神上的心理負荷模型及其偵測技術。

以虛擬實境模擬駕駛環境，可以防止在真實車輛中量測腦波帶來的不便性，以及成本的消耗，而且在外界環境之中帶來的干擾過多，影響腦波的情形太複雜而難以估計，在虛擬實境裡可以使駕駛者只針對較少的環境變化而量測，使得到的腦波較單純而更容易分析。且在研究多種狀況下的實驗，虛擬實境可以讓場景較快產生要實驗的環境狀況，而實車則需要較多時間去得到需要的環境。而最重要的就是安全的問題，在實體車子裡有很多危及安全的實驗都不能實行，對我們而言分析駕駛者的心理工作負荷、疲勞度...等，在實車上更是危險。所以我們採用成本較低廉、時間較節省、干擾源較少及安全性較高的虛擬實境動態實驗方式進行駕駛員心理負擔之腦波估測研究。

1.2 歷史回顧

就人類腦生理訊號分析研究而言，在 1920 年代，Berger 等人開始進行人類的腦波研究，他們提出人類的腦波是由於大腦皮質下許多神經細胞後端的突觸電流所累積產生的，經過幾十年的研究結果顯示(Falkenstein, 1991; Kloppe et al, 2000; Makeig et al, 1993-2002) [12-22]，人類的精神狀態可以經由腦波的量測分析得知使用者是否處於清醒的狀態，但是非常少的研究可以在近似即時（real time）的時間上量測到這樣的腦波訊號，一直到最近幾年電腦訊號處理技術的速度越來越快，足以即時的處理所量測到的複雜腦波訊號時，人類精神狀態資訊才逐漸顯露。在最近的三十年中，主要的分析工具偏重於利用 Evoked Response 跟 Event-Related Potential (ERP)的時域平均值，來得到對於人類的精神狀態指標。其中腦波 EEG 訊號的頻譜分析，由於電腦的計算速度跟訊號處理演算法的發展已經足夠快到可以在理論上跟實際上支持，所以人類睡眠各階段狀態的偵測已經被廣泛的研究。近來最成功的兩個腦波研究主題分別是 EEG-Based BMI 跟 EEG-based brain-actuated control (Wolpaw, Birbaumer)，主要專注於兩個腦波分析的現象：mu-rhythm 以及 near-DC potential shifts。這兩種研究方法都針對未經訓練的 motor response paradigms，來觀察所涉及的腦波 EEG 訊號的時序。研究顯示結合這兩種腦波訊號(mu rhythm 與 near-DC potentials)的測量，比使用單一種腦波特徵，對於腦波致動的控制可以提供更好的效能，在 Makeig, Jung & Sejnowski (2000)中提到，利用陣列方式排序的偵測器，經由適當的最佳化處理可以在腦波處理的速度跟精確度上，得到很大的改善。傳統的人類腦生理訊號研究大多僅止於視覺與聽覺的刺激反應機制分析，對於動態刺激反應(kinesthetic stimuli)的研究相當少，因此本研究將以虛擬實境動感平台提供動態刺激以瞭解人類的動態刺激反應，並發展單一事件(single trial)分析技術，使本研究所發展的生理訊號分析技術可以應用於日常生活中。

就心理工作負荷相關研究而言，根據近幾年來 Wooldridge, (1963) ; Nishiyama et al, (1996) ; Kuriyagawa & Kageyama, (1999) ; Lo & Chung, (2000) ; Schellekens et al, (2000) [23-27]等人研究汽車駕駛人於城市道路、高速公路駕駛時，發現人在汽車駕駛轉彎、汽車爬坡、汽車下坡、汽車駕駛控制複雜時，將有不同的工作壓力負荷，人體的生理訊號如心律、腦波 EEG 及 GSR 等變化會大大地增加。其中 Wood et al, (1985) ; Tesche et al, (1995) ; Baillet et al, (1999) [28-30]等人研究汽車駕駛人於道路駕駛於不同的轉彎路段，用類神經網路建立一心律變化的模型，來估測人體的工作壓力負荷狀態。由於先前的研究對汽車駕駛人於城市道路、高速公路駕駛時，發現人在汽車駕駛轉彎、汽車爬坡、汽車下坡、汽車駕駛控制複雜

時，將有不同的工作壓力負荷，人體的生理訊號如心律、腦波 EEG 及 GSR 等變化可估測人體的工作壓力負荷狀態，因此本論文主要將結合本實驗室現有之即時動態模擬與虛擬實境技術，讓使用者進入一個電腦系統所模擬的動態車輛駕駛環境，以達到身歷其境的感受，以達成駕駛員心理負荷偵測的研究目標。

1.3 虛擬實境架構

為了達到建構動態模擬駕駛場景目的，整個模擬系統方塊圖規劃如圖 1-1 所示，其中主要包含一工業控制電腦、油壓設備、六軸動作平台、VR 場景端電腦、車輛駕駛輸入介面，而整個六軸動作平台之動作為依據使用者透過操控裝置如鍵盤及搖桿…等，輸入到 VR 場景端電腦後計算車子的姿態，透過網路 TCP/IP 傳到控制端電腦，再經由逆向運動學將車子姿態轉成六軸腳長，接著輸入到控制箱轉換成類比訊號，控制油壓伺服閥使六軸腳長伸縮進而改變整個平台之姿態，使坐在上面的駕駛訓練員能感受到類似真實車子之運動狀態，以達到駕駛模擬目的，目前我們對所架設之車輛模擬系統如圖 1-2 所示，為進一步更加逼真地表現出整個模擬效果，整個研究方法將分成六軸動作平台控制系統的建立與虛擬實境車輛駕駛場景的建構兩大部分，六軸動作平台控制系統將接受虛擬實境車輛駕駛場景的行為高階命令，而精準快速的控制一個六軸動作平台，使坐在上面的駕駛訓練員或實驗受測者能感受到真實車輛模擬運動狀態。

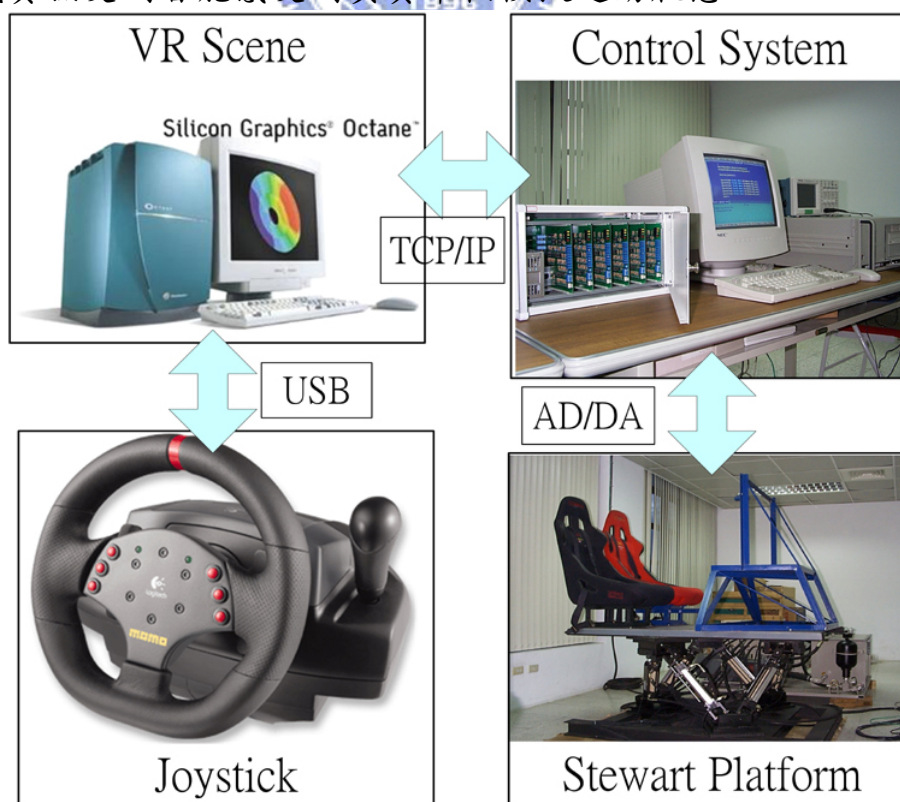


圖 1-1、虛擬實境系統架構圖



圖1-2、虛擬實境車輛駕駛模擬系統實際照片

1.4 實驗設備

在我們所使用的設備裡，包含虛擬實境場景的開發工具，以及量測腦波之儀器。在虛擬實境的設備中，除了史都華平台以及控制它的設備和工業級電腦之外，還包含開發場景之設備及軟體，如下：

1. Sense8 公司開發之場景發展函示庫 WTK (World ToolKit Release 7) [31]。
2. 3D 物件編輯軟體，如：3D Studio MAX 及 WTK 內附之 WTK Modeler，用來編輯所有在場景裡之 3D 物件。
3. 程式編譯軟體 Microsoft Visual C++ 6.0，連結 WTK 函示庫以編譯場景之程式。
4. 一般之繪圖軟體，處理場景之 2D 貼圖，及 3D 物件之材質。
5. 搭配高階繪圖晶片之電腦，用以顯示及開發我們之場景，目前使用 AMD 1.5G Hz 之中央處理器、1G 之記憶體、3Dlabs Wildcat 4210 之高階繪圖卡及 Microsoft Windows XP 之作業系統。

而我們所使用之腦波量測儀器為 NEUROSCAN 公司[32]所開發之非侵入式腦波量測儀以量取 EEG 訊號，詳細規格於第三章介紹。

1.5論文架構

本篇論文整體架構在介紹利用虛擬實境的方法來量測不同心理工作負荷之腦波狀況及分析，建構一駕駛員心理負擔之腦波估測系統。第一章為虛擬實境系統架構之介紹，第二章為平台硬體之描述與場景建構之軟體

WTK 的簡介，及模擬駕駛之車子動態模型的推導、應用及模擬。第三章為腦波實驗之描述和建構場景的方法與架構。第四章介紹腦波之分析與估測。第五章則為結論及未來展望。



第二章、動感模擬平台

在這一章中將介紹史都華六軸平台，與虛擬實境場景開發之工具 WTK 的簡介，以及模擬駕駛車輛動態模型之推導。

2.1 六軸動作平台控制部分

六軸動作平台是西元 1965 年英國史都渥特教授所提出具六個自由度的六軸平台結構，其硬體結構比傳統的三軸平台或是傳統的串列式平台結構具有更高的力重比、剛性與控制的精度。整個組成結構主要可分為可動平台、六軸油壓致動器/連桿與一不動平台等三大部分，其動作原理為利用致動器(如：氣壓缸、油壓缸、伺服馬達...等等)控制連桿的長度，造成平台的空間運動，架構如圖 2-1 所示，由可動平台、固定平台及六支致動器所構成。一般而言，六軸平台具有下面幾個優點：(1)六個自由度，分別為決定位置的 X、Y、Z 方向三個自由度及決定方位的旋轉、俯仰、偏航三個自由度；(2)高精度，由於平台架構為平行式操作器，其位置誤差不具有累積性，故其精度優於一般串聯式操作器；(3)高剛性，其載重可比例的分配於六支連桿，因此可有較高的負載量；(4)簡易的逆向運動學，其逆向運動學運算簡單，且具有公式化的唯一解。

我們所使用的六軸動作平台可以藉由可動平台的位置姿態 $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$ 經由逆向運動學的轉換即可得知各個致動器所對應的長度為何，再透過控制器的控制使各個致動器移至所需的長度，為運動學數學分析的方便，如圖 2-1 定義了兩個座標系統 $\{P\}$ 、 $\{B\}$ ，分別位於可動與固定平台的中心位置。位置 P_1 至 P_6 以座標系統 $\{P\}$ 表示，為致動器與可動平台的連接點，而位置 B_1 至 B_6 則以座標系統 $\{B\}$ 表示，為致動器與固定平台的連接點。 B_i 至 P_i 的距離即為第 i 支致動器的長度， $i=1\dots6$ 。

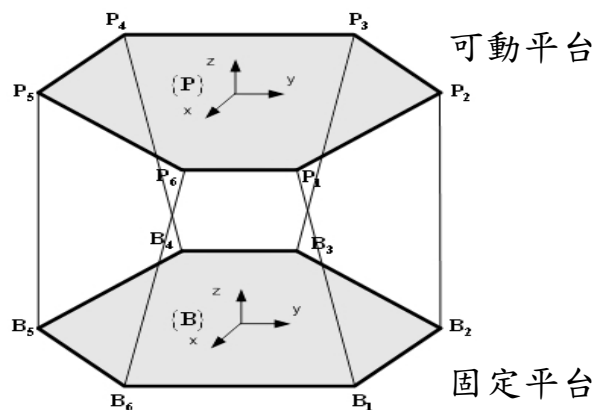


圖2-1、六軸動作平台架構圖

可動平台與固定平台皆為半對稱六邊形，故其端點座標可以下列的數學關係式表示：

For $i = 1, 3, 5$:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_i &= \begin{bmatrix} r_B \cos(60i - \frac{\zeta}{2}) & r_B \sin(60i - \frac{\zeta}{2}) & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} b_{ix} & b_{iy} & b_{iz} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{P}_i &= \begin{bmatrix} r_P \cos(60i - \frac{\theta}{2}) & r_P \sin(60i - \frac{\theta}{2}) & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} p_{ix} & p_{iy} & p_{iz} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2-1)$$

For $i = 2, 4, 6$:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_i &= \begin{bmatrix} r_B \cos(60i + \frac{\zeta}{2}) & r_B \sin(60i + \frac{\zeta}{2}) & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} b_{ix} & b_{iy} & b_{iz} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{P}_i &= \begin{bmatrix} r_P \cos(60i + \frac{\theta}{2}) & r_P \sin(60i + \frac{\theta}{2}) & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} p_{ix} & p_{iy} & p_{iz} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2-2)$$

其中 ζ 為 $\mathbf{B}_1$ 和 $\mathbf{B}_2$ 與座標系統 $\{\mathbf{B}\}$ 中心點所成的夾角， θ 為 $\mathbf{P}_1$ 和 $\mathbf{P}_2$ 與座標系統 $\{\mathbf{P}\}$ 中心點所成的夾角， r_P 和 r_B 分別為可動平台與固定平台的半徑。而平台腳長的推導是先把可動平台置於固定平台的中央，接著可動平台以固定平台的座標系 $\{\mathbf{B}\}$ 之 X 軸旋轉 γ 度，再對座標系 $\{\mathbf{B}\}$ 之 Y 軸旋轉 β 度，之後對座標系 $\{\mathbf{B}\}$ 之 Z 軸旋轉 α 度，最後再把可動平台中心移動到 (x, y, z) 之座標，即可以兩平台端點之位移量求得腳長。六軸平台逆向運動學的完整解如下：

$$\begin{aligned} L_i^2 &= x^2 + y^2 + z^2 + r_P^2 + r_B^2 + 2(r_{11}p_{ix} + r_{12}p_{iy})(x - b_{ix}) \\ &\quad + 2(r_{21}p_{ix} + r_{22}p_{iy})(y - b_{iy}) + 2(r_{31}p_{ix} + r_{32}p_{iy})z - 2(xb_{ix} + yb_{iy}) \end{aligned} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2-3)$$

經由空間座標定義與逆向運動學推導得知各軸腳長後，即可把我們欲表現之平台姿態轉換而表現出來。

2.2 WTK 簡介

在我們虛擬實境駕駛場景的建構是運用 Sense8 公司所發展之函示庫 WTK (World ToolKit Release 7) 建立而成，在介紹其功能之前先瞭解一個場景是如何完成的。如圖 2-2 所示，我們可從自由分享作品網站[33-35]下載物件，或利用 3D 物件製作軟體，製作場景中需要呈現的物件如車子及道路、草原、森林、城鎮...之地形，接下來製作物件之動態模型 (dynamic

model) 需要的參數物件，如車軸長、輪胎半徑、前後輪距離、道路長度...等，之後利用編譯程式 Visual C++ 6.0 加入 WTK 函示庫，來讀取所建立之 3D 物件並在視窗中顯示它，其中物體的一些動作則是由我們推導之動態模型來表現之。

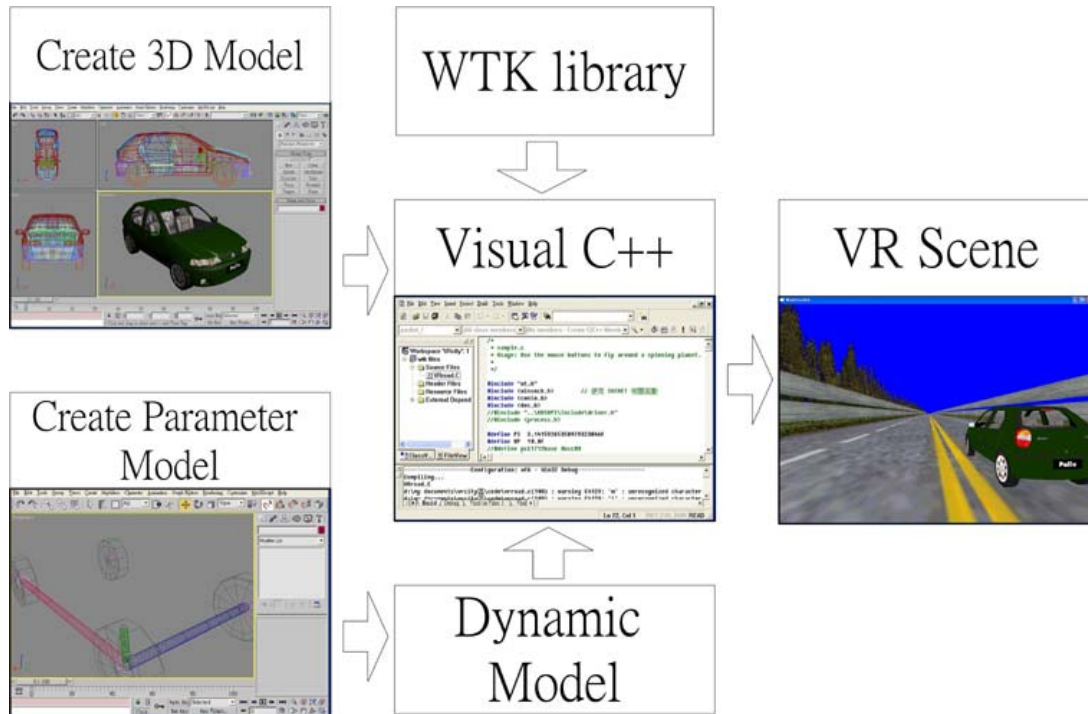


圖2-2、WTK 場景製作流程

而 WTK 提供之功能如圖 2-3 所示，除了可以提供 3D 物件(Geometries)的動作如移動、轉動及變形，也可以移動或轉動及一些參數設定於視點及燈光上，另外也提供一些在 2D 繪圖上的製作。在其他方面，有提供霧及音效的使用，也可在視窗上設置一些感測器 (Sensor) 如滑鼠等，還有可讓物體在行進上錄製路徑及播放。它也有一些在場景中容易使用到的數學運算，在輸入及輸出上提供一些網路及串列埠的功能。

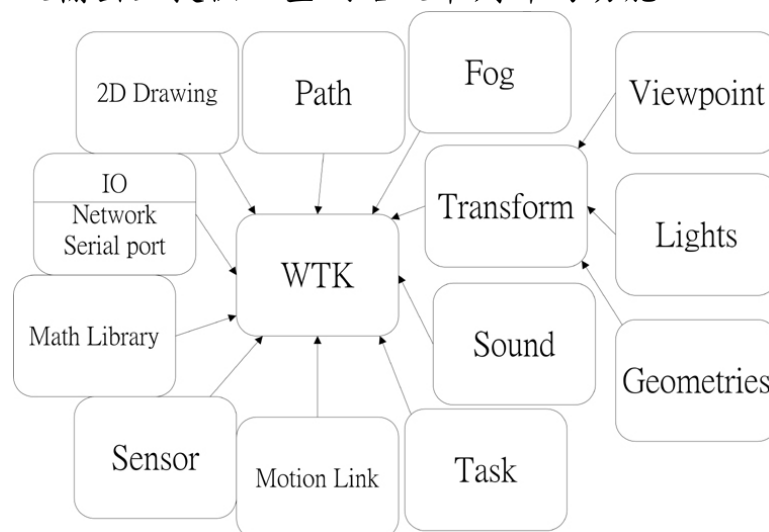


圖2-3、WTK 功能表

WTK 程式執行的一簡易流程如圖 2-4 所示，程式執行時先把要使用的 3D 物件、2D 圖片、音源等載入記憶體，若是中途載入會使程式執行發生不連續，在建立出場景的架構及把各參數初始化之後，我們指定一個副程式，讓場景開始運作時會一直執行它，每執行一次即繪製一個畫面。在此副程式之中，設定輸入值的處理與物件動作的變化情形，並依循場景的架構繪製出新的畫面，而場景架構與呈現的關係於之後說明。

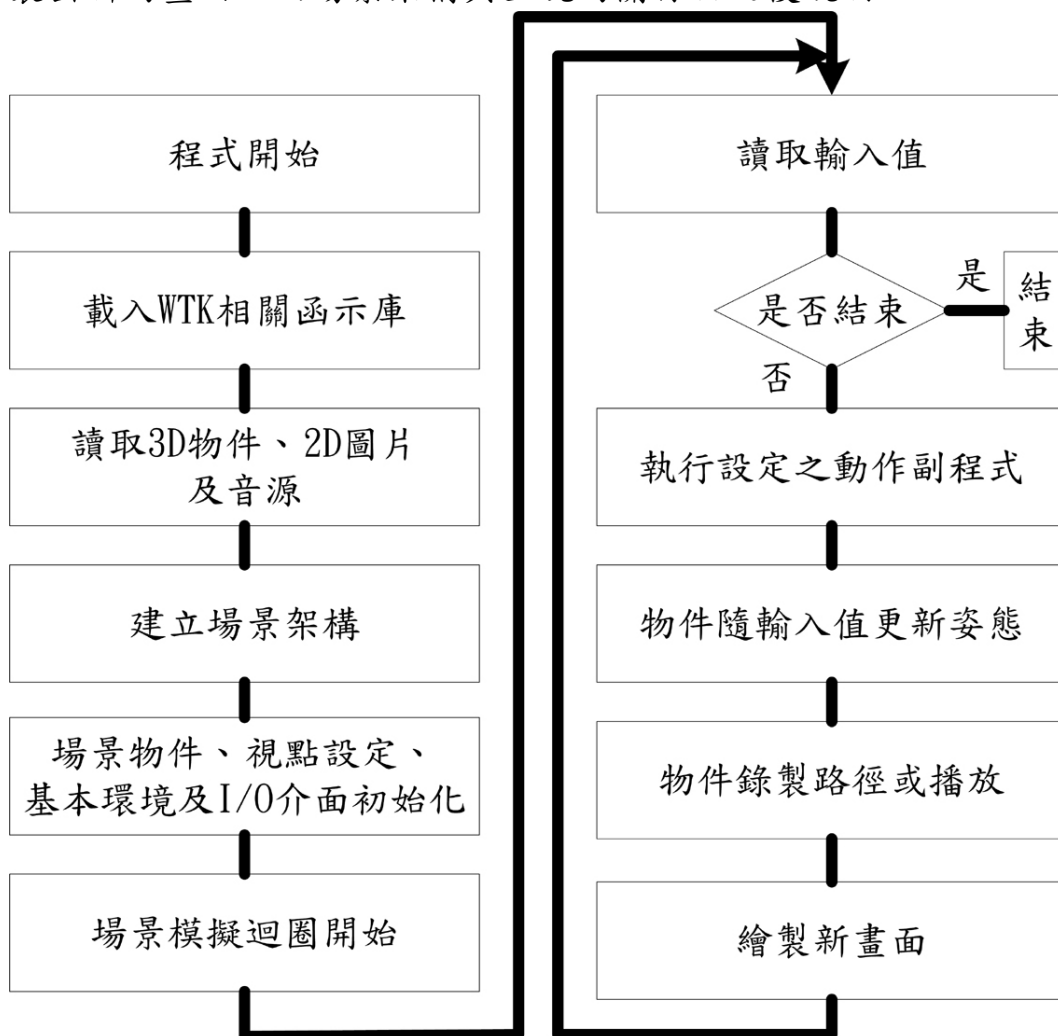


圖2-4、WTK 程式執行流程圖

WTK 架設場景中所有的物件是採用樹狀架構，此樹狀架構的特點在於其執行的順序是由上到下、由左至右的，而順序中先執行到的會影響到後面的變化。通常的架構如圖 2-5 所示，順序照數字由小到大進行，架構全都由一個一個節點（node）組成，上層的為母節點（Parent node），連接在其下的稱為子節點（Child node）。最原始也是開始及結束的地方為根節點（Root node），Light node 為燈光從它以後的節點均會受到燈光的照射，Fog node 為霧一樣從此之後的節點會受霧的影響，動作節點（Xform node）則會使後面所有的節點照它的動作改變如移動、轉動...等，Geom node（Geometry node），則是放置 3D 物件的節點。

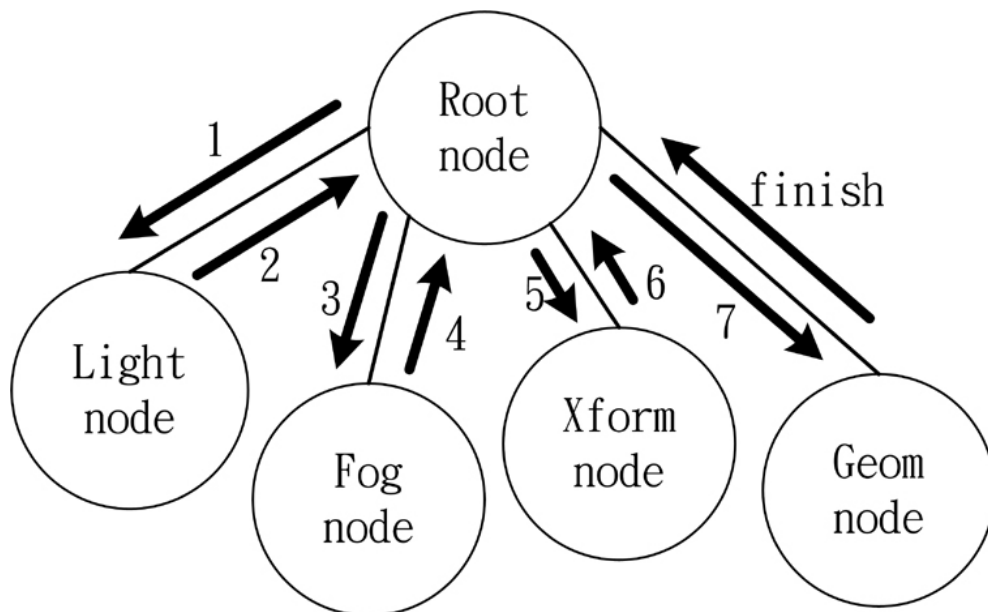


圖2-5、WTK 基本樹狀圖

一個 Xform node 會影響所有物件的動作，那不想與其一起動的節點則需要把動作隔離掉，如圖 2-6 為比較完整之結構圖，其中 Group node 可以把一些節點做分類，在此範例是把有關地形的物件都放於此，對一些靜態的動作如地形初始位置，可改變此節點使得其底下照此一起移動，而把此 node 關掉時也會使底下物件不會顯示出來。而 Sep node 則是可以把其底下所做之動作濾除，而不影響之後的節點，而之前節點所做的影響還會持續接受。在此範例中，第一部車子有給它特殊的燈光，其燈光會跟著車子的動作而動，但是其燈光與車輛一的動作都不會改變第二部車。

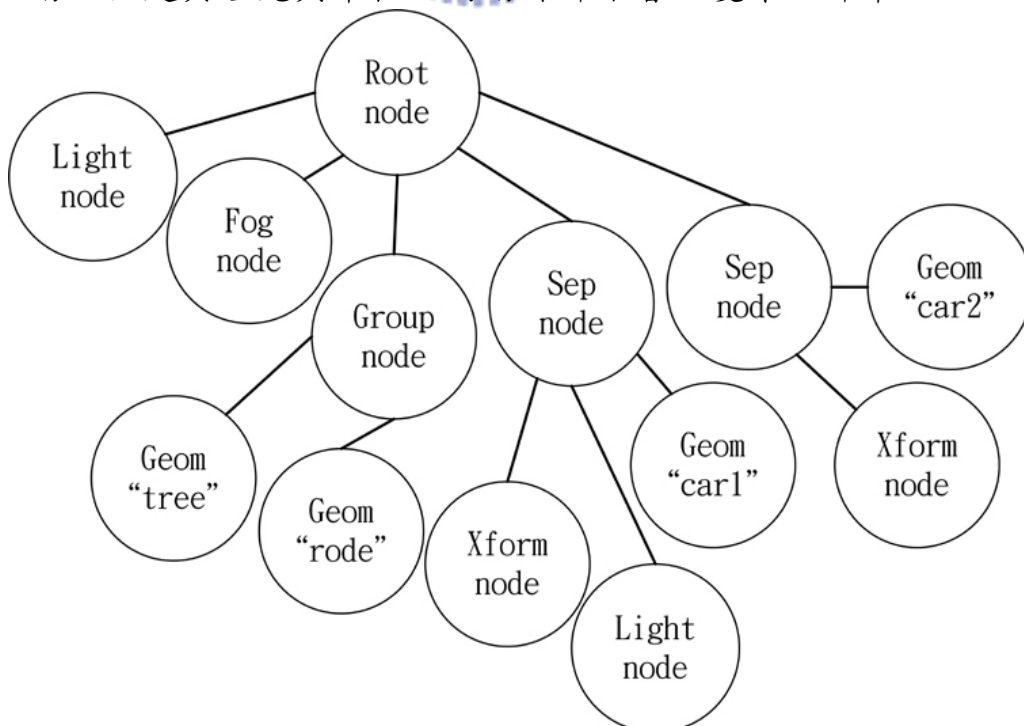


圖2-6、WTK 動態物件基本樹狀圖

在一個物體裡，若有好幾個小零件可動，而且每個的關係有層次之分，上層的零件的動作會影響到下層，而下層則不會影響到上層，如 Sep node 的功能，但是會由於數量過多，架很多層的 Sep node 會讓程式編輯人員不方便使用。WTK 也提供這種有階層性（Hierarchies）的架構，如圖 2-7 所示動作影響的方向如箭頭之方向，此圖為機器手臂之範例，在 Base 動的時候全部的物件都會跟著動，而在 effector 做動作時其它的物件都不會受到影響。

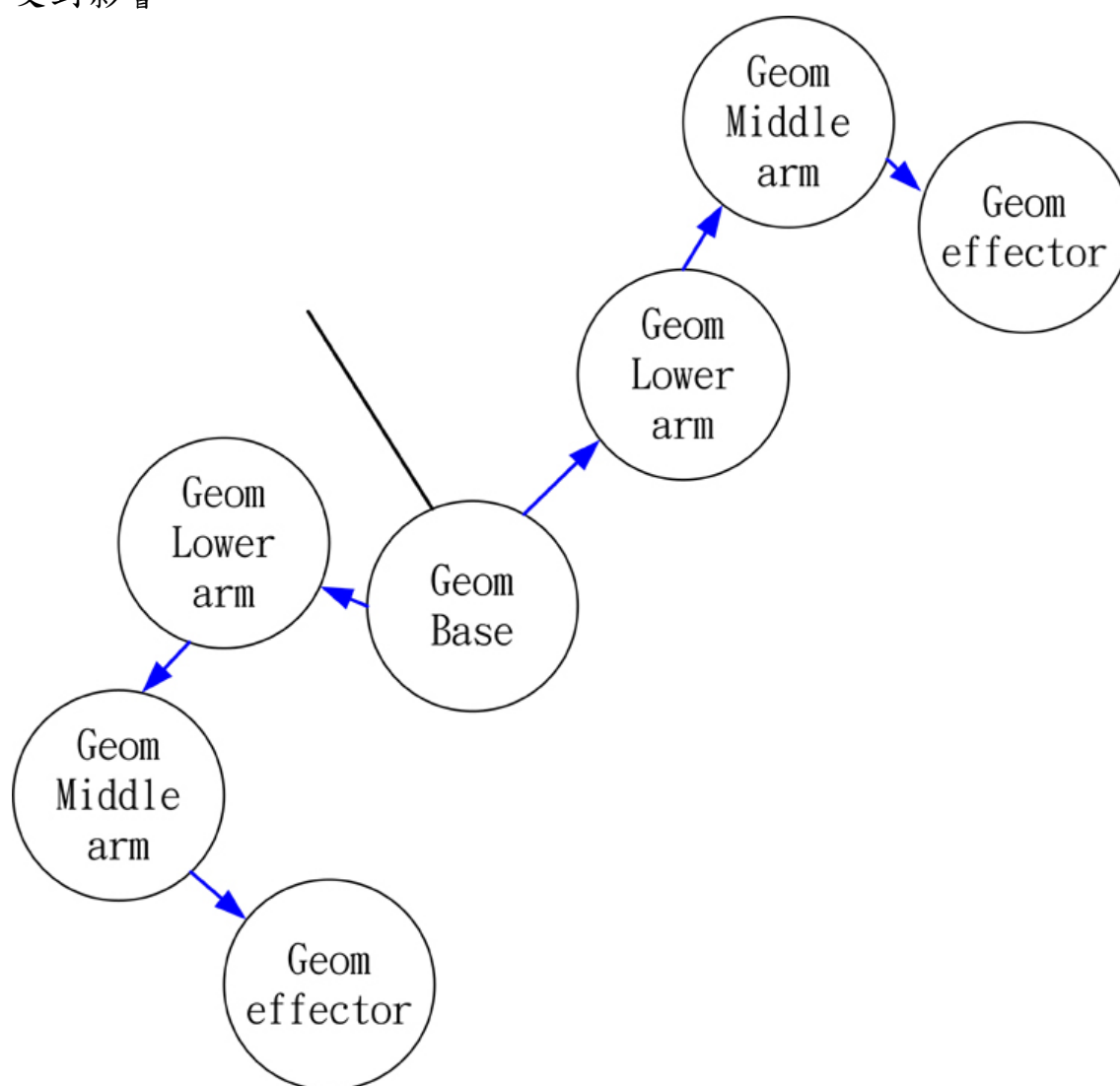


圖2-7、WTK 階層樹狀圖

另外 WTK 還提供有其它特殊的節點，如圖 2-8 及圖 2-9 所示，Switch node 可以把很多種可能會運行的節點先放好，之後直接改變參數就可以選擇欲執行的子節點（Child node）。而 LOD node 其功能在於可以根據視點到物件的距離，選擇使用哪一個物件，通常越近越精細，遠的時候選擇面數較少的物件，這樣可以增進程式執行的速度。

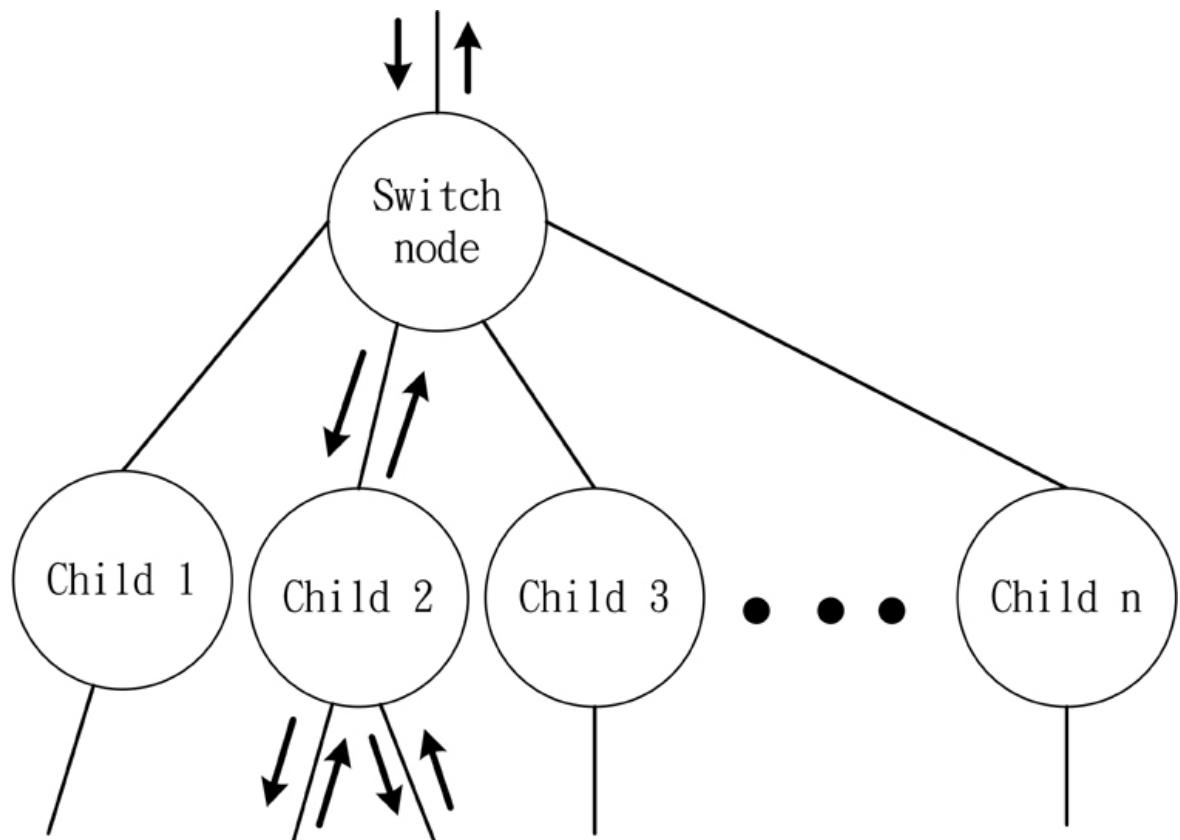


圖2-8、WTK 選擇樹狀圖

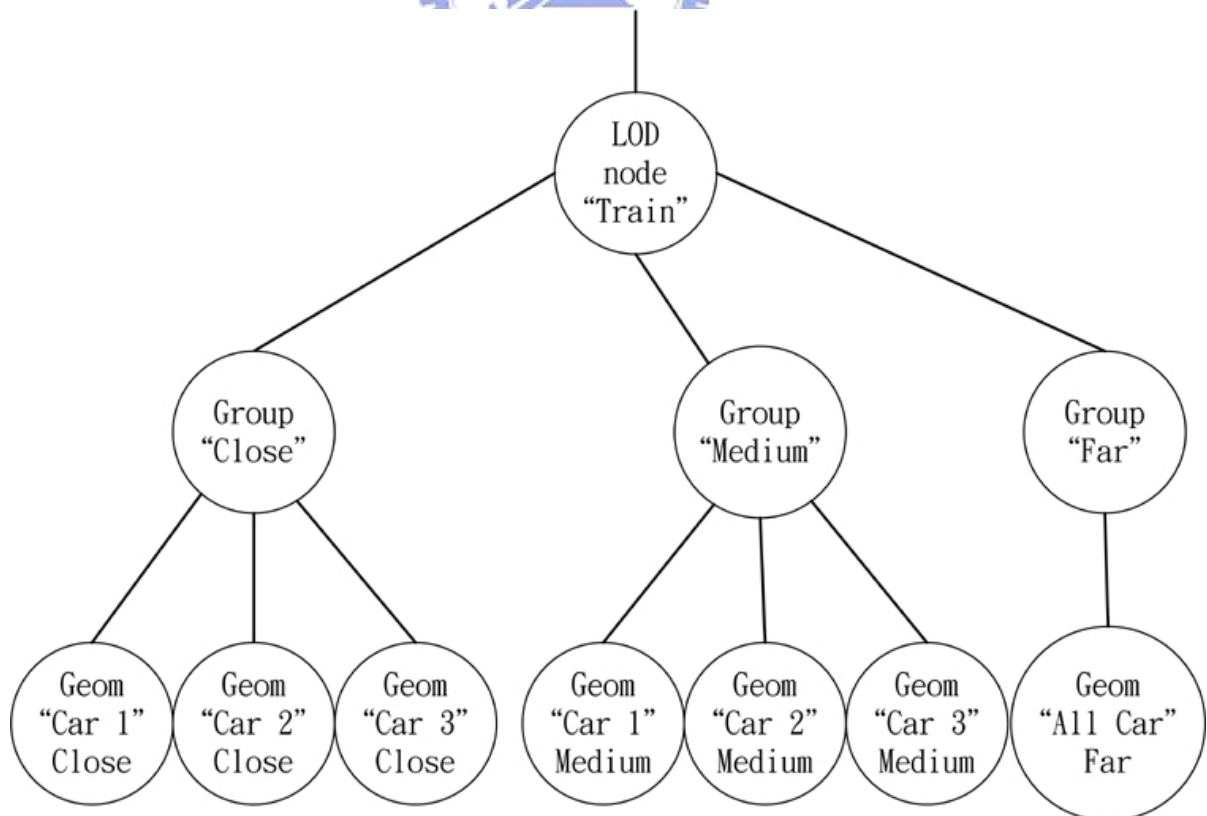


圖2-9、WTK 階層性精細之樹狀圖

2.3 動態模型

在汽車的動態模型之中，我們探討了一些有關於汽車轉向、引擎加速及懸吊系統的問題，在之後會一一介紹。

2.3.1 汽車轉向

在汽車的移動中，如何轉向前進是很基本，也是很重要的問題。在一般的場景或遊戲中，車體在轉彎的時候，通常是控制其中心點，旋轉一個角度再前進，有些會加一些偏移量使得動起來更逼真一點。而在我們的場景之中，是以數學幾何的觀點，以近似的方法來探討轉彎的問題。

在汽車的轉向中，是由前輪轉一角度，後輪跟著一起前進的，而我們寫的場景程式裡，雖可以得到前輪轉的角度，但是我們還需要車體真正轉的角度，以及前進的距離。要求得這兩項重要的參數，我們以車子轉彎的瞬間，移動的軌跡中，分析其幾何的變化來求得。假設汽車轉彎時，是以內側後輪為支點而旋轉，而在前輪順著它自己轉的角度前進的時候，後輪包含支點的輪子也會跟著被拖行一段距離，而後輪所前進的距離及方向，我們採用近似的方法，假設支點在移動的瞬間，是以筆直朝原來的方向移動一段距離。

用這樣的關係和已知的條件：以瞬時速度外側車輪移動距離為 v ，車輪轉 α 度，加上前後輪距 l ，輪軸長 w 。求出車體真正轉的角度 β ，和支點輪移動的距離 z 。

圖 2-10 為車子右轉的假設圖，經過簡化可以留下我們需要的資訊如圖 2-11，其中 $\gamma = \tan^{-1} \frac{l}{w}$ ，接著做輔助線以求得 z 、 β ，如圖 2-12 所示。

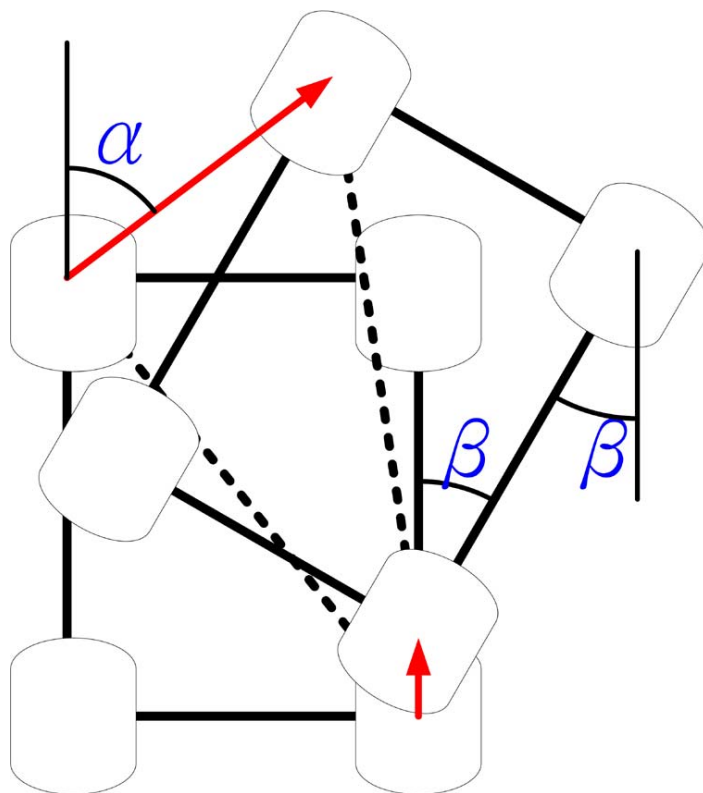


圖2-10、右轉假設圖

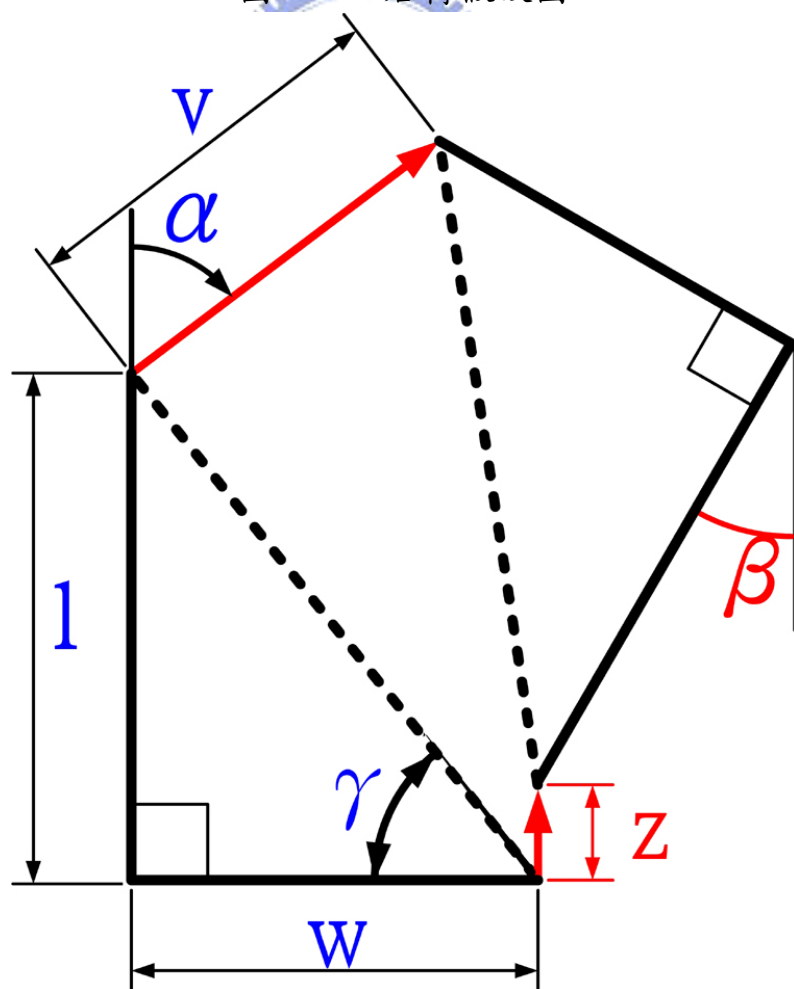


圖2-11、右轉簡化圖

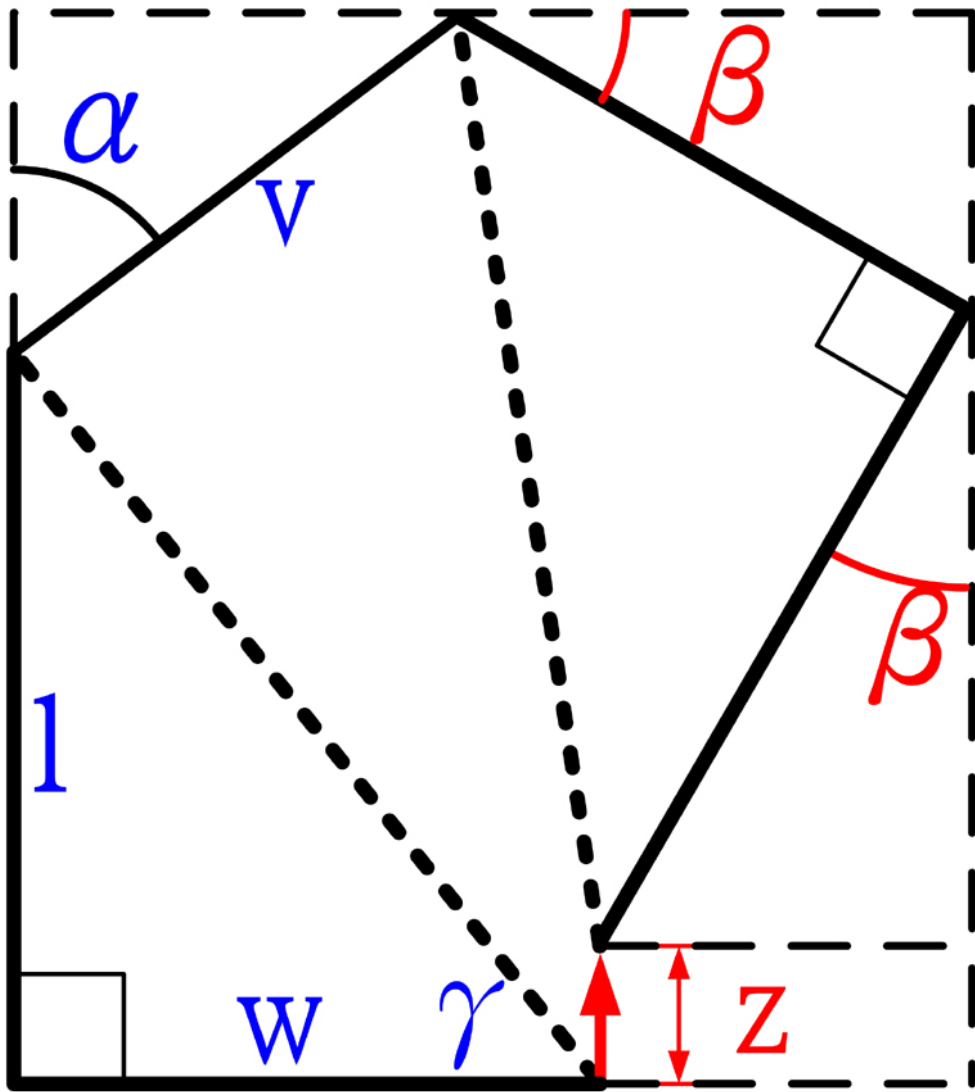


圖2-12、右轉加輔助線

以四邊形上下兩邊相等，可求得 β 。

$$l \sin \beta + w = w \cos \beta + v \sin \alpha$$

$$\sqrt{l^2 + w^2} (\sin \gamma \sin \beta - \cos \gamma \cos \beta) = v \sin \alpha - w$$

$$\cos(\beta + \gamma) = \frac{w - v \sin \alpha}{\sqrt{l^2 + w^2}}$$

(2-4)

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{w - v \sin \alpha}{\sqrt{l^2 + w^2}} \right) - \gamma$$

以四邊形左右兩邊相等，可求得 z 。

$$l + v \cos \alpha = w \sin \beta + l \cos \beta + z$$

$$z = v \cos \alpha + l - w \sin \beta - l \cos \beta$$

(2-5)

$$z = v \cos \alpha + l - \sqrt{l^2 + w^2} \sin(\gamma + \beta)$$

2.3.2 轉向模擬

將求得的轉向方程式，輸入數值模擬轉彎時的情況，如圖 2-13 是以輪軸距離 $l=7$ ，輪軸長 $w=5$ ，輪前進距離 $v=5$ ，計算在輪胎轉角 α 在 $-50\sim 90$ 度之間，車體角度 β 及支點輪前進的距離 z ，從中可以看出在 $\alpha=0$ 時，支點前進的距離剛好等於車子無轉彎時前進的距離，而 α 愈大車身轉的角度也愈大，支點輪前進的距離就越短。

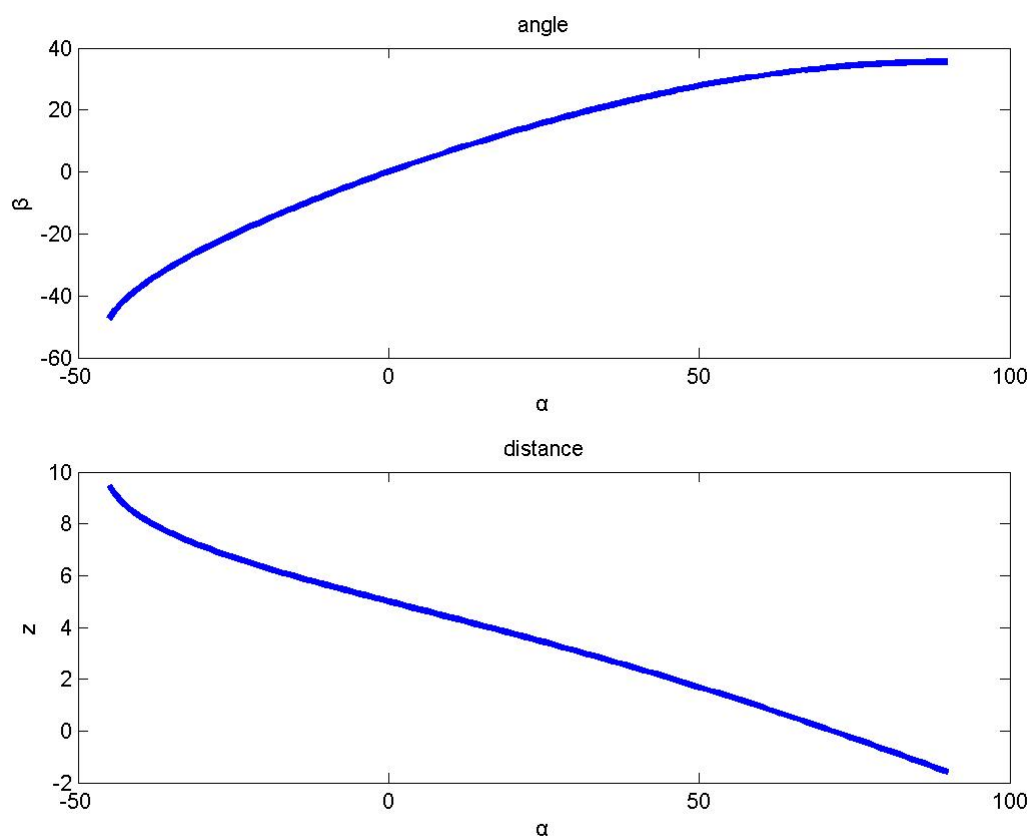


圖2-13、輪胎角度與車身角度及內側輪前進距離關係圖

我們利用得到的 β 及 z 值，取 $\alpha=5、15、45$ 度時，求出車子移動的軌跡圖，如圖 2-14 所示。在圖中，虛線的部分是支點輪移動的軌跡，而實線的部分則是車中心點移動的軌跡，藍色代表輪胎轉了 5 度，而綠色跟紅色則分別代表 15 和 45 度，可以看出車子轉彎還蠻平順的。

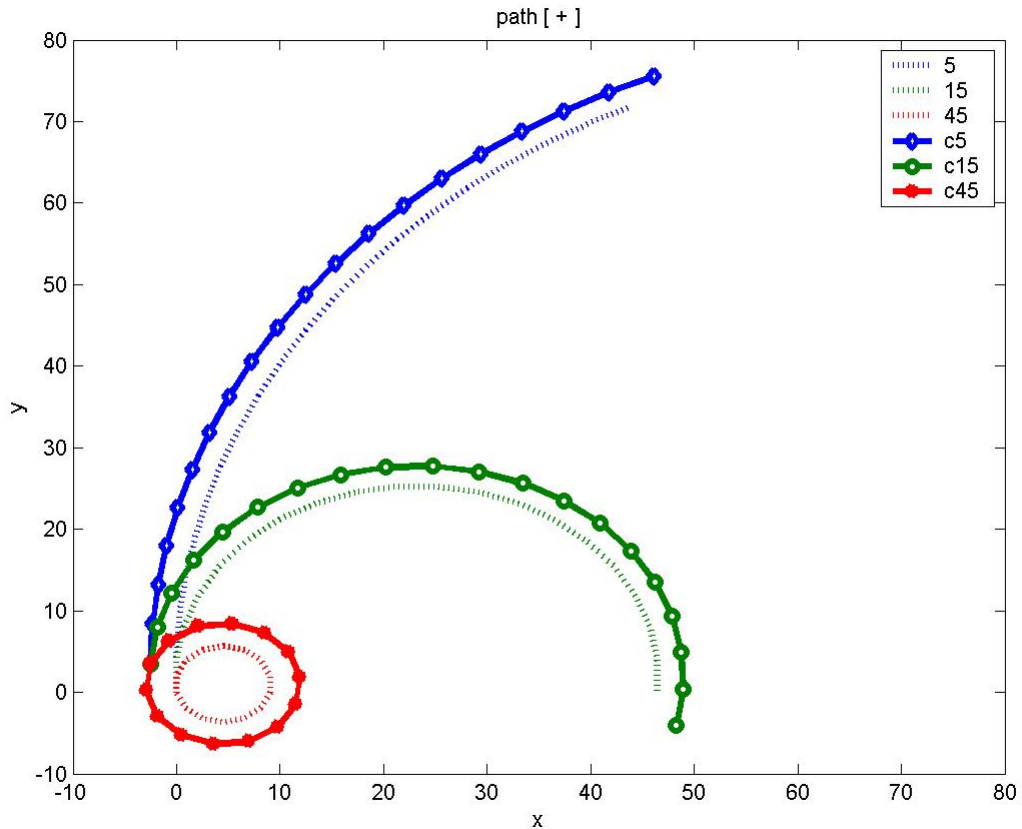


圖2-14、轉彎軌跡模擬圖

2.3.3 補償

由 WTK 所建構的場景中，其架構是採用樹狀架構，此架構是由很多節點組成，它的特徵在於子節點會被母節點影響，不管母節點移動或轉動，子節點都會跟著它一起移動。我們把這個特性應用在車子轉彎的程式上，把內側車輪亦即上面推導圖的右後輪，其車軸當成最底層的母節點，把其它的部分例如：其他三輪的車軸、四個輪子及車身，都架在它的上面當成子節點，這樣在車子轉彎的時候，只要轉動右後車輪軸，其它的部分都會以它為中心而旋轉。所以在場景中車子的轉彎，只要把右後車輪軸先照之前的方向移動，再轉動它就可以完成轉彎了。

但是若轉另一方向左邊的時候，車身繼續以右後車輪軸為中心而旋轉，這樣轉的角度會跟我們要的有差，若是轉換車子組成架構，以另一車軸當旋轉中心，會使得程式進行有可能發生問題，一直切換也會使速度變的很慢。為了克服這個問題，我們採用補償的方式，一樣以同一車軸當旋轉中心，在轉另一方向也就是轉的角度為負值的時候，把角度換成正值帶入原本的公式之中，得到車體轉的角度與支點輪前進的距離，接著車子照此距離前進，以一樣的角度旋轉到另一方向，之後再做座標位移的補償即可。

此位移的補償值，一樣是用幾何的方法求出，如下列圖所示。圖 2-15 為我們要的與實際上轉的差異，把兩者疊起來如圖 2-16 (a)，接著再簡化並加上輔助線成圖 2-16 (b)。

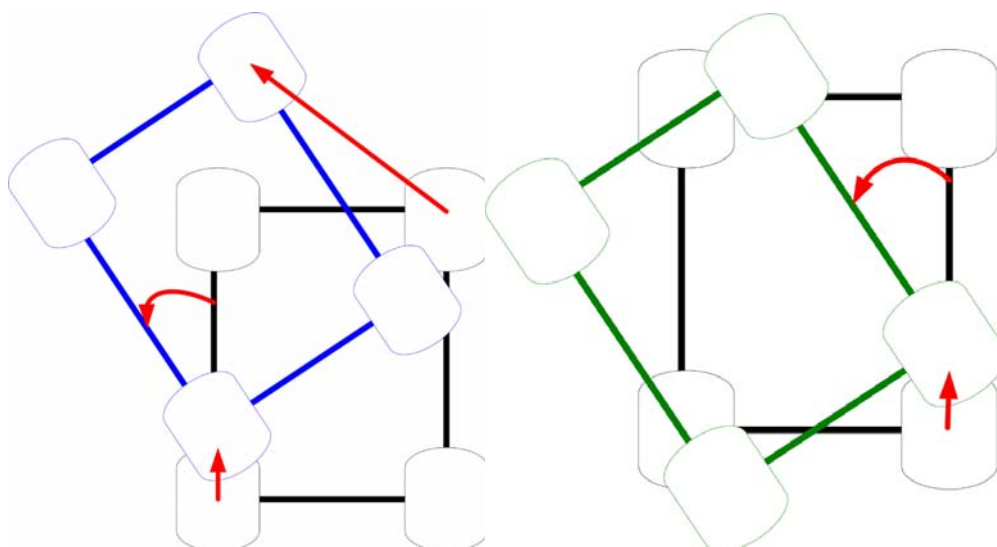


圖2-15、左轉理想（左）與實際（右）差異圖

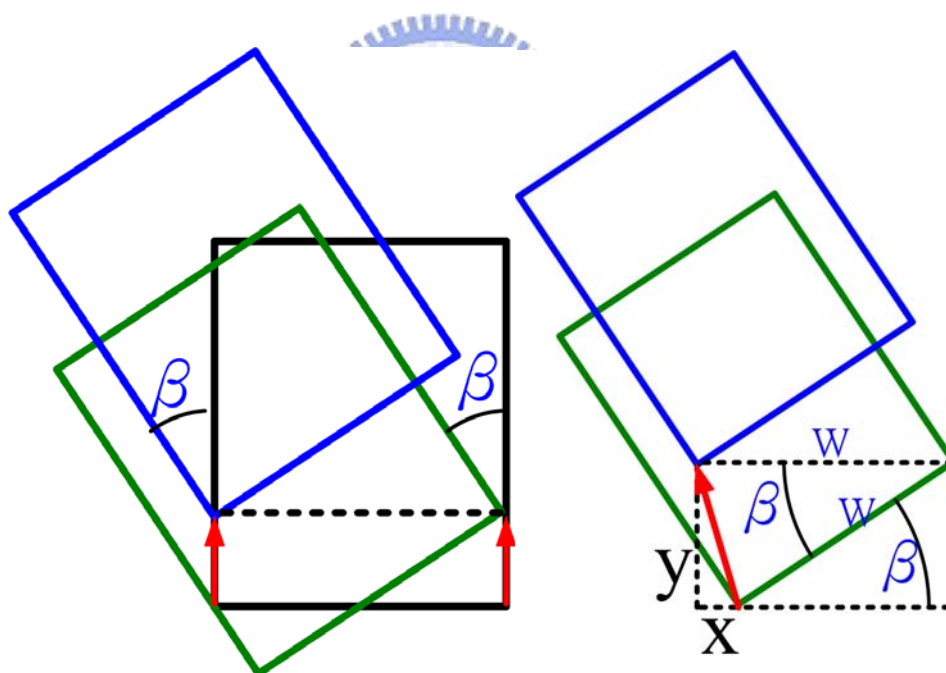


圖2-16 (a) 左圖，兩者比較 (b) 右圖，化簡加輔助線

因為兩個支點都是朝原本的方向直直前進的，所以移動完後兩支點的座標也是差 w 的距離，我們以此再加上，兩者都是轉 β 度，及車軸長為 w ，即可求出應該補償的位移量，方法如下所示：

$$x = w - w \cos \beta$$

$$y = w \sin \beta$$

(2-6)

2.3.4 補償模擬

要證明計算出來的公式，是否達到補償的效果，我們帶入數值來模擬它。圖 2-17 為模擬的結果，車子的參數和之前相同，虛線為支點輪的軌跡，實線為車中心的軌跡，在此以前輪轉-5 度為模擬的對象，藍色為直接轉彎不加上補償位移的軌跡，綠色為使用另一軸即內側後輪當旋轉中心而形成的軌跡，而紅色部分為使用固定旋轉軸轉向負角度時，加上一位移補償值而成的軌跡。我們可以看到補償之後的結果，和我們想得到的結果重疊在一起，可以說補的剛剛好。

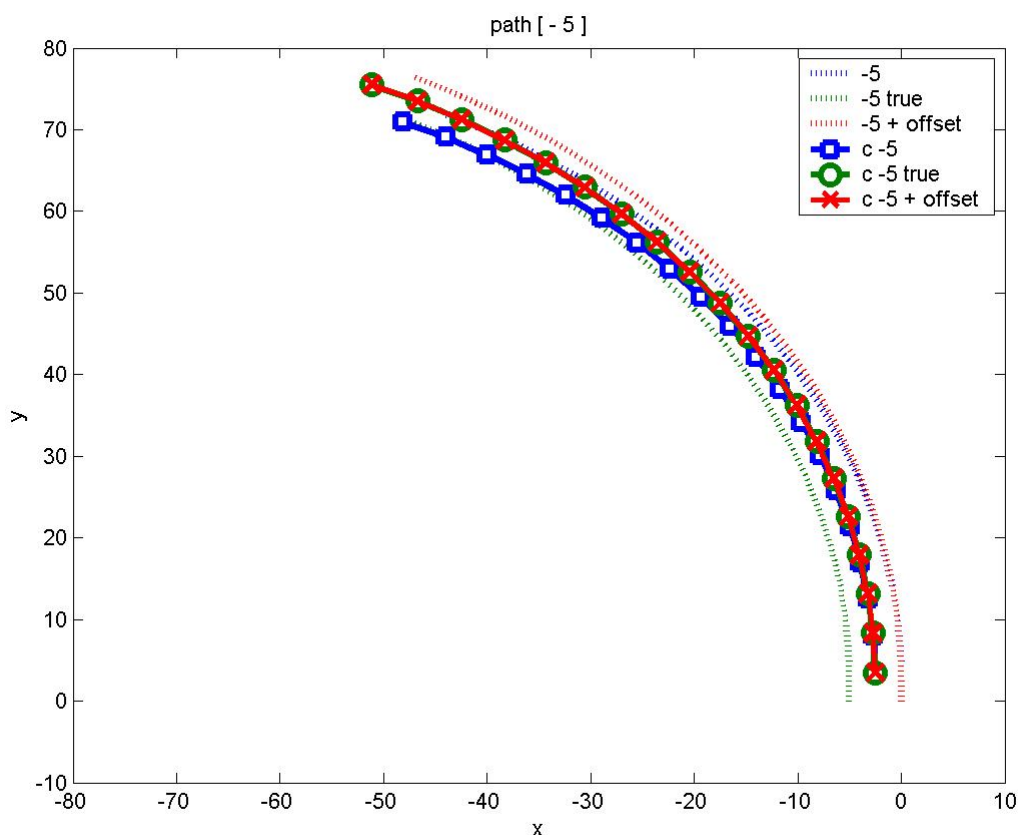


圖2-17、補償軌跡模擬圖（轉角-5 度）

2.4 引擎加速

汽車前進的加速度之最大性能由下列兩項因素之一決定：引擎馬力、驅動輪之牽引力極限，哪一項主導視車子速度而定。在低速時輪胎牽引力可能為限制因素，而在高速時引擎馬力可能為其限制，在我們場景中我們設定輪胎牽引力可以發揮到最大，而只探討引擎馬力的因素。

2.4.1 傳動系統

從引擎輸出到車輪轉動為一傳動系統，要探討此系統對加速性能的關係，可從圖 2-18 瞭解其中每個傳動元件的關連。

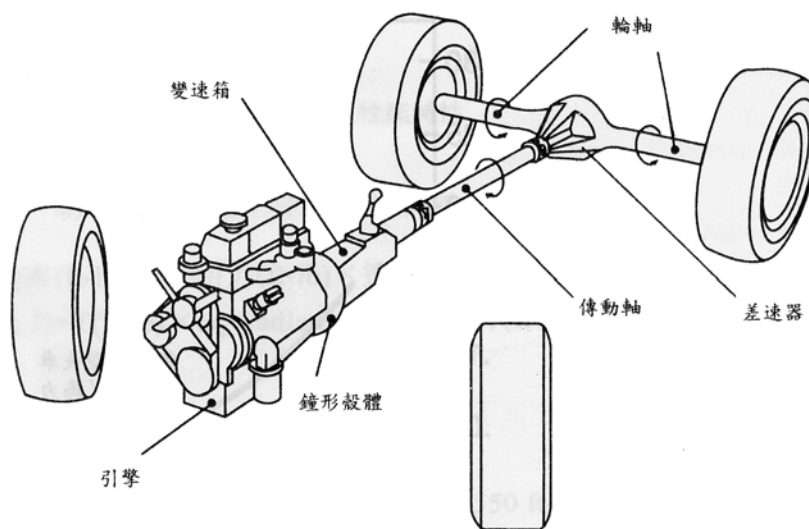


圖2-18、傳動系統示意圖[36]

從引擎到車輪之間，可分成幾個部分：引擎→變速箱，變速箱→傳動軸，傳動軸→輪軸，輪軸就轉動車輪。在以下分別探討這幾部分中，扭力和加速度的關係。

引擎→變速箱：由引擎開始傳輸至傳動系統之實際扭力必須扣除用來加速所有轉動元件之慣量，在這裡我們只考慮一些主要的元件慣量。應用牛頓第二定律，從引擎輸出扭力 T_e ，扣除用來加速引擎慣量 $I_e a_e$ (I_e = 引擎轉動慣量， a_e = 引擎之轉動加速度)，而成為變速箱的輸入扭力 T_c 為：

$$T_c = T_e - I_e a_e \quad (2-7)$$

變速箱→傳動軸：變速箱輸出的扭矩會經由齒輪比 N_t 而放大，但也會由於齒輪及各軸之慣性損失而有所降低，若變速箱之慣量可由其輸入端之值來決定，其損失可表示成 $I_t a_e$ (I_t = 變速箱之轉動慣量，轉動加速度和引擎相同)，那麼輸出至傳動軸之扭力 T_d 可以下式估算：

$$T_d = (T_c - I_t a_e) N_t \quad (2-8)$$

傳動軸→輪軸：輸入至傳動軸的扭力，扣除用來加速傳動軸轉動的慣量 $I_d a_d$ 後 (I_d = 傳動軸之轉動慣量， a_d = 傳動軸之轉動加速度)，經過最終傳動比率 N_f 放大後，會等於輸入到輪軸上之扭力 T_a ，此扭力亦會等於地面上之牽引力 F_x 之扭矩 $F_x r$ (r = 車輪半徑)，加上加速車輪及輪軸之轉動慣量 $I_w a_w$ (I_w = 車輪及輪軸之轉動慣量， a_w = 車輪之轉動加速度)。

$$T_a = (T_d - I_d a_d) N_f = F_x r + I_w a_w \quad (2-9)$$

接下來把上列一些式子串起來，讓引擎輸出扭力可以直接和地面上之牽引力做關連，利用齒輪比和加速度的關係把整個式子簡化，其關係為：

$$a_d = N_f a_w$$

$$a_e = N_t a_d = N_t N_f a_w$$

又由於車輪前進之加速度 a_x 為車輪旋轉加速度 a_w 乘以車輪半徑 r ，因此可得：

$$F_x = \frac{T_e N_{tf}}{r} - \left\{ (I_e + I_t) N_{tf}^2 + I_d N_f^2 + I_w \right\} \frac{a_x}{r^2} \quad (2-10)$$

其中 $N_{tf} = N_t N_f$ 。

至於傳動系統諸元件：變速箱、傳動軸、差速器及輪軸，因機械和黏性損失所產生之效率降低，在我們的場景建構之中暫不考慮這個問題。由上列的方程式，可以分成兩部分：(1) 右邊第一項為引擎扭力乘以整體齒輪比，再除以輪胎半徑。此分項代表在地面上之穩態牽引力，以此克服空氣動力及滾動阻力之道路負載力量，用來加速或爬坡。(2) 右邊第二項代表由引擎及傳動系統各元件慣量所產生之牽引力損失，括弧內之項代表經由元件及車輪間數值齒輪之平方放大後，各元件的慣量。

知道了牽引力之後，即可用此來估測車子的加速性能。加速度會受到牽引力 F_x 、滾動阻力 R_x 、空氣阻力 D_A 、車重 W (M 為車質量) 及路面坡度 θ 的影響。加速度可表示成下式：

$$M a_x = \frac{W}{g} a_x = F_x - R_x - D_A - W \sin \theta \quad (2-11)$$

F_x 包含引擎扭力及各元件的轉動慣量，為了更方便探討，由方程式 (2-10) 中所得有關轉動慣量的部分，通常可以和車子的質量相結合以得到一簡化的式子：

$$(M + M_r) a_x = \frac{W + W_r}{g} a_x = \frac{T_e N_{tf}}{r} - R_x - D_A - W \sin \theta \quad (2-12)$$

其中 M_r = 轉動元件之等效質量，我們可以藉由這個式子為場景設計一車子可換檔加速的功能。

2.4.2 引擎設計

以下為我們在場景中設計之各檔位引擎扭力、速度及加速的關係圖。圖 2-19 為扭力及速度的關係，橫軸之速度為引擎轉速乘上齒輪比得到之輪胎轉速，再換成前進的速度，單位為每畫數在場景中前進的單位量，而縱軸之扭力則為虛擬重量的單位。這曲線的關係為一般的汽車引擎所提供之扭力，會隨著轉速上升而先增加再減低，換檔後會因為齒輪比而改變。

在圖 2-20 中，橫軸為同樣的速度，縱軸為加速度，也都是用場景中的單位來表示，我們以此和前一張圖比較，可以發現雖然都是推動同一車子，可是力量和加速度的曲線卻有差異，原因是低速檔時，轉動所有元件的慣量，會隨齒輪比較大而變大，故加速度不如預期的高。

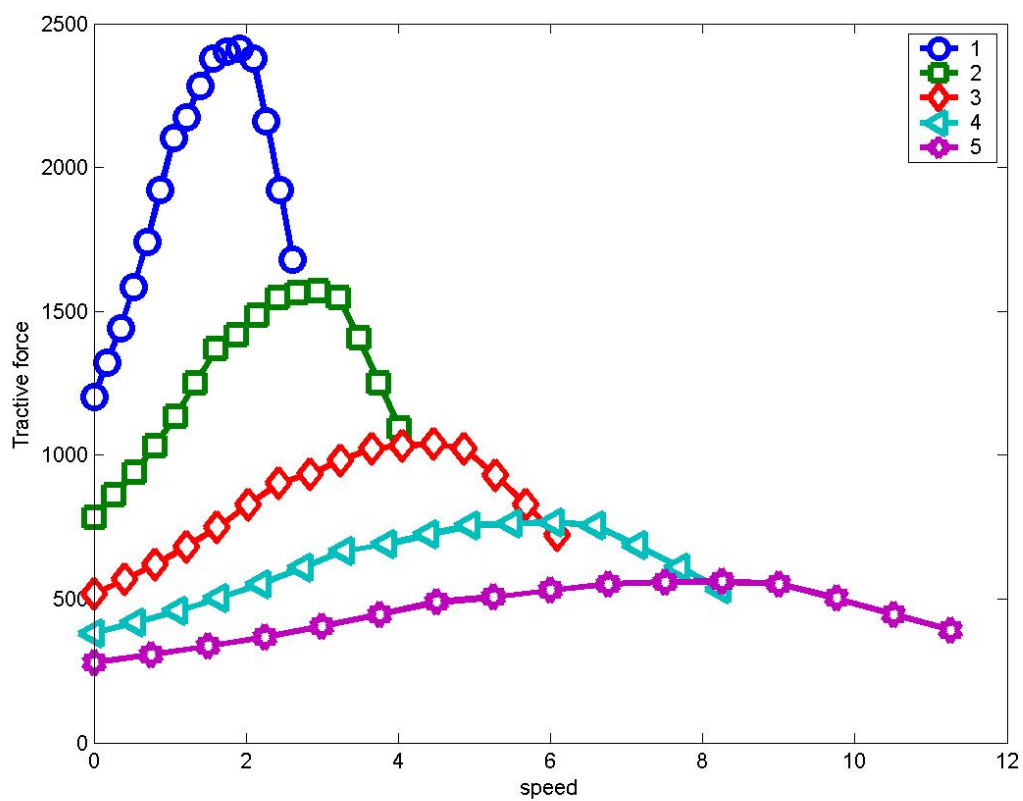


圖2-19、車輛速度與引擎扭力和檔位變化關係圖

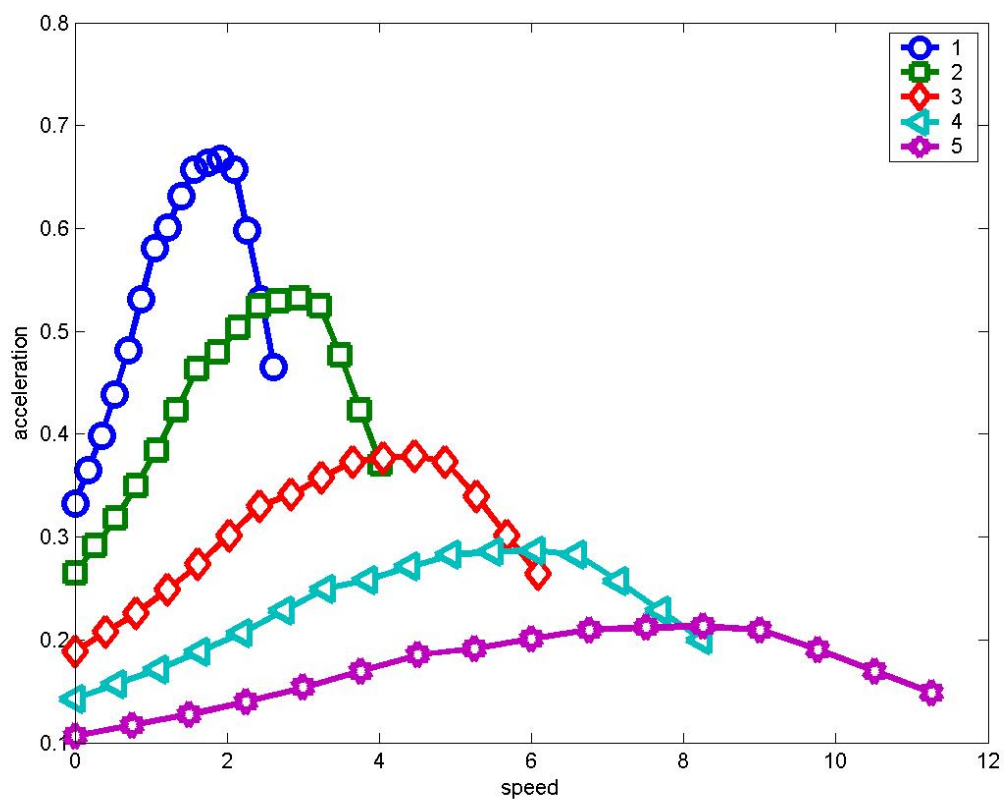


圖2-20、車輛速度與加速度和檔位變化關係圖

2.5 懸吊系統

以場景中的懸吊系統來說，其主要功能在於：(1) 提供垂直的柔度，使得車子在不平坦的道路移動的時候，車子的姿態可以改變的很平順。(2) 對由縱向力（加速、減速）、側向力（轉向）及車身傾斜所產生之負載轉移的影響，做出合適的反應。

在懸吊系統上，我們採用最簡易的方法來模擬它，如圖 2-21 所示就是在四個輪子上各加一個彈簧及阻泥來代表它， k 與 C 分別為彈性與阻泥係數，而加諸在各彈簧上的力為承受車子本身的重力，再加上加速時所產生之力矩的變化。以下分為縱向及橫向負載的轉移來探討。

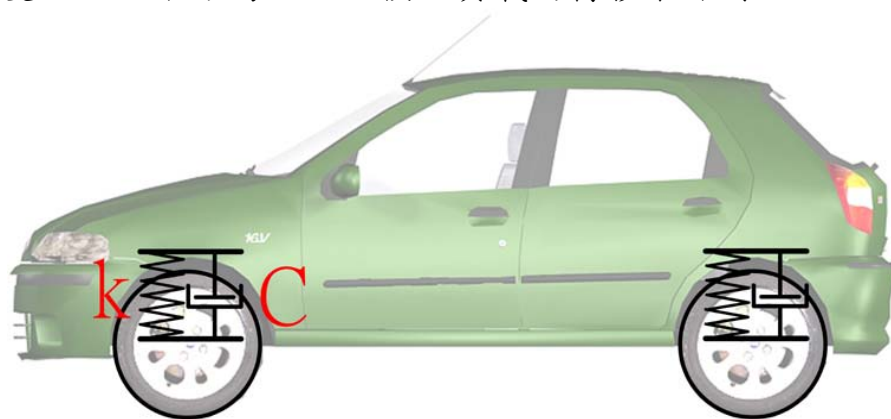


圖2-21、簡易懸吊系統示意圖

2.5.1 縱向力

車子受到縱向力的時候，其受力的關係如圖 2-22，在此我們忽略空氣阻力、滾動阻力...等，單純只考慮車子受到縱向加速力、地形坡度 θ 的影響，施加給前輪 F_f 及後輪 F_r 之力的變化。

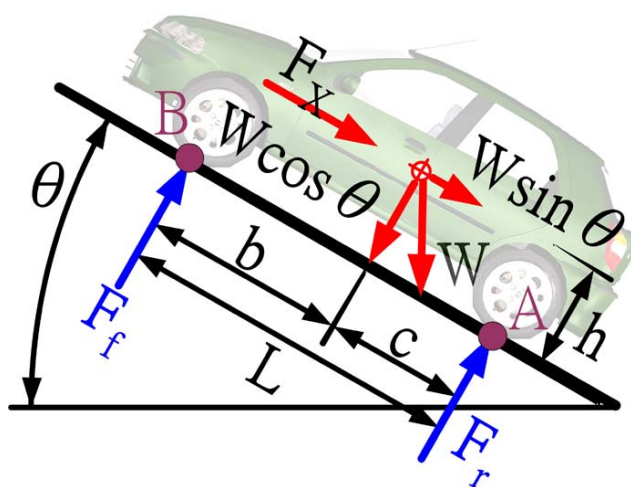


圖2-22、車身受縱向力關係圖

在圖中的車子上， W 為作用於車子質心之車重，大小等於車子的質量 M 乘以重力加速度 g ，在此斜坡上 W 分為兩個分量，一個是垂直路面的餘弦分量 $W \cos \theta$ ，另一則是平行路面之正弦分量 $W \sin \theta$ 。而車子的質心距離地面的高度為 h ，與前輪軸的水平距離為 b ，後輪軸則為 c ，兩輪軸中間的距離為 L 。而受到 F_x 之力為受到向前加速的反作用力，它也會作用於質心，大小等於 $M \cdot a_x$ (a_x 為前進之加速度)。

各車軸所承受之負載包含一靜態分量，以及受到其他力量的作用所產生之由前輪到後輪（或後輪到前輪）的負載轉移，可由車輪與地面之接觸點之力矩和來求得。假設圖中車子未在傾斜上加速，那麼對 A 點之力矩和為零，如下所示：

$$F_f L + F_x h + W h \sin \theta - W c \cos \theta = 0$$

化簡可求得前輪之負載 F_f ：

$$F_f = (W c \cos \theta - F_x h - W h \sin \theta) / L \quad (2-14a)$$

後輪之負載 F_r 可由 B 點之力矩和來求出：

$$F_r = (W b \cos \theta + F_x h + W h \sin \theta) / L \quad (2-14b)$$

2.5.2 橫向力

如圖 2-23 為車子右轉時受到橫向力作用時的受力情形，與縱向力的分析一樣，考慮轉向加速力及地形傾斜角 φ 的影響，以得到左側車輪 F_i 與右側車輪 F_o 受到的負載。

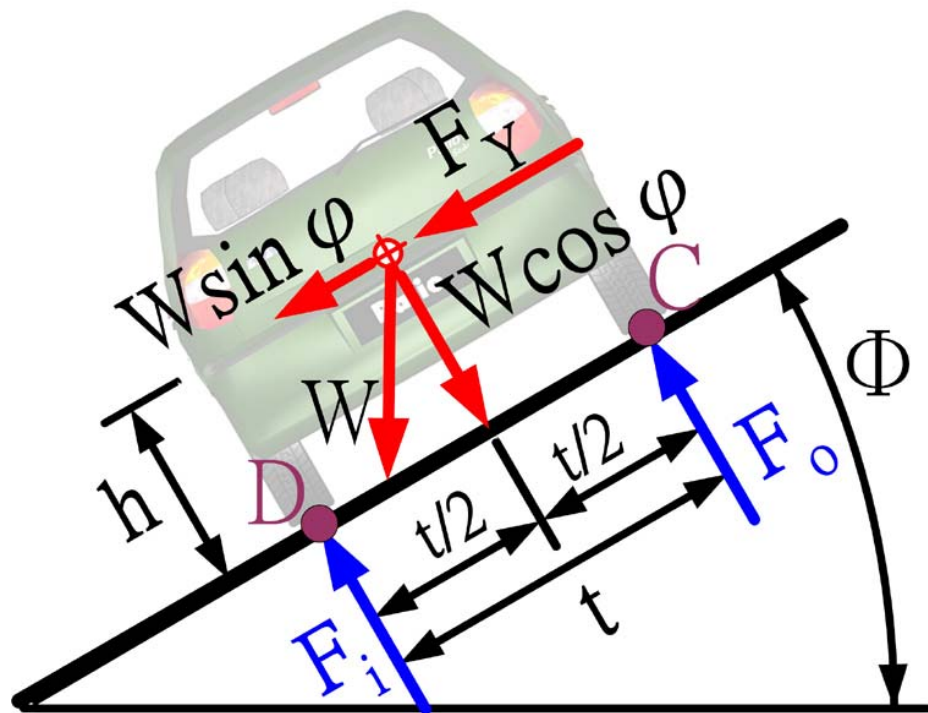


圖2-23、車身受橫向力關係圖

在圖中車子的質心位於車子的中間，與兩旁車輪的水平距離，剛好等於兩側車輪的距離 t 之一半。而 F_y 為車子向右加速之反作用力，它會作用於質心，其大小會等於 $M \cdot a_y$ (a_y 為向右位移之加速度)。另外由於路面傾斜 ϕ 度的關係，我們把車重 W 也分成水平 $W \sin \phi$ 和垂直 $W \cos \phi$ 路面兩分量。

各車軸所承受負載之靜態分量，以及受力所產生之由右輪到左輪（或左輪到右輪）的負載轉移，亦由車輪與地面之接觸點之力矩和來求得。假設圖中車子未在傾斜上加速，那麼對 C 點之力矩和為零，如下所示：

$$F_i t - F_y h - W h \sin \phi - W \frac{1}{2} t \cos \phi = 0$$

化簡可求左輪之負載 F_i

$$F_i = W \cos \phi \frac{1}{2} + \frac{h}{t} (F_y + W \sin \phi) \quad (2-15a)$$

右輪之負載 F_o 可由 D 點的力矩和來求出：

$$F_o = W \cos \phi \frac{1}{2} - \frac{h}{t} (F_y + W \sin \phi) \quad (2-15b)$$

2.5.3 各輪之負載

接下來把由縱向力得到的負載，及橫向力得到的負載合併成四個輪子各自的負載。首先把式子再做一些簡化，令 $b=c=L/2$ ，則受到縱向力車子的前輪負載變成：

$$F_f = W \cos \theta \frac{1}{2} - \frac{h}{L} (F_x + W \sin \theta) \quad (2-16a)$$

後輪則為：

$$F_r = W \cos \theta \frac{1}{2} + \frac{h}{L} (F_x + W \sin \theta) \quad (2-16b)$$

在合併的時候，除了把兩輪受到的負載除以一半（如縱向方面的前輪，要分給左前輪跟右前輪）之外，對應在同一輪的值相加之後也要再平均。另外，兩邊的式子還必須做一點變化：

縱向負載要部分加上路面橫向的傾斜：

$$W \Rightarrow W \cos \phi$$

橫向負載要部分加上路面縱向的傾斜：

$$W \Rightarrow W \cos \theta$$

合併之後的左前輪的負載 F_{if} 為：

$$F_{if} = \frac{1}{4} \left[W \cos \phi \cos \theta + \frac{h}{t} (F_y + W \sin \phi \cos \theta) - \frac{h}{L} (F_x + W \sin \theta \cos \phi) \right] \quad (2-17a)$$

右前輪的負載 F_{of} ：

$$F_{of} = \frac{1}{4} \left[W \cos \phi \cos \theta - \frac{h}{t} (F_y + W \sin \phi \cos \theta) - \frac{h}{L} (F_x + W \sin \theta \cos \phi) \right] \quad (2-17b)$$

左後輪的負載 F_{lr} ：

$$F_{lr} = \frac{1}{4} \left[W \cos \phi \cos \theta + \frac{h}{t} (F_y + W \sin \phi \cos \theta) + \frac{h}{L} (F_x + W \sin \theta \cos \phi) \right] \quad (2-17c)$$

右後輪的負載 F_{or} ：

$$F_{or} = \frac{1}{4} \left[W \cos \phi \cos \theta - \frac{h}{t} (F_y + W \sin \phi \cos \theta) + \frac{h}{L} (F_x + W \sin \theta \cos \phi) \right] \quad (2-17d)$$

從這些式子可以看出，在各輪的負載數值上，可分為三個分量。(1) 左邊第一分量為車子靜態負載，為車子本身的重量垂直於路面的分量。(2) 左邊第二項為車子左右兩邊之動態負載，會隨車子轉向及路面傾斜而加到左右兩側。(3) 右邊第一項為車子前後之動態負載，會跟著車子前後加速及路面傾斜而影響前後兩側。

2.5.4 懸吊系統在場景之應用

經由推導之後，我們可以得知在各輪上的負載，與彈簧壓縮 x 所產生之力 $F_s = kx$ (k 為彈性係數)，兩者大小相等時候即為彈簧的震盪中心，即是輪胎在穩定時的位置。

在我們場景的設計中，必須設計彈簧的一些參數，在車子穩定地停在水平的路面上，其輪胎彈簧的長度剛好等於可壓縮之最大值 x_{lim} 的一半，由此便可決定彈性係數 k ，如下式所示為左前輪的彈性係數 k_{lf} ：

$$k_{lf} = \frac{F_{lf}}{x_{limlf}/2} = \frac{W}{2x_{limlf}} \quad (2-18)$$

而我們設計的車輛質心位置剛好位於四個輪子的正中間，故其負載可視為車重的四分之一，其他三輪的亦是如此。

在受到其他外力的時候，可由我們推導出來的方程式求出當時姿態各輪的負載，再依據當時輪胎彈簧被壓縮的量而得到的支撐力，可得到當時之加速度，下式為左前輪下沈之加速度 a_{lf} ：

$$a_{lf} = \frac{F_{lf} - k_{lf} x_{lf}}{F_{lf}/g} = g - \frac{k_{lf} x_{lf}}{F_{lf}/g} \quad (2-19)$$

其中 x_{lf} 為左前輪彈簧被壓縮的量， F_{lf}/g 為當時左前輪彈簧上負載的質量，其他三輪的加速度也是用同樣的方法求得。可由此看出其加速度為受到重力下拉產生的向下加速 g ，再扣除由彈簧產生的向上支撐力而推動負載之加速度。若是直接用此式於場景之中，由於不會有能量之消滅，會使得車子持續震盪，所以還需加上一消減值也就是加上阻泥使其震盪速度慢慢歸零，到最後輪胎的位置就會收斂到震盪中心。

在各車輪加上阻泥後，其震盪時所受之力會再加上一與速度成正比之支撐力，在沒有受到外力的干擾下，在車輪上方之車體自由震盪之方程式如下所示：

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + kx = 0 \quad (2-20)$$

$\ddot{x}$ 、 $\dot{x}$ 為彈簧震盪之加速度與速度， C 值為阻泥係數， m 為負載的質量，其 x 的解即為彈簧的壓縮值。在我們的場景中之阻泥係數 C ，所取的值為車子在自由震盪時 critical damped 之值，如下所示：

$$C = 2\sqrt{mk} \quad (2-21)$$

加上阻泥後，懸吊系統震盪之加速度以左前輪為例會變為：

$$a_{if} = \frac{F_{if} - k_{if}x_{if} - C_{if}v_{if}}{F_{if}/g} = g - \frac{k_{if}x_{if} - C_{if}v_{if}}{F_{if}/g} \quad (2-22)$$

v_{if} 為左前輪震盪之速度。

使用懸吊系統的方程式於場景之中，可以運用場景構成的特性來展現之，如圖 2-24 所示，由於場景是用一個一個的畫面組成，所以在方程式的計算上可以用類似數值方法來近似它。我們假設一輪胎由空中落下，著地之前其加速度為 g ，跟一般不一樣的是時間是以每個畫面為單位，也就是相隔一個畫面速度會隨著加速度累加，而且物體移動的距離也會等於其速度，著地後其加速度會受到彈力及阻泥力的影響，而使速度減弱甚至到反相，讓車體產生震盪而慢慢趨於穩定。由於懸吊系統的壓縮量有一定的限制，若是著地時的速度太快使得彈簧壓縮到最底限時，則會讓車身與地面產生彈性碰撞。

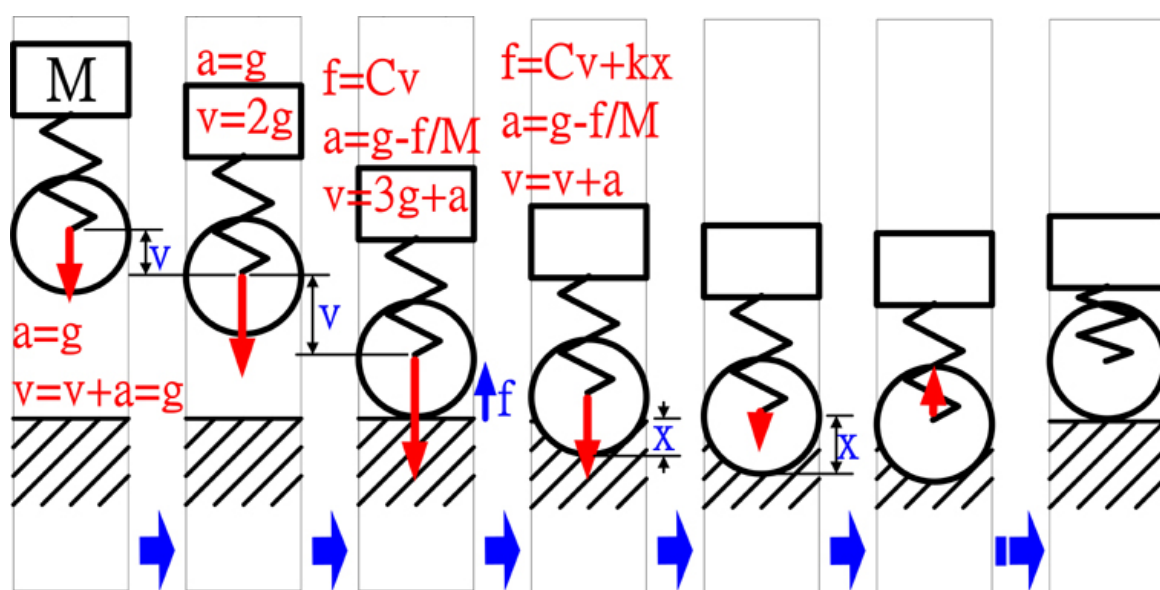


圖2-24、懸吊系統應用流程圖