

# 國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

電濕潤技術應用於顯示面板之數值模擬

Simulation of Electrowetting on Displayer

研究生：黃裕盛

指導教授：陳慶耀 博士

中華民國九十九年七月

電濕潤技術應用於顯示面板之數值模擬

**Simulation of Electrowetting on Display**

研究生：黃裕盛

Student : Yu-Sheng Huang

指導教授：陳慶耀

Advisor : Ching-Yao Chen

國立交通大學

機械工程學系



**A Thesis**

**Submitted to Department of Mechanical Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University  
in Partial Fulfillment of The Requirements  
for the Degree of  
Master of Science  
in  
Mechanical Engineering  
July 2010  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China**

中華民國九十九年七月

# 電濕潤技術應用於顯示面版之數值模擬

學生：黃裕盛

指導教授：陳慶耀

國立交通大學機械工程學系碩士班

## 摘要

本文為使用商用軟體 FLUENT 模擬電濕潤技術 (Electrowetting) 應用於顯示面版之單一像素的暫態流場情況。不同於一般電濕潤流場情況地方在於電濕潤面版中電解質水是當作環境流體而非主要液滴，主要液滴為不導電的油墨 (Tetradecane, 十二烷)。模擬之目的在於利用商用軟體建立一個可以調整各項材料變數之模組來提供實驗之對照與預估，以降低其製作與整體成本。在設定上採用層流及不可壓縮流模式，解二維與三維暫態 Navier-Stokes equation，利用有限體積法以及 SIMPLE 演算法計算暫態流場並利用內建之 VOF 演算法來進行多相流部分的計算。油墨在初始狀態躺於底下壁面上並與左右檔牆達成平衡狀態，開始施加電壓後，電解質水受到電力作用擠壓油墨至無電力影響區域，最終油墨收縮至角落會達成新的平衡狀態。本文研究嘗試模擬並比較改變不同物理參數的流場其光顯面積比率於時間之關係曲線，最後亦探討流場中不同暫態之電力數學式掛載於商用軟體結果。

關鍵字：電濕潤，VOF，FLUENT

## 致 謝

首先，我要感謝家人對我的支持，使我在學業上能夠專心的全力衝刺。再來，要感謝陳慶耀老師，老師除了對我在研究上做指導，也常利用許多機會教育的時候教導我為人處事的道理。在日常生活中，老師更關心實驗室每一位同學的學習情況及生活上是否需要幫助，讓我感覺到能加入複雜性流體實驗室這個大家庭是件很快樂的事情。

在碩士班這兩年當中，不管是在研究上或是生活上所遇到的問題，都要感謝老師及同窗好友，柏瑋、啟鳴、佳芬，以及實驗室學姐琦雯、宏元、詒翔、奇軒，和博士後研究員林忠豪先生的幫助，才能使我克服研究上的低潮。也感謝學弟妹們文良、國安、杰民與世璵，你們的貼心舉動常讓我非常感動。

最後要特別感謝熱流應用實驗室的博士班學長信宏、崇綱、玠超以及全體同學與學弟平常生活給予的幫助，使得複雜性流體實驗室常常感到歡樂的氣氛。並且在實驗分析上提供許多意見使得在實驗數據分析上更加完整。

# 目錄

摘要.....	I
致謝.....	II
目錄.....	III
圖目錄.....	V
符號說明.....	IX
第一章 緒論.....	1
1.1 前言.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究目的.....	5
第二章 物理模型.....	8
2.1 物理模型.....	8
2.2 分析假設與統御方程式.....	9
2.3 邊界條件.....	11
第三章 數值方法.....	13
3.1 前言.....	13
3.2 VOF 模型.....	15
第四章 初步模擬結果與分析.....	23
4.1 二維模擬結果.....	23
4.2 三維模擬結果.....	27
4.3 純電力模組.....	29
第五章 結論與未來方向.....	
5.1 結論.....	60

5.2 未來方向.....	60
參考文獻.....	62



# 圖目錄

圖(1-1) 電濕潤顯示器(electrowetting display, EWD)的工作原理圖.....	7
圖(1-2) Young-Laplace equation 示意圖.....	7
圖(2-1) 液晶螢幕顯示面板(LCD)結構示意圖.....	12
圖(2-2) 電濕潤顯示器(EWD)的工作原理圖 2.....	12
圖(3-1) 相鄰網格中心點及離散面相關位置示意圖.....	19
圖(3-2) 模擬計算流程圖.....	20
圖(3-3) 對流通量示意圖.....	21
圖(3-4) 體積分率示意圖.....	21
圖(3-5) Wall Adhesion 之接觸角設定示意圖.....	22
圖(4-1) 二維 EWD 模擬設定示意圖.....	34
圖(4-2) 三維 EWD 模擬設定示意圖.....	34
圖(4-3) 二維 EWD 模擬不同參數設定說明圖.....	35
圖(4-4) 二維 EWD 基本模組之模擬結果.....	36
圖(4-5) 二維 EWD 不同油墨高度之模擬結果.....	37
圖(4-6) 二維 EWD 不同 Korteweg-Helmholtz body force 值之模擬結果.....	37
圖(4-7) 二維 EWD 不同 ITO 電極板面積之模擬結果.....	38
圖(4-8) 二維 EWD 不同接觸角變化值之模擬結果.....	38
圖(4-9) 二維 EWD 不同油墨黏滯度之模擬結果.....	39
圖(4-10) 二維 EWD 不同油墨高度之模擬結果.....	39
圖(4-11) 二維 EWD 不同 Korteweg-Helmholtz body force 值之模擬結	

果.....	40
圖(4-12) 二維 EWD 不同 ITO 電極板面積之模擬結果.....	40
圖(4-13) 二維 EWD 不同接觸角變化值之模擬結果.....	41
圖(4-14) 二維 EWD 不同油墨黏滯度之模擬結果.....	41
圖(4-15) 三維 EWD 於基本設定模組下之模擬結果.....	42
圖(4-16) 三維 EWD 於基本設定模組下改變油墨液滴黏制度為一半之 模擬結果.....	43
圖(4-17) 三維 EWD 於基本設定模組下改變油墨液滴黏制度為兩倍之 模擬結果.....	44
圖(4-18) 三維 EWD 於基本設定模組下改變壁面接觸角為 125° 之模擬 結果.....	45
圖(4-19) 三維 EWD 於基本設定模組下改變壁面接觸角為 150° 之模擬 結果.....	46
圖(4-20) 三維 EWD 於基本設定模組下改變非 ITO 面積為 $\frac{1}{9}$ 全部面 積之模擬結果.....	47
圖(4-21) 三維 EWD 於基本設定模組下改變非 ITO 面積為 $\frac{4}{9}$ 全部面 積之模擬結果.....	48
圖(4-22) 三維 EWD 於基本設定模組下改變 body force 為 0.5 倍大小 之模擬結果.....	49
圖(4-23) 三維 EWD 於基本設定模組下改變 body force 為 5 倍大小之 模擬結果.....	50
圖(4-24) 三維基礎模組與改變油墨液滴黏滯係數為 0.5 與 2 倍之模擬 結果面積收縮比率與時間關係曲線圖.....	51



圖(4-25) 三維基礎模組與改變壁面施加電壓後 ITO 區域接觸角變化 值為 125° 與 150° 之模擬結果面積收縮比率與時間關係曲線圖.....	52
圖(4-26) 三維基礎模組與改變油墨非 ITO 電極板面積為總面積(1/9) 與(4/9)倍之模擬結果面積收縮比率與時間關係曲線圖.....	53
圖(4-27) 三維基礎模組與改變 Korteweg-Helmholtz body force 為 0.5 倍和 5 倍之模擬結果面積收縮比率與時間關係曲線圖.....	54
圖(4-28) 二維 EWD 純加電力模組，ITO 電極板為右下角一點示意 圖.....	55
圖(4-29) 二維 EWD 純加電力模組，ITO 電極板為底下壁面某一區域 示意圖.....	55
圖(4-30) 二維 EWD 純加電力模組，ITO 電極板為右下角一點， $f_k = F_c / r^2$ ，Fc=5.0 .....	56
圖(4-31) 二維 EWD 純加電力模組，ITO 電極板為右下角一點， $f_k = F_c / r^2$ ，Fc=1.0 .....	56
圖(4-32) 二維 EWD 純加電力模組，ITO 電極板為右下角一點， $f_k = F_c / r^2$ ，Fc=0.5 .....	57
圖(4-33) 二維 EWD 純加電力模組，ITO 電極板為一區間，電力計算 方式為 $f_k = \int [F_c / r^2] dr$ ，Fc=0.05 .....	57
圖(4-34) 二維 EWD 純加電力模組，ITO 電極板為一區間，電力計算 方式為 $f_k = \sum F_c / r^2$ ，Fc=0.05 .....	58
圖(4-35) 二維 EWD 純加電力模組，ITO 電極板為一區間，電力垂直 往下 $f_k = F_c / r^2$ ，Fc=0.05 .....	58
圖(4-36) 二維 EWD 純加電力模組，ITO 電極板為一區間，電力垂直	

往下  $f_k = F_c / r^2$ ,  $F_c = 0.01$  .....59

圖(4-37) 二維 EWD 純電力模組，電力為

$$\vec{f}_k = \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_D}{2d} U^2\right) \vec{i} + \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_D}{2d} U^2 \frac{1}{\tan \theta}\right) \vec{j} \quad \dots\dots\dots 59$$



# 符號說明

$\gamma$	兩相間之表面張力
$\gamma_{SL}$	固體與液體間之表面張力
$\gamma_{LG}$	氣體與液體間之表面張力
$\gamma_{SG}$	固體與氣體間之表面張力
$\theta_0$	極化前液滴的接觸角
$\theta_v$	極化後液滴的接觸角
$\epsilon_d$	介電層之介電質常數
$\epsilon_0$	真空之介電質常數
$d$	$d$ 與 $U$ 為介電層之厚度與施加於流場之電壓值
$U$	$d$ 與 $U$ 為介電層之厚度與施加於流場之電壓值
$\eta$	無因次化之電濕潤參數
$\rho$	質量密度
$\epsilon$	液體之電介值常數
$\vec{f}_K$	Korteweg-Helmholtz body force density
$\rho_f$	自由電荷密度
$\vec{E}$	$\vec{E}$ 為電場分佈
$B_o$	Bond number
$\vec{v}$	流體之速度向量
$P$	流場相對壓力
$\vec{\tau}$	應力張量(stress tensor)

$\overline{V}_r$	流體速度與局部速度之相對速度
$\overline{\Gamma}_\phi$	擴散係數
$\overline{S}_\phi$	來源係數
$f_j$	幾何因子
$\overline{d}_{PN}$	P 到 N 之向量
$\Gamma_{\phi,j}$	面擴散係數
$\alpha_q$	第 q 相流體的體積分率
$m_{pq}$	p 相到 q 相的質量傳輸率
$F_{vol}$	將表面張力使用散度定理後表示成之體積力(body force)
$\theta_w$	壁面的接觸角
$\hat{n}_w$	壁面的單位法向量
$\hat{t}_w$	壁面的單位切向量
$\mu$	油墨黏滯度
H	油墨厚度
$A_i$	ITO 電極板面積
A	像素面積
$\mu_0$	油墨基礎黏滯係數
$H_0$	油墨基礎厚度
t	時間
$A_e$	收縮面積與像素面積之比值

# 第一章緒論

## 1.1 前言

拜半導體製程技術之進步所賜，微機電系統研發成為了近十年之新興領域，應用於生醫檢測、醫療器材、精密機械、微光學應用、無線通訊等產業，是為一跨領域整合技術，更被視為下世代重要的核心技術，並且對於人類之生活方式可能產生巨大影響，因此不論在產業界、學術界等研究單位均引起了極大之研究熱潮。而對於微流道系統而言，控制微小液滴行為是一項重要的性能。故如何驅動微小液珠於微小結構上成了新興研究的主题之一。

驅動液體方法的發展歷史非常特殊，在一個世紀以前，利用熱和電壓來改變表面張力的原理已經被科學家所知曉。改變介面間表面張力的方法有兩種，一種是熱阻式驅動，另一種則是電容式驅動。熱阻式驅動是利用表面張力會隨著溫度而改變的特性，藉此驅動流體流動。電容式驅動則是利用外加電壓來改變表面能量分佈，藉以驅動流體流動。然而熱驅動的裝置會有高能量損耗、液體因為加熱而蒸發以及流速慢等問題，而且電容式驅動可以有效的創造原為的表面張力改變。與熱阻式驅動比較，電容式驅動器有較快的流速以及較低的功率損耗。

而電濕潤技術( Electrowetting )則是上述的電容式驅動其中一種，利用施加電壓差於電解質液滴與壁面上，使其改變原本之平衡狀態。利用此原理，將壁面切割成許多區塊，控制其電壓差施加之區塊讓液滴連續改變平衡狀態以達到移動液滴之目的。

電濕潤的應用範圍相當廣泛，不論是光電、機械或是材料領域，對於電濕潤的技術討論都有相當的研究理論存在。由於電濕潤技術可應用於微小尺寸上的結構，並且根據介電值電濕式的概念，所以可以藉由外加電壓來驅動在固相與氣相間的液滴。與一般連續流裝置的不同處在於介電值電濕式裝置式驅動非連續流的液體，亦即可驅動單一液滴。此概念即可應用在可移動式數位流體系統，例如：lab-on-a-chip 或是 micro total analysis system。

近年來電濕潤亦被應用於製造顯示器上，電濕潤顯示器 (electrowetting display, EWD) 的工作原理[1]可由圖(1-1)所示：包含(反射式)電極、疏水性絕緣層、彩色的油層及水層。當透過疏水性的絕緣層施加一電壓差時，層層堆疊的結構會呈現不穩定狀態，此時系統會將水層移往絕緣層以降低能量，靜電和表面張力之間的平衡會決定油液滴朝邊緣移動之距離。該方法中，從上方觀測堆疊結構的光學特性可以由關閉狀態(上圖)的色彩和開啟狀態(下圖)時的透明或反射特性之間連續調整。電濕潤顯示器最重要的優點之一乃是它的高色彩亮度下的耗電量非常低，且具有雙穩態及高穿透性，為一具開發價值之顯示機構[2]~[8]。

## 1.2 文獻回顧

微流體晶片依驅動方式可分為連續流式與數位式兩大種類。連續流式特色為以幫浦、流道或電能來操控流體，把其導入反應或檢驗槽，或在外部設計來增加額外功用。傳統幫浦流道因材質選擇和條件可依流體做變換，所以適用範圍性大。數位式晶片主要可透過電腦間接操控流體，操作方面彈性大，大多又以液珠為單位，所以可平行處理不同反應。近期靜電力-電滲流(Electro-osmosis)、介電泳(DEP)，

Dielectro-phoresis)、電濕潤(Electro-wetting)、電極化(electrical polarizarion)與介電濕潤(EWOD, Electro-wetting-on-dielectric)諸如此類的晶片發展程度備受矚目,靜電力中的連續流和數位式分界往往因作者定義不同而有差異。

本研究著重於電濕潤過程中暫態模擬的發展,因此文獻回顧方面主要專重於電濕潤的力學機制技術發展過程以及近期之相關研究做一探討。

19世紀初期 Thomas Young 與 Pierre Simon Laplace 兩位學者分別發表了有關於流體表面張力相關的學說[9]~[11]。在自然界中不同的相接觸在一起時,其界面會處於特殊之能量狀態。以液滴為例,當此能量越高時,由熱力學定律可知液滴會盡量減少其接觸表面積,表面張力就是增加液體表面積所需要的能量,而描述此一物理現象之數學模式則稱為 Young-Laplace equation。當一液滴在固相平面時,則會形成三種接觸表面,分別為固-液、液-氣與氣-固介面,如圖(1-2)所示,其中  $\gamma$  為兩相間之表面張力,下標 S 為固體表面 (Solid)、L 為液滴 (Liquid)、G 為周圍介值空氣 (Gas),  $\theta_0$  為固體表面與液滴之接觸角。於此三相的平衡之下,所求得此接觸面的表面張力  $\gamma_{SL}$ 、 $\gamma_{LG}$  與  $\gamma_{SG}$  之平衡關係可下式表示為

$$\cos \theta_0 = \frac{\gamma_{SG} - \gamma_{SL}}{\gamma_{LG}} \quad (1-1)$$

上式即為 Young-Laplace equation 其中一種形式。

1875年 Gabriel Lippmann 發現可在汞和電解質液間施加電壓來改變毛細現象的下降程度[12]。Lippmann 嘗試在電極上沈積一介電層



(Dielectric Layer)與疏水層(Hydrophobic Layer)。利用此一實驗架構，流體在一疏水表面上內聚成為一液滴，其接觸角為  $\theta_0$ ，藉由施加電壓使液滴在介電層上產生極化，極化後液滴的接觸角將改變成為  $\theta_v$ ，並在過程中產生潤濕(Wetting)的效果，此一潤濕現象稱之為介電濕潤。Lippmann 將介電濕潤效應整合楊氏方程式，並推導出 Young-Lippmann Equation 如下：

$$\cos \theta_v = \cos \theta_0 + \frac{\epsilon_0 \epsilon_d}{2d\gamma_{lv}} U^2 = \cos \theta_0 + \eta \quad (1-2)$$

其中， $\theta_v$  與  $\theta_0$  為加電壓後與加電壓前之接觸角， $\epsilon_0$  與  $\epsilon_d$  為介電層與真空之介電質常數， $d$  與  $U$  為介電層之厚度與施加於流場之電壓值， $\eta$  為無因次化之電濕潤參數，其所代表之物理意義為靜電能之強度與表面張力之比值

雖然 Young-Lippmann Equation 能提供對於液滴接觸角與材料性質以及電壓數值之變化數學模式，但卻無法瞭解暫態情況下液滴的收縮情況。為了更深入探討暫態收縮之情況，1998 年 Herminghaus 學者分析液面厚度、壓力分佈與液滴分裂的關係式，並且與實驗結果相互驗證[13]。1990 年至今 Jones 與 Kim 等學者發表了一系列有關於流場中電力分佈對液滴所造成的影響的研究[14]~[19]。在此系列研究中，他們認為在液滴表面上的自由電荷密度分佈  $\rho_f$  與電場所造成的電力值使得流場改變其接觸角變化。在此之後，不少學者開始將此種想法配合電學理論持續進行研究與理論發展。2004 年 Zeng 與 Korsmeyer 兩位學者對於此種理論發展之文章做了非常深入的整理[20]。

在此種以機電基礎發展的理論中，對於單一液滴而言，最常被使



用的數學模型為 Korteweg-Helmholtz body force density[21]

$$\vec{f}_K = \rho_f \vec{E} - \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \nabla \epsilon + \nabla \left[ \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \rho \right] \quad (1-3)$$


其中  $\rho$  與  $\epsilon$  為質量密度與液體之電介值常數， $\vec{E}$  為電場分佈。在方程式最右邊式子為描述靜電能項，對於本文研究之物理模型而言，因密度變化所造成的影響遠小於其他項之影響效果，故在此忽略此項。等號右邊第二項稱為 ponderomotive force density， $\alpha \nabla \epsilon$ ，由方程式可知此項僅存在於液滴表面。

然而，對於液滴邊緣角落的幾何形狀而言，因為其電荷與電荷間之距離太短導致在電力計算上會造成數值發散。1999 年 B. Berge 等學者針對此種形狀邊緣效應進行電力數學模組探討[22]。2005 年 A. G. Papathanasiou 學者發展一套由液滴表面能量觀點來模擬電濕潤效應，其中對於液滴邊緣部分也有特殊的探討見解[23]。

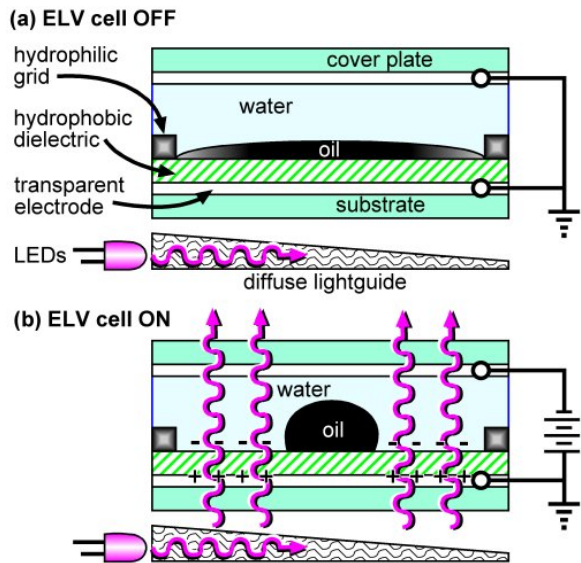
除了電力分佈問題，其中液滴與壁面的處理也是一個多相流方面的難題，一般在研究此部分問題都會著重於處理三相接觸線 (three-phases contact line, TCL) 部分，2005 年與 2007 年間 F. Mugele 等學者利用分析電濕潤流場中液滴在收縮過程的液面變化曲線來簡化處理邊緣效應，也在 TCL 部分作一特殊分析[24]~[25]。2010 年 Jung Min Oh 等學者利用求解液面形狀函數來模擬電濕潤流場，其中在 TCL 部分特別處理電力、表面張力與三相接觸造成的力[26]。

### 1.3 研究目的

對於了解 EWD 應用方向上，有效地瞭解液體收縮(移動)效率是一件非常重要的資訊，不管是應用於何種領域上，若能事先瞭解液體收縮狀況與電壓間（或其他物理參數）的關係，則對於應用上將會有相當大的幫助。而對於有效地瞭解液體收縮效率，則必須先清楚知道電濕潤技術理論背景與數學模式，再利用 CFD (Computational Fluid Dynamics) 技術來模擬電濕潤流場狀況，但是在電濕潤流場中存在太多可變因素，因此在研究計畫中除了瞭解電濕潤技術理論背景之外，也設立了不同參數來模擬以便於分析在不同相關性的更改(變更液滴材質或電壓值...等)。在目前電濕潤相關應用領域上，還是以不同的實驗架構與實驗成果為主，若能發展一套流程作為模擬基準，不但能夠降低實驗所需的成本，也能夠在實驗與模擬之間作比較，使得電濕潤技術能大幅進步。



本文研究目的乃在於使用商用軟體 FLUENT 模擬 EWD 結構上油墨液滴在二維與三維結構之運動與界面變化。藉由數值模擬以了解於不同油水界面張力、水溶液導電性、油墨黏滯性、油墨厚度、介電層與疏水層厚度以及介電係數、驅動電壓下，評估油墨收縮比例與油墨的反應速度(油墨 spread、contract 所需的時間)，以為設計製作之參考。



圖(1-1) 電濕潤顯示器(electrowetting display, EWD)的工作原理圖

**Young's Equation**

$$\gamma^{sv} = \gamma^{sl} + \gamma^{lv} \cos\theta$$

$\theta$  is the contact angle  
 $\gamma^{sl}$  is the solid/liquid interfacial free energy  
 $\gamma^{sv}$  is the solid surface free energy  
 $\gamma^{lv}$  is the liquid surface free energy

ramé-hart instrument co.

圖(1-2) Young-Laplace equation 示意圖

## 第二章 物理模型

### 2.1 物理模型

在顯示面板中的構造中，以液晶螢幕為例，由以下幾個部分構成：懸浮於兩個透明電極（氧化銦錫）間的一列液晶分子層，兩邊外側有兩個偏振方向互相垂直的偏振過濾片，如果沒有電極間的液晶，光透過其中一個過濾片勢必被另一個阻擋，透過一個過濾片的光線偏振方向被液晶旋轉，從而能夠透過另一個，如圖(2-1)，因為這些複雜的構造而使得對於液晶螢幕的厚度考量上無法有所突破。然而，利用電濕潤技術的顯示面板，其構造包含(反射式)電極、疏水性絕緣層、彩色的油層及水層。當透過疏水性的絕緣層施加一電壓差時，層層堆疊的結構會呈現不穩定狀態，此時系統會將水層移往絕緣層以降低能量，靜電和表面張力之間的平衡會決定油液滴朝邊緣移動之距離。該方法中，從上方觀測堆疊結構的光學特性可以由關閉狀態(左圖)的色彩和開啟狀態(右圖)時的透明或反射特性之間連續調整，如圖(2-2)。與其他種類顯示面板比較下，使用電濕潤技術之顯示面板其厚度可大幅下降，目前市面上 Philips 公司也曾發表利用此技術所做成的電子紙顯示器。

而本文研究的 EWD 模擬模型只專注於顯示面板之單位像素上電解質溶液層中油墨收縮狀況。初始狀態時，油墨與兩旁親水性壁面、底下疏水性壁面以及周遭電解質溶液達成平衡並呈現半球型狀態。底下疏水性壁面則分為兩個部分：ITO 材料(氧化錫鉛，電極板製作材料)影響範圍與非影響範圍，如圖(2-2)所示，在施加電壓後 ( $t \geq 0$ )，與 ITO 材料影響範圍壁面接觸之油墨才改變其平衡接觸角。

本文研究在於模擬此模型下二維與三維之電解質溶液層中油墨之暫態收縮狀況，並分析在不同材料黏滯係數、不同接觸角與電力值...等，不同參數所造成的差異。在結果中，除了油墨收縮狀況外，同時分析在改變不同參數下油墨收縮所造成光可透過之區域(以下簡稱光顯範圍)與時間之關係式。

## 2.2 分析假設與統御方程式

為了方便分析 EWD 中油墨收縮的情形，在本文研究中的模擬只專注於一個像素單位上電解質溶液層中油墨收縮狀況。在模擬過程中，採取以下設定：

- (1) 由於所採用之尺度非常微小(micrometer)由 Bond number


$$Bo = \sqrt{\frac{g\Delta\rho R^2}{\gamma_{lv}}}$$

之定義可知此時流場之重力影響非常微小，故在模擬過程中忽略重力效應。

- (2) 在電解質溶液層中，不受電力影響的油墨是採用 Tetradecane (十二烷)，密度值與黏滯係數分別為  $842.38(\text{Kg}/\text{m}^3)$  與  $2.23(\text{cps})$ ，並且假設此兩種液體為不可壓縮流體(incompressible fluid)與牛頓型流體(Newtonian fluid)
- (3) 流體與物體之界面滿足無滑移條件。
- (4) 流場狀況為層流場(Laminar flow)

流場的統御方程式則有連續方程式與動量方程式，分別如下：

- [1]. 連續方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2-1)$$

[2]. 動量方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\vec{\tau}) + \vec{f}_k \quad (2-2)$$

其中， $\vec{\tau}$  為應力張量(stress tensor)其表示式如下

$$\vec{\tau} = \mu \left[ \nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T \right] \quad (2-3)$$

而  $\vec{f}_k$  為 Korteweg-Helmholtz body force density 其表示式如下

$$\vec{f}_k = \rho_f \vec{E} - \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \nabla \epsilon + \nabla \left[ \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \rho \right] \quad (2-4)$$

在本次模擬中，上述之 Korteweg-Helmholtz body force density 其中包含一電荷密度函數  $\rho_f$ ，此函數為一個包含空間與時間兩種變數之函數，意即在 EWD 流場中，當不同時間點油墨液滴曲線改變時，其函數數值也跟著變化，根據目前研讀到之相關文獻，對於電力項之處理大部分是將方程式 2-4 做簡化動作，而對於電荷密度之函數變化沒有相對之實驗數據。在本次模擬中，為了方便電力數值之計算，也在符合物理情況假設下將方程式 2-4 做一適當簡化。

根據一般物理情況，在 EWD 流場可假設其電力在垂直壁面之分量數值遠大於其他分量，並且因為只作用於油墨液滴表面上所以可假設此力與油墨厚度成反比之關係式。根據這些假設，可以將電力式假設成如下：



$$\overline{f_k} = f_c * \left( \frac{y_{oil,max} - y}{y_{oil,max}} \right) \quad (2-5)$$

其中  $f_c$  為電力最大常數值，為一流場假設變數。透過此假設後，在模擬時將方程式 2-5 代替方程式 2-4 作為電力方面的設定。

### 2.3 邊界條件

本文流場主要是由上下封閉，左右對稱的幾何模型，在初始狀態尚未供給電壓時，油墨在水下方與疏水性擋牆以及 ITO 電極板呈現基本平衡狀態。當開始供給電壓時，平衡狀態馬上被破壞使得油墨改變其曲率形狀。以下敘述主要邊界條件，分別為對稱邊界、固體邊界與接觸角設定。

#### 1. 固體邊界：

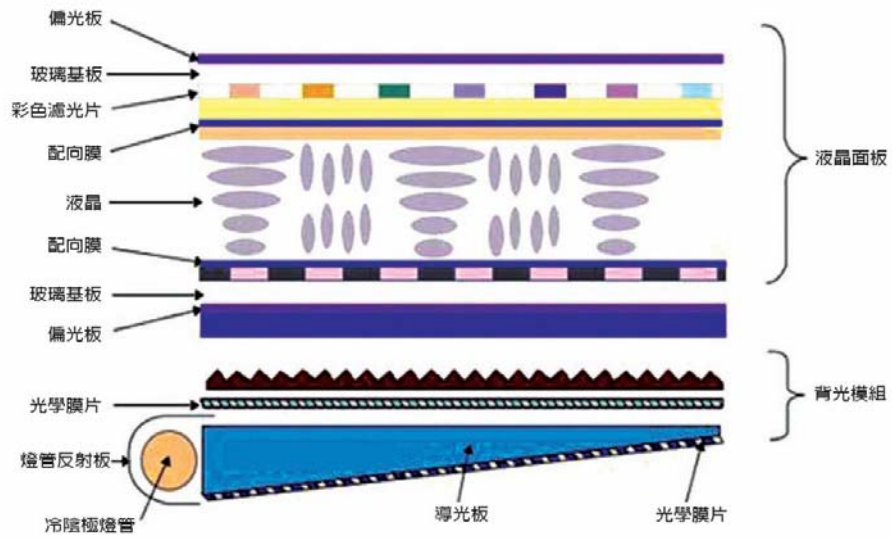
在壁面上均設定為無滑移條件 (no-slip condition)，而油墨與電解質水之介面在壁面上移動模式，則是由 FLUENT 內建數值模擬多相流方法來判定其移動方式。

#### 2. 對稱邊界：

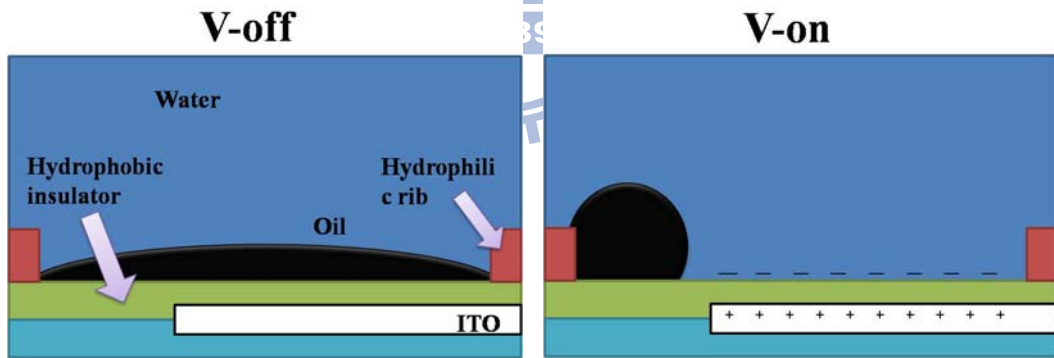
模擬所採取之模型為 EWD 面版其中一個像素，左右皆有相同之流場，所以在左右兩邊的邊界設定為對稱邊界，且油墨液滴是無法穿越此邊界。

#### 3. 接觸角設定：

在模擬中各壁面之接觸角為事先設定好，並假設開始施加電壓後 ( $t > 0$ ) 底下壁面 ITO 電極板影響區域之接觸角滿足 Young-Lippmann equation 之接觸角數值。



圖(2-1) 液晶螢幕顯示面板 (LCD) 結構示意圖  
(資料來源：維基百科)



圖(2-2) 電濕潤顯示器(EWD)的工作原理圖 2



# 第三章 數值方法

## 3.1 前言

本文利用數值方法，求解電濕潤技術應用於顯示面板之流場狀況，此數值方法乃是應用流體力學輔助軟體 FLUENT 作為計算平台，在層流及不可壓縮流模式，解二維與三維暫態 Navier-Stokes equation，利用有限體積法以及 SIMPLE 演算法計算暫態流場並利用 VOF 演算法來進行多相流部分的計算，物理變數定義於每個控制容積中心做積分而求得，如圖(3-1)，計算過程流程圖示於圖(3-2)。

有限體積法的守恆方程式 (conservation equation) 可表示如下：


$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \text{div}(\rho\vec{v}_r\phi - \Gamma_\phi \text{grad}(\phi)) = s_\phi \quad (3-1)$$

其中  $\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{v}_c$  為流體速度  $\vec{v}$  與局部速度  $\vec{v}_c$  之相對速度， $\Phi$  為任意相關變數， $\Gamma_\phi$  和  $S_\phi$  分別為擴散係數(diffusion)和來源係數(source)。

將(3-1)式積分後可得：

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_{V_p} \rho\phi dV}_{T_1} + \underbrace{\sum_j \int_{S_j} (\rho\vec{v}_r\phi - \Gamma_\phi \text{grad}(\phi)) \cdot d\vec{S}}_{T_2} = \underbrace{\int_V s_\phi dV}_{T_3} \quad (3-2)$$

根據(3-2)式，對各項作離散：

1. 擴散項(diffusion terms)

$$T_2 \approx \sum_j (\rho\vec{v}_r\phi \cdot \vec{S})_j - \sum_j (\Gamma_\phi \text{grad}(\phi) \cdot \vec{S})_j \equiv \sum_j C_j - \sum_j D_j \quad (3-3)$$

擴散項用中點近似法可下列來表示：

$$D_j \approx \Gamma_{\phi,j} [f_j^l (\phi_N - \phi_P) + \{grad(\phi) \cdot \vec{S} - f_j^l grad(\phi) \cdot \vec{d}_{PN}\}_j] \quad (3-4)$$

其中  $f_j$  為幾何因子， $\vec{d}_{PN}$  為 P 到 N 之向量， $\Gamma_{\phi,j}$  為面擴散係數。

## 2. 來源項(source term)

$$T_3 \approx s_1 - s_2 \phi_P \quad (3-5)$$

## 3. 對流項

對流項以 Upwind Differencing Scheme 處理，根據(3-3)式的推導，對流項可由下列表示：

$$C_j^{UD} \equiv F_j \begin{cases} \phi_P, F_j > 0 \\ \phi_N, F_j < 0 \end{cases} \quad (3-6)$$

其中

$$F_j \equiv (\rho v_r \cdot \vec{S})_j \quad (3-7)$$

$F_j$  為通過面 j 和  $\Phi_j$  的質通量如圖 3-3 所示，輔助值  $\rho$  和  $\Gamma$  由線性內插得到。

總和上述，(3-2)式可表示為：

$$\frac{(\rho V)^n - (\rho V)^0}{\delta t} + \sum F_j = 0 \quad (3-8)$$

或

$$A_P \phi_P^n = \sum_m A_m \phi_m^\phi + s_1 + B_P \phi_P^0 \quad (3-9)$$

和

$$A_P \equiv \sum_m A_m \phi_m^n + s_2 + B_P \quad (3-10)$$

## 3.2 VOF 模型

多相流是在流體力學、熱傳學、物理化學及燃燒學等學科的基礎上發展起來的一門新科學，其廣泛應用於能源、動力以及核能等等許多工業部門。但因多相流中涉及許多複雜的關係式，因此在多相流問題中常常會先對流場狀況作相關的分析來簡化問題，方便其數學公式與計算過程中的簡便與速度。

在計算模擬多相流方式中，可由網格設定方面來做大致區分。一般最直接的模擬移動表面(moving interface)是利用網格格點來表示介面，而當表面移動時，對應之網格格點也跟著移動。許多方法也利用此原理來模擬多相流，如：邊界積分法(boundary integral method)[27]、邊界元素法(boundary element method)[28]、有限元素法(finite element method) [29]-[33]與有限差分法(finite difference method) [34]- [35]等等。此種利用網格格點來表示介面之方法在進行模擬計算時需要消耗大量的計算空間而且對於流動中產生破裂與接合情況的處理有相當之困難性。

另外一種網格設定則是固定網格再利用求解某方程式得到其介面之分佈，如：體積分率法(volume of fluids, VOF) [36]、前端追蹤法(front-tracking method) [37]以及層次設定法(level-set method) [38] 等。通常使用這種原理進行模擬同時，會將表面張力(interfacial tension)視為體積力且只作用於狹小的表面區域上。

本文模擬多相流之方式為上述之 VOF 法，其為透過求解單獨的動量方程式和處理穿過區域的每一流體的體積分數來模擬兩種以上不能混合的流體。

VOF 模型中各種相不能互相穿插(interpenetrating)，對增加到模型裡的每一附加相，就引進一個變量，及計算控制體積裡的相其體積分率(the volume fraction of the phase)，參閱圖(3-4)。在每個控制體積內，所有相的體積分率其和為 1。所有變量及其屬性的區域被各相共用並且代表了體積平均值(volume-averaged values)，只要每一相的體積分率在每一位置是可知的。這樣，在任何給定控制體積內的變量和其屬性可能是純粹其中一相的變量及其屬性，或者多相混合的變量和其屬性，皆取決於體積分率值。舉例來說，在某個控制體積內，如果第 q 相流體的體積分率為  $\alpha_q$ ，那麼就可能會出現下列三種情況：

- $\alpha_q = 0$             第 q 相流體在控制體積內是不存在的。
- $0 < \alpha_q < 1$     此控制體積內包含了第 q 相流體和其他多相流體的界面。
- $\alpha_q = 1$             此控制體積充滿了第 q 相流體。

### 1. 體積分率方程式

在 VOF 模型中，追蹤相與相之間的界面是利用求解多相的體積分率的連續方程式，對於第 q 相的方程式如下：

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + v_q \cdot \nabla \alpha_q = \frac{S_{\alpha_q}}{\rho_q} + \frac{1}{\rho_q} \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (3-11)$$

其中， $\dot{m}_{pq}$  為 p 相到 q 相的質量傳輸率。

而主相體積分率的計算有以下之限制：

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (3-12)$$

## 2. 動量方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F}_k \quad (3-13)$$

其中  $\rho$  與  $\mu$  等物理參數需滿足以下之形式

$$\rho = \sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q$$

$$\mu = \sum_{q=1}^n \alpha_q \mu_q \quad (3-14)$$

## 3. 表面張力與接觸角

### i. 表面張力

將表面張力使用散度定理可以表示成體積力(body force)，於此可加入至動量方程式中計算。其表示形式如下：

$$F_{vol} = \sum_{pairs-ij, i < j} \sigma_{ij} \frac{\alpha_i \rho_i \kappa_j \nabla \alpha_j + \alpha_j \rho_j \kappa_i \nabla \alpha_i}{\frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)} \quad (3-15)$$

### ii. 壁面附著(Wall adhesion)

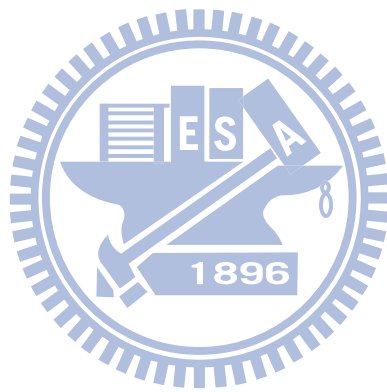
壁面附著是 FLUENT 內一種設定，此模型假定流體與壁面產生的接觸角常用於調整壁面附近控制體積內相的表面法向量，而不是加強壁面本身的邊界條件。

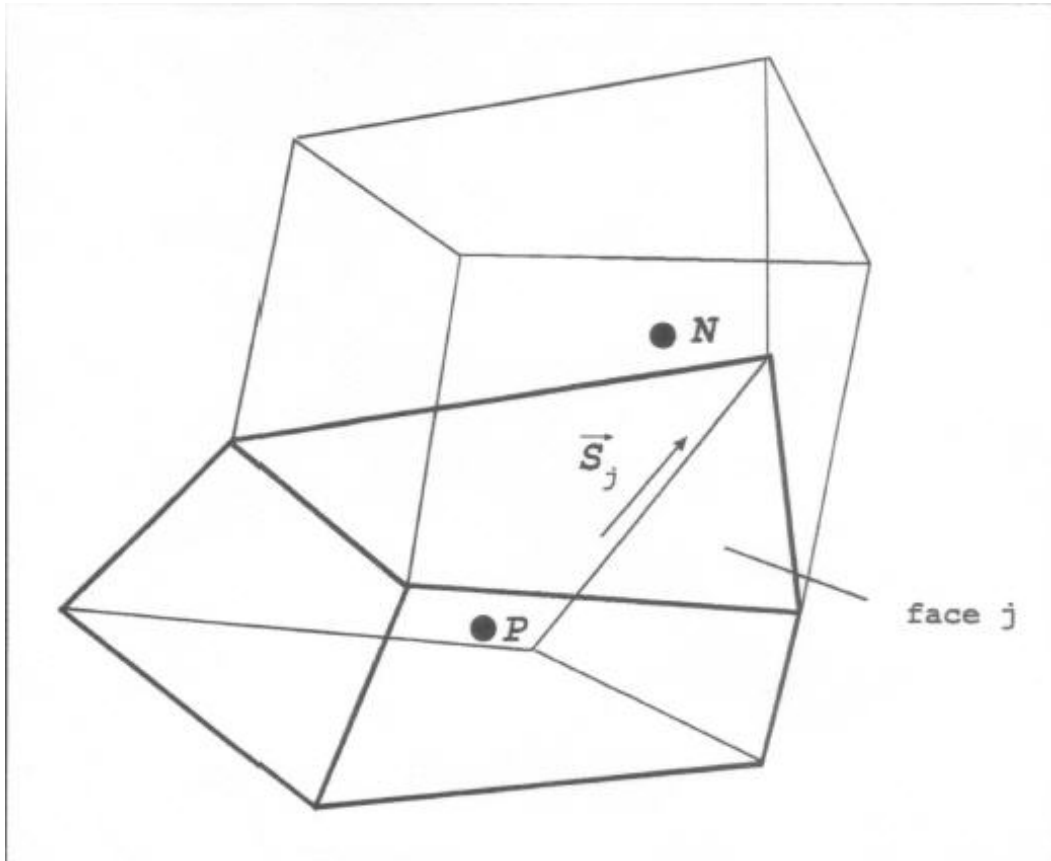
若壁面的接觸角為  $\theta_w$ ，如圖 3-5，則沿著壁面的相其表面法向量為

$$\hat{n} = \hat{n}_w \cos \theta_w + \hat{t}_w \sin \theta_w \quad (3-16)$$

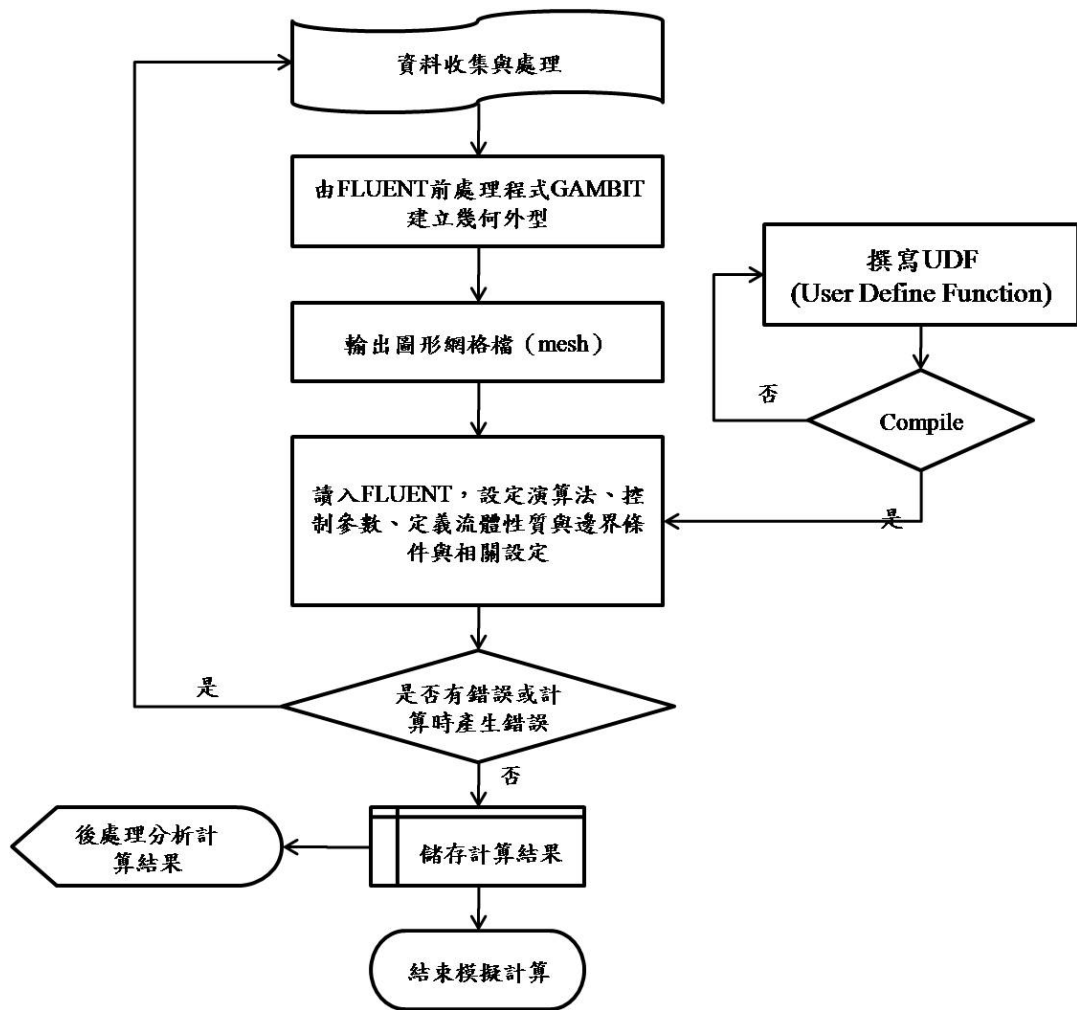
其中  $\hat{n}_w$  和  $\hat{t}_w$  分別是壁面的單位法向量和切向量。

由(3-16)式可得到相的局部曲率，並可用於調整表面張力計算中的體積力項，即(3-15)式。



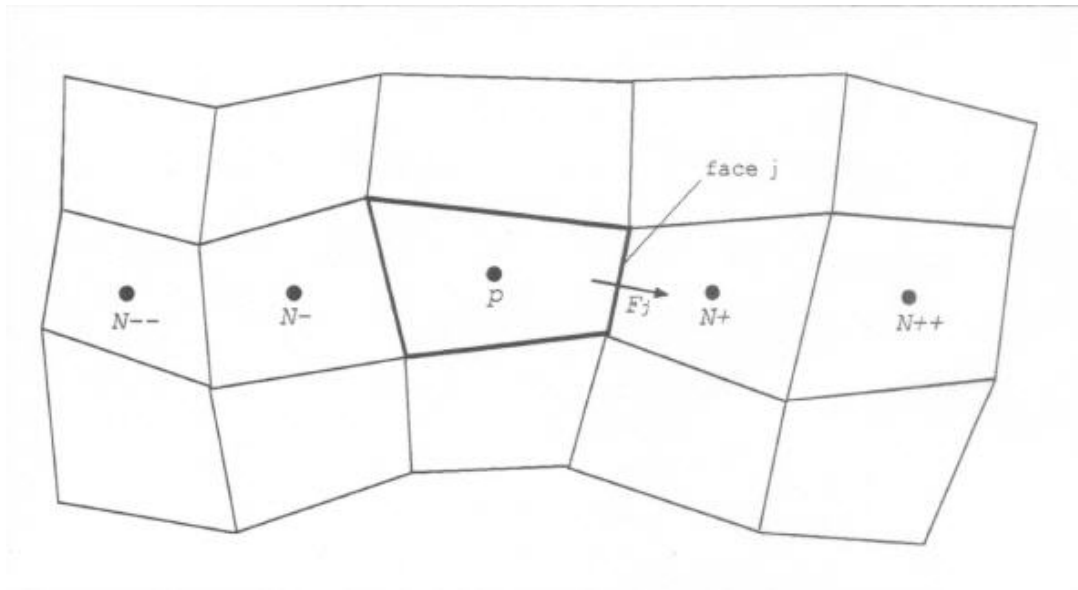


圖(3-1) 相鄰網格中心點及離散面相關位置示意圖

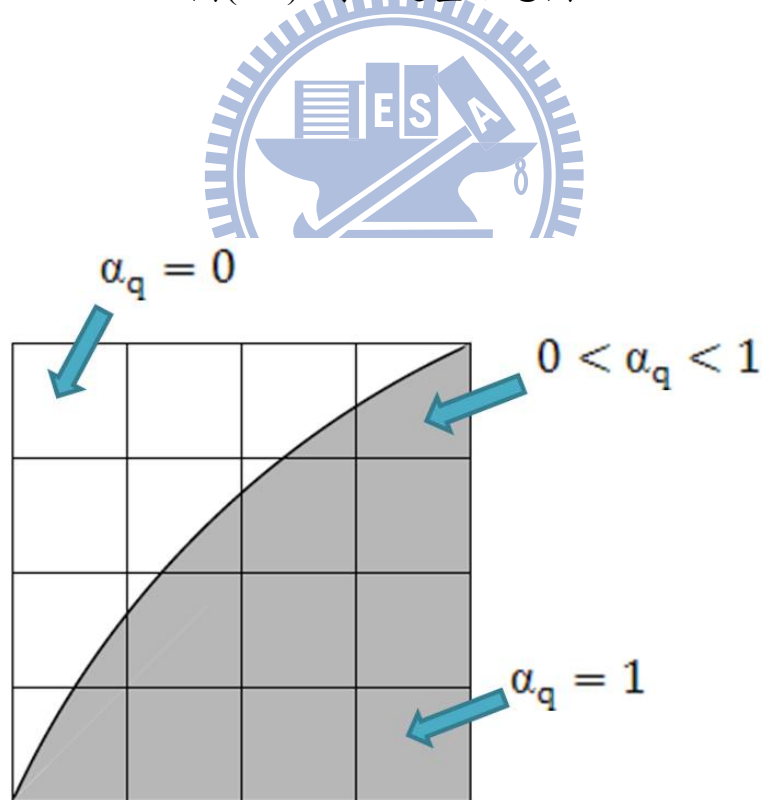


圖(3-2) 模擬計算流程圖

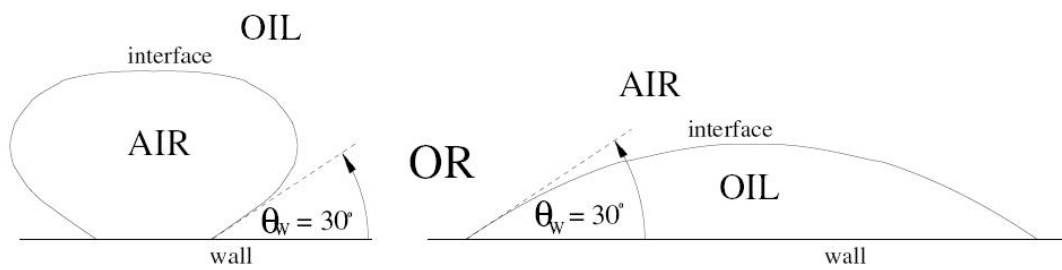




圖(3-3) 對流通量示意圖



圖(3-4) 體積分率示意圖



圖(3-5) Wall Adhesion 之接觸角設定示意圖

在圖中，Oil 為主要相(primary-phase)，Air 為第二相(Secondary-phase)

## 第四章 模擬結果與分析

本章節將對於計算出來所得結果進行分析，液滴部分觀察的重點在於油墨在潤濕(Wetting)過程中收縮狀況，而對於整體像素部分觀察的重點在於收縮面積與時間之關係式。為了簡化模擬過程，在建立模型時親水性絕緣層與 ITO 電極板簡化為一般壁面處理，如圖(4-1)、圖(4-2)所示，而施加電壓在模擬過程中也代表接觸角之變化值，即 Young-Lippmann Equation(1-2)式以及電力數值之改變。

在 EWD 模擬中，不同的參數會造成不同的模擬結果，因此為了比照各種不同現象，本文分類各種不同參數當作模擬變數，如接觸角變化值( $\theta_v$ )、油墨黏滯度( $\mu$ )、油墨厚度(H)、Korteweg - Helmholtz body force ( $F_c$ )與 ITO 電極板面積( $A_i$ )與等等，如圖(4-3)，並建立其中一種模組設定當作基礎模組來與其他不同參數之結果比較。

### 4.1 二維模擬結果

二維模型，圖(4-1)，底下壁面分為 2 個部分，A 部分壁面之油墨接觸角角度固定為  $20^\circ$ ，B 部分壁面之油墨接觸角角度則是利用(1-2)式撰寫成 UDF(User Defined Function)掛載於 FLUENT 程式中來控制角度變化值。

2 維模擬中所採取之基礎模組如下

$$A_i = \frac{5}{6}A, f_c = 5 * 10^9 \left[ \frac{N}{m^3} \right], \theta_v = 100^\circ, \mu = 1 * \mu_0, H = H_0 \quad (4-1)$$

其中，

$A = 141 * 141 [\mu m^2]$  為像素之面積

$\mu_0 = 0.0023 [Kg / (m^3 - s)]$  為油墨基礎黏滯係數 (4-2)

$H_0 = 4 [\mu m]$  為油墨基礎厚度

圖(4-4)為基礎模組所在不同時間下之流場狀況，在時間  $t > 0$  後開始施加電壓，此時原本油墨、水與壁面之平衡狀態被破壞，流場並開始移動達成新的平衡狀態。在  $t = 20(\mu s)$  時油墨開始脫離右邊疏水性擋牆，並開始朝左邊進行 Wetting 的動作，此時左邊在非電極區範圍之油墨依舊保持為原平衡狀態。隨著時間增加，液滴逐漸往左邊移動，左邊液滴部分受到擠壓後，開始聚集成曲率較大的球狀液滴。最後，在時間  $t = 400(\mu s)$  時，液滴達成最後平衡狀態，停止 Wetting 的動作。

有了基礎模組之模擬結果後，開始比較改變不同變數之流場狀況。為了方便比較這些不同的變數與基礎模組的差異，取一無因次參數光顯面積比率  $A_e$ ，如圖(4-3)所示，利用分析  $A_e$  與時間之關係式來分別比較每個不同變數與基礎模組。圖(4-5)為改變初始油墨為基礎模組 0.5 倍(圖左)與 2 倍(圖右)厚度之模擬結果，當時間為  $45 \mu s$  時油墨厚度較低的流場早已脫離右邊擋牆往左邊非 ITO 電極板影響區域移動；相對地油墨厚度較高的流場卻在時間為  $316 \mu s$  才脫離右邊擋牆開始往左邊移動。觀察油墨厚度高之流場，發現因為油墨量偏多時除了上述的脫離右邊擋牆相對困難外，其收縮也有較緩慢的情況。圖(4-10)為比較不同油墨高度之模擬結果其收縮面積率與時間之關係曲線圖，由圖中可更明顯看出油墨量較少的流場其  $A_e$  值比基礎模組和初始油墨厚度為 2 倍的流場更高。而如同上述的模擬結果，初始油墨厚度為 2 倍的流場其脫離右邊擋牆所需的時間較高，所以在圖(4-10)中其  $A_e$

直到時間較後面才開始成長。

圖(4-6)為改變不同 Korteweg-Helmholtz body force 為  $1*10^9$  ( $N/m^3$ )(左圖)與  $1*10^{10}$  ( $N/m^3$ )(右圖)。觀察左圖降低電力值模擬結果，當時間開始施加電壓，油墨脫離右邊檔牆並往左邊移動後，因為施加於表面之電力變小，油墨被牽制的情況較不明顯所以油墨呈現的形狀較偏向水滴型。相對地，電力數值較大的流場情況，因為電力常數過大所以隨油墨厚度增大而減少之影響非常不明顯，故電力常數過大的流場才會呈現油墨被擠壓成長條的現象。經由分析過後，還發現有部分小液滴破裂脫離母液滴的情況。圖(4-11)為改變不同 Korteweg - Helmholtz body force 與基礎模組的  $A_e$  與時間的關係曲線圖。其中  $F=1*10^{10}$  的曲線圖會如此不平滑的原因在於液滴有破裂的情況，造成對光顯面積大幅影響，而  $F=1*10^9$  的流場如同上述情況，在完全收縮到左邊非 ITO 電極板區域後(約  $t=250 \mu s$ )會產生超過到左邊檔牆的之後再回復到檔牆內區域現象，所以  $A_e$  值會產生突然增高又下降的情形。

圖(4-7)為改變不同 ITO 電極板為總面積的 0.5 倍(左圖)與 2/3 倍(右圖)的 EWD 流場，比較兩邊由開啟電壓後( $t=0 \mu s$ )到油墨移動約一半位置( $t=135 \mu s$ )之情況，當收縮面積較大時油墨收縮的形狀較偏水滴型，且收縮到穩定所需要的時間也較短，可是底下壁面沒有被油墨遮住的區域也大幅減少。另外對於 EWD 實際情況中，油墨在收縮之後盡量避免過溢至左邊檔牆上，因為當過溢至檔牆上時有可能會造成油墨跑至隔壁油墨的情況，此現象會導致最後螢幕解析度不平均現象。圖(4-12)為將此兩種改變不同 ITO 電極板面積與基礎模組的光顯面積和時間關係曲線圖，如上述之過程，ITO 面積越小的流場其油墨達到最終平衡狀態所需之時間越少；相對地，ITO 面積越大的流場其最後

光顯範圍值卻可達到較高的情況。而對於油墨的收縮效率，除了剛剛提到光顯面積大其整體性收縮較佳外，其實對於收縮的速率而言差別性不會太明顯。

圖(4-9)為改變不同油墨黏滯係數為 11.5 cps (0.5 倍基礎模組之油墨係數,左圖)和 46 cps (2 倍基礎模組之油墨係數,右圖)的流場狀況，從不同時間點來觀察兩邊流場之情形，在 0.5 倍黏滯係數的流場情況下其收縮速度比兩倍黏滯係數之流場快速許多。但觀察 0.5 倍黏滯係數的情況，發現其油墨收縮速度雖然較快，但是油墨較不穩定，觀察 ( $t=180\sim 400\ \mu\text{s}$ ) 可以發現到油墨快速收縮到非 ITO 面積影響範圍但是因為油墨黏滯性質較低，其保持形狀的能力也較差，所以會保持不住球型的形狀往右邊壁面反躺。而黏滯係數為 2 倍的流場，除了其收縮速度相較慢之外，其保持的形狀也較穩定，比較沒有形狀改變的現象。圖(4-14)為此兩種改變油墨黏滯係數與基礎模組的光顯面積比率與時間之關係曲線比較圖。如上述之結果，大約在時間為  $250\ \mu\text{s}$  時，油墨黏滯係數較小的流場，已經達到最高的光顯面積比率，但也因為其穩定性不佳，隨即又往右邊回復使得光顯面積比率值降低再慢慢回復。相對地，雖然油墨黏滯係數較高的流場收縮速度較緩慢(光顯面積比率值上升速度較緩慢)，但其穩定性也較高比較不會有光顯面積比率值震盪的現象。

經由以上改變不同參數情況下模擬互相比較的結果，可以發現油墨液滴量多時，光顯範圍和收縮速度會受到極大影響。而 Korteweg - Helmholtz body force 越大，收縮性不一定越好，反而還會產生油滴分裂的情況。對於黏滯係數越大的油墨材質而言，其對反應時間的影響相當顯著，但是相對的穩定性也是值得去做取捨的部分。由以上二維的模擬結果，可以看出每個參數都會間接或直接性的互相影響而造成



不同的光照範圍與反應時間。

## 4.2 三維模擬結果

對於 3 維模擬而言，其材料設定、邊界條件以及演算法之設定皆與 2 維模型相同。為了方便比較改變不同變數情況下面積收縮狀況，同 2 維比較模擬結果的作法，定義無因次參數光顯面積比率( $A_e$ )並且將時間無因次化來描繪模擬結果在每個時間情況下面積收縮之比例。

圖(4-15)為基礎模組設定下模擬結果之側視圖與俯視圖，在初始( $t=0$ )情況下液滴呈現半球狀躺在分割成兩部分的地下壁面上。在開始施加電壓後( $0 < t \leq 83 \mu s$ )油墨液滴平衡狀態遭到破壞開始從曲率較大之三個角落進行收縮的動作。在經過一段時間後( $83 \mu s < t \leq 258 \mu s$ )油墨液滴逐漸往左下角非 ITO 電極板區域移動。再經過一段時間後( $t > 344 \mu s$ )，與兩邊垂直壁面連結的部分油墨液滴開始脫離垂直壁面並且收縮呈現成水滴狀形式往左下角移動。最後大約在( $t > 516 \mu s$ )時，液滴完全進入左下角非 ITO 電極板區域並且開始形成最後平衡狀態。

圖(4-16)與圖(4-17)為基礎模組下改變油墨液滴材質黏滯係數為 0.5 倍和 2 倍之模擬結果上視圖與俯視圖。由上視圖相同時間點來看( $t=86 \mu s$ )，很明顯的黏滯係數改變為 0.5 倍時其油墨已經完全脫離上邊與右邊的檔牆，相對地，黏滯係數改變為 2 倍的流場其油墨才剛開始脫離三個角落點；雖然黏滯係數小的流場，油墨收縮速度非常快，但是由比較兩種流場的上視圖( $t=344 \mu s$ 、 $430 \mu s$ 、 $516 \mu s$  與  $600 \mu s$ )可看出黏滯係數小的油墨穩定性非常差，會有過溢至檔牆上然後再回

覆到檔牆內的現象；相對地，黏滯係數高的油墨收縮過程就比較穩定，比較不會有此種現象產生。圖(4-24)為將此兩種改變油墨液滴黏滯係數模擬結果的收縮面積率與時間關係曲線比較結果。如上述之結果，同時間比率點上油墨黏滯度較小的流場其光顯範圍比率值也基礎模組與油墨黏滯係數大的流場高出許多。相對地，在流場時間後期(時間比率約 0.6~1)，也可以明顯看出油墨黏滯係數較大的流場穩定性比基礎模組和黏滯係數較小的流場來的穩定。

圖(4-18)與圖(4-19)為基礎模組下改變底下壁面施加電壓後 ITO 區域接觸角變化值為  $125^\circ$  與  $150^\circ$  之模擬結果上視圖與俯視圖。跟基礎設定模組比較來看，將壁面接觸角數值變為  $125^\circ$  會使得油墨液滴在收縮時呈現高度較高的情況，此種情況會使得油墨會緊貼著上壁面造成影響收縮後達到穩定情況減緩的情況，當壁面接觸角數值加大變為  $150^\circ$  時此現象更為明顯。但是接觸角數值增大會稍微增加油墨快速收縮到非 ITO 電極板的時間。圖(4-25)為將此兩種改變接觸角變化值模擬結果的收縮面積率與時間關係曲線比較結果。發現當底下壁面接觸角提高到為  $150^\circ$  時光顯面積比率值會略快於基礎模組和接觸角為  $125^\circ$  的流場(意即收縮速度會略快，同上述之結果。)，相信如果可以控制油墨量使得在增大壁面接觸角數值而不要使油墨碰觸到上壁面造成影響，則油墨到達非 ITO 影響區域縮需時間會縮減許多。

圖(4-20)與圖(4-21)為基礎模組下改變油墨 ITO 電極板面積為總面積  $8/9$  與  $5/9$  倍之模擬結果之上視圖與俯視圖，由兩流場上視圖的第二張圖(  $t=86 \mu s$  )可比較看出其初始收縮的方式與速度是相同的，但是由於 ITO 影響範圍太大，導致油墨收縮時累積的量過多使得與在非 ITO 面積之油墨會有疑似斷裂的情形( 圖 4-20 ，左圖， $t=258 \mu s$  )；相對地，在小 ITO 影響範圍下，此種有斷裂危機的情形就沒有產生的



現象。圖(4-26)為將此兩種改變油墨液滴模擬結果和基礎模組的收縮面積率與時間關係曲線比較結果。初始情況下，三種流場的光顯面積收縮效果非常相近，在時間比率為 0.4 後彼此開始進入其非 ITO 影響區域，但 ITO 影響面積較大的流場因為受影響的油墨量遠較其他多，所以在後期不穩定現象也更加明顯，反之 ITO 影響面積較小的流場，因為受影響的油墨量較少，其穩定性就相對其他流場來的高。

圖(4-22)與圖(4-23)為基礎模組下改變 Korteweg-Helmholtz body force 為 0.5 倍和 5 倍之模擬結果上視圖(左圖)與俯視圖(右圖)。比較兩流場在時間為  $86 \mu\text{s}$  之上視圖(圖 4-22 與 4-23，左圖)，在此時間點上，body force 為 5 倍之模擬其油墨收縮的形狀較多分支，也就是其形狀越不接近水滴型。在時間繼續進行時，body force 較大的流場其油墨收縮的形狀也較 body force 小的流場更不接近水滴形狀。其中原因在於 body force 較大的流場，油墨表面受到的力也越大雖然會壓迫液滴加速往非 ITO 影響範圍移動，但也使得油墨收縮形狀的不穩定。圖(4-27)為將此兩種改變 Korteweg-Helmholtz body force 為將此兩種不同 Korteweg-Helmholtz body force 與基礎模組的光顯面積範圍與時間的關係曲線比較圖。由相同時間點來看，很明顯的在 body force 改變為 5 倍時其油墨液滴明顯的被壓縮造成形狀較奇特，且在仔細觀看後發現會有部分小液滴會脫離母液滴分裂出來，。

### 4.3 純電力模組

對於以上模擬，在商用軟體 FLUENT 的設定上是先利用 Young-Lippmann equation (方程式 1-2)把加電壓後的接觸角數值計算出來後，直接設定成底下壁面 ITO 影響範圍在開始加電壓後( $t > 0 \mu\text{s}$ )和油墨液滴呈現的接觸角值。對於實際情況上這種設定方式屬於不符合

的物理意義。如果以流體力學的物理觀念來進行，應先將施加於流場的電壓差轉換成物體力（body force）然後加在動量方程式進行計算（即 Korteweg-Helmholtz body force，方程式 1-3）而 Young-Lippmann equation 應該為最後驗證液滴達到穩態後的結果驗證公式，並非一開始就設定好的數值。延續此想法，在此開始探討如何單純外加電力模式來模擬 EWD 系統。

如同在第二章-物理模型章節提到的困難點，Korteweg-Helmholtz body force 中存在電荷密度函數  $\rho_f$ ，此函數為一個包含空間與時間兩種變數的函數，所以在模擬上求得此數值有相當的困難性。因此在本文中，嘗試使用不同方式來取代 Korteweg-Helmholtz body force 函數的形式。首先以最簡單之形式假定 ITO 電極板僅存在於右下角角落一點（即右邊檔牆的左下角，如圖(4-28)所示），而電力的假設數學式為單點電荷之數學描述  $f_K = F_C/r^2$ ，其中  $F_C$  為假設之常數， $r$  為每個單一網格電解質水與單點 ITO 電極板之距離，同時假設此力僅存在於電解質水溶液中。

圖 4-30 為  $F_C = 5.0$  之模擬結果，初始因為瞬間施加於表面電力過大，右下角小油墨液滴破裂脫離母液滴群，但是因為電解質水持續往 ITO 單點電極板移動，使得油墨液滴也持續往左邊移動，包含破裂的小液滴，在經過一段時間後破裂液滴回復到母液滴內，並且整體油墨液滴呈現半球狀在左邊檔牆形成一平衡狀態。由於  $F_C = 5.0$  疑似因為瞬間力過大導致有破裂情況，故嘗試將電力常數降低。圖(4-31)為  $F_C = 0.5$  之模擬結果，當開始施加電力後（時間  $t > 0$ ）油墨液滴瞬間脫離右邊檔牆，隨著時間增加，油墨液滴沒有出現破裂的現象並且右邊部分呈現水滴狀累積持續往左邊檔牆移動，在達到左邊檔牆後，會呈現稍微撐高油墨液滴直到油墨過溢至檔牆上方，最後達成平衡狀態。

此種過溢到左邊檔牆上的現象是比較不好的現象，所以繼續嘗試再將電力常數降低，圖(4-32)為  $F_c = 0.5$  之模擬結果，同樣在瞬間施加電力後油墨液滴脫離右邊檔牆並且持續往左邊移動，在此流場中油墨液滴沒有破裂且不會產生過溢至左邊檔牆上的情況，但跟前兩種流場比較下，此流場收縮速度較緩慢。

由上述三種 ITO 單點電極板情況來看，模擬結果與預估之情況非常雷同，但實際情況 ITO 電極板影響範圍為一個區域並非上述之單點，參閱圖(4-29)。圖(4-33)為將 ITO 影響改為一個區域範圍，電力數學式為  $f_k = \int [F_c / r^2] dr$ ，其中  $F_c = 0.05$ ，計算範圍為  $1/4 \sim 4/4$  底下面積之模擬結果。由結果可看出油墨液滴有逐漸往左邊堆積的情況，但始終無法脫離右邊檔牆。此種以積分方式計算的過程縮需時間非常大，且在計算時容易產生發散情況。為了改善計算方法，嘗試將範圍用四個單點電荷來代表。圖(4-34)為將電力表示成  $f_k = \sum F_c / r^2$  的模擬結果，其中  $F_c = 0.05$ 。當開始施加電力後，因為電力值過大造成在四個點上方油墨液滴表面產生凹陷的現象，隨著時間增加，凹陷的地方開始產生破裂，最後油墨收縮成三個油墨液滴，分別座落於兩個角落與中間靠右的區域，模擬結果並沒有執行至最終穩態結果，由過程發現中間液滴會逐漸往右邊檔牆移動。由此模擬結果可得知將電力簡化成四個點來表示，雖然簡化了計算過程但因為油墨厚度變化曲線不夠大而無法模擬出想要的現象。

為了能夠完整模擬出當 ITO 電極板影響範圍為一區域之 EWD 流場情況且將計算過程簡化，在此將第二章探討 Korteweg-Helmholtz body force 所做的假設在此應用。根據 Korteweg-Helmholtz body force 的數學式子以及流場的物理模型，可以做適當假設如下：

- 在二維情況下，此力在 X 方向(垂直底下壁面)之分力應大於

Y 方向分力。

- 電力在 X 方向的分力其數值與油墨厚度應為反比的關係式。

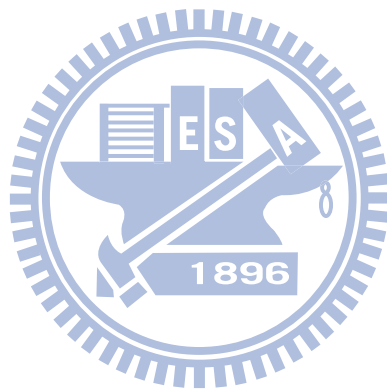
根據上述兩種假設，重新簡化電力數學式為  $f_k = F_c / r^2$ ，並將此力僅存在油墨液滴表面且僅有 X 分量其方向為朝向壁面，作用範圍區間為 1/4~4/4 底下壁面部分。圖(4-35)為在此假設下  $F_c = 0.05$  之模擬結果，在開始施加電力後，部分右邊油墨有往左邊移動的情況且右邊油墨有被壓平現象，但當時間持續進行，沒有施加電力的區間範圍為了保持其形狀平衡，表面開始彎曲想要呈現出半球形狀導致在連結部分產生凹陷情況，此時液滴厚度下降而電力值增大，這就是造成液滴在此破裂的原因。圖(4-36)為嘗試將電力常數降低為之  $F_c = 0.01$  模擬結果，但也只是降低破裂時間延後發生，並沒有較佳之情況。

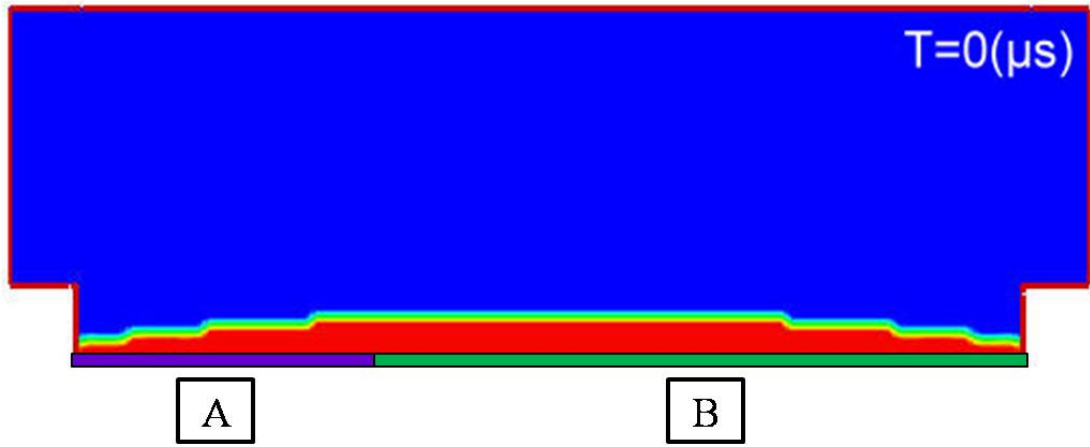
之後根據 Zeng 與 Korsmeyer 兩位學者發表的文獻中[20]發現有某些學者利用引進 Maxwell stress tensor 和利用 Einstein summation convention 將 Korteweg-Helmholtz body force 二維簡化為

$$\bar{f}_k = \left( \frac{\epsilon_0 \epsilon_D}{2d} U^2 \right) \bar{i} + \left( \frac{\epsilon_0 \epsilon_D}{2d} U^2 \frac{1}{\tan \theta} \right) \bar{j} \quad (4-1)$$

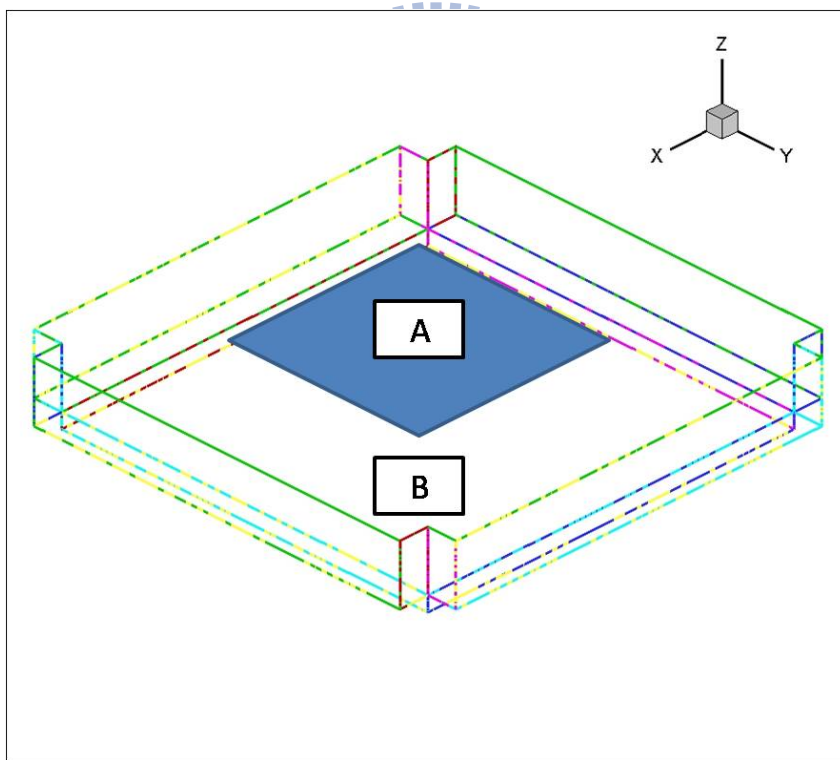
此數學式簡化過程是由電解質水液滴，周圍流體為空氣所推導而出，雖然在推導過程中並沒有其他額外的假設，但對於 EWD 系統而言此數學式是否完全可以代入應用則可能需要經過重新推論。圖(4-37)為使用方程式 4-1 進行計算之模擬結果，施力範圍為 1/4~4/4 底下壁面部分。一開始施加電力後，左邊油墨因為右邊油墨移動而逐漸增厚，在經過一段時間後開始脫離右邊檔牆，脫離檔牆後急速往左邊收縮並呈現半球型穩定狀態。在此種情況下從開始施加電力到最後穩定之狀態模擬時間共為 32 ms 比上述之流場(包含有設定接觸角之

EWD 流場)大約慢 10 倍以上的時間，但較接近實際流場之時間。



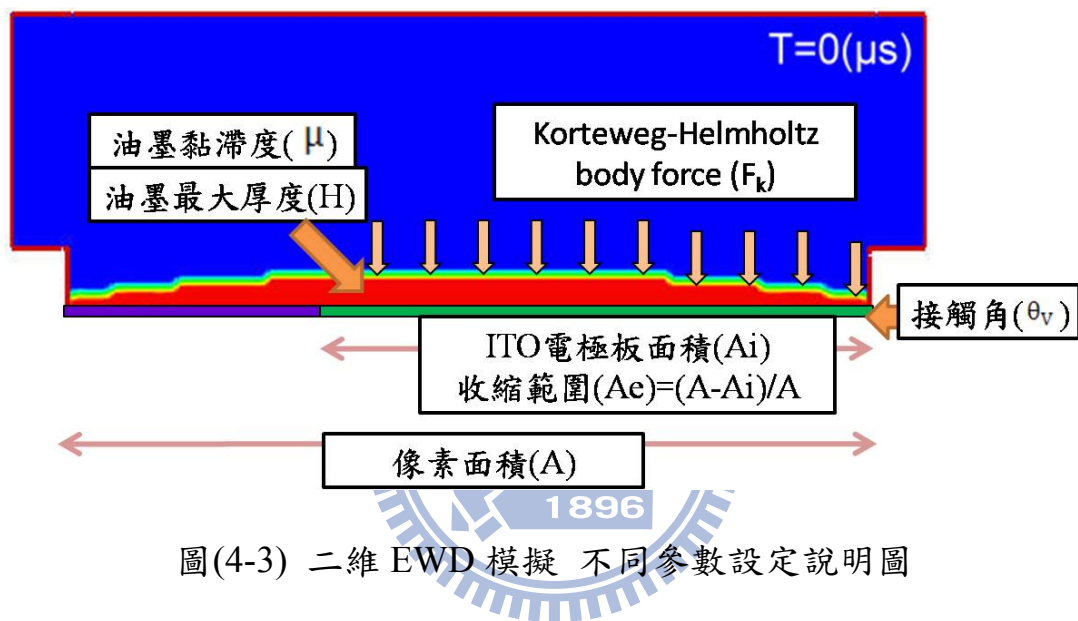


圖(4-1) 二維 EWD 模擬設定示意圖

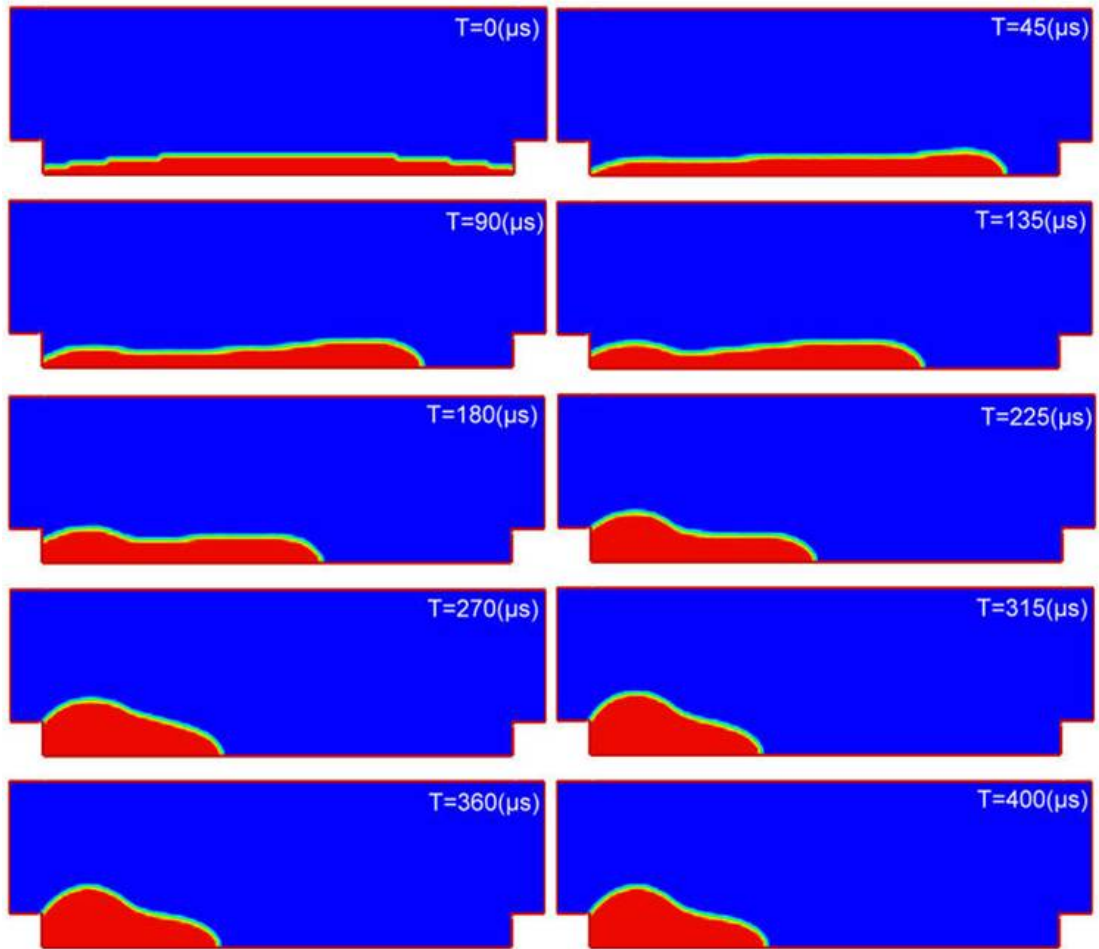


圖(4-2) 二維 EWD 模擬設定示意圖



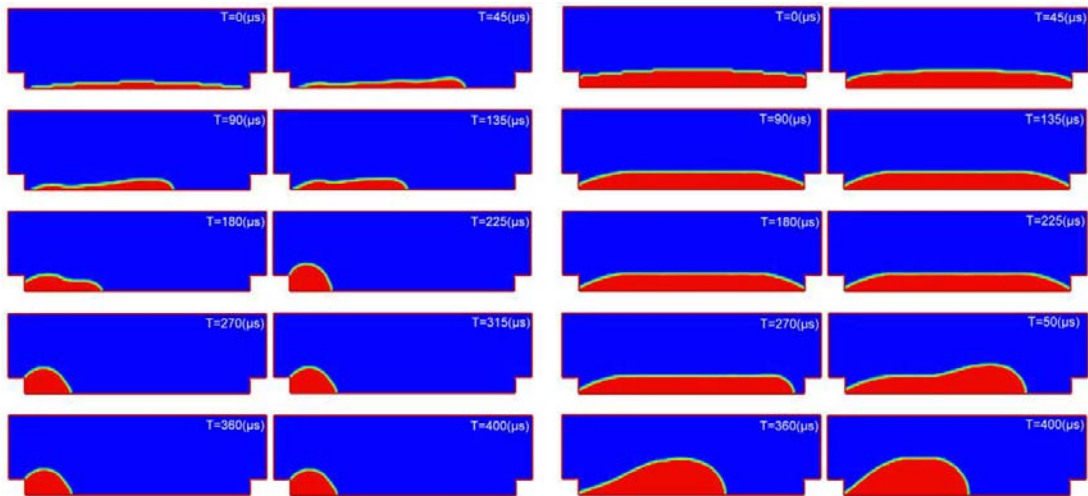


圖(4-3) 二維 EWD 模擬 不同參數設定說明圖

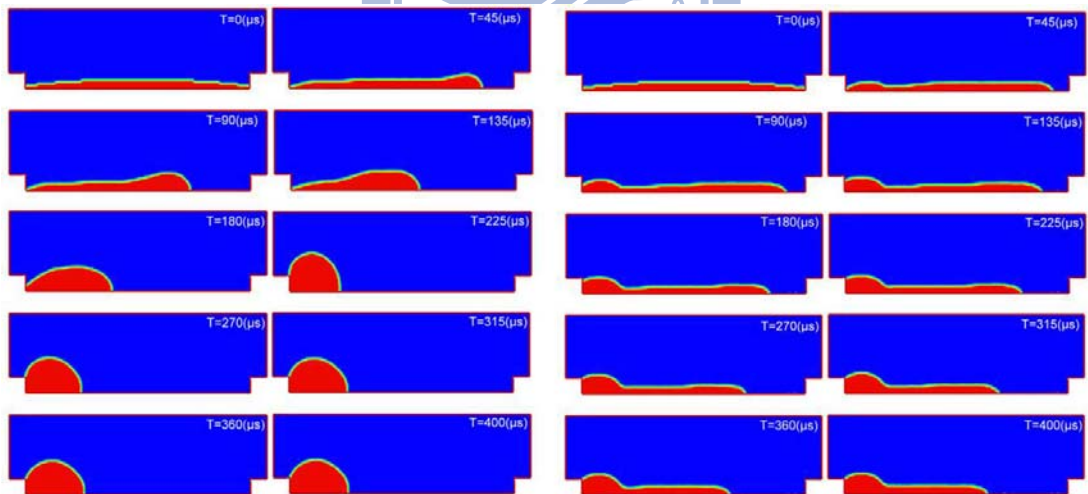


圖(4-4) 二維 EWD 基本模組之模擬結果

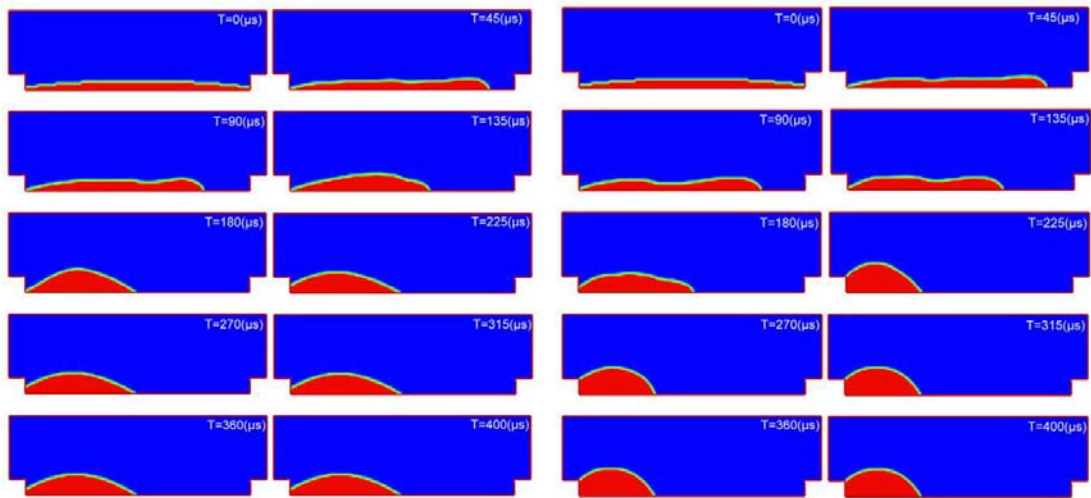




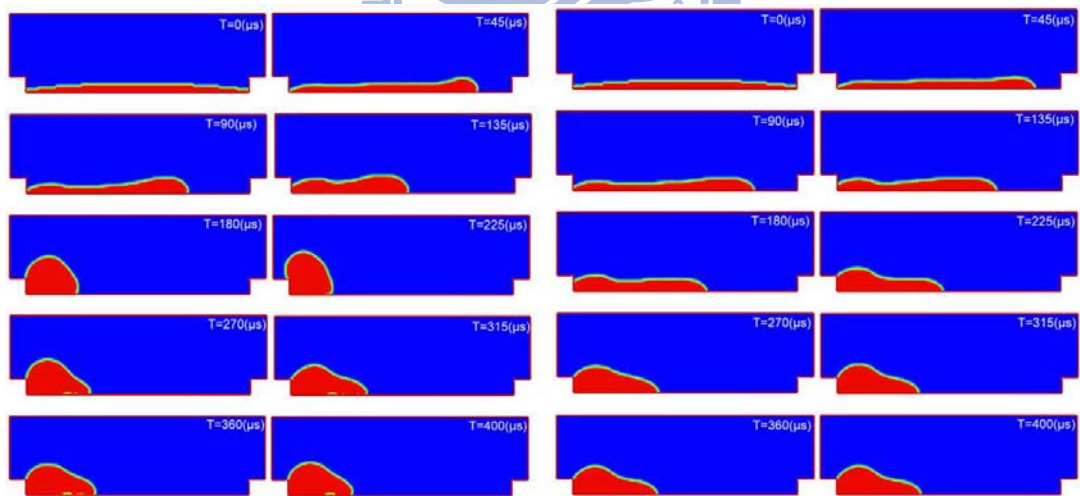
圖(4-5) 二維 EWD 不同油墨高度之模擬結果。  
左邊油墨高度為  $0.5H_0$ ，右邊油墨高度為  $2H_0$ 。



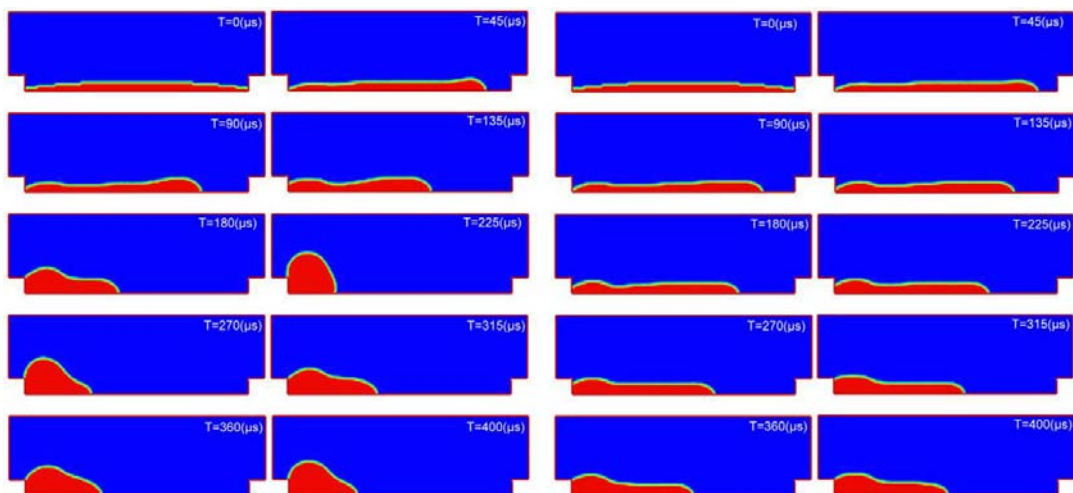
圖(4-6) 二維 EWD 不同 Korteweg-Helmholtz body force 值之模擬結果。  
左邊油墨  $F = 1 * 10^9 [N/m^3]$ ，右邊油墨  $F = 1 * 10^{10} [N/m^3]$ 。



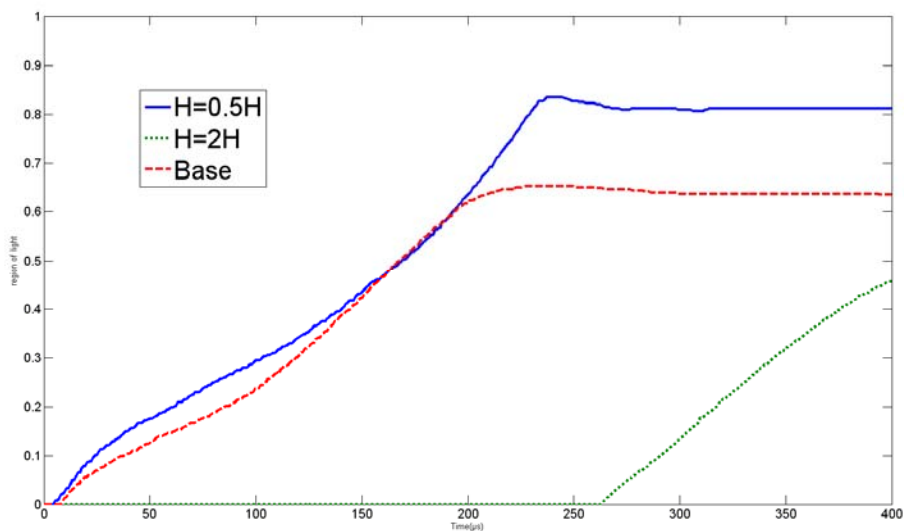
圖(4-7) 二維 EWD 不同 ITO 電極板面積之模擬結果。  
左邊面積為 $(1/2)A$ ，右邊面積為 $(2/3)A$ 。



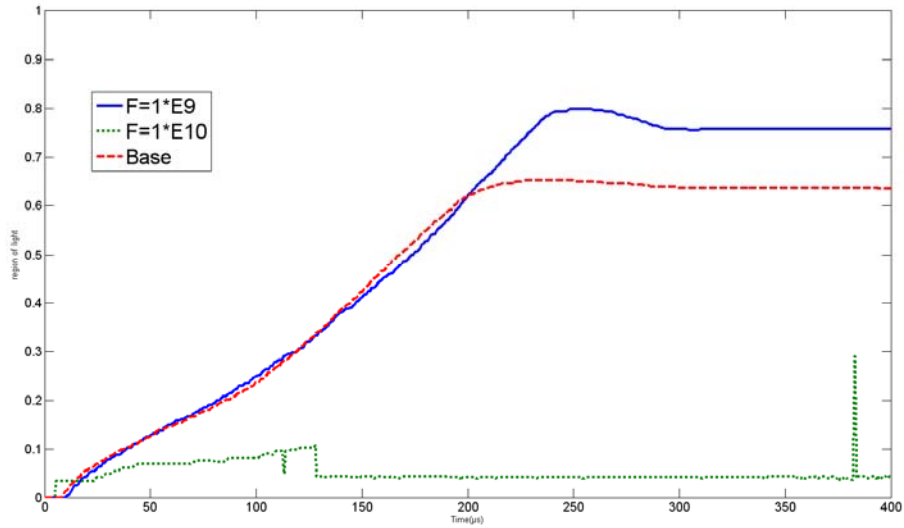
圖(4-8) 二維 EWD 不同接觸角變化值之模擬結果。  
左邊接觸角為  $125^\circ$ ，右邊接觸角為  $150^\circ$ 。



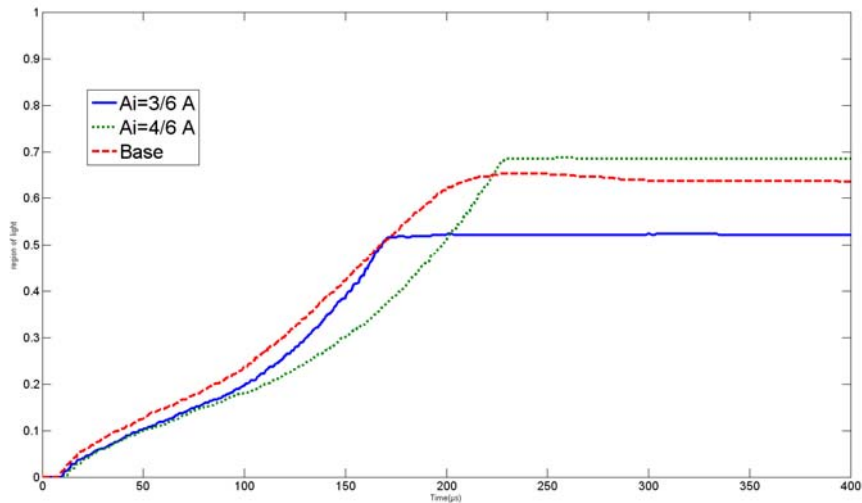
圖(4-9) 二維 EWD 不同油墨黏滯度之模擬結果。  
 左邊黏滯度為  $0.5\mu_0$ ，右邊黏滯度為  $2\mu_0$ 。



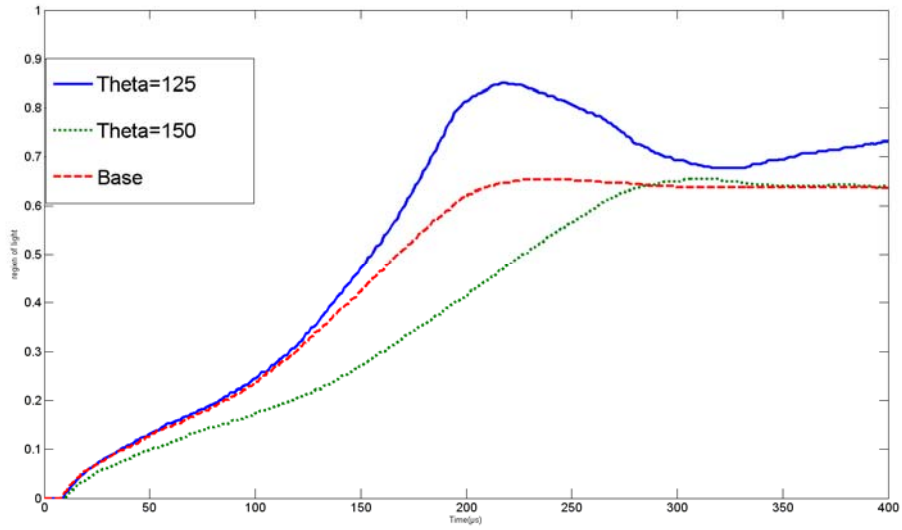
圖(4-10) 二維 EWD 不同油墨高度之模擬結果。



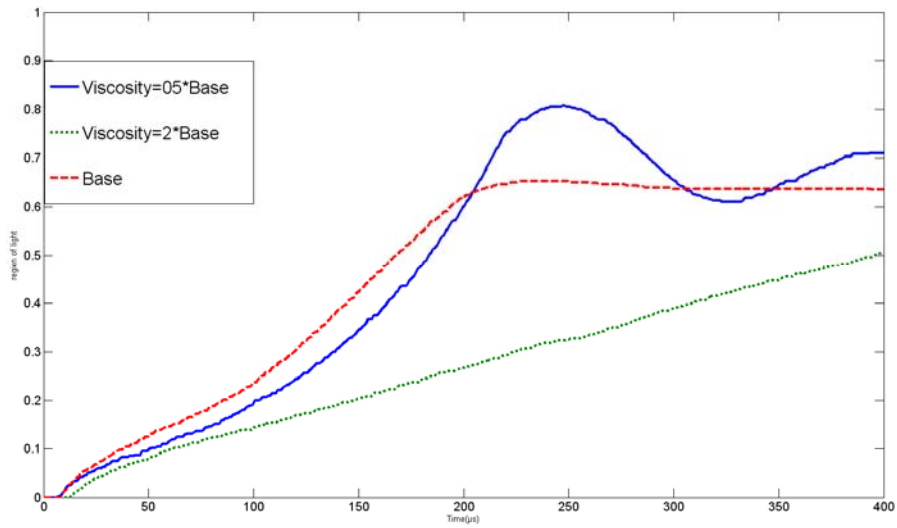
圖(4-11) 二維 EWD 不同 Korteweg-Helmholtz body force 值之模擬結



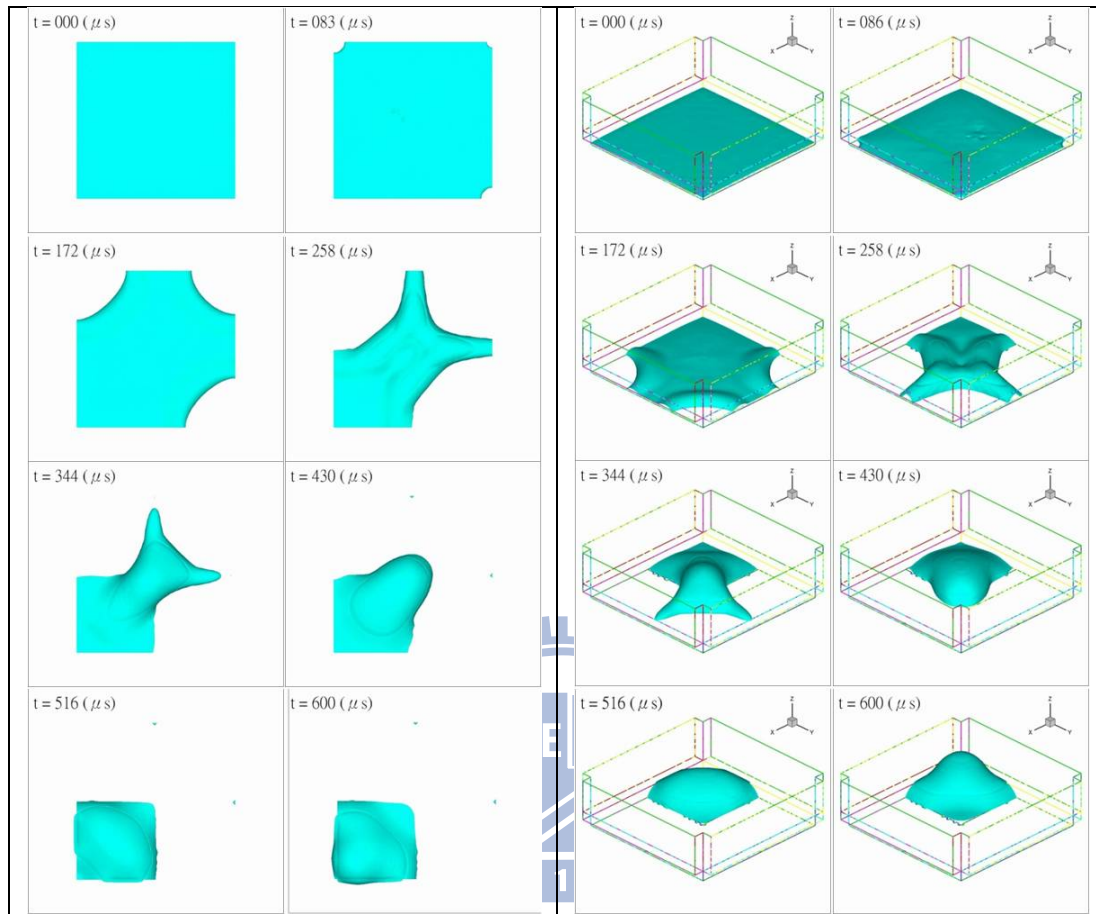
圖(4-12) 二維 EWD 不同 ITO 電極板面積之模擬結果。



圖(4-13) 二維 EWD 不同接觸角變化值之模擬結果。

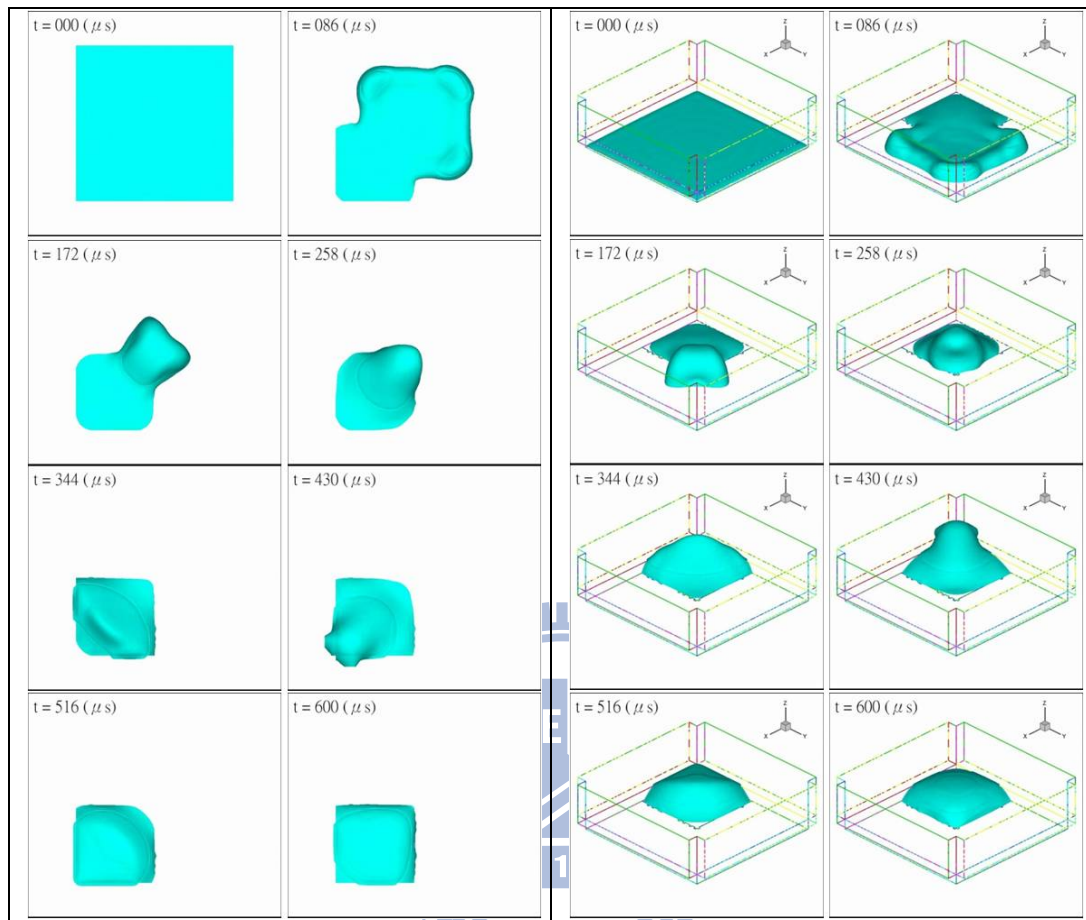


圖(4-14) 二維 EWD 不同油墨黏滯度之模擬結果。



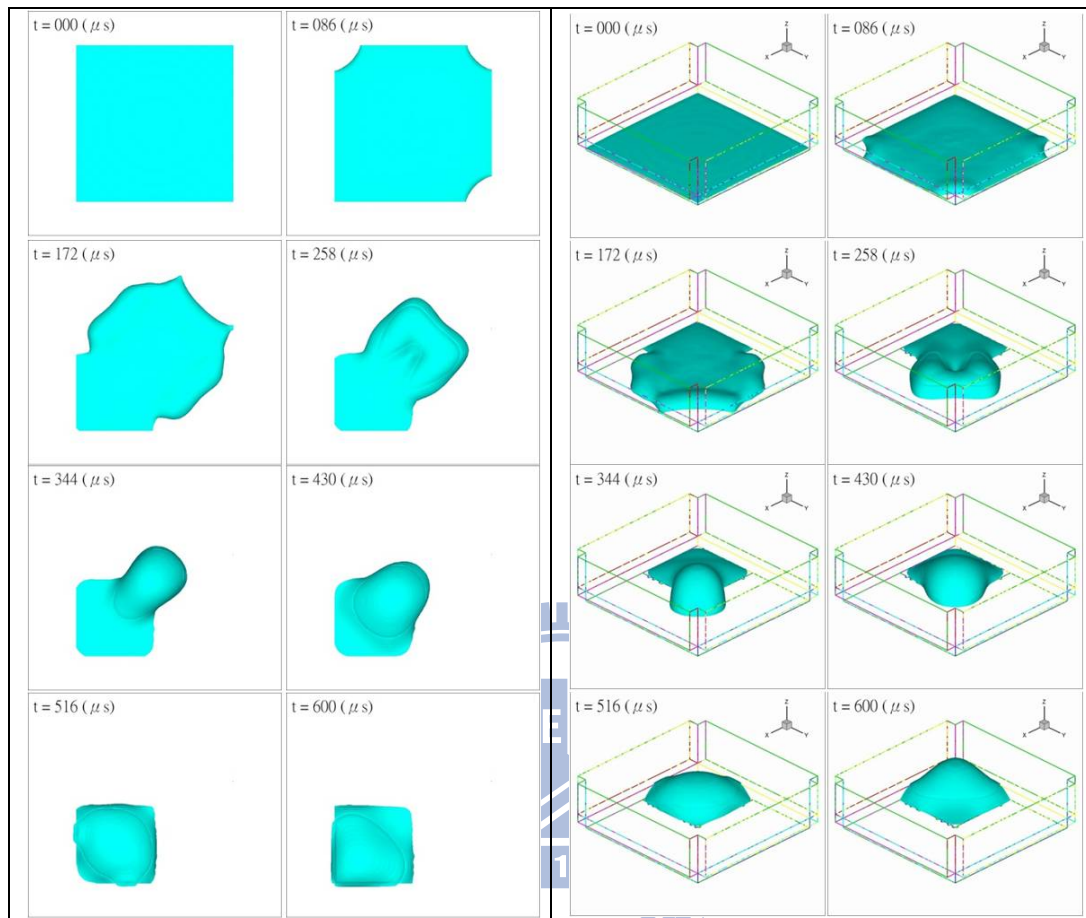
圖(4-15) 三維 EWD 於基本設定模組下之模擬結果。

(左)上視圖。(右)俯視圖。



圖(4-16) 三維 EWD 於基本設定模組下改變油墨液滴黏滯度為一半之模擬結果。(左)上視圖。(右)俯視圖。

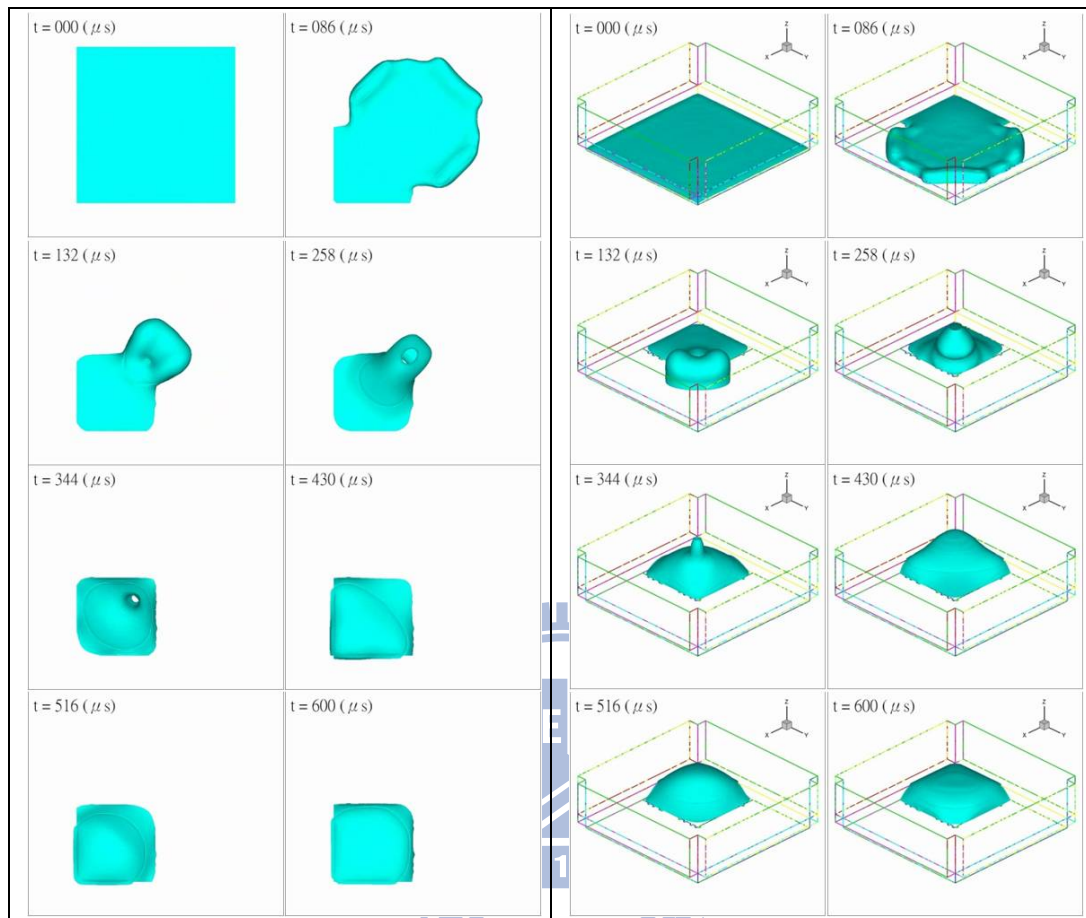




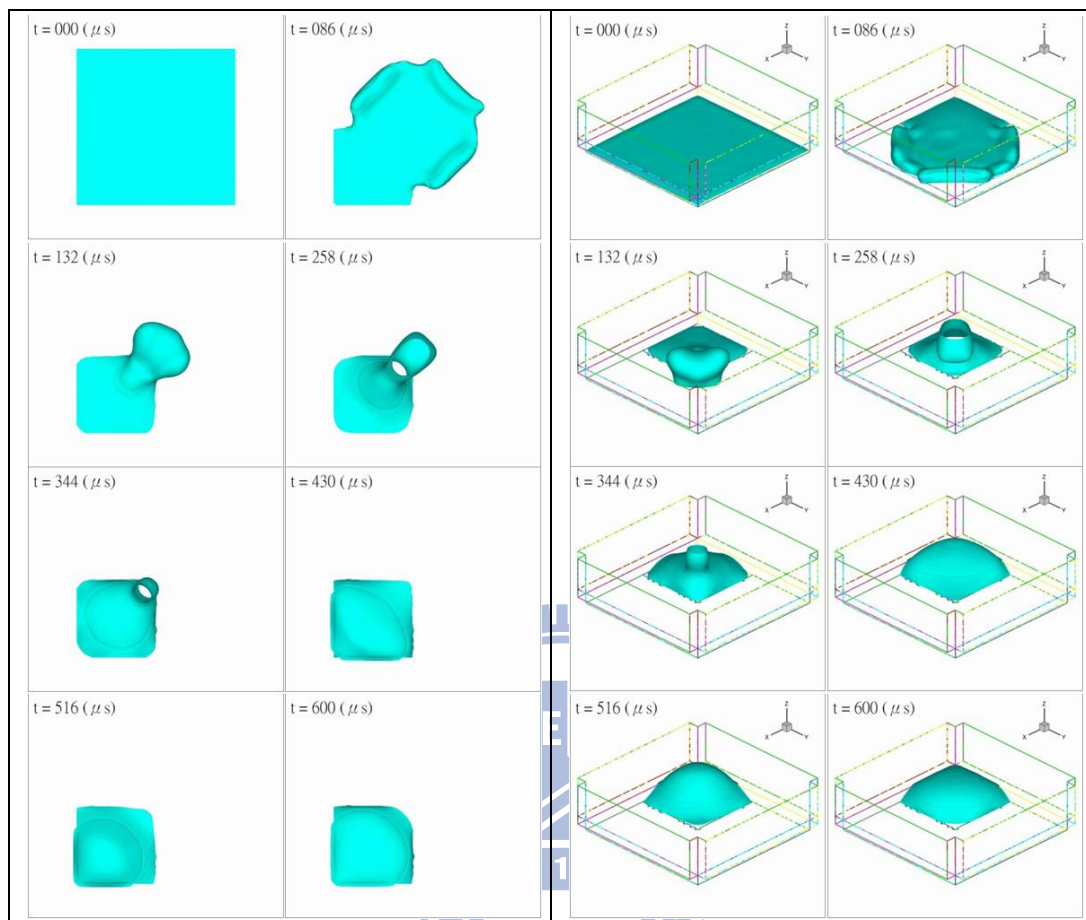
圖(4-17) 三維 EWD 於基本設定模組下改變油墨液滴黏滯度為兩倍

之模擬結果。(左)上視圖。(右)俯視圖。



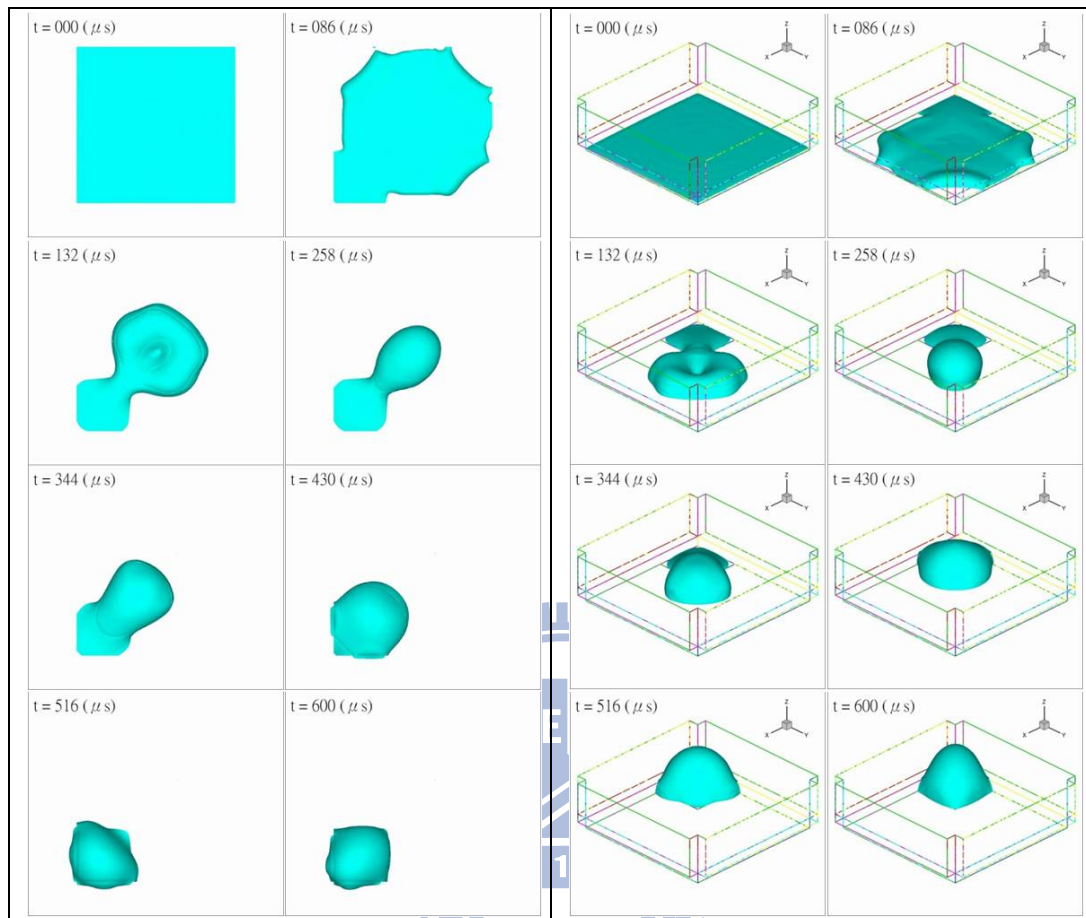


圖(4-18) 三維 EWD 於基本設定模組下改變壁面接觸角為  $125^\circ$  之模擬結果。(左)上視圖。(右)俯視圖。



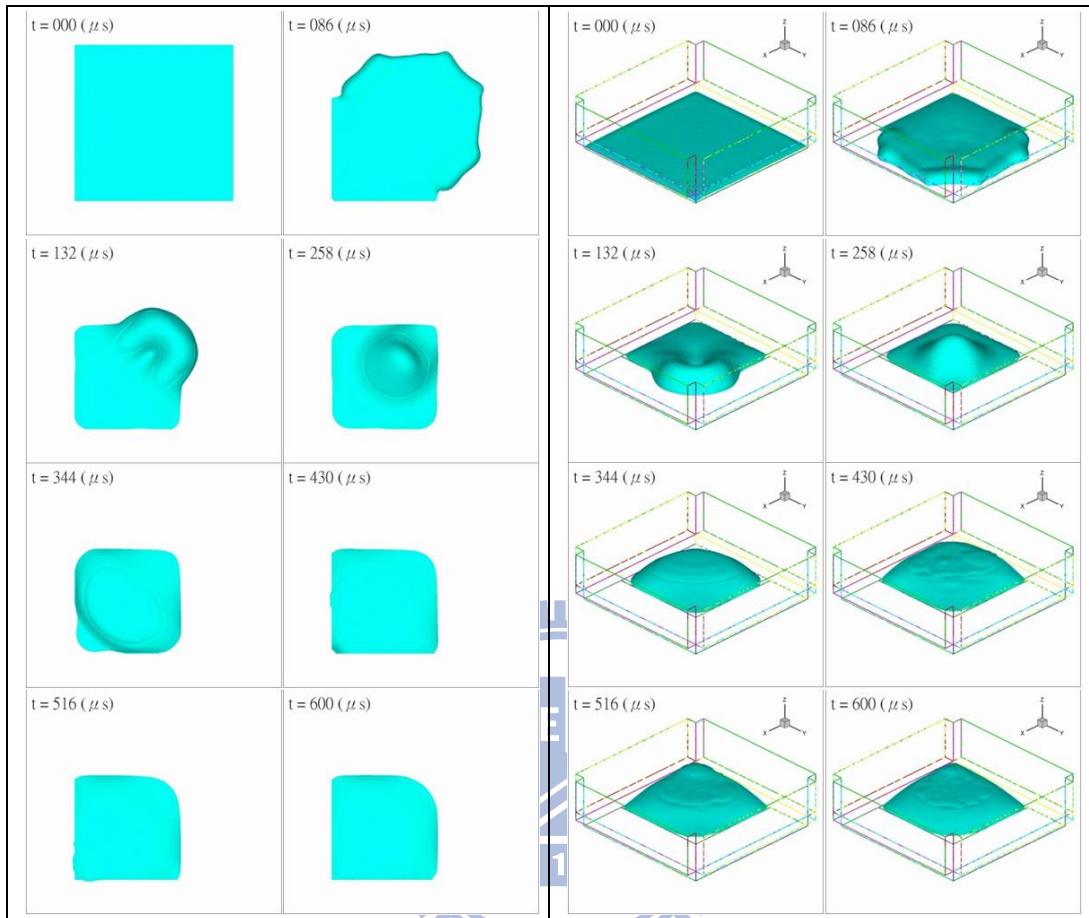
圖(4-19) 三維 EWD 於基本設定模組下改變壁面接觸角為  $150^\circ$  之模

擬結果。(左)上視圖。(右)俯視圖。



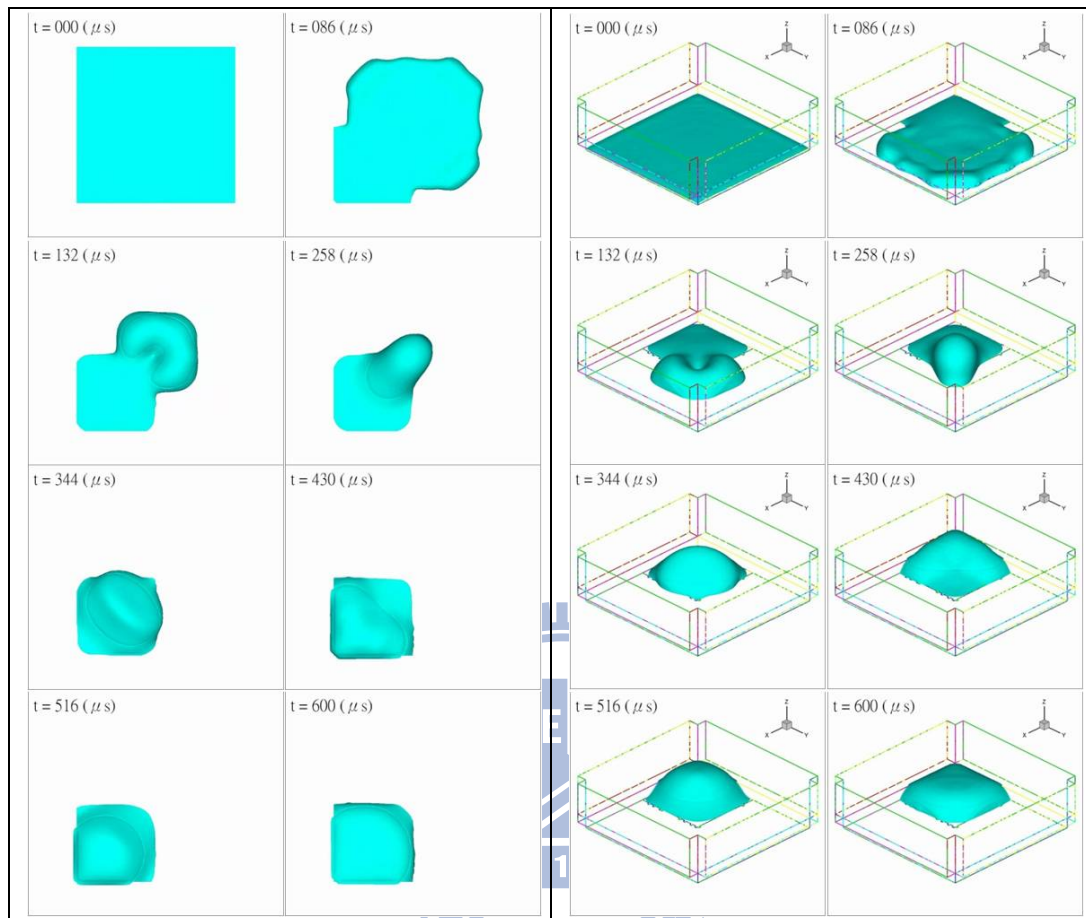
圖(4-20) 三維 EWD 於基本設定模組下改變非 ITO 面積為  $\frac{1}{9}$  全部面

積之模擬結果。(左)上視圖。(右)俯視圖。

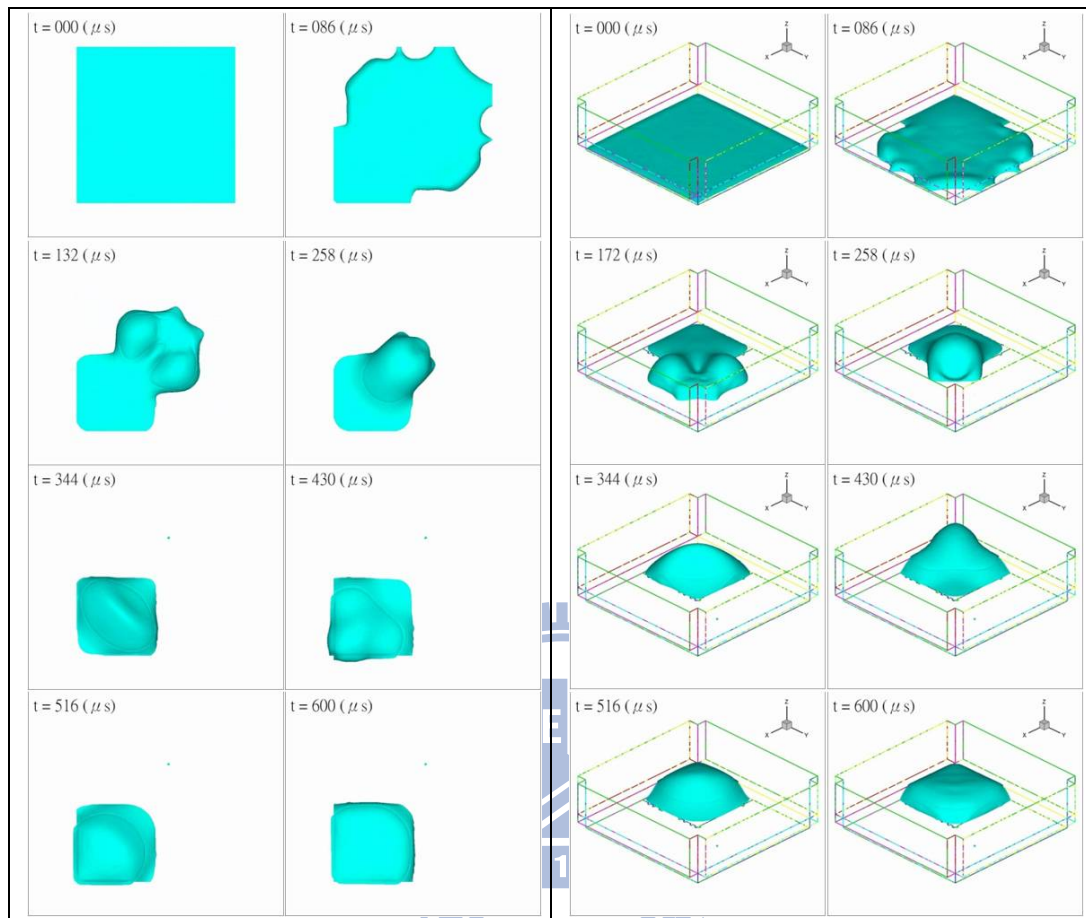


圖(4-21) 三維 EWD 於基本設定模組下改變非 ITO 面積為  $\frac{4}{9}$  全部面

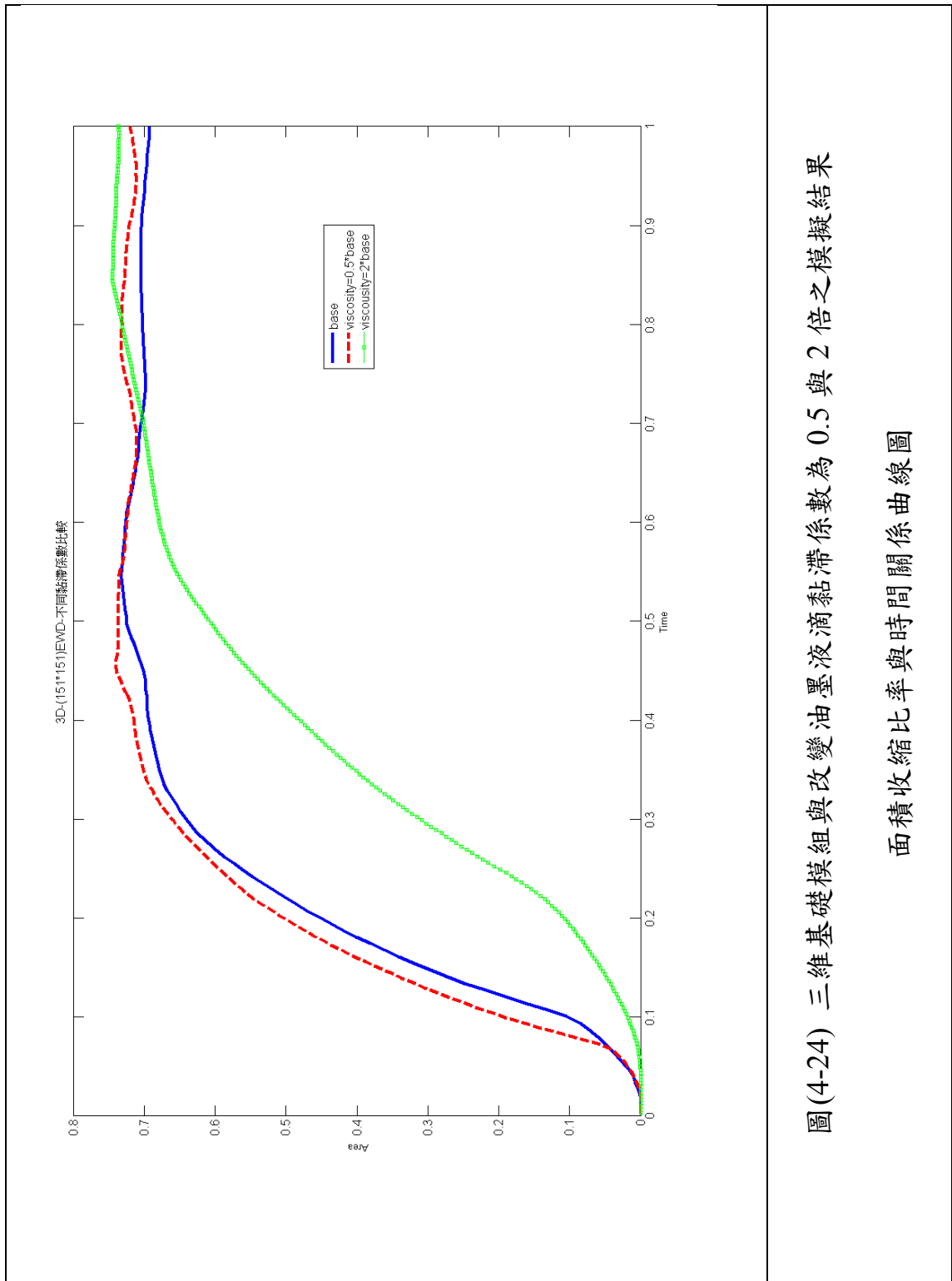
積之模擬結果。(左)上視圖。(右)俯視圖。



圖(4-22) 三維 EWD 於基本設定模組下改變 body force 為 0.5 倍大小之模擬結果。(左)上視圖。(右)俯視圖。



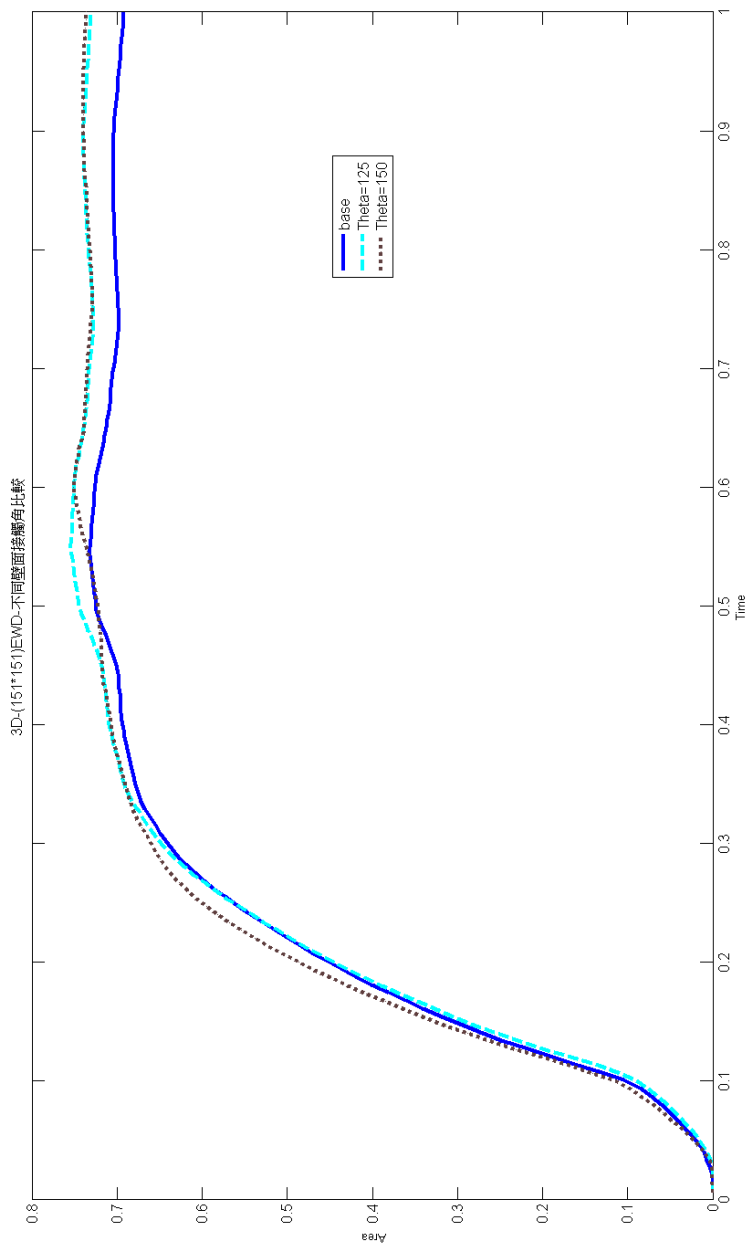
圖(4-23) 三維 EWD 於基本設定模組下改變 body force 為 5 倍大小之  
 模擬結果。(左)上視圖。(右)俯視圖。



圖(4-24) 三維基礎模組與改變油墨液滴黏滯係數為 0.5 與 2 倍之模擬結果

面積收縮比率與時間關係曲線圖

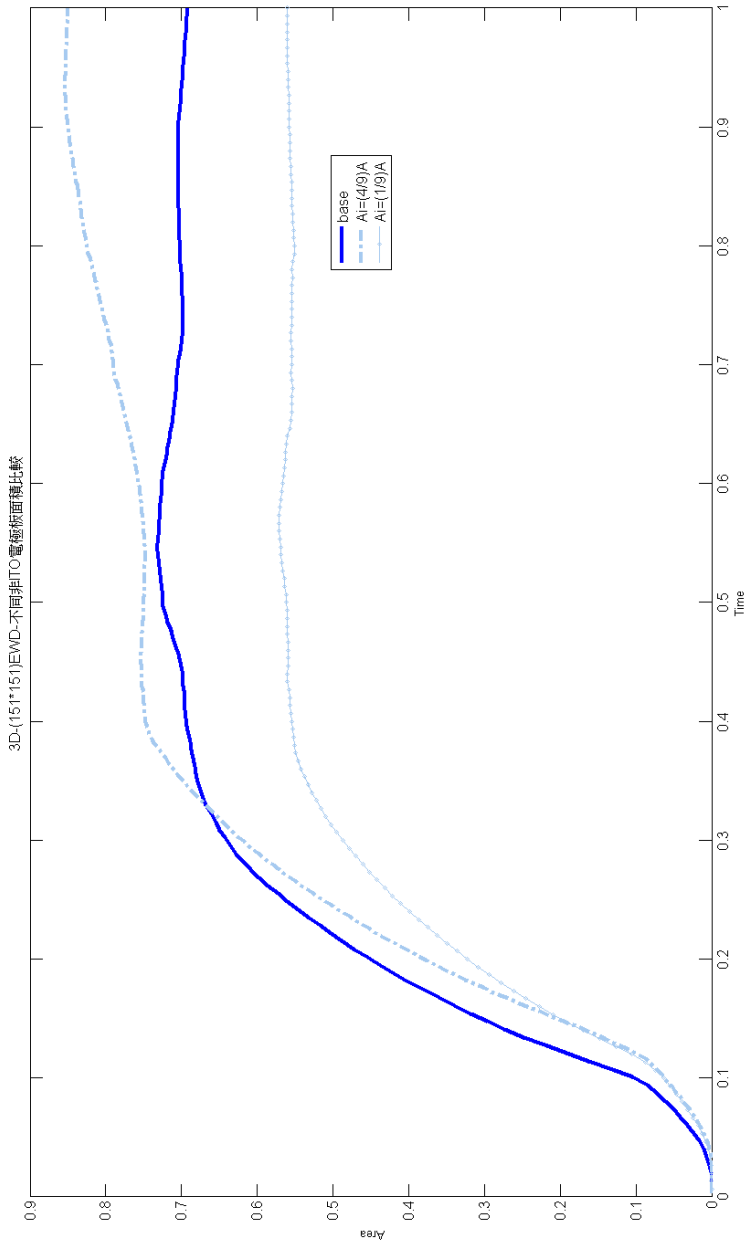




圖(4-25) 三維基礎模組與改變壁面施加電壓後 ITO 區域接觸角變化值為  $125^\circ$  與  $150^\circ$

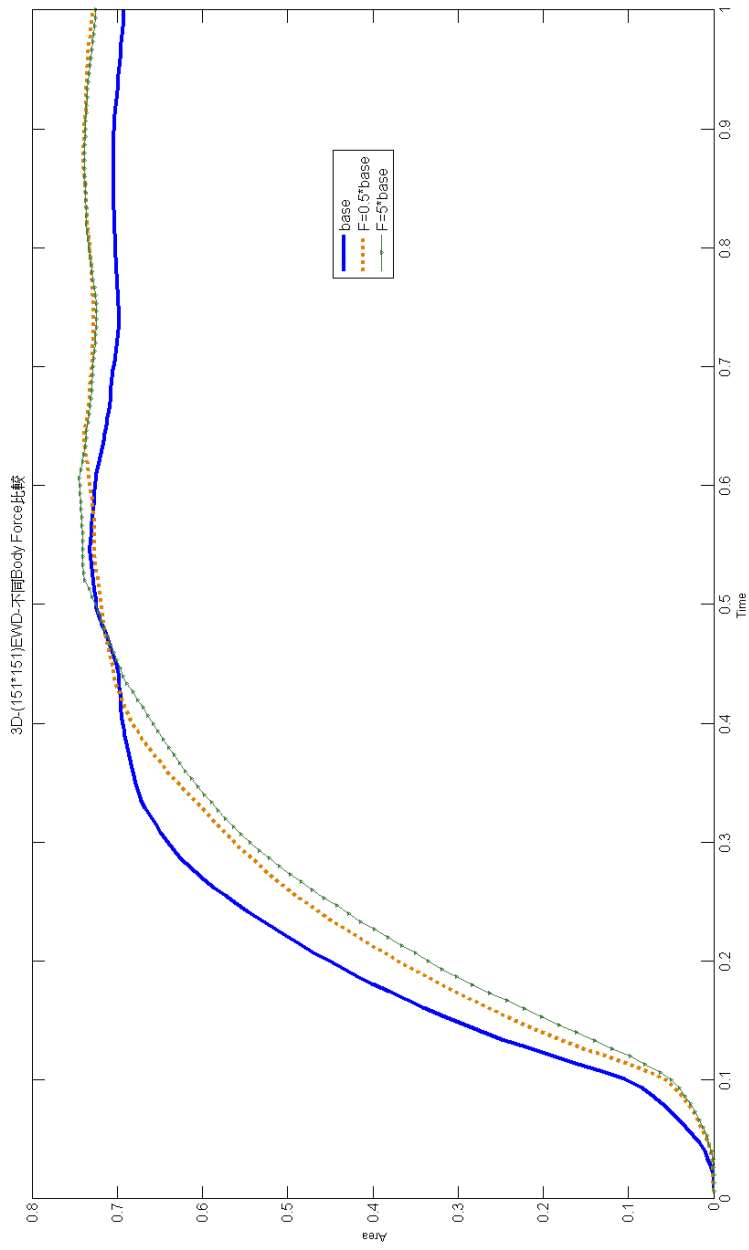
之模擬結果面積收縮比率與時間關係曲線圖





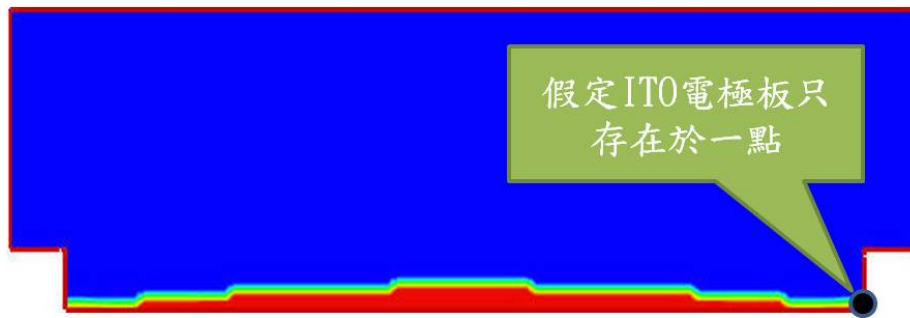
圖(4-26) 三維基礎模組與變油墨非 ITO 電極板面積為總面積(1/9)與(4/9)倍

之模擬結果面積收縮比率與時間關係曲線圖

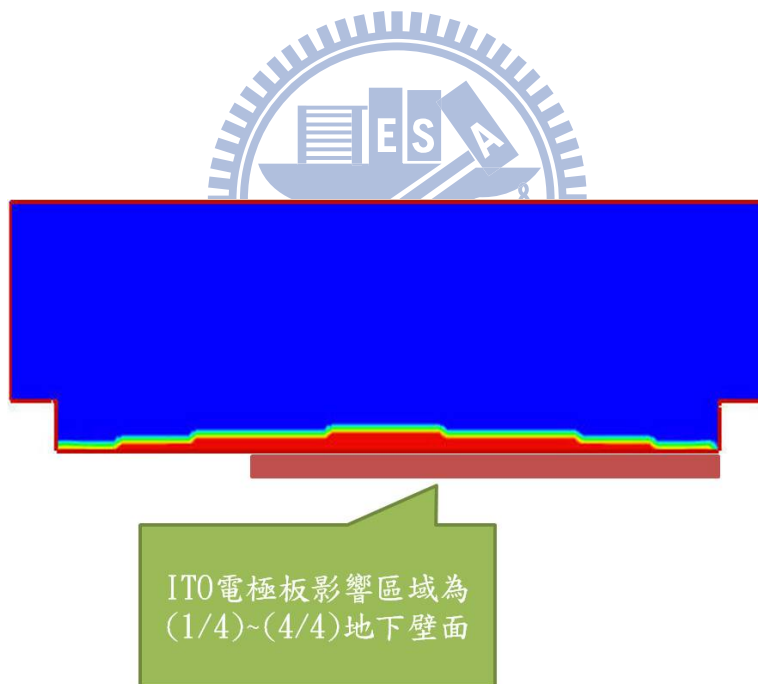


圖(4-27) 三維基礎模組與改變 Korteweg-Helmholtz body force 為 0.5 倍和 5 倍

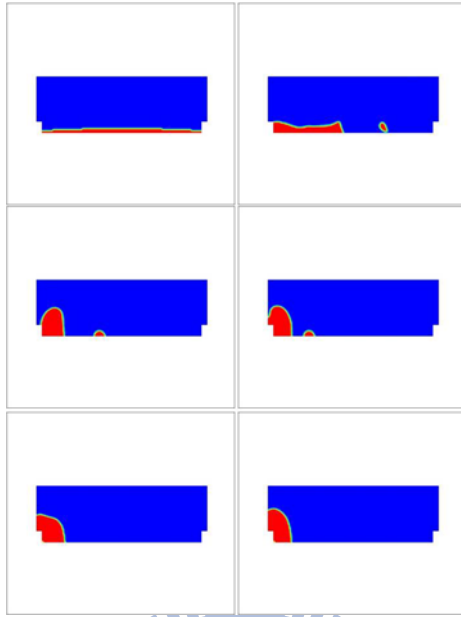
之模擬結果面積收縮比率與時間關係曲線圖



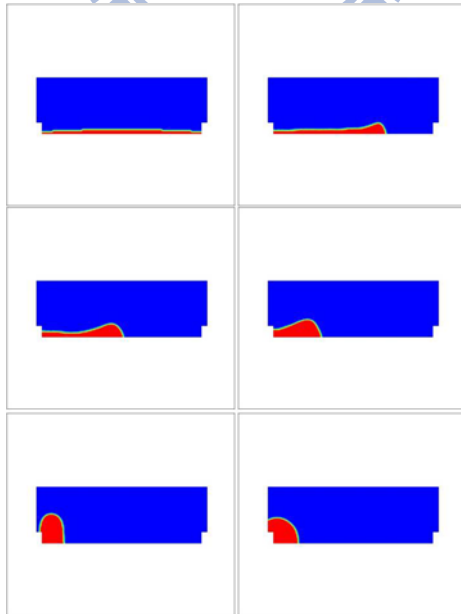
圖(4-28) 二維 EWD 純加電力模組，  
ITO 電極板為右下角一點示意圖



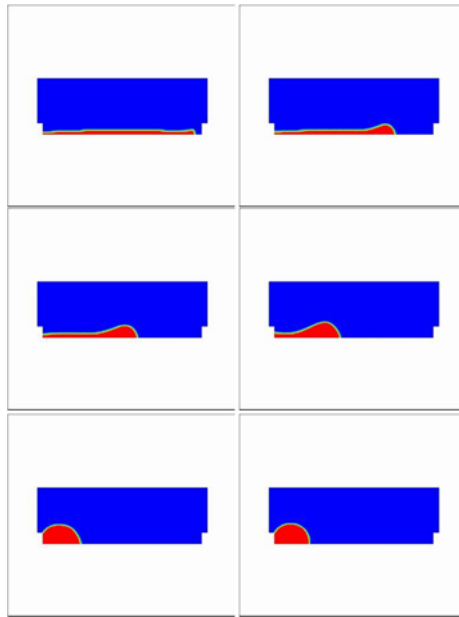
圖(4-29) 二維 EWD 純加電力模組，  
ITO 電極板為地下壁面某一區域示意圖



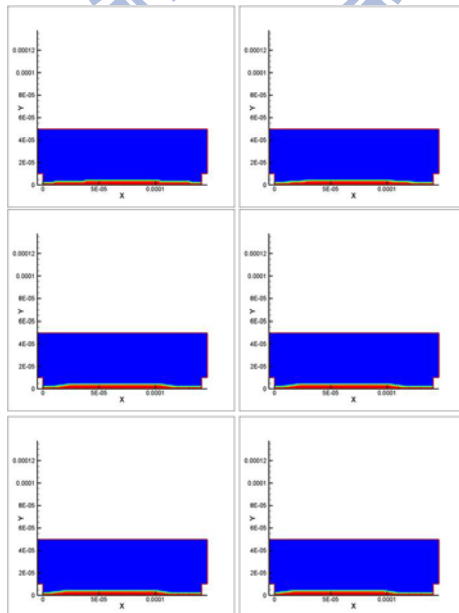
圖(4-30) 二維 EWD 純加電力模組，  
ITO 電極板為右下角一點， $f_k = \frac{F_c}{r^2}$ ， $F_c=5.0$



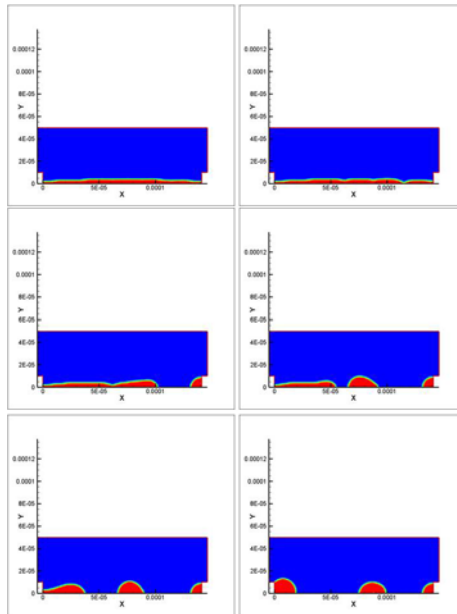
圖(4-31) 二維 EWD 純加電力模組，  
ITO 電極板為右下角一點， $f_k = \frac{F_c}{r^2}$ ， $F_c=1.0$



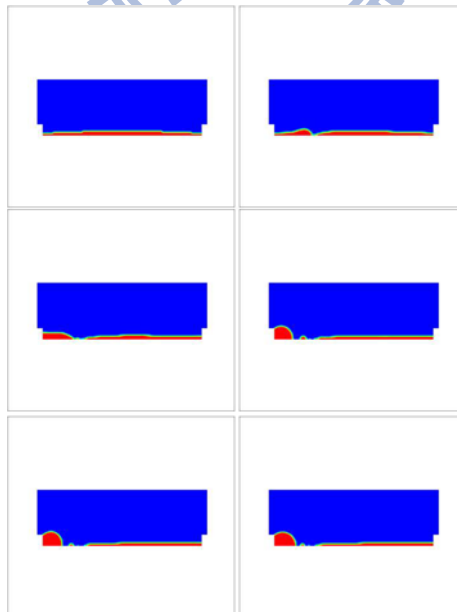
圖(4-32) 二維 EWD 純加電力模組，  
ITO 電極板為右下角一點， $f_k = \frac{F_c}{r^2}$ ， $F_c=0.5$



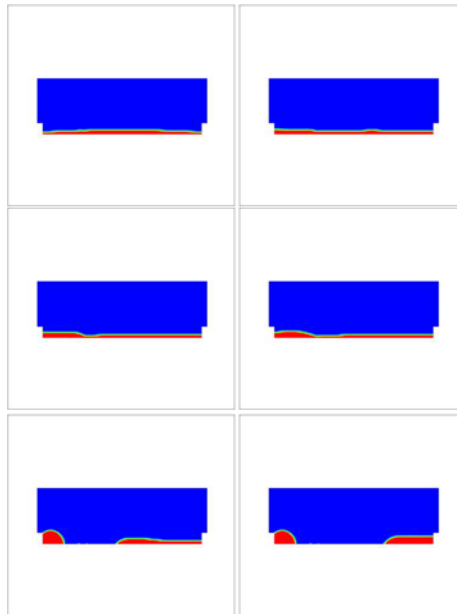
圖(4-33) 二維 EWD 純加電力模組，  
ITO 電極板為一區間，電力計算方式為  $f_k = \int [\frac{F_c}{r^2}] dr$ ， $F_c=0.05$



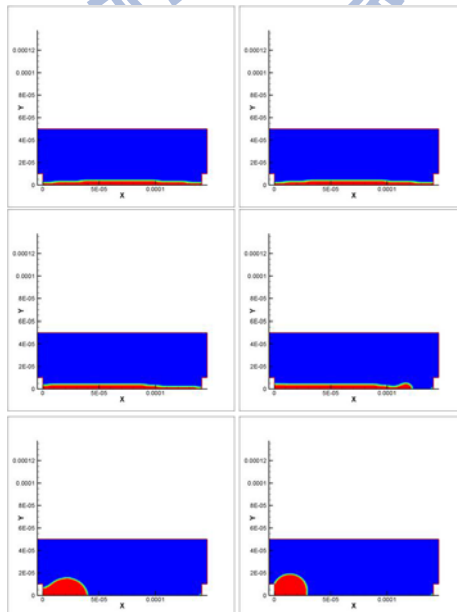
圖(4-34) 二維 EWD 純加電力模組，  
ITO 電極板為一區間，電力計算方式為  $f_k = \sum \frac{F_c}{r^2}$ ，Fc=0.05



圖(4-35) 二維 EWD 純加電力模組，  
ITO 電極板為一區間，電力垂直往下  $f_k = \frac{F_c}{r^2}$ ，Fc=0.05



圖(4-36) 二維 EWD 純加電力模組，  
ITO 電極板為一區間，電力垂直往下  $f_k = F_c / r^2$ ， $F_c=0.01$



圖(4-37) 二維 EWD 純電力模組，  
電力為  $\vec{f}_K = \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_D U^2}{2d}\right) \vec{i} + \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_D U^2}{2d} \frac{1}{\tan \theta}\right) \vec{j}$



## 第五章 結論與未來方向

### 5.1. 結論

本研究針對電濕潤技術應用於顯示面板，用數值方式模擬其暫態流場油墨液滴收縮之情況，成功建立一模組來模擬 EWD 系統並且嘗試改變不同物理變數之流場情況。根據以上模擬結果可歸納如下：

1. 考慮黏滯係數小且大電壓差情況下，對於收縮速度會較佳，但須考量油墨液滴破裂的情況做適當抉擇。
2. 油墨量之多寡會造成是否會沾黏到上壁面，對於材料的消耗會有相當的影響。
3. 不同的材料參數會有不同的交互影響。

### 5.2. 未來方向

對於本研究之模擬而言，雖然成功建立一個使用商用軟體來模擬 EWD 系統之模組，但是尚有許多部分需要進一步的探討與改進，茲分述如下：

1. 在現實產品中，改變某樣材質也會造成其他變數的改變，舉例來說：當改變電壓差時，電力與壁面 ITO 區域之接觸角數值會同時改變。在本研究中是不考慮此種情況，所以未來需要改進如何將變數之間的關係套入在模組中。
2. 在 FLUENT 中使用 VOF 演算法其介面厚度是以網格數大小來決定，本文研究中雖然有做過網格測試，但真正模擬中對於其介面的要求應該還可以大幅改進。
3. 本文中提及的 Korteweg-Helmholtz body force，參見(1-3) 其中有一項電荷密度  $\rho_f$  (charge density) 為描述油墨液滴在每個時

間點其表面分佈的單位體積電荷數量，而且油墨液滴會隨著時間改變形狀，所以此電荷密度為一個包含空間和時間變數的函數。目前尚未找出有任何文獻對於此函數有任何探討，故本研究在設定電力值時是採用垂直底下壁面、與油墨厚度成反比且方向為 $-Z$ 方向之函數分佈。所以在如何將 Korteweg-Helmholtz body force 完整的表示在數值模擬中進行計算，是一項非常重要的方向。

4. 在一般多項流的模擬計算中，對於三相接觸線(three-phases contact line, TCL)的討論非常注重，本研究中的模組因為是使用商用軟體，對於其中處理 TCL 的細節部分並沒有相當瞭解，所以在未來希望能夠對於 TCL 的部分能夠更深入去查閱相關文獻做進一步瞭解。



## 參考文獻

- [1]. J. Heikenfeld & A. J. Steckl, “High-transmission electrowetting light valves”, *Appl. Phys. Lett.* **86**, 151121, 2005
- [2]. Robert A. Hayes & B. J. Feenstra, “Video-speed electronic paper based on electrowetting”, 2003
- [3]. Thibault Roques-Carnes, Robert A. Hayes, and Luc J. M. Schlangen, “A physical model describing the electro-optic behavior of switchable optical elements based on electrowetting”, *J. Appl. Phys.* **96**, 6267, 2004
- [4]. Thibault Roques-Carnes, Robert A. Hayes, B. J. Feenstra, and L. J. M. Schlangen, “Liquid behavior inside a reflective display pixel based on electrowetting”, *J. Appl. Phys.* **95**, 4389, 2004
- [5]. Thibault Roques-Carnes, Stephanie Palmier, Robert A. Hayes, and Luc J.M. Schlangen, “The effect of the oil-water interfacial tension on electrowetting driven fluid motion”, 2005
- [6]. Demetri Psaltis, Stephen R. Quake and Changhuei Yang, “Developing optofluidic technology through the fusion of microfluidics and optics”, *Nature* **442**, 381-386, 2006
- [7]. K Zhou, J Heikenfeld, K A Dean, E M Howard and M R Johnson, “A full description of a simple and scalable fabrication process for electrowetting displays”, 2009
- [8]. J. Heikenfeld, K. Zhou, E. Kreit, B. Raj, S. Yang, B. Sun, A. Milarcik, L. Clapp & R. Schwartz, “Electrofluidic displays using Young–Laplace transposition of brilliant pigment dispersions”, *Nature Photonics* **3**, 292 – 296, 2009
- [9]. Thomas Young, “An Essay on the Cohesion of Fluids, *Phil. Trans.*”,

1805, p. 65

- [10]. Mécanique céleste, Supplement to the tenth edition, pub. in 1806
- [11]. Rouse Ball, W. W. [1908] (2003) "Pierre Simon Laplace (1749 - 1827)", in A Short Account of the History of Mathematics, 4th ed., Dover, ISBN 0486206300
- [12]. Lippmann G, "Relations entre les phénomènes électriques et capillaires Ann". *Chim. phys.* **5** 494, 1875
- [13]. S. Herminghaus , "Dynamical Instability of Thin Liquid Film", 1998
- [14]. Jones T B, Fowler J D, Chang Y S and Kim C J, "Frequency-based relationship of electrowetting and dielectrophoretic liquid microactuation", *Langmuir* **19** 7646, 2003
- [15]. Jones T B, Fowler J D, Chang Y S and Kim C J, "Frequency-dependent electromechanics of aqueous liquids: Electrowetting and dielectrophoresis", *Langmuir* **20** 2813, 2004
- [16]. Papathanasiou A. G. and Boudouvis A. G., "A manifestation of the connection between dielectric breakdown strength and contact angle saturation in electrowetting", *Appl. Phys. Lett.* **86** 164102, 2005
- [17]. Peykov V., Quinn A. and Ralston J. "Electrowetting: a model for contact-angle saturation Colloid Polym.", *Sci.* 278 789, 2000
- [18]. Landau L D and Lifschitz E M, "Elektrodynamik der Kontinua Lehrbuch der Theoretischen", *Physik* vol **8**, 1985
- [19]. Jones T. B. "On the relationship of dielectrophoresis and electrowetting", *Langmuir* **18** 4437, 2002
- [20]. Zeng J. and Korsmeyer T., "Principles of droplet electrohydrodynamics for lab-on-a-chip Lab", *Chip* 4 265, 2004
- [21]. Landau L. D. and Lifschitz E. M., "Elektrodynamik der Kontinua Lehrbuch der Theoretischen", *Physik* vol **8**, 1985

- [22]. M. Vallet, M. Vallade and B. Berge , “Limiting phenomena for the spreading of water on polymer films by electrowetting”, 1999
- [23]. A. G. Papathanasiou and A. G. Boudouvis , “Manifestation of the connection between dielectric breakdown strength and contact angle saturation in electrowetting”, *Appl. Phys. Lett.* **86**, 164102, 2005
- [24]. MUGELE F., KLINGNER A., BUEHRLE J., STEINHAUSER D. and HERMINGHAUS S., “Electrowetting- A convenient way to switchable wettability patterns”, 2005
- [25]. Florent Malloggi , Siva A Vanapalli , Hao Gu , Dirk van den Ende and Frieder Mugele , “Electrowetting-controlled droplet generation in a microfluidic flow-focusing device”, *Journal of Physics: Condensed Matter*, Volume **19**, Number 46, 2007
- [26]. Jung Min Oh, Sung Hee Ko and Kwan Hyoung Kang, “Analysis of electrowetting-driven spreading of a drop in air”, *Phys. Fluids* **22**, 032002 ,2010
- [27]. Cristini, V., Blawdziewicz, J. & Loewenberg, M. “Drop breakup in three-dimensional viscous flows.” *Phys. Fluids* **10**, 1781-1783, 1998
- [28]. Toose, E. M., Geurts, B. J. & Kuerten, J. G. M. “A boundary integral method for two-dimensional (non)-Newtonian drops in slow viscous flow.” *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **60**, 129-154, 1995
- [29]. Hu, H. H. Patankar, N. A. & Zhu, M. Y. “Direct numerical simulations of fluid-solid systems using the arbitrary Lagrangian-Eulerian technique.” *J. Comput. Phys.* **169**, 427-462, 2001
- [30]. Ambravaneswaran, B., Wilkes, E. D. & Basaran, O. A. “Drop formation from a capillary tube: Comparison of one-dimensional and two-dimensional analysis and occurrence of satellite drops.” *Phys.*

- Fluids* **14**, 2606-2621, 2002
- [31]. Hooper R., Toose, M., Macosko, C. W. & Derby, J. J. “A comparison of boundary element and finite element methods for modeling axisymmetric polymeric drop deformation.” *Intl. J. Numer. Meth. Fluids* **37**, 837–864, 2001a
- [32]. Hooper R. W., de Almeida V. F., Macosko C. W. & Derby J. J. “Transient polymeric drop extension and retraction in uniaxial extensional flows.” *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **98**, 141–168, 2001b
- [33]. Kim, S. J. & Han, C. D. “Finite element analysis of axisymmetric creeping motion of a deformable non-Newtonian drop in the entrance region of a cylindrical tube.” *J. Rheol.* **45**, 1279–1303, 2001.
- [34]. Ramaswamy, S. & Leal, L. G. “The deformation of a viscoelastic drop subjected to steady uniaxial extensional flow of a Newtonian fluid.” *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **85**, 127–163, 1999a
- [35]. Ramaswamy, S. & Leal, L. G. “The deformation of a Newtonian drop in the uniaxial extensional flow of a viscoelastic liquid” *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **88**, 149–172, 1999b.
- [36]. Li, J. & Renardy, Y. 2000a Numerical study of flows of two immiscible liquids at low Reynolds number. *SIAM Rev.* **42**, 417–439.
- [37]. Unverdi, S. O. & Tryggvason, G. “A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows.” *J. Comput. Phys.* **100**, 25–37, 1992.
- [38]. Chang, Y. C., Hou, T. Y., Merriman, B. & Osher, S. “A level set formulation of Eulerian interface capturing methods for incompressible fluid flows.” *J. Comput. Phys.* **124**, 449–464, 1996.