

# 國立交通大學

機械工程學系



使用載波相位方法之室內物體位置姿態判定系統

An Indoors Location and Attitude Determination System Using  
Carrier Phase Techniques

研究生：陳彥廷

指導教授：陳宗麟 博士

中華民國一百年六月

使用載波相位方法之室內物體位置姿態判定系統

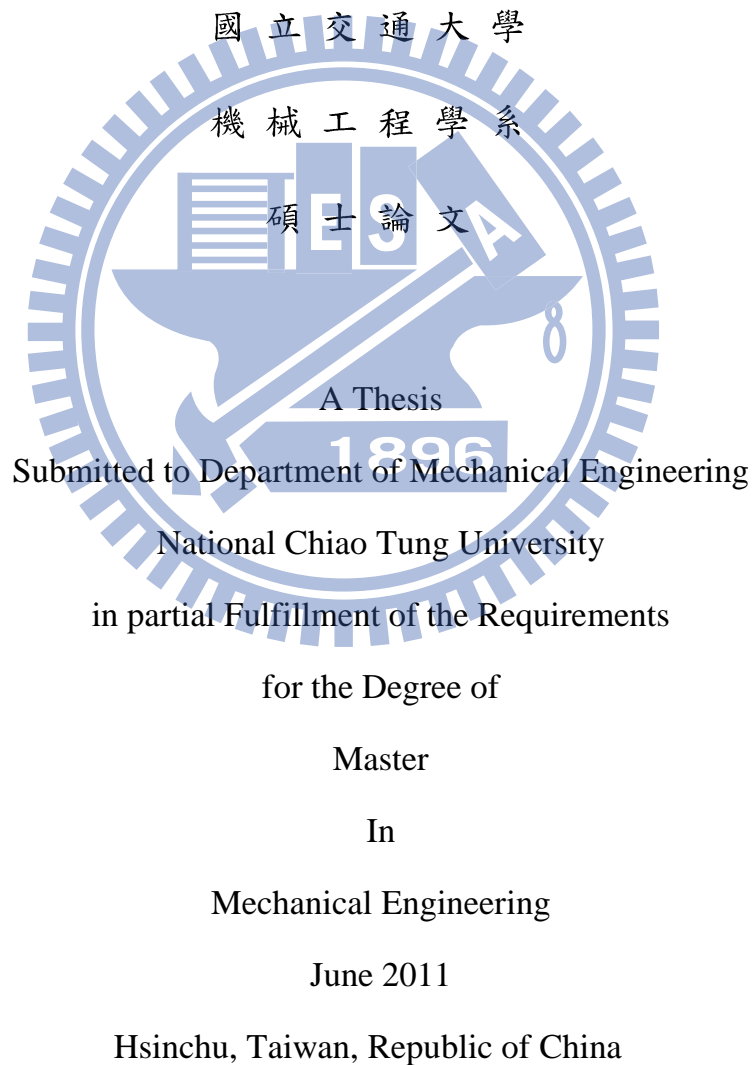
An Indoors Location and Attitude Determination System Using  
Carrier Phase Techniques

研究生：陳彥廷

Student：Yen-Ting Chen

指導教授：陳宗麟

Advisor：Tsung-Lin Chen



中華民國一百年六月

# 使用載波相位方法之室內物體位置姿態判定系統

研究生：陳彥廷

指導教授：陳宗麟 博士

國立交通大學 機械工程學系

## 中文摘要

本篇論文主要目的為發展一套利用 Cricket 硬體套件來建構室內物體定位與三軸姿態判定的系統。Cricket 是一套超音波接收/發射系統，主要用於室內物體定位。本研究希望藉由不同接收端接收訊號相位的量測與處理，將其功能擴大至三軸姿態測量。類似的作法可見於室外 GPS 系統，其作法假設發射端與不同接收端之路徑近似平行，藉由不同接收端所接收訊號之相位差與上述路徑所構成的三角函數關係式來得到物體旋轉角度。此假設並不適用於室內定位系統，因為發射端與接收端距離太近，故無法符合平行訊號的假設，因此本篇論文將會修改上述之基本概念。

本篇論文重新推導發射端與接收端的向量方程式，使其適用於室內環境下的物體定位與三軸姿態判定。首先利用數個發射端的訊號與牛頓法來分別計算不同接收端的三維位置，接著利用發射端與接收端之座標位置計算基線向量(不同接收端所構成之向量)與視線向量(發射端與接收端所構成之向量)，再採用相關分析法來計算不同接收端接收同一發射端的訊號相位差，最後將上述之基線向量、視線向量與相位差組成最佳化問題，並利用 Wahba 所提出之最佳化方法來計算三軸物體旋轉角度。

本篇論文利用 Matlab 來模擬整個物體定位與姿態判定，由模擬結果得知最少需利用四個接收端與三個發射端，方可利用訊號相位差的方式來計算獲得物體三軸姿態。由初步的實驗結果得知：若利用本實驗器材(Cricket)與載波相位方法來獲得距離資訊，其距離量測精度(標準差)為 0.3294mm (Cricket 系統的距離量測精度原本為 1cm)。若由此精度推算三軸姿態判定，其精度(標準差)為 1.2031 度。

# An Indoors Location and Attitude Determination System Using Carrier Phase Techniques

Student:Yen-Ting Chen

Advisor:Dr. Tsung-Lin Chen

Department of Mechanical Engineering  
National Chiao Tung University

## Abstract

This paper proposed an indoors location and attitude determination system using a commercial production system (Cricket). The Cricket system was originally designed for the 3D positioning for indoors applications. This research intends to enhance its functionality for the 3-axis attitude determination by using the carrier phase techniques. A similar approach can be found in the multi-antenna GPS system. In the GPS system, the signals from one satellite to different antennas are assumed to be parallel. This assumption is acceptable because the distance between antenna and satellite is quite long. However, this assumption cannot be applied to the indoor positioning system since the distance between transmitter and receivers is relatively short. Therefore, we derived new equations for the indoors positioning system so that it can do the attitude determination without the parallel-signal assumption.

In this approach, we used the “baseline vectors,” “line of sight vectors,” and phase differences between received signal of different receivers to determine the attitude of the object. The baseline vector is the relative position vector between different receiver, which is obtained by design. The line-of-sight vector is the relative position vector between transmitter and receiver, This can be obtained by the original Cricket function. And, the phase difference between received signals can be obtained by the “correlation analysis” method. With these three information, the attitude determination was formulated into an optimization problem and solved by the “Wahba method.”

The proposed method is verified using Matlab simulations and some preliminary experimental results. According to the simulations, the system needs, at least, three transmitters and four receivers to achieve 3D positioning and 3D attitude determination. When using the Cricket system combined with the carrier phase measurements, the distance measurement accuracy is 0.3294mm, which was 1 cm from the original Cricket system output. Using this distance accuracy to estimate the accuracy for the attitude determination, the accuracy of the rotation angle is 1.2031 degree.



## 致謝

本篇論文得以順利完成，首先要感謝指導教授陳宗麟老師在這些年來的悉心指導，在研究上提供我明確的方向與建議，且在我遇到問題時能夠適時的給予協助，並同時訓練我獨立解決問題的能力與思考邏輯，讓我在研究上獲得非常多的啟發。在此獻上最誠摯的謝意。

此外，要感謝我的父親、母親，在這些年來對我的支持與鼓勵，讓我無後顧之憂的完成學業。也特別要感謝實驗室的許齡元學長、蔡俊胤學長、紀建宇學長與實驗室的同學們，在做研究的過程中，給予我非常多的建議與想法，讓我的碩士生崖中成長不少並給予我非常多美好的回憶。

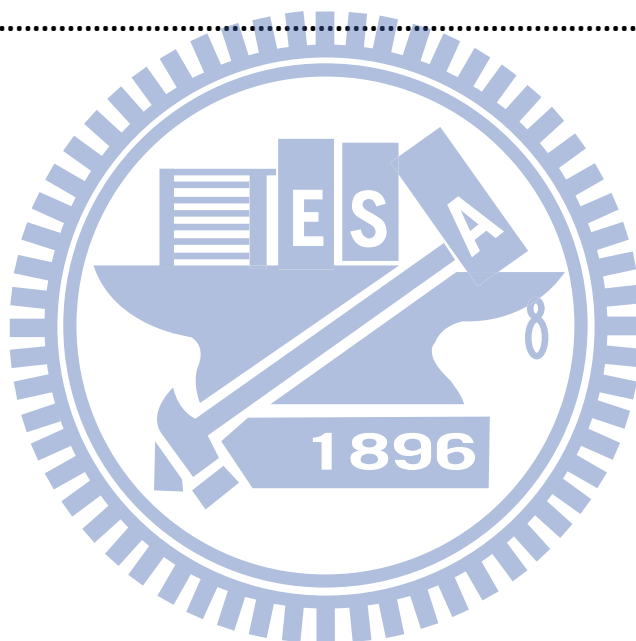


# 目錄

中文摘要 .....	I
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>II</b>
致謝.....	III
目錄.....	IV
表目錄 .....	VII
圖目錄 .....	VIII
<b>第一章 緒論.....</b>	<b>1</b>
1.1 研究動機.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 空間定位方法.....	4
1.4 論文架構.....	7
<b>第二章 座標系統 .....</b>	<b>9</b>
2.1 座標系.....	9
2.1.1 地心座標系 (Earth Centerd Inertial Frame) .....	9
2.1.2 地心地固座標系 (Earth Centerd Earth Fixed Frame) .....	9
2.1.3 附體座標系 (Body Frame) .....	10
2.2 座標轉換.....	10
2.2.1 側滾角 ( $\varphi$ ) .....	10
2.2.2 俯仰角 ( $\theta$ ) .....	11
2.2.3 航向角 ( $\Psi$ ) .....	11
2.3 姿態表示法.....	12
2.3.1 尤拉角法 .....	12
<b>第三章 室內定位系統與物體姿態判定 .....</b>	<b>14</b>
3.1 CRICKET 室內定位系統 .....	14
3.1.1 距離計算 .....	14

3.1.2 座標計算 .....	15
3.1.3 角度計算 .....	15
3.1.4 誤差來源 .....	17
3.2 計算相位差之演算法.....	18
3.2.1 過零檢測法 .....	18
3.2.2 相關分析法 .....	19
3.3 物體姿態判定.....	20
3.3.1 最佳化法 .....	20
3.4 室內物體姿態判定技術.....	24
3.4.1 計算角度推導 .....	24
3.4.2 Case1：兩個發射端與四個接收端 .....	27
3.4.3 Case2：一個發射端與四個接收端 .....	29
3.4.4 Case3：兩個發射端與三個接收端 .....	31
3.4.5 討論 .....	33
<b>第四章 距離差精度實驗.....</b>	<b>35</b>
4.1 實驗與設備架設.....	35
4.1.1 實驗目的 .....	35
4.1.2 實驗方法與設備架設 .....	35
4.2 距離差計算與實驗步驟.....	37
4.2.1 理論值距離差計算 .....	37
4.2.2 Cricket 室內定位系統距離差計算.....	37
4.2.3 載波相位方法之距離差計算 .....	37
4.3 距離差實驗數據.....	39
4.4 比較圖表.....	41
<b>第五章 室內物體姿態判定模擬.....</b>	<b>42</b>

5.1 模擬條件.....	42
5.2 模擬流程.....	43
5.3 模擬計算過程.....	44
5.4 加入距離差雜訊之姿態精度.....	52
<b>第六章 結論與未來工作 .....</b>	<b>54</b>
6.1 結論.....	54
6.2 未來工作.....	54
6.2.1 實現室內物體姿態判定技術 .....	55
<b>參考文獻 .....</b>	<b>57</b>



## 表目錄

表(4-1) CRICKET 室內定位系統與載波相位方法之距離差精度實驗 .....	40
表(5-1) 平台旋轉前發射端與接收端之距離.....	45
表(5-2) 平台旋轉後發射端與接收端之距離.....	46
表(5-3) 兩接收端至發射端 1 及發射端 2 所對應之相位差.....	48
表(5-4) 經過補償之相位差.....	49
表(5-5) 將相位差轉換成距離差.....	50
表(5-6) 由基線向量大小與視線向量大小及距離差所組成的數值.....	50



## 圖目錄

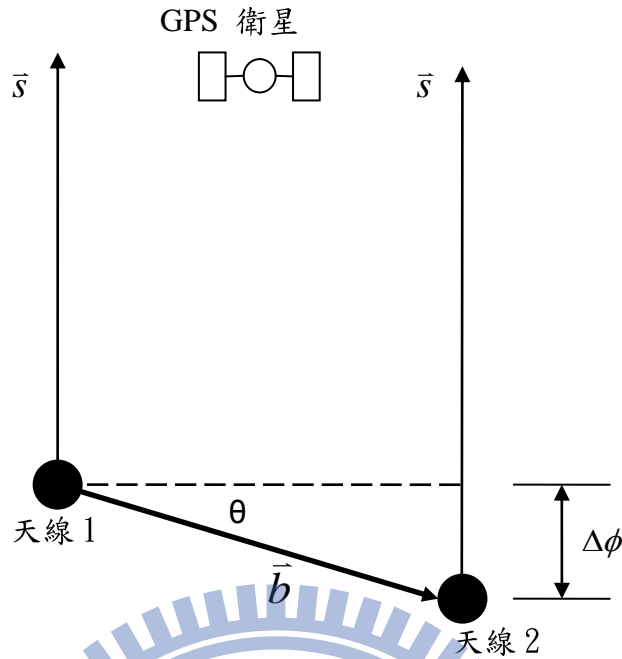
圖(1-1) 基線向量與視線向量及相位差示意圖.....	2
圖(1-2) 量測方波來計算相位差.....	3
圖(1-3) 利用到達時間法計算量測點座標.....	4
圖(1-4) 利用牛頓法迭代求解接收端座標.....	5
圖(1-5) 利用到達時間差法計算發射端與接收端之距離.....	6
圖(1-6) 收訊角度法.....	7
圖(2-1) 附體座標於被感測物上.....	10
圖(2-2) 側滾角示意圖及座標.....	10
圖(2-3) 俯仰角示意圖及座標.....	11
圖(2-4) 航向角示意圖及座標.....	12
圖(3-1) 接收端與發射端在做動時所發生的事件.....	14
圖(3-2) CRICKET 室內定位系統接收超音波訊號處理流程圖.....	14
圖(3-3) CRICKET 室內定位系統之硬體裝置.....	15
圖(3-4) 利用載波相位方法求解相位差並計算角度.....	17
圖(3-5) 過零檢測法.....	18
圖(3-6) 相位差即為基線向量之投影量示意圖.....	22
圖(3-7) 重新推導發射端與接收端向量於室內環境.....	25
圖(4-1) 距離差實驗設備架設示意圖.....	36
圖(4-2) 實驗設備擺設實體圖.....	36
圖(4-3) 接收端 2 移動 80MM 所對應的波形位置.....	38
圖(4-4) 接收端 2 移動 90MM 所對應的波形位置.....	38
圖(4-5) CRICKET 室內定位系統與載波相位方法之精度比較圖.....	41
圖(5-1) 基線向量與視線向量式意圖.....	43
圖(5-2) 演算法實現流程.....	43
圖(5-3) 上圖為超音波訊號到達接收端之時間，左側為發射端 1 所傳播之訊號，右側 為發射端 2 所傳播之訊號。.....	47
圖(5-4) 計算相關分析法的時間範圍.....	49
圖(5-5) 加入誤差量之三軸姿態.....	53
圖(6-1) 室內姿態判定技術實現於 DSP 之架構圖.....	55
圖(6-2) 左側為 DSP(TMS320F2812)，右側為 A/D 多工板.....	56

# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機

近年來，室內定位系統之應用是個非常新穎的研究主題，應用的範圍也非常廣泛，例如：醫院人員及病人監控、財產(儀器)監控、機器人相關應用、居家老人看護、監控家中年幼孩童……等等，在這些應用裡，這些人、財產、機器人、物體精確的位置與姿態是非常重要的；舉例來說，現在臺灣正邁入高齡化社會，也是全世界老的最快的國家，加上臺灣生育率極低，造成老年人口越來越多，年輕人越來越少的情形，其衍生出許多老人照護的問題，所以有必要發展一套室內物體姿態判定系統來即時的監控老人行為，盡可能的提高老人的居家安全。本篇論文著重於基礎的物體姿態判定研究上，發展一套具備室內物體定位與物體三軸姿態判定系統，並利用載波相位方法來提高物體三軸姿態量測精度。本文所採用的Cricket室內定位系統為美國MIT所設計，此套定位系統定位精度高，且購買成本低，如室內環境較大須擴充時，其成本也較低。

如圖(1-1)所示，在GPS應用裡計算物體三軸姿態的做法，其假設衛星與天線之距離為無窮遠，使得衛星與不同天線的路徑可近似為平行，再利用其不同天線所接收到的訊號來計算訊號之間的相位差，並由已知的訊號波長將此相位差轉換為距離差，利用此距離差與已知的基線向量所構成的三角函數關係式來獲得物體單軸姿態。若是要決定三軸的姿態，可利用Wahba所提出的最佳化方法，將上述作法加以擴展，進而計算三軸姿態。然而，將此方法應用於室內環境時，因室內環境的限制，發射端與接收端距離不能太遠，導致發射端與不同接收端所構成的路徑無法近似於平行，所以有必要重新推導發射端與接收端之向量方程式來做修正，以便應用於室內環境進而做物體定位與姿態判定。



圖(1-1) 基線向量與視線向量及相位差示意圖

圖(1-1)所示， $\vec{s}$  為天線至 GPS 衛星所構成之單位向量，其稱為視線相量(line of sight unit vector)； $\vec{b}$  為兩根天線相對位置所構成之向量，其稱為基線向量(baseline vector)； $\Delta\phi$  為兩天線接收訊號相位差； $\theta$  為基線向量所旋轉之角度。

## 1.2 文獻回顧

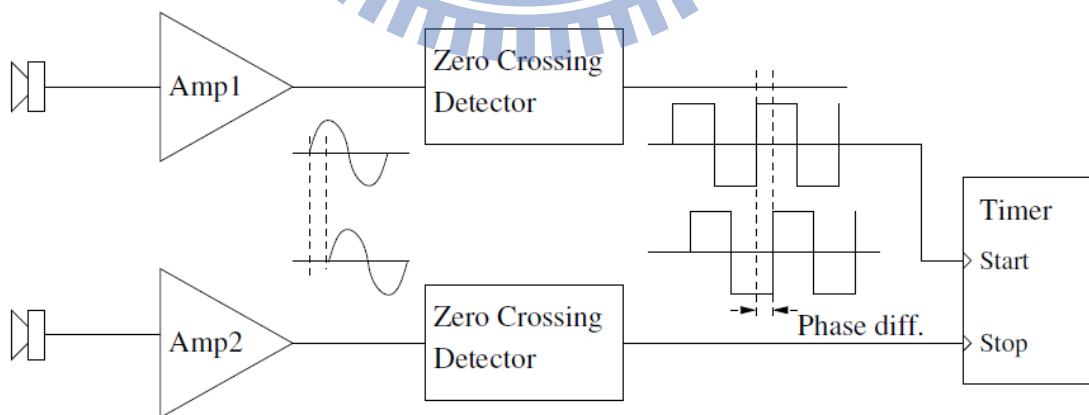
文獻[1]提到，假設直接使用 Cricket 硬體套件所提供之距離資訊來求取發射端與不同接收端之距離差，並利用此距離差與基線向量來計算物體姿態，但此距離差之誤差很大，使得所計算之物體姿態精度較差，文獻[1]中並提出能夠估算更精準的物體姿態是利用載波相位方法[2][3][4][5]來求取不同接收端之訊號相位差，並由已知的訊號波長將相位差轉換為距離差，利用此距離差與基線向量來計算物體姿態，其量測相位差之方式為直接量測在超音波訊號經過比較器(zero-crossing detector)後的方波波形，如圖(1-2)所示，取每個方波訊號過零點之時刻，並利用此時間差來計算相位差，最後將此相位差轉換為更準確的距離差，進而估算姿態，但這個方法實際上有幾個挑戰：1. 如果發射端與接收端距離過遠的話，使得訊號衰減使得振幅過小，在經過比較



器時可能無法觸發計時器，造成無法量測。2. 因 Cricket 室內定位系統的接收端沒有直接可量測方波之輸出端，必須從接收端電路板上利用探針量測，由於電路板上的量測空間非常狹小，使得量測不易。

計算物體三軸角度的方式為找出旋轉矩陣  $R$ ，旋轉矩陣  $R$  為附體座標與參考座標的轉換關係，文獻[2]中提到計算物體三軸姿態方法有：1. 直接計算法[6][7]，2. Wahba 所提出的最佳化方法[8]。文獻[2][9]中，Cohen 將 Wahba 所提出的最佳化方法推廣應用於 GPS 上來求解物體三軸姿態，其基本概念為利用 GPS 衛星發射訊號給兩根天線，並計算兩接收訊號之相位差，再利用三角函數關係式來求取物體單軸角度，因衛星與天線距離足夠遠，所以相位差可表示為基線向量投影至視線向量之投影量，並基於此概念增加足夠的天線與衛星個數來獲得物體三軸姿態。

文獻[12]中提到，計算相位差之方式為：1. 頻譜分析法，2. 過零檢測法，3. 相關分析法[13]；頻譜分析法是將訊號變換至頻域內來進行比較，為了達到一定的精度，其取樣點數不能太少，由此引起計算量很大。過零檢測法為紀錄兩訊號過零的時間點，進而求取時間差來計算相位差，但實際上不易準確的取樣到訊號過零點而造成計算誤差。相關分析法對於取樣後的離散訊號中的直流偏移、雜訊干擾有很強的抑制能力，此方法主要誤差來源為交流訊號頻率的不穩定。



圖(1-2) 量測方波來計算相位差[1]

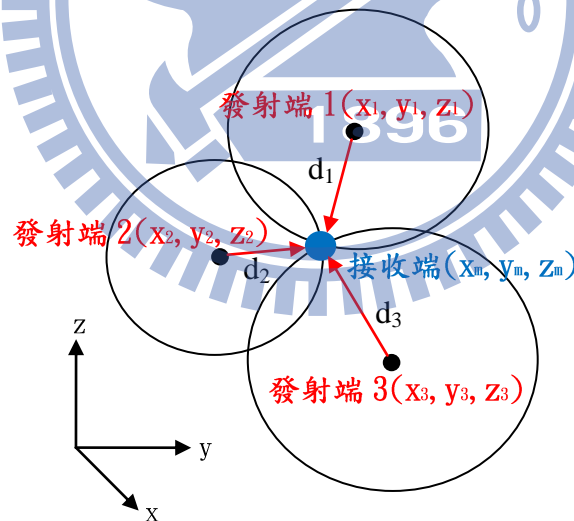
### 1.3 空間定位方法

#### 1. 三角測量法[14]

是利用多個發射端與接收端(放置於待測物體上)之距離來判斷物體位置。依據無線訊號傳播的特性，基本上有數種計算距離與位置的方法，例如：到達時間法(Time of Arrival, TOA)、到達時間差法(Time Difference of Arrival, TDOA)、訊號強度法(Received Signal Strength, RSS)、收訊角度法(Angle of Arrival, AOA)。

※到達時間法(Time of Arrival, TOA)：

由發射端傳播訊號至接收端的訊號傳播時間可知，將訊號傳播時間乘上傳播速度(光速計算)，則可得到兩者間的距離。當接收端收到發射端的無線訊號時，以發射端為圓心，計算出來的距離為半徑畫圓，則接收端將會位於此一圓上。當有三個發射端可以畫出圓時，所交會的交點即是接收端的位置。但因訊號一般是以光速傳播，因速度非常快，所以即使只有些許的時間讀取誤差，也將形成極大的距離誤差。



圖(1-3) 利用到達時間法計算量測點座標

由此方法，可以獲的接收端到三個發射端的距離： $d_1$ ， $d_2$ ， $d_3$ ，假設三個發射端的位置為已知，則可組成三條距離方程式，利用最小平方法構成一最佳化問題，並藉由牛頓法迭代求解接收端三維位置，如下表示：

距離方程式

$$\begin{aligned} d_1^2 &= (x_m - x_1)^2 + (y_m - y_1)^2 + (z_m - z_1)^2 \\ d_2^2 &= (x_m - x_2)^2 + (y_m - y_2)^2 + (z_m - z_2)^2 \\ d_3^2 &= (x_m - x_3)^2 + (y_m - y_3)^2 + (z_m - z_3)^2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

誤差項

$$e(i) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} - d_i, i = 1, 2, 3 \quad (1.2)$$

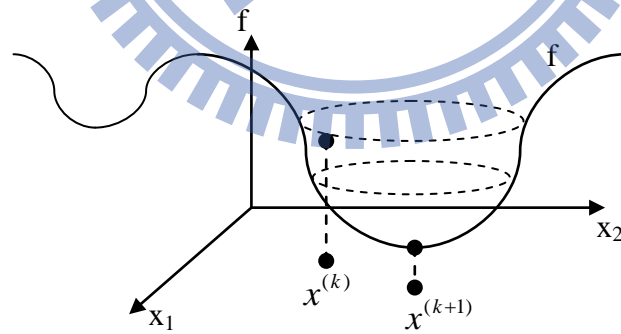
最小平方誤差項

$$f(x^{(k)}) = E_{ss} = \sum_{i=1}^n e(i)^2 \quad (1.3)$$

其中， $x^{(k)}$  為接收端位置。

牛頓法迭代

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - F(x^{(k)})^{-1} \nabla f(x^{(k)}) \quad (1.4)$$



圖(1-4) 利用牛頓法迭代求解接收端座標

※到達時間差法(Time Difference of Arrival, TDOA)：

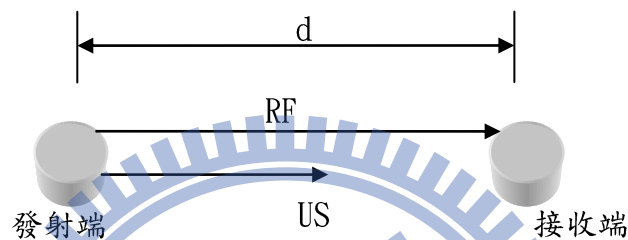
此技術的基本原理是利用兩種不同訊號從發射端同時發射訊號，並利用兩訊號到達接收端的時間差來推算接收端與發射端之距離，通常此兩種訊號的傳播速度相差很大，例如：無線射頻訊號(RF)及超音波訊號，此技術常用於室內定位系統。到達時間差可由

下列式子表示：

$$\delta T = \frac{d}{v_{us}} - \frac{d}{v_{rf}} \quad (1.5)$$

在一般室內環境下，超音波傳播速度為  $344 \text{ m/s}$ ，無線射頻訊號傳播速度為  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，因無線射頻訊號傳播速度遠大於超音波，故發射端與接收端距離可近似為：

$$d = \delta T \cdot v_{us} \quad (1.6)$$



圖(1-5) 利用到達時間差法計算發射端與接收端之距離

當求得發射端與接收端之距離後，參考(1.1)、(1.2)、(1.3)、(1.4)式即可求得接收端三維位置。

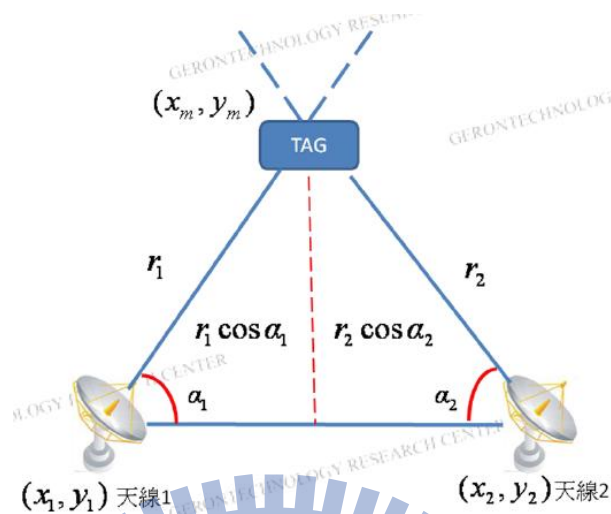
※收訊強度法(Received Signal Strength, RSS)：

事先建構環境的訊號傳播衰減模型，當接收端偵測到訊號後，藉由對應模型與此訊號的強度來決定與訊號發射端的距離，獲得距離資訊並參考(1.1)、(1.2)、(1.3)、(1.4)式即可求得接收端三維位置。

※收訊角度法：

工作原理為使用具有方向性天線(Directional Antenna)或是天線陣列(Antenna Array)的量測點來決定出無線訊號的來源方向。當有兩個量測點接收到訊號發射端的無線訊號時，各朝訊號源的方向畫一直線，則此兩條直線在平面的交點就可以視為是訊號發射端的位置。利用上述方法所產生的定位技術，較常見的有超音波(Ultrasonic)定位

技術、紅外線(Infra-red)定位技術、射頻(Radio Frequency, RF)定位技術及射頻辨識(Radio Frequency Identification, RFID)定位系統等。



圖(1-6) 收訊角度法

## 2. 接近法[15]

是當物件實體上靠近一個已知的位置時，就以該位置當作是該物件的位置。一般的做法如：監控無線存取點、觀察自動識別系統...等。

### ※監控無線存取點：

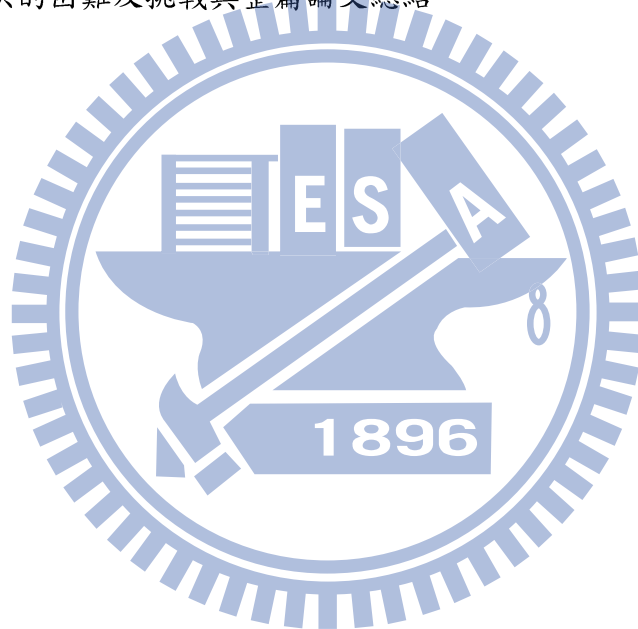
當一個行動式的裝置進入一個或多個無線網路存取點內時，可以推算出該行動裝置的所在區域。

### ※觀察自動識別系統：

透過如信用卡在某一POS(Point of Sales)系統刷卡、電腦登入的紀錄、高速公路電子收費系統、以及RFID辨識系統等的資料蒐集，可以觀察到被監控物件的位置。

## 1.4 論文架構

本篇論文分為六個章節，第一章「緒論」，介紹研究動機，相關論文回顧及簡介常見的空間定位方法與本篇論文架構。第二章「座標系統」，介紹座標系的種類及不同座標系之間的轉換關係和本篇論文所使用的姿態表示法。第三章「室內定位系統與物體姿態判定」，介紹目前較常見的室內定位技術及本文所使用的室內定位系統，了解在室內所使用的姿態量測技術，並基於先前技術的基礎另外發展一套室內物體姿態判定技術。第四章「距離差精度實驗」，架設一簡單實驗步驟來驗證利用載波相位方法來進行物體姿態判定可以得到較佳的精度。第五章「室內物體姿態判定模擬」，利用 Matlab 來模擬室內物體姿態判定技術的所有計算步驟。第六章「結論與未來工作」，介紹在未來實作上必須解決的困難及挑戰與整篇論文總結。



## 第二章 座標系統

### 2.1 座標系

在進行室內物體定位與姿態判定的過程中，除了仰賴感測元件來得到測量值外，我們必須藉由座標系統的描述才能得知被感測物的確切位置與方向，在本章節裡會介紹幾種座標系統與不同座標系之間的轉換方式。

#### 2.1.1 地心座標系 (Earth Centerd Inertial Frame)

地心座標系 (ECI) 是以地心為原點，其三軸是固定的，不會隨著地球旋轉而變動。

其三軸與原點定義如下：

原點：位於地球的質量中心。

X 軸：在春分點時由地心指向太陽之方向。

Z 軸：為地球的自轉軸，由原點指向北極點，即平行於CIO (Conventional International Origin) 之平均北極。

Y 軸：由右手定則  $Z \times X$  來表示。

#### 2.1.2 地心地固座標系 (Earth Centerd Earth Fixed Frame)

也稱為傳統地面座標系 (Conventional Terrestrial Reference System, CTRS)，也是本篇論文將會提到的參考座標，其是以地心為原點，其三軸相對於地球是固定的，因此會隨著地球旋轉。其三軸與原點定義如下：

原點：位於地球的質量中心。

X 軸：通過格林威治之天文子午圈，即經度的零度。

Z 軸：為地球的自轉軸，由原點指向北極點，即平行於CIO (Conventional International Origin) 之平均北極。

Y 軸：由右手定則  $Z \times X$  來表示。

### 2.1.3 附體座標系 (Body Frame)

它是一組正交座標系，其三軸是定義在被感測物或載具上，並對準被感測物的三個方向：前方-右側方-下方，原點位於被感測物的重心位置，其三軸會隨著被感測物移動及旋轉，如下圖所示：

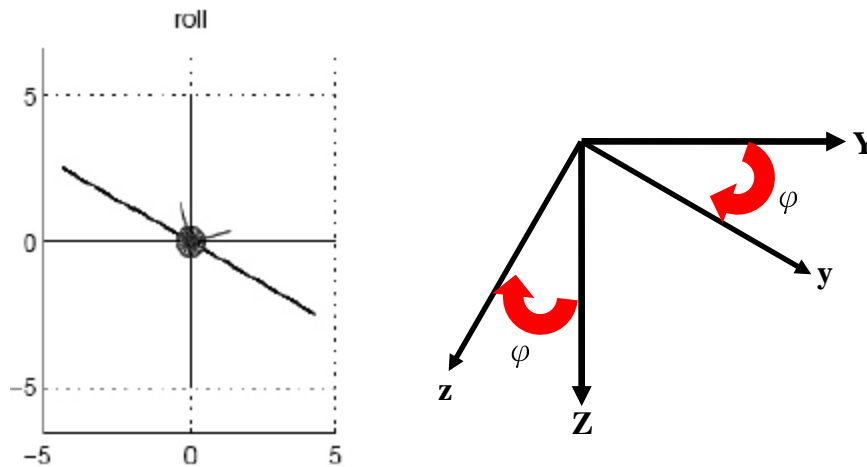


## 2.2 座標轉換

### 2.2.1 側滾角 ( $\varphi$ )

在航空學中側滾角表示為機翼的上/下旋轉，也等效於對附體座標的  $x$  軸來旋轉。

如圖所示：



在旋轉後，於附體座標上的位置 ( $x \ y \ z$ ) 可由 ECI 座標上的位置 ( $X \ Y \ Z$ ) 乘上轉換



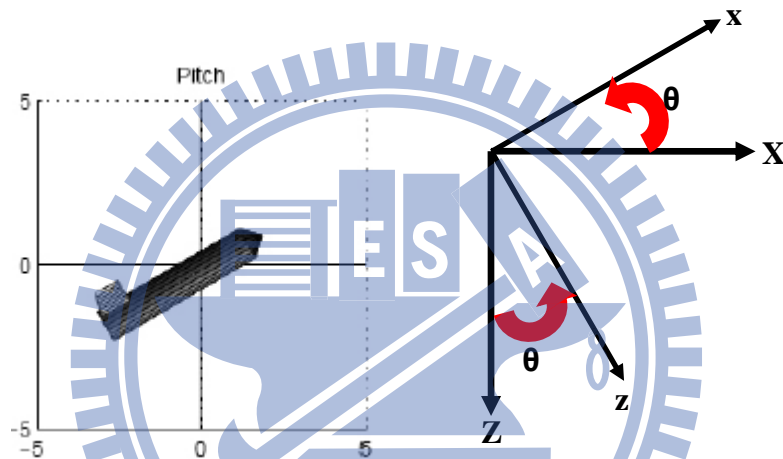
矩陣  $R(x, \phi)$  求得，

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R(x, \phi) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad R(x, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

### 2.2.2 俯仰角 ( $\theta$ )

在航空學中俯仰角表示為機鼻的上/下旋轉，也等效於對附體座標的  $y$  軸來旋轉。

如圖所示：



圖(2-3) 俯仰角示意圖及座標

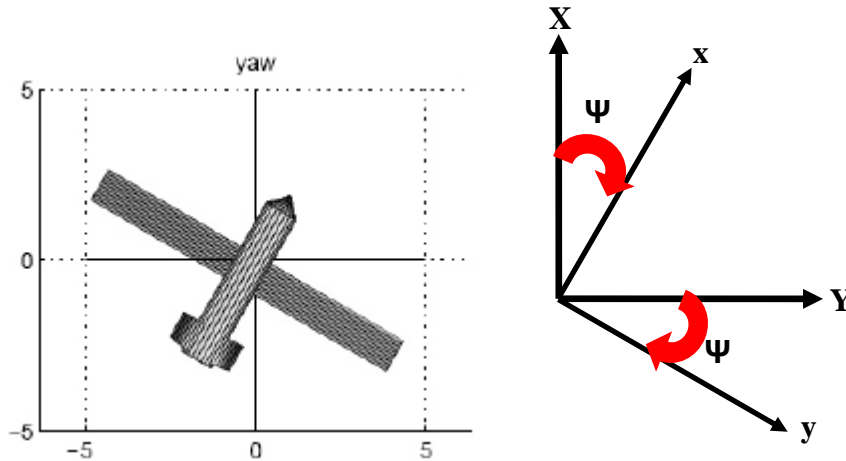
在旋轉後，於附體座標上的位置  $(x \ y \ z)$  可由 ECI 座標上的位置  $(X \ Y \ Z)$  乘上轉換矩陣  $R(y, \theta)$ ，

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R(x, \theta) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad R(x, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

### 2.2.3 航向角 ( $\Psi$ )

在航空學中航向角表示為機鼻的左/右旋轉，也等效於對附體座標的  $z$  軸來旋轉。

如圖表示：



圖(2-4) 航向角示意圖及座標

在旋轉後，於附體座標上的位置  $(x \ y \ z)$  可由 ECI 座標上的位置  $(X \ Y \ Z)$  乘上轉換矩陣  $R(z, \Psi)$ ，

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R(x, \psi) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad R(x, \psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

## 2.3 姿態表示法

### 2.3.1 尤拉角法

尤拉角是用來描述物體在三維空間裡的姿態。相對於一個參考座標系，欲描述一個物體在三維空間裡的姿態，可由參考座標系連續做三個尤拉角的旋轉來決定；換句話說，參考座標系連續做三個尤拉角的旋轉，便可描述附體座標系。尤拉角的旋轉的限制為不能連續對相同的尤拉角做旋轉，例如旋轉順序為  $x$ - $x$ - $y$ 、 $x$ - $y$ - $y$ ...等，故尤拉角的旋轉順序一共有 12 種，本篇論文採用的尤拉角旋轉順序為  $x$ - $y$ - $z$ ，為將 ECI 座標系依序旋轉側滾角 (Roll)、俯仰角 (Pitch) 及航向角 (Yaw) 便可得到附體座標系，ECI 座標系與附體座標系之轉換關係可由(2.4)式來表示：

$$\begin{aligned}
R_{ECI}^b &= R(x, \phi)R(y, \theta)R(z, \psi) \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\psi) & \cos(\theta)\sin(\psi) & -\sin(\theta) \\ \sin(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) - \cos(\phi)\sin(\psi) & \sin(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) + \cos(\phi)\cos(\psi) & \sin(\phi)\cos(\theta) \\ \cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi) & \cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} &= R_{ECI}^b \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \tag{2.4}
\end{aligned}$$

$R_{ECI}^b$  表示為 ECI 座標轉換為附體座標之轉換矩陣。

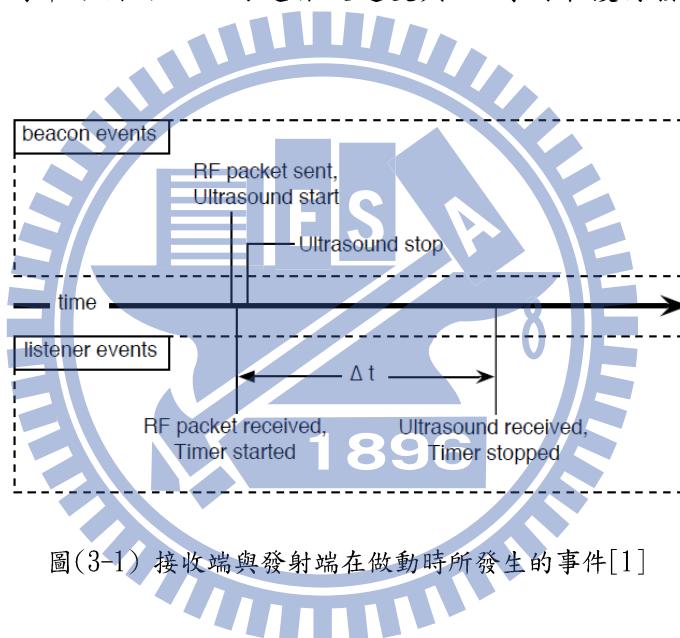


### 第三章 室內定位系統與物體姿態判定

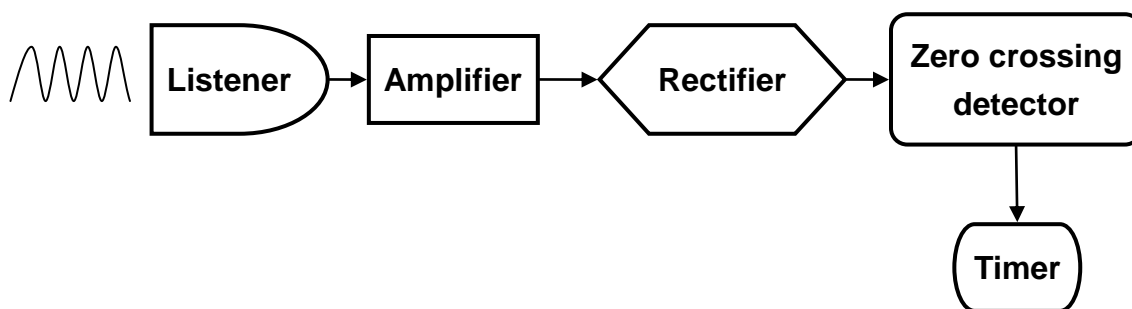
#### 3.1 Cricket 室內定位系統

##### 3.1.1 距離計算

Cricket 室內定位系統所使用的距離量測方法為到達時間差法(TDOA)，如圖(3-1)所示，發射端同時發射 RF 封包與超音波訊號，在接收端接收到 RF 封包的同時，計時器會啟動並開始計時，接著超音波訊號結束發射，超音波訊號發射的時間間隔為 250  $\mu$ s，當計時器啟動後經過  $\Delta t$  時間之後，接收端便會接收到超音波訊號，同時計時器關閉停止計時，我們即可利用已知的超音波速度與  $\Delta t$  時間來獲得發射端與接收端的直線距離。



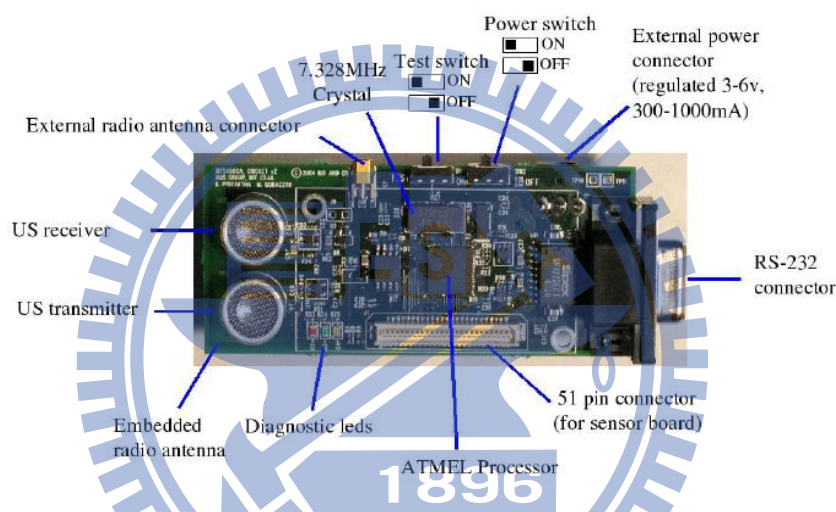
圖(3-1) 接收端與發射端在做動時所發生的事件[1]



圖(3-2) Cricket 室內定位系統接收超音波訊號處理流程圖

如圖(3-2)所示，在接收端接收到超音波訊號時會經過一連串的訊號處理流程，首

先，超音波訊號會先由壓電材料之接收端(Listener)所接收，接著超音波訊號會經過電壓放大器(Amplifier)，將訊號放大倍數為 70~78dB，在放大後之超音波訊號會經過整流器(Rectifier)，使得超音波訊號由交流訊號轉變為直流訊號，其目的在於方便下一個階段之比較器來做電壓值比較，在決定超音波訊號是否被接收進而做處理的關鍵點就在比較器(zero crossing detector)，超音波訊號經過放大、整流後，其直流電壓訊號必須大於 65mV(threshold)才會關閉最後一個階段計時器(Timer)，並開始計算超音波訊號傳播至接收端的時間，進而計算發射端與接收端之距離。



圖(3-3) Cricket 室內定位系統之硬體裝置[1]

### 3.1.2 座標計算

Cricket 室內定位系統提供發射端與接收端的距離資訊，如欲計算接收端的三維位置，必須另外撰寫定位演算法來獲得接收端三維位置。在獲得接收端與發射端的距離後，要決定一個接收端在三維空間裡的位置，至少需要三個發射端來做定位，如此一來會得到三組距離資訊，參考(1.1)、(1.2)、(1.3)、(1.4)式即可求得物體三軸姿態。

### 3.1.3 角度計算

本篇論文所使用計算角度的基本概念為利用載波相位方法求解不同接收端間的訊

號相位差，並由已知的訊號波長將相位差轉換為距離差，利用此距離差與已知的基線向量，藉由三角函數關係來求得物體單軸角度，相位差為將兩訊號進行一次相減的動作所得到的相位資訊，在求解相位差之前，先建構一訊號從發射端至接收端的形式 [3][4][5]：

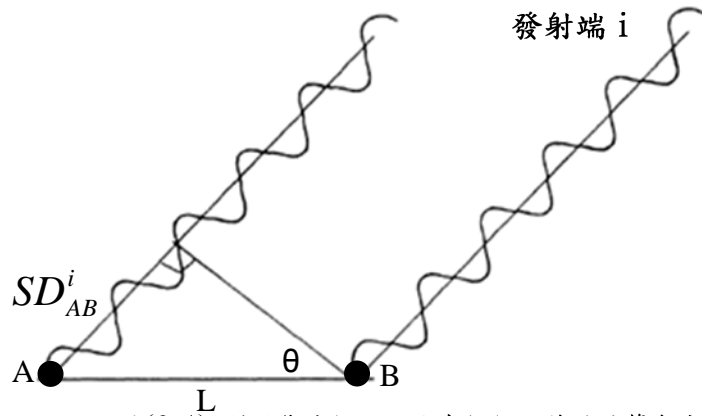
$$\begin{aligned}\rho_A^i(t) &= (\phi^i(t) - \phi_A(t)) \cdot \lambda + N_A^i \cdot \lambda + S_A^i + \beta^i + \beta_A \\ &= \Delta\phi_A^i \cdot \lambda + N_A^i \cdot \lambda + S_A^i + \beta^i + \beta_A\end{aligned}\quad (3.1)$$

在(3.1)式中， $\rho_A^i(t)$  為發射端 i 與接收端 A 的真實距離， $\phi^i$  為訊號在發射端 i 所得到的相位， $\phi_A$  為訊號在接收端 A 所量測到的相位， $N_A^i$  為發射端 i 到接收端 A 路徑中未知的訊號整數波， $S_A^i$  為訊號在發射端 i 傳播至接收端 A 路徑中所得到的雜訊， $\beta$  為在發射端或接收端時鐘的不準確性所造成的距離誤差。

我們給定兩個接收端 A 及 B 分別接收到來自於發射端 i 的訊號，而這兩訊號做相減的動作，可用下式來表示：

$$SD_{AB}^i = \Delta\phi_{AB}^i \cdot \lambda + N_{AB}^i \cdot \lambda + S_{AB}^i + \beta_{AB}\quad (3.2)$$

在(3.2)式中， $\phi$  為兩訊號相位差(非整數波)，N 為兩訊號相減後的整數波部分，S 為發射端傳送訊號至接收端路徑中所產生之雜訊， $\beta_{AB}$  為兩接收端的時鐘誤差。由(3.2)式中我們可以看出，在發射端上的時鐘誤差項已被消除。



圖(3-4) 利用載波相位方法求解相位差並計算角度

由圖(3-4)可知，利用已知的訊號波長將 $SD_{AB}^i$ 轉換為長度單位及已知的基線長度 $L$ ，便可藉由簡單的三角函數運算得到單軸的旋轉角度：

$$SD_{AB}^i = L \cdot \sin(\theta)$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{SD_{AB}^i}{L}\right)$$

(3.3)

### 3.1.4 誤差來源

#### (一) 環境因素

Cricket 室內定位系統是基於聲速來估算發射端與接收端之距離，在室內環境之溫度、溼度、大氣壓皆會影響聲速的變化。

#### (二) 多路徑效應

室內環境由於存在許多障礙物，如：牆壁、室內擺設物…等等，當接收端(放置於待測物上)附近的物體反射發射端所發射的無線訊號時，如果此反射訊號也傳送至接收端，將使接收端認為所接收到的訊號是從反射物的位置傳過來，造成接收端誤判或混淆。

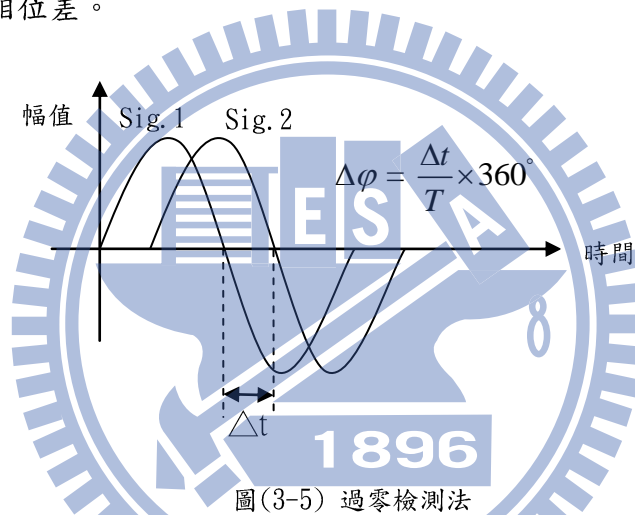
### (三) 計時量化

Cricket 室內定位系統是基於到達時間差法來估算發射端與接收端之距離，首先會有一參考訊號來開啟接收端計時器，如：RF，但接收端在接收到 RF 時會存在一時間誤差，因 RF 會先被解調、解碼後才會開啟計時器，此一時間誤差約為  $52\mu\text{s}$ 。

## 3.2 計算相位差之演算法

### 3.2.1 過零檢測法

過零檢測量測相位是通過判斷兩個同頻訊號過零的時刻，計算其時間差，然後將其轉換為對應之相位差。



如圖(3-5)所示， $\Delta t$  是兩個被檢測訊號過零點的時間差， $T$  為訊號週期，訊號 1 及訊號 2 為連續時間訊號，經過電腦取樣後將被離散化， $\Delta t$  則為兩訊號過零時間點之時間差，若假定訊號 1 的過零點對應離散數據的第  $i$  個元素，訊號 2 的過零點對應離散數據的第  $j$  個元素，則相位差關係式如下：

$$\Delta\phi = (j-i) \times \frac{t}{T} \times 360^\circ \quad (3.4)$$

其中  $t$  為取樣間隔。



演算法實現步驟[12]：

- (1) 紀錄兩訊號的離散數據。
- (2) 尋找數據中正、負值變換點。
- (3) 根據正、負值點計算過零時間點，同時計算週期。
- (4) 根據兩個過零時間點計算時間差，並轉換為相位差。

### 3.2.2 相關分析法

假設有兩組變數，一組變數有  $m$  個變數，另一組變數有  $n$  個變數，研究此兩組變數的線性相關性即為相關分析法，在此篇論文中，利用兩相同頻率之弦波訊號在經過取樣後所得到的兩組離散數據，此兩組離散數據即為前述的兩組變數，並探討此兩組數據的線性相關程度，其值為  $0\sim 180$  度，若值為  $0$  度則稱為完全相關，若值為  $180$  度則稱為不相關，利用此線性相關特性來計算相位差。

演算法實現步驟[12]：

- (1) 對連續訊號  $x(t)$ 、 $y(t)$  進行採樣，A/D 轉換後，變為離散時間序列  $x(n)$ 、 $y(n)$ 。
- (2) 計算自相關函數 (variance) 與互相關函數 (covariance)

$$R_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n)$$

$$R_y = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y^2(n)$$

$$R_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n)$$

(3.5)

- (3) 計算相位差

$$\phi = \cos^{-1} \frac{R_{xy}}{\sqrt{R_x R_y}} \quad (3.6)$$

相關分析法對於取樣轉換後的離散訊號中的直流偏移、雜訊干擾等具有很強的抑制能力，該方法的測量誤差主要來源於交流訊號的頻率不穩定。此二種計算相位差的方式在文獻[4]中也有相關的精度實驗，結果顯示相關分析法能夠得到較佳的相位差精度，這也是本篇論文採用相關分析法來計算相位差之原因。

### 3.3 物體姿態判定

#### 3.3.1 最佳化法

##### (一) Wahba's problem：向量觀測法

此技術最先應用在火箭飛行器的姿態判定應用上。Wahba[8]便定義這個求解物體姿態的問題即是找出最佳化旋轉矩陣  $R$ ，將最小平方損失函數最小化來求解旋轉矩陣  $R$ ，如下所示：

$$\begin{aligned} J(R) &= \sum_{i=1}^n w_i \|b_i - Ru_i\|^2 \\ &= w_i \|b_i - Ru_i\|_F^2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

在(3.7)式中， $b_i$  表示為附體座標上之單位向量， $u_i$  表示為參考座標上之單位向量， $w_i$  為一權重因子。

將(3.7)式整理之後得到

$$J(R) = \text{tr}(B^T B) + \text{tr}(U^T U) - 2\text{tr}(RA^T) \quad (3.8)$$

其中

$$\begin{aligned}
 A &= BU^T \\
 B &= (\sqrt{w_1}b_1, \sqrt{w_2}b_2, \dots, \sqrt{w_n}b_n) \\
 U &= (\sqrt{w_1}u_1, \sqrt{w_2}u_2, \dots, \sqrt{w_n}u_n)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

將(3.8)式的最後一項最大化就等於(3.8)式的最小化

$$\hat{J}(R) = 2tr(RA^T) \rightarrow \max. \tag{3.10}$$

將(3.10)式的 A 矩陣做 SVD 並對照旋轉矩陣 R 即可得到物體三軸姿態，其詳細推導過程可參考文獻[6]。

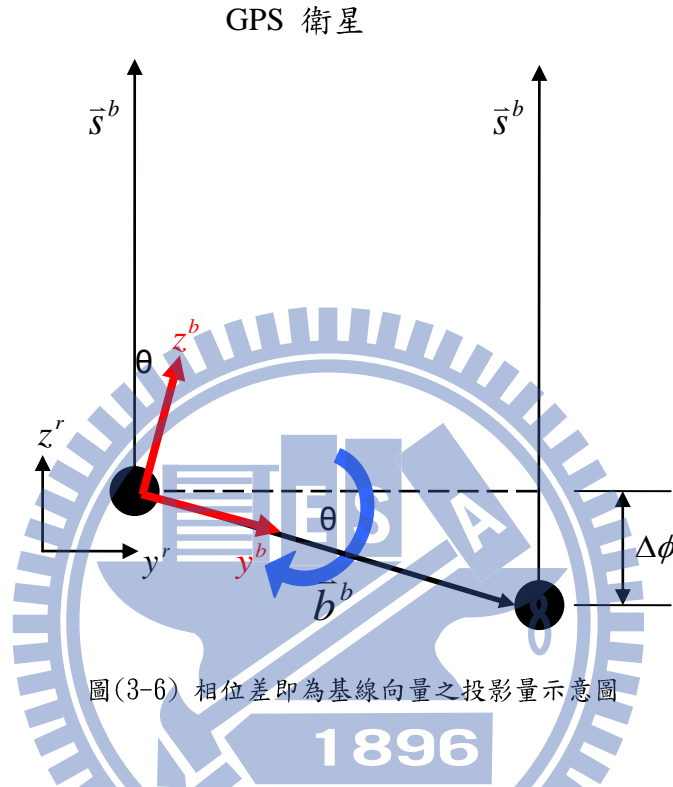
$$\begin{aligned}
 A_{opt} &= R(x, \phi)R(y, \theta)R(z, \psi) \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\psi) & \cos(\theta)\sin(\psi) & -\sin(\theta) \\ \sin(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) - \cos(\phi)\sin(\psi) & \sin(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) + \cos(\phi)\cos(\psi) & \sin(\phi)\cos(\theta) \\ \cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi) & \cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \\
 \Rightarrow \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{A_{opt}(2,3)}{A_{opt}(3,3)}\right), \quad \theta = \sin^{-1}(-A_{opt}(1,3)), \quad \psi = \tan^{-1}\left(\frac{A_{opt}(1,2)}{A_{opt}(1,1)}\right)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

(3.11)式中， $A_{opt}$  為最佳旋轉矩陣。

## (二) 平行 Wahba's problem：向量觀測法

GPS 物體姿態判定的應用裡，假設訊號從衛星傳播至不同天線的路徑近似為平行，故相位差所對應的距離差可以表示為基線向量投影至視線向量之投影量，從 3.2.3 節

角度計算中，對照此章節之平行 Wahba's problem 可發現，其計算角度方法的基本概念為相同的，不同點只在於 3.2.3 節角度計算是以純量來表示，此章節之平行 Wahba's problem 是以向量來表示<sup>[3]</sup>。



圖(3-6) 相位差即為基線向量之投影量示意圖

圖(3-6)所示， $\bar{s}^r$  為參考座標上之視線相量， $\bar{s}^b$  為附體座標上之視線相量； $\bar{b}^b$  為附體座標上之基線向量； $\Delta\phi$  為兩天線接收訊號相位差； $\theta$  為基線向量所旋轉之角度。

由圖(3-6)可知，基線向量順時針旋轉  $\theta$  角後，視線向量在附體座標上可表示為

$$\bar{s}^b = R\bar{s}^r \quad (3.12)$$

相位差可表示為基線向量在視線向量上之投影量

$$\Delta\phi = \frac{\bar{b}^b \cdot \bar{s}^b}{\|\bar{s}^b\|} = \bar{b}^b \cdot R\bar{s}^r \quad (3.13)$$

可得到一損失函數如下表示

$$J(R) = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q w_{mn} (\Delta\phi_{mn} - b_m R s_n)^2 \quad (3.14)$$

在(3.14)式中， $p$  為基線向量個數， $q$  為發射端個數。

將損失函數進一步表示為

$$J(R) = \left\| W_B^{1/2} (\Delta\phi - B^T R S) W_S^{1/2} \right\|_F^2$$

$$\Delta\phi = \begin{bmatrix} \Delta\phi_{11} & \cdots & \Delta\phi_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta\phi_{p1} & \cdots & \Delta\phi_{pq} \end{bmatrix}_{p \times q}$$

$$S = \begin{bmatrix} \hat{s}_1 & \hat{s}_2 & \cdots & \hat{s}_q \end{bmatrix}_{3 \times q}$$

$$B = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 & \hat{b}_2 & \cdots & \hat{b}_p \end{bmatrix}_{3 \times p}$$
(3.15)

將(3.15)式展開可得到

$$J(R) = \text{tr}(W_S^{1/2} \Delta\phi^T W_B \Delta\phi W_S^{1/2}) + \text{tr}(W_S^{1/2} S^T R^T B W_B B^T R S W_S^{1/2}) - 2\text{tr}(W_S^{1/2} \Delta\phi^T W_B B^T R S W_S^{1/2}) \quad (3.16)$$

由 Wahba's problem 裡得知，我們必須將損失函數  $J(R)$  最小化，也就是說將第(3.16)式的最後一項最大化

$$\hat{J}(R) = \text{tr}(W_S^{1/2} \Delta\phi^T W_B B^T R S W_S^{1/2}) \rightarrow \max.$$

$$\Rightarrow \hat{J}(R) = \text{tr}(R S W_S \Delta\phi^T W_B B^T) = \text{tr}(R A^T)$$

$$\Rightarrow A = B W_B \Delta\phi W_S S^T \quad (3.17)$$

(3.17)式中， $B$  為旋轉後之基線向量， $S$  為視線向量， $\Delta\phi$  表示為兩訊號之相位差。

$$A_{opt} = U \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} V$$

$$d = \det(U)\det(V) \quad (3.18)$$

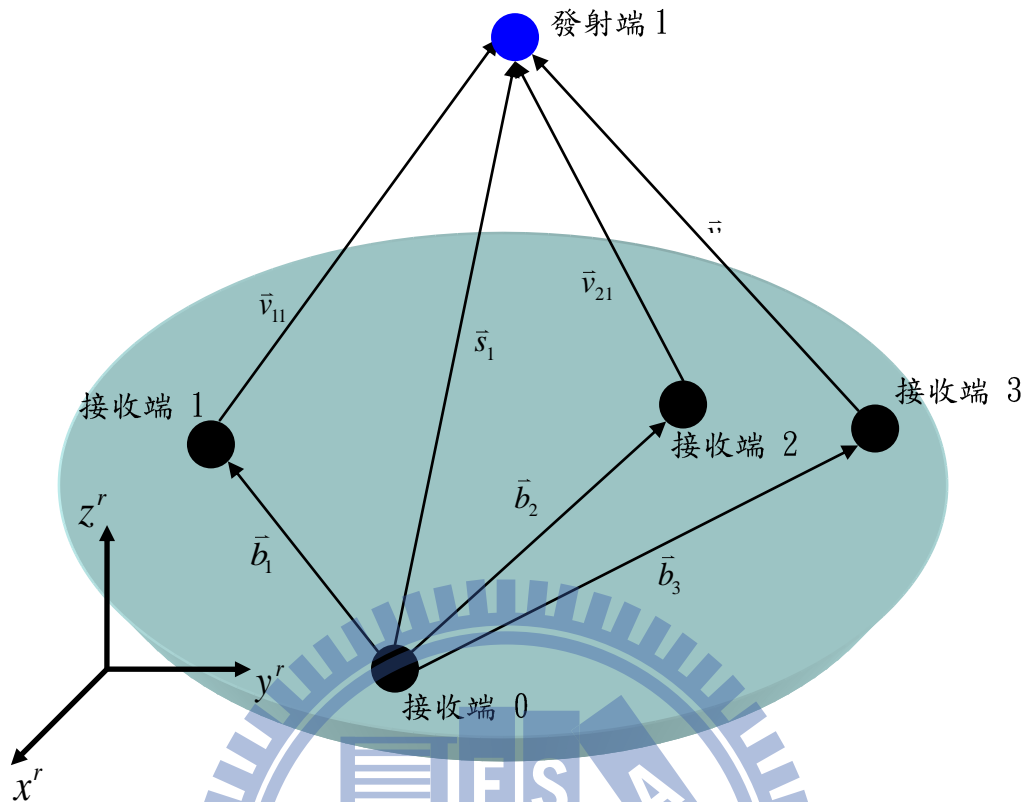
將(3.17)式的矩陣  $A$  做 SVD 即可得到最佳化旋轉矩陣，參考(3.11)式將最佳化旋轉矩陣  $A_{opt}$  對照旋轉矩陣  $R$  即可得到物體三軸旋轉角度。

### 3.4 室內物體姿態判定技術

#### 3.4.1 計算角度推導

在平行 Wahba's problem 應用裡得知，因 GPS 衛星與天線的距離可視為無窮遠，故衛星訊號傳播至天線的路徑可近似為平行，使得相位差可表示為基線向量投影至視線向量之投影量，而在室內定位系統應用裡，因室內環境的限制，發射端與接收端的距離不能太遠，此篇論文便基於 Wahba's problem 重新推導發射端與接收端的向量方程式，用以克服室內環境的限制。

如圖(3-7)所示，擺設四個非共面的接收端在平台上與一個發射端於平台上方， $\bar{s}$  為視線向量， $\bar{b}$  為基線向量，如此可得到三條基線向量與一條視線向量，利用三角關係式推導如下：



圖(3-7) 重新推導發射端與接收端向量於室內環境

平台旋轉前

$$\|\bar{v}_{mn}\|^2 = \|\bar{s}_n\|^2 + \|\bar{b}_m\|^2 - 2(\bar{s}_n \cdot \bar{b}_m) \quad (3.19)$$

平台旋轉後

$$\|\hat{v}_{mn}\|^2 = \|\hat{s}_n\|^2 + \|R\bar{b}_m\|^2 - 2(\hat{s}_n \cdot R\bar{b}_m) \quad (3.20)$$

距離差

$$\begin{aligned} \|\hat{v}_{mn}\| - \|\hat{s}_n\| &= \hat{d}_{nm} \\ \Rightarrow \|\hat{v}_{mn}\|^2 &= \|\hat{s}_n\|^2 + 2\|\hat{s}_n\|\hat{d}_{nm} + \hat{d}_{nm}^2 \end{aligned}$$

(3.21)

將(3.21)式代入(3.20)式可得到

$$\begin{aligned} \|\hat{s}_n\|^2 + 2\|\hat{s}_n\|\hat{d}_{nm} + \hat{d}_{nm}^2 &= \|\hat{s}_n\|^2 + \|R\bar{b}_m\|^2 - 2(\hat{s}_n \cdot R\bar{b}_m) \\ \Rightarrow \hat{s}_n \cdot R\bar{b}_m &= \frac{1}{2}(\|R\bar{b}_m\|^2 - 2\|\hat{s}_n\|\hat{d}_{nm} - \hat{d}_{nm}^2) \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\text{令 } \frac{1}{2}(\|R\bar{b}_m\|^2 - 2\|\hat{s}_n\|\hat{d}_{nm} - \hat{d}_{nm}^2) = \Delta\phi_{nm} \quad (3.23)$$

將(3.22)、(3.23)式藉由最小平方法表示為損失函數

$$J(R) = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q (\Delta\phi_{nm} - \hat{s}_n \cdot R\bar{b}_m)^2 \quad (3.24)$$

在(3.24)式中

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \begin{bmatrix} \Delta\phi_{11} & \cdots & \Delta\phi_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta\phi_{q1} & \cdots & \Delta\phi_{qp} \end{bmatrix}_{q \times p} \\ S &= [\hat{s}_1 \quad \hat{s}_2 \quad \cdots \hat{s}_q]_{3 \times q} \\ B &= [\hat{b}_1 \quad \hat{b}_2 \quad \cdots \hat{b}_p]_{3 \times p} \end{aligned} \quad (3.25)$$

藉由 Forbenius norm 可將(3.24)式整理為

$$\begin{aligned} J(R) &= \|\Delta\phi - S^T R B\|_F^2 \\ \Rightarrow J(R) &= \text{tr}(\Delta\phi^T \Delta\phi) + \text{tr}((S^T R B)^T (S^T R B)) - \text{tr}(\Delta\phi^T S^T R B) \end{aligned} \quad (3.26)$$

損失函數最佳化



$$\begin{aligned}
\hat{J}(R) &= \text{tr}(\Delta\phi^T S^T R B) \Rightarrow \max. \\
\Rightarrow \hat{J}(R) &= \text{tr}(R B \Delta\phi^T S^T) = \text{tr}(R A^T) \\
\Rightarrow A &= S \Delta\phi B^T
\end{aligned} \tag{3.27}$$

(3.27)式中，S為旋轉後之視線向量，B為旋轉前之基線向量， $\Delta\phi$ 為基線向量大小、視線向量大小及距離差所組成。

矩陣A代入SVD即可求得最佳旋轉矩陣

$$\begin{aligned}
A_{opt} &= U \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} V \\
d &= \det(U) \det(V)
\end{aligned} \tag{3.28}$$

最後參考(3.11)式將最佳化旋轉矩陣 $A_{opt}$ 對照旋轉矩陣R即可得到物體三軸旋轉角度。

### 3.4.2 Case1：兩個發射端與四個接收端

由matlab計算結果得知，在使用兩個發射端(q=2)及四個接收端(p=3)時可以正確計算平台旋轉角度。

參數設定=>

$$\text{基線向量：} \vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\text{視線向量：} \vec{s}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}, \vec{s}_2 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}$$

旋轉角度： $\Phi = 30^\circ$  (roll) ，  $\theta = -40^\circ$  (pitch) ，  $\Psi = -50^\circ$  (yaw)

計算過程=>

1. 將距離差代入(3.22)式求得  $\Delta\phi_{nm}$  ，  $m=1,2,3$   $n=1,2$

第一顆 Beacon

$$\hat{s}_1 \cdot R\bar{b}_1 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_1\|^2 - 2\|\hat{s}_1\| \hat{d}_{11} - \hat{d}_{11}^2 \right) = -222.2529$$

$$\hat{s}_1 \cdot R\bar{b}_2 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_2\|^2 - 2\|\hat{s}_1\| \hat{d}_{12} - \hat{d}_{12}^2 \right) = 31.5121$$

$$\hat{s}_1 \cdot R\bar{b}_3 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_3\|^2 - 2\|\hat{s}_1\| \hat{d}_{13} - \hat{d}_{13}^2 \right) = 199.0242$$

第二顆 Beacon

$$\hat{s}_2 \cdot R\bar{b}_1 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_1\|^2 - 2\|\hat{s}_2\| \hat{d}_{21} - \hat{d}_{21}^2 \right) = -173.0125$$

$$\hat{s}_2 \cdot R\bar{b}_2 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_2\|^2 - 2\|\hat{s}_2\| \hat{d}_{22} - \hat{d}_{22}^2 \right) = -27.1703$$

$$\hat{s}_2 \cdot R\bar{b}_3 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_3\|^2 - 2\|\hat{s}_2\| \hat{d}_{23} - \hat{d}_{23}^2 \right) = 263.3029$$

可得到一 2X3 距離差矩陣

$$\Delta\phi = \begin{bmatrix} -222.2529 & 31.5121 & 199.0242 \\ -173.0125 & -27.1703 & 263.3029 \end{bmatrix}$$

2. 利用基線向量、視線向量、距離差來獲得矩陣 A

$$A = S\Delta\phi B^T$$

$$= 1 \cdot 10^5 \begin{bmatrix} -0.1730 & -0.0272 & 0.2633 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1.1858 & 0.0130 & 1.3870 \end{bmatrix}$$

3. 將矩陣 A 做 SVD

$$U = \begin{bmatrix} -0.1688 & 0.9856 & 0 \\ 0 & 0 & -1.0000 \\ -0.9856 & -0.1688 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S = 1 \cdot 10^5 \begin{bmatrix} 1.8514 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0486 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.6471 & 0.6104 & -0.4568 \\ -0.0045 & -0.5961 & -0.8029 \\ -0.7624 & 0.5216 & -0.3830 \end{bmatrix}$$

$$A_{opt} = U \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} U^T, d = \det(U) \det(V)$$

$$A_{opt} = \begin{bmatrix} 0.4924 & -0.5868 & 0.6428 \\ 0.4568 & 0.8029 & 0.3830 \\ -0.7408 & 0.1050 & 0.6634 \end{bmatrix}$$

4. 參考(3.11)式將最佳化旋轉矩陣  $A_{opt}$  對照旋轉矩陣 R 即可得到物體三軸姿態。

$$\phi = 30^\circ, \theta = -40^\circ, \psi = -50^\circ$$

由此可知計算結果與參數設定值相等。

3.4.3 Case2：一個發射端與四個接收端

由 matlab 計算結果得知，在僅使用一顆發射端 (q=1) 及四個接收端 (p=3) 時，此方法會失效。

參數設定=>

$$\text{基線向量：}\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\text{視線向量：}\vec{s}_1 = \begin{bmatrix} 30 \\ 30 \\ 30 \end{bmatrix}$$

旋轉角度： $\Phi = 30^\circ$  (roll) ， $\theta = 0^\circ$  (pitch) ， $\Psi = 0^\circ$  (yaw)

計算過程=>

1. 將距離差代入(3.22)式求得 $\Delta\phi_{nm}$ ， $m=1,2,3$   $n=1$

第一顆 Beacon

$$\hat{s}_1 \cdot R\vec{b}_1 = \frac{1}{2} \left( \|R\vec{b}_1\|^2 - 2\|\hat{s}_1\| \hat{d}_{11} - \hat{d}_{11}^2 \right) = 300.0000$$

$$\hat{s}_1 \cdot R\vec{b}_2 = \frac{1}{2} \left( \|R\vec{b}_2\|^2 - 2\|\hat{s}_1\| \hat{d}_{12} - \hat{d}_{12}^2 \right) = 109.8076$$

$$\hat{s}_1 \cdot R\vec{b}_3 = \frac{1}{2} \left( \|R\vec{b}_3\|^2 - 2\|\hat{s}_1\| \hat{d}_{13} - \hat{d}_{13}^2 \right) = 409.8076$$

可得到一 3X1 距離差矩陣

$$\Delta\phi = [300.0000 \quad 109.8076 \quad 409.8076]$$

2. 利用基線向量、視線向量、距離差來獲得矩陣 A

$$\begin{aligned} A &= S\Delta\phi B^T \\ &= 1 \cdot 10^5 \begin{bmatrix} 0.9000 & 0.3294 & 1.2294 \\ 0.9000 & 0.3294 & 1.2294 \\ 0.9000 & 0.3294 & 1.2294 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3. 將矩陣 A 做 SVD

$$U = \begin{bmatrix} -0.5774 & -0.5774 & -0.5774 \\ -0.5774 & 0.7887 & -0.2113 \\ -0.5774 & -0.2113 & 0.7887 \end{bmatrix}$$

$$S = 1 \cdot 10^5 \begin{bmatrix} 2.7000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} -0.5774 & 0.8165 & 0 \\ -0.2113 & -0.1494 & -0.9659 \\ -0.7887 & -0.5577 & 0.2588 \end{bmatrix}$$

$$A_{opt} = U \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} V^T, \quad d = \det(U) \det(V)$$

$$A_{opt} = \begin{bmatrix} -0.1381 & 0.3494 & 0.9267 \\ 0.9773 & -0.2000 & 0.0702 \\ 0.1608 & 0.9154 & 0.3691 \end{bmatrix}$$

4. 參考(3.11)式將最佳化旋轉矩陣  $A_{opt}$  對照旋轉矩陣 R 即可得到物體三軸姿態。

$$\phi = 10.7710^\circ, \quad \theta = -67.9332^\circ, \quad \psi = 68.4375^\circ$$

由此可知計算結果與參數設定值不相等。

#### 3.4.4 Case3：兩個發射端與三個接收端

由 matlab 計算結果得知，在使用兩個發射端 ( $q=2$ ) 與三個接收端 ( $p=2$ ) 時，此方法會失效。

參數設定=>

$$\text{基線向量： } \vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{視線向量： } \bar{s}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}, \bar{s}_2 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}$$

旋轉角度： $\Phi = -30^\circ$  (roll) ，  $\theta = -40^\circ$  (pitch) ，  $\Psi = -50^\circ$  (yaw)

計算過程=>

1. 將距離差代入(3.22)式求得  $\Delta\phi_{nm}$  ，  $m=1,2$   $n=1,2$

第一類 Beacon

$$\hat{s}_1 \cdot R\bar{b}_1 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_1\|^2 - 2\|\hat{s}_1\| \hat{d}_{11} - \hat{d}_{11}^2 \right) = 7.5604$$

$$\hat{s}_1 \cdot R\bar{b}_2 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_2\|^2 - 2\|\hat{s}_1\| \hat{d}_{12} - \hat{d}_{12}^2 \right) = 224.3484$$

第二類 Beacon

$$\hat{s}_2 \cdot R\bar{b}_1 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_1\|^2 - 2\|\hat{s}_2\| \hat{d}_{21} - \hat{d}_{21}^2 \right) = 56.8008$$

$$\hat{s}_2 \cdot R\bar{b}_2 = \frac{1}{2} \left( \|R\bar{b}_2\|^2 - 2\|\hat{s}_2\| \hat{d}_{22} - \hat{d}_{22}^2 \right) = 165.6660$$

可得到一 2X2 距離差矩陣

$$\Delta\phi = \begin{bmatrix} 7.5604 & 224.3484 \\ 56.8008 & 165.6660 \end{bmatrix}$$

2. 利用基線向量、視線向量、距離差來獲得矩陣 A

$$A = S\Delta\phi B^T$$

$$= 1 \cdot 10^5 \begin{bmatrix} 0.0568 & 0.1657 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.1931 & 1.1700 & 0 \end{bmatrix}$$

3. 將矩陣 A 做 SVD

$$U = \begin{bmatrix} -0.1445 & 0.9895 & 0 \\ 0 & 0 & -1.0000 \\ -0.9895 & -0.1442 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S = 1 \cdot 10^5 \begin{bmatrix} 1.1984 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0288 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} -0.1663 & 0.9861 & 0 \\ -0.9861 & -0.1663 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$A_{opt} = U \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} V^T, \quad d = \det(U) \det(V)$$

$$A_{opt} = \begin{bmatrix} 0.9998 & -0.0223 & 0 \\ 0 & 0 & -1.0000 \\ 0.0223 & 0.9998 & 0 \end{bmatrix}$$

4. 參考(3.11)式將最佳化旋轉矩陣  $A_{opt}$  對照旋轉矩陣 R 即可得到物體三軸姿態。

$$\phi = -90.000^\circ, \quad \theta = 0^\circ, \quad \psi = -1.280^\circ$$

由此可知計算結果與參數設定值不相等。

### 3.4.5 討論

在平行 Wahba's problem 應用裡提到，因兩接收端至一發射路徑為平行的關係，相位差  $\Delta\phi$  可表示為基線向量投影至視線向量上之投影量，而在室內定位系統應用，重新推導發射端與接收端的向量方程式後， $\Delta\phi_{nm}$  可表示為視線向量與基線向量之內積，其值是由基線向量長度、視線向量長度與距離差的計算結果來獲得。

在平行 Wahba's problem 應用裡，由(3.17)式中所提到的視線向量 S，計算物體的三軸姿態皆是相對於此視線向量所獲得，因衛星與天線距離足夠遠，假設待測物體僅做些許的平移而沒有旋轉，此視線向量幾乎是不會改變的，如此便不會影響到姿態

的判定；此篇論文在重新推導發射端與接收端的向量方程式後，由(3.27)式中所提到的基線向量  $B$ ，其扮演的角色即為平行 Wahba's problem 應用裡的視線向量，計算物體的三軸姿態便是相對於此基線向量所獲得，而在室內環境裡，發射端與接收端的距離不會太遠，假設物體不做旋轉而只平移的話，視線向量便很容易改變其方向，所以在推導的過程中便將基線向量與視線向量做腳色互換的動作，如此一來即便物體沒有旋轉而只平移，也不會影響到物體姿態的判定。

由 Matlab 模擬三個例子得知，需要兩個發射端與四個非共面之接收端才能獲得平台三軸姿態，在重新推導向量方程式的過程中，直覺上可由一個發射端與四個接收端便可得到物體三軸姿態，在 (3.22) 式中可得到三條方程式來求解物體三軸角度，但由於旋轉矩陣  $R$  是由三角函數所構成，其解並不是唯一，必須再增加足夠的發射端個數來提高 (3.22) 式中的方程式數目來求解。





## 第四章 距離差精度實驗

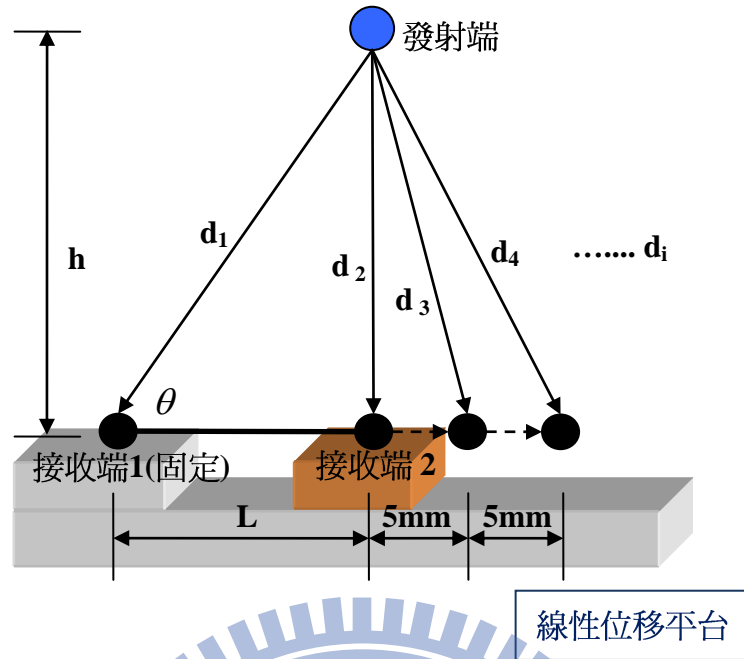
### 4.1 實驗與設備架設

#### 4.1.1 實驗目的

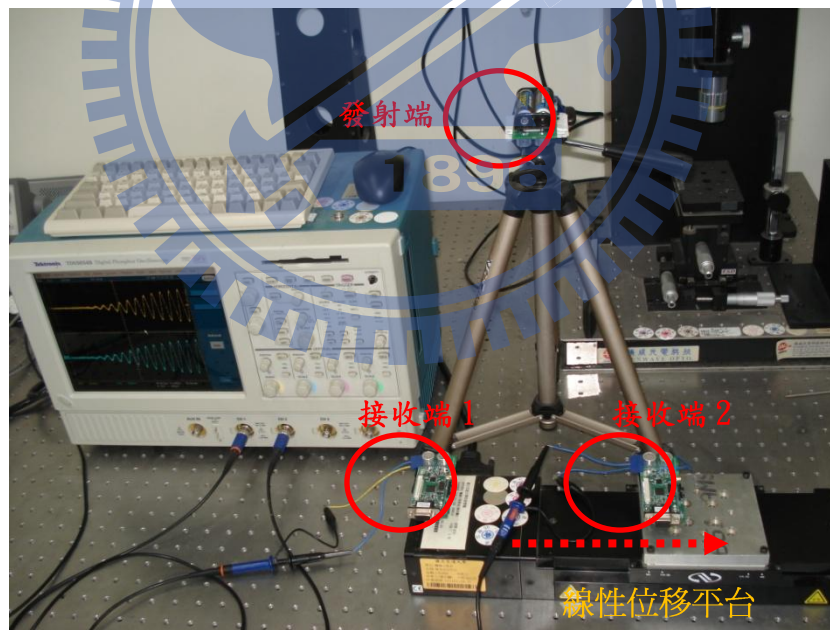
此篇論文另一目的為提高室內物體三軸姿態測量精度，由 3.2.3 節中提到的計算角度方式，利用兩接收端之訊號相位差，藉由已知的訊號波長將相位差轉換為距離差，此距離差與已知的基線向量，藉由三角函數關係來得到單軸姿態，其中距離差的精度便直接影響到姿態精度，在 3.5 節中所推導的室內姿態判定演算法，由(3.27)式也中可看到一重要參數距離差，也直接影響著三軸姿態精度。在本章節中提出在兩種情況之下所計算的距離差，其一為直接利用 Cricket 室內定位系統所提供的距離資訊來計算距離差，其二為利用載波相位方法求取相位差並轉換為距離差，並用實驗方法驗證載波相位方法可以得到較佳的距離差精度。

#### 4.1.2 實驗方法與設備架設

如(4-1)所示，給定兩個接收端 1 及 2 與一個發射端，並將兩接收端放置於線性位移平台上，其中接收端 1 為固定，接收端 2 放置於可控制位移的位置上，發射端固定於三角架上，並將發射端架設於接收端 2 正上方，初始位置  $d_1$ 、 $d_2$  及  $L$  成直角三角形，初始設定參數  $d_1=362\text{mm}$ 、 $L=160\text{mm}$ 、 $h=325\text{mm}$ ，開始控制線性位移平台，將接收端 2 每次往右邊移動 5mm 同時計算一次距離差，接收端 2 總共向右移動 100mm，最後紀錄  $d_2$ 、 $d_3$ 、 $\dots$ 、 $d_i$  與  $d_1$  之距離差並與理論值距離差做比較，即可得知在兩種情況之下距離差精度。



圖(4-1) 距離差實驗設備架設示意圖



圖(4-2) 實驗設備擺設實體圖

由圖(4-2)所示，為本章節實驗設備擺設實體圖，紅色圓圈處分別為接收端與發射端，接收端的下方即為線性位移平台。

## 4.2 距離差計算與實驗步驟

### 4.2.1 理論值距離差計算

(一) 直接利用三角關係式來獲得距離值  $d_i$

$$\begin{aligned}d_i^2 &= d_1^2 + (d_1 \cos \theta + j)^2 - 2d_1(d_1 \cos \theta + j) \cos \theta, \quad i = 2, 3, 4, 5 \dots, j = 5\text{mm} * (i - 2) \\&= d_1^2 + d_1^2 \cos^2 \theta + 2jd_1 \cos \theta + j^2 - 2d_1^2 \cos^2 \theta - 2jd_1 \cos \theta \\&= d_1^2 - d_1^2 \cos^2 \theta + j^2 \\d_i &= \sqrt{d_1^2 - d_1^2 \cos^2 \theta + j^2} \\&= \sqrt{d_1^2 \sin^2 \theta + j^2}, \quad i = 3, 4, 5 \dots, j = 5\text{mm} * (i - 2)\end{aligned}$$

(二) 距離差計算為  $d_i - d_1$ ,  $i = 2, 3, 4, \dots, 22$

### 4.2.2 Cricket 室內定位系統距離差計算

- (一) 將接收端 1 及接收端 2 藉由 RS232 傳輸線連接至電腦 com port 並開啟終端機。
- (二) 利用 Matlab 指令 fget 從終端機上讀取  $d_1$  值，紀錄 20 筆距離值再取其平均值， $d_2$  的取法如同  $d_1$ ，隨後接收端 2 每向右移動 5mm 時分別記錄  $d_3$ 、 $d_4$ ... $d_{22}$  值，其取法也如同  $d_1$ ，接收端 2 總共向右邊移動 100mm。
- (三) 獲得所有發射端至接收端距離值，並計算  $d_2$ ~ $d_{22}$  與  $d_1$  之距離差。

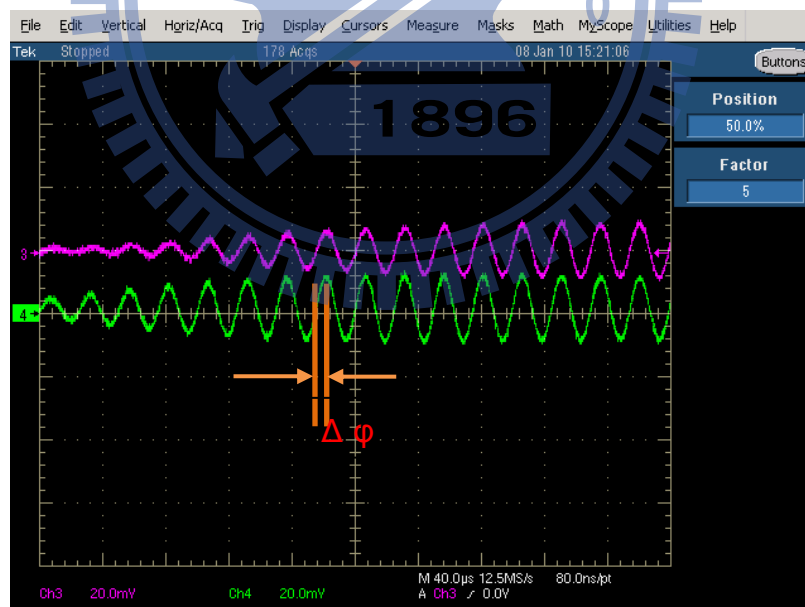
### 4.2.3 載波相位方法之距離差計算

- (一) 將示波器探針連接至接收端 1 及接收端 2 之超音波接收器。
- (二) 接收端 2 每向右移動 5mm 時分別從示波器上紀錄  $d_1$  與  $d_2$ 、 $d_3$ 、 $d_4$ ... $d_{22}$  的波形，並儲存每次量測到的波形離散數據。
- (三) 將波形離散數據載至 Matlab 上做處理，並將  $d_1$  與  $d_2$ 、 $d_3$ 、 $d_4$ ... $d_{22}$  的波形離散數據代入相關分析法即獲得相位差。
- (四) 利用一個訊號週期為 360 度與超音波波長為 8.44mm，將每筆相位差轉換為距離差。

圖(4-3)與圖(4-4)為示波器所量測到的超音波波形，ch3 為接收端 1 所量測到的波形，ch4 為接收端 2 所量測到的波形，由此兩個波形圖可看出接收端 2 移動時所對應的相位變化。



圖(4-3) 接收端 2 移動 80mm 所對應的波形位置



圖(4-4) 接收端 2 移動 90mm 所對應的波形位置

### 4.3 距離差實驗數據

距離差	$d_2-d_1$	$d_3-d_1$	$d_4-d_1$	$d_5-d_1$	$d_6-d_1$	$d_7-d_1$
理論值 (mm)	-37.3	-37.2	-37.1	-36.9	-36.7	-36.3
Cricket (mm)	-34.5	-34.0	-32.0	-31.5	-30.0	-31.0
Carrier Phase (mm)	-36.6	-36.7	-36.5	-36.5	-36.5	-36.0

距離差	$d_8-d_1$	$d_9-d_1$	$d_{10}-d_1$	$d_{11}-d_1$	$d_{12}-d_1$	$d_{13}-d_1$
理論值 (mm)	-35.9	-35.4	-34.8	-34.2	-33.5	-32.7
Cricket (mm)	-30.0	-30.5	-30.5	-30.0	-29.0	-30.5
Carrier phase (mm)	-35.6	-35.1	-34.6	-34.3	-33.2	-32.6

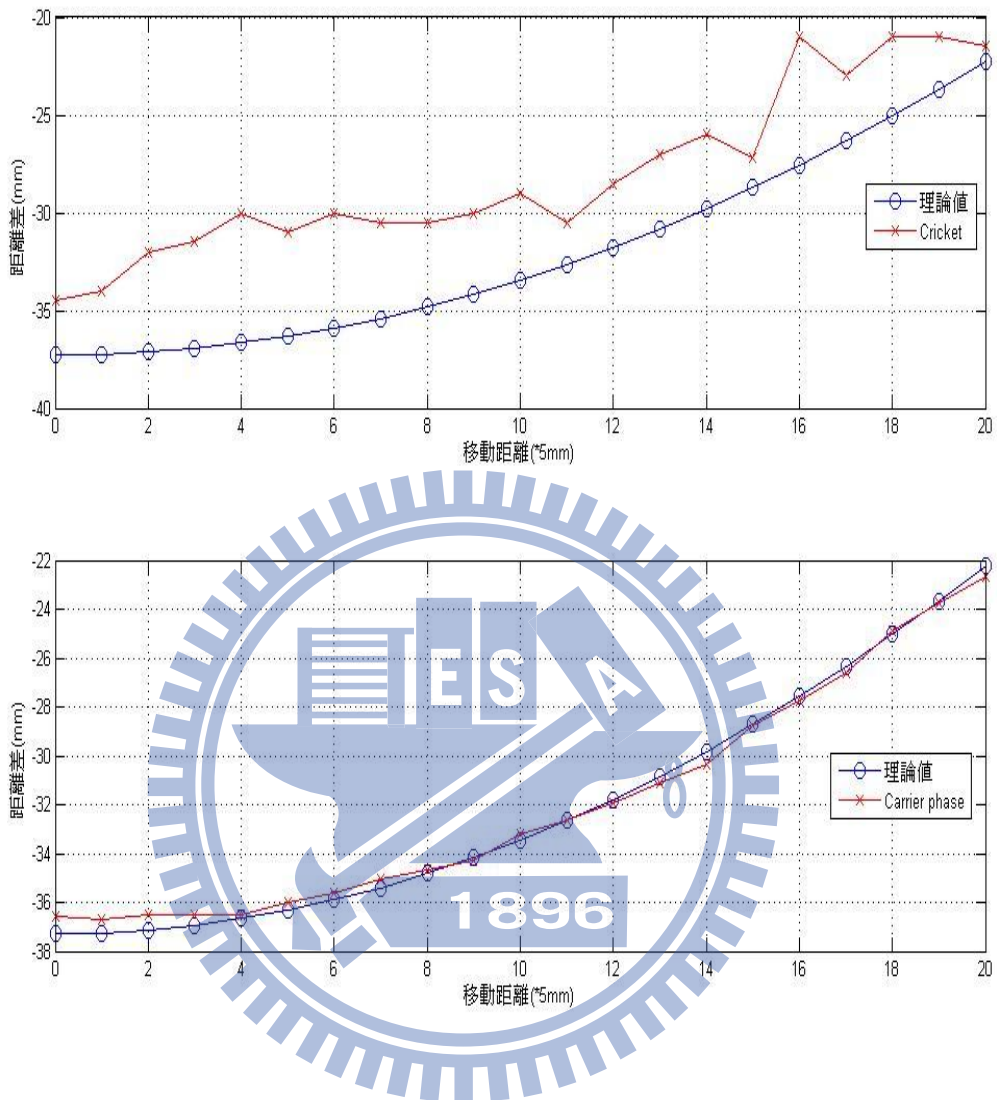
距離差	$d_{14}-d_1$	$d_{15}-d_1$	$d_{16}-d_1$	$d_{17}-d_1$	$d_{18}-d_1$	$d_{19}-d_1$
理論值 (mm)	-31.8	-30.8	-29.8	-28.7	-27.6	-26.3
Cricket (mm)	-28.5	-27.0	-26.0	-27.2	-21.0	-23.0
Carrier phase (mm)	-31.9	-31.1	-30.3	-28.8	-27.7	-26.6

距離差	$d_{20}-d_1$	$d_{21}-d_1$	$d_{22}-d_1$	誤差標準差
理論值 (mm)	-25.0	-23.7	-22.2	
Cricket (mm)	-21.0	-21.0	-21.5	1.5262
Carrier phase (mm)	-24.9	-23.8	-22.7	0.3294

表(4-1) Cricket 室內定位系統與載波相位方法之距離差精度實驗

由表(4-1)所示，利用 Cricket 所提供的距離資訊求得之距離差精度(標準差)為 1.5262mm；利用載波相位方法求得之距離差精度(標準差)為 0.3294mm。

#### 4.4 比較圖表



圖(4-5) Cricket 室內定位系統與載波相位方法之精度比較圖

如圖(4-5)所示，將 4.3 節距離差實驗數據畫成圖表，上圖為利用 Cricket 所提供之距離資訊所求得之距離差與理論值做比較，下圖為利用載波相位方法所求得之距離差與理論值做比較，從圖中可以明顯看出利用載波相位方法所求得之距離差的量測精度較佳。

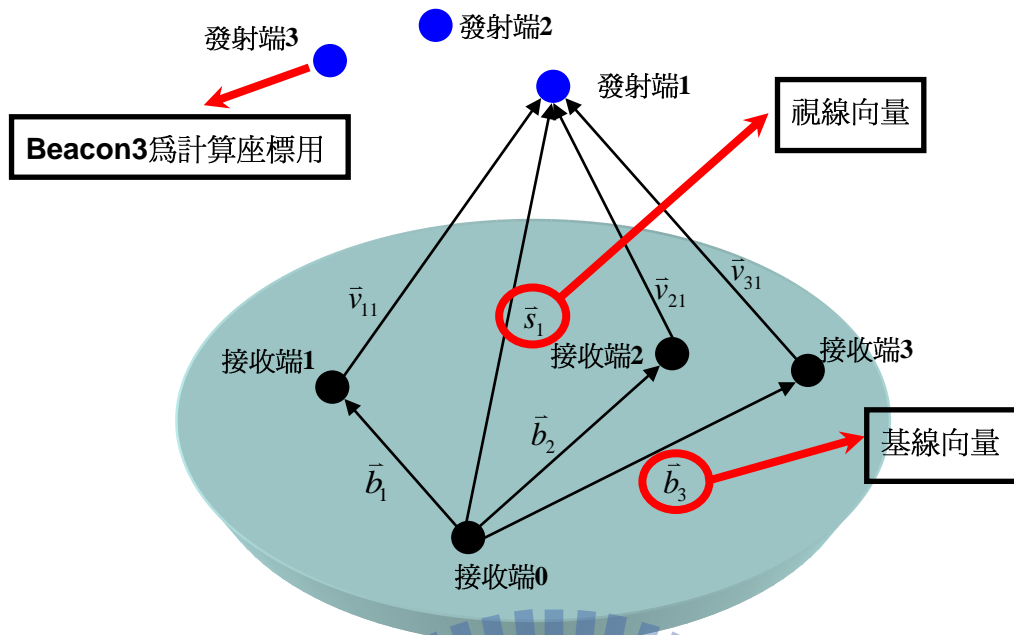
## 第五章 室內物體姿態判定模擬

### 5.1 模擬條件

模擬的設計如圖(5-1)所示，將接收端擺設於一個待旋轉之平台上，發射端則擺設於接收端上方，接收端設置必須為非共面的位置，發射端擺設位置僅需考慮在合理的範圍之內(室內環境)，發射端與接收端之擺設個數為三個發射端與四個接收端，從第三章推導得知，計算物體三軸姿態僅需利用兩個發射端與四個接收端，在此增加第三個發射端是因為要計算接收端三維位置。

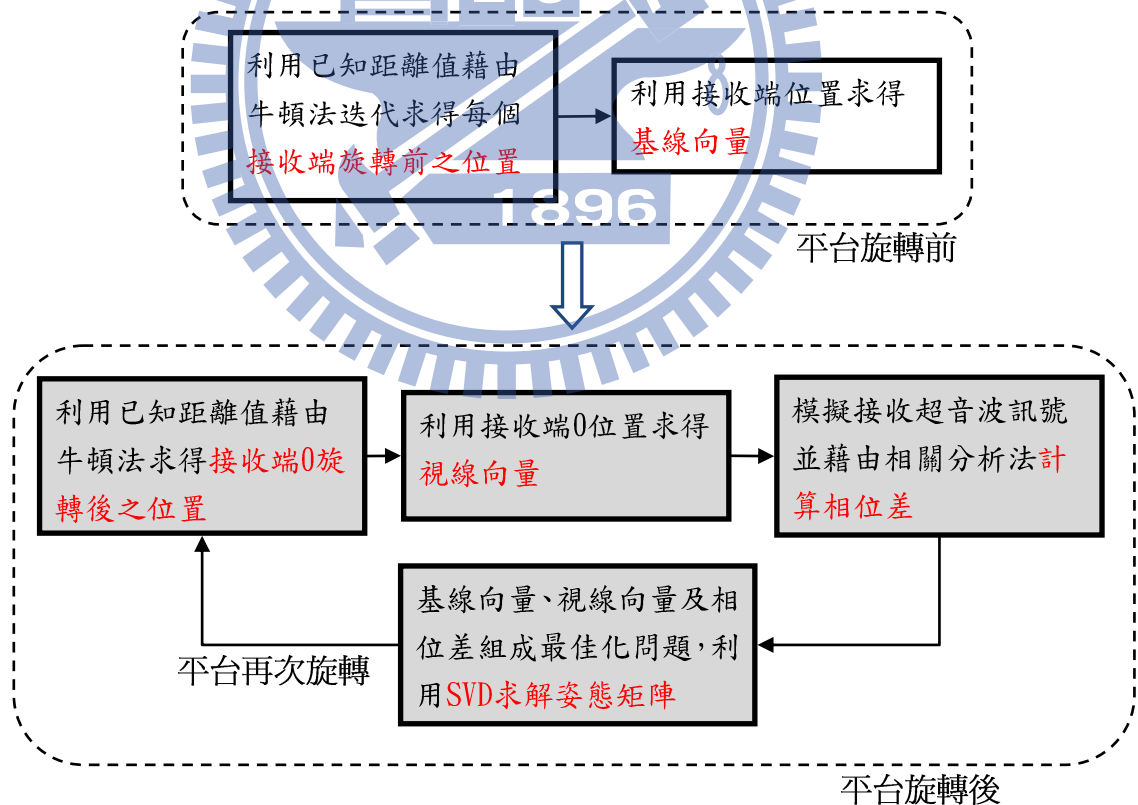
此模擬主要目的為模擬實際平台姿態判定的情形，在實作中我們是以 DSP(TMS320F2812)來接收超音波訊號，接收端收到 RF 封包時，並透過 RS232 傳輸至 DSP 的串列資料輸入(SCIA)再透過解碼得知當下的發射端識別碼，以便讓我們得知接收端收到的是哪一個發射端傳送過來之超音波訊號，故發射端識別碼假設為已知，另外，從 DSP 解碼得知接收端與發射端距離資訊，讓我們利用此距離資訊來計算接收端三維位置，故假設接收端與發射端位置為已知，換句話說，所有距離資訊也為已知，最後，因相關分析法所計算的相位差有一定範圍的限制(0度~180度)，只要相位差範圍不是落在0度~180度皆會造成計算錯誤，目前還無法得知相位差絕對值大於360度之整數波，這些實際上無法得知的參數(整數波相位差)或是已確定可以得知的參數(距離值、發射端識別碼)，在模擬上皆假設為已知。





圖(5-1) 基線向量與視線向量示意圖

## 5.2 模擬流程



圖(5-2) 演算法實現流程

由圖(5-2)中所示，白底為平台旋轉前之流程，灰底為平台旋轉後之流程，從模擬條件中得知，四個接收端與三個發射端所對應的距離值為已知，圖(5-2)中白底部分，利用已知的距離值藉由牛頓法迭代求得平台旋轉前之四個接收端的三維位置，並利用此四個接收端位置求得三條旋轉前之基線向量，往後所計算的平台三軸姿態皆是相對於此三條旋轉前基線向量所求得，圖(5-2)中灰底部分，在平台旋轉後，相同地，利用已知的發射端與接收端之距離值來計算接收端 0 旋轉後之三維位置，由已知的發射端 1 與發射端 2 位置與接收端 0 位置來計算視線向量，實際上發射端會同時發射 RF 封包與超音波訊號且每個發射端不會同時發射，如考慮演算法的效能，計算接收端位置與求相位差的動作應該同時進行，但此模擬主要為求解靜態的平台三軸姿態，所以沒有考慮演算法效能問題，將模擬接收超音波訊號與計算相位差之流程放在求解接收端位置之後，最後利用旋轉前之基線向量、旋轉後之視線向量與相位差所組成的最佳化問題，採用 SVD 來求解得到平台三軸姿態，若平台再次旋轉至一新的位置，則重複圖(5-2)中灰底部分之流程，不必再計算一次基線向量。

### 5.3 模擬計算過程

#### ※模擬參數

##### 平台旋轉前接收端位置

$$Listener\_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, Listener\_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, Listener\_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}, Listener\_3 = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 5 \end{bmatrix}$$

##### 發射端位置

$$Beacon\_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}, Beacon\_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 30 \end{bmatrix}, Beacon\_3 = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 30 \end{bmatrix}$$

平台旋轉前距離資訊

發射端 \ 接收端	發射端 1	發射端 2	發射端 3
接收端 0	31.622 cm	31.622 cm	33.166 cm
接收端 1	30.000 cm	33.166 cm	31.622 cm
接收端 2	33.166 cm	30.000 cm	31.622 cm
接收端 3	26.925 cm	26.925 cm	25.000 cm

表(5-1) 平台旋轉前發射端與接收端之距離

旋轉角度： $\varphi = 30^\circ$  (roll)， $\theta = 45^\circ$  (pitch)， $\Psi = 60^\circ$  (yaw)

(一) 平台旋轉前之計算流程

1. 反算接收端位置

由已知的接收端與發射端座標得知所有的旋轉前距離資訊，利用最小平方誤差項藉由牛頓法重複迭代求得接收端座標 (3.2.2)。

牛頓法迭代後所獲得之接收端位置

$$Listener\_0 = \begin{bmatrix} -7.081e-15 \\ -6.970e-15 \\ 1.673e-15 \end{bmatrix}, Listener\_1 = \begin{bmatrix} 10.000 \\ -7.240e-15 \\ -4.741e-18 \end{bmatrix}, Listener\_2 = \begin{bmatrix} -7.954e-15 \\ 10.000 \\ 3.231e-16 \end{bmatrix}, Listener\_3 = \begin{bmatrix} 10.000 \\ 10.000 \\ 5.000 \end{bmatrix}$$

2. 利用反算之接收端位置獲得基線向量

基線向量

$$\bar{b}_1 = \begin{bmatrix} 10.000 \\ -2.691e-16 \\ -1.677e-15 \end{bmatrix}, \bar{b}_2 = \begin{bmatrix} -8.728e-16 \\ 10.000 \\ -1.350e-15 \end{bmatrix}, \bar{b}_3 = \begin{bmatrix} 10.000 \\ 10.000 \\ 5.000 \end{bmatrix}$$

(二) 平台旋轉後之計算流程

平台旋轉前接收端位置，利用平台旋轉前接收端位置前乘上一旋轉矩陣 R 可得

$$Listener\_0 = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \end{bmatrix}, Listener\_1 = \begin{bmatrix} 3.535 \\ -5.732 \\ 7.391 \end{bmatrix}, Listener\_2 = \begin{bmatrix} 6.123 \\ 7.391 \\ 2.803 \end{bmatrix}, Listener\_3 = \begin{bmatrix} 6.123 \\ 3.427 \\ 13.257 \end{bmatrix}$$

平台旋轉後距離資訊

發射端 \ 接收端	發射端 1	發射端 2	發射端 3
接收端 0	31.622 cm	31.622 cm	33.166 cm
接收端 1	24.202 cm	27.769 cm	28.291 cm
接收端 2	28.448 cm	27.999 cm	27.595 cm
接收端 3	17.524 cm	19.000 cm	25.000 cm

表(5-2) 平台旋轉後發射端與接收端之距離

1. 反算接收端位置

牛頓法迭代後所獲得之接收端位置

$$Listener\_0 = \begin{bmatrix} -7.081e-15 \\ -6.970e-15 \\ 1.673e-15 \end{bmatrix}, Listener\_1 = \begin{bmatrix} 3.535 \\ -5.732 \\ 7.391 \end{bmatrix}, Listener\_2 = \begin{bmatrix} 6.123 \\ 7.391 \\ 2.803 \end{bmatrix}, Listener\_3 = \begin{bmatrix} 6.123 \\ 3.427 \\ 13.257 \end{bmatrix}$$

2. 利用反算之接收端位置獲得視線向量

$$\bar{s}_1 = \begin{bmatrix} 10.000 \\ 6.971e-15 \\ 30.000 \end{bmatrix}, \bar{s}_2 = \begin{bmatrix} 7.081e-15 \\ 10.000 \\ 30.000 \end{bmatrix}$$

3. 模擬接收超音波訊號與計算相位差

計算平台三軸姿態時必須藉由兩個發射端及四個接收端來完成，故超音波訊號會有八組，所以在模擬時給定八組正弦波訊號來代表超音波訊號，另外利用距離差分別加入相位資訊 $\phi$ ，如下所示：

$$US_0 = \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_{US} t)$$

$$US_1 = \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_{US} t + \phi_{11})$$

$$US_2 = \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_{US} t + \phi_{12})$$

$$US_3 = \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_{US} t + \phi_{13})$$

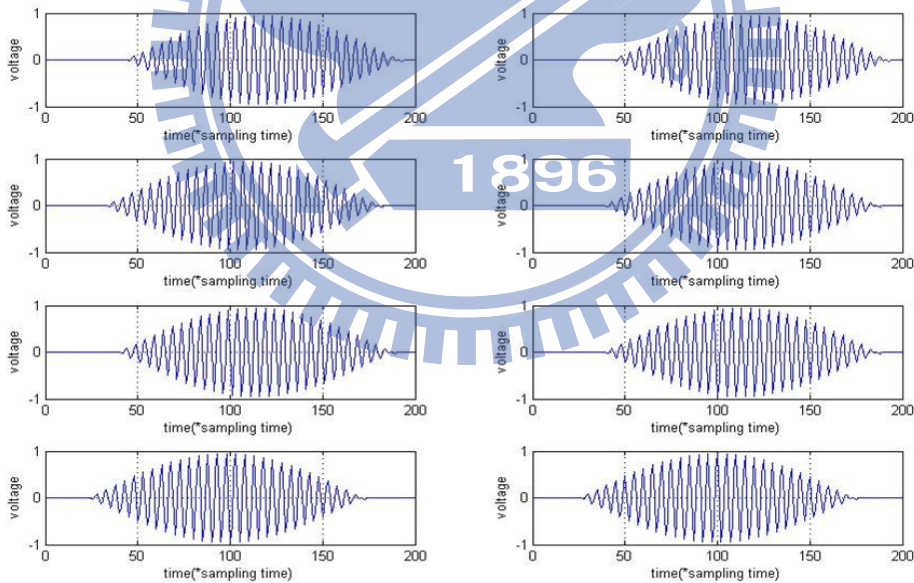
$$US_{00} = \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_{US} t)$$

$$US_{11} = \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_{US} t + \phi_{21})$$

$$US_{22} = \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_{US} t + \phi_{22})$$

$$US_{33} = \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_{US} t + \phi_{23})$$

其中， $US_{0-3}$  為發射端 1 所發射之訊號， $US_{00-33}$  為發射端 2 所發射之訊號， $f_1$  為低頻訊號， $f_{US}$  為 40KHz 超音波訊號，取樣時間為  $20 \mu s$ 。



圖(5-3) 上圖為超音波訊號到達接收端之時間，左側為發射端 1 所傳播之訊號，右側為發射端 2 所傳播之訊號。

由圖(5-3)所示，為超音波訊號到達接收端之時間，另外在模擬超音波訊號時，將訊號乘上一低頻訊號，使得每個超音波訊號振幅有所變化，電壓振幅由小轉變至大，

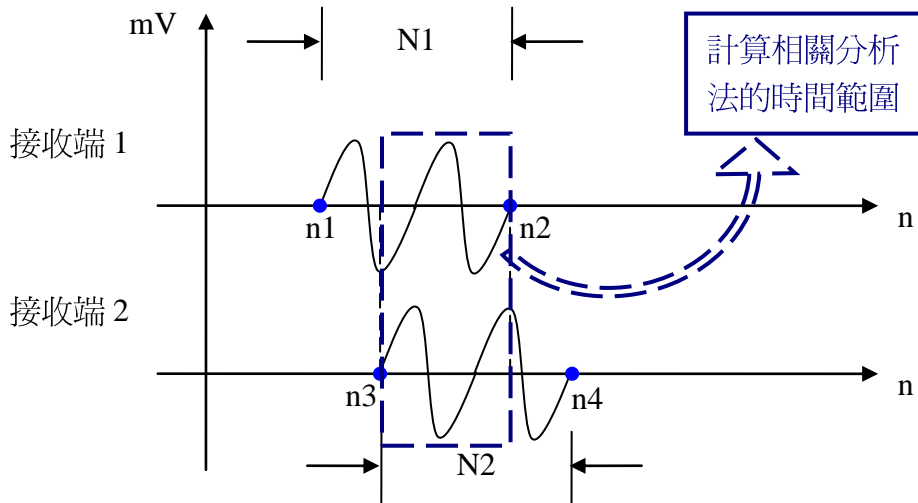
最後在轉變至很小，模擬中將訊號做此處理的原因在於能與實際訊號情形更為接近，實際上超音波訊號被壓電材料接收端接收時，因壓電材料的特性關係，使其接收到訊號時，壓電片的振動位移量會由小變大，最後再由大變小，因壓電片的位移量與電壓輸出值有正比關係，故圖(5-3)顯示之超音波振福變化可看出訊號在實際上的振幅變化情形。

#### 相關分析法所求得之相位差

發射端	發射端 1	發射端 2
接收端		
接收端 0 與接收端 1	151.711 deg	163.722 deg
接收端 0 與接收端 2	118.828 deg	68.157 deg
接收端 0 與接收端 3	107.520 deg	146.639 deg

表(5-3) 兩接收端至發射端 1 及發射端 2 所對應之相位差

由表(5-1)可以看出每個發射端所對應之相位差其範圍皆落在 0 度~180 度，但實際上直接從距離差轉換成相位差來看，這些相位差可能為錯誤的，在後面的計算過程中會做補償動作。



圖(5-4) 計算相關分析法的時間範圍

圖(5-4)中，N1 與 N2 為兩接收端訊號取樣個數，n1 與 n3 為兩訊號被接收的時間點，n2 與 n4 為兩訊號結束的時間點，此篇論文在計算相關分析法時，取兩訊號有重疊的時間範圍來做計算。

※補償相位差及整數波

因相關分析法的特性關係，使得相位差範圍僅能落在 0 度~180 度，但實際上所計算之相位差範圍幾乎不會落在 0 度~180 度，所以必須做補償，利用已知的接收端與發射端位置求得正確的距離資訊，即可得到所有基線向量所對應之相位差為何，藉此反算正確的相位差，在進行補償的動作。

經過補償後的相位差

發射端 基線向量	發射端 1	發射端 2
接收端 0 至接收端 1	-3088.288 deg	-1603.722 deg
接收端 0 至接收端 2	-1321.171 deg	-1508.1576 deg
接收端 0 至接收端 3	-5867.520 deg	-5253.360 deg

表(5-4) 經過補償之相位差

將相位差轉換成距離差

發射端 基線向量	發射端 1	發射端 2
接收端 0 至接收端 1	-7.420 cm	-3.853 cm
接收端 0 至接收端 2	-3.174 cm	-3.623 cm
接收端 0 至接收端 3	-14.098 cm	-12.622 cm

表(5-5) 將相位差轉換成距離差

表(5-3)中，其計算方式為將表(5-2)所得到的結果，利用一個訊號週期為 360 度與超音波訊號波長為 8.44mm 轉換而來。

#### 4. 利用 SVD 計算三軸姿態

將距離差代入(3.22)式求得  $\Delta\phi_{nm}$

發射端 基線向量	發射端 1	發射端 2
接收端 0 至接收端 1	m=1, n=1 $\Delta\phi_{11}=257.124$	m=1, n=2 $\Delta\phi_{21}=164.430$
接收端 0 至接收端 2	m=2, n=1 $\Delta\phi_{12}=145.347$	m=2, n=2 $\Delta\phi_{22}=158.027$
接收端 0 至接收端 3	m=3, n=1 $\Delta\phi_{13}=458.947$	m=3, n=2 $\Delta\phi_{23}=431.997$

表(5-6) 由基線向量大小與視線向量大小及距離差所組成的數值



可得到一 2X3 矩陣：

$$\Delta\phi = \begin{bmatrix} 257.124 & 145.347 & 458.947 \\ 164.430 & 158.027 & 431.997 \end{bmatrix}$$

利用旋轉後之視線向量、旋轉前之基線向量與相位差組成一個最佳化問題，計算 A 矩陣

$$A = S\Delta\phi B^T$$

$$= \begin{bmatrix} 257.124 & 145.347 & 112.951 \\ 164.430 & 158.027 & 219.078 \\ 1264.664 & 910.125 & 996.091 \end{bmatrix}$$

將矩陣 A 做 SVD

$$U = \begin{bmatrix} -0.162 & 0.707 & -0.688 \\ -0.162 & -0.707 & -0.688 \\ -0.973 & 5.306e-06 & 0.229 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 1899.972 & 0 & 0 \\ 0 & 100.039 & 0 \\ 0 & 0 & 1.403e-13 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} -0.683 & 0.655 & -0.320 \\ -0.492 & -0.089 & 0.865 \\ -0.538 & -0.750 & -0.383 \end{bmatrix}$$

$$A_{opt} = U \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} U^T, d = \det(U) \det(V)$$

$$A_{opt} = \begin{bmatrix} 0.353 & 0.612 & -0.707 \\ -0.573 & 0.739 & 0.353 \\ 0.739 & 0.280 & 0.612 \end{bmatrix}$$

參考(3.11)式將最佳化旋轉矩陣  $A_{opt}$  對照旋轉矩陣 R 即可得到物體三軸姿態。

$$\phi = 30.0103^\circ \text{ (Roll)}, \theta = 45.0010^\circ \text{ (Pitch)}, \psi = 60.0128^\circ \text{ (Yaw)}$$

在此模擬計算平台三軸姿態中，可以看到最後結果並不是剛好等於參數設定之旋轉角

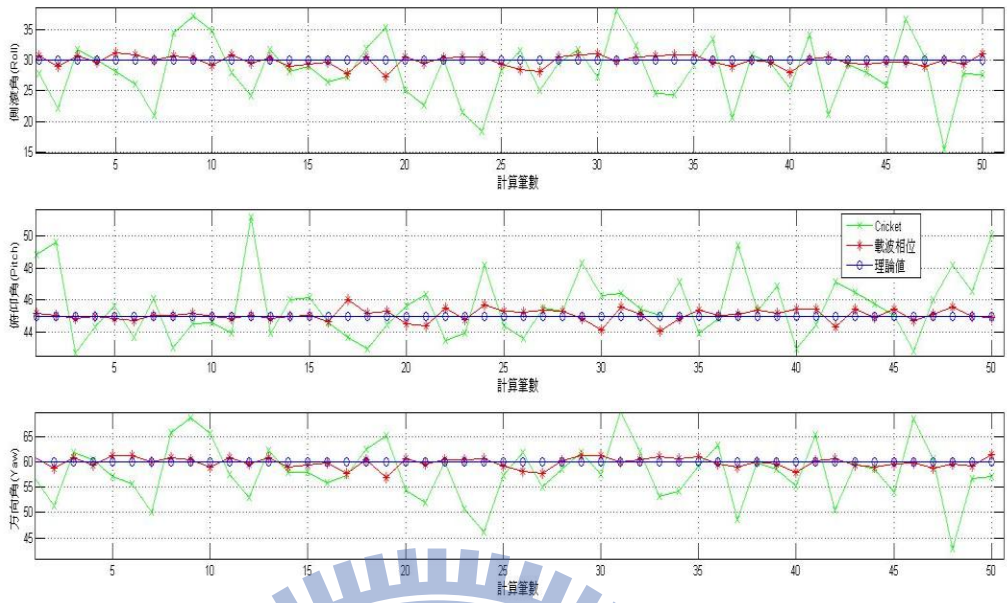
度，存在些許的誤差量，此誤差量來自於利用牛頓法迭代所計算的接收端位置。

#### 5.4 加入距離差雜訊之姿態精度

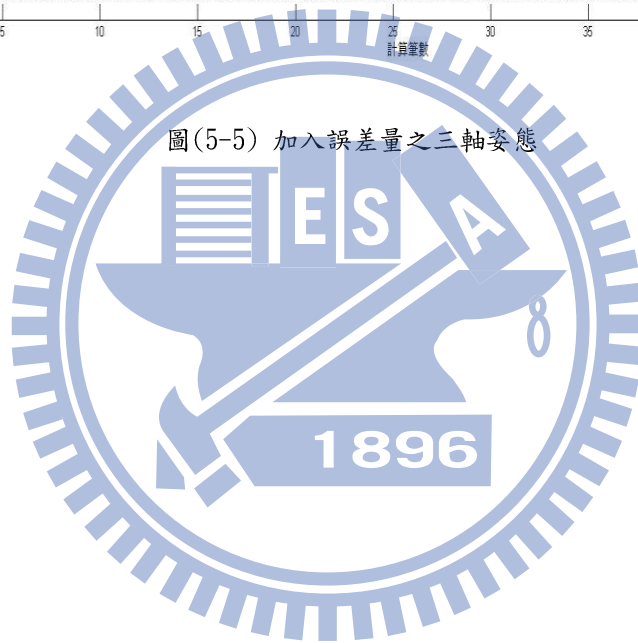
在 5.3 節模擬中，僅討論整個計算平台三軸姿態的過程，但是在實際的訊號量測上必會存在雜訊，進而影響到計算三軸姿態的精度，現在討論兩種情形，其一為直接採用 Cricket 硬體套件提供的距離資訊來計算距離差，並將此距離差代入 5.3 節模擬計算過程來獲得物體三軸姿態；其二為採用載波相位方法計算不同接收端之訊號相位差，並利用已知的訊號波長將相位差轉換為距離差，相同地，將此距離差代入 5.3 節模擬計算過程來獲得物體三軸姿態，最後討論兩者的三軸姿態精度。

由第四章距離差精度實驗中可以得知，採用載波相位方法來計算距離差，其精度為 0.3294mm，並將此距離差誤差量代入 5.3 節中來計算平台三軸姿態，其加入距離差誤差量的方式為利用程式亂數給標準差約為 0.3294mm 的 50 筆誤差數據，三軸姿態各計算 50 次取其標準差，獲到三軸姿態精度分別為：側滾角為 7.7079 度、俯仰角為 3.1357 度、方向角為 8.9802 度，平均三軸姿態精度為 6.608 度。

採用 Cricket 硬體套件所提供的距離資訊來計算距離差，其精度為 1.5262 mm，相同地，將此距離差誤差量代入 5.3 節中來計算平台三軸姿態，其加入距離差誤差量的方式與前者相同，獲到三軸姿態精度分別為：側滾角為 1.4130 度、俯仰角為 0.5846 度、方向角為 1.6116 度，平均三軸姿態精度為 1.2031 度。圖(5-5)為利用此兩種情形加入距離差誤差量所得到的三軸姿態精度比較圖。



圖(5-5) 加入誤差量之三軸姿態



## 第六章 結論與未來工作

### 6.1 結論

此篇論文在利用 Wahba 所提出的最佳化問題，經由重新推導發射端與接收端的向量方程式，將 GPS 應用的例子實現於室內環境來做應用，克服了 GPS 應用裡發射端與接收端距離條件的限制，並利用載波相位方法提高了 Cricket 室內定位系統的姿態判定精度。在模擬物體姿態判定流程中，完整架構接收端在收到 RF 封包與超音波訊號時，計算接收端座標、基線向量、視線向量及相位差，最後應用 SVD 求解物體三軸角度。在距離差精度實驗中，直接利用 Cricket 室內定位系統所得到的距離資訊來計算距離差其精度為 1.5262mm，其三軸角度之精度：側滾角為 7.7079 度、俯仰角為 3.1357 度、方向角為 8.9802 度；利用載波相位方法計算相位差，並藉由已知的訊號波長將相位差轉換成距離差，可將距離差精度提升為 0.3294mm，其三軸角度之精度：側滾角為 1.4130 度、俯仰角為 0.5846 度、方向角為 1.6116 度。由此看出利用載波相位方法求得距離差並代入計算物體姿態會得到較佳的姿態精度。

### 6.2 未來工作

為了能夠達到即時的定位與姿態判定，將此篇論文之演算法整合到 DSP 來做即時運算，但實際上會遇到幾個挑戰必須克服：

#### ※整數波問題

在求解相位差時，因為受限於利用相關分析法僅能得到相位差區間在 0 度~180 度的範圍，但實際上相位差區間在大部分的情況下都會超過 0 度~180 度的範圍甚至超過 360 度。

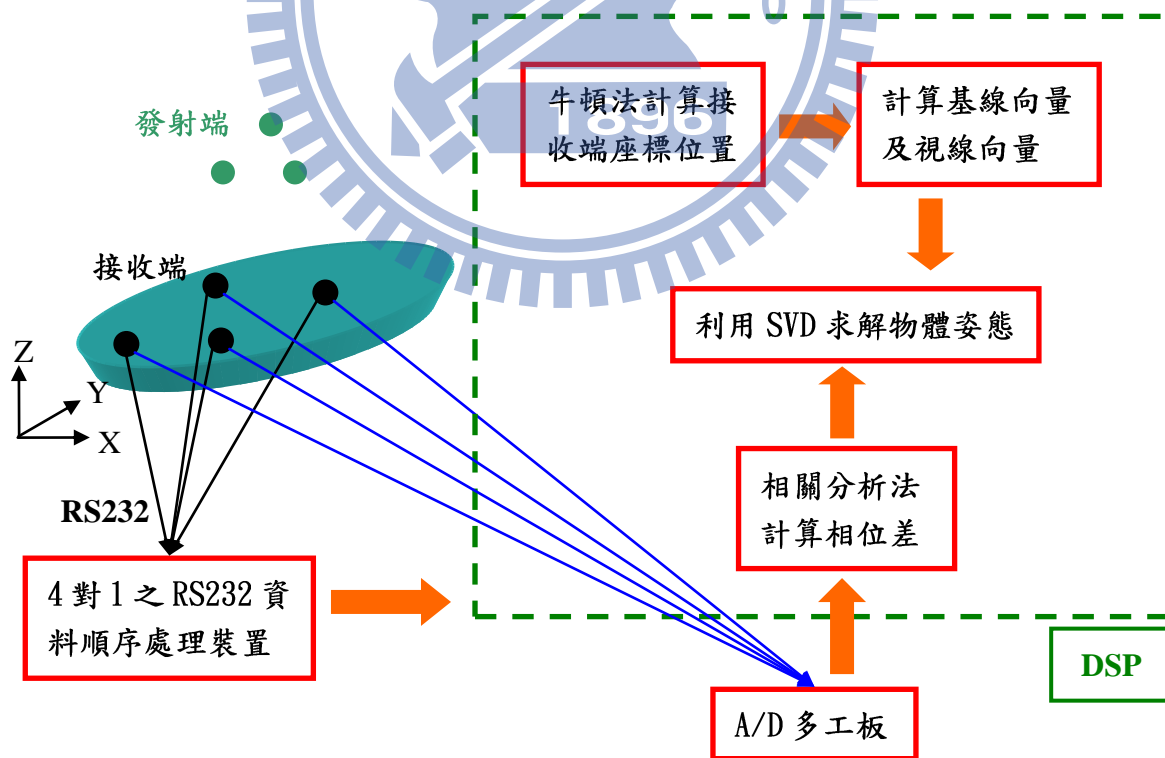
#### ※DSP 硬體限制

利用 DSP 來擷取超音波訊號與 RF 封包時，必須利用 4 個接收端先擷取 RF 封包來判斷現在接收端接收到的訊號是由哪個發射端所發射，才能正確的接收超音波訊號及

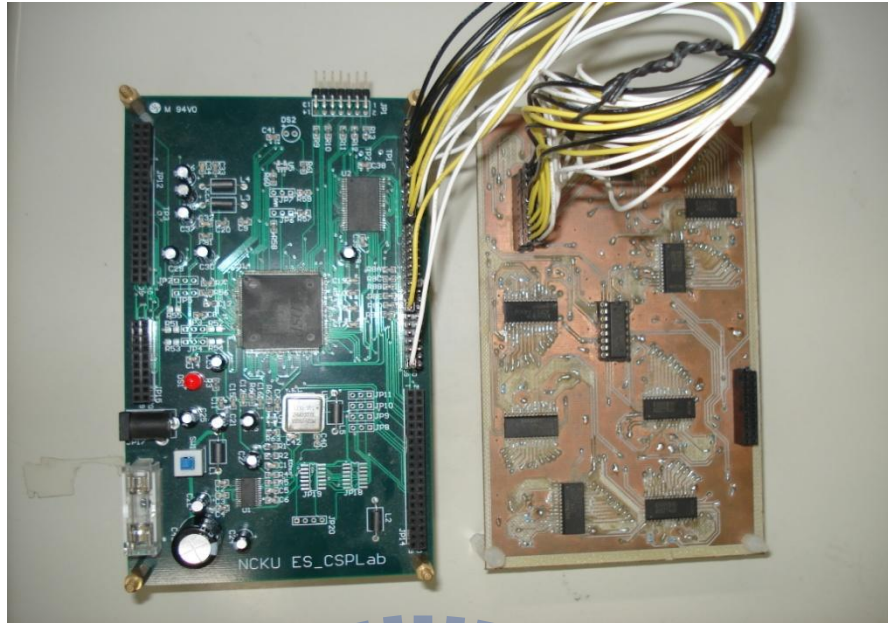
距離資訊，但 DSP 上所能接收 RF 封包之輸入端僅有兩個(SCIA 與 SCIB)，而四個接收端必須要有 4 個接孔來同時接收 RF 封包，在未來實作上，必須要尋找一個裝置可以同時存取 4 個接收端的 RF 封包，才能解決 DSP 上硬體之限制。

### 6.2.1 實現室內物體姿態判定技術

圖(6-1)中，接收端與發射端為 Cricket 硬體套件，此硬體套件可分別利用終端機來設定為發射模式或是接收模式，發射端約每秒傳送一次訊號，且每個發射端不會同時傳送訊號，因有四個接收端的關係，需分別處理四組 RF 封包資料與超音波訊號，故利用 4 對 1 之 RS232 資料順序處理裝置來處理 RF 封包，A/D 多工板用來接收處理超音波訊號，最多可同時接收 8 組超音波訊號，將取樣後之超音波離散資料傳至 DSP 來計算相位差，在 DSP 做處理的部分有相位差與接收端的三維位置與基線向量、視線向量的計算，最後利用 SVD 求解物體三軸姿態，皆是利用已撰寫好的演算法並在 Code Composer Studio(CCS)上執行並計算。



圖(6-1) 室內姿態判定技術實現於 DSP 之架構圖



圖(6-2) 左側為 DSP(TMS320F2812)，右側為 A/D 多工板





## 參考文獻

1. Nissanka Bodhi Priyantha, "The Cricket Indoor Location System," Massachusetts Institute of Technology, Ph.D Thesis, June 2005.
2. Gang Lu, "Development of a GPS Multi-Antenna System for Attitude Determination, " University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, Ph.D Thesis , Jan 1995.
3. Shane-Woei Lee, "On-The-Fly Carrier Phase Ambiguity Resolution Without Using Pseudorange Measurement For Satellite-Based Differential Positioning," Ohio University, Department of Electrical and Computer Engineering, M.S. thesis, Nov 1994.
4. 李征航，黃勁松，GPS測量與數據處理，武漢大學出版社，西元2010年9月
5. 羅鳴，曹沖，肖雄兵，全球定位系統--信號、測量與性能，電子工業出版社，西元2008年4月
6. JiunHan Keong, "GPS/GLONASS Attitude Determination with a Common Clock using a Single Difference Approach," University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, 1999.
7. Gang Lu, M.E.Cannon, G.Lachapelle, "Attitude Determination in a Survey Launch Using Multi-Antenna GPS Technologies," University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, 1993.
8. WAHBA,G., "A Least Squares Estimate of Spacecraft Attitude, " SIAM Review, Vol.7, No.3, pp. 409, July 1965.
9. Cohen,C.E., H.S.Cobb, B.W.Parkinson, "Two Studies of High Performance Attitude Determination Using GPS: Generalizing Wahba's Problem for High Output Rates and Evaluation of Static Accuracy Using A Theodolite," Proceedings of the Fifth International Technical Meeting of the Satellite Division

- of the ION, GPS-92, Albuquerque, N.M.16-18, Sep 1992.
10. F.Landis Markley, "Attitude Determination using Vector Observations and the Singular Value Decomposition," the Journal of the Astronautical Sciences, Vol.38, No.3, pp. 245-258, July-September 1988.
  - 11.F. L. Markley, "Attitude Determination using Two Vector Measurements," Proceedings, FlightMechanics Symposium, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, NASA Conference Publication NASA/CP-19989-209235, pp. 39-52, May 1999.
  12. 喬曉艷，賈蓮鳳，“基於虛擬儀器的相位差軟件測量算法研究，”山西大學，電子信息技術系，西元 2003 年
  13. 陳順宇，多變量分析，華泰文化出版社，西元 2005 年 6 月
  14. 卓尚澤，“室內定位技術簡介，”元智大學,老人福祉科技研究中心，西元2008
  15. 智慧化居住空間，<http://www.ils.org.tw>

