

國立交通大學

顯示科技研究所

碩士論文

光彈調變式偏光儀對光學補償彎曲式液晶盒的量測

The optically compensated bend cell measured by
photoelastic modulated polarimetry



碩士生：廖建智

指導教授：趙于飛 教授

中華民國九十九年七月

光彈調變式偏光儀對光學補償彎曲式液晶盒的量測

The optically compensated bend cell measured by
photoelastic modulated polarimetry

研究生：廖建智

Student : Chien-Chih Liao

指導教授：趙于飛

Advisor : Dr. Yu-Faye Chao



Submitted to Display Institute
College of Electrical Engineering
Nation Chiao Tung University
In Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
In
Display Institute

July 2010
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年七月

光彈調變式偏光儀對光學補償彎曲式液晶盒的量測

學生：廖建智

指導教授：趙于飛 博士

國立交通大學

顯示科技研究所

摘要

本論文研究量測 OCB 液晶盒的預傾角，藉由量測 OCB 液晶盒在各入射角的相位延遲與理論曲線擬合以求出最佳預傾角大小，同時修正液晶盒在注入液晶之後的厚度。OCB 液晶盒的液晶分子排列狀態在外加電壓加至臨界電壓的情況下由斜展態而成彎曲態。當 OCB 液晶盒在彎曲態時突然移除偏壓，會有一短暫且高亮度的暫穩態，稱為鬆弛彎曲態，因不需要保持臨界電壓，故有省電的優點。利用光彈調變式偏光儀量測 OCB 液晶盒在外加驅動電壓的偏光參數 Ψ 和 Δ ，並將其轉換成史托克參數，除了可以觀察 OCB 液晶盒的出射光偏極態變化外也可轉換成穿透率，並將其繪於邦加球上以觀察其動態軌跡。我們也利用不同驅動電壓下比較 OCB 液晶盒在亮暗態操作的亮度和對比度，藉以瞭解在暫穩態操作的省電機制。

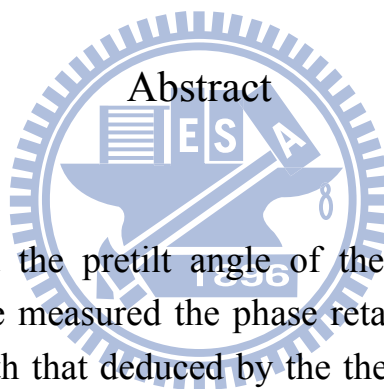
The optically compensated bend cell measured by photoelastic modulated polarimetry

Student : Chien-Chih Liao

Advisor : Dr. Yu-Faye Chao

Display Institute

Nation Chiao Tung University



This work measured the pretilt angle of the OCB cell by photoelastic modulated polarimetry. We measured the phase retardation at different incident angles then fitted them with that deduced by the theoretical formula for finding the best pretilt angle and the cell gap after the cell filled with the liquid crystals. The structures of the OCB cell under applied voltage had three kinds of states: splay state, bend state and twist state. A metastable state does exist when one suddenly removes the driving voltage, but its transmittance is high, this state is also named as relaxed bend state. This state can reduce the power consumption because no critical voltage is required for the switching. The photoelastic modulated polarimetry measured the ellipsometric parameters Ψ and Δ of the OCB cell under various driving voltage. The Stokes parameters can be deduced by the measured Ψ and Δ , then we traced out these polarization states on Poincaré Sphere in this work. Finally, we compared the brightness and the contrast ratio when the OCB cell operated in the relaxed bend state and the bend state.

致謝

研究生兩年生活，即將畫下句點。首先感謝趙于飛老師讓我進入偏光量測實驗室，在這研究風氣自由開放的實驗室，讓我可以依照自己的興趣發展研究，不論是在研究上或是生活上，老師常常在關鍵的時刻給予我寶貴的意見和適時的指導，讓我的碩士論文可以順利的完成，受益良多。也感謝偏光量測實驗室裡同學和學長的幫助，遇到研究上的瓶頸時，給我許多的協助。最後，我要感謝我的家人，一路走來的求學階段，除了給我自由發揮的空間，並且一直在我身後支持著我。謝謝大家，在未來的職場上，我會盡我所能，展現出色的能力。



章節目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
致謝.....	iii
章節目錄.....	iv
圖表目錄.....	vi
第一章 緒論.....	1
第二章 基本原理.....	4
2.1 光的偏振態與表示法.....	4
2.2 史托克參數 (Stokes Parameters) 和穆勒矩陣 (Mueller Matrix).....	6
2.3 橢圓偏光參數 Ψ 和 Δ 定義.....	9
2.4 邦加球 (Poincaré Sphere).....	10
2.5 光彈調變器 (PEM).....	11
2.6 光彈調變式偏光儀.....	12
2.7 橢圓偏光參數和史托克參數轉換.....	14
2.8 亮度.....	14
2.9 光學補償彎曲式(OCB, Optically Compensated Bend) 液晶盒.....	15
2.9.1 OCB 液晶盒結構.....	15
2.9.2 快速反應機制.....	17
2.10 預傾角量測原理.....	17
2.10.1 斜向入射的相位差.....	17
2.10.2 OCB 液晶盒斜向入射相位差.....	19
2.11 預傾角對臨界電壓的影響.....	21
第三章 實驗步驟.....	23
3.1 實驗器材.....	23
3.2 實驗架構.....	23

3.2.1	OCB 液晶盒穿透率量測.....	23
3.2.2	OCB 液晶盒相位延遲量測.....	24
3.2.3	OCB 液晶盒動態量測.....	25
第四章	實驗結果.....	26
4.1	OCB 液晶盒穿透率量測.....	26
4.2	OCB 液晶盒預傾角量測.....	26
4.2.1	OCB 液晶盒相位延遲模擬曲線.....	26
4.2.2	OCB 液晶盒預傾角和厚度修正.....	28
4.2.3	理論驗證.....	31
4.2.4	OCB 液晶盒彎曲態平均傾角量測.....	32
4.3	OCB 液晶盒動態量測.....	34
4.3.1	OCB 液晶盒在 1.6V 和 8.4V 亮暗態動態量測.....	35
4.3.2	OCB 液晶盒在 0V 和 10V 亮暗態動態量測.....	38
4.3.3	OCB 液晶盒在邦加球動態反應.....	40
4.3.4	OCB 液晶盒亮度和對比度比較.....	42
第五章	結論.....	43
	參考文獻.....	44
附錄一	光彈調變器校正及偏光片和析光片方位角之校準.....	46
附錄二	MATLAB 計算光調變器方位角和相位調變振幅.....	52
附錄三	Mathematica 計算 OCB 液晶盒相位延遲理論值.....	53

圖目錄

圖 2-1	橫向傳播光場.....	4
圖 2-2	旋轉的橢圓偏振.....	5
圖 2-3	邦加球.....	10
圖 2-4	光彈調變器構造示意圖.....	11
圖 2-5	光彈調變式偏光儀量測系統架構.....	12
圖 2-6	液晶盒在電壓驅動下的自由能.....	16
圖 2-7	OCB 液晶盒液晶分子結構轉變圖.....	16
圖 2-8	(a) homogeneous cell (b) OCB cell 液晶反躍效應.....	17
圖 2-9	通過單軸晶體平面的光程差示意圖.....	18
圖 2-10	OCB 液晶盒傾角變化圖.....	20
圖 2-11	臨界預傾角與彈性係數 K_{33}/K_{11} 關係曲線.....	22
圖 2-12	預傾角對臨界電壓的關係曲線圖.....	22
圖 3-1	穿透率量測架構.....	24
圖 3-2	相位延遲量測架構.....	24
圖 3-3	動態量測架構.....	25
圖 3-4	OCB 液晶盒驅動電壓波形.....	25
圖 4-1	OCB 液晶盒 V-T curve.....	26
圖 4-2	(a)斜展態 (b)彎曲態 相位延遲模擬曲線.....	27
圖 4-3	OCB 液晶盒相位延遲實驗值.....	28
圖 4-4	OCB 液晶盒斜展態實驗與理論修正.....	29
圖 4-5	OCB 液晶盒厚度 $3.3\mu\text{m}$ 、預傾角 8.4 度擬合圖.....	30
圖 4-6	預傾角和臨界電壓驗證結果.....	31
圖 4-7	OCB 液晶盒彎曲態傾角擬合結果.....	32
圖 4-8	OCB 液晶盒彎曲態電壓對平均傾角關係圖.....	33
圖 4-9	OCB 液晶盒鬆弛穿透率變化.....	34
圖 4-10	OCB 液晶盒鬆弛彎曲態圖.....	35

圖 4-11	電壓驅動下直流與倍頻訊號.....	35
圖 4-12	電壓驅動下相位調變振幅變化.....	36
圖 4-13	1.6V 和 8.4V 驅動 OCB 液晶盒 Ψ 和 Δ 變化.....	36
圖 4-14	1.6V 和 8.4V 驅動 OCB 液晶盒穿透率變化.....	37
圖 4-15	0V 和 10V 驅動 OCB 液晶盒 Ψ 和 Δ 變化.....	38
圖 4-16	0V 和 10V 驅動 OCB 液晶盒穿透率.....	39
圖 4-17	1.6V 和 8.4V，OCB 液晶盒邦加球變化.....	40
圖 4-18	0V 和 10V，OCB 液晶盒邦加球變化.....	41

表目錄

表 2-1	常引用的偏極態.....	7
表 3-1	液晶材料參數.....	23
表 4-1	OCB 液晶盒厚度修正標準差.....	29
表 4-2	OCB 液晶盒預傾角修正標準差.....	30
表 4-3	外加電壓和擬合平均傾角關係表.....	33
表 4-4	響應速度比較表.....	39

第一章 緒論

光波具有許多有趣特性，包含光的波長、光的強度、光的同調性和光的偏振性。光的偏振特性由丹麥科學家 Bartholinus 在西元 1669 年發現方解石晶體 (Calcite) 的雙折射特性；1690 年德國科學家 Huygens 發現光的偏振現象；1852 年 Stokes 利用四個 Stokes polarization parameters 描述光的偏振態；1940 年 Mueller 以 Stokes parameters 為基礎發展可用以表示偏振光與偏光元件的數學矩陣，即 Mueller matrix calculus；約在同時 Jones 發展出較簡易但只能運算純偏振光的運算法，即 Jones matrix calculus。至此，偏光理論趨於成熟。

在眾多光學量測的技術中，若提到材料光學參數之量測，則首推橢圓術 (Ellipsometry)。橢圓術的原理是利用一已知偏振態的偏振光，入射一待測物質，經由量測出射光與原入射光間的偏振態變化，來反推此待測物之光學特性 [1]。應用橢圓術發展的儀器稱為橢圓儀 (Ellipsometer)，而本論文則利用穿透式橢圓偏光術 (Transmission Ellipsometry) 進行實驗量測，此法又稱為偏光儀 (Polarimetry)。偏光儀主要用來量測穿透性材料的線偏之吸收特性 (Linear Dichroism)、圓偏之吸收特性 (Circular Dichroism)、線性雙折射性質 (Linear Birefringence) 和旋光特性 (Optical Rotation) 等。偏光儀中的主要光學元件有：偏光片 (polarizer)、補波片 (compensator)、待測物 (sample) 和析光片 (analyzer)，此系統中補波片現已有被光彈調變器 (Photoelastic Modulator, PEM) 逐漸取代的趨勢 [2]。本實驗室發展以光彈調變器做為相位調變的 P-PEM-S-A 型式的偏光儀系統，可以避免轉動偏光元件造成的機械轉動寄生誤差 [3]，並用穿透方式成功地校正各元件的相對偏振角 (azimuthal angle) [3] 和光彈調變器的相位調變振幅 [4]，搭配數據擷取卡 (DAQ card) 利用電腦發揮即時量測的優點，提升橢圓術量測的穩定性和便利性。

液晶顯示器 (Liquid Crystal Display, LCD) 因具有輕、薄、低輻射、低

耗電...等優點，被廣泛應用在電子顯示產品，並已逐漸取代傳統 CRT 的趨勢，隨著時代進步，大尺寸液晶顯示器的視角和對比度問題就顯得很重要。TN 型 LCD 雖然發展較成熟並應用在顯示器上，但是其卻有低響應速度和窄視角等問題，廣視角目前有 MVA (Multi-domain Vertical Alignment) [8] 和 IPS (In-Plane Switching) [9] 技術。在 1983 年，由 Philip J. Bos 提出稱之為 π -cell [10] 用在電壓控制的半波片，至後來在 1993 年由 Dr. Uchida 提出在 π -cell 加一雙光軸補償膜，可以讓液晶分子傾斜時在視角上的補償，此結構稱之為光學補償彎曲式模態 (Optically compensated bend mode, OCB mode) [11]，是現階段響應速度最快的向列型液晶模態，其具有液晶分子指向矢的自我光學補償對稱特性，即有對稱視角和廣視角的優點。而快速響應能力可以實踐色序法驅動和時域分割之立體顯示技術，OCB mode 被視為可以實現此新穎顯示技術的液晶模態。不過 OCB 液晶盒有對比度不足、暗態漏光以及用在顯示灰階切換需偏壓在臨界電壓以上等缺點。本論文以交通大學顯示科技研究所陳皇銘老師實驗室提供的 OCB 液晶盒，利用光彈調變式偏光儀量測 OCB 液晶盒研究其特性。

本論文主要闡述有以下三點：

第一部分 預傾角量測原理

在液晶盒邊界表面處其液晶分子導軸 (director) 與玻璃基板表面的夾角即所謂的預傾角 (pretilt angle)，預傾角的大小將會影響 OCB 液晶盒的相位延遲 (phase retardation)、臨界電壓 (critical voltage) 和響應時間 (response time)，研究預傾角可以將顯示機制進一步達到最佳化，因此精確地量測未知液晶盒的預傾角將很重要。量測液晶盒預傾角一般常用的旋轉晶體法 (crystal rotation method) [13] 只針對水平排列液晶盒 (homogeneous cell) 來做量測，因為當入射角與預傾角平行時其穿透率為一極點，故可用以量測預傾角。但 OCB 液晶排列結構在上下基板表面的分子長軸之相位差

為 180 度 [14]，直到 2009 年，Hsu [20] 利用此結構除了數據模擬外同時也測出各入射角在特定預傾角的相位差。我們利用同樣理論模擬出各入射角在特定預傾角的相位差，再以光彈調變式偏光儀量測 OCB 液晶盒各入射角的相位延遲以擬合其預傾角。

第二部分 OCB 液晶盒相位延遲量測與預傾角量測

OCB 液晶盒相位延遲為與入射光之入射角、波長和液晶盒材料參數（液晶盒厚度、預傾角、液晶的尋常光與非尋常光的折射系數）均有關。以光彈調變式偏光儀量測 OCB 液晶盒在各入射角下的相位延遲曲線，可與理論相位延遲公式曲線做擬合，來推算此 OCB 液晶盒的預傾角大小及修正液晶盒的厚度。最後引用 OCB 液晶盒材料彈性參數和配置預傾角大小對臨界電壓影響的理論 [16,17]，來驗證實驗量測預傾角的準確性。

第三部分 OCB 液晶盒加電壓的動態反應

OCB 液晶盒隨著外加電壓的變化而改變其液晶分子的排列，因而具有不同的模態。為了加快 OCB 液晶盒的反應速度，其亮暗操作時需加電壓以維持 OCB 在彎曲態，故有耗電的缺點。但 OCB 液晶盒在彎曲態時若突然移除偏壓，會有一短暫且具高亮度的穩態，稱之為亞穩態 (metastable state) [18] 或鬆弛彎曲態 (relaxed bend state) [19]，如用來做亮暗態的切換，並不需要保持電壓，故有省電的優點。利用光彈調變式偏光儀量測 OCB 液晶盒在不同驅動電壓下的偏光參數 Ψ 和 Δ ，並可由偏光參數 Ψ 和 Δ 反推 OCB 液晶盒的穿透率，量出液晶響應時間。最後，利用偏光參數 Ψ 和 Δ 可求得液晶盒出射光的偏極態 - 史托克參數 (Stokes parameters)，並將之繪於邦加球 (Poincaré Sphere) 上，觀察 OCB 液晶盒不同模態的偏光狀態。由其史托克參數可推算其亮度比，本文將就其彎曲態及亞穩態的亮度比來說明在亞穩態操作的好處。

第二章 基本原理

2.1 光的偏振態與表示法

光波實質上就是電磁波，完整描述光波要用到四個基本的場向量： \vec{E} 、 \vec{H} 、 \vec{B} 和 \vec{D} 。在這四個場向量中選用了電場 \vec{E} 定義光的偏振態。今設光波沿z軸方向前進，則電場之振動方向將位於x-y平面上，如圖2-1。

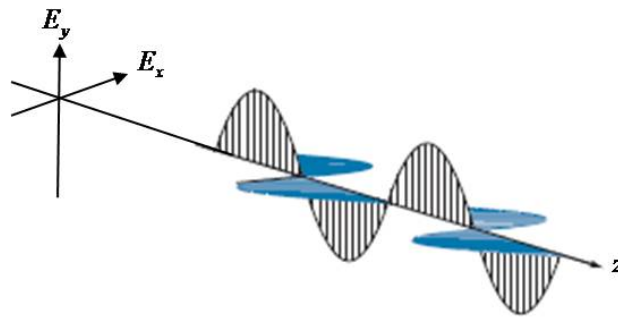


圖 2-1 橫向傳播光場

表示空間中光波某一點之電場時變關係式

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} \quad (2-1)$$

其中

$$E_x = E_{ox} \cos(kz - \omega t - \delta_x)$$

$$E_y = E_{oy} \cos(kz - \omega t - \delta_y)$$

k ：波數 (wave number)

ω ：角頻率 (angular frequency)

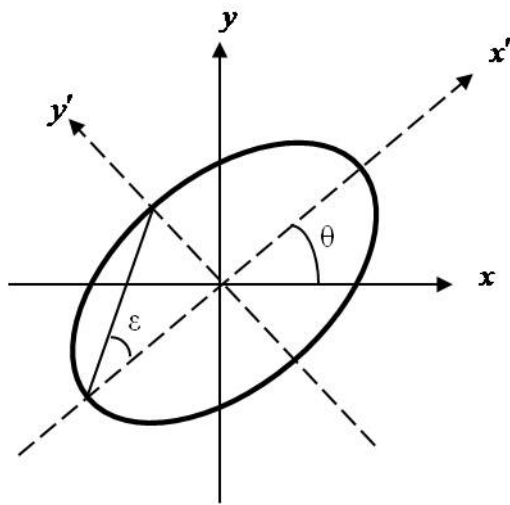
δ_x, δ_y ：x 和 y 方向之電場相位 (phase)

當 $z=0$ 時，電場之分布可寫成橢圓方程式

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos\delta = \sin^2\delta \quad (2-2)$$

$\delta = \delta_y - \delta_x$ ：y 方向和 x 方向電場相位差

再將 $x-y$ 座標，轉換成 $x'-y'$ 座標



θ : 偏振角 (azimuth angle)
 ε : 離心率角 (elliptical angle)

圖 2-2 旋轉的橢圓偏振

$$\begin{aligned} E_x &= \cos \theta E'_x - \sin \theta E'_y \\ E_y &= \sin \theta E'_x + \cos \theta E'_y \\ a^2 &= \cos^2 \theta A_x^2 + \sin^2 \theta A_y^2 + 2A_x A_y \cos \delta \cos \theta \sin \theta \\ b^2 &= \sin^2 \theta A_x^2 + \cos^2 \theta A_y^2 - 2A_x A_y \cos \delta \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad (2-3)$$

由(2-3)式代入(2-2)式可化簡成

$$\frac{E'_x{}^2}{a^2} + \frac{E'_y{}^2}{b^2} = 1 \quad (2-4)$$

故光波在某一點之電場分布為橢圓形而稱之橢圓偏振。不同的相位差電場就會有不同的橢圓偏振態，舉幾種特例：

- (1) 當 $\delta = 0, \delta = \pi$ 時，電場沿固定方向振動，稱線性偏振光。
- (2) 當 $\delta = \pm\pi/2$ ，且 $E_{0x} = E_{0y}$ 時，電場為右、左旋圓偏振光。
- (3) 當 $\delta \neq 0, \delta \neq \pm\pi, \delta \neq \pm\pi/2$ 時，電場為橢圓偏振光。

為了方便描述光波的偏振狀態並加以運算，將式(2-1)改寫成複數形式，並寫成 2×1 階的瓊斯向量 (Jones vector) [7]。

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} e^{i\delta} \end{bmatrix} e^{i(kz - \omega t)} \quad (2-5)$$

一般而言瓊斯向量只能形容純偏振 (pure polarized) 光，不能形容非偏振 (unpolarized) 光或部分偏振 (partially polarized) 光，但大部分光波均為部分偏振光，故需引用 Stokes parameters 來表示。

2.2 史托克參數 (Stokes Parameters) 和穆勒矩陣 (Mueller Matrix)

Stokes parameters 或稱 Stokes vector 為一 4×1 階矩陣[7]

$$S(\text{Stokes vector}) = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_0 &= E_x^2 + E_y^2 \\ S_1 &= E_x^2 - E_y^2 \\ S_2 &= 2E_x E_y \cos \delta = E_x E_y^* + E_x^* E_y \\ S_3 &= 2E_x E_y \sin \delta = i(E_x E_y^* - E_x^* E_y) \end{aligned} \quad (2-6)$$

其中 S_0 代表此光線的總強度； $S_1 = \pm 1$ 代表偏振狀態為水平 (0°) 或垂直 (90°) 方向； $S_2 = \pm 1$ 代表偏振狀態為 $+45^\circ$ 或 -45° 方向； $S_3 = \pm 1$ 代表偏振狀態為右旋或左旋方向。

一個橢圓率 ε 之正橢圓偏極光的 Jones Vector 可表示為

$$\begin{bmatrix} E_{x0} \\ E_{y0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix}$$

一個方位角改變之橢圓偏極光的 Jones Vector 可表示為

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = R(-\theta) \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varepsilon - j \sin \theta \sin \varepsilon \\ \sin \theta \cos \varepsilon + j \cos \theta \sin \varepsilon \end{bmatrix}$$

考慮一般的部分偏極光的偏光率 P ，則廣義的橢圓偏極光可用 Stokes parameters 表示：

$$S = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ P \cos 2\theta \cos 2\varepsilon \\ P \sin 2\theta \cos 2\varepsilon \\ P \sin 2\varepsilon \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

其中

I_0 : 光波的總亮度 (intensity)

θ : 橢圓傾角 (orientation angle)

ε : 橢圓率 (ellipticity angle)

P : 偏光率 (degree of polarization)



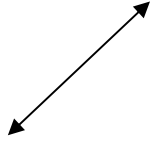
$$P = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}, P = \begin{cases} 0 & , \text{unpolarized} \\ 1 & , \text{pure polarized} \\ 0 < P < 1 & , \text{partially polarized} \end{cases}$$

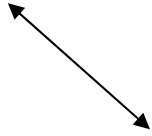
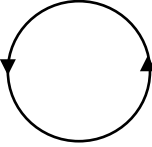
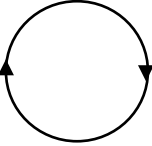
由式(2-7)可知

$$\tan 2\theta = \frac{S_2}{S_1}, \sin 2\varepsilon = \frac{S_3}{P \cdot S_0}$$

所以橢圓偏振光的橢圓傾角和橢圓率可以由史托克參數計算。

表 2-1 常引用的偏極態

	Jones vector	Stokes vector	圖示
0°線偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	
90°線偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	
+45°線偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	

-45°線偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
左旋圓偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	
右旋圓偏光	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	

穆勒矩陣是一個 4×4 階的矩陣，可以用來表示光學元件的傳導矩陣，其主要架構仍是建立在史托克參數上，舉下列常用的穆勒矩陣，分別為旋轉矩陣、理想的偏光片和補波片。

● 旋轉矩陣

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 θ 為旋轉角度

● 理想偏光片

$$M_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

● 補波片

$$M_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 ϕ 為相位延遲， θ 為光軸方位角

當光路徑中有數個偏光元件，則出射光的史托克參數為

$$S_{out} = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdots S_{in}$$

其中

S_{in} ：入射光史托克參數

S_{out} ：出射光史托克參數

$M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdots$ 為各偏光元件的穆勒矩陣

2.3 橢圓偏光參數 Ψ 和 Δ 定義

液晶樣品的 Jones matrix 定義為

$$LC(\Psi, \Delta) = \begin{bmatrix} \rho_{pp} & \rho_{sp} \\ \rho_{ps} & \rho_{ss} \end{bmatrix}$$

令入射光的 Jones vector 為 $\begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix}$ ，穿過液晶樣品的出射光 Jones vector $\begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{bmatrix}$ ，

則系統矩陣可表示

$$\begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{bmatrix} = LC(\Psi, \Delta) \cdot \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{pp} & \rho_{sp} \\ \rho_{ps} & \rho_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix}$$

橢圓偏光參數 Ψ 和 Δ 定義為

$$\tan \Psi e^{i\Delta} \equiv \frac{\xi}{\chi}, \quad \text{其中 } \chi = \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix}, \quad \xi = \begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

2.4 邦加球 (Poincaré Sphere) [1]

將(2-6)式和(2-7)式對 S_0 做歸一化，以史托克參數(S_1/S_0 、 S_2/S_0 、 S_3/S_0)為軸可畫出邦加球，圖 2-3，此圓半徑即偏光率 P ，可以標示出所有偏光狀態。球上任一點(點 O)和 $S_1 S_2$ 平面所夾角度為 2ε ，且對 $S_1 S_2$ 平面的投影和軸 S_1 所夾角度為 2θ 。然而在 $S_1 S_2$ 平面上的所有偏光狀態均為線偏光，只是每一點的方位角不同，在邦加球的兩極分別是右旋圓和左旋圓偏振光，其他部分則都是橢圓偏振光。

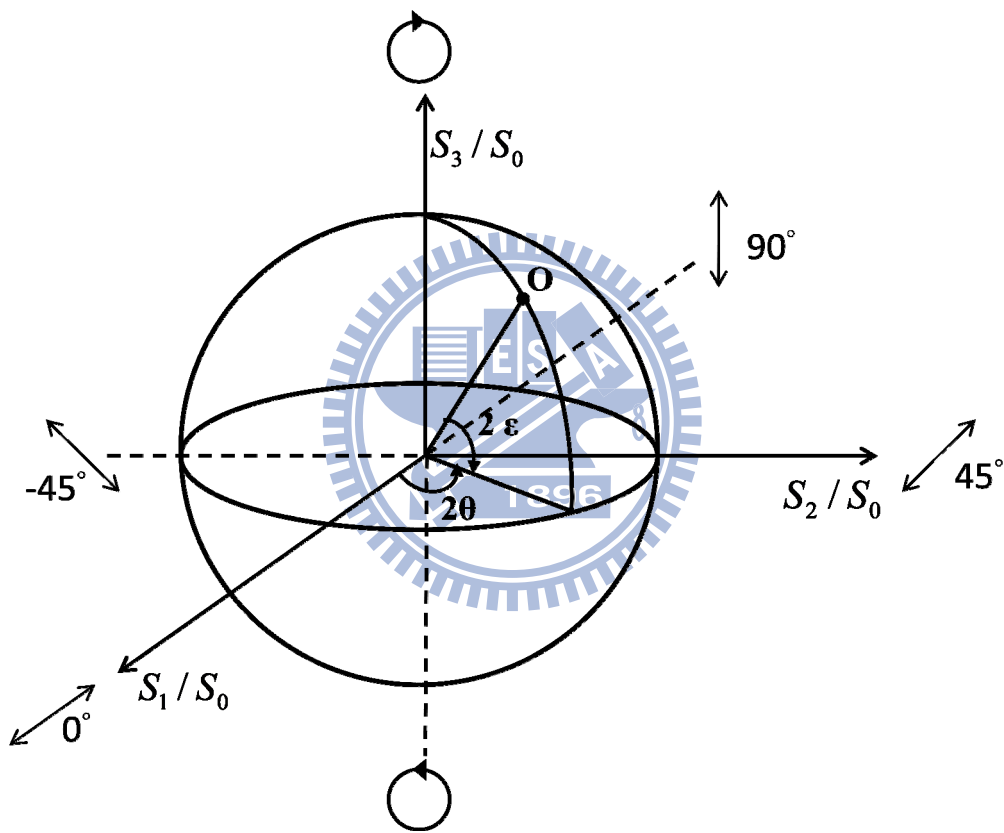


圖 2-3 邦加球

2.5 光彈調變器 (Photoelastic Modulator, PEM)

光彈調變器是一種以特定頻率調變入射光偏振態的儀器，如圖 2-4 所示，其為一各向同性 (isotropic) 的光學晶體，可依照使用光源波長來決定光學晶體材料，如融石英 (Fused Silica) 或氟化鈣 (Calcium Fluoride)。另一部分為壓電材料石英晶體構成。其原理是利用驅動器輸出一固定頻率 ω 的高壓電場至石英晶體表面，因壓電效應使形變方向隨著電場的正、負半週做收縮、膨脹交互變化，當此應力施加至黏合在旁的光學晶體則產生雙折射效應，此即光彈效應。

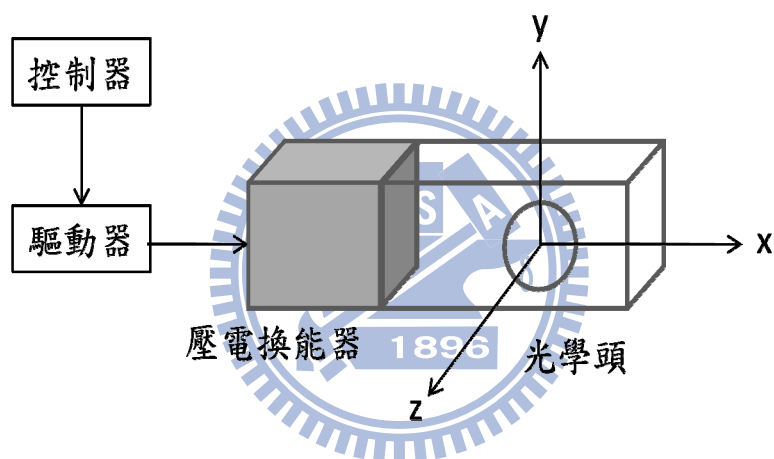


圖 2-4 光彈調變器構造示意圖

光彈調變器可視為一隨時間改變相位差的線性雙折射晶體，所以其穆勒矩陣可表示

$$M_{pem} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta_p & \sin \Delta_p \\ 0 & 0 & -\sin \Delta_p & \cos \Delta_p \end{bmatrix}$$

光彈調變器的相位延遲 Δ_p 為一個角頻率 ω 的時間函數，一般可表示為 $\Delta_p = \delta_0 \sin \omega t$ ，其中 $\delta_0 = 2\pi \cdot \Delta_0$ ， Δ_0 為光彈調變器的相位調變振幅， ω 為調變頻率。

2.6 光彈調變式偏光儀

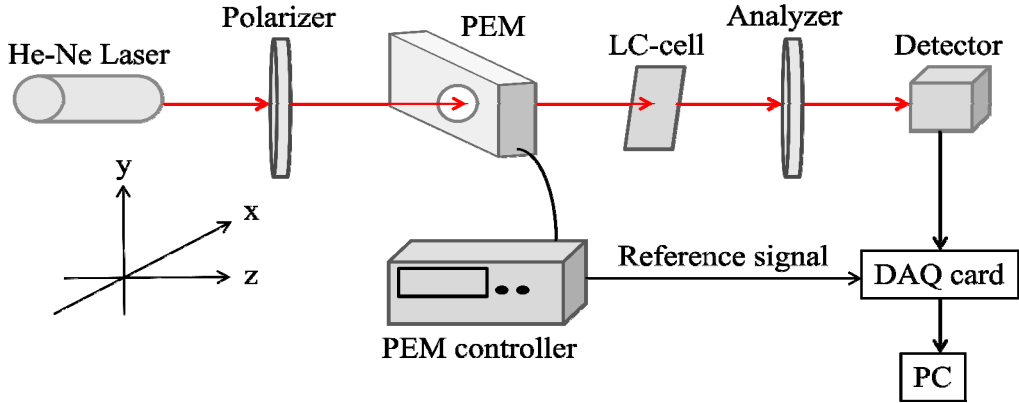


圖 2-5 光彈調變式偏光儀量測系統架構

如圖 2-5 的架構圖，He-Ne 雷射經過偏光片之後的史托克參數為 S_p ，入射的偏極態通過光彈調變器 $M_{pem}(C, \Delta_p)$ ，再射入液晶樣品 $LC(\Psi, \Delta)$ ，最後經過析光片 $M_A(A)$ ，出射光的偏極態 S_f 的數學模式可以表示為

$$S_f = M_A(A) \cdot LC(\Psi, \Delta) \cdot M_{pem}(C, \Delta_p) \cdot S_p \quad (2-9)$$

$$S_f = \frac{I_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2A & \sin 2A & 0 \\ \cos 2A & \cos^2 2A & \sin 2A \cos 2A & 0 \\ \sin 2A & \sin 2A \cos 2A & \sin^2 2A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\Psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cos \Delta & \sin 2\Psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \sin \Delta & \sin 2\Psi \cos \Delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2C & -\sin 2C & 0 \\ 0 & \sin 2C & \cos 2C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta_p & \sin \Delta_p \\ 0 & 0 & -\sin \Delta_p & \cos \Delta_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2C & \sin 2C & 0 \\ 0 & -\sin 2C & \cos 2C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2P \\ \sin 2P \\ 0 \end{bmatrix}$$

將偏光片的方位角至於 -45° ($P = -45^\circ$)，校正光彈調變器的光軸在 0° ($C = 0^\circ$)，析光片方位角在 45° ($A = 45^\circ$)，得到史托克參數第一項 S_0 光強度

$$I = \frac{I_0}{4} [1 + \tan^2 \Psi - 2 \tan \Psi \cos(\Delta - \Delta_p)] \quad (2-10)$$

其中

$$\Delta_p = \delta_0 \sin \omega t, \quad \delta_0 = 2\pi \cdot \Delta_0$$

Δ_0 為光彈調變器的相位調變振幅

針對 Δ_p 做傅立葉貝索展開 (Fourier Bessel Expansion) 得到以下關係式

$$\begin{aligned}\cos(\delta_0 \sin \omega t) &= J_0(\delta_0) + 2 J_2(\delta_0) \cos 2\omega t + 2 J_4(\delta_0) \cos 4\omega t + \dots \\ \sin(\delta_0 \sin \omega t) &= 2 J_1(\delta_0) \sin \omega t + 2 J_3(\delta_0) \sin 3\omega t + \dots\end{aligned}\quad (2-11)$$

將(2-11)式代入(2-10)式，整理可得直流分量 I_{dc} 、一倍頻 I_{1f} 、二倍頻 I_{2f} 、三倍頻 I_{3f} 和四倍頻 I_{4f} ...

$$I_{dc}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = \frac{I_0}{4}[1 + \tan^2 \Psi - 2 \tan \Psi \cos \Delta J_0(\delta_0)] \quad (2-12)$$

$$I_{1f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \sin \Delta J_1(\delta_0)] \quad (2-13)$$

$$I_{2f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \cos \Delta J_2(\delta_0)] \quad (2-14)$$

$$I_{3f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \sin \Delta J_3(\delta_0)] \quad (2-15)$$

$$I_{4f}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = -I_0[\tan \Psi \cos \Delta J_4(\delta_0)] \quad (2-16)$$

經由(2-13)、(2-15)或(2-14)、(2-16)式可得

$$\frac{I_{1f}}{I_{3f}} = \frac{J_1(\delta_0)}{J_3(\delta_0)} \quad \text{或} \quad \frac{I_{2f}}{I_{4f}} = \frac{J_2(\delta_0)}{J_4(\delta_0)}, \quad \text{其中 } \delta_0 = 2\pi \cdot \Delta_0 \quad (2-17)$$

即可經由(2-17)式求出相位調變振幅(Δ_0)。在做量測之前，必須先校正 [附錄一] 相位調變振幅在 $J_0(\delta_0) = 0$ 的位置，才可做接下來的量測。 Δ_0 校正在 0.383 之後， $J_0(\delta_0) = 0$ ，故(2-12)式可修正為

$$I_{dc}(P = -45^\circ, A = 45^\circ) = \frac{I_0}{4}[1 + \tan^2 \Psi] \quad (2-18)$$

將(2-13)式除以(2-14)式整理得

$$\Delta = \tan^{-1}\left(\frac{I_{1f}}{I_{2f}} \cdot \frac{J_1(\delta_0)}{J_2(\delta_0)}\right) \quad (2-19)$$

先將(2-13)平方式加(2-14)平方式，再代入(2-18)式整理得

$$\Psi = \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\sqrt{\left(\frac{I_{1f}}{2 I_{dc} J_1(\delta_0)}\right)^2 + \left(\frac{I_{2f}}{2 I_{dc} J_2(\delta_0)}\right)^2}\right) \quad (2-20)$$

藉由(2-19)式和(2-20)式就可以推算偏光參數 Ψ 和 Δ 。

2.7 橢圓偏光參數和史托克參數轉換

由(2-8)式橢圓偏光參數可定義如下

$$\tan \Psi \cdot e^{i\Delta} = \frac{E_{ox}/E_{oy}}{E_{ix}/E_{iy}}$$

若入射光為 -45° 線性偏振光，所以 $E_{ix}/E_{iy} = -1$ ，則(2-8)式可表示

$$E_{ox} = -\tan \Psi \cdot e^{i\Delta} E_{oy} \quad (2-21)$$

則由(2-21) 式代入(2-6)式可將橢圓偏光參數轉換成史托克參數

$$\begin{aligned} S_0 &= E_x^2 + E_y^2 = (\tan^2 \Psi + 1)E_{oy}^2 \\ S_1 &= E_x^2 - E_y^2 = (\tan^2 \Psi - 1)E_{oy}^2 \\ S_2 &= E_x E_y^* + E_x^* E_y = -2 \tan \Psi \cos \Delta E_{oy}^2 \\ S_3 &= i(E_x E_y^* - E_x^* E_y) = 2 \tan \Psi \sin \Delta E_{oy}^2 \end{aligned} \quad (2-22)$$

再將 S_1 、 S_2 、 S_3 分別對 S_0 歸一化，得歸一化史托克參數

$$\begin{aligned} \frac{S_1}{S_0} &= \frac{\tan^2 \Psi - 1}{\tan^2 \Psi + 1}; \\ \frac{S_2}{S_0} &= \frac{-2 \tan \Psi \cos \Delta}{\tan^2 \Psi + 1}; \\ \frac{S_3}{S_0} &= \frac{2 \tan \Psi \sin \Delta}{\tan^2 \Psi + 1} \end{aligned} \quad (2-23)$$

2.8 亮度

液晶樣品出射光歸一化偏振態 $\begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix}$ ，穿過 $+45^\circ$ 析光片的光偏振態表示

$$\frac{I_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2(45^\circ) & \sin 2(45^\circ) & 0 \\ \cos 2(45^\circ) & \cos^2 2(45^\circ) & \sin 2(45^\circ) \cos 2(45^\circ) & 0 \\ \sin 2(45^\circ) & \sin 2(45^\circ) \cos 2(45^\circ) & \sin^2 2(45^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = \frac{I_0}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{S_2}{S_0} \\ 0 \\ 1 + \frac{S_2}{S_0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

液晶盒亮度

$$I_{\text{brightness}} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{S_2}{S_0} \right) \quad (2-24)$$

可以透過量測液晶出射光的史托克參數來判斷當時液晶盒的亮度。

2.9 光學補償彎曲式(OCB, Optically Compensated Bend)液晶盒

2.9.1 OCB 液晶盒結構

OCB 液晶盒液晶分子排列包含三種結構：斜展態 (splay state)、彎曲態 (bend state) 和扭轉態 (twist state)，圖 2-7。在未加壓時，液晶分子排列方向會順著配向方向呈現展開的狀態，稱做斜展態。而當液晶盒外加大於一個保持電壓 (threshold voltage, V_{th}) 後，液晶分子受到外加電場的影響，在液晶盒中間平行於上下基板的液晶分子會向上基板或下基板移動，形成一個不對稱的型態，稱 Asymmetric Splay state，在這種狀態下液晶分子狀態不穩定，若持續加壓到臨界電壓 (critical voltage, V_c)，液晶分子會傾向自由能 (Free energy) [12] 較低的彎曲態穩定排列，如圖 2-6。在轉換過程需經過成核現象 (Nucleation) [15] 來達成，成核簡單來說就是相的轉變，由於斜展態和彎曲態在液晶的排列上為兩種完全不同的相，即排列拓撲 (Topological) 並不相似。而當在彎曲態時移除外加電壓，液晶分子會瞬間轉到 180 度的扭轉態，再由成核現象以很慢的速度 (約 500 ms) 慢慢回復到斜展態。所以 OCB 液晶盒若要用在亮暗態操作，外加電壓需維持大於臨界電壓，避免間態回復的情況發生。

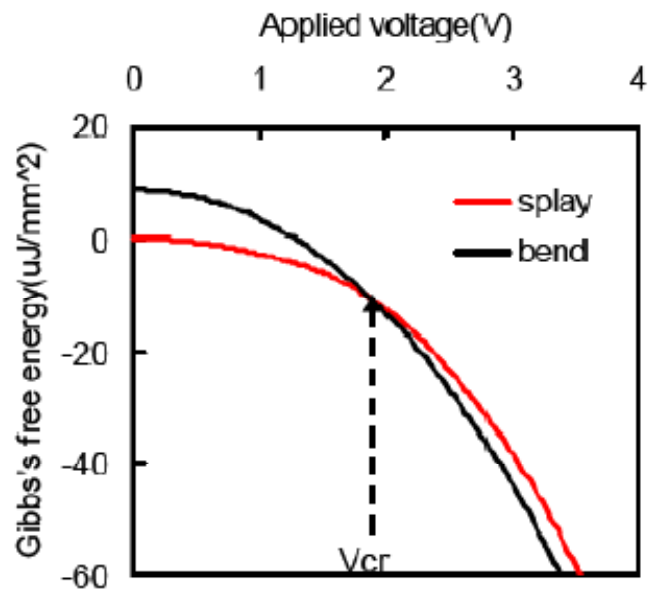


圖 2-6 液晶盒在電壓驅動下的自由能 [12]

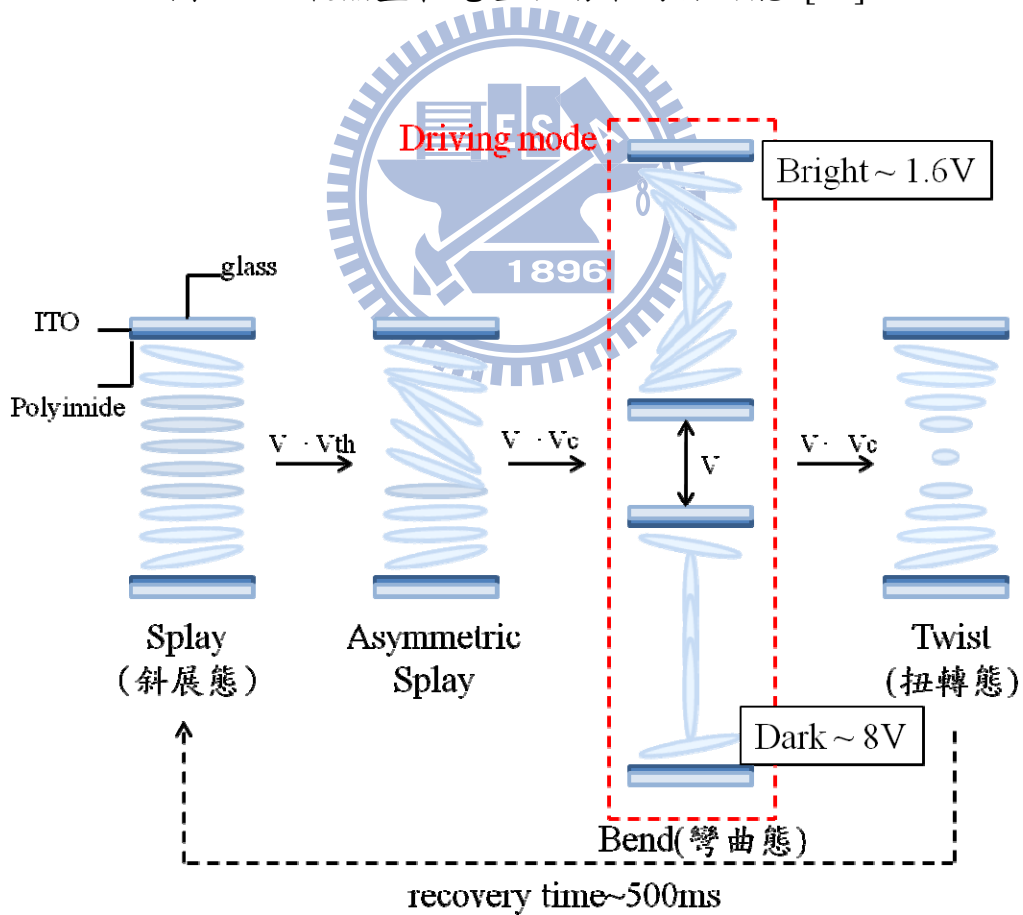


圖 2-7 OCB 液晶盒液晶分子結構轉變圖

2.9.2 快速反應機制

OCB cell 是現階段響應速度最快的向列型液晶模態，由圖 2-8 與其液晶分子排列結構有關。一般的水平液晶盒 (homogeneous cell) 在鬆弛過程中，液晶盒中間部分的液晶分子反向的回復扭曲會引起液晶反躍效應 (backflow) [10]，使水平液晶盒響應時間延滯。而 OCB 液晶盒其對稱的液晶排列結構則無反躍的效應，並且 OCB 液晶盒響應時間約在 1 到 10 ms 比一般的 TN mode (50 ms) 還要更快。

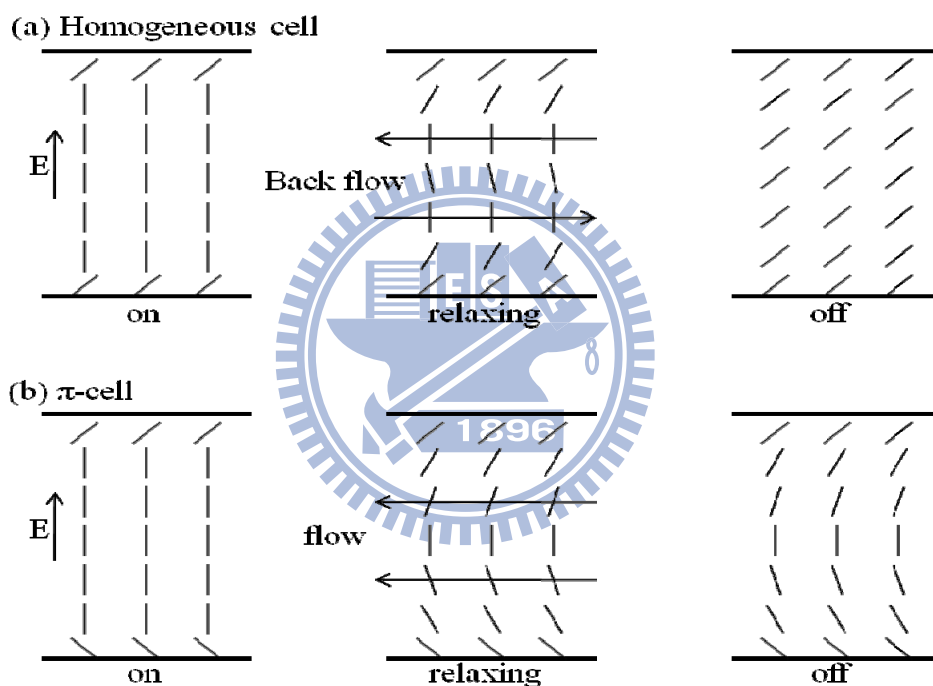


圖 2-8 (a)homogeneous cell (b)OCB cell 液晶反躍效應

2.10 預傾角量測原理

2.10.1 斜向入射的相位差 [13]

以光軸在 x-y 平面的單軸雙折射晶體為例，當正向入射時的相位延遲為

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d \quad (2-25)$$

或可表示成

$$\Gamma = (k_{ez} - k_{oz})d \quad (2-26)$$

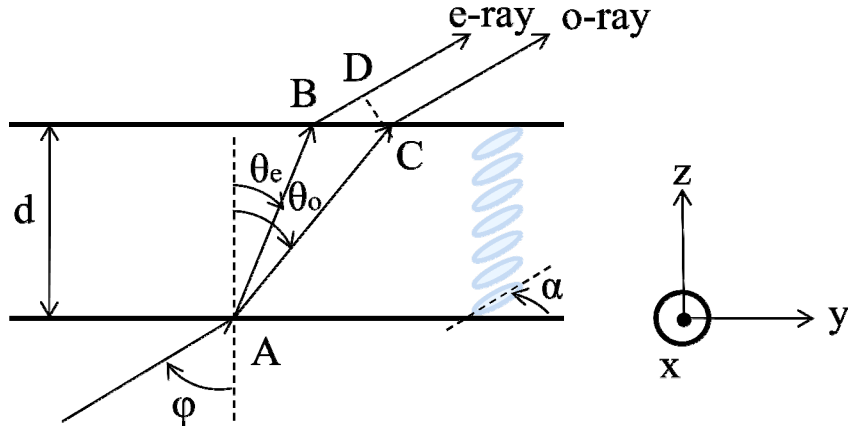


圖 2-9 通過單軸晶體平面的光程差示意圖

由圖 2-9， d 為液晶盒厚度、 α 為液晶分子預傾角、 φ 為光的入射角，在這裡定義液晶盒基板的法線方向為 z 軸，則液晶分子的導軸 \hat{n} (director) 和光路徑單位方向向量 \hat{k} 、 \hat{k}_e 、 \hat{k}_o 可表示為

$$\begin{aligned} \hat{n} &= (0, \cos \alpha, \sin \alpha) \\ \hat{k} &= (0, \sin \varphi, \cos \varphi) \\ \hat{k}_e &= (0, \sin \varphi_e, \cos \varphi_e) \\ \hat{k}_o &= (0, \sin \varphi_o, \cos \varphi_o) \end{aligned} \quad (2-27)$$

所以 \hat{k}_e 與 \hat{n} 的夾角可用向量內積表示

$$\cos \theta_{eff} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_e - \alpha\right) = \hat{n} \cdot \hat{k}_e = \sin \varphi_e \cos \alpha + \cos \varphi_e \sin \alpha \quad (2-28)$$

入射光進入介質中，因單軸晶體雙折射現象在介質中出現兩折射角 θ_e, θ_o ，且 $n_e(\varphi)$ 與入射角有關，則相位延遲可寫成

$$\Gamma = k(n_{eff} AB + n_i BD - n_o AC) \quad (2-29)$$

k 為真空中波向量，考慮 Snell's law ($n_i = 1$)

$$n_i \sin \theta_i = n_o \sin \theta_o = n_{eff} \sin \theta_e \quad (2-30)$$

最後可化簡為

$$\Gamma(\varphi, \alpha) = k(n_{eff} \cos \theta_e - n_o \cos \theta_o)d \quad (2-31)$$

其中

$$\frac{1}{n_{eff}^2} = \frac{\sin^2 \alpha}{n_o^2} + \frac{\cos^2 \alpha}{n_e^2} \quad (2-32)$$

分別寫下 e-ray 和 o-ray 的光程 (optical path length, OPL)

$$OPL_{e-ray} = n_{eff}(\theta_{eff}) \frac{d}{\cos \varphi_e} + (\tan \varphi_o - \tan \varphi_e)d \sin \varphi \quad (2-33)$$

$$OPL_{o-ray} = n_o \frac{d}{\cos \varphi_o} \quad (2-34)$$

由(2-33)和(2-34)式可得光程差 (optical path difference, OPD)

$$\begin{aligned} OPD &= OPL_{e-ray} - OPL_{o-ray} \\ &= d \left[\frac{n_{eff}(\theta_{eff})}{\cos \varphi_e} + (\tan \varphi_o - \tan \varphi_e) \sin \varphi - \frac{n_o}{\cos \varphi_o} \right] \end{aligned} \quad (2-35)$$

利用(2-28)和(2-30)式代入(2-35)式，以 n_e 、 n_o 、 α 、 φ 來表示相位延遲

$$\begin{aligned} \Gamma(\varphi, \alpha) &= \frac{2\pi}{\lambda} \cdot OPD \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin \alpha \cos \alpha \sin \varphi + \frac{1}{c} \sqrt{1 - \frac{a^2 b^2}{c^2}} \sin^2 \varphi \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{b} \sqrt{1 - b^2 \sin^2 \varphi} \right] \end{aligned} \quad (2-36)$$

其中

$$a = \frac{1}{n_e} \quad , \quad b = \frac{1}{n_o} \quad , \quad c^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha$$

2.10.2 OCB 液晶盒斜向入射相位差

OCB 液晶盒其為上下對稱的排列結構，不適用(2-36)式針對 homogeneous cell 的相位延遲公式，由圖 2-10 將 OCB 液晶盒分為上下兩部分，其總相位延遲 [14]

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \quad \text{且} \quad \Gamma_1(\varphi) = \Gamma_2(-\varphi) \quad (2-37)$$

以液晶盒中間一半位置為 z 軸起點，則傾角變化可由下式表示

$$\begin{aligned}\alpha_{splay}(z) &= \frac{2\alpha_0 z}{d} \\ \alpha_{bend}(z) &= \frac{\pi}{2} - \frac{2\alpha_0 z}{d}\end{aligned}\tag{2-38}$$

其中 α_0 為邊界預傾角

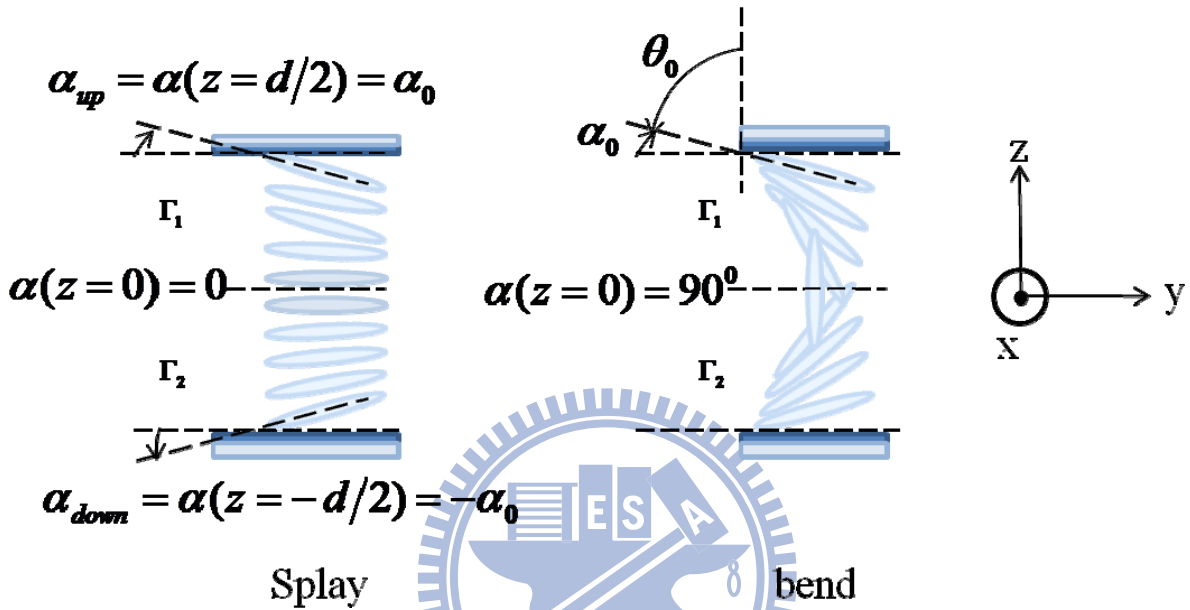


圖 2-10 OCB 液晶盒傾角變化圖

由(2-36)式表示上半部 $+\alpha$ 傾角相位延遲與下半部 $-\alpha$ 傾角相位延遲的總合

$$\begin{aligned}\Gamma_{\pm}(\varphi, \alpha) &= \Gamma(\varphi, +\alpha) + \Gamma(\varphi, -\alpha) \\ &= \frac{4\pi d}{\lambda} \left[\frac{n_e n_o}{n_e^2 \sin^2 \alpha + n_o^2 \cos^2 \alpha} \times \right. \\ &\quad \left. \sqrt{n_e^2 \sin^2 \alpha + n_o^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \varphi} - \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \varphi} \right]\end{aligned}\tag{2-39}$$

將(2-38)式代入(2-39)式從液晶盒中央位置 $z=0$ 到邊界位置 $z=d/2$ 定積分得

OCB cell 總相位延遲

$$\Gamma_{total}(\varphi, \alpha_0) = \int_0^{d/2} \Gamma_{\pm}(\varphi, \alpha) dz\tag{2-40}$$

故可在已知液晶材料的 n_e 和 n_o 、入射光波長 λ 、液晶盒厚度 d 及液晶盒在各角度入射光量測的相位延遲，來反推預傾角大小。

2.11 預傾角對臨界電壓的影響

OCB 液晶盒 Gibbs free energy 的公式

$$G = \frac{1}{2} \int_0^d [(K_{11} \cos^2 \theta + K_{33} \sin^2 \theta) \left(\frac{d\Theta}{dz}\right)^2 - \varepsilon_0 \Delta \varepsilon E^2 \sin^2 \Theta] dz \quad (2-41)$$

其中

$$E \approx \frac{U}{d}, \quad E \text{ 電場}, \quad U \text{ 驅動電壓}$$

K_{11}, K_{33} : 斜展態和彎曲態彈性係數

$\varepsilon_0, \Delta \varepsilon$: 真空和異相性介電係數

d : 液晶盒厚度

Θ : 液晶傾角

一般情況下，OCB 液晶盒配置的預傾角越大則臨界電壓越小。這裡引用 Y. Sun [15,16] 研究預傾角對臨界電壓的公式，OCB 液晶盒的斜展態和彎曲態從上邊界到下邊界位置的傾角分布式

$$\Theta_{bend}(z) = \alpha + (\pi - 2\alpha) \frac{z}{d} \quad (2-42)$$

$$\Theta_{splay}(z) = \alpha - 2\alpha \frac{z}{d}$$

當斜展態和彎曲態的自由能相同時，則(2-42)式代入(2-41)式整理得臨界電壓的公式

$$U = Ed = \sqrt{(K_{33} - K_{11}) \frac{2\alpha(\pi - 2\alpha)}{\varepsilon_0 \Delta \varepsilon} + (K_{33} + K_{11}) \frac{2\alpha(\pi - 2\alpha)(\pi - 4\alpha)}{\varepsilon_0 \Delta \varepsilon \sin 2\alpha}} \quad (2-43)$$

若臨界電壓等於 0 時，此時的預傾角稱為臨界預傾角 α_c ，由(2-43)式可得

$$(K_{33} - K_{11}) \sin 2\alpha_c + (K_{33} + K_{11})(\pi - 4\alpha_c) = 0 \quad (2-44)$$

以實驗用的 OCB 液晶盒的液晶材料 ZCE-5096XX， $K_{11} = 9.8$ ， $K_{33} = 11.8$ 和 $\Delta \varepsilon = 10$ ，由(2-44)式得到臨界預傾角在 46.32 度和臨界預傾角與彈性係數 K_{33}/K_{11} 關係曲線圖 2-11。

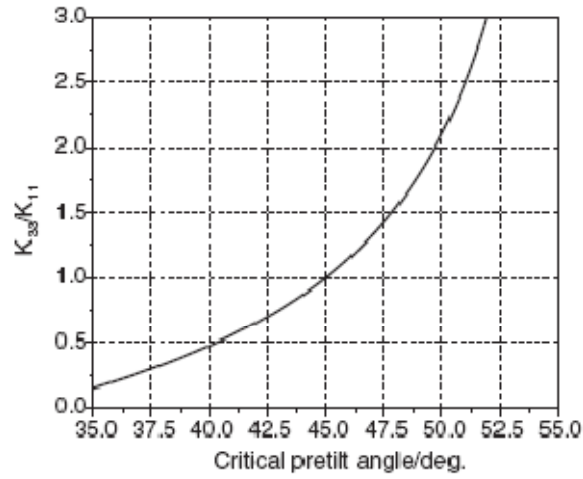


圖 2-11 臨界預傾角與彈性係數 K_{33}/K_{11} 關係曲線

最後以(2-43)式畫出預傾角對臨界電壓的關係曲線圖 2-11。所以若知道此 OCB 液晶盒的臨界電壓，便可以驗證預傾角量測的準確性。

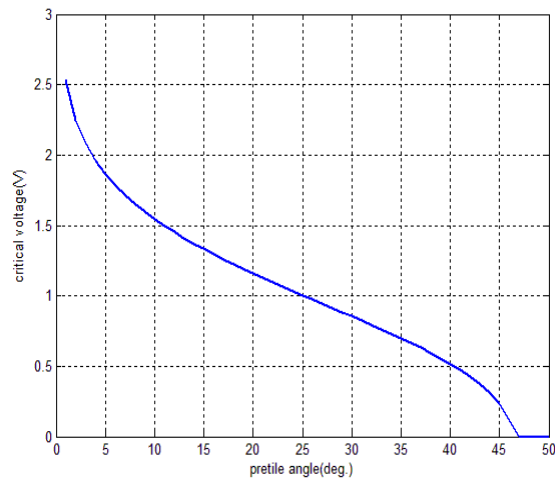


圖 2-12 預傾角對臨界電壓的關係曲線圖

第三章 實驗步驟

3.1 實驗器材

1. He-Ne Laser : Melles Griot He-Ne Laser 632.8nm , beam diameter 0.65mm.
Melles Griot He-Ne Laser 594.1nm , beam diameter 0.83mm.
2. Polarizer, Analyzer : Melles Griot 03FPG015 sheet polarizer
(extinction ratio 10^{-4}).
3. Photoelastic Modulation : Hinds Instruments PEM-90 I/CF50
4. Detector : ThorLabs PDA55 silicon pin diode spectral range : 400~1000(nm)
5. DAQ card : NI PCI-6115
6. NI LabVIEW
7. Function generator : HP 33120A
8. OCB cell : 陳皇銘老師實驗室提供 OCB cell, cell gap=3.45 μ m

表 3-1 液晶材料參數

The parameters of liquid crystal ZCE-5096XX (Chisso)		
Optical anisotropy (at 25°C 589nm)	Δn	0.158
	n_e	1.662
	n_o	1.504
Dielectric anisotropy	$\Delta \epsilon$	10
K_{11}		9.8 dyne
K_{33}		11.8 dyne

3.2 實驗架構

3.2.1 OCB 液晶盒穿透率量測

偏光片方位角在 -45° ，析光片方位角在 $+45^\circ$ ，OCB 液晶盒的液晶配向方向置於水平 0° ，在函數產生器給予 OCB 液晶盒加壓從 0V 到 10V 以 0.1V

為間格慢慢加壓的情況下，量測液晶盒穿透率曲線 (Voltage-Transmittance, V-T curve)。

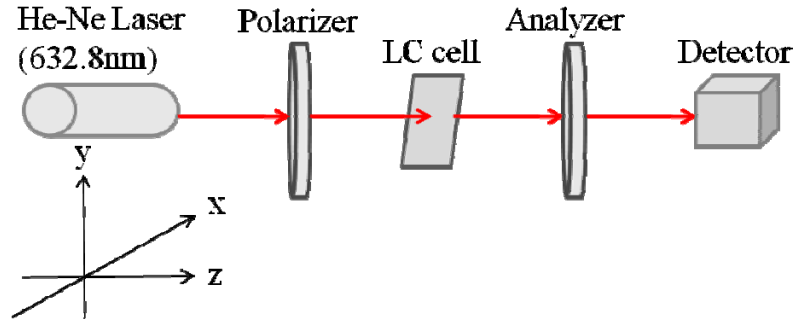


圖 3-1 穿透率量測架構

3.2.2 OCB 液晶盒相位延遲量測

這裡實驗光源改利用 He-Ne Laser 594.1 nm，因為此液晶材料的 n_e 和 n_o 對應的波長為 589 nm，OCB 液晶盒置於水平旋轉平台 (Rotation stage) 上，從 -50° 到 $+50^\circ$ 每 5° 為間格，用函數產生器給 OCB 液晶盒加壓，以光彈調變式偏光儀量測 OCB 液晶盒在斜展態 (0V) 和彎曲態 (2V、4V、6V、8V、10V) 各入射角的相位延遲實驗值，可與理論公式比較擬合預傾角大小，並可修正液晶盒厚度。

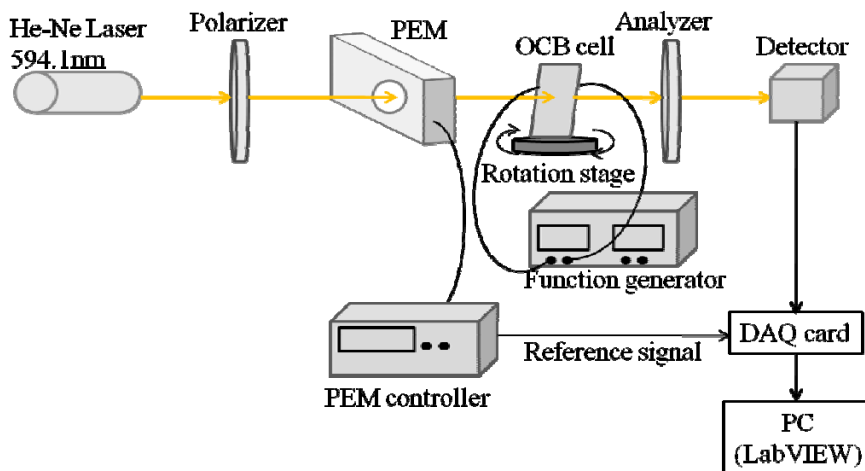


圖 3-2 相位延遲量測架構

3.2.3 OCB 液晶盒動態量測

函數產生器輸出動態訊號，頻率 10 Hz，載波頻率 1 KHz，振幅在 0V 和 10V 週期各 50 ms 以及振幅在 1.6V 和 8.4V 週期各 50 ms，如圖 3-4 所示。在光彈調變式偏光儀架構下，DAQ card 取樣頻率設定在 5 MHz，擷取時間 0.1 秒，記錄 OCB 液晶盒在不同驅動方式下的光強度訊號波形，以事後快速傅立葉轉換 (Fast Fourier Transform, FFT) 對波形解析[5]，量測偏光參數 Ψ 和 Δ 動態變化。

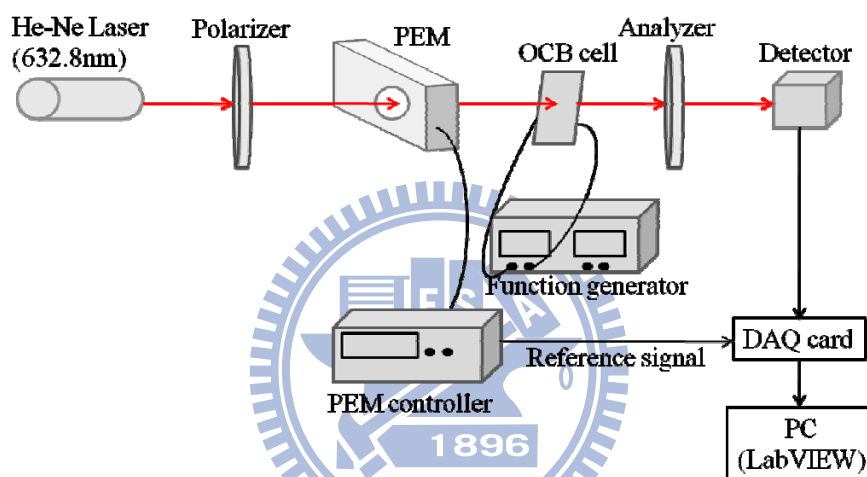


圖 3-3 動態量測架構

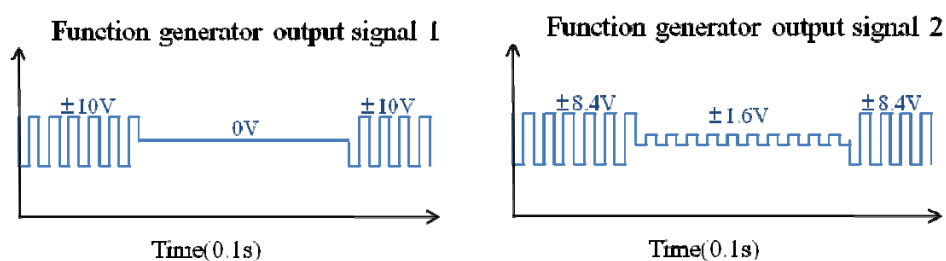


圖 3-4 OCB 液晶盒驅動電壓波形

第四章 實驗結果

4.1 OCB 液晶盒穿透率量測

外加電壓從 0V 到 10V，以 0.1V 為間格，OCB 液晶盒的穿透率變化如圖 4-1。

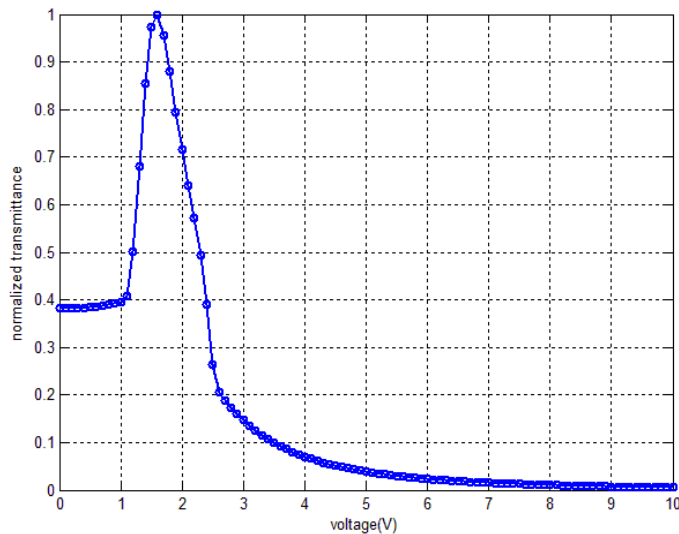


圖 4-1 OCB 液晶盒 V-T curve

OCB 液晶盒液晶結構由斜展態進入彎曲態，需給予加壓超過臨界電壓，由圖 4-1 可知，此 OCB 液晶盒的臨界電壓在 1.6V，可做為亮態操作；且加壓約在 8V 之後趨近飽和，可做為暗態操作。

4.2 OCB 液晶盒預傾角量測

4.2.1 OCB 液晶盒相位延遲模擬曲線

利用(2-40)式，以及表 3-1 的液晶材料參數，可模擬此 OCB 液晶盒在不同預傾角下，各入射角度的相位延遲理論值曲線如圖 4-2。

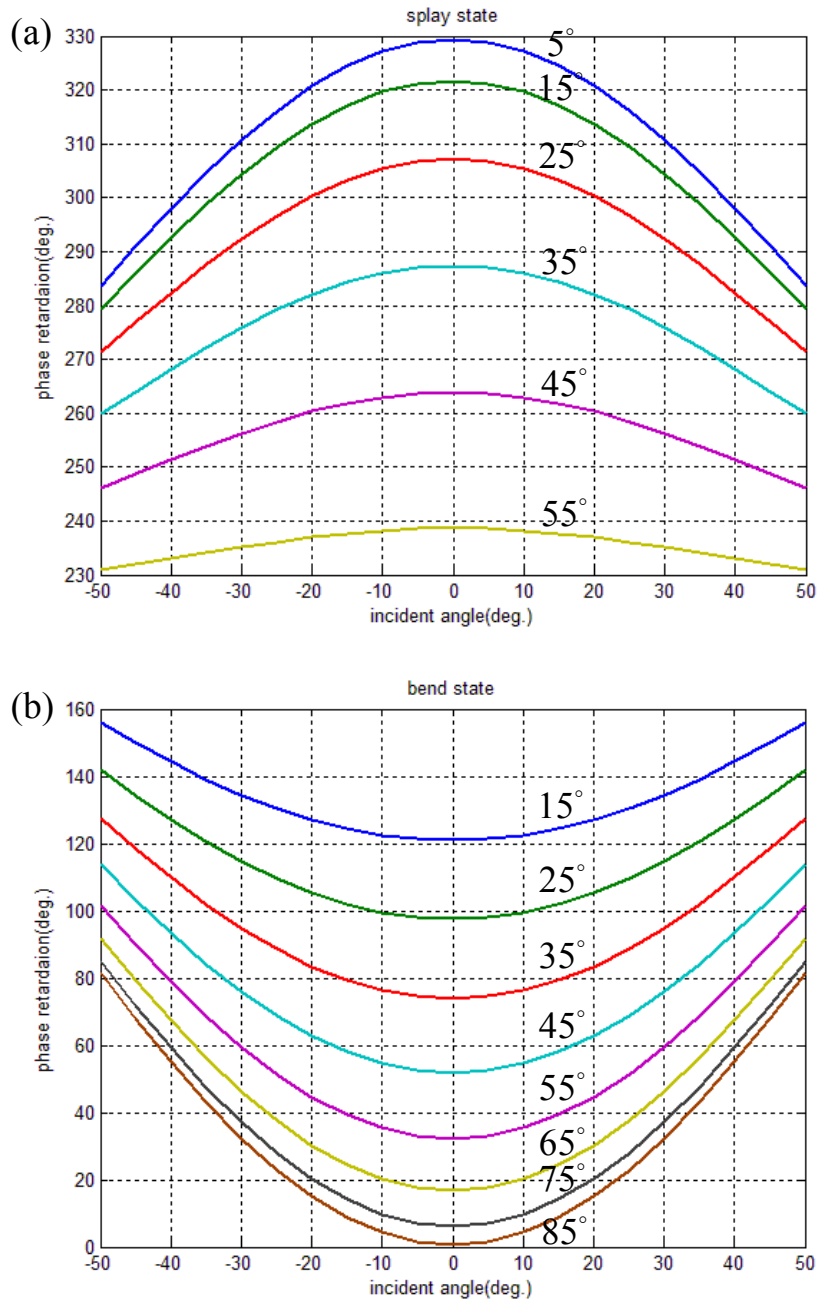


圖 4-2 (a)斜展態 (b)彎曲態 相位延遲模擬曲線

圖 4-2(a)顯示 OCB 液晶盒在斜展態無電壓的情況下，隨著預傾角越小則正向入射和斜向入射的相位延遲變化越大；若預傾角越大則正向入射和斜向入射的相位延遲變化越小。此外，圖 4-2(b)顯示 OCB 液晶盒在彎曲態情況下，隨著預傾角越小則正向入射和斜向入射的相位延遲變化越小；若預傾角越大則正向入射和斜向入射的相位延遲變化越大。並且均可發現 OCB 液

晶盒在斜展態和彎曲態若預傾角越大則整體的相位延遲曲線有下降的趨勢。所以對一未知預傾角的 OCB 液晶盒，可利用這裡的理論值曲線趨勢與實驗值做擬合比對，配置最適當的預傾角大小。

4.2.2 OCB 液晶盒預傾角和厚度修正

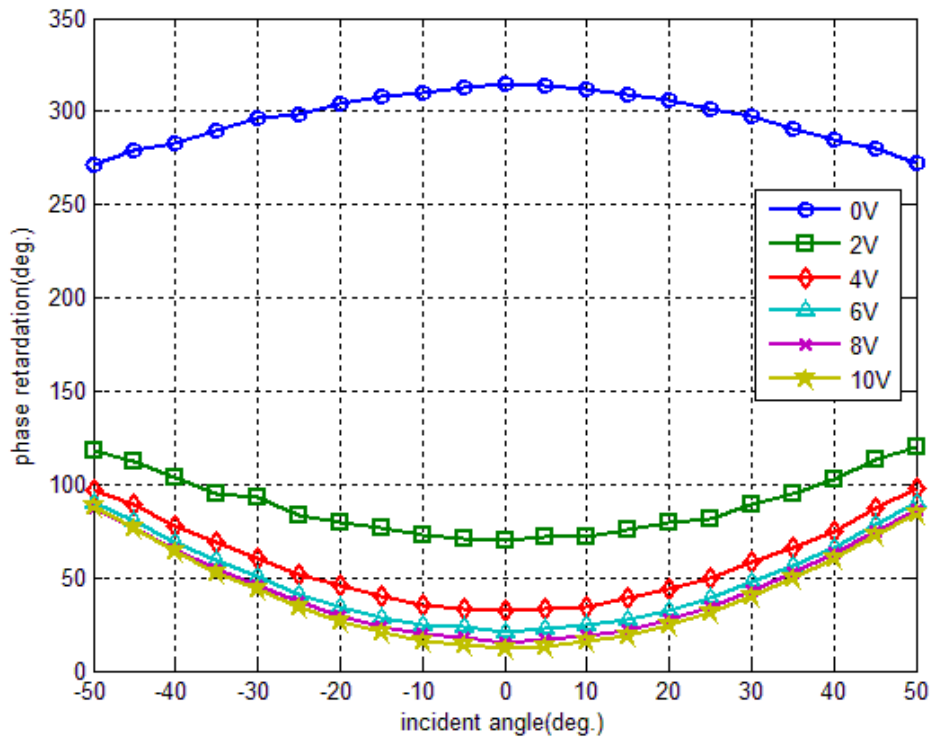


圖 4-3 OCB 液晶盒相位延遲實驗值

圖 4-3 可以發現 OCB 液晶盒在水平視角擁有相當對稱的特性。先將斜展態 (0V) 的相位延遲實驗值與理論值曲線圖 4-2(a) 做比較，由圖 4-4 發現實驗值曲線落在 20 度左右的預傾角理論值曲線附近，發現實驗值曲線比理論值曲線形狀還要尖銳，即正向入射和斜向入射的相位延遲變化比較大，由圖 4-2(a) 理論的趨勢可以推估，預傾角越小的液晶盒則正向入射和斜向入射的相位延遲變化越大，故此 OCB 液晶盒的預傾角必小於 20 度。

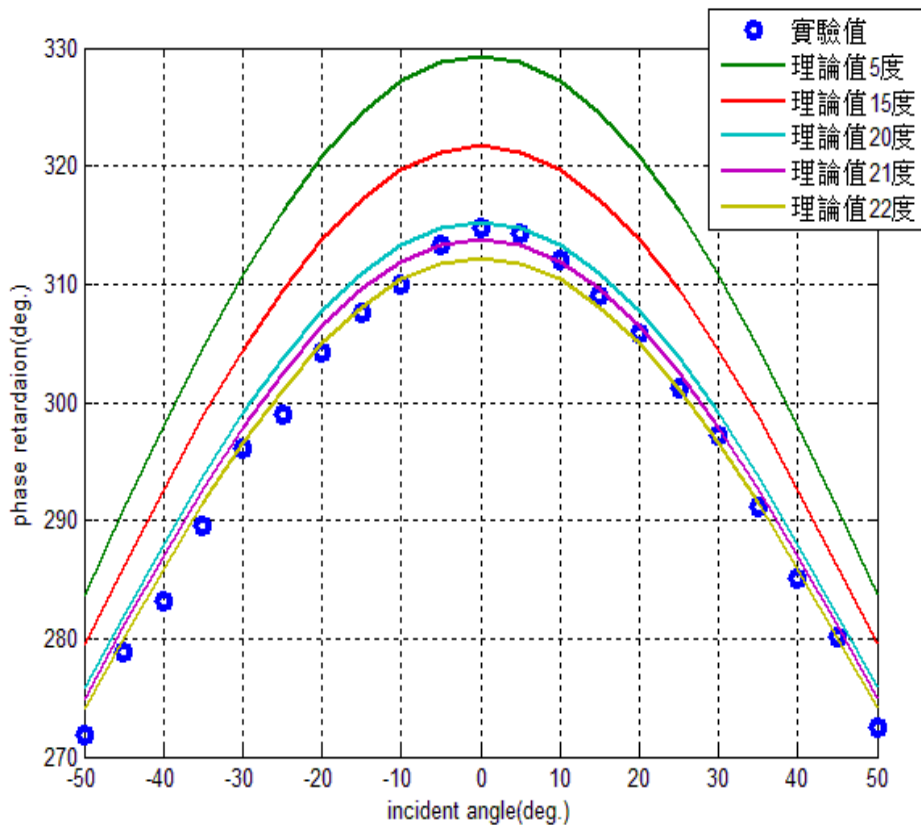


圖 4-4 OCB 液晶盒斜展態實驗與理論修正

由陳老師實驗室得知，此 OCB 液晶盒在製作時，配置的預傾角大約落在 8 度附近，液晶盒厚度 $3.45\mu\text{m}$ 。這裡液晶盒提供的厚度大小是空的液晶盒量測結果，在注入液晶之後液晶盒厚度會縮小 [21]，於是先假設預傾角實際在 8 度，先修正液晶盒厚度結果如表 4-1，得到液晶盒厚度在 $3.3\mu\text{m}$ 時，擬合標準差最小。

表 4-1 OCB 液晶盒厚度修正標準差

厚度(μm)	3.26	3.27	3.28	3.29	3.3	3.31	3.32	3.33	3.34	3.35
標準差(%)	1.95	1.88	1.82	1.42	1.05	1.31	1.74	2.04	2.09	2.14

下一步再固定液晶盒厚度 $3.3\mu\text{m}$ ，修正預傾角大小，結果如表 4-2，得到預傾角在 8.4 度擬合標準差最小。

表 4-2 OCB 液晶盒預傾角修正標準差

預傾角(度)	8	8.1	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9
標準差(%)	1.05	1.03	1.02	1.0103	1.0091	1.02	1.03	1.07	1.08	1.1

最後的修正結果預傾角為 8.4 度和液晶盒厚度 $3.3\mu\text{m}$ 的相位延遲理論值曲線，與實驗值擬合比對的標準差 (1.0091%) 最小，如圖 4-5 表示。

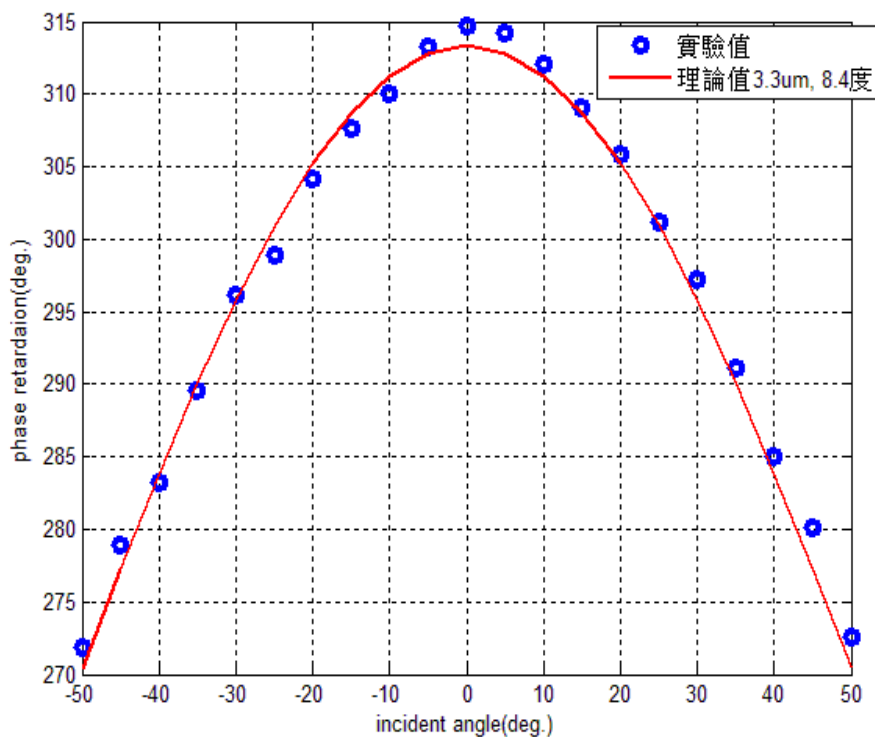


圖 4-5 液晶盒厚度 $3.3\mu\text{m}$ 、預傾角 8.4 度擬合圖

4.2.3 理論驗證

由 2.11 小節 OCB 液晶盒的預傾角對臨界電壓的影響，和 4.1 節此實驗樣品的 V-T curve。以預傾角 8.4 度和圖 2-11 比對得到臨界電壓為 1.632V，與 4.1 節的臨界電壓 1.6V 相當接近，證明此 4.2.2 小節量測此 OCB 液晶盒的預傾角為 8.4 度，如圖 4-6。

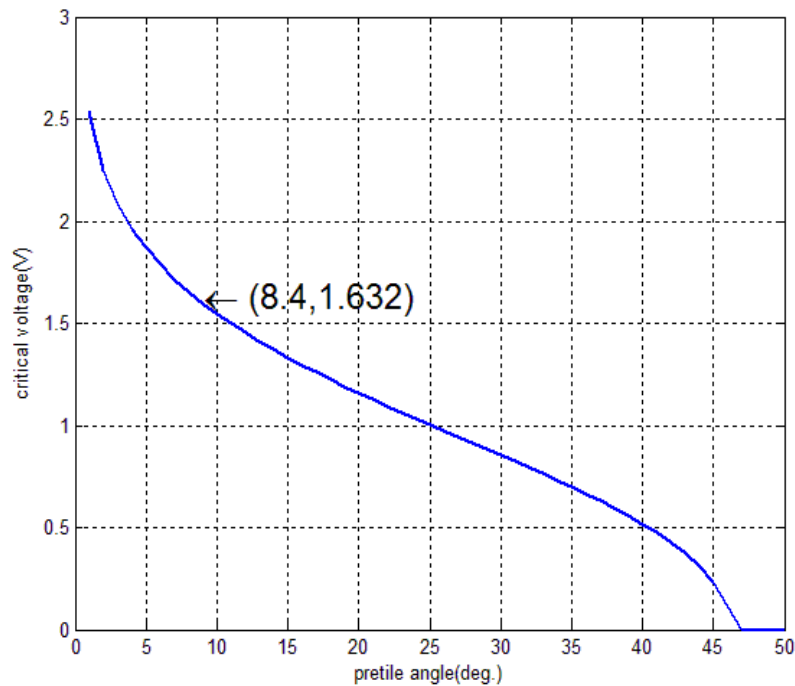


圖 4-6 預傾角和臨界電壓驗證結果

4.2.4 OCB 液晶盒彎曲態平均傾角量測

OCB 液晶盒維持彎曲態的外加電壓需大於臨界電壓 (1.6V)，在加壓下的相位延遲實驗值與圖 4-2(b)比較，可以觀測外加電壓越大，其整體相位延遲越小且正向和斜向相位延遲變化越大，如同預傾角越大的相位延遲曲線有一樣的趨勢。利用上 4.2.2 節修正液晶盒厚度結果 $3.3\mu\text{m}$ ，這裡將 2V、4V、6V、8V 和 10V 的相位延遲，以對應預傾角的大小來表示，如下圖 4-7。

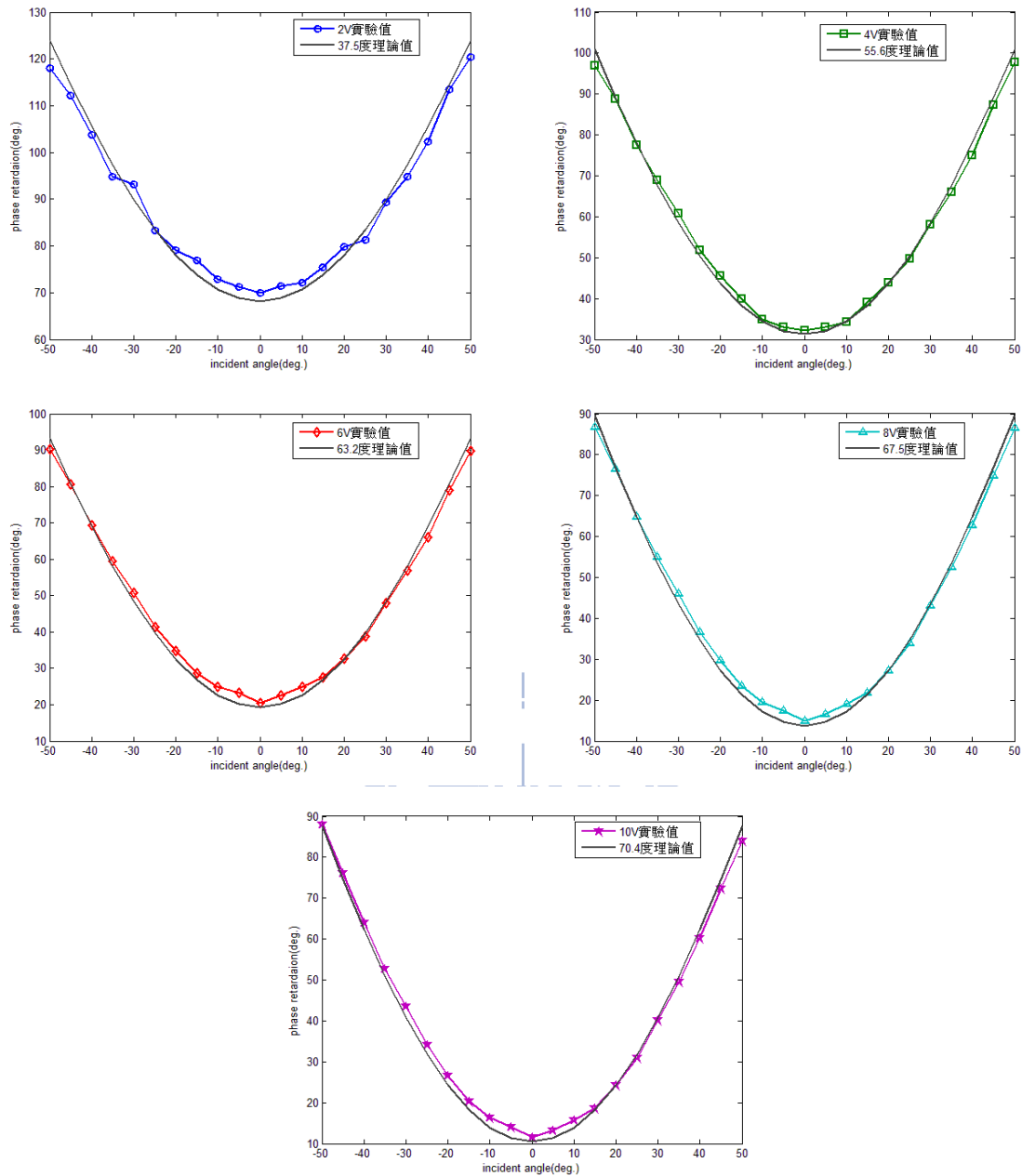


圖 4-7 OCB 液晶盒彎曲態傾角擬合結果

理論上 OCB 液晶盒的邊界預傾角(pretilt angle)是不會受到外加電壓的影響而轉動，可是由實驗結果上來看，外加電壓的大小會影響到液晶盒的傾角，這裡所影響的傾角稱之為平均傾角。在外加電壓大約 8V 之後，平均傾角變化有一飽和的趨勢，以 8V 做飽和電壓即在暗態操作時的電壓，液晶盒加到飽合電壓之後平均傾角也無法完全轉變到 90 度垂直狀態，而導致 OCB 液晶盒另一項缺點在暗態操作時會有漏光的情況發生且對比度不高。

表 4-3 外加電壓和擬合平均傾角關係表

電壓(V)	2	4	6	8	10
平均傾角	37.5°	55.6°	63.2°	67.5°	70.4°
標準差(%)	2.08	1.59	1.43	1.42	1.46

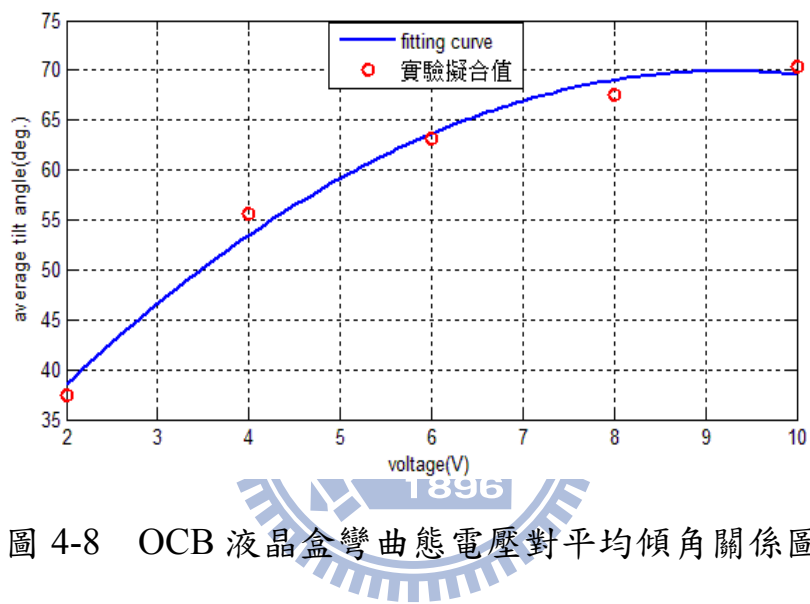


圖 4-8 OCB 液晶盒彎曲態電壓對平均傾角關係圖

4.3 OCB 液晶盒動態量測

OCB 液晶盒在電壓驅動下，其液晶分子排列狀態會從初始的斜展態，到加壓超過臨界電壓之後的彎曲態，以及突然降壓小於臨界電壓液晶分子會排列成扭轉態，再慢慢回復成斜展態。這裡利用 PEM 快速調變和 DAQ card 快速擷取特性，量測 OCB 液晶盒在函數產生器驅動下，偏光參數 Ψ 和 Δ 的變化。

首先，觀察 OCB 液晶盒外加電壓從 10V 降至 0V 時，液晶盒的穿透率變化，如圖 4-9，並將圖中 (1) 的部分放大成圖 4-10，可以發現一個高亮度且穩定的暫態，約存在 50 ms 的時間，稱之為鬆弛彎曲態。圖 4-9 (2) 的部分為扭轉態回復成斜展態的穿透率變化。接下來實驗可以利用鬆弛彎曲態的優點，在液晶盒的亮暗態驅動電壓，0V 為亮態，10V 為暗態，只要訊號的週期時間在 50 ms 內，就可以避免間態回復。

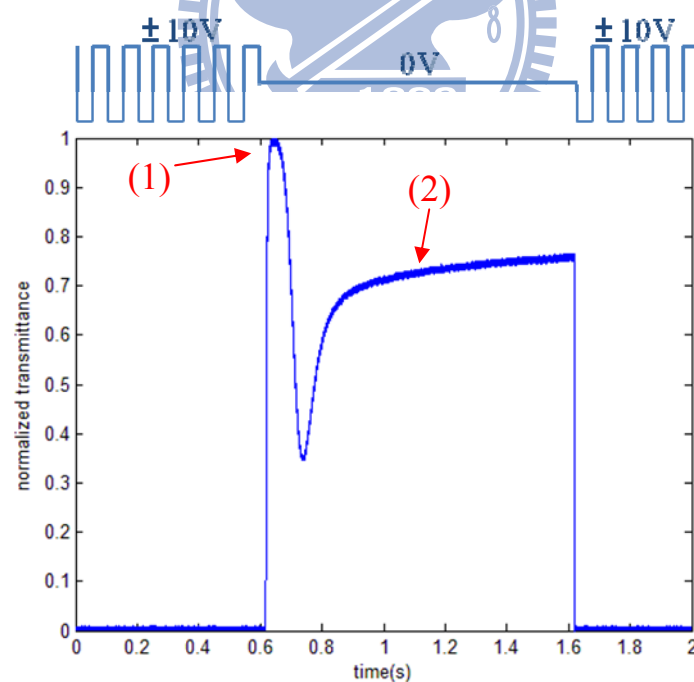


圖 4-9 OCB 液晶盒鬆弛穿透率變化

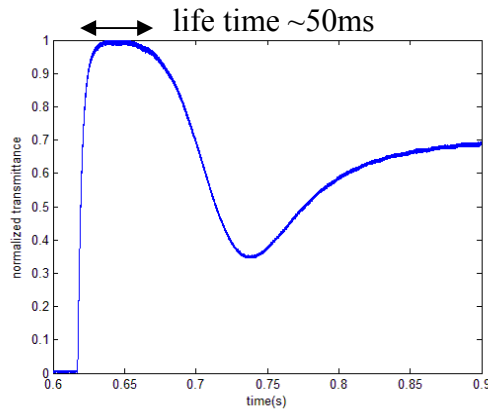


圖 4-10 OCB 液晶盒鬆弛彎曲態圖

4.3.1 OCB 液晶盒在 1.6V 和 8.4V 亮暗態動態量測

由 4.1 節 OCB 液晶盒穿透率量測可知，此液晶盒的臨界電壓約在 1.6V，即此 OCB 液晶盒要維持彎曲態給予的外加電壓至少需大於臨界電壓 1.6V，故這裡由函數產生器給予的驅動電壓亮態在 1.6V，暗態在 8.4V，波形如圖 3-4 (signal 2)。OCB 液晶盒在此驅動電壓下，由光彈調變偏光儀系統，可以量測到樣品的直流訊號和倍頻訊號，如圖 4-11。

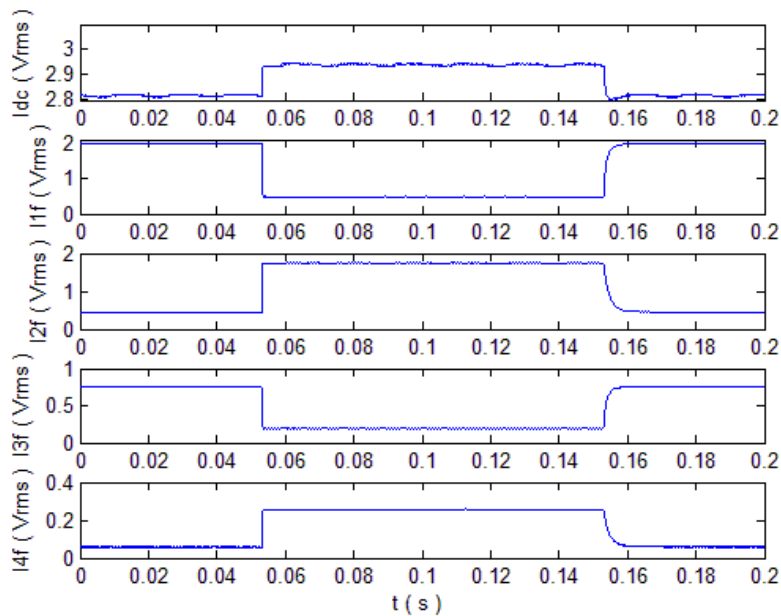


圖 4-11 電壓驅動下直流與倍頻訊號

相位調變振幅校正過後 [附錄一]，在時變的過程會以較大的倍頻訊號值計算相位調變振幅，經校正過後落在 $\Delta_0 = 0.383$ 位置，如圖 4-12。0.05 秒附近位置為外加驅動訊號由 1.6V 轉換到 8.4V，此時一和三倍頻訊號快速趨近於 0，使此時的相位調變振幅有劇烈變化；此外，0.15 秒附近位置為外加驅動訊號由 8.4V 轉換到 1.6V，二和四倍頻訊號此時亦快速趨近於 0，使此時的相位調變振幅有劇烈變化。

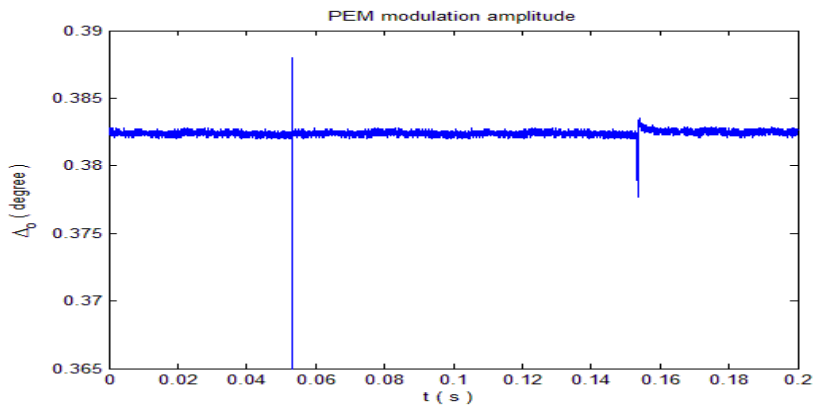


圖 4-12 電壓驅動下相位調變振幅變化

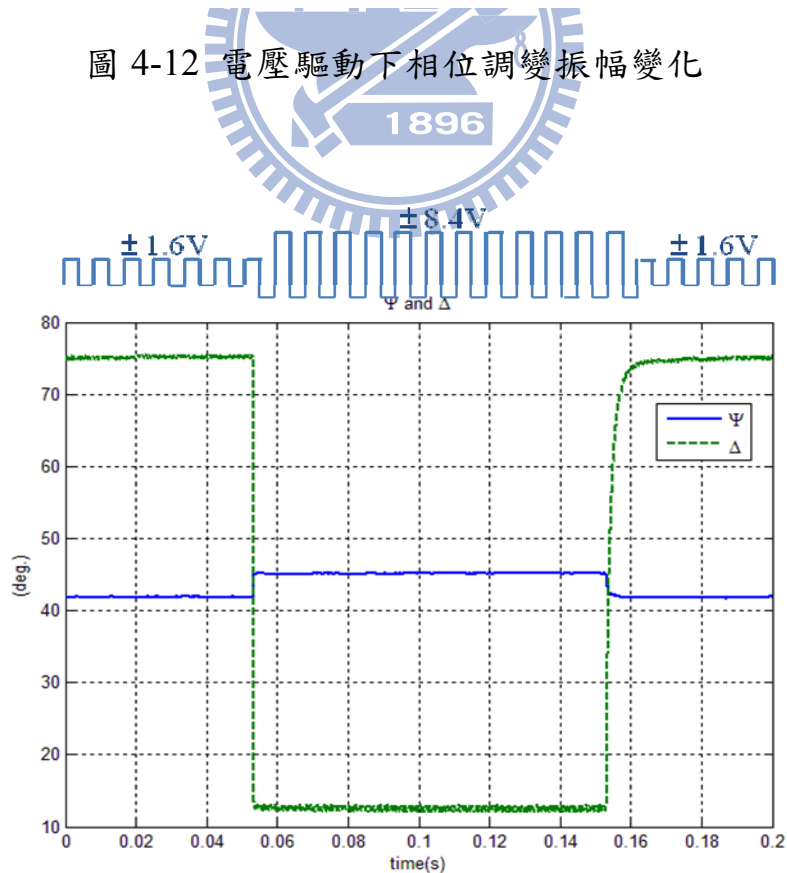


圖 4-13 1.6V 和 8.4V 驅動 OCB 液晶盒 Ψ 和 Δ 變化

圖 4-13 為 OCB 液晶盒外加電壓在 1.6V 和 8.4V 的偏光參數量測圖，在外加電壓 8.4V (暗態) 時，大部分液晶分子會隨著電場加大而呈現近垂直排列，在 4.2.4 小節可知此時的液晶盒的平均傾角約在 70 度。利用(2-10)和(2-18)式，可在已知 Ψ 和 Δ 情況下，計算 OCB 液晶盒的穿透率

$$I = 1 - \sin 2\Psi \cos \Delta \quad (4-1)$$

在實驗架構上移除 PEM，以 Polarizer – Sample – Analyzer 簡式偏光儀，在函數產生器同樣的驅動訊號下，量測 OCB 液晶盒穿透率變化和偏光參數 Ψ 和 Δ 計算的穿透率變化比較如圖 4-14。

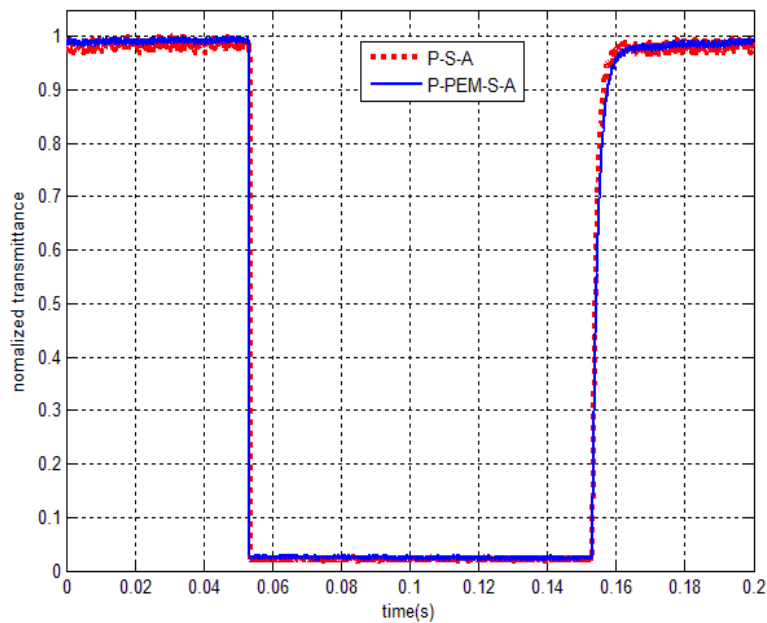


圖 4-14 1.6V 和 8.4V 驅動 OCB 液晶盒穿透率變化

兩實驗值的標準差在 1% 以下，證明光彈調變式偏光儀系統可精確地量測樣品的 Ψ 和 Δ 值。這裡並可估計 OCB 液晶盒的 falling time 約 0.23ms，rising time 約 3.26ms，即反應時間(response time)約為 3.49ms。

4.3.2 OCB 液晶盒在 0V 和 10V 亮暗態動態量測

若 OCB 液晶盒外加電壓突然由 10V 降至 0V，並不會馬上轉變成扭轉態，而是先經過一個稱之鬆弛彎曲態，且維持約 50ms 的時間。與上小節同樣量測方式，這裡給 OCB 液晶盒 0V 和 10V 週期各 50ms 的訊號，量測偏光參數 Ψ 和 Δ ，如圖 4-15。並且利用(4-1)式轉換成穿透率變化與 PSA 系統量測的穿透率變化比較，如圖 4-16。

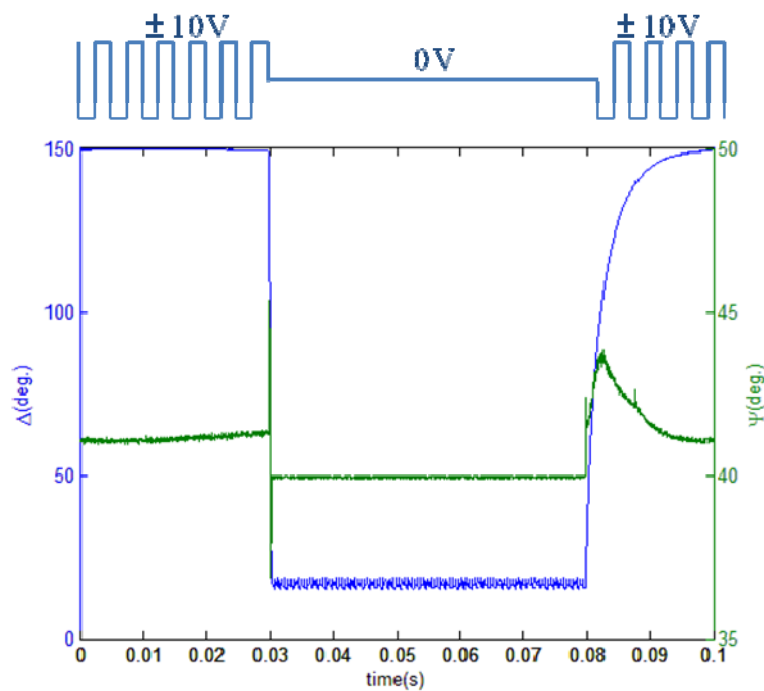


圖 4-15 0V 和 10V 驅動 OCB 液晶盒 Ψ 和 Δ 變化

圖 4-18 估計 OCB 液晶盒的 falling time 約 0.31ms，rising time 約 5.9ms，即反應時間(response time)約為 6.21ms。

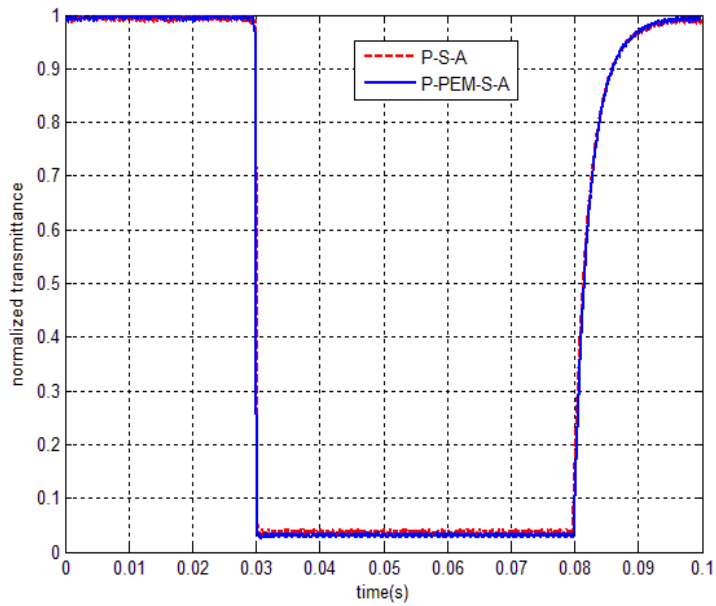


圖 4-16 0V 和 10V 驅動 OCB 液晶盒穿透率

表 4-4 響應速度比較表

驅動電壓	rising time (ms)	falling time (ms)	response time (ms)
1.6V 和 8.4V	3.26	0.23	3.49
0V 和 10V	5.9	0.31	6.21

與 4.3.1 節以 1.6V 和 8.4V 驅動訊號在亮暗態變換比較發現，falling time 的影響因子為電場驅動，故在暗態利用 8.4V 或 10V 的時間差異不大；而 rising time 利用 0V 鬆弛彎曲態並無外加電場能量影響液晶分子轉動，以鬆弛的方式回復速度較慢，而利用 1.6V 仍有外加電場液晶分子平均傾角從 70 度回復到約 37 度，有電場能量影響液晶分子轉動的 rising time 速度較快。

4.3.3 OCB 液晶盒在邦加球動態反應

將上兩小節在不同驅動電壓下，量測的 OCB 液晶盒 Ψ 和 Δ 值轉變成歸一化史托克參數，並將其繪於邦加球上，觀察經過 OCB 液晶盒出射光的偏振態動態軌跡。

(a) 1.6V 和 8.4V 亮暗態軌跡

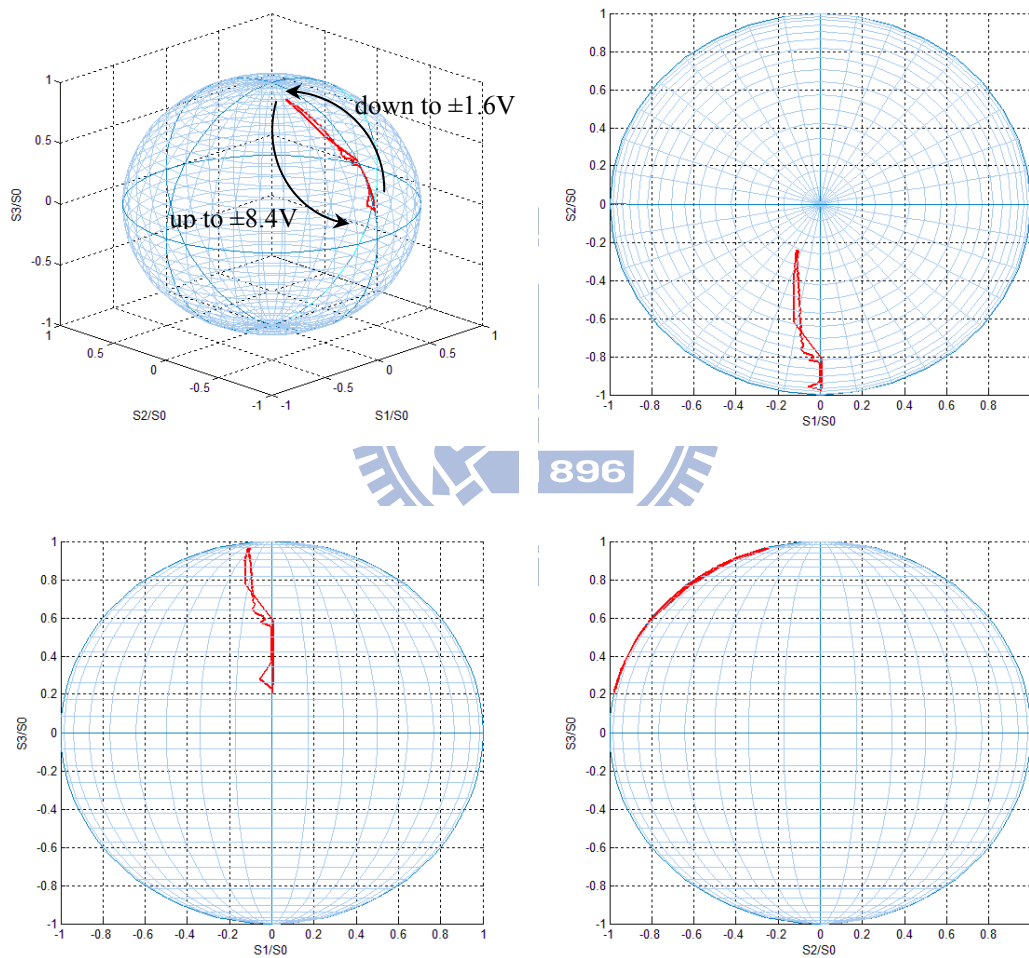


圖 4-17 1.6V 和 8.4V，OCB 液晶盒邦加球變化

OCB 液晶盒後置的析光片方位角為 $+45^\circ$ ，所以理想的液晶盒亮態出射

光偏振態 $S_{bright} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，理想的液晶盒暗態出射光偏振態 $S_{dark} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，由圖 4-19

觀察在暗態 (8.4V) 邦加球軌跡離 -45° 線性偏振光仍有一段差距，故有漏光的情況發生；而在亮態 (1.6V) 邦加球軌跡為一橢圓偏極光，離 $+45^\circ$ 線性偏振光仍有一段差距，故利用這樣的驅動電壓用在亮暗態操作，其對比度將很小。

(b) 0V 和 10V 亮暗態軌跡

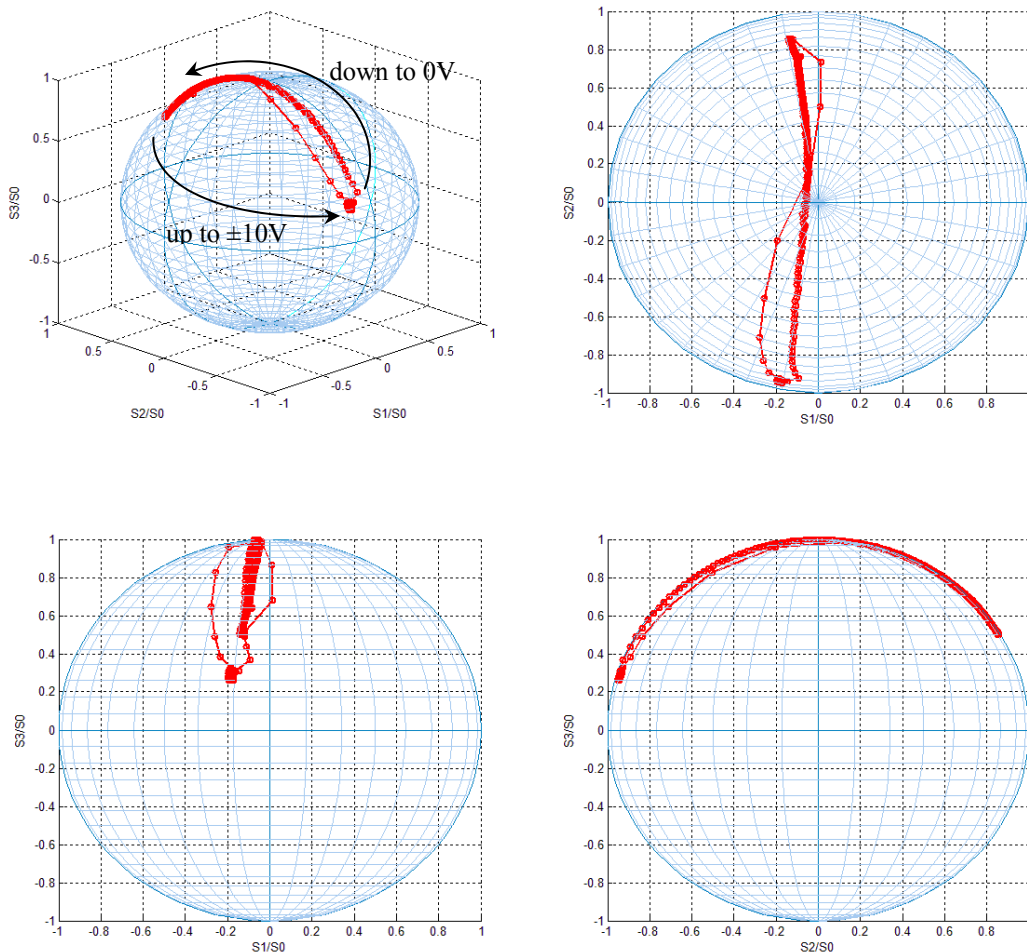


圖 4-18 0V 和 10V，OCB 液晶盒邦加球變化

利用 OCB 液晶盒鬆弛彎曲態有高亮度的特性，由圖 4-17 與圖 4-18 的

右下圖比較，在亮態時的偏振態鬆弛彎曲態可更接近+45°線性偏振光。

最後計算 OCB 液晶盒的出射光亮度，這裡比較 (a) 小節 1.6V 和 8.4V，以及 (b) 小節 0V 和 10V 液晶盒亮暗態操作的亮度和對比度。

4.3.4 OCB 液晶盒亮度和對比度比較

$$(a) \text{ 亮態 } S_{1.6V} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.1 \\ -0.22 \\ 0.97 \end{bmatrix}, \text{ 亮度: } \frac{1}{2} \left(1 + \frac{S_2}{S_0}\right) = \frac{1-0.22}{2} = 0.39$$

$$\text{暗態 } S_{8.4V} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -0.94 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \text{ 亮度: } \frac{1}{2} \left(1 + \frac{S_2}{S_0}\right) = \frac{1-0.94}{2} = 0.03$$

$$\text{對比度 } \frac{0.39}{0.03} = 13$$

$$(c) \text{ 亮態 } S_{0V} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.15 \\ 0.88 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \text{ 亮度: } \frac{1}{2} \left(1 + \frac{S_2}{S_0}\right) = \frac{1+0.88}{2} = 0.94$$

$$\text{暗態 } S_{10V} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.2 \\ -0.94 \\ 0.24 \end{bmatrix}, \text{ 亮度: } \frac{1}{2} \left(1 + \frac{S_2}{S_0}\right) = \frac{1-0.94}{2} = 0.03$$

$$\text{對比度 } \frac{0.94}{0.03} = 31.33$$

由光的偏振態來判斷液晶盒的相對亮度大小，由上面結果可知，鬆弛彎曲態除了擁有較高亮度的特性，並且毋須持續對液晶盒加壓維持在彎曲態，具有省電的特性。

第五章 結論

首先以數學理論式建立 OCB 液晶盒內部液晶排列結構，得到 OCB 液晶盒斜向入射的相位延遲公式，利用光彈調變式偏光儀快速地量測 OCB 液晶盒在各入射角的相位延遲實驗值，與理論公式擬合得此 OCB 液晶盒的預傾角為 8.4° ，且液晶盒厚度為 $3.3\mu\text{m}$ (原 $3.45\mu\text{m}$)。最後引用預傾角對臨界電壓影響的理論式，驗證此 OCB 液晶盒配置預傾角在 8.4° 時，其臨界電壓為 1.632V ，此結果也與我們量各電壓下之穿透率相同。

利用光彈調變器的快速調變和 DAQ card 快速擷取的特性，量測 OCB 液晶盒在快速時變電壓下的動態反應。藉由記錄當時波形並作事後的快速傅立葉轉換，校正了光彈調變器的相位調變振幅在 0.383 ，並計算出樣品的偏光參數 Ψ 和 Δ 。由 Ψ 和 Δ 計算出的穿透率與 PSA 系統量測穿透率相當吻合，證明系統動態量測偏光參數的準確性。系統分別量測了彎曲態以及鬆弛彎曲態的亮暗態偏光狀態，並以其史托克參數來計算液晶盒的亮度。比較彎曲態以及鬆弛彎曲態的對比度，得知鬆弛彎曲態的對比度要比彎曲態的對比度大，若將切換過程控制在 50ms ，則因為不需要維持在臨界電壓，故可降低耗電量。

OCB 液晶盒邊界預傾角在有外加電場時理論上因該是不會轉動，而在實驗上發現，隨著外加電壓加大傾角轉動角度越大，這裡的傾角稱之平均傾角。目前已有液晶的動態行為與錨定能 (Anchoring Energy) 有關的研究，希望未來可以由錨定能進一步證明外加電場對傾角轉動的影響。

參考文獻

- [1] E. Collet: *Polarized Light* (Marcel Dekker, New York, 1992).
- [2] S.N. Jasperson and S. E. Schnatterly, “An Improved Method for High Reflectivity Ellipsometry Based on a New Polarization Modulation Technique,” *Rev. Sci. Instrum.* ,vol.40, pp.761, (1969).
- [3] Y. F. Chao and C. K. Wang, “Direct Determination of Azimuth Angles in Photoelastic Modulator System,” *Jpn. J. Appl. Phys.* , vol. 37, pp.3558-3562, (1998).
- [4] M. W. Wang, F. H. Tsai, and Y. F. Chao, “In situ calibration technique for photoelastic modulator in ellipsometry,” *Thin Solid Films*, 455-456, pp.78-83, (2004).
- [5] 柯凱元, “雙波長光彈調變式橢圓偏光儀及波形量測法,” 國立交通大學光電工程研究所碩士論文, 2004.
- [6] 張君愷, “光彈調變式橢圓偏光儀對扭轉式液晶的研究,” 國立交通大學光電工程研究所碩士論文, 2005.
- [7] M. Azzam, and N. M. Bashara, “*Ellipsometry and Polarized Light*,” (North-Holland, Amsterdam, 1980).
- [8] C.H. Lin, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 151112 (2007).
- [9] Tahata, A. Tsumura, M. Mizunuma, A. Tamatani, Y. Morii, M. Fujii, and F.Matsukawa, *Proc. SPIE* **3015**, 134 (1997).
- [10]P. J. Bos, K.R. Koehler/Beran, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, Vol. **113**, 329 (1984).
- [11]Y. Yamaguchi, T. Miyashita, T. Uchida, SID, San Jose, USA, February 1993, 19-04, p. 277.
- [12]N. Nagae, T. Miyashita, T. Uchida, Y. Yamada, and Y. Ishii, *Society for Info. Disp. Symp. Digest*, 26 (2000).
- [13]G. Baur, V. Wittwer and D. W. Berreman, “Determination of the tilt angles at surface of substrates in liquid crystal cells,” *Phy. Lett.* Vol. 56A,pp. 142-144, 1976.

- [14]P. Yeh and C. Gu, “*Optics of Liquid Crystal Displays,*” John Wiley & Sons, 1999.
- [15]H. Nakamura and M. Noguchi, “Bend transition in pi-cell,” *Jpn. J. Appl. Phys., Part 1* **39**, 6368 (2000).
- [16]Y. Sun, H. Ma, Z. Li, and Z. Zhang, “Critical Voltage of pi-cell Liquid Crystal Displays,” *Jpn. J. Appl. Phys.* 45, 5810–5811 (2006).
- [17]Y. Sun, H. Ma, Z. Li, Z. Zhnag, and R. Guan, “Pretilt angle effects on critical voltage and dynamic response of pi cell,” *Appl. Phys. Lett.* 90, 091103 (2007).
- [18]H. Nakamura, K. Miwa, K. Noguchi, “Dynamic Bend Mode in Pi-cells”, *IEICE Transactions on Electronics*, E83-C, p1558 (2000).
- [19]B. R. Yang, S. J. Elston, P. Raynes, and H. P. Shieh, “High-brightness relaxed-bend state in a pi cell stabilized by synchronized polymerization,” *Appl. Phys. Lett.* 92, 221109 (2008).
- [20]J. S. Hsu and C. H. Yeh, ”Determination of surface tilt angle of splay and bend liquid crystal cells,” *Applied Optics* Vol.48, 43 (2009).
- [21]W. K. Choi, “Reflective liquid crystal cell-gap measurement using input polarization-angle dependence,” *SID, Dig. Tech. Papers*, pp. 530–533,2002.
- [22]Y. F. Chao, C. S. Wei, W. C. Lee, S. C. Lin and T. S. Chao, “ Ellipsometric Measurements and its Alignment: Using the Intensity Ratio Technique,” *Jpn. J. Appl. Phys.* 34 (1995).

附錄一 光彈調變器校正及偏光片和析光片方位角之校準

(a) 偏光片和析光片相對入射面之方位角校準 [22]

利用一已知折射率樣品，先將入射角調整至布魯斯特角位置，再旋轉入射偏光片並量測反射光強最小時的偏光片位置即為偏光片的穿透軸，以此法做粗調，再利用 PSA 簡式橢圓儀進行偏光片與析光片精確校正。入射光經過偏光片、樣品和析光片則出射光的史托克參數

$$S_f = M_A(A) R_{sample}(\Psi, \Delta) M_P(P) S_i \quad (1)$$

出射光強度

$$I(P, A) = I_0(\sin^2 P \sin^2 A + \tan^2 \Psi \cos^2 P \cos^2 A + 0.5 \tan \Psi \cos \Delta \sin 2P \sin 2A) \quad (2)$$

設偏光片與析光片方位角偏差分別為 α 與 β ，將偏光片至於粗調後 45° 和 -45° ，而析光片至於粗調後 0° 和 90° ，利用(2)式得兩亮度比

$$R_A(\alpha, \beta) = \frac{I(45^\circ + \alpha, \beta)}{I(45^\circ + \alpha, 90^\circ + \beta)}; \quad (3)$$

$$R_B(\alpha, \beta) = \frac{I(-45^\circ + \alpha, \beta)}{I(-45^\circ + \alpha, 90^\circ + \beta)}$$

當 α 和 $\beta < 10^\circ$ ，(3)式一階近似為

$$R_A(\alpha, \beta) \sim \tan^2 \Psi - 2(2\alpha \tan^2 \Psi - \beta \sec^2 \Psi \tan \Psi \cos \Delta) \quad (4)$$

$$R_B(\alpha, \beta) \sim \tan^2 \Psi + 2(2\alpha \tan^2 \Psi - \beta \sec^2 \Psi \tan \Psi \cos \Delta) \quad (5)$$

由(4)和(5)式可知，當 $\beta = \beta_i$ 固定不動時， R_A 和 R_B 對 α 成線性關係且兩者斜率相反。又當 $2\alpha \tan^2 \Psi - \beta \sec^2 \Psi \tan \Psi \cos \Delta = 0$ 時， R_A 和 R_B 會交於 α_i 。所以利用偏光片在 $\pm 45^\circ$ 附近轉幾個 α 角度，析光片在 $\pm 45^\circ$ 附近轉幾個 β 角度，利用內插法可得到偏光片與析光片方位角偏差角度。

實驗以厚度 130nm 的 SiO_2/Si 薄膜為樣品，入射角為 45° 和 70° 。當入射角在 45° 時，先旋轉析光片到 0° ，固定析光片從 -1° 到 1° 每 0.5° 間格，偏

光片旋轉 40° 到 50° 每 1° 取亮度值；之後旋轉析光片到 90° ，同樣步驟固定析光片旋轉偏光片取亮度值，得到 R_A 亮度比。再來旋轉偏光片到 -45° 附近，依照前面步驟得到 R_B 亮度比。而入射光在 70° 時，析光片的旋轉間格為 -0.5° 到 0.5° 每 0.25° 間格，依同樣步驟求 R_A 和 R_B 。 R_A 和 R_B 的內插交點 α 如 β 在 0.5° 和 -0.5° 亮度比，如圖 1。

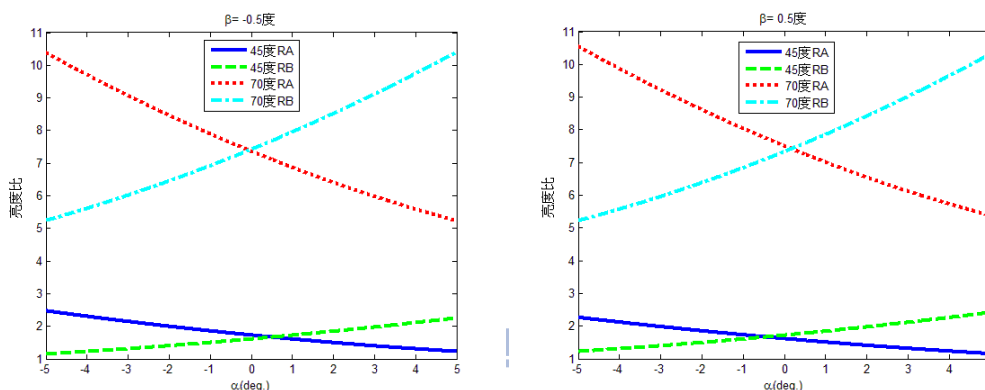


圖 1 β 在 0.5° 和 -0.5° 亮度比交點

將表 1 方位角偏差利用內插法 45° 和 70° 入射角 α 對 β 之線性關係如圖 4，得到偏光片和析光片的偏差角度分別為 $\alpha = 0.06^\circ$ 和 $\beta = -0.053^\circ$ 。

表 1 45° 和 70° 入射角之偏光片和析光片方位角偏差表

β°	-1°	-0.5°	0°	0.5°	1°
45° 入射角內插得 α	1.14°	0.52°	-0.02°	-0.43°	-0.94°
β°	-0.5°	-0.25°	0°	0.25°	0.5°
70° 入射角內插得 α	-0.04°	0.04°	0.07°	0.12°	0.19°

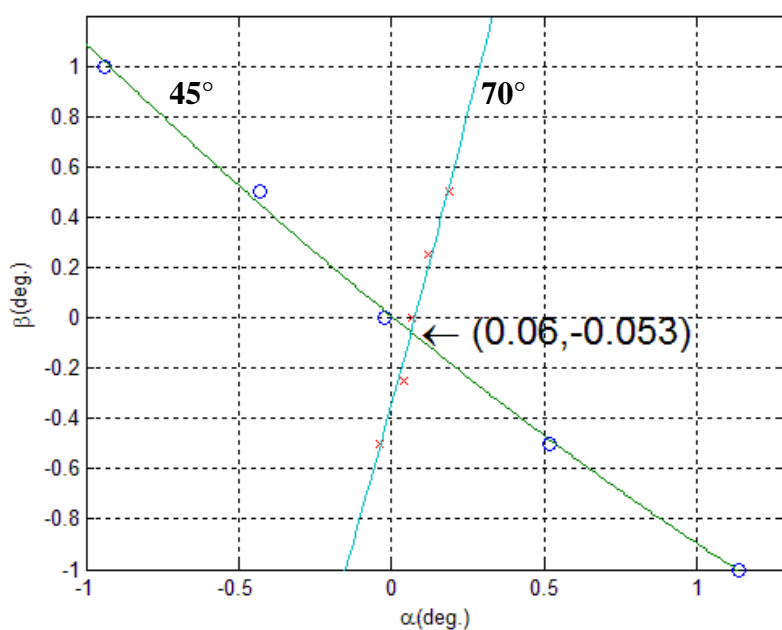


圖 2 偏光片和析光片方位角偏差圖

(b) 光彈調變器相位調變振幅校正

以 -45° 的線性偏極光入射到光彈調變器，再經過方位角為 A 的析光片，則系統數學矩陣計算

$$S_f = \frac{1}{2} I_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2A & -\sin 2A & 0 \\ 0 & \sin 2A & \cos 2A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2A & \sin 2A & 0 \\ 0 & -\sin 2A & \cos 2A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2C & \sin 2C & 0 \\ 0 & \sin 2C & \cos 2C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta_p & \sin \Delta_p \\ 0 & 0 & -\sin \Delta_p & \cos \Delta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2C & \sin 2C & 0 \\ 0 & -\sin 2C & \cos 2C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

出射光強度

$$I = \frac{1}{2} I_0 [1 - \cos 2C \cos \Delta_p \sin 2(A - C) - \cos 2(A - C) \sin 2C] \quad (6)$$

其中

C ：光彈調變器方位角

$\Delta_p = \delta_0 \sin \omega t$ ， δ_0 ：光彈調變器相位調變振幅

對(6)式 Fourier Bessel expansion 得

$$I_{dc} = \frac{1}{2} I_0 [1 - J_0(\delta_0) \cos 2C \sin 2(A - C) - \cos 2(A - C) \sin 2C] \quad (7)$$

$$I_{1f} = 0 \quad (8)$$

$$I_{2f} = -I_0 \cos 2C \sin 2(A - C) J_2(\delta_0) \quad (9)$$

$$I_{3f} = 0 \quad (10)$$

$$I_{4f} = -I_0 \cos 2C \sin 2(A - C) J_4(\delta_0) \quad (11)$$

方位角校正時需先校正相位調變振幅在 0.383，使(7)式中 $J_0(\delta_0) = 0$ ，直流訊號會等於與析光片方位角和光彈調變器方位角有關函式

$$I_{dc} = \frac{1}{2} I_0 [1 - \cos 2(A - C) \sin 2C] \quad (12)$$

利用(12)式可以計算光彈調變器的方位角 C

$$C = \frac{I_a - I_0}{\frac{I_b}{\sqrt{3}} - \frac{I_0}{2}} \quad (13)$$

其中

$$I_0 = \frac{2}{3} [I_{dc}(A = 0^\circ) + I_{dc}(A = 60^\circ) + I_{dc}(A = 120^\circ)]$$

$$I_a = I_{dc}(A = 60^\circ) + I_{dc}(A = 120^\circ)$$

$$I_b = I_{dc}(A = 60^\circ) - I_{dc}(A = 120^\circ)$$

利用(9)式和(11)式可計算光彈調變器的相位調變振幅

$$\frac{I_{2f}}{I_{4f}} = \frac{J_2(\delta_0)}{J_4(\delta_0)}, \quad \delta_0 = 2\pi \Delta_0 \quad (14)$$

光彈調變器的相位調變振幅校正，設定光彈調變器控制器的相位調變振幅從 0.348 至 0.398 每 0.005 為間格以及 0.45 和 0.5，量測這 13 組設定的 2 和 4 倍頻訊號，利用(14)式 2 倍頻訊號和 4 倍頻訊號實驗值，與 2 階和四階 Bessel 函數理論值比對。例如控制器設定 0.383 時量測的 2 和 4 倍頻比值與理論值比對的相位調變振幅為 0.411，結果如圖 3，可以知道實際的相位調變振幅與控制器上設定的值有一偏移量。

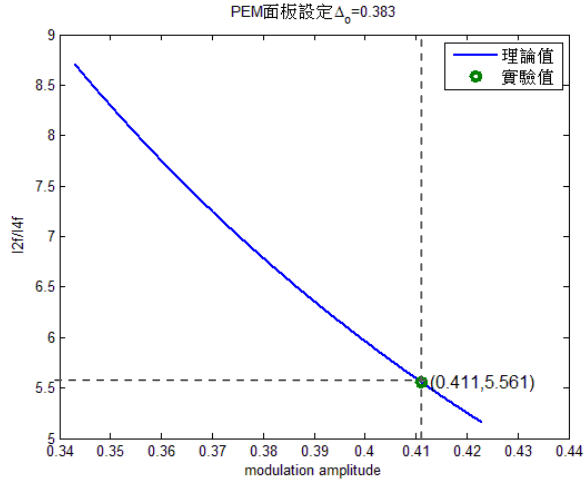


圖 3 相位調變振幅 0.383 校正前

利用上述比對方法，對 13 組設定的相位調變振幅校正，結果如表 2 和圖 4。

表 2 相位調變振幅校正實驗

PEM 設定 Δ_0	0.348	0.353	0.358	0.363	0.368	0.373	0.378
實驗 Δ_0	0.3781	0.3828	0.3879	0.3925	0.3973	0.4018	0.4064
偏移量	0.0301	0.0298	0.0299	0.0295	0.0293	0.0288	0.0284

PEM 設定 Δ_0	0.383	0.388	0.393	0.398	0.45	0.5
實驗 Δ_0	0.4110	0.4154	0.4208	0.4256	0.4711	0.5195
偏移量	0.028	0.0279	0.0278	0.0276	0.0211	0.0195

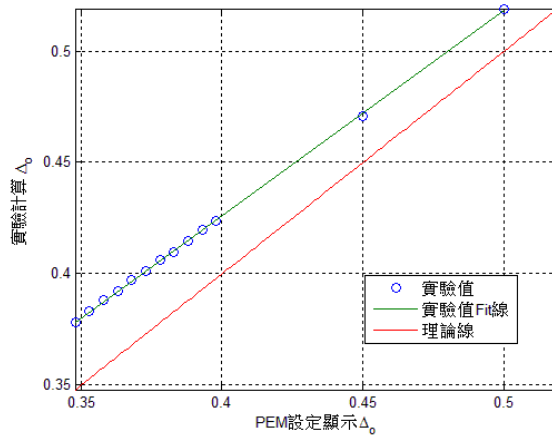


圖 4 相位調變振幅校正實驗圖

圖 4 校正的實驗值 fit 線斜率為 0.921，由表 2 可以發現相位調變振幅從 0.348 到 0.398 偏移量都在 0.03 左右，但 0.45 和 0.5 的偏移量為 0.02，相位調變振幅越大偏移量越小的趨勢。檢驗校正結果，欲設定的相位調變振幅在實驗上會再減 0.03。檢驗在控制器上設定 0.353，其量測的 2 和 4 倍頻比值對應的相位調變振幅為 0.3831，如圖 5。

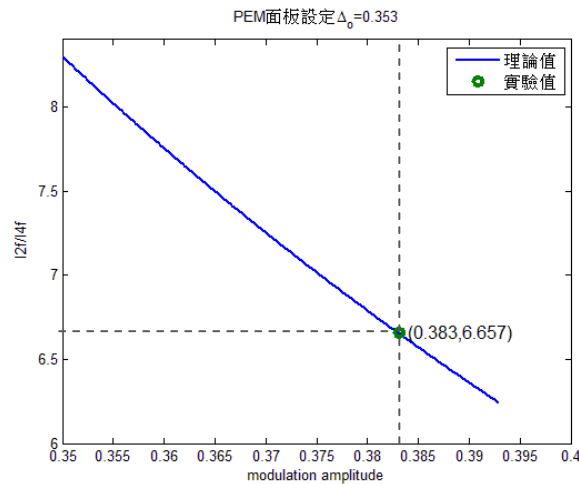


圖 5 相位調變振幅 0.383 校正後

(c) 光彈調變器方位角校正

光彈調變器方位角校正利用上述相位調變振幅校正後，在控制器上設定 0.353，量測旋轉析光片在 0° 、 60° 和 120° 的直流訊號，由(13)式計算此實驗的光彈調變器方位角為 0.26° 。

附錄二 MATLAB 計算光彈調變器方位角和相位調變振幅

```

%用 2 和 4 倍頻計算相位調變振幅 delta0
f=fopen('If.txt'); %輸入 If 存檔的檔名
If=fscanf(f,'%g');
fclose(f);
I2f=If(1);
I4f=If(2);
del00=input('del0 in modulator'); %面板上設定的 delta0
del0_0=0.0001;
t=-400:1:400;
del0t=del00+del0_0*t;
L=besselj(2,2*pi*del0t)./besselj(4,2*pi*del0t);
I24=I2f/I4f %實驗 I2f/I4f
L0=abs(abs(L)-abs(I24));
[p,q]=find(L0==min(min(L0)));
qq=q-400;
realdel0=del00+del0_0*qq
plot(del0t,L,realdel0,I24,'o')
legend('理論值','實驗值')
xlabel('modulation amplitude')
ylabel('I2f/I4f')
title('PEM 面板設定\Delta_o=0.353')
text(realdel0,I24,' (0.383,6.657)','FontSize',12)

```



%旋轉析光片在 0 度、60 度和 120 度計算光彈調變器方位角

```

f=fopen('I3.txt'); %輸入三亮度存檔的檔名
I3=fscanf(f,'%g');
fclose(f);
I0=I3(1); %0 度光強度
I60=I3(2); %60 度光強度
I120=I3(3); %120 度光強度
Itotal=2/3*(I0+I60+I120);
Ia=I60+I120;
Ib=I60-I120;
C=0.5*atan((Ia-Itotal)/(Ib/(3^0.5)+(0.5*Itotal)));
C_deg=C*180/pi %光彈調變器方位角 C

```

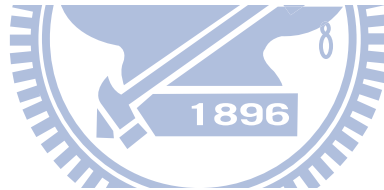
附錄三 Mathematica 計算 OCB 液晶盒相位延遲理論值

斜展態(splay state)

```

ne = 1.662;
no = 1.504;
d = 3.3;
λ = 0.5941;
α00 = 8 *  $\frac{\pi}{180}$ ;
α =  $\frac{2 \alpha_{00} z}{d}$ ;
ψ0 = Range[-50, 50, 5];
ψ = ψ0 *  $\frac{\pi}{180}$ ;
Γ0 =
4  $\frac{\pi}{\lambda} \left( \frac{ne no}{no^2 \cos[\alpha]^2 + ne^2 \sin[\alpha]^2} \sqrt{no^2 \cos[\alpha]^2 + ne^2 \sin[\alpha]^2 - \sin[\psi]^2} - \sqrt{no^2 - \sin[\psi]^2} \right)$ ;
Γ = Integrate[Γ0, {z, 0,  $\frac{d}{2}$ }] *  $\frac{180}{\pi}$ ;
OutputForm[MatrixForm[Γ]] >> "D:\\splay.txt"
%液晶盒在斜展態 - 50 度至 50 度入射角的相位延遲儲存於 "D:\\splay.txt"

```



彎曲態(bend state)

```

ne = 1.662;
no = 1.504;
d = 3.3;
λ = 0.5941;
θ0 = (90 - 8) *  $\frac{\pi}{180}$ ;
β =  $\frac{2 \theta_0 z}{d}$ ;
α =  $\frac{\pi}{2} - \beta$ ;
ψ0 = Range[-50, 50, 5];
ψ = ψ0 *  $\frac{\pi}{180}$ ;
Γ0 =
4  $\frac{\pi}{\lambda} \left( \frac{ne no}{no^2 \cos[\alpha]^2 + ne^2 \sin[\alpha]^2} \sqrt{no^2 \cos[\alpha]^2 + ne^2 \sin[\alpha]^2 - \sin[\psi]^2} - \sqrt{no^2 - \sin[\psi]^2} \right)$ ;
Γ = Integrate[Γ0, {z, 0,  $\frac{d}{2}$ }] *  $\frac{180}{\pi}$ ;
OutputForm[MatrixForm[Γ]] >> "D:\\bend.txt"
%液晶盒在彎曲態 - 50 度至 50 度入射角的相位延遲儲存於 "D:\\bend.txt"

```