

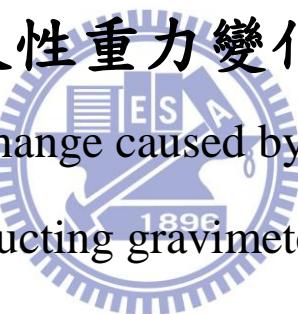
國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

利用超導重力儀訊號偵測地震造成的永
久性重力變化

Detecting gravity change caused by earthquakes using
superconducting gravimeter records



研究 生：蘇洵頤

指 導 教 授：黃 金 維

中華民國九十九年七月

利用超導重力儀訊號偵測地震造成的永 久性重力變化

Detecting gravity change caused by earthquakes using
superconducting gravimeter records

研究 生：蘇洵頤

Student : Hsun-Chieh Su

指 導 教 授：黃 金 維

Advisor : Dr. Cheinway Hwang



A Thesis
Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment to the Requirements
For the Degree of Master
In
Civil Engineering
July 2010
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年七月

利用超導重力儀訊號偵測地震造成的永久性重力變化

學生：蘇洵頡

指導教授：黃金維 博士

國立交通大學土木工程學系

摘要

本研究可分為兩個部分來探討。第一部分利用超導重力儀重力資料及中央氣象局所發布的地震彙報，欲計算出因地震發生時所產生的永恆重力變化。資料時間是自 2006 年 4 月至 2010 年 3 月。利用三種方法進行檢測：(I) 傅立葉函式進行海潮擬合；(II) 利用外插函式進行擬合；(III) 簡單法，利用地震前後平均計算差異量。發現目前以 Method I 進行擬合其相關係數最高，且計算後的重力變化與 Method III 趨勢一致。為了研究 2010 年 3 月所發生的甲仙地震，SG48 及 SG49 各別得到 $4.288 \mu\text{gal}$ 及 $0.633 \mu\text{gal}$ 的重力變化；採用 Sun (1998) 模式所計算出的新竹站重力變化量為 4.32ngal 。而 GPS 計算高程變化，發現地表於震後上升 0.575 cm (相當於 $-1 \mu\text{gal}$)。第二部分，則探討兩台儀器於同震的情況下 SG48 與 SG49 不同反應的原因，分別針對儀器擺設的距離與方位角、地震能量及儀器設計問題等進行試驗，結果發現 (1) SG48 及 SG49 的重力變化在同震時反應皆不同；(2) 不同地震種類或儀器回饋機制是造成重力變化的主因。

Detecting gravity change caused by earthquakes using superconducting gravimeter records

Student : Hsun-Chieh Su

Advisor : Dr. Cheinway Hwang

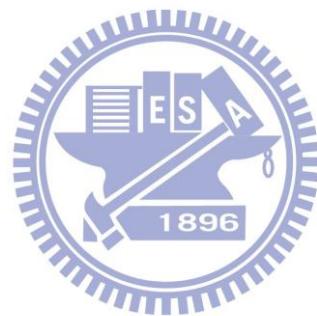
Department of Civil Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

This research is divided into two parts. In the part, superconducting gravimeter (SG) from the Hsinchu SG station and the earthquake data from the Central Weather Bureau of Taiwan are used to compute permanent gravity changes caused by quakes, covering the time span from April 2006 to March 2010. Three methods are used compute the gravity changes: (I) ocean tide fitting by Fourier function, (II) extrapolation fitting, and (III) difference of simple averages of SG values before and after an quake. Method I produces the highest correlations between the original and model SG value, and result in gravity changes consistent with those from Method III. In a case study for the Jiasian earthquake in March 2010, SG48 and 49 show gravity changes of 4.288 and 0.633 μ gal, while the model value of Sun (1998) is 4.32 ngal and the GPS-derived height change is 0.575 cm (equivalent to -1 μ gal), highlighting the disagreement among these sensor results. In the second part, the responses of SG48 and SG49 to the same quakes are investigated with respect to azimuth to the earthquake source, distance and seismic energy. The result shows that (1) SG-derived gravity changes from SG48 and 49 are

different in most events, and (2) the causes of gravity changes can be of tectonic origin or instrument origin.



誌謝

在學的兩年的時間很快就過去了，心中百感交集，從懵懂無知，而逐漸了解。即將向最後的學生成績進行告別，接下來，即將面對未來工作挑戰。這段時間以來，所學習到的不單單只是書本上做研究的方法，還有解決問題的鑰匙。

首先，必須感謝恩師 黃金維教授不斷地砥礪教導、耐心叮嚀，讓學生能在這兩年內順利的畢業。感謝組上史天元教授、張智安教授於課業上的認真教學，解決學業上的困惑。感謝口試委員李瓊武博士及鄭景中博士，提供寶貴意見及指導，讓本論文能臻於完整。感謝電控所陳永平教授，細心解答問題，並提供方法。



感謝博士班學長姐：瑞其、鉅富、文祺及紫猗在論文研究過程中提供協助及建議，使本論文能順利完成。感謝博班學長姐：阿榜、Steven、貓哥、亨利、啟訓、宜珊、Natt、亘袒、廷融、小悶及畢業碩班學長姐：Emil、逸如及彥杕，這兩年來的照顧及幫忙。感謝這兩年來同儕：千惠、芳諭、凱程、雅信、翊如及美芳的互相鼓勵及關心，特別是美芳於這兩年的幫助，也是能順利畢業的主要原因。感謝研一學弟妹：夢伶、鎧凱、元施、沐崧的鼓勵。感謝助理綉雯於這兩年的行政支援等。

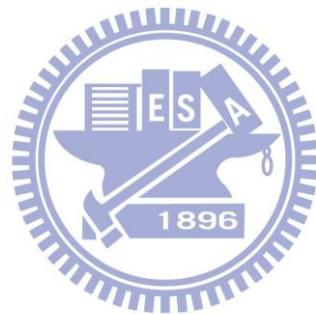
最後，感謝我親愛的父母、弟妹，是我可以再次求學的後盾，感謝你們的支持，及在身後默默支持我的人，謝謝！

目錄

中文摘要	I
英文摘要	II
誌謝	II
目錄	V
表目錄	VIII
圖目錄	IX
第一章、前言	1
1-1 研究動機	1
1-2 文獻回顧	2
1-3 研究方法	3
1-4 論文架構	5
第二章、超導重力儀	6
2-1 重力儀簡介	7
2-2 超導重力儀機械構造與原理	8
2-2-1 重力儀感測元件 (GSU)	9
2-2-2 杜瓦瓶 (Dewar)	10
2-2-3 傾斜儀自動傾斜補償系統	11
2-2-4 其他相關構造	12
2-3 超導重力儀演進	13
第三章、超導重力資料處理流程	15
3-1 重力資料率定與前處理	15
3-1-1 重力資料率定	15

3-1-2 重力資料前處理	17
3-2 環境改正	18
3-2-1 海潮效應改正	18
3-2-2 大氣負載改正	21
3-2-3 極移改正	22
3-2-4 地下水位改正	23
3-3 改正後殘餘重力	24
第四章、地震所造成的永久性重力變化	25
4-1 地震及重力資料選取	26
4-2 頻譜分析	28
4-3 Butterworth 濾波器設計及資料前處理	30
4-4 傅立葉函數海潮擬合	34
4-5 最小二乘法計算重力變化	38
4-6 濾波後資料後處理	41
4-7 傅立葉函式進行外插擬合	44
4-8 SG48 與 SG49 同震時的重力變化	48
4-9 甲仙地震進行驗證	49
4-10 利用絕對重力儀(FG5)進行比對驗證	54
4-11 利用 GPS 高程變化與甲仙地震進行驗證	55
第五章、SG48 與 SG49 於同震時的反應	57
5-1 地震資料選取及儀器記錄差異	57
5-1-1 地震資料選取	57
5-1-2 儀器紀錄的差異	57
5-2 儀器方位角與震源相對關係	61
5-3 地震能量與震源相對關係	64
5-4 儀器構造與紀錄關係	67

5-5 傾斜儀回饋與地震的關係	68
5-5-1 x、y tilt 與回饋電壓間的關係.....	69
5-5-2 x、y tilt 與超導球回饋電壓間的關係	70
第六章、結論與建議.....	73
參考文獻.....	75
附錄 A T-Soft 軟體操作簡介	79
附錄 B Matlab 頻譜分析及程式	84



表目錄

表 2-1 超導重力儀之技術參數。來源：GWR Homepage	7
表 3-1a SG48 訂正日期與校正公式	16
表 3-1b SG49 訂正日期與校正公式	16
表 4-1 地震資料彙整	26
表 4-2 一般常用的分潮之名稱及其週期。	35
表 4-3 2007 / 09 / 06 海潮擬合成果及相關係數	36
表 4-4 地震後重力變化 (Method I)	40
表 4-5 2007 / 09 / 06 使用後處理計算的重力變化	44
表 4-6 地震後重力變化 (Method II)	46
表 4-7 地震後重力變化	47
表 4-8 SG48 與 SG49 重力變化比較	49
表 5-1 SG48 及 SG49 地震重力資料趨勢整合	60
表 5-2 儀器與震源方位角及相對夾角與距離	63
表 5-3 地震能量梯度	65
表 5-4 SG48 傾斜儀與超導球電壓率定因子	72

圖目錄

圖 1-1 研究流程圖	4
圖 2-1 全球主要超導重力站分佈圖。	6
圖 2-2 超導重力儀內部線圈示意圖	8
圖 2-3 超導球在電磁屏蔽的線圈中，而黃色部分為電磁屏蔽。	9
圖 2-4 超導重力儀感測元件(GSU).....	10
圖 2-5 超導重力儀結構示意圖，紅色部分為自動傾斜補償儀	11
圖 2-6 超導重力儀及周邊配備	12
圖 2-7 GWR T770 型 重力儀	14
圖 2-9 OSG 型 超導重力儀	14
圖 3-1a SG48 歷年數據(m/d/y)	17
圖 3-1b SG49 歷年數據(m / d / y)	17
圖 3-2a SG48 經校正後數據	18
圖 3-2b SG49 經校正後數據。	18
圖 3-3 2008 年新竹站各分潮週期性訊號	21
圖 3-4 2008 年 1 月至 11 月重力殘值與氣壓 SG48 重力殘值（上）與測站氣壓觀測值（下）	22
圖 3-5 SG48 2008 年 4 月份經改正後之剩餘重力	24
圖 4-1 新竹站地震前後重力變化	25
圖 4-2 殘餘重力資料	28

圖 4-3a 2007/09/06，地震前頻譜分析圖	29
圖 4-3b 2007/09/06，地震後頻譜分析圖	30
圖 4-4a Butterworth 濾波器各階示意圖	31
圖 4-4b 濾波器設計	32
圖 4-5 2007 / 09 / 06 通過低通濾波後的重力訊號，尚未進行前處理的重力資料	33
圖 4-6 2007 / 09 / 06 通過低通濾波前處理後的重力訊號	34
圖 4-7 2007 / 09 / 06 濾波後重力變化與曲線擬合成果	37
圖 4-9a 海潮模式曲線擬合後成果	45
圖 4-9b 海潮模式曲線外插擬合後成果	45
圖 4-10 甲仙地震錯動量分佈地表水平投影	50
圖 4-11 甲仙地震重力變化	51
圖 4-12 甲仙地震採用 Method I 擋合成果	53
圖 4-13 2006 / 11 / 17 ，FG5 與 SG48 的比較	55
圖 4-14 甲仙地震前後新竹站 GPS 的高程變化	56
圖 5-1 SG48 與 SG49 儀器觀測資料間的平移量	58
圖 5-2a SG48 & SG49 地震時重力變化差異量(Case I)	59
圖 5-2b SG48 & SG49 地震時重力變化差異量(Case II)	59
圖 5-2c SG48 & SG49 地震時重力變化差異量(Case III)	60
圖 5-3 2008 年新竹地區有感地震與新竹站相對位置圖	61
圖 5-4 震源與儀器方位角示意圖	62
圖 5-5 SG48 與 SG49 殘餘重力變化趨勢不一致的資料	66

圖 5-6 SG48 與 SG49 殘餘重力變化趨勢一致的資料	66
圖 5-7a SG x tilt 與 回饋電壓關係	69
圖 5-7b SG48 y tilt 與 回饋電壓關係	70
圖 5-8a SG48 x tilt 與 超導球回饋電壓率定	71
圖 5-8b SG48 y tilt 與 超導球回饋電壓率定	71
圖 A-1 超導回饋電壓及大氣影響	79
圖 A-2 回饋電壓及原始重力資料	80
圖 A-3 已知環境改正因子	82
圖 A-4 殘餘重力與原始重力比較	83



第一章、 前言

1-1 研究動機

一般重力測量，以相對重力測量為主，但施測相對重力必須要有統一系統的已知重力點做為基準，故內政部於新竹市十八尖山建立了國家重力系統。並於 95 年間添購兩部超導重力儀(Superconducting Gravimeter)，以下簡稱 SG，型號：SG-048 與 SG-049。SG 可觀測相對重力連續變化，但重力受環境因素影響，包括日、月引力影響的海潮(Ocean Tide)與固體潮(Solid Earth Tide)、地下水位、氣壓、極移(Polar Motion)等(Torge,1989 ； Moritz and Mueller,1987)。故在使用該重力資料前，須先移除各項環境影響因子及改正後之剩餘重力訊號。而 SG 就數據解析度來說可達 1 nanoGal ，每年漂移 $1\mu\text{gal}$ (Sun et al.,2001)。 $1\mu\text{gal} = 10^{-8}\text{ ms}^{-2}$ ； $1\mu\text{gal} = 10^3\text{ nanoGal}$ 。扣除上述環境因素後的殘餘重力變化，除影響重力較大的海潮及固體潮的數學模組會有延遲現象之外，尚因地震或降雨所造成瞬時重力變化。本論文主要探討地震前後，因板塊或斷層位移，所造成的重力永久性變化(在此不考慮是否因儀器誤差所造成)，並計算出重力變化量。此外，有別於其他國家，台灣的兩部 SG 均放置於十八尖山坑道內，且兩部儀器僅相距 2.6 公尺，利用該特性，來觀測同震時，兩部儀器的差異性，若有不同，並試著討論可能造成該現象的原因。

1-2 文獻回顧

目前透過 GGP (Global Geodynamics Project) 資料共享，自1996年至2010年間，共計有34個超導站資料。實際應用的研究，不外乎水文、大氣與地震，但國內外的文獻並不多。包括使用重力測量方法來具體來測出地下水儲水層的改變 (Pool D. and J. Eychaner, 1995)，及超導重力儀於水文的應用 (C.R. Wilson, 2009)，主要探討德州地區地下水儲水層的重力改變。SG重力網偵測同震時毫伽耳以下重力的改變 (Yuichi Imanishi, et al., 2004)，日本境內有三部SG分別放置於江刺 (Esashi)、松代 (Matsushiro) 及京都 (Kyoto)，藉由SG擺設地點不同，設計網型，並計算在同一地震時，因板塊位移所產生的重力變化。最小二乘譜及其在超導重力觀測數據分析中的應用 (尹暉、Spiros D · Pagiatakis, 2005)，運用投影理論和基於向量空間中最小二乘平差原理，介紹了最小二乘譜分析方法，給出了最小二乘譜的計算公式，利用加拿大超導重力觀測數據實例，討論最小二乘譜分析的策略和步驟。超導重力儀觀測數據分析與信號偵測 (邢喆、楊柳、李鵬等, 2008)，結合1998年加拿大站全年的超導重力觀測數據實例，詳細的討論了用快速傅立葉轉換 (FFT) 進行頻譜分析的步驟，最後分析各海潮週期與理論週期間的偏差值。及新竹站的絕對重力儀與超導重力儀平行觀測成果 (Hwang et al, 2008)。針對新竹站發表歷年觀測成果，例如：颱風來時，平均大氣重力變化是一般的30%，及牛頓引力對於新竹站海潮的影響大約為20%等。

海潮負載，是影響重要因素之一，最主要受日月引力的影響，其中則以月亮引力影響最大。每日中各有兩次高潮及低潮稱為，半日潮 (Semidiurnal Tide)，符號代表為M2。每日中有一次高低潮稱之為，太陰全日潮 (Diurnal Tide)，符號代表為O1。此外仍有太陰三分之一日潮，符號代表為M3等。海潮對重力的影響，可利

用 Green's Function 及潮高積分來模擬(Farrel,1972)。藉由全球海潮模式，可求出潮高。為了能夠精確的計算海潮負載影響需搭配當地海潮模式(Goring and Walters , 2003)，才可準確的計算出負載對重力的影響。在中國、日本及台灣新竹則是利用超導重力儀(SG)來做高精度的海潮重力觀測紀錄，搭配 Topex / Poseidon 衛星測高資料，依觀測紀錄進行海潮係數的最佳模擬(Sun et al., 2001)。

1-3 研究方法

超導重力儀屬於高精度且靈敏度高的儀器，對於遠地所發生的地震或颱風皆會影響重力值變化。所以在本研究中，先鎖定新竹發生有感地震為主，於中央氣象局網站，查詢自 2006 年 4 月至 2009 年 12 月間，於新竹地區發生有感地震的資料，包括發生時間、震源位置、地震深度及芮氏規模進行統計。



資料前處理，包含校正(Calibration)、跳取(Decimate)、消除奇異點(Despike)等，可得到超導重力儀原始觀測數據。之後將原始超導資料進行環境改正，並換算單位為： nm/s^2 ($1\text{nm/s}^2 = 0.1\mu\text{gal}$)。移除環境因子，新竹地區海潮(NAO99b)及固體潮負載、大氣壓力與極移後，即可得殘餘重力資料。隨後比對中央氣象局發佈的地震資料，截取出地震發生前後可用的資料，並去除地震發生時的噪訊，分別對地震前與後的資料進行快速傅立葉轉換，求得各頻率所對應能量變化的近似值，並藉由所獲得的頻譜圖，設計一低通濾波(low pass filter)。

殘餘重力資料，經低通濾波過濾後，觀察其波形變化後(圖 4-5)，發現影響波形的因子，主要是潮汐效應。故分別考慮各分潮效應，經測試後，發現主要以 O1 、 M2 及 M3 為主。並且將這三種分潮效應考慮其週期後，進行傅立葉函數擬合，

進而計算重力前後的變化，並將SG48與SG49對同一個地震進行結果比較探討。之後，採用地球內部斷層錯位造成地表等位面及重力變化理論(Wenke Sun, 1998)，應用於甲仙地震，試著探討造成重力變化的原因，並與擬合後的成果進行比對。

新竹重力基準站，有兩部超導重力儀，且兩台放置的位置差距大約一公尺，考慮在同震的狀況下，兩台儀器對地震時所產生的訊號是否有一致性，進一步探討地震來源與距離是否會造成兩台儀器不同的反應。

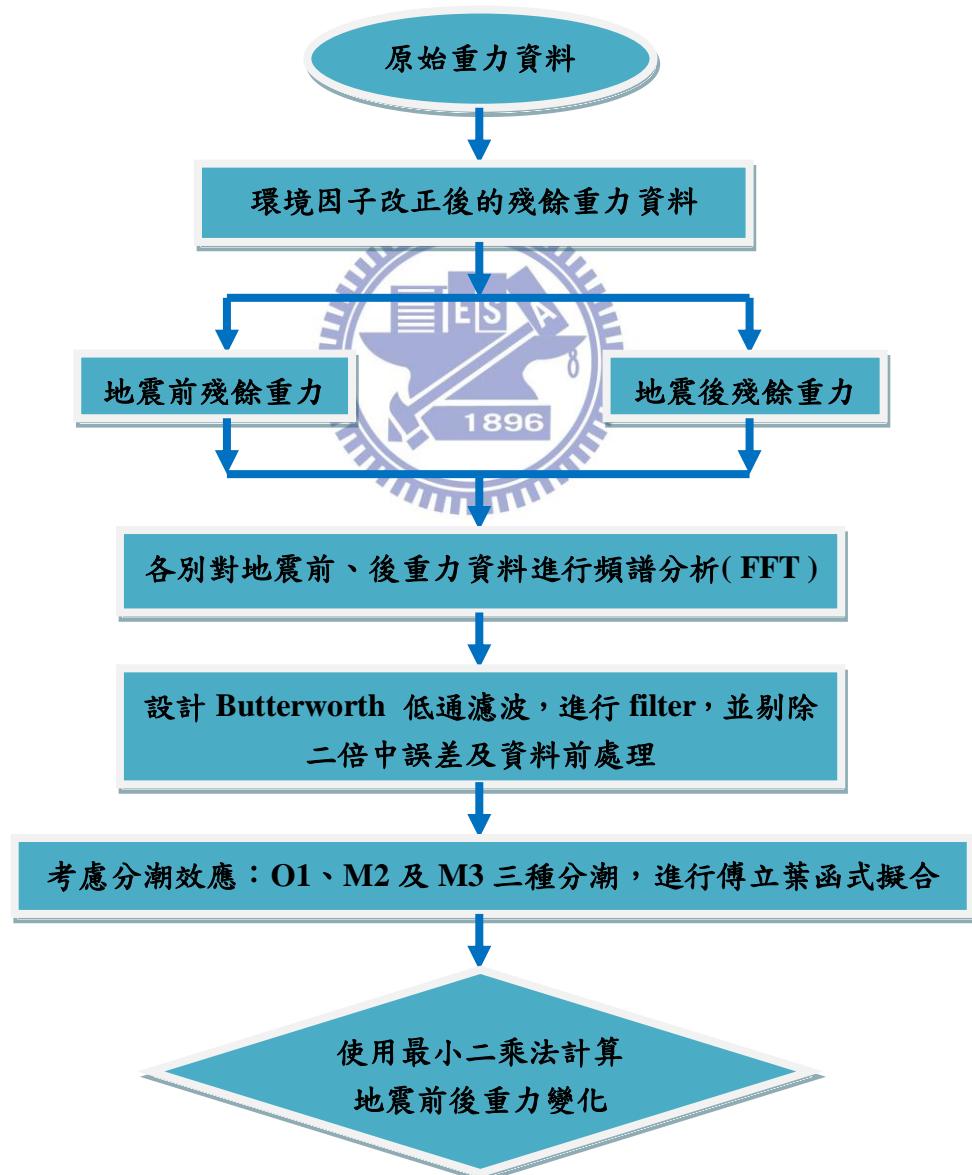


圖 1-1 研究流程圖

1-4 論文架構

第一章：本文研究的目的、動機與方法簡介

第二章：介紹超導重力儀(SG)的介紹與說明。

第三章：超導資料前處理與校正。

第四章：探討地震前後所造成永久性的變化。將地震前後殘餘重力資料進行頻譜分析(Spectrum analysis)，並利用 MATLAB 進行參數調整 Butterworth 低通濾波器，過濾重力訊號。將已過濾的重力訊號，考慮各分潮效應，進行傅立葉曲線擬合計算出地震前後的重力變化。再比對兩部超導重力儀於同震時的反應，最後採用甲仙地震及絕對重力儀進行驗證。

第五章：針對國內有兩部超導重力儀且兩台放置位置相距僅有 2.6 公尺的情況下，對於同震現象發生時，重力變化情形，設計不同試驗，探討造成訊號不一致的原因。

第六章：結論與建議



第二章、超導重力儀

Global Geodynamics Project，簡稱 GGP，全球超導重力儀觀測用於全球地體動力計畫，目前遍佈於全球共有 37 個測站，所使用的超導重力儀為美國 GWR 廠所製的，型號為 GWR-OSG。重力測量是國家基本測量之一，舉凡正高系統建立、大地水準面計算、天然資源之探勘與開採、人造衛星發射及軌道計算、海洋資源開發及地球科學研究之應用，均需要精確詳實的重力資料，以茲應用(黃金維等，2001)。超導重力儀，發展於 60 年代(Prothero and Goodkind，1972)，為一個整合性的感應裝置，用來量測周圍環境質量分布所以起的質量變化，主要目標是為了檢測長週期潮汐、極移及構造過程中的重力效應，探討地核運動，與地震前兆的關係(Goodkind, 1986; Ducurme et al., 1986; Richter, 1986)，下一節將針對超導重力儀進行簡介。

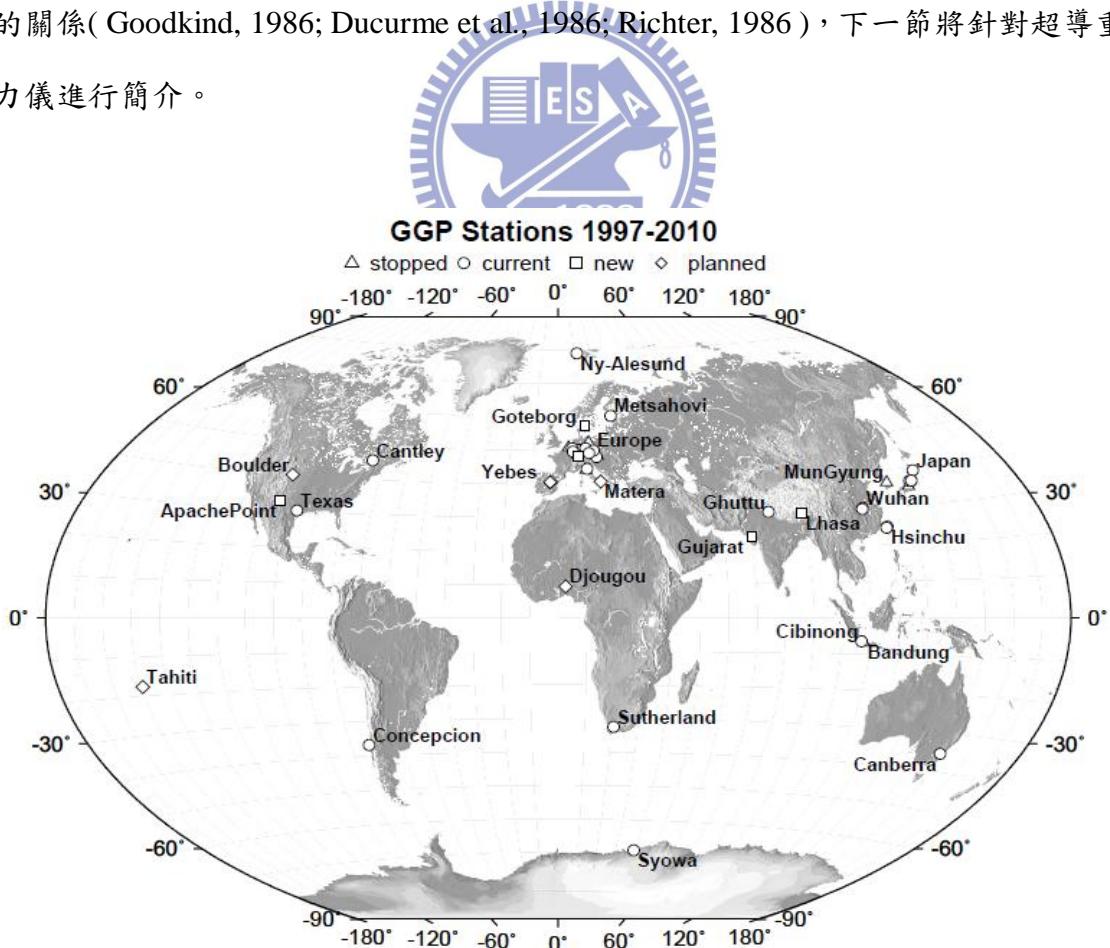


圖 2-1 全球主要超導重力站分佈圖。來源：GGP Homepage
(<http://www.eas.slu.edu/GGP/ggphome.html>)

2-1 重力儀簡介

Observatory SG (OSG)，是一種新型測量相對重力變化的儀器。其工作原理是：首先設法在超導線圈內產生一個永久性的閉合電流。由於超導體的電阻幾乎為零，且這一電流非常穩定。之後，在超導線圈所產生的一次磁場中放置一個同樣由超導材料製成的球形體。由於超導體完全抗磁，磁場不能穿入球體內部。小球表面感應電流所產生的二次磁場與線圈永久電流所產生的一次磁場互斥，使小球浮起，當小球受到的浮力與其重量互相平衡時，小球便會浮在線圈上方的一定高度。重力的變化將引起小球平衡位置的改變。準確測出小球位置的變化，就可以求出重力的變化。超導重力儀屏除了一般機械是重力儀的零點位移和溫度影響，具有較高的零點穩定性，24小時零點位移小於 0.001mgal ，即小於 $1\mu\text{gal}$ 。超導重力儀需要液態氦做冷卻劑，保存運輸不便，不宜野外使用。一般在固定點上研究重力的日變和長期變化。表 2-1 為超導重力儀之技術參數。

表 2-1 超導重力儀之技術參數。來源：GWR Homepage

解析度 ADC (24 bit)	10^{-12}m/s^2
重力解析度 (Resolution Gravity)	$> 10^{-11}\text{m/s}^2$
時間觀測範圍(Period Range)	10 seconds – 10 years
量測範圍 (Measurement Range)	1 nGal – 1 mGal
動態範圍(Dynamic Range)	1 nGal – 1 mGal
準確度校正因子(Accuracy Calibration Factor)	0.2%~0.05 $\mu\text{Gal/Vlot}$
重力相移(Gravity Phase Shift)	8.6s ; 0.035deg/cpd
Gravity Filter Corner Frequency	61.5 mHz
漂移率(Drift Rate)	$\sim 3\ \mu\text{Gal /year}$

2-2 超導重力儀機械構造與原理

主要包括重力儀感測元件(Sensing Unit, GSU)、液態氦杜瓦瓶(Dewar)、及傾斜計與自動傾斜補償系統。杜瓦瓶的功能在保持液態氦 4.2K 溫度，使 GSU 超導線圈在超導的狀態下。圖 2-2 為超導內部線圈示意圖。

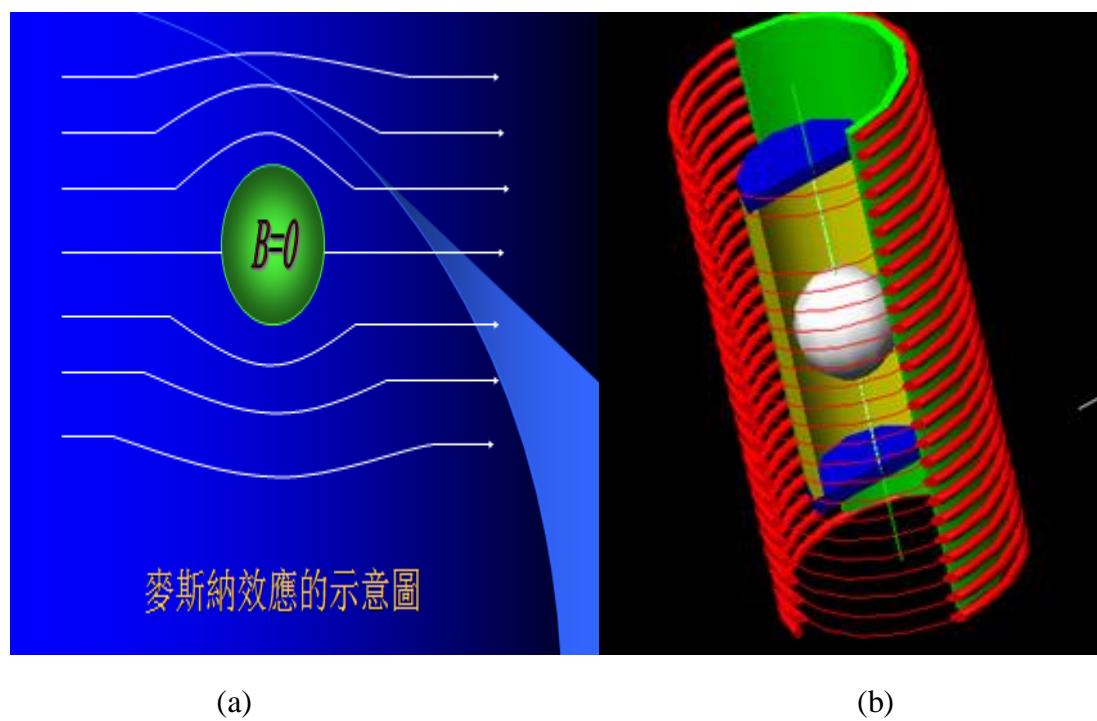


圖 2-2 超導重力儀內部線圈示意圖，其中(a)代表超導體的內部磁通量為零($B=0$)，磁力線無法進入超導體，稱為「麥斯納效應 (Meissner effect)」。(b)白色為超導球，黃色部分為杜瓦瓶，綠色部分為螺管線，而紅色部分為線圈。

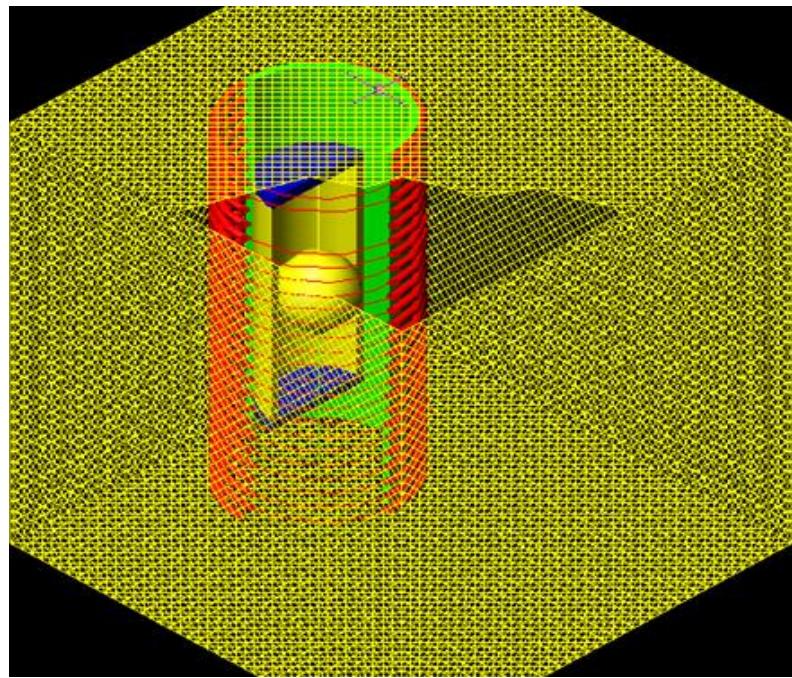


圖 2-3 超導球在電磁屏蔽的線圈中，而黃色部分為電磁屏蔽。

2-2-1 重力儀感測元件 (GSU)



利用持續電流運行的超導線圈產生磁場，將 2.5 公分的試體鈮(Nb)球呈漂浮狀態。但因重力的變化而使球離開零位，其垂直位移量可由電容感測器測得，並以電子反饋補償，並將該球不斷地帶回零位，藉此連續量測重力微小變化量，而超導重力資料通常都由 0.1 Hz 以下獲得。其回饋原理，主要採用分段式回饋，在地震來時，會因位移量太大，超越了儀器可以忍受的範圍。故在下一秒進行回饋時，無法將超導球帶回零點。其內部有內建反饋晶片，並設計兩個 anti-aliasing 濾波器分別為 GGP1 及 GGP2。GGP1 每 8 秒提供一個數位重力訊號，而 GGP2 則每 5 秒提供一個訊號，取樣頻率為 1 秒，截斷頻率(Corner Frequency)為 61.5 mHz (16.3 秒為一週期)。

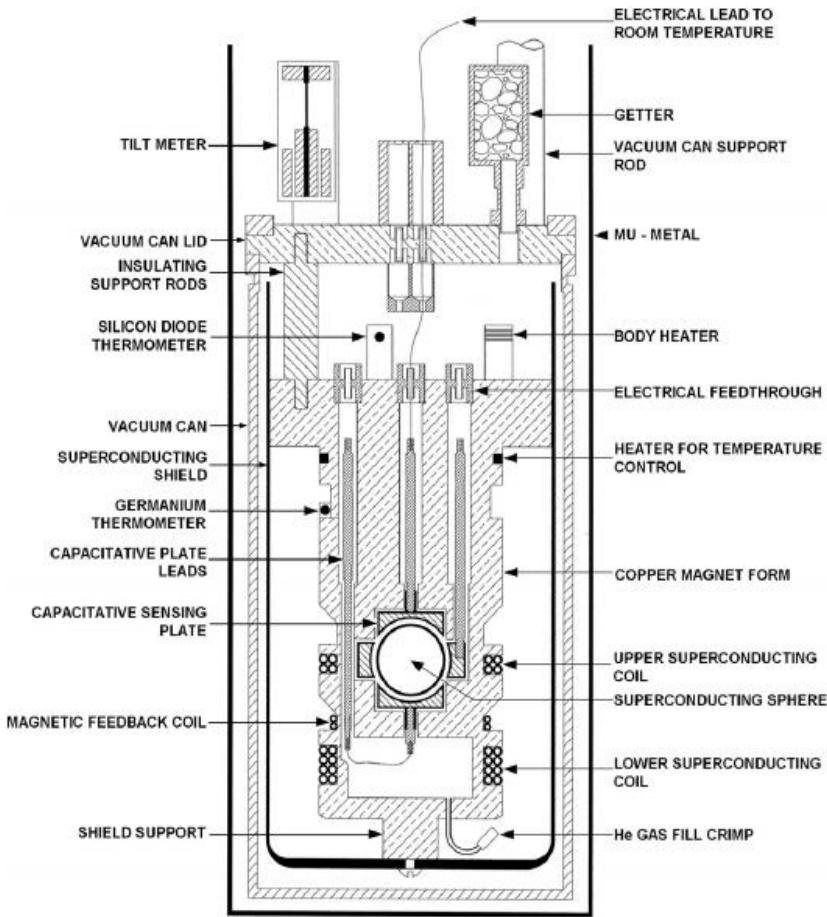


圖 2-4 超導重力儀感測元件(GSU)。來源：GWR Homepage
 (<http://www.gwrinstruments.com/index.htm>)

2-2-2 杜瓦瓶 (Dewar)

又稱絕緣瓶，由雙層鋁質殼架，內壁塗超絕緣材料，阻絕外在輻射熱能，填充液態氦保持 4.2K 的超低溫，外架支撐冷卻頭，經由冷卻頭等原件傳導震動量，隔絕壓縮機運作時所產生的振動量。冷卻頭與杜瓦瓶之間由 Vibration isolation bellow 銜接，避免液態氦洩露。

2-2-3 傾斜儀自動傾斜補償系統

靠近 GSU 有放置兩組垂直傾斜計, X 及 Y 軸方向, 量測靈敏度為 $0.1 \mu \text{ radians}$, 相對應於杜瓦瓶有水平補償系統, 自動調整絕緣瓶使 GSU 為水平狀態, 其補償原理和 GSU 類似, 但以 GSU 來說, 靠磁力進行回饋, 但傾斜儀則是一個線性的促動器, 反饋至杜瓦瓶的支撐點, 其內部也有晶片提供一個 anti-aliasing 的低通濾波器進行反饋處理。圖 2-5 為超導重力儀結構示意圖。

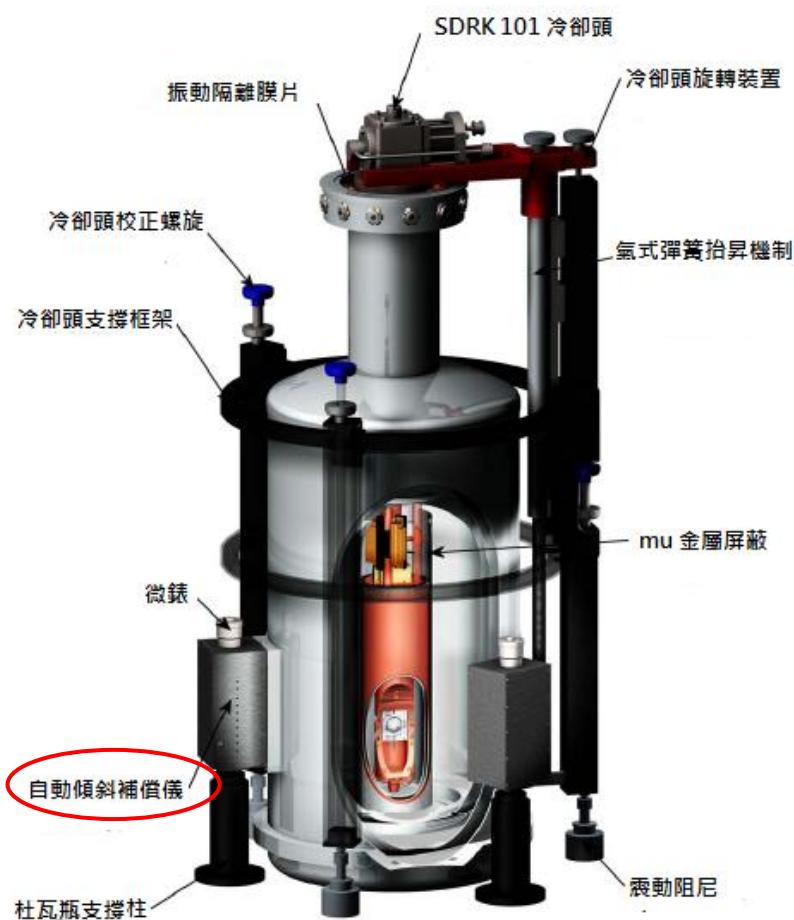


圖 2-5 超導重力儀結構示意圖, 紅色部分為自動傾斜補償儀。來源:GWR Homepage

2-2-4 其他相關構造

除上述所列元件外，另外還包括液態氮壓縮機(SHI Helium Compressor)、不斷電系統(UPS)、遠端遙控系統(Remote Control System)、資料蒐集系統(Data Acquisition System)、GPS 接收器提供時間量測值，數據網路提供遠端控制與監視。詳細如圖 2-6。

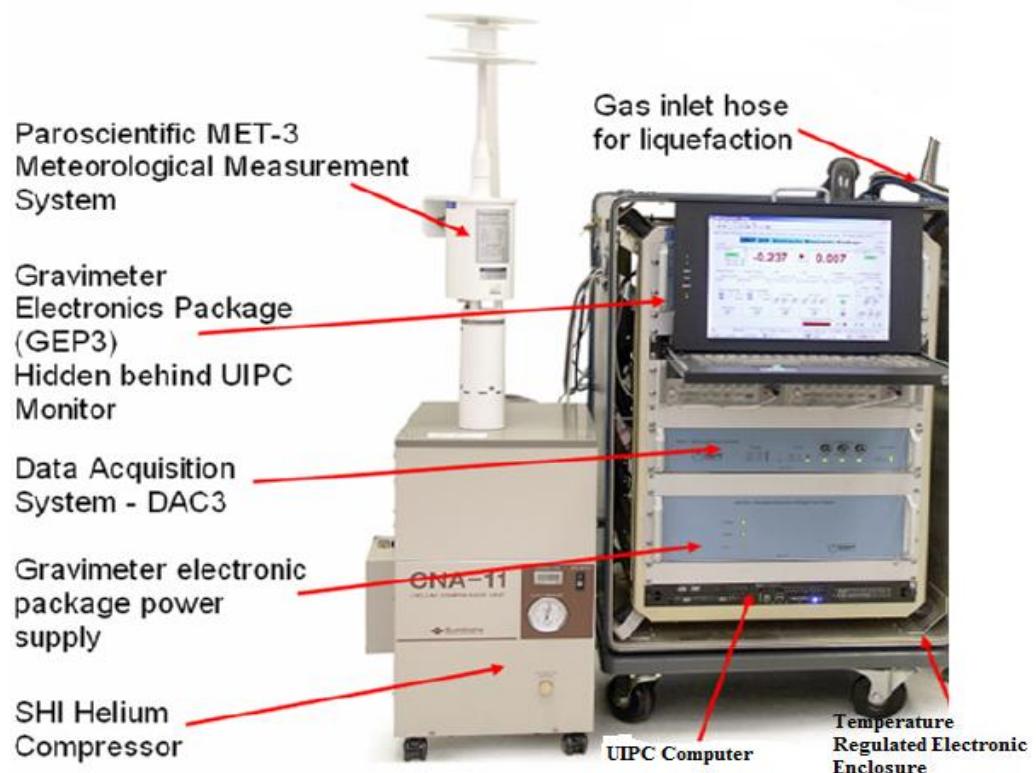


圖 2-6 超導重力儀及周邊配備

2-3 超導重力儀演進

超導重力儀自 1981 年至今，約可區分為四種款式：

(1) GWR TT40

1981~1984 年製造，是第一台超導重力儀，冷卻系統是 200 公升容量的液態氦，冷卻頭不可拆裝維護，液態氦損失率高，須回填液態氦以維持工作。

(2) GWR TT70

絕緣瓶內約維持 10K 溫度，約 1998~1994 年間製造，與 TT40 相同，採 200 公升量液態氦。

(3) Compact SG

冷卻系統為 125 公升容量，維持 10K 溫度，約 1995~1999 年間製造。大幅提升減少液態氦損失，改良至約 2 年都不用填充氦。與 OSG 差異性小。

(4) Observatory Superconducting Gravimeter (OSG)

冷卻系統改良至 35 公升容量，維持溫度 4K，冷卻頭可拆卸，方便更換維修，可以利用工業氦氣鋼瓶進行回填補充，液態氦一天消耗大約 3 公升。也是目前國家重力基準站所使用的超導重力儀。



圖 2-7 GWR T770 型 重力儀

圖 2-8 Compact SG 型 重力儀



圖 2-9 OSG 型 超導重力儀

第三章、超導重力資料處理流程

超導重力儀的重力紀錄，是經由回饋電壓紀錄所獲得。但將量測電壓(伏特)值，轉換為重力必須經儀器率定、資料前處理及環境改正之處理，關於這些上述改正步驟，皆使用 T-Soft 軟體進行操作，並於附錄 A 詳細說明。而本章將針對超導資料的處理進行討論，並制定重力標準處理程序。

3-1 重力資料率定與前處理

3-1-1 重力資料率定



超導球因重力變化在垂直方向移動，因回饋電壓將球置於初始零點，經由電容感測器量測位移量，藉由輸出電壓變化，並透過率定程序轉換成重力值。校正因子也就是超導重力儀輸出電壓值與重力值的尺度因子。

關於率定方法為 Hinderer (1991)。其中以絕對重力儀架設於超導重力儀旁，同時進行觀測，以絕對重力儀數據率定超導重力儀校正因子(Hinderer,1991 ； Francis,1998)最佳。原因是可以持續觀測無需間斷。

SG48 及 SG49 的校正因子(Calibration Factors)，參考 Hwang et al., 2009，依公式可寫成：

$$g(t) = ax_t + b \quad (3.1)$$

其中 $g(t)$ ，為絕對重力所量測的絕對重力值， a 為SG校正因子， x_t 為超導重力儀所量測到的電壓值， b 為重力回歸截距平移量。表3-1a及3-1b，分別針對SG48與SG49進行率定。為了探討超導重力儀SG48在2008年3月17日及2008年5月30日，由於更新訊號線與面板，及更換冷卻頭與填充液態氮；SG49於2008年5月30日清洗杜瓦瓶及填充液態氮，而造成重力訊號跳動，無法恢復平衡狀態，以致進行率定時，有不同之校正因子。但為資料品質一致，在資料處理時，由圖3-1a及圖3-2b，分別將SG48及SG49依不同事件發生，分成3階段與2階段探討，並分別求各階段之校正因子，日期與校正公式：

表 3-1a SG48 訂正日期與校正公式。資料來源：97 年國家重力基準站期中報告書。

階段	日期	率定因子 (μgal)
I	2006/4/1~2008/3/17	$g(t) = -76.087x_t + 1695.8$
II	2008/3/17~2008/5/30	$g(t) = -76.502x_t + 1597.8$
III	2008/5/30~2009/5/31	$g(t) = -75.547x_t + 1438.2$

表 3-1b SG49 訂正日期與校正公式。

階段	日期	率定因子 (μgal)
I	2008/3/14~2008/10/22	$g(t) = -74.272x_t + 1375.6$
II	2008/10/24~2009/5/31	$g(t) = -73.371x_t + 1548.5$

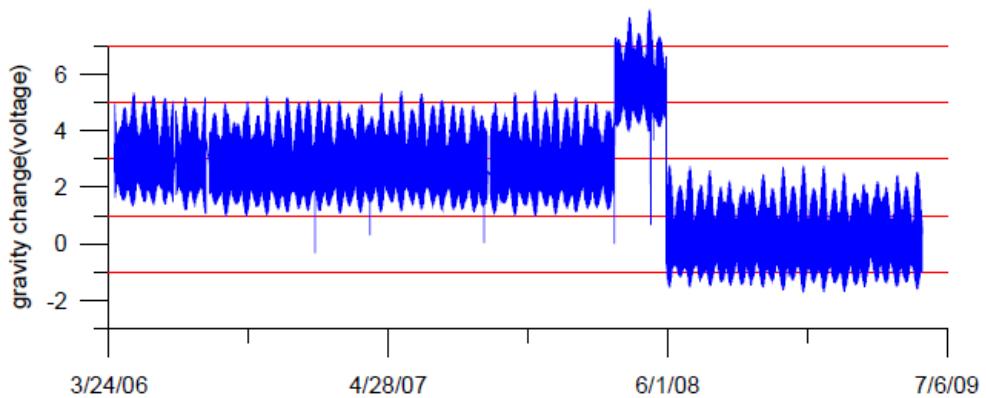


圖 3-1a SG48 歷年數據(m/d/y)。資料來源：97 年國家重力基準站期中報告書。

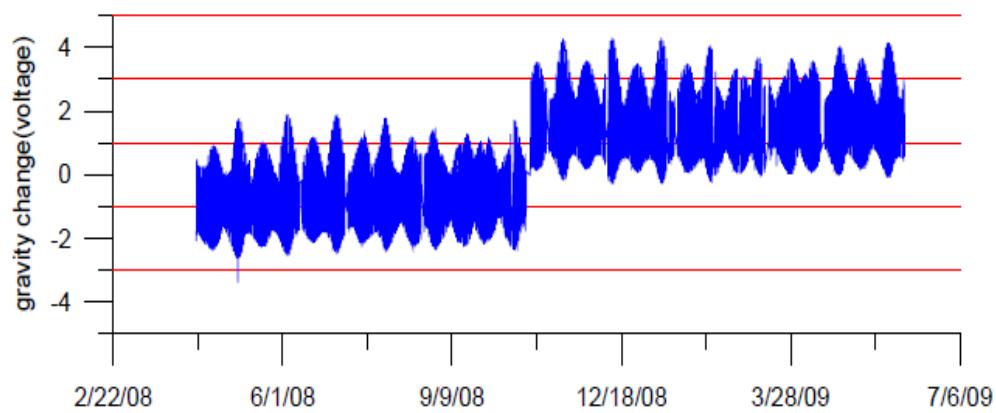


圖 3-1b SG49 歷年數據(m / d / y)

3-1-2 重力資料前處理

將原始電壓值，與絕對重力儀進行率定後，進行資料前處理。此步驟的目的
是為重新取樣與濾波(Hinderer et al,1991)，濾除高頻訊號及粗差剔除(Despike)，
並對原始資料進行跳取(Decimate)的動作。

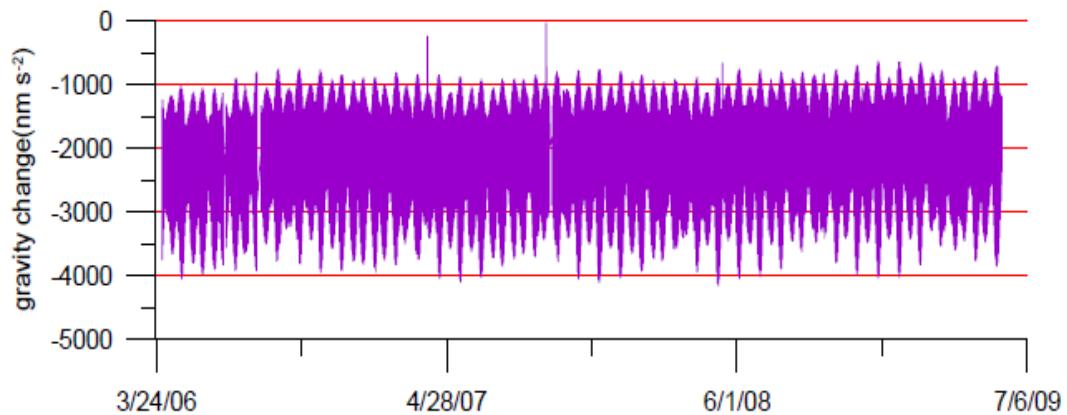


圖 3-2a SG48 經校正後數據。資料來源：97 年國家重力基準站期中報告書。

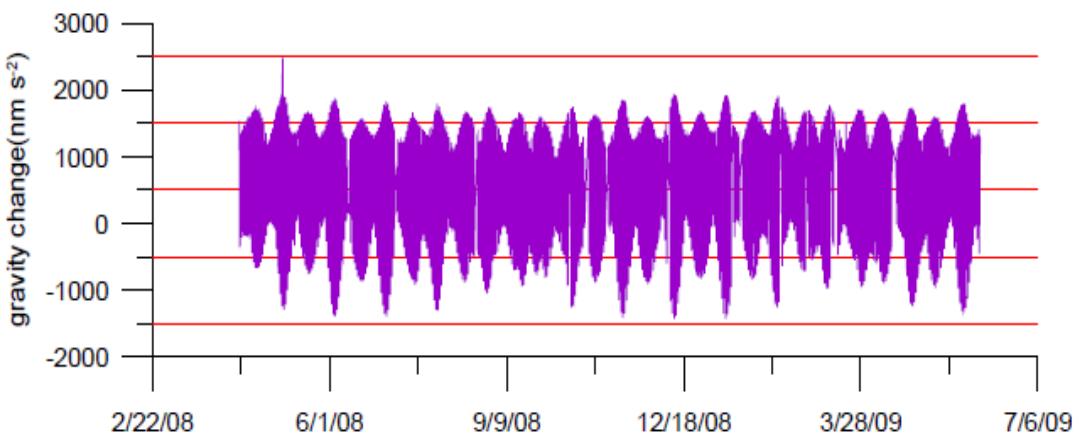


圖 3-2b SG49 經校正後數據。

3-2 環境改正

3-2-1 海潮效應改正

完成資料前處理後，對處理後資料進行環境改正，分別為：潮位分析、極移、大氣壓力及地下水改正等。潮位分析，可分為海潮及固體潮部分，固體潮方面參

考 Cartwright(1990)的理論重力潮汐模式：

$$\delta g_w(i) = \sum \delta_i H_i \cos(\omega_i t + x_i - \Delta\phi_i) \quad (3.2)$$

其中， g_w 代表分潮重力， $\delta_i H_i$ 為 g_w 中的分潮振幅，而 $\Delta\phi_i$ 表示相移； x_i ：理論相位。 ω_i 則代表各分潮角頻率。 $\Delta\phi_i(M)$ 為觀測相移， $\Delta\phi_i(T)$ 為理論相移。

$$\Delta\phi_i = \Delta\phi_i(M) - \Delta\phi_i(T) \quad (3.3)$$

而海潮改正，要計算海潮負載對於重力之影響，可應用格林函數 (Green's function) 及潮高積分，其公式如下 (Farrell, 1972 ; Lambeck, 1988 ; Yang et al., 1996)：



$$\Delta g = \frac{g}{M} \iint_s \frac{\sigma(\theta', \lambda')}{4 \sin \frac{\psi}{2}} ds' - \iint_s \sigma(\theta', \lambda') G^E(\psi) ds' \quad (3.4)$$

$$G^E(\psi) = \frac{g}{M} \sum_{n=0}^{\infty} (2h_n' - (n+1)k_n') P_n \cos(\psi) \quad (3.5)$$

其中

$$\sigma = \rho_0 \times H \quad (3.6)$$

式中

σ ：球面單位面積密度；

ρ_0 ：海水密度；

h_n' k_n' ：負載洛夫數值；

H ：海潮高；

$P_n \cos(\psi)$ ：勒戎德多項式 (Legendre's Polynomials)；

M ：地球質量

R ：地球平均半徑

A ：計算點到資料點之方位角

ψ ：計算點到資料點之角距

ds' ：面積微分元素

g ：平均重力值

計算時，全球積分可以數值方法算得，潮高 H 可由一全球海潮模式算得，即以高斯求積法 (Gauss quadrature) (Press et al., 1993) 計算 (3.4) 式之積分。目前國際中常用的海潮模式有 CSR4.0、GOT00.2、FES2004 及 NAO99b 等，考慮新竹地區並經過評估與分析後，採用 NAO99b 模式，進行新竹超導站海潮改正。



NAO.99b 海潮模式 (Matsumoto et al., 2000)，此模式在 $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ 網格上提供主要分潮之振幅及相位角，計算時分內圈及外圈效應。內圈涵蓋以待測點為中心取經、緯度 $3^\circ \times 3^\circ$ 之範圍，且於 $20' \times 20'$ 網格上計算潮高而積分。外圈涵蓋全球 (此時內圈之潮高均設為零)，且於 $3^\circ \times 3^\circ$ 網格上計算潮高而積分。

超導重力儀 SG48 原始觀測相對重力值 g_{48} ，應用處理重力資料軟體 ETERNA，再分析本站週期性訊號，各分潮符號，半日週期包括 M2(主要太陰半日潮)、S2(主要太陽半日潮)、N2(太陰橢率潮)、K2(日月合成潮)，全日週期包括 K1(日月合成潮)，O1(主要太陰全日潮)，P1(主要太陽全日潮)。

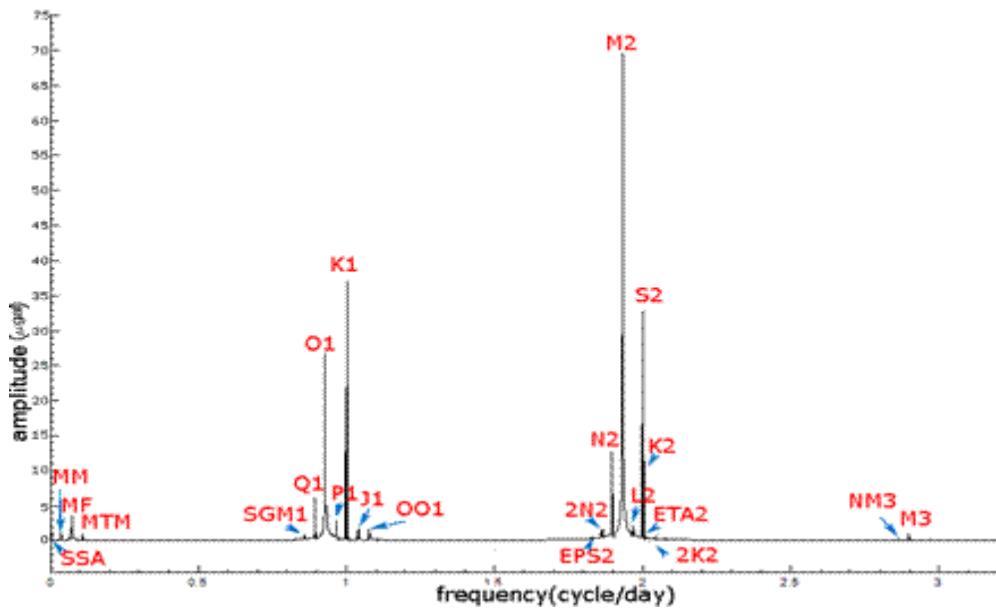


圖 3-3 2008 年新竹站各分潮週期性訊號。資料來源：Hwang et al. (2009)

3-2-2 大氣負載改正



對於重力站而言，測站需進行大氣改正。改正方法即是利用絕對重力儀進行重力施測，並將每次觀測重力值歸算至標準大氣壓狀態，針對每一次自由落體進行氣壓改正，參考 Torge (1989)，公式可寫成：

$$\delta g_B = A(P_0 - P_n) \quad (3.7)$$

$$P_n = 1.01325 \times 10^5 - (1 - 0.0065H / 288.15)^{5.2259} \quad (3.8)$$

其中， δg_B 為重力大氣改正量； P_n 為本站標準大氣壓；而 H 代表該測站的海拔高程 (m)； P_0 為測站的大氣壓觀測值； A 為大氣壓導納因子，其值大約在 0.3~0.42

之間。

就新竹站而言，標準大氣壓(P_n)：1002.77 hPa；大氣壓導納因子(A)：0.35。

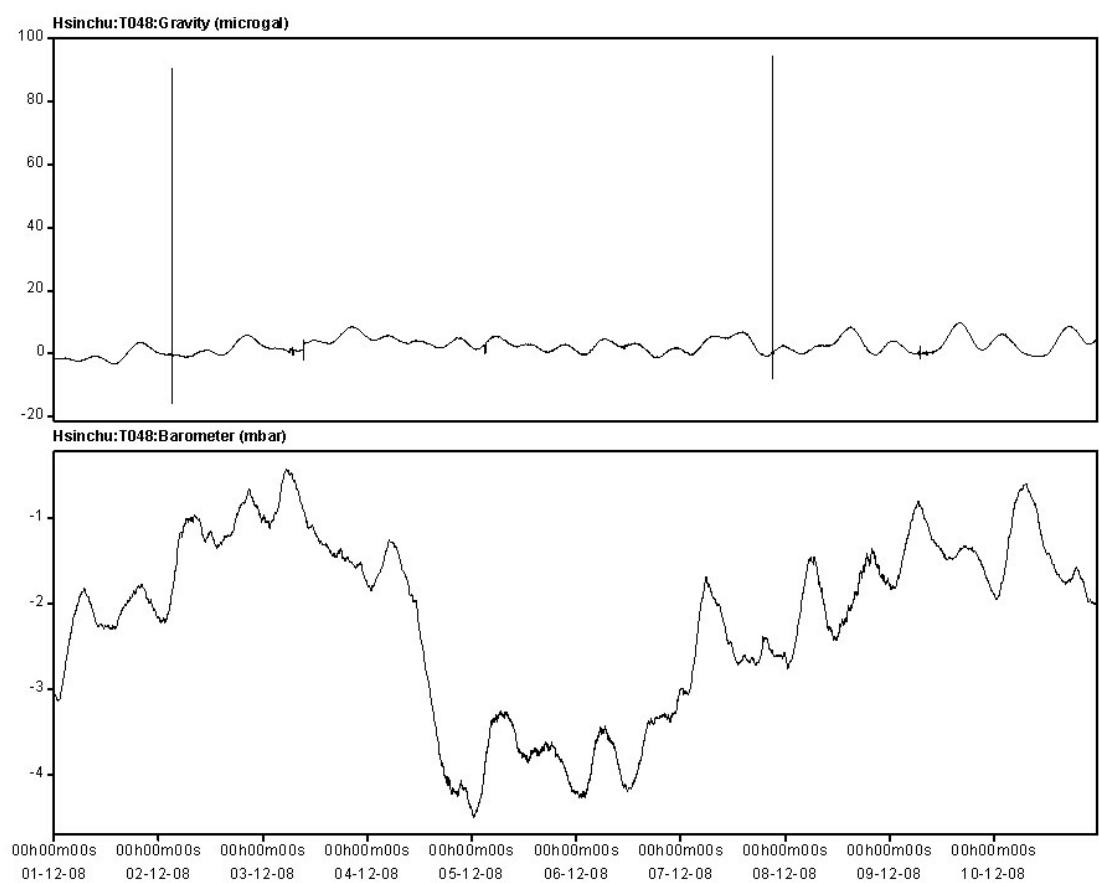


圖 3-4 2008 年 1 月至 11 月重力殘值與氣壓 SG48 重力殘值（上）與測站氣壓

觀測值（下）。資料來源：Hwang et al., 2009.

3-2-3 極移改正

該項改正是由於重力基準站到地球旋轉軸距離的改變而引起的離心加速度變化所做的補償，而其改正值通常是由測站上最接近觀測時間的極點位置進行計

算。參考公式為 Torge(1989)：

$$\delta g_p = -\delta p \omega^2 R \sin 2\phi (x \cos \lambda - y \sin \lambda) \quad (3.9)$$

其中， δg_p 為極移改正(Unit : 10^{-8}ms^{-2})； ω ：地球旋轉角速度； R ：大地參考橢球體長半徑(m)， ϕ 和 λ 分別為大地緯度(rad)及大地經度(rad)； x 與 y 分別為測站在 IERS 系統中的極座標。而 δp 通常為定值： 1.164×10^8 。處理時可先用 IERS 所公佈的 x 、 y 座標進行數據處理；後處理時再使用 IERS 實測結果計算極移改正。

3-2-4 地下水位改正

土壤濕度與地下水位變化都會影響重力變化，可參考 Torge,1989 所推導公式：

$$\delta g_{GW} = 2\pi G \rho_w P \delta H \quad (3.10)$$

其中， δg_{GW} ：地下水位造成重力變化； ρ_w 為地下水密度，通常為 1g/cm^3 ； P 為孔隙率，單位%，初步設定為 5%，以新竹地區來說，平均為 11%； δH ：地下水位高度，單位 m。由於在 10% 孔隙體積且已飽和狀態下，地下水位上升 1 公尺，會引起 42nm/s^2 的增加量(Bonatz,1967)。所以上式可改寫為：

$$\delta g_{GW} = 4.2 P \delta H \quad (\text{nm/s}^2) \quad (3.11)$$

3-3 改正後殘餘重力

經上述 3-1~3-2 節，可得重力時間觀測序列包含各種訊號分量，如下式：

$$\text{SG 觀測量} = \text{海潮} + \text{固體潮} + \text{極移改正} + \text{大氣效應} + \text{地下水效} + \text{誤差} \quad (3.12)$$

利用上述 3.12 式，使用 T-soft 軟體，先將回饋電壓資料轉換為原始重力資料後，再進行移除環境改正及完成資料前處理，及可獲得殘餘重力。下圖 3-6，藍色部分為原始重力資料；綠色部分為殘餘重力資料。改正前後差異量為 $7.234 \mu\text{gal}$ 。

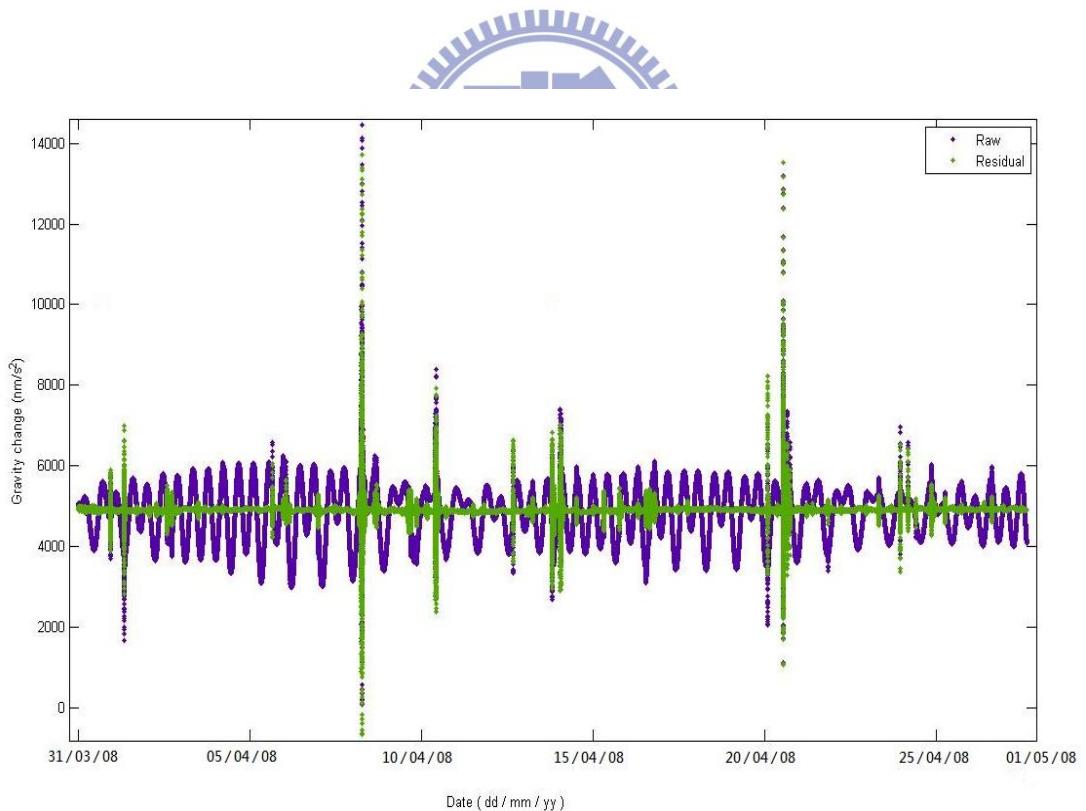


圖 3-5 SG48 2008 年 4 月份經改正後之剩餘重力，紫色部分為未改正時的重力；綠色部分為改正後的殘餘重力資料。

第四章、地震所造成的永久性重力變化

台灣地區位於歐亞板塊與菲律賓板塊交接處，板塊活動頻繁、地理環境複雜，地震時有耳聞。本章使用超導重力儀重力資料，針對新竹地區有感地震進行分析，使用兩種方法，並與新竹(GGP)的絕對重力儀與超導重力儀平行觀測成果(Hwang et al,2008)中，在重力在同震效應下的變化進行比較，進而計算因地震所引起永久性重力變化的值，如圖 4-1 所示。並比對 SG48 與 SG49 是否於同一個地震下有相同的反應。最後，採用發生於 2010 年 3 月 4 日的甲仙地震進行驗證。

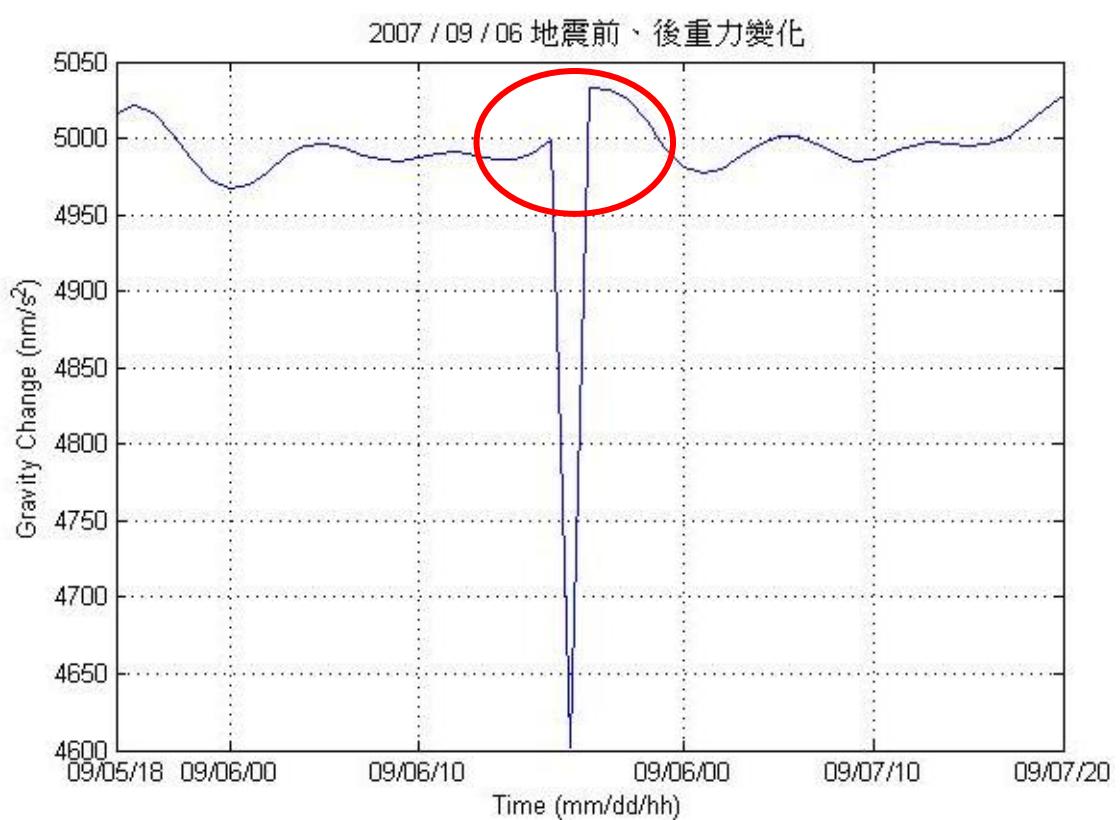


圖 4-1 新竹站地震前後重力變化

4-1 地震及重力資料選取

SG48 從 2006 年 4 月架設至今，為了配合進度，故選取 2006 年 4 月至 2009 年 12 月資料，進行處理與分析。另外配合中央氣象局發布的地震彙報整合，選取新竹地區震度 1 以上的有感地震，扣除儀器沒有紀錄及儀器開始測定時，前後時間未滿一天的部分，共計 34 個。此外，表 4-1 中，編號 019，代表 2008 年 5 月 12 日 6 時 28 分發生的汶川地震，雖然台灣地區屬無感地震，但超導重力儀也有記錄下此時重力的變化，故也將此列入分析，並進行討論。

表 4-1 地震資料彙整。來源：中央氣象局 (<http://www.cwb.gov.tw/V6/index.htm>)

編號	日期	時間(UTC)	緯度(°)	經度(°)	深度 (km)	芮氏規模 (Mw)
001	16-Apr-06	06 時 40 分 55 秒	22.86	121.3	17.9	6
002	28-Apr-06	17 時 05 分 27 秒	123.99	121.61	9.8	5.2
003	28-Jul-06	15 時 40 分 10 秒	23.97	122.66	28	6
004	28-Aug-06	01 時 11 分 17 秒	24.8	123.07	135.3	6
005	12-Oct-06	22 時 46 分 29 秒	23.96	122.65	25.3	5.8
006	14-Dec-06	19 時 10 分 36 秒	24.88	122.07	6.8	4.8
007	23-Dec-06	01 時 28 分 27 秒	24.81	122.32	9.8	5.4
008	26-Dec-06	20 時 26 分 21 秒	21.69	120.56	44.1	7
009	25-Jan-07	18 時 59 分 15 秒	22.63	122.03	25.8	6.2
010	8-Mar-07	23 時 37 分 36 秒	24.54	121.91	70.4	4.7
011	12-May-07	01 時 50 分 11 秒	24.55	121.67	44.3	4.6
012	23-Jul-07	21 時 40 分 02 秒	23.72	121.64	38.6	5.8
013	4-Sep-07	20 時 16 分 34 秒	23.89	121.66	40.4	4.8
014	6-Sep-07	01 時 51 分 27 秒	24.28	122.25	54	6.6
015	28-Nov-07	05 時 05 分 14 秒	24.78	121.98	69.1	5.4
016	23-Dec-07	02 時 48 分 36 秒	24.02	120.73	23.4	4.9
017	23-Apr-08	18 時 29 分 18 秒	22.87	121.68	11.1	5.6
018	10-May-08	19 時 42 分 27 秒	23.95	122.53	25	5.6
019	12-May-08	06 時 31 分 54 秒	31.099	103.27	19	8.3

020	1-Jun-08	16 時 59 分 45 秒	24.86	121.79	92.3	5.8
021	1-Aug-08	18 時 56 分 09 秒	24.05	121.53	21.1	5.1
022	9-Sep-08	07 時 44 分 43 秒	24.61	122.63	103.8	5.9
023	2-Dec-08	03 時 17 分 19 秒	23.34	121.49	31.7	5.7
024	7-Dec-08	21 時 19 分 02 秒	23.85	122.2	35.1	5.9
025	30-Dec-08	01 時 31 分 53 秒	24.7	122.34	95.4	5.1
026	17-Apr-09	12 時 38 分 11 秒	23.92	121.68	43.4	5.3
027	12-Jun-09	04 時 00 分 13 秒	24.81	121.95	94.5	4.2
028	13-Jul-09	18 時 05 分 14 秒	24.02	122.22	18.1	6
029	16-Jul-09	10 時 48 分 40 秒	24.02	122.29	21.4	5.4
030	26-Jul-09	06 時 11 分 23 秒	23.43	121.32	12.5	5.4
031	2-Aug-09	11 時 35 分 10 秒	23.83	121.04	22.8	4.8
032	17-Aug-09	00 時 06 分 34 秒	23.37	123.88	43.4	6.8
033	3-Oct-09	17 時 36 分 32 秒	23.66	121.59	15.3	6.3
034	15-Nov-09	14 時 48 分 14 秒	24.95	122.17	125.4	5.5
035	19-Dec-09	21 時 2 分 15 秒	23.78	121.75	45.9	6.8

下圖以 2007 年 9 月 6 日為例，未處理前的殘餘重力資料。藍色線段表地震前的重力，綠色線段代表地震後，Y 軸代表為殘餘重力，需加上 $978900000\mu\text{gal}$ 。X 軸表時間序列，以秒為單位。以 UTC 時間，2007 年 9 月 6 日 17 時 51 分 21 秒為例：換算為 X 軸，除考慮時、分、秒運算外，在另外計上一天 86400 秒，以一個月為一個大單位，方便進行時間統整。

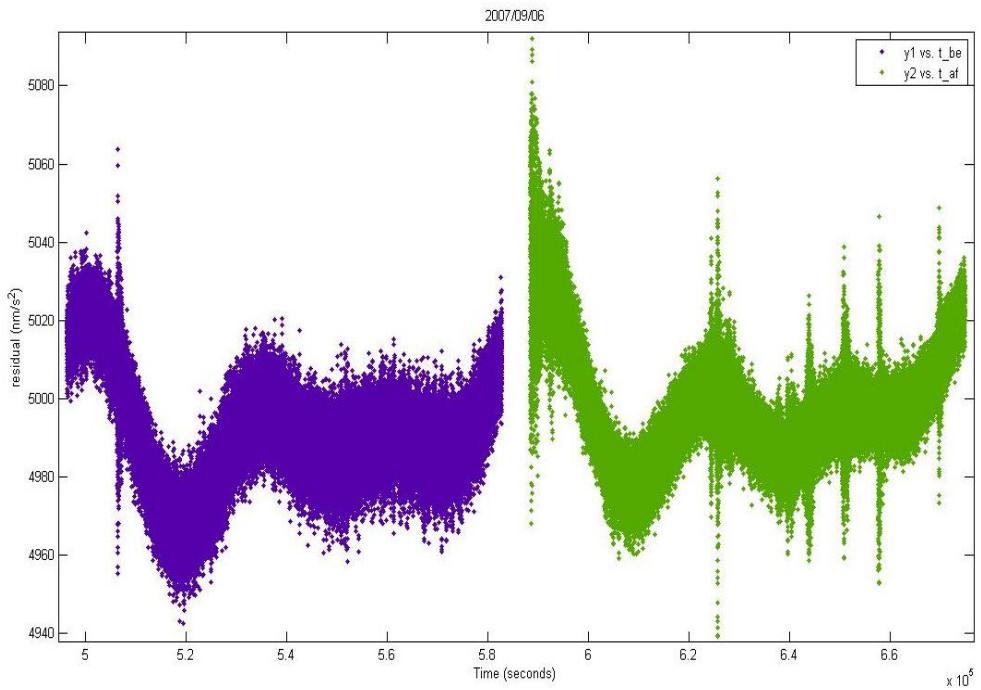
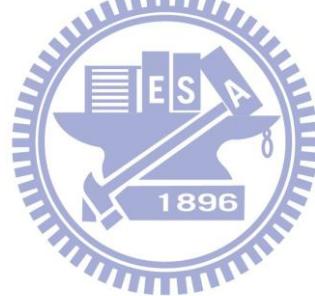


圖 4-2 殘餘重力資料



4-2 頻譜分析

頻譜分析主要是經由快速傅立葉轉換求得能量與頻率域的近似值，進而分析物理現象與時間序列的變化，藉此可得到能量變化的情形(祁忠勇 等,2006)。本文應用的是 FFT 的典型型式，採用 N 為 2 的幕，對於 $N=2^\alpha$ ， α 為整數，算法是把 N 點 DFT 分成 2 組 $N/2$ 點的 DFT 運算。

首先，本文採用的是每秒一筆的超導重力資料，然後使用斜率偵測的方法，各別把地震前與地震後的重力資料分離，因上述提到環境模式改正不完整，觀察重力資料後，發現殘餘重力仍有周期性的波形變化。由於殘餘重力資料中仍有分潮的反應，故選取地震前、後一天的資料，並將不良的訊號扣除，考慮各分潮效應的影響，分別進行頻譜分析。

以 2007 年 9 月 6 號，地震編號 014 為例，經分析重力變化的能量頻率後，發現在地震前後最大頻率分別為 0.0001873 及 0.0002809，換算為週期分別為 4.0454 小時及 6.0681 小時，故推測海潮模式尚未改正完整，或有其他週期因子的存在。由於頻譜分析僅取地震前後各一天資料，欲探求是否如上述假設有其他週期因子存在，可利用更長時間進行分析。圖 4-3，地震前、後頻譜分析圖。

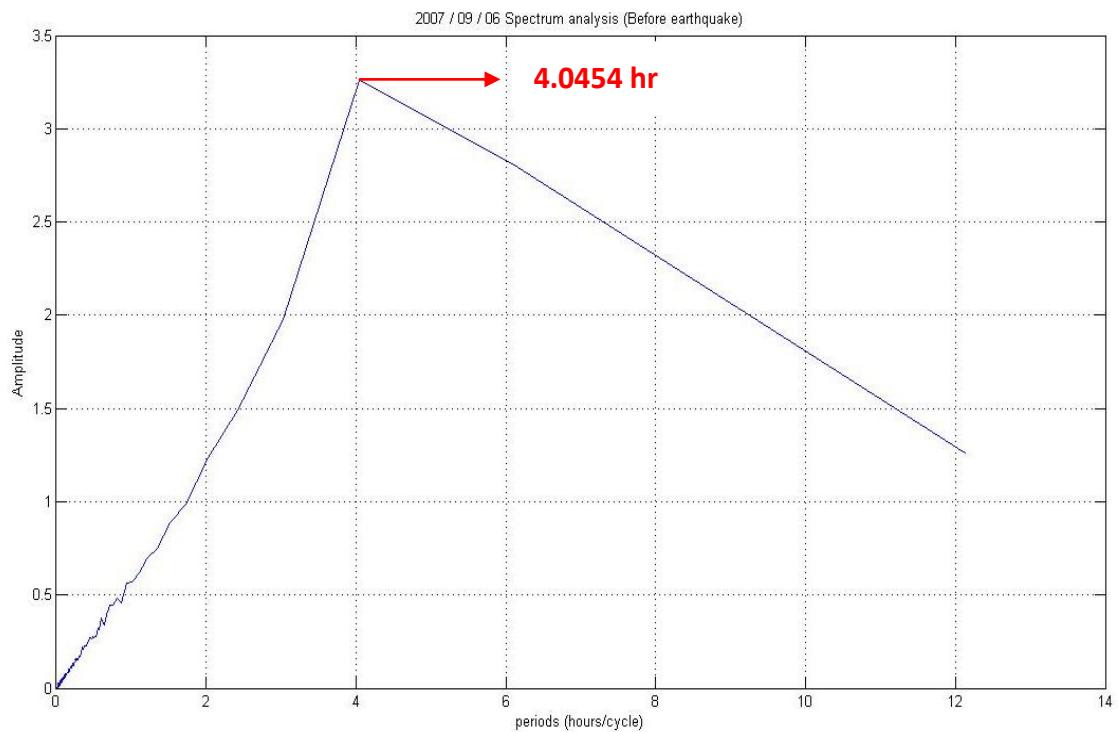


圖 4-3a 2007/09/06，地震前頻譜分析圖

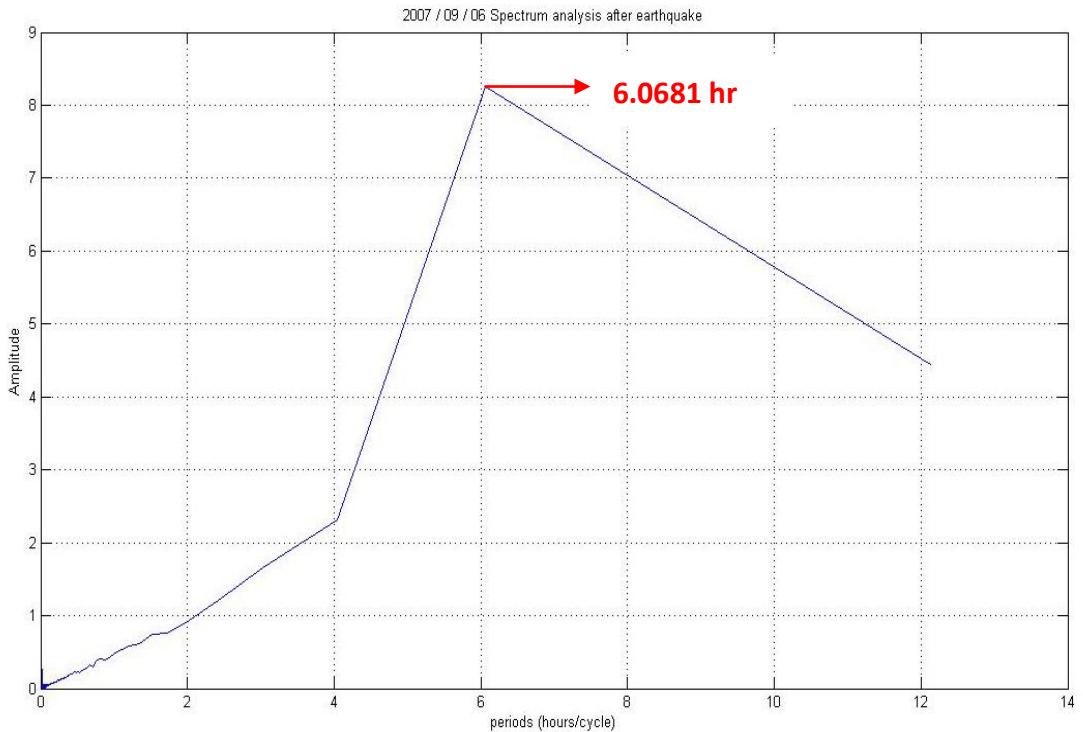


圖 4-3b 2007/09/06, 地震後頻譜分析圖



4-3 Butterworth 濾波器設計及資料前處理

本文所採用的濾波器為：巴特沃斯(Butterworth)，是一種具有最大平坦幅度響應的低通濾波器，在通信領域中已有廣泛應用，在電測中也具有廣泛的用途，可以作檢測信號的濾波器(張殿龍、王福文，2001)。該濾波器的特性其平方幅度響應為：

$$|H_{jw}|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}} \quad (4.2)$$

其中， n 為濾波器的階數， ω_c 為濾波器截止的頻率，該濾波器有一些特殊性質：

(1) 對所有的 n ，當有 $\omega=0$ 時， $|H_{j0}|^2 = 1$

(2) 對所有的 n ，當有 $\omega = \omega_c$ ， $|H_{j\omega_c}|^2 = 0.5$ ，及代表在 ω_c 處有 3db 的衰減。

(3) $|H_{j\omega_c}|^2$ 是 ω 單調遞減函數時，不會出現幅度響應的起伏。

(4) 當 n 趨近於正無窮大時，該巴特沃斯濾波器則近似於最理想的低通濾波器，這裡所謂的最理想濾波器，是指訊號不會失真，其通頻特性可視為一個矩形，濾波不會發生混疊 (anti-aliasing) 現象，但一般來說，不可能存在最理想狀態，總是在截斷頻率之後，仍然有一定的過濾帶。

(5) 在 $\omega=0$ 處，平方幅度響應的各級導數均存在且等於零，因此在該點上取得最大值，且具有最大的平坦特性。

根據上述特性，該濾波器的幅頻特性。可見階數 n 越高，幅頻特性越好，低頻檢測信號真實度越高，訊號通過設備時，會有不同程度的衰減，一般來說，頻率越高，衰減越大，如圖 4-4a。

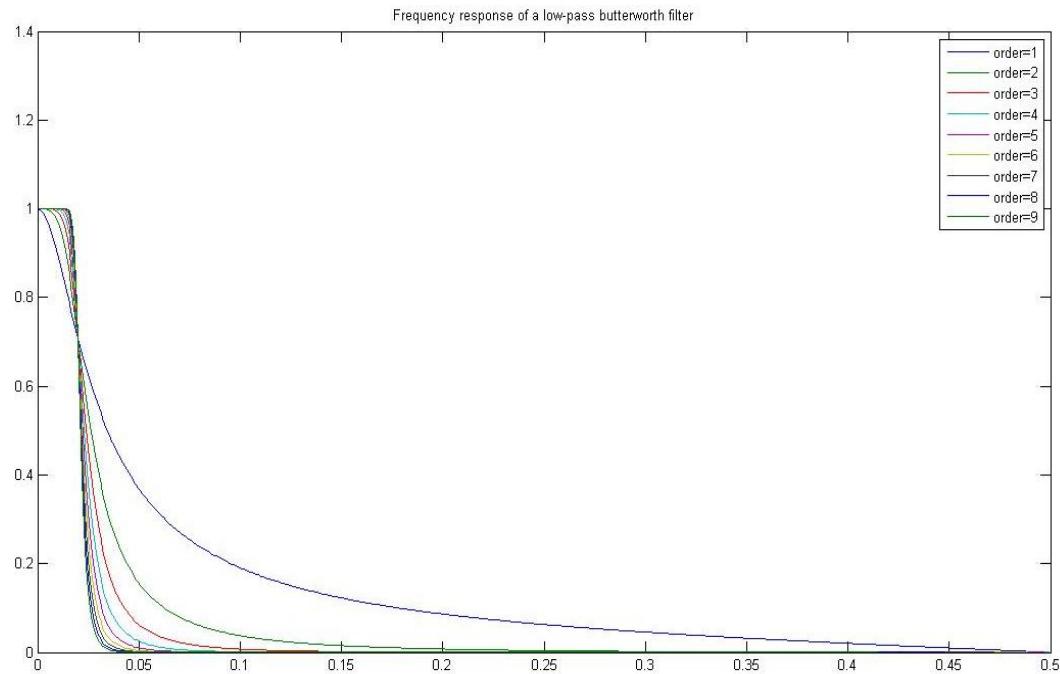


圖 4-4a Butterworth 濾波器各階示意圖

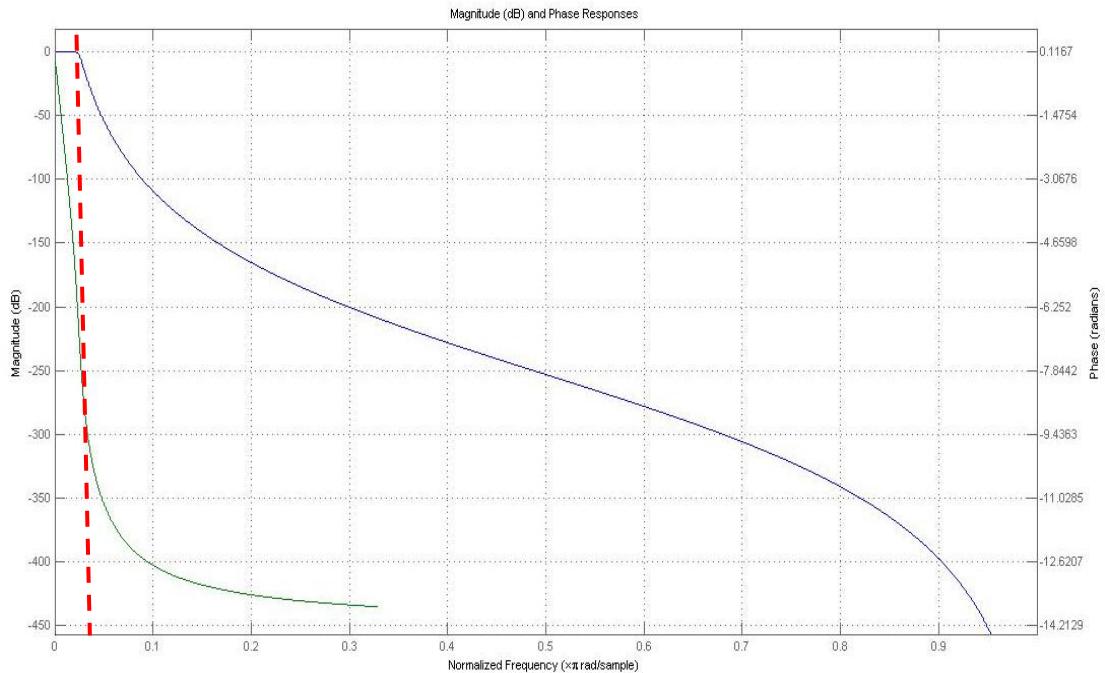


圖 4-4b 濾波器設計。綠色線段代表截斷頻率，藍色線段代表原始訊號，紅色部分為截斷頻率處，通過截斷頻率之後，仍有過濾帶的存在。



低通濾波，藉由該濾波器設計，可濾掉高頻訊號，留下所需的訊號源，並呈現所需頻率下的訊號。本文來說，選擇該濾波器的原因，是因為該濾波器的階數越高，衰退速度比其他的濾波器緩慢，且沒有幅度的變化。呈上述頻譜分析的結果，海潮的作用主要考慮半日潮、全日潮變化，但由於新竹站NAO99b海潮模式（Matsumoto et al., 2000）未改正三分之一日潮，故也考慮三分之一日潮的影響。設計一個九階的低通濾波，截斷頻率為0.02，做為濾波器的標準，將長週期訊號保留。經過低通濾波之後，已濾掉大多數高頻訊號，但仍有少數重力訊號，無法濾除，故在此另外設計門檻，凡大於三倍中誤差的重力值，皆會被剔除，以保持資料品質。除此之外，仍有一些無法剔除的部分，使用下述二種方法處理無法剔除的部分。第一種方法，在這裡稱為資料前處理，前處理的方法為：使用斜率為判定剔除標準。其他兩種方法，將在4-6節進行介紹。

$$m_i = \frac{g_{i+1} - g_i}{\Delta t} \quad (4.3)$$

其中 m_i 代表斜率， g 代表重力值 ($i = 1, 2, \dots$)， Δt 為後一秒減前一秒的時間，這裡所謂的時間，為濾波之後的地震前後各一天每秒的重力資料。主要分為兩部分來做運算，第一部分，使用完全未發生地震的資料來進行判別。第二部分，則是將運算完後的斜率資料，加絕對值後依大至小進行排列，預設排列後的斜率資料前 25% 為粗差，計算出前 25% 資料的平均，凡大於平均者，均會被剔除。下圖 4-5，尚未進行前處理的重力資料。圖 4-6 進行前處理後的重力資料。前處理的目的，是為了之後進行平差，而先將認為是粗差的資料進行剔除。

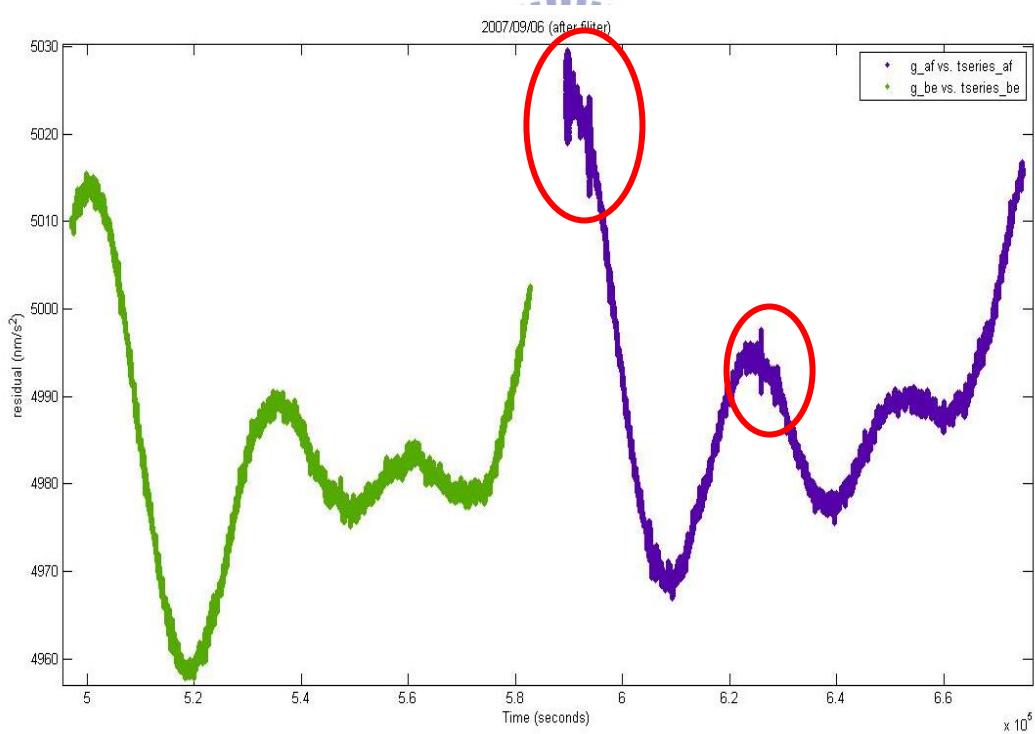


圖 4-5 2007 / 09 / 06 通過低通濾波後的重力訊號，尚未進行前處理的重力資料。

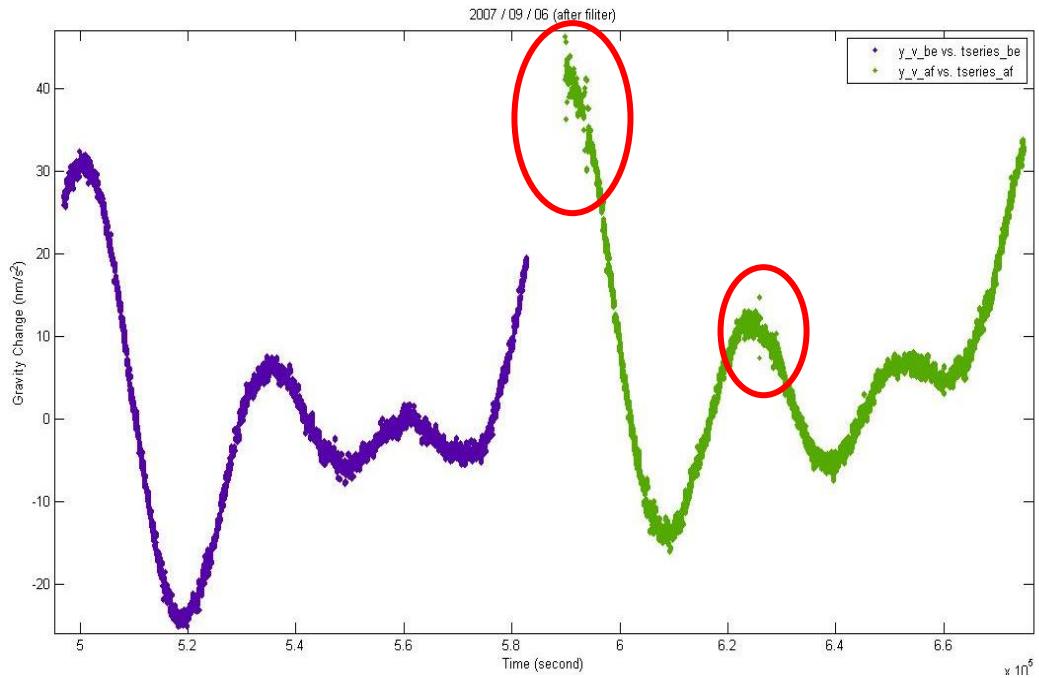
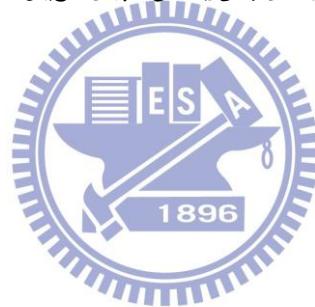


圖 4-6 2007 / 09 / 06 通過低通濾波前處理後的重力訊號。藍色部分，地震前重力；綠色部分為地震後。



4-4 傅立葉函數海潮擬合

理論上潮汐包括無限多的分潮成分，但應用上僅能就主要分潮來進行分析。一般常取用的分潮之名稱及其週期如表4-2。若選擇此潮汐資料含有M個分潮數，海水之高程可用正弦(cosine)及餘弦(sine)函數之線性相加來表示。分潮中以M2(主太陰半日潮)、S2(主太陽半日潮)及K1(主太陰全日潮)、O1(主太陽全日潮)等四個主要分潮，Torge(1989)。

表 4-2 一般常用的分潮之名稱及其週期。

潮別	代稱	分潮名稱	分潮週期(hr/cycle)
半日 週期	$K2$	日月合成半日潮	11.96723480
	$S2$	主太陽半日潮	12.00000000
	$M2$	主太陰半日潮	12.42060120
	$N2$	主太陰橢球潮	12.65834821
	$2N2$	二次主太陰橢球潮	12.90537400
全日 週期	$K1$	日月合成日周潮	23.93446961
	$P1$	主太陽日周潮	24.06589023
	$O1$	主太陰日周潮	25.81934169
	$Q1$	主太陰橢球潮	26.86835660
三分之一 日週期	$M3$	太陰三分之一日潮	8.2800000000



通過低通濾波處理後，消除了高頻信號的部分，圖 4-2，未通過低通濾波前；圖 4-5 通過低通濾波後。訊號更平順之外，且訊號未發生失真的狀況發生。觀察波形的週期變化與嘗試之後，發現是海潮模式未改正完全所致。故先將已知海潮模式包括全日潮、半日潮及三分之一日潮，選出最高相關係數 R^2 的海潮組合進行匹配擬合。以 2007 年 9 月 6 日為例，表 4-3 是各海潮擬合後的標準偏差及相關係數。這裡所指的標準偏差為與各分潮擬合曲線之間的偏離程度；相關係數與擬合曲線之間的正相關性。

表 4-3 2007 / 09 / 06 海潮擬合成果及相關係數

分潮組合	地震前標準偏差(μgal)	地震後標準偏差(μgal)	R^2
$O1 \ M2 \ M3$	0.1950	0.3163	0.9672
$P1 \ M2 \ M3$	0.1361	0.4286	0.9460
$K1 \ M2 \ M3$	0.1316	0.4484	0.9406
$Q1 \ M2 \ M3$	0.2316	0.3951	0.9555
$O1 \ K2 \ MK3$	0.1502	0.5075	0.9233
$P1 \ K2 \ MK3$	0.1022	0.5952	0.8942
$K1 \ K2 \ MK3$	0.0988	0.6071	0.8898
$Q1 \ K2 \ MK3$	0.1813	0.5193	0.9195
$O1 \ K2 \ M3$	0.1441	0.4512	0.9398
$P1 \ K2 \ M3$	0.0932	0.5470	0.9114
$K1 \ K2 \ M3$	0.0895	0.5602	0.9071
$Q1 \ K2 \ M3$	0.1765	0.4691	0.9348
$O1 \ M2 \ MK3$	0.1944	0.3960	0.9549
$P1 \ M2 \ MK3$	0.1305	0.4938	0.9274
$K1 \ M2 \ MK3$	0.1305	0.5110	0.9221
$Q1 \ M2 \ MK3$	0.2309	0.4551	0.9392
$O1 \ S2 \ M3$	0.1472	0.4315	0.9451
$P1 \ S2 \ M3$	0.0957	0.5292	0.9170
$K1 \ S2 \ M3$	0.0919	0.5429	0.9126
$Q1 \ S2 \ M3$	0.1799	0.4531	0.9393
$O1 \ S2 \ MK3$	0.1527	0.4913	0.9282
$P1 \ S2 \ MK3$	0.1037	0.5801	0.8994
$K1 \ S2 \ MK3$	0.1002	0.5924	0.8951
$Q1 \ S2 \ MK3$	0.1842	0.7374	0.9237

根據上述表 4-3，所以選擇太陰半日潮($M2$)與太陰全日潮($O1$)，及太陰三分之一日潮($M3$)的影響最大，且尚未改正完全。故將這三個潮汐因子，分別對地震前、後重力資料 Δg_{be} 及 Δg_{af} ，進行傅立葉擬合。擬合前，為了避免 Δg_{be} 及 Δg_{af} 的平均重力常數項有高相關，故先計算通過低通濾波後的 Δg_{be} 平均值 Mb，而後將地震前後重力資料扣除 Mb，消除 Δg_{be} 常數吸收項。擬合方程式如下式：

$$\Delta g = \sum_{n=1}^i [a_i \cos(\omega_i t) + b_i \sin(\omega_i t)] + dF ; \quad (4.4)$$

$$F = \begin{cases} 0, & \text{if no step occurs} \\ 1, & \text{if step occurs} \end{cases}$$

其中， Δg 為殘餘重力變化； a_i 與 b_i 為係數($i=1,2\cdots M$)； $\omega_i = 2\pi/T_i$ ，分潮之振幅，而 T_i 為分潮之週期，各別週期為， $M2: 12.42$ 小時、 $O1: 25.82$ 小時、 $M3: 8.28$ 小時； t 為時間序列， d 為發生永久的重力變化。以表4-2，編號014的地震為例，經上述各分潮擬合後，擬合地震前、後標準偏差為 $0.195 \mu\text{gal}$ 及 $0.3163 \mu\text{gal}$ ，相關係數達 0.9672 ，顯示擬合精度良好。

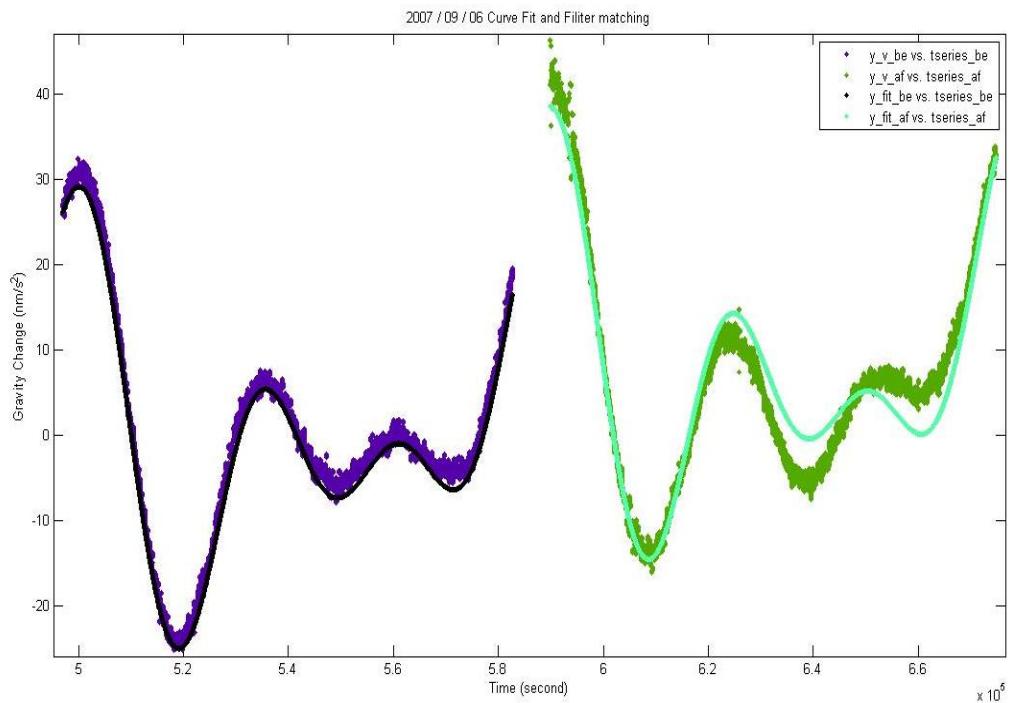


圖 4-7 2007 / 09 / 06 濾波後重力變化與曲線擬合成果。黑色與青綠色部分，為擬合後曲線；綠色與藍色部分為通過低通濾波後的重力資料。

由擬合後資料看來，發現地震後所擬合的海潮模式，雖然趨勢相符，但與實際重力變化並不完全一致，經推估可能是因為設計的模式尚未完整；或者因儀器

在接受地震擾動後，無法瞬時回復至正常狀態所造成。

4-5 最小二乘法計算重力變化

觀測重力方程式如 4-5 式，再以最小二乘計算 \mathbf{d} 的精度。

假設擬合後地震觀測量有 n 個，可採用最小二乘法來求解，其矩陣可表示為 (Koch,1987)：

$$\mathbf{L} + \mathbf{V} = \mathbf{A} \mathbf{X} \quad (4.5)$$

假設地震後重力發生變化，其中 \mathbf{A} 的相對應之 row 可寫為：

$$\mathbf{A} = [F \quad \cos \omega_1 t_n \quad \sin \omega_1 t_n \quad \dots \quad \cos \omega_3 t_n \quad \sin \omega_3 t_n] \quad (4.6)$$

\mathbf{L} 矩陣為 n 個觀測量，也就是 Δg_{af} ， \mathbf{V} 矩陣為觀測誤差， \mathbf{X} 矩陣為需解算之 u 個未知數。其中， F 是條件式。當 $F=1$ 時，表示地震後發生重力變化；反之，當 $F=0$ 時，代表地震後並未發生重力變化。

故整合上述各項後，該矩陣為：

$$\mathbf{L} + \mathbf{V} = \begin{bmatrix} F & \cos \omega_1 t_1 & \sin \omega_1 t_1 & \dots & \cos \omega_3 t_1 & \sin \omega_3 t_1 \\ F & \cos \omega_1 t_2 & \sin \omega_1 t_2 & \dots & \cos \omega_3 t_2 & \sin \omega_3 t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ F & \cos \omega_1 t_n & \sin \omega_1 t_n & \dots & \cos \omega_3 t_n & \sin \omega_3 t_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{b}_3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

觀測誤差：

$$\mathbf{V} = \mathbf{L}_b - \mathbf{L}_0 \quad (4.8)$$

L_b 為超導重力觀測量； L_0 為擬合曲線值。矩陣大小皆為 $n \times 1$ 。

後驗單位權變方：

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{V}^T P \mathbf{V}}{n - u + r} \quad (4.9)$$

n 為觀測數， u 為未知數個數， r 為約制數個數。

P_i 為觀測值的權：

$$P_i = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_i^2} = 1 \quad (4.10)$$

\mathbf{N} 為法方程式矩陣：



$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \quad (4.11)$$

經誤差傳播後，得為未知數 \mathbf{X} 的變方 — 協變方矩陣 (Variance – Covariance Matrix)：

$$\mathbf{\Sigma}_X = \hat{\sigma}_0^2 \mathbf{N}^{-1} \quad (4.12)$$

經計算後列於下表，表 4-4 為歷年地震所造成的重力變化及精度。

表 4-4 地震後重力變化 (Method I)

地震編號	重力變化(μgal)	標準偏差(μgal)	相關係數 R^2
001	-0.2154	0.0023	0.9362
002	-1.4319	0.0023	0.9577
003	1.3088	0.0030	0.9076
004	0.0234	0.0015	0.9542
005	-0.1972	0.0017	0.9541
006	-2.4021	0.0039	0.8142
007	0.7328	0.0023	0.8350
008	-0.2950	0.0017	0.9548
009	0.1708	0.0026	0.9029
010	-0.9446	0.0024	0.7347
011	-0.6356	0.0023	0.9053
012	-0.5942	0.0024	0.9121
013	-0.4571	0.0032	0.8187
014	0.8330	0.0011	0.9670
015	-2.2845	0.0051	0.8450
016	-0.0018	0.0034	0.9050
017	-0.2411	0.0019	0.9489
018	0.6559	0.0046	0.8719
019	11.477	0.0112	0.3352
020	-0.1555	0.0037	0.8190
021	1.5641	0.0039	0.8713
022	1.2341	0.0014	0.9493
023	2.1155	0.0021	0.9484
024	0.2237	0.0032	0.8033
025	-0.9653	0.0017	0.9330
026	-1.1465	0.0019	0.9524
027	0.8698	0.0021	0.9520
028	-10.013	0.0058	0.7864
029	2.2106	0.0037	0.8910
030	0.8335	0.002	0.9650
031	-0.8436	0.0072	0.4885
032	0.4315	0.0027	0.8747
033	1.0608	0.0023	0.9265
034	0.9304	0.0042	0.7176
035	8.7497	0.0017	0.9495

編號 019 為汶川地震，雖相距 1863 公里遠，卻造成 $11.477\mu\text{gal}$ 的影響，計算後，發現雖然大多數地震訊號擬合相關係數都很高，但與編號 014 相較之下，較不理想。推測可能是由於與當時環境改正不完全，或者當時儀器回饋信號有極大的關係。例如：颱風與降雨的影響，或分潮、地下水位等等模式改正不完全所導致所造成擬合及運算上有難度；儀器在地震後無法瞬時反應並回歸至正常狀態等等。

4-6 濾波後資料後處理

上述在 4-3 節中，介紹了剔除資料粗差的方法，在此稱為資料的前處理。接著，為了與資料前處理進行比較，故在資料處理上，使用平差中，粗差剔除常用的另一種方法，：Tau-test，在此稱為資料後處理。(Koch,1987)

假設重力訊號通過低通濾波且未經前處理的狀況，如圖 4-5 所示。假設觀測方程式中存在著粗差，觀測方程式可寫為：

$$A\mathbf{X} + Z\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{E}(\mathbf{L}) = \mathbf{V} + \mathbf{L} \quad (4.13)$$

式中， \mathbf{X} 為未知向量， $\boldsymbol{\epsilon}$ 為向量粗差。若有 n 個觀測量，並存在著 m 個粗差，

$$\boldsymbol{\epsilon} = [\mathbf{L}_1 \quad \mathbf{L}_2 \quad \dots \quad \mathbf{L}_m] \quad (4.14)$$

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & i & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Z 矩陣中，除了欲檢測的觀測量該項為 1 之外，其他項皆為零。故將 4.14、4.15 帶入 4.13 項中，可得：

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\boldsymbol{\epsilon}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T PA & A^T PZ \\ Z^T PA & Z^T PZ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^T PL \\ Z^T PL \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$= \begin{bmatrix} (A^T PA)^{-1} (I + A^T PZ S Z^T PA (A^T PA)^{-1})^{-1} & -(A^T PA)^{-1} A^T PZ \\ Z^T PA (A^T PA)^{-1} & (Z^T P Q_V PZ)^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

計算後可將各項寫成如下：



$$\hat{\boldsymbol{\epsilon}} = -(Z^T P Q_V PZ)^{-1} Z^T PA \quad (4.18)$$

\mathbf{Q}_v 為改正數的協因數矩陣，並將 \mathbf{Q}_v 代入 4.23 式進行計算：

$$\mathbf{Q}_v = P^{-1} - A(A^T PA)^{-1} A^T \quad (4.19)$$

粗差偵測，測試的方法為，假設 H_0 為沒有粗差觀測量； H_1 為有粗差觀測量，則可分別表示為：

$$H_0 : [0 \quad I] \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \boldsymbol{\epsilon} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.20)$$

$$H_1 : [0 \quad I] \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \boldsymbol{\epsilon} \end{bmatrix} \neq 0 \quad (4.21)$$

根據 4.20 及 4.21 式，可將測試統計量表示如下：

$$T = \frac{\frac{R}{r}}{\frac{\Omega_\varepsilon}{(n - q - r)}} \quad (4.22)$$

$$R = \tilde{V}^T P Z (Z^T P Q_v P Z)^{-1} Z^T P \tilde{V} \quad (4.23)$$

$$\Omega_\varepsilon = \tilde{V}^T P \tilde{V}, \text{(沒有粗差的存在)} \quad (4.24)$$

經計算後，將經過後處理的重力資料，在進行海潮擬合。並將其展示於圖 4-8，發現在紅色標記處，仍有尚未移除完全的粗差值，計算後成果如下表。

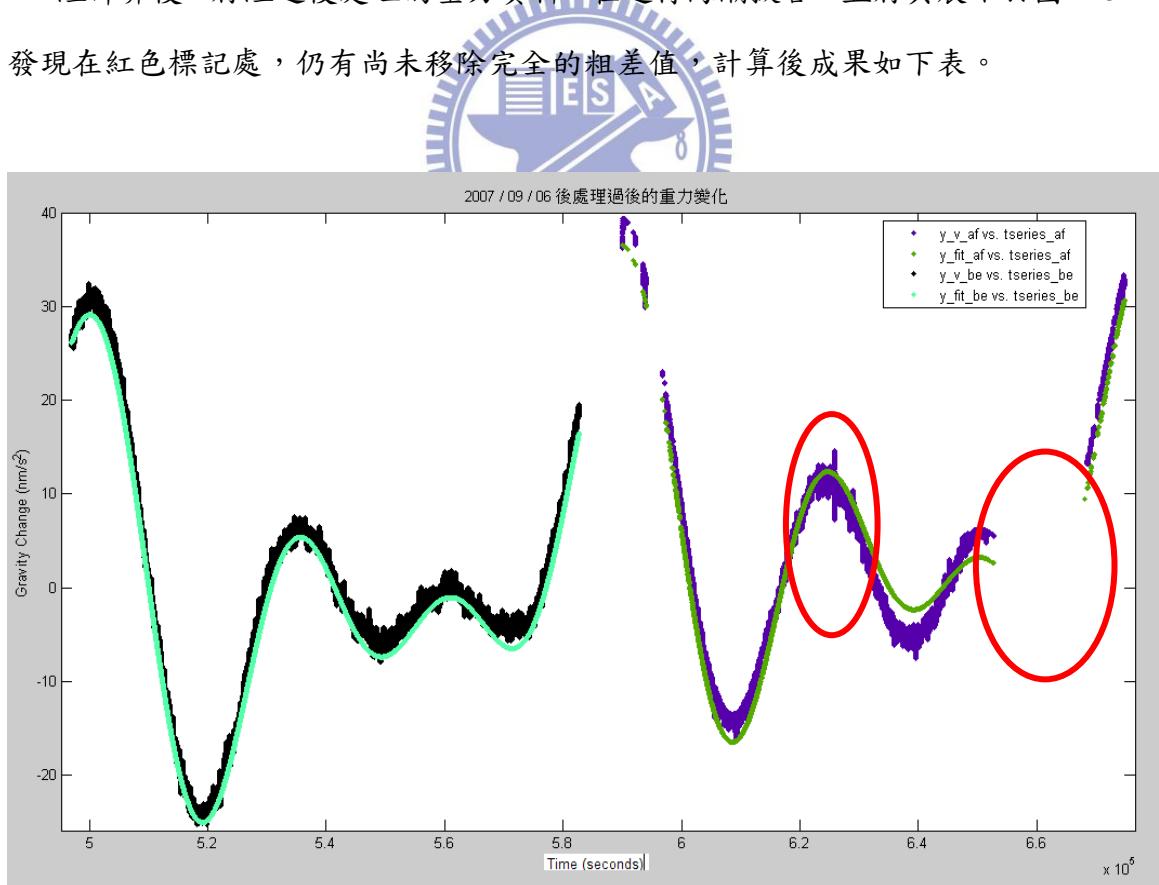


圖 4-8 經過後處理後的重力資料

表 4-5 2007 / 09 / 06 使用後處理計算的重力變化

地震編號	重力變化(μgal)	標準偏差(μgal)	相關係數 R^2
014	0.6437	0.00163	0.9766

經過後處理，發現重力變化與表 4-7 較相符，且相關係數較高，但由於海潮模式可能較不完整的問題，造成部分訊號被認為是粗差而被剔除，故該方法在此較不適用。

4-7 傅立葉函式進行外插擬合

除上述海潮函式以最小二乘法進行計算與擬合外，在此另外使用了海潮函式外插，來計算重力變化並進行相互比對(Imanishi et al.,2004)。首先，也將地震資料區分為地震前、後，進行頻譜分析後，且通過上述設計的低通濾波器後，將地震後一天的資料截取出來，並進行海潮函式擬合。



在這選取出五個振幅影響量最大的海潮模式，分別為 OI (太陰全日潮)、 KI (太陽全日潮)、 $M2$ (太陰半日潮)、 $S2$ (太陽全日潮)及 $M3$ (太陰三分之一日潮)等五種海潮模式，其週期分別為：25.82 小時、23.93 小時、12.42 小時、12.36 小時及 8.28 小時。擬合函式為：

$$\Delta g = \sum_{n=1}^i [a_i \cos(\omega_i t) + b_i \sin(\omega_i t)] + D \quad (4.25)$$

其中， a_i 與 b_i 為係數項， $\omega_i = 2\pi / T_i$ ，分潮之振幅，而 T_i 為分潮之週期。 t 為時間序列， D 為平移量。與上述方法的不同在於將地震後的資料，擬合後，分別計算出各項係數，將時間序列往前延伸至地震前未發生變動的一分鐘，以外插的方式進行計算。

以 2007 年 9 月 6 日為例，將地震後訊號擬合後，擬合後標準偏差為 0.0898μ gal，而相關係數達 0.9977。圖 4-8a 所示，為五種海潮模式曲線擬合後結果；圖 4-8b 為套疊低通濾波的重力值。

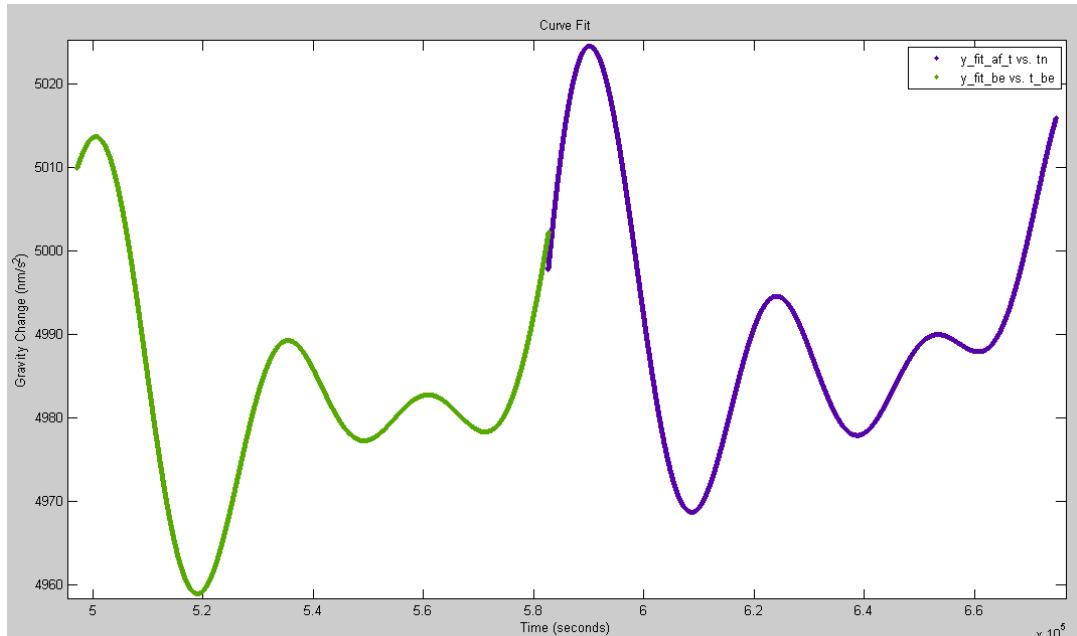


圖 4-9a 海潮模式曲線擬合後成果

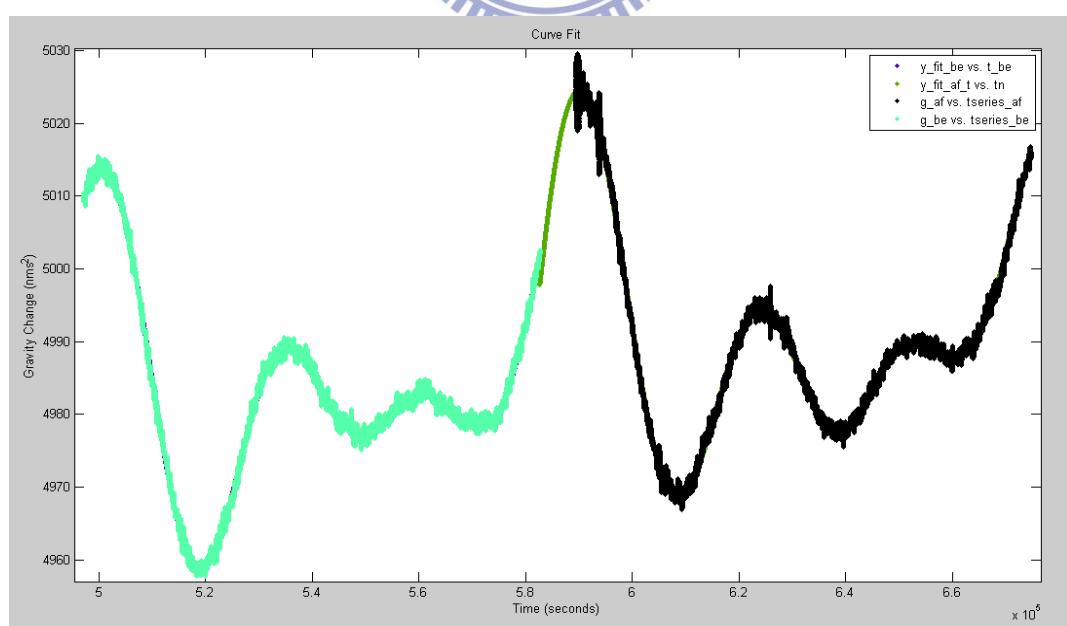


圖 4-9b 海潮模式曲線外插擬合後成果

$$g_{step} = \sum_{i=1}^{60} g_{fit}(i) - g_r(i) \quad (4.26)$$

$$\Delta g_{step} = \frac{g_{step}}{i} \quad (4.27)$$

其中， i 表示有 n 個觀測量，在此 $i = 60$ ；擬合後外插重力值為 g_{fit} ；地震前一分鐘的真實重力值為 g_r ； Δg_{step} ：重力的變化，計算後重力變化為 $-0.3993 \mu gal$ ，標準偏差為 $0.0903 \mu gal$ 。統合表 4-1 地震彙報，以此方法計算並且列於表 4-6。而後，取出新竹(GGP)的絕對重力儀與超導重力儀平行觀測成果(Hwang et al,2009)表 4-7 所計算出的數據進行比較。

表 4-6 地震後重力變化 (Method II)

地震編號	重力變化(μgal)	標準偏差(μgal)	相關係數 R^2
001	0.9342	0.0920	0.9982
002	2.3005	0.1129	0.9986
003	-1.9399	0.0859	0.9985
004	-0.1198	0.1362	0.9944
005	0.3363	0.1092	0.9970
006	-0.4602	0.1031	0.9981
007	0.2459	0.1051	0.9948
008	9.7393	0.1497	0.9945
009	0.6583	0.0968	0.9982
010	-0.0764	0.1048	0.9937
011	-0.0168	0.0826	0.9984
012	-0.4789	0.0942	0.9982
013	-0.2690	0.1075	0.9975
014	-0.3993	0.0903	0.9977
015	-0.6458	0.7387	0.9578

表 4-7 地震後重力變化，來源： Hwang et al (2009)

Date	Distance (km)	Depth (km)	Magnitude of Earthquake	Gravity Shift (μ Gal)
1 April 2006	214	9	6.2	1.19
15 April 2006	223	17	6.0	-0.17
28 April 2006	109	8	5.2	-0.61
28 July 2006	170	49	6.0	1.01
27 August 2006	197	145	6.0	0.00
12 October 2006	181	44	5.8	-0.13
14 December 2006	120	7	4.8	-1.10
23 December 2006	138	10	5.4	0.48
26 December 2006	296	44	7.0	-0.41
16 January 2007	191	21	5.4	0.10
25 January 2007	226	26	6.2	-0.31
12 May 2007	101	44	4.9	-0.41
23 July 2007	155	31	6.0	-0.41
9 August 2007	201	4	5.9	-1.41
6 September 2007	155	54	6.6	0.60
11 October 2007	92	80	5.2	0.27
17 October 2007	176	42	5.7	0.01
28 November 2007	91	69	5.4	-0.94

表 4-6 求取重力變化的方法為，將改正後的殘餘重力資料，經過低通濾波，將

其以 60 分鐘為一區隔，將資料平滑化後，取地震前後各 12 小時，求出地震前重力平均值 Δg_{be} 及地震後重力平均值 Δg_{af} ，再將地震後資料減掉地震前資料， Δg 為地震前後的重力變化。稱此方法為簡單法，Method III。

進行比對後，發現以方法一所獲得的重力變化與 Hwang et al (2009)所發表的重力資料趨勢一致。而以外插方式擬合的重力資料，雖然擬合相關係數較高，但重力變化趨勢卻不一定相同。舉例來說，編號 005 (2006 / 10 / 12)、012 (2007 / 5 / 12) 及 014 (2007 / 9 / 6)，使用 Method I 計算得重力變化分別為：-0.1958、-0.5784 及 0.8907 μ gal；Method II 為：0.3363、-0.4789 及 -0.3993 μ gal。而表 4-5 中，所計算出變化分別為 -0.13、-0.41 及 0.60。比對後，發現 Method I 所計算出的變化趨勢及計算出的重力變化量，與表 4-6 中 Method III 的趨勢一致且變化量較接近，而 Method II 中，雖然重力變化量比較接近，但趨勢卻不完全一致。故經評估後，採用 Method I 為

目前所找出的最佳方法。

4-8 SG48 與 SG49 同震時的重力變化

為了驗證在同震時，SG48 與 SG49 也造成同樣的重力變化，故特別選出兩台儀器皆有紀錄的地震，做相互印證。

考慮 SG49 架設時間為 2008 年 4 月，所以將儀器架設時間點，分為三個時段來討論。分別為：(1)前 1~6 個月。(2)前 6~12 個月。(3)12 個月後~2009 年底。

(1) 前 1~6 個月：由於儀器剛架設，還處於不穩定的狀態，故在同一地震影響下，造成兩台儀器反應不同。以 2008 年 5 月 12 日的汶川地震為例，SG48 測得重力變化達 $10.724\mu\text{gal}$ ，但 SG49 却為 $-0.798\mu\text{gal}$ ，不但有量級上的差異，重力變化也是相反，故推測是由於 SG49 尚未穩定所造成。

(2) 前 6~12 個月：列出 2 個地震，分別為 2008 年 12 月 7 日及 2009 年 4 月 17 日，由數據上，可看出兩台儀器的反應一致，但在重力變化上，仍有一定程度的差異，分別差了 0.174 及 $0.604\mu\text{gal}$ ，儀器效能正在穩定中。

(3) 12 個月後~2009 年底：舉 2009 年 8 月 2 日及 2009 年 11 月 15 日為例，除了變化趨勢相同外，重力變化差異為 0.144 及 $0.143\mu\text{gal}$ ，顯示 SG48 與 SG49 之間儀器差異性越來越少，而趨於穩定。

表 4-8 SG48 與 SG49 重力變化比較

	SG48 (μgal)	σ_{SG48} (μgal)	SG49 (μgal)	σ_{SG49} (μgal)	差異量 Δg (μgal)	$\sigma_{\text{SG48\&49}}$ (μgal)
08/04/23	-0.249	0.0018	-0.853	0.0074	0.604	0.00762
08/05/12	10.724	0.0658	-0.798	0.0111	11.52	0.06672
08/12/07	0.215	0.0030	0.041	0.0033	0.174	0.00446
09/04/17	-1.162	0.0017	-1.765	0.0034	0.604	0.00380
09/08/02	-0.811	0.0068	-0.668	0.0066	0.144	0.00945
09/11/15	0.892	0.0040	1.036	0.0043	0.143	0.00587
10/03/04 (甲仙)	4.288	0.0020	0.6325	0.0030	3.6555	0.00361

4-9 甲仙地震進行驗證



2010 年 3 月 4 日零時 18 分 (UTC Time) , 發生 甲仙地震 , 地震規模 6.4 (Mw) , 深度 5 公里 , 震央位置為 23.0°N 120.73°E , 圖 4-8 為甲仙地震發生錯動量分佈地表水平投影。紅色星號為甲仙地震的震央 , 藍色空心圓為氣象局於主震後三天所測得之餘震分佈。黑色虛線是斷層面距離地表較近之邊界 ; 紅色實線為目前地質調查所公布之活動斷層 。

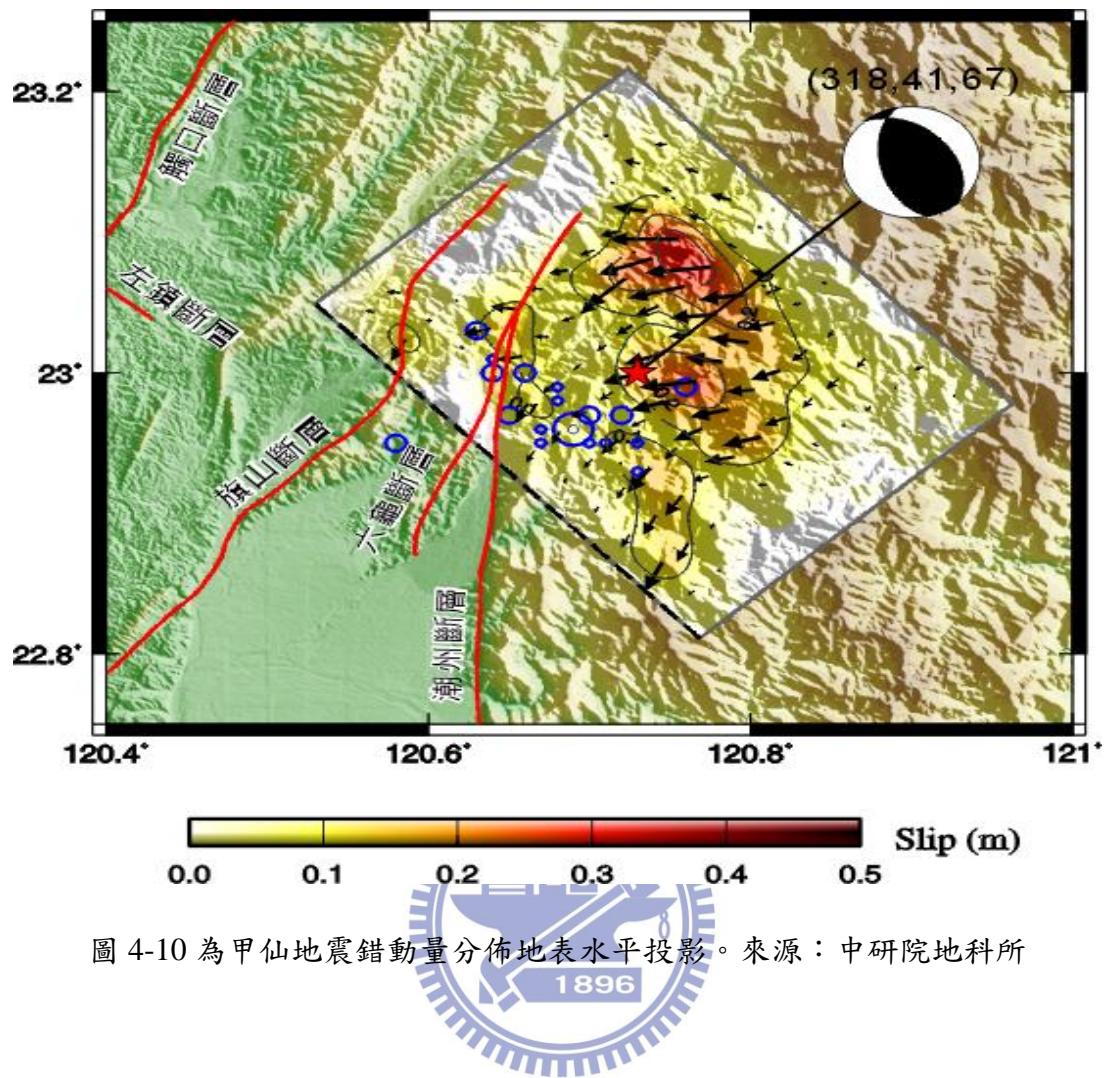


圖 4-10 為甲仙地震錯動量分佈地表水平投影。來源：中研院地科所



造成重力變化的的原因有：當岩層受到應力作用，因岩石脹容現象會造成地表變形；地震斷層活動造成地塊抬升或沉降，產生自由空間加布格效應的重力變化；另外應力作用也可能使岩層有質量轉移 (Mass transfer) 的現象，這些現象都會造成地表重力值的改變。而在本節，主要討論因地震斷層所引起的重力變化。根據文獻報告，在規模較大的地震發生前後，震央附近重力基點的重力值有變化的情形 (Kisslinger, 1975; Barnes, 1966; Monges et al., 1976; 唐山地震專刊, 1982)，甲仙地震發生前後，大地測量及地動監測實驗室 (LOGG) 攜帶絕對重力儀至現地觀測蒐集資料，並經計算後，發現地震後，震央位置約發生 $6 \mu\text{gal}$ 的重力變化，圖 4-11。

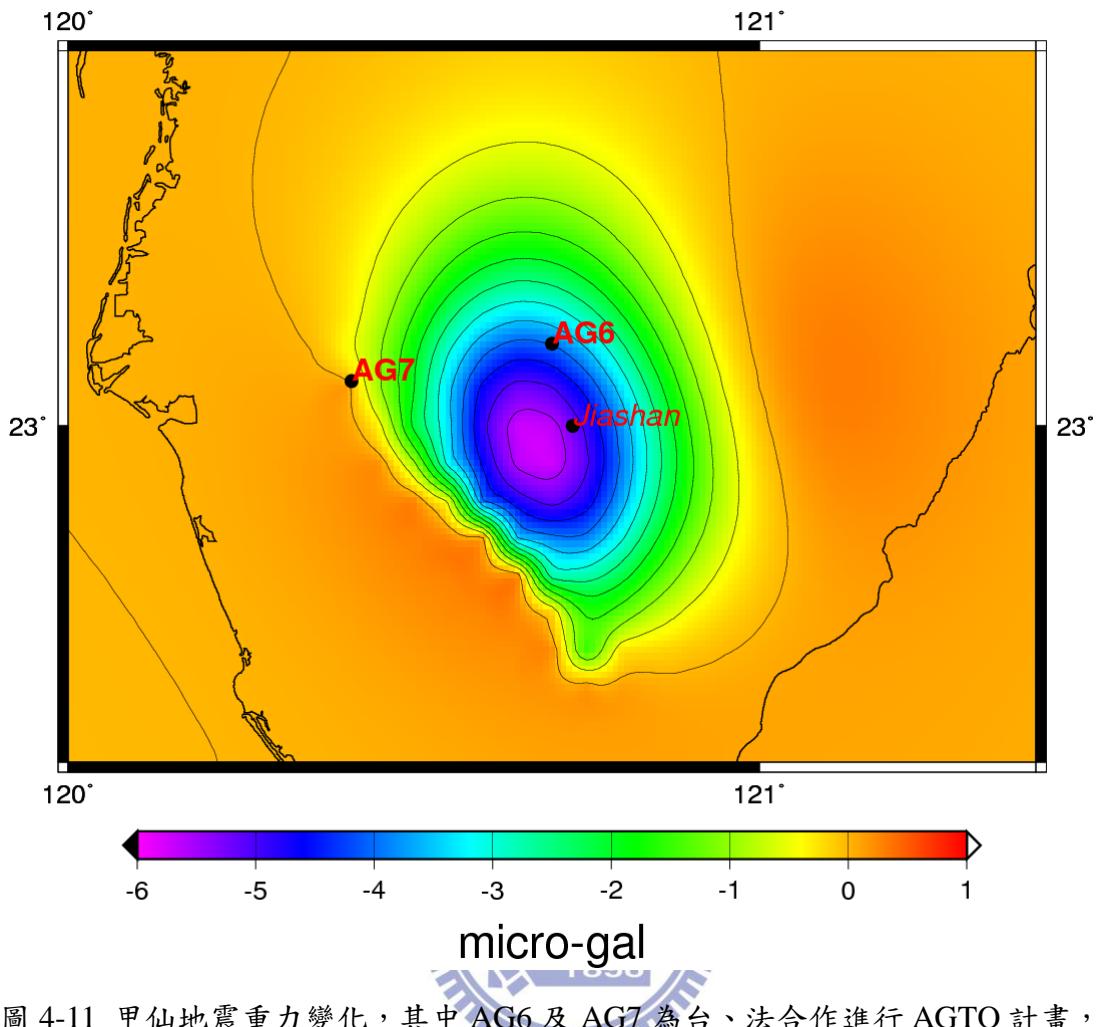


圖 4-11 甲仙地震重力變化，其中 AG6 及 AG7 為台、法合作進行 AGTO 計畫，研究造山運動所設置的點位。

地層錯位理論已經成功應用於同震位移中 (Steketee, 1958; Maruyama, 1964; Saito, 1967; Okada, 1985)。假設地層為彈性體，則地層中的應力不斷地使地層產生變形累積應變能 (strain energy)，當地層之變形達某一程度，使地層中強度較弱的位置無法再承受時，地層就突然沿著強度較弱處錯動，並瞬間釋放出地層中所累積的應變能而發生地震，強度較弱處即為斷層。根據地球內部斷層錯位造成地表等位面及重力變化 (Wenke Sun, 1998)，可將斷層錯位表示為剪力錯位及拉力錯位：

剪力錯位(shear dislocation) :

$$\mathbf{Z}^{(s)} = \cos \lambda [-\mathbf{Z}^{12} \sin \delta - \mathbf{Z}^{23} * \cos \delta] + \sin \lambda [\frac{1}{2} (\mathbf{Z}^{33} - \mathbf{Z}^{22}) \sin 2\delta - \mathbf{Z}^{23} \cos 2\delta] \quad (4.28)$$

拉力錯位(tensile dislocation) :

$$\mathbf{Z}^{(t)} = \mathbf{Z}^{33} - (\mathbf{Z}^{33} - \mathbf{Z}^{22}) \sin^2 \delta - \mathbf{Z}^{23} \cos 2\delta \quad (4.29)$$

其中， \mathbf{Z}^{ij} 為設定的 4 個獨立解，分別為 \mathbf{Z}^{12} 、 \mathbf{Z}^{23} 、 \mathbf{Z}^{22} 及 \mathbf{Z}^{33} ，上述 4 個獨立解分別表示：垂直方向的 strike、垂直方向的沉陷、水平方向的拉力及垂直方向的拉力，上角標示符號 $ij = 1 \sim 3$ ，代表 \mathbf{v}_i 在一個極小平面 ds 上伴隨著法線向量 n_j 。假想成地球是一個彈性體，當發生斷層錯動時，上方為自由空間(free space)，而下方為改正空間(fix space)，故對於有限斷層面可重力變化可寫為下式：



$$\Delta g(\alpha, \theta, \phi) = \left(\sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \Delta g^{(st)}(\alpha, \Phi^{pq}, \Xi^{pq}, D_s^{pq}) \right) US \quad (4.30)$$

$$\delta g(\alpha, \theta, \lambda) = \left(\sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \delta g^{(st)}(\alpha, \Phi^{pq}, \Xi^{pq}, D_s^{pq}) \right) US \quad (4.31)$$

Δg 代表無自由空間改正的重力變化； δg 則是有進行空間改正後的重力變化； S 代表斷層面； Φ 為表面單位 ds 在 (r_1, θ_1, ϕ_1) 及觀測點之間的角距離； Ξ 為依循斷層線觀測點上的方位角； D_S 為每一個表面單位的來源中心深度。

上式中的右上標的 st 分別包含：剪力錯動 (shear) 及 拉力錯動 (tensile)。根據上述計算後，可歸納出：不超過震源中心距離， θ (餘緯度) $< 6^\circ$ ，則 $|\delta g| > 10 \mu gal$ ； $\theta < 16^\circ$ ，則 $|\delta g| > 1 \mu gal$ ； $\theta < 40^\circ$ 時， $|\delta g| > 0.1 \mu gal$ ；當 $|\delta g| > 0.01 \mu gal$ ，為全球性變化。新竹站超導重力站，採用此方法計算後，甲仙

地震可能造成 SG48 重力變化約為 $+0.0043 \mu\text{gal}$ 。(計算成果為鄭景中博士所提供之。)

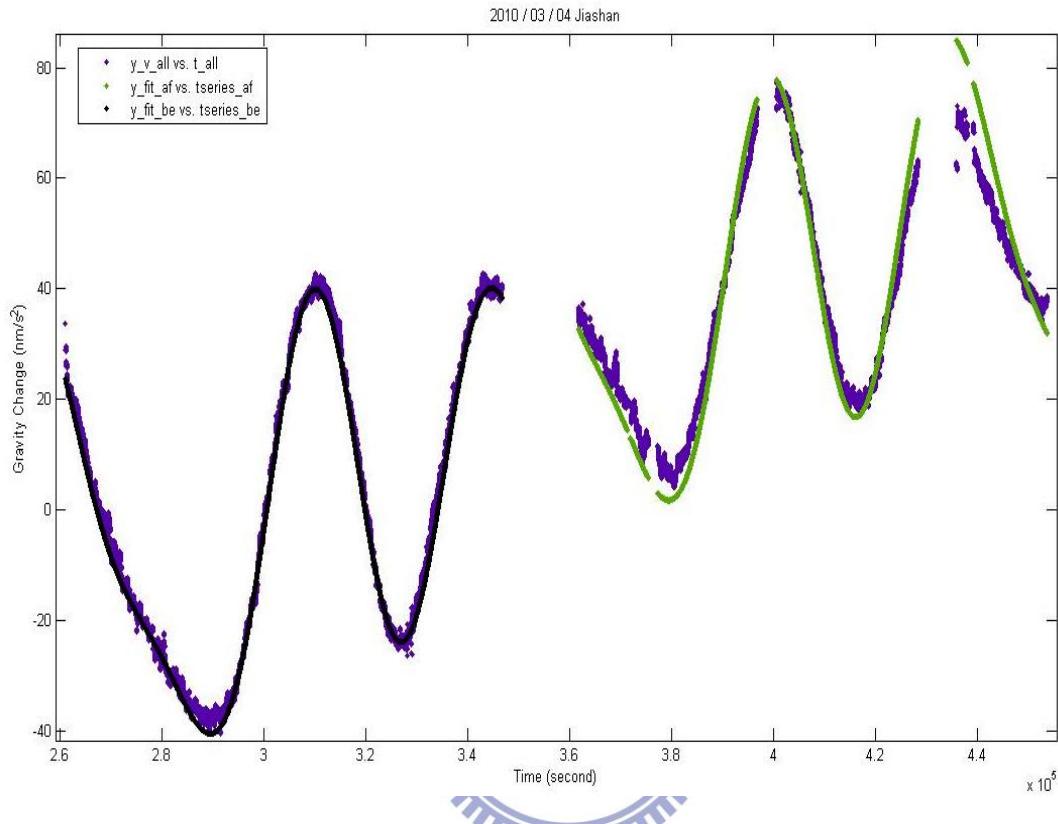


圖 4-12 甲仙地震採用 Method I 擬合成果

採用上述 Method I 計算後，如圖 4-12，由擬合後相關係數來看， R^2 為 0.9886，代表擬合成果相當良好。重力變化達 $4.288 \pm 0.0020 \mu\text{gal}$ ，比上述方法所計算出來的值大 1000 倍。隨後，使用 Method III 簡單法，進行計算後，重力變化為 $3.723 \mu\text{gal}$ ，由於 Method I 在地震後資料擬合部分，初始擬合成果不理想，故在此利用 Method III 進行檢驗。但是以超導重力儀精度來說，偵測不到 $0.0043 \mu\text{gal}$ 的變化量。由於超導重力儀是藉由回饋電壓換算重力值，推測可能是地震震動時，造成儀器無法將超導球拉回零點所造成，可試著探討超導重力儀的回饋機制，來判斷是否因地震所造成，或者因儀器無法將超導球拉回零點所造成儀器的永久性重力變化。此外，參考 Imanishi (2009)，亦是利用模式與實際觀測的重力變化進行

比較，該內容也提到，因為儀器本身所產生的錯誤平移量，而導致觀測的結果與模式不一致。

4-10 利用絕對重力儀(FG5)進行比對驗證

除了利用上述 4-9 地層錯動方法進行驗證之外，尚可利用絕對重力儀(FG5)與超導重力儀(SG)進行率定(Calibration)時間有重疊部分，相互進行比對，選擇於率定期間恰巧發生地震，且為了避免水文效應，故選擇乾季 10~12 月間。經篩選比對之後，2006 年 11 月 17 日符合，時間為 03 時 23 分 45 秒至隔日 18 號的 02 時 53 分 23 秒 (UTC)。FG5 資料為 10 秒為一個 drop；100 個 drop 為一個 set，而這裡所採用的資料為地震前及地震後的 drop 資料，地震前資料共計 2993 筆；地震後為 1550 筆。



該地震於台灣並未紀錄，對台灣地區來說屬於無感地震，而 SG48 有此地震反應。地震發生時間為 17 日 18 時 05 分 19 秒，結束時間約為 19 時 23 分 21 秒 (UTC)。使用上述 4-6 節 Method I 計算後，其地震前後重力變化為 $0.4467 \mu\text{gal}$ 。FG5 資料經扣除環境改正因子及校正之後，地震前資料從 03 時 23 分 45 秒至 17 時 53 分 20 秒 (UTC)，共計 14 小時。而地震後資料為 19 時 23 分 21 秒至隔日 02 時 53 分 23 秒 (UTC)，共計 8 小時。將地震前與地震後重力資料平均後相減，其重力變化為 $1.6309 \mu\text{gal}$ 。為 Method I 計算值的四倍，推測可能是地震前、後的觀測量不足所致。若能將 FG5 的觀測量時間延長，連續觀測 3 天以上，也許成果可獲得改善。除此之外，使用次方法驗證之後，對於絕對重力儀而言，地震後確實發生重力的變化。圖 4-13 為 FG5 與 SG48 的地震前後重力資料。

由圖 4-13 可得知，絕對重力儀資料與超導重力儀資料比較起來，FG5 資料跳躍

達 $40 \mu\text{gal}$ ，而 SG 為 $1 \mu\text{gal}$ 以內，這也是為何使用超導重力儀來進行地震觀測的原因之一。

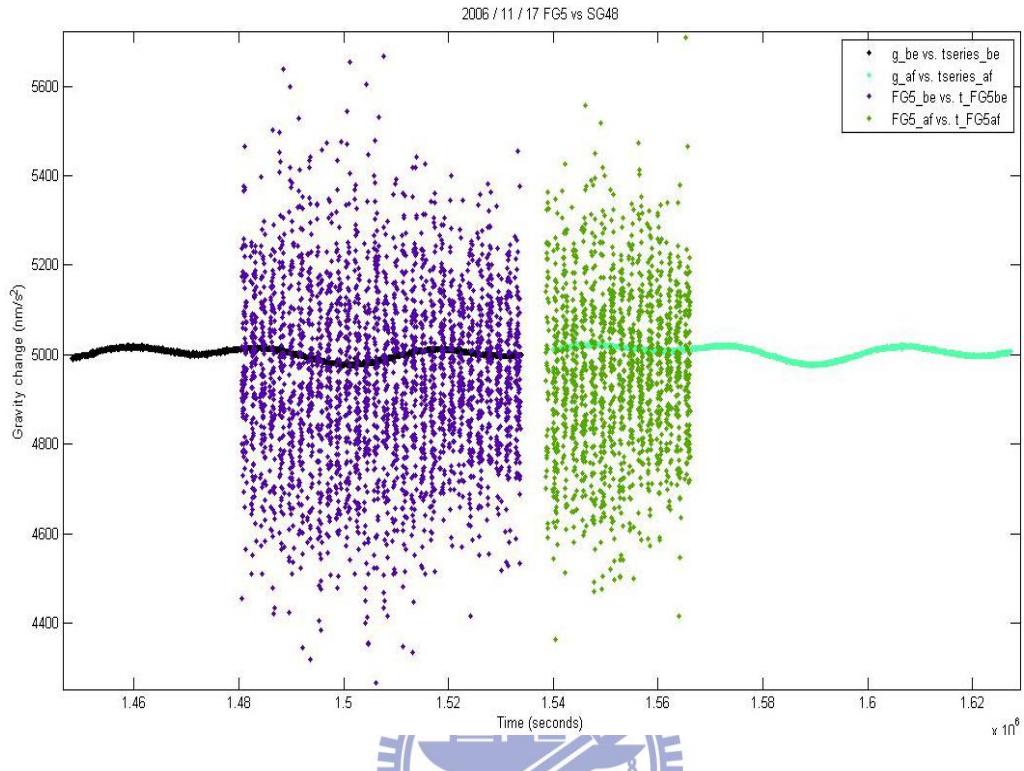


圖 4-13 2006 / 11 / 17，FG5 與 SG48 的比較。紫色與綠色部分，分別為 FG5 地震前後的絕對重力資料；黑色與青綠色為 SG48 的重力資料。

4-11 利用 GPS 高程變化與甲仙地震進行驗證

4-9 節提到利用 Sun (1998) 模式計算出新竹站可能發生的重力變化為 $0.0043 \mu\text{gal}$ 。而本節則是以十八尖山的 GPS 紀錄，計算出高程的變化，並與 SG 之 Method I 所計算出甲仙地震的重力變化進行比對，在此所使用的 GPS 資料為地震前後各 15 天由 IGS (<http://sopac.ucsd.edu/cgi-bin/SCOUT.cgi>)，所計算出的高程資料。

根據 Method I 計算出新竹站的重力增加 $+4.3 \mu\text{gal}$ ，換句話說，若換算成地面高程變化應是下降 2.1 cm ，利用 GPS 觀測所記錄地震前的高程為 153.51901 m ，而

地震高程後為 153.52476 m，計算後高程變化為上升 0.575 cm，也就是說，約造成 $-1 \mu\text{gal}$ 的重力變化。圖 4-14 中為甲仙地震前後 GPS 所記錄的重力變化。

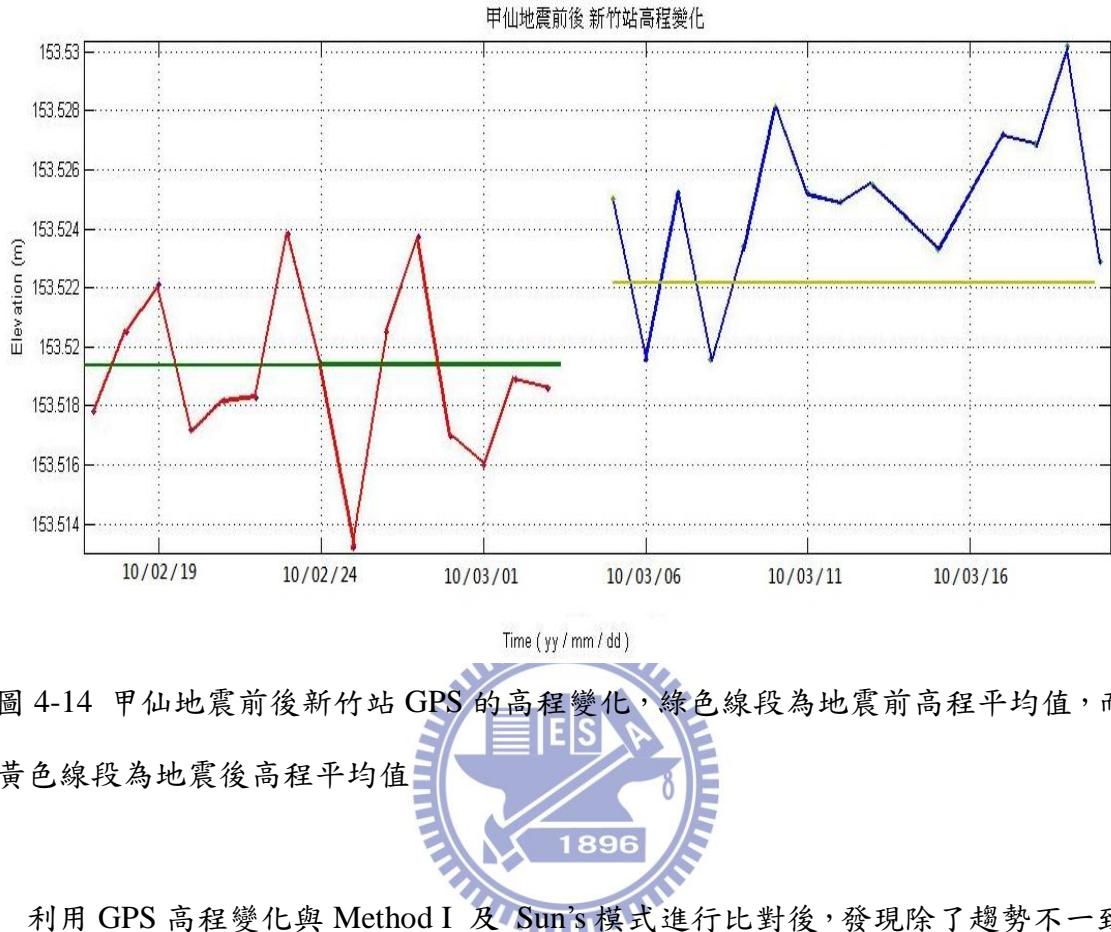


圖 4-14 甲仙地震前後新竹站 GPS 的高程變化，綠色線段為地震前高程平均值，而黃色線段為地震後高程平均值

利用 GPS 高程變化與 Method I 及 Sun's 模式進行比對後，發現除了趨勢不一致以外，甲仙地震所造成的高程變化約 $+0.5 \text{ cm}$ ，與 SG 所計算出的 -2.1 公分 有差距，且與表 4-8 相互比對，以 SG48 來看，增加了約 $+4.3 \mu\text{gal}$ ，但相對於 SG49 來說，卻只增加 $+0.6325 \mu\text{gal}$ 變化，兩台儀器雖然儀器趨勢反應一致，但卻有明顯不同量級的變化，故在此推斷，造成 SG 內部產生重力變化的 reason，並非由於地震質變化所引起，而是由儀器本身回饋電壓及超導球受到地震震盪所造成，並於下一章節針對儀器進行討論。

第五章、SG48 與 SG49 於同震時的反應

自 1996 年 1 月 1 日至 2010 年 5 月間 14 年，共計有 34 個超導重力站，但是站與站之間皆有一段距離，僅新竹站兩部儀器之間的距離相距大約 2.6 公尺，從 2008 年 4 月至 2009 年底共有 1 年 8 個月時間重疊期，探討兩部儀器在同震情況下，探討造成兩台儀器反應不一的原因。

5-1 地震資料選取及儀器記錄差異

5-1-1 地震資料選取



SG48 於 2006 年 4 月開始有第一筆資料；SG49 自 2008 年 4 月起亦開始運作。

選取地震資料時，必須兩部儀器同時皆有資料，另外考慮新竹地區為有選出了 22 個新竹市地區的有感地震。另外，2008 年 5 月 12 日 06 時 28 分 04.1 秒，震央位於四川省汶川縣映秀鎮附近。根據中國地震局的數據，此次地震的芮氏規模達 8.3，而 SG48 與 SG49 分別記錄下地震當時地震的變化。請參照表 4-1。

5-1-2 儀器紀錄的差異

經儀器率定後，選取同一時段，且未發生任何事件資料，進行觀測，發現 SG48 與 SG49 兩部儀器之間有平移量存在。比對並計算得平移量為 $0.5416 \mu\text{gal}$ ，如圖 5-1 所示。

將兩台儀器的紀錄地震資料進行比對，取出發生地震時的 1000 秒，進行重力值相減，若重力資料沒有發生異常，相減後資料應維持在 $0.5 \mu\text{gal}$ 左右，若發生不一致的情況，則資料則會發生不一致的跳躍，並試著就此情況進行討論。下圖 5-1，為 SG48 與 SG49 儀器，觀測資料間的平移量，紅色線段為平均值，藍色部分，為 SG48 與 SG49 資料進行相減後所獲得的成果。

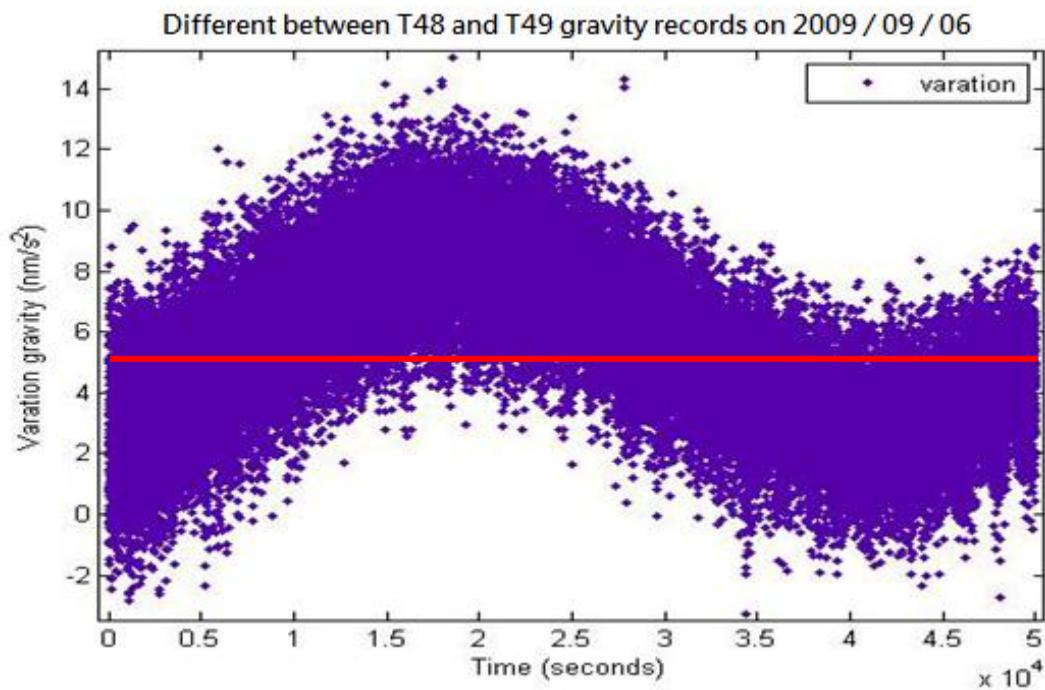


圖 5-1 SG48 與 SG49 儀器觀測資料間的平移量

將歷年地震資料截取出來，並將 SG48 及 SG49 的地震資料進行相減後，發現有如圖 5-2 等三種情況產生，並個別將這三種情況發生的地點及重力變化趨勢紀於表 5-1 進行比對與探討。

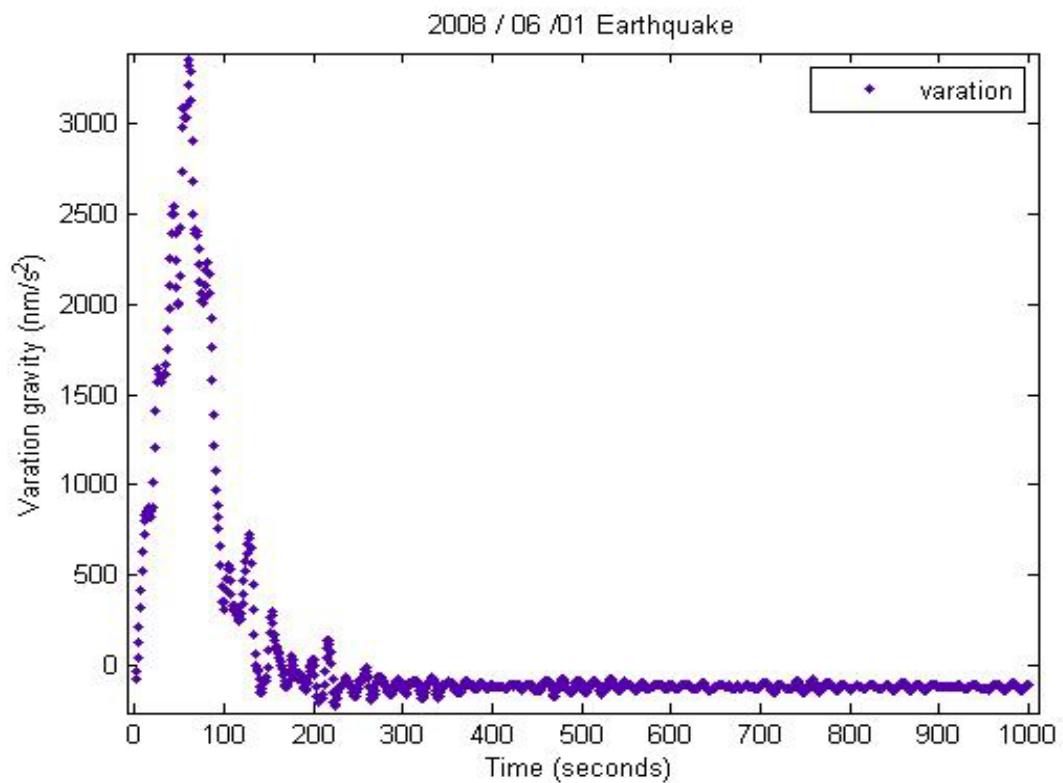


圖 5-2a SG48 & SG49 地震時重力變化差異量(Case I)

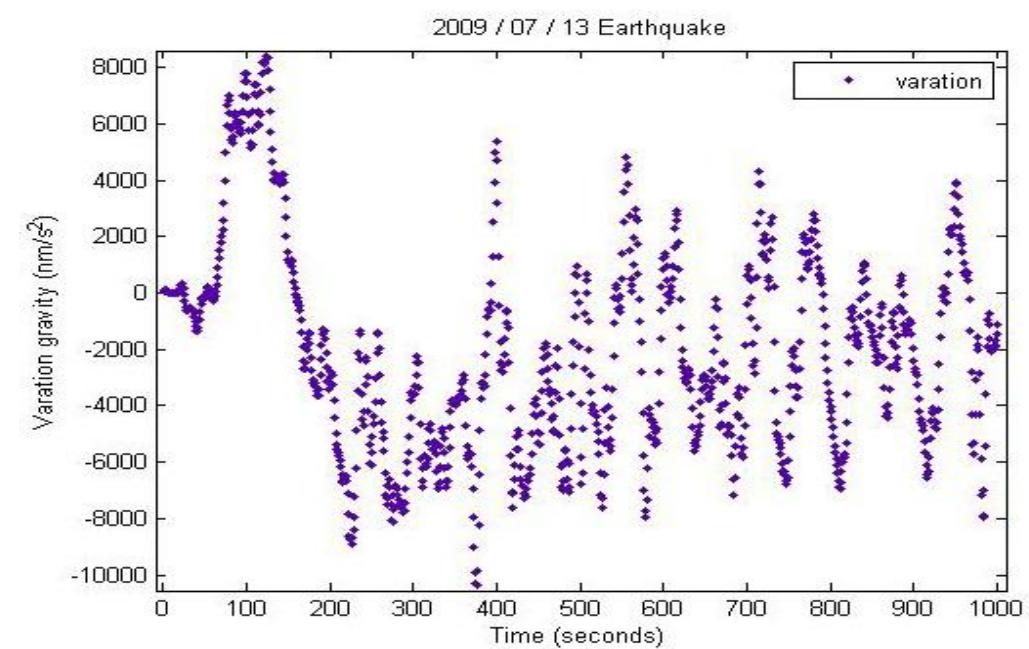


圖 5-2b SG48 & SG49 地震時重力變化差異量(Case II)

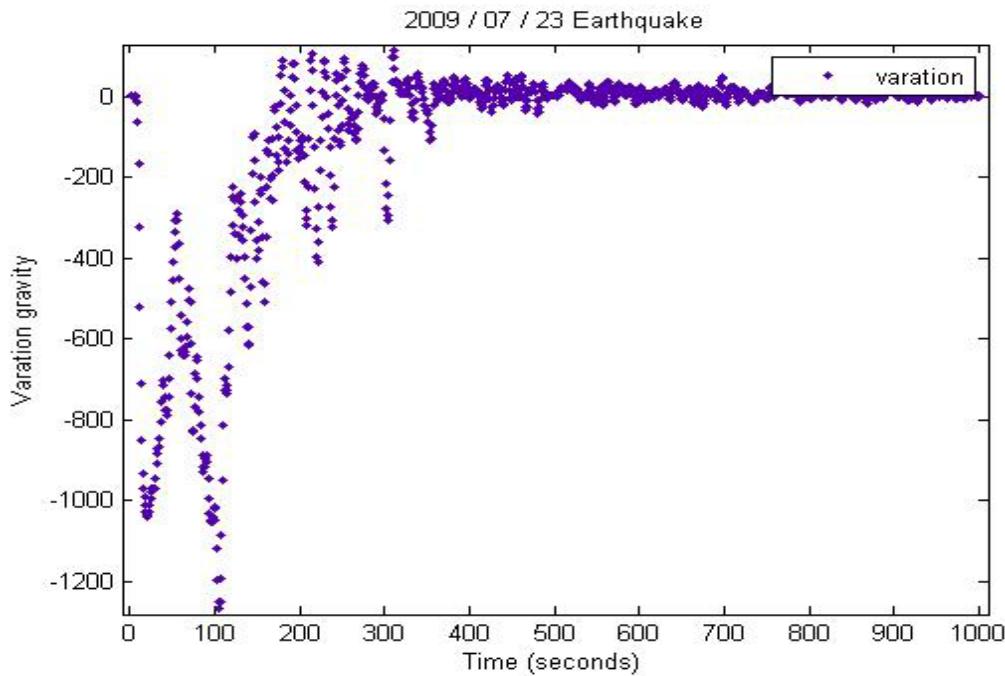


圖 5-2c SG48 & SG49 地震時重力變化差異量(Case III)

表 5-1 SG48 及 SG49 地震重力資料趨勢整合

日期	時間 (UTC)	地震開始時重力變化趨勢(SG48 & SG49)	震源地點	新竹地區震度 (Mw)
08/06/01	16:59:45	趨勢一致 (向下)	陸地	2
09/07/13	18:05:14	趨勢一致 (向上)	海上	3
09/07/26	06:11:23	趨勢一致 (向上)	陸地	1

首先考慮是否因為地震震源地點的不同，而造成該種變化。Case I 及 Case III 的趨勢比較相似，但記錄資料的重力值卻有不同反應，以 Case I 來說，SG48 記錄此次地震的重力值明顯大於 SG49；反之，Case III，則是 SG49 所記錄的值大於 SG48，就此可以明顯看出，儀器對每次地震的反應不一。除此之外，Case II 明顯與 Case I 及 Case III 不同，主要造成這種現象的原因在於地震維持時間，某些規模較大的地震，伴隨著許多餘震，造成地震維持的時間較長。統整歷年每次地震結果，大多數地震維持時間都在 1000 秒內趨勢回復至平均值，下一節將針對造成此種現象原因進行討論。

5-2 儀器方位角與震源相對關係

考慮兩台儀器在同時間接收資料情況下，進行討論。首先，針對儀器擺設位置進行檢測，SG48 位於坑道 B2 點位上，緯度 24.7925795，經度 120.9855434；SG49 於 B3 點位上，緯度 24.7925629，經度 120.9855618，兩點間距離為 2.6215 公尺，紀錄時間系統為 GPS Time。

考慮是否因儀器擺設方位角不同，而造成同震時不同的反應。經計算後，儀器的方位角為 132.05595° ，在此簡稱為 $\phi_{T48-T49}$ ，假設若地震震波傳遞方向與儀器方位角正交時，儀器反應應該為一致，若為平行，則可能產生在地震波傳遞過程中造成延遲現象，而使兩台儀器產生不同的反應。

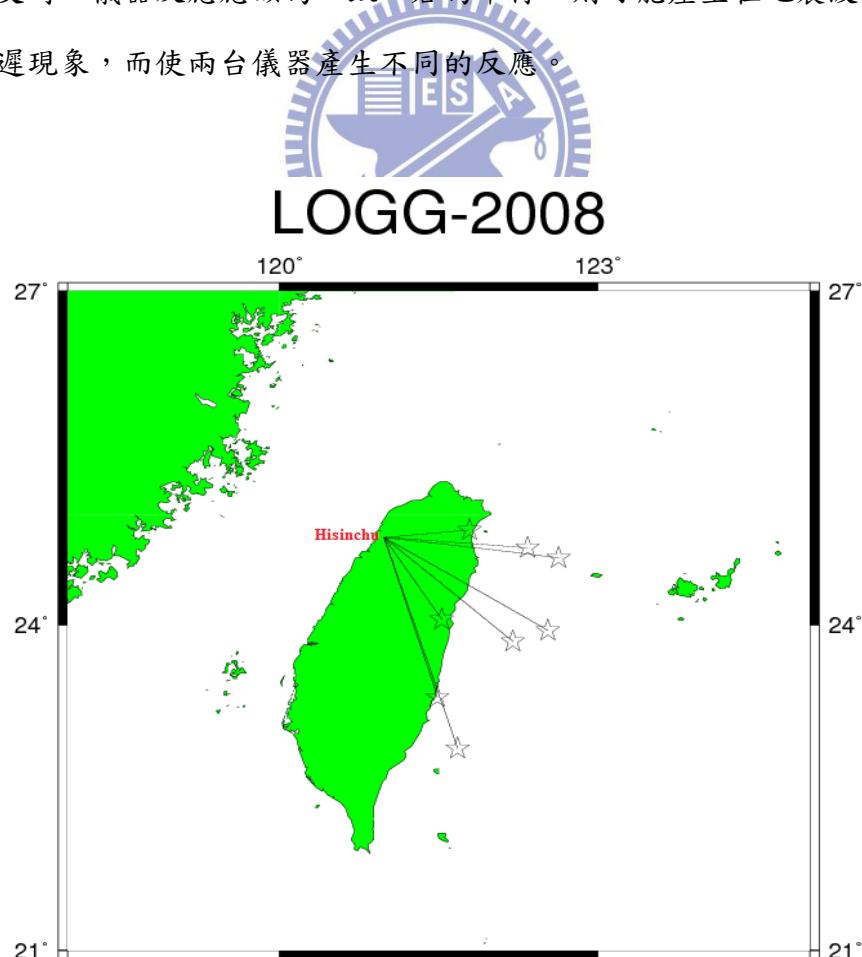


圖 5-3 2008 年新竹地區有感地震與新竹站相對位置圖。(圖中星號代表震源置)

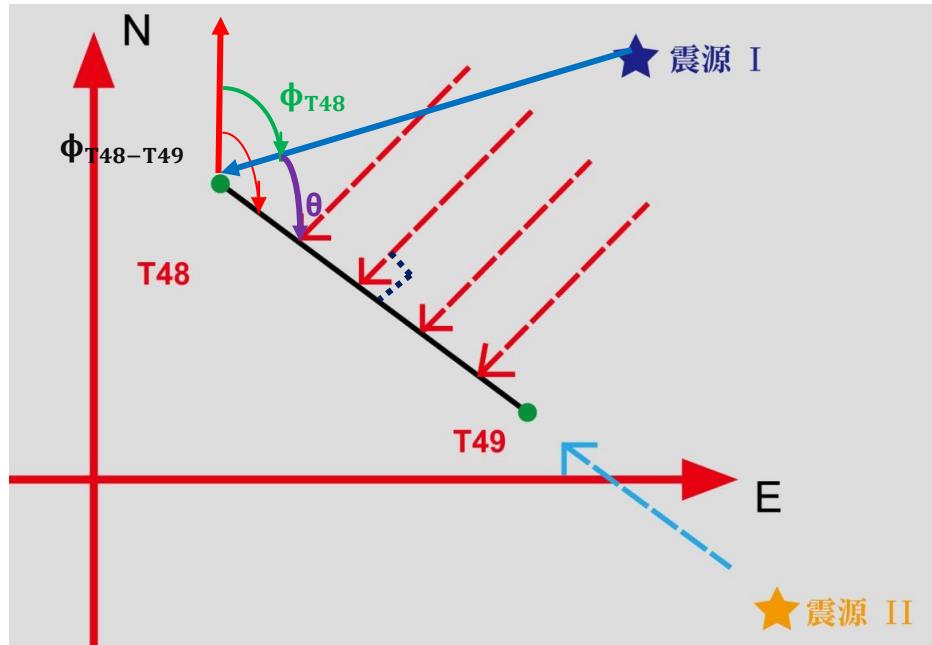


圖 5-4 震源與儀器方位角示意圖

計算 SG48 與表 5-1 地震震源方位角與 $\Phi_{T48-T49}$ 夾角，由於地震波於傳遞過程中，以 P 波速度最快，速度大約為 6.5 km/hour，其次再以 S 波傳遞 4.5 km/hour 次之，由於 P 波屬於縱波，性質與音波相似，質點運動和波傳播方向一致，故在此考慮 P 波傳遞速度與震源距離之影響，並以高斯中緯度法計算兩點間之距離，如圖 5-3 所示，並討論是否由於距離及方位角因素，而造成儀器反應不一致的情形。表 5-2 為地震方位角、儀器方位角與距離的關係。

中緯度法的計算方式如下，其中 M、N 分別代表在子午線曲率半徑及垂線上的曲率半徑。表示式如下：

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}}; \quad (5.1)$$

$$N = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}}; \quad (5.2)$$

5.1 及 5.2 式中，a 為地球的長半徑，e：橢球偏心率， ϕ ：平均緯度。圖 5-4 中，

ds 為 P1 及 P2 間的距離，可表示為：

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad (5.3)$$

5.3 式中， dx 及 dy 為經過中緯度法計算後 x 方向及 y 方向的截距。可表示為下式：

$$dx = M(\phi_2 - \phi_1) \quad (5.4)$$

$$dy = N \cos \phi (\lambda_2 - \lambda_1) \quad (5.5)$$

5.4 及 5.5 式中的為兩點之間的緯度(ϕ)及經度(λ)。計算後，列於下表 5-2 中。

表 5-2 儀器與震源方位角及相對夾角與距離

日期	SG48 與地震之方位角： ϕ_{T48} (°)	SG48 & SG49 與地震之間夾角： θ (°)	SG48 與地震間之距離:D (km)
23-Apr-08	160.13	28.08	225.39
10-May-08	118.61	13.44	182.54
12-May-08	289.44	157.38	1863.02
1-Jun-08	85.20	46.84	81.621
1-Aug-08	143.75	11.69	99.38
9-Sep-08	96.33	35.72	167.54
2-Dec-08	160.84	28.79	169.63
7-Dec-08	127.81	4.23	161.82
30-Dec-08	93.91	38.14	137.31
17-Apr-09	141.48	9.42	119.97
12-Jun-09	88.96	43.09	97.48
13-Jul-09	122.04	10.01	151.84
16-Jul-09	120.63	11.41	157.74
26-Jul-09	181.32	49.27	122.76
26-Jul-09	166.20	34.15	155.43
2-Aug-09	176.76	44.70	334.08

11-Aug-09	142.69	10.63	140.21
17-Aug-09	116.17	15.88	112.36
3-Oct-09	151.91	19.85	114.80
4-Oct-09	95.82	36.23	116.10
5-Nov-09	194.83	62.77	120.90
5-Nov-09	192.43	60.38	101.07
15-Nov-09	82.42	49.62	334.08
21-Nov-09	126.47	5.57	140.21

將 θ 逐一與重力訊號進行比對後，發現造成儀器不一致的原因與方位角 θ_{T48} 無關，再者由於兩部儀器之間的距離僅有 2.6 公尺，以 P 波傳遞速度而言，就算該地震與兩部儀器之間剛好是平行，其反應時間 t 為 0.0004 秒。儀器的頻寬(Bandwidth)為每 8 筆記錄計算出第 1 秒的值來說， t 遠小於頻寬 0.125 秒限制，故推斷與儀器方位角無關。

5-3 地震能量與震源相對關係



由於地震時，能量釋放驚人，且超導重力儀屬高精密儀器，對於些微變化皆能反應，故考慮是否因地震能量與距離影響而造成儀器差異。

根據 Bath(1966)所建議的經驗公式，能量與規模的關係式：

$$\log E = 5.24 + 1.44M \quad (5.6)$$

其中 E 代表地震能量，M 代表芮氏規模，由此可知，如果地震規模增加 1，則釋放的能量增加約為原能量的 30 倍。地震資料選擇除上述考慮 SG48 與 SG49 時間上的重疊外，考慮儀器設於新竹故選取於新竹市且芮氏規模為 1 的有感地震做為驗證。此外，汶川地震時，當地震度達 8.3，但在台灣地區，屬於無感地震，

卻在儀器記錄下，明顯發現儀器在同震情況下，卻有不同的反應。下表為地震能量及能量梯度。

表 5-3 地震能量梯度

日期	震源能量 (KJ)	新竹地區能量(KJ)	能量梯度(KJ/km)
23-Apr-08	1.58×10^{17}	2.00×10^{10}	7.03×10^{14}
10-May-08	1.58×10^{17}	2.00×10^{10}	8.68×10^{14}
12-May-08	1.79×10^{21}	6.31×10^8	9.55×10^{17}
1-Jun-08	3.16×10^{17}	6.31×10^{11}	3.87×10^{15}
1-Aug-08	2.82×10^{16}	2.00×10^{10}	2.84×10^{14}
9-Sep-08	4.47×10^{17}	6.31×10^{11}	2.67×10^{15}
2-Dec-08	2.24×10^{17}	2.00×10^{10}	1.32×10^{15}
7-Dec-08	4.47×10^{17}	6.31×10^{11}	2.76×10^{15}
30-Dec-08	2.82×10^{16}	2.00×10^{10}	2.05×10^{14}
17-Apr-09	5.62×10^{16}	2.00×10^{10}	4.69×10^{14}
12-Jun-09	1.26×10^{15}	2.00×10^{10}	1.29×10^{13}
13-Jul-09	6.31×10^{17}	2.00×10^{13}	4.16×10^{15}
16-Jul-09	7.94×10^{16}	2.00×10^{10}	5.04×10^{14}
26-Jul-09	7.94×10^{16}	2.00×10^{10}	6.47×10^{14}
26-Jul-09	7.94×10^{16}	2.00×10^{10}	5.11×10^{14}
2-Aug-09	1.00×10^{16}	2.00×10^{10}	9.32×10^{13}
11-Aug-09	3.55×10^{15}	2.00×10^{10}	2.51×10^{13}
17-Aug-09	1.00×10^{19}	6.31×10^{11}	2.99×10^{16}
3-Oct-09	1.78×10^{18}	2.00×10^{13}	1.26×10^{16}
4-Oct-09	2.00×10^{16}	6.31×10^{11}	1.78×10^{14}
5-Nov-09	1.26×10^{18}	6.31×10^{11}	1.10×10^{16}
5-Nov-09	2.24×10^{17}	6.31×10^{11}	1.93×10^{15}
15-Nov-09	1.12×10^{17}	2.00×10^{13}	9.28×10^{14}
21-Nov-09	2.00×10^{16}	2.00×10^{13}	1.97×10^{14}

圖 5-5 為 2008 年 6 月 1 日時，SG48 與 SG49 於同一地震時所記錄的有變異殘餘重力資料。而圖 5-5 為 2009 年 10 月 4 日，未變異的殘餘重力資料，並與表 5-2

進行比對，考慮是否因能量傳遞強弱而造成儀器表現不同的可能性。

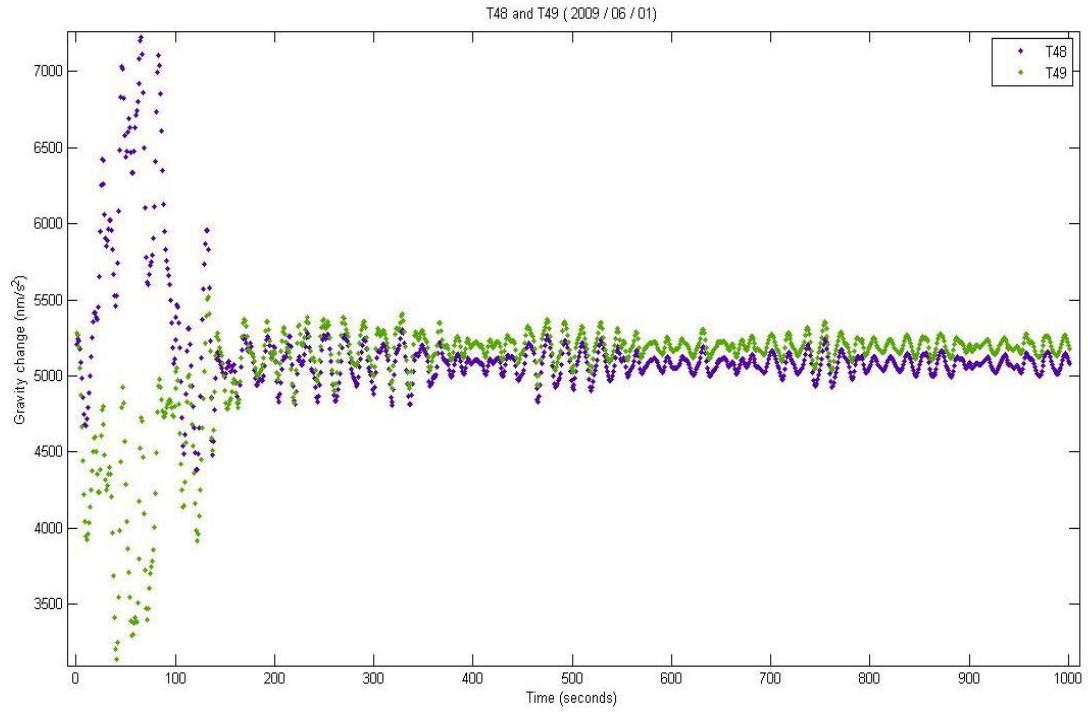


圖 5-5 SG48 與 SG49 殘餘重力變化趨勢不一致的資料

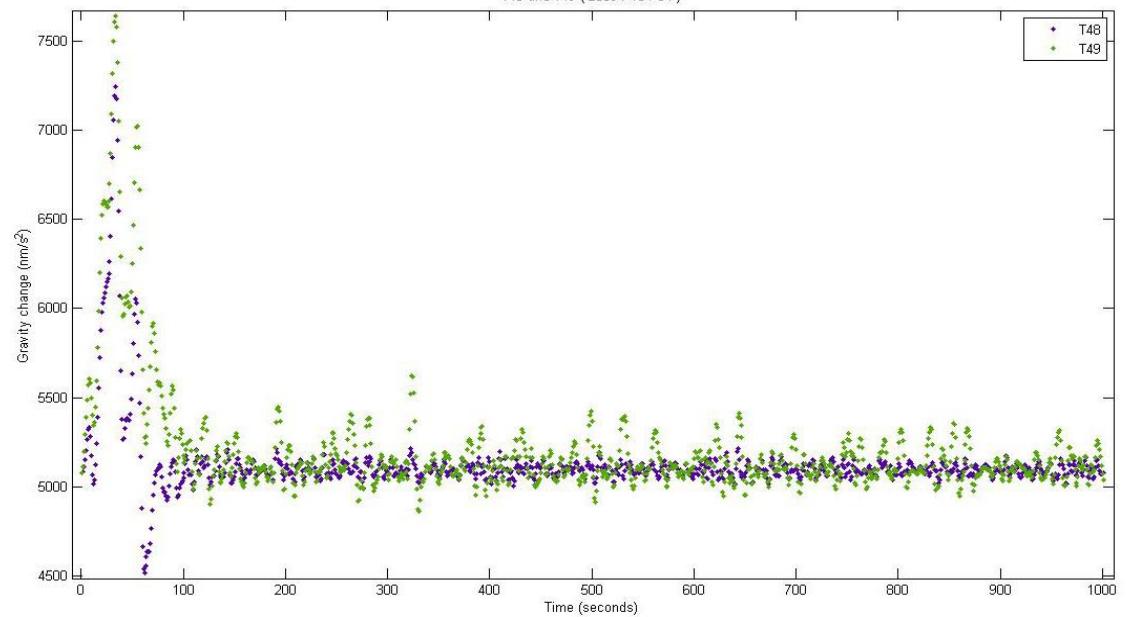


圖 5-6 SG48 與 SG49 殘餘重力變化趨勢一致的資料

將圖 5-5、圖 5-6 與表 5-3 比對後，發現與地震能量釋放大多數反應不一的情形發生於 2008 年 5 月到 10 月份，而其他時間點也有相同情況發生，從能量觀點來看，表 5-3 中，2008 年 5 月 12 日的汶川地震，釋放能量最大，雖然台灣地區皆

屬無感，但能量梯度達 9.55×10^{17} KJ/km，能量梯度最大；2008年8月1日，芮氏規模5.1，新竹地區，震度為1，能量梯度 2.84×10^{15} KJ/km，變異重力資料中能量梯度最小。故假設因能量變化所引起，則大於 2.84×10^{15} KJ/km，應該皆有反應，以2009年8月17日為例，能量梯度 2.99×10^{16} KJ/km，是最小值的10倍大，卻沒有發生儀器紀錄不一致的現象；再者舉2008年6月1日及2009年10月4日為例，兩次地震在新竹地區所釋放出的能量 6.31×10^{11} KJ，但仍造成不同反應，故推斷並非能量大小所引起。

5-4 儀器構造與紀錄關係



超導球上下左右由4個電容感應板包覆，且外接電子溫感計，以感控電容板的溫度，然後外層包裹著銅磁材料，做為超導球與電容板的載具並隔離干擾，再由超導層包裹銅磁材料，外部再搭載真空瓶，最後將上述裝備置於杜瓦瓶中。該設置是為了要隔絕環境干擾，並讓真空瓶裝置液氮後僅有 μK 的變化。如：內部溫度、濕度、及大氣壓力等等。

超導重力儀藉由回饋電壓，反推為重力資料。2008至2009年重力資料中，發現幾筆資料不一致的情況，除了上述重力紀錄趨勢相反的情況外，尚有一台有發生變化，另一台卻沒有變化的情形。故推斷可能是因為儀器內部所造成影響。由於資料記錄是藉由回饋電壓。電流的大小必須滿足能量回饋功率的要求，如果儀器回饋功率小於供電狀態的輸出功率，在變頻器的公共直流母線的電壓就會繼續升高。換句話說，超導重力儀，需要高功率來支援，故可能因為電流品質而造成回饋電壓反應不一的情形。

5-1 節中，SG48 及 SG49 大多數信號皆在 1000 秒內回復至平均值，推測每次地震來時，除了儀器本身對於地震靈敏度不一外，但在幾分鐘內，皆能回復至正常狀態，換句話說，也就是地震過幾分鐘後，藉由電壓回饋，儀器能慢慢恢復至儀器可承受的狀態，並進行紀錄。

穩定的電子信號中，在不明原因下使得信號的電壓或電流的急速變化，例如靜電等等的狀態，可能造成突波，而造成紀錄不一的情形；或者雖然儀器已儘量將水氣的影響降到最低，但由於儀器設置於十八尖山的坑道中，空氣中的相對濕度高，若液態氮提供不穩定，可能會造成內部水氣進入而結冰，也有可能導致紀錄不一的情況產生。除上述推測可能之外，根據 4-5 節試驗，發現儀器剛開始初設置半年時，可能儀器尚未進入穩定狀態，可能造成重力趨勢不一致。除此之外，向儀器原廠求證之後，原廠表示每台儀器性能反應均不一，故對於地震的靈敏度及回饋電壓皆有可能造成該影響。除此之外，可藉由探討傾斜儀的補償機制，x tilt 及 y tilt 紀錄，進行比對，討論 x、y 軸的補償，是否會造成儀器於同一個地震下，而產生不同反應。

5-5 傾斜儀回饋與地震的關係

承 4-11 節後，為了將傾斜儀回饋機制與地震進行比對，故在本節將甲仙地震前後傾斜儀回饋與重力間進行比對。由傾斜儀資料，可將傾斜移回饋方式分為下列四種：(1) x tilt 與回饋電壓間的關係；(2) y tilt 與回饋電壓間的關係；(3) x tilt 回饋與超導球回饋；(4) x tilt 回饋與超導球回饋。利用上述四種回饋方式進行討論。

5-5-1 x、y tilt 與回饋電壓間的關係

取出甲仙地震前後各一天傾斜儀資料，將 SG48 回饋電壓紀錄與地震發生進行比對，發現 x tilt 及 y tilt 在未發生地震時，所回饋的電壓紀錄平均後分別為 7.0527 及 6.9353 伏特。傾斜儀紀錄方式，最小間距採一分鐘一筆資料，將其換算成頻率約為 0.01667，也就是說，在傾斜儀與超導球之間的紀錄，如上述 2-2-3 節所敘述，採用分段式回饋方法。圖 5-7a 及圖 5-7b 為 x tilt 與 y tilt 於甲仙地震時的回饋紀錄。

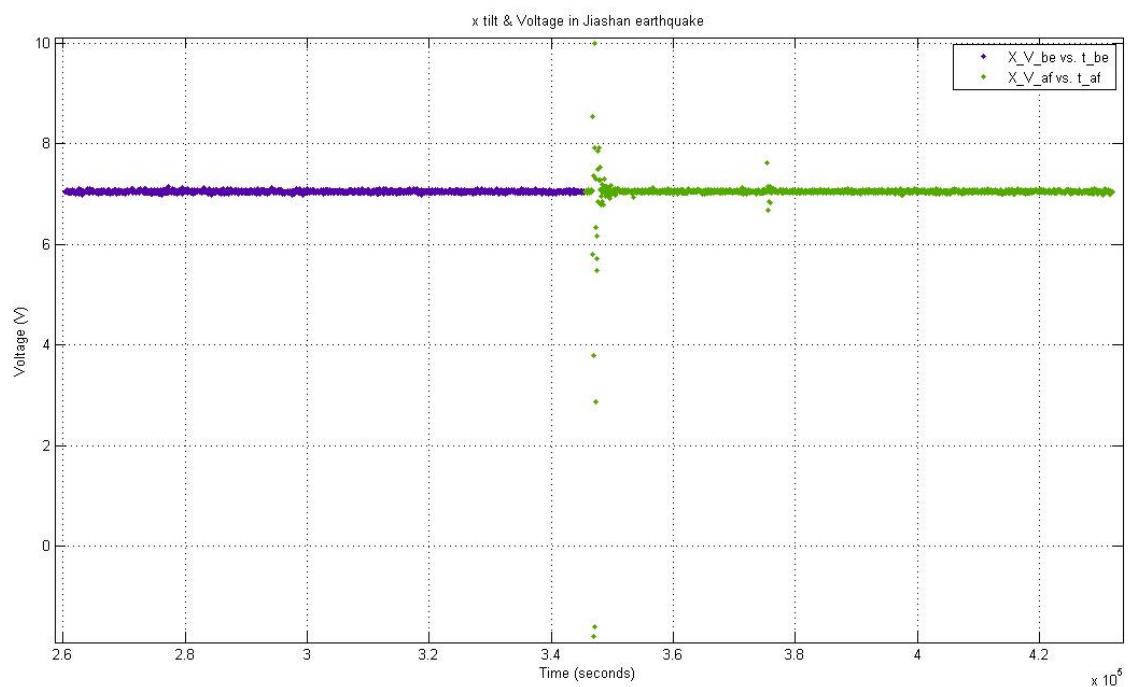


圖 5-7a SG48 x tilt 與回饋電壓關係

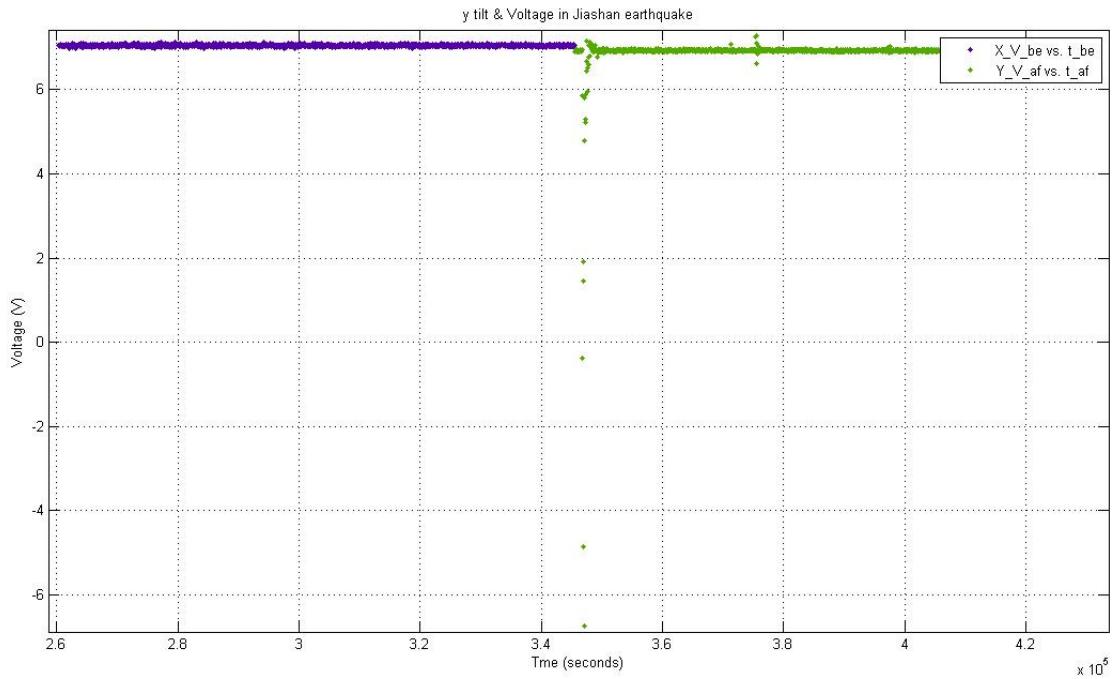


圖 5-7b SG48 y tilt 與 回饋電壓關係

由上圖可發現，以甲仙地震為例地震時約造成 12 V 的變化，且也可看出在地震時，傾斜儀回饋狀態。y tilt 主要以降低電壓為主；而 x tilt 各別增電壓及降電壓。且震盪回饋時間約為 55 分鐘。

5-5-2 x、y tilt 與超導球回饋電壓間的關係

將 x、y tilt 回饋電壓值，與超導球回饋電壓值進行比對，將比對圖示列於圖 5-8a 及 5-8b 中，發現主要以線性趨勢為主，故參考 3.1 式的方法，找出 SG48 傾斜儀與超導球間率定因子，並將甲仙地震時所產生的粗插電壓資料剔除後，其 x 與 y tilt 回饋於超導球率定因子如表 5-4 所示。

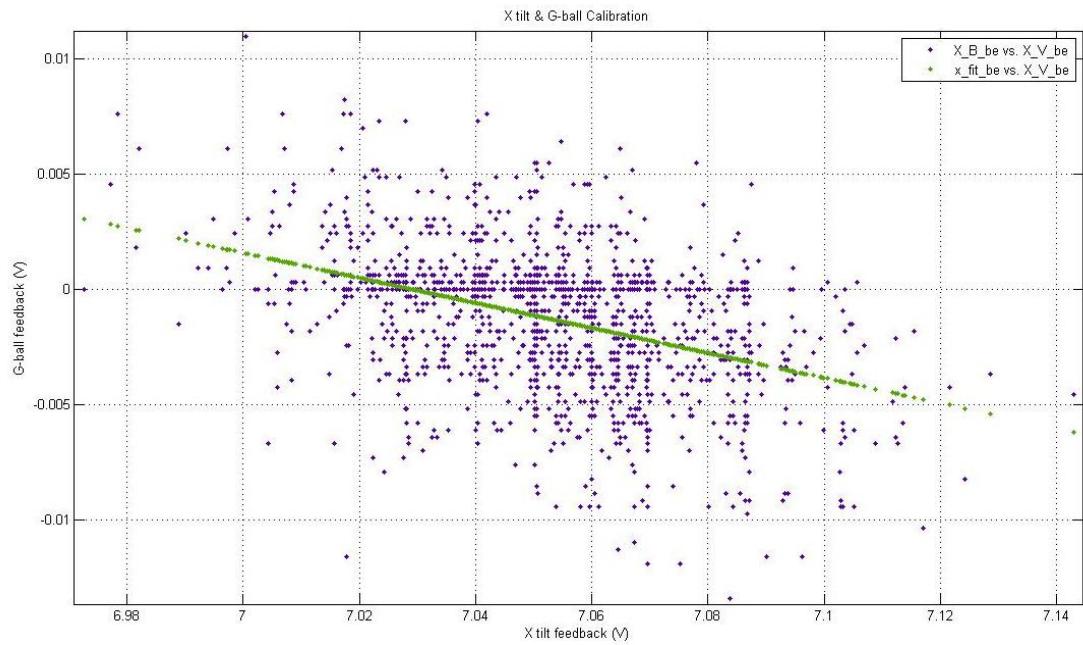


圖 5-8a SG48 x tilt 與 超導球回饋電壓率定，紫色點為超導球與 x tilt 的回饋電壓；
綠色直線部分為率定線段。

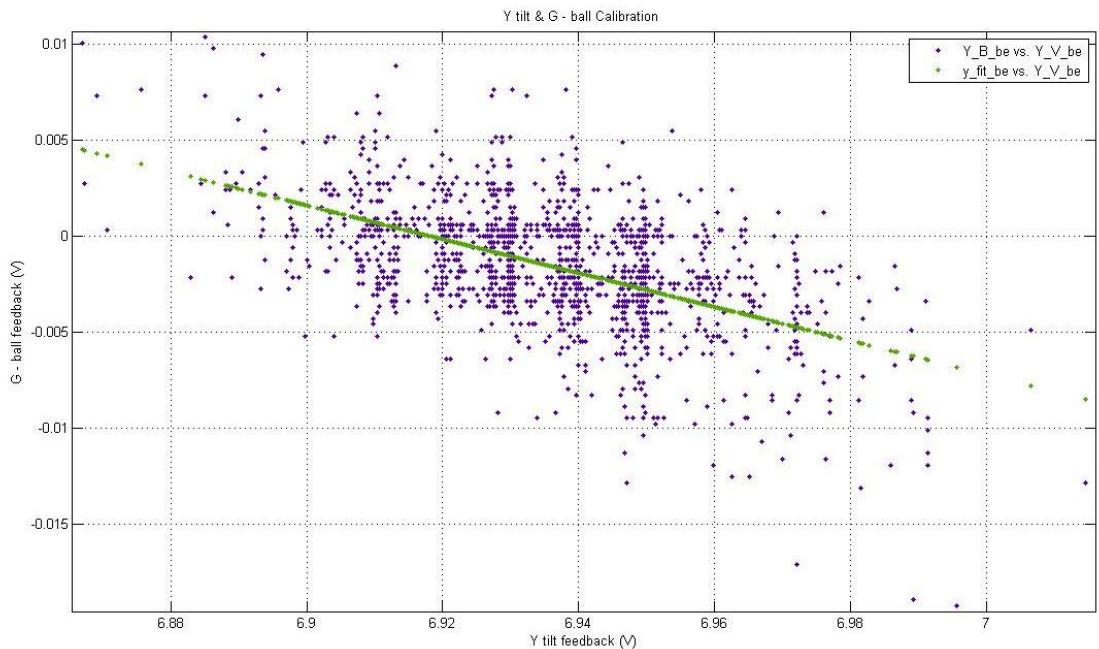


圖 5-8b SG48 y tilt 與 超導球回饋電壓率定，紫色點為超導球與 y tilt 的回饋電壓；
綠色直線部分為率定線段。

表 5-4 SG48 傾斜儀與超導球電壓率定因子

日期 (2010)	SG48 x、y tilt	率定因子 (伏特)
3/3~3/5	x tilt vs. 超導球電壓	$B_x = -0.0543V_x + 0.382$
3/3~3/5	y tilt vs. 超導球電壓	$B_y = -0.088V_y + 0.6088$

比對後，發現超導球回饋電壓與 x、y tilt 回饋電壓之間關係成反比，與表 3-1a 比照之後，發現主要影響地震時重力變化的主因為傾斜儀的回饋。以輸出資料來看，其時間間隔為一分鐘一筆，但是由於地震波傳遞置新竹站時，所造成的震動時間間隔為一秒以內，舉例來說，在第 0.5 秒時傳遞一個震波造成儀器向上震盪，但在第一秒可能造成儀器往下震盪，然而儀器所能輸出的時間為一分鐘，故在這 60 秒內，儀器可能隨意震盪，但卻是採用第 60 秒的資料來進行儀器回饋。換言之，在地震時，該儀器紀錄並不可信，須等地震結束後，儀器才會慢慢恢復正常運作。且超導球回饋也受限於傾斜儀回饋機制，若無法瞬間回饋，則超導球受震盪當下所紀錄的資料，並非實際的重力變化，而是為了將超導球拉回零點進行的補償。



第六章、結論與建議

整合上述結果歸納出幾個結論與建議：

- 一、 海潮模式擬合重力變化，發現以 O1(太陰全日潮)、M2(太陰半日潮)及 M3(太陰三分之一日潮)影響最大，以 2007 年 9 月 6 號為例，擬合相關係數達 0.9672。
- 二、 以甲仙地震來說，傳遞至新竹超導站理論上的重力變化為 $0.0043 \mu\text{gal}$ ，但超導重力儀 Method I 計算的重力變化為 SG48 計算出的重力變化增加 $4.2882 \mu\text{gal}$ ；而 SG49 僅有 $0.6325 \mu\text{gal}$ ，故推測可能是因地震波傳遞至新竹站時，造成儀器產生極大變化，超越了儀器可容許的範圍，故儀器在受震時，所產生的變化，並非真實質量的改變，而是儀器所造成。
- 三、 探討 SG48 與 SG49 於等震時有不同反應的情形，根據上述試驗後，發現應該與方位角及地震能量無關，而與儀器本身設置時間、記錄方式及回饋機制，包括傾斜儀與電容感應器回饋有關。
- 四、 計算出重力變化量後，考慮是否因儀器受地震影響所產生的平移，根據上述推斷後，猜測可能是因儀器在接受地震訊號後，而無法回歸於零點緣故，而造成儀器在記錄時，產生變化。
- 五、 SG48 及 SG49 紀錄地震時，由於震波剛傳遞至新竹站時，由於跳動太大，而超過其容許範圍，使儀器在記錄前幾分鐘時，容易發生記錄上的錯誤。
- 六、 向儀器原廠求證之後，每台儀器性能反應均不一，故對於地震的靈敏度及回饋電壓皆有可能造成該影響。
- 七、 將 GPS 高程變化資料與超導重力儀所計算出的重力資料進行比對後發現，所發生的重力變化並非永久的重力變化，而是儀器經過地震震盪之後所造成。

八、 地震所發生的重力變化，可能是因為斷層錯位或儀器本身發生問題造成，若造成重力變化量太大，儀器問題是主要原因，可利用模型比對驗證。

未來研究方向：

- 一、 可與絕對重力儀進行長時間觀測，由於超導重力儀是相對重力儀，每次紀錄量皆為相依；而絕對重力儀屬於獨立觀測，若能於同震時，同時記錄重力變化，便可進行比對動作。
- 二、 海潮模式尚未改正完全，期望以超導進行更長時間觀測，來改正海潮模式。
- 三、 程式仍未完全自動化，且尚未改正完全，期望在海潮模式更完整後，加入更多觀測量計算後會更精確。
- 四、 根據上述結果可歸納出每次地震開始後的前幾分鐘重力資料，會造成儀器發生錯誤，期望可藉由統整每次地震結果，推算出超導重力儀容許的重力變化範圍。



參考文獻

97 年度重力基準維護及測量整合服務工作 期末報告，2008。工研院量測中心，內政部。

馮智源，2006。應用 ROMS 海洋模式模擬南灣海域潮流流場，國立成功大學碩士論文。

淡艷、康斌，2004。頻譜分析原理與實現方法，采山師院學院學報，Vol.19，No.12，東山師範學院，四川。

地震百問，2009。中央氣象局編印，台北。

陶然、鄭兵、王越，2006。分數階Fourier變換在信號處理領域的研究進展，中國科學 E輯 信息科學36 (2)，北京理工大學電子工程系，北京。

羅國強，2008。訊號處理 — Matlab 的應用(修訂版)，濾波器的實現及分析，濾波器的設計，台北：全華科技圖書股份有限公司。pp.1-16~1-26；pp.2-1~2-53。

李鐘慎，2003。基於 MATLAB 設計巴特沃斯低通濾波器，信息技術 Vol.27，No.3。華僑大學機電與自動化學院，泉州。

李淑惠，2004。淡水河潮波非線性現象分析，國立中山大學碩士論文，高雄。

劉冬至、刑采林、徐如剛、申重陽、李輝，2007。FG5/232絕對重力儀的試驗觀測結果，大地測量與地球動力學 Vol.27，No.2。中國地震局地震研究所，武漢。

賴柏洲，2007。信號與線性系統(修訂二版)，連續時間信號之傅立葉分析，台北：全華科技圖書股份有限公司。pp.228~343。

工程地質與新科技研究室：<http://140.115.123.30/GIS/eq/seismic.htm>

國家重力基準站建置及其儀器設備購置工作，2006。工研院量測中心，內政部。

胡興民，2008。基礎數位訊號處理：
<http://eie.tf.edu.tw/html/download.asp?page=2&teacher=>

邢喆、楊柳、李鵬，2008。超導重力儀觀測數據分析與信號檢測，海洋測繪 Vol.28，No.2。國家海洋信息中心，天津。

黃柏壽、黃文紀、呂佩玲、洪家慧，1993。台灣地區能量規模之研究 (I)，地震技術報告彙編，中央氣象局，台東。

中央氣象局地震彙整：<http://www.cwb.gov.tw/>

張憲國，2006。潮汐之分類與台灣潮汐特性，台灣海岸環境系統網路研究室，新竹。<http://ocean.cv.nctu.edu.tw/NRCEST/mainP.html>

祁忠勇，1994。FFT 與訊號處理簡介，數學傳播 18(4):18-21。。

王成機、黃金維，2008。台灣重力測量執行現況與未來發展，內政部。

王勇、張為民、王虎彪、周旭華，2003。絕對重力觀測的潮汐改正，大地測量與地球動力學 Vol.23，No.2。中國科學院測量與地球物理研究所，武漢

魏祥鴻，2005。增益相對重力測量精度之研究，國立交通大學碩士論文，新竹。

尹暉、Spiros D · Pagiatakis，2005。最小二乘譜及其在超導重力觀測數據分析中的應用，武漢大學學報 信息科學版 Vol.30，No.7。武漢大學測繪學院，武漢。

殷富，1984。海洋物理學概論，國立編譯館，台北，pp.243-280。

GGP homepage：<http://www.gwrinstruments.com/index.htm>

Goodkind, J. M., 1986, Continuous measurement of nontidal variations of gravity. JGR, VOL 91, 9125-9134.

GWR Homepage：<http://www.gwrinstruments.com/index.htm>

GWR Observatory Superconducting Gravimeter and Support Systems, 2009. OSG

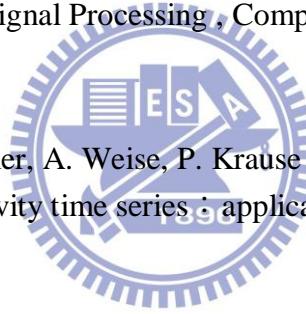
Hwang, C., R., Kao, C. C., Cheng, J. F., Huang, C. W., Lee, and Sato, T. 2008 . Results from parallel observations of superconducting and absolute gravimeters and GPS at the Hsinchu station of Global Geodynamics Project, Taiwan, JGR, VOL. 114.

Imanishi, Y., T. Sato, T. Higashi, W. Sun, S. Okubo, 2004. A Network of Superconducting Gravimeters Detects Submicrogal Coseismic Gravity Changes, VOL 306 SCIENCE. pp.476~478.

Imanishi. Y., Y. Tamura, H. Ikeda, S. Okubo, 2009. Permanent gravity changes records on superconducting gravimeter from earthquakes in central Japan—The Noto Hantou and Niigataken Chuetsu-oki events in 2007, Journal of Geodynamics, VOL 48. pp.260~268.

Koch, K. R., Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models, Springer-Verlag, Berlin, 378 pp., 1987.

Mitra, S.K, 2002. Signals and Signal Processing , Computer Science Department University of Trento, Italy.



Naujoks, M., S. Eisner, C. Krone, A. Weise, P. Krause and T. Jahr, 2009. Local hydrological information in gravity time series : application and reduction.IAG, Germany.

Riccardi U., J. Hinderer, J.-P.Boy, Y. Rogister,2009. Tilt effects on GWR superconducting gravimeters, Journal of Geodynamics, VOL 48. pp.316~324.

Steven, T. K., 2001. Signals and Systems With Matlab Applications: step by step, procedure for designing analog and digital filters, Second Edition, Spain: Orchard Publications.

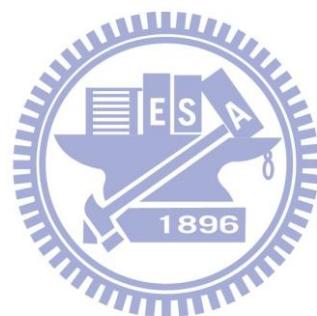
Sun, W. and S. Okubo, 1998. Surface potential and gravity changes due to internal dislocations in a spherical earth— II. Application to a finite fault, Geophys. J. Int. 132. pp.79~88.

SOPAC (IGS) : <http://sopac.ucsd.edu/cgi-bin/SCOUT.cgi>

Torge, W., 1989. Gravimetry Walter de Gruyter, Berlin.

Vauterin, P. and M. Camp, 2008, TSoft Manual, version 2.1.2, Royal Observatory of Belgium, Belgium.

Wilson, C. R., H. Wu, L. Longuevergne, B. Scanlon, and J. Sharp, 2009 . The Superconducting Gravimeter as a Field Instrument Applied to Hydrology, IAG, Geodesy for Planet Earth, Argentina.



附錄 A T-Soft 軟體操作簡介

誠如上述 3.3 節中，須使用先使用 T-Soft 將回饋電壓轉換成原始重力資料後，再進行環境改正，及可獲得殘餘重力資料。故為了讓使用者更了解操作的程序，故提供軟體操作流程及使用方法，於附錄 A 中說明。

T-Soft 的操作介面選項及支援檔案格式

支援檔案格式：*.TSF

將檔案讀入後，出現如圖 A-1。

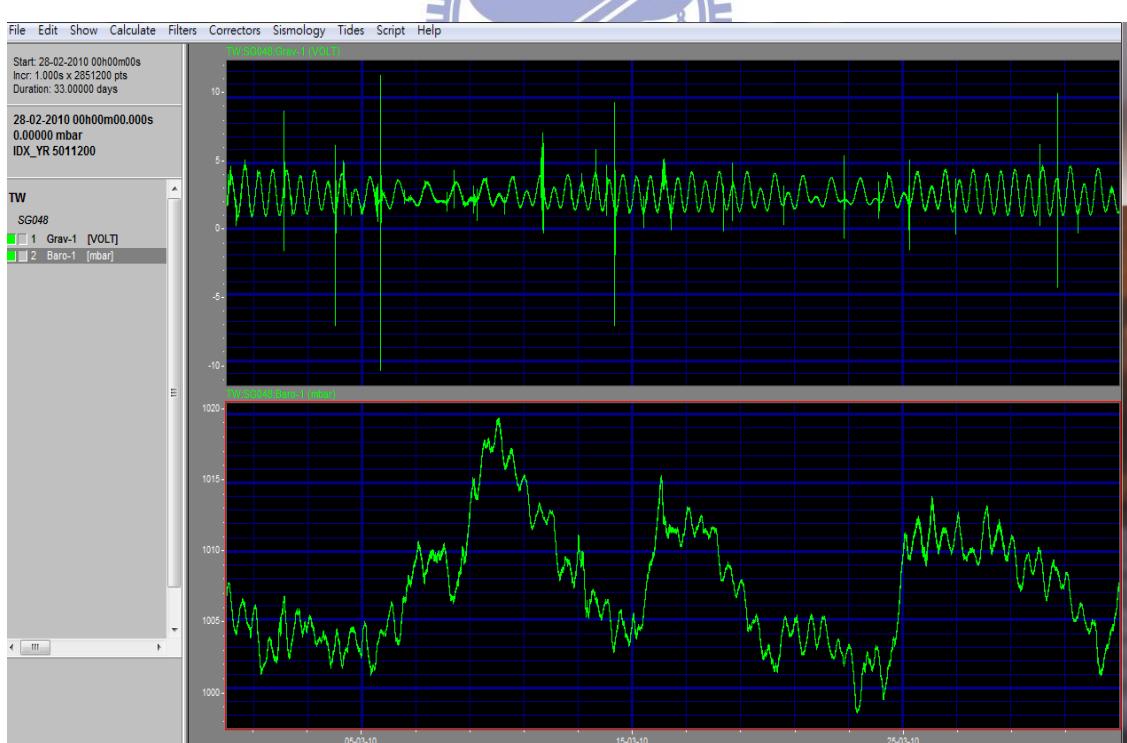


圖 A-1 超導回饋電壓及大氣影響，上方代表超導回饋電壓值(Unit : Volt)；下方代表當時大氣壓影響量(Unit : mbar)。

讀入後，再將回饋電壓值轉成重力單位(nm/s^2)。軟體介面中，首先選擇 Edit → Add new channel → Rename，分別輸入名稱(Measurement)：Raw Gravity、位置(Location)：Hsinchu 及單位(Units)： nm/s^2 。然後選擇 Calculate → Evaluate expression。計算將回饋電壓轉為原始重力。以 SG48 為例，轉換方程式如下：

$$\text{Raw} = -760.9 * [\text{channel 1}] \quad (\text{A.1})$$

式中的 Raw 代表原始重力，單位： nm/s^2 ，channel 1 代表回饋電壓值，單位：Volt。轉換後及出現原始重力資料如圖 A-2 所示。

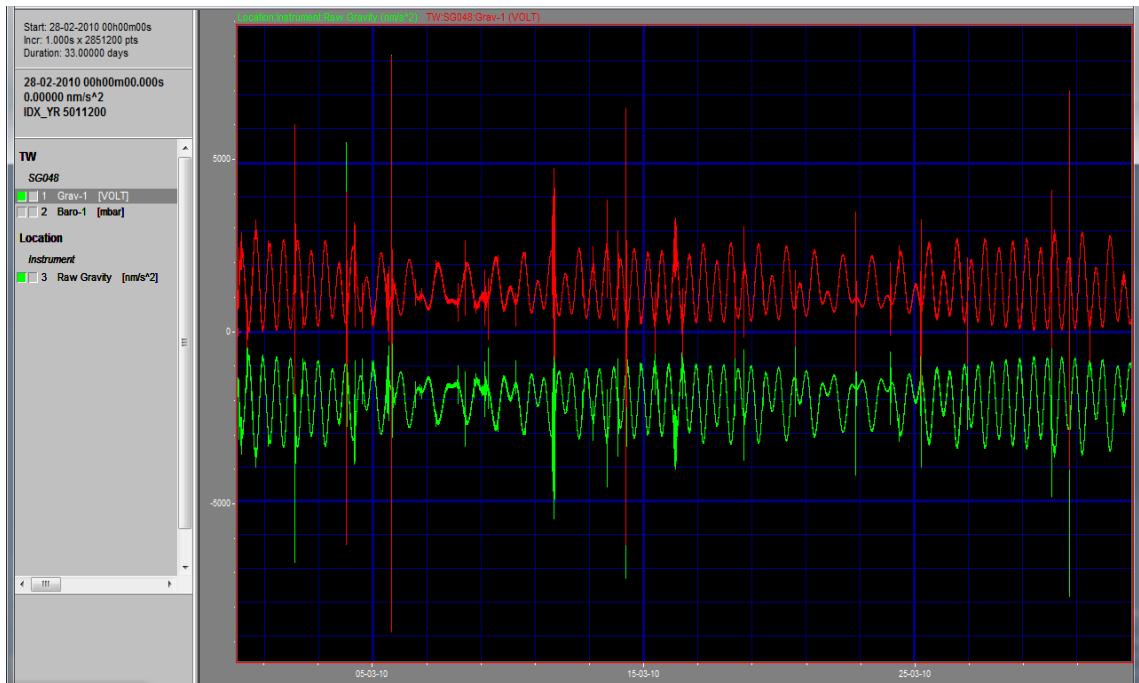


圖 A-2 回饋電壓及原始重力資料。綠色部分為原始重力資料，紅色部分為回饋電壓資料。

完上述步驟之後，新增海潮及固體潮。與上述操作方式相同，命名新 Channel 後，選擇 Tide → synthetic tides → open location database → select LOGG_048。接下來選擇固體潮模型 Solid tide model，選擇該資料庫中所包含的所有固體潮模型，計

算後，隨即出現固體潮的 Channel。之後，選擇海潮模式，NAO99b 為目前最新的海潮模式，故選擇該選項。而後隨即出現海潮的 Channel。

新增完海潮及固體潮選項後，隨後新增極移(polar motion)選項，如何叫出極移資料，重點是要把下載每年檔名為 EOPC04.YY，並放置於 Tsoft \ Database \ EOPC，下載網址為：ftp://hpiers.obspm.fr/iers/eop/eopc04_05

新增大氣壓力選項，如上述步驟完全新增 Channel 之後，重新命名，單位為：nm/s²。名稱為：Air pressure。並將 Channel 2 大氣影響的部份轉換為重力單位，轉換公式為：

$$\text{AirG} = 0.35 * ([\text{channel 2}] - 1002.78) \quad (\text{A.2})$$

A-2 式中的 AirG 表示轉換後大氣壓所造成的重力變化，單位：nm/s²。Channel 2 代表大氣壓影響量，單位：mbar。新增完環境造成的重力影響因子後，如圖 A-3 所示，為已知環境因子選項。

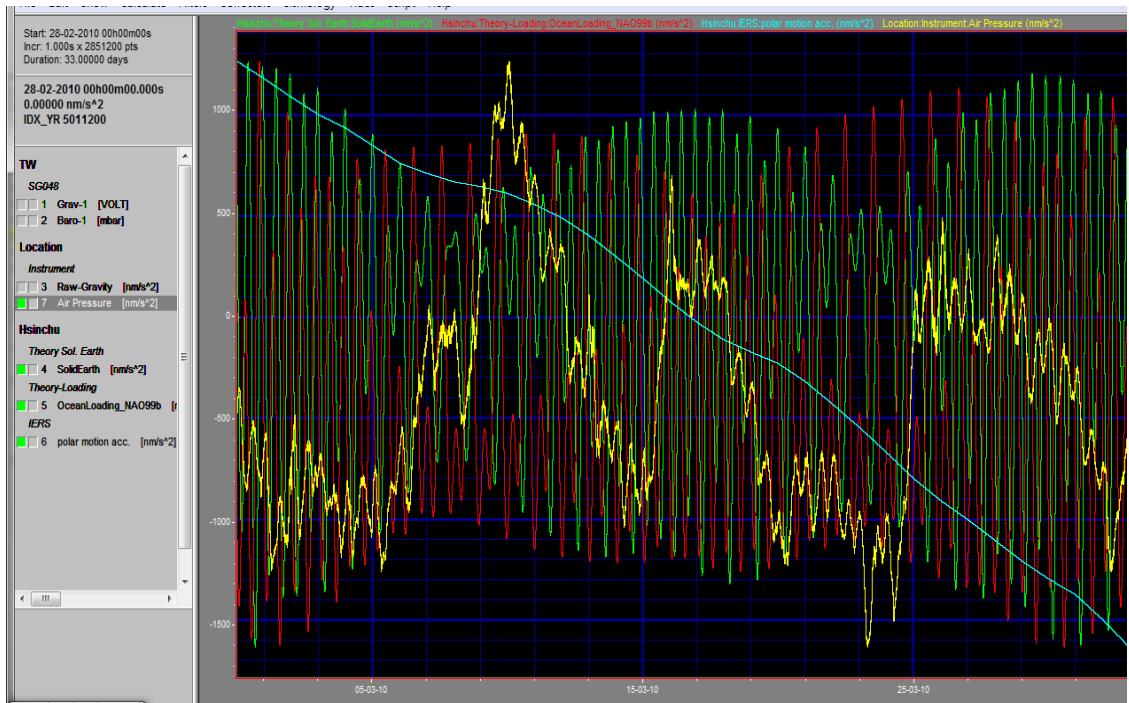


圖 A-3 已知環境改正因子。綠色部分為固體潮改正；紅色部分為海潮改正；藍色部分為極移改正；黃色部分為大氣改正。



完成新增環境改正因子之後，計算殘餘重力。參考上述步驟，新增 Residual 的 Channel，單位為： nm/s^2 。轉換公式如下：

$$\text{Residual} = [\text{channel 3}] - [\text{channel 4}] + [\text{channel 5}] - [\text{channel 6}] - [\text{channel 7}] \quad (\text{A.3})$$

其中，Residual 為殘餘重力：單位： nm/s^2 ；channel 3：原始重力資料；channel 4：固體潮改正；channel 5：海潮改正；channel 6：極移改正；channel 7：大氣壓力改正。圖 A-4 為改正後的殘餘重力與未改正的原始重力比較。

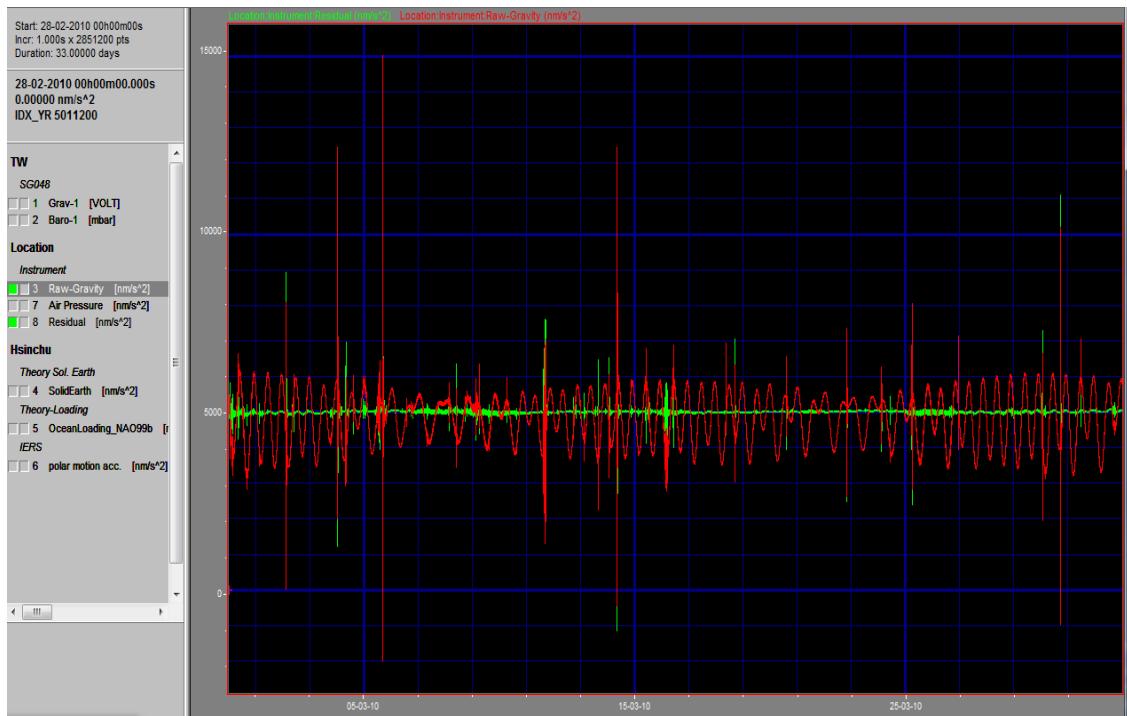
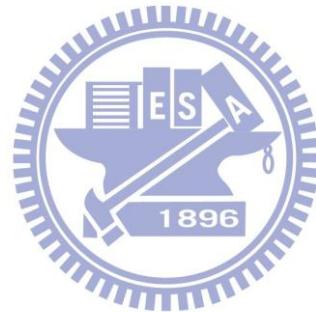
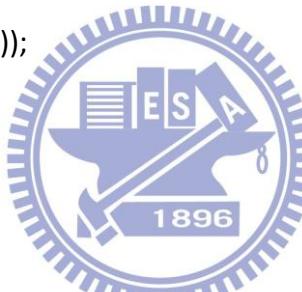


圖 A-4 殘餘重力與原始重力比較。紅色部分為原始重力；綠色部分為改正後的殘餘重力。



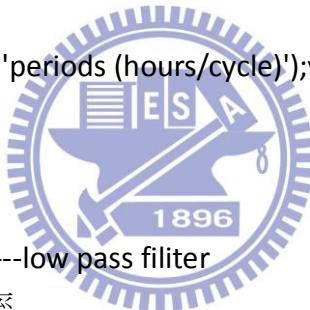
附錄 B Matlab 頻譜分析及程式

```
clc;
clear all;
format long;
data_be=load ('%Gravity date before earthquake');
data_af=load ('% Gravity date after earthquake ');
t_be=86400*data_be(:,3)+3600*data_be(:,4)+60*data_be(:,5)+data_be(:,6);
t_af=86400*data_af(:,3)+3600*data_af(:,4)+60*data_af(:,5)+data_af(:,6);
figure(1);plot(t_be,data_be(:,7));grid on;
title(' "date" Before the earthquake '); xlabel('Time (sec)'); ylabel('Residual (nm/s^2)');
figure(2);plot(t_af,data_af(:,7));grid on;
title(' "date" After the earthquake'); xlabel('Time (sec)'); ylabel('Residual (nm/s^2)');
%-----power spectrum data_be
y1=data_be(:,7);
x1=fix(log2(length(data_be(:,7))));
L1=length(y1);
start=L1-2^x1+1;
y_be=fft(y1(start:L1));
n=length(y_be);
y_be(1)=[];
phase=unwrap(angle(y_be(1:n/2)));
power=abs(y_be(1:n/2))/n;
nyquist=0.5;
f=(1:n/2)/n/2*nyquist;
figure(3);plot(f,power),grid on;
title('Spectrum analysis'); xlabel('frequency'); ylabel('Amplitude');
figure(4);plot(f,phase*180/pi);
title('Phase(Before earthquake)'); xlabel('frequency'); ylabel('phase (rad)');
period=1./f/12/1800;
figure(5);plot(period,power);
grid on;
title('Spectrum analysis (Before earthquake)'); xlabel('periods
(hours/cycle)'); ylabel('Amplitude');
grid on;
[mp index]=max(power);
maxcycle=period(index);
```

```

%-----power spectrum data_af
y2=data_af(:,7);
x2=fix(log2(length(data_af(:,7))));
y_af=fft(y2(1:2^x2));
n1=length(y_af);
y_af(1)=[];
power1=abs(y_af(1:n1/2))/n1;
phase1=unwrap(angle(y_af(1:n1/2)));
f1=(1:n1/2)/n1/2*nyquist;
figure(6);plot(f1,power1),grid on;
title('Spectrum analysis (After earthquake)'); xlabel('frequency
(cycle/hr)'); ylabel('Amplitude');
grid on;
figure(7);plot(f1,phase1*180/pi);grid on;
title('Phase (After earthquake)'); xlabel('frequency (cycle/hr)'); ylabel('phase (rad)');
period1=1./f1/12/1800;
figure(8);plot(period1,power1);
title('Spectrum analysis'); xlabel('periods (hours/cycle)'); ylabel('Amplitude');
grid on;
[mp1 index1]=max(power1);
maxcycle1=period1(index1);
%-----low pass filiter
cutOffFreq_be=0.02; %截斷頻率
fs=1;
[b,a] = butter(9,cutOffFreq_be/fs);
Hd = dfilt.df2t(b,a); % Direct form II transposed structure
freqz(Hd)
ybe = filter(Hd,data_be(:,7));
yaf= filter(Hd,data_af(:,7));
%-----
ybe=[data_be(:,1:6) ybe t_be ];
yaf=[data_af(:,1:6) yaf t_af];
%-----
Min=sort(ybe(:,7));
Max=sort(ybe(:,7),'descend');
Mins=Min(1:(0.5/100)*length(ybe));
Maxs=Max(1:(0.5/100)*length(ybe));
MeanMin=mean(Mins);

```



```

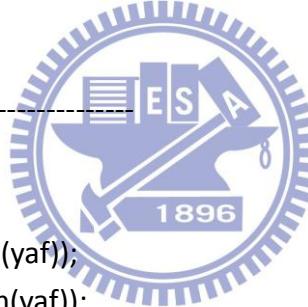
MeanMax=mean(Maxs);
% -----Filiter I 地震前
tipa=find(ybe(:,7)<MeanMin);
ybe(tipa,:)=[];
tipb=ybe(:,7)>MeanMax;
ybe(tipb,:)=[];
for i=1:20
m=mean(ybe(:,7));
Nd=length(ybe(:,7));
v=ybe(:,7)-m;
sigma=sqrt(v'*v/(Nd-1));
tipd=find(abs(v)>2*sigma);
ybe(tipd,:)=[];
if sigma<=25
break
end
end

```

```

% % %
Min1=sort(yaf(:,7));
Max1=sort(yaf(:,7),'descend');
Mins1=Min1(1:(0.5/100)*length(yaf));
Maxs1=Max1(1:(0.5/100)*length(yaf));
MeanMin1=mean(Mins);
MeanMax1=mean(Maxs);
% -----Filiter II 地震後
tipa1=find(yaf(:,7)<MeanMin1);
yaf(tipa1,:)=[];
tipb1=find(yaf(:,7)>MeanMax1);
yaf(tipb1,:)=[];
for i=1:20
m1=mean(yaf(:,7));
Nd1=length(yaf);
v1=yaf(:,7)-m1;
sigma1=sqrt(v1'*v1/(Nd1-1));
tipd1=find(abs(v1)>2*sigma1);
yaf(tipd1,:)=[];
if sigma1<=25
break
end
end

```



```

        break
    end
end

yaf=yaf(1000:length(yaf),1:8);
ybe=ybe(300:length(ybe),1:8);

for i = 1:length(yaf)-1;
    m_series_af(i)=yaf(i+1,7)-yaf(i,7);
end

for i = 1:length(ybe)-1;
    m_series_be(i)=ybe(i+1,7)-ybe(i,7);
end
m_series_be=abs(m_series_be);
m_series_af=abs(m_series_af);

Max_m_af=sort(m_series_af,'descend');
Max_m_af=Max_m_af(1:(30/100)*length(m_series_af));

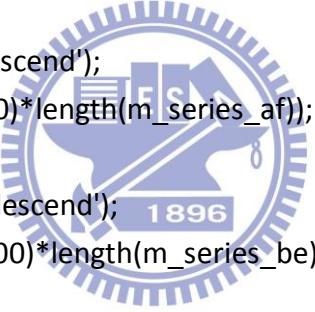
Max_m_be=sort(m_series_be,'descend');
Max_m_be=Max_m_be(1:(30/100)*length(m_series_be));

mean_m_be=mean(Max_m_be);
mean_m_af=mean(Max_m_af);

tipe=find(m_series_be>=mean_m_be);
tipf=find(m_series_af>=mean_m_af);

ybe(tipe,:)=[];
yaf(tipf,:)=[];
%-----
err=[];
ccc=length(yaf)-1;
for i=1:ccc
    ttt=abs(yaf(i+1,8)-yaf(i,8));
    if ttt>=100
        err=[err i];
    end
end

```



```

    end
end
tipg=find(ttt>=10);
yaf(tipg,:)=[];
%-----

g_be=ybe(:,7);
tseries_be=ybe(:,8);
figure(9);plot(tseries_be,g_be),grid on;
title(' "date" , gravity change passed the filter before earthquake');xlabel('Time
(sec)');ylabel('Residual (nm/s^2)');

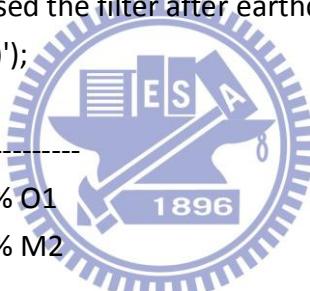
g_af=yaf(:,7);
tseries_af=yaf(:,8);

figure(10);plot(tseries_af,g_af),grid on;
title(' "date" gravity change passed the filter after earthquake ');xlabel('Time
(sec)');ylabel('Residual (nm/s^2)');

%-----
w1=2*pi/(25.81934169*3600);% O1
w2=2*pi/(12.42060120*3600);% M2
w3=2*pi/(8.28*3600); % M3
mean_g_be=mean(g_be);
y_v_be=g_be-mean_g_be;
y_v_af=g_af-mean_g_be;
y_v_all=[y_v_be;y_v_af];
t_all=[tseries_be;tseries_af];

funstr_be= ['@(beta, t)', '',
'beta(1)*cos(w1*t)+beta(2)*sin(w1*t)+beta(3)*cos(w2*t)+beta(4)*sin(w2*t)+beta(5)*c
os(w3*t)+beta(6)*sin(w3*t)'];
myfun4_be = eval(funstr_be);
%-----
funstr_af = ['@(beta1, t)', '',
'beta1(1)+a1*cos(w1*t)+b1*sin(w1*t)+a2*cos(w2*t)+b2*sin(w2*t)+a3*cos(w3*t)+b3*
sin(w3*t)'];
myfun4_af = eval(funstr_af);

```



```

beta1=nlinfit(tseries_af,y_v_af,myfun4_af,1);
d=beta1(1);
d=beta1(1);a1_1=beta1(2);b1_1=beta1(3);a2_1=beta1(4);b2_1=beta1(5);a3_1=beta1(6)
);b3_1=beta1(7);a4_1=beta1(8);b4_1=beta1(9);a5_1=beta1(10);b5_1=beta1(11);a6_1=
beta1(12);b6_1=beta1(13);

```

```

y_fit_be=a1*cos(w1*tseries_be)+b1*sin(w1*tseries_be)+a2*cos(w2*tseries_be) +
b2*sin(w2*tseries_be)+a3*cos(w3*tseries_be) + b3*sin(w3*tseries_be);
V_be=y_v_be-y_fit_be;
y_fit_af=d+a1*cos(w1*tseries_af)+b1*sin(w1*tseries_af)+a2*cos(w2*tseries_af) +
b2*sin(w2*tseries_af)+a3*cos(w3*tseries_af)+ b3*sin(w3*tseries_af);
y_fit_af=d+a1_1*cos(w1*tseries_af)+b1_1*sin(w1*tseries_af)+a2_1*cos(w2*tseries_af) +
b2_1*sin(w2*tseries_af)+a3_1*cos(w3*tseries_af) +
b3_1*sin(w3*tseries_af)+a4_1*cos(w4*tseries_af) +
b4_1*sin(w4*tseries_af)+a5_1*cos(w5*tseries_af) + b5_1*sin(w5*tseries_af);
R=corrcoef(y_v_af,y_fit_af);

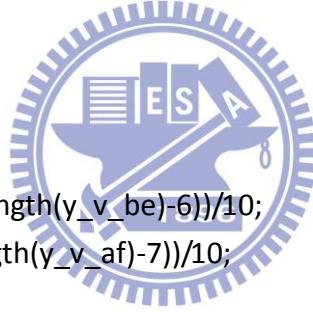
```

```
V_af=y_v_af-y_fit_af;
```

```
Vn=[V_be;V_af];
```

```
sigma_be=sqrt(V_be'*V_be/(length(y_v_be)-6))/10;
```

```
sigma_af=sqrt(V_af'*V_af/(length(y_v_af)-7))/10;
```



```
sigma_all=sqrt(Vn'*Vn/(length(Vn)-7))/10;
```

```
A1=ones(length(tseries_af),1);
```

```
A2=cos(w1*tseries_af);
```

```
A3=sin(w1*tseries_af);
```

```
A4=cos(w2*tseries_af);
```

```
A5=sin(w2*tseries_af);
```

```
A6=cos(w3*tseries_af);
```

```
A7=sin(w3*tseries_af);
```

```
A=[A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7];
```

```
N=A'*A;
```

```
sigmaX=((sigma_af.^2)*(N)^(-1));
```

```
sigma_d=sqrt(sigmaX(1,1));
```

```
sigma_a1=sqrt(sigmaX(2,2));
```

```
sigma_b1=sqrt(sigmaX(3,3));
```

```
sigma_a2=sqrt(sigmaX(4,4));  
sigma_b2=sqrt(sigmaX(5,5));  
sigma_a3=sqrt(sigmaX(6,6));  
sigma_b3=sqrt(sigmaX(7,7));  
Step=d/10;
```

