

國立交通大學

電子物理學系

碩士論文



低維度多組閘極侷域之電子系統的電性傳輸

Electrical Transport of Multiple-gated Low Dimensional Systems

研究生：莊勝豪

指導教授：許世英 副教授

中華民國 九十九 年七月

低維度多組閘極侷域之電子系統的電性傳輸

學生：莊勝豪

指導教授：許世英 副教授

國立交通大學電子物理學系

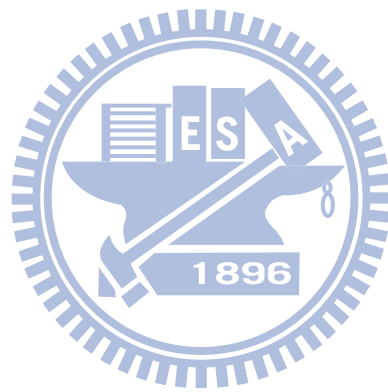
摘 要

本論文探討由分離閘極技術侷域之低維度電子系統的電性傳輸，利用微影技術在具有高遷移率的GaAs/Al_xGa_{1-x}As異質界面結構之二維電子氣樣品上製作出多對串聯型式的金屬閘極以及量子空腔，利用外加負偏壓於金屬閘極對二維電子氣產生位障形成低維度電子系統，在低溫的環境中來研究類一維窄通道(串聯)和類零維量子空腔的電性傳輸。

在類一維窄通道系統中，我們製作出四種不同通道長度的量子線，並排組合出三種不同的串聯窄通道形式，(I)通道長度近似零和1 μm 的量子線，間距 $D=1\mu\text{m}$ ，(II)通道長度0.25 μm 和2 μm 的量子線，間距 $D=1\mu\text{m}$ ，以及(III)通道長度0.25 μm 和2 μm 的量子線間距 $D=1.7\mu\text{m}$ ，電子在此串聯形式窄通道間的傳輸可以用直接穿透率係數 T_d 來描述， T_d 值越接近1代表電子有較高比例是由彈道式傳輸通過兩窄通道；由實驗分析的結果，間距越遠的串聯窄通道會因為有限同調長度的關係而有較小的 T_d 值，另外 T_d 也會被窄通道產生的位障形式所影響，在通道開口附近具有緩慢增寬位障形式的窄通道具有將電子流對準下一個窄通道的效應，具有這種對準效應的窄通道可以增加電子直接穿透下一個窄通道的機率，具有較高的 T_d 值。

我們製作出兩種面積的電子空腔，分別為0.48和0.12 μm^2 ，在電導值與源極、汲極電位分析中發現有震盪產生，震盪發生的電壓條件是空腔與環境有較大的耦合強度所以震盪形式並不屬於庫倫阻絕式震盪；在外加垂直磁場的縱向磁電阻量測中發現兩種不同的量子干涉效應，在高磁場部分磁電阻隨磁場變化出現週期性震盪的磁電阻，經過分析發現與Aharonov-Bohm效應與磁通量週期變化的干涉效應相吻合，在低磁場的部分則是

有負磁阻效應產生，這是由弱侷域效應所造成，並且在零磁場負磁阻波峰形式隨閘極電壓的變化，發現空腔形式在越負的閘極電壓電壓之下會由chaotic空腔變成regular空腔。



Electrical Transport of Multiple-gated Low Dimensional Systems

Student: Sheng-Hao Juang

Advisor: Dr. Shih-Ying Hsu

Department of Electrophysics
National Chiao Tung University

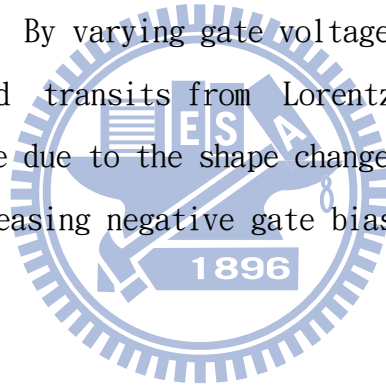
ABSTRACT

We have investigated the electrical properties of low dimensional electron systems defined by the split-gate technique. Our samples are QWs of different channel lengths placed longitudinally and sequentially with an edge-to-edge distance D , and cavities of different area enclosed formed in a high mobility GaAs/Al_xGa_{1-x}As heterostructure by negatively biasing split gates.

In the work of serially connected QWs, three configurations are employed for QWs in series: (I) a quasi-zero and a $1\mu\text{m}$ QWs with $D=1\mu\text{m}$, (II) a $0.25\mu\text{m}$ and a $2\mu\text{m}$ QWs with $D=1\mu\text{m}$, and (III) a $0.25\mu\text{m}$ and a $2\mu\text{m}$ QWs with $D=1.7\mu\text{m}$. The transport of serially connected QWs is characterized by the direct transmission coefficient T_d which represents the portions of electrons traveling ballistically from one quantum wire to the other. By a combination of measurements on the individual QWs and on the composite structure, T_d can be determined. The transmission through a pair of QWs depends on details of confinement potentials and the 2DEG region between the two QWs. That T_d is smaller for larger D by comparing configurations (II) and (III) can be understood under the consideration of the finite coherence length. For a fixed D , T_d of configuration (I) is smaller than that of configuration (II). The phenomenon is attributed to the collimation effect of injected electrons from one QW to the other by channel length. In a fixed configuration while both QWs are confined at different subbands, a series of T_d is also analyzed

and made comparison with theory taken account of collimation effect.

By negatively biasing a pair of metal gates, electrons can be confined in a small region forming a cavity. Two cavities with topological area of 0.48 and $0.12 \mu\text{m}^2$, respectively, are studied. Oscillations of conductance are observed in conductance-gate voltage characteristics and source-drain bias spectroscopy. These oscillations are not the well-known “Coulomb blockade oscillations”, since both cavities are strongly coupled to their reservoirs in the observation range. In the presence of perpendicular magnetic field, two quantum interference effects take place in longitudinal resistance measurement. In high magnetic fields, oscillations of resistance occurs with the periodicity in magnetic flux in consistence with interference condition of Aharonov-Bohm effect. In low magnetic fields, a negative magnetoresistance is present and is ascribed to Weak localization effect. By varying gate voltages, the line shape of the low field MR curve would transits from Lorentzian to linear. We suggest that the transition may be due to the shape change of cavity from chaotic to regular with further decreasing negative gate bias.



誌 謝

時光飛逝，兩年的碩士班生涯即將結束，從大三開始進入實驗室以來，得到了許多人的幫忙與鼓勵，讓我在課業與實驗上由懵懂無知逐漸成長；首先，我要感謝我的指導教授許世英老師，老師做研究的態度以及教學上的熱忱令人相當敬佩，無論是再小再簡單的問題，老師都願意不厭其煩的為學生解答，四年來著實讓我獲益良多。

特別感謝劉凱銘學長，整本論文由理論到實驗上，大大小小的地方都曾得到您的幫助，尤其是在實驗量測部分，複雜的低溫系統與量測操作全仰賴您豐富的經驗進行指導，任何有疑惑的地方您也都耐心的詳細解釋，讓我得到許多寶貴的經驗與意見，祝您未來一切順利。

謝謝鐘廷翊與郭昌洋學長，在剛進入實驗室時儀器的操作訓練以及實驗室內的大小事兩位學長都不吝指導與分享，讓我可以快速的熟悉實驗室的步調。謝謝林欣毅與林子諒學長，兩年間無論是實驗上的討論與日常生活瑣事解惑，讓我得到許多啟發。謝謝碧珊、馨慧、惠潔、智鈞、柯昇，謝謝你們平常在實驗室的陪伴，讓我可以適時的抒發壓力。謝謝斯衍、訓全、新安、裕仁、昱庭學長、維聰、宣懿、邵軒、祐誠、潤東、裕廉以及所有在交大認識的朋友們，謝謝你們多年來的照顧。

目 錄

| | |
|------------------------------------------|------|
| 中文摘要 | i |
| 英文摘要 | iii |
| 誌謝 | v |
| 目錄 | vi |
| 圖目錄 | viii |
| 表目錄 | xi |
| 一、緒論 | 1 |
| 二、低維度系統的電子傳輸特性 | 3 |
| 2.1 二維電子氣與類一維系統的電性傳輸理論 | 3 |
| 2.1.1 二維電子氣系統 | 3 |
| 2.1.2 二維電子氣的特徵值—電子密度和遷移率 | 5 |
| 2.1.3 量子化電導 | 8 |
| 2.1.4 串聯窄通道 | 10 |
| 2.2 量子點系統 | 13 |
| 2.2.1 庫倫阻絕式震盪 | 14 |
| 2.2.2 The Aharonov-Bohm Effect | 18 |
| 2.2.3 弱侷域效應 | 19 |
| 三、樣品製作與量測系統 | 23 |
| 3.1 樣品製作 | 23 |
| 3.1.1 光微影製程 | 24 |
| 3.1.2 濕式蝕刻 | 27 |
| 3.1.3 歐姆接觸 | 27 |
| 3.1.4 金屬薄膜沉積 | 27 |
| 3.1.5 電子束微影製程 | 29 |
| 3.1.6 絕緣層製作 | 31 |
| 3.2 低溫系統與電性量測 | 32 |
| 3.2.1 ^3He 低溫系統 | 33 |
| 3.2.2 $^3\text{He}-^4\text{He}$ 稀釋致冷低溫系統 | 33 |

| | | |
|-------|-----------------|----|
| 3.2.3 | 超導磁鐵 | 35 |
| 3.2.4 | 漏電流量測 | 35 |
| 3.2.5 | 兩點量測與四點量測 | 36 |
| 3.2.6 | 定電壓量測 | 36 |
| 3.2.7 | 源極、汲極電位量測 | 37 |
| 四、 | 實驗結果分析與討論 | 38 |
| 4.1 | 類一維窄通道 | 38 |
| 4.1.1 | 窄通道的量子化電導 | 39 |
| 4.1.2 | 源極、汲極電位分析 | 41 |
| 4.2 | 串聯窄通道形式的傳輸特性 | 42 |
| 4.2.1 | 串聯窄通道的電導值量測 | 43 |
| 4.2.2 | 直接穿透率 T_d 的計算 | 44 |
| 4.2.3 | 對準效應 | 47 |
| 4.3 | 電子空腔系統 | 51 |
| 4.3.1 | 電子空腔電導值的震盪形式 | 51 |
| 4.3.2 | 電子空腔的磁電阻量測 | 56 |
| 4.3.3 | 電子空腔內的量子干涉效應 | 59 |
| 五、 | 結論 | 64 |
| | 參考文獻 | 65 |

圖目錄

| | | |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 圖 2-1 | GaAs/Al _{0.37} Ga _{0.63} As異質結構剖面(右)與對應能帶(左)圖。..... | 4 |
| 圖 2-2 | 利用表面閘極侷域二維電子氣示意圖。..... | 4 |
| 圖 2-3 | Hall bar 結構示意圖。..... | 5 |
| 圖 2-4 | Cage 在 1985 年在 modulation doped GaAs 半導體薄膜上進行磁電阻量測， 縱向電壓觀察到明顯的震盪形式以及橫向電壓在高磁場的平台結構。..... | 7 |
| 圖 2-5 | 在磁場下二維電子氣態密度 $N(E)$ 對能量 E 關係圖。..... | 8 |
| 圖 2-6 | 利用閘極偏壓形成一維窄通道示意圖。..... | 8 |
| 圖 2-7 | 通道中 y 方向拋物線位能井形式前三能階示意圖。..... | 9 |
| 圖 2-8 | Van Wees B. J 量測量子點尖端接觸電導與閘極電壓的關係，發現量子化電導 平台結構。..... | 10 |
| 圖 2-9 | Beenakker 在 1989 年提出理論模型探討兩量子尖端接觸串聯傳輸模式。..... | 12 |
| 圖 2-10 | 二維電子氣系統量子點示意圖。..... | 13 |
| 圖 2-11 | 量子點與周圍環境等效電路示意圖。..... | 14 |
| 圖 2-12 | 量子點電子數目與電導值隨閘極電壓變化關係圖。..... | 14 |
| 圖 2-13 | 實驗結果與理論計算探討溫度變化對 CB 震盪形式的影響。..... | 17 |
| 圖 2-14 | Foxman 在 1993 年實驗上改變量子點與外界耦合強度觀察震盪形式的變化。..... | 18 |
| 圖 2-15 | (a)兩相同路徑,相反方向金屬中傳導電子與數個碰撞中心進行多次彈性碰撞 示意圖。(b) (a)中電子經過碰撞後又回到原點形成一封閉迴路。..... | 19 |
| 圖 2-16 | 在量子點內進行多次碰撞且時間反轉對稱沒被破壞的電子對。..... | 20 |
| 圖 2-17 | 實驗上在量子點系統中觀察到在 $B=0$ 位置出現的震盪尖峰。..... | 20 |
| 圖 2-18 | Baranger 透過理論計算，不同形式的空腔會對應到不同的零磁場尖峰形式， chaotic 空腔會呈現 Lorentzian 形式，而 regular 則是線性關係。..... | 21 |
| 圖 2-19 | 實驗上觀察到 Chaotic 和 regular 兩種不同腔體的零磁場尖峰確實展現兩種不 同形式。..... | 22 |
| 圖 2-20 | 因為閘極偏壓改變造成零磁場尖峰形式由 Lorentzian 轉變為 Linear，a 圖閘 極電壓為 $-0.689V$ ，b 圖為 $-0.710V$ 。..... | 22 |
| 圖 3-1 | 樣品製作與低溫量測流程圖。..... | 23 |
| 圖 3-2 | 在 GaAs 基板上完成光微影與電子束微影製程的對照組 SEM 影像。..... | 24 |
| 圖 3-3 | 光微影製程使用的光罩設計圖。..... | 25 |

| | | |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 圖 3-4 | 光微影製程流程示意圖。 | 26 |
| 圖 3-5 | 熱蒸鍍系統示意圖。 | 28 |
| 圖 3-6 | 透過電子束微影製作的三對分離閘極對照組 SEM 影像。 | 29 |
| 圖 3-7 | 電子束微影流程示意圖。 | 31 |
| 圖 3-8 | 完成分離閘極, 絕緣層製作, 頂端閘極與跨線的對照組 SEM 影像。 | 32 |
| 圖 3-9 | 絕緣層絕緣性量測 IV 曲線圖。 | 32 |
| 圖 3-10 | ^3He 低溫系統示意圖。 | 33 |
| 圖 3-11 | $^4\text{He}_{(l)}$, $^3\text{He}_{(l)}$ 混合液體的相變圖。 | 34 |
| 圖 3-12 | 稀釋致冷系統循環降溫示意圖。 | 35 |
| 圖 3-13 | 兩點量測與四點量測示意圖。 | 36 |
| 圖 3-14 | 定電壓四點量測示意圖。 | 37 |
| 圖 3-15 | 源極, 汲極電位分析四點量測接線圖。 | 37 |
| 圖 4-1 | 不同幾何形狀量子線的電子顯微鏡照片, 通道寬度均約 450nm。 | 38 |
| 圖 4-2 | 不同幾何形狀窄通道的量子化電導。 | 39 |
| 圖 4-3 | 通道長度 $L=1.0\ \mu\text{m}$ 的窄通道, 電導與閘極電壓關係圖。 | 40 |
| 圖 4-4 | (a) 通道長度 $2\ \mu\text{m}$ 的窄通道 (W_2) $G-V_{tp}$ 的關係圖, V_{sd} 由左至右從 0 改變為 2.5mV, $\Delta V_{sd} = 0.1\text{mV}$, $V_{sg} = -1.08\text{V}$ 。(b) 由 (a) 圖微分而得到 dG/dV_{tp} 與 V_{sd} , V_{tp} 的灰階關係圖, 黑色部分代表微分值接近於零, 也就是 (a) 圖的平台位置, 白色則代表電導值有劇烈改位的位置。 | 41 |
| 圖 4-5 | 四對不同窄通道一維與二維載子密度與頂端閘極電壓關係圖。 | 42 |
| 圖 4-6 | 串聯組態 (i) $quasi-0\ \mu\text{m}-1\ \mu\text{m}$ ($Q1-W1$), $D=1\ \mu\text{m}$, $Q1$ 通道內能態數 $N=3$, V_{tp} 由左至右 $+0.3\sim-1.7\text{V}$, $\Delta V_{tp}=0.1\text{V}$ 。 | 44 |
| 圖 4-7 | 串聯組態 (i) $quasi-0\ \mu\text{m}-1\ \mu\text{m}$ ($Q1-W1$), $D=1\ \mu\text{m}$, $Q1$ 通道寬度固定為 $N=1, 2, 3$, W_1 由 $M=1, 2, 3, 4$ 。 | 45 |
| 圖 4-8 | 串聯組態 (ii) $0.25\ \mu\text{m}-2\ \mu\text{m}$ ($Q3-W2$), $D=1\ \mu\text{m}$, Q_2 通道寬度固定為 $N=1, 2, 3$, W_2 由 $M=1, 2, 3, 4$ 。 | 45 |
| 圖 4-9 | 串聯組態 (iii) $0.25\ \mu\text{m}-2\ \mu\text{m}$ ($Q2-W2$), $D=1.7\ \mu\text{m}$, Q_3 通道寬度固定為 $N=1, 2, 3$, W_2 由 $M=1, 2, 3, 4$ 。 | 45 |
| 圖 4-10 | 古典穿透機率幾何模型示意圖。 | 46 |
| 圖 4-11 | (a) 組態 (ii) 與 (iii) 固定 Q_2 與 Q_3 能態數 $N=1, 2, 3$, T_d 與 W_2 寬度 ($M=1\sim 4$) 關係 | |

| | | |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| | 圖。(b)Takagaki 在 1992 年串聯 QPC 穿透機率的模擬，實線 QPC 距離最遠，有最小的 T_d 值。..... | 47 |
| 圖 4-12 | 圖 4-12 組態(i)與(ii)固定 Q_1 與 Q_3 態數 $N=1,2,3$ ， T_d 與 $W_{1,2}$ 寬度($M=1\sim 4$)關係圖。..... | 47 |
| 圖 4-13 | Beenakker所提出 T_d 受窄通道幾何形狀產生的對準效應而增加示意圖。..... | 48 |
| 圖 4-14 | Takagaki 串聯窄通道模型示意圖。..... | 49 |
| 圖 4-15 | Gurzhi 理論計算電子流與通道開口關係。..... | 49 |
| 圖 4-16 | 兩種不同面積電子空腔的電子束微影影像。..... | 51 |
| 圖 4-17 | Cavity1 電導與頂端閘極電壓關係圖。..... | 52 |
| 圖 4-18 | Cavity2 電導與頂端閘極電壓關係圖。..... | 52 |
| 圖 4-19 | Cavity1 電導震盪與閘極電壓、 dI/dV_{sd} 、波峰電壓位置關係圖。..... | 53 |
| 圖 4-20 | Cavity2 電導震盪與閘極電壓、 dI/dV_{sd} 、波峰電壓位置關係圖。..... | 54 |
| 圖 4-21 | Cavity2 電導震盪波峰形式與理論擬合結果。..... | 55 |
| 圖 4-22 | Cavity1,2 電導震盪與溫度變化關係圖。..... | 56 |
| 圖 4-23 | 二維電子氣縱向與橫向磁電阻關係圖。..... | 56 |
| 圖 4-24 | 縱向磁電阻與磁場倒數及橫向磁電阻關係圖。..... | 57 |
| 圖 4-25 | Cavity2 電導與磁場關係圖， $B=-4.0T\sim +4.0T$ 。..... | 58 |
| 圖 4-26 | 二維電子氣與空腔侷域後縱向磁電阻比較圖。..... | 58 |
| 圖 4-27 | 不同閘極電壓下電導與磁場週期倒數關係圖。..... | 59 |
| 圖 4-28 | Cavity2 高磁場磁電阻週期性震盪圖。..... | 60 |
| 圖 4-29 | Cavity2 磁電阻量測，磁場 $B=-4.0T\sim +4.0T$ 。..... | 61 |
| 圖 4-30 | Cavity2 不同偏壓低磁場磁電阻曲線實驗數據擬合圖。..... | 62 |

表 目 錄

| | | |
|-------|-------------------------------------------|----|
| 表 4-1 | 二維電子氣與電子空腔縱向磁阻量測求得之載子密度。..... | 59 |
| 表 4-2 | 由 Aharonov-Bohm effect 估算出的電子空腔面積大小。..... | 60 |



第一章 緒 論

奈米科技的進步已經在我們的生活中產生了巨大的影響，在材料,光電,生醫各方面都受到奈米科技影響而有重大的突破出現，其中最顯著的便是半導體工業的發展，自從1947年 Bardeen、Brattain、Shockley發明第一個電晶體開始，半導體元件的尺寸根據Intel創始人之一Gordon Moore提出來的摩爾定律：IC上可容納的電晶體數目，每隔18個月就會增加一倍，半導體元件的效能也跟著增加一倍，到現今半導體製程也由90、45即將進步到13nm，奈米結構的製作在數十年來已經有顯著的發展，在物理學上也可由巨觀系統進入介觀、微觀的物理系統觀察新的物理特性。

隨著磊晶技術的1970年代的進步，半導體結構的成長也近趨穩定，材料的載子密度與遷移率有顯著的提高，在1988年B. J. van Wees首次將製作出的奈米等級元件應用在半導體異質結構上，觀察一維系統的量子效應—量子化電導(Quantized conductance)，也開啟了後續一系列在這類量子系統中的研究，利用不同的元件形式、改變系統的溫度、磁場等，例如由多對分離閘極侷域的量子點系統，觀察在一般材料中無法產生的量子效應。

1989年L. P. Kouwenhoeven將兩個一維量子系統連接，量測電子經過兩個串聯窄通道的電性傳輸特性，發現可以分為絕熱傳輸範疇與歐姆傳輸範疇，在高磁場下電阻值只由最窄的窄通道決定，有別於古典的歐姆定律，同一年Beenakker透過理論計算發現可以用直接穿透機率(direct transmission probability)來描述電子在此系統中的傳輸特性，並認為通道開口的位障形式會影響此傳輸特徵值；另外一個引起廣泛興趣的是類零維的量子點系統，透過閘極侷域的方式可以控制量子點的尺寸與位能隨電壓作連續的變化，使量子點具有更高的可操縱性，在1990年代開始引起廣泛的研究與討論。

論文共分為五章，架構如下：

第一章 緒論

介紹實驗背景，以及整篇論文的架構。

第二章 低維度系統的電子傳輸特性

介紹二維電子氣的形成與物理特徵值，類一維與類零維量子系統的理论與背景，包括量子化電導、串聯窄通道傳輸型的特性、傳輸特徵值與量子點系統的介紹。

第三章 樣品製作與電性量測

簡介樣品製作流程與應用到的相關技術，低溫量測使用的低溫系統與電性量測方法。

第四章 實驗結果分析與討論

觀察類一維電子系統在不同載子密度下的電性傳輸特性，包含單獨與串聯的窄通道形式，利用傳輸特徵值 T_d 分析不同串聯形式與窄通道幾何形狀對電子傳輸造成的影響；在類零維系統中，針對震盪形式分析電子的傳輸行為，以及在這類系統中的量子干涉效應。

第五章 結論

總結論文的發現與成果。

第二章 低維度系統的電子傳輸特性

本章將首先介紹二維電子氣系統，並介紹其物理特徵值的計算原理。利用二維電子氣上的表面閘極偏壓侷域，可以使傳導電子的運動被侷限在類一維、類零維形成低維度系統。接著會介紹在類一維系統中窄通道的量子化電導，以及電子在兩對窄通道串聯形式的傳輸理論模型。另外一部分是在類零維系統(量子點)的電子傳輸特性的介紹，包含庫侖阻絕式震盪以及量子干涉效應(Aharonov-Bohm effect、Weak localization effect)。

2.1 二維電子氣與類一維系統的電性傳輸理論

二維電子氣系統是利用磊晶技術成長的二維電子海，在此系統中電子的運動方向受到能階的限制被侷限在二維平面上，利用閘極偏壓侷域的方式，可以更進一步使電子在此系統中的運動維度更進一步減少，形成類一維系統，接下來會介紹二維電子氣以及在類一維系統中的電性傳輸相關理論。

2.1.1 二維電子氣系統

由於 1970 年代早期磊晶技術的進步，特別是 MOCVD (metal organic vapor deposition) 和 MBE (molecular beam epitaxy)，可以成長出由多種不同半導體材料組成的複雜多層結構，並且良好的控制厚度達到單一原子層等級。相較於一般的單晶半導體結構，這些由不同材料組成產生的異質結構(heterostructure)因為具有不同的能隙(band gap)大小，在性質上會有許多完全不同的特性。例如在能隙較大的兩層 AlGaAs 之間成長一層較薄厚度只有 5-20 nm 的 GaAs 量子井，由於 GaAs 能隙較小，在垂直方向上的運動會因量子化而只有少數幾個能階，但是在平面上仍然可以自由運動，載子運動的自由度也因此從三維減低為二維。

利用適當的在 AlGaAs 參雜雜質同樣可以在 $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ 和 GaAs 的接面形成三角形的位能井，如圖 2-1 所示，在費米能量以下只有基態可以填入，第一激發態的能量遠高於基態 150 meV，因此在這個接面的載子同樣會因為能隙的關係在 z 方向的運動會被限制住，在 x-y 平面則可以自由移動，形成二維的載子海，如果載子是電子則被稱為二維電子氣，利用分子束磊晶製作的二維電子氣系統具有高載子密度($\sim 10^{11} \text{ cm}^{-2}$)及高遷移率 ($10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) 的特性，適合用來製作高速傳輸元件及探討低維度的量子傳輸現象。

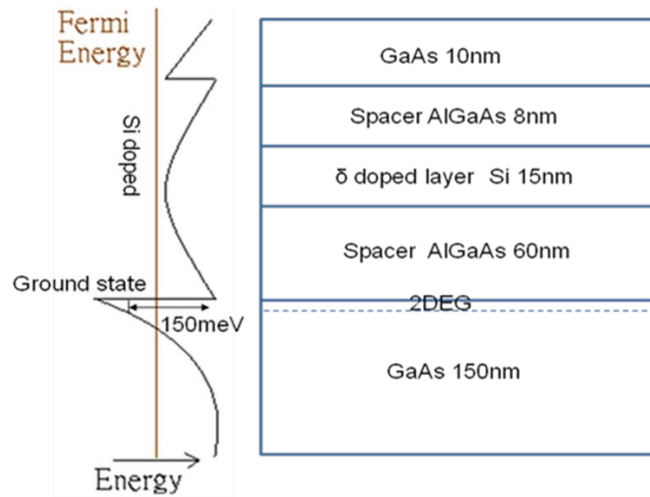


圖 2-1 GaAs/ $\text{Al}_{0.37}\text{Ga}_{0.63}\text{As}$ 異質結構剖面(右)與對應能帶(左)圖，二維電子氣存在於基板表面下方 93nm，GaAs 與 AlGaAs 接面處如虛線所示。

在 1980 年代利用微影製程可以在半導體二維系統上更進一步減少載子的運動維度，利用蝕刻、離子佈植和電子束微影製程等方式可以製作出類一維系統，例如利用蝕刻的方式將原本二維平面除去多餘的部分只留下長條狀的部分供載子移動，藉此將載子的運動侷限成只剩下一個維度，形成類一維系統。

蝕刻或是離子佈植的方式會有容易產生缺陷(imperfections)的缺點，Thornton 等在 1986 年利用分離閘極(split gates)的技術[1-3]，在表面閘極外加負偏壓降低閘極下方區域的載子密度，也就是閘極區域載子無法通過，如此一來閘極之間的區域便形成寬度很窄的量子線，如圖 2-2 所示，利用這種方式最大的好處是可以藉由調變閘極電壓使量子線的線寬做連續性的變化，比起蝕刻等方式產生的一維系統具有更高的可操控性。

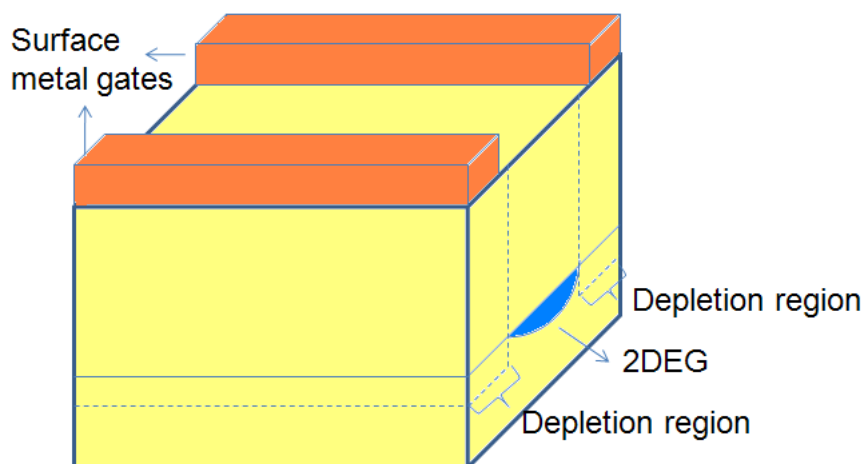


圖 2-2 利用表面閘極侷域二維電子氣示意圖，閘極下方區域電子無法通過。

2.1.2 二維電子氣的特徵值－電子密度和遷移率

二維電子氣樣品的特徵值(電子密度、遷移率)，可以利用外加垂直磁場進行電性量測求得，一般在半導體薄膜上會製作出如圖 2-3 所示的 Hall bar 接點結構，進行縱向(longitudinal)與橫向(transverse)電阻率的量測，得到實驗所需要的樣品參數，二維電子氣系統存在的區域稱為平台結構(mesa structure)，實驗上利用蝕刻的方式將直接將平台結構製作成 Hall bar 的樣式。

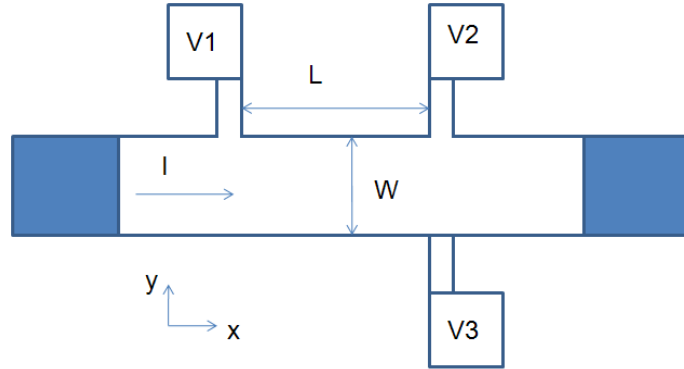


圖 2-3 Hall bar 結構示意圖，磁場方向垂直於紙面。

電子在磁場下運動的行為可以利用古典電磁理論來描述，根據 Drude model，電子經由散射失去的動量恰會等於從電磁場獲得的動量；

$$\left[\frac{dp}{dt} \right]_{scattering} = \left[\frac{dp}{dt} \right]_{field} \Rightarrow \frac{m \vec{v}_d}{\tau_m} = e \vec{E} + e(\vec{v}_d \times \vec{B}) \quad (2.1)$$

τ_m : momentum relaxation time, \vec{v}_d : 電子飄移速度，考慮電子侷限在 xy 平面上：

$\vec{v}_d = v_x \hat{x} + v_y \hat{y}$ ，我們可以將(2.1)式改寫成矩陣的形式：

$$\begin{bmatrix} \frac{m}{e\tau_m} & -B \\ B & \frac{m}{e\tau_m} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

將電流密度與漂移速率的表示式 $\vec{J} = e v_d n_s$ 以及電導率(conductivity) $\sigma = |e| n_s \mu$ 還有遷移

率 $\mu = \frac{|e| \tau_m}{m}$ 代入(2.2)中，整理之後可以得到電場與電流密度的關係為：

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \sigma^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -\mu B \\ \mu B & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

將上式與電阻率張量形式直接比較係數；
$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

我們可以將縱向電阻率跟橫向電阻率可以寫成以下兩式：

$$\rho_{xx} = \sigma^{-1} = \frac{1}{|e|n_s\mu} \quad (2.5)$$

$$\rho_{yx} = -\rho_{xy} = \frac{\mu B}{\sigma} = \frac{B}{|e|n_s} \quad (2.6)$$

由(2.5)式縱向電阻率在磁電阻量測中由古典理論預測應該是定值，與系統載子密度及遷移率的乘積導數有關，而橫向電阻率(或稱為霍爾電阻)會隨磁場產生線性變化，因此我們可以透過橫向電阻率隨磁場改變的斜率求得系統的載子密度。

實驗上可以將電流端置於Hall bar長軸兩端，中間區域分別為三個電壓端 V_1 、 V_2 、 V_3 如圖 2-3 所示，縱向壓降 $V_x=(V_1-V_2)$ 及霍爾電壓 $V_H=(V_2-V_3)$ ，利用簡單的電性關係可以將縱向及橫向電阻率分別寫成：

$$\rho_{xx} = \frac{V_x W}{L I} \text{ 和 } \rho_{yx} = \frac{V_H}{I}$$

W 、 L 是Hall bar的幾何參數， V_H 和 I 可以從實驗求得，藉此獲得我們需要的半導體特徵值大小：

$$n_s = \left[|e| \frac{d\rho_{yx}}{dB} \right]^{-1} \quad (2.7)$$

$$\mu = \frac{1}{|e|n_s\rho_{xx}} \quad (2.8)$$

圖 2-4 中 Cage 等的實驗數據[4]縱向電阻率在低磁場範圍如古典理論所預測是定值，但是隨著磁場增加會有震盪(Shubnikov de Haas oscillations)出現，震幅隨磁場增加而增大，橫向電阻率在低磁場的部分同樣遵守古典模型的預測，跟磁場呈線性關係，在高磁場部分卻有平台結構產生，平台的位置剛好對應到縱向電阻率震盪谷底的位置，古典模型無法解釋高磁場時縱向橫向電阻率的特殊現象，必需引進藍道能階(Landau level)的形成來說明。

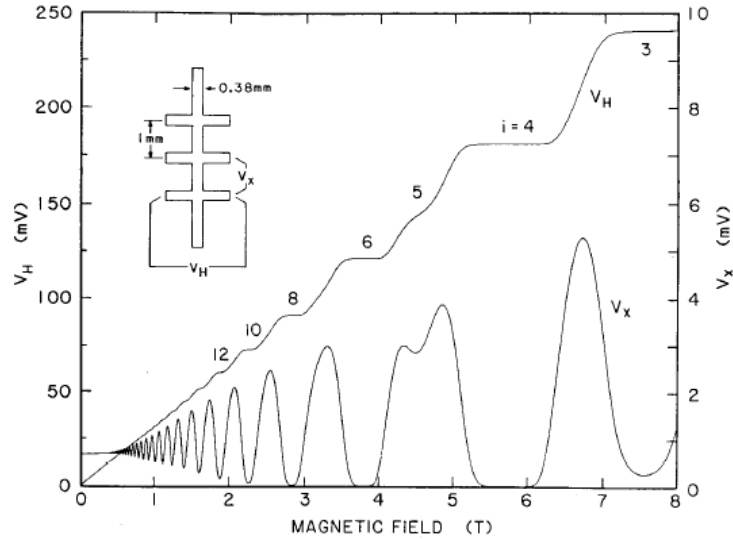


圖 2-4 Cage 等在 1985 年在 modulation doped GaAs 半導體薄膜上進行磁電阻量測，縱向電壓觀察到明顯的震盪形式以及橫向電壓在高磁場的平台結構[4]。

在高磁場下電子的能態分布會重新排列成同心圓的形式，電子由最內圈($n=1$ ，能量最低)開始向外填，相同圈數上的電子具有相同的能量，稱為藍道能階(Landau levels)，第 n 個同心圓上電子的能量可以表示成：

$$E_n = E_s + \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c \quad (2.9)$$

在磁場下的能態密度為：

$$N_s(E, B) \approx \frac{2eB}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \delta\left[E - E_s - \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c\right] \quad (2.10)$$

$\omega_c = eB/m$ 是電子的迴轉角頻率， E_s 是最低臨界能量，每個藍道能階的態密度為 $2eB/h$ ，如圖 2-5 所示，隨著磁場增加同一圈上可填入電子數目會增加，同時相鄰能階能量差($\hbar\omega_c$)也會增大，當費米能量經過某一藍道能階時電子會填滿第 N 層藍道能階，沒有額外電子可以進行 x 方向的傳輸，也就是 ρ_{xx} 震盪谷底的位置，而當費米能量在兩相鄰藍道能階中間時， ρ_{xx} 會有最大值，因此當費米能量從相鄰藍道能階中心移動到下一個相鄰藍道能階中心時， ρ_{xx} 的震盪剛好對應到從某個峰值移動到下一個波峰，假設兩個波峰的磁場分別為 B_1 及 B_2 ，藍道能階的變化數為 1，我們可以寫下：

$$\frac{n_s}{2eB_1/h} - \frac{n_s}{2eB_2/h} = 1 \quad (2.11)$$

$$n_s = \frac{2e}{h} \frac{1}{(1/B_1) - (1/B_2)} \quad (2.12)$$

利用 SdH 任兩個相鄰振盪波峰的磁場值可以簡單的計算出系統的載子密度。

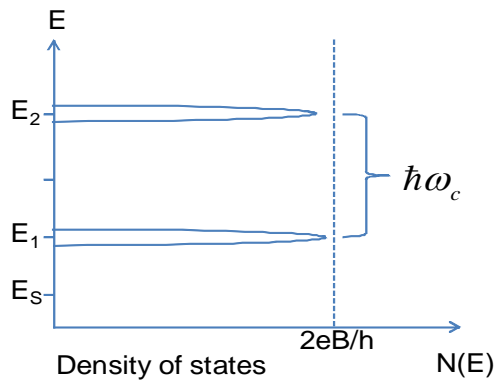


圖 2-5 在磁場下二維電子氣態密度 $N(E)$ 對能量 E 關係圖。

2.1.3 量子化電導(Quantized conductance)

接下來要介紹在介觀系統下，如圖 2-6 所示的一維窄通道內，電子進行彈道式傳輸時的量子現象，首先讓我們區分宏觀系統(Macroscopic)與介觀系統(Mesoscopic)的區別，當系統尺寸大於載子的相位同調長度($L > l_\phi$)時屬於宏觀系統，反之($L < l_\phi$)則屬於介觀系統，在介觀系統中載子的傳輸可以維持其同調性(coherent transport)，因此可以觀察到許多量子干涉效應。

在介觀系統下兩次彈性碰撞之間載子所走的距離稱為平均自由徑 l_e ，若元件尺寸大於平均自由徑($L > l_e$)時載子是屬於擴散範疇內進行運動，隨著微影製程技術上的進步，次微米等級的量子元件製作不再是非常困難的事情，當元件尺寸減小到這個數量級就會小於載子的平均自由徑($L < l_e$)，在系統中的傳輸可以不考慮載子間的互相碰撞造成的影響，稱為彈道式傳輸範疇(ballistic regime)。

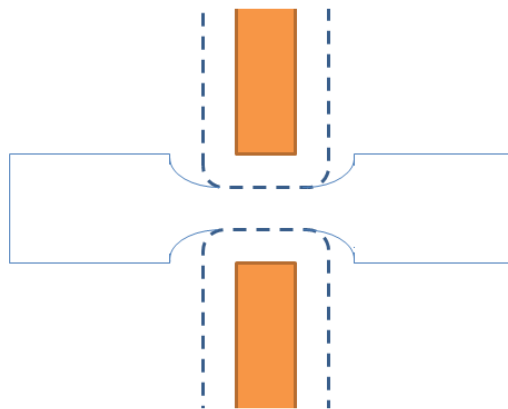


圖 2-6 利用閘極偏壓形成一維窄通道示意圖。

考慮之前章結所提到類一維系統的量子線，假設載子傳輸在 x 方向，且假設量子線寬度很窄，那麼我們可以寫下載子的運動方程式：

在 x 方向電子是以平面波來傳遞，在 y 方向則受到侷限位能(confinement potential)的影響，電子會填在量子化的次能階內，必須滿足薛丁格方程式：

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta + V_{conf}(y) \right) \varphi_n(y) = E_n \varphi_n(y) \quad (2.13)$$

$V_{conf}(y) = \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 y^2$ 是通道內 y 方向的位能(通常是以拋物線位能井的型式來描述)，因此

對某個佔據第 n 個次能階的電子所具有的能量為：

$$E_n(k_x) = (n - \frac{1}{2}) \hbar \omega_0 + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*}, n=1,2,3,\dots \quad (2.14)$$

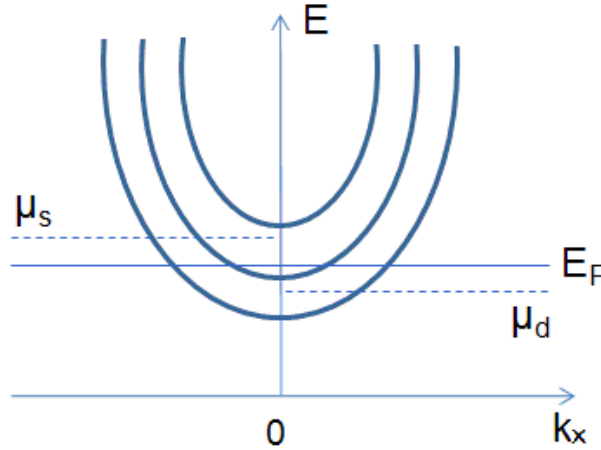


圖 2-7 通道中 y 方向拋物線位能井形式前三能階示意圖，電子沿 x 方向傳遞。

考慮在費米能量附近一小的能量區間為源極跟汲極之間的化學位勢差，則通過此通

道的電流可以寫成：

$$I = e \sum_{n=1}^N \int_{\mu_s}^{\mu_d} \frac{1}{2} \rho_n(E) v_n(E) T_n(E) dE \quad (2.15)$$

其中 $\rho_n(E) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{dE_n(k_x)}{dk_x} \right]^{-1}$ 是一維的態密度(density of states)，

$v_n(E) = \frac{1}{\hbar} \left[\frac{dE_n(k_x)}{dk_x} \right]$ 是電子在次能階間傳播的速度，

$T_n(E)$ 是第 n 個次能階的穿透機率， eV_{sd} 源極跟汲極間的能量差，考慮 V_{sd} 很小：

$T_n(E) \sim T_n(E_F)$ ，則通過通道的電導值為：

$$G = \frac{eI}{\mu_s - \mu_d} = \frac{e}{2V} \sum_{n=1}^N \int_{\mu_s}^{\mu_d} \rho_n(E) v_n(E) T_n(E) dE \quad (2.16)$$

$$= \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n(E_F) = \frac{2e^2}{h} N \quad (2.17)$$

$2e^2/h$ ：conductance quantum，實驗有關電導的量測都以這個數值為單位，N代表通道內的次能階數，每個次能階總共會貢獻 $\frac{2e^2}{h}$ (2:考慮電子的兩個簡併自旋方向)。

van Wees和Wharam[5-6]等先後在 1988 首次發現在量子尖端接觸(QPC)系統量測中，發現了電導值隨閘極電壓改變具有平台結構(plateau structure)，如圖 2-8 所示，而平台發生在 $2e^2/h$ 的整數倍的位置，也就是所謂的量子化電導(Quantized conductance)。

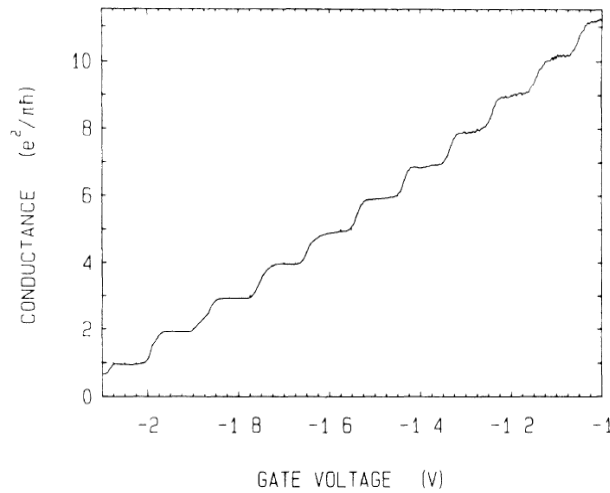


圖 2-8 Van Wees B. J 量測量子點尖端接觸電導與閘極電壓的關係，發現量子化電導平台結構，平台位置出現在 $2e^2/h$ 的位置，總共觀測到 11 個量子化電導平台[5]。

2.1.4 串聯窄通道(QPCs in series)

將兩對閘極並排在一起，當侷限量子尖端接觸的閘極電壓固定，電子傳輸會先後通過兩個類一維的窄通道，可以視為源極跟汲極兩片電子海中間串聯二個量子電阻，古典電路上電流流經兩個電阻串聯時可以簡單的將兩個電阻直接相加，但在此新系統中是否適用？

在這種量子系統中電子的電性傳輸特性有兩種極端的可能，如果是完全遵守古典歐姆傳輸的話，系統的總電阻值應該會是兩個 QPC 單獨電阻直接相加，電子在經過第一個 QPC 會經過某個特定的次能帶，但是在經過第二個 QPC 之前便完全失去這個資訊，因此可以看成電子分別經過兩個獨立的電阻。如果是在絕熱傳輸範疇，電子在經過第一

個 QPC 之後仍然會帶有第一個次能帶的訊息，如此一來在要經過第二個 QPC 時，可能有完全通過或是完全反射兩種情形，則系統的總電阻就由最窄的 QPC 貢獻。

1988 年 Wharam 等 [7] 量測兩對 QPC 串聯情況下的電阻值，實驗上將兩對 QPC 分別單獨量測後固定在相同的電阻值 R_0 ，再進行串聯實驗，發現系統總串聯電阻值介於 $1 \sim 2 R_0$ 之間，也代表說電子在串聯量子尖端接觸系統中並不完全屬於歐姆傳輸或是絕熱傳輸兩種範疇之一，而是介於兩者之間，端看系統其他條件的影響造成其一傳輸範疇會有較大的貢獻。

1989 年 Beenakker 等接著提出了理論模型 [8] 來說明實驗上所看到的現象，如圖 2-9 所示，考慮兩個完全相同的 QPC 分別連接源極和汲極兩端，流經的電流大小為 I ，電子經過第一個 QPC 之後可能有三個方向的穿透機率 T_d 、 T_r 、 T_l ，其中 T_d 代表從第一個 QPC 到第二個 QPC 的直接穿透機率， T_r, T_l 分別代表電子往左右兩方向的穿透機率，對第一個 QPC 來說： $T_d + T_r + T_l = N_s - R_s$ ， N_s 是源極到 QPC 的能階數， R_s 是被反射回源極的機率，QPC 的電導值可以寫成：

$$G = \left(\frac{2e^2}{h} \right) (N_s - R_s) \sim \left(\frac{2e^2}{h} \right) N \quad (2.18)$$

N 是 QPC 內的次能階數目，由 Buttiker formula [9]：

$$(h/2e)I_\alpha = (N_\alpha - R_\alpha)\mu_\alpha - \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\beta \rightarrow \alpha} \mu_\beta \quad (2.19)$$

I_α ：由 α 極 (能階數 N_α) 到各化學位勢 μ_β 的電流， $T_{\beta \rightarrow \alpha}$ ：由 α 到 β 的穿透機率， α, β 分別等於 s, d, r, l ，假設流經左右的電流 $I_r = I_l = 0$ ，總電流 $I = I_s = -I_d$ ，串聯電導為：

$$G_{series} = \frac{eI}{(\mu_s - \mu_d)} \quad (2.20)$$

由四條聯立方程式求解可以得到：

$$G_{series} = \frac{1}{2} \left[G + \frac{2e^2}{h} \left(T_d + \frac{(T_r - T_l)^2}{2(N_r - R_r) - T_r - T_l} \right) \right] \quad (2.21)$$

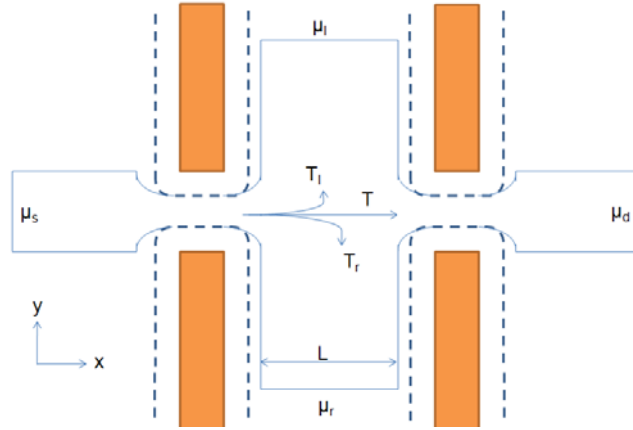


圖 2-9 Beenakker 在 1989 年提出理論模型探討兩相同量子尖端接觸串聯傳輸模式示意圖。

在零磁場的情況下 $T_r = T_l$ ，上式可以簡化成：

$$G_{series}(B=0) = \frac{1}{2} \left[G + \left(\frac{2e^2}{h} \right) T_d \right] \quad (2.22)$$

T_d 是介於 0~1 之間的數字，當 $T_d=1$ 時，系統電導只由單一 QPC 所貢獻，屬於完全的絕熱傳輸範疇內，當 $T_d=0$ 則代表系統是完全的歐姆傳輸，系統總電阻值由兩個 QPC 電阻直接相加求得。

Beenakker [8] 考慮兩個完全相同的 QPC 得到了理論上串聯電導的形式，1992 年 Takagaki [10] 則是假設如果兩個 QPC 寬度不同(次能階個數不同)的時候，串聯電導值又會是怎樣的形式，同樣由 Buttiker formula [9]：

$$(h/2e)I_\alpha = (N_\alpha - R_\alpha)\mu_\alpha - \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\beta \rightarrow \alpha} \mu_\beta \quad (2.23)$$

出發，同樣在零磁場下的串聯電導值可以寫成：

$$G_{series} = \frac{2e^2}{h} T_d + \frac{[G_1 - (2e^2/h)T_d][G_2 - (2e^2/h)T_d]}{G_1 + G_2 - 2(2e^2/h)T_d} \quad (2.24)$$

G_1 與 G_2 分別是 QPC₁ 與 QPC₂ 單獨量測時的電導值，在 Beenakker 考慮的系統中 $G_1=G_2$ ，代入上式可以得到相同的結果：

$$G_{series}(B=0) = \frac{1}{2} \left[G + \left(\frac{2e^2}{h} \right) T_d \right] \quad (2.25)$$

在 Takayaki 的模型中 [10]，若 $T_d=0$ 時， $G_s^{-1} = G_1^{-1} + G_2^{-1}$ ，總電阻值等於 QPC₁ 與 QPC₂ 的電阻值相加。

2.2 量子點系統(Quantum dot)

前面章節所提到的量子線,量子尖端接觸屬於類一維系統,在探討相關特性時都考慮到大量的電子進行傳輸,假設我們將原本的一維系統再減少一個維度,形成一個只由數十個(或更少)電子組成的系統,例如一個大小只有奈米等級的 GaAs 圓點,只含有數個電子在其中並且跟周圍隔絕,可以稱做零維系統(zero dimensional system)或是一般熟知的量子點,量子點會有量子化的能階產生,此類系統可以類比到自然界的各種原子,原子由原子核跟價電子兩個部分來組成,由人工製造出來的量子點同樣具有小數目的電子數,而且特性可以透過外加電極來控制,因此可以展現出與其他維度量子系統截然不同的特性。

利用許多不同的半導體製程可以製作出許多類似的零維系統,利用磊晶的方式控制相鄰兩層半導體材料有不匹配的晶格常數,在沉積界面處會產生應變(strain effect),使得薄膜無法平坦的沉積,當應變累積到一定程度就會使薄膜產生突起來釋放壓力,透過適當的控制沉積條件與材料選擇,突起部分的薄膜會成點狀並且大小可以達到 10 奈米以下的量子點。

在金屬材料上形成的量子點可以透過絕緣層的方式將金屬與源極汲極獨立開來,假使絕緣層的厚度夠薄,電子就能透過穿隧效應進行傳輸,另外一種方式是由閘極來形成並控制量子點,如圖 2-10 所示,在二維電子氣系統中,透過適當的表面閘極幾何設計,可以產生一獨立的量子點經由兩對量子尖端接觸(開口)與源極汲極相連,控制閘極負偏壓的大小可以直接改變量子點的尺寸以及開口的位障(potential barrier)高低[11]。

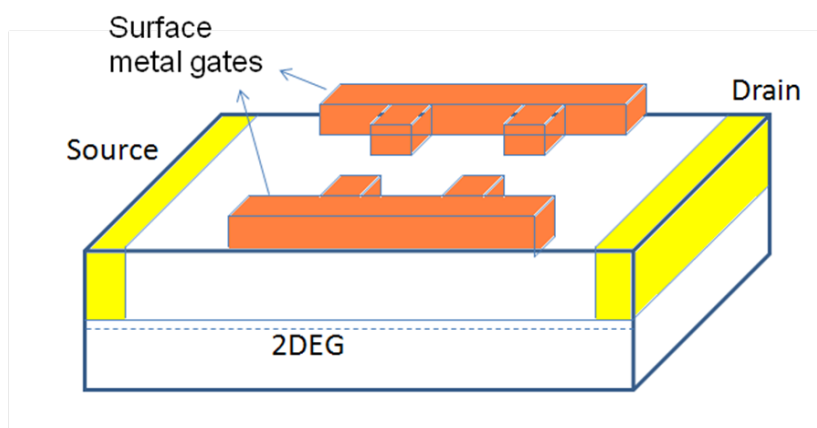


圖 2-10 二維電子氣系統量子點示意圖,利用表面閘極電壓驅離下方電子,留下少數電子獨立在中央空腔區域。

2.2.1 阻絕式庫倫震盪(Coulomb blockade oscillation)

量子點系統跟周圍環境的交互作用可以用簡單的電路模型來描述，如圖 2-11 所示，量子點上含有少數目的電子，因此可以將量子點跟周圍系統可以看做是一個等效電容 $C = C_r + C_l + C_g$ ， C_r, C_l, C_g 分別代表量子點跟源極,汲極,和閘極間的耦合電容，另外透過改變閘極電壓可以直接影響量子點本身的位能高低，而通過量子點的電流由源極汲極兩端的化學位勢差 V_{sd} 來決定。

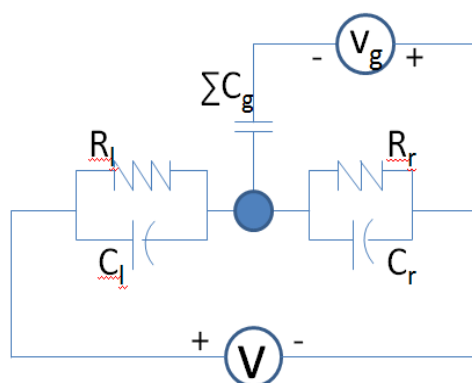


圖 2-11 量子點與周圍環境等效電路示意圖

當一個電子由源極經由穿隧效應到達量子點上，量子點上電子的數目會從原本的 N 變成 $N+1$ 個，量子點的電位能也會增加 $E_c = e^2/C$ ，這個能量稱為 Charging energy。接著電子會在透過穿隧效應離開量子點到達汲極，量子點上的電子數目再次由 $N+1$ 變成原來的個數 N ，考慮一系列的電子穿隧進入,離開量子點時，對應的電子數目變化會是 $N \rightarrow N+1 \rightarrow N \rightarrow N+1 \rightarrow N \rightarrow N+1 \dots$ 連續的震盪變化，如圖 2-12 所示，在電導電壓量測中就會觀察到周期性的震盪發生，稱為庫倫阻絕式震盪(Coulomb blockade oscillation)。

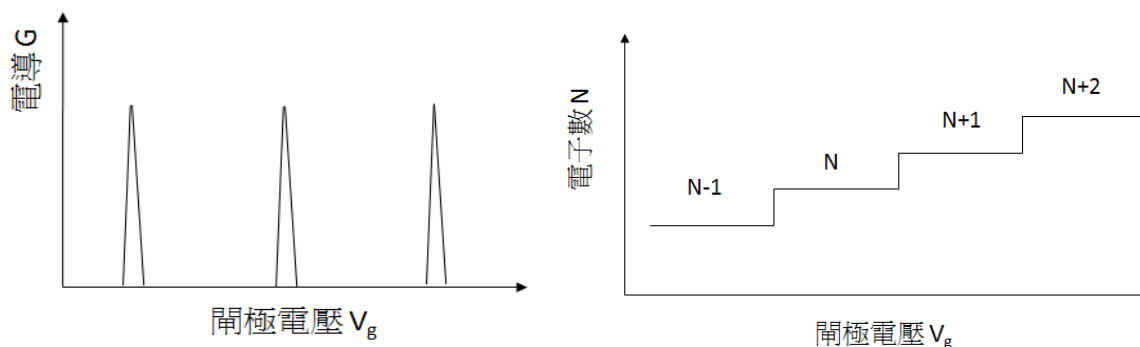


圖 2-12 量子點電子數目與電導值隨閘極電壓變化關係圖，電子個數會呈階梯狀增加。

接下來討論CB震盪的震盪周期，考慮源極汲極兩端的化學位勢差為：

$V_{sd} = (\mu_s - \mu_d)/e$ ，量子點本身能階是不連續的量子化能階，若量子點的位能大小使得沒有次能階在 $\mu_s - \mu_d$ 之間則沒有電子可以穿隧到量子點上，流經量子點的電流大小為 0，透過連續性的調變閘極電壓大小 V_g 可以改變量子點本身位能高低，使得在 $\mu_s - \mu_d$ 這個能量差之間 V_g 每隔幾個 mV (視量子點大小而定) 就會有次能階可供電子佔據，因此可以觀察到週期性的震盪。

新增一個電子到量子點上會使得量子點的總能量增加，假設量子點上電子的個數由 $N-1$ 變成 N 個，則增加的能量大小為：

$$\mu_{dot}(N) = E_N + \frac{(N - N_0 - 1/2)e^2}{C} - e \frac{C_g}{C} V_g \quad (2.26)$$

E_N 代表第 N 個電子佔據的能階， N 代表 $V_g = V_g$ 時的電子數， N_0 為 $V_g = 0$ 時的電子數，可以將上式改寫為： $\mu_{dot}(N) = \mu_{ch}(N) + e\phi_N$ ，分成化學位勢以及電位能兩個部分，第一個部分 $\mu_{ch}(N) = E_N$ 是電子在量子點內的能階高低， $e\phi_N$ 則由電子不連續穿隧到量子點上的不連續還有閘極 V_g 連續變化這兩部分組成。假設閘極電壓固定，量子點上的電子數目由 N 增加為 $N+1$ ，能量變化為：

$$\mu_{dot}(N+1) - \mu_{dot}(N) = \Delta E + \frac{e^2}{C} \quad (2.27)$$

$$\Delta E = E_{N+1} - E_N, \quad e\phi_{N+1} - e\phi_N = \frac{e^2}{C}$$

考慮閘極電壓改變造成量子點上電子數目改變， $\mu_{dot}(N, V_g) = \mu_{dot}(N+1, V_g + \Delta V_g)$ 代入式 (2.26) 中，我們可以得到相鄰兩 CB 震盪間電壓的變化為：

$$\Delta V_g = \frac{C}{eC_g} \left(\Delta E + \frac{e^2}{C} \right) \quad (2.28)$$

第 N 個震盪位置的電壓值等於：

$$V_g(N) = \frac{C}{eC_g} \left[E_N + (N - \frac{1}{2}) \frac{e^2}{C} \right] \quad (2.29)$$

在絕對零度 $T=0$ 時的 CB 震盪波峰會是十分銳利的形式 (FWHM ~ 0)，隨著溫度升高，量子點內次能階會溫度的效應遵守費米狄拉克分佈 (Fermi-Dirac Distribution)，使得波峰半高寬 (FWHM) 增加，以下考慮三個不同溫度區間分別對應三種不同的 CB 震盪的範疇以及波峰形狀 (lineshape of peaks)：

1. $e^2/C \ll k_B T$ ，單電子傳輸特性無法分辨
2. $\Delta E \ll k_B T \ll e^2/C$ ，古典庫倫阻絕式震盪(classical Coulomb blockade regime)範疇
3. $k_B T \ll \Delta E \ll e^2/C$ ，量子庫倫阻絕式震盪(quantum Coulomb blockade regime)範疇，一次只有一個次能階參與傳輸。

在第一種溫度相對高的情況下，溫度造成的熱擾動遠大於單電子穿隧增加的電位能，此時量子點的電導值將與量子點的大小以及電子數目無關，而由左右兩個位障的電導值所貢獻： $1/G = 1/G_\infty = 1/G_{left} + 1/G_{right}$ ， G_∞ 是量子點在高溫極限時的電導值。

第二個情形是古典的 CB 震盪範疇，溫度下降到低於單電子增加的電位能 $k_B T \ll e^2/C$ ，但遠大於相鄰能階的能量差，此傳輸時電子進出一次有多個能階同時參與，仍然不屬於極低溫時的單能階穿隧(single level tunneling)，在這個範疇內波峰的形式由 Beenakker [12]推導如下：

$$\frac{G}{G_\infty} = \frac{\delta/k_B T}{2 \sinh(\delta/k_B T)} \approx \frac{1}{2} \cosh^{-2} \left(\frac{\delta}{2.5k_B T} \right) \quad \text{for } h\Gamma, \Delta E \ll k_B T \ll e^2/C \quad (2.30)$$

其中 $\delta = e(C_g/C) |V_{g,res} - V_g|$ ， $V_{g,res}$ 是震盪波峰的閘極電壓，波峰的寬度會隨溫度上升而增加，但是波峰的值跟溫度並沒有明顯的關係，最高電導值等於高溫極限的二分之一 $G_{max} = G_\infty/2$ 。

在量子 CB 震盪範疇內，量子點內一次只有一個次能階參與傳輸，波峰的電導值跟溫度的關係式同樣由 Beenakker[12]推導出來：

$$\frac{G}{G_\infty} = \frac{\Delta E}{4k_B T} \cosh^{-2} \left(\frac{\delta}{2.5k_B T} \right) \quad \text{for } h\Gamma \ll k_B T \ll \Delta E, e^2/C \quad (2.31)$$

跟古典 CB 震盪最大的不同是波峰最高值會隨溫度增加而成線性遞減，而古典的情況中波峰最大值是一固定值，不隨溫度變化改變，可以藉由此一特性來區別量子點的傳輸特性是屬於哪一個範疇。

Kastner 與 Wind [13]等在 1991 年從實驗上量測量子點電導值與閘極電壓的關係發現有 CB 震盪產生(量子點與周圍環境耦合強度很低， $h\Gamma \ll k_B T$)，改變系統溫度從 0.2K ~ 1.25K，如圖 2-13(a)所示，發現隨著溫度升高 CB 震盪的波峰寬度也會隨著增加，在低溫的情況下(T=0.2K)可以發現波峰的峰值大小並不是定值，而是隨著閘極電壓變化呈隨機分布，這是因為量子點內態密度的不連續(discrete density of states)所造成，Meir 根

據實驗數據進行理論計算出來的結果，如圖 2-13(b)所示，與實驗相當吻合。

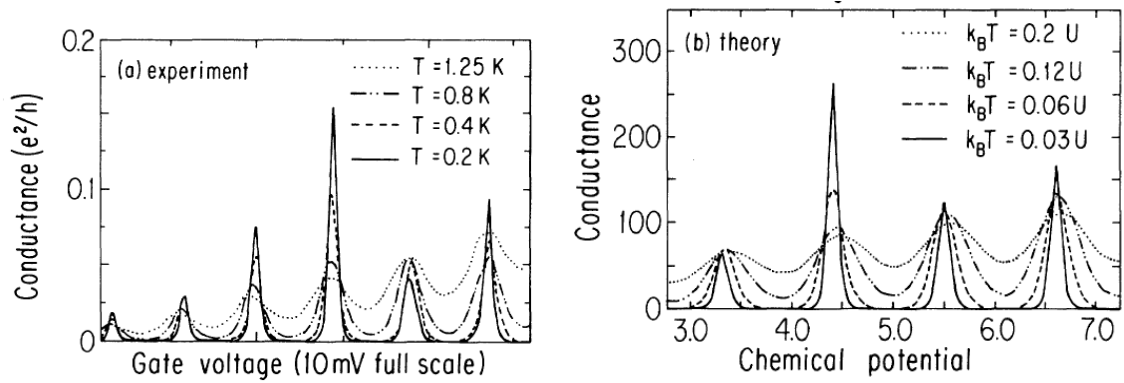


圖 2-13 實驗結果與理論計算探討溫度變化對 CB 震盪形式的影響[13]。

除了溫度對CB震盪波峰形狀造成的影響，量子點與源極汲極之間的耦合強度也扮演很重要的角色，在探討溫度效應對CB震盪的影響時都特別強調 $h\Gamma \ll k_B T$ ，也就是量子點與周圍環境是屬於低耦合強度，也就是量子點左右開口的位障很高(電導值很低 $< e^2/h$)，將位障能量降低可以增加量子點與系統的耦合強度，Foxman等在 1993 年量子點的量測實驗中[14]，藉由改變閘極電壓調整量子點的耦合強度，圖 2-14(a)中由左至右耦合強度分別為低到高，可以明顯看出在高耦合強度時震盪波峰寬度增加，造成相鄰兩波峰間原本波谷位置的電導值不為 0，圖 2-14(b)為低耦合強度波峰的放大圖，實線部分是與式(2.31)的擬合並得到很好的結果，表示在低耦合強度區域的電性傳輸是屬於量子CB範疇，圖 2-14(右)是高耦合強度部分的波峰放大圖，式(2.31)不再適用(虛線部分)，因為在這區域已經不符合 $h\Gamma \ll k_B T$ 的假設，波峰形狀展現的是Lorentzian的形式，實線部分是與non-interacting Breit-Wigner formula：

$$G_{BW} = \frac{2e^2}{h} \frac{(h\Gamma)^2}{(h\Gamma)^2 + \delta^2} \quad (2.32)$$

的擬合結果，比式(2.31)有更高的吻合度。

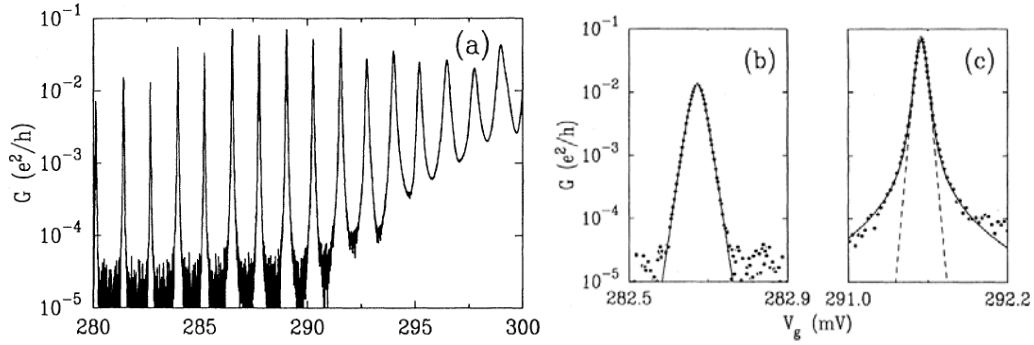


圖 2-14 Foxman 在 1993 年實驗上改變量子點與外界耦合強度觀察震盪形式的變化，(a) 開極電壓由左至右從 280mV 改變為 300mV，量子點耦合強度由弱至強(b)弱耦合強度區域波峰放大圖(c) 弱耦合強度區域波峰放大圖[14]。

2.2.2 The Aharonov-Bohm Effect

1959 年 Aharonov 和 Bohm 提出了相當有名的量子干涉效應[15]，帶電粒子經過一包含有磁通量 Φ_B 的區域，考慮所有可能的古典路徑，其中會有一封閉迴路包含此磁通量經過的區域，磁位勢對在此封閉迴路上相反方向傳輸的粒子產生相位變化，使得原本同相位能夠產生建設性干涉的路徑間有相位差存在，利用費曼路徑積分法(Feynman path-integral method)可以得到兩路徑之間的相位差為：

$$\left[\left(\frac{e}{\hbar c} \right) \int_{X_1}^{X_2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \right]_{above} - \left[\left(\frac{e}{\hbar c} \right) \int_{X_1}^{X_2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \right]_{below} = \left(\frac{e}{\hbar c} \right) \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \left(\frac{e}{\hbar c} \right) \Phi_B \quad (2.33)$$

Φ_B 是磁場不為零區域的單粒子磁通量，改變該區域磁場大小會造成在 B 點發現帶電粒子的機率有周期性的變化，以 $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{|e|} = 4.135 \times 10^{-7} \text{ Gauss} - \text{cm}^2$ 為單位做震盪。

1981 年，Aronov 與 Spivak 兩人預期在金屬導體中也能觀察到 Aharonov-Bohm effect 的存在[16]，考慮一圓柱型金屬薄殼，圓柱中心空心區域侷現有一方向平行圓柱的磁場 B，在金屬殼中電子由任意初始位置出發沿圓柱行走形成一封閉路徑(closed loops)，同時電子也有可能以相反方向沿同一封閉路徑傳遞，兩路徑經過同樣次數的彈性散射並且有同樣的行走距離，相位差為零，考慮兩者之間的量子干涉，則電子在這樣的封閉迴路中出現在原點的機率會是古典情況下的兩倍，圓柱薄殼的電阻值也會因為這種量子干涉現象的產生而升高；現在考慮圓柱中心磁場對這封閉迴路造成的影響，磁場不為零時會對上面提到的封閉迴路中兩不同方向的路徑造成相位變化，相位變化大小與磁通量($\Delta\phi$)有關： $e\Delta\phi/\hbar$ ，兩方向的相位改變符號相反，因此總共造成的相位差為： $2e\Delta\phi/\hbar$ ，隨

著磁場變化造成磁通量改變，兩路徑會經歷由建設性干涉到破壞性干涉，造成圓柱薄殼電阻產生隨磁場改變的週期性震盪[17]。

在高磁場的情況下，電子進入量子點空腔內的移動會因為羅倫茲力的影響而沿著腔體內壁做迴轉式的移動(skipping orbit)，在腔壁附近產生可供電子傳導的能階形成 edge states，電子從左端進入和右端進入的會分別沿著腔體兩端移動，形成環狀路徑，上下兩路徑的電子會因空腔內不為零磁通量而造成一相位差，使得在量子點內同樣會形成類似 Aharonov-Bohm effect 的干涉現象，震盪的週期與腔體內磁通量大小有關，所以可以間接得到量子點的面積大小。

2.2.3 弱侷域效應(Weak localization effect)

在一般的金屬中因為熱擾動以及晶格缺陷的關係，沒辦法形成完美的周期性能(perfectly periodicity potential)，因此電子在無序金屬(disordered metal)中傳輸時會因非彈性碰撞(inelastic scattering)而在平均自由徑(mean free path)內就喪失其同調性(phase coherence)，在低溫的情況下，非彈性碰撞的機率可以大大降低，電子在多次彈性碰撞間仍可以保持同調性不被破壞，考慮在一電子在無序金屬中進行多次同調背向散射(coherent backscattering)又回到原來的位位置，如圖 2-15(b)所示，同時電子也有可能經過同樣路徑的散射但是方向相反，這種特殊的電子路徑會產生同調干涉(coherent interference)現象降低電子穿透機率，看起來就像是電子被侷限(Localized)在該區域，造成電阻值上升；然而在外加磁場的情況下，這種反向行進同調干涉的電子路徑同調性會被破壞，穿透機率增加使得電阻下降，在實驗上會觀察到負磁阻現象，稱為弱侷域效應。

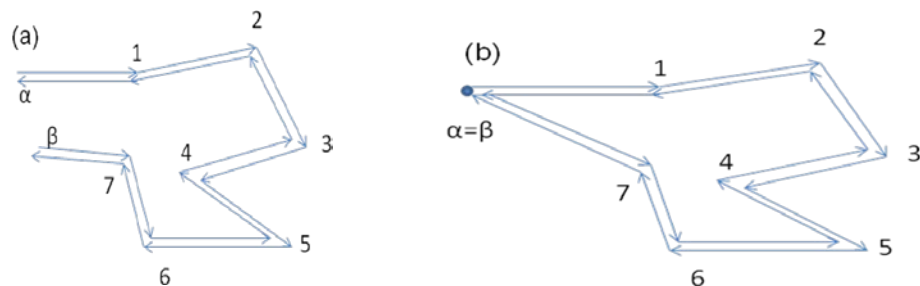


圖 2-15 (a)兩相同路徑,相反方向金屬中傳導電子與數個碰撞中心進行多次彈性碰撞示意圖。(b) 圖 2-15(a)中電子經過碰撞後又回到原點形成一封閉迴路。

在量子點系統內，可以將量子點看成是一個空腔(cavity)，在量子點與周圍強耦合(開

放式量子點，電導 $>2e^2/h$ 的情況下，電子可以直接傳輸而非穿隧，由於入射角度不同，電子在進入量子點後也會經過多次碰撞才離開，若量子點的尺寸遠小於電子同調長度，電子在量子點內的碰撞都屬於彈性碰撞，不會失去它的同調性，同樣考慮電子在量子點內兩路徑進行相同次數的碰撞但是方向相反，類似於在一般金屬中的情況，這時候此電子路徑同樣會造成同調干涉造成穿透機率下降，如圖 2-16 所示，電阻值上升；接下來考慮一外加磁場，這時候兩路徑受到磁場的影響會失去原本的時間反轉對稱性 (time reversal symmetry)，兩路徑間存在一相位差，使得原本的建設性干涉被破壞，穿透機率上升，電阻值下降，所以在量子點系統中低磁場部分的磁電阻量測會在零磁場的位置觀察到一峰值，也就是磁場不為零時造成負的磁電阻，這便是在量子點系統內的弱侷域效應，在 1990 年代初期許多在二維電子氣系統上量子點的量測都有觀察到這個效應，如圖 2-17 所示 [18-20]。

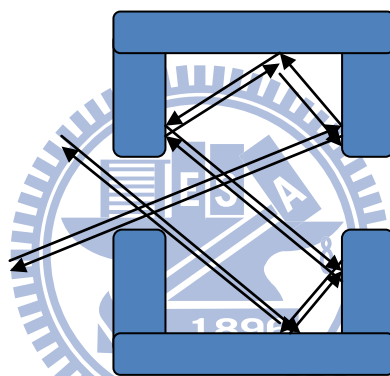


圖 2-16 在量子點內進行多次碰撞且時間反轉對稱沒被破壞的電子對。

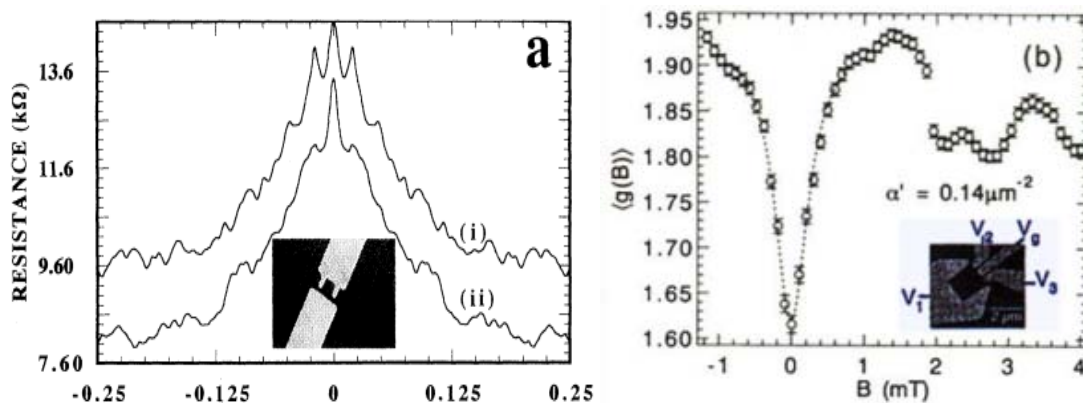


圖 2-17 實驗上在量子點系統中觀察到在 $B=0$ 位置出現的震盪尖峰[18-19]。

Baranger 等在 1993 年計算電子在彈道式傳輸範疇的空腔內[21]，弱侷域效應在零磁場處產生的波峰形狀應該會是何種型式，作者考慮兩種不同類型的空腔：chaotic (例如：

stadium)和 regular(例如: square)，在 chaotic 空腔中電子的運動是各態歷經(ergodic)的，各種路徑都有可能經過，然而在 regular 空腔則否，在低磁場時，電子在量子點的路徑不會受到太大的影響，但是原本具有時間反轉對稱路徑間會有相位差存在，將所有路徑對電阻的貢獻積分可以得到磁阻變化量 δR 與磁場 B 之間的關係，如圖 2-18 所示，對 chaotic 空腔來說：

$$\langle \delta R(B) \rangle = \frac{R}{[1 + (\frac{2B}{\alpha_{cl} \Phi_0})^2]} \quad (2.34)$$

R 是零磁場時的電阻值， α_{cl} 是古典路徑行經的有效面積倒數分之一，

ϕ_0 是 Aharonov-Bohm effect 中磁通量標準單位，由上式可以發現在低磁場處電阻值會有很大的變化量，當磁場逐漸增加之後電阻值會達到飽和，變化量趨近於零，將 δR 對 B 作圖會得到 Lorentzian 形式的波峰形狀；如果是 regular 空腔的話，磁電阻變化量 δR 會跟 B 呈簡單的線性關係： $\langle \delta R(B) \rangle \propto B$ ，如圖 2-19 所示。

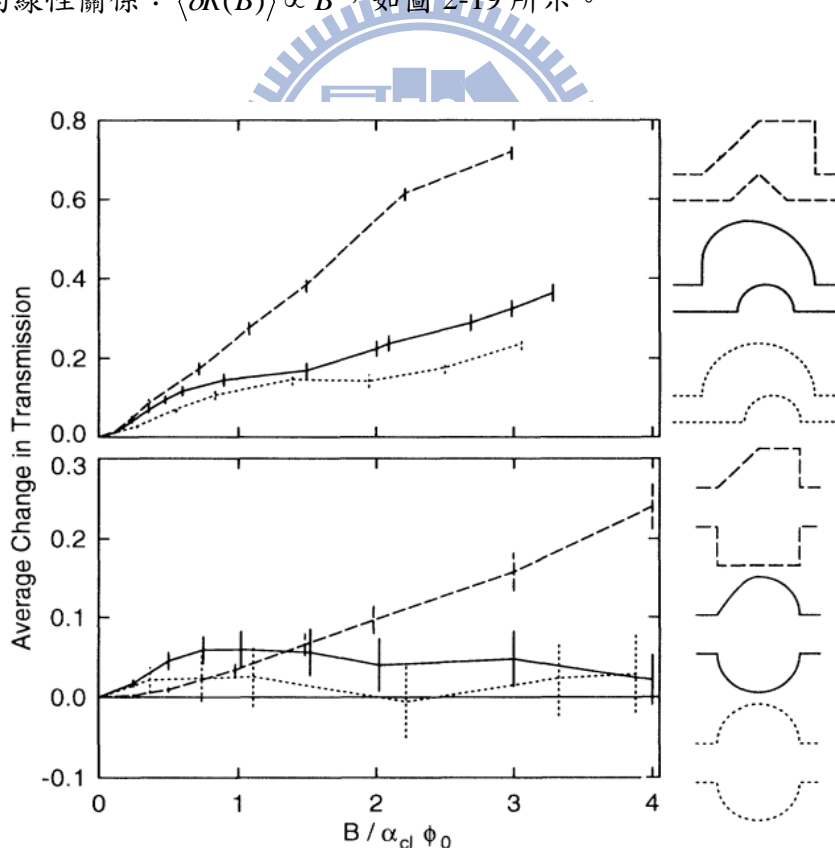


圖 2-18 Baranger 透過理論計算，不同形式的空腔會對應到不同的零磁場尖峰形式，chaotic 空腔會呈現 Lorentzian 形式，而 regular 則是線性關係[21]。

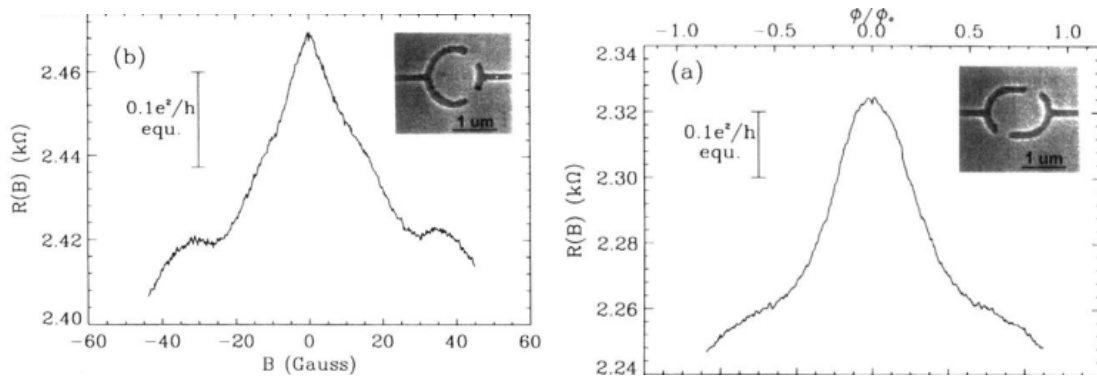


圖 2-19 實驗上觀察到 Chaotic 和 regular 兩種不同腔體的零磁場尖峰確實展現兩種不同形式[22]，符合 Baranger 的預期。

除了腔體設計上造成尖峰展現出不同的形式，Bird 等[18]在 1995 年的實驗中發現，同樣設計的量子點空腔，隨著閘極電壓的改變，在趨向負偏壓的過程中，零磁場尖峰的形式會有從 Lorentzian 轉變成 linear 形式的現象發生，如圖 2-20 所示，原本是 chaotic 的空腔在不同閘極電壓下也會展現出 regular 空腔的特性，Zozoulenko 等[23]在 1996 年針對這個特性進行理論模擬，發現會有這樣的轉變是由於空腔內部角落位障形式變化有關，在閘極電壓較正的情形腔體內角落會有較平滑(rounding)，隨著閘極電壓往負方向改變，原本平滑的形狀會逐漸改變成直角，腔體形狀會轉變成正方形，也就是 regular 的空腔，所以在實驗上才會觀察到這樣的尖峰形式改變。

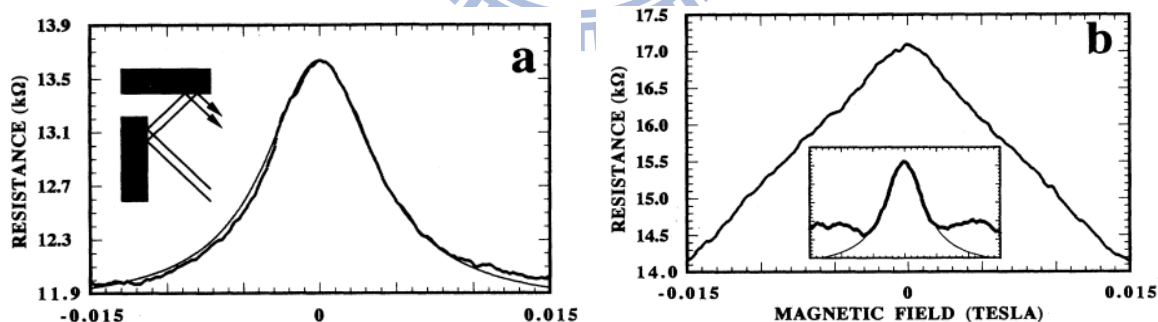


圖 2-20 因為閘極偏壓改變造成零磁場尖峰形式由 Lorentzian 轉變為 Linear，a 圖閘極電壓為-0.689 V，b 圖為-0.710 V[18]。

第三章 樣品製作與量測系統

在這一章中將會介紹樣品的製作流程以及低溫量測所應用的技術。樣品從剛開始二維電子氣基板開始處理到完成可以進行電性量測的微結構之間，會經過多次的光微影製程,電子束微影製程以及熱蒸鍍沉積金屬的過程。低溫量測方面則使用兩套不同低溫極限的低溫系統(^3He 系統與稀釋致冷系統)，完整的流程圖如圖 3-1：

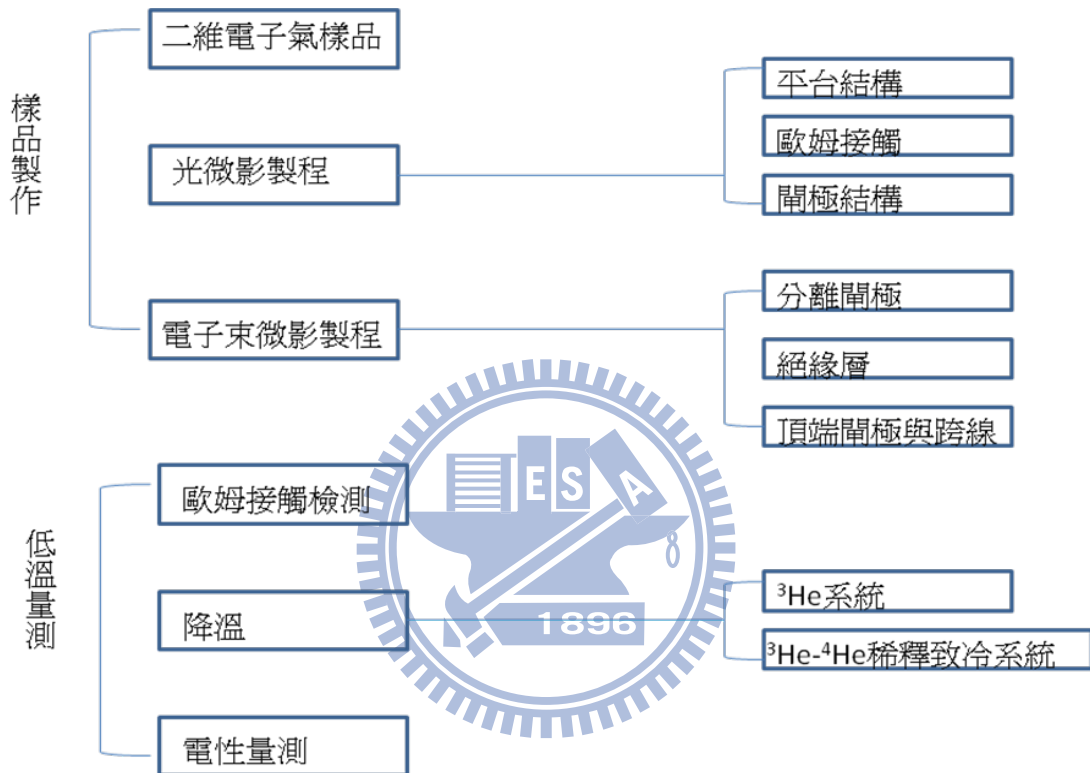


圖 3-1 樣品製作與低溫量測流程圖。

二維電子氣樣品結構如圖 2-1 所示，本實驗使用的二維電子氣樣品由以色列 Umansky 團隊所提供，本次使用編號 5-70 樣品。

3-1 樣品製作

我們希望能夠利用閘極侷域的方式產生符合彈道式傳輸範疇的電子系統，因此表面閘極的尺寸需要小於二維電子氣的平均自由徑，也就是需要製作出次微米等級的閘極結構，如圖 3-2 所示；常見的微影製程可分為光微影製程與電子束微影製程兩種，電子束微影製程使用電子當作曝光源，有較小的物質波波長，因此可以達到較好解析度的圖形轉移，我們應用在尺寸 5 微米以下的製程，而光微影製程雖然受限於光源波長與光的繞

射等因素，難以達到次微米等級尺寸的要求，然而卻有同時間大面積曝光的優點，因此主要利用來製作尺寸 5 微米以上的部分，連接次微米結構到供打線機打線的接腳區，再以金線連接到樣品座的針腳，最後在連結到低溫系統進行電性量測。以下將分別介紹兩種技術的基本流程。

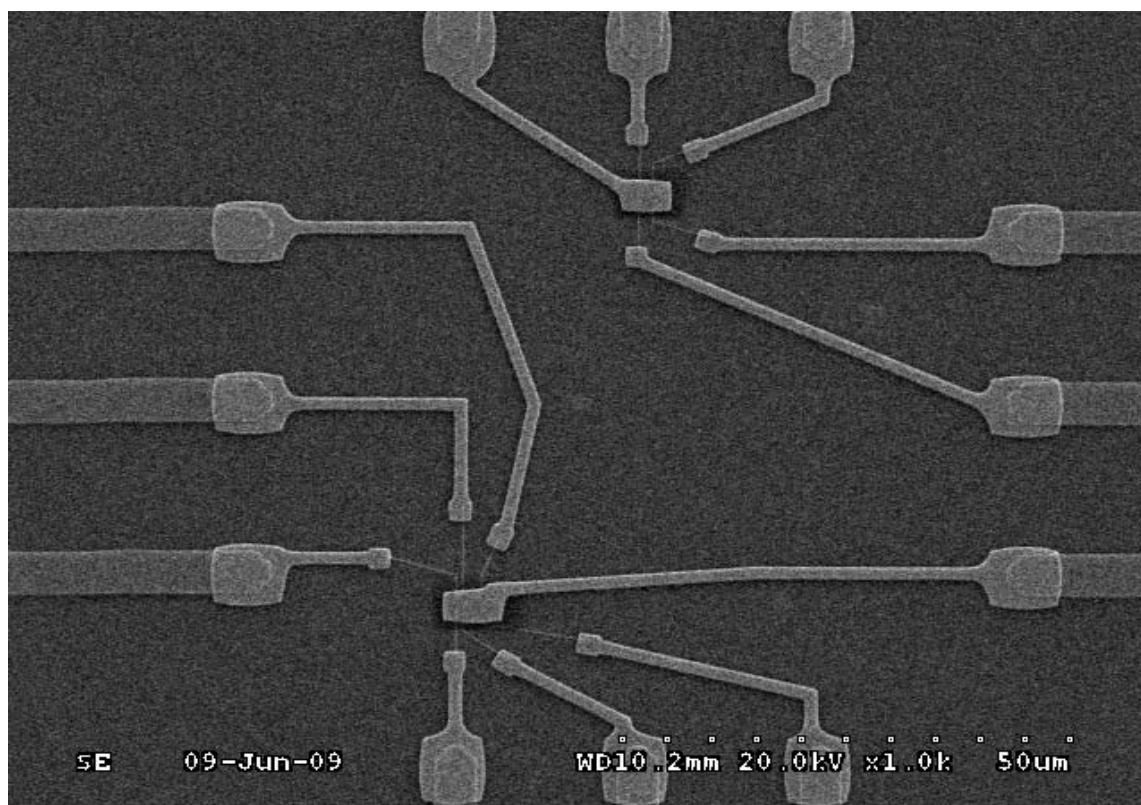


圖 3-2 在 GaAs 基板上完成光微影與電子束微影製程的對照組 SEM 影像。

3.1.1 光微影製程(Optical lithography technology process)

光微影製程在我們的製程上的應用有三個部分，如圖 3-3 所示，第一部分：平台結構的製作，限定二維電子氣存在的區域，光微影製程可以一次進行大面積重覆圖形的轉移，為了量測上不互相干擾，我們必須將區與區之間二維電子氣的連接破壞，每一區的二維電子氣只存在於獨立的平台結構內，第二部分是歐姆接觸的製作，後續的電性量測需要電壓,電流腳與基板下方二維電子氣的連接，實驗上可以利用金屬的熱退火擴散到二維電子氣的位置產生歐姆接觸，第二部分的光微影製程便是負責限定歐姆接觸存在的位置，最後一部分是表面閘極的製作，用來連接微結構與打線區接腳，最小線寬為 5 微米。

光微影製程的原理是利用光阻劑在受到曝光源照射之後，化學性質會產生變化，曝光後可以溶解於特定的化學溶液(正光阻)，利用光罩阻擋部分光源對光阻劑可以做選擇

性的曝光，完成光罩圖案轉移到光阻上，留下來的光阻劑被當作化學遮罩保護下方的基板，後續的製程一用途不同可以利用蝕刻或是沉積金屬的方式，完成光罩圖案轉移到基板上，這便是一個完整的微影製程。

實驗上使用的曝光光源為 UV 紫外光，使用的光阻劑是屬於正光阻的 AZ5214E，利用接觸式曝光方式可達到的解析度約為 1 微米。

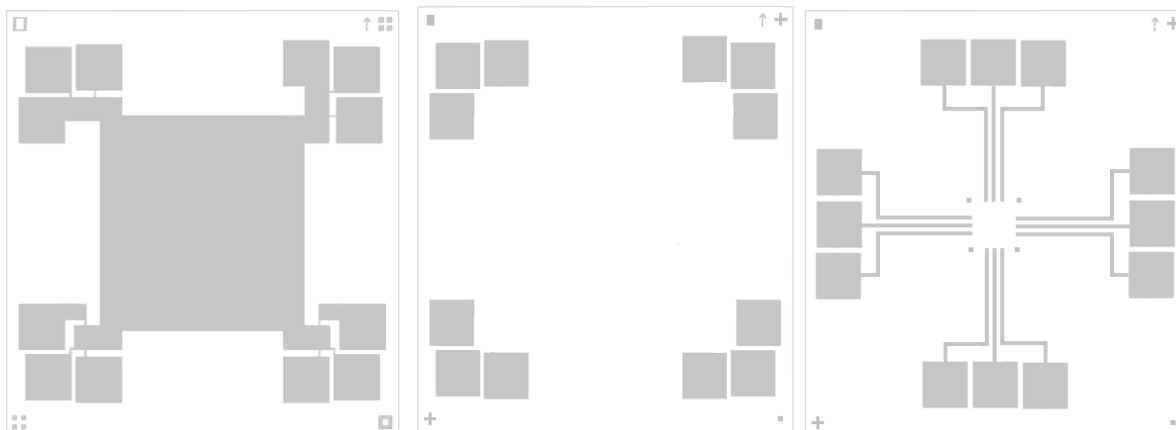


圖 3-3 光微影製程使用的光罩設計圖。在樣品的設計上需要經過三道光微影製程才算完成，三片光罩分別在基板上定義出：左：平台結構。中：歐姆接觸。右：閘極結構。

流程：

a. 清洗基板：

利用丙酮酒精去除基板表面的灰塵微粒化學髒汙，接觸式曝光在曝光過程中因為基板會與光罩直接接觸，因此任何基板上的髒汙都會造成圖型轉移後產生缺陷。

b. 旋轉塗佈：

將適量光阻液滴在基板上，透過旋轉塗佈機的高速旋轉使得光阻液可以均勻分布在基板表面，實驗使用是兩階段的塗佈方式，第一階段為轉速為 10 秒 1000 轉低轉速的預轉，緊接著第二階段為 40 秒 5000 轉的高速旋轉。

c. 預烤：

將旋轉塗佈完成的基板放在加熱平台上以 90 度 C 加熱 90 秒去除部分光阻液中的揮發性溶劑使其固化。

d. 曝光：

基板放入曝光對準機，緩慢將基板向上移動至緊貼光罩後打開光源使光阻曝光(約 1 秒)，若基板沒有緊貼光罩的話，會因為繞射的關係造成轉移後的圖形產生形變，正

光阻的特性為曝光的部分化學鍵會被破壞而可以溶於特定溶液中(顯影液)。

e. 反轉烤：

將曝光完成的基板再次放上加熱平台以 120 度 C 加熱 90 秒，上一階段已經接受曝光的光阻性質發生變化，即使再次曝光也不會溶於顯影液中。

f. 全曝：

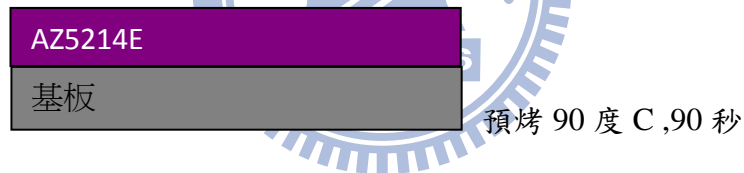
拿下對準機的光罩，讓基板所有部分都接受曝光(約 10 秒)，經過反轉烤的作用，接受過兩次曝光的部分在顯影液中反而能夠保留下來。同時我們可以得到較好的縱向內切(undercut,上窄下寬)的顯影圖案，有利於接下來金屬電極製作時可以避免。

g. 顯影：

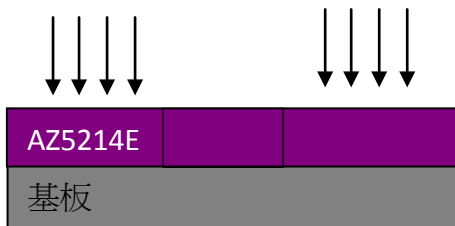
將基板浸泡在顯影液中將不必要的光阻除去完成圖型的轉移，利用正光阻和反轉烤的特性保留下來的是第一次曝光時接受曝光的圖形。顯影液為 AZ400K: DI Water =1:3，浸泡時間約 20 秒至 1 分鐘不等，待圖形完整出現後置於 DI Water 中 30 秒即可。

光微影流程圖，圖 3-4：

旋轉塗佈：



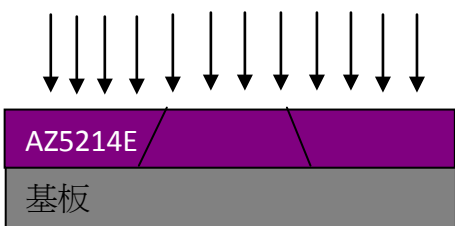
曝光：



反轉烤：



全曝：



顯影：



圖 3-4 光微影製程流程示意圖。分為旋轉塗佈、曝光、反轉烤、全曝、顯影幾個步驟。

3.1.2 濕式蝕刻(Shallow wet etching)

為了能夠有效利用基板，光微影製程可以將重復的圖形轉移到基板上，形成數個能夠分別利用進行不同後續不同電子束微影製程的區域，因此需要將這些區域之間二維電子氣分別獨立使其不會互相導通。我們利用濕式蝕刻的方式將二維電子氣侷限在每個區域特定的位置且兩兩無法互相導通，利用光微影製程光罩的設計可以將不同區域量測需要的部分以光阻覆蓋形成化學遮罩來抵擋化學溶液的侵蝕，實驗使用的蝕刻液為： H_2SO_4 : H_2O_2 : $\text{H}_2\text{O}=1:8:160$ ，蝕刻深度約為 50~60 奈米，不直接破壞在基板下方約 93 奈米的二維電子氣結構所在的位置，而是利用淺式蝕刻的方式破壞其能帶結構使得原本侷限電子 z 方向移動的位障消失來達到同等效果，透過這種方式可以避免金屬閘極碰觸到外露的二維電子氣結構造成的漏電流。

3.1.3 歐姆接觸(Ohmic contacts)

為了進行後續的電性量測，基板表面的金屬閘極需要和下方的二維電子氣能夠產生電性傳輸，利用光微影製程和熱蒸鍍技術我們可以在基板表面特定位置沉積需要的金屬，再利用熱退火的方式使金屬向下擴散到二維電子氣而形成歐姆接觸，此步驟的成功與否對後續電性量測有相當大的影響，理想的歐姆接觸的 IV 特性應該遵守歐姆定律，而且接點電阻應該要越小越好以避免對實驗量測造成的誤差。

3.1.4 金屬薄膜沉積(熱蒸鍍系統)

經由光微影製程完成圖形的轉移之後，我們可以將金屬沉積在我們所指定的基板表面位置，不論是歐姆接觸或是表面閘極都是利用熱蒸鍍的方式來完成，在高真空的環境下，利用高電流經過鎢舟產生的焦耳熱熔化金屬至氣相而沉積到基板的表面，整個熱蒸鍍系統可分為產生高真空的抽真空系統及加熱鍍材的蒸鍍系統兩個部分，簡單的示意圖

如圖 3-5 所示：

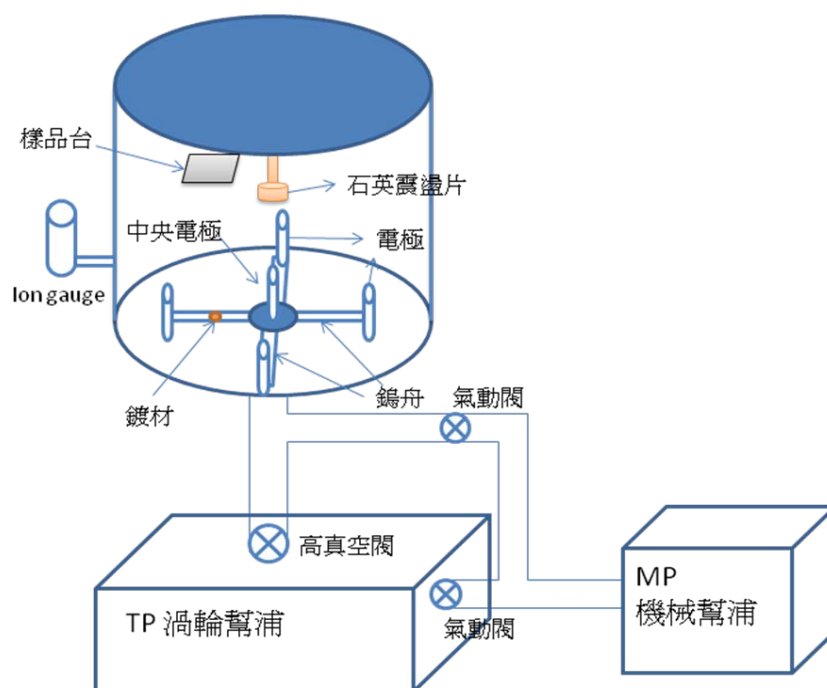


圖 3-5 熱蒸鍍系統示意圖。

蒸鍍流程：

1. 事前準備：

利用丙酮酒精清洗鎢舟以及鍍材表面的灰塵及髒汙，在高真空的情況下進行蒸鍍時若有雜質會造成蒸鍍品質不佳，影響金屬與基板的附著力。基板用碳膠固定在待鍍平台上放入真空腔體，位置在鍍材正上方。確認加熱用電極與腔體間為斷路避免實驗過程中碰觸腔體觸電。

2. 抽真空：

完成事前準備後，先以機械幫浦將腔體壓力降到 5×10^{-2} torr 以下，再打開高真空閥使用渦輪幫浦將壓力降到高真空 10^{-6} torr，正常情況下，真空系統可以將腔體壓力下降到 0.7×10^{-6} torr，通常在壓力達到 2×10^{-6} torr 左右即可開始蒸鍍。

3. 離子轟擊：

腔體壓力到達高真空度之後，可以將氧氣或氬氣注入腔體直到壓力上升到 8 mtorr，再打開高電壓源 800 V，游離進入腔體的氣體形成電漿撞擊樣品表面，透過這個步驟可以除去顯影步驟時殘留在基板上的阻劑。

4. 蒸鍍：

針對欲鍍的鍍材在膜厚計選擇正確的參數程式，膜厚計是利用一片置於腔體內的石英震盪片，蒸鍍時鍍材也會附著於其上使得震盪頻率產生變化，藉此來得知蒸鍍時

的鍍率以及蒸鍍的厚度的數值。緩慢增加電流給鎢舟直到鍍材因焦耳熱而轉變到氣相，可由觀察膜厚計的鍍率得知。

3.1.5 電子束微影製程

相較於光微影製程的光阻與光源，電子束微影製程則是利用掃描式電子顯微鏡的電子束對電子阻劑進行曝光，使其化學鍵產生變化而溶於顯影液中。掃描式電子顯微鏡的原理是利用場發或熱阻式產生電子，在經由加速電壓的影響將電子導向樣品，路徑中透過數個電磁透鏡的聚焦作用，使得電子束可以聚焦在樣品上很小的區域，電子束微影製程利用這樣的特性，在塗佈有電子阻劑的樣品上透過電子束一個點一個點的進行曝光，來達到圖形轉移的目的。也因為電子束可以良好聚焦在小範圍的特性，我們實驗上使用到次微米等級的元件都是透過電子束微影製程來製作，如圖 3-6 所示。

不同於光微影製程是將光罩上固定的圖案透過曝光進行轉移，電子束微影可以在 DesignCAD 圖形設計軟體上設計出需要的結構尺寸大小，再利用控制電子束的介面軟體 NPGS (Nanometer Pattern Generation System) 精密的控制電子束的停留位置，以及屏蔽板 (Beam blanker) 來阻擋電子束避免曝光到沒有設計圖形的區域，如此一來可以直接將設計的圖形轉移到電子阻劑上，而且圖形比起光微影製程的光罩可以有更大的彈性，可以隨時更改設計，並且有更高的解析度，可以輕鬆的製作出次微米等級的元件。

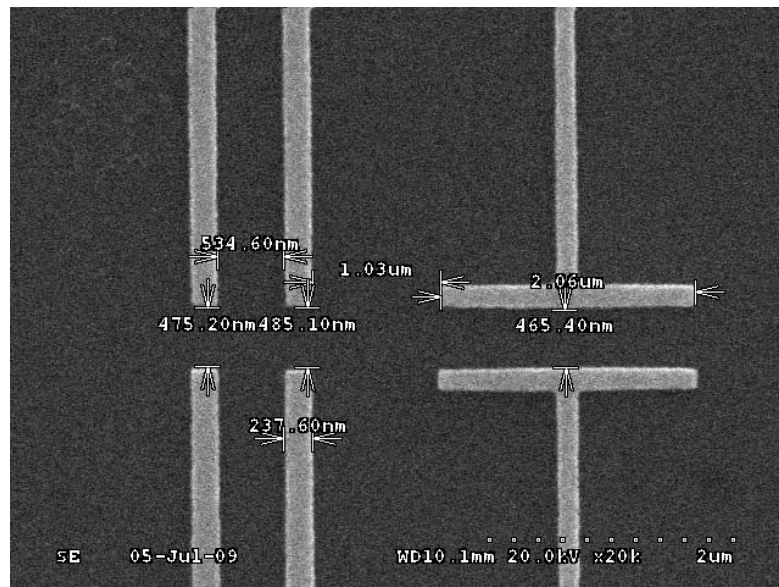


圖 3-6 透過電子束微影製作的三對分離閘極對照組 SEM 影像。三對分離閘極通道寬度均約為 470nm，通道長度分別為 230、230nm 以及 2 μ m，長度 2 μ m 的量子線在通道中央與通道開口的寬度差在 10% 以內。

電子束微影流程：

a. 清洗基板：

同光微影製程，先以丙酮酒精除去基板上的灰塵微粒，基板上的異物會造成阻劑塗佈的不均勻，造成相同電子束曝光時間在不均勻的阻劑上形成不符合我們預期的圖形轉移。

b. 旋轉塗佈：

將適量電子阻劑(PMMA,)滴在基板上，旋轉條件為單一階段 30 秒 6000 轉，在 A5 的阻劑使用此一條件約可產生 300 nm 厚的均勻薄膜。

c. 預烤

將塗佈完成的基板放上加熱平台以 180 度 C 烘烤 5 分鐘將 PMMA 烤硬就可以進行接下來曝光的動作。

d. 曝光：

曝光全程可由控制軟體全程自動進行，只要將設計好的圖形及相關參數輸入即可，電子束曝光劑量大小為(nC/cm)，需要良好的控制這個參數才能得到跟設計圖形相近的結果，劑量太大會因為電子在阻劑內的散射造成周圍沒有曝光的區域阻劑化學性質也產生變化，造成轉移後的圖形過大，太小的劑量則無法得到我們希望的元件尺寸。

e. 顯影&定影：

將曝光完成的基板浸泡在 MIBK:IPA=1:3 的顯影液內 75 秒，被電子束照射過的阻劑會溶解其中，在放入 IPA 溶液中 25 秒進行定影，圖形轉移就算大功告成。

f. 熱蒸鍍：

完成電子束製程後需要在挖空的阻劑位置沉積我們需要的金屬，以我們元件來說，一般金屬閘極都是由 10nm 的 Ti 和 70nm 的 Au 組成，金具有良好的導電性，是電性量測電極的優良材料，而 Ti 可以增加 Au 和基板之間的附著力。

g. 舉離：

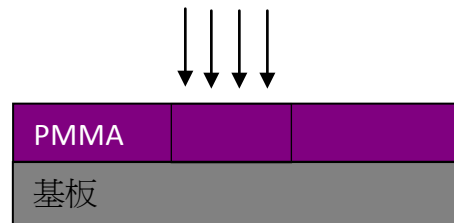
我們使用的電子阻劑 PMMA 易溶於丙酮溶液中，蒸鍍完成的基板表面會覆蓋一層金屬薄膜，在沒有曝光的區域金屬是附著在 PMMA 上而非直接與基板相連，此時只要將基板浸泡在丙酮溶液中會溶解未曝光的電子阻劑，同時也使附著在阻劑上的金屬跟著離開基板表面。

流程示意圖，如圖 3-7：

旋轉塗佈：



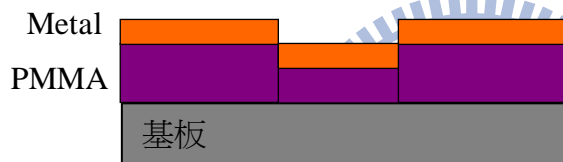
曝光：



顯影：



蒸鍍：



舉離：



圖 3-7 電子束微影流程示意圖。

3.1.6 絕緣層製作：

在電子束微影中適當的控制劑量大小可以得到我們希望的圖形轉移，當 PMMA 受到過大的劑量進行曝光時，電子阻劑的性質又會產生完全不同的變化，原本是可以輕易溶解在丙酮溶液中的 PMMA 會變得完全不溶解，利用這樣的特性我們可以在基板上定義出第一部分的元件之後，再覆蓋上一層絕緣層，最後在絕緣層上在製作另外一部分的金屬閘極(top gate)直接位於第一部分的元件之上而不會互相接觸，如圖 3-8 所示，而這層絕緣層具有良好的絕緣性，如圖 3-9 所示，因此兩部分的電極可以分別控制而不會有漏電流的問題，利用這樣的元件設計，我們可以由第一部分的電極產生量子尖端接觸或量子線，再由頂端電極控制該區域二維電子氣的載子密度。

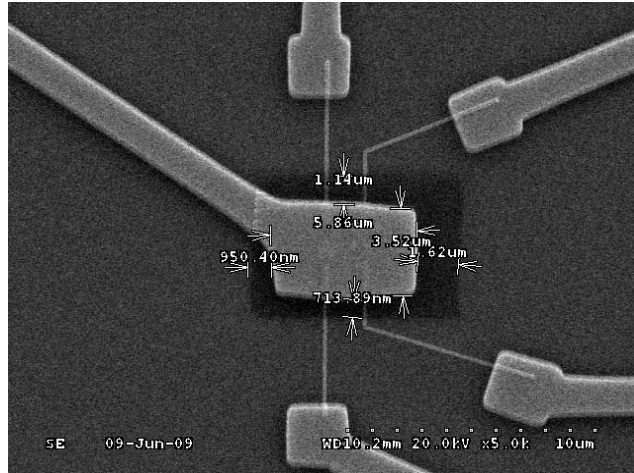


圖 3-8 完成分離閘極、絕緣層製作、頂端閘極與跨線的對照組 SEM 影像。

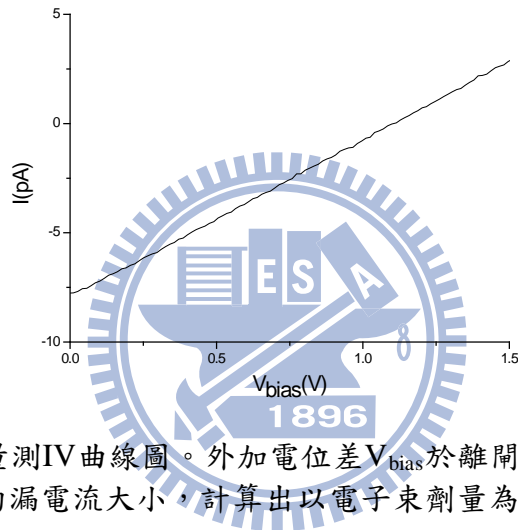


圖 3-9 絕緣層絕緣性量測IV曲線圖。外加電位差 V_{bias} 於離閘極與頂端閘極之間，量測經過絕緣層的漏電流大小，計算出以電子束劑量為 20nC/cm 製作的絕緣層電阻約為 $0.14\text{T}\Omega$ 。

3.2 低溫系統與電性量測

完成上述微影與金屬沉積製程之後，樣品需要連接到儀器準備進行量測，從電子束微影製程製作產生的次微米結構會透過光微影製程的閘極($5\ \mu\text{m}$)與打線區接腳($200\ \mu\text{m}$)連接，利用打線技術將金線利用尖端放電技術結成金球附著在光微影打線區上，再連接到盛放基板的銅片上的金屬電極($0.5\ \text{mm}$)，再以金線連接電極到樣品座的針腳上與排線相連，如此一來就可以將樣品與量測儀器連結進行電性量測；在開始降溫過程之前，必需現在室溫先確定樣品的歐姆接觸品質是否能夠在低溫下進行量測，才進行後續的降溫動作，實驗使用的低溫系統有 ^3He 與稀釋致冷低溫系統，系統最低溫度分別為 $0.28\ \text{K}$ 與 $40\ \text{mK}$ 。

3.2.1 ^3He 低溫系統

實驗上電性量測都需要在低溫的情況下才能觀察到明顯的量子傳輸現象，所使用的一套低溫為 ^3He 低溫系統，如圖 3-10 所示，系統最低溫度可以達到 0.28 K。以下將簡述降溫工作原理，在低溫系統內樣品台放置的腔體需先抽真空再放入適當的交換氣體(氦氣)，透過氦氣撞擊腔體內壁進行能量交換可以增進降溫的效率，降溫的過程可分成三部分：

1. 室溫到 77 K：這個階段為減少液氦的損耗，我們是透過將低溫系統浸泡在液態氮桶內讓它自然降溫，這一階段需時約 2~3 小時。
2. 77 K 到 4.2 K：當樣品溫度接近 100 K 之後再浸泡到液態氦內讓系統降到 10 K 左右，雖然液態氦的沸點是 4.2 K，但是通常在 10 K 以下就會進行下一階段的降溫。
3. 4.2 K~0.3 K：樣品溫度在 10 K 以下之後，就可以利用幫浦透過腔體旁的毛細管抽取液態氦流經 1 K pot 利用減壓降溫使其溫度降到 1.8 K 左右，同時利用溫控器加熱 1 K pot 上方的 sorb 至 40 K 左右，利用這樣的溫度梯度可以讓低溫系統上方的 $^3\text{He}_{(g)}$ 凝結在 ^3He pot，，一旦 sorb 不再維持高溫，系統內溫度梯度消失之後，原本凝結的 $^3\text{He}_{(l)}$ 就會逐漸揮發回到氣態，同時帶走大量的熱，透過這樣的過程可以將樣品的溫度持續冷卻到系統最低溫度 0.3 K。

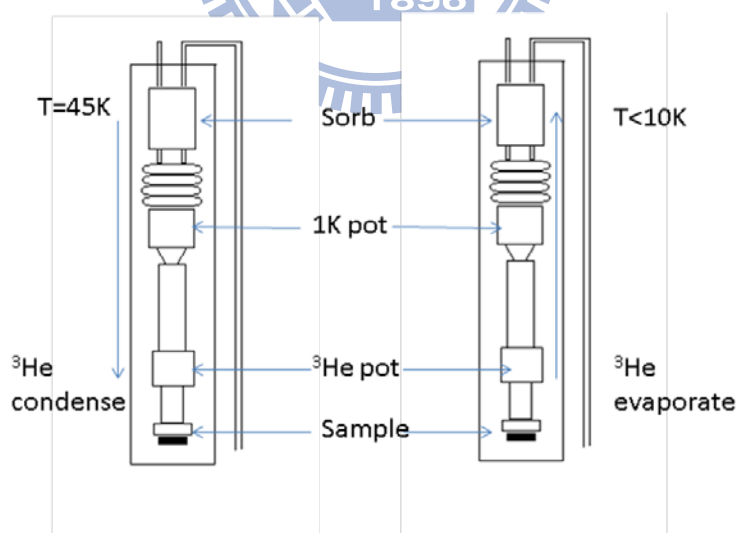


圖 3-10 ^3He 低溫系統示意圖。左圖 sorb 溫度由溫控器控制在 45 K， ^3He 凝結在 ^3He pot，右圖 Sorb 溫度下降到 10 K 以下，凝結在 ^3He pot 的 $^3\text{He}_{(l)}$ 開始逐漸揮發。

3.2.2 ^3He - ^4He 稀釋致冷低溫系統(Dilution refrigerating system)

實驗上使用的另外一套低溫系統是稀釋致冷低溫系統，系統最低溫度約為 30 mK，

與 ^3He 低溫系統不同，稀釋致冷低溫系統利用 $^3\text{He}_{(g)}$, $^4\text{He}_{(g)}$ 的混合氣體進行降溫，因為兩種氣體凝固點不同會先後凝結在混合槽 (mixing chamber) 中形成 $^3\text{He}_{(l)}$, $^4\text{He}_{(l)}$ 的混合液體， ^4He 屬於波色子在溫度等於 2.7 K時會產生相變由一般流體轉變為超流狀態，當 $^4\text{He}_{(l)}$, $^3\text{He}_{(l)}$ 混合液體的溫度降低到 0.87 K以下時，混合液體會產生相分離，較輕的 $^3\text{He}_{(l)}$ 會浮在 $^4\text{He}_{(l)}$ 上形成上層只含有 $^3\text{He}_{(l)}$ ($^3\text{He}_{(l)}$ -rich phase)而下層則是部分 $^3\text{He}_{(l)}$ 稀釋在 $^4\text{He}_{(l)}$ 中 ($^3\text{He}_{(l)}$ -dilute phase)，而 $^3\text{He}_{(l)}$ 在 $^4\text{He}_{(l)}$ 的溶解程度有最小溶解率的限制，在絕對零度時為 6.6%，如圖 3-11 所示，因此當下層 $^3\text{He}_{(l)}$ 的比例減少時上層 $^3\text{He}_{(l)}$ -rich phase的 $^3\text{He}_{(l)}$ 就會進入下層補充維持溶解率，而 $^3\text{He}_{(l)}$ 需要獲得額外的能量才能進入下層 ($^3\text{He}_{(l)}$ -dilute phase)，所以也可以視為 $^3\text{He}_{(l)}$ 是由 $^3\text{He}_{(l)}$ -rich phase蒸發到 $^3\text{He}_{(l)}$ -dilute phase並帶走熱量，透過這樣的過程來達到降溫的目的。

實際操作上先利用壓縮機壓縮 $^3\text{He}_{(g)}$ 、 $^4\text{He}_{(g)}$ 的混合氣體，利用 Joule-Thomson effect 將氣體壓縮降溫進入低溫系統，凝結在低溫系統內的混合槽(Mixing chamber)，如圖 3-12 所示，當混合液體的溫度降至 0.87 K以下便停止壓縮額外混合氣體，開始循環降溫，混合液體在 0.87 K以下產生相分離後，利用幫浦抽取下層混合液體至Still的位置，Still的溫度控制在 0.7 K，低於 ^4He 的凝結點，因此 ^4He 仍可維持液態，但是 ^3He 會揮發回到氣態，此時下層的 $^3\text{He}_{(l)}$ -dilute phase中，因為揮發的 $^3\text{He}_{(l)}$ 造成溶解率下降所以上層 $^3\text{He}_{(l)}$ -rich phase必須進入下層補充而帶走熱量造成降溫，揮發的 ^3He 會經由幫浦、壓縮機再次經過降溫凝結過程回到混合槽完成循環。

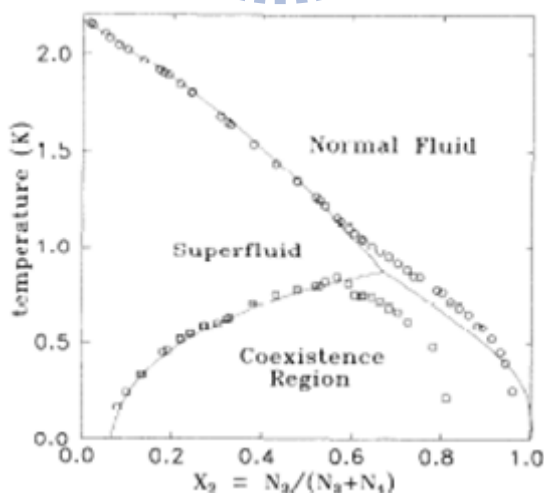


圖 3-11 $^4\text{He}_{(l)}$ 、 $^3\text{He}_{(l)}$ 混合液體的相變圖。縱軸為 $^3\text{He}_{(l)}$ 在溶液中所佔比例，在 2.4 K時 $^3\text{He}_{(l)}$ 成分為零的 $^4\text{He}_{(l)}$ 會產生相變由普通流體成為超流體，隨著 $^3\text{He}_{(l)}$ 比例增加此相變溫度會隨著降低，當溫度降到 0.87 K時混合溶液會產生相分離，分成上下兩層，上層是較輕的單純 $^3\text{He}_{(l)}$ 下層是稀釋有部分 $^3\text{He}_{(l)}$ 的 $^4\text{He}_{(l)}$ ，下層的 $^3\text{He}_{(l)}$ -dilute phase，必需維持最小的溶解率，在絕對零度時為 6.6% [24]。

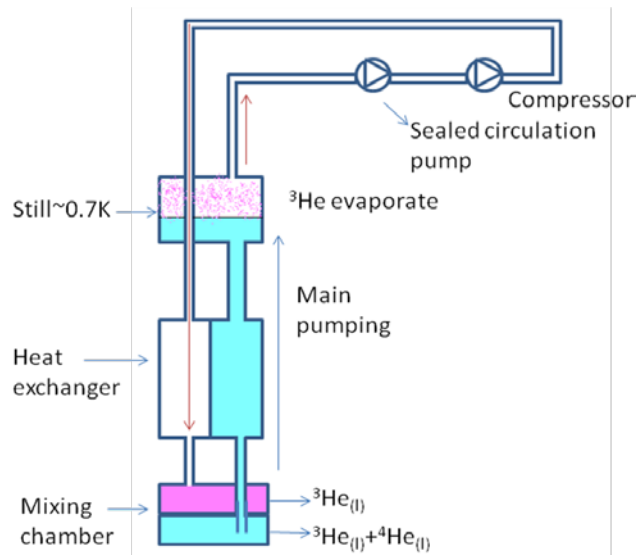


圖 3-12 稀釋致冷系統循環降溫示意圖。

3.2.3 超導磁鐵

視樣品膜面方向我們可以利用超導磁鐵外加垂直或平行磁場，超導磁鐵是由超導材料 NbTi 繞成的超導線圈並聯一超導金屬線構成，整個磁鐵系統都浸泡在液態氦之中，在足夠的液態氦容量之下都會進入超導態，但可以利用外加電流經過此金屬線造成升溫而離開超導態進入正常態，在超導線圈並聯正常態金屬線時給予迴路一定電流源，此時電流不會經過有較大電阻值的正常態金屬線，當外加金屬線電流為零時，金屬線會由正常態再次進入超導態電阻值降為零，迴路內的電流便會在超導線圈與超導金屬線的迴路內流動不被消耗，利用這種方式可以產生穩定的磁場，實驗上使用的線圈最高可承受 76.8 安培的電流，最高可以產生 9Tesla 的磁場，在線圈中心體積 1 立方公分的磁場誤差為 0.1%，樣品正是固定在這個均勻磁場區域內。

3.2.4 漏電流量測

實驗上產生的低維度電子系統是透過表面分離閘極外加負偏壓侷域的方式所產生，表面閘極與二維電子氣之間為 93 nm 的半導體異質接面結構，當閘極負偏壓過大超過半導體能承受的極限，使得閘極與二維電子氣之間有漏電流產生，會對量測結果以及二維電子氣系統造成影響。漏電流的量測可以利用一直流電壓源外加於金屬閘極，再以一電流計量測二維電子氣與閘極間的電流大小，電壓改變造成的漏電流大小在 10 pA 以內都是可以接受的範圍，正式量測時經過樣品的電流大小約在 nA 等級，此程度的漏電流對

量測結果不會有太大影響。

3.2.5 兩點量測與四點量測

在實驗上主要會用到的兩種量測方法分別為兩點量測與四點量測，如圖 3-13 所示，以兩種量測方法對同樣樣品量測的結果來說，四點量測得到的電阻值剛好是樣品電阻，而兩點量測則會多量到接點電阻及線電阻，所以使用四點量測可以得到較接近實際樣品的電阻值，而兩點量測可以用來檢查歐姆接觸的好壞，在室溫情況下品質良好的歐姆接觸兩點量測電阻值約為 20 kΩ，品質較差的接點會達到 MΩ 等級，就無法進行後續低溫量測，因此在降溫準備過程中必須再三確定樣品歐姆接觸的電阻值。

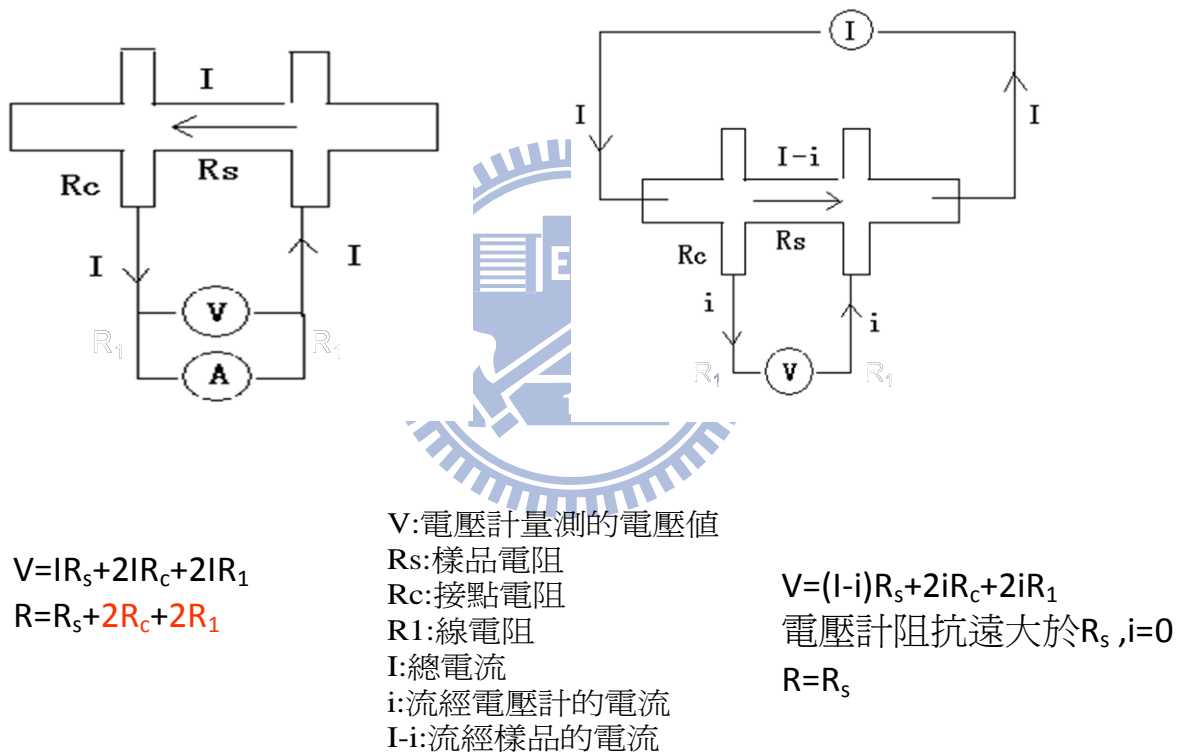


圖 3-13 兩點量測與四點量測示意圖。

3.2.6 定電壓量測

如圖 3-14 所示，利用四點量測的接線方式，輸出一定電壓源量測經過樣品的電流值，藉此得到待測物的電阻值。電路設計上是由 EG&G7265 鎖相放大器(Lock-in amplifier)負責提供低頻交流電壓源 $V_{rms}=1\text{ V}(17\text{ Hz})$ ，再經過分壓電路產生 $V_{ac}=5\text{ }\mu\text{V}$ 到達樣品的源

極跟汲極兩端，電流訊號則由DL1211 電流前置放大器(current pre-amplifier)進行訊號放大，再轉換為電壓訊號回授到EG&G7265 鎖相放大器進行鎖相的動作，可以得到樣品的電阻值大小為 $R = \frac{V_{ac}}{I_{measured}}$ ，同時還會有一台EG&G7265 將量測到的電壓訊號與提供電壓源的EG&G7265 保持同步並鎖相。

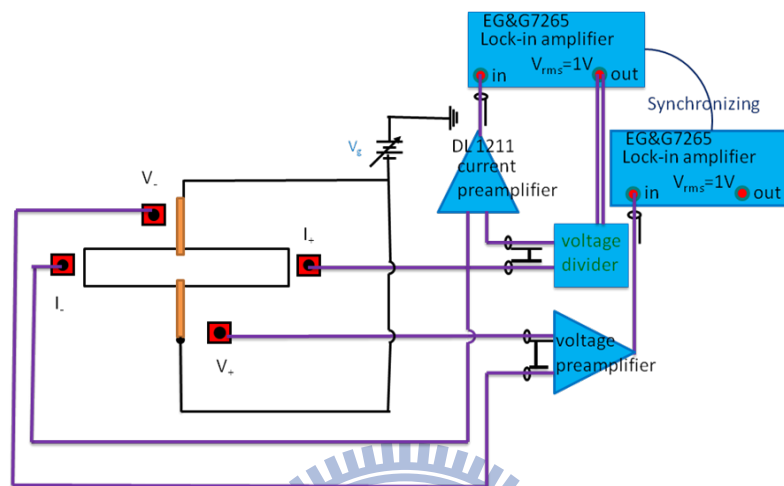


圖 3-14 定電壓四點量測示意圖。

3.2.7 源極,汲極電位量測(Source Drain bias measurement)

在 3.2.6 的定電壓量測中，使用的是固定的 V_{ac} 低頻交流電壓源，在部分量測中除了 V_{ac} 還會加上直流電壓源 V_{sd} (mV)，進行源極,汲極電位量測，可以用來觀察電子系統在費米能量附近的態分布(spectroscopy)，電路上只需在交流電壓源串聯一電流供應器提供直流電壓源即可，如圖 3-15。

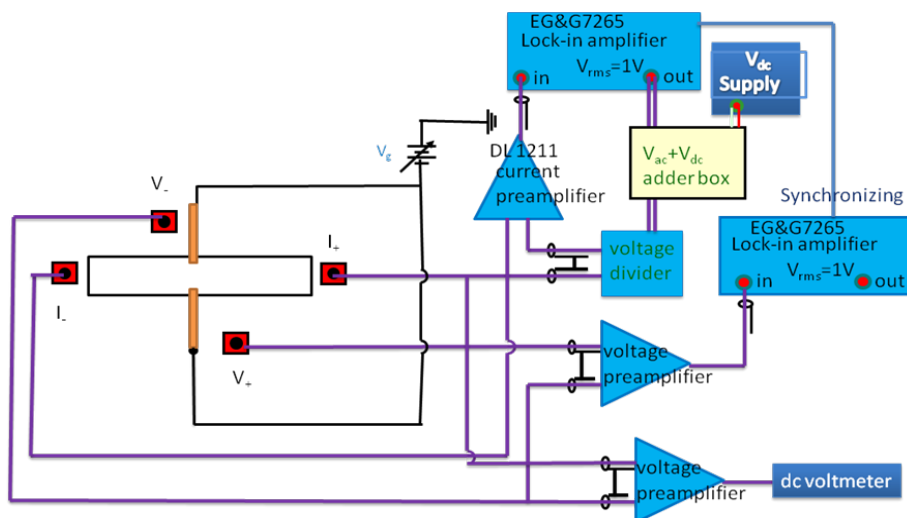


圖 3-15 源極,汲極電位分析四點量測接線圖。

第四章 實驗結果分析與討論

本章會分析並討論量測的實驗結果，主要可分為兩大部分，第一部分是有關類一維窄通道電性傳輸的分析，首先會先對單一窄通道的量子化電導與電子密度以及通道兩端電位差之間的關係進行討論，接下來是不同幾何形狀與間距的串聯窄通道電導，以 Beenakker 的理論模型計算系統的傳輸穿透率 (direct transmission probability, T_d)，討論 T_d 受電子密度和窄通道本身幾何關係如何影響；第二部分是電子空腔系統特性的討論，我們試著利用最簡單的單一對分離閘極結構，透過改變分離閘極電壓形成電子空腔，並使用頂端閘極來影響電子空腔的電子密度[25]，透過兩者的適當組合觀察到電導隨閘極變化有震盪形式產生，並觀察在不同溫度、磁場下電子在空腔系統的傳輸特性以及量子干涉效應[26-28]。

4.1 類一維窄通道

我們設計四種不同通道長度的量子尖端接觸 QPC，如圖 4-1，分別是 quasi-0 μm 、0.25 μm 、1 μm 、2 μm ，將這四種 QPC 組合並改變通道間距 (edge-to-edge distance, D) 形成三種串聯 QPC 形式：

- (i) quasi-0 μm -1 μm (Q_1 - W_1)， $D=1\mu\text{m}$
- (ii) 0.25 μm -2 μm (Q_3 - W_2)， $D=1\mu\text{m}$
- (iii) 0.25 μm -2 μm (Q_2 - W_2)， $D=1.7\mu\text{m}$

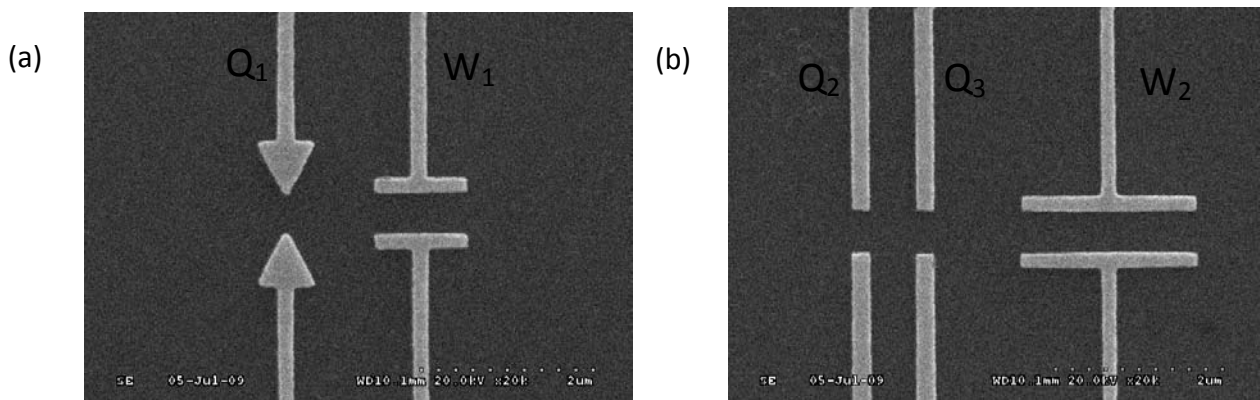


圖 4-1 不同幾何形狀量子線的電子顯微鏡照片，通道寬度均約 450nm。(a)通道長度近似於零(quasi-zero)的窄通道 Q_1 與長度為 1 μm 的量子線 W_1 的組合。(b)窄通道長度為 0.25 μm 的窄通道 Q_2 、 Q_3 與長度為 2 μm 量子線的組合。

4.1.1 窄通道的量子化電導

以上四種不同幾何形狀的QPC，儘管通道長度並不同，但是在外加閘極負偏壓(V_g)之下，當通道寬度縮減接近電子費米波長時都會展現出量子化電導的形式，如圖 4-2 所示，四對窄通道在足夠的負偏壓之下都可以觀察到量子化電導平台；外加閘極負偏壓產生的位障並不會一開始就對基板表面下方二維電子氣造成影響，這時候窄通道也尚未形成，隨著負偏壓增大，閘極下方電子開始受到位障影響開始被驅離，窄通道也才逐漸形成，電阻值也會跟著增加，當負偏壓大到相當程度時，電子會完全無法通過閘極之間的區域，電導值降為 ~ 0 (pinch off)，這時候的閘極電壓稱為截止電壓(pinch-off voltage)。

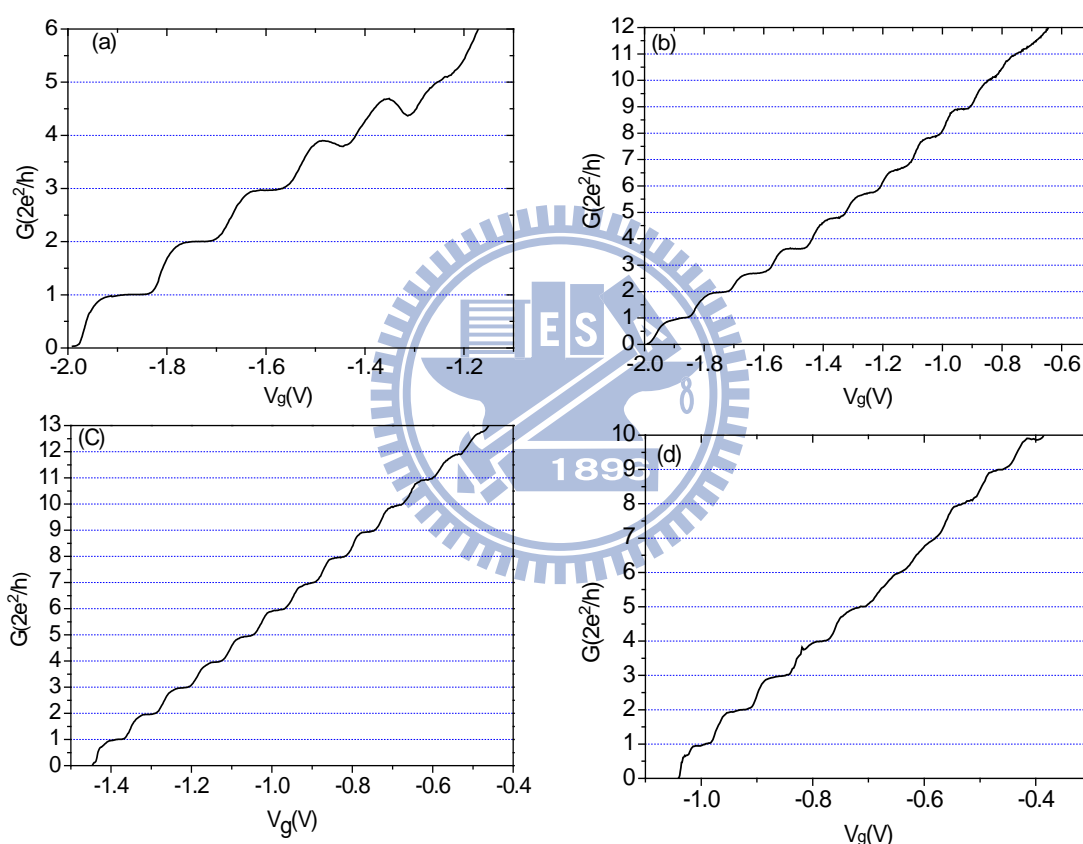


圖 4-2 不同幾何形狀窄通道的量子化電導。(a) $L=$ quasi-0 μm (b) $L=0.25 \mu\text{m}$ (c) $L=1.0 \mu\text{m}$ (d) $L=2.0 \mu\text{m}$ ， $V_{tp}=0 \text{ V}$ ， $T=0.3 \text{ K}$ 。

在圖 4-2 中，從量子化電導平台的數目可以發現，通道長度為 $1 \mu\text{m}$ (W_1)的窄通道可以觀察到 13 個量子化電導平台，是四對窄通道中數目最多的，代表閘極製作上的缺陷與閘極下方二維電子氣雜質(impurities)較少，電子傳輸時碰到背向散射(backscattering)的機率較低，可以展現良好的量子現象。

改變分離閘極電壓(V_g)會造成窄通道寬度縮減，而改變頂端閘極電壓(V_{tp})會使得閘

極索在區域局部載子密度降低(頂端閘極的位置位於在圖 4-1 分離閘極上方,可以同時改變下方窄通道的電子密度),造成電子費米能量下降,費米波長增加,對電導值的影響有三點:第一是截止電壓減少,圖 4-3 是 W_1 的電導值與分離閘極電壓($G-V_g$)的關係,由左至右每隔 0.1V 改變頂端閘極電壓(V_{tp}) 由+0.4 V 到-1.8 V,截止電壓由-1.6 V 減少為-0.72 V,第二點是由於費米能量下降造成量子化平台數目減少,當 V_{tp} 往負方向增加時,圖 4-3 右側部分窄通道從二維轉變為一維的電導值逐漸下降,可以觀察到的量子化平台也隨之遞減,第三點是平台結構模糊(smear out),電子密度下降的同時代表通道內電子數目變少,電子間交互作用變強,使得原本的平台結構隨著 V_{tp} 越負會變得越模糊。

在進行串聯電導實驗之前,所有單一窄通道都必需要先改變不同 V_{tp} 進行 $G-V_{sg}$ 的量測,確定單一窄通道的量子化電導現象存在,因為在串聯電導的實驗中,必須固定某一窄通道寬度的閘極電壓,使得窄通道電導值固定在第 N 個平台的位置,藉此固定窄通道內具有 N 個能階數,接下來再改變另一對窄通道閘極電壓 V_g 與 V_{tp} 進行在不同 V_{tp} 條件下的串聯電導值與閘極電壓 $G_{series}-V_g$ 的量測。

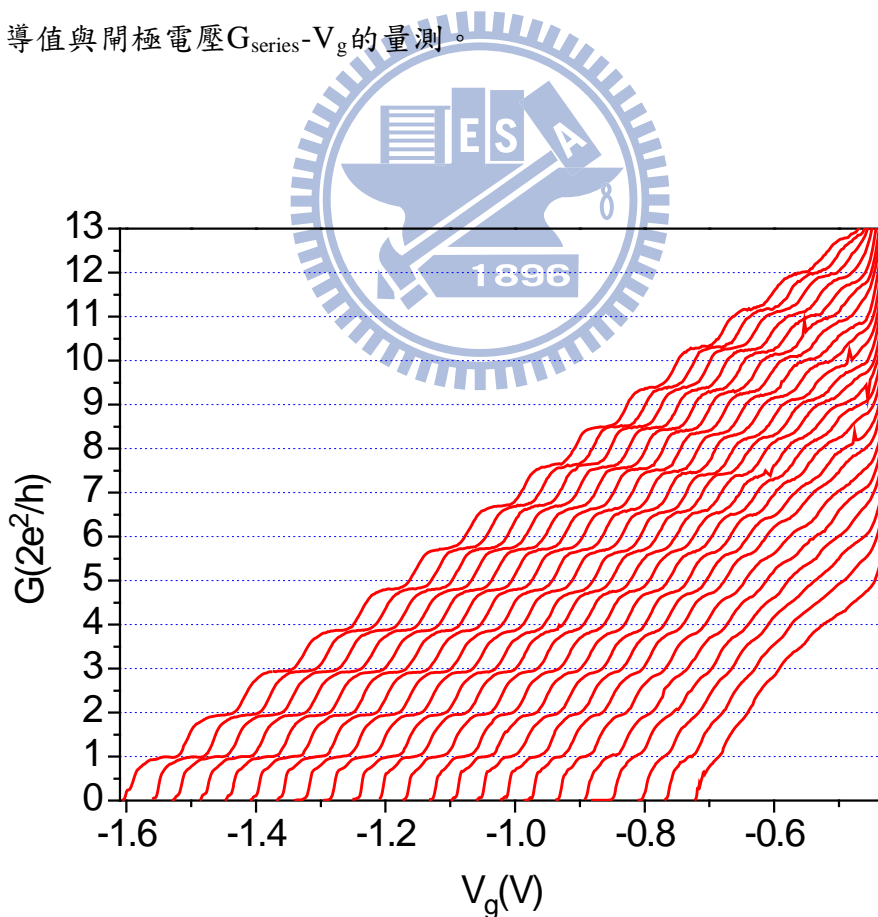


圖 4-3 通道長度 $L=1.0 \mu\text{m}$ 的窄通道,電導與閘極電壓關係圖。圖左至右頂端閘極改變為 $V_{tp}=+0.4 \sim -1.8 \text{ V}$, $\Delta V_{tp}=0.1 \text{ V}$, $T=0.3 \text{ K}$ 。

4.1.2 源極、汲極電位分析(source-drain bias measurement)

實驗設計上頂端閘極覆蓋的區域只有窄通道附近，對二維電子氣密度的影響範圍也只在窄通道存在區域，因此我們不能利用一般在半導體薄膜透過霍爾電阻的量測求得的載子密度，所以我們試著改變源極汲極電位差 V_{sd} 來得知窄通道內次能階的能量差(level spacing)，藉此獲得不同頂端閘極電壓下的費米能量，求得頂端閘極區域局部的載子密度(carrier density, n_s)。

當外加一個源極汲極電位差 V_{sd} 在通道左右兩邊時，對應的源極汲極化學位勢會等於： $E_F = \pm 1/2 V_{sd}$ ，當 V_{sd} 逐漸增加到等於次能階之間的能量差時，原本的量子化平台應該是位在電導值等於 $2e^2/h$ 整數倍的位置，但是這時候因為源極的汲極化學位勢剛好與通道內相鄰兩能階同位置，所以部分電子可以進行傳輸貢獻電導值，所以會在原本不應該有平台出現的位置產生半平台(half plateau)，如圖 4-4(a)，窄通道寬度為 $2.0 \mu\text{m}$ ，固定閘極電壓為 -1.08 V ($N=4$)，做電導值與頂端閘極電壓的關係圖，並每隔 0.1 mV 改變 V_{sd} 由 $0 \sim 2.5 \text{ mV}$ ，平台位置會從圖左接近 $2e^2/h$ 整數倍的位置隨著 V_{sd} 增大而往 $2e^2/h$ 半整數倍的地方移動。

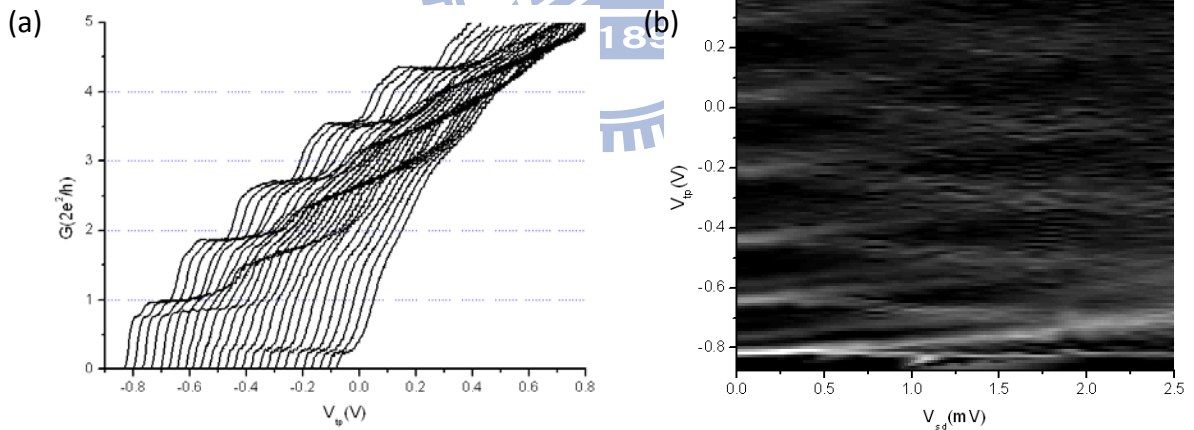


圖 4-4 (a)通道長度 $2 \mu\text{m}$ 的窄通道(W_2) $G-V_{tp}$ 的關係圖， V_{sd} 由左至右從 0 改變為 2.5 mV ， $\Delta V_{sd} = 0.1 \text{ mV}$ ， $V_{sg} = -1.08 \text{ V}$ ， $T = 0.3 \text{ K}$ 。(b)由(a)圖微分而得到 dG/dV_{tp} 與 V_{sd}, V_{tp} 的灰階關係圖，亮度越暗的部分代表微分值接近於零，即(a)圖中的平台位置，亮度越亮則代表微分後數值較大，電導值產生劇烈改變的位置。

將圖 4-4(a)進行微分處理算出 dG/dV_{tp} ，就可以得到 4-4(b) dG/dV_{tp} 對 V_{tp} 與 V_{sd} 的灰階圖，明暗代表斜率大小，所以較亮的地方表示 dG/dV_{tp} 有比較大的斜率，也就是窄通道內能階數增加電導值開始上升的位置，黑色區域就表示平台所在位置 $dG/dV_{tp} = 0$ ，從圖

左 $V_{sd}=0$ 時亮紋出現在 $V_{tp}=-0.2$ V 整數倍的位置，隨著 V_{sd} 逐漸增大，亮紋會開始分裂並移動到 $V_{tp}=-0.1$ V 整數倍的位置，利用這樣的特性我們可以知道窄通道內基態以上幾個能階的能量差，由圖 4-4(b) 可以得到： $\Delta E_{12}=2.33$ mV、 $\Delta E_{23}=2.13$ mV、 $\Delta E_{34}=2.10$ mV、 $\Delta E_{45}=1.99$ mV，越高能階之間能量差會越小。

得到次能帶能階能量差之後，便可以估算出窄通道內第 N 個能階的能量大小並計算出局部電子密度與頂端閘極電壓變化之間的關係，假設通道內位障是無限位能井模式，基態能量 $E_1=(1/2)\Delta E_{12}$ ，利用費米能量與載子密度在一維與二維的關係式：

$$n_{1D} = \frac{m^* E_F}{\pi \hbar^2} \quad (1D)、n_{2D} = \sqrt{\frac{8m^* E_F}{\pi^2 \hbar^2}} \quad (2D)$$

，可以分別求得系統中在不同頂端閘極電壓下的一維、二維載子密度。

圖 4-5 是四對不同窄通道的載子密度與頂端閘極變化關係圖，二維的電子密度在頂端閘極電壓 V_{tp} 由 +0.4 V 改變到 -0.9 V 的範圍內的變化為 $3.2 \times 10^{11} \sim 2.0 \times 10^{10}$ (cm^{-2})，一維的電子密度則是 $9.0 \times 10^5 \sim 2.5 \times 10^5$ (cm^{-1})。

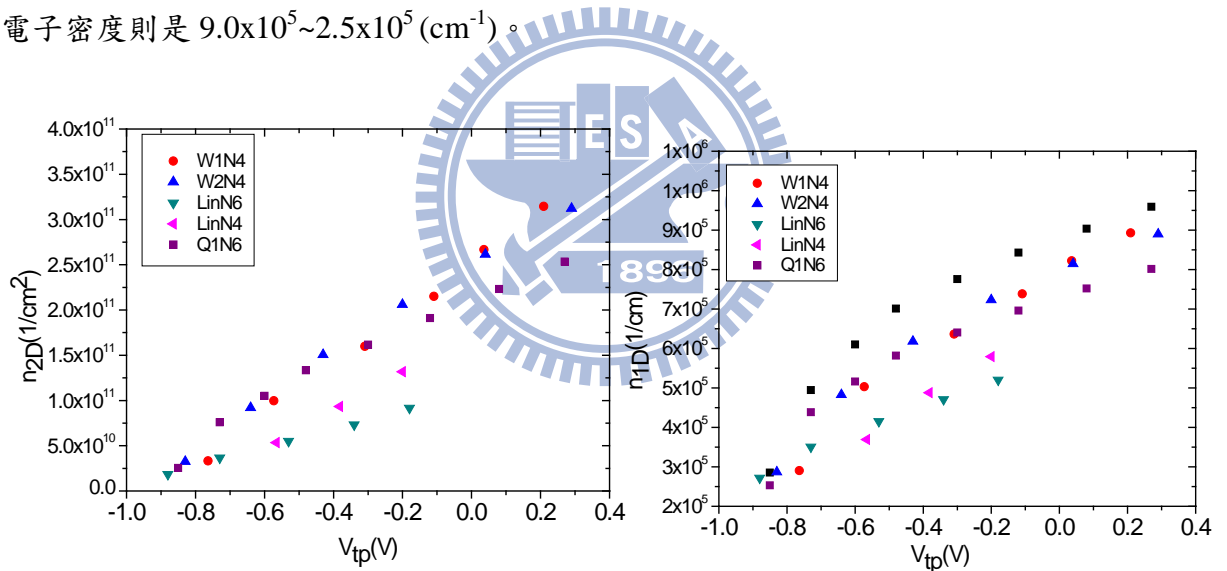


圖 4-5 四對不同窄通道一維與二維載子密度與頂端閘極電壓關係圖 (WIN4:通道長度 1 μm 、能階數:4, W2N4: 通道長度 2 μm 、能階數:4, Q1N6: 通道長度 quasi-0、能階數:4, LinN6&N4:林欣毅學長製作, 通道長度 0.3 μm 、能階數:4&6)。

4.2 串聯窄通道形式的傳輸特性

在 4.1 節中我們可以得到四對窄通道單獨的傳輸特性，接下來我們同時侷域形成兩對窄通道，透過控制閘極電壓可以分別控制兩對窄通道的寬度，形成兩對窄通道串聯的模式，電子在這種系統中的傳輸模式在 2.1.4 節中已經介紹過，實驗上將會探討在我們設計的三種不同幾何形狀間距的三對串聯窄通道中 ((i) quasi-0 μm -1 μm (Q1-W1), $D=1$

μm ，(ii) $0.25\ \mu\text{m}-2\ \mu\text{m}$ (Q3-W2)， $D=1\ \mu\text{m}$ ，(iii) $0.25\ \mu\text{m}-2\ \mu\text{m}$ (Q2-W2)， $D=1.7\ \mu\text{m}$)，串聯電導值大小會如何變化，並透過 T_d 的計算了解電子的傳輸特性是屬於哪一個範疇。

4.2.1 串聯窄通道的電導值量測

電子在串聯窄通道中傳輸模式可以透過穿透機率(T_d)大小來得知， T_d 越接近 1 越屬於絕熱傳輸(adiabatic transport)， T_d 越接近 0 則是歐姆傳輸(Ohmic transport)的範疇，由式(2.24)要得到 T_d 需要 G_1 、 G_2 與 G_{series} ， G_1 與 G_2 分別代表兩對窄通道單獨侷域時的電導值， G_{series} 則是兩對窄通道同時侷域之後的電導值，實驗上量測的方法是先固定其中一對窄通道在固定的寬度(也就是電導值固定在 G_1)，接著改變第二對窄通道的閘極電壓 V_g 進行 $G_{\text{series}}-V_g$ 的量測，如此一來第二對窄通道的寬度就會由微影製程的尺寸開始縮減直到通道關閉 $G_{\text{series}}=0$ ，這樣就可以得到其中一窄通道固定寬度，電導值隨第二對窄通道寬度變化的關係圖，另外再改變頂端閘極電壓就可以進一步了解 G_{series} 與電子密度之間的變化關係。

圖 4-6 是窄通道串聯組態(i) quasi-0 $\mu\text{m}-1\ \mu\text{m}$ (Q1-W1)， $D=1\ \mu\text{m}$ 的串聯電導值隨電子密度減少的關係圖， Q_1 (quasi-zero QPC)的寬度固定在通道內能階數 $N=3$ 的位置，然後 W_1 的寬度隨 V_g 改變，由左至右 V_{tp} 從 $+0.3\ \text{V}$ 改變到 $-1.7\ \text{V}$ ，在 $V_{\text{tp}}=+0.3\ \text{V}$ 時，串聯電導值也會展現出量子化平台的結構，但是跟單獨一對窄通道比起來，串聯電導的量子化平台並不會出現在 $2e^2/h$ 整數倍的位置，因為電子同時經過兩對窄通道，而傳輸的過程中有部分歐姆傳輸的性質，所以會造成電阻增加，電導值下降，平台結構也就不會出現在 $2e^2/h$ 整數倍的位置；而電子密度改變對串聯電導值則與窄通道單獨量測時有相同的影響，當電子密度下降，串聯電導的平台數目會隨密度降低而減少，平台在低密度時會變得模糊，平台位置會隨密度降低跟著下降。

對 $G\sim 0.8(2e^2/h)$ 這個位置的平台代表的是 Q_1 內能階數 $N=3$ 而 W_1 能階數 $N=1$ 時的傳輸情形，依此類推可以從圖上知道 W_1 能階數 $N=2,3,4$ 情況下的串聯電導，接下來再改變第一對窄通道到另外的寬度(G_1')，就可以得到 Q_1 內能階數 M 而 W_1 能階數 $N=1,2,3,4$ 情況下的串聯電阻值。

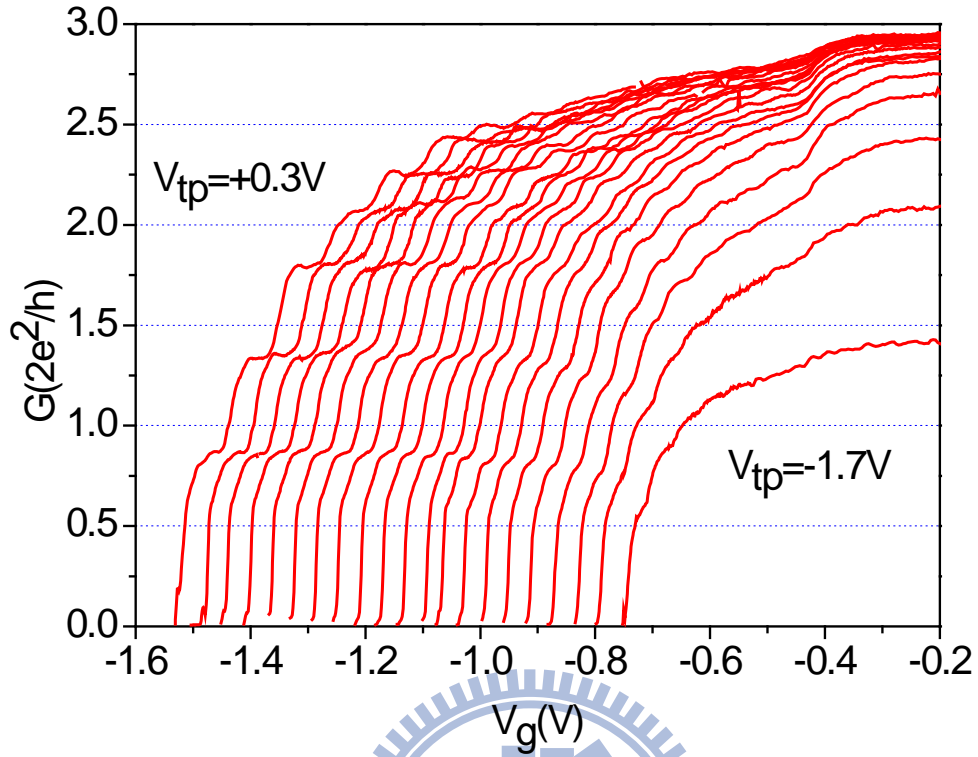


圖 4-6 串聯組態(i) quasi-0 μm -1 μm (Q1-W1), $D=1\mu\text{m}$, Q_1 通道內態數 $N=3$, V_{tp} 由左至右 $+0.3\sim-1.7\text{ V}$, $\Delta V_{tp}=0.1\text{ V}$, $T=0.3\text{ K}$ 。

4.2.2 直接穿透率 T_d 的計算

在 4.2.1 小節中我們從實驗的量測可以得到，電子在兩對不同寬度窄通道間傳輸的

串聯電導值，由式(2.24)：
$$G_{series} = \frac{2e^2}{h} T_d + \frac{[G_1 - (2e^2/h)T_d][G_2 - (2e^2/h)T_d]}{G_1 + G_2 - 2(2e^2/h)T_d},$$

可以整理為：
$$T_d = G_{series} \pm \sqrt{G_{series}^2 + G_1 G_2 - G_{series} (G_1 + G_2)},$$
 如果兩窄通道有相同的電導值則由式(2.25)計算 T_d ， T_d 的量值可以代表傳輸過程中歐姆傳輸與絕熱傳輸所佔的比例，將實驗得到的 G_1, G_2, G_{series} 代入上式就可以得到在不同幾何形狀串聯窄通道間傳輸的穿透機率 T_d 值大小，以及電子密度變化對 T_d 又會有怎樣的影響，由實驗設計的三種窄通道串聯組態計算的 T_d 值都落在 0 與 1 之間，表示在此系統中電子的傳輸特性並不完全屬於絕熱或是歐姆範疇，而是介於兩者之間。

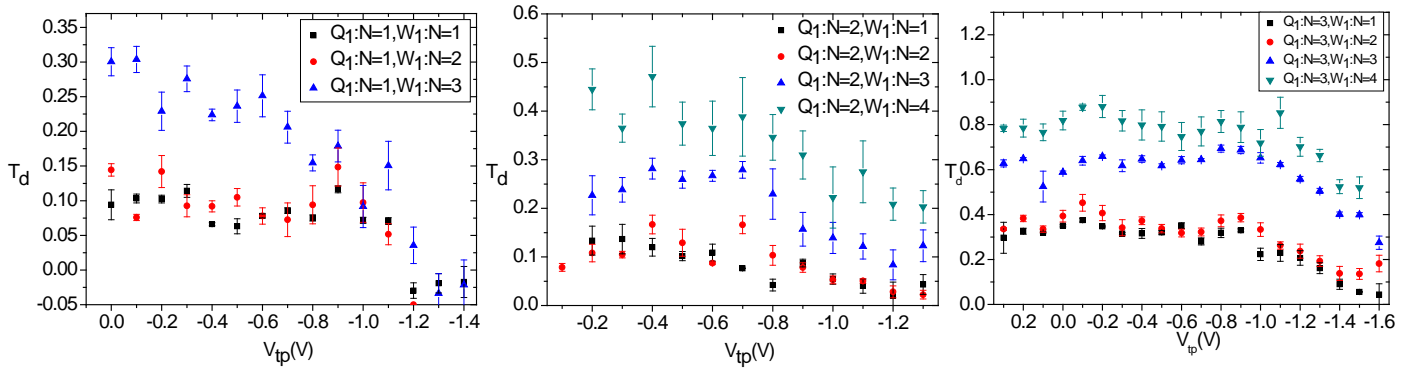


圖 4-7 串聯組態(i) quasi-0 μm -1 μm (Q_1 - W_1)， $D=1\mu\text{m}$ ， Q_1 通道寬度固定為 $N=1,2,3$ ， W_1 由 $M=1,2,3,4$ 。

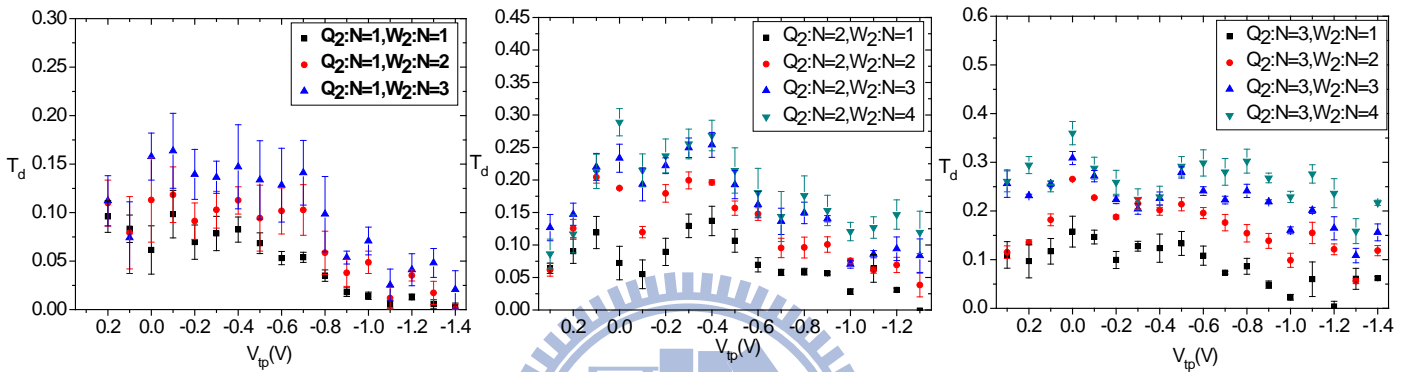


圖 4-8 串聯組態(ii) 0.25 μm -2 μm (Q_3 - W_2)， $D=1\mu\text{m}$ ， Q_2 通道寬度固定為 $N=1,2,3$ ， W_2 由 $M=1,2,3,4$ 。

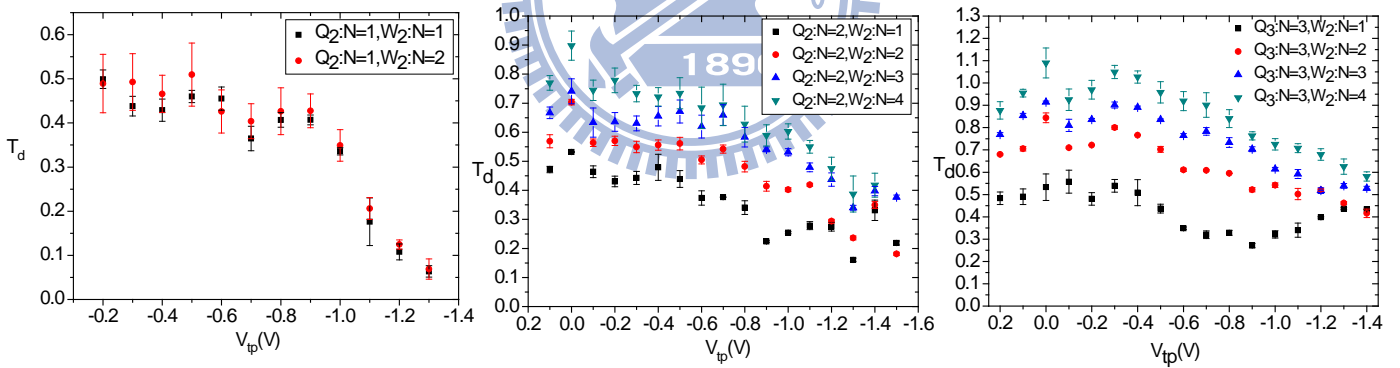


圖 4-9 串聯組態(iii) 0.25 μm -2 μm (Q_2 - W_2)， $D=1.7\mu\text{m}$ ， Q_3 通道寬度固定為 $N=1,2,3$ ， W_2 由 $M=1,2,3,4$ 。

圖 4-7、4-8、4-9 分別是計算得到的串聯組態(i)、(ii)、(iii)的 T_d 值與電子密度變化的關係，兩對窄通道的能態變化 N, M 分別是 $N=1,2,3$ ， $M=1,2,3,4$ ，所以會有兩窄通道開口寬度不對稱的傳輸情形也考慮在內，對三種不同的組態來說， T_d 值會隨兩窄通道其中一邊寬度增加而上升，假設兩對窄通道能態組合為 (N, M) ，圖 4-9(c)可以發現， $T_d(3,4) > T_d(3,3) > T_d(3,2) > T_d(3,1)$ ，符合古典穿透機率的預期，如圖 4-10 所示：

$$T_{cl} = \frac{\sqrt{\left(\frac{W_1 + W_2}{2}\right)^2 + L^2} - \sqrt{\left(\frac{W_1 - W_2}{2}\right)^2 + L^2}}{W_1}, \quad T_{cl} \text{ 隨 } W_2 \text{ 變大而增加。}$$

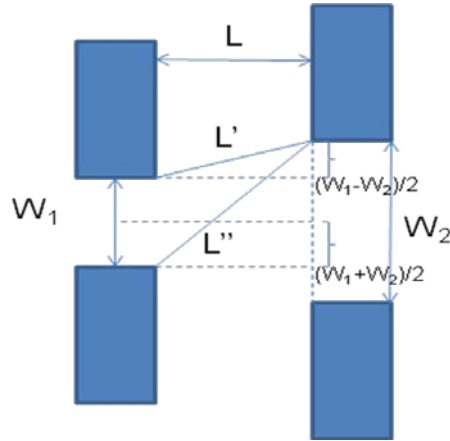


圖 4-10 古典穿透機率幾何模型示意圖。

在所有的組態與能態數組合中， T_d 在高電子密度區域($V_{tp} > 0$)，電子密度對 T_d 沒有太大的影響， T_d 大致上是定值，隨著 V_{tp} 增加到 -0.5 V左右， T_d 開始會隨著負偏壓增加而下降，在部分組合中 T_d 會下降到 0，在低電子密度區域 T_d 隨地電子密度改變而下降的現象。在組態(i)與(iii)可以較明顯觀察到這個趨勢，組態(ii)因為是三種串聯模式中具有最遠的窄通道距離 $D=1.7\mu\text{m}$ ，所以在各種(N,M)組合中即使再高密度區域 T_d 值都在 0.3 以下，比組態(i)、(ii)的 T_d 值都來得小。

T_d 值在高電子密度區域較不受密度改變而影響可能的原因為，在二維電子氣中遷移率與平均自由徑在高密度區域較不受載子密度改變的影響，1998 年Kane等[29]同樣利用閘極電壓改變二維電子氣的載子密度並且量測樣品遷移率與平均自由徑的變化，在高密度區域，這兩個特徵值受載子密度影響較小，因此在我們 T_d 與電子密度的關係圖中，在高電子密度區域 T_d 大致上是固定值。

圖 4-11(a)是組態(ii)與(iii)中 T_d 與 W_2 寬度的關係圖，隨著x軸 W_2 寬度增加， Q_2 與 Q_3 通道內能態數 $N=1,2,3$ 的情況下都有 T_d 隨 W_2 寬度增加而上升的趨勢，但是組態(iii)中的 T_d 值不論在 Q_3 能態 $N=1,2,3$ 時都大於組態(ii) Q_2 能態 $N=1,2,3$ 的情況，會造成這種 T_d 值的差異是受到兩個組態之間窄通道距離的影響，組態(ii)間距 $D=1.7\mu\text{m}$ 而組態(iii)間距 $L=1.0\mu\text{m}$ ，兩者相差了 170%，圖 4-11(b)，1992 年Takagaki針對串聯電導傳輸特性的理論模擬展現出 T_d 隨通道距離增加而降低的特性，與實驗的結果相吻合[10]。

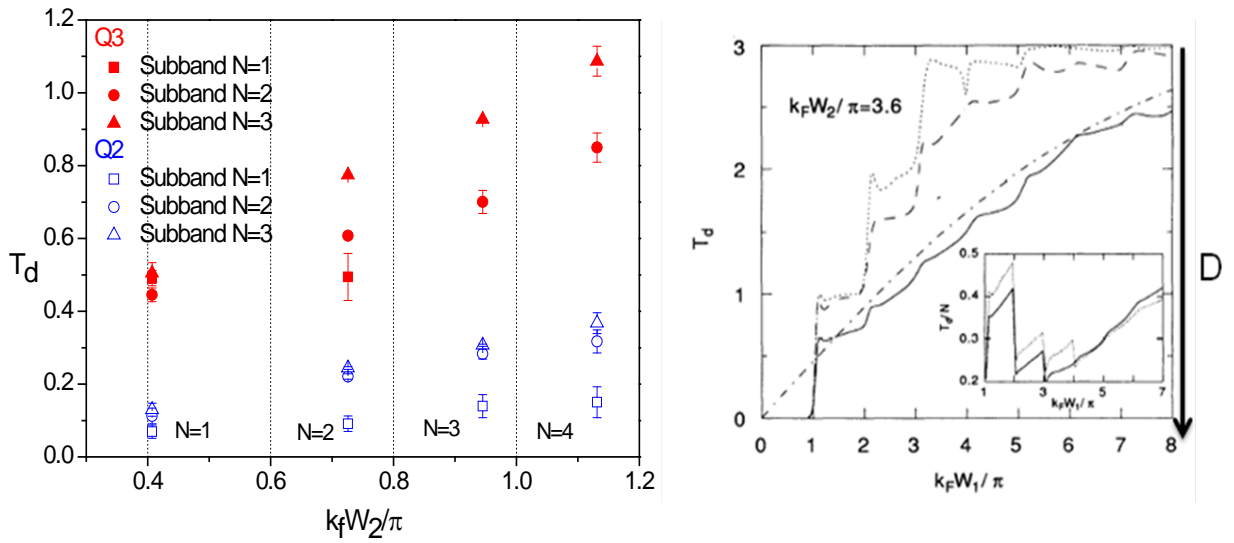


圖 4-11 (a)組態(ii)與(iii)固定 Q_2 與 Q_3 能態數 $N=1,2,3$ ， T_d 與 W_2 寬度($M=1\sim 4$)關係圖。
 (b)Takagaki 在 1992 年串聯 QPC 穿透機率的模擬，實線 QPC 距離最遠，有最小的 T_d 值[10]。

4.2.3 對準效應(Collimation effect)

接下來我們考慮具有相同窄通道間距 $D=1 \mu\text{m}$ 的組態(i)與組態(ii)，兩者都是窄通道與量子線的組合，但是組態(i)都具有較短的通道長度(quasi-0, $1 \mu\text{m}$)，組態(ii)則是($0.25, 2 \mu\text{m}$)，由圖 4-12 可以發現具有相同通道間距的兩組態，組態(ii)的 T_d 值也在三個通道能階數 N 都比組態(i)來得高。

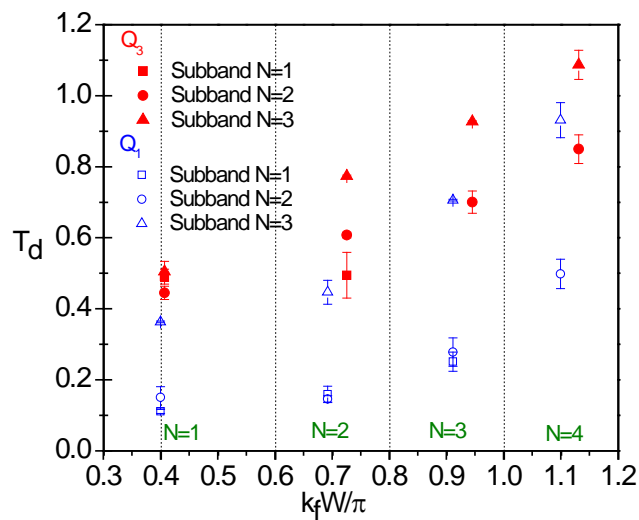


圖 4-12 組態(i)與(ii)固定 Q_1 與 Q_3 能態數 $N=1,2,3$ ， T_d 與 $W_{1,2}$ 寬度($M=1\sim 4$)關係圖。

Beenakker在1989年提出串聯電導值與 T_d 的關係式的同時[8]，他認為對準效應(Collimation effect)可能會使得電子在離開第一個窄通道之後會被對準到下一個通道，造成 T_d 值的增加，稱為Horn collimation effect，由窄通道幾何形狀所造成，考慮窄通道的寬度變化由通道中至開口處是緩慢的變化： $W_{\min} \sim W_{\max}$ ，因此電子在通道內是屬於絕熱傳輸(adiabatic transport)[30]，電子在通道內y方向的角波數固定而沒有次能階之間的傳輸(no interlevel transition)[31-35]，會造成電子離開通道時會被限制在某一角度內向下一個通道前進： $W_{\max} E_F^{1/2} |\sin \phi| < W_{\min} (E_F - E_0)^{1/2}$ ，對準效應的強度可以寫成： $f_h \equiv \frac{W_{\max}}{W_{\min}}$

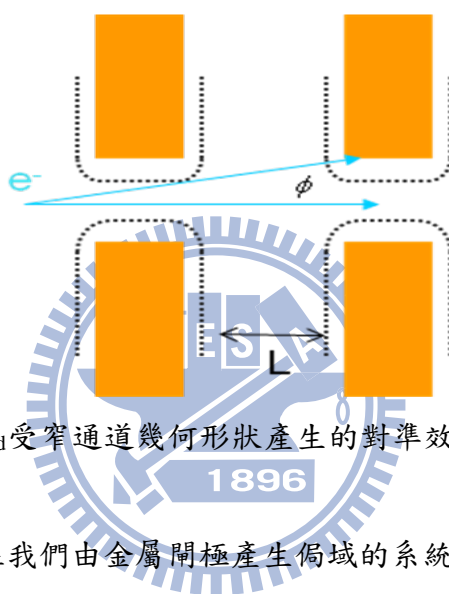


圖 4-13 Beenakker所提出 T_d 受窄通道幾何形狀產生的對準效應而增加示意圖[8]。

Horn collimation effect在我們由金屬閘極產生侷域的系統中很容易發生，因為透過閘極偏壓產生位障的方式，儘管閘極在設計上都會如圖 4-13 所示希望閘極形狀有銳利的直角，但是實際上產生的位障確會是如圖 4-13 虛線部分所示，在接近開口的地方會有比較平滑的變化，也就是會從通道中心最窄距離緩慢的變化到開口較大的寬度，僅限於通道開口附近仍然受閘極電壓影響的區域，在通道開口具有這樣平滑的位障變化會使得電子在通道內傳輸的模態在進入電子海之後仍然會與具有相同模態的能階有耦合(conversion of mode)，所以在離開通道之後會被對準向下一個通道，若是開口寬度有劇烈變化，則電子就會與通道間區域其他能態耦合，造成不同能態間的散射，Takagaki在1992年理論的模擬也考慮在這個情形之下 T_d 值與通道開口變化的關係[10]，如圖 4-14 所示，假設通道開口由通道寬度 W 改變為 W_m ， W_m 接近 W 但是小於 W ，在 $W_m - W$ 小於半個費米波長以內的寬度變化時，電子直接穿透機率會提高，超過這個範圍collimation effect的影響程度較小。

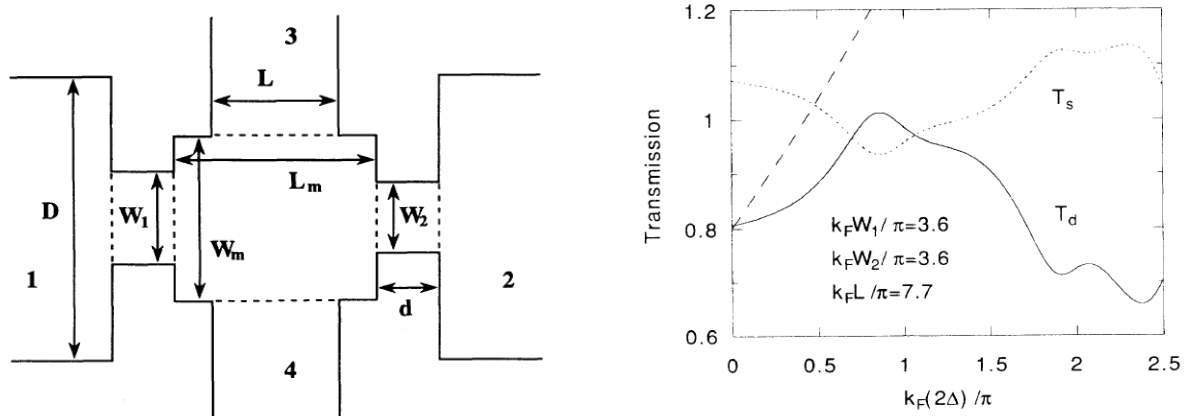


圖 4-14 (a)Takagaki提出串聯窄通道模型示意圖，兩通道寬度為 W_1 、 W_2 。(b)穿透機率與通道寬度變化($\Delta=(W_m-W)/2$)關係圖，寬度變化在半個費米波長以內時，直接穿透機率會隨寬度增加而增大(實線) [10]

Gurzhi等[36]也提出如何利用量子尖端接觸產生非常集中的電子流[36]，如圖 4-15 (左) 考慮一個通道開口寬度緩慢增加(線性)，開口寬度與電子流行進方向 (Z)的關係式為： $r=bz$ ，在斜率 b 遠小於1的情況下，進行理論模擬，如圖 4-15 右，改變通道內態數 $N=1、2、3$ (通道最窄寬度由0.5~1.5個費米波長，電子傳輸模態數增加)，離開通道的電子流都集中在與行進方向夾角 10° 以內的區域。

實驗上Topinka等在2000年利用SPM實際測量通過窄通道的電子流分布[37]，實驗上使用的窄通道開口變化斜率約等於1，得到的電子流僅集中在與行進方向夾角 45° 的範圍內，因此通道開口寬度的變化程度對離開通道的電子流集中程度有相當大的影響。

由圖 4-1(a)中通道長度近似為零的窄通道 Q_1 與 4-1(b)的通道長度250 nm的 Q_3 相比較， Q_1 在通道附近形狀為一正三角形，也就是開口寬度變化斜率等於2，由通道最窄處450 nm變化為1.6 μm ， Q_3 是一般的矩形窄通道形式，所以 Q_1 與 Q_3 相比較可以發現 Q_3 有比較平緩的開口寬度變化，經過這窄通道 Q_3 的電子流會比經過 Q_1 的會有比較好的集中效應，電子直接往下一個窄通道行進的機率會增加。

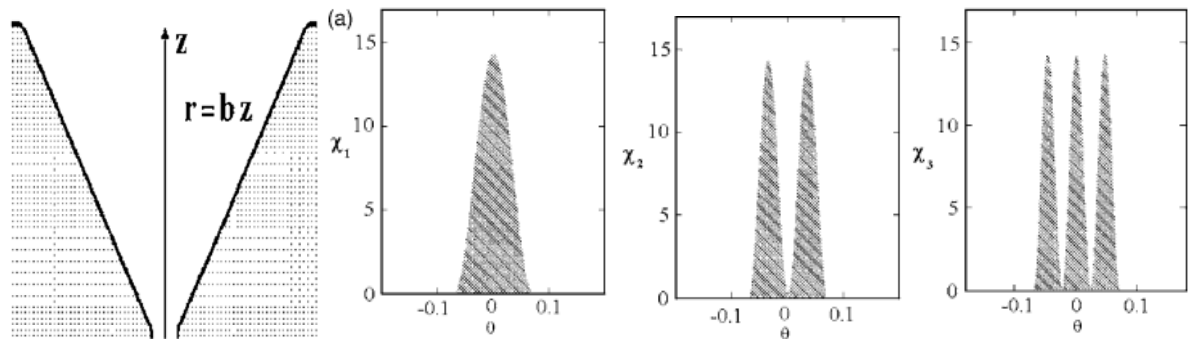


圖 4-15 Gurzhi 等在 2005 年計算電子流經過一個開口寬度線性增加的通道時(左), 電子流離開通道的角度分布圖, 對一個開口寬度緩慢增加的通道($b \ll 1$), (右)對三種不同通道開口寬度(模態數 $N=1,2,3$), 電子流可以集中在通道中心夾角 10° 以內[36]。

另外 Hornsey 等在 1996 年也利用 Monte Carlo 模擬的方式, 計算電子流經過不同幾何形狀的窄通道後與行進方向角度分布[38], 考慮兩種不同長寬比 $L/W=3,30$ 的窄通道, 發現寬度越長的通道可以得到越集中的電子流, 在長寬比等於 30 的窄通道中, 電子流集中在與行進方向夾角 5.5° 的區域內, 而長寬比只有 3 的窄通道則是 36° , 因此, 在組態(i)與組態(ii)中, 由圖 4-1(a)中通道長度為 $1 \mu\text{m}$ 的量子線 W_1 , 與 4-1(b)中通道長度等於 $2 \mu\text{m}$ 的量子線 W_2 相比較, 兩者的長寬比分別為 2.2 與 4.4, 可以預期經過 W_2 的電子流會比 W_1 來得更加集中。

因此我們在圖 4-12 中觀察到組態(i) T_d 值會低於組態(ii)可能就是因為幾何形狀上的關係, 組態(i)中 Q_1 通道長度幾乎是 0, 開口寬度由 425 nm 改變為 $1.7 \mu\text{m}$, 造成電子在離開通道角度分布較大, 所以組態(ii) Q_3 會有比 Q_1 更好的對準效應, 而 W_2 因為比 W_1 有更大的長寬比, 所以也可以得到比較集中的電子流往 Q_3 移動, 造成 T_d 在組態(ii)中不同能態數組合的情況下都比組態(i)來得大, 原因應該就是兩組態中窄通道幾何形狀造成的影響, 組態(ii)中的窄通道與量子線會有比較好的對準效應, 得到比較集中的電子流造成電子直接穿透機率 T_d 較高。

4.3 電子空腔系統

在之前的章節討論的都是類一維窄通道系統中電子電性傳輸特性的探討，接下來我們要在電子空腔系統中觀察不同的電子傳輸行為。

我們利用最簡單的分離閘極模式形成電子空腔，如圖 4-16，電子空腔的大小只由一對“ \cap ”狀閘極控制，改變閘極電壓同時也影響空腔內電子與源極、汲極之間的耦合強度，再由頂端閘極(V_{tp})改變空腔周圍區域的費米能量影響電子空腔的位能高低，樣品的設計如圖 4-16：Cavity1 與Cavity2 均為一對“ \cap ”字型設計的分離閘極，兩閘極最接近的QPC開口距離約 350nm，內部空腔大小分別約為 0.48 與 0.12 μm^2 。

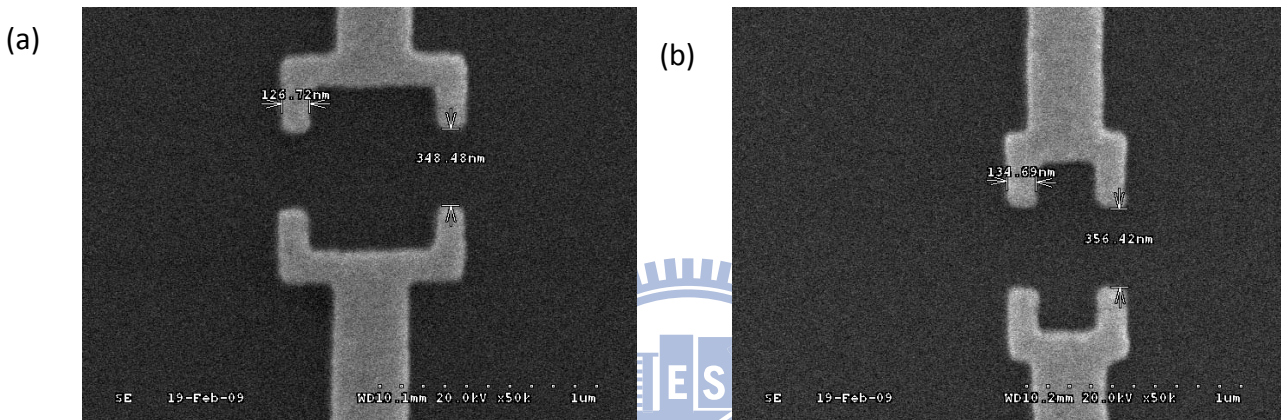


圖 4-16 兩種不同面積電子空腔的電子束微影影像。(a)空腔 1:內徑長 800 nm 寬 600 nm，面積約 0.48 μm^2 。(b)空腔 2:內徑長 600 nm 寬 200 nm，面積約 0.12 μm^2 。

4.3.1 電子空腔電導值的震盪形式

在實驗上試著利用不同分離閘極電壓 V_{sg} 改變電子空腔的大小，同時利用頂端閘極 V_{tp} 改變電子空腔的位能，希望能找到電導與隨閘極電壓變化產生震盪的電壓條件，如圖 4-17，在Cavity1 中，閘極電壓由-470 mV到-770 mV在電導值小於 0.6 ($2e^2/h$)時都可以觀察到隨 V_{tp} 改變而產生的電導值震盪；在Cavity2 則只出現在 $V_{sg}=-320$ mV~-380 mV的情況，如圖 4-18，這是因為Cavity2 ” \cap ” 字型結構中空腔的深度只有 100 nm，如果 V_{sg} 電壓太大會使得空腔區域太小，整對分離閘極會變成類型量子尖端接觸的形式，因此在圖中 $V_{sg} < -380$ mV的部分沒有發現震盪產生，而是呈現單一量子尖端接觸的量子化電導；在兩個電子空腔中的觀察到的震盪都發生在電導值等於 0.1~0.6 ($2e^2/h$)之間，與文獻上CB震盪多發生在 0.1 ($2e^2/h$)以下不太相同。

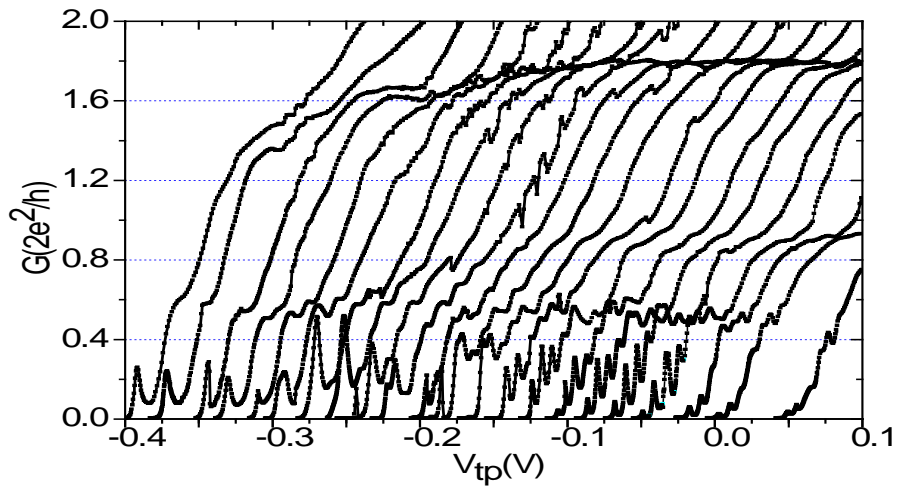


圖 4-17 Cavity1 電導值 G 與頂端閘極電壓 V_{tp} 關係圖，分離閘極電壓由左至右改變： $V_{sg}=-470\sim 770$ mV， $\Delta V_{sg}=15$ mV， $T=45$ mK。

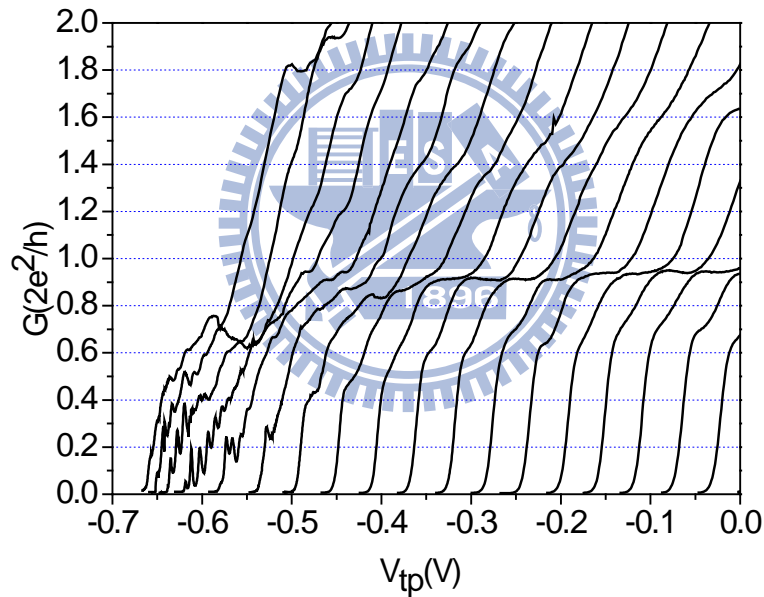


圖 4-18 Cavity2 電導值與 V_{tp} 關係圖，分離閘極電壓由左至右改變： $V_{sg}=-300\sim 640$ mV， $\Delta V_{sg}=20$ mV， $T=45$ mK。

由 $G-V_{tp}$ 的量測，我們可以知道在Cavity1、Cavity2 中有震盪出現的 V_{sg}, V_{tp} 電壓條件範圍，針對這些震盪可以做源極汲極電位量測(dI/dV_{sd} measurement)，可以知道震盪位置附近的能階分布情況，假設電壓條件設在 $G-V_{tp}$ 震盪峰值的位置，則在 dI/dV_{sd} 的量測中在 $V_{sd}=0$ 的位置同樣會有局部最大值(Local maximum)存在，隨著電壓條件改變， dI/dV_{sd} 量測中峰值會出現在不同的 V_{sd} 值，隨著電壓條件改變從 $G-V_{tp}$ 震盪峰值移動到谷底時， dI/dV_{sd} 峰值也會由 $V_{sd}=0$ 往高 V_{sd} 移動並且左右對稱的菱形結構(diamond structure)。

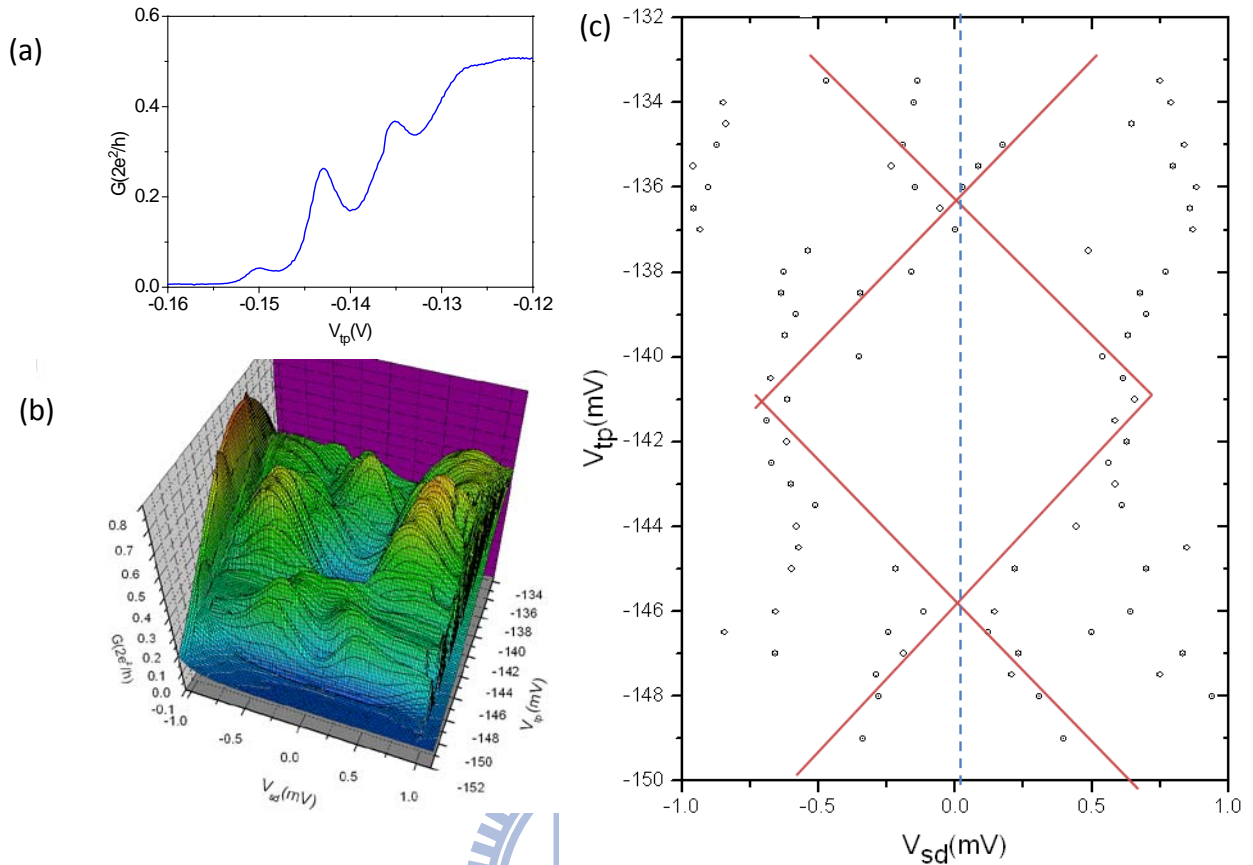


圖 4-19 (a) Cavity1 的 $G-V_{tp}$ 關係圖，固定閘極電壓 $V_{sg} = -665\text{mV}$ ， $T = 45\text{mK}$ 。(b) Cavity1 的 dI/dV_{sd} 相對 V_{sd} 與 V_{tp} 量測的 3D 圖， $V_{sd} = -1\text{mV} \sim +1\text{mV}$ ， $V_{sg} = -665\text{mV}$ ， $V_{tp} = -133\text{mV} \sim -150\text{mV}$ ， $\Delta V_{tp} = 0.5\text{mV}$ 。(c) 圖(b) 中波峰出現位置與 V_{sd} 、 V_{tp} 關係圖。

如圖 4-19(c)，Cavity1 改變 V_{tp} 由 -136mV 到 -146mV 時，峰值出現位置由原本 $V_{sd} = 0$ 往左右兩邊分開，在 $V_{tp} = -141\text{mV}$ 時分開距離最遠 (0.7mV) 接下來在往 $V_{sd} = 0$ 靠近，這樣由峰值—谷底—峰值的過程剛好使得會形成峰值位置成現菱形的形狀，兩個震盪峰值可以產生一個 diamond structure；在 Cavity1 中，圖 4-19 (a) $V_{tp} = -133 \sim -150\text{mV}$ 在 $G-V_{tp}$ 量測有三個震盪存在，而在圖 4-19 (c) 卻只觀察到一個菱形結構，這是因為在 dI/dV_{sd} 量測的過程中總共耗時 6 小時，原本 $G-V_{tp}$ 震盪峰值出現的電壓產生位移，造成在圖 4-19 (c) 中沒有觀察到原本預期的兩個菱形結構。

圖 4-20 (a) 的 Cavity2: $G-V_{tp}$ 量測中，固定 $V_{sg} = -360\text{mV}$ ，改變 V_{tp} 從 $-578 \sim -610\text{mV}$ 總共有 4 個震盪尖峰出現，從圖 4-20(c) 中在 $V_{sd} > 0$ 的部分確實觀察到相對應的三個半菱形結構，之所以未能形成完美的菱形結構可能是因為電子空腔兩個開口位障產生的電位降貢獻不均造成，會造成這樣的情況推測是樣品製作時電子空腔左右開口寬度不對稱的因素所引起，從圖 4-20(b) 可以看到當 $V_{sd} < 0$ 的部分具有比較高的電導值，表示當電子由個方向進入電子空腔時有較高的穿透機率進入電子空腔，所以在圖形會往左邊傾斜，造成峰

值位置不會回到 $V_{sd}=0$ 的位置。

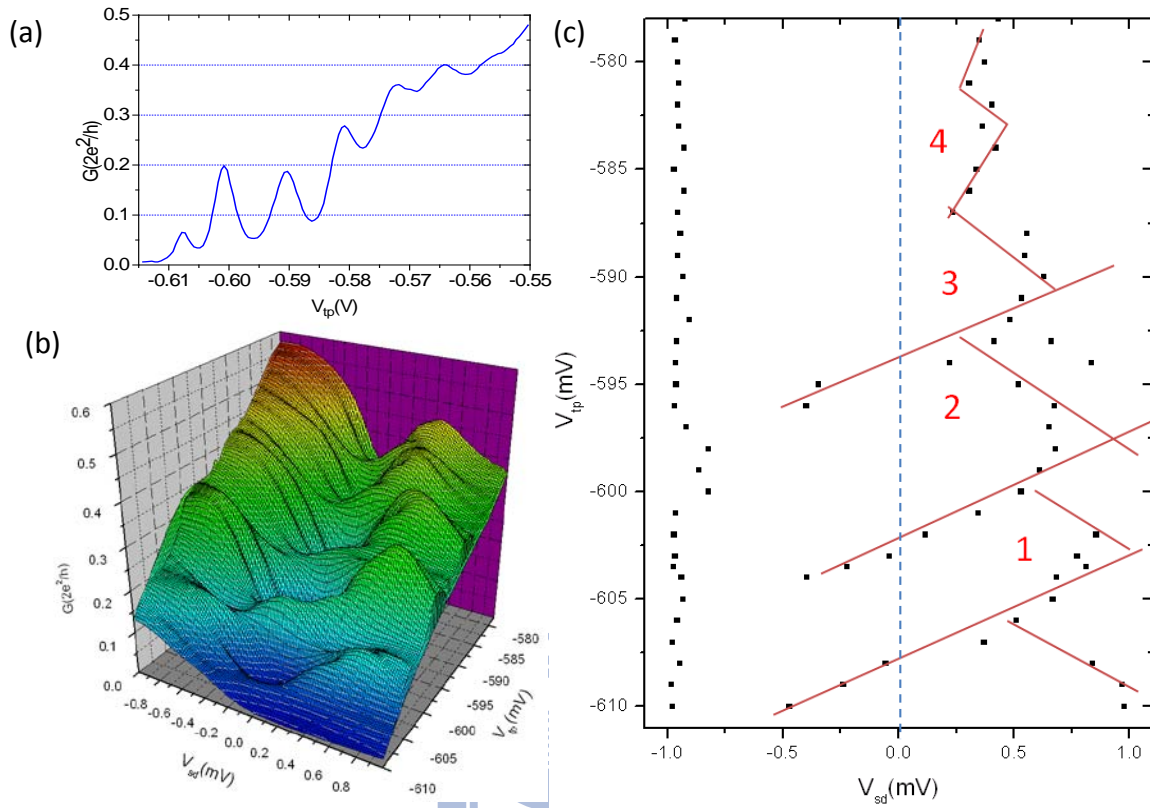


圖 4-20 (a) Cavity2 的 G - V_{tp} 關係圖，固定閘極電壓 $V_{sg} = -360$ mV， $T = 45$ mK。(b) Cavity2 的 dI/dV_{sd} 相對 V_{sd} 與 V_{tp} 量測的 3D 圖， $V_{sd} = -1$ mV~ $+1$ mV， $V_{sg} = -360$ mV， $V_{tp} = -578$ mV~ -610 mV， $\Delta V_{tp} = 1.0$ mV。(c) 圖(b)中波峰出現位置與 V_{sd} 、 V_{tp} 關係圖。

Cavity2 進行 G - V_{tp} 量測得到電導值隨閘極電壓改變有震盪產生，與理論上古典以及量子庫侖阻絕式震盪(CB oscillation)的形式：式(2.30)、(2.31)進行擬合得到圖 4-21，擬合參數 $\Delta E = 0.6$ μ eV和 $e^2/C = 5.5$ μ eV，對應的電子空腔半徑大小為 3.14 μ m(假設空腔為圓盤狀)，遠大於實驗元件的尺寸，表示我們 G - V_{tp} 量測觀察到的震盪形式並不符合(2.30)和(2.31)的範疇： $\hbar\Gamma \ll k_B T$ ，也就是電子空腔與周圍環境必須是弱耦合強度，左右兩開口的位障需要足夠高(電導值低)使得電子的穿隧頻率(tunneling rate)降低；將震盪波峰與式(2.32)擬合，得到的擬合參數為： $\hbar\Gamma = 0.609$ meV和 $e^2/C = 1.738$ meV，對應的電子空腔半徑為 100 nm，比較符合實際空腔大小。

實驗量測是在系統溫度 45 mK 下進行，相對應的能量約為 5 μ eV，由擬合的結果顯示我們其實是在 $\hbar\Gamma \gg k_B T$ 的條件下觀察到震盪情形，並不屬於發生CB oscillation的範

疇，所以在與式(2.30),(2.31)的擬合中會得到不符合元件實際尺寸的擬合結果；由實驗上可以觀察到震盪皆發生在電導值高於 $0.1 (2e^2/h)$ 的位置，表示兩開口沒有造成非常高的位障，空腔與環境交互作用屬於強耦合，可以來說明這個情形。Foxman等在 1993 年進行電子空腔CB震盪形式與耦合強度之間關係的實驗中，在低耦合強度區域實驗數據與式(2.31)有很好的擬合結果，在強耦合區域則是與式(2.32)較吻合，與我們在實驗上觀察到的高耦合區域的震盪行為相符[14]。

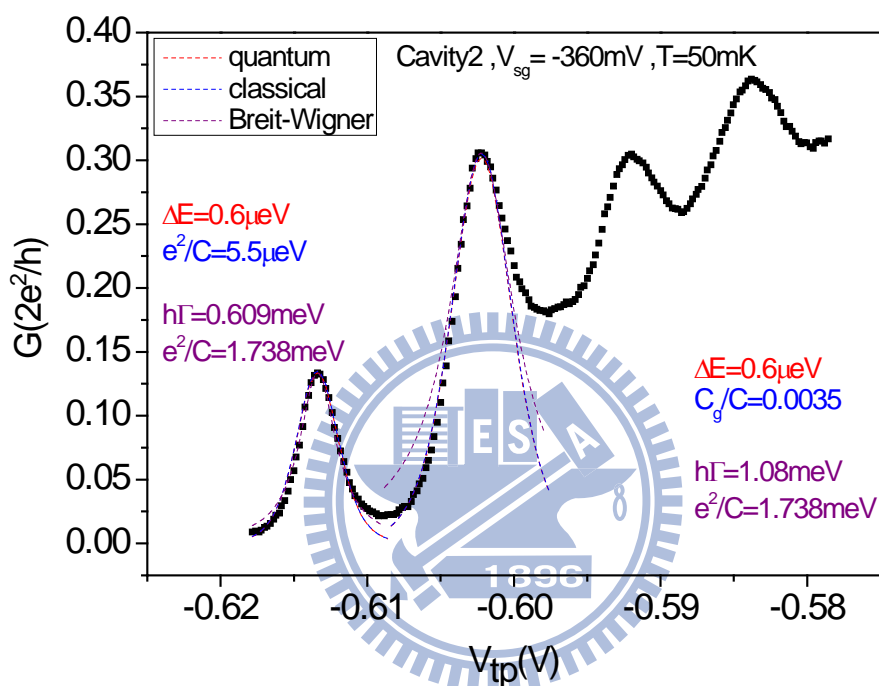


圖 4-21 Cavity2，分離開極電壓 $V_{sg} = -360$ mV，實驗數據與式(2.30)、(2.31)、(2.32)的擬合結果。

接下來我們改變系統溫度由 45 mK 到 250 mK，觀察震盪形式與溫度的關係，Meir 在 1991 年從理論及實驗上探討兩者之間的關係[13]，發現在溫度逐漸升高， $k_B T$ 由 e^2/C 的 5% 增加到 20% 之後，震盪的形式會因為溫度的影響(thermal broadening)使得震盪半高寬增加，使得相鄰兩波峰間波谷電導值因為重疊的關係而不為零。

圖 4-22 中 Cavity1、Cavity2 分別固定在相同的電壓條件，在 6 個不同溫度進行 $G-V_{tp}$ 的量測，在兩個系統中都沒有發現溫度改變對震盪造成的系統性的變化，thermal energy $k_B T$ 由 5 增加到 25 μeV 對震盪形式並沒有太大的影響，從(2.32)擬合的結果可以知道 Cavity2 在這個電壓條件下 $e^2/C = 1.738$ meV，是 $k_B T = 5 \sim 25$ μeV 的 300~60 倍，因此溫度對震盪形式才沒有太大的影響(Cavity1, $e^2/C = 0.742$ meV)。

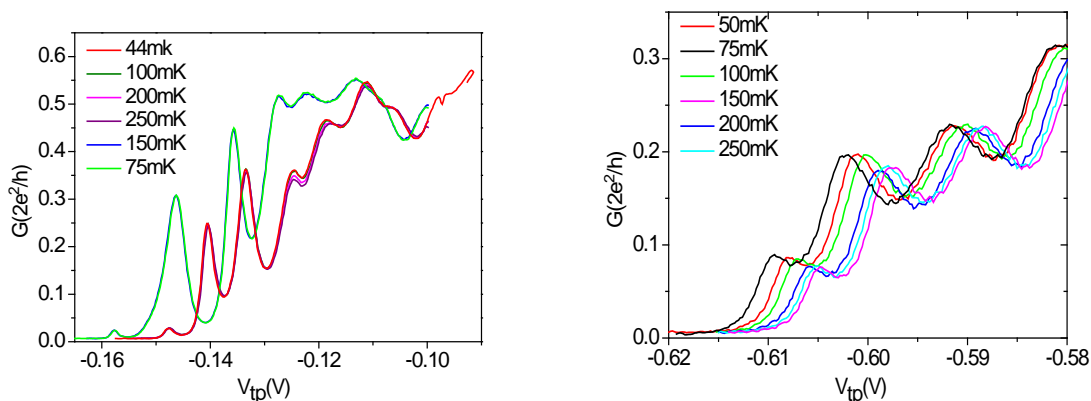


圖 4-22 Cavity1 與Cavity2 電導震盪波峰與溫度變化關係圖，(a) Cavity1, $V_{sg} = -665$ mV。 (b) Cavity2, $V_{sg} = -360$ mV。溫度變化分別為 50, 75, 100, 150, 200, 250 mK。

4.3.2 電子空腔的磁電阻量測

在二維電子氣系統中外加垂直平面的磁場，可以透過縱向磁電阻 R_{xx} 與橫向磁電阻 R_{xy} 電阻的量測得到樣品的特徵值 (n_s, μ)，如圖 4-23 所示，我們先在電子空腔未侷域的情況下量測磁電阻得到樣品特徵值，再討論形成空腔後其在在外加磁場下會有什麼傳輸特性。

從古典的電磁模型討論可以得到樣品特徵值與縱向橫向及電阻率的關係式：式(2.8) (2.12)，由圖 4-24(b) 的量測可以觀察到在縱向電阻在低磁場區域約為一定值 $\sim 103 \Omega$ ，隨著磁場增加伴隨著理論預測的 SdH 震盪行為，而橫向電阻在低磁場區域與磁場呈線性關係，隨磁場增加會有平台結構出現，與圖 2-4 比較可以發現，我們實驗量測的數據並不是完全的 R_{xy} 訊號，在高磁場的平台結構有震盪伴隨其上，這是因為 R_{xy} 量測的歐姆接觸接腳在 x 方向上有一小位移，造成在零磁場時 $R_{xy} = 103 (\Omega)$ 不為零，因此在實驗結果中沒有得到單純的 R_{xy} 訊號。

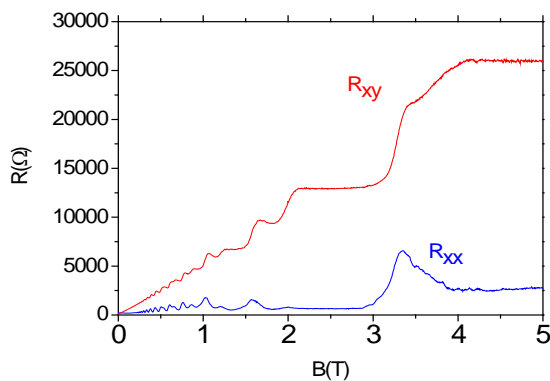


圖 4-23 二維電子氣 R_{xx} 與 R_{xy} 對磁場變化關係圖。

由上圖的 R_{xy} 量測，可以得到樣品的特徵常數參考值，圖 4-23 將 R_{xx} 改由對磁場倒數 $1/B$ 做圖，如圖 4-24，得到相鄰震盪波峰之間磁場倒數週期差，將 R_{xy} 低磁場部分做線性擬合得到 R_{xy} 隨磁場線性變化的斜率，代入式(2.12)、(2.8)可以計算得到

樣品的特徵常數為： $n_s=1.374 \times 10^{11} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$

$$\mu=1.563 \times 10^6 \text{ (cm}^2\text{/Vs)}$$

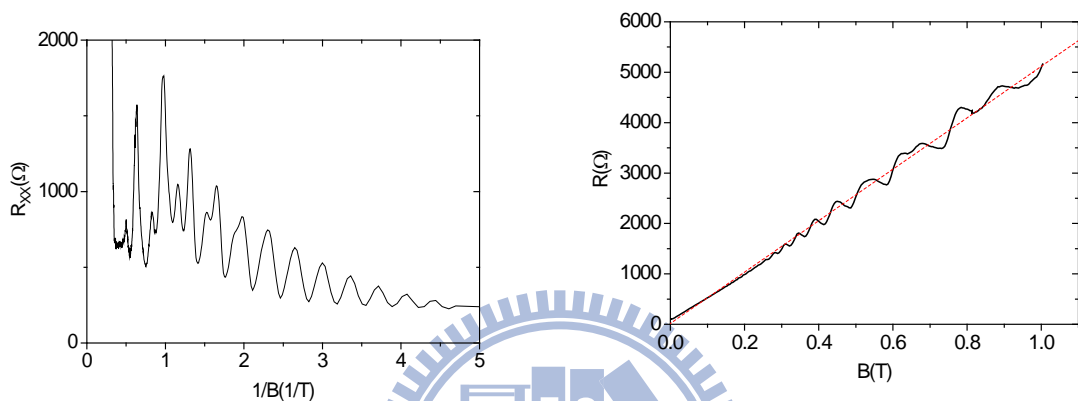


圖 4-24 (a)縱向磁阻 R_{xx} 與磁場倒數($1/B$)關係圖，在低磁場部分觀察到明顯震盪。(b)橫向磁阻 R_{xy} 在低磁場變化關係圖($B < 1\text{T}$)， $\Delta(1/B) \sim 24(1/T)$ ，虛線是實驗數據的線性擬合，斜率為 $5100 \text{ (}\Omega\text{/Tesla)}$ 。

在得到二維電子氣樣品特徵值之後，接下來我們進行電子空腔縱向磁電阻的量測，與在二維電子氣的縱向電阻量測方法相同，但是分別改變侷域電子空腔的不同電壓條件，觀察在原本二維的電子海中加入一量子系統會有什麼影響。

首先，我們先確定在電子空腔系統中縱向磁電阻的量測對垂直磁場方向是不是具有對稱性，垂直磁場方向的變化並不會改變樣品的特徵常數，在電子的傳輸中兩個磁場方向會造成反向的羅倫茲力，改變電子的運動方向，但是不會對樣品的物理特徵常數產生影響，圖 4-25 中以零磁場為對稱軸可以發現到縱向磁電阻對磁場方向改變沒有影響，垂直進入或離開樣品平面的磁場對量測結果並沒有造成差異。

圖 4-26 是 Cavity2 分別改變 V_{tp} 與 V_{sg} 的組合，形成不同尺寸的電子空腔，進行縱向磁電阻 R_{xx} 的量測，與只有二維電子氣訊號的磁電阻曲線相比較，可以發現兩者在低磁場區域有相當類似的磁電阻曲線，在不同的閘極電壓 V_{sg} 下，在低磁場區域都發現有類似 SdH 的震盪產生，如圖 4-27，利用這些震盪之間磁場週期倒數的關係可以求出在電子空腔侷域之後局部的載子密度，如表 4-1 所示，在電子空腔侷域前後得到的結果都相當

接近，都在 $1.37 \times 10^{11} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$ 左右，因此改變電子空腔閘極電壓 V_{sg} 並不會對局部載子密度造成太大影響。

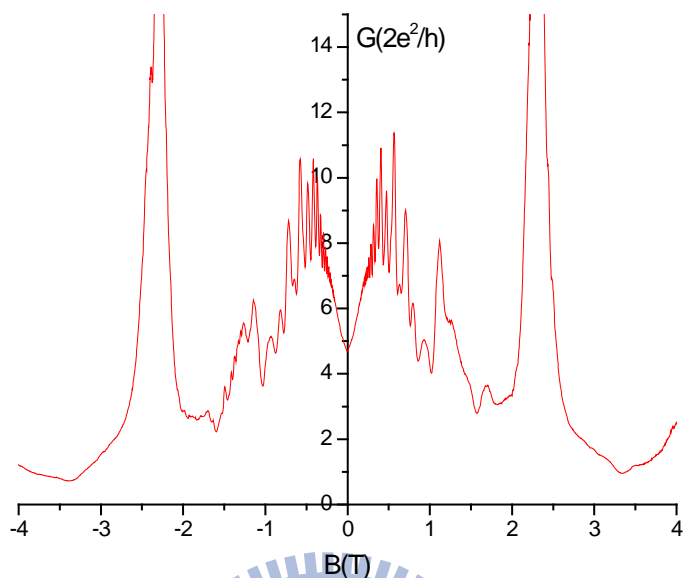


圖 4-25 Cavity2，電導值與磁場關係圖。 $V_{sg} = -350 \text{ mV}$ ， $V_{tp} = +0.1 \text{ V}$ ，磁場由 $-4 \text{ T} \sim +4 \text{ T}$ ，實驗結果磁電導曲線以 $B=0 \text{ T}$ 為軸展現良好的對稱性。

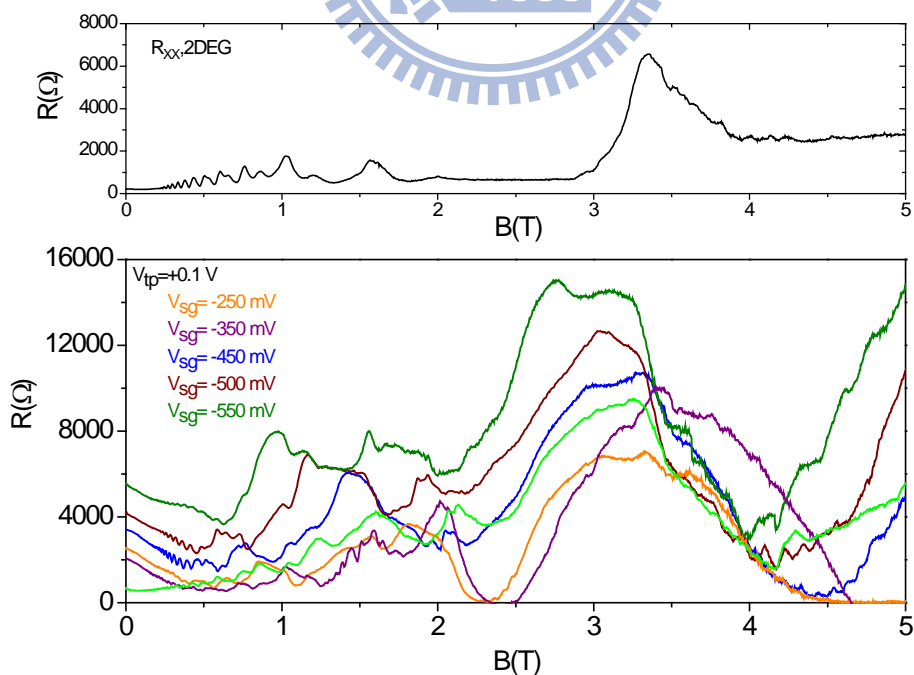


圖 4-26 單純二維電子氣訊號與Cavity2 侷域後在不同 V_{sg} 、 V_{tp} 電壓條件下的 R_{xx} 比較圖(已扣除 R_{2DEG})。

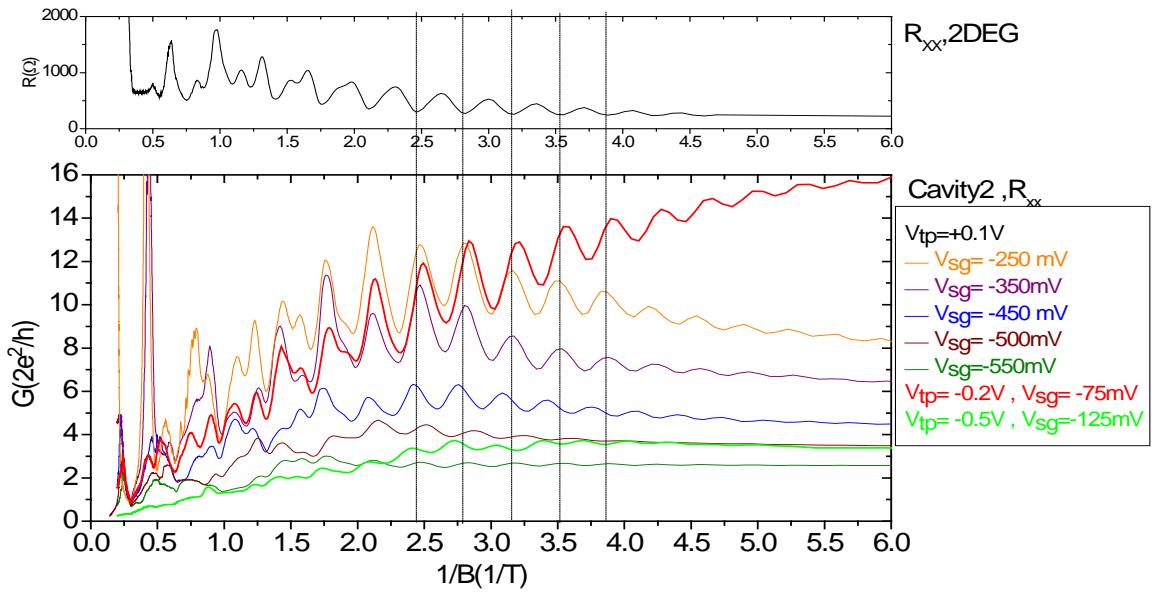


圖 4-27 二維電子氣與Cavity2 侷域後在不同 V_{sg} 、 V_{tp} 電壓條件 R_{xx} 對磁場倒數(1/B)關係圖，低磁場位置(1/B(1/T)>3)有明顯週期性震盪(已扣除 R_{2DEG})。

| | 2DEG | Cavity2 | | | | |
|---------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| V_{sg} (mV) | | -250 | -350 | -450 | -500 | -550 |
| n_s (cm ⁻²) | 1.37×10^{11} | 1.39×10^{11} | 1.31×10^{11} | 1.41×10^{11} | 1.31×10^{11} | 1.35×10^{11} |

表 4-1 二維電子氣與電子空腔縱向磁阻量測求得之載子密度。Error: $\pm 3\%$

4.3.3 電子空腔內的量子干涉效應

在高磁場部分的量測中，電子空腔的磁電阻曲線發現了與單純二維電子氣訊號不同的震盪出現，如圖 4-28 中在閘極電壓 $V_{sg} = -400, -450, -500$ mV 的情況下，磁場 $B = 3.5 \sim 5.0$ T 之間有周期性震盪產生，震盪週期約 90mT。在高磁場的情形下，電子會因受羅倫茲力的影響進行迴轉運動(skipping orbit motion)，在腔體內碰撞腔壁後往腔體中心移動一段距離又會迴轉朝向腔體，如此不斷沿著腔壁進行移動，因此電子由不同方向的進入腔體後會分別沿著電子空腔上半部移動，形成封閉迴路，兩路徑之間會因磁通量通過而產生相位差，彼此互相干涉造成實驗上所觀察到的週期性震盪，與Aharonov-Bohm effect 中產生干涉條件相符合，震盪週期與磁通量(電子空腔面積)成正比，因此利用電子空腔在高磁場區域的Aharonov-Bohm oscillation，我們可以估計在這些閘極電壓條件下電子空腔的面積大小。

| V_{sg} (mV) | ΔB (mT) | A (μm^2) | R (nm) | $E_c, e^2/C$ (meV) | ΔE (μeV) | $\Delta E/E_c$ |
|---------------|-----------------|-------------------------|----------|--------------------|-------------------------------|----------------|
| -400 | 88.74 | 0.047 | 128 | 1.34 | 153.7 | 0.114 |
| -450 | 96.96 | 0.043 | 117 | 1.47 | 167.96 | 0.114 |
| -500 | 125.45 | 0.033 | 102 | 1.69 | 217.32 | 0.129 |

表 4-2 由 Aharonov-Bohm effect 磁通量震盪週期大小估算出電子空腔面積大小。
Error: $\pm 5\%$

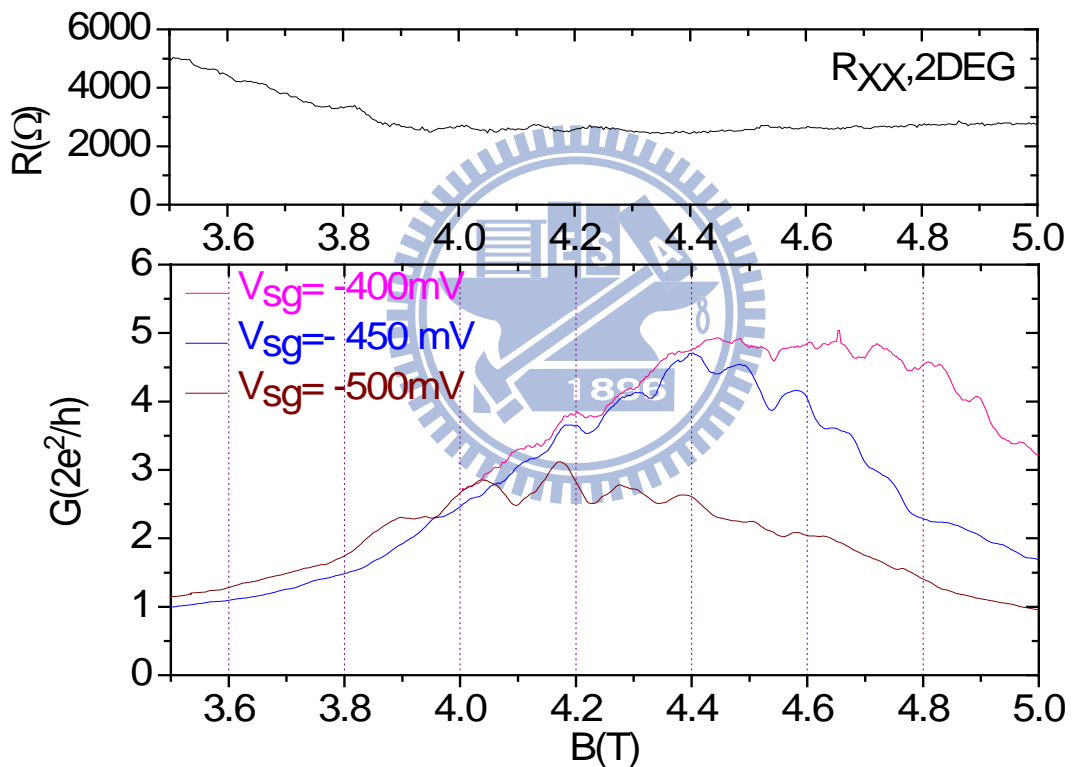


圖 4-28 Cavity2, $V_{tp}=+0.1$ V, 在 $V_{sg} = -400$ 、 -450 、 -500 mV 時, 在高磁場 ($B > 3$ T) 條件下觀察到電導值隨磁場增加有數個周期性震盪波峰出現。

在二維電子氣磁電阻量測中, 縱向電阻率在零磁場附近(低磁場, 尚未形成 Landau level)時是一定值, 隨磁場增加之後(Landau level 上電子填滿與半填滿的變化)會有 SdH 震盪產生, 而在電子空腔系統的量測中發現, 在零磁場時電阻值並不是定值, 而是會有局部的電阻值極大值, 如圖 4-29, 隨磁場增加會有負磁電阻產生使得總電阻下降, 在之前的研究許多人都在類似的電子空腔系統中觀察到這一負磁阻現象[18-20], 並將其類比

於金屬薄膜中發現的弱局域效應 (weak localization effect)。

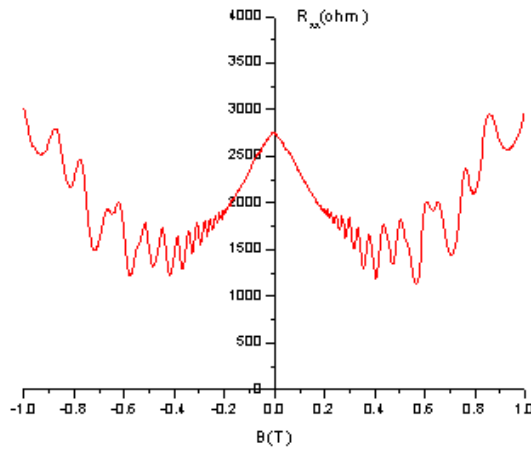


圖 4-29 Cavity2 固定 $V_{sg} = -360$ mV, $V_{tp} = +0.1$ V, 縱向磁阻率 R_{xx} 與磁場 B 變化關係圖, $B = -1$ T ~ 1 T, 在零磁場附近 ($B = -0.4 \sim +0.4$ T) 發現磁電阻峰值出現, 電阻值隨磁場絕對值增加而下降。

Baranger 在 1993 年提出理論模型計算出不同的空腔形狀 (chaotic 或 regular) 在零磁場附近會有不同磁電阻曲線 (負磁電阻) 形式 [21], 隨磁場增加造成的負磁電阻與磁場的變化會是線性 (Linear) 或是 Lorentzian 兩種關係。屬於 Chaotic 形狀 (競技場) 的腔體負磁阻曲線會是 Lorentzian 變化而 regular 腔體則是隨磁場改變產生線性變化 (chaotic 腔體中電子的古典路徑經過腔壁進行散射時往各個方向機率都一樣)。

將我們的實驗結果與 Baranger 認為的 Lorentzian 磁電阻形式進行擬合 (式 (2.34)), 如圖 4-30 所示, Cavity2 中 (a) $V_{tp} = -0.2$ 、 -0.5 mV, (b) $V_{sg} = -75$ 、 -125 mV, 在 $B < 0.1$ T 部分可以得到不錯的擬合結果, 在 $V_{tp} = +0.1$ V 的情況, 閘極電壓 $V_{sg} = -250 \sim -450$ mV, 實驗數據中磁電阻曲線在低磁場 ($B < 0.4$ T) 都呈現 Lorentzian 的形式, 但是在 V_{sg} 增加為 -500 mV 之後, 擬合的曲線與實驗數據較不吻合, 由實驗得到負磁阻曲線變成趨向於隨磁場產生線性變化而非 Lorentzian 形式, 這種磁電阻曲線與磁場關係由 Lorentzian 轉變為 linear 的變化, 代表腔體形狀在偏壓增加的情況下可能由 chaotic 腔體 (Lorentzian) 轉變為 regular 腔體 (Linear)。

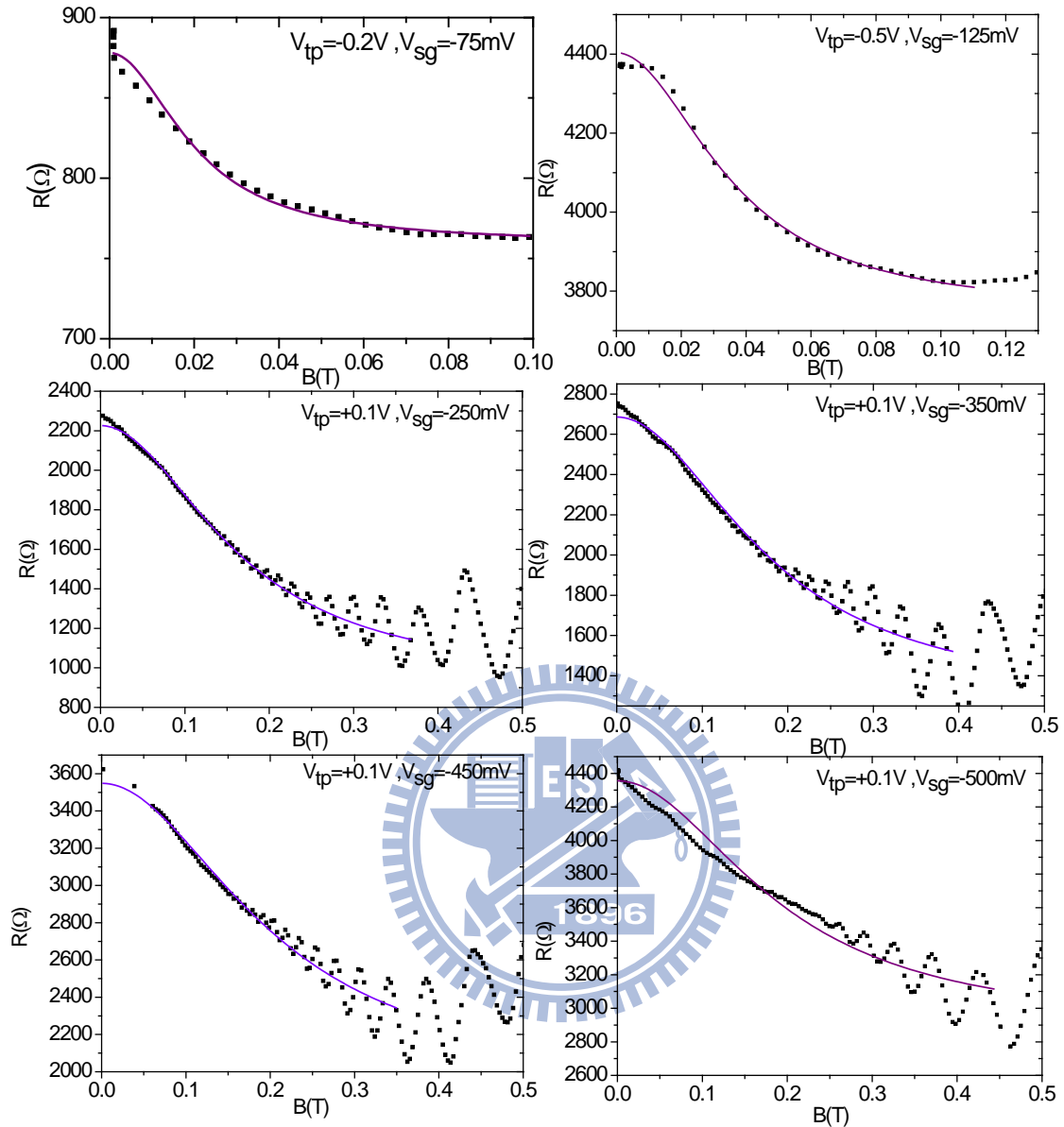


圖 4-30 Cavity2 中改變 V_{sg} 與 V_{tp} 在零磁場附近的磁阻變化情形。實線為實驗數據與式 (2.34) 的擬合結果。(a) $V_{tp} = -0.2\text{ V}$, $V_{sg} = -75\text{ mV}$, (b) $V_{tp} = -0.5\text{ V}$, $V_{sg} = -125\text{ mV}$, (c) $V_{tp} = +0.1\text{ V}$, $V_{sg} = -250\text{ mV}$, (d) $V_{tp} = +0.1\text{ V}$, $V_{sg} = -350\text{ mV}$, (e) $V_{tp} = +0.1\text{ V}$, $V_{sg} = -450\text{ mV}$, (f) $V_{tp} = +0.1\text{ V}$, $V_{sg} = -500\text{ mV}$ 。

腔體形狀是屬於chaotic或是regular空腔應該是在樣品製作完成就決定而不會改變，那為什麼會有這種在同一腔體上因為閘極偏壓改變造成的負磁阻與磁場關係變化呢？1995年Bird同樣在實驗上發現這種因為閘極偏壓改變造成的磁電阻曲線變化，在二維電子氣系統中，電子空腔其實是由閘極電壓產生位障侷域形成，因此在不同的偏壓情況下，閘極電壓影響二維電子氣的位障形式也會不同，他們認為在負偏壓足夠大的情況下，原本設計成正方形(regular)的腔體才會在腔體的四個角落產生銳利的直角，在閘極

電壓剛開始對二維電子氣產生影響時(負偏壓較小)，腔體內四個角落會有較圓滑的位障形式，表示腔體並沒有形成設計上的regular腔體，反而屬於chaotic腔體，因此在不同的偏壓下才會觀察到實驗上磁電阻曲線形式的轉變(由Lorentzian改變為linear)；因此在圖4-30中可以發現，在 V_{sg} 增加為-500 mV之後，負磁阻曲線會由Lorentzian轉變為線性形式的原因，可能是因為閘極電壓造成空腔位障形狀的改變，腔體形狀由Chaotic空腔轉變為Regular空腔。



第五章 結論

在樣品製作上，利用微影製程與分離閘極技術成功的製作出不同幾何形狀的類一維窄通道與類零維量子空腔，透過絕緣層的製作，可以利用頂端閘極調變系統周圍區域的電子密度，觀察不同的電性傳輸特性。

將四種形狀的窄通道組合成三種不同的串聯窄通道形式，利用Beenakker 的理論模型計算出不同串聯組態電子傳輸的特徵值 T_d ，發現在此類一維電子系統之中，載子密度、窄通道間的距離遠近與幾何形狀會影響 T_d 值的大小，越低的載子密度造成平均自由徑與同調長度減少造成 T_d 值下降，而距離越遠的窄通道傳輸特性會越接近歐姆範疇，這是因為電子固定同調長度的影響，傳輸距離越遠同調性越容易因載子散射而被破壞；Beenakker的模型中預測當窄通道開口緩慢變寬時，電子流會因為對準效應而增加往下一個窄通道直接傳輸的機率，實驗上設計幾對不同形狀的窄通道，分析發現對準效應較強的幾何形狀形成的窄通道串聯會得到較大的 T_d 值，與理論模型預期符合。

在類零維量子空腔系統，透過控制分離閘極與頂端閘極電壓觀察到連續震盪產生，利用震盪波峰形式了解電子在此系統的傳輸並不屬於庫倫阻絕式震盪；透過外加垂直磁場以及磁電阻的量測觀察到弱侷域效應與 Aharonov-Bohm effect 兩種量子干涉效應；實驗上在量子點的設計上只利用一對分離閘極侷域，而不是由多對閘極分別控制，希望能夠以最簡單的方式形成量子點，再藉由頂端閘極方式影響量子點的位能，卻也造成量子點的操縱性不足，效果不如其他團隊利用表面閘極控制的方式來的明顯，這可能是造成沒有觀察到電子在庫倫阻絕式傳輸範疇的原因，在能夠適當控制多對閘極間互相影響的條件下，以多組閘極侷域方式形成量子點可以提供實驗上對量子點有更多的操縱性。

參考文獻：

- [1] T.J. Thornton, M. Pepper, H. Ahmed, D. Andrews, and G. J. Davis, Phys. Rev. Lett. **56**, 1198 (1986).
- [2] H. Z. Zheng, H. P. Wei, D. C. Tsui, and G. Weimann, Phys. Rev. B **34**, 5635 (1986).
- [3] Yu. V. Sharvin, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **48**, 984(1965)
- [4] M. E. Cage, R. F. Dziuba , and B. F. Field, IEEE Trans. Instrum. Meas. **IM-34**, 301 (1985).
- [5] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel , and C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988).
- [6] D. A. Wharam, T.J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie , and G. A. C. Jones, J. Phys. C **21**, L209 (1988).
- [7] D. A. Wharam, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie , and G. A. C. Jones, J. Phys. C **21**, L887 (1988).
- [8] C. W. J. Beenakker and H. van Houten, Phys. Rev. B **39**, 10445 (1989).
- [9] M. Buttiker, Phys. Rev. Lett. **57**, 1761 (1986).
- [10] Y. Takagaki and D. K. Ferry, Phys. Rev. B **45**, 13494 (1992).
- [11] U. Meirav, M. A. Kastner, and S. J. Wind, Phys. Rev. Lett. **65**, 771 (1990).
- [12] C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. B **44**, 1646 (1991).
- [13] Y. Meir, N. S. Wingreen , and P. A. Lee, Phys. Rev. Lett. **66**, 3048 (1991).
- [14] E. B. Foxman, P. L. McEuan, U. Meriv, N. S. Wingreen, Y. Meir, P. A. Belk, N. R. Belk, M. A. Kastner, and S. J. Wind, Phys. Rev. B **47**, 10020 (1993).
- [15] Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959).
- [16] B. L. Althuler, A. G. Aronov ,and B. Z. Spivak, JETP Lett. **33**, 94 (1981).
- [17] D. Yu. Sharvin and Yu. V. Sharvin, JETP Lett. **34**, 272(1981)
- [18] J. P. Bird, D. M. Olatona, R. Newbury, R. P. Taylor , K. Ishibashi, M. Stopa, Y. Aoyagi and T. Sugano, Phys. Rev. B **52**, R14 336 (1995).
- [19] I. H. Chan, R. M. Clarke ,and C. M. Marcus, Phys. Rev. Lett. **74**, 3876 (1995).
- [20] C. M. Marcus, A. J. Rimberg, R.M. Westervelt, P. F. Hopkins, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **69**, 506 (1992).
- [21] H. U. Baranger, R. A. Jalabert ,and A. D. Stone, Phys. Rev. Lett. **70**, 3876 (1993).
- [22] A. M. Chang, H. U. Baranger, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **73**, 2111 (1994).
- [23] I. V. Zozoulenko and K. F. Berggen, Phys. Rev. B **54**, 5823 (1996).

- [24] S. B. Kim, J. Ma, and M. H. W. Chan, Phys. Rev. Lett. **71**, 2268 (1993).
- [25] C. T. Liang, M. Y. Simmons, C. G. Smith, G. H. Kim, D. A. Ritchie, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **81**, 3507(1998).
- [26] J. C. Wu, M. N. Wybourne, W. Yindeepol, A. Weisshaar, and S. M. Goodnick, Appl. Phys. Lett. **59**, 102 (1991).
- [27] J. C. Wu, M. N. Wybourne, C. Berven, S. M. Goodnick, and D. D. Smith, Appl. Phys. Lett. **61**, 2425 (1992).
- [28] S. M. Goodnick, J. C. Wu, M. N. Wybourne, and D. D. Smith, Phys. Rev. B **48**, 9150 (1993).
- [29] B. E. Kane, G. R. Facerm, A. S. Dzurak, N. E. Lumpkin, and R. G. Clark, Appl. Phys. Lett. **72**, 3506 (1998).
- [30] L. I. Glazman, G. B. Lesovik, D. E. Khmel'nitskii, and R. I. Shekhter, JETP Lett. **48**, 238 (1988).
- [31] A. Szafer and A. D. Stone, Phys. Rev. Lett. **62**, 300 (1989).
- [32] H. U. Baranger and A. D. Stone, Phys. Rev. Lett. **63**, 414 (1989)
- [33] C. W. J. Beenakker , and H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **63**, 1857 (1989)
- [34] L. M. Molenkamp, A. A. M. Staring, C. W. J. Beenakker, R. Eppenga, C. E. Timmering, J. G. Williamson, C. J. P. Harmans, and C. T. Foxon, Phys. Rev. B **41**, 1274 (1990).
- [35] Y. Takagaki and D. K. Ferry, Phys. Rev. B **44**, 8399 (1991).
- [36] R. N. Gurzhi, A. N. Kalinenko, A. I. Kopeliovich ,and A. V. Yanovsky, Phys. Rev. B **72**, 115332 (2005).
- [37] M. A. Topinka, B. J. LeRoy, S. E. J. Shaw, E. J. Heller, R. M. Westervelt, K. D. Maranowski , and A. C. Gossard, Science **289**, 2323 (2000).
- [38] R. I. Hornsey, J. Appl. Phys. **79**, 9172 (1996).