

# 第一章 導論

半導體微碟共振腔已被廣泛的研究及應用，如低臨界雷射[1]、單光子源[2]及生物感測器[3]等。由於微碟共振腔的耳語廊模態擁有高品質因子(Q factor)及低模態體積(mode volume)，再加上微碟共振腔製程上相對其他共振腔較為容易，所以引起我們高度的興趣來研究及探討。近年來，為了讓共振腔能更有效的運用，和光達到更高效率耦合，利用波導放置於共振腔旁，使共振腔的光藉由波導的耦合，將能有更高效率的輸出。錐狀光纖(fiber taper)已被證實可和低損耗共振腔達到高效率的耦合[4]，使光能在共振腔和錐狀光纖做轉換。這對於光子科技應用在量子通訊[5]及共振腔量子電動力學領域[6]，都扮演相當重要的角色。錐狀光纖最早被運用於矽共振腔輸出輸入的耦合之用[7-9]。近年來用於和高折射率材料[2,11-13]的共振腔做耦合，研究量子資訊。最後利用微電子製程技術，製做出共振腔和波導元件間距為次微米的差距[14]。能將其有效的耦合，對於光通訊的運用將是一大益處。

本論文主要研究為光纖探針和微碟共振腔耦合特性。章架構如下:第二章將說明單一微碟理論及微碟和波導耦合理論；第三章則簡介微碟共振腔的製作方式及光纖側收的量測系統架構；第四章為利用有限差分時域法來

模擬波導和微碟共振腔耦合行為；第五章為實驗結果與討論，涵蓋了光纖波導和微碟共振腔耦合的光譜特性及利用近場解析微碟共振腔的光場在空間中分布的情況；第六章為本論文的結論。



## 第二章 理論介紹

### 2-1 微碟共振腔

#### 2-1-1 耳語廊模態理論[15]

耳語廊模態(Whispering Gallery modes, WGMs)主要是利用高折射率微碟共振腔，與空氣折射率的差異形成全反射，讓光侷限在圓盤四周環繞而形成。耳語廊模態的命名是因為倫敦的聖保羅大教的耳語廊而來，只要對著耳語廊的通孔說話，其他任一通孔都可以聽到回聲。所以在微碟共振腔圓周上行進的共振模態就被稱做耳語廊模態。

接著推導電磁波在微碟共振腔的行為。考慮一個沒有自由電荷及電流存在的均勻介質中，其波動方程式可被表示為

$$\nabla^2 \bar{F} - \frac{n^2(\bar{r})}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{F}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

其中波函數為  $\bar{F} = \{\bar{E}, \bar{H}\}$ ，且  $n(\bar{r})$  為材料折射率。接著將  $\bar{F}(\bar{r}, t)$  表示成空間與時間之獨立項，假設  $\bar{F}(\bar{r}, t)$  為隨著時間震盪之函數，因此波函數可表示為

$$\bar{F}(\bar{r}, t) = \bar{F}(\bar{r}) \exp(-i\omega t) \quad (2.2)$$

其中  $\omega$  為共振頻率。將式(2.2)回帶式(2.1)並用圓柱座標空間轉換，故可寫成與時間獨立的形式：

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 n^2(\vec{r}) \right] \vec{F}(\vec{r}) = 0 \quad (2.3)$$

當微碟共振腔厚度不小於共振波長一半時，光場的分佈行為變得較簡單。

在此條件下，定義兩個極化方向 TE 及 TM。TE 為電場平行於盤面，TM 為

電場垂直於盤面，所以 TE(TM)的  $F_z$  為  $H_z(E_z)$ 。當  $\rho < R$  時， $R$  為微碟共振腔

半徑，在利用變數分離法解上式，假設  $F_z = W(\rho, \phi)Z(z)$ ，且  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ ，帶回上式

後可寫成：

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 n^2(\vec{r}) \right] F(\vec{r}) = 0 \quad (2.4)$$

因此可得到兩個微分方程式：

$$\left( \frac{\partial^2 W}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \phi^2} \right) + k_0^2 n_{\text{eff}}^2 W = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + k_0^2 (n^2(z) - n_{\text{eff}}^2) Z = 0 \quad (2.6)$$

$n_{\text{eff}}$  為材料之有效折射率，就是將「空氣-介質-空氣」三層異質結構，假想

為單一折射率材質。由式(2.6)知電磁波在共振腔內為振盪行為，出共振腔

後是指數衰減。解式(2.5)，再次使用變數分離法，令  $W(\rho, \phi) = \psi(\rho)\Omega(\phi)$ ，帶

回式(2.5)後重寫可得：

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \left( k_0^2 n_{\text{eff}}^2 - \frac{m^2}{\rho^2} \right) \psi = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \phi^2} + m^2 \Omega = 0 \quad (2.8)$$

式(2.8)可得  $\Omega(\phi) \sim \exp(im\phi)$ ， $m$  稱為方位角模態數 (azimuthal mode number， $m > 0$ )。式(2.7)為徑向的解，在微碟共振腔內部 ( $\rho \leq R$ )，其解為第一類貝索函數 (Bessel function of the first kind)， $\psi(\rho) \sim J_m(k_{m,\ell} n_{\text{eff}} \rho)$ ， $\ell$  稱做徑向模態數 (radial mode number)。為了求解共振波長  $\lambda$ ，考慮邊界條件  $\rho = R$  時， $\psi = 0$ 。也就是解貝索函數為零的點。給定一個  $m$ ，可決定為第幾階貝索函數，不同的零點則代表了不同  $\ell$ ，第一個零點對應到的是  $\ell = 1$ ，如此一來共振模態波長將被決定。

$$\lambda_{m,\ell} = \frac{2\pi n_{\text{eff}} R}{\text{BesselZero}(m, \ell)} \quad (2.9)$$

由於圓柱對稱， $\lambda_{m,\ell} = \lambda_{-m,\ell}$ ，所以每個模態都會有二重簡併。而更高階徑向的模態數不易存在於真實的微碟，這是因為越高階徑向模態的電磁波越靠近微碟中心，容易從微碟共振腔的支撐柱遺漏。而圓盤外部的耳語廊模行為是一個漢克函數，其解可用單一指數衰減來近似，故微碟外部的電磁波為消逝波 (evanescent wave)。

$$\Psi \sim J_m \left[ \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda_{m,\ell}} \rho \right] e^{im\phi}, \quad \rho \leq R \quad (2.10)$$

$$\Psi \sim H_m^{(1)} \left[ \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda_{m,\ell}} \rho \right] e^{im\phi}, \quad \rho \geq R \quad (2.11)$$

## 2-1-2 品質因子

品質因子(Q factor)代表著光被共振腔侷限的能力。Q 值越高代表著光越易侷限在共振腔裡，不易遺失。而 Q 值的定義為：

$$Q = 2\pi \frac{\text{energy store in cavity}}{\text{energy loss per cycle}} = \omega_0 \frac{U(t)}{-(U(t)/dt)} \quad (2.12)$$

$\omega_0$  為共振頻率， $U(t)$  為共振腔儲存光子能量， $-(U(t)/dt)$  為能量損耗速率。而實驗上，品質因子可利用光譜圖得知

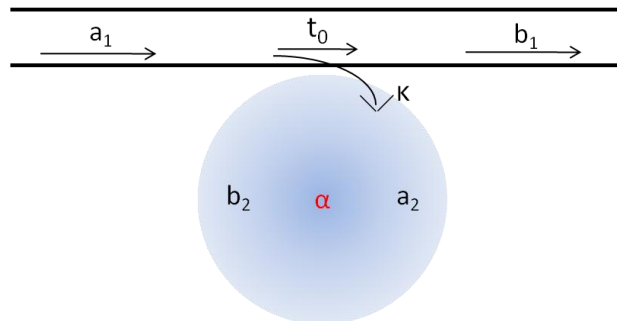
$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \quad (2.13)$$

$\Delta\omega$  ( $\Delta\lambda$ ) 為譜圖的半高寬。所以譜圖半高寬越小，Q 值越良好，光存在共振腔的時間也越久。

## 2-2 微碟共振腔和光纖波導之耦合

### 2-2-1 耦合理論[16]

考慮光在波導傳播被一個微碟共振腔耦合的情況推導如下，



【圖 2-1】微碟共振腔和光纖波導之耦合示意圖

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & \kappa \\ -\kappa^* & t^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$|a_1|^2$  和  $|b_1|^2$  (沒有歸一化) 代表了光從波導進入和出來的強度。t 和  $\kappa$  為穿透和耦合常數。根據低損耗的耦合條件，穿透和耦合常數關為

$$|t|^2 + |\kappa|^2 = 1, \quad t = |t|e^{i\psi_t} \quad (2.15)$$

考慮共振腔內場的傳播經過衰減( $\alpha$ )及相移( $\theta$ )

$$a_2 = \alpha e^{i\theta} b_2 \quad (2.16)$$

在一個高品質的共振腔，光環繞一圈後幾乎不會有所損耗，所以  $\alpha \approx 1$ 。再假設  $a_1 = 1$ ，由上式可解得

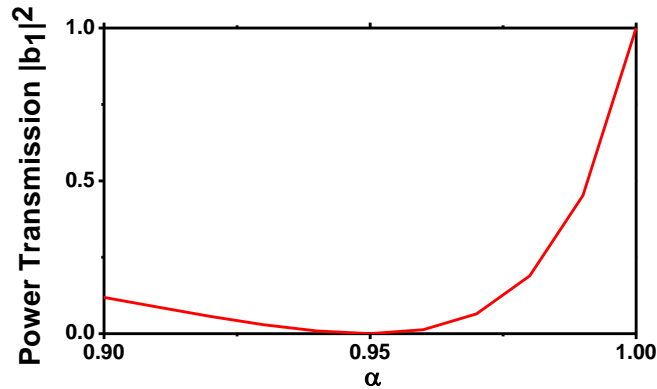
$$b_1 = \frac{-\alpha + te^{-i\theta}}{-\alpha t^* + e^{-i\theta}} \quad (2.17)$$

穿透功率為

$$|b_1|^2 = \frac{\alpha^2 + |t|^2 - 2\alpha|t|\cos(\theta + \psi_t)}{1 + \alpha^2|t|^2 - 2\alpha|t|\cos(\theta + \psi_t)} \quad (2.18)$$

當共振條件  $\theta + \psi_t = 2m\pi$ ， $m$  為整數時

$$|b_1|^2 = \frac{(\alpha - |t|)^2}{(\alpha|t| - 1)^2} \quad (2.19)$$



【圖 2-2】在  $t=0.95$ ， $\alpha$  和波導穿透率的關係圖

當  $\alpha = |t|$ ，可知穿透功率為 0，稱做臨界耦合。代表的物理意義就是波導穿透的場和共振腔耦合回波導的場產生了破壞性干涉，光在波導傳遞的能量，全部轉移到共振腔。當  $\alpha < |t|$  稱未耦合，表示大部分光還來不及耦合進共振腔，就從波導穿透出去。而  $\alpha > |t|$  稱過耦合，表示共振腔的損耗大過耦合損耗。

而穿透譜線的半高寬 ( $\Delta\omega$ ) 為

$$\Delta\omega = \frac{2c}{\pi nR} \frac{1-\alpha t}{\sqrt{\alpha t}} \approx \frac{c}{\pi nR} (\gamma^2 + \kappa^2) \quad (2.20)$$

$$Q = \frac{w}{\Delta\omega} = \left( \frac{1}{Q_{in}} + \frac{1}{Q_{ex}} \right)^{-1} \quad (2.21)$$

$Q_{in}$  為本質品質因子，和  $\gamma^2$  成反比，其倒數的物理意義為共振腔繞一圈能量的損耗，且  $\gamma^2 = 1 - \alpha^2$ 。 $Q_{ex}$  為外質品質因子，和  $\kappa^2$  成反比，其倒數意義為波導和共振腔耦合的損耗，且  $\gamma^2 = 1 - t^2$ 。 $\kappa^2$  為耦合因子，越大代表越易耦合，所以外部損耗也越高，外質品質因子將會下降。



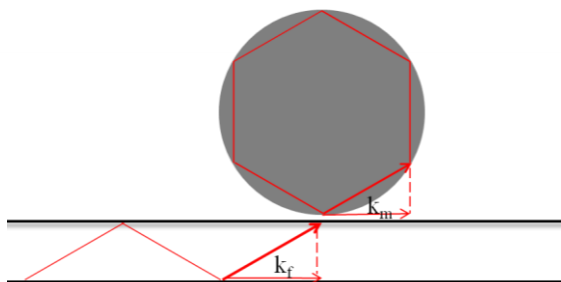
## 2-2-2 耦合因子

波導和共振腔的耦合因子可藉由計算三維波導的場  $E_f(r)$  和微碟  $E_r(r)$  的場的重疊程度而得知，可表示如下[17]

$$\kappa = \frac{i\omega\epsilon_0}{4} \left\{ \int \delta n_r^2(r) E_r^*(r) \cdot E_f(r) dV + \int \delta n_w^2(r) E_r^*(r) \cdot E_f(r) dV \right\} \quad (2.22)$$

上式  $\delta n_r^2(r)$  是對微碟共振腔做積分，而  $\delta n_w^2$  光纖波導做積分。假設光波導傳播方向是朝  $y$  軸。

所以模態場的重疊與相位匹配(phase match)兩者皆為影響耦合效率的重要因素。當光纖的消散場和微碟共振腔消散場的重疊積分越大，耦合效率越好。所以當波導直徑越小，其消散波就越大，故越易和微碟做耦合。而相位匹配的的差異越小，耦合效率也越好，能量的轉移也越好。若考慮在相同的間距下，相位匹配程度為影響不同模態的主因。當入射光的光場在波導橫向的傳播常數  $k_f$  和微碟共振腔中的耳語廊模態的方位角傳播常數  $k_m$  相等時稱做相位匹配，此時的耦合效率最好，能量從光纖轉換到微碟共振腔上。



【圖 2-3】相位匹配的示意圖

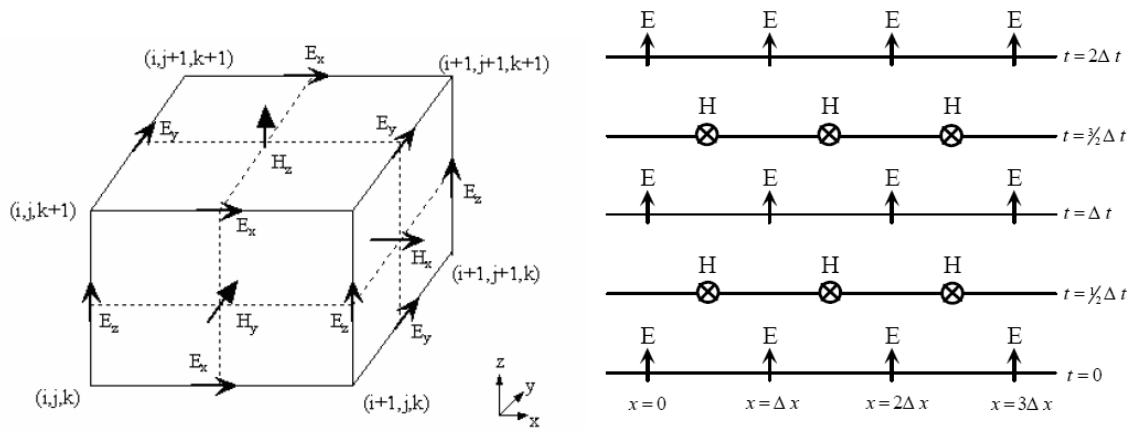
Borselli[17]提出相位匹配條件可由波導碰觸微碟共振腔側邊時得知。其關係式可簡單的表示成

$$m \approx k_f R \quad (2.23)$$

其中  $k_f = k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ，而  $R$  為微碟共振腔半徑加上光纖波導直徑。所以  $kR$  的值，和微碟共振腔的方位角模態  $m$  相近時，較易相位匹配，此時的耦合效率也較好。可藉由改變微碟共振腔的半徑，使微碟共振腔和波導來達到最好的耦合。

### 2-3 有限時域差分法

有限時域差(Finite-difference time-domain, FDTD)分法是將時間與空間切割成離散的形式，並且隨著單位時間相互交錯影響。舉例而言，有限時域差分法是將現在時間每一個分割空間的電場變化推算相對應空間中的磁場，再利用這個空間的磁場變化推算下一個分割單位時間點的電場，再利用這個空間的電場變化推算下一個單位時間點的磁場依此類推。有限時域差將交錯的時間空間相互計算，因此每個節點中的電磁場皆可被計算出來。



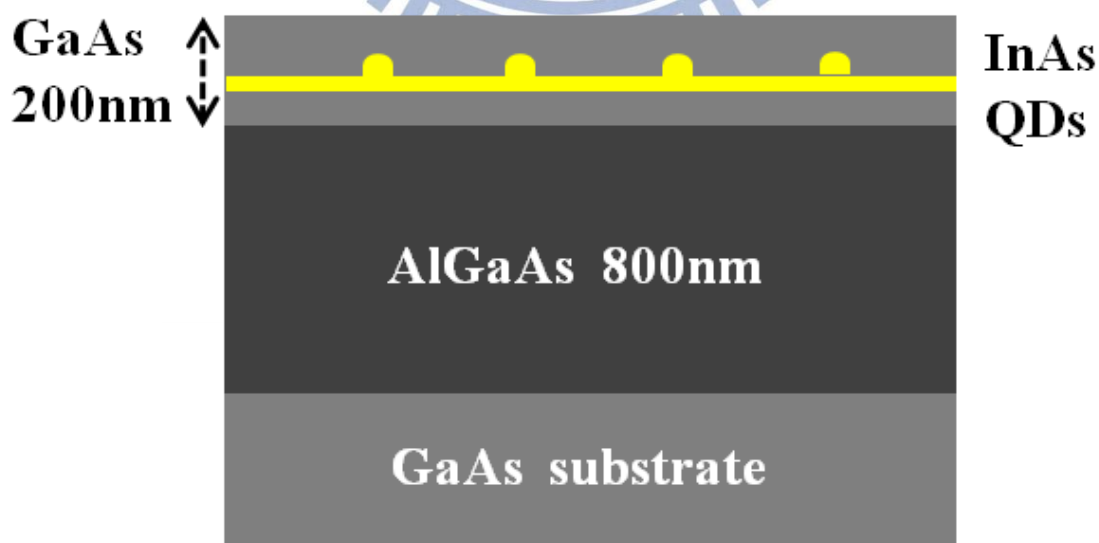
【圖 2-4】FDTD 空間電磁場配置與電磁場計算時間配置圖

在理論運算上，無論多遠，波都不會衰減到零。為了減少大量的計算，所以假設了邊界條件。在 1994 年，Berenger[20]發表了完全匹配層（perfectly matching layer, PML）的方法。完全匹配層是假設在邊界位置上，入射波衰減的趨近於零的邊界條件，這方法對於在模擬單一微碟共振腔和波導的耦合有較佳的精確度，也為模擬時所設定的邊界條件。

# 第三章 樣品製備與實驗架設

## 3-1 量子點主動層結構

本論文所用來製作微碟共振腔之樣品是由國立中央大學蔡振瀛教授實驗室所成長。此試片的砷化銦(InAs)量子點是利用分子束磊晶法(molecule beam epitaxy, MBE)以 SK(Stranski-Krastanow)模式來成長。首先，在砷化鎵(GaAs substrate)基板上成長 800 nm 厚的砷化鎵鋁( $\text{Al}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{As}$ )，接著再成長 100 nm 厚的砷化鎵，然後在砷化鎵上成長砷化銦量子點，其密度約為  $10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ，最後再覆蓋一層 100 nm 厚的砷化鎵覆蓋層(capping layer)，【圖 3-1】為樣品結構示意圖。



【圖 3-1】砷化銦量子點結構示意圖

## 3-2 微碟共振腔製作程序

使用兩階段的濕式蝕刻(wet etching)來製作微碟共振腔，各階段步驟敘述如下：

### A. 曝光與顯影( Exposure & Development )

首先為了確保樣品表面必須是乾燥且潔淨無雜質的，因此利用丙酮、酒精和去離子水(de-ion water, DI water)，以超音波震洗機清理表面。再以光阻塗佈機(spin coater)將負光阻均勻旋轉塗佈在樣品表面上。利用電子束微影術(E-beam lithography)曝光，定義直徑介於 2~4  $\mu\text{m}$  的微碟共振腔大小與位置。最後利用顯影液將未曝光的光阻清除，而留下曝光後的光阻，便可進行濕式蝕刻。

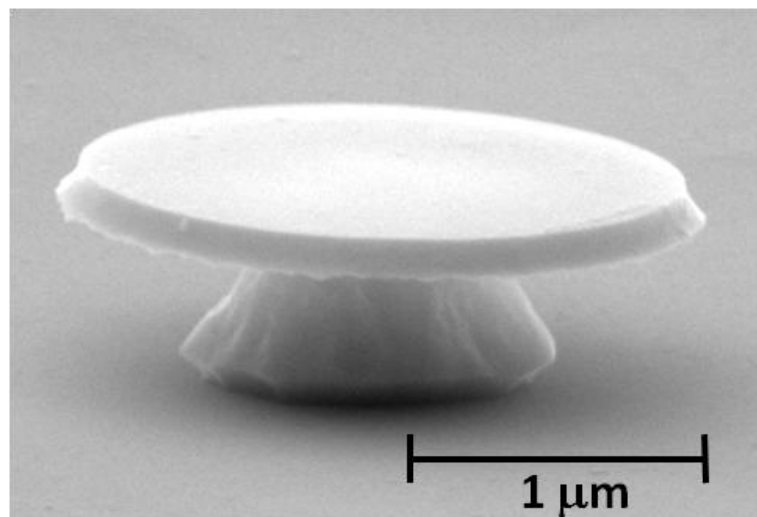
### B. 濕蝕刻 (Wet etching)

為了將微碟共振腔光阻遮罩(mask)轉移至下層的砷化鎵層，使用氫溴酸(HBr)為主的蝕刻溶液來蝕刻砷化鎵與砷化鎵鋁。待蝕刻完成後，再以丙酮(acetone)去除光阻及去離子水潔淨樣品。

### C. 選擇性蝕刻 (Selective etching)

最後使用氫氟酸(HF)當作蝕刻液，利用氫氟酸對砷化鎵及砷化鎵鋁的蝕刻速率的不同，蝕刻砷化鎵鋁，使其形成一支撐砷化鎵的微柱，讓微碟共振腔懸立於空氣中。選擇適當的蝕刻速率及時間，使支撐柱能盡量細小，

讓微碟共振腔和空氣接觸範圍為最大。最後同樣以去離子水潔淨，再將樣品浸泡在丙酮內，即可去除表面的殘留光阻及雜質，就完成微碟共振腔製備，其 SEM 影像為【圖 3-2】。

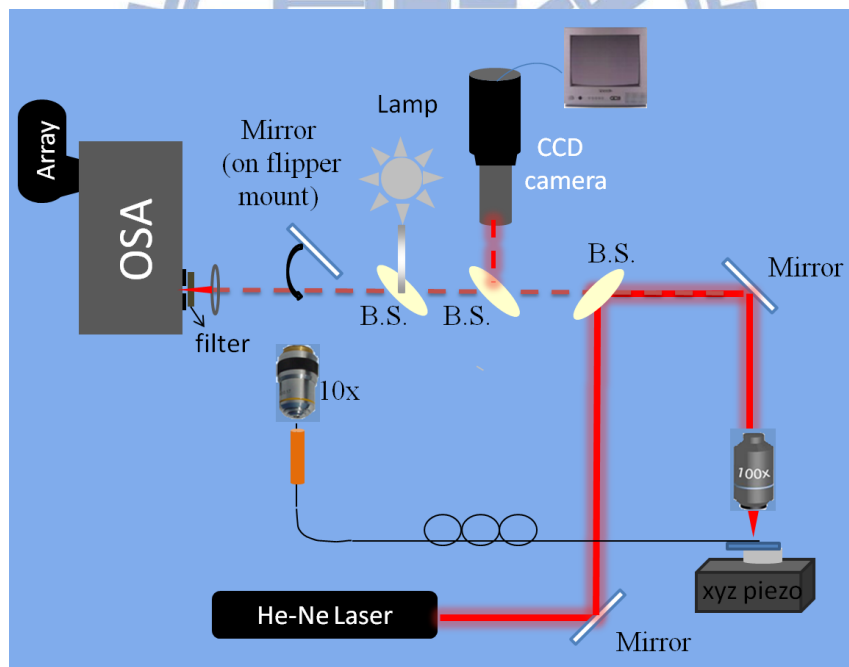


【圖 3-2】微碟共振腔的 SEM 影像

### 3-3 實驗系統架設

實驗裝置如【圖 3-3】。利用波長為 632.8 nm 的氦氖雷射當激發光源，將雷射經由分光鏡(beam splitter, B.S.)反射至數值孔徑(Number Aperture, N.A.)為 0.5 的 100 倍物鏡中，聚焦到單一微碟共振腔上。雷射光點大小約為 1 μm，並可利用成像系統來尋找欲激發的微碟。微碟激發出的螢光訊號可透過上述的顯微物鏡收光至光譜儀解析，最後由砷化銦鎵二極體陣列(InGaAs – diode array)偵測，經電腦處理後即得到螢光光譜，此為傳統的顯

微光激螢光(micro photoluminescence,  $\mu$ -PL) 技術。不過因為  $\mu$ -PL 為正打正收方式，而為了收集微碟共振腔側邊所遺失的螢光，所以改變了收光的方式。實驗上，我們是利用了光纖探針來側收微碟共振腔，此實驗架設在  $\mu$ -PL 上，只是多了光纖探針來改變收光方式。利用電控三軸控制光纖移動，使其與微碟共振腔來耦合。為了可讓  $\mu$ -PL 和光纖探針側收可在同一條件下來做比較，所以我們在光譜儀前的反射鏡為可調式的，若為  $\mu$ -PL 收光就將反射鏡放下，使  $\mu$ -PL 的螢光訊號可進光譜儀做解析；若為光纖側收時則將反射鏡搬正，使其訊號反射至光譜儀。



【圖 3-3】 $\mu$ -PL 正打正收及光纖探針側收示意圖

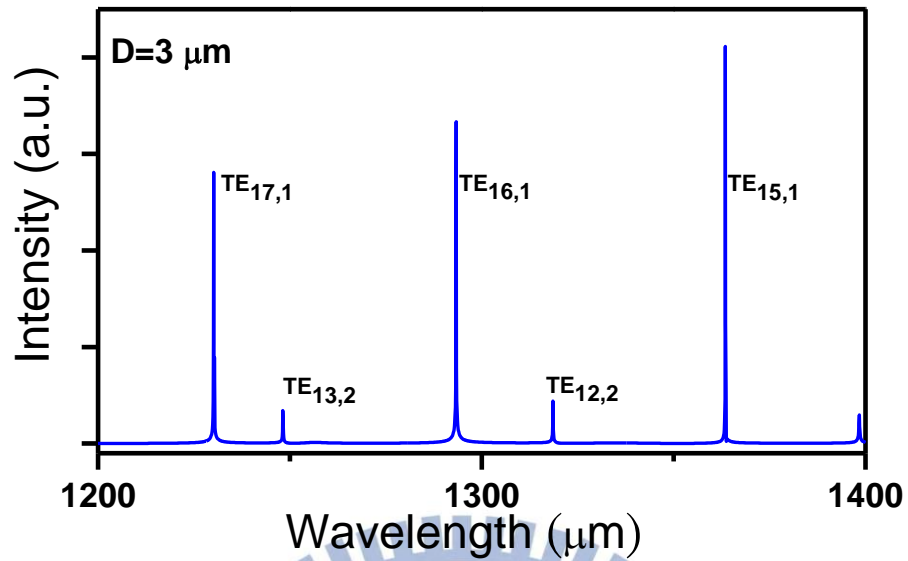
# 第四章 波導和微碟共振腔耦合的 數值分析

在本章中使用二維有限差分時域法來進行波導和微碟共振腔耦合的模擬。首先模擬單一微碟共振腔的耳語廊模在空間上的模態分佈情形。再探討波導和微碟共振腔耦合的行為。藉著改變波導和微碟共振腔的距離來研究過耦合(over-coupling)、臨界耦合(critical coupling)及低耦合(under-coupling)的不同。最後，在臨界耦合條件下，模擬不同耳語廊模態跟波導耦合的行為。

## 4-1 單一微碟的模擬

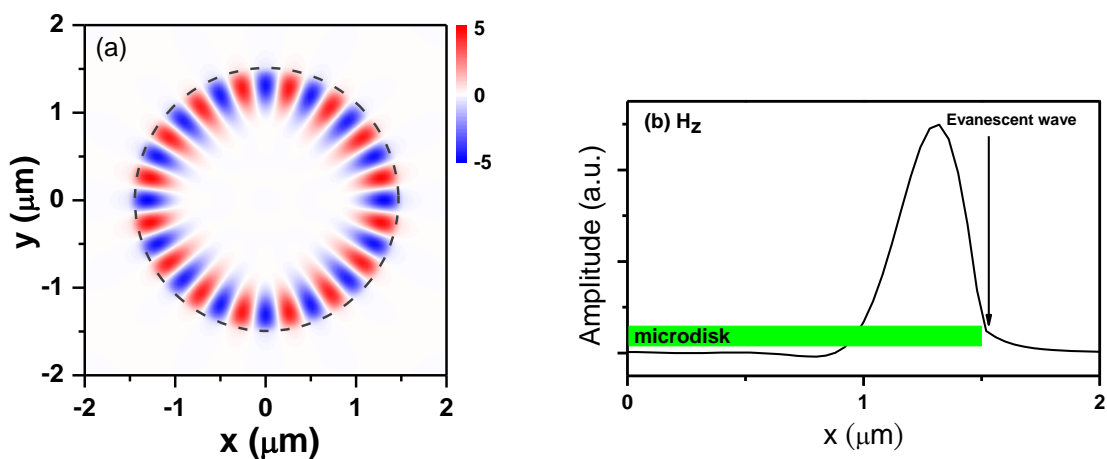
模擬半徑( $R$ )為  $1.5 \mu\text{m}$  的微碟共振腔，其等效折射率( $n_{\text{eff}}$ )為 2.84，空間格點切割為 40 nm，而時間格點切割為  $c \Delta t = 20 \text{ nm}$ 。首先在微碟共振腔  $0.8R$  處，放一個中心波長在 1300 nm 的寬頻脈衝光源，來得到微碟共振腔的譜圖【圖 4-1】。在譜圖中，可以看到一些非常窄的譜線，這些譜線就是所謂的耳語廊模態。



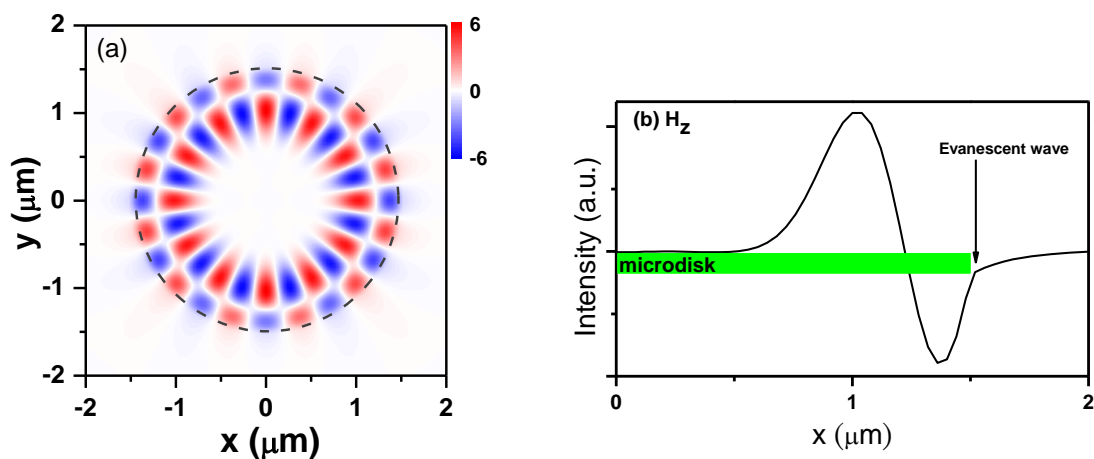


【圖 4-1】2D-FDTD 模擬直徑為 3  $\mu\text{m}$  的微碟共振腔譜圖

接著將特定模態共振波長的連續光源放置於微碟共振腔盤面中( $l=1$  放置在  $0.8R$ ，而  $l=2$  放置在  $0.6R$ )，來激發微碟共振腔，進而得知其模態的場圖分佈。針對  $\text{TE}_{16,1}$  【圖 4-2】及  $\text{TE}_{12,2}$  【圖 4-3】場圖進一步分析，可知其模態有效半徑分別為  $0.8R$  及  $0.6R$ ，模態有效半徑定義為耳語廊模態強度最大值到微碟共振腔中心的距離。而耳語廊模態在微碟外近似指數衰減，其衰減距離約  $100\text{ nm}$ ， $\text{TE}_{12,2}$  的衰減距離略大於  $\text{TE}_{16,1}$ 。所以光纖位在微碟共振腔  $100\text{ nm}$  以內，可耦合微碟共振腔的消逝場。



【圖 4-2】2D-FDTD 模擬  $TE_{16,1}$  (a) $H_z$  場圖 (b) $y=0$  時，微碟磁場場圖



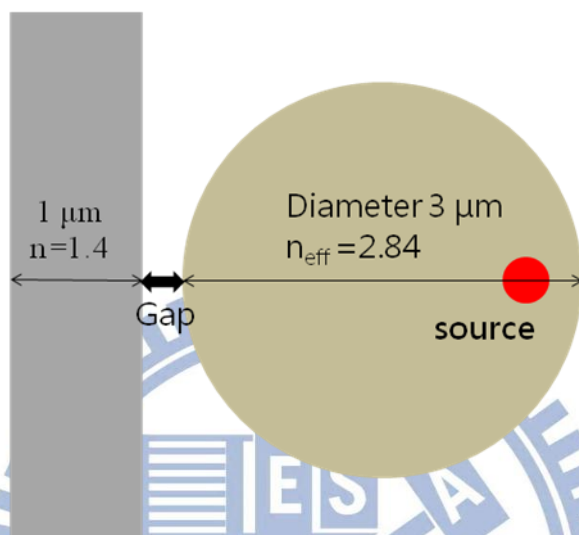
【圖 4-3】2D-FDTD 模擬  $TE_{12,2}$  (a) $H_z$  場圖 (b) $y=0$  時，微碟磁場場圖

## 4-2 單一微碟共振腔和波導耦合特性

### 4-2-1 耦合的譜線特徵

根據文獻[1]指出，微碟共振腔和波導的耦合效率與其間距有很大的關

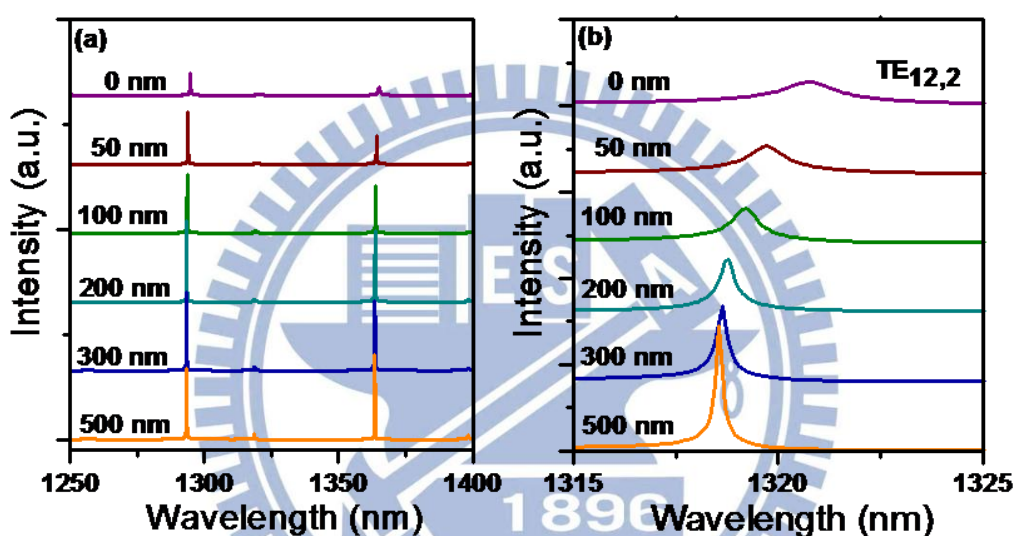
聯性，因為兩者間距決定了彼此場的重疊程度。利用二維有限差分時域法模擬波導寬度為  $1\ \mu\text{m}$ ，微碟直徑為  $3\ \mu\text{m}$ ，並改變兩者間距來觀察其模態的變化，【圖 4-4】為模擬結構示意圖。



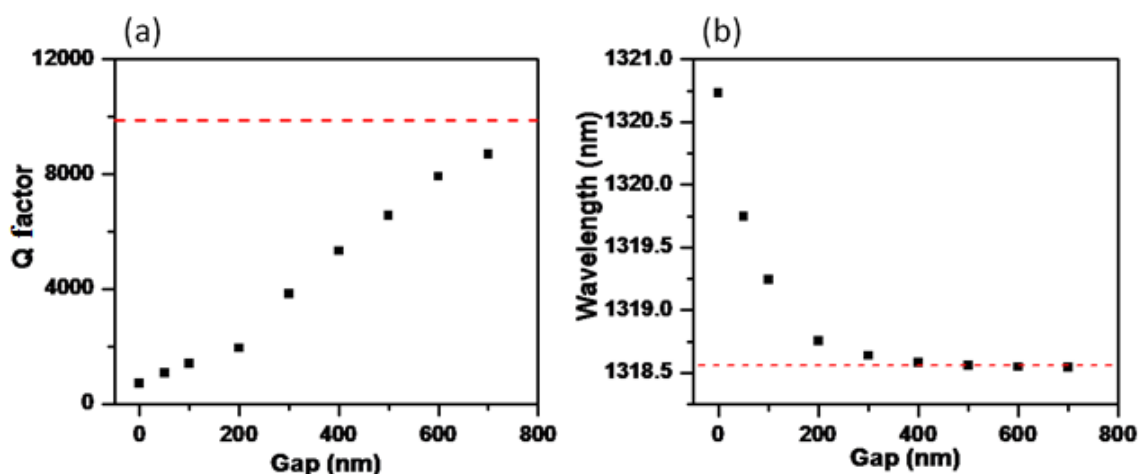
【圖 4-4】波導和微碟共振腔耦合模擬示意圖

首先從  $0\ \text{nm}$  改變到  $500\ \text{nm}$ ，模擬出在不同間距的譜圖，並針對  $\text{TE}_{12,2}$  【圖 4-5b】的模態來研究。可以發現當波導靠近微碟時，譜線出現紅移，且品質因子有下降的趨勢。當間距從  $500\ \text{nm}$  縮減到  $0\ \text{nm}$  時， $\text{TE}_{12,2}$  往長波長移動了  $2.1\ \text{nm}$  且品質因子下降約  $80\%$ 。【圖 4-6】為針對  $\text{TE}_{12,2}$ ，分析其不同間距和品質因子及共振波長的關係圖，其中虛線代表只有單一微碟共振腔而無波導在旁邊的結果。由耦合理論知當波導和微碟耦合時，其品質因子會受到本質損耗跟耦合損耗所影響。當波導越靠近微碟共振腔，耦合

損耗也會越嚴重。所以原本被侷限在微碟共振腔的光，受到波導所影響，讓部分侷限的光從波導所遺失，導致品質因子下降。譜線的紅移原因則是因為耳語廊模受到波導的微擾，使等效折射率稍微變大。原本環境的有效折射率是 1，但隨著波導( $n=1.4$ )的靠近，使得環境的整體有效微微上升，故造成譜線的紅移。



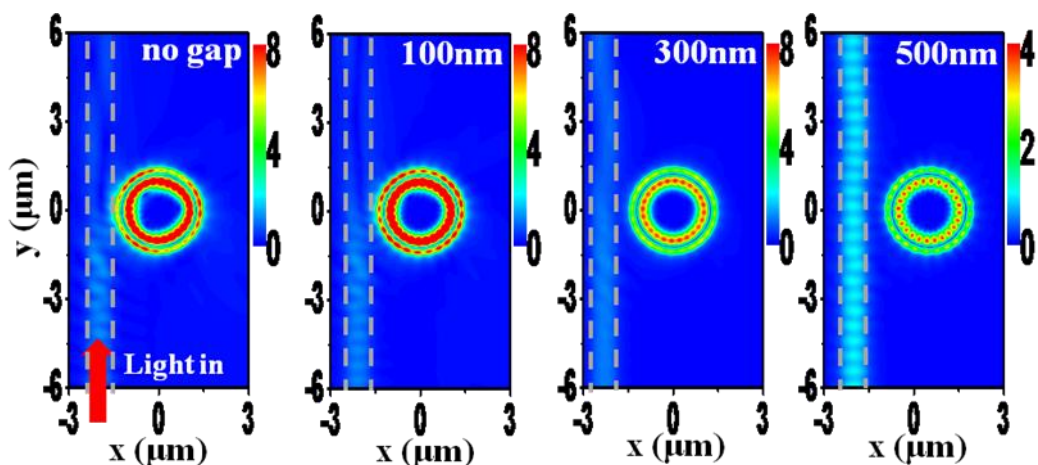
【圖 4-5】2D-FDTD 模擬不同間距譜圖



【圖 4-6】2D-FDTD 模擬 TE<sub>12,1</sub> 不同間距之(a)品質因子(b)共振波長

#### 4-2-2 不同間距的強度模擬

為了能夠更加清楚的了解光在波導與微碟共振腔之中傳遞的情況，接著把光源擺放至波導中，由波導將光傳遞至微碟共振腔之中，觀察在不同間距下的耦合的情況。【圖 4-7】為在間距分別 0 nm、100 nm、300 nm 及 500 nm 時，所模擬出空間中磁場強度分佈。當波導和微碟共振腔的間距為 500 nm 時，其模場幾乎不重疊，所以波導的消逝波不易被微碟共振腔所耦合，而導致波導的穿透場沒有太大改變。此時存在於微碟共振腔的場強度也是最弱。隨著波導慢慢靠近微碟共振腔時，模場開始的重疊，其消逝波就越易耦合。當微碟共振腔和波導間距為 100 nm 時，微碟共振模場的強度最強。此時波導的穿透場也幾乎產生完全破壞性干涉，波導的能量為最有效率的轉移到微碟共振腔中。波導穿透場的強度也較於其他間距為最弱，此時稱作臨界耦合。接著當波導與微碟共振腔接觸(間距為 0 nm)時，此時模場的重疊最大，直覺上會認為耦合應該為最好，微碟共振腔強度應該為最強。但由模擬結果發生在間距為 100 nm 時，微碟共振腔強度才是最強。這是因為當間距為 0 nm 時，波導的場雖然很容易的耦合進微碟共振腔，但相對的微碟的場也很容易耦合回波導。耦合進微碟共振腔的能量強度又因波導的耦合而衰減，造成微碟共振腔部分能量的損失，導致微碟共振腔強度下降，這時稱做過耦合。

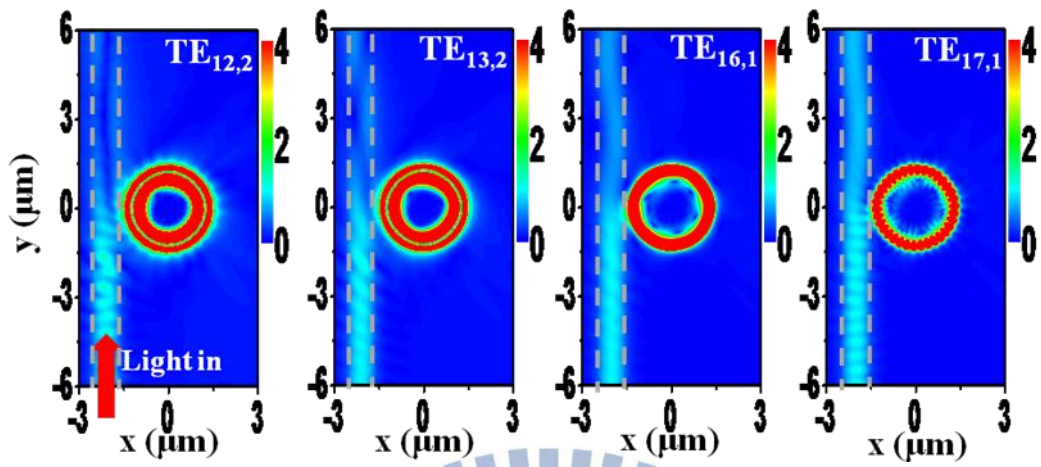


【圖 4-7】不同間距的耦合情況

#### 4-2-3 不同模態與波導耦合的模擬

接著模擬以  $TE_{12,1}$  的臨界耦合條件(間距為 100 nm)下，來探討不同的耳語廊模態和波導耦合的情況。【圖 4-8】分別模擬在 1300 nm 附近四個模態場的分布情況，此四個模態分別為  $TE_{17,1}$ 、 $TE_{13,2}$ 、 $TE_{16,1}$  及  $TE_{12,2}$ 。由模擬結果可以看出  $TE_{12,2}$  和  $TE_{13,2}$  耦合較  $TE_{16,1}$  和  $TE_{17,1}$  來的好，因為在波導穿透波的破壞性干涉明顯優於  $TE_{16,1}$  和  $TE_{17,1}$ 。影響耦合效率的主要因素為模場的重疊及相位匹配程度。由 3-1 節可知，在波長 1200 nm 到 1400 nm，各耳語廊模態消逝波的衰減距離差異不大。所以在同樣的間距下，主要影響耦合效率的因素為相位匹配，良好的相位匹配，有利於耦合效率。由式(2.23)知相位匹配條件為  $m \approx kR$ ，估算當  $\lambda$  在 1.2  $\mu\text{m}$  到 1.4  $\mu\text{m}$  時，所得到的  $m$  介於 11 到 13 之間。所以  $TE_{12,2}$  和  $TE_{13,2}$  的相位匹配程度較  $TE_{16,1}$  和  $TE_{17,1}$  來

的高，光纖波導的光較易耦合進微碟共振腔。



【圖 4-8】當間距為 100 nm 時，不同耳語廊模態的耦合情況



# 第五章 實驗結果與討論

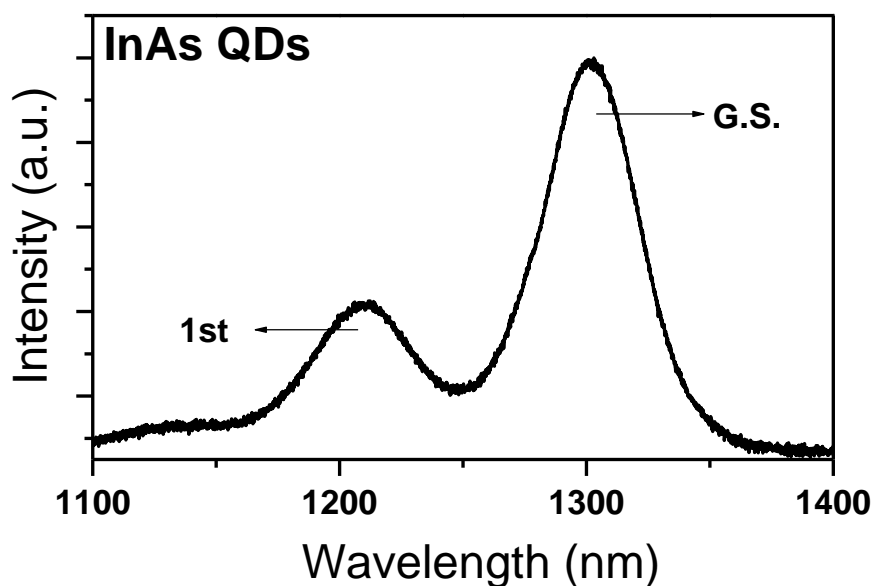
本章節主要架構如下:藉由微光激發螢光光譜，探討單一微碟共振腔的光學模態，並和三維有限差分時域法作比對，確認實驗上所量測到各耳語廊模態的模態數。接著是探討光纖波導和微碟共振腔耦合行為，再比照二維有限差分時域法所看到的耦合現象，進行討論。最後利用 SNOM 來解析單一微碟共振腔光場在空間中分布的情況，來了解耳語廊模態空間分布及模態數。

## 5-1 單一微碟共振腔譜線特徵

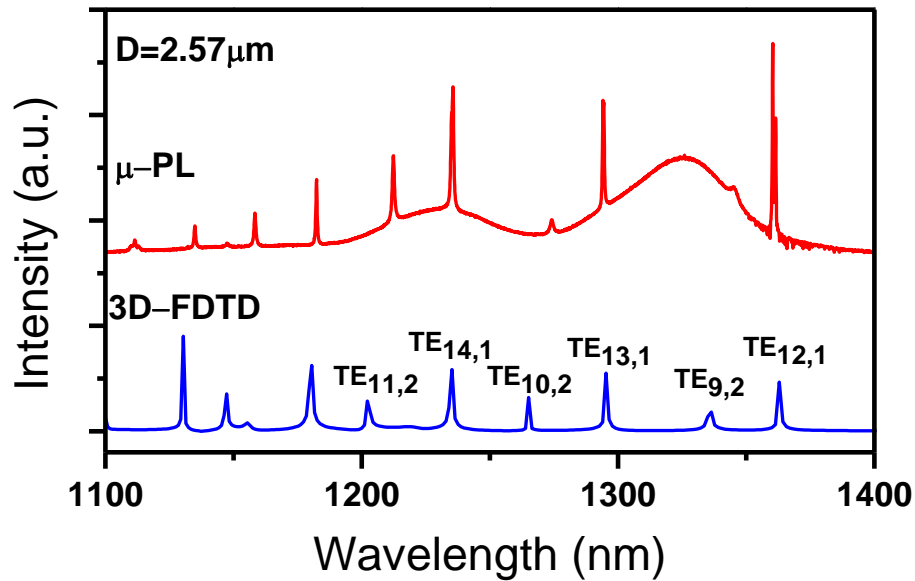
【圖 5-1】為室溫下量測砷化鎵量子點的微光激發螢光訊號，譜圖上有兩個主要訊號，其峰值分別在 1200 nm 及 1300 nm 附近。峰值為 1300 nm 是砷化鎵量子點的基態訊號，恰好為光纖通訊時常用的波段，而峰值在 1200 nm 則為量子點第一激發態訊號。由砷化鎵量子點的基態訊號和第一激發態訊號，提供微碟共振腔一個寬頻的光源。微碟共振腔中的模態可藉由寬頻的光源產生共振。【圖 5-2】為量測微碟共振腔直徑約為 2.6  $\mu\text{m}$  的  $\mu\text{-PL}$  光譜圖。譜圖中，可觀察到半寬為 0.2 nm 到 0.6 nm 不等的譜線，這些譜線就是所謂的就是耳語廊模。由第二章節可知耳語廊模其模態數可區分徑向模



態數( $l$ )及方位角模態數( $m$ )。當在徑向模態數相同時，其方位角模態數  $m$  與  $m+1$  的能量差( $\Delta E$ )和  $m-1$  與  $m$  的  $\Delta E$  會相近。分析其譜線的  $\Delta E$ ，可區分兩族群。波長為 1360 nm、1294 nm、1235 nm 及 1182 nm 為一族群，其  $\Delta E$  為 46 meV。另一族群，波長分別為 1344 nm、1274 nm、1212 nm 及 1158 nm，其  $\Delta E$  為 50 meV。為了使得模擬結果更加準確，利用三維有限差分時域法來模擬微碟共振腔的共振波長及模態。模擬參數如下:微碟共振腔直徑 2.57  $\mu\text{m}$ ，砷化鎵折射率為 3.4。將實驗所量測的譜圖模擬與三維有限差分時域法比對之後，得知這兩族群分別代表徑向模態數  $l$  為 1 跟 2， $\Delta E$  較小的為  $l=1$ 。



【圖 5-1】室溫下量測砷化鎵量子點的微光激發螢光訊號



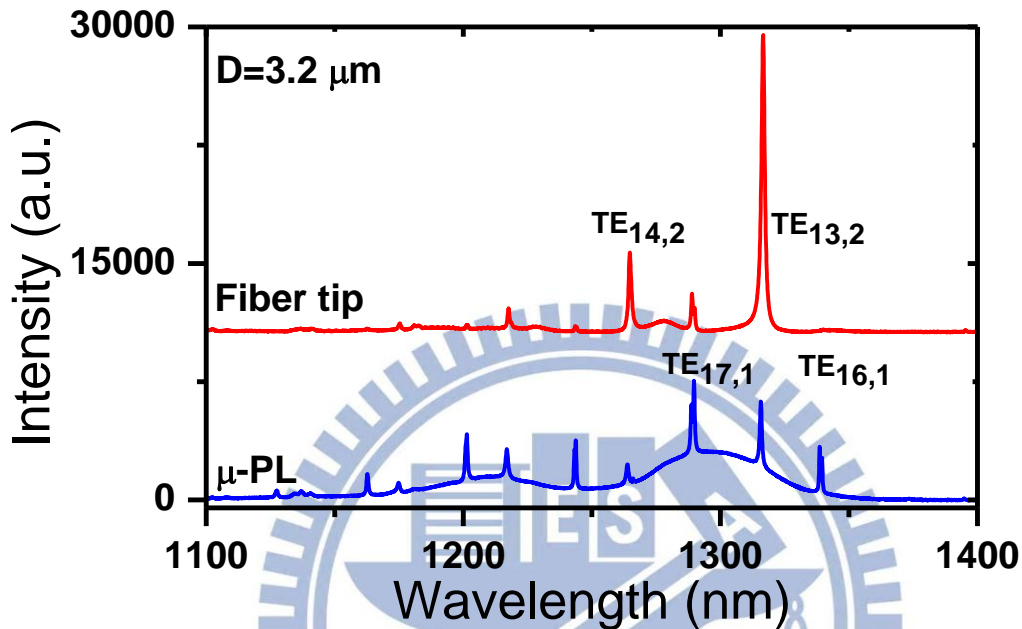
【圖 5-2】直徑為 2.57  $\mu\text{m}$  微碟共振腔， $\mu\text{-PL}$  及 3D-FDTD 模擬譜圖

## 5-2 光纖波導側收的譜圖特徵

### 5-2-1 $\mu\text{-PL}$ 及光纖波導側收的譜圖比較

【圖 5-3】為同一微碟共振腔  $\mu\text{-PL}$  及光纖波導側收的譜圖比較，從譜圖中可以觀察到下列幾點差異。第一:各模態強度的不同。從譜圖上可以看到  $\mu\text{-PL}$  強度較強的模態(例: $\text{TE}_{16,1}$ )，在光纖側收時，強度並非最強。第二:光纖側收能有效的提高某些模態的收光強度。像是  $\text{TE}_{13,2}$ ，其光纖側收的螢光強度比  $\mu\text{-PL}$  強度高 10 倍左右。第三:砷化銦量子點螢光訊號在光纖側收明顯地被抑制。在  $\mu\text{-PL}$  的耳語廊模態的螢光訊號是疊加在砷化銦量子點螢

光訊號上，而光纖側收的譜圖只有看到耳語廊螢光訊號，砷化銦量子點螢光訊號明顯的被抑制。



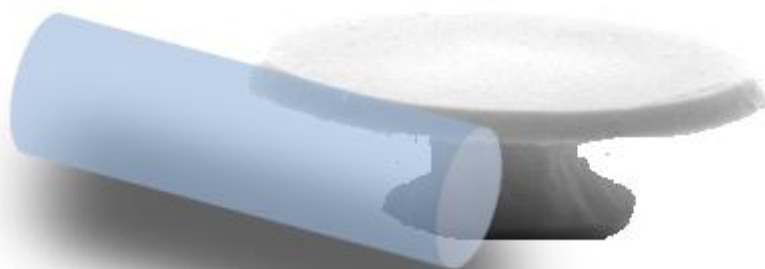
【圖 5-3】直徑為 3.2  $\mu\text{m}$  微碟共振腔， $\mu\text{-PL}$  及光纖側收的譜圖

上述這些譜線上的差異，是由於  $\mu\text{-PL}$  的收光是利用數值孔徑為 0.5 的 100 倍物鏡收集微碟共振腔表面的散射光。但耳語廊模是環繞在微碟共振腔周圍附近，光主要是由側向的彎曲損失而逸失出微碟共振腔。而垂直盤面的發光大部分被侷限住，只有部分因製程造成表面的缺陷使得光散射出來。因此在微碟共振腔側邊收光提供了一個較有效率的收光方式。雖然物鏡正向收光範圍比光纖側收範圍來的大，但當光纖足夠靠近微碟共振腔

時，有機會讓消逝波還未完全衰減就被耦合進光纖。光纖側收訊號的強度是有可能較  $\mu$ -PL 的訊號強上 10 倍至 100 倍。而砷化銦量子點的螢光訊號則不受微碟共振腔所侷限，均勻的朝四面八方散射出去。正向收光時，會收集到大範圍的訊號，使得  $\mu$ -PL 譜圖有明顯的量子點背景訊號。而光纖在微碟共振腔側邊時，收光範圍較小，幾乎不會收到量子點的訊號。



【圖 5-4】光纖側收微碟共振腔的 OM 影像



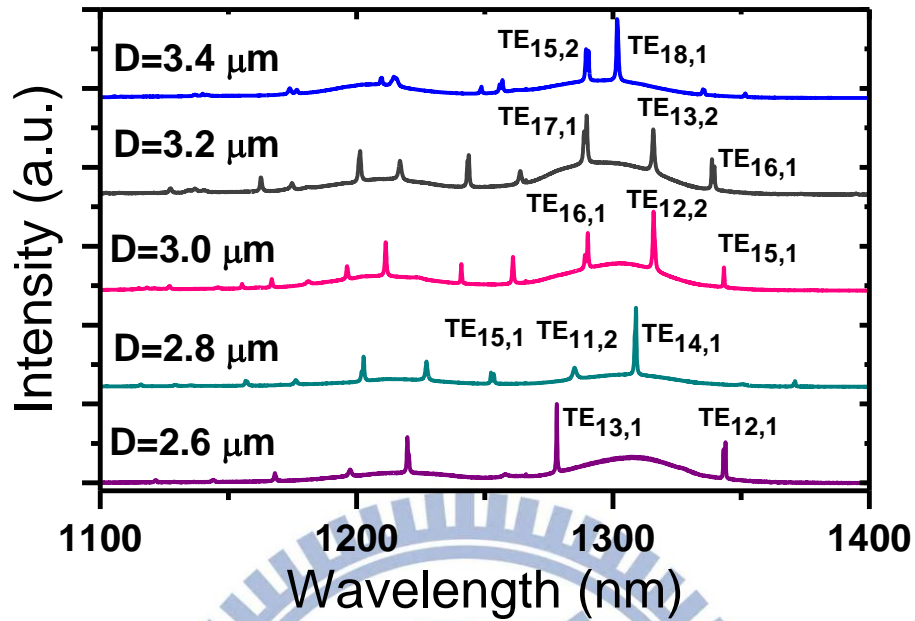
【圖 5-5】光纖側收微碟共振腔示意圖

## 5-2-2 不同微碟共振腔直徑的譜圖

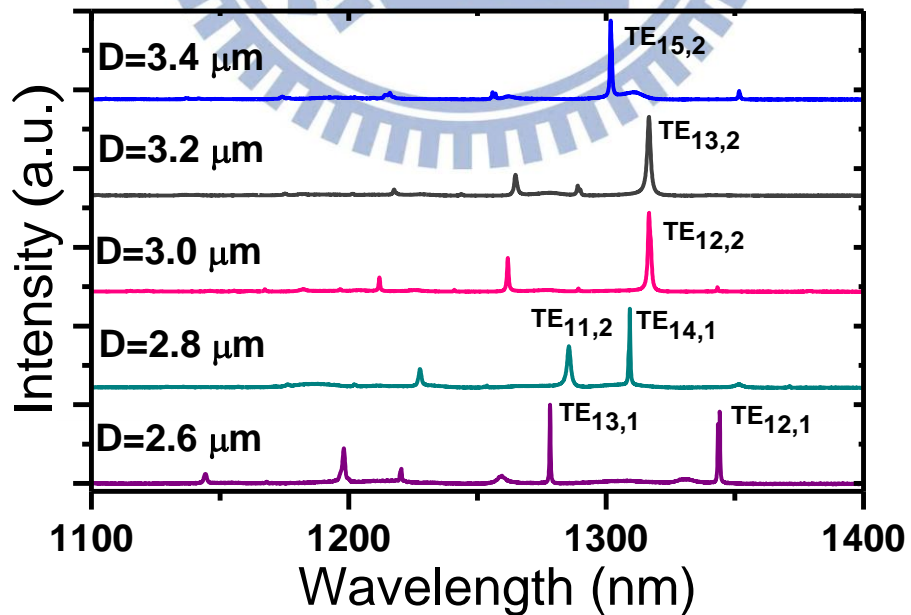
由上一節可以知道光纖波導在接近微碟的消逝波範圍內，能有效耦合微碟的訊號，但是為什麼並不是每一個模態都能相同的增強呢？而是只有少數的模態訊號有增強，有些模態卻被抑制住。因此做了一系列的不同直徑的微碟，來比較哪些模態較易耦合，及探討其中的物理意義。

量測的微碟直徑分佈從  $2.6\ \mu\text{m}$  到  $3.4\ \mu\text{m}$ ，光纖針頭約為  $1.3\ \mu\text{m}$ 。我們把光纖放置在微碟共振腔側邊【圖 5-4】，再利用電控三軸微調光纖位置，使光纖收光的訊號達到最強。

將所得到  $\mu\text{-PL}$  的譜線【圖 5-6】，和光纖側收的譜線做比較【圖 5-7】。在這邊主要討論在量子點附近的耳語廊模訊號。從【圖 5-7】中可得知，當微碟共振腔直徑為  $2.6\ \mu\text{m}$  時， $\text{TE}_{12,1}$  及  $\text{TE}_{13,1}$  的訊號較其他模態來說，易被光纖收集。當微碟共振腔直徑為  $2.8\ \mu\text{m}$  時， $\text{TE}_{14,1}$  及  $\text{TE}_{11,2}$  的訊號較易被光纖收集。當微碟共振腔直徑大於  $3\ \mu\text{m}$  以後時，可以發現原來在  $\mu\text{-PL}$  譜圖較強的耳語廊模態，在利用光纖收光時，反而被抑制住了。微碟共振腔直徑  $3\ \mu\text{m}$ 、 $3.2\ \mu\text{m}$  及  $3.4\ \mu\text{m}$ ，較易被光纖耦合的耳語廊模態分別為  $\text{TE}_{12,2}$ 、 $\text{TE}_{13,2}$  及  $\text{TE}_{15,2}$ 。



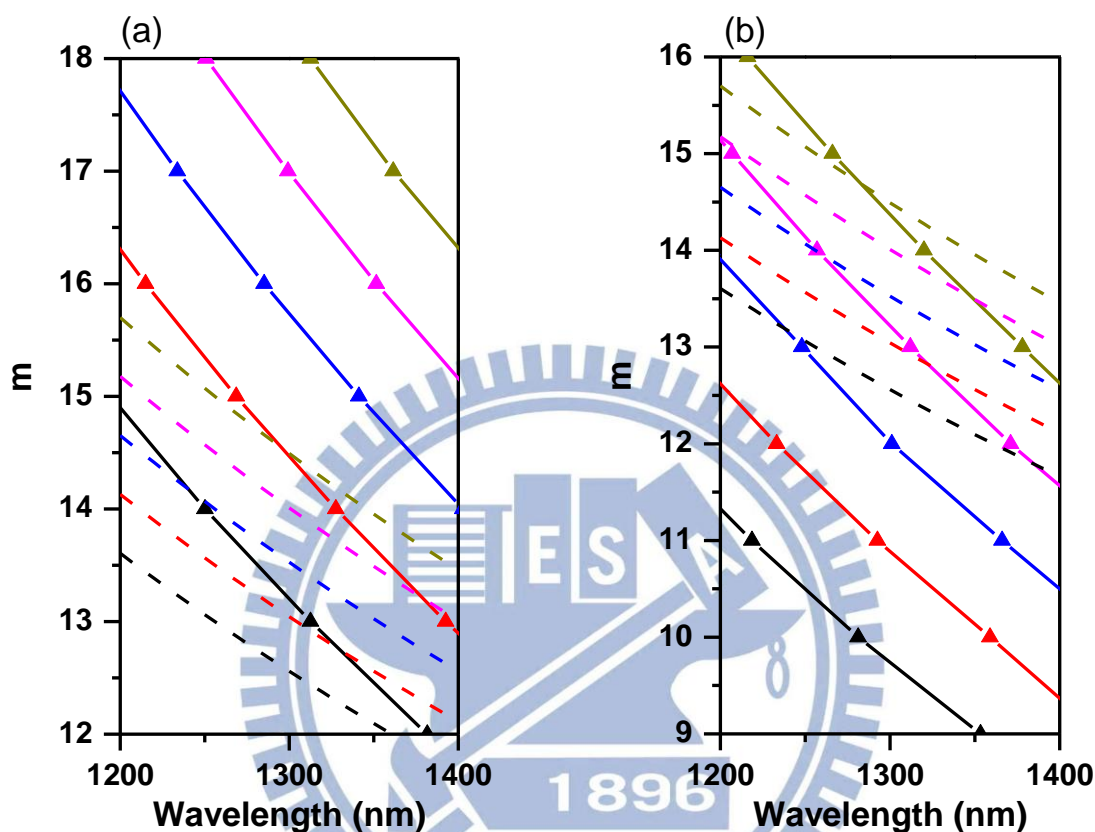
【圖 5-6】不同直徑的微碟共振腔之  $\mu$ -PL 譜圖



【圖 5-7】不同直徑的微碟共振腔之光纖波導側收譜圖

從以上的實驗結果可以得知，這系列的不同直徑的微碟共振腔，在方位角模態數  $m$  為 12 到 15 的耳語廊模態，較易被光纖收集。換言之，即這些模態較易與光纖耦合。影響微碟共振腔和光纖波導耦合的主要因素為相位匹配，而相位匹配的條件為  $m \approx kR$ ， $k = 2\pi/\lambda$ ， $\lambda$  為真空中的波長。 $R$  為微碟共振腔半徑加上光纖探針針頭的直徑(從光學顯微鏡估算約為  $1.3 \mu\text{m}$ )。所以當改變不同的微碟共振腔直徑時，在相同波段下，各模態有其不同的耦合條件。【圖 5-8】為五組在不同的微碟共振腔直徑時，其相位匹配關係圖。【圖 5-8a】可看到兩組不同斜率的族群，一族群用點線來標示，另一族群用虛線來標示。用點線來標示的是單一微碟共振腔利用三維有限差分時域法所模擬耳語廊模徑向模態數為  $l=1$  時，其共振波長和方位角數模態數的關係。而【圖 5-8b】點線的是耳語廊模徑向模態數為  $l=2$  時，其共振波長和方位角數模態數的關係。不同的點線代表了不同的微碟半徑，由下到上依序為  $2.6 \mu\text{m}$ 、 $2.8 \mu\text{m}$ 、 $3 \mu\text{m}$ 、 $3.2 \mu\text{m}$  及  $3.4 \mu\text{m}$ 。而虛線代表光纖波導位在微碟共振腔側邊時，其波長和相位匹配條件  $kR$  的關係圖。同樣地，不同虛線代表不同微碟共振腔直徑，由下到上表示直徑由  $2.6 \mu\text{m}$  到  $3.4 \mu\text{m}$ 。在相同的微碟共振腔直徑，其虛線和點線的差異越接近，則相位匹配程度越高，此時光纖波導易和微碟共振腔耦合。所以當波長在  $1300 \text{ nm}$  附近，在微碟共振腔直徑為  $2.8 \mu\text{m}$  以下， $l=1$  的相配匹配差異較小。而當微

碟共振腔直徑為  $3\ \mu\text{m}$  以上，則  $\ell=2$  的模態其相配匹配差異較小，所以較易耦合，這跟我們的實驗結果是吻合的。



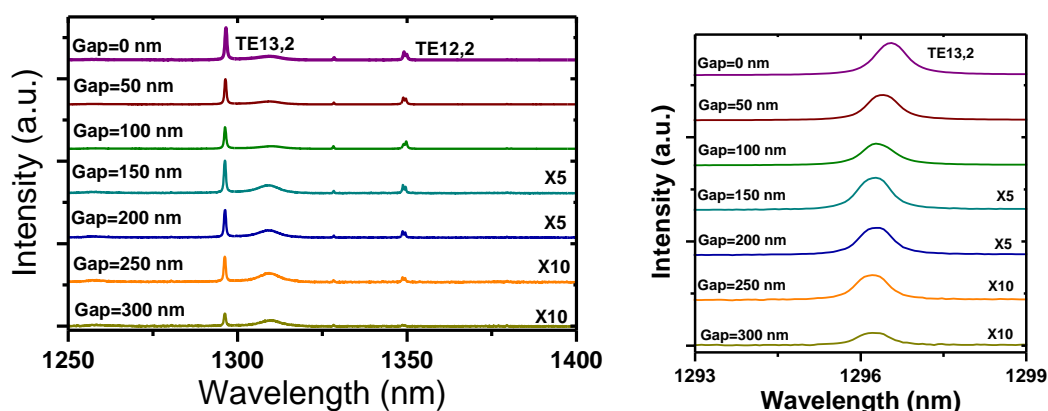
【圖 5-8】微碟共振腔和光纖波導相位匹配圖。點線為 3D-FDTD 的微碟共振腔譜圖，而(a) $\ell=1$ (b) $\ell=2$ 。虛線則為直徑為  $1.3\ \mu\text{m}$  的光纖波導在微碟共振腔側邊時之相位匹配曲線。不同的點線代表了不同的微碟半徑，由下到上依序為  $2.6\ \mu\text{m}$ 、 $2.8\ \mu\text{m}$ 、 $3\ \mu\text{m}$ 、 $3.2\ \mu\text{m}$  及  $3.4\ \mu\text{m}$ 。

### 5-2-3 不同間距的共振波長特徵

從模擬可知當光纖波導靠近微碟共振腔時，耳語廊模的共振波長會紅



移且品質因子會降低。【圖 5-9a】利用光纖在距離微碟共振腔不同間距之下所收的光激發螢光的譜圖。調整光纖與微碟共振腔傾斜角小於 5 度之內，故視為光纖光纖平行微碟共振腔。由間距 500 nm 開始，往微碟共振腔靠近，每隔 50 nm 收一次譜圖。

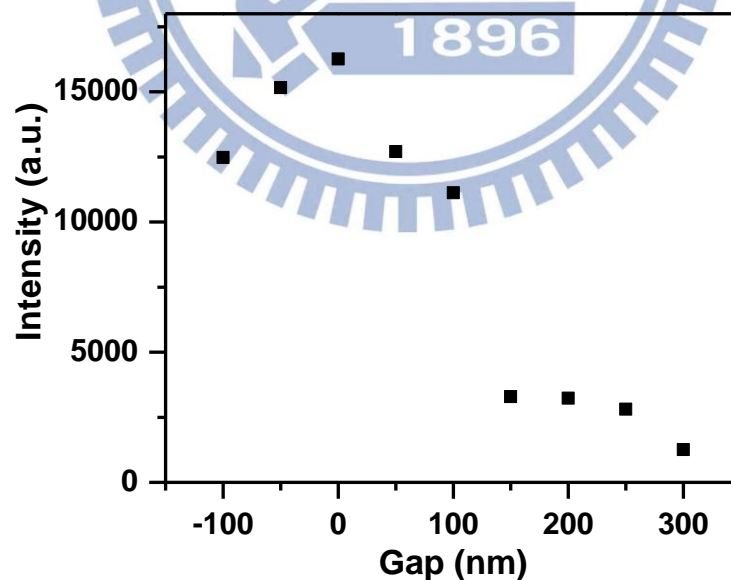


【圖 5-9】(a)利用光纖在距離微碟共振腔不同間距之下所收的光激發螢光的譜圖(b) TE<sub>13,2</sub> 放大圖



從前節模擬將光源放置於波導中，由波導耦合光到微碟共振腔結果知道，當波導另一端穿透率越小，表示其耦合越良好。但實驗是利用雷射激發微碟共振腔，光纖收集微碟共振腔發出來的光，所以在此我們假設光纖所收集到的螢光訊號最強時，耦合最好。【圖 5-10】為不同間距和強度關係圖。我們定義光纖和微碟共振腔間距為 0 nm 是訊號最強的地方，因為在往內移，其訊號強度差異不大，推測光纖應該已經碰觸微碟側邊，導致光

纖無法在移動，使其強度無太大改變。【圖 5-9b】是我們放大  $TE_{13,2}$  模態來進行討論，經勞倫茲曲線的擬合分析得知譜線紅移了 0.4 nm，品質因子則是約下降 10 %。這個結果說明了光纖不僅收到微碟共振腔側邊的散射光，而且還有跟微碟共振腔耦合，所以才會模態紅移與品質因子下降的現象發生。但是跟二維有限差分時域法模擬作比對，我們發現譜線紅移量和品質因子的下降不如理論明顯。這可能是模擬為一個完美的二維系統，但實驗則是三維，在 z 軸方向的變因影響很大【圖 5-5】。且光纖可能不完全平行微碟共振腔，所以與微碟無法達到完全耦合時，使得微碟共振腔譜線紅移跟品質因子下降不如模擬的結果明顯。

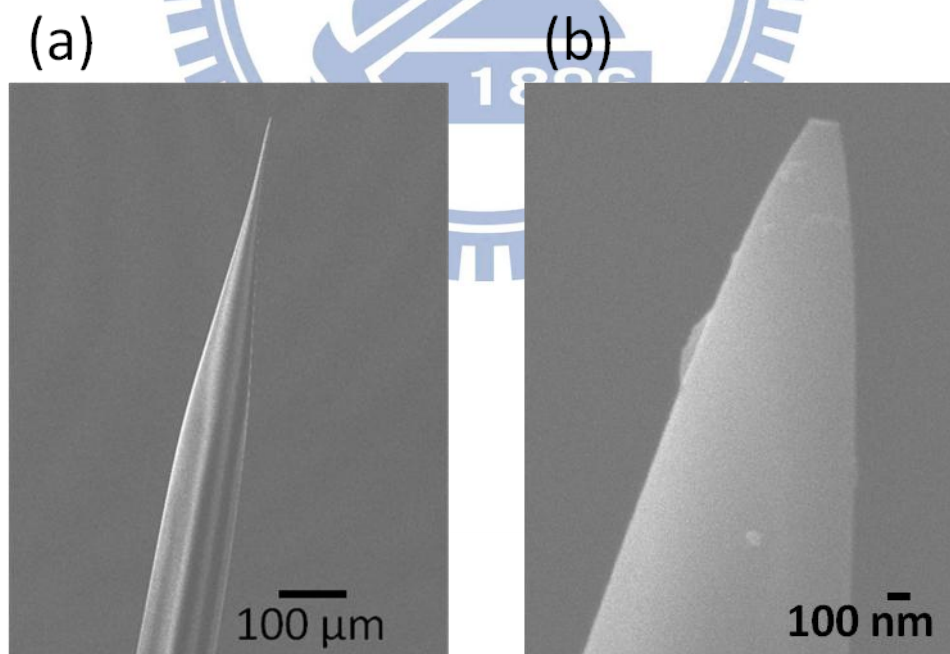


【圖 5-10】不同間距隨距離的強度

## 5-3 單一微碟共振腔的 SNOM 量測

### 5-3-1 SNOM 理論背景

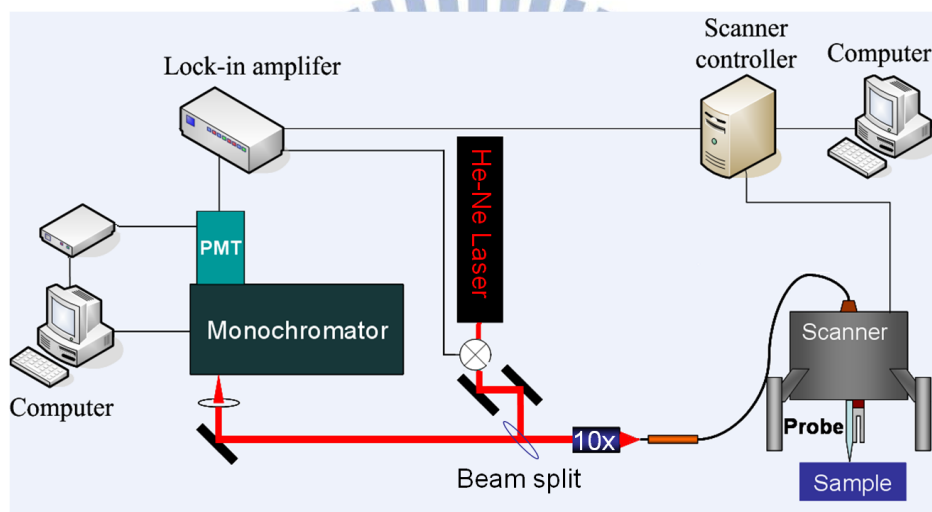
近場光學是利用探針與樣品距離遠小於量測波長的概念來進行光學量測。如此可避免光波動性質的呈現與干擾，獲得超越繞射極限的空間解析度。近場光學空間解析度，主要取決於光纖探針孔徑的大小，所以製作探針為近場光學的核心技術。本實驗室製作探針的方式採用 CO<sub>2</sub> 雷射熔拉，此方法的好處是易得到光滑的探針表面，探針製作也有商業化機台。【圖 5-11】為熔拉完成之探針 SEM 影像，探針針頭約為 150 nm。



【圖 5-11】光纖探針熔拉完成之 SEM 影像，(a)3000 倍 (b)30000 倍

### 5-3-2 SNOM 的盤面解析

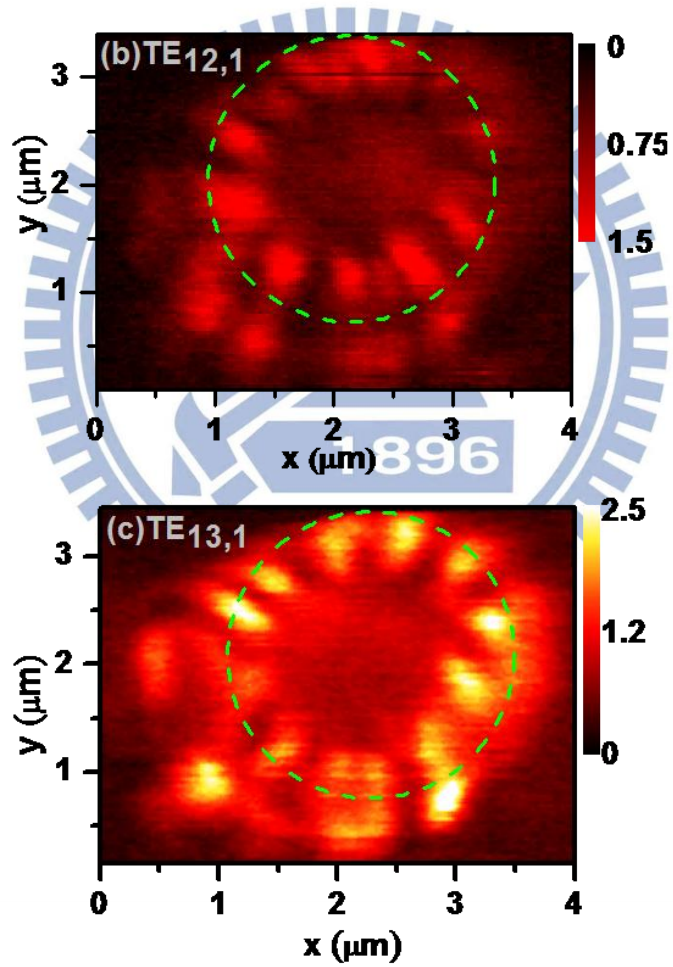
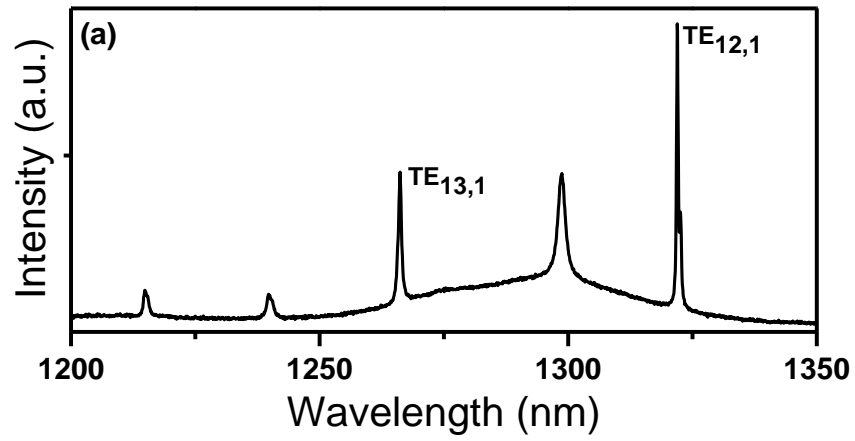
本實驗利用 10 倍的物鏡將氦氖雷射引入光纖，光從無鍍金屬的探針針頭均勻的激發微碟共振腔。再由探針收集微碟共振腔表面螢光訊號，此為遠場激發近場收光模式。將探針所收到螢光訊號傳送光譜儀分光再經由偵測器分析的得知微碟共振腔的共振波長。再將光譜儀轉到微碟共振腔的共振波長，去研究微碟盤面的場圖分佈。系統架設如【圖 5-12】



【圖 5-12】SNOM 系統架構圖

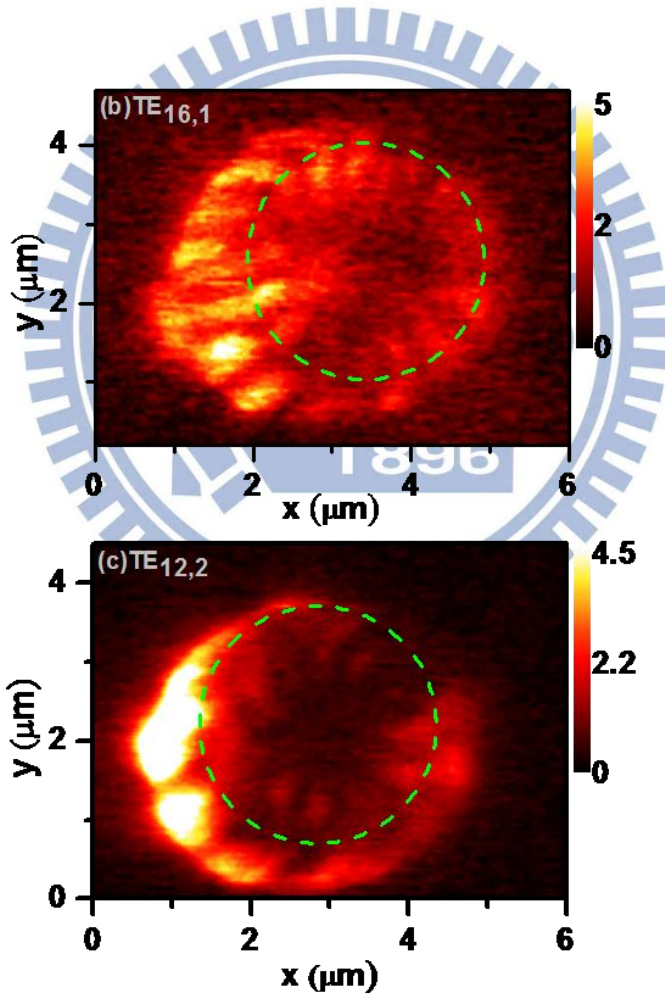
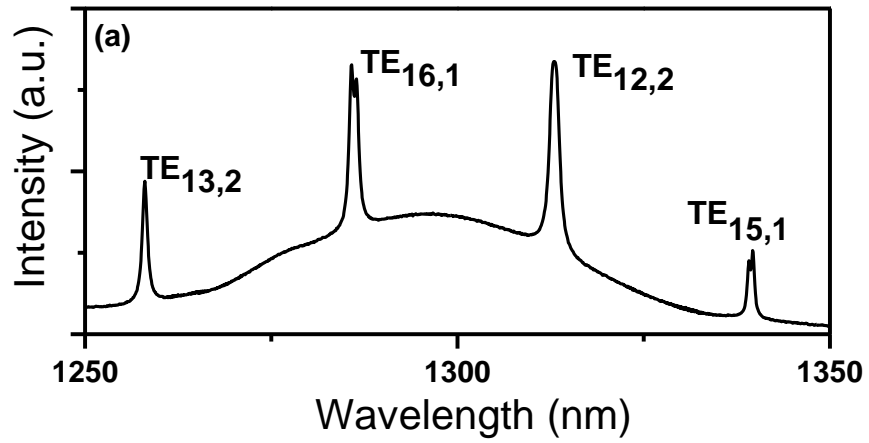
【圖 5-13】為掃描微碟共振腔直徑  $2.5 \mu\text{m}$  的近場場圖，虛線表示微碟共振腔的位置。近場場圖清楚顯示了固定於微碟共振腔盤上耳語廊模的光瓣(lobes)，這說明耳語廊模是以駐波的形式存在於微碟共振腔，而非行進波。細數這些光瓣，其光瓣數約為方位角模態數  $m$ 。而我們前面利用解析解及有限差分時域法模擬微碟共振腔場圖時得知，在方位角模態數為  $m$

時，其盤面光瓣應為  $2m$ 。 $m$  值就等於盤面上有幾組正負場，而強度為場之平方，所以盤面光瓣應為  $2m$ 。實驗上量測到的光瓣數，大約都在  $m$  附近。造成這個原因，在後面會有更完整的討論。【圖 5-14】為微碟共振腔直徑為  $3\ \mu\text{m}$  的近場場圖。可以看出當  $l=1$  時，耳語廊模態在盤面上的場分布較靠近微碟共振腔邊緣。而  $l=2$  時，耳語廊模態在盤面上的場分布是較為內圈。這個結果更加確定了我們在指定徑向模態的準確性。而近場場圖中的不對稱性則是因為在裝置光纖探針時，基於人為誤差，無法完全與微碟共振腔盤面垂直。此外，耳語廊模分布在微碟側邊的強度比在微碟盤面來的強，而且在微碟外圍的強度並不會比盤面來的弱。這證實微碟共振腔主要發光主要是來側向的彎曲損失而逸失出微碟共振腔，而垂直盤面的發光大部分都被侷限住了。



【圖 5-13】微碟共振腔直徑為  $2.5 \mu\text{m}$  之

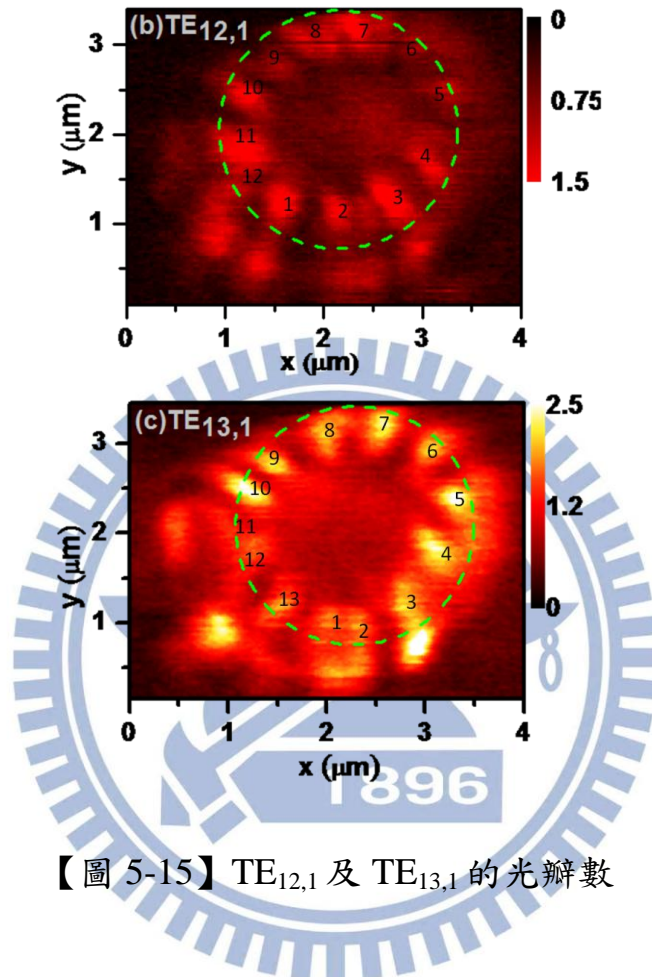
(a) 微光激發光譜圖 (b)  $TE_{12,1}$  近場場圖 (c)  $TE_{13,1}$  近場場圖



【圖 5-14】微碟共振腔直徑為 3  $\mu\text{m}$  之

(a)微光激螢光光譜圖(b) TE<sub>16,1</sub> 近場場圖(c) TE<sub>12,2</sub> 近場場圖

【圖 5-15】上我們標示出  $TE_{12,1}$  及  $TE_{13,1}$  的光瓣數，說明實驗上所觀測到的近場場圖的光瓣數的確為  $m$ 。

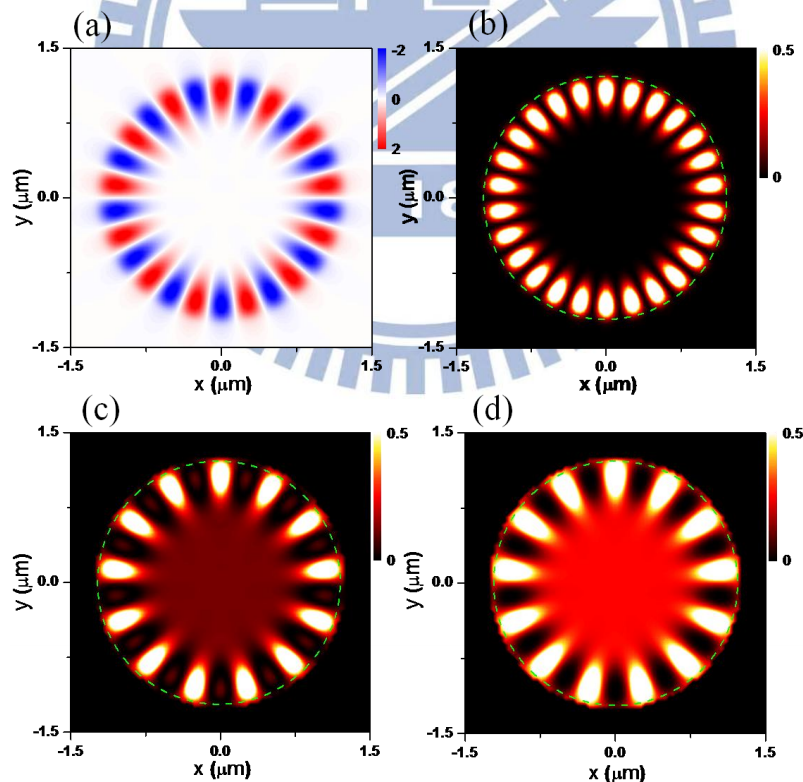


【圖 5-15】  $TE_{12,1}$  及  $TE_{13,1}$  的光瓣數

【圖 5-16b】為三維有限差分時域法模擬  $TE_{13,1}$  在盤面場強的分佈。比照在實驗上光瓣與光瓣的距離，我們發現實驗所獲得光瓣的距離較模擬來大將近一倍，這意味著暗場的光瓣被抑制住了。換句話說，實驗結果所獲得的場強分佈並非只由耳語廊模所貢獻。實際上，量測到的訊號應該是耳語廊模的場和砷化銦量子點的場互相疊加後的結果。所以假設砷化銦量子



點均勻的分佈在盤內，其場為定值  $H_0$ ，耳語廊模的場為  $H_1$ ，而近場量測收到的螢光訊號應為  $(H_0+H_1)^2$ 。【圖 5-16】的 c 與 d 分別為在圓盤內加上  $|H_{\max}/2|$  及  $|H_{\max}|$  的場強分佈結果，其中  $H_{\max}$  為耳語廊模的磁場的最大值。隨著  $H_0$  增大，耳語廊模的暗場的光瓣會越來越不明顯。 $H_0 = H_{\max}/2$  時，可看到暗場的光瓣於盤面上變得較小且強度相對也較弱。而  $H_0 = H_{\max}$  時，盤面上所得到光瓣數就為  $m$ 。這模擬結果證實了實驗上觀察到的  $m$  個光瓣數是由於砷化鎘量子點的場與耳語廊模態的場互相疊加，而抵消了耳語廊模態其中的暗場之故。



【圖 5-16】 WGM 為  $TE_{13,1}$  所模擬出(a) $H_z$  的場圖。(b)(c)(d)分別代表當  $H_0$  為 0， $|H_{\max}/2|$  及  $|H_{\max}|$  時， $(H_0+H_z)^2$  的強度圖，其  $H_{\max}$  中為(a)的最大值

## 第六章 結論

在本論文中，利用光纖側收微碟共振腔所發出的螢光。砷化銦量子點的螢光訊號在利用光纖側收時明顯地被抑制。而在適當的條件下，特定模態與光纖的耦合效率可高達 10 倍左右。另外利用有限差分時域法模擬波導和微碟共振腔耦合的情形，對照實驗所觀察的現象進行解釋。未來可望將此技術運用在共振激發的實驗中，這對在拓展量子資訊中的可延展性 (scalability) 有相當大的幫助。

近場光學技術亦被用來研究微碟共振腔的光場在空間中分布的情況。近場所掃描出的場強分佈圖中，我們清楚地看到光瓣。此結果說明耳語廊模態以駐波的形式存在於微碟共振腔中。另外，不同徑向模態數  $\ell$  的空間分佈亦被我們探討。 $\ell=1$  的耳語廊模態在微碟共振腔盤面場分布的位置較  $\ell=2$  更靠近微碟共振腔邊緣。最後，從近場實驗結果得知空間強度分布並非只由耳語廊模所貢獻。而是由砷化鎵量子點的場與耳語廊模態的場互相疊加後的結果。所以在微碟盤面總是僅有  $m$  個光瓣數被我們所觀察到。

## 参考文献

- [1] P. Michler, A. Kiraz, C. Becher, W. V. Schoenfeld, P. M. Petroff, Lidong, Zhang, E. Hu, A. Imamoglu, *Science* **290**, 2282 (2002)
- [2] Kartik Srinivasan, Matthew Borselli, Thomas J. Johnson, Paul E. Barclay, and Oskar Painter, *Appl. Phys. Lett.* **86**, 151106 (2005)
- [3] F. Vollmer, D. Braun, A. Libchaber, M. Khoshsiman, I. Teraoka, and S. Arnold, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 4057 (2002)
- [4] K. Srinivasan, P. E. Barclay, M. Borselli, and O. Painter, *Phys. Rev. B* **70**, 081306 (2004)
- [5] H. Mabuchi and A. C. Doherty, *Science* **298**, 1372 (2002)
- [6] H. J. Kimble, *Phys. Scr.* **T76**, 127 (1998)
- [7] J. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. Birks, *Opt. Lett.* **22**, 1129 (1997)
- [8] M. Cai, O. Painter, and K. J. Vahala, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 74 (2000)
- [9] S. M. Spillane, T. J. Kippenberg, O. J. Painter, and K. J. Vahala, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 043902 (2003)
- [10] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, *Nature(London)* **421**, 925 (2003)
- [11] P. E. Barclay, K. Srinivasan, M. Borselli, and O. Painter, *Opt. Lett.* **29**, 697 (2004)
- [12] P. E. Barclay, K. Srinivasan, and O. Painter, *Opt. Express* **13**, 801 (2005)
- [13] M. Borselli, K. Srinivasan, P. Barclay, and O. Painter, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 3693 (2004)
- [14] Donald S. Gardner, Mark L. Brongersma, *Opt. Materials* **27**, 804 (2005)
- [15] Matthew Borselli, Thomas Johnson, and Oskar Painter, *Opt. Express* **13**, 1515 (2005)
- [16] Yariv, *Electron Lett.* **36**, 321 (2000)
- [17] Matthew Borselli, “High-Q Microresonators as Lasing Elements for Silicon

Photonics” (2006)

[18] 樂丕綱、陳啟昌 “光子晶體” 五南出版社 (2005)

[19] J. P. Berenger, J. Com. Phys. **114**, 185 (1994)

