

國立交通大學

電機與控制工程學系

碩士論文

正交多頻分工系統載波間干擾之降低及
頻率偏移之估測

Intercarrier Interference Reduction and Frequency
Offset Estimation for OFDM systems

研究生：周琪展

指導教授：鄭木火博士

中華民國九十三年七月

正交分頻多工系統載波間干擾之降低及頻率偏移之估測

研究生：周琪展

指導教授：鄭木火博士

國立交通大學電機與控制工程學系

摘要

正交分頻多工系統 (orthogonal frequency-division multiplexing, OFDM) 對傳送端與接收端震盪器之間的頻率不同所造成的非同步現象非常敏感。傳統上有兩種主要的方法來解決此問題，一是以頻寬為代價來減輕頻率位移對整個系統效能的影響，另一則是由傳送訊號本身的某些特殊性質，如訓練符號 (training symbol) 或週期前置 (cyclic prefix)，或統計性質等來估測系統的頻率偏移，進而加以補償。第一種方法在文獻上有兩種做法，分別為自身載波間干擾消除方法 (self ICI cancellation) 與窗口方法 (windowing)。本論文以數學式來完整建構上述兩種做法，並加以解釋其工作原理及提出在窗口設計方法的改進。模擬結果顯示我們所提出之設計在訊號對雜訊加載波間干擾之比值 (Signal-to-noise-plus-interference ratio, SNIR) 上可達 3 dB 的提升。本論文亦針對第二種方法提出一最大概似 (maximum likelihood) 之頻率位移估計。我們針對 IEEE 802.11a 標準下的訊號，利用其特有的先導資料 (preamble) 之特性，可推導出最大概似之估測法則來估計頻率偏移。此外，我們也推導出此頻率偏移的 Crámer-Rao 下限。我們最後並以模擬結果來驗證此方法的優越性。

關鍵詞：正交分頻多工系統、最大概似法。

Intercarrier Interference Reduction and Frequency Offset Estimation for OFDM Systems

Student: Chichan-Chan Chou Advisor: Dr. Mu-Huo Cheng

Institute of Electrical and Control Engineering
National Chiao-Tung University

Abstract

Orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM) is very sensitive to frequency errors caused by frequency differences between transmitter and receiver local oscillators. There exists two approaches to deal with this problem. One is to mitigate the influence of frequency offset on the system performance at the expense of transmission bandwidth; the other is to employ some specific properties of the transmission signal, such as the training symbols, the cyclic prefix, or the statistical information to estimate and compensate for the frequency offset. The first approach consists of two methods, the self ICI cancellation and windowing. In this thesis, we formulate these two methods mathematically, explain their functions, and propose a design on windowing filter to improve the system performance. Simulations show that the improvement in SNIR (Signal-to-noise-plus-interference ratio) can be as high as 3 dB. For the second approach, we focus on the signal preamble of IEEE 802.11a standard and propose a maximum likelihood estimation algorithm to estimate the frequency offset. The Crámer-Rao bound of the frequency offset is also derived. Simulations are also performed to verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: OFDM, Maximum Likelihood Method.

誌謝

此論文能順利完成，要特別真誠地感謝我的指導教授鄭木火教授，在這短短的兩年研究生涯中，無論是待人接物的誠懇真摯或治學態度的嚴謹細心，均使我在生活及學識上獲益良多。因此在本論文付梓之際，對於辛勤傳道授業的老師致上最誠摯的謝意。

在口試期間承蒙林清安教授、李福進教授和林心宇教授撥空指正並提供許多寶貴的意見。在此感謝你們的辛勞。同時感謝實驗室的所有成員：大師兄再生學長、軟軟帆、鈞哲哥、吳大頭、賴 gg、杜克謙在課業上的切磋討論及生活上的歡聲笑語，為平靜單調的研究生生活增添不少色彩。

最後要感謝我的老爹，老媽，妹子及安琪拉，由於他們的付出和不斷地鼓勵，讓我能無後顧之憂的從事研究，順利完成學業，並且有能力面對下一波的困難與挑戰。

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
圖目錄	vi
表目錄	viii
1 緒論	1
1.1 正交分頻多工系統簡介	1
1.2 研究目的與文獻回顧	1
1.3 論文架構	1
2 窗口對存在頻率偏移之正交分頻多工系統的影響	2
2.1 使用方形窗的傳統正交分頻多工系統架構	2
2.1.1 頻率偏移與訊號對雜訊加載波間干擾之比值	3
2.1.2 窗口與載波間干擾的關係	5
2.2 第一級的 Rife 與 Vincent 窗口	6
2.3 Kaiser窗口	9
2.4 模擬結果	10
2.4.1 $L=1$	10
2.4.2 $L=2$	11
3 自身載波間干擾消除方法	15

3.1	文獻介紹及工作原理	15
3.2	頻率偏移與訊號對雜訊加載波間干擾之比值	17
3.3	模擬結果	19
4	IEEE 802.11a 架構下的頻率偏移估測	24
4.1	IEEE 802.11a 先導資料的架構	24
4.2	最大概似法	25
4.3	模擬結果	28
4.3.1	多重路徑通道模型	29
4.3.2	模擬結果	30
5	結論	32
A	附錄	33
A.1	Crámer Rao 下限的推導	33
	參考文獻	35

圖目錄

圖 2.1 加入窗口的正交分頻多工系統架構圖.	2
圖 2.2 加入方形窗口的正交分頻多工系統示意圖(無頻率偏移).	6
圖 2.3 加入方形窗口的正交分頻多工系統示意圖(有頻率偏移).	7
圖 2.4 不同階數的第一級的Rife 與 Vincent 窗口大小頻譜.	7
圖 2.5 使用一階的Rife 與 Vincent 窗口在 $L = 1$ 下, 接收端 $\{r_n\}$ 的頻譜.	8
圖 2.6 使用不同階數的Rife 與 Vincent 窗口系統之效能示意圖.	9
圖 2.7 $L = 1, \Delta = 0.5$ 及 $E_c/N_0 = 10 \sim 50\text{dB}$ 之下, 利用 Kaiser 窗口計算出的 $J(\beta)$.	10
圖 2.8 $L = 2, \Delta = 0.5$ 及 $E_c/N_0 = 10 \sim 50\text{dB}$ 之下, 利用 Kaiser 窗口計算出的 $J(\beta)$.	11
圖 2.9 $L = 2, E_c/N_0 = 10\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能	12
圖 2.10 $L = 2, E_c/N_0 = 20\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能	12
圖 2.11 $L = 2, E_c/N_0 = 30\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能	13
圖 2.12 $L = 2, E_c/N_0 = 40\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能	13
圖 2.13 $L = 2, E_c/N_0 = 50\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能	14
圖 3.1 自身載波間干擾消除方法架構圖	15
圖 3.2 接收訊號 G_l 與 G_{l+1}	16
圖 3.3 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 10\text{dB}$ 之下的效能	19
圖 3.4 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 20\text{dB}$ 之下的效能	20
圖 3.5 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 30\text{dB}$ 之下的效能	20

圖 3.6 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 40\text{dB}$ 之下的效能	21
圖 3.7 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 50\text{dB}$ 之下的效能	21
圖 3.8 方形窗口與Kaiser 窗口的頻譜	22
圖 3.9 將Kaiser 窗口方法與自身載波間干擾消除方法結合之 $J(\beta)$	23
圖 4.1 IEEE 802.11a 先導資料的架構圖	24
圖 4.2 符合IEEE 802.11a 標準的 ML 架構圖	25
圖 4.3 Rayleigh 通道模型之脈衝響應	29
圖 4.4 短先導符號的個數為二時的均方誤差與Crámer Rao 下限	30
圖 4.5 短先導符號的個數為五時的均方誤差與Crámer Rao 下限	31
圖 4.6 短先導符號的個數為十時的均方誤差與Crámer Rao 下限	31

表目錄

表 2.1 平均SNIR 比較圖.	14
表 3.1 平均SNIR 比較圖.	22

第 1 章

緒論

1.1 正交分頻多工系統簡介

正交分頻多工系統是由 R. W. Chang [1] 所提出來的一種節省頻寬的數位通訊方法。它利用彼此重疊但正交的頻帶，大大地提高了頻寬使用效率。另外，正交分頻多工系統中重要的週期前置 (cyclic prefix)，不但可以對抗載波間干擾 (inter-carrier interference, ICI) 和信號間干擾 (inter-symbol interference, ISI)，其週期性複製的特性 還可以提供系統達成同步的工作。

1.2 研究目的與文獻回顧

本篇論文分為兩大部分，分別從兩個角度，消極跟積極，來處理頻率偏移所造成的問題。傳統的正交分頻多工系統在接收端使用的是方形窗，在頻譜上會出現振幅很大且衰減地非常慢的邊葉 (side-lobes)。針對此一問題，文獻 [2] 中，使用了符合 Nyquist 準則的窗口。在此篇論文中，我們提出了利用 Kaiser 窗口來代替以上窗口。此外，[3]，[4] 中提出了一種技巧，藉由在傳送端頻域的簡單資料配置，達到自身載波間干擾消除的效果，我們也對此配置方法做了一些改進。本論文將會以數學式說明這幾種方法的工作原理，並針對其優缺點加以比較。

在 IEEE 802.11a [5] 的架構中，系統預先配置了一段先導資料來供接收端作訊號偵測，頻率偏移估測，時間同步及通道估測用。[6] 利用了 [7] 的最大概似法來找出頻率位移。不過由於 [5] 跟 [7] 的架構不盡相同，所以 [6] 的方法有點粗糙。本篇論文針對此點，詳細地推導出了可充分利用此架構資訊最大概似法，並透過這個式子，找出更精確的頻率與時間位移。

1.3 論文架構

本論文架構如下：第二章介紹窗口為何可減輕頻率偏移對系統所造成的影響，且用數學式加以解釋，並就文獻上的窗口及我們所提出的 Kaiser 窗口三者來做比較。第三章介紹 [3] 所提出的自身載波間干擾消除方法，然後與第二章的窗口方法比較。第四章介紹 IEEE 802.11a 的架構，並利用 [7] 的觀念，推導出符合此架構的最大概似法及其 Crámer Rao 下限。第五章為整篇論文的結論。

第 2 章

窗口對存在頻率偏移之正交分頻多工系統的影響

在本章裡，我們將對加入窗口的正交分頻多工系統作一個完整的介紹，探討窗口為何可減輕頻率偏移對系統所造成的影響，及其在傳送資料頻寬上所需付出的代價。接著分別介紹文獻上和我們所提出的窗口，最後將兩者作比較。

2.1 使用方形窗的傳統正交分頻多工系統架構

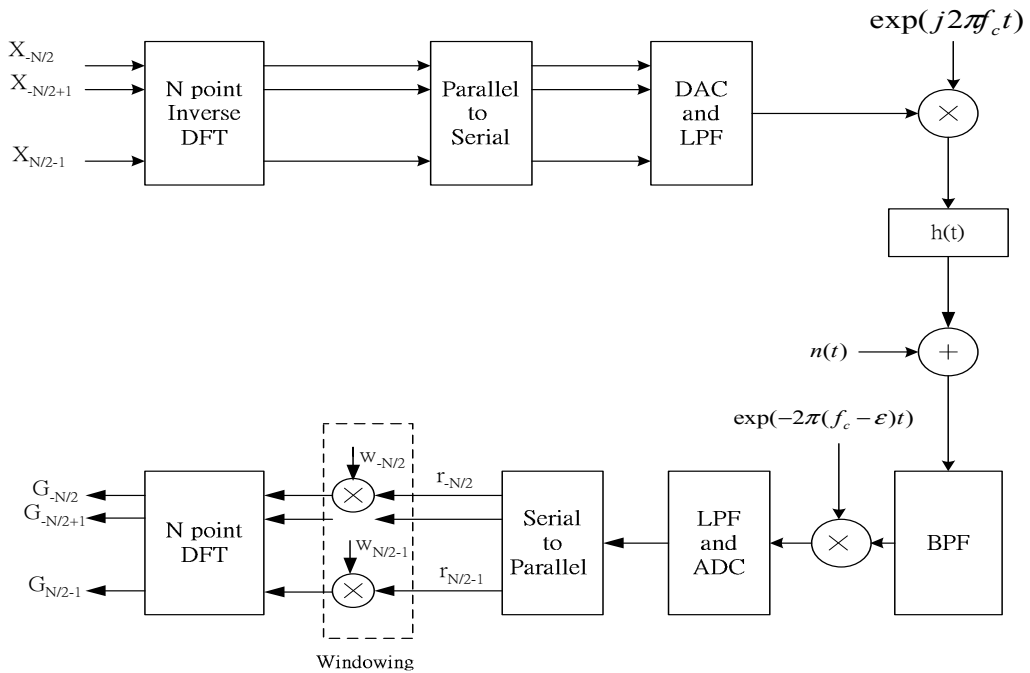


圖 2.1: 加入窗口的正交分頻多工系統架構圖

圖2.1為一正交分頻多工系統在其接收端加上窗口的示意圖，接下來我們要推導整個系統的數學式及引進一個測量效能的標準，訊號對雜訊加載波間干擾之比值 (Signal-to-noise-plus-interference ratio, SNIR)。

2.1.1 頻率偏移與訊號對雜訊加載波間干擾之比值

在一個存在頻率偏移 ϵ 的正交分頻多工系統中，我們在接收端的複數基頻 (baseband) 等效訊號 $\{r_n\}$ 如下：

$$r_n = s_n e^{j2\pi \frac{\epsilon}{N} n} + v_n \quad (2.1)$$

$$s_n = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} (X_k H_k) e^{j2\pi \frac{n}{N} k} \quad (2.2)$$

$$= \sum_{m=-N/2L}^{N/2L-1} (X_{mL} H_{mL}) e^{j2\pi \frac{n}{N} mL}, \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (2.3)$$

其中 L 代表傳送端訊號的相鄰間隔，在本章的後半段會有詳盡的介紹，目前可先設為 1， H_{mL} 是 channel 在頻率 mL 時的轉換函數，並假設在一個正交分頻多工符號的期間皆不改變，而 $\{v_n\}$ 則是等效 AWGN 的取樣，並假設為互相獨立的複數高斯隨機變數， $v_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$ ，其中 $\sigma_v^2 = (1/2)\mathcal{E}[|v_n|^2]$ 。

傳統的正交分頻多工系統是直接將 $\{r_n\}$ 送入 N 點的數位傅立葉轉換解調器 (DFT demodulator) 來完成解調變的工作。然而，在圖 2.1 中的系統中，是在數位傅立葉轉換解調器之前將窗口函數序列 $\{w_n\}$ 與 $\{r_n\}$ 相乘。為了方便起見，我們令 $\sum_{n=-N/2}^{N/2-1} w_n = N$ 。最後，將 $\{r_n w_n\}$ 送入 N 點的數位傅立葉轉換解調器中，我們可以接收到加權過的序列 $\{G_l\}$ ，如下所示：

$$G_l = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} r_n w_n e^{-j2\pi \frac{l}{N} n}, \quad l = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (2.4)$$

接著我們將會把收到的第 l 筆資料 G_l 拆成三個部分來做分析。這三個部分分別為訊號，載波間干擾 (inter-carrier interference, ICI)，及雜訊。並引進 SNIR 這個值來作為測量系統效能的標準。下面是其推導：

$$G_l = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} r_n w_n e^{-j2\pi \frac{l}{N} n} \quad (2.5)$$

$$= \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \left[\left(\sum_{m=-N/2L}^{N/2L-1} X_{mL} H_{mL} e^{j2\pi \frac{n}{N} mL} \right) \cdot e^{j2\pi \frac{\epsilon}{N} n} + v_n \right] \cdot w_n e^{-j2\pi \frac{l}{N} n} \quad (2.6)$$

$$= \sum_{m=-N/2L}^{N/2L-1} X_{mL} H_{mL} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} w_n e^{j2\pi \frac{mL+\epsilon-l}{N} n} + \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} w_n v_n e^{-j2\pi \frac{l}{N} n} \quad (2.7)$$

$$= \sum_{m=-N/2L}^{N/2L-1} X_{mL} H_{mL} \cdot W_1(l - mL - \epsilon) + V_l \quad (2.8)$$

$$= X_l H_l \cdot W_1(-\epsilon) + \sum_{\substack{m=-N/2L \\ m \neq l/L}}^{N/2L-1} X_{mL} H_{mL} \cdot W_1(l - mL - \epsilon) + V_l \quad (2.9)$$

$$= S_l + I_l + V_l \quad (2.10)$$

其中,

$$W_1(f) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} w_n e^{-j2\pi \frac{n}{N} f} \quad (2.11)$$

$$S_l = X_l H_l \cdot W_1(-\epsilon) \quad (2.12)$$

$$I_l = \sum_{\substack{m=-N/2L \\ m \neq l/L}}^{N/2L-1} X_{mL} H_{mL} \cdot W_1(l - mL - \epsilon) \quad (2.13)$$

$$V_l = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} w_n v_n e^{-j2\pi \frac{l}{N} n} \quad (2.14)$$

現在我們要分別描述訊號 (S_l), 載波間干擾 (I_l), 雜訊 (V_l) 這三個值在統計上的性質。首先, 我們假設信號 $\{X_k\}$ 符合 $\mathcal{E}[X_k] = 0$ 及 $\mathcal{E}[X_i X_j^*] = |X|^2 \epsilon_{ij}$ 這兩個特性。也就是說, 在傳送端頻域的資料是互相獨立且平均值為零, 平均能量為 $|X|^2$ 。除此之外, 平均通道的增益也被假設為一個常數, $\mathcal{E}[|H_k|^2] = |H|^2$ 。根據以上的假設, 我們便可得到以下的結果:

$$\mathcal{E}[|S_l|^2] = \mathcal{E}[|X_l H_l W_1 \cdot (-\epsilon)|^2] = |X|^2 |H|^2 |W_1(-\epsilon)|^2 \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}[|I_l|^2] &= \mathcal{E} \left[\sum_{\substack{m=-N/2L \\ m \neq l/L}}^{N/2L-1} X_{mL} H_{mL} W_1(l - mL - \epsilon) \cdot \sum_{\substack{m=-N/2L \\ m \neq l/L}}^{N/2L-1} X_{mL}^* H_{mL}^* W_1^*(l - mL - \epsilon) \right] \\ &= \sum_{\substack{m=-N/2L \\ m \neq l/L}}^{N/2L-1} |X|^2 |H|^2 |W_1(l - mL - \epsilon)|^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\mathcal{E}[|V_l|^2] = \mathcal{E} \left[\sum_{n=-N/2}^{N/2-1} w_n v_n e^{-j2\pi \frac{l}{N} n} \cdot \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} w_m^* v_m^* e^{j2\pi \frac{l}{N} m} \right] \quad (2.17)$$

$$= \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} |w_n|^2 \cdot \mathcal{E}[|v_n|^2] \cdot e^{j2\pi \frac{l-l}{N} n} \quad (2.18)$$

$$= 2\sigma_v^2 \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} w_n^2 = 2\sigma_v^2 \cdot W_2(0) \quad (2.19)$$

其中

$$W_2(f) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} w_n^2 e^{-j2\pi \frac{n}{N} f} \quad (2.20)$$

$$w_n \text{ 爲實數, } |w_n|^2 = w_n^2 \quad (2.21)$$

接著，定義每個載波上的平均能量 $E_c = |X|^2 |H|^2 T_s$ ，因此 $E_c/N_0 = N|X|^2 |H|^2 / 2\sigma_v^2$ ，其中 N_0 爲附加白雜訊在射頻通道的單邊功率頻譜密度， T_s 爲一個正交分頻多工系統的符號週期。最後，我們令 $SNIR_l$ 代表接收到第 l 個信號 G_l 的平均訊號對雜訊加載波間干擾的比值，如下：

$$SNIR_l = \frac{\mathcal{E}[|S_l|^2]}{\mathcal{E}[|V_l|^2] + \mathcal{E}[|I_l|^2]}, \quad l = \frac{-N}{2}, \frac{-N}{2} + 2, \dots, \frac{N}{2} - 2 \quad (2.22)$$

$$= \frac{|X|^2 |H|^2 |W_1(-\epsilon)|^2}{2\sigma_v^2 \cdot W_2(0) + \sum_{\substack{m=-N/2L-1 \\ m \neq l/L}}^{N/2L-1} |X|^2 |H|^2 |W_1(l - mL - \epsilon)|^2} \quad (2.23)$$

$$= \frac{\frac{E_c}{N_0} \cdot |W_1(-\epsilon)|^2}{N \cdot W_2(0) + \frac{E_c}{N_0} \cdot \sum_{\substack{m=-N/2L-1 \\ m \neq l/L}}^{N/2L-1} |W_1(l - mL - \epsilon)|^2} \quad (2.24)$$

至此，我們已定義了 $SNIR_l$ 這個測量系統效能的標準，下面一節，就是討論我們根據 (3.18) 式所模擬出來的結果。

2.1.2 窗口與載波間干擾的關係

由於在時域相乘等效於在頻域作旋積，圖 2.2 描述了此一過程。圖 2.2(a) 爲 $\{r_n\}$ 的頻譜，此時 $L = 1$ ，圖 2.2(b) 則是方形窗口的頻譜，因此當系統沒有頻率偏移時， $\{r_n w_n\}$ 的頻譜即可表示成圖 2.2(c)。我們可以看到，在此情況下， G_l 就恰好等於 $X_l H_l$ ，而其他載波上的訊號 $X_k H_{k,k \neq l}$ 都乘到零，此時就不存在載波間干擾。

當傳送端與接收端的震盪器頻率不同時，會產生一頻率偏移 ϵ ，如圖 2.3 所示。由圖 2.3(c) 可以看到，此時我們接收到的 G_l ，除了 $X_l H_l$ 對應到的振幅變小之外，還包含其他載波上的訊號分別乘上一個非零的值，這就是所謂的載波間干擾。

由式 (2.24) 可知，載波間干擾的大小與我們所選擇的窗口種類有密切的關係，圖 2.3(c) 給了我們一個方向：若是我們能找到一個邊葉下降的非常快的窗口來代替傳統的方形窗，說不定可以將載波間的影響降至最低。因此下面要介紹的就是不同種類的窗口對載波間干擾的影響。

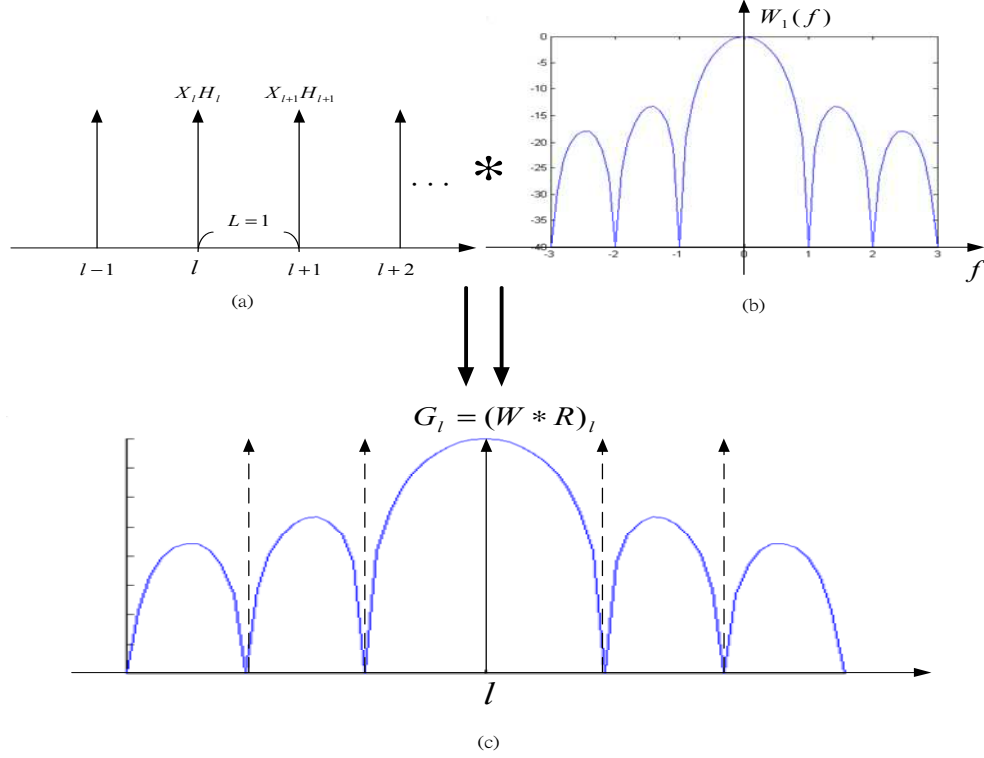


圖 2.2: 加入方形窗口的正交分頻多工系統示意圖(無頻率偏移)

2.2 第一級的 Rife 與 Vincent 窗口

由於傳統的方形窗，在頻譜上會有很大且衰減的非常慢的邊葉，這對於想減低載波間干擾的要求相當不利。因此，[2]中提出了第一級的 Rife 與 Vincent 窗口來因應這個問題，此窗口如下：

$$w_n = 1 + \sum_{b=1}^Z A(b) \cos\left(\frac{2\pi(n + \frac{N}{2})b}{N}\right), \quad n = \frac{-N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (2.25)$$

其中 Z 表示此窗口的階數，而在 (2.25) 式中的參數 $A(b)$ 為

$$A(b) = 2(-1)^b \prod_{i=1}^b \frac{Z+1-i}{Z+i} \quad (2.26)$$

我們從大小的頻譜可以更進一步了解第一級的 Rife 與 Vincent 窗口的特性，如圖 2.4 所示：

由圖 2.4，我們可以清楚的看出，當窗口的階數越高，其邊葉就衰減的越快，然而，這並不代表 Z 可以無限制的增加。我們注意到， Z 值變大除了造成邊葉變小之外，伴隨的是逐漸增大的主葉 (main-lobe) 寬度，而這就直接影響到 L 值的選取。

從圖 2.5(a) 可以看到，雖然 $Z = 1$ 已使得邊葉加速變小，但由於沒有適當選取 L ，因此造成其他載波上的訊號也一起被罩在主葉裡面，此時的載波間干擾反而會比 $Z = 0$ 時更大。更糟糕的是，就

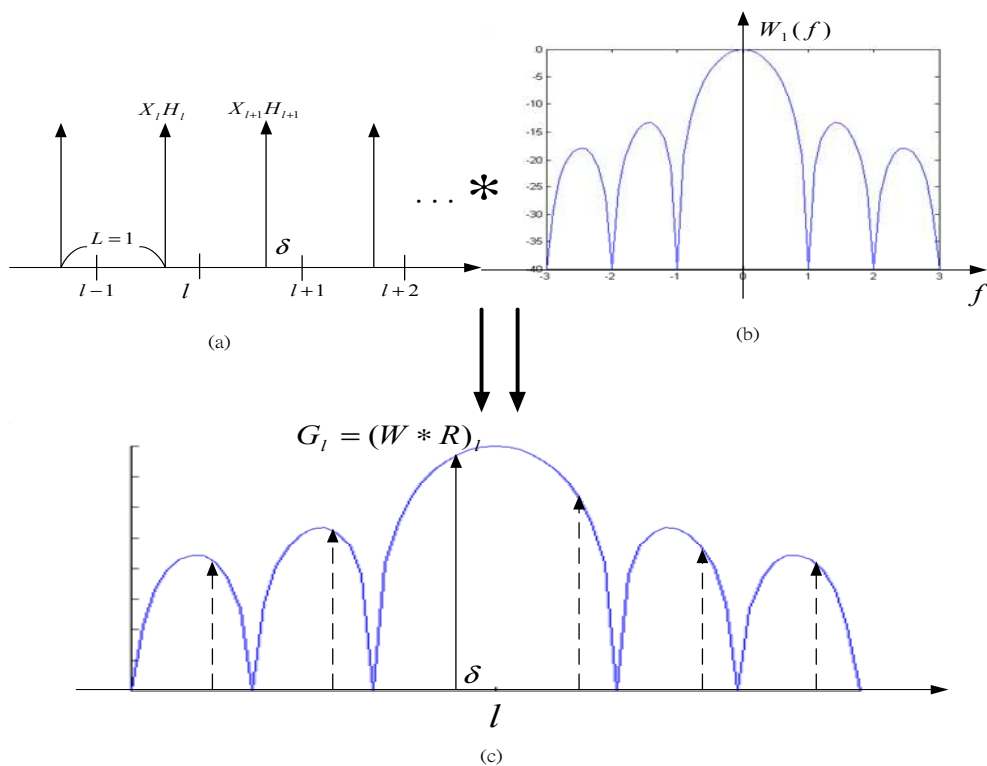


圖 2.3: 加入方形窗口的正交分頻多工系統示意圖(有頻率偏移)

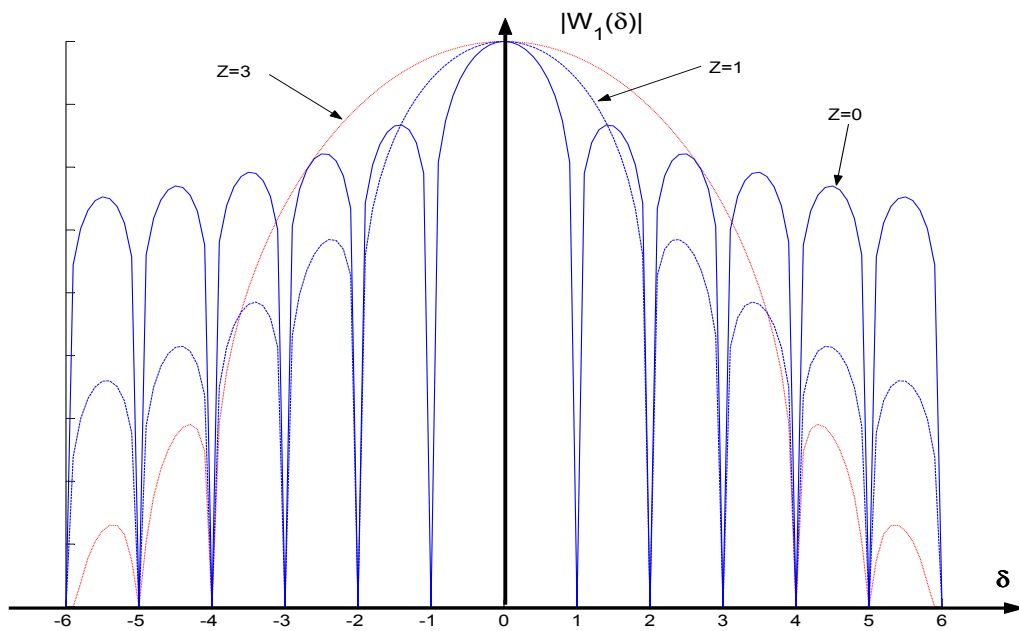


圖 2.4: 不同階數的第一級的Rife 與 Vincent 窗口大小頻譜

算沒有頻率偏移,上述的狀況也會造成很大的載波間干擾,如圖 2.5(b) 所示。

在 2.1.1 節中,我們曾經提過, L 代表著傳送端訊號的相鄰間隔,也就是說,當 $L = 1$ 時,我

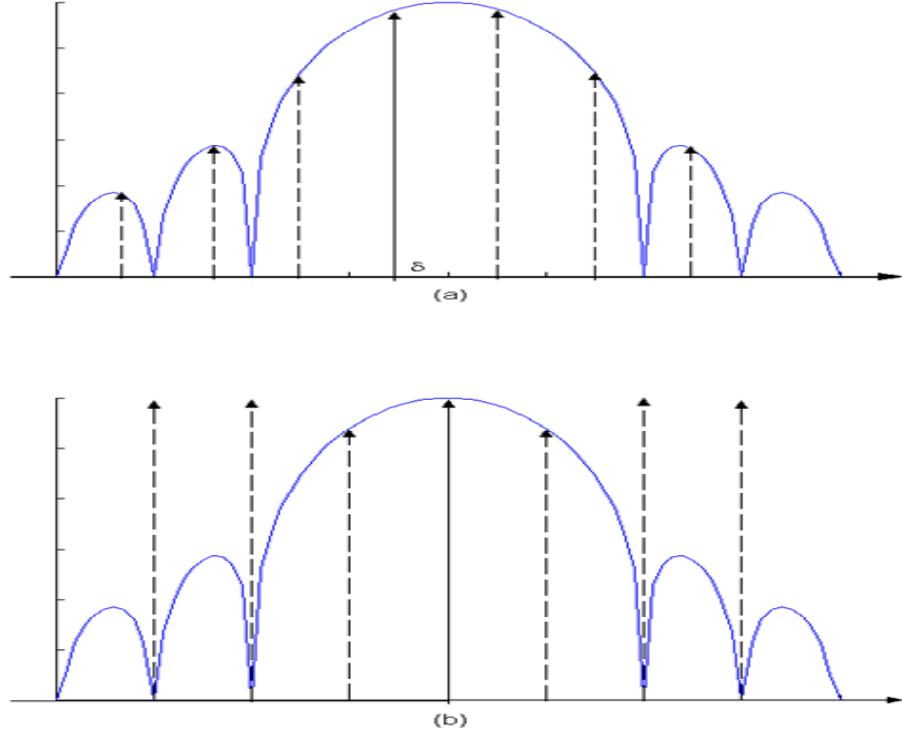


圖 2.5: 使用一階的 Rife 與 Vincent 窗口在 $L = 1$ 下, 接收端 $\{r_n\}$ 的頻譜

們可以傳送的資料數為 N 筆, 可是當 $L = 2$ 時, 我們可以傳送的資料數只剩下 $N/2$ 筆而已。因此如何在 Z 與 L 之間作取捨, 必須根據使用者的需要來做決定。圖 2.6 展示了在不同的 Z 值與 L 值之下的 $SNIR$ 。我們可以看到, 在正常的狀況下, L 固定時, 其 $SNIR$ 的效能隨 Z 變大而變好, 這是由於我們有效的降低了邊葉所造成的載波間干擾的大小; 另一方面, 當 Z 固定時, 較大的 L 值會得到較好的 $SNIR$, 這是因為我們犧牲了傳送頻寬的緣故。除此之外, 我們可以注意到, 在相同 L 的狀況下, $\epsilon = 0$ 附近, $Z = 0$ 的效能會比 $Z = 1$ 好, 由 (2.24) 式可以了解這一點; 由於此時的 ϵ 相當趨近零, (2.24) 式的分子及分母的第二項都幾乎相等, 因此這時候的 $SNIR$ 就由雙方的 $W_2(0)$ 所決定, 不巧的是 $W_2(0)_{Z=1} > W_2(0)_{Z=0}$, 因而會造成上述的結果。

值得一提的是, 當 $Z = 0$ 及 $Z = 1$ 時的第一級的 Rife 與 Vincent 窗口分別對應到方形窗口及著名的 Hanning 窗口。

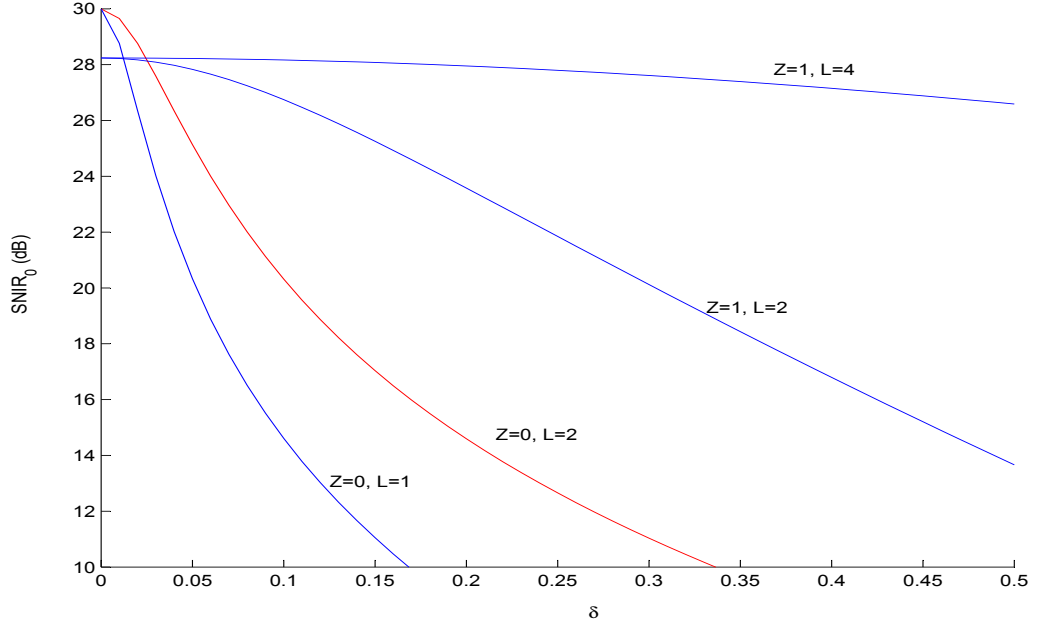


圖 2.6: 使用不同階數的Rife 與 Vincent 窗口系統之效能示意圖

2.3 Kaiser窗口

經過上述的討論之後，我們已經了解，是否採用某一個窗口，其主葉的寬度與邊葉的大小是最主要的考量。於是，本篇論文選擇了 Kaiser 窗口來做嘗試，原因是相較於大部分的窗口，如 Hanning 窗口, Hamming 窗口, blackman 窗口等固定窗口函數, Kaiser 窗口可以隨著其參數來調整主葉的寬度及邊葉大小間的取捨。以下是它的函數：

$$w_n = \begin{cases} \frac{I_0[\beta(1-[(n-\alpha)/\alpha]^2)^{1/2}]}{I_0(\beta)}, & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.27)$$

其中 $\alpha = M/2$, $I_0(\cdot)$ 為第一類的零階 Bessel 函數。我們可以看到, kaiser 窗口被 M 和 β 這兩個參數所控制，其中窗口長度 M 已被決定，大小是 $N - 1$ ，所以剩下能改變的只有 β 。

現在的問題是，如何決定一個最好的 β 值？為此我們定義了一個測量標準，來決定該選取怎麼樣的 β ，式子如下：

$$J(\beta) = \int_{-\Delta}^{\Delta} SNIR_l(\epsilon) d\epsilon \quad (2.28)$$

$$\hat{\beta} = \arg \max_{\beta} J(\beta) \quad (2.29)$$

其中 Δ 是我們所考慮頻率偏移的範圍。爲了求得 $\hat{\beta}$ ，最直接的做法應該是將 (2.27) 式帶入 (2.28) 式中，由於我們是對 ϵ 積分，所以 (2.28) 式只跟所選取的窗口有關，而 Kaiser 窗口又是 β 的函數，所以接著對 β 作偏微分取極值，便可以得到 $\hat{\beta}$ 。然而，由於計算式太過複雜，無法經由人力推導出一個準確的形式解；因此，在本篇論文中，我們利用 MATLAB 來替我們完成這項工作，接下來的一節將展示其積分出來的結果。

2.4 模擬結果

本節將展示利用 MATLAB 來計算不同 Δ 之下的 $J(\beta)$ ，並把此時求得的 $\hat{\beta}$ 與第一級的 Rife 與 Vincent 窗口及方形窗口做比較。

2.4.1 $L=1$

首先我們就 Kaiser 窗口在 $L = 1$ 的狀況下，計算此時的 $\hat{\beta}$ ，圖2.7爲其針對不同的 E_c/N_0 所積分出來的結果。我們可以看到， $J(\beta)$ 的最大值皆出現在 $\beta = 0$ 的時候，這表示了在不浪費頻寬的條件下，方形窗口是最好的選擇，此時的 $\Delta = 0.5$ 。

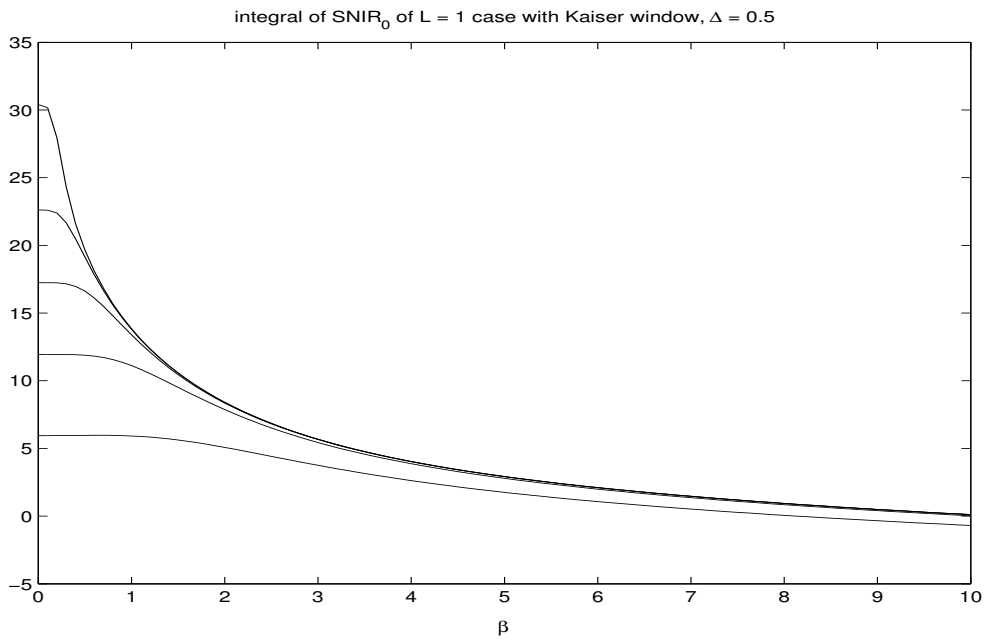


圖 2.7: $L = 1, \Delta = 0.5$ 及 $E_c/N_0 = 10 \sim 50\text{dB}$ 之下，利用 Kaiser 窗口計算出的 $J(\beta)$

2.4.2 $L=2$

本小節將要展示在 $L = 2$, 及不同 E_c/N_0 與頻率偏移範圍的狀況下, 利用本章所介紹的窗口所得到的 SNIR。

圖 2.8 為 $L = 2$ 及 $\Delta = 0.5$ 之下針對不同的 E_c/N_0 所積分出來的 $J(\beta)$, 因此我們可以得到在不同情況下的 $\hat{\beta}$ 。

圖 2.9~圖 2.13 為 $L = 2, \Delta = 0.5$ 之下, $E_c/N_0 = 10 \sim 50\text{dB}$, 利用不同的窗口所模擬的 SNIR 效能結果。

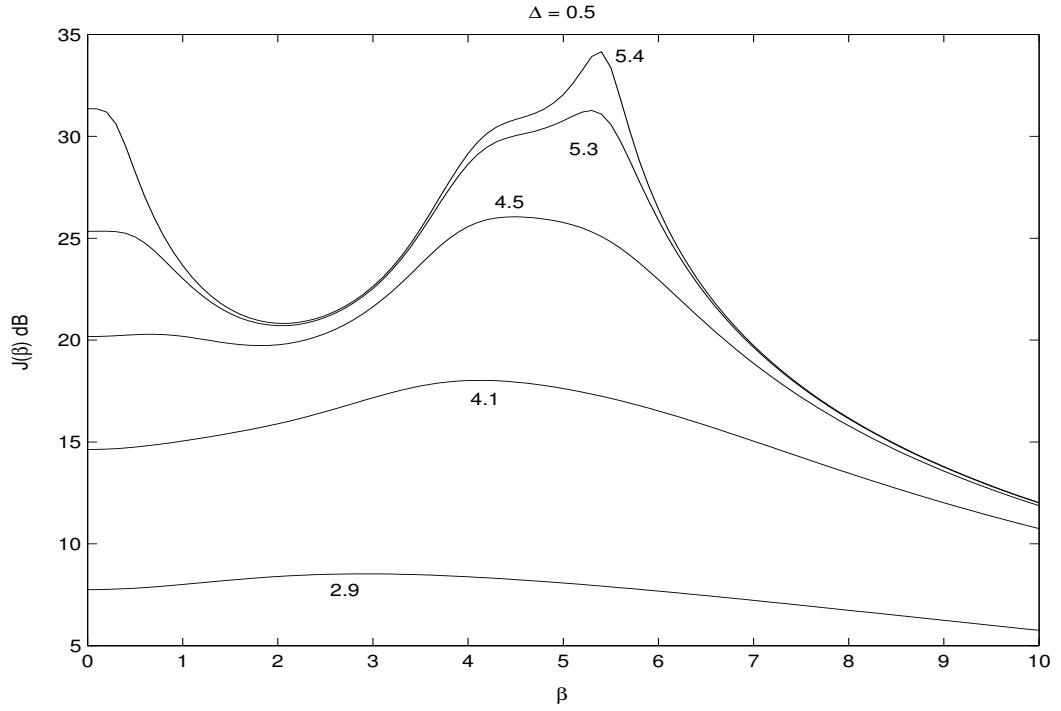


圖 2.8: $L = 2, \Delta = 0.5$ 及 $E_c/N_0 = 10 \sim 50\text{dB}$ 之下, 利用 Kaiser 窗口計算出的 $J(\beta)$

第 2 章 窗口對存在頻率偏移之正交分頻多工系統的影響

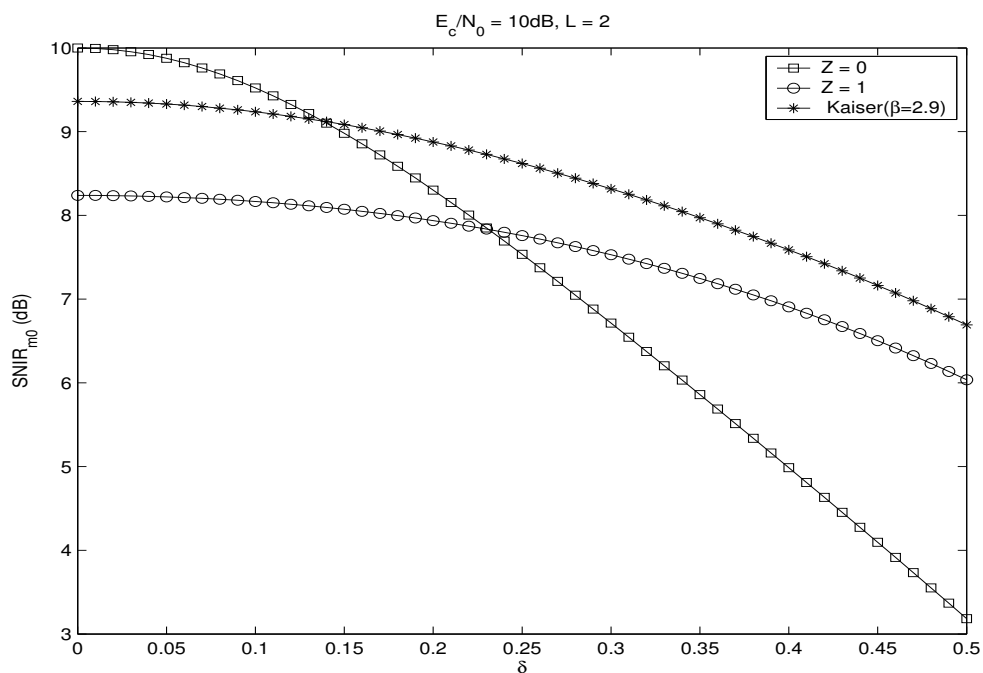


圖 2.9: $L = 2, E_c/N_0 = 10\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能

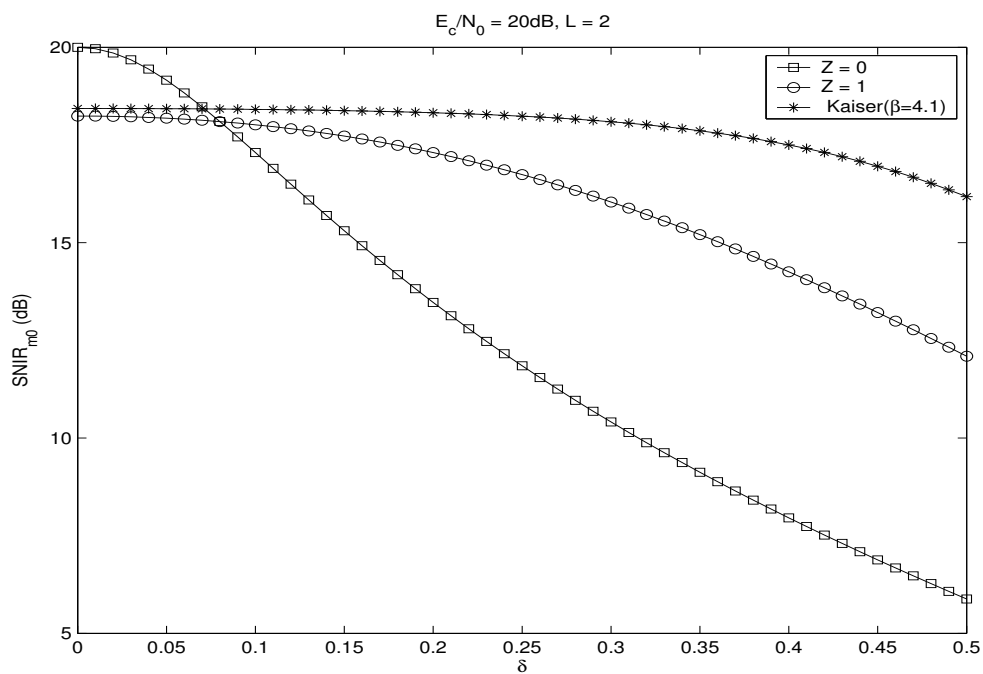


圖 2.10: $L = 2, E_c/N_0 = 20\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能

第 2 章 窗口對存在頻率偏移之正交分頻多工系統的影響

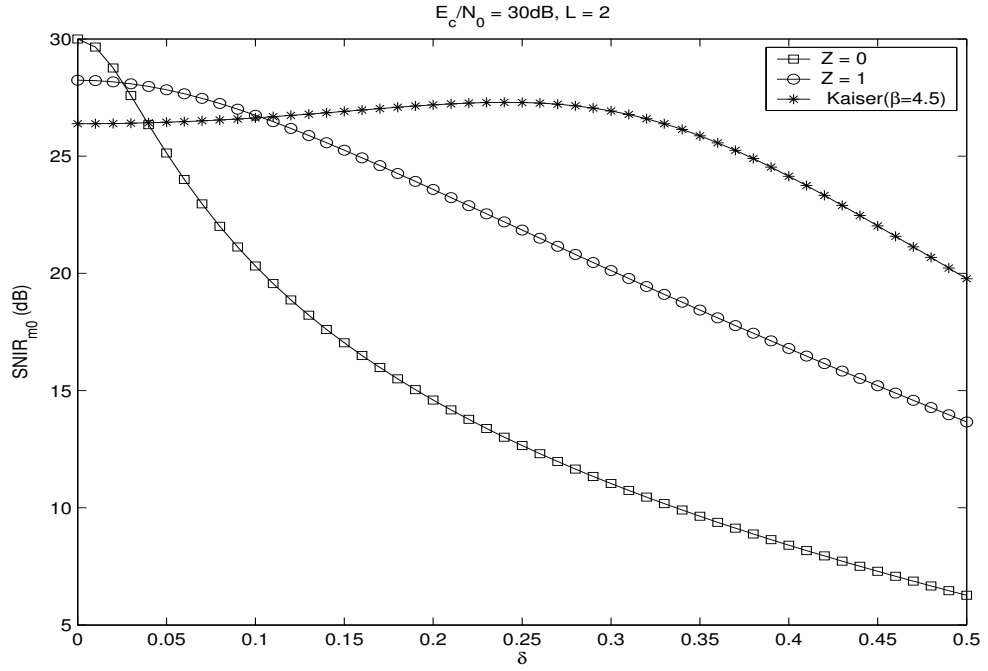


圖 2.11: $L = 2, E_c/N_0 = 30\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能

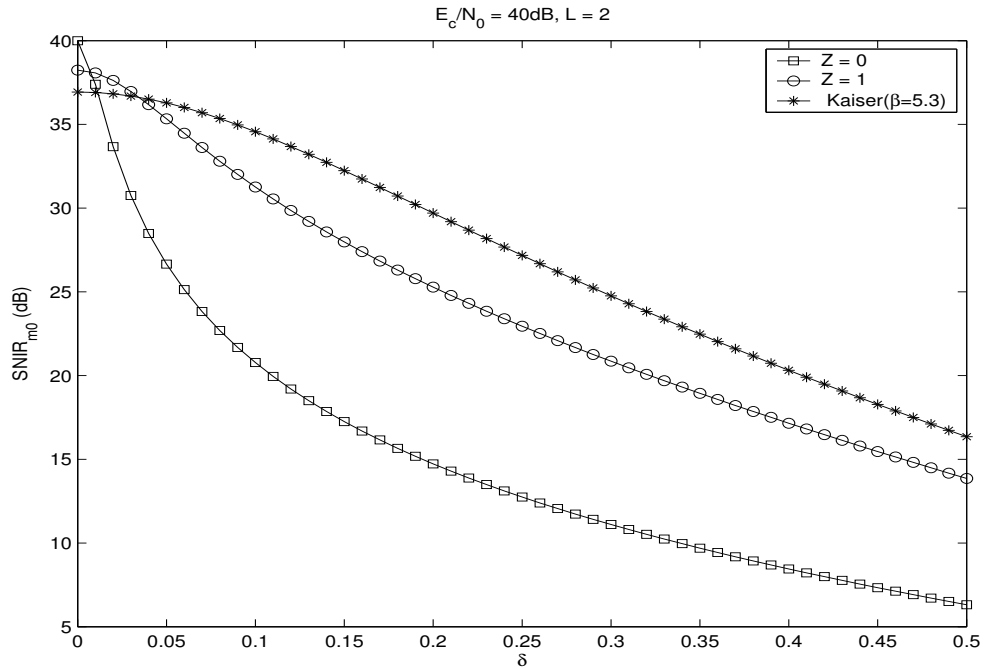


圖 2.12: $L = 2, E_c/N_0 = 40\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能

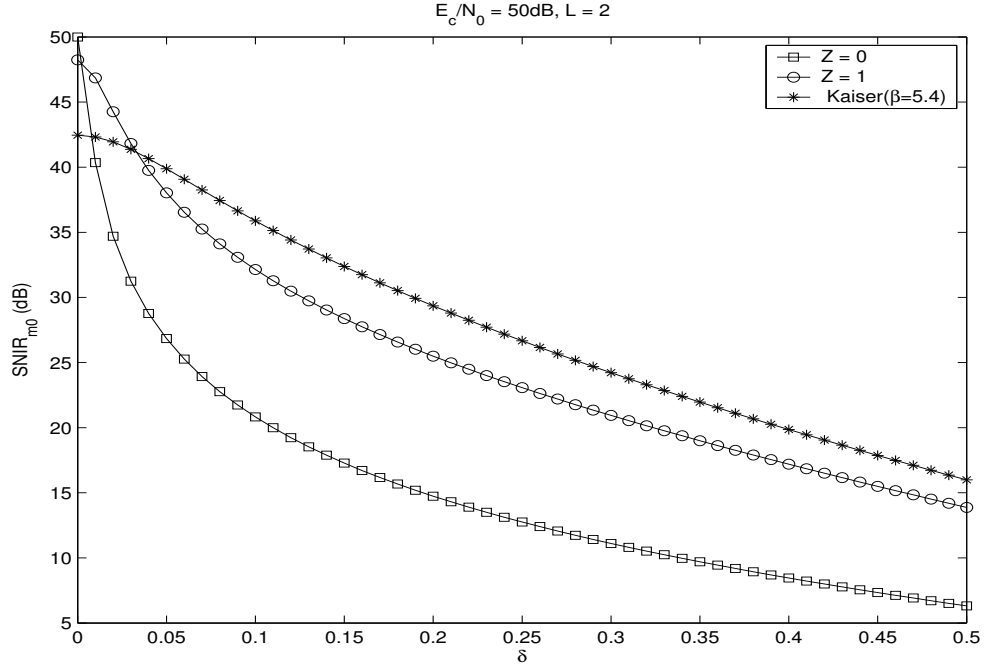


圖 2.13: $L = 2, E_c/N_0 = 50\text{dB}$ 之下, 使用零階, 一階 Rife 與 Vincent 窗口和 Kaiser 窗口的效能

由於 Kaiser 窗口並不滿足 Nyquist 準則, 這表示就算頻率偏移 $\epsilon = 0$, 仍然會有載波間干擾的存在。因此就SNIR在 $\epsilon = 0$ 附近的效能,Rife 與 Vincent 窗口會比 Kaiser 窗口好。然而, 表2.1比較了不同窗口之下的平均效能表現, 我們可以看到, 在大部分的情況之下, 還是 Kaiser 窗口較好。

表 2.1: 平均SNIR 比較圖					
	10dB	20dB	30dB	40dB	50dB
Kaiser	8.4921	17.9842	26.0120	31.3381	34.3520
$Z = 1$	7.5921	16.5446	23.8306	29.9927	35.8752
$Z = 0$	7.7366	14.6887	20.4841	26.3648	33.6539

說明: 表格裡的單位為dB

第 3 章

自身載波間干擾消除方法

在本章裡，我們要介紹藉由傳送端訊號配置的方法來減輕頻率偏移所造成的影響，並也嘗試推導出一個類似的 $SNIR$ 式子，最後再將其與窗口的方法作一個比較。

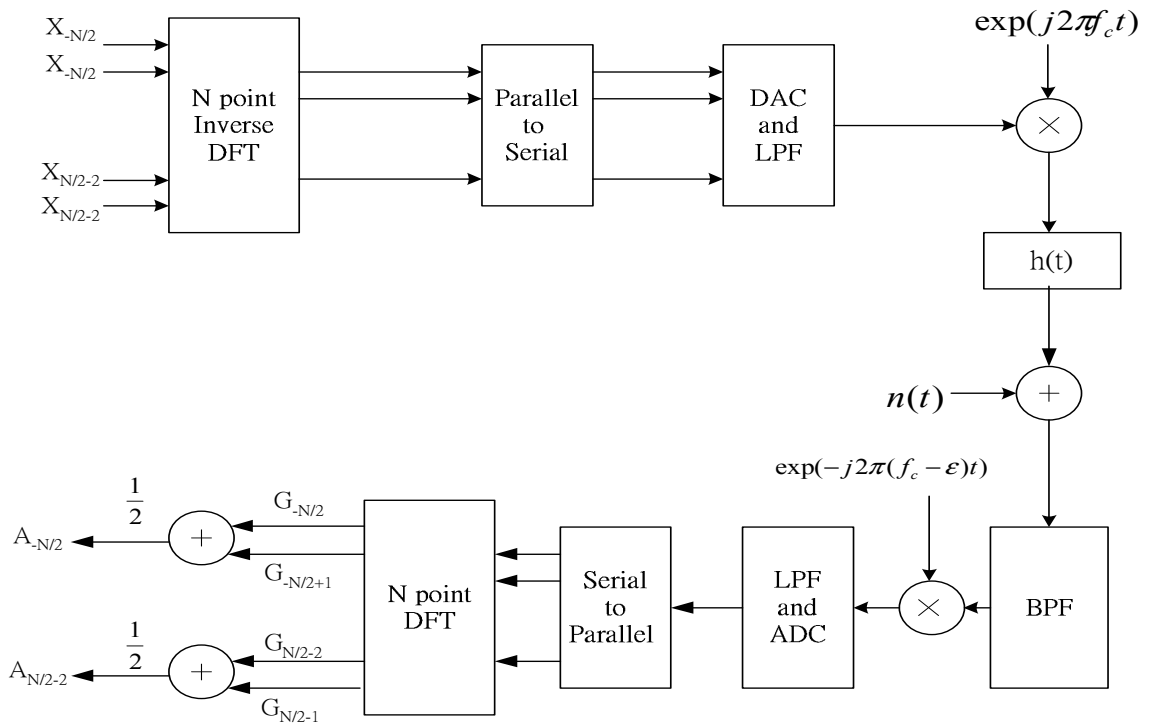


圖 3.1: 自身載波間干擾消除方法架構圖

3.1 文獻介紹及工作原理

[3]發展了一套對抗頻率偏移的方法，名為自身載波間干擾消除。圖 3.1 為其架構。這個方法的技巧在於使用兩個相鄰的載波傳送同一個訊號，最後在接收端接收時，由於在這兩個載波上搭載的本來就是相同的訊號，因此將其相加除以二就是我們要的訊號，這樣做不僅可以收到正確的訊號，還可以

消除掉兩個無關的雜訊。

圖 3.2 中，實線是我們所要的訊號，虛線則是載波間干擾。我們可以清楚的看到，由於我們做了相鄰的通道相等這個假設，所以在輸出端相鄰兩個載波的訊號是相同的，將上下兩個值相加後，屬於訊號的部分是建設性干涉，屬於載波間干擾的部分皆是破壞性干涉，這就是此方法名字的由來。下節將推導出完整的數學式來驗證這個方法的工作原理。

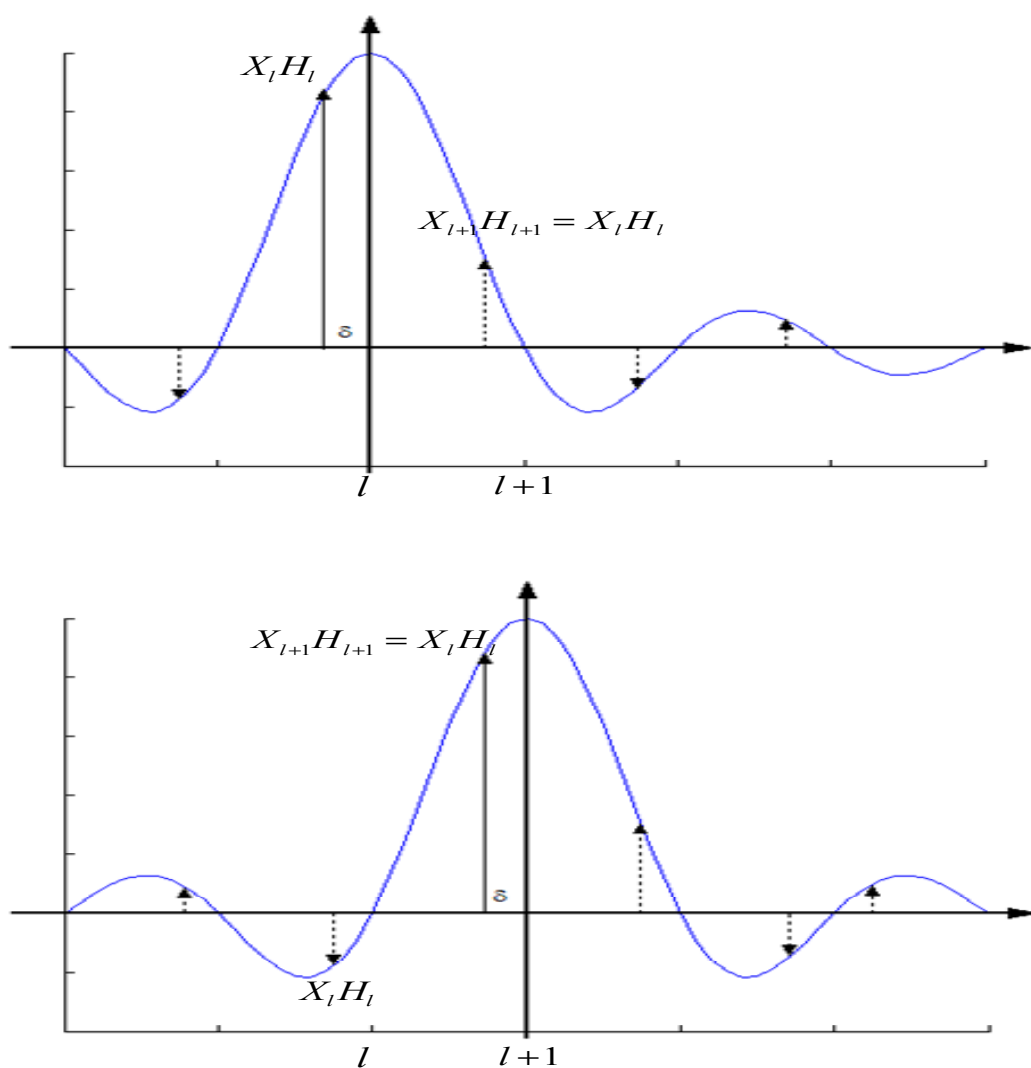


圖 3.2: 接收訊號 G_l 與 G_{l+1}

3.2 頻率偏移與訊號對雜訊加載波間干擾之比值

在本節中，我們將會推導如 2.2.1 節的數學式，並同樣也定義出一個 $SNIR$ 來作為測量系統效能的標準。

首先我們令相鄰的傳送訊號為相同，接著假設相鄰的通道也是相等的，可以得到，

$$X_l = X_{l+1} \quad (3.1)$$

$$H_l = H_{l+1}, \quad l = -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + 2, \dots, \frac{N}{2} - 2 \quad (3.2)$$

接著，根據 (2.8) 式，將 L 代 1，我們接收到的第 l 及第 $l+1$ 個訊號，可以表示成下面的式子，

$$G_l = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_k H_k \cdot W_1(l - k - \epsilon) + V_l \quad (3.3)$$

$$G_{l+1} = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_k H_k \cdot W_1(l + 1 - k - \epsilon) + V_{l+1} \quad (3.4)$$

其中 V_l 和 $W_1(f)$ 皆同上一章所定義。接著，我們將 G_l 及 G_{l+1} 相加除以二，就是我們真正要的訊號，取名為 A_l 。同樣的， A_l 也可被表示為三個項的和，分別為訊號部分，載波間干擾部分，及雜訊部份，如下，

$$A_l = \frac{1}{2}(G_l + G_{l+1}) \quad (3.5)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_k H_k \cdot (W_1(l - k - \epsilon) + W_1(l + 1 - k - \epsilon)) + \frac{1}{2}(V_l + V_{l+1}) \quad (3.6)$$

$$= \frac{1}{2} \{X_l H_l \cdot [W_1(-\epsilon) + W_1(1 - \epsilon)] + X_{l+1} H_{l+1} \cdot [W_1(-1 - \epsilon) + W_1(-\epsilon)]\} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{k=-N/2 \\ k \neq l, l+1}}^{N/2-1} X_k H_k \cdot (W_1(l - k - \epsilon) + W_1(l + 1 - k - \epsilon)) + \frac{1}{2}(V_l + V_{l+1}) \quad (3.7)$$

$$= \frac{1}{2} \{X_l H_l \cdot [W_1(1 - \epsilon) + 2W_1(-\epsilon) + W_1(-1 - \epsilon)]\} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{\substack{k=-N/4 \\ k \neq \frac{l}{2}}}^{N/4-1} X_k H_k \cdot [W_1(l - 2k + 1 - \epsilon) + 2W_1(l - 2k - \epsilon) + W_1(l - 2k - 1 - \epsilon)] \right\} + \frac{1}{2}(V_l + V_{l+1}) \quad (3.8)$$

$$= S_l^A + I_l^A + V_l^A \quad (3.9)$$

現在我們要分別描述訊號 (S_l)，載波間干擾 (I_l)，雜訊 (V_l) 這三個值在統計上的性質。首先，我們假設信號 $\{X_k\}$ 符合 $\mathcal{E}[X_k] = 0$ 及 $\mathcal{E}[X_i X_j^*] = |X|^2 \epsilon_{ij}$ 這兩個特性。也就是說，在傳送端數位

反傅立葉轉換調變器的之前的資料是互相獨立且平均值為零，平均能量為 $|X|^2$ 。除此之外，平均通道的增益也被假設為一個常數， $\mathcal{E}[|H_k|^2] = |H|^2$ 。根據以上的假設，我們便可得到之下的結果：

$$\mathcal{E}[|S_l^A|^2] = \frac{1}{4} \cdot |X|^2 |H|^2 \cdot |W_1(1 - \epsilon) + 2W_1(-\epsilon) + W_1(-1 - \epsilon)|^2 \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}[|I_l^A|^2] &= \frac{1}{4} \cdot \sum_{\substack{k=-N/4 \\ k \neq \frac{l}{2}}}^{N/4-1} |X|^2 |H|^2 \cdot |W_1(l - 2k + 1 - \epsilon) + 2W_1(l - 2k - \epsilon) + W_1(l - 2k - 1 - \epsilon)|^2 \\ &= \frac{1}{4} \cdot |X|^2 |H|^2 \cdot W(l, k, \epsilon) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\mathcal{E}[|V_l^A|^2] = \frac{1}{4} \cdot \mathcal{E}[(V_l^A + V_{l+1}^A)(V_l^{A*} + V_{l+1}^{A*})] \quad (3.12)$$

$$= \frac{1}{4} (\mathcal{E}[V_l^A V_l^{A*}] + \mathcal{E}[V_{l+1}^A V_{l+1}^{A*}] + \mathcal{E}[V_{l+1}^A V_l^{A*}] + \mathcal{E}[V_l^A V_{l+1}^{A*}]) \quad (3.13)$$

$$= \frac{1}{4} (2\sigma_v^2 W_2(0) + 2\sigma_v^2 W_2(0) + 2\sigma_v^2 W_2(1) + 2\sigma_v^2 W_2(-1)) \quad (3.14)$$

$$= \frac{1}{4} (2\sigma_v^2 \cdot (2W_2(0) + 2\text{Re}\{W_2(1)\})) \quad (3.15)$$

接著，定義每個載波上的平均能量 $E_c = |X|^2 |H|^2 T_s$ ，因此 $E_c/N_0 = N|X|^2 |H|^2 / 2\sigma_v^2$ ，其中 N_0 為附加白雜訊在射頻通道的單邊功率頻譜密度， T_s 為一個正交分頻多工系統的符號週期。最後，我們令 $SNIR_l^A$ 代表接收到第 l 個信號 A_l 的平均訊號對雜訊加干擾的比值，如下：

$$SNIR_l^A = \frac{\mathcal{E}[|S_l^A|^2]}{\mathcal{E}[|V_l^A|^2] + \mathcal{E}[|I_l^A|^2]}, \quad l = \frac{-N}{2}, \frac{-N}{2} + 2, \dots, \frac{-N}{2} - 2 \quad (3.16)$$

$$= \frac{|X|^2 |H|^2 |W_1(1 - \epsilon) + 2W_1(-\epsilon) + W_1(-1 - \epsilon)|^2}{2\sigma_v^2 \cdot (2W_2(0) + 2\text{Re}\{W_2(1)\}) + \sum_{\substack{k=-N/4 \\ k \neq \frac{l}{2}}}^{N/4-1} |X|^2 |H|^2 \cdot W(l, k, \epsilon)} \quad (3.17)$$

$$= \frac{\frac{E_c}{N_0} \cdot |W_1(1 - \epsilon) + 2W_1(-\epsilon) + W_1(-1 - \epsilon)|^2}{2N \cdot (W_2(0) + \text{Re}\{W_2(1)\}) + \frac{E_c}{N_0} \cdot \sum_{\substack{k=-N/4 \\ k \neq \frac{l}{2}}}^{N/4-1} W(l, k, \epsilon)} \quad (3.18)$$

至此，我們已定義了 $SNIR_l^A$ 這個測量系統效能的標準，下面一節，就是我們根據 (3.18) 式的模擬結果之討論。

3.3 模擬結果

本節將利用 (2.24) 式與 (3.18) 式的模擬結果來比較自身載波間干擾消除及 Kaiser 窗口的效能。

在我們開始模擬之前，有兩點必須考慮，第一，是傳送頻寬的大小。由於目前的自身載波間干擾消除方法，我們令 $X_l = X_{l+1}$ ，因此其傳送頻寬只有傳統正交分頻多工系統的一半，所以在窗口的方法中，我們必須設定 $L = 2$ 。第二，是兩者的傳輸功率必須相等。若將自身載波間干擾消除的傳輸功率定為 E ，那麼 $L = 2$ 的 Kaiser 窗口，其自身載波間干擾消除便只有 $E/2$ 。如此一來上述兩種方法才能被公平的比較。

圖 3.3 到圖 3.7 分別模擬了 $L = 2, \Delta = 0.5, E_c/N_0 = 10 \sim 50\text{dB}$ 之下的 $SNIR$ 對頻率偏移 ϵ 的變化。從這些模擬圖中，比較特別的是圖 3.3，我們可以看到雜訊較大的環境下，自身載波間干擾方法的效能明顯地比 Kaiser 窗口方法好上許多，這是由於白雜訊在頻譜上的所有頻率都有相同的能量，然而 Kaiser 窗頻譜的主葉寬度比方形窗的還要大，因此在相同的白雜訊能量之下，Kaiser 窗主葉所罩到的區域比較多，因此效能就相對減低了，圖 3.8 可以清楚的說明此點。相較於傳統的正交分頻多工系統，自身載波間干擾消除與窗口此兩種方法的確都可以減輕系統頻率偏移所造成的載波間干擾，然而，在此同時卻也都犧牲掉傳送訊號的頻寬。因此，如何在效能與傳送頻寬之間作取捨，必須根據使用者的需要來做決定。

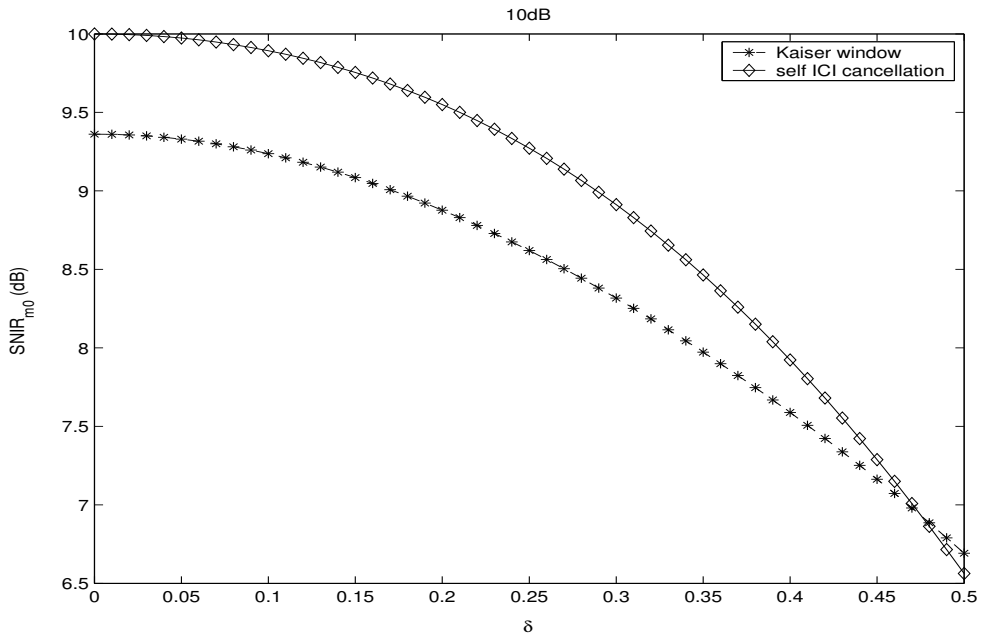


圖 3.3: 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 10\text{dB}$ 之下的效能

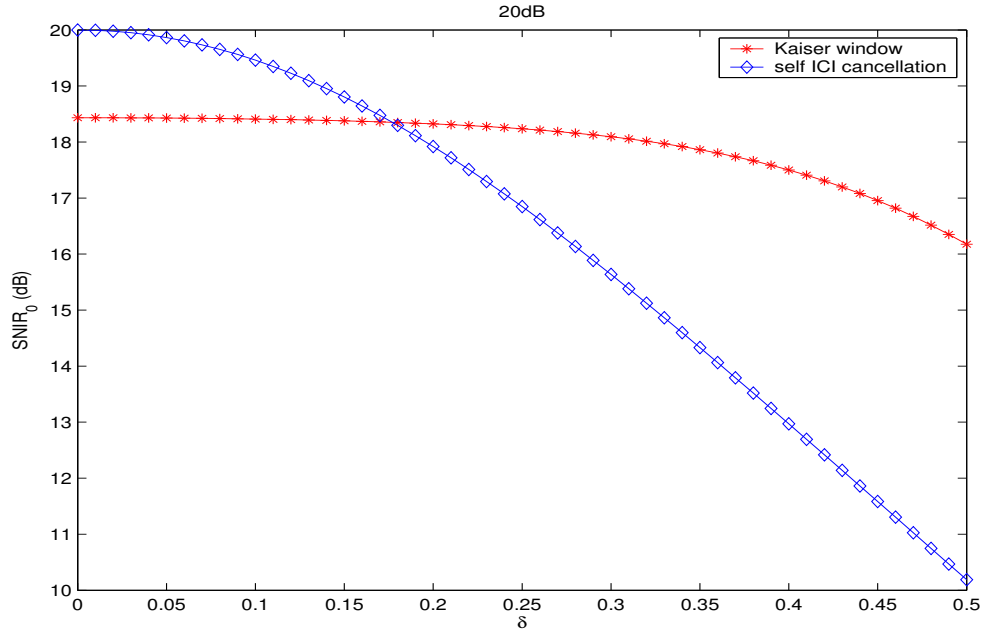


圖 3.4: 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 20\text{dB}$ 之下的效能

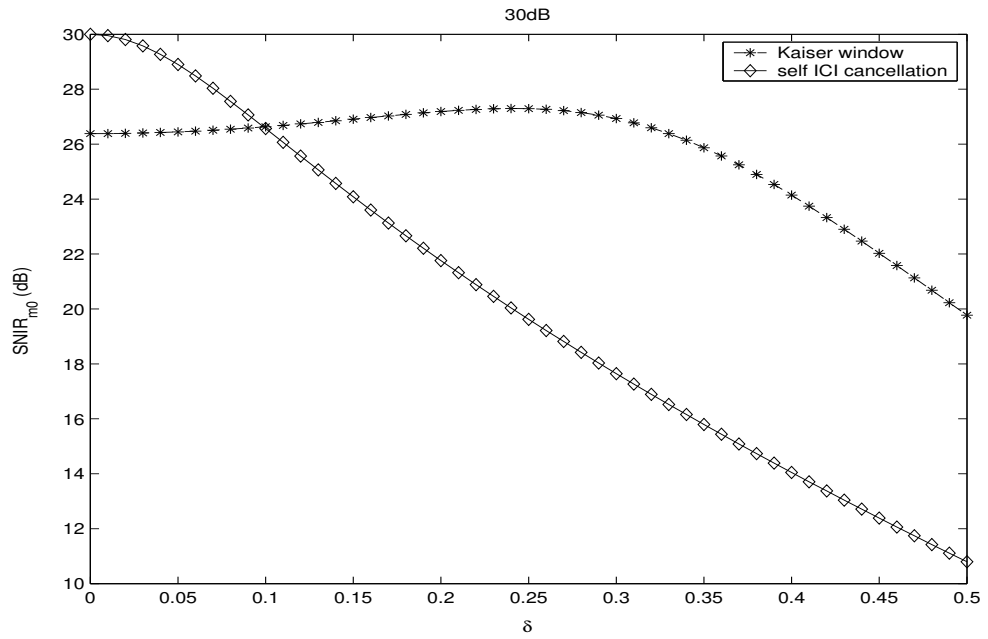


圖 3.5: 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 30\text{dB}$ 之下的效能

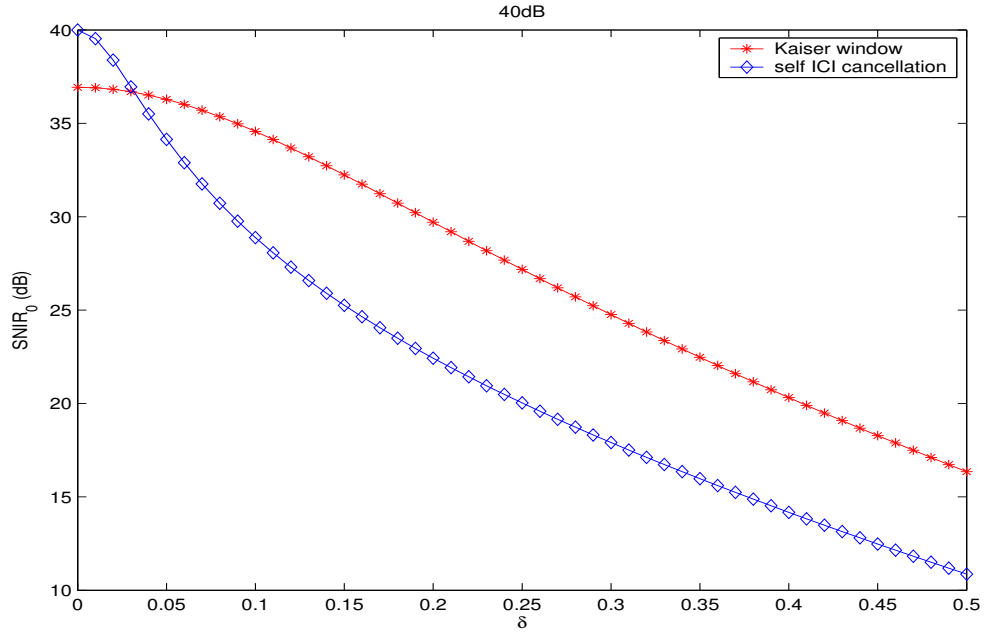


圖 3.6: 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 40\text{dB}$ 之下的效能

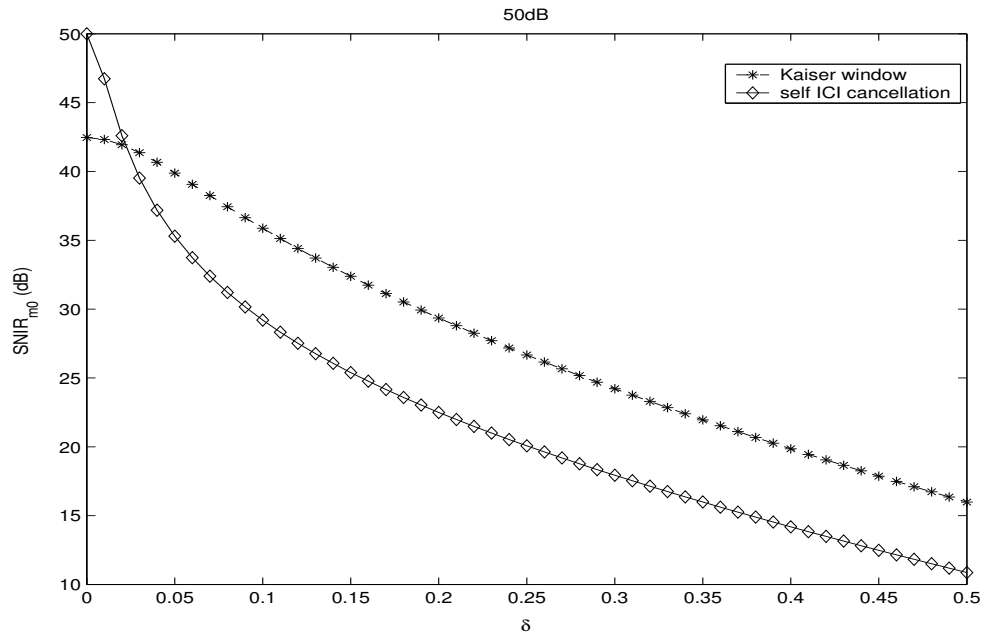


圖 3.7: 自身載波間干擾消除與Kaiser 窗口方法在 $E_c/N_0 = 50\text{dB}$ 之下的效能

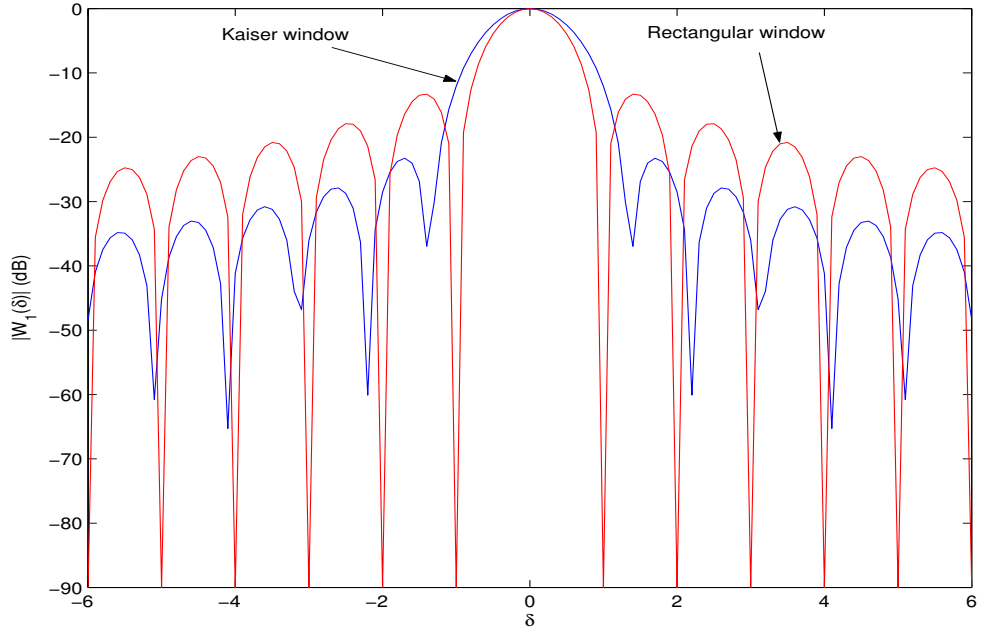


圖 3.8: 方形窗口與Kaiser 窗口的頻譜

表 3.1: 平均SNIR 比較圖

	10dB	20dB	30dB	40dB	50dB
Kaiser窗口	8.4921	17.9842	26.0120	31.3381	34.3520
自身載波間消除	9.0394	17.2054	23.8477	29.7731	35.8319

說明: 表格裡的單位為dB

表3.1比較了自身載波間干擾方法與 Kaiser 窗口方法的平均效能表現, 我們可以看到, 在頻率偏移較小時, 自身載波間干擾方法的效能比 Kaiser 窗口方法要好, 這是由於 Kaiser 窗口並不符合 Nyquist 準則的緣故; 反之, 當頻率偏移較大時, 由於 Kaiser 窗口的邊葉衰減地較快, 因此其效能比自身載波間干擾消除方法要好。

另外, 圖 3.9是我們嘗試著將 Kaiser 窗口方法跟自身載波間干擾消除方法在 $\Delta = 0.5$ 之下結合的模擬結果, 可以看到, 在不同的 E_c/N_0 下, 皆是 $\beta = 0$ (方形 window) 為最好, 因此我們了解到此兩種方法並無法做結合。

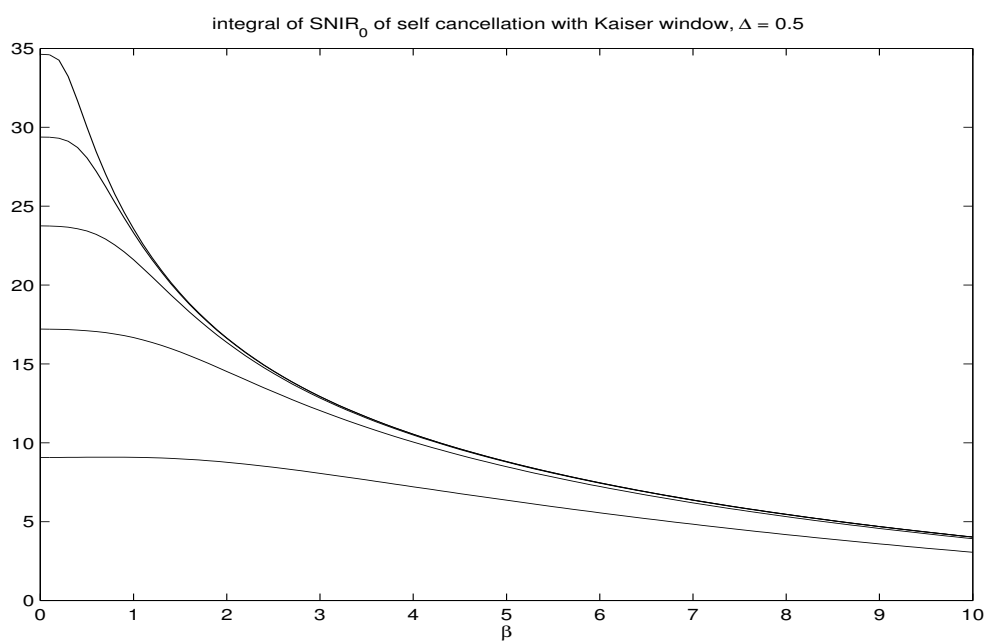


圖 3.9: 將Kaiser 窗口方法與自身載波間干擾消除方法結合之 $J(\beta)$

第 4 章

IEEE 802.11a 架構下的頻率偏移估測

在本章裡，我們從 [7] 的最大概似法出發，推導出真正適合 IEEE 802.11a 十個短先導資料 (short preamble) 使用的最大概似法及其 Crámer Rao 下限，最後再透過不同的通道來做模擬。

4.1 IEEE 802.11a 先導資料的架構

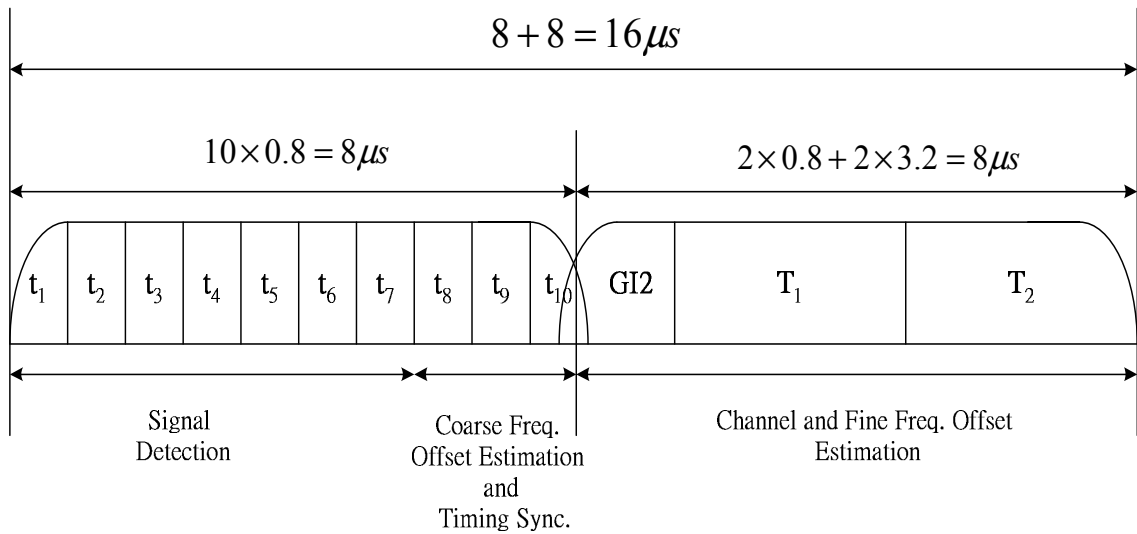


圖 4.1: IEEE 802.11a 先導資料的架構圖

圖4.1為 IEEE 802.11a 先導資料的架構，它由10個完全相同的短符號 (SS) 及2個完全相同的長符號 (LS) 所組成，其長度分別為16及64個抽樣 (sample)，除此之外,GI 是長符號的守衛間隔 (Guard Interval)，它是長符號的最後32筆資料的複製。在這期間，接收端必須完成訊號檢測，頻率偏移估測，時間同步，與通道估測。本章即是介紹在此架構下的頻率偏移估測。

4.2 最大概似法

[7]所提出的最大概似法, 是利用兩段重複的訊號之間的相關性來找出頻率偏移及時間偏移。然而, IEEE 802.11a 的先導資料卻不只兩個, 因此, 我們認為從 IEEE 802.11a 的架構, 可以萃取出更多有關頻率及時間偏移的資訊。

圖4.2是我們利用 IEEE 802.11a 標準的十個短先導符號來推導最大概似法的架構圖, 其中 L_s 表示重複短符號的長度, N_s 代表重複短符號的個數, L 是我們所觀測的範圍, 而 θ 是時間偏移的位置。我們定義取樣集合

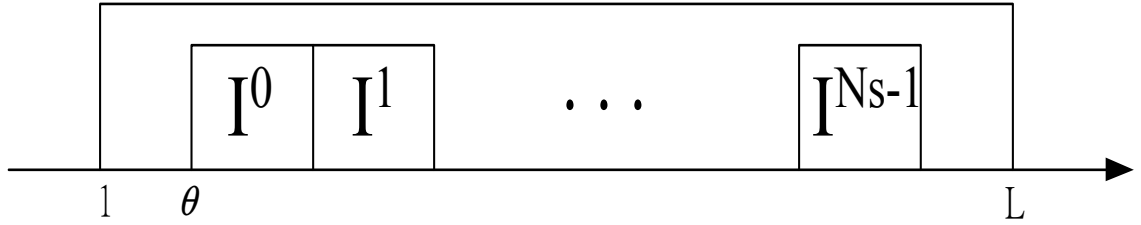


圖 4.2: 符合 IEEE 802.11a 標準的 ML 架構圖

$$\mathcal{I}^p \equiv \{\theta + pL_s, \dots, \theta + (p+1)L_s - 1\}, \quad p = 0, 1, \dots, N_s - 1 \quad (4.1)$$

其中每個在 $\mathcal{I}^p$ 裡的值皆是重複的資料。接著, 我們將接收到的訊號定義為一 $L \times 1$ 的向量 $\mathbf{r} = [r(1) \cdots r(L)]^T$ 。我們可以注意到, 在 $\mathbf{r}$ 中, 落在週期前置與其複製的取樣點 $r(k), k \in \bigcup_{p=0}^{N_s-1} \mathcal{I}^p$ 是有相關性的, 也就是說,

$$\forall k \in \mathcal{I}^0, \mathcal{E}[r(k + nL_s)r^*(k + mL_s)] = \begin{cases} \sigma_s^2 + \sigma_n^2, & m = n \\ \sigma_s^2 e^{-j2\pi\frac{\epsilon}{N}(m-n)L_s}, & (m - n) = 1 \dots N_s - 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中 ϵ 為頻率偏移。

θ 和 ϵ 的對數-可能性 (log-likelihood) 函數 $\Lambda(\theta, \epsilon)$, 是對 $f(\mathbf{r}|\theta, \epsilon)$ 取對數後的結果, 而 $f(\mathbf{r}|\theta, \epsilon)$ 是我們所觀測到的 $\mathbf{r}$ 在給定 θ 和 ϵ 之下的機率密度函數。由於所有相加減或正數相乘的常數, 皆不會影響我們將 $\Lambda(\theta, \epsilon)$ 最大化之後所得到的結果, 因此在接下來的數學推導中, 我們會將此類常數完全忽略掉。利用 $\mathbf{r}$ 所具有的相關性, $\Lambda(\theta, \epsilon)$ 可以被表示為以下的式子,

$$\begin{aligned} \Lambda(\theta, \epsilon) &= \log f(\mathbf{r}|\theta, \epsilon) \\ &= \log \left\{ \prod_{k \in \mathcal{I}^0} f(r(k), r(k + L_s), \dots, r(k + (N_s - 1)L_s)) \cdot \prod_{k \notin \bigcup_{p=0}^{N_s-1} \mathcal{I}^p} f(r(k)) \right\} \end{aligned}$$

$$= \log \left\{ \prod_{k \in \mathcal{I}^0} \frac{f(r(k), r(k+Ls), \dots, r(k+(Ns-1)Ls))}{f(r(k))f(r(k+Ls)) \cdots f(r(k+(Ns-1)Ls))} \prod_k f(r(k)) \right\} \quad (4.2)$$

$$(4.3)$$

在 (4.3) 式中, $\prod_k f(r(k))$ 與 θ 及 ϵ 無關, 所以我們可以將它忽略。接著, 我們可以看到, (4.3) 式中的分母是 N_s 個一維的複數高斯分佈的機率密度函數相乘, 其結果如下式,

$$f(r(k)) = \frac{\exp(-\frac{|r(k)|^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2})}{\pi(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)} \quad (4.4)$$

$$\prod_{l=0}^{Ns-1} f(r(k+lLs)) = \left(\frac{1}{\pi(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)} \right)^{Ns} \cdot \exp \left(-\frac{\sum_{l=0}^{Ns-1} |r(k+lLs)|^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2} \right) \quad (4.5)$$

$$(4.6)$$

接下來是比較複雜的分子部分, 由於分子為 N_s 維的複數高斯分佈, 其共同的機率密度函數為,

$$f(\mathbf{z}) = \frac{1}{\pi \det(R)} \exp(-\mathbf{z}^H R^{-1} \mathbf{z}) \quad (4.7)$$

其中

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} r(k) \\ r(k+Ls) \\ \vdots \\ r(k+(Ns-1)Ls) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$R = \mathcal{E}[\mathbf{z}\mathbf{z}^H] \quad (4.9)$$

$$= \mathcal{E} \left[\begin{bmatrix} r(k) \\ r(k+Ls) \\ \vdots \\ r(k+(Ns-1)Ls) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r^*(k) & r^*(k+Ls) & \cdots & r^*(k+(Ns-1)Ls) \end{bmatrix} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_s^2 + \sigma_n^2 & \sigma_s^2 e^{-j2\pi \frac{\epsilon}{N} Ls} & \sigma_s^2 e^{-j2\pi \frac{\epsilon}{N} Ls} & \cdots & \sigma_s^2 e^{-j(Ns-1)2\pi \frac{\epsilon}{N} Ls} \\ \sigma_s^2 e^{j2\pi \frac{\epsilon}{N} Ls} & \sigma_s^2 + \sigma_n^2 & & & \\ \vdots & & \ddots & & \\ \sigma_s^2 e^{j(Ns-1)2\pi \frac{\epsilon}{N} Ls} & & & & \sigma_s^2 + \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$= \sigma_n^2 I + \sigma_s^2 \mathbf{x}\mathbf{x}^H, \text{ 其中 } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi \frac{\epsilon}{N} Ls} \\ \vdots \\ e^{j(Ns-1)2\pi \frac{\epsilon}{N} Ls} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

由於 R 恰好有著特殊的結構，因此我們可以利用反矩陣定理 (matrix inversion lemma) 來計算出 R^{-1} 及 $\det(R)$,

$$R^{-1} = \frac{1}{\sigma_n^2} I - \frac{1}{\sigma_n^2} I \mathbf{x} \left(\frac{1}{\sigma_s^2} I + \mathbf{x}^H \frac{1}{\sigma_n^2} I \mathbf{x} \right)^{-1} \mathbf{x}^H \frac{1}{\sigma_n^2} I \quad (4.12)$$

$$= \frac{1}{\sigma_n^2} I - \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)} \mathbf{x} \mathbf{x}^H \quad (4.13)$$

$$\det(\mathbf{R}) = (\sigma_n^2)^{N_s-1} (\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2) \quad (4.14)$$

因此,

$$\frac{f(r(k), r(k+Ls), \dots, r(k+(Ns-1)Ls))}{f(r(k))f(r(k+Ls)) \cdots f(r(k+(Ns-1)Ls))} \quad (4.15)$$

$$= \frac{\exp \left(-\mathbf{z}^H \left(\frac{1}{\sigma_n^2} I - \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)} \mathbf{x} \mathbf{x}^H \right) \mathbf{z} \right) / \pi^{Ns} (\sigma_n^2)^{N_s-1} (\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)}{\exp \left(-\frac{\sum_{l=0}^{Ns-1} |r(k+lLs)|^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2} \right) / \pi^{Ns} (\sigma_n^2 + \sigma_s^2)^{Ns}} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(\sigma_n^2 + \sigma_s^2)^{N_s}}{(\sigma_n^2)^{N_s-1} (\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)} \cdot \exp \left(-\frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{z}^H \mathbf{z} + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)} \mathbf{z}^H \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{z} + \frac{\sum_{l=0}^{Ns-1} |r(k+lLs)|^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2} \right) \\ &= \frac{(\sigma_n^2 + \sigma_s^2)^{N_s}}{(\sigma_n^2)^{N_s-1} (\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)} \cdot \exp \left(-\frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{z}^H \mathbf{z} + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)} (\mathbf{z}^H \mathbf{z} + Q) + \frac{\mathbf{z}^H \mathbf{z}}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2} \right) \\ &= c_1 \cdot \exp(c_2 \cdot Q - c_3 \cdot \mathbf{z}^H \mathbf{z}) \end{aligned} \quad (4.17)$$

其中

$$\sum_{l=0}^{Ns-1} |r(k+lLs)|^2 = \mathbf{z}^H \mathbf{z} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^H \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{z} &= \sum_{l=0}^{Ns-1} |r(k+lLs)|^2 + \sum_{\alpha=0}^{Ns-2} \sum_{\beta=\alpha+1}^{Ns-1} 2\text{Re}\{r(k+\alpha Ls)r^*(k+\beta Ls)e^{j(\beta-\alpha)2\pi\frac{\epsilon}{N}Ls}\} \\ &= \mathbf{z}^H \mathbf{z} + Q \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$c_1 = \frac{(\sigma_n^2 + \sigma_s^2)^{N_s}}{(\sigma_n^2)^{N_s-1} (\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)} \quad (4.20)$$

$$c_2 = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)} \quad (4.21)$$

$$c_3 = \frac{-\sigma_s^2(\sigma_n^2 + \sigma_s^2) - \sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2) + (\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)(\sigma_n^2 + \sigma_s^2)}{\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)(\sigma_n^2 + \sigma_s^2)} \quad (4.22)$$

$$= \frac{(Ns-1)\sigma_s^4}{\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)(\sigma_n^2 + \sigma_s^2)} \quad (4.23)$$

至此, 對數可能性函數可被簡化成下式:

$$\Lambda(\theta, \epsilon) = \log f(\mathbf{r}|\theta, \epsilon) \quad (4.24)$$

$$= \log \left\{ \prod_{k \in \mathcal{I}^0} c_1 \cdot \exp(c_2 \cdot Q - c_3 \cdot \mathbf{z}^H \mathbf{z}) \right\} \quad (4.25)$$

$$= \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s+1} \{\log c_1 + c_2 \cdot Q - c_3 \cdot \mathbf{z}^H \mathbf{z}\} \quad (4.26)$$

由於 c_1 為一大於零的常數, 在我們最大化的處理中可被忽略, 加上 c_2, c_3 有相同的因式可一起被消掉, 因此, 藉由最大化簡化後的 (4.23) 式, 我們可以得到 $\hat{\theta}_{ML}$ 與 $\hat{\epsilon}_{ML}$, 如下,

$$\hat{\theta}_{ML}, \hat{\epsilon}_{ML} = \arg \max_{\theta, \epsilon} \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s-1} (c_2 \cdot Q - c_3 \cdot \mathbf{z}^H \mathbf{z}) \quad (4.27)$$

$$= \arg \max_{\theta, \epsilon} \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s-1} (Q - \rho(N_s - 1) \mathbf{z}^H \mathbf{z}) \quad (4.28)$$

$$= \arg \max_{\theta, \epsilon} \left\{ \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s-1} \sum_{\alpha=0}^{N_s-2} \sum_{\beta=\alpha+1}^{N_s-1} 2Re\{r(k + \alpha L_s) r^*(k + \beta L_s) e^{j(\beta-\alpha)2\pi \frac{\epsilon}{N} L_s}\} \right. \\ \left. - \rho(N_s - 1) \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s-1} \mathbf{z}^H \mathbf{z} \right\} \quad (4.29)$$

其中

$$\rho = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2} \quad (4.30)$$

到此, 一符合 IEEE 802.11a 標準的最大概似函數已推導結束, 下面一節便是我們透過 (4.26) 所做的模擬, 並與理論上的 Crámer Rao 下限作一個比較。另外, 我們可以注意到若將 $N_s = 2$ 帶入 (4.26), 便可得到與 [7] 完全相同的結果, 這也間接證明了我們推導的正確性。

4.3 模擬結果

本節將展示不同先導資料長度在附加白雜訊通道及 Rayleigh fading 通道之下, 估測出的頻率位移之均方誤差 (mean-squared error) 與理論上的 Crámer Rao 下限做比較。

4.3.1 多重路徑通道模型

由於在現實的無線通訊環境中會存在許多障礙物來阻擋訊號傳送的路徑，所以在大部分的情況下，除了光直進 (light of sight) 路線之外，還有許多造成訊號折射的路徑。因此，一個可供不同的無線通訊系統互相比較且能有一致性 (consistent) 結果的通道模型是必須的。為了此一目的,IEEE 802.11 工作團隊採用了下述的通道模型來預測 IEEE 802.11a(5GHz) 的多重路徑行為, 圖4.3為此通道模型的脈衝響應, 其中每一個時間點上, 都是大小為 Rayleigh 分布, 角度為均勻分布的複數值, 且其平均能量隨著時間的增加有著指數程度的衰減。下面是其數學模型:

$$h_k = \mathcal{N}\left(0, \frac{1}{2}\sigma_k^2\right) + j\mathcal{N}\left(0, \frac{1}{2}\sigma_k^2\right) \quad (4.31)$$

$$\sigma_k^2 = \sigma_0^2 e^{-kT_S/T_{RMS}} \quad (4.32)$$

$$\sigma_0^2 = 1 - e^{-T_S/T_{RMS}} \quad (4.33)$$

其中 $\mathcal{N}(0, \frac{1}{2}\sigma_k^2)$ 是平均為零, 變異為 $\frac{1}{2}\sigma_k^2$ 的高斯隨機變數, 而 $\sigma_0^2 = 1 - e^{-T_S/T_{RMS}}$ 是爲了滿足平均功率為一 ($\sum_{k=0}^{k_{max}} = 1$) 的規範。

由於 IEEE 802.11a 在基頻的取樣速率為 20MHz, 根據 [7] 的內容, 我們所模擬 Rayleigh fading 通道模型的參數 $T_{RMS} = 100ns$ (相當於 2 個取樣), 與最大的延遲範圍 K_{max} (delay spread) 爲 $0.75\mu s$ (相當於 15 個取樣)。

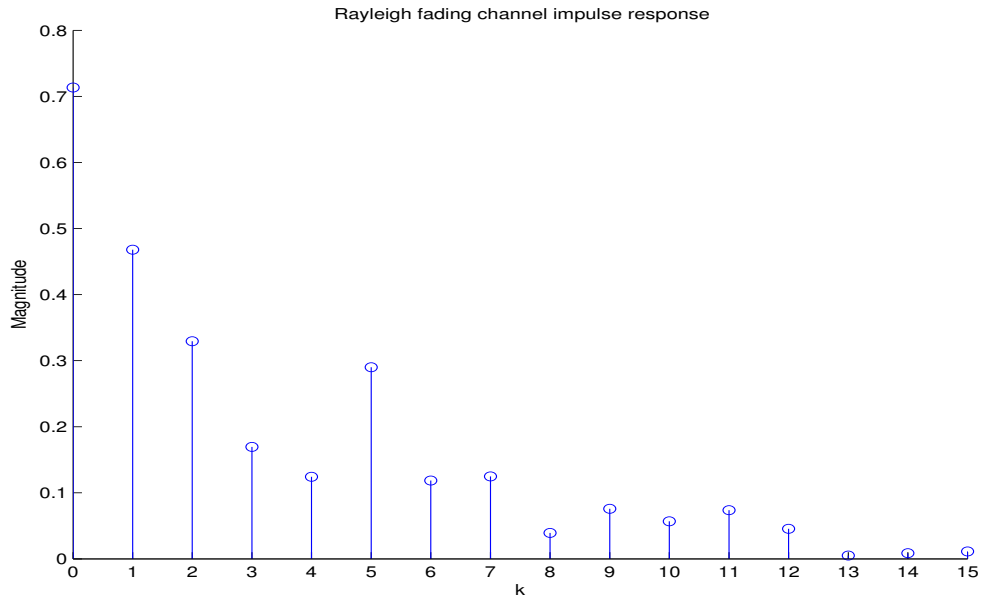


圖 4.3: Rayleigh 通道模型之脈衝響應

4.3.2 模擬結果

圖 4.4, 圖 4.5, 及圖 4.6 分別為短先導符號的個數為二, 五, 十時, 經過附加白雜訊通道及 Rayleigh fading 通道的均方誤差與理論上的下限之比較。

從下面三個圖我們可以看到, 當我們所使用的短先導符號的個數越多, 其均方誤差與 Crámer Rao 下限也就越小, 這是由於我們可用的資訊越多的緣故。

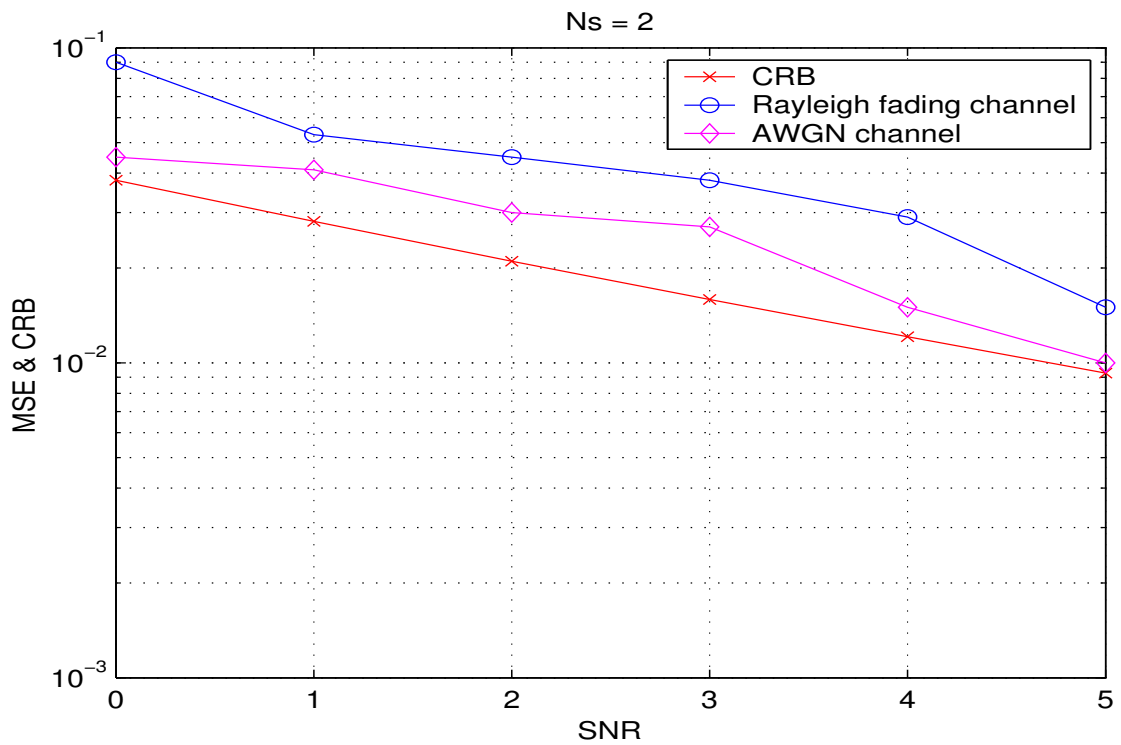


圖 4.4: 短先導符號的個數為二時的均方誤差與Crámer Rao 下限

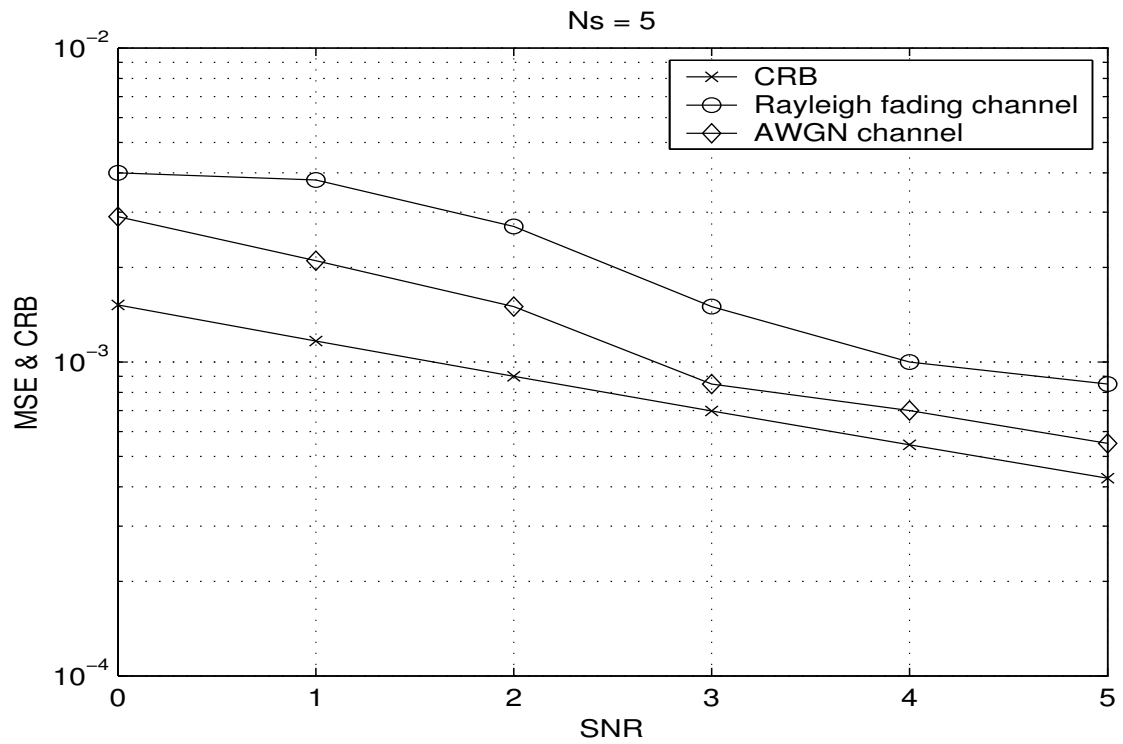


圖 4.5: 短先導符號的個數為五時的均方誤差與Crámer Rao 下限

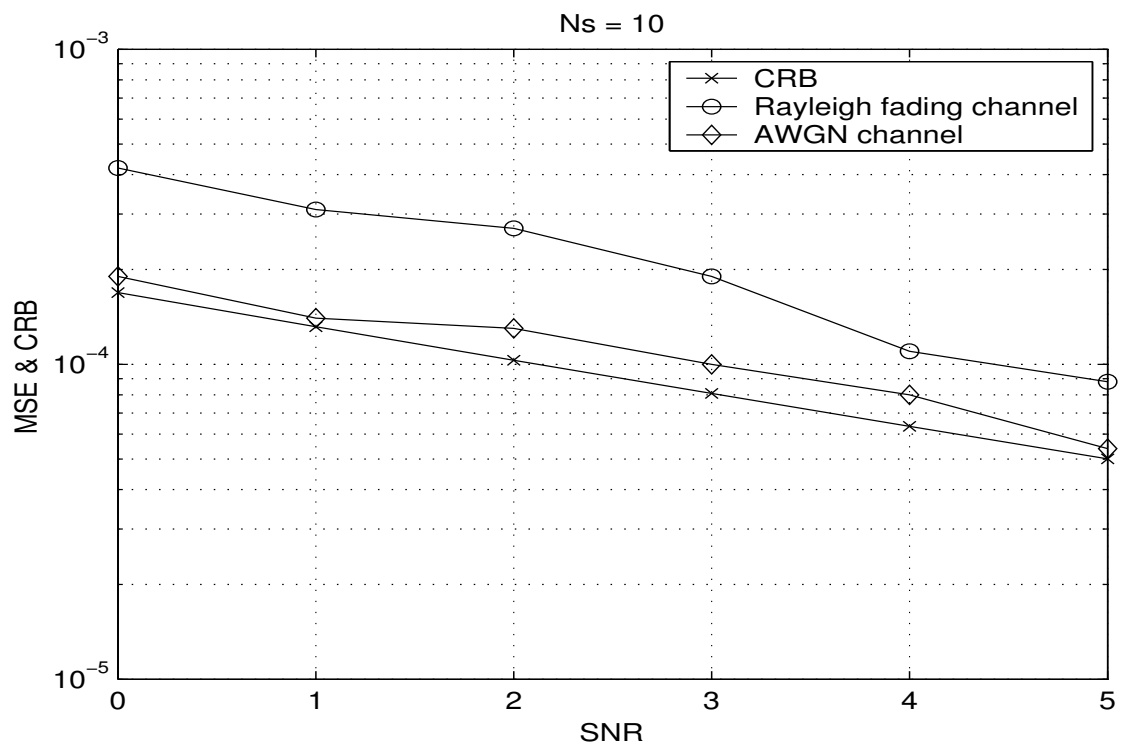


圖 4.6: 短先導符號的個數為十時的均方誤差與Crámer Rao 下限

第 5 章

結論

目前解決頻率偏移對正交分頻多工系統所造成的非同步影響主要有二種方法。在以頻寬為代價來減輕頻率位移對整個系統效能的方法上, 我們採用 Kaiser 窗口來設計所需的濾波器, 經模擬驗證此設計的確在效能上能有所提升。本論文也介紹自身載波間干擾消除的方法, 並與窗口方法來做比較, 發現由於前一方法所需傳輸功率過大, 自身載波間干擾方法的效能只有在訊號雜訊比 (SNR) 小時會有較佳性能, 不然大部分的情況下略遜窗口方法一籌。在由傳送訊號本身的某些特殊性質估計頻率偏移上, 本論文針對在 IEEE 802.11a 標準下之先導訊號下之特性, 推導出最大概似之估計方法並求出及其理論上的 Crámer-Rao 下限。經模擬結果我們發現雖然此方法計算過程複雜但其準確性很高。

第 A 章

附錄

A.1 Crámer Rao 下限的推導

$$f(\mathbf{r}|\theta, \epsilon) = \prod_{k \in \mathcal{I}^0} C_1 \exp(C_2 Q - C_3 \mathbf{z}^H \mathbf{z}) \quad (\text{A.1})$$

$$\ln f(\mathbf{r}|\theta, \epsilon) = \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s-1} (\ln C_1 + C_2 Q - C_3 \mathbf{z}^H \mathbf{z}) \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \epsilon^2} \ln f(\mathbf{r}|\theta, \epsilon) = C_2 \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s-1} \frac{\partial^2 Q}{\partial \epsilon^2} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{其中 } Q = \sum_{\alpha=0}^{N_s-2} \sum_{\beta=\alpha+1}^{N_s-1} 2\text{Re}\{r(k + \alpha L_s) r^*(k + \beta L_s) e^{j(\beta-\alpha)j2\pi \frac{(\beta-\alpha)L_s}{N}\epsilon}\} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \epsilon^2} = -2 \left(\frac{2\pi L_s}{N} \right)^2 \sum_{\alpha=0}^{N_s-2} \sum_{\beta=\alpha+1}^{N_s-1} 2\text{Re}\{r(k + \alpha L_s) r^*(k + \beta L_s) (\beta - \alpha)^2 e^{j2\pi \frac{(\beta-\alpha)L_s}{N}\epsilon}\}$$

所以, Crámer Rao Bound 爲

$$\text{Var} [\hat{\epsilon}(\mathbf{r}) - \epsilon] \quad (\text{A.5})$$

$$\geq \left\{ -\mathcal{E} \left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{r}|\theta, \epsilon)}{\partial \epsilon^2} \right] \right\}^{-1} \quad (\text{A.6})$$

$$= \left\{ 2 \cdot C_2 \cdot \left(\frac{2\pi L_s}{N} \right)^2 \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s-1} \sum_{\alpha=0}^{N_s-2} \sum_{\beta=\alpha+1}^{N_s-1} (\beta - \alpha)^2 \text{Re}\{\mathcal{E}[r(k + \alpha L_s) r^*(k + \beta L_s)] e^{j2\pi \frac{(\beta-\alpha)L_s}{N}\epsilon}\} \right\}^{-1}$$

$$= \left\{ 2 \cdot C_2 \cdot \left(\frac{2\pi L_s}{N} \right)^2 \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s-1} \sum_{\alpha=0}^{N_s-2} \sum_{\beta=\alpha+1}^{N_s-1} (\beta - \alpha)^2 \text{Re}\{\sigma_s^2 e^{-j2\pi \frac{(\beta-\alpha)L_s}{N}\epsilon} e^{j2\pi \frac{(\beta-\alpha)L_s}{N}\epsilon}\} \right\}^{-1} \quad (\text{A.7})$$

$$= \left\{ 2 \cdot \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s \sigma_s^2)} \cdot \left(\frac{2\pi L_s}{N} \right)^2 \cdot \sigma_s^2 \sum_{k=\theta}^{\theta+L_s-1} \sum_{\alpha=0}^{N_s-2} \sum_{\beta=\alpha+1}^{N_s-1} (\beta - \alpha)^2 \right\}^{-1} \quad (\text{A.8})$$

$$= \left\{ 2 \cdot \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s\sigma_s^2)} \cdot \left(\frac{2\pi L_s}{N}\right)^2 \cdot \sigma_s^2 \cdot L_s \cdot \sum_{t=1}^{N_s-1} (N_s - t)t^2 \right\}^{-1} \quad (\text{A.9})$$

$$= \frac{N^2\sigma_n^2(\sigma_n^2 + N_s\sigma_s^2)}{8\pi^2 L_s^3 \sigma_s^4 \sum_{t=1}^{N_s-1} (N_s - t)t^2} \quad (\text{A.10})$$

參考文獻

- [1] R. W. Chang, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multi-channel data transmission," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 45, pp. 1775-1796, Dec. 1966.
- [2] R. Zhang, T. T. Tjhung, H. J. Hu, and P. He, "Window function and interpolation algorithm for OFDM frequency-offset correlation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, NO. 3, pp. 654-670, May. 2003.
- [3] J. Armstrong, "Analysis of new and existing methods of reducing intercarrier interference due to carrier frequency offset in OFDM," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 47, No. 3, pp. 365-369, Mar. 1999.
- [4] Y. Zhao and S.-G. Haggman, "Sensitivity to Doppler shift and carrier frequency errors in OFDM systems-the consequences and solutions," *IEEE 46th Conf. Vehicular Technology*, pp. 1564-1568, vol. 3, May 1996.
- [5] IEEE Std 802.11a: "Wireless LAN medium access control(MSC) and physical layer(PHY) specifications: high-speed physical layer in the 5 GHz band," Dec. 1999.
- [6] S. Chang and E. J. Powers, "Efficient frequency-offset estimation in OFDM-based WLAN systems," *Electronics Letters*, Vol. 39, No. 21, pp. 1554-1555, Oct. 2003.
- [7] J.-J. van de Beek, M. Sandell, and P. O. Borjesson, "ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 45, No. 7, pp. 1800-1805, Jul. 1997.
- [8] M. Gudmundson and P.-O. Anderson, "Adjacent channel interference in an OFDM system," *IEEE 46th Vehicular Technology Conf.*, Atlanta, GA, APR. 1996, pp. 918-922
- [9] T. Pollet, M. Van Bladel, and M. Moeneclaey, "BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol.43, pp. 191-193, Feb./Mar./Apr. 1995.

- [10] J. Li, G. Liu, and G. B. Giannakis, "Carrier frequency offset estimation for OFDM-based WLANs," *IEEE SIGNAL Processing Lett.*, vol. 8, NO. 3, Mar. 2001.
- [11] J.-J. van de Beek, M. Sandell, M. Isaksson, and P. O. Borjesson, "Low-complex frame synchronization in OFDM systems," *IEEE Universal Personal Commun. 4th Conf.*, 6-10, pp 982-986, Nov. 1995.
- [12] C. Muschallik, "Improving an OFDM reception using an adaptive Nyquist windowing," *IEEE Transactions on, Consumer Electronics*, Vol. 42 , pp. 259-269, Aug. 1996.